

DISSERTATION

Titel der Dissertation

Budgetierungsmechanismen bei Kollusion

Verfasser

Paul Legerer

Angestrebter akademischer Grad

Doktor der Sozial- und Wirtschaftswissenschaften
(Dr. rer. soc. oec.)

Wien, im November 2007

Studienkennzahl lt. Studienblatt:
Dissertationsgebiet lt. Studienblatt:
Betreuer:

084 157
Internationale Betriebswirtschaft
Univ.-Prof. Dr. Thomas Pfeiffer

Meinem Vater.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	9
Tabellenverzeichnis	11
Symbolverzeichnis	13
Kapitel 1. Einleitung	17
1. Problemstellung	18
2. Gliederung	21
Kapitel 2. Mechanism Design	23
1. Rahmenmodell	25
1.1. Mechanismus	25
1.2. Nutzenfunktionen	27
1.3. Informationsasymmetrie und Teilnahmebedingungen	28
1.4. Gleichgewichtskonzepte	29
1.5. Lösungsansatz	33
2. Überblick und Klassifizierung der Mechanismen	35
2.1. Allokations-, Anreiz- und Koordinationsmechanismen	35
2.2. Eigenschaften der Nutzenfunktionen	36
2.3. Stetige und diskrete Verteilung der Typen	39
2.4. Statische und dynamische Modelle	39
2.5. Zeitpunkt des Auftretens der Informationsasymmetrie	39
2.6. Kommunikationsstruktur	41
3. Modellkonkretisierung	41
3.1. Kapitalallokation über die Entscheidung d	42
3.2. Risikoneutralität und <i>post contract</i> -Information	42
3.3. Modellierung der privaten Information bei <i>hidden information</i>	44
3.4. Vollständiges Modell mit dominantem Gleichgewicht	46
3.4.1. Modellformulierung	47
3.4.2. <i>First best</i> -Lösung	47
3.4.3. Anreizproblematik	48
3.4.4. Goves-Mechanismus als <i>second best</i> -Implementierung	49

3.4.5. Analyse	52
3.5. Numerisches Beispiel	57
3.5.1. <i>First best</i> -Allokationen	58
3.5.2. <i>DSIC</i> -Eigenschaft und Groves-Mechanismus	59
3.5.3. <i>NIC</i> -Eigenschaft und <i>profit sharing</i> bei "vollständiger" Information	62
3.5.4. <i>BIC</i> -Eigenschaft und <i>profit sharing</i> bei "unvollständiger" Information	65
Kapitel 3. Kollusion	69
1. Verzernte Meldungen und Kollusionsprämien	71
1.1. Kollusion und <i>profit sharing</i>	72
1.2. Kollusion und Groves-Mechanismus	73
1.2.1. Einseitig verzernte Meldung	74
1.2.2. Beidseitig verzernte Meldungen	78
1.3. Weiterführung des numerischen Beispiels	81
2. Das Kollusionsspiel als Gefangenendilemma	87
2.1. Statisches Kollusionsspiel	88
2.2. Kollusion bei dynamischer Interaktion	94
2.2.1. Erweiterung des Modellrahmens	95
2.2.2. Verlust der Kollusionsprämie als glaubhafte Drohung	97
2.2.3. Reputation	101
2.3. Kritische Betrachtung und Diskussion	109
2.3.1. Informationsstruktur	110
2.3.2. Positive Kollusionsprämie bei Übertreibung	111
2.3.3. Relevanz des Ergebnisses	113
Kapitel 4. Kollusionsresistenz bei <i>hidden information</i>	115
1. Modellrahmen	116
1.1. Zeitstrahl	117
1.2. Das Allokationsproblem der Zentrale	119
1.3. Die <i>first best</i> -Allokation	120
1.4. Entlohnungsstruktur	121
1.5. "Wertigkeit" der Gleichgewichtslösungen	122
2. Bayes Nash-Gleichgewicht	123
2.1. Modellanpassung	123
2.2. Eindeutiges Gleichgewicht bei <i>profit sharing</i>	124
2.3. Groves-Mechanismus vs. <i>profit sharing</i>	128

3. Nash-Gleichgewicht und Dominanz	129
3.1. <i>Profit sharing</i> bei stetigen Typenräume	129
3.2. Binäre Typenverteilung: Funktionsweise des Groves-Mechanismus und des <i>profit sharings</i>	131
3.2.1. Profit sharing	132
3.2.2. Groves-Mechanismus	133
3.3. Mehrdeutige Dominanz und eindeutiges Nash-Gleichgewicht	133
3.3.1. Mehrdeutigkeit beim Groves-Mechanismus	133
3.3.2. Eindeutigkeit bei <i>profit sharing</i>	135
3.4. Numerisches Beispiel	135
3.4.1. Differenzierte Allokationen	136
3.4.2. Erweitertes numerisches Beispiel: Beliebige Allokationen	138
3.5. Theoretischer Hintergrund	140
Kapitel 5. Kollusion bei <i>false moral hazard</i>	145
1. Modellrahmen	146
1.1. Zeitstrahl	148
1.2. Das Allokationsproblem der Zentrale	149
1.3. Die <i>first best</i> -Allokation	150
2. Anreizproblematik und Groves-Mechanismus	151
2.1. Anreizproblem im <i>moral hazard</i> -Kontext	151
2.2. Anreizproblem im <i>hidden information</i> -Kontext	152
2.3. <i>Profit sharing</i> und das <i>free rider</i> -Problem	154
2.4. Groves-Mechanismus	156
3. Kollusion	157
3.1. Symmetrischer diskret-binärer Fall	159
3.2. Allgemeiner diskret-binärer Fall	162
Kapitel 6. Zusammenfassung	167
Anhang A. Alternativer Beweis zu Theorem 5.4	173
1. Wahre Produktivität ist (θ_A^L, θ_B^L)	175
2. Wahre Produktivität ist (θ_A^H, θ_B^L)	178
3. Wahre Produktivität ist (θ_A^L, θ_B^H)	180
4. Wahre Produktivität ist (θ_A^H, θ_B^H)	184
Literaturverzeichnis	189

Abbildungsverzeichnis

2.1 Zeitstrahl für das Basismodell.	45
3.1 Numerisches Beispiel: Groves-Maß des Bereichsleiters A für alle Meldungen $m_A \geq \theta_A$ und $m_B \geq \theta_B$.	86
4.1 Zeitstrahl bei <i>ex post</i> -Informationsasymmetrie und <i>hidden information</i> .	118
4.2 Allokation $x_i^{fb}(m)$ für das numerische Beispiel.	130
5.1 Zeitstrahl bei <i>ex post</i> -Informationsasymmetrie und <i>false moral hazard</i> .	148

Tabellenverzeichnis

2.1 Numerisches Beispiel: <i>first best</i> -Allokationen und Ergebnisse.	59
2.2 Numerisches Beispiel: Zusammensetzung des Goves-Maßes bei Meldung (θ_A^L, θ_A^L) .	61
2.3 Numerisches Beispiel: Darstellung des Entscheidungsproblem für jede Typenausprägung.	62
2.4 Numerisches Beispiel: Darstellung des Entscheidungsproblem für jede Typenausprägung bei <i>profit sharing</i> .	64
2.5 Numerisches Beispiel: Darstellung des Entscheidungsproblem für jeden Bereichsleiter bei Bayes'schem Gleichgewicht.	66
3.1 Numerisches Beispiel: Darstellung des Entscheidungsproblem für jede Typenausprägung bei <i>profit sharing</i> mit Kollusionsprämien.	82
3.2 Numerisches Beispiel: Darstellung des Entscheidungsproblem für jede Typenausprägung bei Groves-Mechanismus mit Kollusionsprämien.	83
3.3 Entscheidungsproblem bei Groves-Mechanismus mit Kollusion.	91
3.4 Entscheidungsproblem bei Groves-Mechanismus mit Kollusion, ohne Seitenzahlungen.	92
3.5 Gefangenendilemma in der Spieltheorie.	93
3.6 Entscheidungsproblem bei Groves-Mechanismus mit Kollusion, ohne Seitenzahlungen, mit normierten Auszahlungen im dynamischen Kontext.	96
4.1 Numerisches Beispiel: Mögliche Allokationen bei Ausprägung (θ_A^H, θ_B^L) .	136
4.2 Numerisches Beispiel: Auszahlungsmatrix bei <i>profit sharing</i> bei Ausprägung (θ_A^H, θ_B^L) .	136
4.3 Numerisches Beispiel: Bemessungsgrundlagen bei Groves-Mechanismus bei Ausprägung (θ_A^H, θ_B^L) .	137

4.4 Numerisches Beispiel: Auszahlungsmatrix bei Groves-Mechanismus bei Ausprägung (θ_A^H, θ_B^L) .	137
4.5 Erweitertes numerisches Beispiel: Mögliche optimale Allokationen.	138
4.6 Erweitertes numerisches Beispiel: Multiple Gleichgewichte mit optimalen Allokationen bei <i>Profit Sharing</i> .	139
4.7 Erweitertes numerisches Beispiel: Multiple Gleichgewichte mit optimalen Allokationen beim Groves-Mechanismus.	139

Symbolverzeichnis

α_i	Koeffizient, der bei variabler Entlohnung den leistungsabhängigen Bestandteil bestimmt.
β_i	Fixer Bestandteil in der Entlohnung des Agenten i .
δ	Entscheidungsfunktion des Prinzipals mit $\delta : M \rightarrow D$ (gilt nicht für Kapitel 3).
δ	Diskontierungsfaktor (nur Kapitel 3).
ψ	Kritischer Schwellenwert für Kooperation im dynamischen Kollusionsspiel.
φ_i	Hilfsfunktion, definiert als $\varphi_i(a) = a_i - v_i(a)$
ρ	Konstante Risikoaversion des Agenten im <i>LEN</i> -Modell.
τ	Transferfunktion des Prinzipals mit $\tau : M \times Y \rightarrow T$.
θ	Typenvektor aller Agenten.
θ_i	Typ bzw. Produktivität: Private Information des Agenten bzw. Bereichsleiters i .
θ_i^t	Typ des Bereichsleiters i in der Periode t im dynamischen Modell.
θ_{-i}	Typenvektor aller Agenten ausgenommen Agent i .
θ_i^L	Typ mit niedriger Produktivität bei binärer Parameterverteilung.
θ_i^H	Typ mit hoher Produktivität bei binärer Parameterverteilung.
θ_i^{min}	Untere Schranke von Θ_i .
θ_i^{max}	Obere Schranke von Θ_i .
Θ_i	Typenraum des Agenten ($\theta_i \in \Theta_i$).
$\theta_i g(x)$	Bereichsgewinnfunktion (explizite Darstellung).
a_i	Defektions- <i>pay off</i> des Spielers i im Gefangenendilemma wenn Spieler j kooperiert (nur Kapitel 3).
a_i^t	Wert der Variable a_i in der Periode t im dynamischen Modell (nur Kapitel 3).
a_i	Aktion bzw. Arbeitseinsatz des Agenten bzw. Bereichsleiters i (gilt nicht für Kapitel 3).
a^{fb}	<i>first best</i> -Arbeitsfunktion.

A_i	Aktionsraum des Agenten i .
b_i	Kooperations- <i>pay off</i> des Spielers i im Gefangenendilemma wenn der Spieler j defektiert.
b_i^t	Wert der Variable b_i in der Periode t im dynamischen Modell.
$c_i(m, \theta_i)$	Typenabhängige Kostenfunktion (private Information) des Agenten i .
d	Entscheidung des Prinzipals.
d^{fb}	<i>first best</i> -Entscheidungsfunktion.
D	Entscheidungsraum des Prinzipals ($d \in D$).
$F(\theta)$	Verteilung der Typen.
$F(\theta_{-i} \mid \theta_i)$	Bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung der Typen aller Agenten ausgenommen i gegeben der Typ θ_i des Agenten i .
F_i^t	<i>A priori</i> -Wahrscheinlichkeitsverteilung des Typ des Bereichsleiter i für die Periode t im dynamischen Modell.
k_i	Kooperations- <i>pay off</i> des Spielers i im Gefangenendilemma wenn beide Spieler kooperieren.
k_i^t	Wert der Variable k_i in der Periode t im dynamischen Modell.
$\bar{k}_i$	Defektions- <i>pay off</i> des Spielers i im Gefangenendilemma wenn kein Spieler kooperiert.
$\bar{k}_i^t$	Wert der Variable $\bar{k}_i$ in der Periode t im dynamischen Modell.
k_i^s	Kollusionsprämie im symmetrischen binären Fall
k_i^a	Kollusionsprämie im allgemeinen binären Fall
K	Kritischer Anzahl an Runden für Kooperation im dynamischen Kollusionsspiel.
m_i	Meldung des Agenten i .
m_i^t	Meldung des Bereichsleiters i in der Periode t im dynamischen Modell.
$\bar{m}_i$	Falschmeldung des Agenten i .
m_i^{Mt}	Abgesprochene Kollusionsmeldung des Bereichsleiters i an die Unternehmensleitung j in der Periode t .
m_{koll}^t	Interne Meldung des Bereichsleiters i an Bereichsleiters j in der Periode t .
M_i	Melderaum des Agenten i ($m_i \in M_i$). Für einen direkten Revelationsmechanismus gilt $M_i = \Theta_i$.
p_i^L	<i>Ex ante</i> -Wahrscheinlichkeit, dass Bereichsleiter i vom Typ θ_i^L ist bei binärer Parameterverteilung.

p_i^H	<i>Ex ante</i> -Wahrscheinlichkeit, dass Bereichsleiter i vom Typ θ_i^H ist bei binärer Parameterverteilung.
$s(\theta)$	Strategievektor aller Agenten.
$s_{-i}(\theta_{-i})$	Strategievektor aller Agenten ausgenommen Agent i .
$s^*(\theta)$	Gleichgewichtsstrategievektor aller Agenten.
s_i	Strategie des Agenten i .
s_i^k	Vereinbarte Seitenzahlung an Bereichsleiter i bei Kollusion.
t	Transferleistung des Prinzipals an die Agenten.
t^{fb}	<i>first best</i> -Transferfunktion.
$t_i(m, y)$	Entlohnung des Bereichsleiters i .
t_i^π	Performancemaß des Bereichsleiters i
$t_i^G(\theta_i, m)$	Performancemaß bei Groves-Mechanismus (Groves-Maß) des Bereichsleiters i .
t_i^{Gt}	Groves-Maß des Bereichsleiters i in der Periode t im dynamischen Modell.
$t_i^{PS}(\theta, m)$	Performancemaß bei <i>profit sharing</i> des Bereichsleiters i .
t_i^{Ka}	Kollusionsresistentes Groves-Maß im allgemeinen binären Fall
t_i^{Ks}	Kollusionsresistentes Groves-Maß im symmetrischen binären Fall
T	Anzahl der Periode im dynamischen Modell (nur Kapitel 3).
T	Transferraum (gilt nicht für Kapitel 3).
u_0	Nutzenfunktion des Prinzipals.
u_i	Nutzenfunktion des Agenten i .
$\bar{u}_i$	Reservationsnutzen des Agenten i .
$u_i^{t, \infty}$	Diskontierter Erwartungswert des Nutzen des Bereichsleiters i aller Perioden ab t .
$v_i(a_i)$	Disnutzen- bzw. Arbeitsleidfunktion des Agenten i .
x_i	Ressource, die an Bereichsleiter i zugewiesen wird.
$x^{fb}(\cdot)$	<i>first best</i> -Allokationsfunktion.
X	Knappe Ressource in Budgetierungsproblem.
$y_i(\theta_i, x_i)$	Gewinnfunktion des Bereichsleiters i bei <i>hidden information</i> -Problem.
$y_i(a_i, \theta_i, d)$	Ergebnisfunktion des Agenten i
$y_i(a_i, \theta_i, x_i)$	Gewinnfunktion des Bereichsleiters i bei kombiniertem <i>hidden information</i> - und <i>moral hazard</i> -Problem.
Y_i	Ergebnisraum des Agenten i .

KAPITEL 1

Einleitung

Seit am Ende des letzten Jahrhunderts das große ideologische Ringen der unterschiedlichen Gesellschaftsformen mit dem Untergang des sowjetisch-kommunistischen Modells entschieden wurde, gilt die freie Marktwirtschaft in einem demokratischen Umfeld unbestritten als die überlegene Wirtschaftsform. Dabei wird häufig übersehen, dass die gewichtigsten Marktteilnehmer, die Unternehmen und im Besonderen die Konzerne, innere Strukturen haben, die durchaus dem Sowjetsystem entlehnt sein könnten: Diktatorisch und streng hierarchisch geführt, unterliegen sie einer allmächtigen Planung: dem *business plan* und dem Budget.

Dieses Widerspruchs ist sich die klassische Wirtschaftstheorie durchaus bewusst, und die Theorie der Unternehmung (*theory of the firm*) versucht die Frage zu beantworten, warum nicht alle ökonomischen Prozesse, also zum Beispiel auch Produktion von Gütern, zur Gänze über den Markt geregelt werden, sondern sich Strukturen bilden, die in begrenztem Ausmaß die Marktmechanismen ausser Kraft setzen. Dabei liegt diese Theorie an einer Schnittstelle von Mikroökonomie und Betriebswirtschaftslehre, weil sie nicht nur erklärt, warum es Unternehmen gibt, sondern auch die Beziehungen der Akteure innerhalb eines Unternehmens beschreiben muss. Kantarelis (2007) beschreibt vier Hauptrichtungen in diesem Wissenschaftszweig:

Die neoklassische Theorie der Unternehmung behandelt das Unternehmen als *black box* und untersucht nur ihre Beziehungen in den Märkten. Die evolutionistische Theorie der Unternehmung sieht das Unternehmen und seine Ressourcen als eine Einheit, die durch Reaktion auf Veränderungen der Umweltbedingungen gestaltet wird und dabei gleichzeitig gestalterisch auf die Umwelt einwirkt. Die Transaktionskostentheorie geht auf Coase (1937) zurück und berücksichtigt die asymmetrische Information der Marktteilnehmer. Die Marktteilnahme ist mit Kosten verbunden, die in einer Unternehmensstruktur verringert werden können. Schliesslich beschreibt die Prinzi-

pal-Agenten Theorie der Unternehmung das Unternehmen als Beziehung zwischen den Kapitalgebern und den spezialisierten Manager.¹

Das Budgetierungsproblem in der Betriebswirtschaft schneidet sowohl die Transaktionskostentheorie als auch die Prinzipal-Agenten Theorie: Auf der einen Seite fällt die Untersuchung der Allokation sämtlicher Ressourcen im Unternehmen, also zum einen die Aufgabendelegation an die Manager, zum anderen die Bereitstellung der finanziellen und sonstigen Produktionsmittel, in den Bereich der Transaktionskostentheorie: Demnach existiert das Unternehmen, weil die zentrale Ressourcenbeschaffung durch den Unternehmenseigentümer effizienter ist als die individuelle Beschaffung durch die Manager, gleichzeitig ist die Rekrutierung und damit Zukauf des spezifischen Wissens der Manager effizienter als die Aneignung dieses Wissens durch den Eigentümer. Auf der anderen Seite haben die Manager andere Anreize als die Eigentümer.² Wenn diese Manager nun über mehr spezifische Informationen verfügen, muss der Eigentümer eine Informationsprämie leisten. Dieses doppelte Problem der Allokation und des Anreizes soll nun genauer betrachtet werden.

1. Problemstellung

Die zunehmend dezentrale Steuerung von Unternehmen erfordert Instrumente zur Koordination des Einsatzes der verfügbaren Mittel. Der Koordinationsbedarf tritt dabei in doppelter Form auf:³ Zunächst die sachliche Koordination, die den optimalen Einsatz der Mittel aus Sicht des Gesamtunternehmens bestimmen soll, sowie die personelle Koordination, die erforderlich wird, wenn die Leiter einzelner Teilbereiche des Unternehmens Ziele verfolgen, die von denen des Gesamtunternehmens abweichen und gleichzeitig asymmetrische Information vorliegt.

Die Lösung sachlicher Koordinationsprobleme erfolgt über die Kosten- und Leistungsrechnung und stellt kein großes Problem dar. Das personelle Koordinationsproblem hingegen stellt sowohl konzeptuell als auch praktisch

¹Aus diesen Bestandteilen entwickeln Jensen und Meckling (1976) eine umfassende Theorie, die *agency*-Kosten, Verfügungsrechte und Kapitalstruktur vereinheitlicht. Zu Theorien, die Verfügungsrechte untersuchen, siehe Zingales (1998). Zur evolutischen Theorie der Unternehmung siehe Beschorner und Pfriem (2000).

²Kurios in diesem Zusammenhang ist der Umstand, dass diese Idee nicht neu ist. Schon Immanuel Kant beschrieb Ende des 18. Jahrhunderts die unterschiedlichen Anreize eines Eigentümers und eines Verwalters (Vgl. Kant (1984) S. 13).

³Vgl. Ewert und Wagenhofer (2005), S. 454.

eine Herausforderung dar. Unterliegt das Unternehmen keiner Rationierung der Ressourcen, können für jeden Teilbereich die Anreizprobleme getrennt gelöst werden. Einen Überblick über die Literatur, die wahrheitsinduzierende Mechanismen beschreibt, liefern unter anderen Antle und Fellingham (1997) und Lambert (2001). Die Lösung des Anreizproblem hängt insbesondere von der Risikoaversion der beteiligten Parteien und vom Zeitpunkt, an dem die Informationsasymmetrie auftritt, ab. Allgemein gilt: Sind sowohl Agent als auch Prinzipal risikoneutral, und entsteht die Asymmetrie erst nach Vertragsabschluss zwischen dem Manager und dem Eigentümer, kann der Manager die Asymmetrie nicht zu seinen Gunsten einsetzen, und es wird eine optimale Ressourcenallokation erzielt.⁴

Unterliegt das Unternehmen einer Rationierung der Mittel, wie es am Kapitalmarkt der Fall sein kann, konkurrieren die unterschiedlichen Teilbereiche um die Zuweisung der knappen Mittel. Werden die Bereichsleiter in Abhängigkeit ihres Bereichserfolg entlohnt, dann beeinflusst die Entscheidung der Zentrale den Nutzen der Bereichsmanager. Da die Entscheidung der Zentrale gleichzeitig von der Information der Bereichsleiter abhängt, entsteht ein weiterer Anreiz, die private Information verfälscht zu übermitteln.

Zur Lösung des reinen *hidden information*-Problem haben sich in der Forschung zwei wahrheitsinduzierende Mechanismen durchgesetzt, die bei riskoneutralität der Agenten und Informationssymmetrie bei Vertragsabschluss *first best*-Lösungen erzielen. Zum einen bewirkt die Beteiligung des Managers am Gesamterfolg des Unternehmens (*profit sharing*) eine Zielkongruenz zwischen Zentrale und Bereichsleiter, die einen Anreiz schafft, im Sinne des Gesamtunternehmens zu handeln.⁵ Als Schwäche des Mechanismus wird dabei die Eigenschaft des implementierten Nash-Gleichgewichts betrachtet, bei dem eine unverzerrte Berichterstattung für einen Bereichsleiter nur dann optimal ist, wenn auch alle anderen Bereichsleiter unverzerrt berichten. Diesen theoretischen Nachteil macht der zweite Mechanismus wett, der von Groves (1973) entwickelt und nach ihm benannt wurde.⁶ Die Entlohnung eines Bereichsleiters ist dabei nicht mehr vom realisierten Gewinn

⁴Die Lösung hat die Eigenschaft eines Verpachtungsvertrag. Da der Agent indifferent bezüglich des Risikos ist, "kauft" er dem Prinzipal die Unternehmung ab und zahlt dafür den Erwartungswert der Unternehmung. Diese Lösung setzt natürlich voraus, dass der Agent keiner Kapitalbeschränkung unterliegt. Formal darf keine *limited liability* Bedingung die Handlungsmöglichkeiten des Agenten einschränken.

⁵Vgl. Ewert und Wagenhofer (2005), Kap. 10.

⁶Für eine allgemeine Einführung siehe z.B. Mas-Colell et al. (1995), Kap. 23.

aller anderen Abteilungen abhängig, wie dies beim *profit sharing* der Fall ist, sondern von deren Gewinnmeldungen (d.s. die Berichte). Das führt zu einem Gleichgewicht in dominanten Strategien. Wird zusätzlich noch ein *moral hazard*-Problem unterstellt, bei dem die Agenten *arbeitsavers* sind, zeigen Cohen und Loeb (1984), dass der Grovesmechanismus seine Eigenschaft beibehält,⁷ das *profit sharing*-Gleichgewicht aber zusammenbrechen kann.

Aufgrund dieser theoretischen Vorzüge ist es verwunderlich, dass der Groves-Mechanismus in der unternehmerischen Praxis nicht angewendet wird.⁸ Erklärt wird dieser Umstand durch den theoretischen Mangel, der beim Groves-Mechanismus Absprachen zwischen den Bereichsleitern zum eigenen Vorteil und zum Nachteil der Zentrale ermöglicht. Zwar argumentieren Budde et al. (1998), dass im Einperiodenmodell eine Kollusionsstrategie kein Gleichgewicht erzeugt, weil die Bereichsleiter ihre Absprachen nicht verbindlich durchsetzen können, allerdings zeigen Kunz und Pfeiffer (1999) und Krapp (1999), dass bei Berücksichtigung dynamischer Interaktionen ein Kollusionsgleichgewicht zustande kommt, wenn die Dauer der Beschäftigung der Bereichsleiter im Unternehmen ungewiss ist, oder wenn der Bereichsleiter bemüht ist, eine Reputation als kooperativer Spieler aufzubauen. Dieses Ergebnis bestätigen Arnold und Ponick (2006) in ihren empirischen Untersuchungen.

Bei der Diskussion zur Kollusionsproblematik muss beachtet werden, dass es für das *profit sharing* dieses Problem bei einem reinen *hidden information*-Problem nicht gibt, da der realisierte Gesamtgewinn als Bemessungsgrundlage herangezogen wird, und dieser nur bei optimaler Allokation der Ressourcen maximal wird. Als Lösung bieten sich zwei Ansätze: Zunächst soll gezeigt werden, dass es Gewinnfunktionen gibt, die den theoretischen Nachteil des *profit sharings* dadurch wettmachen, dass nur ein Gleichgewicht implementiert wird, während der Groves-Mechanismus für die selben Funktionen mehrer dominante Gleichgewichte erzeugt. In diesen Fällen sollte *profit sharing* als Budgetierungsmechanismus gewählt werden, und die Frage nach Kollusion stellt sich nicht mehr.

⁷Auch wenn die Informationsasymmetrie vor Vertragsabschluss bereits vorliegt, implementiert der Grovesmechanismus die *first best*-Allokation.

⁸So weisen z.B. Arnold und Ponick (2006) darauf hin, dass ihnen "(...) kein Fall bekannt [ist], bei dem der Groves-Mechanismus als Entlohnungssystem in einem Unternehmen tatsächlich umgesetzt wurde."

Obwohl es Funktionen mit diesen Eigenschaften gibt, ist die Klasse jedoch recht beschränkt. Daher soll im zweiten Ansatz gezeigt werden, dass der ursprüngliche Groves-Mechanismus derart angepasst werden kann, dass die Kollusionsmöglichkeiten für die Agenten verloren gehen, der Mechanismus aber optimale Allokationen nach wie vor implementiert. Während bei dem ersten Ansatz ein reines *hidden information*-Problem auf dem Modell von Groves und Loeb (1979) aufbauend betrachtet wird, soll der zweite Ansatz allgemeiner gestaltet werden und analog zu Cohen und Loeb (1984) und Hofmann und Pfeiffer (2003) auch ein *moral hazard* Element berücksichtigen.

2. Gliederung

Zur Bearbeitung und Lösung dieser Problematik wird wie folgt vorgegangen:

In Kapitel 2 wird das *mechanism design*-Problem beschrieben. Es wird zunächst das Konzept des Mechanismus allgemein eingeführt. Dabei werden die einzelnen Bestandteile eines Mechanismus und die Funktionsweise beleuchtet, sowie die allgemeinen Lösungskonzepte erarbeitet. Nach einem Überblick über verschiedene möglichen Variationen des Grundmodells wird jenes Modell vorgestellt, das im weiteren Verlauf der Arbeit als Basis für weitere Überlegungen herangezogen werden wird. Schliesslich werden jene zwei Mechanismen eingeführt, deren Kollusionseigenschaften untersucht werden sollen.

Kapitel 3 definiert zunächst Kollusion formal für das hier behandelte Modell: Wenn Bereichsleiter untereinander kommunizieren können, bevor sie der Zentrale ihre Produktivitäten berichten, können sie trotz Mechanismus ihren Informationsvorsprung zu Ungunsten der Zentralen einsetzen. Es wird aber Grundsätzlich unterschieden zwischen *profit sharing*, bei dem selbst Kollusion das Ergebnis der Bereichsleiter nicht verbessern kann, und dem Groves-Mechanismus, bei dem das sehr wohl möglich ist. Dennoch ist die strategische Situation der Bereichsleiter derart, dass sie nur dann möglicherweise kollusiv handeln, wenn sie sich in einem dynamischen Kontext wiederfinden.

Kapitel 4 wendet die Ergebnisse aus Kapitel 3 auf ein einfaches Modell mit *hidden information* an. Weil es sich dabei um ein reines Koordinationsproblem handelt, kann *profit sharing* eine optimale Lösung implementieren. Es

wird gezeigt, dass obwohl theoretisch aufgrund eines schwächeren Gleichgewichtskonzept dem Groves-Mechanismus unterlegen, *profit sharing* hier attraktiver ist, da es erstens kollusionsresistent ist, und zweiten weil selbst bei Mehrdeutigkeit der Gleichgewichte immer eine optimale Allokation erzielt wird. Im Abschluss wird ein Sonderfall vorgestellt, bei dem die Verhältnisse sogar umgekehrt werden: Das Gleichgewicht bei *profit sharing* ist eindeutig, während jenes beim Groves-Mechanismus seine Eindeutigkeit verliert.

Wie sich Bild ändert, wenn zusätzlich zu *hidden information* noch *moral hazard* angenommen wird, untersucht Kapitel 5. Bei *profit sharing* kann dadurch ein *free rider*-Problem entstehen. Da der Groves-Mechanismus dieses Manko nicht hat, scheint es vernünftig, auf der Suche nach einem kollusionsresistenten Mechanismus hier anzusetzen. Durch eine Anpassung des Mechanismus kann dieser unter bestimmten Modellannahmen tatsächlich die Eigenschaften erhalten, die erwünscht sind: Ein Gleichgewicht in dominanten Strategien sowie Kollusionsresistenz.

Kapitel 6 fasst die wesentlichen Ergebnisse zusammen und schliesst die Arbeit ab.

KAPITEL 2

Mechanism Design

Die Problematik, die das *mechanism design* in der Beziehung zwischen Prinzipal und Agenten zu lösen sucht, beinhaltet zwei wesentliche Bestandteile, die in jeder Variation des Problem identifiziert werden können. Ersten gibt es unterschiedliche Zielsetzungen zwischen Prinzipal und Agenten, die dazu führen, dass *a priori* die für die Agenten optimalen Strategien nicht den Nutzen des Prinzipals maximieren. Dabei muss die Beziehung zwischen dem Prinzipal und den Agenten derart sein, dass die Zielfunktion des Prinzipals von der Information oder dem Verhalten (oder von beiden) abhängt.

Zweitens kann die Information oder das Verhalten der Agenten vom Prinzipal nicht beobachtet werden. Die daraus entstehende Informationsasymmetrie kann von den Agenten zu deren eigenen Vorteil und zum Nachteil des Prinzipals ausgenutzt werden.

Zur Lösung des Problems bietet der Prinzipal einen Mechanismus an: Dieser bestimmt genau, wie der Prinzipal auf Meldungen oder Aktivitäten von Seiten der Agenten reagiert. Die Agenten haben dadurch die Möglichkeit, ihre Aktionen und Meldungen so zu wählen, dass diese ihren Nutzen maximieren. Aufgabe des *mechanism design* ist es, jenen Mechanismus zu finden, der den Nutzen des Prinzipals maximiert.

Gibt es nur einen Agenten, dann löst dieser für einen bestimmten Mechanismus ein Optimierungsproblem, um seine beste Antwort auf den Mechanismus zu finden. Gibt es mehrere Agenten, geraten diese in ein strategisches Dilemma, da die Reaktion des Prinzipals nicht nur von den Meldungen und Aktionen des jeweiligen Agenten abhängt, sondern von den Meldungen und Aktionen aller Agenten. Dadurch induziert der Mechanismus ein Spiel, bei dem die optimalen Meldungen und Aktionen ein Gleichgewicht erzeugen müssen. Dazu muss allerdings geklärt werden, welches spieltheoretische Gleichgewichtskonzept zur Anwendungen kommen soll.¹

¹Vgl. Laffont und Maskin (1982), S. 32.

Das Konzept des *mechanism design* stammt ursprünglich aus der Mikroökonomie. Eine wichtige Anwendung in der Betriebswirtschaft ist das Budgetierungsproblem, bei dem Ressourcen von der Zentrale optimal auf die Teilbereiche des Unternehmens aufgeteilt werden müssen, ohne dass die Zentrale bei den einzelnen Bereichen die tatsächliche Produktivität oder Arbeitsleistung aus dem Bereichsergebnis schliessen kann (Harris et al., 1982). Einen Überblick über die Entwicklung, die seitdem stattfand, sowie über andere Anwendungsgebiete in der Betriebswirtschaft, insbesondere bei der Transferpreisbestimmung, liefern Rajan und Reichelstein (2004).

Ein wichtiger Punkt dabei ist die genaue Eigenschaft der Informationsasymmetrie. In der klassischen Literatur zu *mechanism design* wird meist davon ausgegangen, dass die private Information, die üblicherweise für den Agenten i mit θ_i bezeichnet wird, tatsächlich so privat ist, dass weder die anderen Agenten noch der Prinzipal sie beobachten können. Dadurch wird ein Spiel mit unvollständiger Information induziert, und als Gleichgewichtskonzepte kommen ein Bayes'sches Nash- oder ein dominantes Gleichgewicht in Frage. Während Groves (1973) bzw. Groves und Loeb (1979) Mechanismen erforschen, die ein Gleichgewicht in dominanten Strategien erzeugen, gelingt es Mookherjee und Reichelstein (1992) Bedingungen herzuleiten, die notwendig sind, damit Allokationsregeln, die als Bayes'sche Nash-Gleichgewicht implementiert werden können, auch als dominantes Gleichgewicht implementiert werden können.

Allerdings gibt es Mechanismen, die in der Betriebswirtschaft sehr populär sind, die als Gleichgewichtskonzept ein Nash-Gleichgewicht implementieren, wie zum Beispiel *profit sharing*.² Ein Spiel, das ein Nash-Gleichgewicht erzeugt, erfordert aber vollständige Information zwischen den Agenten.³ Es wird also stillschweigend unterstellt, dass die Informationsasymmetrie nur mehr zwischen den Agenten und dem Prinzipal besteht, aber nicht mehr zwischen den Agenten untereinander.⁴ Laffont und Maskin (1982) beklagen, dass die Literatur, die Nash-Gleichgewichte als Lösungsansätze anwendet, nicht formal die Information modelliert, die die Agenten über den Typ der jeweils anderen haben.

²Vgl. z.B. Laux (2006) oder Ewert und Wagenhofer (2003).

³Zu den Gleichgewichtskonzepten in der Spieltheorie siehe z.B. Ritzberger (2002), Gibbons (1992) oder Fudenberg und Tirole (1991).

⁴Vgl. Loeb und Magat (1978) für ein solches Beispiel.

Dieses Kapitel ist wie folgt strukturiert: Zunächst wird ein Rahmenmodell vorgestellt, um das Konzept des *mechanism design* in seinen vielen Facetten einzuführen. Insbesondere werden die Auswirkungen auf die Anreizbedingungen untersucht, die sich aus der Wahl der unterschiedlichen Lösungskonzepte ergeben. Der zweite Abschnitt klassifiziert die bestehenden Modelle. Eine Vollständigkeit des Überblicks wird dabei nicht angestrebt, vielmehr soll dargelegt werden, in welche Richtung sich die Forschung entwickelt hat. Schliesslich wird jenes Standardmodell spezifiziert, das als Grundlage für die weiteren Analysen dient. Dabei werden jene Ergebnisse hergeleitet, die sich leicht aus der bestehenden Literatur übertragen lassen und in diesem Kontext von Bedeutung sind. Abschließend illustriert diese ein numerisches Beispiel.

1. Rahmenmodell

Ein sehr allgemeines Modell, das alle Variationen aus der vorliegenden Arbeit umfasst, stellen Laffont und Maskin (1982) vor, das in leicht abgeänderter Form an dieser Stelle wiedergegeben wird. Der Vorteil dieses Modells ist der Umstand, dass es ausreichend allgemein gehalten ist, um sowohl Situationen mit als auch ohne *moral hazard*, also Unsicherheiten bezüglich der Aktionen der Agenten, abbilden zu können. Mit der entsprechenden Definition der verfügbaren Information der einzelnen Agenten können auch Modelle untersucht werden, deren Lösungskonzepte Nash-Gleichgewichte beinhalten.

1.1. Mechanismus. Es wird von einem Prinzipal und n Agenten (mit $i = 1, \dots, n$ indiziert) ausgegangen. Jeder Agent verfügt über die private⁵ Information $\theta_i \in \Theta_i$. Ein Agent mit Information θ_i wird auch als Agent vom Typ θ_i bezeichnet. Die Verteilung $F(\theta)$ hingegen ist *common knowledge*. Jeder Agent meldet $m_i \in M_i$, der Prinzipal reagiert mit der Entscheidung (*decision*) $d \in D$. Die Agenten wählen nun ihre Aktion $a_i \in A_i$, die der Prinzipal nicht direkt beobachten kann. Allerdings kann er das aggregierte Ergebnis aus dem Typ, der Entscheidung und der Aktion, $y_i(a_i, \theta_i, d) \in Y_i$, beobachten. Schliesslich wählt der Prinzipal die Transferleistung (*transfer*) $t \in T$.

⁵An der Stelle soll noch offen gelassen werden, ob die Agenten nur ihren eigenen Typ kennen, oder auch den Typ der jeweils anderen Agenten, da davon abhängt, ob ein Bayes'sches oder Nash-Gleichgewicht zur Anwendung kommt. Insofern bezieht sich privat hier auf die Beziehung zwischen Agenten und Prinzipal, der die Typenausprägung auf gar keinen Fall kennt.

Der Prinzipal bestimmt den Melderaum M , eine Entscheidungsfunktion (*decision rule*) $\delta : M \rightarrow D$ sowie eine Transferfunktion (*transfer rule*) $\tau : M \times Y \rightarrow T$, mit $M = \prod_{i=1}^n M_i$ und $Y = \prod_{i=1}^n Y_i$. Beide Funktionen zusammen ergeben die Allokationsfunktion (*allocation rule*).⁶ Man beachte hier, dass die Transferfunktion nicht nur von der Meldung der Agenten abhängt, sondern auch von dem *ex post* beobachtbaren Ergebnis y . Dadurch können zum einen Mechanismen, die vom realisierten Gesamtergebnis abhängen, wie zum Beispiel *profit sharing* implementiert werden, zum anderen können auch *moral hazard* bzw. *false moral hazard*-Probleme behandelt werden. Damit kann ein Mechanismus wie folgt definiert werden:

DEFINITION 2.1. Ein Mechanismus ist ein Melderaum M und eine Allokationsfunktion (δ, τ) , mit $\delta : M \rightarrow D$ und $\tau : M \times Y \rightarrow T$.

Auf die Budgetierung- und Koordinationsproblematik angewandt, kann das Modell wie folgt interpretiert werden. Der Prinzipal ist eine Unternehmenszentrale, die eine knappe Ressource, in der Regel Kapital, an untergeordnete Unternehmensbereiche (Agenten) allozieren muss. Dabei verfügen diese über Informationen θ_i bezüglich der Produktivität ihre jeweiligen Bereiche. Die Zentrale fordert jeden der Bereiche auf, ein Budget zu erstellen (m_i), und teilt mittels der Entscheidungsfunktion δ die knappe Ressource auf diese auf. Die einzelnen Bereichsmanager wählen ihren Arbeitseinsatz a_i , und jeder Bereich generiert den Gewinn y_i , der vom Arbeitseinsatz des Bereichsmanager, von der Produktivität des Bereichs, und natürlich von dem allozierten Kapital abhängt. Schliesslich wird über die Transferfunktion die Entlohnung der Bereichsmanager bestimmt. Wurde zum Beispiel eine Entlohnung vereinbart, die aus einem Fixum β_i und einem variablen, vom Bereichsgewinn abhängigen Bonus $\alpha_i y_i$ mit $\alpha_i < 1$, dann beträgt die Entlohnung $\beta_i + \alpha_i y_i$. Wurde als Bemessungsgrundlage für den Bonus das *profit sharing*-Schema vereinbart, dann ist die Entlohnung $\beta_i + \alpha_i \sum_{k=1}^n y_k$.

Die Suche nach einem passenden Mechanismus für ein bestimmtes Problem kann der Prinzipal wesentlich vereinfachen, wenn er auf das Revelationsprinzip zurückgreift, das auf Myerson (1979b) zurückgeht, und im folgenden als Theorem in der Version von Laffont und Maskin (1982) eingeführt wird.

⁶Die Bezeichnungen *decision rule*, *transfer rule* und *allocation rule* sind dem Modell von Mookherjee und Reichelstein (1992) entlehnt und weisen bereits darauf hin, dass die hier untersuchten Mechanismen Budgetierungsmechanismen sind.

THEOREM 2.2. *Für jeden beliebigen Mechanismus (M, δ, τ) existiert ein äquivalenter wahrheitsinduzierender Mechanismus $(\Theta, \bar{\delta}, \bar{\tau})$.*

Äquivalent bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die gleichen Entscheidungen erreicht werden, unter Beibehaltung des Gleichgewichtskonzepts. Äquivalenz bedeutet allerdings nicht, dass die Eindeutigkeit einer Gleichgewichtslösung erhalten bleiben muss.

Das Theorem (auf den Beweis wird an dieser Stelle verzichtet) besagt, dass die Analyse auf direkte Mechanismen, also jene, für die der Melderaum dem Typenraum entspricht, reduziert werden kann, die gleichzeitig wahrheitsgemäßes Melden von θ_i für alle i als Gleichgewichtsstrategien implementieren. Das Theorem gilt unabhängig davon, ob ein dominantes, Bayes'sches oder Nash-Gleichgewicht implementiert wird. Im Folgenden sollen nur mehr direkte Revelationsmechanismen betrachtet werden.

1.2. Nutzenfunktionen. Der Nutzen der Agenten hängt vom eigenen Typ θ_i , von der Arbeitsleistung a_i , und vom Transfer t ab:

$$u_i : T \times A_i \times \Theta_i \rightarrow \mathbb{R}.$$

Das Verhalten des Agenten i hängt von dessen Typ θ_i ab, zunächst bei seiner Meldung, anschliessend bei der Bestimmung seines Arbeitseinsatzes, der allerdings ebenfalls von der Entscheidung d abhängt. Damit kann eine Strategie wie folgt definiert werden: $s_i(\theta_i) = (m_i(\theta_i), a_i(\theta_i, \cdot))$, mit $m_i(\theta_i) \in M_i$ und $a_i(\theta_i, d) \in A_i$ für alle d .⁷ Gibt es nur einen Agenten, wählt dieser die Strategie $s_i(\theta_i)$, die seine Nutzenfunktion $u_i(\cdot, \cdot, \theta_i)$ maximiert. Bei mehr als einen Agenten wird ein Spiel induziert, da der Nutzen eines einzelnen Agenten durch d und t vom Verhalten aller anderen Agenten abhängt. Die Lösungskonzepte aus der Spieltheorie erfordern, dass die Agenten ein strategisches Gleichgewicht herstellen. Abhängig vom Lösungsansatz handelt es sich um ein Bayes'sches-, ein dominantes, oder, wenn allen Agenten $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)$ als Information zur Verfügung steht, Nash-Gleichgewicht. Die unterschiedlichen Auswirkungen im Modell werden etwas später betrachtet.

Aus der Sicht des Prinzipals geht es darum, jene Funktionen δ und τ zu bestimmen, die, wenn die Agenten das erwünschte Gleichgewicht spielen,

⁷Ist die Informationsasymmetrie derart, dass die Agenten untereinander ihre Typen kennen, und daher ein Nash-Gleichgewicht in Frage kommt, dann ist das Verhalten der Agenten vom gesamten Typenvektor abhängig: $s_i(\theta) = (m_i(\theta), a_i(\theta, \cdot))$.

den Nutzen des Prinzipals u_0 maximieren. Es sei angenommen, dass dessen Nutzen vom Ergebnisvektor y und vom Transfer t abhängt:

$$u_0 : T \times Y \rightarrow \mathbb{R}.$$

Über den Ergebnisvektor hängt der Nutzen des Prinzipals indirekt von den Arbeitsleistungen a der Agenten, sowie von deren Typ ab. Der Prinzipal hat in diesem umfangreichen Modell ein zweifaches Problem: Zum einen soll die Allokation durch die Funktion δ eine optimale Nutzung der knappen Mittel ermöglichen, zum anderen muss für jeden Agenten der Anreiz geschaffen werden, eine optimale Arbeitsleistung zu erbringen.

1.3. Informationsasymmetrie und Teilnahmebedingungen. Ein weiteres Problem für den Prinzipal ist der Umstand, dass ein Agent möglicherweise den vorgeschlagene Mechanismus ablehnt, weil er über Alternativen verfügt, die einen höheren Nutzen bringen. Ein wesentlicher Punkt dabei ist die Untersuchung, ob und zu welchem Zeitpunkt der Agent die Beziehung zum Prinzipal beenden kann.⁸ Sei $\bar{u}_i$ der Reservationsnutzen des Agenten i . Im einfachsten Fall binden sich die Agenten an den Prinzipal bevor sie ihren eigenen Typ erfahren ohne spätere Möglichkeit, aus dem Vertrag auszustiegen. Dann gilt als Teilnahmebedingung:

$$(1) \quad \int_{\theta} u_i(t(\theta, y), a_i(\theta_i, d(\theta)), \theta_i) dF(\theta) \geq \bar{u}_i.$$

Diese Eigenschaft wird *post-contract-Information* bezeichnet, weil bei Vertragsabschluss noch keine Informationsasymmetrie besteht. Es reicht in dem Fall, dass der Nutzen im Erwartungswert mindestens dem Reservationsnutzen entspricht. Daraus folgt, dass der tatsächliche Nutzen, *ex post* betrachtet, unter dem Reservationsnutzen sein kann.

Kann der Agent, nachdem er seinen Typ erfahren hat, aus dem Vertrag mit dem Prinzipal aussteigen, bzw. wird der Vertrag erst abgeschlossen, wenn dem Agenten bereits sein Typ bekannt ist, dann gilt als Teilnahmebedingung:

$$(2) \quad \int_{\theta_{-i}} u_i(t(\theta, y), a_i(\theta_i, d(\theta)), \theta_i) dF(\theta_{-i}|\theta_i) \geq \bar{u}_i,$$

für alle θ_i , wobei θ_{-i} für den Typenvektor aller Agenten ausser i steht. Dabei wird der Erwartung über die Typen der anderen Agenten berechnet, für

⁸Vgl. dazu Mas-Colell et al. (1995) S. 893.

den gegebenen eigenen Typ. Diese Eigenschaft wird *pre contract*-Information bezeichnet.

Schliesslich bleibt noch der Fall, bei dem die Teilnahmebedingung *ex post* erfüllt sein muss, da die Agenten entweder nach der Typenmeldung noch die Möglichkeit haben, aus dem Vertrag auszusteigen, oder weil es sich um ein Spiel mit vollständiger und *pre-contract*-Information handelt, bei dem die Agenten über die Typen der jeweils anderen Bescheid wissen:

$$(3) \quad u_i(t(\theta, y), a_i(\theta_i, d(\theta)), \theta_i) \geq \bar{u}_i,$$

für alle θ . Diese Situation wird auch *limited liability* bezeichnet, da der Agent keinen Vertrag akzeptiert, bei dem er nicht in jedem Fall mindestens seinen Reservationsnutzen erhält.

Für die vorliegende Arbeit soll, sofern nicht genauer spezifiziert, die *post-contract*-Information Situation gelten.

1.4. Gleichgewichtskonzepte. Da von mehreren Agenten ausgegangen wird, reicht es nicht aus, dass diese ihre Nutzenfunktion $u_i(\cdot, \cdot, \theta_i)$ für einen gegebenen Mechanismus maximieren: Sie müssen die Handlungen der anderen Agenten, die wiederum von deren Typ abhängen, berücksichtigen. Zunächst sei von einer Situation unvollständiger Information ausgegangen, bei der die einzelnen Agenten nur ihren eigenen Typ kennen. Bezüglich der unbekannten Typen der jeweils anderen Agenten bestehen homogene Erwartungen. Das wohl ansprechendste Gleichgewichtskonzept ist jenes, das ein Gleichgewicht in dominanten Strategien erzeugt. Seine wesentliche Eigenschaft besteht in seiner Robustheit, die dadurch zustande kommt, dass für das Verhalten eines Agenten das Verhalten der jeweils anderen Agenten keine Bedeutung hat. Formal bedeutet das, dass für jeden Typenvektor θ_{-i} und Strategievektor $s_{-i}(\theta_{-i})$ der Typen und Strategien aller Agenten ausgenommen Agent i die gewinnmaximierende Strategie $s_i^*(\theta_i)$ unverändert bleibt. So ist $s_i^*(\theta_i)$ eine dominante Strategie, wenn es folgendes Problem für alle $s_{-i}(\theta_{-i})$ löst:

$$(4) \quad \max_{\bar{s}_i(\theta_i)} u_i(\bar{s}_i(\theta_i), s_{-i}(\theta_{-i})).$$

Dabei steht $u_i(\bar{s}_i(\theta_i), s_{-i}(\theta_{-i}))$ für den Nutzen des Agenten i wenn er vom Typ θ_i ist und Strategie $\bar{s}_i(\theta_i)$ gewählt hat, bzw. alle anderen Agenten vom Typ θ_{-i} Strategie $s_i(\theta_{-i})$ gewählt haben. Existiert ein Strategieprofil $s^* =$

$(s_1^*(\theta_1), \dots, s_n^*(\theta_n))$, das das Problem (4) für alle i löst, dann ist s^* ein Gleichgewicht in dominanten Strategien. Da nur direkte Revelationsmechanismen beachtet werden, muss im Gleichgewicht für die Strategie $s_i^*(\theta_i)$ folgende Eigenschaft erfüllt sein:

$$(m_i(\theta_i), a_i(\theta_i, d(m))) = (\theta_i, a_i(\theta_i, d(\theta))).$$

Damit soll nun die Anreizkompatibilität in dominanten Strategien definiert werden:

DEFINITION 2.3. Eine Allokationsfunktion (δ, τ) ist anreizkompatibel in dominanten Strategien (*dominant strategy incentive compatible DSIC*) wenn:

$$(5) \quad \begin{aligned} &u_i(\theta_i, a_i(\theta_i, d(\theta_i, m_{-i}(\theta_{-i}))), s_{-i}(\theta_{-i})) \\ &\quad - u_i((\hat{\theta}_i, a_i(\theta_i, d(\hat{\theta}_i, m_{-i}(\theta_{-i}))), s_{-i}(\theta_{-i})) \geq 0, \end{aligned}$$

für alle $s_{-i}(\theta_{-i})$, $\hat{\theta}_i$, θ_i und i .

Ein wesentlicher Vorteil der Implementierung eines Mechanismus in dominanten Strategien beruht darin, dass der Prinzipal keine Überlegungen treffen muss, wie die unterschiedlichen Agenten die fehlende Information bezüglich der Typen der jeweils anderen Agenten in ihr Entscheidungskalkül einfließen lassen, da selbst bei vollständiger Information die Agenten von ihren Strategien nicht abweichen würden und das Gleichgewicht somit stabil bliebe. Es kann aber mehrere Gleichgewichte geben, wenn die Strategien nur schwach dominant sind. Dadurch ist das erwünschte wahrheitsinduzierende Gleichgewicht nur mehr eines von vielen und das Lösungskonzept verliert viel an Attraktivität: Es kann nicht mehr ohne weiteres unterstellt werden, dass die Agenten das erwünschte Gleichgewicht spielen werden.

Der zweite spieltheoretische Ansatz zur Auflösung der unvollständigen Information im vom Mechanismus induzierten Spiel ist das Bayes'sche Gleichgewicht. Dabei bilden die Agenten Erwartungswerte über den Typ der jeweils anderen Agenten. Dazu wird vorausgesetzt, die Verteilung von θ sei *common knowledge*, eine durchaus starke Annahme, die in der betriebswirtschaftlichen Praxis in dieser Strenge wahrscheinlich nicht allzu häufig anzutreffen sein wird.

Sei $F(\theta)$ die Verteilung der Typen und $F(\theta_{-i}|\theta_i)$ die bedingte Verteilung für θ_{-i} wenn Agent i seinen Typ θ_i beobachtet. Ein Strategieprofil $s^* =$

$(s_1^*(\theta_1), \dots, s_n^*(\theta_n))$ ist ein Bayes'sches Gleichgewicht, wenn $s_i^*(\theta_i)$ das Problem:

$$\max_{\bar{s}_i(\theta_i)} \int_{\theta_{-i}} u_i(\bar{s}_i(\theta_i), s_{-i}^*(\theta_{-i})) dF(\theta_{-i}|\theta_i).$$

für alle θ_i und i löst. Aufgrund des Revelationsprinzip gilt für $s_{-i}^*(\theta_{-i})$ im Gleichgewicht $m_{-i}(\theta_{-i}) = \theta_{-i}$, da wahrheitsgemäßes Berichten eine Gleichgewichtsstrategie sein muss. Nun soll die Bayes'sche Anreizkompatibilität definiert werden:

DEFINITION 2.4. Eine Allokationsfunktion (δ, τ) ist Bayes-anreizkompatibel (*Bayesian incentive compatible BIC*) wenn:

$$(6) \quad \int_{\theta_{-i}} u_i(\theta_i, a_i(\theta_i, d(\theta_i, \theta_{-i})), s_{-i}(\theta_{-i})) dF(\theta_{-i}|\theta_i) \\ - \int_{\theta_{-i}} u_i((\hat{\theta}_i, a_i(\theta_i, d(\hat{\theta}_i, \theta_{-i})), s_{-i}(\theta_{-i})) dF(\theta_{-i}|\theta_i) \geq 0,$$

wo $s_{-i}(\theta_{-i})$ jener Strategievektor ist, bei dem die Agenten $-i$ wahrheitsgemäß berichten, für alle $\hat{\theta}_i, \theta_i$ und i .

Die beiden Definitionen 2.3 und 2.4 legen die Annahme nahe, dass es einen engen Zusammenhang zwischen Allokationsfunktionen gibt, die die *DSIC* bzw. *BIC*-Eigenschaften erfüllen. Tatsächlich bestimmen Mookherjee und Reichelstein (1992) eine Klasse von *BIC*-Allokationsfunktionen, für die äquivalente *DSIC*-Allokationsfunktionen existieren, allerdings nur in einem spezifischeren Model, in dem die Agenten keinen Arbeitseinsatz a_i leisten und die Transferfunktion nur Meldeabhängig ist, also die Eigenschaft $\tau : \Theta \rightarrow \mathbb{R}^n$ erfüllt.

Vollständige Information schliesslich bedeutet für die Agenten, dass die Unsicherheit über den Typ der jeweils anderen Agenten wegfällt. Diese Informationssymmetrie gilt natürlich nur zwischen den Agenten. Es wird nach wie vor unterstellt, dass dem Prinzipal diese Information nie zur Verfügung steht. Die zur Anwendung kommenden Gleichgewichtskonzepte müssen daher nur mehr das strategische Problem bezüglich der Unsicherheit der Handlung der jeweils anderen Agenten lösen. Gleichzeitig muss in der Modellierung die Information, die jeder Agent nun über die anderen verfügt, berücksichtigt werden: Jeder Agent wird *ex ante*, also bevor er seinen eigenen Typ und jenen der anderen Agenten erfährt, seine Strategie so festlegen, dass er für jede mögliche Typenausprägung aller Agenten seine Meldung

und seine Aktion bestimmt. Damit ist korrekter Weise seine Strategiefunktion $s_i(\cdot)$ nicht mehr nur von seinem Typ θ_i abhängig, sondern vom gesamten Typenvektor θ . Da im Modell θ_i die Information beinhaltet, über die Agent i verfügt schlagen Laffont und Maskin (1982) vor, θ_i so zu definieren, dass es sowohl die Information über den eigenen Typ θ_i^i als auch die Information des Agenten i über die Typen der anderen Agenten, θ_i^{-i} , sodass die Information folgendermaßen dargestellt werden kann:

$$\theta_i = (\theta_i^i, \theta_i^{-i}).$$

Bei vollständiger Information gilt dann $\theta_i^k = \theta_j^k$ für alle i, j und k , bzw. $\theta_i = \theta$ für alle i . Bei unvollständiger Information beschränkt sich die Information, die in θ_i^{-i} enthalten ist, auf die bedingte Verteilung der Typen der anderen Agenten (bisher galt $\theta_i = \theta_i^i$). Dadurch ist die vollständige Information nur ein Sonderfall einer allgemeineren Situation mit unvollständiger Information.

Ein Gleichgewicht in dominanten Strategien kann auch bei vollständiger Information implementiert werden. Ein Strategieprofil $s^* = (s_1^*(\theta), \dots, s^*(\theta))$ ist ein Gleichgewicht in dominanten Strategien, wenn $s_i^*(\theta)$ folgendes Problem für alle $s_{-i}(\theta)$ und alle i löst:

$$\max_{\bar{s}_i(\theta)} u_i(\bar{s}_i(\theta), s_{-i}(\theta)).$$

Da bei Dominanz die Strategie eines einzelnen Agenten von der Typenprägung und Strategie der jeweils anderen Agenten nicht abhängt, spielt der Umstand, dass die Typen jetzt allen bekannt sind, keine Rolle.

Existiert kein Gleichgewicht in dominanten Strategien, kann möglicherweise als Lösungsansatz bei vollständiger Information ein Nash-Gleichgewicht implementiert werden.⁹ Der Agent i beobachtet den Typenvektor θ . Für jede mögliche Strategie der anderen Agenten $s_{-i}(\theta)$ wählt er seine eigene Strategie $s_i(\theta)$ so, dass sein Nutzen maximal ist. Ein Strategieprofil $s^* = (s_1^*(\theta), \dots, s^*(\theta))$ ist ein Nash-Gleichgewicht, wenn $s_i^*(\theta)$ folgendes Problem für alle i löst:

$$\max_{\bar{s}_i(\theta)} u_i(\bar{s}_i(\theta), s_{-i}^*(\theta)).$$

⁹Die vorliegende Arbeit behandelt nur Gleichgewichte in reinen Strategien.

Aufgrund des Revelationsprinzip gilt für $s_{-i}^*(\theta)$ im Gleichgewicht $m_{-i}(\theta) = \theta_{-i}$. Die Nash-Anreizkompatibilität für eine Allokationsfunktion kann daher wie folgt definiert werden:

DEFINITION 2.5. Eine Allokationsfunktion (δ, τ) ist Nash-anreizkompatibel (*Nash incentive compatible NIC*) wenn:

$$(7) \quad u_i(\theta_i, a_i(\theta_i, d(\theta_i, \theta_{-i})), s_{-i}(\theta)) - u_i((\hat{\theta}_i, a_i(\theta_i, d(\hat{\theta}_i, \theta_{-i})), s_{-i}(\theta)) \geq 0,$$

wo $s_{-i}(\theta)$ jener Strategievektor ist, bei dem die Agenten $-i$ wahrheitsgemäß berichten, für alle $\hat{\theta}_i, \theta_i$ und i .

Wenn ein Nash-Gleichgewicht in einem Spiel existiert, ist die Annahme, dass dieses gespielt wird, wenn alle Agenten rational handeln, intuitiv nachvollziehbar. Es ist aber keine unmittelbare Voraussage mehr möglich, wenn das Gleichgewicht nicht mehr eindeutig ist: Die Annahme, dass das "richtige" gewählt wird, weil die Agenten aus den möglichen Gleichgewichten jenes wählen, wo sie nicht falsch berichten müssen, oder weil es risiko- oder *pay off*-dominant ist, ist problematisch und daher nicht immer zufrieden stellend.

1.5. Lösungsansatz. Bei der Bestimmung des optimalen Mechanismus muss der Prinzipal (δ, τ) so bestimmen, dass die Agenten im Gleichgewicht wahrheitsgemäß berichten, bei geringstmöglichen Anreiz t . Gleichzeitig aber muss die optimale Aktion a_i für jeden Agenten bestimmt und, ebenfalls über t , induziert werden. Dabei müssen zunächst jene Punkte abgeklärt werden, die weiter oben untersucht wurden: Der Zeitpunkt des Aufkommens der Informationsasymmetrie, bzw. die Frage, ob die Agenten aus dem Vertrag aussteigen können, wenn sie ihren Typ beobachten. Ausserdem muss geklärt werden, ob es sich um ein Spiel mit vollständiger oder unvollständiger Information handelt, da dies für die möglichen infragekommenen Gleichgewichtskonzepte bedeutsam ist. Schliesslich muss der Prinzipal entscheiden, welches konkrete Gleichgewicht er mittels des Mechanismus implementieren möchte.

Als Referenzfall wird für jedes Problem in der Regel der so-geannte *first best*-Fall, oder auch *full information*-Fall, berechnet. Dabei wird hypothetisch unterstellt, dass die Agenten im Sinne des Prinzipals handeln, also wahrheitsgemäß berichten und die für den Prinzipal optimale Aktion wählen,

ohne dass dafür ein Anreiz gesetzt werden müsste.¹⁰ Bezüglich des Zeitpunkts des Informationszugangs soll *post contract*-Information angenommen werden,¹¹ wobei die Verteilung $F(\theta)$ der Typen *common knowledge* ist, und auch dem Prinzipal zugänglich ist. Da die Agenten auf jeden Fall im Sinn des Prinzipals handeln, müssen (δ, τ) nicht anreizkompatibel (also weder die *DSIC*- noch *BIC*- noch *NIC*-Eigenschaft erfüllen). Im *first best* löst der Mechanismus das Problem:

$$(8) \quad \max_{d(\cdot), t(\cdot), a(\cdot)} \int_{\theta} u_0(t, y) dF(\theta),$$

unter den Nebenbedingungen (1) für alle i . Die *first best*-Lösungen sein mit $d^{fb}(\cdot)$, $t^{fb}(\cdot)$ und $a^{fb}(\cdot)$, und der entsprechende Mechanismus mit (δ^{fb}, τ^{fb}) bezeichnet.

Wird von der idealisierter Annahme selbstloser Agenten abstrahiert, müssen zusätzlich Anreiznebenbedingungen berücksichtigt werden. Diese Lösungen werden *second best*¹² bezeichnet. Soll ein Gleichgewicht in dominanten Strategien implementiert werden, muss (δ, τ) *DSIC* sein. Daher verändert sich das Problem des Prinzipal zu (8) unter den Nebenbedingungen (1) für alle i und (5) für alle für alle $s_{-i}(\theta_{-i})$, $\hat{\theta}_i$, θ_i und i .

Kann ein Gleichgewicht in dominanten Strategien nicht implementiert werden, muss untersucht werden, ob die Agenten die Typen der jeweils anderen Agenten kennen oder nicht. Ist dies nicht der Fall, soll ein Bayes'sches Gleichgewicht implementiert werden. Es muss also (δ, τ) *BIC* sein. Der Prinzipal löst das Problem (8) unter den Nebenbedingungen (1) für alle i und (6), wo $s_{-i}(\theta_{-i})$ jener Strategievektor ist, bei dem die Agenten $-i$ wahrheitsgemäß berichten, für alle $\hat{\theta}_i$, θ_i und für alle i .

Besteht unter den Agenten Informationssymmetrie, dann kommt nur noch ein Nash-Implementierung in Frage. Dazu muss (δ, τ) *NIC* sein. Der Prinzipal löst das Problem (8) unter den Nebenbedingungen (1) für alle i und (7), wo $s_{-i}(\theta)$ jener Strategievektor ist, bei dem die Agenten $-i$ wahrheitsgemäß berichten, für alle $\hat{\theta}_i$, θ_i und i .

¹⁰Eine alternative Interpretation ist eine Situation, in der der Prinzipal Typen und Aktionen direkt beobachten kann. Diese Interpretation ist allerdings problematisch insofern, als dass ein Mechanismus, bei dem Agenten ihren Typ melden, dann nicht erforderlich ist!

¹¹Diese Situation ist in der vorliegenden Arbeit die Standardannahme.

¹²Die Bezeichnung *second best* kommt vom Umstand, dass bei Berücksichtigung der Anreizproblematik das *first best*-Ergebnis nicht mehr erreicht werden kann, da den Agenten Informationsrente gezahlt werden muss und dadurch das Ergebnis des Prinzipals sich verschlechtert.

Einen Sonderfall stellen Lösungen dar, die Zielkongruenz (*goal congruence*) erzielen sollen. Mechanismen, die Zielkongruenz verfolgen, implementieren die *first best*-Entscheidung $d^{fb}(\cdot)$ und -Aktion $a^{fb}(\cdot)$, lassen aber den Transfer im Kalkül unberücksichtigt. Dahinter steckt die Überlegung, die Anreize so zu gestalten, dass $d^{fb}(\cdot)$ und $a^{fb}(\cdot)$ den Nutzen der Agenten maximiert. Der Transfer $t_i(\cdot)$ ist, im Unterschied, zur *second best*-Lösung, keine Entscheidungsvariable im Optimierungsproblem des Prinzipals, sondern stellt nur sicher, dass die Anreizverträglichkeit gewährleistet ist. Diese Eigenschaft ist in der folgenden Definition wiedergegeben:

DEFINITION 2.6. Ein Mechanismus (δ, τ) ist zielkongruent (*goal congruent*) wenn er die *DSIC*-, *BIC*- oder *NIC*-Eigenschaft erfüllt, und die induzierte Entscheidung und Aktion der *first best*-Entscheidung und -Aktion entsprechen, also $d(\cdot) = d^{fb}(\cdot)$ und $a(\cdot) = a^{fb}(\cdot)$.

In gewisser Weise ist Zielkongruenz nur die halbe Lösung, da sie zwar eine optimale Ressourcenverteilung erreicht, allerdings die Effizienz des notwendigen Anreizes nicht untersucht.

2. Überblick und Klassifizierung der Mechanismen

Das Rahmenmodell ist sehr allgemein gehalten. Um spezifische Lösungen der Budgetierungsproblematik zu berechnen muss das Modell konkretisiert werden. In diesem Abschnitt sollen die wichtigsten Modelle in Klassen unterteilt werden, um einen Überblick über die Lösungsansätze, die für das Budgetierungsproblem angewandt wurden, zu bekommen. Dazu sollen die wesentlichen Klassifizierungsmerkmale herausgestrichen und untersucht werden.¹³

2.1. Allokations-, Anreiz- und Koordinationsmechanismen. Die erste Unterscheidung betrifft die Natur des Problems. Wird ein reines Koordinationsproblem betrachtet, soll eine Ressource oder ein Gut optimal unter den Agenten aufgeteilt werden. Die Optimalität leitet sich dabei ausschliesslich vom Typ der Agenten ab, der als "Präferenz" in der Mikroökonomie (z.B. als privat bemessener Wert eines Gutes bei einer Auktion), oder als "Produktivität" oder "Kostenstruktur" in der Betriebswirtschaftslehre üblicherweise interpretiert wird. Handelt es sich um ein unteilbares Gut,

¹³Einen umfassenden Überblick über die Modelle der Entscheidungstheorie liefert Laux (1998), Kapitel II.

ist klar, dass das Ziel des Mechanismus die Zuweisung an den Agenten mit der höchsten privaten Bewertung oder Produktivität bzw. niedrigsten Kostenstruktur sein muss. Bei einem teilbaren Gut, d.i. in der Regel Kapital bei Budgetierungsproblemen, ist eine Allokation dann optimal, wenn die Grenzproduktivitäten aller Agenten gleich ist. Voraussetzung für dieses Modell ist natürlich eine Mehrzahl von Agenten.

Im Gegensatz dazu kann ein Allokationsproblem auch dann entstehen, wenn es nur einen Agenten gibt. Das Problem dabei ist, dass aufgrund der Informationsasymmetrie der Agent durch eine verzerrte Meldung seiner Produktivität eine höhere Ressourcenzuweisung, als aufgrund seiner Produktivität optimal wäre, durch den Prinzipal erzwungen. In der Literatur haben sich für dieses Problem die Bezeichnungen *adverse selection* und *hidden information* durchgesetzt.

Schliesslich kann ein Mechanismus auch dazu dienen, einen Anreiz für eine optimale Arbeitsleistung der Agenten zu setzen. Es wird dabei standardmäßig davon ausgegangen, dass die Agenten arbeitsavers sind. Wenn der Prinzipal keine Möglichkeit hat, die Arbeitsleistung der Agenten direkt zu beobachten, entsteht somit ein Anreiz, weniger Einsatz zu leisten, als optimal wäre oder versprochen wurde. Dieses Problem entsteht im vorgestellten Rahmenmodell dadurch, dass der Prinzipal nur das Ergebnis y , nicht aber a_i oder θ_i beobachten kann und aus dem Ergebnis nicht schliessen kann, welcher Anteil auf die Aktion zurückzuführen ist. Eine andere Möglichkeit, das Problem zu modellieren, besteht darin, das Ergebnis y_i stochastisch vom der Aktion a_i abhängig zu machen. Ein besseres Ergebnis deutet tendenziell auf ein größeres a_i hin, der Schluss ist aber nicht eindeutig. Der Vorteil dieses Ansatzes ist es, dass Probleme auch ohne Typenraum analysiert werden können. In der Literatur werden diese Probleme *moral hazard* oder *hidden action* bezeichnet und spielen in der vorliegenden Arbeit keine wesentliche Rolle. Der Schwerpunkt liegt bei Problemen, die Typ und Aktion kombinieren, ohne dass y_i stochastisch von a_i abhängt. Diese werden von Laffont und Martimort (2002) auch *false moral hazard* bezeichnet.

2.2. Eigenschaften der Nutzenfunktionen. Ein weiteres wesentliches Klassifizierungsmerkmal betrifft die Nutzenfunktionen sowohl des Prinzipals als auch der Agenten. In der Regel wird von einem risikoneutralen Prinzipal ausgegangen. Diese Annahme wird bei der Anwendung in der Betriebswirtschaftslehre durch die Argumentation gestützt, dass der Prinzipal

als Unternehmen bzw. Kapitalgeber über ein ausreichend gestreutes Portfolio verfügt, um das Risiko zu diversifizieren. Der Agent als Bereichsleiter hingegen ist, nachdem er den Vertrag mit dem Prinzipal angenommen hat, viel stärker von der Beziehung abhängig, da er nicht die Möglichkeit hat, mehrere Verträge gleichzeitig abzuschliessen.

Werden risikoneutrale Agenten angenommen, kann der Effekt der Informationsasymmetrie alleine analysiert werden: Insbesondere wird untersucht, ob *first best*-Entscheidungen erreicht werden können, beziehungsweise ob den Agenten Informationsprämien zugestanden werden müssen. Dazu werden lineare, oder additiv in Arbeitsleid und Entlohnung separierbare und im Transfer t_i lineare, Nutzenfunktionen angenommen. Die Typenabhängigkeit wird dabei insofern gewährleistet, als dass, wie im Rahmenmodell beschrieben, der Transfer t_i von y abhängt:

$$u_i(\cdot) = t_i(m, y(a, \theta, d)) - v_i(a_i).$$

Die Aktionsvektor a und die Arbeitsleidfunktion $v_i(a_i)$ kommen natürlich nur bei einem gleichzeitigen *moral hazard*-Problem zur Anwendung. Bei *capital budgeting*-Problemen kann so die Entlohnung der Bereichsmanager als Funktion der Bereichserlöse definiert werden. Allerdings wird nur bei *profit sharing* die Entlohnung von y , und nicht nur y_i , abhängig gemacht.¹⁴ Die Mehrheit der Modelle reduziert die Abhängigkeit auf y_i , so dass die Nutzenfunktion wie folgt definiert ist:

$$u_i(\cdot) = t_i(m, y_i(a_i, \theta_i, d)) - v_i(a_i).$$

Diese Form des Transfers findet sich in unter anderen bei Groves und Loeb (1979), Bamberg und Locarek (1992) oder auch Hofmann und Pfeiffer (2003). Es bleibt darauf hinzuweisen, dass die Struktur der Transferzahlung nicht vorgegeben sein muss, und daher der Umstand, dass t_i von y_i abhängt, nicht *a priori* vom Prinzipal so vorgegeben wird, sondern sich aus der Lösung ergeben kann.

Allerdings gibt es auch Modelle, in denen der Transfer nur von der Meldung m abhängt, da dadurch das *mechanism design*-Problem vereinfacht wird. Die Typenabhängigkeit der Nutzenfunktion muss daher anders gewährleistet werden. Dazu gibt es mehrere Möglichkeiten. Es können Kosten modelliert

¹⁴Vgl. z.B. Cohen und Loeb (1984).

werden, deren wahre Ausprägung nur die Agenten kennen. Dabei wird darauf verzichtet, t_i auf das Ergebnis zu konditionieren. Dann erhält die Nutzenfunktion die Form:

$$u_i(\cdot) = t_i(m) - c_i(m, \theta_i) - v_i(a_i),$$

mit der Funktion c_i als (in der Regel) konkave Kostenfunktion. Beispiele dafür liefern unter anderen Harris et al. (1982), Mookherjee und Reichelstein (1992), Pfaff und Leuz (1995) oder Rajan und Reichelstein (2004). Diese Modellierung wird häufig benutzt, um die Transferpreisproblematik zu beleuchten. Die zweite Möglichkeit besteht darin, das Bereichsergebnis dem Agenten direkt zuzurechnen:

$$u_i(\cdot) = y_i(a_i, \theta_i, d) + t_i(m) - v_i(a_i).$$

Dieser Ansatz kommt aus der Mikroökonomie und beruht auf der Annahme, der Agent sei der *residual claimant* seines Bereichs und leiste die Zahlung $-t_i$ für die Zuweisung d .¹⁵ Laffont und Maskin (1982) wenden dieses Modell für ihre Analyse an.

Während bei Modellen mit einem einzelnen Agenten Risikoaversion fast standardmäßig angenommen wird, gestaltet sich das *mechanism design*-Problem mit einer Vielzahl an Agenten schnell unübersichtlich, daher gibt es dazu eine geringere Anzahl an Publikationen, wie zum Beispiel Pfaff und Leuz (1995) und Krapp (1999). Dabei muss zusätzlich zum Anreiz, seinen Typ unverzerrt zu melden und die effizienten Aktion zu setzten, die optimale Risikoteilung zwischen den Agenten und dem Prinzipal gefunden werden. Bei einer Konkretisierung der Nutzenfunktionen kommt dabei häufig das *LEN*-Modell zur Anwendung, dessen Hauptmerkmal konstante Risikoaversionsfaktoren sind. Diese Annahme kann in der Betriebswirtschaft leicht gestützt werden, da Manager nur einen Teil ihrer Entlohnung variabel vereinbaren, und sich in diesem Bereich die Risikoaversion nicht verändern muss. Die Nutzenfunktion eines risikoaversen Agenten unter dieser Annahme ist:

$$u_i(\cdot) = -e^{-\rho(t_i - v_i(a_i))}.$$

Dabei steht ρ für die konstante Risikoaversion. Damit zeigen Pfaff und Leuz (1995), dass bei Zugrundelegung risikoaverser Agenten viele Eigenschaften

¹⁵Vgl. Mas-Colell et al. (1995), S. 876.

der zwei meistuntersuchten Budgetierungsmechanismen, Groves-Schema und *profit sharing*, verloren gehen.

2.3. Stetige und diskrete Verteilung der Typen. Eine weitere Unterscheidung der Modelle, die für die vorliegende Arbeit von Bedeutung ist, betrifft die Modellierung des Typenraums. Während ein stetiger Typenraum eleganter wirkt und insgesamt ein robusteres Modell liefert, ist ein diskreter Typenraum leichter handzuhaben und zur Lösung spezifischer Probleme attraktiver. Aus der Tradition der Mikroökonomie kommend, ist der Typenraum in älteren Artikeln immer stetig.

Harris et al. (1982) haben in ihrem bahnbrechenden Artikel einen diskreten Typenraum eingeführt, und eine Vielzahl an Autoren sind, auf deren Modell aufbauend und in dessen Tradition, diesem Beispiel gefolgt. Einige davon sind Antle und Fellingham (1990), Arya und Glover (2001) und Hofmann und Pfeiffer (2003). Es werden aber immer wieder Modelle, die ursprünglich einen diskreten Typenraum beinhalteten auf stetige Typenverteilungen angepasst. Als Beispiel sei dafür Rajan und Reichelstein (2004) angeführt, die das bereits erwähnte Modell von Harris et al. (1982) entsprechend adaptiert haben.

2.4. Statische und dynamische Modelle. Eine Großzahl der Modelle ist statischer Natur. Jene Modelle, die dynamisch über mehrere Planungsperioden gehen, verfolgen zwei mögliche Ziele. Kunz und Pfeiffer (1999) zeigen, dass die Lösung eines Einperiodenmodells bei dynamischer Interaktion seine Gültigkeit verlieren kann.¹⁶ Die andere Zielsetzung beruht darin, Modelle effizienter zu gestalten, da bei Mehrperiodenmodellen den Agenten die Informationsprämie gekürzt werden kann, wie bei Antle und Fellingham (1990) und Arya und Glover (2001), oder weil dadurch kurzfristige von langfristigen Anreizen getrennt werden können, wie bei Dutta und Reichelstein (2002).

2.5. Zeitpunkt des Auftretens der Informationsasymmetrie. Die Informationsstruktur, die den unterschiedlichen Modellen zugrundeliegt, ist ein weiteres Unterscheidungsmerkmal, das bereits im Rahmenmodell angerissen wurde. Ein Mechanismus versucht, eine optimale Entscheidung der

¹⁶Das angesprochene Modell wird im Kapitel zur Kollusion ausführlich besprochen.

Ressourcen bei gleichzeitiger Minimierung der Informationsprämien zu erzielen. Im *first best*-Fall wird die optimale Entscheidung erzielt, und keine Informationsprämie ausbezahlt. In einem *second best*-Umfeld muss den Agenten über die Informationsprämie ein Anreiz gesetzt werden, ihre Typeninformation preiszugeben. Werden diese Prämien so hoch, dass es für den Prinzipal besser wird, von der optimalen Entscheidung abzuweichen als weiter die Prämien zu erhöhen, kommt der klassische *trade off* zwischen den Kosten der Inkaufnahme suboptimaler Entscheidungen und den Kosten für die Aufdeckung der privaten Information zum Vorschein. In der betriebswirtschaftlichen Forschung wird im Budgetierungsproblem die Informationsprämie gerne *slack* und suboptimale die Entscheidung *rationing* bezeichnet, beides Begriffe, die auf Antle und Eppen (1985) zurückgehen.

Die Höhe der Informationsprämie hängt dabei natürlich davon ab, wann die Agenten ihren Typ erfahren. Dabei gilt grundsätzlich, dass je früher die Agenten ihr entsprechendes θ_i erfahren, desto höher die Informationsprämie oder die Ineffizienz werden muss. Das ist daran ersichtlich, dass die Teilnahmebedingungen, die im Abschnitt 1.3 dargestellt wurden und vom Zeitpunkt des Aufkommens der Informationsasymmetrie sind, immer "strenger" werden, je früher die Agenten über θ Bescheid wissen: So erfüllen alle Mechanismen, die (3) erfüllen, auch (2); sowie alle Mechanismen, die (2) erfüllen, auch (1) erfüllen.

Einen Sonderfall stellen Mechanismen dar, die nur die optimale Entscheidung erzielen sollen. Diese verfolgen *goal congruence*, versuchen demnach die Ziele des Prinzipals und der Agenten gemeinsam auszurichten, um die *first best*-Allokation zu erreichen. Dazu zählen ältere Artikel zum Groves-Mechanismus, die zwar zeigen, dass dieser wahrheitsinduzierend ist und eine optimale Entscheidung erlaubt, ohne jedoch zu überprüfen, wie sich die daraus folgende Entlohnung auf den Nutzen des Prinzipals auswirkt. Beispiele dafür sind Groves (1973) und Groves und Loeb (1979) sowie Cohen und Loeb (1984). Tatsächlich spielt beim Groves-Mechanismus der Zeitpunkt des Zustandekommens der Informationsasymmetrie eine wichtige Rolle: Während bei *post contract*-Information und risikoneutralen Agenten keine Informationsprämie gezahlt werden muss, und daher *first best* erzielt wird, zeigen Hofmann und Pfeiffer (2003), dass bei *pre contract*-Information die Informationsprämie so hoch wird, dass ein *second best*-Mechanismus, der den *trade off* zwischen suboptimaler Allokation und Informationsprämie herstellt, ein besseres Ergebnis liefert.

2.6. Kommunikationsstruktur. Das letzte Charakterisierungsmerkmal, dass hier angesprochen werden soll und für das hier behandelte Problem von entscheidender Bedeutung ist, betrifft die Kommunikation der Agenten untereinander. Kommunikation zwischen einigen oder allen Agenten in diesem Zusammenhang hat das Ziel, den jeweiligen Nutzen der kolludierenden Agenten zu vergrößern, das auf Kosten nicht-kolludierender Agenten gehen kann, aber immer den Nutzen des Prinzipal verringert.¹⁷ In der Regel wird implizit davon ausgegangen, dass die Agenten keine Möglichkeit haben, miteinander zu kommunizieren, um ihre Strategien aufeinander abzustimmen, da die Lösungskonzepte der nicht-kooperativen Spieltheorie angewandt werden. Gerade im Bereich der Betriebswirtschaft ist diese Annahme nur schwer argumentativ zu stützen, da davon ausgegangen werden kann, dass Bereichsleiter in einem Unternehmen sich untereinander kennen und selbstverständlich auch kommunizieren müssen. Allerdings bedeutet eine mögliche Kommunikation nicht, dass sich die Agenten unbedingt kollusiv verhalten, da die bei Kollusion vereinbarten Seitenzahlungen zwischen den Agenten einen missbräuchlichen Charakter hätten, und schwer einklagbar wären, wodurch ein robustes Kollusionsgleichgewicht nur schwer zustande kommt, wie Budde et al. (1998) am Groves-Mechanismus zeigen.

Nichts desto weniger können zielkongruente Mechanismen leicht versagen, wenn Kommunikation zwischen den Agenten zugelassen wird (Bamberg und Trost, 1995 sowie Kunz und Pfeiffer, 1999). Die Relevanz dieser Ergebnisse wird durch die Studien von Arnold und Ponick (2006) experimentell gestützt. Daher ist die Überlegung, wie Mechanismen kollusionsresistent gestaltet werden können, in dem Sinn, dass sie selbst wenn Kommunikation in den Modellannahmen explizit zugelassen ist, optimale Ergebnisse liefern, eine zentrale Fragestellung im *mechanism design*-Problem.

3. Modellkonkretisierung

In diesem Abschnitt soll, vom Modellrahmen ausgehend, jene Modellvarianten eingeführt werden, die die Grundlage für die vorliegende Arbeit liefern. Einige Ergebnisse, die die weitere Arbeit stark vereinfachen, werden

¹⁷ Alle Agenten sind hier horizontal auf einer Ebene. Es gibt Modelle mit ausgeprägten hierarchischen Strukturen, bei denen auch vertikale Kollusion möglich ist, z.B. bei Laffont und Rochet (1997).

ebenfalls erarbeitet. Die Konkretisierung des Modells betrifft zunächst dessen Interpretation: Da von Budgetierungsmechanismen die Rede sein soll, handelt es sich beim Prinzipal im gegebenen Kontext um eine Unternehmenszentrale, die den ihr untergeordneten Unternehmensbereiche Kapital zur Verfügung stellt. Die Agenten spielen die Rolle der Bereichsmanager, die von der Zentrale zum einen mit Kapital ausgestattet werden (über die Entscheidung d), und zum anderen von dieser auch entlohnt werden (über t_i). Die Unternehmenszentrale ist risikoneutral, und ihre Nutzenfunktion entspricht ihrer Gewinnfunktion, d.h. die Summe der Bereichsergebnisse abzüglich der Entlohnungen:

$$u_0(\cdot) = \sum_{i=1}^n (y_i - t_i).$$

3.1. Kapitalallokation über die Entscheidung d . Die Entscheidung d wird als Ressourcenallokation interpretiert. Die Unternehmenszentrale verfügt über eine Ressource $X \in \mathbb{R}^+$, die auf die Bereiche aufgeteilt werden soll. Die Entscheidung d entspricht dem Allokationsvektor $(x_1, \dots, x_n)$ mit $x_i \in \mathbb{R}$ für alle i und $\sum_{i=1}^n x_i \leq X$, wobei x_i jenen Teil der Ressource bezeichnet, die dem Bereich i zugewiesen wird. Der Bereichserfolg eines Bereichs soll in Bezug auf die Entscheidung nur von der zugewiesenen Ressource abhängen:

$$y_i(a_i, \theta_i, d) = y_i(a_i, \theta_i, x_i).$$

Bezeichne $x_i(m)$ die Ressourcenzuweisung an Bereich i bei Meldevektor m . So kann der Prinzipal, statt über d , direkt über $x(m) = (x_1(m), \dots, x_n(m))$ optimieren, vorausgesetzt, er berücksichtigt die Einschränkung $d \in D$ explizit als zusätzliche Nebenbedingung:

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq X.$$

Diese Bedingung wird Engpassrestriktion (*feasibility constraint*) bezeichnet, da sie die Menge der Entscheidungen auf die tatsächlich möglichen einschränkt.

3.2. Risikoneutralität und *post contract-Information*. Eine zentrale Annahme in der Modellbildung stellt die Bestimmung der Risikoaversion der Agenten dar. Als Variante des Modells von Hofmann und Pfeiffer

(2003) soll von risikoneutralen Agenten ausgegangen werden, mit der Nutzenfunktion:

$$(9) \quad u_i(\cdot) = t_i - v_i(a_i).$$

Allerdings wird von *post contract*-Information ausgegangen, d.h., dass die Agenten bei Vertragsabschluss ihren Typ nicht kennen, und nach Vertragsabschluss nicht aus dem Vertrag aussteigen können. Der Reservationsnutzen des Agenten i , $\bar{u}_i$, sei, ohne Beschränkung der Allgemeinheit, auf 0 normiert. Damit gilt als Teilnahmebedingung:

$$(10) \quad \int_{\theta} u_i(t(\theta, y), a_i(\theta_i, x_i(\theta)), \theta_i) dF(\theta) \geq 0,$$

für alle i . Diese zwei Eigenschaften ermöglichen es gemeinsam, die Untersuchung der Mechanismen auf jene zu beschränken, die einem Verpachtungsvertrag entsprechen. Formal gilt das folgende Theorem:

THEOREM 2.7. *Bei risikoneutralen Agenten und post contract-Information existiert für jede Allokationsfunktion (δ, τ) , die DSIC, BIC bzw. NIC ist und eine optimale Entscheidung d^{fb} im Sinne der goal congruence implementiert, eine Allokationsfunktion (δ, τ') derart, dass sie das vollständige Optimierungsproblem des Prinzipal löst, mit:*

$$t'_i = t_i - \int_{\theta} t_i + v_i(a_i) dF(\theta),$$

für alle i .

BEWEIS. Zunächst muss sichergestellt sein, dass die neue Allokationsfunktion (δ, τ') die DSIC-, BIC- bzw. NIC-Eigenschaft der ursprünglichen Funktion (δ, τ) erhalten bleibt. Da der Erwartungswert $-\int_{\theta} t_i + v_i(a_i) dF(\theta)$ eine Konstante ist, stellt t'_i eine affine Transformation von t_i dar. Da die Nutzenfunktionen der Agenten (9) linear in t_i ist, bleiben die Ungleichungen (5), (6) bzw. (7), die DSIC, BIC bzw. NIC charakterisieren erfüllt, wenn t_i durch t'_i ersetzt wird.

Im zweiten Schritt muss gezeigt werden, dass (δ, τ') den erwarteten Nutzen des Prinzipals,

$$\int_{\theta} \left(\sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n t'_i \right) dF(\theta),$$

tatsächlich optimiert. Die Entscheidungsfunktion liefert aufgrund der *goal congruence*-Annahme jenen Entscheidungsvektor d , der für jedes θ den Ausdruck $\sum_{i=1}^n y_i$ maximiert. Damit der erwartete Nutzen des Prinzipals maximal wird, muss $\int_{\theta} (\sum_{i=1}^n t'_i) dF(\theta)$ minimiert werden. Dies ist genau dann der Fall, wenn die Teilnahmebedingungen (10) für alle i binden. Der Transfer t'_i erfüllt diese Forderung, da dann

$$\begin{aligned} \int_{\theta} (t'_i - v_i(a_i)) dF(\theta) &= 0 \\ \int_{\theta} \left(t_i - \int_{\theta} t_i dF(\theta) + \int_{\theta} v_i(a_i) dF(\theta) - v_i(a_i) \right) dF(\theta) &= 0 \\ \int_{\theta} t_i dF(\theta) - \int_{\theta} t_i dF(\theta) + \int_{\theta} v_i(a_i) dF(\theta) - \int_{\theta} v_i(a_i) dF(\theta) &= 0 \end{aligned}$$

für die Teilnahmebedingung gilt. $\square$

Dieses Theorem ermöglicht es, zunächst Mechanismen zu suchen, die die *goal congruence*-Eigenschaft erfüllen, und erst in einem zweiten Schritt die Teilnahmebedingungen zu berücksichtigen. Daraus folgt auch, dass jeder Mechanismus, der *goal congruence* erreicht, mit sehr geringer Anpassung in einem *second best*-Modell ein *first best*-Ergebnis erzielt.

3.3. Modellierung der privaten Information bei *hidden information*.

Das Rahmenmodell ist allgemein gehalten, um sowohl *hidden information*-Probleme, als auch Probleme, die *hidden information* mit *moral hazard* kombinieren, darzustellen. Beide Modellklassen werden in der Analyse betrachtet werden, da sie unterschiedliche Lösungsansätze zur Kollusionsproblematik liefern. An dieser Stelle wird das reine *hidden information*-Problem charakterisiert.¹⁸

Fällt das Problem, das sich aus dem Arbeitsanreiz ergibt, weg, dann ist die Ergebnisfunktion y_i eines Unternehmensbereichs nurmehr von der Produktivitätstyp θ_i und der Allokationsentscheidung d abhängig, $y_i(\theta_i, d)$. Daraus ergibt sich folgendes Problem: Für die Bestimmung des optimalen Mechanismus, muss der Prinzipal die Funktionen y_i kennen, was auch standardmäßig angenommen wird. Ist aber y_i deterministisch ohne stochastische Komponente, kann der Prinzipal aus der *ex post*-Beobachtung der Realisierung von y_i den Typ θ_i schliessen, da ihm die Entscheidung d klarerweise

¹⁸Ein Modell, das *hidden information* mit *moral hazard* verbindet, wird in Kapitel 5 behandelt.

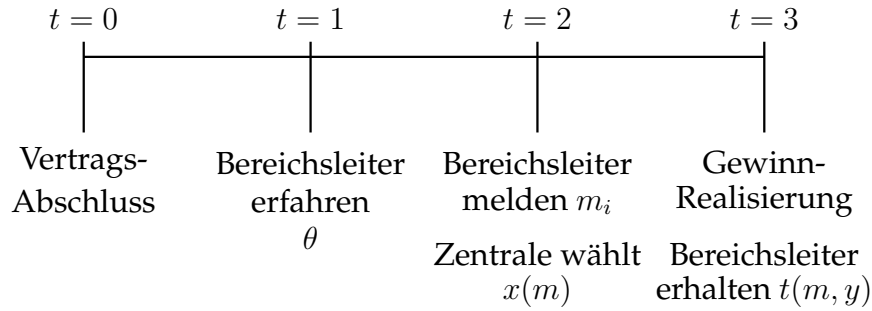


ABBILDUNG 2.1. Zeitstrahl für das Basismodell.

bekannt sein muss. Der Prinzipal kann daher feststellen, ob der Agent gelogen hat, und davon die Entlohnung abhängig machen: Zum Beispiel kann er eine Strafzahlung festlegen, die den Agenten aufgebürdet wird, wenn diese ihren jeweiligen Typ falsch berichtet haben. Dabei wird ein Mechanismus überflüssig, da der Prinzipal den direkten Weg zur Informationsrevelation gehen kann, indem er von jedem Agenten fordert: "Sag' mir die Wahrheit, oder Du wirst bestraft!"

Um diese Situation zu vermeiden, müsste sichergestellt werden, dass der Prinzipal aus y_i den Typ nicht schliessen kann. In der Literatur scheint es aber vielmehr keine Rolle zu spielen, dass der realisierte Bereichsgewinn von der Unternehmenszentrale beobachtet wird und in die Bemessungsgrundlage einfließt.¹⁹ Zentrale Annahme dabei muss die mangelnde Durchsetzbarkeit einer unmittelbaren Strafzahlung sein, wie sie weiter oben beschrieben wurde.²⁰

Schliesst man sich dieser Argumentation an, dann stellt der Ablauf des Mechanismus wie folgt dar. Die Bereichsleiter melden ihren Typ (Meldung m_i) und erhalten einen Anteil an der Ressource $x_i(m)$. Jeder Bereich generiert einen Bereichserfolg $y_i(\theta_i, x_i(m))$, aufgrund dessen die Bereichsleiter mit $t_i(m, y)$ entlohnt werden. Dieser Ablauf wird als Zeitstrahl in Abbildung 2.1 illustriert.

Jede Bereichsergebnisfunktion sei konkav und wachsend in x_i für jedes θ_i . Der Typenraum jedes Agenten sei eindimensional, mit $\theta_i \in \Theta_i \subset \mathbb{R}^+$. Die Bereichsfunktion wird nun wie folgt modelliert:

¹⁹Vgl. z.B. Bamberg und Trost (1995) oder Kunz und Pfeiffer (1999). Zur Diskussion der Problematik siehe Kapitel 3, Abschnitt 2.3.1

²⁰Diese Annahme ist nicht mehr erforderlich, wenn ein *moral hazard*-Problem zusätzlich angenommen wird.

$$y_i(\theta_i, x) = \theta_i g_i(x),$$

mit $\frac{d}{dx}g_i(x) > 0$ und $\frac{d^2}{dx^2}g_i(x) \leq 0$.²¹

Manchmal kann es sinnvoll sein, die private Information der Agenten anstatt als eines Produktivitätsparameters, der sich auf eine *ex ante* bekannte Bereichsergebnisfunktion auswirkt, unmittelbar als mögliche Ergebnisfunktionen zu interpretieren. Der Typenraum eines Agenten besteht daher aus allen seinen möglichen Ergebnisfunktionen, und seine Meldung m_i ist ebenfalls eine Funktion, die nur von der Ressource x abhängt. Der realisierte Bereichserfolg ist $\theta_i(x_i(m))$, und die Entlohnungsfunktion ist $t_i(m, \theta)$. In diesem Fall sollen die potentiellen Ergebnisfunktionen ebenfalls die Eigenschaften $\frac{d}{dx}\theta_i(x) > 0$ und $\frac{d^2}{dx^2}\theta_i(x) \leq 0$ erfüllen.

3.4. Vollständiges Modell mit dominantem Gleichgewicht. Die Modellkonkretisierung soll mit der exemplarischen Darstellung eines vollständigen Modells mit spezifischer Lösung abgeschlossen werden. Dabei soll von der *hidden information*-Situation ohne *hidden action*²² ausgegangen werden. Zunächst wird das Problem vollständig formuliert. Weiters wird die *first best*-Lösung als Referenz vorgeschlagen und das Anreizproblem diskutiert. Schliesslich wird das Problem mittels Groves-Mechanismus gelöst.

Die einzigen zusätzlichen Annahmen, die hier getroffen werden, beziehen sich zum einen auf die Anzahl der Bereichsleiter, die auf zwei beschränkt wird, mit $i \in \{A, B\}$. Für die Notation soll gelten $\theta = (\theta_i, \theta_j)$, bzw. $m = (m_i, m_j)$, wobei der Typ des Bereichsleiter i immer an erster Stelle kommt, also zum Beispiel $x_i(m) = x_A(m_A, m_B)$ für $i = A$, aber $x_i(m) = x_B(m_B, m_A)$ für $i = B$. Weiters soll g_i strikt konkav sein, für alle i .

Der Melde- und Typenraum für Bereichsleiter i ist das eindimensionale Intervall $\Theta_i \subset \mathbb{R}$. Da kein *moral hazard* angenommen wird, ist der Melderaum gleichzeitig der Strategieraum, da eine Strategie eines Bereichsleiters sich auf die Meldung reduziert. Daher ist $s_i(\theta_i) = m_i(\theta_i)$, und wählt der Bereichsleiter jene Strategie, bei der er unverzerrt meldet, gilt $m_i(\theta_i) = \theta_i$.

²¹Meist wird strikte Konkavität gefordert, um sicherzustellen, dass zu jedem Typenvektor immer nur eine Allokation $x(m)$ optimal ist. An dieser Stelle sollen lineare Ergebnisfunktionen aber nicht ausgeschlossen werden. Ist dies für Lösungen relevant, wird darauf an gegebener Stelle explizit hingewiesen.

²²Der kombinierte Fall wird etwas später betrachtet.

Wird weiters berücksichtigt, dass $u_i = t_i$ und ein Gleichgewicht in dominanten Strategien erreicht werden soll, muss als Nebenbedingung die DSIC-Eigenschaft (5) gelten, die, auf dieses Modell bezogen formuliert, folgendes ergibt:

$$t_i((\theta_i, \hat{\theta}_j), y((\theta_i, \theta_j), (\theta_i, \hat{\theta}_j))) - t_i((\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j), y((\theta_i, \theta_j), (\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j))) \geq 0,$$

mit $y(\theta, m) = (y_i(\theta_i, x_i(m)), y_j(\theta_j, x_j(m)))$ und $j \in \{A, B\}$ mit $j \neq i$, für alle $\theta_j, \hat{\theta}_j, \hat{\theta}_i, \theta_i$ und i . Anders ausgedrückt: Bei jeder Typenausprägung (θ_i, θ_j) muss für den Bereichsleiter eine unverzerrte Meldung besser als eine verzerrte, ganz unabhängig davon, welche Meldung Bereichsleiter j macht. Da der realisierte Wert der Ergebnisfunktion y_i von den Produktivitätsparametern abhängt, empfiehlt sich die Kurzschreibweise $t_i(\theta, m)$.

3.4.1. *Modellformulierung.* Das Problem des Prinzipals stellt sich wie folgt dar:

$$\max_{x(\cdot), t(\cdot)} \int_{\theta} (\theta_A g_A(x_A) + \theta_B g_B(x_B) - t_A(\theta, \theta) - t_B(\theta, \theta)) dF(\theta),$$

unter den Nebenbedingungen

(1) Anreizverträglichkeitsbedingung

$$t_A((\theta_A, \theta_B), (\theta_A, \hat{\theta}_B)) - t_A((\theta_A, \theta_B), (\hat{\theta}_A, \hat{\theta}_B)) \geq 0 \text{ für alle } \theta_B, \hat{\theta}_B, \hat{\theta}_A, \theta_A,$$

$$t_B((\theta_B, \theta_A), (\theta_B, \hat{\theta}_A)) - t_B((\theta_B, \theta_A), (\hat{\theta}_B, \hat{\theta}_A)) \geq 0 \text{ für alle } \theta_A, \hat{\theta}_A, \hat{\theta}_B, \theta_B;$$

(2) Teilnahmebedingungen

$$\int_{\theta} t_A(\theta, \theta) dF(\theta) \geq 0,$$

$$\int_{\theta} t_B(\theta, \theta) dF(\theta) \geq 0;$$

(3) Engpassrestriktion (*feasibility constraint*)

$$x_A + x_B \leq X.$$

3.4.2. *First best-Lösung.* Die Referenzlösung untersucht die Allokationsfrage ohne Anreizproblem. Die Bereichsleiter melden ihren Typ wahrheitsgemäß und die Anreiznebenbedingungen können unberücksichtigt bleiben. Aus der Zielfunktion ist leicht ersichtlich, dass der Funktionswert am größten ist, wenn die Teilnahmebedingungen binden und die Bereichsleiter ein Fixum in der Höhe $t_A = t_B = 0$ erhalten. Schliesslich ist leicht zu erkennen,

dass die *feasibility*-Bedingung erfüllt sein muss, da g_A und g_B beide wachsend in x sind. Werden die bindenden Nebenbedingungen in die Zielfunktion substituiert, wird ersichtlich, dass die Lösung jene Allokationsfunktion sein muss, für die bei jeder Parameterausprägung θ die Zuweisung x_A folgendes Problem löst:

$$\max_x \theta_A g_A(x) + \theta_B g_B(X - x).$$

Somit kann die Lösung mit der *first order condition* charakterisiert werden:

THEOREM 2.8. *Die first best-Lösung des beschriebenen Allokations- und Koordinationsproblem erfüllt $\theta_A g'_A(x) = \theta_B g'_B(X - x)$ für alle θ und setzt eine fixe Entlohnung $t_A = t_B = 0$ fest. Die Entscheidungsfunktion, die diese Eigenschaft erfüllt, heisst $x^{fb}(\cdot)$.*

Die optimale Lösung wird erreicht, wenn die Grenzerlöse beider Bereiche gleich ist, also ein "Umschichten" der Ressourcen von einem Bereich zum anderen keine Verbesserung mehr bringt.

3.4.3. Anreizproblematik. In der *second best*-Situation müssen die Anreiznebenbedingungen berücksichtigt werden, da sonst bei jedem Bereichsleiter der Anreiz entstehen kann, sich durch eine Falschmeldung besser zu stellen. Dazu wird zunächst untersucht, wie sich eine Falschmeldung eines Bereichsleiters auf seine Allokation x_i auswirkt.

LEMMA 2.9. *Implementiert die Zentrale eine Entscheidungsfunktion, für die die Eigenschaften der first best-Lösung erfüllt sind, dann führt eine nach oben verzerrte Meldung c.p. zu einer höheren Allokation der knappen Ressource.*

BEWEIS. Sei mit $x_i(m_i, m_j)$ die Entscheidungsfunktion bezeichnet, die jeder Meldung (m_i, m_j) die optimale Allokation für Bereichsleiter i zuweist. Dann besagt das Lemma, dass $x_i(m_i, m_j)$ steigend in m_i ist. Indirekt angenommen, sei $x_i(m_i, m_j)$ monoton fallend in m_i , weiters sei $m_1, m_2 \in \Theta_i$ und $\bar{m} \in \Theta_j$ mit $m_1 < m_2$ und $\bar{m}$ beliebig aber fest. Dann gilt aufgrund der Optimalitätsbedingung aus Theorem 2.8:

$$\begin{aligned} m_1 g'_i(x_i(m_1, \bar{m})) &= \bar{m}_j g'_j(X - x_i(m_1, \bar{m})), \\ m_2 g'_i(x_i(m_2, \bar{m})) &= \bar{m}_j g'_j(X - x_i(m_2, \bar{m})). \end{aligned}$$

Wird die zweite Gleichung von der ersten abgezogen, erhalten wir:

$$m_1 g'_i(x_i(m_1, \bar{m})) - m_2 g'_i(x_i(m_2, \bar{m})) = \\ \bar{m}_j (g'_j(X - x_i(m_1, \bar{m})) - g'_j(X - x_i(m_2, \bar{m}))).$$

Da g_i und g_j strikt konkav sind, ist nun der linke Term der Gleichung negativ, während der rechte positiv ist. Widerspruch. $\square$

Wenn die Bereichsleiter anhand des Bereichserfolgs ihres Bereiches entlohnt werden und für einen größeren Bereichsgewinn eine höhere Entlohnung erwarten,²³ werden sie versuchen, einen möglichst großen Anteil an der Ressource zugewiesen zu bekommen, da die Bereichsergebnisfunktionen wachsend sind. Aus Lemma 2.9 folgt, dass dies nur durch die Meldung einer übertrieben hohen Produktivität geschehen kann.

Im Spiel, das durch diese Entlohnung entsteht, muss der Bereichsleiter berücksichtigen, dass bei Übertreibung des anderen Agenten die eigene Ressourcenzuweisung verringert wird, und er darauf optimal reagiert, wenn er selbst wieder übertreibt. Damit ist das Melden der maximalen Produktivität durch beide Bereichsleiter ein Gleichgewicht in dominanten Strategien.²⁴

3.4.4. Goves-Mechanismus als second best-Implementierung. Nun soll gezeigt werden, dass die *first best*-Entscheidungsfunktion $x^{fb}(m)$ wahrheitsinduzierend implementiert werden, mittels einer Transferfunktion t_i , deren Anreiz über das Groves-Maß definiert ist. Dieser Mechanismus wurde ursprünglich von Groves (1973) entwickelt und von Groves und Loeb (1979) auf betriebswirtschaftliche, insbesondere Budgetierungsprobleme angewendet. Vorrangiges Ziel dabei ist es, vorhandene Externalitäten, hier in der Meldung des bzw. Ressourcenzuweisung an den jeweils anderen Agenten, in der Entlohnung zu berücksichtigen.

²³Es wird eine positive Korrelation zwischen Bereichsgewinn und Entlohnung in der Abhängigkeit unterstellt.

²⁴An dieser Stelle sei auf eine Eigenheit des Modells hingewiesen. Die *first best*-Entlohnung (d.i. $t_i = 0$) erzeugt in der *second best*-Situation in trivialer Weise ein Gleichgewicht in dominanten Strategien, da jede Meldestrategie schwach dominant ist. Das wirft die Frage auf, welches Gleichgewicht gewählt wird, wenn mehrere zur Verfügung stehen, und alle *pay off*-äquivalent sind. Wenn dabei von der oft unterstellten Annahme ausgegangen wird, dass in einem solchen Fall das für den Prinzipal "richtige" Gleichgewicht gewählt wird, dann müsste das Problem bereits als gelöst betrachtet werden. Daher soll diese Möglichkeit explizit ausgeschlossen werden. Eine andere Möglichkeit, dieses Problem zu verhindern ist es, den Bereichsleiter zum *residual claimant* seines Bereichs zu machen (z.B. über Franchising), womit seine Nutzenfunktion zu

$$u_i = y_i + t_i(m, y_{-i})$$

wird. Dadurch wird sichergestellt, dass das beschriebene Anreizproblem immer besteht.

Um zu zeigen, dass der Groves-Mechanismus optimal ist, wird zunächst überprüft, dass eine Entlohnung, die auf dem Groves-Maß beruht, zielkongruent ist. Danach kann aufgrund von Theorem 2.7 die *second best*-Entlohnung bestimmt werden.

Die Funktionsweise des Groves-Mechanismus ist recht einfach: Anstatt die Entlohnung nur von dem jeweils eigenen Bereichsergebnis abhängig zu machen, wird sie für jeden Agenten von dessen realisierten Bereichsergebnis und vom gemeldeten Bereichsergebnis der anderen Bereiche bestimmt. Sei mit t_i^G das Groves-Maß bezeichnet, also jener Teil von t_i , der die Zielkongruenz herstellt. Dann gilt:

$$\begin{aligned} t_i^G(\cdot) &= y_i(\theta_i, x_i(m)) + y_j(m_j, x_j(m)) \\ &= \theta_i g_i(x_i(m)) + m_j g_j(x_j(m)), \end{aligned}$$

für $i \in \{A, B\}$ mit $i \neq j$. Das Groves-Maß hängt nicht vom realisierten Bereichsergebnis des jeweils anderen Bereichsleiter ab. Daher können wir vereinfachend $t_i^G(\theta_i, m)$ schreiben. Aus dem Groves-Maß ist sofort ersichtlich, dass die Interessen des Prinzipals und der Bereichsleiter synchronisiert werden. Berichtet der jeweils andere Bereichsleiter wahrheitsgemäß, dann maximiert Bereichsleiter i mit seiner Entscheidung das Unternehmensergebnis, da dann dieses und das Groves-Maß ident. Was passiert, wenn der Bereichsleiter j falsch meldet? Dann weicht das Groves-Maß vom Gesamtergebnis ab. Aber aus der Sicht des Bereichsleiter i entspricht es der Gewinnfunktion des Unternehmens wenn der Typ von Bereichsleiter j tatsächlich m_j wäre und für Bereichsleiter i ist dieses Maß wieder nur dann optimal, wenn er selbst seinen wahren Typ meldet. Für jeden Bereichsleiter ist demnach eine wahrheitsgemäße Meldung immer optimal, unabhängig von der Meldung des jeweils anderen.

Um die Zielkongruenz nachzuweisen, muss gezeigt werden, dass bei *first best*-Entscheidung die Anreiznebenbedingungen erfüllt sind. Aufgrund der angenommen Regularitätsbedingungen reicht es zu zeigen, dass die *first order condition* für $t_i^G(\theta_i, (m_i, m_j))$ erfüllt ist, also dass das Groves-Maß bei wahrheitsgemäßer Berichterstattung des Bereichsleiter i maximal ist für ein beliebiges j . Der Ausdruck

$$\frac{\partial}{\partial m_i} t_i^G(\theta_i, (m_i, m_j)) = \frac{\partial}{\partial m_i} \left(\theta_i g_i(x_i^{fb}(m_i, m_j)) + m_j g_j(X - x_i^{fb}(m_i, m_j)) \right),$$

$$\begin{aligned}
&= \theta_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} g_i(x_i^{fb}(m_i, m_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, m_j) \\
&\quad - m_j \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, m_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, m_j)
\end{aligned}$$

ist genau dann null, wenn $m_i = \theta_i$: Aufgrund der Eigenschaft der *first best*-Entscheidung gilt nämlich folgendes:

$$m_i g'_i(x_i^{fb}) - m_j g'_j(X - x_i^{fb}) = 0.$$

Im nächsten Schritt muss die Entlohnung festgelegt werden. Üblicherweise wird das Groves-Maß als Bemessungsgrundlage interpretiert, von der linear abhängig die Entlohnung berechnet wird.²⁵ In diesem Fall besteht die Entlohnung aus einem variablem Teil, der von der Bemessungsgrundlage abhängt, sowie von einem Fixum:

$$t_i = \alpha_i t_i^G + \beta_i,$$

mit $0 < \alpha_i \leq 1$ und $\beta_i \in \mathbb{R}$. Dieser Interpretation soll hier nicht gefolgt werden, bzw. soll ohne Beschränkung der Allgemeinheit $\alpha_i = 1$ gelten. Zum einen ist diese Interpretation als Bemessungsgrundlage aus der *mechanism design*-Untersuchung heraus nicht zwingend notwendig, und die untersuchten Eigenschaften der Lösungen bleiben auch dann erhalten. Zum anderen ist die Annahme $\alpha_i = 1$ für die Lösung des kombinierten *hidden information-moral hazard*-Problem, das später untersucht wird, erforderlich. Dieses Ergebnis vorwegnehmend, soll die Vergleichbarkeit der Lösungen gewährleistet bleiben.

Da t_i^G zielkongruent ist, kann Theorem 2.7 angewendet werden. Folgende Entlohnung implementiert die *first best*-Lösung in einem *second best*-Umfeld:

$$t_i(\cdot) = t_i^G(\theta_i, m) - \int_{\theta} t_i^G(\theta_i, \theta) dF(\theta).$$

Diese Ergebnisse sollen als Theorem zusammengefasst werden:

THEOREM 2.10. *Das beschriebene Problem mit hidden information, risikoneutralen Agenten und ex post-Information kann mit einem Mechanismus (Groves-Mechanismus) gelöst werden, für den*

²⁵Vgl. z.B. Bamberg und Locarek (1992), Ewert und Wagenhofer (2003) oder Laux (2006).

$$x_i(\cdot) = x_i^{fb}(m)$$

$$t_i(\cdot) = t_i^G(\theta_i, m) - \int_{\theta} t_i^G(\theta_i, \theta) dF(\theta)$$

für alle $i \in \{A, B\}$ gilt, und

$$t_i^G(\cdot) = \theta_i g_i(x_i(m)) + m_j g_j(X - x_i(m))$$

das zielkongruente Groves-Maß ist, mit $i, j \in \{A, B\}$ und $i \neq j$. Der Mechanismus induziert first best-Allokationen der Ressource und im Erwartungswert first best-Entlohnungen.

3.4.5. *Analyse.* Zunächst muss beachtet werden, dass die Lösung spezifisch für das Modell ist, insbesondere durch den Umstand, dass nur zwei Bereiche modelliert werden, und Bereichsergebnisfunktionen die Form $\theta_i g_i(x_i)$ annehmen. Etwas allgemeiner ist der Beweis bei Mas-Colell et al. (1995).

Weiters stellt sich die Frage, warum denn überhaupt der Groves-Mechanismus gewählt wurde. Hätte die Lösung nicht unmittelbar aus dem Optimierungsprogramm des Prinzipal folgen müssen? Es zeigt sich, dass der Groves-Mechanismus, etwas weiter gefasst, bei dem das Groves-Maß

$$t_i^{G'} = \theta_i g_i(x_i) + m_j g_j(X - x_i) + h_i(m_j)$$

definiert wird, wobei $h_i(m_j)$ eine beliebige Funktion²⁶ sein kann, in der Regel der einzige Mechanismus ist, der in dominanten Strategien implementiert werden kann, sofern einige wenige Beschränkungen für t_i gelten.²⁷ In der bisherigen Analyse wurde die implizite Annahme $h_i = 0$ unterstellt.

Zunächst soll gezeigt werden, warum ein Mechanismus, bei dem die Entlohnung von dem Gesamtergebnis aller Bereiche abhängt, in der Regel nicht in dominanten Strategien implementiert werden kann. Das ist insofern von Bedeutung, weil damit alle Mechanismen, die auf einem *profit sharing*-Konzept beruhen, für ein Gleichgewicht in dominanten Strategien nicht in Frage kommen. Während beim Groves-Maß der berichtete Gewinn $y_j(m_j, x_j(m))$ der anderen Abteilung berücksichtigt wird, soll nun der realisierte Gewinn $y_j(\theta_j, x_j(m))$ herangezogen werden. Entscheidend ist dabei die Überlegung,

²⁶Ein Beispiel für so einen speziellen Groves-Mechanismus ist der Clarke-Mechanismus, vgl. Mas-Colell et al. (1995), S. 878.

²⁷Vgl. Green und Laffont (1979).

dass die Information über den Typ des anderen Bereichsleiter in die Entlohnung nur über den Bereichsgewinn fließen kann. Allerdings muss aus technischen Gründen für die Entlohnungsfunktion $t_i(m_i, m_j, y_i, y_j)$ die Annahme $\frac{\partial^2 t_i}{\partial m_i \partial y_j} = k(m_i, m_j, y_i)$ gelten, mit $k(\cdot)$ beliebig.

THEOREM 2.11. *Für das beschriebene Problem mit hidden information, risikoneutralen Agenten und ex post-Information existiert kein Mechanismus, der zielkongruent mit DSIC ist, bei dem die Entlohnung t_i vom realisierten Ergebnis $y_j(\theta_j, \cdot)$ abhängt, also wenn:*

$$\frac{\partial}{\partial y_j} t_i \frac{\partial}{\partial \theta_j} y_j \neq 0,$$

und wenn t_i die Eigenschaft:

$$\frac{\partial^2 t_i}{\partial m_i \partial y_j} = k(m_i, m_j, y_i)$$

erfüllt.

BEWEIS. Die Entlohnung hängt im allgemeinsten Fall vom Meldevektor und von den realisierten Ergebnissen ab. Für dieses Modell bedeutet das, dass

$$t_i(m, y) = t_i(m_i, m_j, \theta_i g_i(x_i(m_i, m_j)), \theta_j g_j(X - x_i(m_i, m_j)))$$

gilt. Sei $h_i(m_i, m_j, \theta_i, \theta_j)$ derart, dass

$$h_i(m_i, m_j, \theta_i, \theta_j) = t_i(m_i, m_j, \theta_i g_i(x_i(m_i, m_j)), \theta_j g_j(X - x_i(m_i, m_j)))$$

gilt. Bezeichne t_{in} bzw. t_{inm} die partielle Ableitung der Funktion t_i nach der n -ten bzw. nach der n -ten und m -ten Variable. Indirekt angenommen sei t_i zielkongruent mit DSIC-Eigenschaft, dann muss an der Stelle $m_i = \theta_i$ die *first order condition* gelten, unabhängig davon, welcher Typ θ_j Agent j ist, und Meldung m_j er abgibt. Angenommen, sein wahrer Typ ist θ_j , er meldet aber $\bar{m}_j$. Dann muss gelten:

$$\begin{aligned} (11) \quad & \frac{\partial}{\partial m_i} h_i(m_i, m_j, \theta_i, \theta_j) = 0 \\ & = t_{i1} + t_{i3} \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} \theta_i g_i(x_i^{fb}) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \bar{m}_j) \\ & \quad - t_{i4} \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} \theta_j g_j(X - x_i^{fb}) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \bar{m}_j). \end{aligned}$$

Nun muss aber diese Bedingung für alle θ_j gelten, insbesondere, wenn der wahre Typ $\bar{m}_j$ ist, bei gleicher Meldung $\bar{m}_j$. Daraus folgt, die Ableitung zweiter Ordnung nach m_i an der Stelle $m_i = \theta_i$ und nach θ_j an der Stelle $m_i = \theta_i$ ebenfalls null sein muss, für alle θ_j :

$$\begin{aligned}
 (12) \quad & \frac{\partial^2}{\partial m_i \partial \theta_j} h_i(m_i, m_j, \theta_i, \theta_j) = 0 \\
 & t_{i14} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, \bar{m}_j)) \\
 & + t_{i34} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, \bar{m}_j)) \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} \theta_i g_i(x_i^{fb}) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \bar{m}_j) \\
 & - t_{i44} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, \bar{m}_j)) \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} \theta_j g_j(X - x_i^{fb}) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \bar{m}_j) \\
 & - t_{i4} \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} g_j(X - x_i^{fb}) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \bar{m}_j) = 0.
 \end{aligned}$$

Es soll gezeigt werden, dass diese Gleichung nie erfüllt sein kann. Zunächst muss beachtet werden, dass die Eigenschaft $\frac{\partial^2 t_i}{\partial m_i \partial y_j} = k(\cdot)$ erforderlich macht, dass die Ableitung $\frac{\partial t_i}{\partial m_i}$ folgende Form annimmt:

$$(13) \quad t_{i1} = y_j k(\cdot) + \hat{k}(\cdot),$$

mit k und $\hat{k}$ konstante Funktionen in y_j , aber sonst beliebig. Zur besseren Übersicht werden folgende Kurzschreibweisen eingeführt:

$$\begin{aligned}
 \theta_i g'_i &= \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} \theta_i g_i(x_i^{fb}) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \bar{m}_j) \\
 \theta_j g'_j &= \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} \theta_j g_j(X - x_i^{fb}) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \bar{m}_j) \\
 G_j &= g_j(X - x_i^{fb}(m_i, \bar{m}_j)).
 \end{aligned}$$

Gleichung (13) wird in Gleichung (11) eingesetzt:

$$t_{i4} \theta_j g'_j = t_{i3} \theta_i g'_i + y_j k(\cdot) + \hat{k}(\cdot).$$

Ableitung nach y_j ergibt:

$$(14) \quad t_{i44} \theta_j g'_j = t_{i34} \theta_i g'_i + k(\cdot).$$

Schliesslich wird (14) in (12) eingesetzt unter Berücksichtigung des Umstands, dass $t_{i14} = k(\cdot)$ ist:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial m_i \partial \theta_j} h_i(m_i, m_j, \theta_i, \theta_j) &= t_{i14} G_j + t_{i34} G_j \theta_i g'_i - G_j (t_{i34} \theta_i g'_i + k(\cdot)) - t_{i4} g'_j \\ &= -t_{i4} g'_j \neq 0. \end{aligned}$$

Bei der Typenausprägung $(\theta_i, \bar{m}_j)$ ist daher, wenn j wahrheitsgemäß berichtet, unverzerrtes Berichten für i keine optimale Strategie. Widerspruch. $\square$

Die Einschränkung $\frac{\partial^2 t_i}{\partial m_i \partial y_j} = k(m_i, m_j, y_i)$ bedeutet, dass in der Entlohnung t_i das Bereichsergebnis y_j nur mit der Potenz 1 vorkommen darf, ansonsten aber beliebig ist.²⁸ Damit ist die Gültigkeit für eine Großzahl an Entlohnungsfunktionen gegeben, insbesondere jene, die eine leicht verständliche Bemessungsgrundlage implementieren sollen. Zum Beispiel gilt das Theorem für *profit sharing*. Die Intuition dahinter ist folgende: Wenn B falsch meldet, entsteht für A ein Anreiz, die daraus folgende Fehlallokation durch eine Falschmeldung zu korrigieren.

Damit konnte (mit Einschränkung) gezeigt werden, dass ein Mechanismus, der die *first best*-Allokation mit einem Gleichgewicht in dominanten Strategien implementiert, eine Transferfunktion haben muss, die nur vom Typ θ_i und von der Meldung m abhängen darf.

Eine weitere Aussage lässt sich machen, wenn in der Entlohnung jener Teil, der vom jeweils eigenen Bereichsergebnis $y_i(\theta_i, \cdot)$ und jener Teil, der nur vom Meldevektor abhängt, additiv separierbar sind. Sei dieser Teil mit r_i bezeichnet, dann kann die Entlohnung wie folgt geschrieben werden:

$$t_i(\cdot) = \theta_i g_i(x_i(m)) + r_i(m) + k,$$

mit k konstant.²⁹ Nimmt die Entlohnungsfunktion diese Form an, ist ein Groves-Mechanismus der einzige Mechanismus, der das beschriebene Problem zielkongruent löst.³⁰

THEOREM 2.12. *Jeder Mechanismus, der das beschriebene Problem mit hidden information, risikoneutralen Agenten und ex post-Information zielkongruent mit DSIC löst, bei dem die Entlohnung die Form*

²⁸Nicht zulässig sind außerdem Ausdrücke wie e^{y_j} , $\ln(y_j)$, u.ä.

²⁹Die Annahme hier ist etwas stärker. Separierbarkeit impliziert nur:

$$t_i(\cdot) = v_i(\theta_i g_i(x_i(m))) + r_i(m) + k.$$

Hier wird $v_i(\theta_i g_i(x_i(m))) = \theta_i g_i(x_i(m))$, was die Analyse vereinfacht. Das Ergebnis kann aber verallgemeinert werden.

³⁰Vgl. dazu Mas-Colell et al. (1995), S. 882.

$$t_i(\cdot) = \theta_i g_i(x_i(m)) + r_i(m) + k$$

annimmt, ist ein Groves-Mechanismus.

BEWEIS. Zu zeigen ist, dass $r_i(m) = m_j g_j(X - x_i(m)) + h_i(m_j)$ gelten muss. Aufgrund des dominanten Gleichgewichts muss für jedes m_j die Ableitung der Entlohnungsfunktion nach m_i an der Stelle $m_i = \theta_i$ null sein, ausserdem soll, da der Mechanismus zielkongruent ist, die Entscheidungsfunktion x der *first best*-Entscheidung entsprechen, $x_i(m) = x_i^{fb}(m)$:

$$(15) \quad \left(\theta_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} g_i(x_i^{fb}(m_i, m_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, m_j) + \frac{\partial}{\partial m_i} r_i(m_i, m_j) \right) \Big|_{m_i = \theta_i} = 0$$

$$\theta_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} g_i(x_i^{fb}(\theta_i, m_j)) \frac{\partial}{\partial \theta_i} x_i^{fb}(\theta_i, m_j) + \frac{\partial}{\partial \theta_i} r_i(\theta_i, m_j) = 0.$$

Der Typenraum sei $\Theta_i = [\theta_i^{min}, \theta_i^{max}]$. Gleichung (15) wird nach θ_i integriert:

$$(16) \quad r_i(\theta_i, m_j) = r_i(\theta_i^{min}, m_j) - \int_{\theta_i^{min}}^{\theta_i} z \frac{\partial}{\partial x_i} g_i(x_i^{fb}(z, m_j)) \frac{\partial}{\partial z} x_i(z, m_j) dz.$$

Für die *first best*-Entscheidung muss die Optimalitätsbedingung

$$(17) \quad m_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} g_i(x_i^{fb}(m_i, m_j)) = m_j \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, m_j))$$

erfüllt sein. Es kann nun Gleichung (17) in Gleichung (16) eingesetzt werden:

$$\begin{aligned} r_i(\theta_i, m_j) &= r_i(\theta_i^{min}, m_j) + \int_{\theta_i^{min}}^{\theta_i} m_j \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} g_j(X - x_i^{fb}(z, m_j)) \frac{\partial}{\partial z} x_i(z, m_j) dz \\ &= r_i(\theta_i^{min}, m_j) + m_j \int_{x_i^{fb}(\theta_i^{min}, m_j)}^{x_i^{fb}(\theta_i, m_j)} \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} g_j(X - x_i^{fb}) dx_i^{fb} \\ &= r_i(\theta_i^{min}, m_j) + m_j g_j(X - x_i^{fb}(\theta_i, m_j)) - m_j g_j(X - x_i^{fb}(\theta_i^{min}, m_j)). \end{aligned}$$

Diese Aussage ist natürlich nur dann wahr, wenn r_i die gewünschte Form $r_i(\theta_i, m_j) = m_j g_j(X - x_i(\theta_i, m_j)) + h_i(m_j)$ annimmt. $\square$

Für die weitere Analyse ist es sinnvoll, die Ergebnisse der letzten beiden Abschnitte zusammenzufassen. Für ein *hidden information*-Problem bei risikoneutralen Agenten und *post contract*-Information gilt:

- (1) Die *first best*-Entscheidung x^{fb} wird durch die Gleichung

$$\theta_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} g_i(x_i^{fb}) = \theta_j \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}} g_j(X - x_i^{fb})$$

charakterisiert (Theorem 2.8).

- (2) Der Groves-Mechanismus löst das Problem *first best* (Theorem 2.10). Die Entlohnungsfunktion ist:

$$t_i(\cdot) = t_i^G(\theta_i, m) - \int_{\theta} t_i^G(\theta_i, \theta) dF(\theta)$$

mit

$$t_i^G(\cdot) = \theta_i g_i(x_i(m)) + m_j g_j(m_j, x_j(m)).$$

- (3) Es gibt keinen Mechanismus, dessen Entlohnungsfunktion über $y_j(\theta_j, \cdot)$ vom Typ des jeweils anderen Agenten abhängt, und der ein Gleichgewicht in dominanten Strategien erzeugt, wenn $\frac{\partial^2 t_i}{\partial m_i \partial y_j} = k(m_i, m_j, y_i)$ (Theorem 2.11).
- (4) Soll schliesslich der Bereichserfolg des Agenten in der Entlohnung von der restlichen Entlohnung separierbar sein, ist der Groves-Mechanismus der einzige Mechanismus, der ein Gleichgewicht in dominanten Strategien erzeugt.

3.5. Numerisches Beispiel. Um die Ergebnisse zu veranschaulichen, werden für die Funktionen g_i und die für die Typen und deren Verteilungen numerische Annahmen getroffen, um ein Beispiel explizit zu lösen. Es wird von dem im vorangegangenen Abschnitt entwickelten Grundmodell ausgegangen. Die numerische Erweiterung betrifft dabei zunächst die Bereichsergebnisfunktionen, die wie folgt definiert werden:

$$\begin{aligned} y_A(\theta_A, x) &= \theta_A g_A(x) \\ &= \theta_A (100x - x^2) \text{ sowie} \\ y_B(\theta_B, x) &= \theta_B g_B(x) \\ &= \theta_B \left(60x - \frac{1}{2}x^2 \right). \end{aligned}$$

Um sicherzustellen, dass die Ergebnisfunktionen konkav und monoton wachsend in x sind, sei die Beschränkung der Gesamtressource mit $X = 50$ gegeben.

Weiters sei ein diskreter Typenraum Θ_i angenommen, bei dem die Produktivität nur jeweils zwei Ausprägungen hat, θ_i^H bei hoher Produktivität (*high*),

bzw. θ_i^L bei niedriger Produktivität (*low*). Da der Strategieraum eines Bereichsleiters seinem Typenraum entspricht, bringt diese Modellierung den Vorteil, dass das strategische Problem der Bereichsleiter als Spiel in einer 2×2 -Matrix dargestellt werden kann, ein Umstand, der der Veranschaulichung sehr zuträglich ist. Bezüglich der *ex ante*-Wahrscheinlichkeitsverteilung der Agenten, über die Prinzipal und Agenten homogene Erwartungen haben, soll p_i^H bzw. p_i^L die Wahrscheinlichkeit bezeichnen, dass der Bereichsleiter i vom Typ θ_i^H bzw. θ_i^L ist. Numerisch soll für diese Parameter gelten: $\theta_A^L = 10$ und $\theta_A^H = 30$ bzw. $\theta_B^L = 20$ und $\theta_B^H = 40$; weiters sollen alle Typen gleich wahrscheinlich sein: $p_i^H = p_i^L = \frac{1}{2}$ für $i \in \{A, B\}$.

3.5.1. First best-Allokationen. Wird nur das Allokationsproblem betrachtet und davon ausgegangen, dass die Bereichsleiter immer korrekt ihren Typ melden und ihren Reservationsnutzen $t_i(m, y) = 0$ unabhängig von deren tatsächlichen Typ erhalten (*first best*-Situation), maximiert der Prinzipal den Erwartungswert *ex ante* des Gesamtunternehmensergebnis $y_A + y_B$. Die optimale Allokationsfunktion ist jene Funktion x^{fb} , die für jeden Typenvektor (θ_A, θ_B) das Gesamtergebnis maximiert. Es muss die *first order condition* erfüllt sein, unter Berücksichtigung der *feasibility constraint* $x_A + x_B = X$:

$$\frac{\partial}{\partial x_A} \left(\theta_A (100x_A - x_A^2) + \theta_B \left(60(X - x_A) - \frac{1}{2}(X - x_A)^2 \right) \right) = 0.$$

Auflösung der Gleichung nach x_A liefert die optimale Zuweisung an Bereich A bei Typenvektor (θ_A, θ_B) , wobei die Zuweisung an Bereich B mit $x_B = X - x_A$ gegeben ist:

$$x_A = \frac{10(10\theta_A - \theta_B)}{2\theta_A + \theta_B}.$$

Schliesslich soll eine Allokationsfunktion $x^{fb} : \Theta_A \times \Theta_B \rightarrow \mathbb{R}^2$ definiert werden, die die optimale Allokation in Abhängigkeit der gemeldeten Produktivitätsparameter liefert:

$$\begin{aligned} x^{fb}(m) &= \left(x_A^{fb}(m_A, m_B), x_B^{fb}(m_B, m_A) \right) \\ &= \left(\frac{10(10m_A - m_B)}{2m_A + m_B}, X - x_A^{fb}(m_A, m_B) \right). \end{aligned}$$

Da es nur vier mögliche Parameterausprägungen gibt, kann für jeden Zustand die optimale Allokation und der entsprechende Bereichsgewinn sowie das Gesamtergebnis berechnet werden. Die numerischen Werte sind

Typenvektor	$x_A^{fb}(\theta)$	$x_B^{fb}(\theta)$	$y_A(\theta_A, x^{fb})$	$y_B(\theta_B, x^{fb})$	$\sum_{i \in \{A,B\}} y_i(\theta_i, x^{fb})$
(θ_A^L, θ_B^L)	20	30	16.000	27.000	43.000
(θ_A^L, θ_B^H)	10	40	9.000	64.000	73.000
(θ_A^H, θ_B^L)	35	15	68.250	15.750	84.000
(θ_A^H, θ_B^H)	26	24	57.720	46.080	103.800

TABELLE 2.1. Numerisches Beispiel: *first best*-Allokationen und Ergebnisse.

in Tabelle 2.1 dargestellt. Der Wert der Zielfunktion des Optimierungsproblems des Prinzipals ist der mit den Eintrittswahrscheinlichkeiten der Parametervektoren gewichtete Mittelwert der Gesamtergebnisspalte.

3.5.2. *DSIC-Eigenschaft und Groves-Mechanismus*. In der *second best*-Situation soll eine Transferfunktion gefunden werden, die die *first best*-Entscheidung x^{fb} DSIC implementiert. Es kann leicht gezeigt werden, dass das Groves-Maß tatsächlich diese Eigenschaft erfüllt. Für jeden Agenten können alle Anreiznebenbedingungen explizit ausgedrückt werden, wobei als Transfer zunächst das Groves-Maß eingesetzt wird. Dieses setzt sich für Bereichsleiter A aus dem realisierten Ergebnis des eigenen Bereichs $\theta_A g_A(x_A(m))$ und dem gemeldeten Ergebnis des anderen Bereichs $m_B g_B(x_B(m))$ zusammen, für Bereichsleiter B verhält es sich genau umgekehrt.

Da ein Gleichgewicht in dominanten Strategien implementiert wird, muss für jede Parameterausprägung (θ_A, θ_B) und jede Meldung m_B der Transfer für Bereichsleiter A dann am größten sein, wenn $m_A = \theta_A$. Exemplarisch sollen sämtliche Anreiznebenbedingungen des Bereichsleiters A dargestellt werden. Für jeden Typenausprägung gibt zwei Bedingungen: Die Meldung des wahren Typs muss für Bereichsleiter A besser sein als die Meldung des falschen Typs, erstens, wenn Bereichsleiter B seinen wahren Typ meldet, und zweitens, wenn er seinen falschen Typ meldet:

(1) Typenausprägung ist (θ_A^H, θ_B^H) :

$$\begin{aligned}
\theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) &\geq \\
\theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) & \\
\theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) &\geq \\
\theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)). &
\end{aligned}$$

(2) Typenausprägung ist (θ_A^H, θ_B^L) :

$$\begin{aligned} \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) &\geq \\ \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) & \\ \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) &\geq \\ \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)). & \end{aligned}$$

(3) Typenausprägung ist (θ_A^L, θ_B^H) :

$$\begin{aligned} \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) &\geq \\ \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) & \\ \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) &\geq \\ \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)). & \end{aligned}$$

(4) Typenausprägung ist (θ_A^L, θ_B^L) :

$$\begin{aligned} \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) &\geq \\ \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) & \\ \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) &\geq \\ \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)). & \end{aligned}$$

Aus der Aufzählung ist leicht ersichtlich, dass die Anreiznebenbedingungen für die Typenausprägungen (θ_A^H, θ_B^H) und (θ_A^H, θ_B^L) , sowie (θ_A^L, θ_B^H) und (θ_A^L, θ_B^L) jeweils indent sind. Das ist nicht weiter verwunderlich, da eine wesentliche Eigenschaft des Groves-Mechanismus die Unabhängigkeit der Entlohnung des Bereichsleiters A von dem realisierten Ergebnis des Bereichs B ist, sondern nur von dessen Meldung abhängt.

Zur Bestimmung der Transferfunktion muss sichergestellt werden, dass die Teilnahmebedingungen erfüllt sind. Aufgrund der Risikoneutralität der Bereichsleiter und der *post contract*-Information kann Theorem 2.7 angewendet werden:

$$t_A = t_A^G - E_\theta t_A^G.$$

Bei korrekter Meldung ist t_A^G gleich dem Unternehmensergebnis, daher ist $E_\theta t_A^G$ der Erwartungswert des Unternehmensergebnisses, das mittels der Werte aus Tabelle 2.1 leicht berechnet werden kann und 75.950 beträgt.

Die Dominanzeigenschaften der induzierten Gleichgewichte kann durch Darstellung des Problems als Spiel in Normalform veranschaulicht werden.

Meldung	$y_A(m_A, \cdot)$	$y_B(m_B, \cdot)$	$y_A(\theta_A, \cdot)$	$y_B(\theta_B, \cdot)$	t_A^G	t_B^G
(θ_A^L, θ_B^L)	16.000	27.000	16.000	27.000	43.000	43.000
(θ_A^L, θ_B^H)	9.000	64.000	9.000	32.000	73.000	41.000
(θ_A^H, θ_B^L)	68.250	15.750	22.750	15.750	38.500	84.000
(θ_A^H, θ_B^H)	57.720	46.080	19.240	23.040	65.320	80.760

TABELLE 2.2. Numerisches Beispiel: Zusammensetzung des Goves-Maßes bei Meldung (θ_A^L, θ_A^L) .

Dazu wird für jede Parameterausprägung die strategische Problemstellung Spieler in einer 2×2 -Matrix angeschrieben.

Zu beachten ist aber, dass diese Vorgehensweise implizit vollständige Information unter den Bereichsleitern unterstellt. Die Vorgehensweise ist insofern zulässig, als dass die Dominanzeigenschaften erhalten bleiben, wenn statt vollständige unvollständige Information unterstellt wird. Man kann sich vorstellen, dass die Bereichsleiter *ex-ante* überlegen, wie sie melden würden, wenn sie den Typ des jeweils anderen kennen würden, und dabei feststellen, dass diese Information sich aufgrund der Dominanz nicht auf ihre Meldestrategie auswirkt.

Tabelle 2.2 zeigt exemplarisch für die Typenrealisierung (θ_A^L, θ_B^L) die Berechnung des Groves-Maßes in Abhängigkeit der möglichen Meldungen. Die zweite und dritte Spalte zeigt das gemeldete Ergebnis, die vierte und fünfte Spalte die realisierten. Das Groves-Maß ist schliesslich in den letzten zwei Spalten eingetragen. Für Bereichsleiter *A* ist unverzerrtes Melden eine dominante Strategie: Sein Groves-Maß aus der ersten Zeile ist größer als jenes aus der dritten (das sind jene Meldevektoren, bei denen Bereichsleiter *B* unverzerrt meldet), weiters ist sein Groves-Maß aus der zweiten Zeile größer als jenes aus der vierten (das sind jene Meldevektoren, bei denen Bereichsleiter *B* verzerrt meldet).

Tabelle 2.3 zeigt die vier möglichen Spiele, die abhängig vom Typenvektor generiert werden. Bereichsleiter *A* ist jeweils der Zeilenspieler, Bereichsleiter *B* der Spaltenspieler. Das Groves-Maß für Bereichsleiter *A* ist in den *pay off*-Feldern jeweils die erste Zahl, die zweite bezieht sich auf das Groves-Maß des anderen. Als erste Strategie (d.i. die erste Reihe für *A*, bzw. die erste Spalte für *B*) ist immer die wahrheitsgemäße Berichterstattung angeführt, daher sind die Gleichgewichte in dominanten Strategien in den oberen linken Ecken zu finden. Sie sind fett eingetragen.

Parameterausprägung (θ_A^L, θ_B^L)			Parameterausprägung (θ_A^H, θ_B^L)		
	B meldet θ_B^L	B meldet θ_B^H		B meldet θ_B^L	B meldet θ_B^H
A meldet θ_A^L	43.000, 43.000	73.000, 41.000	A meldet θ_A^H	84.000, 84.000	103.800, 80.760
A meldet θ_A^H	38.500, 84.000	65.320, 80.760	A meldet θ_A^L	75.000, 43.000	91.000, 41.000

Parameterausprägung (θ_A^L, θ_B^H)			Parameterausprägung (θ_A^H, θ_B^H)		
	B meldet θ_B^H	B meldet θ_B^L		B meldet θ_B^H	B meldet θ_B^L
A meldet θ_A^L	73.000, 73.000	43.000, 70.000	A meldet θ_A^H	103.800, 103.800	84.000, 99.750
A meldet θ_A^H	65.320, 103.800	38.500, 99.750	A meldet θ_A^L	91.000, 73.000	75.000, 70.000

TABELLE 2.3. Numerisches Beispiel: Darstellung des Entscheidungsproblem für jede Typenausprägung.

3.5.3. *NIC-Eigenschaft und profit sharing bei "vollständiger" Information.* Wenn ein Mechanismus typenabhängige Spiele induziert, die keine dominanten Gleichgewichte in einer Darstellung wie in Tabelle 2.3 zulassen, muss die Informationsstruktur genau berücksichtigt werden. Während bei dominanten Strategien es für das Gleichgewicht keine Rolle spielt, ob die Bereichsleiter untereinander über den Typ des jeweils anderen Bescheid wissen, spielt diese Unterscheidung eine wesentliche Rolle, sobald Dominanz nicht mehr gegeben ist. Dieses Problem soll am Beispiel des *profit sharing* gezeigt werden.

Profit sharing ist ein sehr simpler und doch, wahrscheinlich gerade deshalb, sehr beliebter Mechanismus, bei dem das Performancemaß sich aus dem beobachteten Unternehmensergebnis *ex post* zusammensetzt. Es gilt daher:

$$t_i^{PS} = \theta_i g_i(x_i(m)) + \theta_j g_j(X - x_i(m)),$$

wo t_i^{PS} das Performancemaß bezeichnet, die Entlohnung ist dann:

$$t_i = t_i^{PS} - E_{\theta} t_i^{PS}.$$

Zwecks größerer Übersicht wird wie im vorangegangenen Abschnitt wieder das Performancemaß statt der Transferzahlung betrachtet. Wie in Theorem 2.11 gezeigt wurde, kann dieser Mechanismus die *first best*-Entscheidung *DSIC* nicht implementieren. Abhängig von der Informationsstruktur kommt allerdings eine *NIC*- bzw. *BIC*-Implementierung in Frage. Dies soll an dieser Stelle mit der Weiterführung des numerischen Beispiels illustriert werden.

Zunächst sei angenommen, dass die Bereichsleiter symmetrisch über ihre Typen informiert sind. Obwohl die Asymmetrie zum Prinzipal weiterhin besteht, wird das strategische Problem der Bereichsleiter, sobald der realisierte Typenvektor allen bekannt ist, zu einem Spiel vollständiger Information. Diese Spiel hat ein Nash-Gleichgewicht als Lösung. Um zu zeigen, dass *profit sharing* ein solches Gleichgewicht in reinen Strategien erzeugt, muss überprüft werden, dass die *NIC*-Eigenschaften (d.s. die Ungleichungen (7) für aller Bereichsleiter) erfüllt sind. Für jeden Meldevektor und jeden Bereichsleiter gibt es nun eine Ungleichung, da davon ausgegangen wird, dass der jeweils andere Bereichsleiter unverzerrt berichtet. Exemplarisch für Bereichsleiter *A* sind die typenabhängigen Bedingungen wiedergegeben:

- (1) Typenausprägung ist (θ_A^H, θ_B^H) :

$$\begin{aligned} \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) &\geq \\ \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)). \end{aligned}$$

- (2) Typenausprägung ist (θ_A^H, θ_B^L) :

$$\begin{aligned} \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) &\geq \\ \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)). \end{aligned}$$

- (3) Typenausprägung ist (θ_A^L, θ_B^H) :

$$\begin{aligned} \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) &\geq \\ \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)). \end{aligned}$$

- (4) Typenausprägung ist (θ_A^L, θ_B^L) :

$$\begin{aligned} \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) &\geq \\ \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)). \end{aligned}$$

Parameterausprägung (θ_A^L, θ_B^L)			Parameterausprägung (θ_A^H, θ_B^L)		
	B meldet θ_B^L	B meldet θ_B^H		B meldet θ_B^L	B meldet θ_B^H
A meldet θ_A^L	43.000, 43.000	41.000, 41.000	A meldet θ_A^H	84.000, 84.000	80.760, 80.760
A meldet θ_A^H	38.500, 38.500	42.580, 42.280	A meldet θ_A^L	75.000, 75.000	59.000, 59.000

Parameterausprägung (θ_A^L, θ_B^H)			Parameterausprägung (θ_A^H, θ_B^H)		
	B meldet θ_B^H	B meldet θ_B^L		B meldet θ_B^H	B meldet θ_B^L
A meldet θ_A^L	73.000, 73.000	70.000, 70.000	A meldet θ_A^H	103.800, 103.800	99.750, 99.750
A meldet θ_A^H	65.320, 65.320	54.250, 54.250	A meldet θ_A^L	91.000, 91.000	102.000, 102.000

TABELLE 2.4. Numerisches Beispiel: Darstellung des Entscheidungsproblem für jede Typenausprägung bei *profit sharing*.

Dass diese Bedingungen erfüllt sind, wird leicht ersichtlich, wenn das Entscheidungsproblem der Bereichsleiter wieder typenabhängig als unterschiedliche Spiele dargestellt wird, wie in Tabelle 2.4. Die unverzerrte Berichterstattung ist als Strategie in der ersten Spalte, bzw. ersten Reihe angegeben. Es ist leicht nachzuprüfen, dass die jeweils obere linke Ecke ein Nash-Gleichgewicht ist.

Spieltheoretisch ist ein Nash-Gleichgewicht "schwächer" als ein Gleichgewicht in dominanten Strategien, da jeder Spieler voraussetzen muss, dass alle anderen Spieler ebenso rational handeln, wie er. Aus Tabelle 2.4 wird aber noch ein weiteres Problem sichtbar: Es existieren durchaus mehrere Gleichgewichte, hier für die Typenvektoren (θ_A^L, θ_B^L) und (θ_A^H, θ_B^H) , da es für jeden Bereichsleiter optimal sein kann, verzerrt zu Berichten, wenn der jeweils andere ebenfalls verzerrt berichtet. Dabei ist allerdings in diesem Beispiel der *pay off* immer kleiner als bei dem "richtigen" (aus Sicht des Prinzipals) Gleichgewicht, ein Umstand, der insbesondere für die Kollusionsproblematik von Bedeutung ist. Dennoch kann die Theorie nur schwache Aussagen treffen, welches der Gleichgewichte gespielt wird.

3.5.4. *BIC-Eigenschaft und profit sharing bei "unvollständiger" Information.* Zuletzt wird noch jener Fall betrachtet, bei dem unvollständige Information herrscht, in dem Sinn, dass auch die Bereichsleiter untereinander den vollständigen Typenvektor nicht kennen, sondern jeweils nur ihren eigenen Typ. Um das strategische Problem zu lösen, bildet jeder Bereichsleiter einen Erwartungswert seines Performancemaßes über den Typ des jeweils anderen Bereichsleiters, unter der Annahme, dass dieser selbst unverzerrt und wahrheitsgemäß berichtet.

Dadurch hängen die BIC-Bedingungen (Ungleichungen (6)) vom Typ des einen Bereichsleiters, aber der Typenverteilung des anderen ab. Im Folgenden werden die resultierenden Bedingungen für Bereichsleiter A explizit angeschrieben:

(1) Typenausprägung ist θ_A^H :

$$\begin{aligned} & p_B^H (\theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H))) \\ & + p_B^L (\theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H))) \geq \\ & p_B^H (\theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L))) \\ & + p_B^L (\theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L))) . \end{aligned}$$

(2) Typenausprägung ist θ_A^L :

$$\begin{aligned} & p_B^H (\theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L))) \\ & + p_B^L (\theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L))) \geq \\ & p_B^H (\theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H))) \\ & + p_B^L (\theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H))) . \end{aligned}$$

Die Gleichgewichte können nicht mehr in der Form einer Tabelle so wie bisher dargestellt werden. Dennoch soll versucht werden, das Entscheidungsproblem der Bereichsleiter als Entscheidungsmatrix wiederzugeben. Der Bereichsleiter, dessen Entscheidungsproblem betrachtet wird, ist der Reihenspieler. Der Spaltenspieler ist der jeweils andere Bereichsleiter, dessen Typ der Reihenspieler nicht kennt. Die Auszahlungen sind daher die Erwartungswerte, die dieser bildet, seinen eigenen Typ kennend, seine eigene Strategie wählend, unter der Berücksichtigung, dass der andere Bereichsleiter verzerrt oder unverzerrt melden wird.

Tabelle 2.5 zeigt die Matrizen mit den erwarteten Performancemaßen für jeden der Bereichsleiter, wenn er vom guten bzw. schlechten Typ ist. Das

Entscheidungsproblem des
Bereichsleiters A mit Typ θ_A^L

	B meldet korrekt	B meldet verzerrt
A meldet θ_A^L	58.000	55.500
A meldet θ_A^H	51.910	48.265

Entscheidungsproblem des
Bereichsleiters A mit Typ θ_A^H

	B meldet korrekt	B meldet verzerrt
A meldet θ_A^H	93.900	90.255
A meldet θ_A^L	83.000	80.500

Entscheidungsproblem des
Bereichsleiters B mit Typ θ_B^L

	A meldet korrekt	A meldet verzerrt
B meldet θ_B^L	63.500	56.750
B meldet θ_B^H	60.880	50.640

Entscheidungsproblem des
Bereichsleiters B mit Typ θ_B^H

	A meldet korrekt	A meldet verzerrt
B meldet θ_B^H	88.400	78.160
B meldet θ_B^L	84.875	78.125

TABELLE 2.5. Numerisches Beispiel: Darstellung des Entscheidungsproblem für jeden Bereichsleiter bei Bayes'schem Gleichgewicht.

Entscheidungsproblem des Spielers A wird in den oberen Matrizen analysiert: In der linken Matrix weiss der Bereichsleiter, dass er selbst vom Typ θ_A^L ist. Er kennt den Typ des anderen nicht, aber er weiss, dass die Strategie des anderen Bereichsleiter entweder "korrekt melden" oder "verzerrt melden" ist.³¹ Die linke Spalte gibt die erwarteten *pay offs* wieder, wenn Bereichsleiter B "korrekt melden" als Strategie wählt, die rechte Spalte hingegen jene, die erwartet werden wenn Bereichsleiter B "verzerrt melden" als Strategie wählt. Für das obere rechte Feld wird, als Beispiel, der Erwartungswert wie folgt berechnet:

$$E_{\theta_B}[t_A^{PS}] = p_B^H (\theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L))) \\ p_B^L (\theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L))) .$$

Für beide Bereichsleiter gilt, dass, gegeben der jeweils andere wählt wahrheitsgemässes Berichten als Strategie, wahrheitsgemässes Berichten optimal

³¹Tatsächlich gibt es vier Strategien: Neben "korrekt melden" und "verzerrt melden" gibt es noch die Meldestrategien "immer θ^H melden" und "immer θ^L melden". Obwohl an dieser Stelle nicht näher auf diese eingegangen werden soll, müsste bei vollständiger Darstellung überprüft werden, ob eine dieser beiden Strategien ebenfalls ein Gleichgewicht erzeugt!

ist, und zwar unabhängig davon, ob er selbst vom guten oder schlechten Typ ist. Daher ist wahrheitsgemäßes Berichten ein Gleichgewicht. Allerdings muss auch hier das Gleichgewicht *a priori* nicht eindeutig sein. Wenn es zu Mehrdeutigkeit kommt, bleibt wieder die Frage offen, welches die Bereichsleiter spielen werden.

KAPITEL 3

Kollusion

Die Gleichgewichtskonzepte, die beim *mechanism design* zur Anwendung kommen, sind der non-kooperativen Spieltheorie entlehnt. Dabei bleibt die Kooperation den Agenten untereinander ausdrücklich verwehrt. Das klassische Beispiel dazu ist das Gefangenendilemma, bei dem die Kommunikation zwischen den Gefangenen einfach dadurch unterbunden wird, dass diese in getrennten Zellen gefangen gehalten und verhört werden.¹

Die Übertragung dieser Annahme, dass Kommunikation zwischen den Agenten weder erwünscht noch möglich sei, auf betriebswirtschaftliche Probleme ist hingegen problematisch: Ersten besteht vielfach der ausdrückliche Wunsch der Unternehmensleitung, die Kommunikation, sowohl formell über Berichtsstrukturen als auch informell, zu fördern, da diese heute als wesentlicher Bestandteil zur Abstimmung der Maßnahmen zur Umsetzung der Unternehmenspolitik und zum Wissenstransfer allgemein gesehen wird.² Zweitens kann die Kommunikation, selbst wenn sie unerwünscht wäre, in einem Betrieb wohl kaum unterbunden werden, da informelle soziale Interaktionen notwendigen Weise stattfinden müssen.

In der Organisationstheorie ist die Modellierung kollusiven Verhaltens oder die Bildung von Koalitionen innerhalb der Organisationsstruktur und die Maßnahmen dagegen ein wichtiger Bestandteil. Klassisches Beispiel sind Absprachen der Bieter bei der Ausschreibung öffentlicher Aufträge. Laffont und Rochet (1997) weisen auf die Unterscheidung in horizontale und vertikale Cliquenbildung hin: Während die erwähnte Bieterabsprache eine horizontale Koalition bildet, kann eine vertikale durch die Vereinnahmung von

¹Eine Beschreibung des Gefangenendilemmas ist in nahezu jedem Werk zu finden, das in die Spieltheorie einführt. Exemplarisch sei hier Kreps (1990b), Kapitel 4, genannt.

²Zur Einführung in die Organisationstheorie vgl. z.B. Daft (2004) oder Milgrom und Roberts (1992). Ein wichtiger Teil der Organisationstheorie beschäftigt sich mit der Frage, welche Struktur den Informationsfluss optimiert. Vgl. z.B. Radner (1992), Radner (1993), Bolton und Dewatripont (1994), und Garicano (200).

Regulierungsbehörden durch Interessenvertreter und Lobbyisten zustandekommen. Schliesslich kann selbst Korruption als illegale Seitenzahlung zur Induzierung kollusiven Verhaltens angesehen werden.

In der Diskussion zu den Budgetierungsmechanismen bleibt trotz dieser Einwände die Kollusionsproblematik in vielen Fällen explizit ausgenommen. Dahinter steckt die implizite Annahme, dass Absprachen, die zwischen den Agenten zu deren Nutzen und zum Schaden des Prinzipals getroffen werden, unredlich sind, und vom Manager aus seinem Berufsethos heraus abgelehnt werden, oder aber, dass die Ergebnisse der Absprache für die Agenten nicht überprüfbar oder einklagbar sind, und sie daher keine wirkliche Option darstellen. In der Diskussion zum Groves-Mechanismus wird aber gerade die mangelnde Kollusionsresistenz als einer der Hauptgründe für die mangelnde Verbreitung des Groves-Mechanismus in der betriebswirtschaftlichen Praxis angeführt.

Die Relevanz der Kollusionsproblematik für das hier behandelte Budgetierungsproblem muss demnach zunächst überprüfen, ob in einem Modellrahmen, in dem Kommunikation ermöglicht wird, für die Agenten ein Anreiz zu kollusiven Verhalten entsteht. Zum einen muss die Entlohnung der Agenten in Summe mit Kollusion größer sein als ohne. Dabei kann es sein, dass der einzelne bei verzerrter Meldung schlechter gestellt wird. Der Ausgleich des Unterschieds zur kollusionsfreien Entlohnung und eine etwaige Prämie wird durch eine Seitenzahlung der anderen Agenten sichergestellt. Beim Groves-Mechanismus, dessen Entlohnungsschema vorsieht, dass der Produktivitätsfaktor der jeweils anderen Agenten nur als Meldung in die Entlohnung einfließt, kann die Falschmeldung der anderen Bereiche die eigene Entlohnung erhöhen, eine gemeinsame Falschmeldung die Entlohnung aller erhöhen. Beim *profit sharing* besteht diese Möglichkeit nicht: Bei dem bisher betrachteten Modell führt eine einzelne oder gemeinsame Falschmeldung nur zur Fehlallokation der Ressource und damit zu einer Verringerung des Unternehmensergebnis und damit des Performancemaß der Agenten. Während *profit sharing* ein schwächeres Gleichgewichtskonzept hat, wie im vorangegangenen Kapitel ausführlich behandelt, ist es im Gegensatz zum aus Sicht der Gleichgewichtstheorie vorteilhafteren Groves-Mechanismus kollusionsresistent.

Da der Groves-Mechanismus höhere Entlohnungen bei Kooperation erzielen kann, bleibt zweitens die Frage, unter welchen Umständen die Agenten

sich auch tatsächlich kollusiv verhalten. Es zeigt sich nämlich, dass die Möglichkeit zur Kommunikation und Abstimmung der Meldungen aus Sicht der Agenten ein neues Spiel induziert, das die Frage bei der strategischen Entscheidung aufwirft, ob der Agent kolludieren soll oder nicht. Überraschender Weise weisen Budde et al. (1998) darauf hin, dass das Kollusionsspiel ein Gleichgewicht in dominanten Strategien für die Nicht-Kollusionsstrategie erzeugt. Die Implikation daraus ist, dass selbst wenn die Möglichkeit zur Kommunikation ausdrücklich als Modellannahme zugelassen wird, die Agenten nicht kolludieren werden.

Kunz und Pfeiffer (1999) schwächen das Ergebnis ab: Ausgehend von der Annahme, dass die Budgetierungssituation sich regelmäßig wiederholt, zeigen sie, dass in diesem dynamischen Konzept Kollusionsgleichgewichte möglich sind, die dadurch entstehen, dass die Agenten eine Reputation als kooperierende (im Sinne der Agenten) Spieler aufbauen, beziehungsweise wenn die Dauer des Arbeitsverhältnisses und damit der weiteren Spielrunden unsicher ist, und eine rückwärtsinduktive Lösung daher nicht möglich ist.

Die Kollusionsproblematik wird in diesem Kapitel wie folgt aufbearbeitet. Im ersten Abschnitt wird untersucht, inwiefern Kollusion den Nutzen der Agenten verbessern kann. Dabei soll auf den wesentlichen Unterschied zwischen den zwei behandelten Mechanismen eingegangen werden. Im zweiten Abschnitt wird das durch die Kollusionsmöglichkeit induzierte Kollusionsspiel beschrieben, das sowohl im statischen Modellrahmen als auch bei dynamischer Interaktion untersucht wird. Als Grundlage dient jenes Modell, dass in Kapitel 2 konkretisiert wurde. Es handelt sich dabei um ein *hidden information*-Problem mit zwei Agenten.³

1. Verzerrte Meldungen und Kollusionsprämien

Ohne Möglichkeit zur Kommunikation kann ein Bereichsleiter nur über seine eigene Meldung die Entlohnung bestimmen. Beim Groves-Mechanismus kommt noch hinzu, dass die Meldung des jeweils anderen Bereichsleiter die Entlohnung zwar mitbestimmt, aber dessen wahre Produktivität dabei keine Rolle spielt. Der Bereichsleiter optimiert seine Entscheidung für eine gegebene (oder erwartete) Meldung des jeweils anderen Leiters. Wenn der Modellrahmen aber Absprachen zulässt, verändert sich das Bild: Jetzt

³Eine Erweiterung der Analyse auf *false moral hazard* wird in Kapitel 5 behandelt.

können die Bereichsleiter gemeinsam über beide Meldungen als Entscheidungsvariable die Summe der Entlohnungen optimieren.

In weiterer Folge bezeichnen in diesem Kapitel $t_i^{PS}(\theta, m)$ das Performancemaß bei *profit sharing* und $t_i^G(\theta_i, m)$ das Groves-Maß, wobei θ für den realisierten Typenvektor beider Bereichsleiter, θ_i für den realisierten Typ des Bereichsleiter i und m schliesslich für den Meldevektor stehen.

1.1. Kollusion und *profit sharing*. Das Performancemaß bei *profit sharing* ist das Unternehmensergebnis. Wenn die Bereichsleiter die Möglichkeit zur Kollusion haben, optimieren sie gemeinsam die Summe ihrer beider Performancemaße, $\sum t^{PS} = t_A^{PS} + t_B^{PS}$:

$$\max_{m_A, m_B} 2 \left(\theta_A g_A(x_A^{fb}(m_A, m_B)) + \theta_B g_B(X - x_A^{fb}(m_A, m_B)) \right).$$

Die Lösung des Problems für die Bereichsleiter wird über die *first order condition* ermittelt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sum t}{\partial m_A} &= \theta_A \frac{\partial}{\partial x_A^{fb}} g_A(x_A^{fb}(m_A, m_B)) \frac{\partial}{\partial m_A} x_A^{fb}(m_A, m_B) \\ &\quad - \theta_B \frac{\partial}{\partial x_A^{fb}} g_B(X - x_A^{fb}(m_A, m_B)) \frac{\partial}{\partial m_A} x_A^{fb}(m_A, m_B), \\ \frac{\partial \sum t}{\partial m_B} &= \theta_A \frac{\partial}{\partial x_A^{fb}} g_A(x_A^{fb}(m_A, m_B)) \frac{\partial}{\partial m_B} x_A^{fb}(m_A, m_B) \\ &\quad - \theta_B \frac{\partial}{\partial x_A^{fb}} g_B(X - x_A^{fb}(m_A, m_B)) \frac{\partial}{\partial m_B} x_A^{fb}(m_A, m_B). \end{aligned}$$

Aus der *first order condition* der *first best*-Lösung, die die Allokationsfunktion x^{fb} charakterisiert

$$(18) \quad \theta_A \frac{\partial}{\partial x_A^{fb}} g_A(x_A^{fb}(\theta_A, \theta_B)) - \theta_B \frac{\partial}{\partial x_A^{fb}} g_B(X - x_A^{fb}(\theta_A, \theta_B)) = 0$$

folgt, dass $m_A = \theta_A$ und $m_B = \theta_B$ optimal ist, wenn Absprachen möglich sind. Intuitiv ist das Ergebnis leicht nachvollziehbar: Jede einseitige Abweichung von der unverzerrten Berichterstattung führt unweigerlich zu einer Fehlallokation der Ressource, da die *first order condition* (18) verletzt ist. Bei einer gemeinsamen kollusiven Falschmeldestrategie kann wiederum keine bessere Allokation erreicht werden. Die Entlohnung hängt ausschliesslich vom Unternehmensgewinn ab, daher wird bei einer Fehlallokation jeder Bereichsleiter ausnahmslos schlechter gestellt.

Die Intuition geht allerdings noch einen Schritt weiter. *Profit sharing* erzeugt kein dominantes Gleichgewicht, und sowohl bei Nash- als auch bei Bayes-Implementierung kann es Mehrdeutigkeit bei der Gleichgewichtsbestimmung geben. Ein weiteres Nash-Gleichgewicht entsteht, wenn Bereichsleiter i auf eine verzerrte Meldung m_j ebenfalls verzerrt meldet, um die Fehlallokation zu mindern oder zur Gänze zu verhindern. In diesem Fall kann die Möglichkeit einer Absprache die Wahrheitsinduktion sogar verbessern, da das Koordinationsproblem bezüglich der Wahl des Gleichgewichts gelöst werden kann. Diese Vermutung belegen Arnold et al. (2005) in einem Laborexperiment. Sie weisen darauf hin, dass diese Koordinationsfunktion der Kommunikationsmöglichkeit auch dann zur Geltung kommt, wenn mögliche Absprachen aus spieltheoretischer Sicht *cheap talk* sind, also wenn aus der Kommunikation keine unmittelbare Bindung an eine Vereinbarung folgt.

1.2. Kollusion und Groves-Mechanismus. Die Bereichsleiter betrachten die Summe ihrer Entlohnungen und treffen eine Absprache bezüglich ihrer Meldungen, um die Summe zu maximieren. Dieses zu maximierende Groves-Kollusionsmaß setzt sich wie folgt zusammen:

- (1) Das Groves-Maß eines jeden Bereichsleiters beinhaltet dessen eigenen Bereichsgewinn. Das Groves-Kollusionsmaß bildet die Summe aller Groves-Maße, und beinhaltet somit die Summe der realisierten Bereichsgewinne. Das entspricht dem Performancemaß bei *profit sharing* für die Meldung (m_A, m_B) und Parameterausprägung (θ_A, θ_B) .
- (2) Das Groves-Maß beinhaltet außerdem die gemeldeten Bereichsgewinne der jeweils anderen Bereiche. Die Summe dieser Bereichsergebnisse entsprächen dem Performancemaß bei *profit sharing* für die Meldung (m_A, m_B) und Parameterausprägung (m_A, m_B) .

Die Summe der Groves-Maße $\sum t^G = t_A^G + t_B^G$ ergibt:

$$\sum t^G = t_i^{PS}(\theta, m) + t_i^{PS}(m, m).$$

Der Index i soll ausdrücken, dass sowohl A als auch B eingesetzt werden kann, weil dies bei dem Performancemaß für *profit sharing* keine Rolle spielt. Der erste Term in dieser Darstellung entspricht genau dem *profit sharing*, das weiter oben bereits besprochen wurde. Dabei führt eine Abweichung

der wahrheitsgemäßen Meldestrategie zu einer Fehllallokation, und der Gewinn wird kleiner und die Agenten schlechter gestellt. Der zweite Term hingegen ist nur meldeabhängig, und kann als das Ergebnis interpretiert werden, das erzielt würde, wenn die Meldungen wahr wären. Bei wahrheitsgemäßer Meldung aller Bereichsleiter entspricht die Summe der Groves-Maße klarerweise der Summe der Performancemaße bei *profit sharing*, mit $\sum t^G = \sum t^{PS}$. Der zweite Term $t_i^{PS}(m, m)$ kann sich, im Unterschied zu ersteren, bei einer Falschmeldung positiv verändern. Um diesen Effekt vorweg zu illustrieren, sei angenommen dass sich beide Bereichsleiter darauf einigen, ihre wahre Produktivität θ_i mal einem Abweichungsfaktor $\Delta > 1$ zu melden, so dass $m_i = \theta_i \Delta$. Aus der *first order condition* (18) wird ersichtlich, dass sich die Allokation nicht verändert, da Δ faktorisiert und gekürzt werden kann. Damit verändert sich der erste Term nicht und es gilt:

$$t_i^{PS}(\theta, \theta) = t_i^{PS}(\theta, \theta \Delta).$$

Für den zweiten Term hingegen kann leicht überprüft werden, dass

$$\begin{aligned} t_i^{PS}(\theta, \theta) &< t_i^{PS}(\theta \Delta, \theta \Delta) \\ t_i^{PS}(\theta, \theta) &< \Delta t_i^{PS}(\theta, \theta) \end{aligned}$$

gelten muss. In diesem Fall erhöht eine kollusive Meldestrategie $m_i = \theta_i \Delta$ die Summe der Entlohnung der Bereichsleiter. Diese Eigenschaft soll systematisch durchleuchtet werden. Insbesondere müssen auf die unterschiedliche Auswirkungen einseitiger und beidseitiger Falschmeldungen der Bereichsleiter eingegangen werden.

1.2.1. *Einseitig verzerrte Meldung.* Eine verzerrte Meldung wirkt sich in dreierlei Hinsicht auf die Entlohnung aus. Zunächst sei festgehalten, dass eine verzerrte Meldung von Bereichsleiter i notwendiger Weise zu einer Verringerung seines Groves-Maß t_i^G führen muss, da eine Implementierung der Allokationsfunktion in dominanten Strategien erforderlich macht, dass ein Abweichen von einer unverzerrten Meldung als Strategie den Bereichsleiter schlechter stellt. Wird vorausgesetzt, dass Bereichsleiter j unverzerrt berichtet, gilt an der Stelle $m_i = \theta_i$ die *first order condition*:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_i^G}{\partial m_i} &= \theta_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, \theta_j)} g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \theta_j) \\ &\quad - \theta_j \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, \theta_j)} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \theta_j) \\ \frac{\partial t_i^G}{\partial m_i} \Big|_{m_i=\theta_i} &= 0. \end{aligned}$$

Wie verändert sich aber das Groves-Maß des Bereichsleiter j , wenn Bereichsleiter i verzerrt meldet? Das Groves-Maß ist bei wahrheitsgemäßer Meldung der Produktivität θ_j :

$$t_j^G = \theta_j g_j(X - x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) + m_i g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)).$$

Die Ableitung nach m_i zeigt die Veränderung des Groves-Maßes des Bereichsleiters j in Abhängigkeit der Meldung des Bereichsleiters i :

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_j^G}{\partial m_i} &= -\theta_j \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, \theta_j)} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \theta_j) \\ &\quad + m_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, \theta_j)} g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \theta_j) + g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \\ &= g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) > 0. \end{aligned}$$

Daraus folgt, dass eine positive Veränderung der Meldung m_i , demnach eine Übertreibung der Produktivität sich positiv auf das Groves-Maß des Bereichsleiters j auswirkt. Es ergibt sich folgendes vorläufige Bild:

- (1) Eine Falschmeldung von i wirkt sich immer negativ auf die Entlohnung i 's aus.
- (2) Eine Falschmeldung von i wirkt sich positiv auf die Entlohnung j 's aus, wenn i seine Produktivität übertreibt, und negativ, falls er sie untertreibt.

Schliesslich kann ein Anreiz zur Kollusion nur dann entstehen, wenn die Summe der Groves-Maße durch die verzerrte Meldung größer wird. Der positive Effekt auf die Entlohnung des Bereichsleiters j muss dazu den Verlust aus der Veränderung der Entlohnung des Bereichsleiters i übersteigen. Für die Ergebnisfunktionen der Bereichsleiter im betrachteten Modell soll gezeigt werden, dass das immer der Fall ist, sobald Bereichsleiter i übertreibt.

THEOREM 3.1. *Wird im beschriebenen Problem mit hidden information, risikoneutralen Agenten und ex post-Information der Transfer mittels Grove-Mechanismus ermittelt, erhöht Agent i durch eine Meldung $m_i > \theta_i$ den Gesamttransfer an beide Agenten wenn Agent j wahrheitsgemäß berichtet.*

BEWEIS. Es ist zu zeigen, dass die Ableitung der Summe der Entlohnungen nach m_i wenn $m_j = \theta_j$ gilt, positiv ist:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_i^G}{\partial m_i} + \frac{\partial t_j^G}{\partial m_i} &= \theta_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, \theta_j)} g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \theta_j) \\ &\quad - \theta_j \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, \theta_j)} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \theta_j) \\ &\quad + g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \\ &> 0. \end{aligned}$$

Umformung ergibt für den Term $\frac{\partial t_i^G}{\partial m_i}$ folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_i^G}{\partial m_i} &= \theta_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, \theta_j)} g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \theta_j) \\ &\quad - \theta_j \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, \theta_j)} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \theta_j) \\ &\quad + m_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, \theta_j)} g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \theta_j) \\ &\quad - m_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, \theta_j)} g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \theta_j) \\ &= (\theta_i - m_i) \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, \theta_j)} g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \theta_j). \end{aligned}$$

Es gilt für die Summe zu zeigen:

$$(19) \quad (\theta_i - m_i) \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, \theta_j)} g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, \theta_j) + g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) > 0.$$

Nun sei $f(z) = g_i(x_i^{fb}(z, \theta_j))$ für ein gegebenes θ_j , mit $m_i = z_0$ und $\theta_i = z$, dann gilt für (19):

$$f'(z_0)(z - z_0) + f(z_0) \cong f(z).$$

Jetzt ist leicht zu erkennen, dass es sich beim Ausdruck in Ungleichung (19) um eine lineare Approximation des Funktionswert $f(z)$ handelt. Da f steigend in z (g_i ist wachsend in x_i^{fb} und x_i^{fb} ist aufgrund von Lemma 2.9 wachsend in m_i) und positiv für alle z , soll gezeigt werden, dass f konkav ist,

da dann die Tangente für die lineare Approximation immer “oberhalb” der Funktion liegt und daher gilt:

$$f'(z_0)(z - z_0) + f(z_0) \geq f(z) > 0.$$

Um zu zeigen, dass $g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j))$ konkav in m_i ist, muss die zweite Ableitung nach m_i negativ sein. Das soll nun gezeigt werden.

Bezeichne $x(z)$ den Anteil des Agenten i an der Ressource bei optimaler Aufteilung für eine gegebene unverzerrte Meldung $\bar{\theta}_j$ in Abhängigkeit der Meldung $m_i = z$, d.h. $x(z) = x_i^{fb}(z, \bar{\theta}_j)$, und $g'_i(x)$ bzw. $g''_i(x)$, $g'''_i(x)$, die erste, bzw. zweite, dritte, Ableitung nach der Variable x . Sei $F(z, x(z))$ die *first order condition* der *first best*-Entscheidung in Abhängigkeit von z . Dann gilt:

$$\begin{aligned} F(z, x(z)) &= zg'_i(x(z)) - \bar{\theta}_j g'_j(X - x(z)) \\ &= 0. \end{aligned}$$

Sei $x'(z)$ die erste Ableitung von $x(z)$ nach z . Implizites Differenzieren der Funktion x aus der Gleichung $F(z, x(z)) = 0$ ergibt:

$$(20) \quad x'(z) = \frac{-g'_i(x(z))}{zg''_i(x(z)) + \bar{\theta}_j g''_j(X - x(z))}.$$

Die zweite Ableitung $x''(z)$ nach z ist:

$$\begin{aligned} (21) \quad x''(z) &= \frac{-g''_i(x(z))x'(z)(zg''_i(x(z)) + \bar{\theta}_j g''_j(X - x(z)))}{(zg''_i(x(z)) + \bar{\theta}_j g''_j(X - x(z)))^2} \\ &\quad + \frac{g'_i(x(z))(g''_i(x(z)) + zg'''_i(x(z))x'(z) - \bar{\theta}_j g'''_j(X - x(z))x'(z))}{(zg''_i(x(z)) + \bar{\theta}_j g''_j(X - x(z)))^2} \end{aligned}$$

Die Ergebnisfunktion $g_i(x(z))$ ist konkav in z wenn die zweite Ableitung negativ ist, also:

$$\frac{\partial g_i(x(z))}{\partial z^2} = g'_i(x(z))x''(z) + g''_i(x(z))(x'(z))^2 < 0,$$

bzw. wenn:

$$(22) \quad \frac{x''(z)}{(x'(z))^2} < -\frac{g''_i(x(z))}{g'_i(x(z))}.$$

Aus Gleichung (21) wird ersichtlich, dass $x''(z) < 0$ wenn

$$g''_i(x(z)) + zg'''_i(x(z))x'(z) - \bar{\theta}_j g'''_j(X - x(z))x'(z) \leq 0.$$

Wenn $x(z)$ konkav ist, ist klarerweise $g_i(x(z))$ ebenfalls konkav in z und Bedingung (22) erfüllt. Es muss aber auch gezeigt werden, dass Bedingung (22) erfüllt ist, wenn:

$$g_i''(x(z)) + zg_i'''(x(z))x'(z) - \bar{\theta}_j g_j'''(X - x(z))x'(z) > 0.$$

Bezeichne $a = zg_i'''(x(z))x'(z) - \bar{\theta}_j g_j'''(X - x(z))x'(z)$, und sei $a > -g_i''(x(z))$. Aus Gleichung (20) und (21) folgt für die Bedingung (22):

$$\begin{aligned} \frac{-g_i''(x(z))x'(z)(zg_i''(x(z)) + \bar{\theta}_j g_j''(X - x(z))) + g_i'(x(z))(g_i''(x(z)) + a)}{-(g_i'(x'(z)))^2} &< -\frac{g_i''(x(z))}{g_i'(x(z))} \\ \frac{-g_i''(x(z))x'(z)(zg_i''(x(z)) + \bar{\theta}_j g_j''(X - x(z))) + g_i'(x(z))(g_i''(x(z)) + a)}{-g_i(x'(z))} &< -g_i''(x(z)) \\ \frac{-g_i''(x(z))(-g_i'(x(z))) - g_i'(x(z))(-g_i''(x(z)) - a)}{-g_i(x'(z))} &< -g_i''(x(z)) \\ -g_i''(x(z)) - g_i''(x(z)) - a &< -g_i''(x(z)) \\ -g_i''(x(z)) &< a, \end{aligned}$$

was aufgrund der getroffenen Annahme immer erfüllt ist. Damit ist Ergebnissfunktion g_i konkav in m_i , mit $\frac{\partial^2}{\partial m_i^2} g_i(x_i^{fb}(m_i, \theta_j)) < 0$, was zu zeigen war. $\square$

1.2.2. Beidseitig verzerrte Meldungen. Nachdem gezeigt werden konnte, dass bei Kommunikation zwischen den Bereichsleitern die einseitige Übertreibung der Meldung eines einzelnen Manager die Gesamtentlohnung immer verbessert, drängt sich die Frage auf, wie sich eine gemeinsame Übertreibung auf die Gesamtentlohnung auswirkt. Dazu muss die jeweilige Ableitung der Entlohnungssumme nach beide Meldevariablen m_i und m_j betrachtet werden. Da für jeden Bereichsleiter i für die Meldung $m_i \neq \theta_i$ gilt, ist die Gesamtentlohnung:

$$\begin{aligned} (23) \quad t_i^G + t_j^G &= \theta_i g_i(x_i^{fb}(m_i, m_j)) + m_j g_j(X - x_i^{fb}(m_i, m_j)) \\ &\quad + \theta_j g_j(X - x_i^{fb}(m_i, m_j)) + m_i g_i(x_i^{fb}(m_i, m_j)). \end{aligned}$$

Wenn die Allokationen durch die Falschmeldungen sich nicht verändern, ist sofort ersichtlich, dass nur eine gemeinsame Übertreibung zu einer höheren

Summe der Groves-Maße führt. Eine gemeinsame Untertreibung führt dabei klarerweise zu einer Verringerung. Andere Optionen sind ausgeschlossen, da bei Übertreibung des einen Bereichsleiter und Untertreibung des anderen sich die Allokation notwendiger Weise ändern würde.

Im allgemeineren Fall, wenn sich durch die Falschmeldung die Allokationen verändern, gibt es einen *trade off* bei dem die Einbußen der suboptimale Allokation durch die Kollusionsprämien wettgemacht werden müssen. Intuitiv wäre zu erwarten, dass die Gesamtentlohnung bei gemeinsamer Übertreibung der Produktivitätsparameter trotzdem steigt, da bei Falschmeldung des einen die Entlohnung des anderen, und bei Falschmeldung des anderen die Entlohnung des einen steigt. Theorem 3.2 formalisiert diese Vermutung.

THEOREM 3.2. *Wird im beschriebenen Problem mit hidden information, risikoneutralen Agenten und ex post-Information der Transfer mittels Groves-Mechanismus ermittelt, erhöht Agent i durch eine Meldung $m_i > \theta_i$ den Gesamttransfer an beide Agenten wenn Agent j ebenfalls verzerrt $m_j > \theta_j$ berichtet.*

BEWEIS. Es gilt zu zeigen, dass für $m_i > \theta_i$ und $m_j > \theta_j$ die Ableitung der Summe der Groves-Maße $t_i^G + t_j^G$ aus Gleichung (23) nach m_i und nach m_j jeweils positiv ist. Die Ableitung nach m_i ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{t_i^G + t_j^G}{\partial m_i} &= \theta_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, m_j)} g_i(x_i^{fb}(m_i, m_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, m_j) \\ &\quad - m_j \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, m_j)} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, m_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, m_j) \\ &\quad - \theta_j \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, m_j)} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, m_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, m_j) \\ &\quad + m_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, m_j)} g_i(x_i^{fb}(m_i, m_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, m_j) \\ &\quad + g_i(x_i^{fb}(m_i, m_j)). \end{aligned}$$

Da aufgrund der Optimalitätsbedingung

$$\begin{aligned} m_j \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, m_j)} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, m_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, m_j) \\ m_i \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, m_j)} g_i(x_i^{fb}(m_i, m_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, m_j) = 0 \end{aligned}$$

gelten muss, folgt für die betrachtete Ableitung:

$$\begin{aligned}
\frac{t_i^G + t_j^G}{\partial m_i} &= (m_j - \theta_j) \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, m_j)} g_j(X - x_i^{fb}(m_i, m_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, m_j) \\
&\quad + (\theta_i - m_i) \frac{\partial}{\partial x_i^{fb}(m_i, m_j)} g_i(x_i^{fb}(m_i, m_j)) \frac{\partial}{\partial m_i} x_i^{fb}(m_i, m_j) \\
&\quad + g_i(x_i^{fb}(m_i, m_j)).
\end{aligned}$$

Der Term in der ersten Zeile in diesem Ausdruck ist positiv für $m_j > \theta_j$, jener in der zweiten ebenfalls, wie bereits in Theorem 3.1 gezeigt wurde, da es sich dabei um die Gleichung 19 handelt, mit $m_j = \theta_j$. Damit ist $\frac{t_i^G + t_j^G}{\partial m_i} > 0$. Die selbe Argumentation gilt für die Ableitung nach m_j . $\square$

Es kann allerdings keine Aussage darüber getroffen werden, wie sich die gemeinsame Übertreibung auf die Entlohnungen der einzelnen Bereichsleiter auswirkt. Insbesondere kann aus dem Theorem nicht geschlossen werden, dass für alle $m_A > \theta_A$ und $m_B > \theta_B$ die Groves-Maße für die einzelnen Bereichsleiter ebenfalls wachsen, also $t_A^G(\theta_A, m) > t_A^G(\theta_A, \theta)$ und $t_B^G(\theta_B, m) > t_B^G(\theta_B, \theta)$. Das kann sehr leicht mittels Stetigkeitsüberlegungen gezeigt werden: Aufgrund der Struktur des Groves-Mechanismus gilt $t_i^G(\theta_i, (m_i, \theta_j)) < t_i^G(\theta_i, (\theta_i, \theta_j))$. Das liegt daran, dass unabhängig von dem Typ und der Meldung des Bereichsleiters j eine unverzerrte Meldung für Bereichsleiter i immer optimal ist. Konkavität der Gewinnfunktionen stellt sicher, dass für jede Meldung immer nur eine Allokation optimal sein kann. Da beide Gewinnfunktionen stetig und jedenfalls zwei Mal differenzierbar sind, existiert die implizite Ableitung für $x_i^{fb}(m)$, damit ist $x_i^{fb}(m_i, m_j)$ ebenfalls stetig.⁴ Die Stetigkeit all dieser Funktionen impliziert, dass das Groves-Maß ebenfalls stetig ist. Es existiert also ein $\xi > 0$ derart, dass

$$(24) \quad t_i^G(\theta_i, (m_i, \theta_j + \xi)) < t_i^G(\theta_i, (\theta_i, \theta_j)).$$

Nun ist die Meldung $\theta_j + \xi$ eine verzerrte Meldung nach oben, und der Meldevektor $(m_i, \theta_j + \xi)$ eine beidseitige Übertreibung!

Der Beweis zu Theorem 3.2 besagt, dass die Ableitungen der Summe der Groves-Maße nach m_A und m_B positiv sind. Somit ist der maximale Kollusionsgewinn bei maximaler gemeinsamer Übertreibung der Produktivitätsparameter gegeben, also wenn $\bar{m}_i \in \Theta_i$ mit $\bar{m}_i > m_i$ für alle $m_i \in \Theta_i$

⁴Vgl. dazu den Beweis zu Theorem 3.1.

und $i \in \{A, B\}$. Da angenommen werden kann, dass bei kollusiven Verhalten der Bereichsleiter die maximale Kollusionsprämie erwirtschaftet werden soll, stellt sich die Frage, ob zumindest für den maximalen Meldevektor $\bar{m}$ gezeigt werden kann, dass $t_i^G(\theta_i, \bar{m}) > t_i^G(\theta_i, \theta)$ gilt. Aber auch in diesem Fall kann gezeigt werden, dass dies nicht allgemein gelten kann: Der selben Überlegung wie im vorangegangenen Fall folgend muss ein $\xi > 0$ existieren, für das $\bar{m}_j = \theta_j + \xi$ und die Ungleichung (24) gilt, wenn θ_j nahe genug an $\bar{m}_j$ liegt, also wenn der tatsächliche Typ des Bereichsleiters j sehr gut ist.

Am leichtesten wird dieser Effekt sichtbar, wenn die Typenrealisation des Bereichsleiters j das Maximums des Typenraums einnimmt. Dann kann dieser Bereichsleiter klarerweise nicht mehr übertreiben, da er ohnedies $\bar{m}_j$ meldet. Wenn aber Bereichsleiter i alleine verzerrt meldet, findet er sich in der Situation der einseitigen Übertreibung wieder, und sein Groves-Maß sinkt. Dessen ungeachtet steigt aber, wie gezeigt wurde, die Summe der Groves-Maße.

1.3. Weiterführung des numerischen Beispiels. Um die Intuition für die besprochenen Ergebnisse zu vertiefen mag die Weiterführung des numerischen Beispiels aus Kapitel 2 dienen.⁵ Zunächst sei *profit sharing* betrachtet.⁶ Tabelle 3.1 stellt die Performance-Maße bei *profit sharing* dar und enthält zusätzlich in Kursivschrift die möglichen Kollusionsprämien. Eine solche Prämie für eine bestimmte Meldung bei einer bestimmten Typenrealisierung wird aus der Differenz des Gesamtmaßes bei unverzerrten Meldung, das ist in jeder 2×2 -Matrix das linke obere Feld, und jenes der entsprechenden verzerrten Meldung gebildet. Wird zum Beispiel die Typenausprägung (θ_A^H, θ_B^L) realisiert, dann erhalten die Bereichsleiter bei unverzerrter Meldung in Summe 168.000, bei der Meldung (θ_A^L, θ_B^H) hingegen nur 118.000. Die Kollusionsprämie ist in diesem Fall negativ und beträgt -50.000.

Tatsächlich sind die Kollusionsprämien, die aus der Tabelle ermittelt werden können, immer negativ. Das ist nicht weiter verwunderlich, da ja bereits gezeigt werden konnte, dass *profit sharing* kollusionsresistent ist: Das Performance-Maß hängt von den tatsächlichen Gewinnen ab, die in Summe

⁵Siehe S. 57ff.

⁶Es wird hier die Situation mit symmetrischer Information zwischen den Bereichsleitern betrachtet, daher kommt ein Nash-Gleichgewicht zustande. Bei asymmetrischer Information zwischen den Bereichsleitern muss als Lösungskonzept ein Bayes'sches Gleichgewicht zur Anwendung kommen. Vgl. dazu Kapitel 2 Abschnitt 1.4.

Parameterausprägung (θ_A^L, θ_B^L)			Parameterausprägung (θ_A^H, θ_B^L)		
	B meldet θ_B^L	B meldet θ_B^H		B meldet θ_B^L	B meldet θ_B^H
A meldet θ_A^L	43.000, 43.000	41.000, 41.000 -4.000	A meldet θ_A^H	84.000, 84.000	80.760, 80.760 -6.480
A meldet θ_A^H	38.500, 38.500 -9.000	42.280, 42.280 -1.440	A meldet θ_A^L	75.000, 75.000 -18.000	59.000, 59.000 -50.000

Parameterausprägung (θ_A^L, θ_B^H)			Parameterausprägung (θ_A^H, θ_B^H)		
	B meldet θ_B^H	B meldet θ_B^L		B meldet θ_B^H	B meldet θ_B^L
A meldet θ_A^L	73.000, 73.000	70.000, 70.000 -6.000	A meldet θ_A^H	103.800, 103.800	99.750, 99.750 -6.100
A meldet θ_A^H	65.320, 65.320 -15.260	54.250, 54.250 -17.500	A meldet θ_A^L	91.000, 91.000 -25.600	102.000, 102.000 -3.600

TABELLE 3.1. Numerisches Beispiel: Darstellung des Entscheidungsproblem für jede Typenausprägung bei *profit sharing* mit Kollusionsprämien.

dann maximal sind, wenn die Allokation optimal ist. Durch eine verzerrte Meldung kann die Allokation, die bei unverzerrter Meldung optimal ist, nicht verbessert werden. Im numerischen Beispiel ist es sogar so, dass jede Abweichung von der wahrheitsgemäßen Meldung zu einer strikten Verschlechterung führt. Das liegt daran, dass hier diskrete Typenverteilungen angenommen werden.

Interessanter ist der Fall des Groves-Mechanismus, dessen Auszahlungsmatrizen in Tabelle 3.2 dargestellt sind. Das numerische Beispiel erlaubt es, alle Effekte, die sich aus den unterschiedlichen Meldestrategien ergeben, zu illustrieren:

- (1) Übertreibung eines Bereichsleiters erhöht *ceteris paribus* immer die Summe der Groves-Maße sowie das Groves-Maß des jeweils anderen Bereichsleiter. Untertreibung eines Bereichsleiters hingegen verringert *ceteris paribus* die Summe der Groves-Maße und das Groves-Maß des jeweils anderen Bereichsleiter. Diese Effekte können am

Parameterausprägung (θ_A^L, θ_B^L)			Parameterausprägung (θ_A^H, θ_B^L)		
	B meldet θ_B^L	B meldet θ_B^H		B meldet θ_B^L	B meldet θ_B^H
A meldet θ_A^L	43.000, 43.000	73.000, 41.000 28.000	A meldet θ_A^H	84.000, 84.000	103.800, 80.760 16.560
A meldet θ_A^H	38.500, 84.000 36.500	65.320, 80.760 60.080	A meldet θ_A^L	75.000, 43.000 -50.000	91.000, 41.000 -36.000

Parameterausprägung (θ_A^L, θ_B^H)			Parameterausprägung (θ_A^H, θ_B^H)		
	B meldet θ_B^H	B meldet θ_B^L		B meldet θ_B^H	B meldet θ_B^L
A meldet θ_A^L	73.000, 73.000	43.000, 70.000 -33.000	A meldet θ_A^H	103.800, 103.800	84.000, 99.750 -23.850
A meldet θ_A^H	65.320, 103.800 23.120	38.500, 99.750 -7.750	A meldet θ_A^L	91.000, 73.000 -43.600	75.000, 70.000 -62.600

TABELLE 3.2. Numerisches Beispiel: Darstellung des Entscheidungsproblem für jede Typenausprägung bei Groves-Mechanismus mit Kollusionsprämien.

unmittelbarsten von den Spielertableaus der Parameterausprägung (θ_A^L, θ_B^L) für die nach oben verzerrten Meldungen, bzw. (θ_A^H, θ_B^H) für die nach unten verzerrten Meldungen, ausgelesen werden.

- (2) Die Summe der Groves-Maße ist immer dann am größten, wenn beide Bereichsleiter den produktiven Typ θ_i^H melden, unabhängig davon, welche Parameterausprägung tatsächlich realisiert wurde. Das bedeutet, dass es immer ein Potential für eine positive Kollusionsprämie gibt, wenn die Agenten (θ_A^H, θ_B^H) melden. Die einzige Ausnahme ist natürlich für den Fall gegeben, dass (θ_A^H, θ_B^H) der tatsächlichen Parameterausprägung entspricht, da dann die Bereichsleiter schwer ihre Produktivität übertreiben können. Allgemeiner formuliert gilt, dass die Bereichsleiter in Summe (also bezüglich $t_A^G + t_B^G$) Paretoverbesserung erzielen, wenn sie beide die Meldung ihrer maximalen Produktivität als Strategie wählen.

- (3) Bezüglich der Veränderung des Groves-Maßes der verzerrt meldenden Bereichsleiter muss differenziert werden. Obwohl die Kollusionsprämie bei der Meldung (θ_A^H, θ_B^H) maximal ist, sinkt das Groves-Maß des Bereichsleiters i , wenn er selber vom Typ θ_i^L und effektiv übertreibt und Bereichsleiter j vom Typ θ_j^H ist. Hingegen steigt das Groves-Maß jedes einzelnen, wenn sie beide effektiv übertreiben (d.h. ihr Typenvektor (θ_A^L, θ_B^L) ist).

Dieser letzte Punkt bedarf allerdings weiterer Untersuchung, da der Eindruck entstehen könnte, dass dieser Effekt, bei dem das Groves-Maß eines Bereichsleiters sinkt obwohl beide maximal übertreiben, nur dann zustande kommt, wenn der Typ des anderen Bereichsleiters dem Maximum aus dem Typenraum entspricht. Diese Vorstellung ist falsch und darauf zurückzuführen, dass das numerische Beispiel nur diskrete und binäre Typenräume kennt. Zur weiteren Illustration soll vorübergehend angenommen werden, der Typenraum beider Agenten sei stetig im Intervall $\Theta_i = [\theta_i^L, \theta_i^H]$.

Sei weiters angenommen, der wahre Typ des Bereichsleiter A ist 15 und liegt somit in der unteren Hälfte seines Typenintervalls $\Theta_A = [10, 30]$. Dadurch hat er eine eher schlechte Produktivität. Zunächst soll mit einem Gegenbeispiel gezeigt werden, dass bei gemeinsamer Übertreibung die einzelnen Groves-Maße nicht zwingend besser sind als bei gemeinsamer wahrheitsgemäßer Berichterstattung. Eine gemeinsame Übertreibung hat zwei gegensätzliche Effekte auf das Groves-Maß des einzelnen Bereichsleiter: Die eigene Falschmeldung zieht sie nach unten, die des anderen hingegen treibt sie nach oben. Die Wirkung der eigenen Falschmeldung kann dann größer sein als die Wirkung der Falschmeldung des anderen, wenn der eine Bereichsleiter sehr viel, der andere hingegen nur sehr wenig übertreibt. Sei der Typ der Bereichsleiter B gleich 30, also genau in der Mitte seines Typenintervalls $\Theta_B = [20, 40]$. Bei wahrheitsgemäßer Meldung gelten folgenden Groves-Maße:

$$\begin{aligned} t_A^G(\theta_A, \theta) &= 15g_A(x_A(15, 30)) + 30g_B(X - x_A(15, 30)) = 64.500 \\ t_B^G(\theta_B, \theta) &= 30g_B(X - x_A(15, 30)) + 15g_A(x_A(15, 30)) = 64.500 \\ t_A^G(\theta_A, \theta) + t_B^G(\theta_B, \theta) &= 129.000. \end{aligned}$$

Beide Bereichsleiter übertreiben ihre Produktivität, allerdings in unterschiedlichem Umfang. Während A maximal übertreibt, mit $m_A = 30$, übertreibt B seine nur marginal, mit $m_B = 31$. Es ergeben sich folgende neue

Groves-Maße:

$$t_A^G(\theta_A, m) = 15g_A(x_A(30, 31)) + 31g_B(X - x_A(30, 31)) = 62.775$$

$$t_B^G(\theta_B, m) = 30g_B(X - x_A(30, 31)) + 30g_A(x_A(30, 31)) = 92.991$$

$$t_A^G(\theta_A, m) + t_B^G(\theta_B, m) = 155.766.$$

Wie zu erwarten war, steigt durch die gemeinsame Übertreibung die Summe der Groves-Maße, da die Ableitung der Summenfunktion nach beiden Meldungsparameter positiv ist. Allerdings ist $t_A^G(\theta_A, \theta) > t_A^G(\theta_A, m)$, und das obwohl $m_A > \theta_A$ und $m_B > \theta_B$ gilt!

Dieser Effekt tritt nur auf, solange die Übertreibung des Bereichsleiter klein genug ist. Für jede mögliche Parameterausprägung kann jenes ξ berechnet werden, dass die minimale Übertreibung $m_B = \theta_B + \xi$ des Bereichsleiter B darstellt, damit das Groves-Maß des Bereichsleiters A bei maximaler Übertreibung $\bar{m}_A$ die Eigenschaft $t_A^G(\theta_A, \theta) < t_A^G(\theta_A, m)$ erfüllt, indem die Gleichung

$$t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \theta_B)) = t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \theta_B + \xi))$$

nach ξ aufgelöst wird. Die numerische Lösung für den betrachteten Fall ist $\xi = 2,33$. Das bedeutet, dass sobald Bereichsleiter B weniger als 32,33 meldet, das Groves-Maß des Bereichsleiter A fällt, obwohl beide gemeinsam übertreiben. Umgekehrt kann für jeden Typ θ_A jene Produktivität des Bereichsleiters B berechnet werden, die so hoch ist, dass selbst maximale Übertreibung seitens B nicht mehr ausreicht, um sicherzustellen, dass bei Meldung $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ das Groves-Maß des Bereichsleiters A größer ist als bei beidseitiger wahrheitsgemäßer Berichterstattung, durch Lösung der Gleichung

$$t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \bar{m}_B - \xi)) = t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \bar{m}_B)).$$

Im konkreten Fall gilt $\xi = 2,54$. Das bedeutet, dass sobald der wahre Typ θ_B größer als 37,46 ist, Bereichsleiter A auch dann eine Verschlechterung seines Groves-Maß in Kauf nehmen muss, wenn beide Bereichsleiter maximale Kollusion vereinbaren. Das gilt natürlich für die Annahme $\theta_A = 15$. Wollte man sicherstellen, dass für jede realisierte Produktivität $t_A^G(\theta_A, \theta) < t_A^G(\theta_A, \bar{m})$ gilt, müsste das größte ξ ermittelt werden (in diesem numerischen Beispiel gilt $\xi = 4.85$ bei $\theta_A = 10$) und angenommen werden, dass die realisierte Produktivität des Bereichsleiter B nie größer wird als $\bar{m}_B - \xi$. Diese Annahme ist natürlich mehr als problematisch, denn falls für

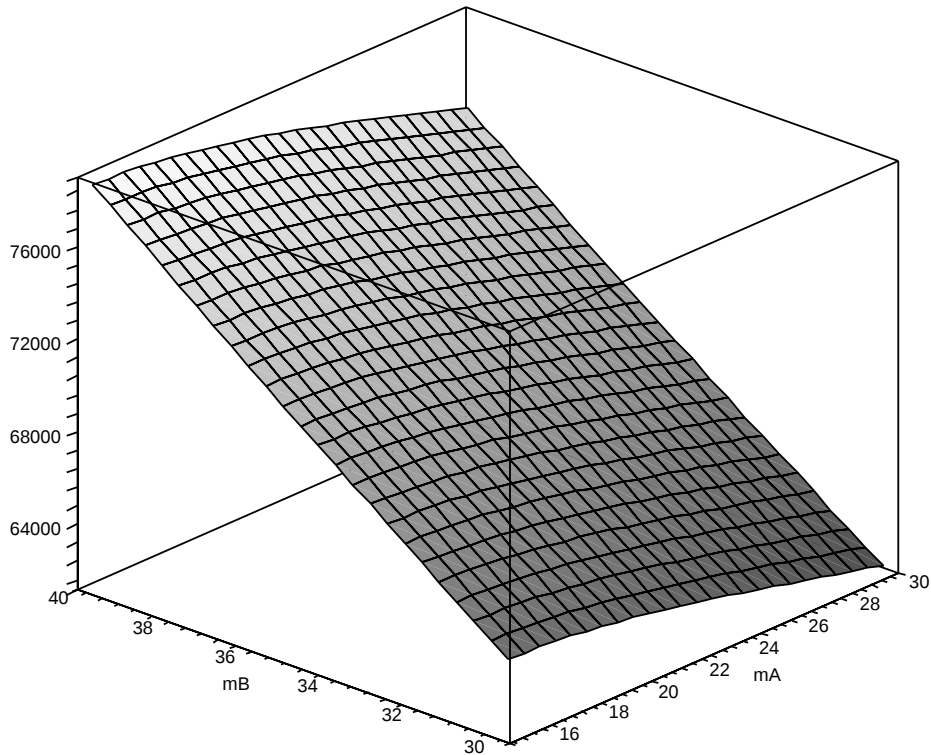


ABBILDUNG 3.1. Numerisches Beispiel: Groves-Maß des Bereichsleiters A für alle Meldungen $m_A \geq \theta_A$ und $m_B \geq \theta_B$.

das Intervall $[\bar{m}_B - \xi, \bar{m}_B]$ die *ex ante*-Wahrscheinlichkeit 0 gilt, ist nicht vertretbar warum die Unternehmensleitung eine Maximalkollusionsmeldung $\bar{m}$ akzeptieren sollte.

Zum Abschluss der Besprechung des numerischen Beispiels soll eine graphische Interpretation des Ergebnisses geliefert werden. Abbildung 3.1 zeigt die Groves-Maße des Bereichsleiters A in Abhängigkeit aller nach oben verzerrten Meldungen $m_A \geq \theta_A$ und $m_B \geq \theta_B$. Der Ursprung des Graph ist die wahrheitsgemäße Meldung (θ_A, θ_B) , da nur Übertreibungen betrachtet werden sollen. Für diese Meldung gelten wieder die numerischen Werte (15, 30). Die mit m_A gekennzeichnete Achse stellt die möglichen Meldungen des Bereichsleiters A aus dem relevanten Intervall [15, 30], die mit m_B gekennzeichnete das für B relevante Meldeintervall [30, 40]. Würde die Aussage, wonach jede gemeinsame Übertreibung das Groves-Maß bei beiden Bereichsleitern erhöht, gelten, müsste in diesem Ursprungspunkt das Minimum liegen. Ein flüchtiger Blick auf den Graph offenbart, dass dies nicht

der Fall ist. Zwar liegt die Maximalkollusion, also die rechte hintere Ecke weit über dem Groves-Maß bei unverzerrter Meldung, dennoch führt eine große Übertreibung des Bereichsleiters A weit nach rechts während eine kleine Übertreibung des anderen Leiters nur eine kleine Verbesserung bringt.

Zusammenfassend soll für das Kollusionspotential der betrachteten Budgetierungsmechanismen folgendes festgehalten werden:

- (1) Zunächst der Umstand, dass *profit sharing* kollusionsresistent ist in dem Sinn, dass ganz gleich was die Bereichsleiter melden, keine Paretoverbesserung der unverzerrten Gleichgewichtslösung erzielt werden kann.
- (2) Beim Groves-Mechanismus hingegen führt jede Übertreibung (sofern der jeweils andere mindestens seinen wahren Typ meldet) zu einer positiven Kollusionsprämie. Diese ist definiert als die Differenz der Summe der Groves-Maße beider Bereichsleiter bei Falschmeldung abzüglich der entsprechenden Summe bei korrekter Meldung der Produktivitätsparameter.
- (3) Die maximale Kollusionsprämie wird bei maximaler Übertreibung beider Bereichsleiter erzielt.

Der Groves-Mechanismus ist kollusionsanfällig insofern, als dass grundsätzlich für die Bereichsleiter die Möglichkeit besteht, Kollusionsprämien zu lukrieren.

2. Das Kollusionsspiel als Gefangenendilemma

Obwohl der Groves-Mechanismus von seiner Struktur her grundsätzlich kollusionsanfällig ist, muss überprüft werden, ob das induzierte Kollusionsspiel, bei dem die Bereichsleiter "kolludieren" bzw. "nicht kolludieren" als Strategieräume haben, auch tatsächlich das kollusive Verhalten beider Bereichsleiter als strategisches Gleichgewicht zulässt. Budde et al. (1998), auf deren Arbeit sich dieser Abschnitt stützt, zeigen, dass das Kollusionsspiel die Struktur des Gefangenendilemma-Spiels hat, bei dem sich die Agenten, trotz des Umstandes, dass bei Kooperation untereinander der Nutzen maximal wird, sich gegen eine Kooperation entscheiden. Der Schlüssel dazu im Kollusionsspiel ist der Umstand, dass Absprachen, die *ex ante* getroffen wurden, nicht durchsetzbar sind.

Im statischen Kontext wirkt daher der Groves-Mechanismus kollusionsresistent, da im Kollusionsspiel “nicht kolludieren” eine dominante Strategie zu sein scheint. Eine dynamische Betrachtung des selben Problems, bei der die Bereichsleiter sich wiederholt in der Entscheidungssituation wiederfinden, und die auch eher der betriebswirtschaftlichen Wirklichkeit entspricht, dürfte *a priori* keine unterschiedlichen Ergebnisse liefern: Da das Arbeitsverhältnis zwischen den Bereichsleitern und der Unternehmensführung zeitlich begrenzt ist, wird durch Rückwärtsinduktion das Gleichgewicht der statischen Lösung von der letzten Periode anfangend antizipiert und schliesslich für den gesamten Zeitraum gespielt.

Experimentelle Ergebnisse zum Gefangenendilemma im dynamischen Kontext zeigen aber, dass diese vorhergesagten Gleichgewichte in der Regel nicht gespielt werden. Wenn es den Probanden gelingt, implizite bzw. selbst durchsetzende Verträge abzuschliessen, können sie ihr Dilemma lösen. Da Absprachen (vor einer Drittinanz) nicht einklagbar sind, müssen sie glaubwürdig wirken. Sie gewinnen diese Glaubwürdigkeit, wenn für beide eine langfristige Kooperation sinnvoller erscheint, als kurzfristig die Gutgläubigkeit des anderen auszunutzen aber langfristig ohne Kooperation auskommen zu müssen. Kunz und Pfeiffer (1999) wenden diese Argumentation auf den Groves-Mechanismus an und untersuchen unterschiedliche Möglichkeiten, aus der Sicht der Bereichsleiter das Gefangenendilemma zu lösen, also erfolgreich zu kolludieren.

2.1. Statisches Kollusionsspiel. Um die Kollusionsprämie zu erhalten, müssen die Bereichsleiter ihre Meldungen abstimmen. Die Kollusion kann dabei drei unterschiedliche Auswirkungen auf das Groves-Maß der einzelnen Bereichsleiter haben.

Bei einseitiger Übertreibung reduziert sich das Groves-Maß des falschmeldenden Bereichsleiter und es steigt nur jenes des unverzerrt berichtenden. Damit ein Bereichsleiter einen Anreiz hat, eine verzerrte Meldung abzugeben, müssen die Bereichsleiter eine Seitenzahlung s_i^k vereinbaren, für die gilt:

$$\begin{aligned} t_i^G(\theta_i, (m_i, \theta_j)) + s_i^k &> t_i^G(\theta_i, (\theta_i, \theta_j)) \quad \text{und} \\ t_j^G(\theta_j, (\theta_j, m_i)) - s_i^k &> t_j^G(\theta_j, (\theta_j, \theta_i)). \end{aligned}$$

Theorem 3.1 stellt sicher, dass ein $s_i^k > 0$ existiert, wenn $m_i > \theta_i$ und $m_j = \theta_j$.

Bei beidseitiger Übertreibung gibt es wiederum zwei Möglichkeiten. Zunächst sei der Fall betrachtet, bei dem das Groves-Maß des übertreibenden Bereichsleiters geringer wird. In dem Fall müssen die Bereichsleiter eine Seitenzahlung s_i^k vereinbaren, die folgende Eigenschaft erfüllt:

$$t_i^G(\theta_i, (, m_i, m_j)) + s_i^k > t_i^G(\theta_i, (\theta_i, \theta_j)) \quad \text{und} \\ t_j^G(\theta_j, (m_j, m_i)) - s_i^k > t_j^G(\theta_j, (\theta_j, \theta_i)).$$

Theorem 3.2 stellt sicher, dass ein $s_i^k > 0$ existiert, wenn $m_i > \theta_i$ und $m_j > \theta_j$.

Schliesslich kann beidseitige Übertreibung auch dazu führen, dass beide Bereichsleiter individuell besser gestellt sind. Dann bedarf die Kollusion keiner Seitenzahlungen.

Das strategische Problem des Bereichsleiters beim Kollusionsspiel stellt sich nun wie folgt dar: Nachdem er privat seinen Typ erfährt, spricht er sich mit dem anderen Bereichsleiter ab. Dabei erfährt er dessen Typ und teilt auch seinen eigenen mit. Es muss eine Vereinbarung getroffen werden über die Meldung an die Zentrale und über die Seitenzahlung. Jeder Bereichsleiter spielt dann den von der Zentrale vorgegebenen Mechanismus durch. Nach der Entlohnung werden die Seitenzahlungen getätigt. Dadurch gewinnt der Strategieraum etliche Dimensionen dazu: Zunächst kann jeder Bereichsleiter bei der internen Abgleichung der Typeninformation den richtigen oder einen falschen Typ melden. Hierbei ist es notwendig, zwischen vollständiger und unvollständiger Information zwischen den Bereichsleitern untereinander zu unterscheiden.⁷ Im ersten Fall spielt die Abgleichung der Typeninformation klarerweise keine Rolle, im zweiten Fall hingegen schon, insbesondere dann, wenn die Bereichsleiter, so wie die Zentrale auch, den Typ der jeweils anderen Bereichsleiter *ex post* aus dem Bereichsergebnis nicht schließen können.⁸ Wenn die Bereichsleiter eine kollusive Strategie vereinbaren, hat zum Meldezeitpunkt an die Zentrale jeder Bereichsleiter drei Alternativen. Er kann wahr melden, er kann den kollusiven Bericht melden, und schliesslich kann er auch eine ganz andere Produktivität

⁷Diese Unterscheidung spielt in der Literatur zum Groves-Mechanismus im Normalfall keine Rolle, da ein Gleichgewicht in dominanten Strategien implementiert wird. Vgl. Kapitel 2 Abschnitt 1.4.

⁸Zur Diskussion der Inferenzmöglichkeiten bezüglich der Typen durch den Prinzipal, vergleiche Kapitel 2 Abschnitt 3.3 und Abschnitt 2.3.1 in diesem Kapitel.

melden.⁹ Falls die Bereichsleiter keine Kollusion vereinbaren, werden die Agenten klarer Weise ihre wahre Produktivität melden. Die letzte strategische Entscheidung für die Bereichsleiter besteht schließlich darin, ob sie die vereinbarten Seitenzahlung leisten.

Budde et al. (1998) vereinfachen das Entscheidungsproblem im Einperiodenfall dahingehend, als dass sie argumentieren, dass im Fall kollusiven Verhaltens ersten eine korrekte Typenmitteilung der Bereichsleiter untereinander und zweitens die maximale Übertreibung optimal ist. Wird unterstellt, dass Kollusion vereinbart wird und die Vereinbarungen *ex post* auch eingehalten werden, kann das Entscheidungsproblem wie in Tabelle 3.3 dargestellt werden. Die Unterscheidung in die einzelnen Tableaus ist notwendig, da abhängig von dem realisierten Typenvektor unterschiedliche Seitenzahlungen erforderlich sind.

Es ist aus der erwähnten Tabelle leicht ablesbar, dass, bis auf den im ersten Tableau dargestellten Fall, Seitenzahlungen immer erforderlich sind, um die maximale Übertreibung beider Bereichsleiter zu erzielen. Allerdings ist nach der Meldung das Einhalten der Vereinbarung im Einperiodenspiel nicht rational: Durch die Seitenzahlung würde jener Bereichsleiter, der von der Übertreibung des anderen übermäßig profitiert, schlechter gestellt. Wenn die Einhaltung der Vereinbarung nicht erzwungen werden kann, wird diese gebrochen werden.

Kann die Vereinbarung so gestaltet werden, dass sie *ex post* bindet? Sowohl Budde et al. (1998) als auch Kunz und Pfeiffer (1999) verneinen diese Frage. Es ist leicht nachvollziehbar, dass solche Vereinbarungen, die ja zum Nachteil der Unternehmensleitung und zur persönlichen Bereicherung getroffen werden, unangenehme Folgen hätten, wenn sie publik würden. Selbst wenn die Kollusion *per se* nicht gesetzwidrig sein muss, wird sich ein Arbeitgeber in diesem Fall von seinen Angestellten trennen. Weiters kann die Unternehmensleitung die mögliche Kollusion antizipieren und für diesen Fall bereits

⁹Dies wäre zum Beispiel dann der Fall, wenn er im ersten Schritt als Grundlage der Absprache den anderen Bereichsleiter belogen hätte, und die Kollusionsmeldung dadurch für ihn nicht optimal ist!

$$t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \bar{m}_B)) > t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \theta_B)) \text{ und } t_B^G(\theta_B, (\bar{m}_B, \bar{m}_A)) > t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \theta_A))$$

	B übertreibt ($m_B = \bar{m}_B$)	B meldet wahr ($m_B = \theta_B$)
A übertreibt ($m_A = \bar{m}_A$)	$t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \bar{m}_B)),$ $t_B^G(\theta_B, (\bar{m}_B, \bar{m}_A))$	$t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \theta_B)) + s_A^k,$ $t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \bar{m}_A)) - s_A^k$
A meldet wahr ($m_A = \theta_A$)	$t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \bar{m}_B)) - s_B^k,$ $t_B^G(\theta_B, (\bar{m}_B, \theta_A)) + s_B^k$	$t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \theta_B)),$ $t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \theta_A))$

$$t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \bar{m}_B)) < t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \theta_B)) \text{ und } t_B^G(\theta_B, (\bar{m}_B, \bar{m}_A)) > t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \theta_A))$$

	B übertreibt ($m_B = \bar{m}_B$)	B meldet wahr ($m_B = \theta_B$)
A übertreibt ($m_A = \bar{m}_A$)	$t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \bar{m}_B)) + s_A^k,$ $t_B^G(\theta_B, (\bar{m}_B, \bar{m}_A)) - s_A^k$	$t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \theta_B)) + s_A^k,$ $t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \bar{m}_A)) - s_A^k$
A meldet wahr ($m_A = \theta_A$)	$t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \bar{m}_B)) - s_B^k,$ $t_B^G(\theta_B, (\bar{m}_B, \theta_A)) + s_B^k$	$t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \theta_B)),$ $t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \theta_A))$

$$t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \bar{m}_B)) > t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \theta_B)) \text{ und } t_B^G(\theta_B, (\bar{m}_B, \bar{m}_A)) < t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \theta_A))$$

	B übertreibt ($m_B = \bar{m}_B$)	B meldet wahr ($m_B = \theta_B$)
A übertreibt ($m_A = \bar{m}_A$)	$t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \bar{m}_B)) - s_B^k,$ $t_B^G(\theta_B, (\bar{m}_B, \bar{m}_A)) + s_B^k$	$t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \theta_B)) + s_A^k,$ $t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \bar{m}_A)) - s_A^k$
A meldet wahr ($m_A = \theta_A$)	$t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \bar{m}_B)) - s_B^k,$ $t_B^G(\theta_B, (\bar{m}_B, \theta_A)) + s_B^k$	$t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \theta_B)),$ $t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \theta_A))$

TABELLE 3.3. Entscheidungsproblem bei Groves-Mechanismus mit Kollusion.

im Arbeitsvertrag Sanktionen androhen. Eine Durchsetzung der Vereinbarung vor einer Schiedsinstanz würde auf jeden Fall die notwendige Vertraulichkeit verletzen. Damit ist das Einklagen einer Vereinbarung höchst unwahrscheinlich.¹⁰

¹⁰ Allerdings ist die Argumentation für den Einperiodenfall nicht ganz schlüssig: Sofern die Absprache keine Gesetze verletzt, könnte die Vereinbarung zu Beispiel eine Klausel enthalten, der zufolge jener Vertragspartner, der die Vereinbarung bricht, im Klagefall nicht nur die Seitenzahlung, sondern auch eine Entschädigung für alle sonstigen finanzielle Schäden, die dem anderen Vertragspartner durch das publik werden der Vereinbarung entstehen, leisten muss. Eine weitere Möglichkeit, Vereinbarungen durchzusetzen, die besonders in Märkten vorkommt, in denen die Rechtsprechung nicht voll entwickelt ist, wäre über mafiaähnliche Strukturen, die in vielen Schwellenländern am wirtschaftlichen Leben voll teilnehmen und über eigene Methoden verfügen, Vertragstreue sicherzustellen.

	B meldet $\bar{m}_B$ (Kollusion)	B meldet wahr ($m_B = \theta_B$)
A meldet $\bar{m}_A$ (Kollusion)	$t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \bar{m}_B)),$ $t_B^G(\theta_B, (\bar{m}_B, \bar{m}_A))$	$t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \theta_B)),$ $t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \bar{m}_A))$
A meldet wahr ($m_A = \theta_A$)	$t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \bar{m}_B)),$ $t_B^G(\theta_B, (\bar{m}_B, \theta_A))$	$t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \theta_B)),$ $t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \theta_A))$

TABELLE 3.4. Entscheidungsproblem bei Groves-Mechanismus mit Kollusion, ohne Seitenzahlungen.

Da die Bereichsleiter antizipieren, dass die Seitenzahlungen, auch wenn sie vereinbart werden, nicht geleistet werden, gibt es für sie, nachdem sie ihren jeweiligen Typ erfahren haben und bereit sind, sich abzusprechen, zwei Möglichkeiten. Wenn sie sich im zweiten oder dritten Tableau wiederfinden, werden sie sich auf keinen Fall kollusiv verhalten, da nur bei wahrheitsgemäßer Berichterstattung keine Seitenzahlungen anfallen. Finden sie sich im ersten Tableau wieder, gibt es zwei Meldevektoren, die keine Seitenzahlung erfordern: Gemeinsam wahr berichten, und gemeinsam maximal übertreiben. Daraus ergibt sich als einzig relevantes Kollusionsspiel jenes, das als Strategie "Kollusion" und "keine Kollusion" für jeden Bereichsleiter zulässt, ohne Seitenzahlungen zu berücksichtigen und nur für Parameterausprägungen, für die $t_A^G(\theta_A, (\bar{m}_A, \bar{m}_B)) > t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \theta_B))$ und $t_B^G(\theta_B, (\bar{m}_B, \bar{m}_A)) > t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \theta_A))$ gilt.¹¹ Tabelle 3.4 gibt das Spiel wieder.

Das verbleibende Spiel hat die *pay off*-Struktur des ursprünglichen Budgetierungsmechanismus, allerdings werden die Strategien anders interpretiert, da die Bereichsleiter nicht wählen, ob sie verzerrt oder unverzerrt melden, sondern vielmehr ob sie untereinander kooperieren oder nicht.

Das Kooperationsspiel selbst hat die Struktur des Gefangenendilemmas. Dieses klassische Problem aus der Spieltheorie wird als Paradebeispiel herangezogen, um zu illustrieren, dass rationale Spieler unter Umständen eine Strategiekombination wählen, die nicht zu paretoeffizienten Auszahlungen führt. Dabei wird von zwei Gefangenen ausgegangen, die eines gemeinsam begangenen Verbrechens überführt werden sollen und getrennt verhört werden. Sie können nur überführt werden, wenn einer der beiden die Tat gesteht. Gesteht keiner die Tat, werden sie beide für ein minderes Vergehen

¹¹Ist diese Eigenschaft nicht erfüllt, ist Kollusion einfach keine Option für die Bereichsleiter und muss nicht weiter untersucht werden. Wie später gezeigt werden soll, ist das allerdings nicht unbedingt gültig im Mehrperiodenfall!

Klassisches Gefangenendilemma:

	Gefangener 2 gesteht nicht	Gefangener 2 gesteht
Gefangener 1 gesteht nicht	$(-1, -1)$	$(-10, 0)$
Gefangener 1 gesteht	$(0, -10)$	$(-6, -6)$

Gefangenendilemma mit normierten *pay offs*:

	Spieler 2 kooperiert	Spieler 2 kooperiert nicht
Spieler 1 kooperiert	(k_1, k_2)	(b_1, a_2)
Spieler 1 kooperiert nicht	(a_1, b_2)	(k_1, k_2)

TABELLE 3.5. Gefangenendilemma in der Spieltheorie.

bestraft, z.B. 1 Jahr im Gefängnis. Jeder Gefangener kann die Kronzeugenregelung für sich beanspruchen: Falls er die Tat gesteht und der Komplize es nicht tut, geht der Kronzeuge frei und der Komplize muss mit der ganzen Strenge des Gesetzes rechnen und wird z.B. zu 10 Jahren Gefängnis verurteilt. Falls schliesslich beide gestehen, werden beide bestraft, erhalten aber aufgrund mildernder Umstände nur z.B. 6 Jahre Haft. Tabelle 3.5 zeigt dieses Spiel zunächst mit den Beispieldaten, bei dem die *pay offs* den möglichen Gefängnisstrafen entsprechen, und anschliessend allgemein, wo mit k_i die Kooperations-*pay offs* und mit $\bar{k}_i$ jene *pay off*, falls beide nicht kooperieren ($i = 1, 2$), bezeichnet werden.

Für jeden Gefangenen ist "gestehen" eine dominante Strategie, da sie für jede Strategie des anderen Gefangenen die Haftstrafe minimiert: Falls der andere nicht gesteht, kommt er mit dem eigenen Geständnis frei, falls der andere gesteht, verhindert es die Höchststrafe. Somit entscheiden sich die Gefangenen für jenen *pay off*-Vektor, der in Summe die höchste Gefängnisstrafe (12 Jahre) erzeugt, und das obwohl hier keine Informationsasymmetrie vorliegt, sondern ein reines Koordinationsproblem besteht.

Auf den allgemeinen Fall übertragen, gelten die Ergebnisse uneingeschränkt, wenn $b_i < \bar{k}_i < k_i < a_i$ für $i = 1, 2$ erfüllt ist. Aus Tabelle 3.4 wird leicht ersichtlich, dass diese Eigenschaft der *pay off*-Vektoren erfüllt ist. Die Bereichsleiter sind in einem Gefangenendilemma: Für beide ist Kollusion besser als wahrheitsgemäße Berichterstattung. Trotzdem ist nicht-Kollusion

eine dominante Strategie für jeden der Bereichsleiter. Genaue Analyse des Kollusionsspiels offenbart die starke Ähnlichkeit zum Budgetierungsspiel, das durch den Groves-Mechanismus induziert wird: In beiden Fällen sind die *pay offs* gleich, und die unverzerrte Meldung ist die dominante Strategie, obwohl andere Meldevektoren das Groves-Maß vergrößern können. Ein Abweichen von der Strategie ist im Groves-induzierten Spiel nicht rational. Im Kollusionsspiel würde eine Abweichung das gemeinsame Ergebnis verbessern, allerdings kann es nicht als Gleichgewicht realisiert werden.

Es bleibt die Frage, ob in der ersten Phase des Kollusionsspiels die Bereichsleiter tatsächlich keinen Anreiz haben, bei der Absprache der Meldestrategie untereinander verzerrt zu berichten. Wenn zum Beispiel Bereichsleiter *A* bei der Typenrealisierung feststellt, dass seine Produktivität so hoch ist, dass das Kollusionsspiel in die Situation des dritten Tableaus in Tabelle 3.3 führt, er aber antizipiert, dass Seitenzahlungen nicht geleistet werden und kein Kollusionsgleichgewicht bei der Konstellation möglich ist, könnte er seine Produktivität untertreiben, um Bereichsleiter *B* im Glauben zu lassen, dass eine seitenzahlungsfreies Kollusionsspiel (erstes Tableau) gespielt werden soll. Da aber bereits gezeigt wurde, dass in diesem Fall Kollusion kein Gleichgewicht darstellt, macht es keinen Sinn, dieses Spiel durch verzerrte Meldung bei der Absprache erzwingen zu wollen.

2.2. Kollusion bei dynamischer Interaktion. Wenn das Kollusionsspiel ein Gefangenendilemma erzeugt und kollusives Verhalten kein Gleichgewicht sein kann, scheint der Groves-Mechanismus tatsächlich kollusionsresistent. Das Argument, wonach dieser Budgetierungsmechanismus aufgrund seiner Kollusionsanfälligkeit keine Verbreitung in der betrieblichen Praxis findet, wird dadurch entscheidend geschwächt. Hinzu kommen experimentelle Ergebnisse, die die Bedeutung des kollusiven Verhaltens sehr wohl belegen.¹²

Einen Ausweg bieten Kunz und Pfeiffer (1999) indem sie aufzeigen, dass das Gefangenendilemma im dynamischen Kontext ein kooperatives Gleichgewicht haben kann.¹³ Zunächst kann der Verlust der Kollusionsprämie als glaubhafte Drohung Kooperation induzieren. Dieses auf dem *Folktheorem* basierende Lösungskonzept wurde von Friedman (1971) entwickelt und auf

¹²Vgl. z.B. Arnold et al. (2005) und Arnold und Ponick (2006).

¹³Eine ansprechende Exposition zur Entstehung kooperativer Gleichgewichte im Gefangenendilemma findet sich in Kreps (1990b), S. 65-77.

ein Duopolspiel angewendet.¹⁴ Er zeigt, dass bei unendlicher bzw. unbestimmter Anzahl von Wiederholungen des Mengenentscheidungsspiel die Firmen nicht die von Cournot vorgegeben Mengen, sondern jeweils die Hälfte der Monopolmenge erzeugen werden. Auch hier liegt die Struktur eines Gefangenendilemmas vor, da, gegeben die Kollusionsstrategie der anderen Firma, jede Firma durch Abweichung von der Kollusionsmenge sich besser stellen kann. Allerdings gilt das nur für eine einzige Periode. Danach würde die andere Firma auch nicht mehr kooperieren, und jede Firma verliert ihre Kollusionsprämie.

Der zweite Lösungsansatz beruht auf dem Gedanken unvollständiger Information bezüglich des Typs eines der Spieler. So zeigen Fudenberg und Maskin (1986), dass es bereits ausreicht, dass mit einer geringen Wahrscheinlichkeit einer der Spieler nicht immer rational ist (und nicht kooperiert), sondern von einem anderen Strategietyp ist. Kreps et al. (1982) zeigen, dass wenn ein Spieler mit einer positiven Wahrscheinlichkeit eine *tit-for-tat*-Strategie¹⁵ verfolgt, es zu einer Kooperation auch dann kommt, wenn die Anzahl der Runden determiniert und begrenzt ist. Der Grundgedanke dabei ist, dass der rationale Spieler nur einmal kooperativ sein muss, um zu testen, ob der andere ein *tit-for-tat*-Spieler ist. Dieser kann aber, auch wenn er tatsächlich rational ist, sich als *tit-for-tat*-Spieler ausgeben, da er nun weiss, dass der rationale Spieler das kooperative Verhalten testet und gegebenenfalls kooperieren will. Dadurch kann sich der Spieler, der nur möglicherweise vom Typ *tit-for-tat* ist, die Reputation als kooperierender Spieler aufbauen.¹⁶

Der Verdienst von Kunz und Pfeiffer (1999) ist es, diese Konzepte auf das Kollusionsspiel zu übertragen, das Budde et al. (1998) für den Einperiodenfall identifiziert haben. Dieser Idee folgend werden nun die beiden Konzepte näher analysiert.

2.2.1. *Erweiterung des Modellrahmens.* Zunächst muss der Modellrahmen dahingehend erweitert werden, dass die dynamischen Interaktionen durch die Wiederholungen des Budgetierungsproblems abgebildet werden. Das

¹⁴Vgl. Friedman (1983).

¹⁵*Tit-for-tat* besteht darin, in der laufenden Runde die Entscheidung des Partners in der Vorrunde zu replizieren und hat sich in der evolutionären Spieltheorie als sehr erfolgreich erwiesen. Vergleiche Axelrod (1985), Axelrod (1997) und Imhof et al. (2005).

¹⁶Eine weitere Möglichkeit, Kooperation durch unvollständige Information und Reputation zu erzielen, zeigen Kreps und Wilson (1982a). Dabei gibt es keine Unsicherheit bezüglich eines möglichen *tit-for-tat*-Typs, sondern bezüglich der Auszahlungsvektoren.

	B kolludiert ($m_B^t > \theta_B^t$)	B meldet wahr ($m_B^t = \theta_B^t$)
A kolludiert ($m_A^t > \theta_A^t$)	$(t_A^{Gt}(\theta_A^t, (m_A^t, m_B^t)) -$ $t_A^{Gt}(\theta_A^t, (\theta_A^t, \theta_B^t)),$ $t_B^{Gt}(\theta_B^t, (m_B^t, m_A^t)) -$ $t_B^{Gt}(\theta_B^t, (\theta_B^t, \theta_A^t))) = (k_A^t, k_B^t)$	$(t_A^{Gt}(\theta_A^t, (m_A^t, \theta_B^t)) -$ $t_A^{Gt}(\theta_A^t, (\theta_A^t, \theta_B^t)),$ $t_B^{Gt}(\theta_B^t, (\theta_B^t, m_A^t)) -$ $t_B^{Gt}(\theta_B^t, (\theta_B^t, \theta_A^t))) = (b_A^t, a_B^t)$
A meldet wahr ($m_A^t = \theta_A^t$)	$(t_A^{Gt}(\theta_A^t, (\theta_A^t, m_B^t)) -$ $t_A^{Gt}(\theta_A^t, (\theta_A^t, \theta_B^t)),$ $t_B^{Gt}(\theta_B^t, (m_B^t, \theta_A^t)) -$ $t_B^{Gt}(\theta_B^t, (\theta_B^t, \theta_A^t))) = (a_A^t, b_B^t)$	$(0, 0)$

TABELLE 3.6. Entscheidungsproblem bei Groves-Mechanismus mit Kollusion, ohne Seitenzahlungen, mit normierten Auszahlungen im dynamischen Kontext.

Spiel wird T Perioden lang gespielt, und in jeder Periode t muss das Budgetierungsproblem gelöst werden. Es sind die unkorrelierten *a priori*-Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Typen $F_i^t(\cdot)$ mit $t = 1, \dots, T$ und $i = A, B$ bei Vertragsabschluss bekannt. Zu Beginn jeder Periode erfährt jeder Bereichsleiter seinen Typ für die aktuelle Periode. Somit ist in jeder Periode eine neue Ressourcenzuweisung erforderlich. Um die Periodenabhängigkeit der unterschiedlichen Variablen zu gewährleisten, werden sie mit dem Superskript t indiziert.

Die Bereichsleiter werden nach dem Groves-Mechanismus entlohnt, wobei das Groves-Maß t_i^{Gt} in jeder Periode t neu bemessen wird. Grundlage für die Bemessung sind die Meldungen m_i^t und die Typen θ_i^t . Tabelle 3.6 zeigt die normierte Matrix der Groves-Maße der beiden Bereichsleiter für das Kollusionsspiel. Es handelt sich dabei um die dynamische Erweiterung von Tabelle 3.4. Durch die Normierung erhält die Matrix die Form von Tabelle 3.5 (unten), mit $\bar{k}_i^t = 0$ für alle i und t .

Da in jeder Periode die Produktivitäten neu ermittelt werden, verändern sich die Auszahlungen der Matrix für jedes t . Um die weitere Untersuchung als Gefangenendilemma zu ermöglichen, unterstellen die Autoren, dass unabhängig von der Typenvektorrealisierung $k_i^t > 0$, $b_i^t < 0$ und $a_i^t > k_i^t$ für alle i und t erfüllt ist.¹⁷ In jeder Periode kann der Bereichsleiter i eine Kollusionsprämie in der Höhe von k_i^t erwirtschaften. Seitenzahlungen sind nicht erforderlich, da nur Typenausprägungen berücksichtigt werden, für die ein

¹⁷Zur Problematik dieses Ansatzes vergleiche Abschnitt 2.3.

beliebige gemeinsame Übertreibung zu einer Erhöhung der einzelnen Groves-Maße beider Bereichsleiter führt. Wird eine einzelne Periode isoliert betrachtet, entspricht das Spiel jenem aus Tabelle 3.4, bei dem jeder Bereichsleiter einen Anreiz hat, von der Kollusionsstrategie abzuweichen ($a_i^t > k_i^t$) und zusätzlich bei einer Abweichung des anderen Bereichsleiter den Schaden trägt ($b_i^t < 0$). Da die Variablen k_i^t , b_i^t und a_i^t aus der Differenz der Groves-Maße bei verzerrter Meldung und bei unverzerrter Meldung gebildet werden, sind sie sowohl vom Typ beider Bereichsleiter θ^t als auch von dem Meldevektor m^t abhängig.

Im Gegensatz zu Budde et al. (1998) modellieren Kunz und Pfeiffer (1999) das Entscheidungsproblem der Bereichsleiter umfangreicher und berücksichtigen den Umstand, dass bereits bei der Absprache untereinander die Kooperation zwischen den Bereichsleitern zusammenbrechen kann. Die Abstimmung untereinander erfolgt über die "interne" Meldung $m_{koll_i}^t$ an den jeweils anderen Bereichsleiter. In Abhängigkeit dieser Meldung bestimmen die Bereichsleiter die Kollusionsmeldung m_i^{Mt} . Eine Kooperation erfordert, dass jeder Bereichsleiter bei der internen Meldung seinen Typ unverzerrt berichtet, $m_{koll_i}^t = \theta_i^t$, und dass er die vereinbarte Kollusionsmeldung an die Zentrale weitergibt, $m_i^t = \theta_i^{Mt}$. Da nur Übertreibungen zu Kollusionsprämien führen, gilt $\theta_i^{Mt} > \theta_i^t$. Für die Bereichsleiter gibt es mehrere Möglichkeiten zu defektieren: Zum einen kann er bereits bei der internen Meldung seinen Typ verzerrt wiedergeben, $m_{koll_i}^t \neq \theta_i^t$, oder er kann von der vereinbarten Kollusionsmeldung abweichen, $m_i^t \neq \theta_i^{Mt}$ wenn er intern unverzerrt gemeldet hat (dann wird er typischer Weise seine wahren Typ melden, $m_i^t = \theta_i^t$, da diese Meldung bei Defektion das Groves-Maß maximiert). Schliesslich kann der Bereichsleiter bei beiden Meldungen defektieren. Aufgrund der Beschaffenheit der Gewinnfunktionen können die Bereichsleiter *ex post* aus der Ressourcenallokation, den Meldungen und den Entlohnungen feststellen, ob der jeweils andere Bereichsleiter kooperiert hat.¹⁸

2.2.2. *Verlust der Kollusionsprämie als glaubhafte Drohung.* Der erste Ansatz beruht auf dem *Folktheorem*, das besagt, dass in einem wiederholten

¹⁸Dabei handelt es sich um eine Inkonsequenz seitens der Autoren, da mit der gleichen Argumentation auch die Zentrale den Typ inferieren könnte, was implizit ausgeschlossen wird. Vgl. Abschnitt 2.3.

Spiel alle möglichen, individuell rationalen Auszahlungen als Gleichgewicht gestützt werden.¹⁹ Voraussetzung dafür ist allerdings, dass das Teilspeil unendlich oft oder unbestimmt oft mit positiver Abbruchwahrscheinlichkeit gespielt wird.²⁰ Ein Sonderfall des *Folktheorems* wurde von Friedman (1971) entwickelt und führt *trigger*-Strategien ein: Dabei wird jede Abweichung von dem kooperativen Gleichgewicht mit dem Spielen des Nash-Gleichgewicht bestraft. Werden im unendlich wiederholten Spiel die Auszahlungen der einzelnen Spielrunden mit δ diskontiert, ist das *Folktheorem* wie folgt:²¹

THEOREM 3.3. Sei $\Gamma = (M, S, u)$ das Basisspiel, $M = \{1, \dots, N\}$, mit einem Nash-Gleichgewicht $s^* = (s_1^*, \dots, s_N^*)$ und existiere eine Strategie $\bar{s} = (\bar{s}_1, \dots, \bar{s}_N)$ mit $u_i(\bar{s}) > u_i(s^*)$. Für alle δ hinreichend nahe bei 1 existiert ein für das unendlich wiederholte Spiel teilspielperfektes Nash-Gleichgewicht $K = (K_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $(1 - \delta)u_i^\infty(K) = u_i(\bar{s}) \forall i$.

BEWEIS. Bezeichne $K_{i,n}$ die Strategie des Spielers i in der n -ten Runde. Die Strategie K_i für Spieler i wird als *trigger*-Strategie definiert: $K_{i,1} = \bar{s}_i$ und

$$K_{i,n} = \begin{cases} \bar{s}_i & \text{falls in allen vorhergehenden } n - 1 \text{ Spielen} \\ & \text{alle Spieler } \bar{s} \text{ gespielt haben,} \\ s_i^* & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zunächst wird gezeigt, dass K ein Nash-Gleichgewicht ist für ein hinreichend großes δ . Spielen alle K_i , so ist die Auszahlung für Spieler i :

$$(25) \quad \begin{aligned} u_i^\infty(K) &= \sum_{j=1}^{\infty} u_i(\bar{s}) \delta^{j-1} \\ &= \frac{u_i(\bar{s})}{1 - \delta} \end{aligned}$$

Weicht Spieler i in der m -ten Runde ab und spielt die Strategie $\hat{s}_i$, hat er in dieser Runde einen höheren Nutzen. Allerdings spielen alle Spieler in den folgenden Runden das Nash-Gleichgewicht s^* . Bezeichne $\hat{K}_i$ diese Strategie, bei der Spieler i bis zur Runde $m - 1$ $\bar{s}_i$ spielt, in Runde m $\hat{s}_i$ und ab Runde

¹⁹Die Exposition des *Folktheorems* stützt sich auf Wikiludia.

²⁰Bei endlicher und bestimmter Anzahl an Spielrunden kommt als Gleichgewicht bei vollständiger Information nur die Nash-Gleichgewichte des Basisspiel in Frage, da die Spieler über Rückwärtsinduktion ihre Strategie festlegen. Vgl. Kreps (1990a), S. 505.

²¹Vgl. dazu auch Abreu (1988).

$m + 1$ s_i^* , dann ist die Auszahlung für Spieler i bei Strategie $\hat{K}_i$:

$$u_i^\infty(\hat{K}) = \frac{1 - \delta^{m-1}}{1 - \delta} u_i(\bar{s}_i) + \delta^{m-1} u_i(\hat{s}) + \frac{\delta^m}{1 - \delta} u_i(s^*).$$

Spieler i weicht von K_i nicht ab, wenn:

$$\begin{aligned} u_i^\infty(K) &> u_i^\infty(\hat{K}) \\ \delta &> \frac{u_i(\hat{s}) - u_i(\bar{s})}{u_i(\hat{s}) - u_i(s^*)}. \end{aligned}$$

Da $u_i(\hat{s}) > u_i(\bar{s}) > u_i(s^*)$ gilt, ist die Grenze echt kleiner als 1. Erfüllt δ die Ungleichung für alle i , also wenn

$$\delta > \max_i \frac{u_i(\hat{s}) - u_i(\bar{s})}{u_i(\hat{s}) - u_i(s^*)},$$

ist K ein Nash-Gleichgewicht.

Im zweiten Schritt soll gezeigt werden, dass K teilspielperfekt (*subgame perfect*) ist. Sei Γ^m das Teilspiel, das in der m -ten Runde beginnt. Wurde bis dahin immer $\bar{s}$ gespielt, ist K ein Nash-Gleichgewicht. Wurde einmal abgewichen, spielen alle Spieler s^* , was ebenfalls ein Nash-Gleichgewicht ist. $\square$

Der interessante Aspekt hierbei ist der Umstand, dass δ nicht nur als Diskontierungsfaktor interpretiert werden kann, sondern ebenfalls die Unsicherheit bezüglich der Anzahl der verbleibenden Spielrunden ausdrücken kann. Wird mit $1 - \delta$ die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, mit der das Spiel nach der laufenden Runde abgebrochen wird, müssen für die zukünftigen Runden die erwarteten Auszahlungen berechnet werden, was dann wieder genau der Gleichung (25) entspricht.

Auf das Budgetierungsproblem bezogen, bedeutet das, dass die Bereichsleiter grundsätzlich davon ausgehen, das selbe Kollusionsspiel in der nächsten Periode zu spielen, es allerdings eine Austrittswahrscheinlichkeit ψ gibt, mit der der eine oder andere aus dem Unternehmen in der nächsten Periode ausscheidet. Gehen wir zunächst von einem (hypothetischen) auszahlungs-invarianten Fall aus, bei dem die Werte der Matrix aus Tabelle 3.6 für alle t konstant sind, dann kann das Theorem 3.3 sofort angewendet werden, mit $\psi = 1 - \delta$, $u_i(s^*) = 0$, $u_i(\bar{s}) = k_i^t$ und $u_i(\hat{s}) = a_i^t$. Demnach ist Kooperation im Kollusionsspiel für die Bereichsleiter eine Gleichgewichtsstrategie, wenn:

$$(26) \quad \frac{k_i^t}{a_i^t} > \psi.$$

Intuitiv kann das Ergebnis leicht interpretiert werden: Je kleiner das Verhältnis $\frac{k_i^t}{a_i^t}$ wird, umso reizvoller wird für den Bereichsleiter eine Abweichung von der Kooperationsstrategie, da die Belohnung für die Defektion a_i^t relativ zur Strafe ($-k_i^t$ in den Folgeperioden) größer ist. Daher ist es erforderlich, dass über eine kleinere Austrittswahrscheinlichkeit eine größere Erwartung bezüglich der noch zu spielenden Runden existiert, damit die Strafe abschreckend wirkt. Ist die Austrittswahrscheinlichkeit niedrig, ist das Risiko bei Defektion langfristig bestraft zu werden größer. Ist das Verhältnis $\frac{k_i^t}{a_i^t}$ hingegen groß, dann ist die Grenze, ab der bei Defektion die Strafe die Belohnung überwiegt schnell erreicht. Daher kann die Austrittswahrscheinlichkeit durchaus größer sein.

Da die Auszahlungsmatrix im Budgetierungsproblem nicht invariant ist, sondern sich in jeder Periode aufgrund der neuen Realisation der Produktivitätsparameter θ^t verändert, schätzen die Autoren $u_i^\infty(K)$ nach unten, und $u_i^\infty(\hat{K})$ nach oben ab. Es wird das Teilspiel betrachtet, dass in der t -ten Runde beginnt. Wenn bis dahin einer der beiden Bereichsleiter bereits defektiert hat, dann werden beide für den Rest des Spieles nicht mehr kooperieren. Wurde aber bis dahin kooperiert, soll gezeigt werden, dass weitere Kooperation ein Nash-Gleichgewicht ist, analog zum Beweis des Theorems 3.3. Mit $a_A^{\max}$ wird jene Defektionsprämie bezeichnet, die im Spiel maximal erzielbar ist: $a_A^{\max} = \max \{a_A^t | (\theta^t, m^t) \in \Theta \times \Theta, t = 1, \dots, T\}$. Damit gilt für jedes t $a_A^t \leq a_A^{\max}$. In den folgenden Perioden spielen die Bereichsleiter das nicht-kooperative Gleichgewicht, dessen Groves-Maß null ergibt. Bezeichnet $u_i^{t,\infty}(\hat{K})$ die erwarteten Zahlungen dieses Teilspiels, wenn Bereichsleiter A in der ersten Runde (des Teilspiels) defektiert, gilt:

$$u_A^{t,\infty}(\hat{K}) = a_A^t \leq a_A^{\max}.$$

Wenn Bereichsleiter A hingegen kooperiert, lukriert er in jeder weiteren Periode, sofern B ebenfalls kooperiert, eine Kollusionsprämie k_A^τ , für $\tau \geq t$. Für die Periode t kann sie leicht ermittelt werden, da die Unsicherheit bezüglich der Produktivitätsparameter bereits aufgelöst ist, und beträgt $k_A^t(\theta^t, \theta^{M^t})$. Für die späteren Perioden τ muss der Erwartungswert $E_A^\tau[k_A^\tau]$ von k_A^τ zum Zeitpunkt τ gebildet werden, da nicht klar ist, welche Produktivitäten tatsächlich realisiert werden, und die Kollusionsprämien von diesen abhängen. Um eine Abschätzung nach unten vornehmen zu können, muss die minimale Kollusionsprämie, $k_A^{\min} =$

$\min \{k_A^t | (\theta^t, \theta^{Mt}) \in \Theta \times \Theta, t = 1, \dots, T\}$, sowie die kleinste erwartete Kollusionsprämie $E_A^{\min}[k_A] = \min \{E_A^t[k_A^t] | t = 1, \dots, T\}$ ermittelt werden. Zu beachten ist, dass bei der minimalen Kollusionsprämie nicht mehr über alle möglichen Meldungen (an die Zentrale) minimiert wird, sondern nur die vereinbarten Kollusionsmeldungen berücksichtigt werden dürfen, da die Bereichsleiter ja kooperieren. Bezeichnet $u_i^{t,\infty}(K)$ die erwarteten Zahlungen dieses Teilspiels, wenn Bereichsleiter A in allen Runden (des Teilspiels) kooperiert, gilt:

$$u_i^{t,\infty}(K) = k_A^t(\theta^t, \theta^{Mt}) + \sum_{\tau=t+1}^{\infty} (1 - \psi)^{\tau-t} E_A^{\tau}[k_A^{\tau}].$$

Für die Abschätzung gilt:

$$u_i^{t,\infty}(K) \geq k_A^{\min} + \sum_{\tau=t+1}^{\infty} (1 - \psi)^{\tau-t} E_A^{\min}[k_A].$$

Also ist $u_i^{t,\infty}(K) > u_i^{t,\infty}(\hat{K})$ für jedes t erfüllt und Kooperation ein Nash-Gleichgewicht, wenn für $i = A, B$ gilt:

$$(27) \quad \begin{aligned} & k_i^{\min} + \sum_{\tau=t+1}^{\infty} (1 - \psi)^{\tau-t} E_i^{\min}[k_i] > a_i^{\max} \\ & \frac{E_i^{\min}[k_i]}{a_i^{\max} + E_i^{\min}[k_i] - k_i^{\min}} > \psi. \end{aligned}$$

Wird die Lösung mit invarianter Zahlungsstruktur (26) der Lösung mit varianter Zahlungsstruktur (27) gegenübergestellt, wird sofort deutlich, wie sich die varianten Auszahlungsstrukturen auf das Ergebnis auswirken. Da von einem (hypothetischen) schlimmsten Fall ausgegangen werden muss, bei dem die Kollusionsprämie am kleinsten, aber die Belohnung für die Abweichung am größten ist, muss die Austrittswahrscheinlichkeit entsprechend klein sein, obwohl *ex post* betrachtet, zu jedem Zeitpunkt t $a_i^t < a_i^{\max}$ und bzw. oder $k_i^t > k_i^{\min}$ mit sehr großer Wahrscheinlichkeit gegeben ist. Unter der Voraussetzung, dass die Wahrscheinlichkeit des Verbleibes im Unternehmen für eine weitere Periode groß genug ist, ist kollusives Verhalten ein Gleichgewicht.

2.2.3. *Reputation.* Der zweite Ansatz von Kunz und Pfeiffer (1999), um Kollusion beim Groves-Mechanismus durch die Analyse im dynamischen Kontext zu erklären, beruht auf der Idee, dass ein Bereichsleiter den Anreiz

haben könnte, als kooperativ in den Augen des anderen zu gelten um damit kollusives Verhalten zu induzieren. Dazu muss er eine Reputation als kooperativer Spieler aufbauen.

Im Gegensatz zum vorangegangenen Abschnitt wird keine Austrittswahrscheinlichkeit mehr berücksichtigt, bzw. wird diese mit $\psi = 0$ festgesetzt. Da der Zeitraum begrenzt und gänzlich determiniert ist, d.h. dass die Anzahl der Wiederholungen, die das Spiel durchlaufen wird, *ex ante* allen Bereichsleitern und der Zentrale bekannt ist, müssen zwei vollständig rational handelnde Bereichsleiter bei vollständiger Information das nicht-kooperative Gleichgewicht spielen.²² Damit scheint die Strategie "in keiner Runde kooperieren" die einzig rationale Strategie.

Experimente zum Gefangenendilemma haben wiederholt gezeigt, dass andere Strategien, insbesondere *tit-for-tat*, gespielt werden, die zu einer höheren Auszahlung der Spieler führen.²³ Ein Spieler, der *tit-for-tat* als Strategie wählt, spiegelt in jeder Runde die strategische Entscheidung seines Gegenspielers aus der Vorrunde, außer in der ersten Runde, in der er immer kooperiert. Diese Strategie geht auf eine Simulation zurück (Axelrod, 1980 und Axelrod, 1980), die zu erklären versuchte, wie sich Altruismus und Kooperation entwickeln konnten. Die Idee bestand darin, virtuelle Spieler, die jeder eine eigene Strategie verfolgten, gegeneinander in einem Turnier antreten zu lassen. Es stellte sich dabei heraus, dass die *tit-for-tat*-Strategie die höchsten durchschnittlichen Auszahlungen erreichte.

Wenn ein Spieler vom Typ *tit-for-tat* ist, dann spielt er immer diese Strategie. Weiss das ein rationaler Gegenspieler, wird er bis auf die letzte Runde ebenfalls kooperieren. Tatsächlich reicht es bereits, dass ein Spieler nur möglicherweise vom Typ *tit-for-tat* ist, um Kooperation zu induzieren. Dieser Spieler kann den Anreiz haben, die Strategie eines *tit-for-tat*-Spielers zu imitieren, damit sein Gegenspieler kooperiert. Dadurch erlangt er die Reputation eines kooperativen Spielers. Um die Möglichkeit, dass ein Spieler *tit-for-tat* spielt, abzubilden, werden für die Spieler Typen eingeführt. Für Spieler bzw. Bereichsleiter *A* wird zunächst angenommen, dass er rational ist in dem Sinn, dass er die *a priori* optimale Strategie, nämlich in jeder Runde defektieren, spielt. Dieser Typ soll in der Folge mit RAT bezeichnet werden. Für Spieler bzw. Bereichsleiter *B* soll aber gelten, dass er nur mit der

²²Das folgt aus der Rückwärtsinduktion.

²³Vgl. Camerer und Weigelt (1988) und Andreoni und Miller (1993), für einen Überblick Piliavin und Charng (1990).

Wahrscheinlichkeit $1 - \phi$ vom Typ RAT ist, mit der Wahrscheinlichkeit ϕ hingegen ein *tit-for-tat*-Spieler, dessen Typ mit TIT bezeichnet wird.

Für kurze Spiele zeigt Gibbons (1992), dass für hinreichend große Werte von ϕ bis auf die letzten 2 Runden immer kooperiert wird.²⁴ Für längerer Spiele zeigen Kreps et al. (1982), dass selbst bei kleinen Werten von ϕ die Anzahl der Runden, in denen einer der beiden Bereichsleiter nicht kooperiert, nach oben begrenzt ist. Kunz und Pfeiffer (1999) folgen dieser Argumentation und berechnen die obere Schranke für die Anzahl K jener Runden, bei denen einer der beiden Bereichsleiter defektiert. Anders ausgedrückt: Während mindestens $T - K$ Runden (sofern der Ausdruck positiv ist) verhalten sich die Bereichsleiter kollusiv. Zur Exposition und zum besseren Verständnis wird zunächst das Modell von Kreps et al. (1982) eingeführt, bei dem die Auszahlungsmatrix des Basisspiel über die Perioden hinweg konstant bleibt. In einem zweiten Schritt wird gezeigt, wie Kunz und Pfeiffer (1999) dieses Grundmodell auf das Kollusionsspiel angepasst haben.

Es wird zunächst wieder von einem (hypothetischen) auszahlungsinvarianten Fall ausgegangen, bei dem die Werte der Matrix aus Tabelle 3.6 für alle t konstant sind. Ausserdem gelte zusätzlich $a_A^t = a_B^t$, $b_A^t = b_B^t$ und schliesslich $k_A^t = k_B^t$. Zur besseren Übersicht werden diese Variablen nicht mehr indiziert. Es gilt $a > k > 0 > b$, ausserdem muss

$$(28) \quad a + b < 2k$$

gelten, da sonst die Strategie "immer kooperieren" von der wechselseitig "kooperieren-defektieren"-Strategie pareto-dominiert wird. Im Gegensatz zum Abschnitt 2.2.2 wird die erste Runde mit T und die letzte mit 1 indiziert.

Zur Anwendung kommt das Konzept des sequenziellen Gleichgewichts, dass von Kreps und Wilson (1982b) entwickelt wurde und das sie wie folgt beschreiben:

²⁴Für das normierte Spiel mit zeitinvarianten Auszahlungen und $k_A^t = k_B^t = 1$, $a_A^t = a_B^t$ und $b_A^t = b_B^t$ ist das erfüllt wenn

$$\begin{aligned} \phi + (1 - \phi)b_i &\geq 0 \\ 1 + \phi a_i &\geq a_i \\ a_i + b_i &\leq 1 \end{aligned}$$

“Sequential equilibrium in a game of incomplete information requires that the action taken by any player at any point in the game tree must be part of an optimal strategy from that point forward, given his beliefs about the evolution of the game to this point (which must, to the extent possible, be consistent with Bayesian updating on the hypothesis that the equilibrium strategies have been used to date) and given that future play will be governed by the equilibrium strategies.”²⁵

Die Definition macht klar, dass die Bestimmung der Gleichgewichtspfade für jeden Knoten im Spielbaum die Überprüfung erforderlich macht, ob die Wahrscheinlichkeit, mit der Spieler A annimmt, B sei TIT, sich verändert hat. Dadurch ist das sequenzielle Gleichgewicht ein strengeres Konzept als das Bayes'sche Gleichgewicht.²⁶

Damit K eine obere Schranke für die Anzahl der Runden ist, in denen einer der beiden Spieler defektiert, muss sie für jeden sequentiellen Gleichgewichtspfad gelten. Um das zu zeigen, wird in enger Anlehnung an Kreps et al. (1982) in Schritten vorgegangen:²⁷

Schritt 1a. Auf jedem sequenziellen Gleichgewichtspfad defektieren beide Spieler, wenn der Typ von B *common knowledge* und RAT ist. Dies folgt aus der Rückwärtsinduktion.

Schritt 1b. Auf jedem sequenziellen Gleichgewichtspfad, defektiert B mit Wahrscheinlichkeit 1 wenn A in der Vorrunde defektiert hat. Es sei angenommen, B kooperiere. Dadurch offenbart er seinen Typ RAT, da dem Typ TIT diese strategische Option nicht offen steht (TIT *muss* handeln wie A in der Vorrunde). Aus *Schritt 1a* folgt dass im Restspiel beide Spieler defektieren, und die Auszahlung 0 beträgt. Wenn B hingegen gleich defektiert, kann seine Auszahlung im Restspiel 0 nicht unterschreiten. Da Defektieren ausserdem die dominante Strategie im Basisspiel ist, wird B auf jeden Fall defektieren.

²⁵Kreps et al. (1982), S. 246.

²⁶Vgl. Gibbons (1992), S. 179.

²⁷Während Kreps et al. (1982) in 7 Schritten vorgehen, kommen Kunz und Pfeiffer (1999) mit 5 Schritten aus, da sie die ersten 4 auf 2 reduzieren. Zur besseren Vergleichbarkeit der Ergebnisse werden zwar alle Schritte vorgestellt, allerdings die ersten 4 paarweise zusammengefasst.

Schritt 2a. Auf jedem sequenziellen Gleichgewichtspfad beträgt in jedem beliebigen Knoten des Spielbaumes, in dem A mit Wahrscheinlichkeit q annimmt, B sei vom Typ TIT, noch n Runden bevorstehen und A in der Vorrunde kooperiert hat, die erwartete Auszahlung des Restspiels für A mindestens $qnk + b$. Spieler A kann diese Auszahlung erreichen, wenn er die *trigger*-Strategie wählt. Ist B TIT, erhält A die Zahlung nk . Ist B RAT, beträgt die Zahlung b in der laufenden Runde und 0 danach. Der Erwartungswert beträgt $qnk + (1 - q)b \geq qnk + b$. Jede Gleichgewichtsstrategie muss mindestens genau so gut sein.

Schritt 2b. Auf jedem sequenziellen Gleichgewichtspfad beträgt in jedem beliebigen Knoten des Spielbaumes, in dem A mit Wahrscheinlichkeit q annimmt, B sei vom Typ TIT, noch n Runden bevorstehen und A in der Vorrunde defektiert hat, die erwartete Auszahlung des Restspiels für A mindestens $q(n - 1)k + 2b$. Aus *Schritt 1b* folgt, dass B defektiert, und A 's Annahme, bezüglich der Wahrscheinlichkeit, dass B TIT sei, verändert sich nicht. Angenommen A kooperiert, dann erhält er b in der laufenden Runde und mindestens $q(n - 1)k + b$ (siehe *Schritt 2a*) für das verbleibende Spiel. Jede Gleichgewichtsstrategie muss mindestens genau so gut sein.

Schritt 3. Auf jedem sequenziellen Gleichgewichtspfad beträgt in jedem beliebigen Knoten des Spielbaumes, in dem A mit Wahrscheinlichkeit q annimmt, B sei vom Typ TIT und noch n Runden bevorstehen, die erwartete Auszahlung des Restspiels für B mindestens $q(n - 1)k + 3b - a$. Zur Abschätzung der erwarteten Auszahlung an B wird zunächst aufgezeigt, dass die Grenzen, die in *Schritt 2a* und *Schritt 2b* definiert wurden, auch dann gelten, wenn B statt seiner Gleichgewichtsstrategie nur *tit-for-tat* spielt. Aufgrund der symmetrischen Auszahlungsstruktur bei *tit-for-tat* kann nun von der unteren Schranke der Auszahlung A 's auf eine untere Schranke für die Auszahlung von B geschlossen werden: Ein *tit-for-tat*-Spieler beginnt immer mit Kooperation. Solange beide kooperieren, ist der Unterschied in den Zahlungen 0. Wenn der andere Spieler defektiert, beträgt der Unterschied in dieser Runde $b - a$, danach wieder 0. Sollte der Spieler wieder zur Kooperation zurückkehren, beträgt in dieser Runde der Unterschied $a - b$, d.h. in Summe über die bisherigen Runden ist 0, usw. Der größtmögliche Unterschied auf jedem beliebigen Pfad beträgt daher $b - a$. Gemeinsam mit der in *Schritt 2b* ermittelten Grenze für A ergibt es für B die erwartete Zahlung von mindestens $q(n - 1)k + 3b - a$.

Schritt 4. Auf jedem sequenziellen Gleichgewichtspfad ist die Wahrscheinlichkeit, mit der B die *tit-for-tat*-Strategie spielt, gleich 1, wenn A mit Wahrscheinlichkeit q annimmt, B sei vom Typ TIT und noch mehr als

$$n^* = \frac{(2a - 4b + 2qk)}{qk}$$

Runden zu spielen sind. Wenn A in der Vorrunde defektiert hat, dann defektiert B auf Grund von *Schritt 1b* in der aktuellen Runde. Das entspricht voll und ganz der *tit-for-tat*-Strategie. Wenn A in der Vorrunde kooperiert hat, steht B vor folgender Alternative: Defektiert er, erhält er in der Runde höchsten a , aber A erkennt dadurch, dass er vom Typ RAT ist und die Auszahlung des folgenden Restspiels ist 0. Kooperiert er, erhält er im schlimmsten Fall b in der Runde, aber aufgrund von *Schritt 3* ist die Auszahlung des folgenden Restspiels mindestens $q(n - 2)k + 3b - a$. Er wird kooperieren über defektieren wählen, wenn $q(n - 2)k + 4b - a > a$, bzw. $n > n^*$. In allen Runden, in denen B *tit-for-tat* mit Wahrscheinlichkeit 1 spielt, kann A aus dem Verhalten von B keine zusätzliche Information bezüglich der Wahrscheinlichkeit des Typen von B schließen. Das heisst, dass während dieser gesamten Zeit $q = \phi$ gelten muss, und die Grenze n^* nur vom Prior abhängt, mit $n^* = \frac{(2a - 4b + 2\phi k)}{\phi k}$.

Schritt 5. Auf jedem sequenziellen Gleichgewichtspfad ist die Anzahl der Runden, in denen mindesten ein Spieler defektiert durch die obere Schranke K begrenzt, mit:

$$(29) \quad K = \frac{2a - 4b + 2\phi k}{\phi k} \left[1 + \frac{2k}{\min \{2k - a - b, k\}} \right].$$

Um das zu zeigen, wird die minimale Auszahlung des Spielers A berechnet, wenn er kooperiert, solange $t > n^*$ ist, sowie die maximale Auszahlung, wenn er in dieser Zeit defektiert. Falls A kooperiert solange $t > n^*$, und danach bis zum Ende defektiert, ist seine Auszahlung mindestens $k(T - n^*)$, weil B *tit-for-tat* spielt, solange $t > n^*$. Falls er bereits davor defektiert, erhält er in der Runde a , wenn er m -Runden später zur Kooperation zurückkehrt erhält er b . Gleichzeitig entgehen ihm $k + km$ an Kooperationsprämien. Im Vergleich zur Kooperation kosten ihn die Defektion $k + km - a - b$. Wenn er nur eine Runde defektiert, kostet ihn das $2k - a - b$. Wenn er mehrere Runden hintereinander defektiert, kostet ihn das pro Runde im Schnitt $k + \frac{k - a - b}{m}$ im Vergleich zur Kooperation. Für $a + b < k$ gilt $2k - a - b > k + \frac{k - a - b}{m} > k$, für $a + b > k$ hingegen $k > k + \frac{k - a - b}{m} > 2k - a - b$. Die Mindestkosten

pro Defektion betragen somit $\min \{2k - a - b, k\}$. Angenommen, A defektiert d Mal während $t > n^*$, dann ist klarerweise seine Auszahlung mit $kT - d \cdot \min \{2k - a - b, k\}$ nach oben beschränkt. Er wird nur dann defektieren, wenn die erwartete Auszahlung bei Defektion größer ist als jene bei Kooperation:

$$(30) \quad k \left(T - \frac{2a - 4b + 2\phi k}{\phi k} \right) \leq kT - d \cdot \min \{2k - a - b, k\}$$

$$d \leq \frac{2a - 4b + 2\phi k}{\phi \cdot \min \{2k - a - b, k\}}.$$

Die Anzahl der Runden, die A defektiert solange $t > n^*$ gilt, ist durch den Ausdruck (30) begrenzt. Da jede Defektion seitens A in diesem Spielabschnitt eine *tit-for-tat*-Reaktion von Spieler B auslöst, ist die Gesamtanzahl an Defektionen während dieses Zeitraumes mit $2d$ beschränkt. Auf das gesamte Spiel bezogen, müssen die Runden einbezogen werden, in denen B nicht mehr *tit-for-tat* mit Wahrscheinlichkeit 1 spielt, in Summe $2d + n^*$. Daraus folgt K .

Das Ergebnis ist sehr spannend, weil es aufzeigt, dass bereits eine geringe Wahrscheinlichkeit ϕ ausreicht, um Kooperation zu induzieren. Allerdings stellen Kreps et al. (1982) nur einen sehr engen Modellrahmen zur Verfügung, der die Übertragung des Ergebnisses auf das Budgetierungsproblem erschwert. Insbesondere betrifft das den Umstand, dass das Basisspiel zahlungsinvariant und symmetrisch ist. Kunz und Pfeiffer (1999) lösen das Problem der Zahlungsinvarianz, indem sie, so wie bereits in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, bei den Auszahlungen Abschätzungen nach unten vornehmen (bzw. nach oben wenn es sich um "Opportunitätskosten" der nicht gewählten Strategie handelt) sowie die minimalen Erwartungswerte über zukünftige Auszahlungen berechnen. Symmetrie erreichen sie, indem diese Minima (bzw. Maxima), jetzt im Gegensatz zu Vorgehensweise in Abschnitt 2.2.2 nicht nur über $t = 1, \dots, T$, sondern auch über $i = A, B$ bilden. Das Ergebnis fassen die sie in einem Satz zusammen,²⁸ der an dieser Stelle wiedergegeben und diskutiert werden soll:

SATZ 3.4. (Kunz und Pfeiffer, 1999) *Es gelten die Bedingungen aus Abschnitt 2.2.1 und 2.2.3 sowie*

$$\forall (\theta_A^t, \theta_B^t, m_A^t, m_B^t) \in \Theta_A^2 \times \Theta_B^2 : a_i^t(\cdot) > k_i^t(\cdot) > 0 > b_i^t(\cdot),$$

²⁸Vgl. Kunz und Pfeiffer (1999), Satz 3, Seite 220.

mit $t = 1, \dots, T$ für $i = A, B$. Werden weiter die Minimal- bzw. Maximalwerte von a_i^t, k_i^t sowie b_i^t mit $a^{\max}, a^{\min}, k^{\max}, k^{\min}, b^{\max}$ sowie $b^{\min}$ bezeichnet und sei $\delta := (b^{\min} - a^{\max}) + (a^{\min} - b^{\max})$ sowie $\min \{\cdot\} := \min \{2k^{\min} - a^{\max} - b^{\max}, k^{\min}\}$, dann ist für das beschriebene dynamische Spiel die Anzahl der Spielrunden, in denen mindestens einer der beiden Bereichsleiter defektiert auf jedem sequenziellen Gleichgewichtspfad beschränkt durch die Konstante

$$(31) \quad K := \frac{2a^{\max} - 4b^{\min} + 2\phi k^{\min} + 0,5\delta}{\phi k^{\min} + 0,5\delta} \left(1 + \frac{2}{\min \{\cdot\}}\right) + 2 \frac{T(k^{\max} - k^{\min})}{\min \{\cdot\}}.$$

Für den Beweis werden die fünf Schritte auf die neue Zahlungsstruktur angepasst. Die Abschätzung der unteren Schranke der erwarteten Auszahlungen für A (Schritt 2) erfordert die Bestimmung der zukünftigen erwarteten Auszahlungen bei Kooperation, die im invarianten Fall mit nk gegeben ist, und nun $k^{\min} + \sum_{t=1}^{n-1} E^{\min}[k]$ ist, bzw. $\sum_{t=1}^{n-1} E^{\min}[k]$ anstatt $(n-1)k$.

Eine umfassendere Anpassung ist in Schritt 3 erforderlich, um die untere Schranke für die erwarteten Auszahlungen des Bereichsleiter B aus der erwarteten Auszahlung des Bereichsleiter A abzuleiten. Im invarianten symmetrischen Fall konnte leicht bestimmt werden, dass der *tit-for-tat*-Spieler die gleichen Auszahlungen erhält wie der andere, zuzüglich $b - a$. Da lag daran, dass bei Defektion des anderen Spielers der Unterschied $b - a$ ausmacht, aber bei Rückkehr zur Kooperation $a - b$ ist und so in Summe wieder aufgehoben wird. Im hier untersuchten Fall hingegen muss berücksichtigt werden, dass sich diese nicht mehr aufheben. Im schlimmsten Fall beträgt der Unterschied bei Defektion $b^{\min} - a^{\max}$, bei Rückkehr zur Kooperation hingegen nur $a^{\min} - b^{\max}$. Theoretisch könnte A abwechselnd kooperieren und defektieren, daher muss bei der Bestimmung der unteren Schranke der erwarteten Auszahlung für B dieser Effekt $n/2$ mal berücksichtigt werden:

$$\phi \sum_{t=1}^{n-1} E^{\min}[k] + 3b^{\min} - a^{\max} + \frac{n}{2}\delta.$$

Der nächste Schritt bestimmt analog zum invarianten Fall die kritische Runde, bis zu der B mit Wahrscheinlichkeit 1 *tit-for-tat* spielt:

$$n^* = \frac{2a^{\max} - 4b^{\min} + 2\phi k^{\min} + 0,5\delta}{\phi k^{\min} + 0,5\delta}.$$

Klarerweise ist dieser Ausdruck nur dann sinnvoll, wenn $n^* > 0$. Im invarianten Fall ist dies immer der Fall, da sowohl Zähler als auch Nenner im Ausdruck $\frac{2a-4b+2\phi k}{\phi k}$ strikt positiv sind. Im Gegenständlichen Fall könnte n^*

theoretisch negativ werden, wenn δ ausreichend klein ist. Ist dies der Fall, ist die analoge Übertragung des Beweises vom invarianten Fall nicht mehr zulässig, da *Schritt 5* nicht mehr nachvollziehbar wäre.

Im letzten Schritt wird wieder die Konstante K bestimmt. Der zusätzliche von T abhängige Term hat seinen Ursprung im Umstand dass bei der Berechnung der unteren Schranke der Auszahlung bei Kooperation bis n^* sowie bei der oberen Schranke der Auszahlung bei vorzeitige Defektion nicht die Konstante k angewendet werden kann, sondern $k^{\min}$ respektive $k^{\max}$, und zur Bestimmung der Anzahl der Runden d , die Bereichsleiter A defektiert, solange $t > n^*$ gilt, muss $k^{\max}T - d \cdot \min\{\cdot\} \geq k^{\min}(T - n^*)$ gelöst werden.

Im Unterschied zum invarianten Fall ist K jetzt von der Gesamtdauer des Spiels T abhängig. Im invarianten Fall musste T nur hinreichend groß sein, um auf jeden Fall Kooperation zu induzieren. Nun kann das nicht mehr eindeutig geschlossen werden, da mit T auch K wächst. Dennoch scheinen (Kunz und Pfeiffer, 1999) auf überzeugende Weise die experimentelle Evidenz mit der Theorie zu versöhnen.

Während im Einperiodenmodell die Struktur des Kollusionsspiels als Gefangenendilemma Kollusion grundsätzlich ausschliesst, geht diese Eigenschaft bei dynamischer Interaktion verloren. Zwei Möglichkeiten wurden untersucht: Besteht Unsicherheit bezüglich der Verweildauer der Bereichsleiter im Unternehmen können diese durch das Festlegen einer *trigger*-Strategie Kooperation erzeugen. Die zweite Möglichkeit beruht auf dem Gedanken, dass ein Bereichsleiter durch das Erarbeiten eines kooperativen Rufs den anderen zur Kooperation bewegen kann. Dennoch gibt es bei der Übertragung dieser Konzepte auf das Budgetierungsproblem Schwächen, die im nächsten Abschnitt besprochen werden soll.

2.3. Kritische Betrachtung und Diskussion. Die Diskussion der Betrachtung des Kollusionsspiels als Gefangenendilemma soll an drei Punkten ansetzen. Zunächst wird die Informationsstruktur beleuchtet werden. Es gilt zum Beispiel zu prüfen, ob die Annahme, Seitenzahlungen im Modellrahmen nicht zu berücksichtigen, auch im Mehrperiodenfall zulässig ist. Der zweite Problemkreis zieht sich um die Modellrestriktion, nur beidseitige Übertreibung bei gleichzeitiger Vergrößerung beider Groves-Maße

zu betrachten. Der letzte Kritikpunkt schliesslich zeigt, dass selbst bei Vernachlässigung der beiden erstgenannten Punkte, das Ergebnis von Kunz und Pfeiffer (1999) nur sehr eingeschränkt, wenn überhaupt, wirksam ist.

2.3.1. *Informationsstruktur.* Die Modellstruktur ist derart, dass der Zentrale die Typenräume, die Gewinnfunktionen, die Allokationsfunktion und die realisierten Gewinne kennen muss. Da die Gewinnfunktionen keinerlei stochastische oder sonstige weiter nicht bekannte Variablen enthält (wie zum Beispiel Arbeitseinsatz o.ä.), müsste die Zentrale in der Lage sein, den Typ der Bereichsleiter *ex post* festzustellen, und darauf im Vertrag *ex ante* zurückzugreifen. So könnte die Zentrale Falschmeldungen oder Kollusion antizipieren und im Vertrag explizit ausschließen.²⁹ Damit wäre jede Form von Kollusion hinfällig, und das Modell gegenstandslos.

Es scheint aber viel mehr, dass implizit angenommen wird, trotz dieser Informationsstruktur sei die Zentrale nicht in der Lage, den Typ der Bereichsleiter zu irgendeinem Zeitpunkt beobachten zu können. Das mag als Annahme zulässig sein, um das reine Koordinationsproblem, das der Groves-Mechanismus lösen soll, nicht mit *moral hazard* zu überfrachten.³⁰ Konsistenz in den Modellannahmen würde aber erforderlich machen, dass auch die Bereichsleiter untereinander die Typenrealisierung *ex post* nicht beobachten können. Aber genau das lassen die Autoren explizit zu, wenn sie schreiben:

Allerdings können beide Manager aufgrund der zugewiesenen Ressourcenmenge $x_i^t(\cdot)$, der effektiven Bereichsgewinne $G_i^t(\tilde{\theta}_i^t, \cdot)$, $G_j^t(\tilde{\theta}_j^t, \cdot)$, der Entlohnungsfunktion $w_i^t(\cdot)$ und der vereinbarten Meldefunktion $M^t(\cdot)$ *ex-post* vollständig darauf schließen, ob ihr Mitspieler kooperiert oder defektiert hat.³¹

²⁹Vgl. Kunz und Pfeiffer (1999), Fußnote 16, S. 208.

³⁰Eine Möglichkeit, das Problem zu lösen, das in Kapitel 2 Abschnitt 2.2 beschrieben wird, besteht darin, die Bereichsleiter zu *residual claimants* zu machen: Bei Vertragsabschluss zahlen sie ein Fixum, und erhalten den gemeldeten Gewinn der anderen. Den eigenen Gewinn dürfen sie behalten. Dadurch besteht keine Notwendigkeit, dass die Zentrale *ex post* den realisierten Gewinn beobachten können muss, so wie es hier der Fall ist.

³¹Kunz und Pfeiffer (1999), S. 212.

Die Annahme ist notwendig, da sowohl die *trigger*-Strategie als auch *tit-for-tat* im wesentlichen davon abhängen, dass die Spieler beobachten können, ob ihre Mitspieler in den Vorrunden kooperiert haben. Können die Bereichsleiter nicht auf den Typ der anderen schliessen, müsste darüber hinaus in dieser Situation überprüft werden, ob eine unverzerrte interne Meldung überhaupt eine Gleichgewichtsstrategie ist.

Eine Alternative Interpretation der Informationsstruktur bestünde darin, zu argumentieren, dass sowohl die Zentrale als auch die Bereichsleiter die Typen *ex post* beobachten können, die Zentrale aber aus bestimmten (exogenen) Gründen die Kollusion, sofern sie geschieht, nicht verhindern kann. Aber auch da erfordert ein konsequenter Modellaufbau, dass die Zentrale, wenn sie alles beobachten aber nichts verhindern kann, der gerichtlichen Durchsetzung von Seitenzahlungsforderungen ebenfalls hilflos gegenüber stehen muss. Dadurch könnten Bereichsleiter verbindliche Absprachen treffen, und das Kollusionsspiel hätte die Eigenschaft als Gefangenendilemma verloren.

Die einzige Möglichkeit, die Informationsstruktur derart anzupassen, dass sie das Modell stützt, besteht darin, vollständige Information für die Bereichsleiter untereinander anzunehmen. Dadurch kann jeder Bereichsleiter feststellen, ob der andere kooperiert hat, ohne dass die Einwände von oben noch greifen. Die Ergebnisse des Modells wären dadurch nach wie vor gültig, auch wenn in der Modellierung selbst die internen Meldungen hinfällig würden.

2.3.2. *Positive Kollusionsprämie bei Übertreibung.* Während der erste Einwand interpretatorischer Natur war, betreffen die nächsten beiden die technische Umsetzung. Zunächst soll das bereits beschriebene Problem der Kollusionsprämie bei beidseitiger Übertreibung besprochen werden. Im statischen Fall konnten sich Budde et al. (1998) auf jene Fälle beschränken, in denen eine gemeinsame Übertreibung für jeden Bereichsleiter das Groves-Maß verbesserte. Die Überlegung dahinter ist einfach: Nach der Typenrealisierung stellen die Bereichsleiter fest, dass sie in einem von 2 möglichen Zuständen sind. Entweder ist die Parameterausprägung derart, dass selbst im günstigsten Fall (also maximale Übertreibung des jeweils anderen) die eigene Übertreibung das eigene Groves-Maß verringert, dann wären Seitenzahlungen erforderlich, und Kollusion kommt demnach nicht in Frage. Oder

die Parameterausprägung hat die gewünschte Eigenschaft, sodass Kollusion ohne Seitenzahlungen möglich wäre. Dass in der Folge nur dieser untersucht wird, ist durchaus sinnvoll.

Bei der Erweiterung des Modells für eine dynamische Betrachtung ist diese Vorgehensweise hingegen problematisch, da sowohl eine *trigger*- als auch *tit-for-tat*-Strategie Kooperation auch dann einfordern würde, wenn in der Runde die Kollusionsprämie k_i^t negativ wäre. Wesentlich problematischer noch ist der Umstand, dass beide Konzepte, also sowohl die glaubhafte Drohung als auch der Reputationsmechanismus auf einem Basisspiel aufbauen, das dem Gefangenendilemma entspricht. Bei negativen k_i^t erfüllt aber das Kollusionsspiel diese Eigenschaft nicht.

Um sicherzustellen, dass die Struktur des Gefangenendilemma gewahrt bleibt, formulieren die Kunz und Pfeiffer (1999) einen Satz,³² der hier wiedergegeben werden soll:

SATZ 3.5. (Kunz und Pfeiffer, 1999) Ist für alle $\theta_i \in \Theta_i$ und alle $x_i \in [0, X]$ ($i = A, B$) erfüllt:

$$\frac{\partial y_i(\theta_i, x_i)}{\partial x_i}, \frac{\partial y_i(\theta_i, x_i)}{\partial \theta_i} > 0, \frac{\partial^2 y_i(\theta_i, x_i)}{\partial^2 x_i} < 0, \frac{\partial^2 y_i(\theta_i, x_i)}{\partial^2 x_i} \geq 0,$$

so gilt unter hinreichenden Regularitätsannahmen für alle $(m_A, m_B) \in \Theta_A \times \Theta_B$ ($m_A > \theta_A, m_B > \theta_B$):

$$t_A^G(\theta_A, m) > t_A^G(\theta_A, \theta) \text{ und } t_B^G(\theta_B, m) > t_B^G(\theta_B, \theta).$$

BEHAUPTUNG 3.6. Sind die Voraussetzungen aus dem Satz 3.5 erfüllt, existieren $(m_A, m_B) \in \Theta_A \times \Theta_B$ ($m_A > \theta_A, m_B > \theta_B$) derart, dass gilt:

$$t_A^G(\theta_A, m) < t_A^G(\theta_A, \theta) \text{ und } t_B^G(\theta_B, m) > t_B^G(\theta_B, \theta).$$

BEWEIS. Da die Allokationsfunktion $x_i(\cdot)$ die *first order condition* des Gesamtgewinnmaximierungsproblems für Vektor θ erfüllt, kann die Ableitung über das implizite Funktionentheorem ermittelt werden (Vgl. Budde et al., 1998). Die Allokationsfunktion ist daher stetig.

Sei die Meldung (m_A, θ_B) , mit $m_A > \theta_A$. Dann gilt $t_A^G(\theta_A, (m_A, \theta_B)) < t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \theta_B))$ und $t_B^G(\theta_B, (\theta_B, m_A)) > t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \theta_A))$. Das folgt zwingend aus den Eigenschaften des Groves-Mechanismus. Da y_i und x_i stetig sind für $i = A, B$, ist t_i^G als Komposition dieser Funktionen ebenfalls stetig. Es

³²Satz 2, S. 219.

existiert daher $\xi > 0$ derart, dass $t_A^G(\theta_A, (m_A, \theta_B + \xi)) < t_A^G(\theta_A, (\theta_A, \theta_B))$. Da bei beidseitiger Übertreibung die Summe der Groves-Maße größer sein muss als bei unverzerrter Berichterstattung (Vgl. Theorem 3.2) muss weiters gelten: $t_B^G(\theta_B, (\theta_B + \xi, m_A)) > t_B^G(\theta_B, (\theta_B, \theta_A))$. Bezeichne $m_B = \theta_B + \xi > \theta_B$. Daraus folgt die Behauptung. $\square$

Aus der Behauptung folgt, dass es keine "hinreichenden Regularitätsannahmen" geben kann, für die der Satz gilt, der somit widerlegt ist. Wie wirkt sich dieses Ergebnis auf die restliche Analyse aus? Zunächst muss bemerkt werden, dass die Grundannahme, in jeder Periode wiederhole sich das Gefangenendilemma, nun nicht mehr zutrifft. Für die Abschätzungen, die bezüglich der minimalen Kollusionsprämien getroffen werden, bedeutet das, dass $k_i^{\min}$ nun auf jeden Fall negativ ist, und auch $E_i^{\min}[k_i]$ negativ werden kann.³³ In diesem Fall würde der Beweis unsinnige Ergebnisse liefern. Aber allgemein muss festgehalten werden, dass die beschriebenen Effekte nicht unbedingt zusammenbrechen würden. Allerdings müssten die Ergebnisse überarbeitet werden, da die Beweisführungen nicht mehr zur Gänze zulässig sind.

2.3.3. Relevanz des Ergebnisses. Aber selbst wenn man die beiden oben gebrachten Einwände nicht gelten lässt, ist das Ergebnis jenes Abschnitts, bei dem gezeigt werden soll, dass Reputation zu Kooperation führt, fragwürdig. Präziser: die obere Schranke K , die Anzahl der Runden, in denen mindestens einer der beiden Bereichsleiter defektiert, ist immer größer T , die Gesamtanzahl der Runden, die das Spiel dauert. Kunz und Pfeiffer (1999) weisen mehrfach darauf hin, dass die Bereichsleiter mindestens $T - K$ Runden kooperieren werden, was unter den gegebenen Umständen soviel bedeutet wie "mindestens kein Mal".

BEHAUPTUNG 3.7. Gelten die Voraussetzungen von Satz 3.4 sowie $2k^{\min} - a^{\max} - b^{\max} > 0$ und $k^{\max} > k^{\min}$, ist $K > T$.

BEWEIS. Es gilt:

$$K = \frac{2a^{\max} - 4b^{\min} + 2\phi k^{\min} + 0,5\delta}{\phi k^{\min} + 0,5\delta} \left(1 + \frac{2k^{\min}}{\min\{\cdot\}} \right) + 2 \frac{T(k^{\max} - k^{\min})}{\min\{\cdot\}}.$$

³³Da es sich um ein Minimum über die gesamte Periode handelt, reicht es aus, dass in einer einzigen Periode die Parameterverteilungen ungünstig sind.

Zunächst sei festgestellt, dass $\min \{\cdot\} > 0$ und auch $\frac{2a^{\max} - 4b^{\min} + 2\phi k^{\min} + 0,5\delta}{\phi k^{\min} + 0,5\delta} > 0$.³⁴ Es wird daher nur der letzte Term betrachtet.

Fall a: $\min \{\cdot\} = k^{\min}$

$$K > 2 \frac{T(k^{\max} - k^{\min})}{\min \{\cdot\}} = T \left(2 \frac{k^{\max}}{k^{\min}} - 2 \right) > T.$$

Fall b: $\min \{\cdot\} = 2k^{\min} - a^{\max} - b^{\max}$

$$K > 2 \frac{T(k^{\max} - k^{\min})}{\min \{\cdot\}} > 2 \frac{T(k^{\max} - k^{\min})}{k^{\min}} > T.$$

Damit ist Behauptung bewiesen. □

Natürlich gilt das nicht, wenn $k^{\min} = k^{\max}$, allerdings würde in diesem Fall die invariante Lösung zum größten Teil repliziert werden. Die Annahme $2k^{\min} - a^{\max} - b^{\max} > 0$ stellt sicher, dass wechselseitiges Falschmelden als Strategie nicht die Kooperation paretodominiert. Diese Annahme ist explizit in Kreps et al. (1982) als Voraussetzung für den Beweis formuliert,³⁵ und es überrascht, dass Kunz und Pfeiffer (1999) den Beweis übernehmen, ohne diese Voraussetzung zu überprüfen. Es ist aber offensichtlich, dass der Beweis nur unter dieser Annahme zulässig ist.³⁶

³⁴Letzteres, weil es sich dabei um n^* , die Anzahl von Runden handelt, in denen B nicht mit Wahrscheinlichkeit 1 *tit-for-tat* spielt. Wie bereits besprochen wurde, muss diese Rundenanzahl positiv sein.

³⁵Im invarianten Modell als $a + b < 2$, vgl. Bedingung (28).

³⁶Wird diese Restriktion nicht formuliert, erhält man zum Teil unsinnige Ergebnisse. So wird zum Beispiel K negativ, wenn $2k^{\min} < a^{\max} + b^{\max} < 4k^{\min}$.

KAPITEL 4

Kollusionsresistenz bei *hidden information*

Das im vorangegangenen Kapitel beschriebene Kollusionsproblem soll nun gelöst werden. Dazu werden zwei unterschiedliche Modellrahmen betrachtet: Zunächst soll ein reines Koordinationsproblem mit *hidden information* behandelt werden. Das entspricht jenem Modellrahmen, der zur Beschreibung der Kollusionsproblematik herangezogen wurde. Im Vergleich der beiden Budgetierungsmechanismen, die das Koordinationsproblem lösen, nämlich *profit sharing* und Groves-Mechanismus, konnte bereits gezeigt werden, dass der erste kollusionsresistent ist in dem Sinn, dass es keine Falschmeldungen gibt, bei der die Entlohnungen der Bereichsleiter größer sind als bei wahrheitsgemäßer Meldung. Für den Groves-Mechanismus hingegen gilt, dass durch Übertreibung die Summe der Entlohnungen immer vergrößert wird. Wird davon ausgegangen, dass Absprachen zwischen den Bereichsleitern über Seitenzahlungen nicht einklagbar sind, bekommt das Kollusionsspiel die Struktur des Gefangenendilemmas, aber auch da wurde gezeigt, dass bei dynamische Interaktion ein Anreiz zur Kollusion besteht.

Da in diesem Zusammenhang *profit sharing* kollusionsresistent ist, der Groves-Mechanismus sich hingegen als kollusionsanfällig erweist, stellt sich die Frage, ob ersterer dem zweiten vorgezogen werden soll. Der theoretische Vorteil des Groves-Mechanismus gegenüber dem *profit sharing* liegt im Gleichgewicht, dass als Lösungskonzept angewandt wird: Der Groves-Mechanismus implementiert ein Gleichgewicht in dominanten Strategien, während *profit sharing* "nur" ein Nash-Gleichgewicht erzeugt.

Allerdings wird dieser Vorteil stark abgeschwächt, wenn *profit sharing* ein eindeutiges Nash-Gleichgewicht erzeugt, insbesondere dann, wenn der Groves-Mechanismus ein zwar dominantes, aber möglicherweise kein eindeutiges Gleichgewicht erzeugt. Wenn der wesentliche Vorteil des Groves-Mechanismus derart relativiert werden muss, und gleichzeitig berücksichtigt wird, dass nur *profit sharing* kollusionsresistent ist, könnte damit der Umstand der mangelnden Verbreitung des Groves-Mechanismus in der betriebswirtschaftlichen Praxis erklärt werden. Dieses Problem soll in diesem

Kapitel analysiert werden. Wird zusätzlich zum *hidden information*-Problem ein *moral hazard*-Problem angenommen, dann fällt *profit sharing* als kollusionsresistente Alternative weg, da dieser Mechanismus durch *moral hazard* seine Anreizkompatibilität verliert. Die erforderliche Entwicklung eines kollusionsresistenten Mechanismus wird im nächsten Kapitel behandelt.

Dieses Kapitel liefert einen Erklärungsversuch, warum der Groves-Mechanismus trotz seines theoretisch überlegenen Gleichgewichtskonzepts gegenüber jenem des *profit sharings* kaum Verbreitung findet: Wenn *profit sharing* ein eindeutiges Gleichgewicht erzeugt, ist, im Vergleich zum Groves-Mechanismus, keine weitere Rationalitätsanforderung an die Bereichsleiter erforderlich, um anzunehmen, dass sie dieses spielen. Da sich beim *profit sharing* ausserdem das Kollusionsproblem nicht stellt, ist dieser Mechanismus für den Prinzipal vorteilhafter! Dazu wird das Kapitel wie folgt gegliedert. Der erste Abschnitt führt das Rahmenmodell ein. Dabei handelt es sich um eine Variation des Modells, dass in den Kapitel 2 und 3 bereits entwickelt wurde. Danach wird untersucht, welche Gleichgewichte erzeugt werden, wenn die Informationsstruktur ein Bayes'sches Lösungskonzept erfordert. Dabei soll gezeigt werden, dass in diesem Zusammenhang *profit sharing* immer ein eindeutiges Gleichgewicht generiert. Im letzten Abschnitt wird von einer Informationsstruktur ausgegangen, die eine Nash-Implementierung erfordert. Dabei wird eine Klasse von Gewinnfunktionen hergeleitet, die ein einziges Nash-Gleichgewicht bei *profit sharing*, aber mehrdeutige dominante Gleichgewichte beim Groves-Mechanismus erzeugen.

1. Modellrahmen

Das untersuchte Modell greift auf die Annahmen des Modells aus Abschnitt 3 auf Seite 41 zurück. Zur Vollständigkeit seien hier die wesentlichen Eigenschaften wiederholt: Es wird von einem Unternehmen ausgegangen, das aus zwei unabhängig von einander agierenden Bereichen A und B sowie einer Zentrale besteht. Die Aufgabe der Zentrale besteht in der Beschaffung und Zuweisung einer Ressource x_i an den Bereich $i \in \{A, B\}$, die als bereichsspezifische Investition betrachtet werden kann. Diese Ressource ist mit X begrenzt, sodass $x_A + x_B = X$ gilt. Der Gewinn der Abteilung i hängt von dieser Investition, sowie vom Typ des Bereichsleiters ab. Der Typ $\theta_i \in \Theta_i$ des Bereichsleiters kann als Produktivitätsfaktor des Bereichs

interpretiert werden. Vereinfachend sei weiters angenommen, dass die Verteilungen der Typen unabhängig sind. Die in x_i konkave und wachsende, in θ_i monoton wachsende, und zweifach differenzierbare Gewinnfunktion für den Bereich i sei mit $y_i(\theta_i, x_i)$ gegeben.

Die Zentrale kennt die Funktion y_i nicht, insbesondere kann sie aus dem realisierten Gewinn *ex post* nicht auf die tatsächliche Parameterausprägung θ_i schließen. Der realisierte Gewinn, also der tatsächliche Funktionswert, hingegen ist beobachtbar.¹

Bei einem direkten Mechanismus, der auf dem Revelationsprinzip von Myerson (1979a) beruht, berichten die Bereichsleiter ihre Produktivität an die Zentrale. Diese trifft aufgrund dieser Meldung ihre Entscheidung, die sich in den Allokationen und Entlohnungen der Bereichsleiter widerspiegelt. Eine Meldung des Bereichsleiter i sei mit m_i bezeichnet, eine Meldefunktion in Abhängigkeit seines Typs $m_i(\theta_i)$, wobei bei wahrheitsinduzierter Strategie $m_i(\theta_i) = \theta_i$ gelten muss.

Die Bereichsleiter werden mittels einer Transferfunktion t_i entlohnt, die derart gewählt werden soll, dass zum einen eine optimale Allokation der Ressource X erfolgt, zum anderen, dass die Informationskosten, die aus der Asymmetrie entstehen, minimiert werden. Im allgemeinsten Fall kann die Funktion $t_i(m, y)$ sowohl von den gemeldeten Produktivitäten $m = (m_i, m_j)$ als auch von den tatsächlichen Produktivitäten über die realisierten Gewinnfunktionen $y = (y_i(\theta_i, x_i(m)), y_j(\theta_j, x_j(m)))$ abhängen. Aufgrund dieser Abhängigkeit der Transferfunktion von den gemeldeten und tatsächlichen Produktivitäten wird die Kurzschreibweise $t_i(\theta, m)$ verwendet.

1.1. Zeitstrahl. Entscheidend für die Lösung des Allokations- und Koordinationsproblem ist die zeitliche Abfolge der Ereignisse, insbesondere, ob die Informationsasymmetrie bereits vor oder erst nach Vertragsabschluss besteht. Im betrachteten Modell wird der Typ dem Agenten erst

¹Es wird an dieser Stelle auf die Diskussion aus Abschnitt 2.3.1 auf Seite 110 verwiesen: Da es sich um ein reines *hidden information* Problem handelt, bei dem die Gewinnfunktionen aus Sicht der Agenten keine Unsicherheiten enthalten, stellt sich grundsätzlich die Frage, warum die Zentrale, wenn sie *ex post* die Funktionswerte der Gewinnfunktionen und die Allokationen x_i kennt, nicht auf die Parameterausprägungen θ_i schließen kann. Dies sei hier als Annahme ausgeschlossen. In Kapitel 5 wird das Modell dahingehend erweitert, dass diese Annahme nicht mehr erforderlich ist.

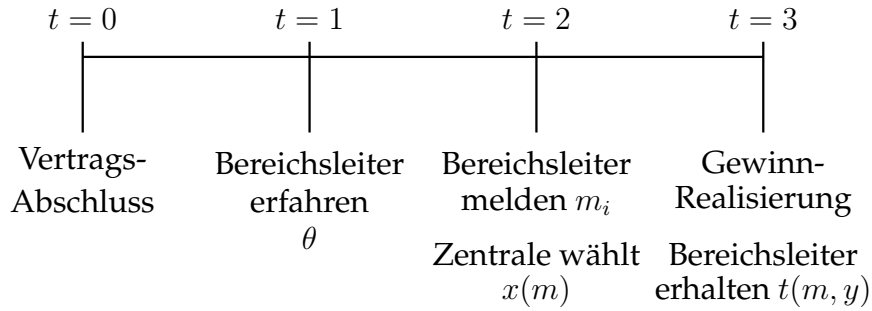


ABBILDUNG 4.1. Zeitstrahl bei *ex post*-Informationsasymmetrie und *hidden information*.

nach Vertragsabschluss bekannt (*post contract*-Information). Eine solche Situation kann zum Beispiel entstehen, wenn ein Manager den Auftrag bekommt, im Ausland einen neuen Markt zu erschliessen: Er schliesst den Vertrag ab, bevor er die lokalen Gegebenheiten des neuen Marktes kennt; andererseits hat er, sobald das Produkt im neuen Markt eingeführt wird, wesentlich mehr Informationen als die Zentrale im Heimatland.²

Der zeitliche Ablauf der Beziehung zwischen den Bereichsleitern und der Zentrale und der Zeitpunkt, an dem die Informationsasymmetrie auftritt, ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Vertrag zwischen der Zentrale und den beiden Bereichsleitern abgeschlossen. Zu diesem Zeitpunkt wissen weder die Zentrale noch die Bereichsleiter die jeweiligen Produktionsparameter θ_i bzw. die Gewinnfunktionen. Zu $t = 1$ erfahren die Bereichsleiter privat die tatsächliche Ausprägung ihrer jeweiligen Produktivitätsparameter und können ihre tatsächliche Gewinnfunktion $y_i(\theta_i, \cdot)$ ermitteln.

Die Meldung der Produktivitätsparameter der Bereichsleiter, die zu $t = 2$ erfolgt, wird mit m_i und m_j bezeichnet.³ Im Abhängigkeit dieser Meldungen bestimmt die Zentrale die Allokationen $x_i(m_i, m_j)$.

Während die vertraglich vereinbarten Größen nur von der Meldung abhängen, sind die tatsächlich realisierten Größen auch zustandsabhängig. Daraus folgt das Anreizproblem. Während die Zentrale ihre Entscheidung, also

²Das Beispiel stammt von Macho-Stadler und Perez-Castrillo (2001).

³Mit einer alternativen Informationsstruktur kann der Produktivitätsparameter als Gewinnfunktion interpretiert werden. Dabei würden die Bereichsleiter ihre jeweilige Funktion melden (vgl. zum Beispiel Groves und Loeb (1979)). Im vorliegenden Modell ist es nicht erforderlich, dass die Gewinnfunktionen gemeldet werden: Aufgrund des Revelationsprinzips reichen die Typen aus!

die Aufteilung der Ressource, nur auf die Meldungen konditionieren kann, hat jeder Bereichsleiter einen Anreiz, durch eine verzerrte Meldung die Allokation der Ressource zu seinem Vorteil zu verändern.

Schließlich wird zum Zeitpunkt $t = 3$ der Gewinn realisiert, und die Bereichsleiter werden entlohnt. Die Entlohnung $t_i(\theta_i, \theta_j, m_i, m_j)$ ist zustands- und meldungsabhängig.

1.2. Das Allokationsproblem der Zentrale. Aufgabe der Zentrale ist es, die Allokation so vorzunehmen, dass der Gesamtgewinn des Unternehmens maximiert wird, gleichzeitig sollen beide Bereichsleiter anreizkompatibel entlohnt werden. Da ein wahrheitsinduzierender Mechanismus implementiert werden soll, geht die Zentrale in ihrer Zielfunktion davon aus, dass die gemeldeten Produktivitätsparameter wahr sind und setzt die Allokationen so fest, dass der erwartete Gewinn optimiert wird:

$$(32) \quad \max_{x(\cdot), t(\cdot)} \int_{\theta} (y_A(\theta_A, x_A) + y_B(\theta_B, x_B) - t_A(\theta, \theta) - t_B(\theta, \theta)) dF(\theta)$$

Als Nebenbedingung wird zunächst die Beschränkung der Ressource berücksichtigt (Engpassrestriktion):

$$(33) \quad x_A(\theta) + x_B(\theta) \leq X$$

Um die Teilnahme der Bereichsleiter zu sichern, muss ihnen ihr Reservationsnutzen, der hier auf Null normiert sei, zugesichert werden. Da die Informationsasymmetrie bei Vertragsabschluss noch nicht vorliegt, muss diese Bedingung im Erwartungswert *ex ante* erfüllt sein (Teilnahmebedingung):

$$(34) \quad \int_{\theta} t_A(\theta, \theta) dF(\theta) \geq 0, \\ \int_{\theta} t_B(\theta, \theta) dF(\theta) \geq 0.$$

Schliesslich muss über die Anreizverträglichkeitsbedingung sichergestellt werden, dass der Bereichsleiter unverzerrt berichtet, also sein Nutzen bei einer verzerrten Meldung nicht größer wird:

$$(35) \quad t_A((\theta_A, \theta_B), (\theta_A, \theta_B)) - t_A((\theta_A, \theta_B), (\hat{\theta}_A, \theta_B)) \geq 0 \text{ für alle } \theta_B, \hat{\theta}_A, \theta_A, \\ t_B((\theta_B, \theta_A), (\theta_B, \theta_A)) - t_B((\theta_B, \theta_A), (\hat{\theta}_B, \theta_A)) \geq 0 \text{ für alle } \theta_A, \hat{\theta}_B, \theta_B.$$

Für eine Implementierung in dominanten Strategien ist außerdem erforderlich, dass diese Bedingung für Bereichsleiter $i \in \{A, B\}$ gilt, unabhängig

davon, was Bereichsleiter $j \in \{A, B\}$, $j \neq i$ berichtet. In diesem Fall ist die Anreizverträglichkeitsbedingung:

$$(36) \quad t_A((\theta_A, \theta_B), (\theta_A, \hat{\theta}_B)) - t_A((\theta_A, \theta_B), (\hat{\theta}_A, \hat{\theta}_B)) \geq 0 \text{ für alle } \theta_B, \hat{\theta}_B, \hat{\theta}_A, \theta_A, \\ t_B((\theta_B, \theta_A), (\theta_B, \hat{\theta}_A)) - t_B((\theta_B, \theta_A), (\hat{\theta}_B, \hat{\theta}_A)) \geq 0 \text{ für alle } \theta_A, \hat{\theta}_A, \hat{\theta}_B, \theta_B.$$

Die Zentrale löst das Problem (32) unter den Nebenbedingungen (33), (34) und (35) bzw. (36), je nachdem, ob ein Nash- oder dominantes Gleichgewicht implementiert werden soll.

1.3. Die *first best*-Allokation. Der Referenzfall untersucht die optimale Bedingung unter der vereinfachenden Annahme, dass die Bereichsleiter im Sinne der Zentrale handeln und versuchen, den Gesamtgewinn des Unternehmens zu maximieren. Damit wird unterstellt, dass die Bereichsleiter unverzerrt melden, und zwar unabhängig davon, ob die Anreizverträglichkeitsbedingungen erfüllt sind. Die Zentrale löst demnach das Problem (32) unter den Nebenbedingungen (33) und (34).

Die Teilnahmebedingung bindet immer: Der Zielfunktionswert steigt mit fallender Entlohnung, daher ist eine geringere Entlohnung besser. Nun sei t'_i eine Entlohnung, die alle Bedingungen erfüllt, für die aber die Teilnahmebedingung nicht bindet. Dann existiert $\epsilon > 0$ derart, dass bei der Entlohnung $t''_i = t'_i - \epsilon$ die Teilnahmebedingung bindet. Für t''_i sind aber notwendigerweise die Anreiznebenbedingungen weiterhin erfüllt.

Weiters steigt der Zielfunktionswert in x_A und in x_B . Daraus folgt, dass auch die Engpassrestriktion bindet. Nach Substitution der Nebenbedingungen maximiert die Zentrale die Zielfunktion:

$$\max_x y_A(\theta_A, x) + y_B(\theta_B, X - x)$$

für jedes θ .

Die Bedingungen erster Ordnung charakterisieren die *first best*-Lösung:

THEOREM 4.1. *In der first best-Situation setzt die Zentrale die Entlohnung der Bereichsleiter t_i und die Aufteilung der knappen Ressourcen x_i so fest, dass folgende Eigenschaften gelten: $t_A = t_B = 0$ und $\frac{\partial}{\partial x} y_A(\theta_A, x) = \frac{\partial}{\partial x} y_B(\theta_B, X - x)$. Die Entscheidungsfunktion, die diese Eigenschaft erfüllt, heisst $x^{fb}(\cdot)$.*

Jeder Bereichsleiter erhält seinen Reservationsnutzen. Davon unabhängig wird das Ressourcenallokationsproblem gelöst, indem der Grenzerfolg der beiden Bereiche gleichgesetzt werden.⁴

1.4. Entlohnungsstruktur. Wie in den vorangegangenen Abschnitten bereits dargestellt, kann aufgrund der Eigenschaften der Informationsstruktur, die hier modelliert wird, die Entlohnungsfunktion derart gestaltet werden, dass die Bereichsleiter *ex ante*, d.h. im Erwartungswert, keine Informationsprämie beziehen. Das liegt zum einen daran, dass die Informationsasymmetrie erst *ex post* entsteht, zum anderen, dass die Bereichsleiter risikoneutral sind.

Eine solche Funktion besteht nun aus einem zustands- und meldeabhängigen Performancemaß t_i^π sowie einem negativen Fixum, das genau dem Erwartungswert $\int_\theta t_i^\pi dF(\theta)$ entspricht. Durch diese Entlohnung wird sicher gestellt, dass der Erwartungswert von t_i gleich null ist und die Teilnahmebedingungen *ex ante* (34) erfüllt sind:

$$t_i = t_i^\pi - \int_\theta t_i^\pi dF(\theta).$$

Das Performancemaß t_i^π kann dabei jede Funktion sein, die $x^{fb}(\cdot)$ implementiert. Hier soll die Untersuchung auf den Groves-Mechanismus und auf *profit sharing* beschränkt werden, deren Performancemaße wieder mit t_i^G und t_i^{PS} bezeichnet werden sollen.

Diese Entlohnung folgt der Struktur eines Verpachtungsvertrags: Das vereinbarte Fixum ist negativ, d.h., der Bereichsleiter "kauft" die Unternehmung und wird zum *residual claimant*. Damit erhält er das gesamte Gewinnpotential, übernimmt aber gleichzeitig das gesamte Risiko.

Voraussetzung für das Zustandekommen dieser Lösung ist die implizite Annahme, dass keine *limited liability*-Bedingung erfüllt werden muss: Der Bereichsleiter muss willens und finanziell fähig sein, eine schlechtesten Falls negative Entlohnung t_i abzudecken, wenn die Realisierung des Performancemaß unter der Erwartung bleibt.

⁴Vgl. dazu Theorem 2.8 auf Seite 48

1.5. "Wertigkeit" der Gleichgewichtslösungen. Bei der Betrachtung der Lösungen der einzelnen Mechanismen, die unterschiedliche Gleichgewichte implementieren, stellt sich aus Sicht des Prinzipals die Frage, welches Gleichgewicht am "wünschenswertesten" ist, da sich daran die Vorteilhaftigkeit eines Mechanismus gegenüber eines anderen messen lässt, insbesondere dann, wenn beide Mechanismen die *first best*-Allokation implementieren.

Bisher wurde stillschweigend unterstellt, dass es eine solche Skala in der Wertigkeit existiert und dass der Prinzipal bei der Wahl des Mechanismus darauf Rücksicht nimmt. Spieltheoretisch sind solche Überlegungen durchaus nachvollziehbar: So ist ein dominantes Gleichgewicht robuster als ein Nash-Gleichgewicht;⁵ oder ist die Wahrscheinlichkeit, dass das erwünschte *first best*-Allokation generierende Gleichgewicht gespielt wird, größer bei eindeutigen Gleichgewichtslösungen als bei Lösungen, die mehrere Gleichgewichte erlauben.

Aus Sicht des Prinzipals ist die Frage nicht so offensichtlich. So implementiert der Groves-Mechanismus ein dominantes Gleichgewicht, dass aber mitunter nur schwach dominant ist: Es muss nicht eindeutig sein. Wenn aber unter den gleichen Modellannahmen die Nash-Implementierung des *profit sharing* ein eindeutiges Gleichgewicht erzeugt, kann der Prinzipal davon ausgehen, dass die rational handelnden Bereichsleiter im zweiten Fall die gewünschte Meldung liefern, beim ersteren hingegen nicht, da jedes Gleichgewicht möglich ist. Weiters stellt sich aus Sicht des Prinzipals die Frage, ob denn mehrdeutige Gleichgewichte bei *profit sharing* tatsächlich ein Nachteil sind, wenn doch ohnedies jedes Gleichgewicht die optimale Allokation implementiert!

Werden schliesslich noch Absprachen zwischen den Bereichsleitern im Modell zugelassen, spielt auch die Kollusionsresistenz eine Rolle bei der Bewertung eines Mechanismus. So haben Arnold und Ponick (2006) experimentell nachweisen können, dass bei *profit sharing* Absprachen nicht nur das Ergebnis nicht verschlechtern, sondern im Gegenteil zu einer Koordination der Spieler führt, die in der Folge das vom Prinzipal gewünschte Gleichgewicht spielen, während das Gleichgewicht des Groves-Mechanismus tendenziell zusammenbricht.

⁵So wird zum Beispiel in der Literatur durchgängig die Nash-Implementierung des *profit sharing* als Nachteil gesehen, den erst der Groves-Mechanismus beseitigen kann. Vgl. z.B. Ewert und Wagenhofer (2003).

Daraus ergibt sich eine interessante Hypothese zur geringen Anwendung des Groves-Mechanismus in der betriebswirtschaftlichen Praxis trotz seiner theoretischen Vorzüge: Möglicherweise sind aus Sicht des Prinzipals diese nicht so relevant. Ein dominantes Gleichgewicht wird demnach von der Theorie überbewertet, wenn es nicht eindeutig ist, auf der anderen Seite ist Mehrdeutigkeit kein Problem wenn alle Gleichgewichte die gleiche optimale Allokation implementieren. Diese Überlegungen sind die Grundlage dieses Kapitels, bei dem gezeigt werden soll, dass *profit sharing* für einige Gewinnfunktionen ein eindeutiges Gleichgewicht erzeugt, während der Groves-Mechanismus ein dominantes aber mehrdeutiges Gleichgewicht erzeugt. Dies betrifft allerdings nur jene Fälle, bei denen vollständige Information (zwischen den Bereichsleitern) vorliegt. Zunächst soll aber der Fall einer Bayes'schen Informationsstruktur untersucht werden.

2. Bayes Nash-Gleichgewicht

Dabei sei der Fall betrachtet, bei dem die Bereichsleiter den Typ des jeweils anderen nicht kennen. Wie schon mehrfach dargestellt, spielt diese Einschränkung für das vom Groves-Mechanismus induzierte Gleichgewicht keine Rolle, da es dominant ist. Bei *profit sharing* hingegen wird ein Bayes Nash-Gleichgewicht implementiert. Konzeptuell ist es schwächer, da es auf Einschätzungen (*beliefs*) gründet, die ein Agent bezüglich der Strategien des jeweils anderen Agenten bildet. Grundsätzlich gilt, dass dieses erwünschte wahrheitsinduzierende Gleichgewicht nicht eindeutig sein muss. Wenn aber Bedingungen hergeleitet werden können, unter denen dieses Gleichgewicht eindeutig ist, wäre der Unterschied zum Groves-Mechanismus nur noch ein subtiler: Während letzterer wahrheitsinduzierend wirkt unabhängig davon, welche Entscheidung der andere Bereichsleiter trifft, ist *profit sharing* wahrheitsinduzierend unabhängig davon, welche Entscheidung der andere Bereichsleiter *rational* trifft!

2.1. Modellanpassung. Für eine vollständige Analyse des Bayes Nash-Gleichgewicht müssen zunächst die Anreizverträglichkeitsbedingungen (35) angepasst werden:

$$\begin{aligned}
(37) \quad & \int_{\theta_B} t_A((\theta_A, \theta_B), (\theta_A, \theta_B)) dF(\theta_B) \\
& - \int_{\theta_B} t_A((\theta_A, \theta_B), (\hat{\theta}_A, \theta_B)) dF(\theta_B) \geq 0 \text{ für alle } \hat{\theta}_A, \theta_A, \\
& \int_{\theta_A} t_B((\theta_B, \theta_A), (\theta_B, \theta_A)) dF(\theta_A) \\
& - \int_{\theta_A} t_B((\theta_B, \theta_A), (\hat{\theta}_B, \theta_A)) dF(\theta_A) \geq 0 \text{ für alle } \hat{\theta}_B, \theta_B.
\end{aligned}$$

Es kann leicht gezeigt werden, dass die *first best*-Allokation diese Bedingungen erfüllen, unabhängig davon, ob die Transferfunktion t_i auf dem Groves-Mechanismus oder auf *profit sharing* beruht. Wichtig ist allerdings hier die Frage, ob ein solches Gleichgewicht eindeutig ist.

2.2. Eindeutiges Gleichgewicht bei *profit sharing*. Damit das wahrheitsinduzierende Gleichgewicht eindeutig ist, darf es keine zweite Gleichgewichtsstrategie geben. Das Performancemaß bei *profit sharing* ist nur dann maximal, wenn die optimale Allokation gewählt wird. Diese wird auf jeden Fall bei wahrheitsgemäßen Berichten beider Bereichsleiter erreicht. Wenn hingegen ein Bereichsleiter falsch und der zweite wahrheitsgemäß berichtet, ist die Allokation suboptimal. Allerdings kann der zweite Bereichsleiter die antizipierte Ineffizienz durch einen gezielten eigenen Falschbericht unter Umständen ausgleichen. Es ist daher *a priori* nicht ersichtlich, warum das wahrheitsinduzierte Bayes Nash-Gleichgewicht eindeutig sein sollte.

Damit eine Strategie ein Gleichgewichtsstrategie darstellt, muss sie die *best response* auf die Einschätzung der Handlungen des jeweils anderen Bereichsleiter sein (und *vice versa*). Wenn Bereichsleiter A annimmt, dass Bereichsleiter B eine Strategie $\hat{s}_B(\theta_B)$ spielt, wird er selbst seine Strategie $\hat{s}_A(\theta_A)$ derart wählen, dass sein Performancemaß im Erwartungswert über θ_B maximal ist. Da *profit sharing* den tatsächlich realisierten Gesamtgewinn als Performancemaß festlegt, ist dieses dann maximal, wenn die *first best*-Allokation zugewiesen wird. Klarerweise ist dann unverzerrtes Berichten $\hat{s}_i(\theta_i) = \theta_i$ ein Gleichgewicht, da auf unverzerrte Berichte wiederum unverzerrte Berichte eine *best response* darstellen. Nimmt aber Bereichsleiter A an, dass Bereichsleiter B seine Strategie derart wählt, dass $\hat{s}_B(\theta_B) \neq \theta_B$ gilt, ist unverzerrtes Berichten nicht mehr unbedingt die *best response* mehr, da in diesem Fall keine optimale Allokation erreicht wird. Wenn Bereichsleiter B übertreibt, kann Bereichsleiter A durch eigene Übertreibung wieder die

optimale Allokation erzwingen, untertreibt Bereichsleiter B bei seinem Bericht, kann Bereichsleiter A durch eigene Untertreibung eine Fehlallokation verhindern. Damit ein weiteres Bayes Nash-Gleichgewicht existiert, muss es eine Strategie $\hat{s}_A(\theta_A)$ geben, derart, dass für diese die Strategie $\hat{s}_B(\theta_B) \neq \theta_B$ wiederum eine *best response* ist. Es soll gezeigt werden, dass dies nicht der Fall sein kann, wenn die Typenräume Θ_A und Θ_B nach oben oder unten beschränkt sind.

Zunächst soll dies intuitiv illustriert werden, eine formale Untersuchung folgt weiter unten. Um eine optimale Allokation zu erreichen, muss eine Strategie $s_i(\theta_i)$ unter anderem folgende Eigenschaften erfüllen:

- (1) $s_i(\theta_i)$ muss unabhängig von der tatsächlichen Ausprägung von θ_j sein, da aufgrund der Informationsstruktur der Bereichsleiter seine eigene Meldung nicht vom Typ des jeweils anderen Bereichsleiter abhängig machen kann.
- (2) $s_i(\theta_i)$ muss bijektiv sein: Für ein gegebenes $\hat{\theta}_j$ gibt es nur eine Meldung θ_i , die die optimale Allokation x_i^{fb} erzeugt. Gleiches muss auch gelten, wenn Bereichsleiter j nicht $\hat{\theta}_j$, sondern $s_j(\hat{\theta}_j)$ wählt. Anders ausgedrückt: Wenn $\theta'_i \neq \theta''_i$, dann muss auch $s_i(\theta'_i) \neq s_i(\theta''_i)$ gelten, da sonst $x_i^{fb}(s_i(\theta'_i), s_j(\hat{\theta}_j)) = x_i^{fb}(s_i(\theta''_i), s_j(\hat{\theta}_j))$ gelten müsste, und daraus $y_i(\theta'_i, x_i^{fb}(s_i(\theta'_i), s_j(\hat{\theta}_j))) = y_i(\theta''_i, x_i^{fb}(s_i(\theta'_i), s_j(\hat{\theta}_j)))$ folgen würde, was aber unmöglich ist, da y_i per Annahme in θ_i wächst.

Dies muss natürlich für beide Bereichsleiter gelten, da sonst kein Gleichgewicht zustande kommt. Diese alternativen Gleichgewichtsstrategien existieren, allerdings mit der Einschränkung, dass der Typenraum nicht beschränkt sein darf. Zur Illustration soll vorübergehen $\Theta_i = \mathbb{R}$ gelten; so kann das numerische Beispiel aus den vorangegangenen Kapitel wie folgt weitergeführt werden. Die *first best*-Allokationsfunktion für Bereichsleiter i ist:⁶

⁶Vgl. Seite 57ff und 81ff. Man beachte, dass jetzt stetige Typenräume betrachtet werden! Die Gewinnfunktionen sind:

$$\begin{aligned} y_A(\theta_A, x) &= \theta_A g_A(x) \\ &= \theta_A (100x - x^2) \text{ sowie} \\ y_B(\theta_B, x) &= \theta_B g_B(x) \\ &= \theta_B \left(60x - \frac{1}{2}x^2 \right). \end{aligned}$$

mit $X = 50$ und $\theta_A \in [10, 30]$ sowie $\theta_B \in [20, 40]$.

$$x_i^{fb}(m) = \frac{10(10m_i - m_j)}{2m_i + m_j}.$$

Wenn die Einschätzung der Strategie s_j durch Bereichsleiter i von der unverzerrten Meldestrategie abweicht, muss er seine *best response*-Strategie so wählen, dass die tatsächliche Allokation möglichst nahe an die optimale Allokation herankommt: Durch eine eigene verzerrte Meldung kann die (erwartete) Falschmeldung des Bereichsleiters j kompensiert werden. Nun kann Bereichsleiter i seine eigene Strategie so wählen, dass

$$(38) \quad x_i^{fb}(s_i(\theta_i), \hat{s}_j(\theta_j)) = x_i^{fb}(\theta_i, \theta_j)$$

gilt. Um die *best response*-Strategie herleiten zu können, reicht es, diese Gleichung nach $s_i(\theta_i)$ auszulösen. Technisch wird die Umkehrfunktion der Allokationsfunktion gebildet (deren Existenz gegeben ist, da $\hat{s}_j$ bijektiv ist!). Ist zum Beispiel $\hat{s}_j(\theta_j) = 2\theta_j$, kann sehr leicht gezeigt werden, dass die *best response*-Strategie $s_i(\theta_i) = 2\theta_i$ sein muss. Ist aber $\hat{s}_j(\theta_j) = \theta_j + 2$, ist die Funktion, die die *first best*-Allokation implementiert, $s_i(\cdot) = \theta_i + 2\frac{\theta_i}{\theta_j}$. Diese Funktion erfüllt aber nicht die erste der beiden weiter oben genannten Eigenschaften, da sie nicht nur von θ_i , sondern auch von θ_j abhängt. Daher gibt es in diesem Fall kein Strategiegleichgewicht, das die *first best*-Allokationen implementiert, abseits des wahrheitsinduzierenden.

Der Typenraum Θ_i sei nun wieder nach oben und nach unten beschränkt. Betrachten wir den Erwartungswert des Performancemaßes bei *profit sharing* genauer:

$$t_i^{PS} = \int_{\theta_j} (y_i(\theta_i, x_i(s_i(\theta_i), s_j(\theta_j))) + y_j(\theta_j, x_j(s_j(\theta_j), s_i(\theta_i)))) dF(\theta_j).$$

Dieser Erwartungswert über θ_j soll für jede mögliche Ausprägung von θ_i maximal sein. Gleichzeitig ist die Entscheidung bezüglich der Meldung unabhängig von der tatsächlichen Ausprägung θ_j und der Meldung $s_j(\theta_j)$. Nun sei bei θ'_i die performancemaßmaximierende *best response*-Meldung $s_i(\theta'_i)$ wobei die erzielte Allokation nicht der *first best* entsprechen muss. Für die Ausprägung $\theta''_i > \theta'_i$ muss $s_i(\theta''_i) \geq s_i(\theta'_i)$ gelten, da für jeden der möglichen Werte von θ_j und $s_j(\theta_j)$ (über die der Erwartungswert gebildet wird) im Vergleich zur Ausprägung θ'_i die Produktivität des Bereichs i gesteigert wird und daher der Anteil an der Ressource im Maximum steigen muss

(wenn die Bedingung als Gleichung erfüllt ist, dann werden durch die Beibehaltung der Allokation bei erhöhter Produktivität die Kosten einer bestehenden Fehlallokation reduziert!). Jede Gleichgewichtsstrategie ist folglich wachsend in θ_i , und nach oben und unten beschränkt mit $s_i(\theta_i^{max}) \leq \theta_i^{max}$ und $s_i(\theta_i^{min}) \geq \theta_i^{min}$. Tatsächlich gibt es nur eine Gleichgewichtsstrategie mit $s^*(\theta_i) = \theta_i$, wie im folgenden Theorem gezeigt wird:

THEOREM 4.2. *Sind die Typenräume Θ_i mit $i \in \{A, B\}$ oben und unten beschränkt, erzeugt profit sharing bei unvollständiger Information zwischen den Agenten ein eindeutiges Gleichgewicht mit $s_i^*(\theta_i) = \theta_i, i \in \{A, B\}$.*

BEWEIS. Bezeichne t_i^{PS} die Bemessungsgrundlage, die für beide Bereichsleiter identisch ist. Sie ist vom jeweiligen Typ und von der jeweiligen Strategiefunktion abhängig. Da die Strategie $s_i(\theta_i)$ nur von θ_i abhängt, kann die Bemessungsgrundlage in Abhängigkeit der Typen ausgedrückt werden.

Der Erwartungswert der Auszahlung des Bereichsleiters i ist demnach:

$$E[t_i^{PS}(\theta_i, \theta_j)] = \int_{\theta_j} t_i^{PS}(\theta_i, \theta_j) dF(\theta_j).$$

Damit s^* ein Gleichgewicht ist, muss gelten:

$$\frac{\partial}{\partial s_i^*} E[t_i^{PS}(\theta_i, \theta_j)] = 0.$$

Durch das Vertauschen von Ableitung und Integration erhalten wir:

$$\int_{\theta_j} \frac{\partial}{\partial s_i^*} t_i^{PS}(\theta_i, \theta_j) dF(\theta_j) = 0.$$

Das kann nur erfüllt sein, wenn:

$$\frac{\partial}{\partial s_i^*} t_i^{PS}(\theta_i, \theta_j) = 0$$

Weiters gilt:

$$\begin{aligned} t_i^{PS}(\theta_i, \theta_j) &= y_i(\theta_i, x_i(s_i^*(\theta_i), s_j^*(\theta_j))) + y_j(\theta_j, X - x_i(s_i^*(\theta_i), s_j^*(\theta_j))) \\ \frac{\partial}{\partial s_i^*} t_i^{PS}(\theta_i, \theta_j) &= \frac{\partial y_i}{\partial x_i(s_i^*(\theta_i), s_j^*(\theta_j))} \frac{\partial x_i}{\partial s_i^*(\theta_i)} - \frac{\partial y_j}{\partial x_i(s_i^*(\theta_i), s_j^*(\theta_j))} \frac{\partial x_i}{\partial s_i^*(\theta_i)} \\ &= \frac{\partial x_i}{\partial s_i^*(\theta_i)} \left(\frac{\partial y_i}{\partial x_i(s_i^*(\theta_i), s_j^*(\theta_j))} - \frac{\partial y_j}{\partial x_i(s_i^*(\theta_i), s_j^*(\theta_j))} \right) \\ &= 0. \end{aligned}$$

Die Ableitung der Allokationsfunktion $\frac{\partial x_i}{\partial s_i^*(\theta_i)}$ muss ungleich null sein, da ansonsten die Allokation melde- und somit typenunabhängig wäre. Der rechte Term in der Klammer entspricht der *first order condition* der *first best*-Lösung. Daraus folgt, dass s^* die *first best*-Allokation implementieren muss. Da die Typenräume beschränkt sind, geht das nur, wenn $s_i^*(\theta_i) = \theta_i$ gilt. $\square$

2.3. Groves-Mechanismus vs. *profit sharing*. Im gegenständlichen Modell erzeugt der Groves-Mechanismus ebenfalls ein eindeutiges Gleichgewicht. Um dies zu veranschaulichen, reicht es, den Erwartungswert des Performancemaßes zu betrachten, den ein Bereichsleiter als Grundlage seiner Entscheidung bemisst:

$$t_i^G = \int_{\theta_j} (y_i(\theta_i, x_i(s_i(\theta_i), s_j(\theta_j))) + y_j(s_j(\theta_j), x_j(s_j(\theta_j), s_i(\theta_i)))) dF(\theta_j).$$

Für eine gegebene Ausprägung von θ_i spielt die tatsächliche (erwartete) Ausprägung von θ_j keine Rolle, da der Bereichsleiter nur gegen die Strategie $s_j(\theta_j)$ spielt. Für jede Realisierung von $s_j(\theta_j)$ ist unverzerrtes Berichten optimal. Unter bestimmten Umständen und für eine bestimmte Parameterausprägung $(\theta_i, \hat{\theta}_j)$ ist ein unverzerrter Bericht nicht die einzige optimale Meldung: wenn die Allokation keinen Einfluss auf das Ergebnis hat, bzw. wenn $y_i(\theta_i, \cdot) = y_j(s_j(\hat{\theta}_j), \cdot)$ gilt, kann Bereichsleiter i mit einer beliebigen Meldung das Optimum erzielen. Da aber der Erwartungswert für ein gegebenes θ_i über alle θ_j gebildet wird, müsste $y_i(\theta_i, \cdot) = y_j(s_j(\hat{\theta}_j), \cdot)$ für alle $\hat{\theta}_j \in \Theta_j$ gelten, was aber keine Gleichgewichtsstrategie sein. Also ist das vom Groves-Mechanismus induzierte Gleichgewicht eindeutig.

Bei unvollständiger Information zwischen den Bereichsleitern liefern beide Mechanismen ein eindeutiges Gleichgewicht. Der theoretische Vorteil des Groves-Mechanismus, das Dominanzkonzept des Gleichgewichts, kommt dadurch nicht so sehr zur Geltung. Allerdings bleibt sein Makel unberührt: Der Groves-Mechanismus ist anfällig für Kollusion, während *profit sharing* trotz seiner Einfachheit dieses Problem nicht kennt. Im nächsten Abschnitt wird die gleiche Fragestellung bei abgeänderter Informationsstruktur behandelt. Dabei wird gezeigt, dass bei vollständiger Information zwischen den Agenten die Ergebnisse noch pointierter ausfallen können: Es gibt Gewinnfunktionen, bei denen *profit sharing* nach wie vor ein eindeutiges Gleichgewicht erzeugt, aber der Groves-Mechanismus, trotz Dominanz, mehrdeutige!

3. Nash-Gleichgewicht und Dominanz

Um das zu zeigen, soll zwischen stetiger und diskret binärer Typenverteilung unterschieden werden: Bei stetiger Verteilung gibt es mit Ausnahme einiger Randlösungen bei *profit sharing* beliebig viele Gleichgewichte. Dieser wesentliche Unterschied im Ergebnis zum im vorangegangenen Abschnitt untersuchten unvollständigen Information beruht auf der Tatsache, dass der Bereichsleiter beide Typen kennt und daher seine *best response* auf θ_j konditionieren kann. Die Stetigkeit stellt sicher, dass für jede Parameterausprägung (θ_i, θ_j) es bei einer Meldung $m_j = \theta_j + \xi_j$ eine Meldung $m_i = \theta_i + \xi_i$ gibt, die die *first best*-Allokation erzielt, wenn $|\xi_j|$ klein genug ist und θ_i nicht minimal und θ_j nicht maximal ist, bzw. umgekehrt.

Bei einem binären Typenraum hingegen gibt es bei 2 Agenten nur 4 mögliche Parameterausprägungen, und zwei davon sind derart, dass θ_i minimal und θ_j maximal ist, bzw. umgekehrt. Daraus folgt, dass für mindestens die Hälfte aller Ausprägungen *profit sharing* ein eindeutiges Gleichgewicht erzeugt!

Dieser Abschnitt ist wie folgt aufgebaut: Zunächst wird weiterhin eine stetige Typenverteilung unterstellt. Es wird gezeigt, dass *profit sharing* in der Regel beliebig viele Gleichgewichte erzeugt und daher dieser Fall nicht mehr weiter untersucht zu werden braucht. In weiterer Folge wird die binäre Typenverteilung eingeführt und die Funktionsweise der beiden Mechanismen für dieses veränderte Modell kurz beschrieben. Danach werden die Bedingungen untersucht, die zu schwach dominanten Groves-Gleichgewichten sowie jene, die zu eindeutigen *profit sharing*-Gleichgewichten führen, hergeleitet. Numerische Beispiele ergänzen die Analyse und illustrieren die Ergebnisse.

3.1. *Profit sharing* bei stetigen Typenräume. Gemeinsam mit den Eigenschaften der Gewinnfunktionen bewirkt die Stetigkeit des Typenraums eine stetige Allokationsfunktion. Da diese in beiden Parametern θ_i und θ_j steigt, kann eine beliebige Allokation mit mehr als einem Meldevektor erzielt werden. Dies ist aus Abbildung 4.2 ersichtlich, in der die Allokation $x_i^{fb}(m)$ für das numerische Beispiel dargestellt wird. Auf beiden Achsen sind die Typenräume dargestellt, die Funktionswerte sind als "Iso-Allokationskurven" zweidimensional dargestellt.

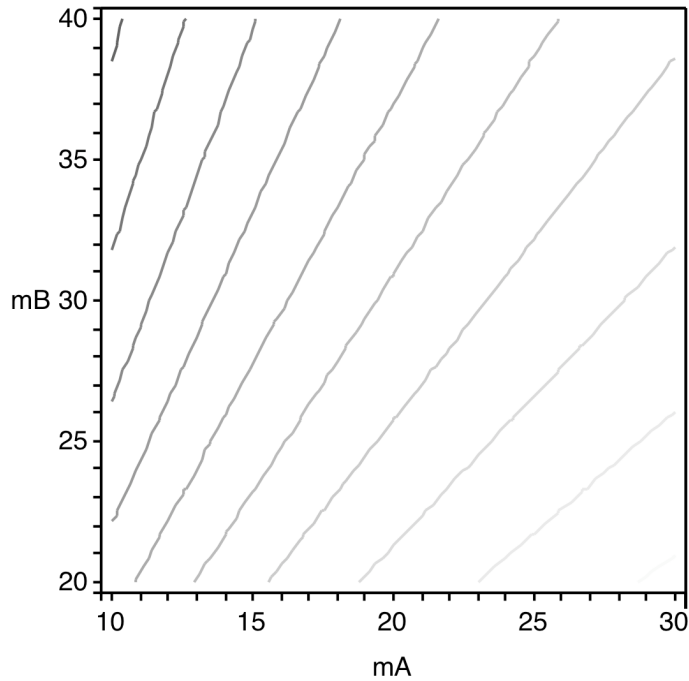


ABBILDUNG 4.2. Allokation $x_i^{fb}(m)$ für das numerische Beispiel.

Die Isokurven verlaufen von links unten nach rechts oben. Das bedeutet, dass bei der Falschmeldung eines Bereichsleiter (Übertreibung bzw. Untertreibung) der andere Bereichsleiter in die selbe "Richtung" falsch melden muss (Übertreibung bzw. Untertreibung), um eine Fehlallokation zu verhindern. Wenn die Parameterausprägung auf einen der Grenzpunkte links oben oder rechts unten fällt, dann ist keine zweite optimale Allokation mehr möglich. Ist zum Beispiel die Parameterausprägung derart, dass $\theta_A = \theta_A^{min}$ und $\theta_B = \theta_B^{max}$ (das entspricht der linken oberen Ecke) gilt, dann kann Bereichsleiter B nur untertreiben. Entscheidet er sich zu einer Falschmeldung, kann aber Bereichsleiter A durch eine eigene Untertreibung eine Fehlallokation nicht mehr verhindern. Da jeder Bereichsleiter bei der Meldung den Typ beider Bereichsleiter kennt, kann bei dieser Parameterausprägung eine Falschmeldung kein Gleichgewicht sein! Formal wird das Ergebnis im folgenden Theorem zusammengefasst:

THEOREM 4.3. *Bei symmetrischer Information zwischen den Agenten erzeugt profit sharing bei jeder Parameterausprägung beliebig viele Gleichgewichte. Ausgenommen sind jene zwei Ausprägungen, bei denen einer der Bereichsleiter den maximalen, der andere jedoch den minimalen Typ annimmt.*

BEWEIS. Lemma 2.9 auf Seite 48 besagt, dass die Übertreibung der Produktivität eines Bereichsleiters *c.p.* zur Erhöhung seiner Ressourcenzuweisung führt. Um diese Fehlallokation auszugleichen, muss der jeweils andere Bereichsleiter ebenfalls seine Produktivität übertreiben. Gleiches gilt für Untertreibung. Sei die Parameterausprägung derart, dass $\theta_i \in]\theta_i^{min}, \theta_i^{max}[$ für $i \in \{A, B\}$. Dann existieren ξ_A und ξ_B ungleich 0 mit $x_i^{fb}(\theta_i, \theta_j) = x_i^{fb}(\theta_i + \xi_i, \theta_j + \xi_j)$ für $i, j \in \{A, B\}$ und $i \neq j$. Das folgt unmittelbar aus der Stetigkeit von x_i^{fb} . Ist $\theta_i = \theta_i^{min}$ für $i \in \{A, B\}$, dann gilt zusätzlich $\xi_i > 0$. Ist $\theta_i = \theta_i^{max}$ für $i \in \{A, B\}$, dann gilt zusätzlich $\xi_i < 0$. Ist hingegen $\theta_i = \theta_i^{min}$ und $\theta_j = \theta_j^{min}$, ist weder gemeinsames Übertreiben noch gemeinsames Untertreiben möglich, und es gibt nur einen Meldevektor, der zur optimalen Allokation führt. $\square$

Trotz Mehrdeutigkeit des Gleichgewichts bleibt zu bemerken, dass jedes Gleichgewicht die optimale Allokation erzielt. Auch ist der *pay off* eines jeden Gleichgewichts für die Agenten gleich, so dass sich die Frage stellt, ob es denn tatsächlich ein "falsches" Gleichgewicht gibt. Dazu kommt, dass Absprachen und Koordination der Bereichsleiter nicht zu kollusiven Verhalten auf Kosten des Prinzipals führen, sondern vielmehr sicher stellen, dass die optimale Allokation erzielt wird. In diesem Sinn sind Absprachen, ganz im Gegensatz zum Groves-Mechanismus, nicht nur nicht zu unterbinden, sondern sogar zu fördern.

3.2. Binäre Typenverteilung: Funktionsweise des Groves-Mechanismus und des *profit sharings*. Der Rest des Kapitels befasst sich mit dem Sonderfall, bei dem die Parameterverteilungen diskret binär sind, bei denen die Produktivität nur jeweils zwei Ausprägungen hat, θ_i^H bei hoher Produktivität (*high*), bzw. θ_i^L bei niedriger Produktivität (*low*). Da der Strategieraum eines Bereichsleiters seinem Typenraum entspricht, bringt diese Modellierung den Vorteil, dass das strategische Problem der Bereichsleiter als Spiel in einer 2×2 -Matrix dargestellt werden kann.

Der Budgetierungsprozess erfordert eine korrekte Meldung der erwarteten Gewinne einzelner Unternehmensbereiche, um die optimale Allokation der knappen Finanzmittel zu gewährleisten. Groves-Mechanismus und *profit sharing* sind beides Anreizschemata, die dieses Allokationsproblem lösen. Für beide Mechanismen gilt, dass die Entlohnung der einzelnen Bereichsleiter nicht ausschließlich vom jeweiligen Bereichsgewinn determiniert wird.

Somit muss der Bereichsleiter die möglichen Meldungen und Gewinne der anderen Bereiche in seinem Entscheidungskalkül berücksichtigen. Unverzerrte Berichterstattung ist für beide Mechanismen ein Gleichgewicht: Für jeden Bereichsleiter ist unverzerrtes Berichten optimal, wenn alle anderen Bereichsleiter ebenfalls unverzerrt berichten. Beide Mechanismen unterscheiden sich im Ergebnis nicht. Der eigentliche Unterschied zwischen den beiden Anreizschemata ist das Wesen des jeweiligen Gleichgewichts, da der Groves-Mechanismus ein Gleichgewicht in dominanten Strategien implementiert, wobei *profit sharing* nur ein Nash-Gleichgewicht implementiert.

Das Ressourcenallokationsproblem entspricht jenem in Abschnitt 1.2 beschriebenen. Die *first best*-Lösung wird durch Theorem 4.1 beschrieben. Allerdings ist die Allokationsfunktion nicht mehr stetig, sondern nur noch an den 4 möglichen Parameterausprägungen definiert. Bei der Beschreibung der Mechanismen erlaubt die binäre Parameterausprägung eine explizite Darstellung der Anreiznebenbedingungen.

3.2.1. *Profit sharing*. Dabei handelt es sich um einen Partizipationsmechanismus, bei dem jeder Manager am Gesamtgewinn des Unternehmens beteiligt ist. Damit ist eine optimale Gesamtallokation auch im Sinne eines einzelnen Bereichsleiters. Die Bemessungsgrundlage ist:

$$t_i^{PS}(\theta, m) = y_i(\theta_i, x_i^{fb}(m)) + y_j(\theta_j, x_j^{fb}(m)).$$

Dabei steht $y_i(\theta_i, \cdot)$ für den tatsächlich realisierten Gewinn des Bereichs i , bei Parameterausprägung θ_i und $x_i^{fb}(m)$ für die Allokation, die das Maximierungsproblem der Zentrale bei Meldung m löst.

Da jeder Bereichsleiter daran interessiert ist, den Gesamtgewinn des Unternehmens zu maximieren, wird er, gegeben der jeweils andere Bereichsleiter berichtet seine wahre Gewinnfunktion, ebenfalls die wahre Gewinnfunktion melden, da jeder andere Bericht zu einer Fehlallokation und damit geringerem Gesamtgewinn führen muss.

Formal gilt wegen Theorem 4.1:

$$(39) \quad y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta)) \geq y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)),$$

$$(40) \quad y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta)) \geq y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)).$$

Die Variablen $x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)$ und $x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)$ bezeichnen die allozierten Mengen, wenn Bereichsleiter B wahrheitsgemäß (θ_B) berichtet, und A falsch meldet ($\bar{m}_A \neq \theta_A$). Analoges gilt für $x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B)$ und $x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)$. Der Mechanismus implementiert ein Nash-Gleichgewicht.

3.2.2. Groves-Mechanismus. Anders verhält es sich beim Groves-Mechanismus, der ein Gleichgewicht in dominanten Strategien implementiert. Auch hier handelt es sich um einen Partizipationsmechanismus, allerdings wird der Bereichsleiter nicht am tatsächlichen Gewinn des anderen Teilbereichs bemessen, sondern am gemeldeten Gewinn:

$$\begin{aligned} t_A^G(\theta_A, m) &= y_A(\theta_A, x_A^{fb}(m)) + y_B(m_B, x_B^{fb}(m)), \\ t_B^G(\theta_B, m) &= y_B(\theta_B, x_B^{fb}(m)) + y_A(m_A, x_A^{fb}(m)). \end{aligned}$$

Die Beteiligung am gemeldeten Gewinn des jeweils anderen Bereichs bewirkt, dass der wahre Typ des anderen Bereichsleiters im Entscheidungskalkül keine Rolle mehr spielt. Wegen Theorem 4.1 gilt:

$$(41) \quad \begin{aligned} y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta)) &\geq \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)), \end{aligned}$$

$$(42) \quad \begin{aligned} y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B)) + y_B(\bar{m}_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) &\geq \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m})) + y_B(\bar{m}_B, x_B^{fb}(\bar{m})), \end{aligned}$$

$$(43) \quad \begin{aligned} y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta)) &\geq \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)), \end{aligned}$$

$$(44) \quad \begin{aligned} y_A(\bar{m}_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) &\geq \\ y_A(\bar{m}_A, x_A^{fb}(\bar{m})) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m})). \end{aligned}$$

3.3. Mehrdeutige Dominanz und eindeutiges Nash-Gleichgewicht.

Im folgenden Abschnitt soll zunächst untersucht werden, welche Bedingungen erfüllt werden müssen, damit die Gewinnfunktionen ein *eindeutiges* Gleichgewicht bei *profit sharing* und ein *mehrdeutiges* beim Groves-Mechanismus erzeugen.

3.3.1. Mehrdeutigkeit beim Groves-Mechanismus. Aufgrund der wahrheitsinduzierenden Eigenschaften des Groves-Mechanismus müssen die Ungleichungen (41)-(44) erfüllt sein. Ein weiteres Gleichgewicht (in reinen Strategien) kann nur für einen der weiteren drei Meldevektoren existieren.

Für jeden Vektor können Bedingungen hergeleitet werden, die zusätzlich erfüllt sein müssen.

(1) $(\theta_A, \bar{m}_B)$ ist ein Nash-Gleichgewicht, wenn:

$$\begin{aligned} y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B)) + y_B(\bar{m}_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) &\geq \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m})) + y_B(\bar{m}_B, x_B^{fb}(\bar{m})) &\text{ und} \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta)) &\leq \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)), \end{aligned}$$

daraus folgt in Verbindung mit (43):

$$(45) \quad \begin{aligned} y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta)) &= \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)). \end{aligned}$$

(2) $(\bar{m}_A, \theta_B)$ ist ein Nash-Gleichgewicht, wenn:

$$\begin{aligned} y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta)) &\leq \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) &\text{ und} \\ y_A(\bar{m}_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) &\geq \\ y_A(\bar{m}_A, x_A^{fb}(\bar{m})) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m})), \end{aligned}$$

daraus folgt in Verbindung mit (41):

$$(46) \quad \begin{aligned} y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta)) &= \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)). \end{aligned}$$

(3) Schließlich ist $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ ein Nash-Gleichgewicht, wenn:

$$\begin{aligned} y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B)) + y_B(\bar{m}_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) &\leq \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m})) + y_B(\bar{m}_B, x_B^{fb}(\bar{m})) &\text{ und} \\ y_A(\bar{m}_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) &\leq \\ y_A(\bar{m}_A, x_A^{fb}(\bar{m})) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m})), \end{aligned}$$

daraus folgt in Verbindung mit (42) und (44):

$$(47) \quad \begin{aligned} y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B)) + y_B(\bar{m}_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) &= \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m})) + y_B(\bar{m}_B, x_B^{fb}(\bar{m})) &\text{ und} \end{aligned}$$

$$(48) \quad \begin{aligned} y_A(\bar{m}_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) &= \\ y_A(\bar{m}_A, x_A^{fb}(\bar{m})) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m})). \end{aligned}$$

Ein zweites Gleichgewicht kann also zustande kommen, weil der Groves-Mechanismus ein schwach dominantes Gleichgewicht implementiert: Jedes weitere Gleichgewicht ist möglich, wenn Präferenzrelationen vorliegen, bei denen einer der Spieler indifferent bezüglich seiner Maßnahme ist, falls der andere Spieler vom dominanten Gleichgewicht abweicht.

3.3.2. Eindeutigkeit bei profit sharing. Nun sollen jene Bedingungen bestimmt werden, die erfüllt sein müssen, damit kein weiteres Nash-Gleichgewicht außer der unverzerrten Berichterstattung existiert. Dabei ist der Umstand, dass bei *profit sharing* beiden Bereichsleitern für einen bestimmten Meldevektor die gleiche Bemessungsgrundlage zugewiesen wird, hilfreich. Zunächst ist zu beachten, dass $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ kein Nash-Gleichgewicht sein kann, wenn entweder

$$(49) \quad y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) > \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m})) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m})) \text{ oder}$$

$$(50) \quad y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) > \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m})) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m}))$$

gilt. Die beiden anderen Gleichgewichtskandidaten fallen als Nash-Gleichgewichte weg, wenn die Bedingungen für das Gleichgewicht bei korrekten Berichten (39) und (40) als strikte Ungleichungen erfüllt sind.

Aus diesen vier strikten Ungleichungen folgt, dass die Allokationen für die Meldungen (θ_A, θ_B) , $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ und entweder $(\theta_A, \bar{m}_B)$ oder $(\bar{m}_A, \theta_B)$ unterschiedlich sein müssen. Außerdem ist leicht ersichtlich, dass die Ungleichungen (39) und (40) nicht strikt erfüllt sein können, ohne (45) oder (46) zu verletzen. Als einziges mögliches zweites Nash-Gleichgewicht für den Groves-Mechanismus bleibt daher nur der Meldevektor $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$.

3.4. Numerisches Beispiel. Ein sehr einfaches numerisches Beispiel soll nun zeigen, wie der *profit sharing*-Mechanismus durch ein eindeutiges Gleichgewicht dem Groves-Mechanismus überlegen sein kann, wenn dieser ein nur schwach dominantes Gleichgewicht implementiert. Dazu seien Gewinnfunktionen wie folgt definiert:

$$y_i(\theta_i, x) = \theta_i x \text{ für } i \in \{A, B\}.$$

Weiters soll gelten $\Theta_i = \{\theta_i^L, \theta_i^H\} = \{1, 2\}$ für $i \in \{A, B\}$, so dass für die Gewinnfunktionen folgendes gilt:

$$y_i(\theta_i^H, x) = 2x \text{ und}$$

$$y_i(\theta_i^L, x) = x \text{ für } i \in \{A, B\}.$$

Aufgrund der Linearität ist die optimale Allokation für die Meldungen (θ_A^H, θ_B^L) und (θ_A^L, θ_B^H) sofort ersichtlich und eindeutig: Der Bereich, der den guten Typ meldet, erhält sämtliche Ressourcen.

3.4.1. Differenzierte Allokationen. $(\theta_A^H, \theta_B^H) \neq (\theta_A^L, \theta_B^H) \neq (\theta_A^H, \theta_B^L)$ und $(\theta_A^L, \theta_B^L) \neq (\theta_A^L, \theta_B^H) \neq (\theta_A^H, \theta_B^L)$. Für die Meldungen (θ_A^H, θ_B^H) und (θ_A^L, θ_B^L) ist aber jede Allokation optimal, daher muss die Allokation beliebig festgesetzt werden. Im Weiteren seien die betreffenden Allokationen o.B.d.A. $(50, 50)$. Etwas später wird diskutiert, wie sich das Ergebnis verändert, wenn diese Allokationen beliebige Werte annehmen.

Der tatsächliche Zustand sei (θ_A^H, θ_B^L) . Die meldungsabhängigen optimalen Allokationen sind in Tabelle 4.1 dargestellt.

Meldung	Allokationen		
(θ_A, θ_B)	$(x_A^{fb}(\theta), x_B^{fb}(\theta))$	$(x_A^{fb}(\theta_A^H, \theta_B^L), x_B^{fb}(\theta_B^L, \theta_A^H))$	$(100, 0)$
$(\bar{m}_A, \theta_B)$	$(x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B), x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A))$	$(x_A^{fb}(\theta_A^L, \theta_B^L), x_B^{fb}(\theta_B^L, \theta_A^L))$	$(50, 50)$
$(\theta_A, \bar{m}_B)$	$(x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B), x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A))$	$(x_A^{fb}(\theta_A^H, \theta_B^H), x_B^{fb}(\theta_B^H, \theta_A^H))$	$(50, 50)$
$(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$	$(x_A^{fb}(\bar{m}), x_B^{fb}(\bar{m}))$	$(x_A^{fb}(\theta_A^L, \theta_B^H), x_B^{fb}(\theta_B^H, \theta_A^L))$	$(0, 100)$

TABELLE 4.1. Numerisches Beispiel: Mögliche Allokationen bei Ausprägung (θ_A^H, θ_B^L) .

Für beide Mechanismen können die Meldestrategien und die daraus folgenden Bemessungsgrundlagen für die Bereichsleiter als Spiel in Normalform dargestellt werden. Für *profit sharing* ergibt das Tabelle 4.2, in der das Gleichgewicht fett gedruckt ist. Es ist eindeutig: Keiner der Bereichsleiter hat einen Anreiz abzuweichen.

	B meldet $\theta_B = \theta_B^L$	B meldet $\bar{m}_B = \theta_B^H$
A meldet $\bar{m}_A = \theta_A^L$	150	100
A meldet $\theta_A = \theta_A^H$	200	150

TABELLE 4.2. Numerisches Beispiel: Auszahlungsmatrix bei *profit sharing* bei Ausprägung (θ_A^H, θ_B^L) .

Die Situation verändert sich aber beim Groves-Mechanismus. Die Bemessungsgrundlagen können aus Tabelle 4.3 ermittelt werden, das entsprechende Spiel in Normalform aus Tabelle 4.4.

Meldung (m_A, m_B)	Allokation $(x_A^{fb}(m), x_B^{fb}(m))$	$y_A(\theta_A, \cdot)$	$y_B(m_B, \cdot)$	$y_B(\theta_B, \cdot)$	$y_A(m_A, \cdot)$
$(\bar{m}_A, \theta_B) = (\theta_A^L, \theta_B^L)$	(50, 50)	100	50	50	50
$(\theta_A, \theta_B) = (\theta_A^H, \theta_B^L)$	(100, 0)	200	0	0	200
$(\bar{m}_A, \bar{m}_B) = (\theta_A^L, \theta_B^H)$	(0, 100)	0	200	100	0
$(\theta_A, \bar{m}_B) = (\theta_A^H, \theta_B^H)$	(50, 50)	100	100	50	100

TABELLE 4.3. Numerisches Beispiel: Bemessungsgrundlagen bei Groves-Mechanismus bei Ausprägung (θ_A^H, θ_B^L) .

	B meldet $\theta_B = \theta_B^L$	B meldet $\bar{m}_B = \theta_B^H$
A meldet $\bar{m}_A = \theta_A^L$	(150, 100)	(200, 100)
A meldet $\theta_A = \theta_A^H$	(200, 200)	(200, 150)

TABELLE 4.4. Numerisches Beispiel: Auszahlungsmatrix bei Groves-Mechanismus bei Ausprägung (θ_A^H, θ_B^L) .

Das dominante Gleichgewicht findet sich links unten und ist fett gedruckt. Allerdings handelt es sich nur um ein *schwach dominantes* Gleichgewicht, und das zweite Gleichgewicht ist ebenfalls fett gedruckt.

Die Literatur weist auf den Umstand, dass *profit sharing* zu mehrdeutigen Situationen führen kann, ebenso hin wie auf jenen, dass der Groves-Mechanismus aufgrund des schwach dominanten Gleichgewichts nicht unbedingt eindeutig sein muss.⁷ Dennoch werden diese Zusammenhänge nicht weiter analysiert, da ein dominantes Gleichgewicht allgemein einem Nash-Gleichgewicht vorgezogen wird.⁸ Daher ist das Ergebnis dieses Abschnitts überraschend, da es zeigt, dass eine Mehrdeutigkeit beim Groves-Mechanismus nicht unbedingt ein mehrdeutiges und damit instabiles Nash-Gleichgewicht bei *profit sharing* impliziert, und in einem solchen Fall *profit sharing* das robustere Ergebnis liefert. Die dahinter liegenden theoretischen Ergebnisse werden weiter unten dargestellt.

Der Groves-Mechanismus zur Budgetierung findet in der betriebswirtschaftlichen Praxis kaum Anwendung, obwohl er anderen Mechanismen

⁷Vgl. Ewert und Wagenhofer (2003), S. 570ff.

⁸Vgl. Laux (2006), S. 568.

Meldung	A-1	A-2	A-3	A-4
(G_A^L, G_B^L)	(0, 100)	(100, 0)	(0, 100)	(100, 0)
(G_A^H, G_B^L)	(100, 0)	(100, 0)	(100, 0)	(100, 0)
(G_A^L, G_B^H)	(0, 100)	(0, 100)	(0, 100)	(0, 100)
(G_A^H, G_B^H)	(0, 100)	(0, 100)	(100, 0)	(100, 0)

TABELLE 4.5. Erweitertes numerisches Beispiel: Mögliche optimale Allokationen.

theoretisch überlegen scheint. Herkömmliche Erklärungsansätze berufen sich dabei auf eine mangelnde Kollusionsresistenz. Dieser Abschnitt versucht, einen weiteren Ansatz zu liefern, indem er zeigt, dass die Vorteilhaftigkeit des Groves-Mechanismus unter Umständen nur auf einer Überbewertung der Dominanz des Gleichgewichts beruht: Da es sich im Konzept um eine schwache Dominanz handelt, kann es zu mehrdeutigen Gleichgewichten kommen. Bei einer Klasse von Gewinnfunktionen (linear und symmetrisch) ist dies der Fall. Aber bei gerade solchen Funktionen kann *profit sharing* eindeutige Gleichgewichte implementieren. In diesem Fall ist demnach *profit sharing* nicht nur einfacher in seiner Struktur, sondern auch robuster als der Groves-Mechanismus.

3.4.2. *Erweitertes numerisches Beispiel: Beliebige Allokationen.* Diese Eigenschaften sollen anhand des bereits vorgestellten Beispiels weiter erläutert werden. Bei Meldung der Parameter (θ_A^L, θ_B^L) bzw. (θ_A^H, θ_B^H) soll nun die Allokation einen der Grenzwerte (0, 100) oder (100, 0) annehmen. Damit bricht die Eindeutigkeit des *profit sharings* zusammen. Tabelle 4.5 zeigt die möglichen alternativen Allokationsmöglichkeiten, die mit A-1 bis A-4 bezeichnet werden.

Der wahre Meldevektor sei wieder (θ_A^H, θ_B^L) . Es können die Matrizen für die Bemessungsgrundlagen für beide Mechanismen berechnet werden. Tabelle 4.6 fasst diese zunächst für *profit sharing* zusammen.

Fett gedruckt sind die Nash-Gleichgewichte, die die optimale Allokation implementieren. Obwohl es bei jeder Alternative mehr als ein Nash-Gleichgewicht gibt, implementieren alle zusätzlichen Gleichgewichte die optimale Allokation, ausgenommen bei A-1 (das Nash-Gleichgewicht, das eine suboptimale Allokation bewirkt, ist kursiv eingetragen).

Die Ergebnisse für den Groves-Mechanismus sind in Tabelle 4.7 wiedergegeben. Wie erwartet erzeugt der Mechanismus überall dort ein Nash-

	A-1		A-2		A-3		A-4	
Meldung	G_B^L	G_B^H	G_B^L	G_B^H	G_B^L	G_B^H	G_B^L	G_B^H
G_A^L	100	100	200	100	100	100	200	100
G_A^H	200	100	200	100	200	200	200	200

TABELLE 4.6. Erweitertes numerisches Beispiel: Multiple Gleichgewichte mit optimalen Allokationen bei *Profit Sharing*.

	A-1		A-3	
Meldung	G_B^L	G_B^H	G_B^L	G_B^H
G_A^L	100, 100	200, 100	100, 100	200, 100
G_A^H	200, 200	200, 100	200, 200	200, 200

	A-2		A-4	
Meldung	G_B^L	G_B^H	G_B^L	G_B^H
G_A^L	200, 100	200, 100	200, 100	200, 100
G_A^H	200, 200	200, 100	200, 200	200, 200

TABELLE 4.7. Erweitertes numerisches Beispiel: Multiple Gleichgewichte mit optimalen Allokationen beim Groves-Mechanismus.

Gleichgewicht, wo auch *profit sharing* eines implementiert. Zusätzlich ist aber die Meldung $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ ein Gleichgewicht, da ja die Funktionen so gewählt wurden, dass die Gleichungen (47) und (48) erfüllt sind. Dieses Gleichgewicht implementiert aber eine falsche Allokation.

Somit besteht ein Zusammenhang zwischen der Anzahl der Gleichgewichte der beiden Mechanismen und der Allokation, die willkürlich für die Meldevektoren (θ_A^L, θ_B^L) und (θ_A^H, θ_B^H) getroffen wird. Jede Allokation ist zulässig, allerdings wird der Effekt abgeschwächt, wenn $(0, 100)$ oder $(100, 0)$ gewählt wird, da dann die Allokationen für die Meldungen (θ_A, θ_B) , $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ und entweder $(\theta_A, \bar{m}_B)$ oder $(\bar{m}_A, \theta_B)$ nicht mehr unterschiedlich wären, und somit auch *profit sharing* ein zweites Nash-Gleichgewicht hat. Dies konnte bereits anhand des Beispiels im vorangegangenen Abschnitt illustriert werden.

3.5. Theoretischer Hintergrund. An dieser Stelle wird allgemein untersucht, für welche Allokationen die Mehrdeutigkeit beim Groves-Mechanismus gegeben ist und wie sich diese Allokationen auf die *profit sharing*-Gleichgewichte auswirken. Es soll gezeigt werden, dass es eine Klasse einfacher Gewinnfunktionen gibt, bei denen *profit sharing* immer mindestens genauso gut wie der Groves-Mechanismus ist. Als Kriterium soll nicht mehr nur die Anzahl der Nash-Gleichgewichte betrachtet werden, sondern die Anzahl jener Gleichgewichte, die zu falschen (also suboptimalen) Allokationen führen. Der Grundgedanke dahinter ist klar: Eine Falschmeldung, die zur richtigen Allokation führt, ist aus Sicht der Zentrale nicht schlecht, solange die Bemessungsgrundlagen nicht größer sind als bei wahrer Meldung.⁹

Ausgangspunkt sind Gewinnfunktionen, die folgende Eigenschaft haben:

$$(51) \quad \frac{\partial y_i(\theta_i^L, x)}{\partial x} < \frac{\partial y_i(\theta_i^H, x)}{\partial x}, \text{ für } 0 \leq x \leq X.$$

Nun gelten folgende Aussagen:

LEMMA 4.4. *Sind die Meldevektoren $(\theta_A, \bar{m}_B)$ oder $(\bar{m}_A, \theta_B)$ Nash-Gleichgewichte beim Groves-Mechanismus, dann können sie auch Gleichgewichte bei profit sharing sein.*

Dies folgt unmittelbar aus der Beobachtung, dass wenn Gleichung (45) bzw. Gleichung (46) erfüllt sind, die strikten Ungleichungen

$$(52) \quad y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta)) > y_A(\theta_A, x_B^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) \text{ und}$$

$$(53) \quad y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta)) > y_A(\theta_A, x_B^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A))$$

unmöglich sind. Um die "Vorteilhaftigkeit" des einen Verfahrens gegenüber dem anderen zu zeigen, beschränken wir die Analyse auf den Meldevektor $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$. Eine weitere Einschränkung betrifft die wahre Ausprägung des Typs der Bereichsleiter:

LEMMA 4.5. *Ist der Meldevektor $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ ein Nash-Gleichgewicht beim Groves-Mechanismus und ist die tatsächliche Ausprägung der Typen (θ_A^H, θ_B^H) oder*

⁹Vgl. Abschnitt 1.5 in diesem Kapitel.

(θ_A^L, θ_B^L) , dann ist der Meldevektor $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ auch ein Nash Gleichgewicht bei profit sharing für Gewinnfunktionen, die (51) erfüllen.

BEWEIS. Die Überlegung dabei beruht auf der Tatsache, dass die Ungleichungen (49) und (50) bei diesen Parameterausprägungen aufgrund der Eigenschaften der Gewinnfunktionen nicht erfüllt sein können. Dies kann folgendermaßen gezeigt werden: Es wird davon ausgegangen, dass der Groves-Mechanismus ein Gleichgewicht bei $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ erzeugt. Daher müssen die Gleichungen (47) und (48) erfüllt sein. Es gilt zu zeigen, dass $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ ebenfalls ein Nash-Gleichgewicht bei *profit sharing* ist, also dass folgende Ungleichungen erfüllt sind:

$$(54) \quad y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) \leq y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m})) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m})),$$

$$(55) \quad y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B)) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) \leq y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m})) + y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m})).$$

Aus der Subtraktion der Gleichung (47) bzw. (48) von (54) bzw. (55) erhält man folgende Bedingungen, die beide erfüllt sein müssen, damit $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ ein Gleichgewicht bei Profit Sharing ist:

$$\begin{aligned} y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) - y_B(\bar{m}_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) &\leq y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m})) - y_B(\bar{m}_B, x_B^{fb}(\bar{m})), \\ y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) - y_A(\bar{m}_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) &\leq y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m})) - y_A(\bar{m}_A, x_A^{fb}(\bar{m})). \end{aligned}$$

Aufgrund der Konkavität erfüllen die optimalen Allokationen die Eigenschaften $x_A^{fb}(\theta_A^H, \theta_B^H) \geq x_A^{fb}(\theta_A^L, \theta_B^H)$ und $x_A^{fb}(\theta_A^H, \theta_B^H) \leq x_A^{fb}(\theta_A^H, \theta_B^L)$ bzw. $x_A^{fb}(\theta_A^L, \theta_B^L) \geq x_A^{fb}(\theta_A^L, \theta_B^H)$ und $x_A^{fb}(\theta_A^L, \theta_B^L) \leq x_A^{fb}(\theta_A^H, \theta_B^L)$ (analog für B). Damit müssen aber beide Ungleichungen gelten, da die Bedingung (51) für die Gewinnfunktionen bestimmt, dass bei wachsenden x die Differenz $|y_i(\theta_i, x) - y_i(\bar{m}_i, x)|$ ebenfalls wächst. $\square$

Nun wird wieder das Gleichgewicht bei $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ betrachtet, allerdings bei den Parameterausprägungen der Typen (θ_A^H, θ_B^L) und (θ_A^L, θ_B^H) . Das Faktum, dass das betreffende Gleichgewicht beim Groves-Mechanismus zustande kommt, impliziert, dass die Gleichungen (47) und

(48) erfüllt sind. Dabei muss unterschieden werden, ob die entsprechenden Allokationen identisch, oder eben nur im Ergebnis äquivalent sind, also ob $(x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B), x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) = (x_A^{fb}(\bar{m}), x_B^{fb}(\bar{m}))$ und $(x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B), x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) = (x_A^{fb}(\bar{m}), x_B^{fb}(\bar{m}))$ gilt. Die unterschiedlichen Auswirkungen werden in den folgenden zwei Lemmata dargestellt.

LEMMA 4.6. *Ist der Meldevektor $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ ein Nash-Gleichgewicht beim Groves-Mechanismus und ist die tatsächliche Ausprägung der Typen (θ_A^H, θ_B^L) oder (θ_A^L, θ_B^H) , dann ist der Meldevektor $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ auch ein Nash-Gleichgewicht bei profit sharing für Gewinnfunktionen, die (51) erfüllen, wenn $(x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B), x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) = (x_A^{fb}(\bar{m}), x_B^{fb}(\bar{m}))$ und $(x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B), x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) = (x_A^{fb}(\bar{m}), x_B^{fb}(\bar{m}))$ gilt.*

Dieses Ergebnis ist offensichtlich: Es reicht, $(x_A^{fb}(\bar{m}), x_B^{fb}(\bar{m}))$ für $(x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B), x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A))$ in (49) und für $(x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B), x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A))$ in (50) einzusetzen, um zu erkennen, dass auch profit sharing ein Gleichgewicht erzeugen muss.

Das folgende Lemma untersucht, wie sich das Ergebnis verändert, wenn die entsprechenden Allokationen nicht ident sind:

LEMMA 4.7. *Ist der Meldevektor $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ ein Nash-Gleichgewicht beim Groves-Mechanismus und ist die tatsächliche Ausprägung der Typen (θ_A^H, θ_B^L) oder (θ_A^L, θ_B^H) , dann ist der Meldevektor $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ kein Nash-Gleichgewicht bei profit sharing für Gewinnfunktionen, die (51) erfüllen, wenn $(x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B), x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) \neq (x_A^{fb}(\bar{m}), x_B^{fb}(\bar{m}))$ oder $(x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B), x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) \neq (x_A^{fb}(\bar{m}), x_B^{fb}(\bar{m}))$ gilt.*

BEWEIS. Es reicht zu zeigen, dass eine der Ungleichungen

$$\begin{aligned} & y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) - y_B(\bar{m}_B, x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) > \\ & \quad y_B(\theta_B, x_B^{fb}(\bar{m})) - y_B(\bar{m}_B, x_B^{fb}(\bar{m})) \text{ oder} \\ & y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) - y_A(\bar{m}_A, x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)) > \\ & \quad y_A(\theta_A, x_A^{fb}(\bar{m})) - y_A(\bar{m}_A, x_A^{fb}(\bar{m})) \end{aligned}$$

erfüllt ist. Ist die wahre Typenausprägung (θ_A^L, θ_B^H) , dann ist $x_B^{fb}(\bar{m}) = x_B^{fb}(\theta_B^L, \theta_A^H) > x_B^{fb}(\theta_B^L, \theta_A^L) = x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)$ (wenn $(x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B), x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) \neq (x_A^{fb}(\bar{m}), x_B^{fb}(\bar{m}))$ gilt), bzw. $x_A^{fb}(\bar{m}) = x_A^{fb}(\theta_A^H, \theta_B^L) > x_A^{fb}(\theta_A^H, \theta_B^H) = x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B)$ (wenn $(x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B), x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) \neq (x_A^{fb}(\bar{m}), x_B^{fb}(\bar{m}))$ gilt). Auf jeden Fall ist dann immer mindestens eine der beiden Ungleichungen erfüllt, weil bei

dieser Typenausprägung $y_A(\theta_A, \cdot) < y_A(\bar{m}_A, \cdot)$ und $y_B(\theta_B, \cdot) > y_B(\bar{m}_B, \cdot)$ gilt. Auf gleiche Weise kann gezeigt werden, dass bei einer Typenausprägung (θ_A^H, θ_B^L) ebenfalls eine der Ungleichungen immer erfüllt ist. $\square$

Zusammengefasst ergeben diese Lemmata folgendes Bild:

- (1) Falls der Groves-Mechanismus mehr als ein Gleichgewicht implementiert und die Gewinnfunktionen die Eigenschaft (51) erfüllen, dann implementiert *profit sharing* auf keinen Fall mehr Gleichgewichte, und ist damit mindestens genau so gut.
- (2) Wenn außerdem für eine der Ausprägungen (θ_A^H, θ_B^L) oder (θ_A^L, θ_B^H) die Allokationen entweder $(x_A^{fb}(\bar{m}_A, \theta_B), x_B^{fb}(\theta_B, \bar{m}_A)) \neq (x_A^{fb}(\bar{m}), x_B^{fb}(\bar{m}))$ oder $(x_A^{fb}(\theta_A, \bar{m}_B), x_B^{fb}(\bar{m}_B, \theta_A)) \neq (x_A^{fb}(\bar{m}), x_B^{fb}(\bar{m}))$ erfüllen, dann ist die Anzahl der Gleichgewichte, die der Groves-Mechanismus implementiert, strikt größer als die Anzahl der Gleichgewichte, die *profit sharing* implementiert.

Daraus folgt das Theorem:

THEOREM 4.8. *Es existieren Gewinnfunktionen derart, dass profit sharing für jede optimale Allokation bei bestimmten Parameterausprägungen strikt weniger Gleichgewichte implementiert als der Groves-Mechanismus.*

Als letzte Überlegung bleibt die Frage, wie Funktionen aussehen könnten, die ein Groves-Gleichgewicht bei $(\bar{m}_A, \bar{m}_B)$ erzeugen. Um die Gleichungen (47) und (48) zu erfüllen, reicht es, dass $y_A(\theta_A, \cdot)$, $y_A(\bar{m}_A, \cdot)$, $y_B(\theta_B, \cdot)$ und $y_B(\bar{m}_B, \cdot)$ lineare Funktionen sind, und die Steigungen für $y_A(\theta_A, \cdot)$ und $y_B(\bar{m}_B, \cdot)$ bzw. $y_A(\bar{m}_A, \cdot)$ und $y_B(\theta_B, \cdot)$ jeweils gleich sind. Das ist bei Symmetrieannahmen ($y_A(\theta_A^H, \cdot) = y_B(\theta_B^H, \cdot)$ und $y_A(\theta_A^L, \cdot) = y_B(\theta_B^L, \cdot)$) der Fall. Bei Linearität ist außerdem Bedingung (51) erfüllt. Genau diese Bedingungen der Linearität und der Symmetrie haben die Funktionen des numerischen Beispiels erfüllt.

KAPITEL 5

Kollusion bei *false moral hazard*

Im vorangegangenen Kapitel konnte gezeigt werden, dass bei einem reinen *hidden information*-Problem der theoretische Vorteil, das dem Groves-Mechanismus durch das stärkere Gleichgewichtskonzept zugute kommt, relativ abgeschwächt wird, wenn berücksichtigt wird, dass *profit sharing* in vielen Fällen eindeutige Gleichgewichte erzeugt und dabei, im Gegensatz zum Groves-Mechanismus, kollusionsresistent ist. Allerdings verändert sich das Bild, wenn zusätzlich zum *hidden information*-Problem ein *moral hazard*-Problem hinzukommt. Dabei wird eine (nicht beobachtbare) Arbeitsleistung der Bereichsleiter in der Gewinnfunktion berücksichtigt. Wird nun, wie beim *profit sharing*, der Gesamtgewinn als Performancemaß herangezogen, dann hängt die Entlohnung eines Bereichsleiters von dem Arbeitseinsatz aller anderen Bereichsleiter ab. Anders ausgedrückt: Der Arbeitseinsatz eines Bereichsleiters schlägt sich nicht nur in der eigenen Entlohnung, sondern in der Entlohnung aller Bereichsleiter nieder. Dadurch entsteht der Anreiz, sich auf die Leistung der anderen Bereichsleiter zu verlassen: Das *free rider*-Problem.

Das "klassische" *moral hazard*-Modell ist derart aufgebaut, dass die Arbeitsleistung der Agenten *ex post* nicht eindeutig beobachtbar ist, da das beobachtbare Ergebnis (d.i. in der Regel der Funktionswert der Gewinnfunktion) eine stochastische Komponente enthält.¹ In diesem Beitrag kommt diese stochastische Komponente nicht zur Anwendung: Durch die Kombination von *hidden information* und *moral hazard* in der Gewinnfunktion gibt es zwei Komponenten, die der Prinzipal nicht direkt beobachten kann (die Arbeitsleistung und den Typ) und auch *ex post* aus dem Funktionswert nicht schliessen kann.² In gewisser Weise dient das *moral hazard*-Problem hier nur

¹Vgl. Schweizer (1999), Macho-Stadler und Perez-Castrillo (2001) oder Laffont und Martimort (2002).

²Dadurch kann das Problem gelöst werden, dass bei reinem *hidden information* entsteht, und das in Kapitel 3 Abschnitt 2.3 besprochen wurde: Hängt die Gewinnfunktion nur vom Typ und der zugewiesenen Ressource ab, dann muss per Annahmen ausgeschlossen werden, dass der Prinzipal *ex post* aus dem realisierten Wert der Gewinnfunktion den Typ schließt.

dazu, eine Falschmeldung der Agenten zu verdecken. Daher sprechen Laffont und Martimort (2002) von *false moral hazard*.

Im Kontext dieser Modellerweiterung soll die Kollusionsproblematik neu beleuchtet werden: Da *profit sharing* das *free rider*-Problem nicht ausschliessen kann, der Groves-Mechanismus hingegen selbst bei *moral hazard* seine Robustheit allgemein beibehält, empfiehlt es sich, die Möglichkeit einer Erweiterung des Groves-Mechanismus zur Kollusionsresistenz neu zu überdenken. Und tatsächlich: Auch wenn allgemein die Einschränkungen des Theorem 2.11 auf Seite 53 gelten, so kann doch gezeigt werden, dass bei diskreter Verteilung der Typen der Bereichsleiter ein Mechanismus gefunden werden kann, der genau die erwünschten Eigenschaften besitzt: Ein Gleichgewicht in dominanten Strategien bei gleichzeitiger Kollusionsresistenz.

Dieses Kapitel ist wie folgt aufgebaut: Zunächst wird wieder der Modellrahmen eingeführt. Das Modell enthält nun alle Komponenten, die im Zuge der Modellkonkretisierung in Kapitel 2 Abschnitt 3 erarbeitet worden sind. Danach wird die Anreizproblematik untersucht. Dabei wird zwischen den beiden Problemkreisen *hidden information* und *moral hazard* differenziert, da es sich bei dem Anreizproblem um eine Kombination der beiden zuerst genannten handelt. Es muss untersucht werden, wie aufgrund des *moral hazard*-Problems *profit sharing* seine Robustheit verlieren kann, was anhand eines Beispiels gezeigt wird. Der Groves-Mechanismus hingegen implementiert nach wie vor die *first best*-Allokation. Schliesslich wird das Kollusionsproblem betrachtet, und der Groves-Mechanismus derart erweitert, dass dieser sich kollusionsresistent gestaltet.

1. Modellrahmen

Die Grundstruktur des Modells ist stark an Cohen und Loeb (1984) angelehnt³ und entspricht jener der vorangegangenen Abschnitte mit dem Unterschied, dass die Gewinnfunktionen um die Arbeitsleistung der Bereichsleiter und deren Nutzenfunktionen um deren Arbeitsleid erweitert werden. Der Vollständigkeit halber seien die wichtigsten Annahmen an dieser Stelle wiederholt:

Es wird von einem Unternehmen ausgegangen, das aus zwei unabhängig von einander agierenden Bereichen *A* und *B* sowie einer Zentrale besteht.

³Für vergleichbare Modelle, mit allerdings unterschiedlichen Timing bezüglich der Informationsasymmetrie siehe z.B. Hofmann und Pfeiffer (2003).

Die Aufgabe der Zentrale besteht in der Beschaffung und Zuweisung einer Ressource $x_i \in \chi_i \subset \mathbb{R}^+$ an den Bereich $i \in \{A, B\}$, die als bereichsspezifische Investition betrachtet werden kann. Diese Ressource ist mit X begrenzt, sodass $x_A + x_B = X$ gilt. Der Gewinn der Abteilung i hängt dieser Investition, sowie vom Typ und Arbeitseinsatz (*effort*) des Bereichsleiters ab. Der Typ $\theta_i \in \Theta_i \subset \mathbb{R}^+$ des Bereichsleiters kann als Produktivitätsfaktor des Bereichs interpretiert werden, der Arbeitseinsatz $a_i \in A_i \subset \mathbb{R}^+$ als operative Massnahme des Bereichs. Die Gewinnfunktion für den Bereich i sei mit

$$\begin{aligned} y_i : A_i \times \Theta_i \times \chi_i &\rightarrow \mathbb{R} \\ y_i(a_i, \theta_i, x_i) &= \theta_i g_i(x_i) + a_i \end{aligned}$$

gegeben, mit $\frac{\partial}{\partial x} g_i(x) > 0$ und $\frac{\partial^2}{\partial x^2} g_i(x) \leq 0$.

Der Arbeitseinsatz der Bereichsleiter erzeugt Arbeitsleid, das mit einer monoton steigenden und konvexen Disnutzenfunktion $v_i(a_i)$ modelliert wird. Für seine Leistung erhält der Bereichsleiter die Entlohnung t_i . Sein Nutzen hängt nur von diesen beiden Komponenten ab und wird durch die Funktion $u_i(\cdot) = t_i - v_i(a_i)$ abgebildet.

Obwohl die Zentrale die Struktur der Gewinnfunktionen kennt, kann sie weder den Typ θ_i noch die Arbeitsleistung a_i direkt beobachten bzw. die Entlohnung der Bereichsleiter auf diese Parameter konditionieren. Allerdings ist der realisierte Gewinn, also der tatsächliche Funktionswert beobachtbar. Damit ist die Zentrale einem *agency*-Konflikt ausgesetzt, der zum einen den Arbeitseinsatz a_i aufgrund der Arbeitsaversion der Bereichsleiter betrifft, zum anderen ein Koordinationsproblem zwischen den Bereichen aufwirft, da sie die knappe Ressource optimal auf beide Bereiche aufteilen will.

Bei einem direkten Mechanismus, der auf dem Revelationsprinzip von Myerson (1979a) beruht, berichten die Bereichsleiter ihren Typ an die Zentrale. Diese trifft aufgrund dieser Meldung ihre Entscheidungen, die sich in den Allokationen und Entlohnungen der Bereichsleiter widerspiegelt. Da die Meldung eines Bereichsleiters nicht unbedingt der Wahrheit entsprechen muss, sind die Variablen meldungs-, bzw. meldungs- und zustandsabhängig. In der Notation bekommt jede Variable vier Argument: Die ersten zwei beziehen sich auf die Ausprägung der Produktivitätsparameter, die letzten zwei auf deren Meldung durch die Bereichsleiter. So ist z.B. $t_i(\theta_i, \theta_j, m_i, m_j)$ die Entlohnung des Bereichsleiters i , wenn i und j jeweils

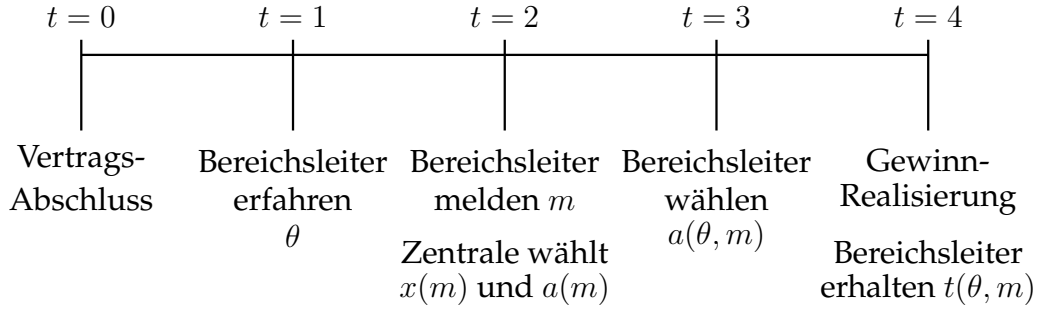


ABBILDUNG 5.1. Zeitstrahl bei *ex post*-Informationsasymmetrie und *false moral hazard*.

m_i bzw. m_j gemeldet haben ($m_i \in \Theta_i$ und $m_j \in \Theta_j$), und die wahre Produktivität θ_i bzw. θ_j ist (mit $j \in \{A, B\}$ und $j \neq i$). Wenn es die Übersichtlichkeit erfordert bzw. erlaubt, werden die vier variable als zwei Vektoren $m = (m_i, m_j)$ bzw. $\theta = (\theta_i, \theta_j)$ bezeichnet. Somit ist $t_i(\theta_i, \theta_j, m_i, m_j) = t_i(\theta, m)$.

1.1. Zeitstrahl. Entscheidend für die Lösung des Allokations- und Koordinationsproblem ist die zeitliche Abfolge der Ereignisse, insbesondere, ob die Informationsasymmetrie bereits vor oder erst nach Vertragsabschluss besteht. Im betrachteten Modell wird der Typ dem Agenten erst nach Vertragsabschluss bekannt (*post contract*-Information).

Der zeitliche Ablauf der Beziehung zwischen den Bereichsleitern und der Zentrale und der Zeitpunkt, an dem die Informationsasymmetrie auftritt, ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Vertrag zwischen der Zentrale und den beiden Bereichsleitern abgeschlossen. Zu diesem Zeitpunkt wissen weder die Zentrale noch die Bereichsleiter die jeweiligen Produktionsparameter θ_i . Allerdings wissen alle Beteiligten die möglichen Ausprägungen der Parameter sowie deren Verteilung. Zu $t = 1$ erfahren die Bereichsleiter privat die tatsächliche Ausprägung ihrer jeweiligen Produktivitätsparameter.

Die Meldung der Produktivitäten der Bereichsleiter, die zu $t = 2$ erfolgt, wird mit m_i und m_j bezeichnet. Im Abhängigkeit dieser Meldungen bestimmt die Zentrale die Allokationen $x_i(m_i, m_j)$. Gleichzeitig bestimmt sie die für diese Meldung optimale Arbeitsleistung $a_i(m_i, m_j)$. Das ist jene Arbeitsleistung, die der Entlohnungsmechanismus induzieren soll, da die Zentrale die tatsächliche Arbeitsleistung auch *ex post* nicht beobachten kann.

Während die vertraglich vereinbarten Größen nur von der Meldung abhängen, sind die tatsächlich realisierten Größen auch zustandsabhängig. Daraus folgt das Anreizproblem. Während die Zentrale ihre Entscheidung, also die Aufteilung der Ressource, nur auf die Meldungen konditionieren kann, hat jeder Bereichsleiter zwei Möglichkeiten, das Ergebnis zu beeinflussen: Zunächst können sie durch eine verzerrte Meldung die Allokation der Ressource zu ihrem Vorteil verändern (*hidden information*), zum anderen kann ihre tatsächlich gewählte Arbeitsleistung nicht direkt beobachtet werden, und muss daher nicht der versprochenen entsprechen (*hidden action*, bzw. *moral hazard*).

Zum Zeitpunkt $t = 3$ wählt der Bereichsleiter seinen Arbeitseinsatz $a_i(\theta_i, \theta_j, m_i, m_j)$. Während der Einfluss des Umweltzustands in der Allokation nur implizit, über die zustandsabhängige Meldung, zum Tragen kommt, ist die Zustandsabhängigkeit bei dem Arbeitseinsatz unmittelbarer, da die Bereichsleiter selbst diesen auswählen.

Schließlich wird zum Zeitpunkt $t = 4$ der Gewinn realisiert, und die Bereichsleiter werden entlohnt. Die Entlohnung $t_i(\theta_i, \theta_j, m_i, m_j)$ ist ebenfalls zustands- und meldungsabhängig.

1.2. Das Allokationsproblem der Zentrale. Analog zum reinen *hidden information*-Modell ist es Aufgabe der Zentrale, die Allokation so vorzunehmen, dass der Gesamtgewinn des Unternehmens maximiert wird; gleichzeitig sollen beider Bereichsleiter anreizkompatibel entlohnt werden. Da ein wahrheitsinduzierender Mechanismus implementiert werden soll, geht die Zentrale in ihrer Zielfunktion davon aus, dass die gemeldeten Produktivitätsparameter wahr sind und setzt die Allokationen und vereinbarten Arbeitsleistungen so fest, dass der erwartete Gewinn optimiert wird:

$$(56) \quad \max_{x(\theta), a(\theta, \theta)} \int_{\theta} \sum_{i \in \{A, B\}} (y_i(a_i(\theta, \theta), \theta_i, x_i(\theta)) - t_i(\theta, \theta)) dF(\theta).$$

Da in diesem Abschnitt nur mit diskreten Typenräume gearbeitet wird, muss für den Erwartungswert nicht auf das Integral über den Typenraum zurückgegriffen werden. Als Nebenbedingung wird zunächst die Beschränkung der Ressource berücksichtigt (Engpassrestriktion):

$$(57) \quad \sum_{i \in \{A, B\}} x_i(\theta) \leq X.$$

Um die Teilnahme der Bereichsleiter zu sichern, muss ihnen ihr Reservationsnutzen, der hier auf Null normiert sei, zugesichert werden. Da die Informationsasymmetrie bei Vertragsabschluss noch nicht vorliegt, muss diese Bedingung im Erwartungswert *ex ante* erfüllt sein (Teilnahmebedingung):

$$(58) \quad \int_{\theta} t_i(\theta, \theta) - v_i(a_i(\theta, \theta)) dF(\theta) \geq 0 \text{ für } i \in \{A, B\}.$$

Schließlich muss über die Anreizverträglichkeitsbedingung sichergestellt werden, dass der Bereichsleiter unverzerrt berichtet, also sein Nutzen bei einer verzerrten Meldung nicht größer wird. Für eine Implementierung in dominanten Strategien ist außerdem erforderlich, dass diese Bedingung für Bereichsleiter $i \in \{A, B\}$ gilt, unabhängig davon, was Bereichsleiter $j \in \{A, B\}$, $j \neq i$ berichtet:

$$(59) \quad \begin{aligned} & t_i(\theta_i, \hat{\theta}_j, \theta_i, \hat{\theta}_j) - v_i(a_i(\theta_i, \hat{\theta}_j, \theta_i, \hat{\theta}_j)) \geq \\ & t_i(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j, \hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j) - v_i(a_i(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j, \hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j)) \quad \forall \hat{\theta}_i, \forall \hat{\theta}_j. \end{aligned}$$

Die Zentrale löst das Problem (56) unter den Nebenbedingungen (57), (58) und (59).

1.3. Die *first best*-Allokation. Der Referenzfall untersucht die optimale Bedingung unter der vereinfachenden Annahme, dass die Bereichsleiter im Sinne der Zentrale handeln und versuchen, den Gesamtgewinn des Unternehmens zu maximieren. Damit wird unterstellt, dass die Bereichsleiter unverzerrt melden, und zwar unabhängig davon, ob die Anreizverträglichkeitsbedingungen erfüllt sind. Die Zentrale löst demnach das Problem (56) unter den Nebenbedingungen (57) und (58).

Der Zielfunktionswert steigt mit fallender Entlohnung, daher ist die Entlohnung genau dann optimal, wenn die Teilnahmebedingungen binden. Weiters steigt der Zielfunktionswert in x_A und in x_B . Daraus folgt, dass auch die Engpassrestriktion bindet. Nach Substitution der Nebenbedingungen maximiert die Zentrale die Zielfunktion:

$$\begin{aligned} & \max_{x(\theta), a(\theta, \theta)} \int_{\theta} y_A(\theta_A, x_A(\theta), a_A(\theta, \theta)) - v_A(a_A(\theta, \theta)) \\ & + y_B(\theta_B, X - x_A(\theta), a_B(\theta, \theta)) - v_B(a_B(\theta, \theta)) dF(\theta). \end{aligned}$$

Die Bedingungen erster Ordnung charakterisieren die *first best*-Lösung:

THEOREM 5.1. In der first best-Situation setzt die Zentrale die Entlohnung der Bereichsleiter (t_i), den geforderten Arbeitseinsatz (a_i) und die Aufteilung der knappen Ressourcen (x_i) so fest, dass folgende Eigenschaften gelten: $\frac{\partial}{\partial a_i} v_i(a_i(\theta, \theta)) = 1$, $t_i(\theta, \theta) = v_i(a_i(\theta, \theta))$ und $\theta_A \frac{\partial}{\partial x_A} g_A(x_A(\theta)) = \theta_B \frac{\partial}{\partial x_B} g_B(X - x_A(\theta))$.

Der Bereichsleiter i leistet den meldungsunabhängigen Arbeitseinsatz $a_i^{fb}(\theta, \theta) = v_i'^{-1}(1)$ und wird für seinen Einsatz mit der konstanten Entlohnung $t_i^{fb}(\theta, \theta) = v_i(a_i^{fb}(\theta, \theta))$ entschädigt. Davon unabhängig wird das Ressourcenallokationsproblem gelöst, indem der Grenzerfolg der beiden Bereiche gleichgesetzt werden. Die Allokationsfunktion, die 5.1 erfüllt, sei wieder mit x^{fb} bezeichnet.

2. Anreizproblematik und Groves-Mechanismus

2.1. Anreizproblem im moral hazard-Kontext. Da nur der gesamte Bereichsgewinn von der Zentrale beobachtet werden kann, aber nicht zwischen Gewinn aufgrund der Arbeitsleistung und Gewinn aus der Produktivität des Bereichsleiter diskriminieren kann, besteht für den Bereichsleiter die Möglichkeit, durch die Untertreibung seiner Produktivität den vereinbarten und von der Zentrale beobachtbaren Gewinn mit einer geringeren als geforderten Arbeitsleistung zu erwirtschaften.

Die Anreizprobleme im untersuchten Modellrahmen bezeichnen Laffont und Martimort (2002) "*false moral hazard*", da im Gegensatz zum klassischen *moral hazard*- bzw. *hidden action*-Problem das Ergebnis nicht stochastisch von der Arbeitsleistung abhängt. Obwohl sie deterministisch ins Ergebnis einfließt, kann der Beitrag der Leistung zum Ergebnis von der Zentrale aus dem Ergebnis alleine nicht geschlossen werden, da die Produktivität ebenfalls unbekannt ist.

Sei mit $\hat{\theta}_i$ die Falschmeldung der Bereichsleiters bezeichnet. Ist die Bemessungsgrundlage für die Entlohnung der Bereichsgewinn, dann ist diese bei Meldung $\hat{\theta}_i$ (aus Sicht der Zentrale) der versprochene Gewinn des Bereichsleiters:⁴

$$y_i(a_i(\hat{\theta}_i, \theta_j), \hat{\theta}_i, x(\hat{\theta}_i, \theta_j)) = \hat{\theta}_i g_i(x(\hat{\theta}_i, \theta_j)) + a_i(\hat{\theta}_i, \theta_j).$$

Der Bereichsleiter hingegen kann aufgrund der tatsächlich höheren Produktivität denselben Gewinn mit einer geringeren Arbeitsleistung erzielen. Entscheidend ist der Umstand, dass durch die Meldung der Bereichsleiter die

⁴Vgl. dazu auch Hofmann und Pfeiffer (2003).

Zentrale einen Arbeitseinsatz erwartet, der nur von der Meldung abhängt:

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_i g_i(x(\hat{\theta}_i, \theta_j)) + a_i(\hat{\theta}_i, \theta_j) &= \theta_i g_i(x(\hat{\theta}_i, \theta_j)) + a_i(\theta_i, \theta_j, \hat{\theta}_i, \theta_j) \\ a_i(\theta_i, \theta_j, \hat{\theta}_i, \theta_j) &= (\hat{\theta}_i - \theta_i) g_i(x(\hat{\theta}_i, \theta_j)) + a_i(\hat{\theta}_i, \theta_j) \\ a_i(\theta_i, \theta_j, \hat{\theta}_i, \theta_j) &< a_i(\hat{\theta}_i, \theta_j) \text{ wenn } \hat{\theta}_i < \theta_i.\end{aligned}$$

Das *moral hazard*-Problem kann, isoliert und ohne Koordinationsproblem betrachtet, gelöst werden, wenn der Bereichsleiter den Arbeitseinsatz als Teil der Bemessungsgrundlage behält und gleichzeitig für den *first best*-Einsatz entschädigt wird. Wird zum Beispiel die Entlohnung mit

$$t_i(\theta_i, m_j, m_i, m_j) = a_i(\theta_i, m_j, m_i, m_j) + v_i(a_i^{fb}(m_i, m_j))$$

festgesetzt, dann hat der Bereichsleiter bei unverzerrter Meldung den Nutzen:

$$\begin{aligned}u_i(\theta_i, m_j, \theta_i, m_j) &= a_i(\theta_i, m_j, \theta_i, m_j) \\ &+ v_i(a_i^{fb}(\theta_i, m_j)) - v_i(a_i(\theta_i, m_j, \theta_i, m_j)),\end{aligned}$$

bei einer Falschmeldung hingegen:

$$\begin{aligned}u_i(\theta_i, m_j, \hat{\theta}_i, m_j) &= a_i(\theta_i, m_j, \hat{\theta}_i, m_j) \\ &+ v_i(a_i^{fb}(\hat{\theta}_i, m_j)) - v_i(a_i(\theta_i, m_j, \hat{\theta}_i, m_j)).\end{aligned}$$

Wird nun berücksichtigt, dass zum einen der *first best*-Arbeitseinsatz für alle Meldungen gleich ist, also $a_i^{fb}(\theta_i, m_j) = a_i^{fb}(\hat{\theta}_i, m_j)$, und zum anderen, dass die Differenz $a_i(\cdot) - v_i(a_i(\cdot))$ nur bei unverzerrter Meldung optimal ist (weil sie dann dem *first best*-Ergebnis entspricht), ist leicht ersichtlich, dass so eine unverzerrte Meldung und damit ein optimaler Arbeitseinsatz induziert werden.

2.2. Anreizproblem im *hidden information*-Kontext. Wie bereits in den vorangegangenen Kapitel untersucht, bewirken Risikoneutralität des Bereichsleiter und der Zentrale sowie eine *ex ante*-Informationssymmetrie, dass die Entlohnung als Verpachtungsvertrag implementiert werden kann, bei der das gesamte unternehmerische Risiko auf den Bereichsleiter übertragen wird und die Zentrale ein Fixum erhält.⁵ Das Fixum wird dabei so gewählt, dass die *ex ante*-Teilnahmebedingung erfüllt wird. Bezeichne $t_i^\pi(\cdot)$ die

⁵Vgl. Theorem 2.7 und Laffont und Martimort (2002), S154.

Bemessungsgrundlage. Wird der Bereichsgewinn wieder als Bemessungsgrundlage festgesetzt, dann ist die Verpachtungslösung, unter Berücksichtigung des Anreizproblems:

$$(60) \quad t_i(\theta, m) = t_i^\pi(\theta, m) + v_i(a_i^{fb}(m)) - \int_{\theta} t_i^\pi(\theta, \theta) dF(\theta).$$

Während die Bemessungsgrundlage zustands- und meldungsabhängig ist, ist die Arbeitsleistung $a_i^{fb}(m)$ theoretisch nur von dem Meldevektor abhängig, da dies jene Arbeitsleistung ist, zu welcher sich der Bereichsleiter verpflichtet, und für die die Zentrale den Aufwand entschädigt. Tatsächlich ist aber die *first best*-Arbeitsleistung aufgrund von Theorem 5.1 fix, und somit ist die Entschädigung des Arbeitsleids $v_i(a_i^{fb}(m))$ technisch ein Teil des Fixums.

Ohne Koordinationsproblem zwischen den Bereichen, z.B. falls es nur einen Bereich gibt,⁶ wäre diese Form der Entlohnung bereits optimal, da der Bereichsleiter mit seiner Entlohnung auch den Gesamtgewinn maximiert.⁷ Gibt es mehr als einen Bereich, dann ist aufgrund der notwendigen Ressourcenaufteilung die den Bereichsgewinn maximierende Strategie suboptimal: Die Gewinnfunktion y_i ist monoton wachsend in x , daher hat der Bereichsleiter den Anreiz, eine Produktivität zu melden, die die ihm zugewiesene Ressource vergrößert.⁸

Wird die Differenz des Nutzen des Bereichsleiter bei unverzerrter und verzerrter Berichterstattung bei Implementierung des Entlohnungsschemas (60) mit dem Bereichsgewinn als Bemessungsgrundlage t_i^π betrachtet, kann das Anreizproblem veranschaulicht werden: Ist die Differenz negativ, besteht ein Anreiz, verzerrt zu berichten:⁹

$$\begin{aligned} & u_i(\theta_i, m_j, \theta_i, m_j) - u_i(\theta_i, m_j, \hat{\theta}_i, m_j) < 0 \\ & \theta_i \left[g_i(x_i(\theta, m_j)) - g_i(x_i(\hat{\theta}_i, m_j)) \right] \\ & - \varphi_i(a_i(\theta_i, m_j, \hat{\theta}_i, m_j)) + \varphi_i(a_i(\theta_i, m_j, \theta_i, m_j)) < 0, \end{aligned}$$

⁶Das entspräche dem "klassischen" *principal-agent*-Konflikt. Siehe z.B. Richter und Furobotn (1999), Kapitel 5.

⁷Im gegenständlichen Fall wäre die Lösung zum *hidden information*-Problem jedoch trivial, da eine Zuweisung der gesamten Ressource X optimal wäre.

⁸Vgl. Lemma 2.9 auf Seite 48.

⁹Genau dann ist auch die Anreizverträglichkeitsbedingung (59) nicht erfüllt!

mit $\varphi_i(a) = a - v_i(a)$. Der untere Term in der Ungleichung ist immer positiv, da bei unverzerrter Meldung, d.i. $\varphi_i(a_i(\theta_i, m_j, \theta_i, m_j))$, der *first best*-Einsatz erzielt wird. Lemma 2.9 führt nun dazu, dass der obere Term negativ, wenn der Bereichsleiter überberichtet, d.h. wenn $\theta_i < \hat{\theta}_i$.

Das Ergebnis kann wie folgt interpretiert werden: Die Zentrale ist zwei unterschiedlichen Anreizproblemen ausgesetzt. Während das *moral hazard*-Problem individuell für jeden Bereichsleiter gelöst werden kann, indem der Disnutzen des *first best*-Arbeitseinsatzes in die Entlohnungsfunktion übernommen wird, bleibt das *hidden information*-Problem aufgrund des notwendigen Koordinationsbedarfs vorläufig ungelöst.

Für den Bereichsleiter entsteht dadurch ein *trade off*: Er hat den Anreiz zu Überberichten um seine Allokation an der knappen Ressource zu erhöhen. Dadurch weicht aber sein geforderter Arbeitseinsatz von der *first best*-Lösung ab und sein Nutzen verringert sich. Ist die Arbeitsaversion des Bereichsleiter gross genug, dann kann dieser Nutzenverlust den Gewinn aus der Allokation eines größerer Teils der Ressource überwiegen: Ein verzerrter Bericht ist somit nie optimal und das Koordinationsproblem stellt sich nicht mehr. Ist die Arbeitsaversion des Bereichsleiters hingegen klein, dann kommt das Koordinationsproblem voll zu Geltung. In diesem Fall müssen zwei Ergebnisse herausgestrichen werden:

- (1) Der Bereichsleiter hat nur einen Anreiz seine Produktivität zu übertreiben, um mehr Ressourcen zu erhalten. Der Anreiz, die Produktivität zu untertreiben, um den versprochenen Gewinn mit weniger Einsatz zu erwirtschaften, fällt weg.
- (2) Wenn ein Mechanismus die optimale Allokation implementiert, dann leisten die Bereichsleiter den *first best*-Arbeitseinsatz.

2.3. Profit sharing und das free rider-Problem. Wird wie beim *profit sharing* der Gesamtgewinn des Unternehmens als Bemessungsgrundlage

$$t_i^{PS}(\theta, m) = y_i(a_i(\theta), \theta_i, x_i(m)) + y_j(a_j(\theta), \theta_j, x_j(m))$$

herangezogen, verändert sich die Anreizproblematik im untersuchten Modell nicht wesentlich: Da der Arbeitseinsatz additiv in die Gewinnfunktion einfließt, und jeder Bereichsleiter für die optimale Arbeitsleistung entlohnt wird, gibt es, wie bereits gesehen, keinen Anreiz, eine andere Arbeitsleistung als die optimale zu erbringen.

Wird aber ein allgemeineres Modell betrachtet, kann ein weiterer *trade off*¹⁰ entstehen: Wenn ein Bereichsleiter untertreibt, entstehen Kosten aufgrund der Fehlallokation. Gleichzeitig kann aber der Bereichsleiter einen Nutzen lukrieren, da er den versprochen Gewinn mit geringerem Arbeitseinsatz erzielen kann. Voraussetzung dafür ist, dass der optimale Arbeitseinsatz von der Ressourcenallokation abhängt. Mittels eines sehr einfachen Beispiels soll dieser Effekt hier gezeigt werden. Es gelte für das Beispiel vollkommen symmetrische Annahmen: Für die Gewinnfunktionen:

$$y_i(a_i, \theta_i, x) = \theta_i a_i x,$$

und für die Disnutzenfunktionen:

$$v_i(a) = a^2.$$

Mit *profit sharing* als Bemessungsgrundlage wird die optimale Arbeitsleistung durch die *first order condition* der Nutzenfunktion der Agenten ermittelt (β_i steht für das Fixum, auf das nicht weiter eingegangen werden soll):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a_i} u_i(\cdot) &= \frac{\partial}{\partial a_i} (\theta_i x_i a_i + \theta_j (X - x_i) a_j + \beta_i - a_i^2) \\ \theta_i x_i - 2a_i &= 0 \\ a_i^{fb} &= \frac{\theta_i x_i}{2}. \end{aligned}$$

Der Prinzipal setzt diesen *first best*-Einsatz in sein Maximierungsproblem und erhält:

$$\max_{x_i} \frac{\theta_i^2 x_i^2 + \theta_j^2 (X - x_i)^2}{2}.$$

Nun ist es leicht ersichtlich, dass die optimale Allokationsfunktion dem Bereichsleiter mit der größeren Produktivität die gesamte Ressource zuzuweisen. Wenn nun beide Bereichsleiter vom gleichen Typ $\theta_i = \theta_j$ sind, ist es für beide individuell besser, wenn der jeweils andere die gesamte Ressource zugewiesen bekommt. Erhält ein Bereichsleiter X zugewiesen, ist sein Nutzen:

$$u_i(\cdot) = \frac{\theta_i X \theta_i X}{2} + \beta_i - \left(\frac{\theta_i X}{2} \right)^2.$$

Erhält er sie hingegen nicht, ist sein Nutzen:

¹⁰Cohen und Loeb (1984) zeigen, dass in so einem Fall wahrheitsgemäße Berichte allgemein kein Nash-Gleichgewicht darstellen.

$$u_i(\cdot) = \frac{\theta_j X \theta_j X}{2} + \beta_i.$$

Da er selbst keine Ressourcen bekommt und auch keinen Arbeitseinsatz leistet, fällt der Disnutzen der Arbeit weg und er profitiert zur Gänze von der Arbeit des anderen Bereichsleiters. Um sicherzustellen, dass er keine Ressourcen erhält, wird dieser Bereichsleiter untertreiben. Damit ist wahrheitsgemäßes Berichten kein Nash-Gleichgewicht mehr.

Dieses Beispiel sollte illustrieren, wie durch eine *moral hazard*-Komponente im Modell *profit sharing* seine Robustheit einbüßen kann. Dazu musste angenommen werden, dass der optimale Arbeitseinsatz von der Allokation der knappen Ressource abhängt.

Für den Rest des Kapitels soll nun wieder zum Standardmodell zurückgekehrt werden, bei dem die Arbeitsleistung nur additiv in die Gewinnfunktion einfließt und die *first best*-Leistung konstant ist.

2.4. Groves-Mechanismus. Der Groves-Mechanismus ist ein Allokationsmechanismus der ursprünglich von Groves (1973) entwickelt und von Groves und Loeb (1979) auf betriebliche Budgetierungsprobleme übertragen wurde. Die Bemessungsgrundlage setzt sich dabei aus dem Ist-Gewinn des Bereichs i und dem Plan-Gewinn des Bereichs j zusammen. Obwohl der Mechanismus nur das Koordinationsproblem lösen soll, zeigen Cohen und Loeb (1984), dass er auch dann angewendet werden kann, wenn zusätzlich ein *moral hazard*-Problem vorliegt.¹¹ In diesem Fall ist die Bemessungsgrundlage:

$$t_i^G(\theta, m) = y_i(a_i(m, \theta), \theta_i, x_i(m)) + y_j(a_j(m), m_j, x_j(m)).$$

Beim gemeldeten Gewinn des Bereichs j ist wichtig zu erkennen, dass der Arbeitseinsatz $a_j(m)$ immer nur der gemeldete Einsatz ist, also jener Einsatz, der aufgrund der Meldung m von der Zentrale erwartet wird. Damit ist er unabhängig von der wahren Ausprägung der Produktivität der Bereichsleiters. Es wird die Entlohnungsfunktion so festgesetzt, dass zusätzlich zur Bemessungsgrundlage der Arbeitsaufwand für den *first best*-Einsatz vergütet wird. Aufgrund der Informationsstruktur ist eine Verpachtungslösung nach wie vor optimal, und es ergibt sich folgende Entlohnung:

¹¹Im Gegensatz zum *profit sharing* unterliegt der Groves-Mechanismus nie dem *free rider*-Problem.

$$(61) \quad t_i(\theta, m) = t_i^G(\theta, m) + v_i(a_i^{fb}(m)) - \int_{\theta} t_i^G(\theta, \theta) dF(\theta).$$

Daraus ergibt sich folgendes Theorem:

THEOREM 5.2. *In der second best-Situation implementiert die Entlohnung (61) wahrheitsinduzierend die first best-Allokation sowie den first best-Arbeitseinsatz, wie in Theorem 5.1 charakterisiert.*

BEWEIS. Es reicht zu zeigen, dass der Mechanismus bei Implementierung der *first best*-Allokation die Teilnahmebedingungen (58) sowie die Anreizbedingungen (59) erfüllt. Zunächst ist zu beachten, dass der erwartete Nutzen der Bereichsleiter genau ihrem Reservationsnutzen entspricht, und die Teilnahmebedingung bindet, da:

$$\int_{\theta} t_i(\theta, \theta) dF(\theta) = \int_{\theta} v_i(a_i^{fb}(\theta)) dF(\theta).$$

Für die Anreizbedingungen muss gelten:

$$\begin{aligned} u_i(\theta_i, m_j, \theta_i, m_j) - u_i(\theta_i, m_j, \hat{\theta}_i, m_j) &\geq 0, \\ \theta_i g_i(x_i(\theta_i, m_j)) + m_j g_j(x_j(m_j, \theta_i)) - \theta_i g_i(x_i(\hat{\theta}_i, m_j)) - m_j g_j(x_j(m_j, \hat{\theta}_i)) \\ - \varphi_i(a_i(\theta_i, m_j, \hat{\theta}_i, m_j)) + \varphi_i(a_i(\theta_i, m_j, \theta_i, m_j)) \\ - a_j(m_j, \hat{\theta}_i) + a_j(m_j, \theta_i) &\geq 0. \end{aligned}$$

Der erste Teil (1. Zeile) der Ungleichung ist Aufgrund der Optimalitätsbedingung der Allokation positiv; der nächste Term (2. Zeile) ebenfalls weil $\varphi_i(\cdot)$ bei optimalen Arbeitseinsatz maximal wird. Der letzte Teil schliesslich ist gleich null, da der *first best*-Einsatz für alle Meldungen gleich ist. $\square$

3. Kollusion

Die bisherige Analyse hat kollusives Verhalten der Bereichsleiter explizit ausgeschlossen. Kollusives Verhalten in diesem Zusammenhang ist die Absprache der Bereichsleiter untereinander mit dem Ziel, einen größeren Nutzen zu erreichen, zum Nachteil der Zentrale.

Banker und Datar (1992) bestimmen ausreichende und notwendige Bedingungen, die notwendig sind, damit ein Budgetierungsmechanismus kollusionsresistent wird und die Bereichsleiter keinen Anreiz mehr haben, Absprachen zu Lasten der Zentrale zu treffen. Dabei zeigen sie auch, dass kollusionsfreie *first best*-Mechanismen nur dann möglich sind, wenn die optimale Allokation x_i^{fb} nur von θ_i , aber nicht von θ_j abhängt. Für das hier untersuchte Modell bedeutet dies zum einen, dass der Groves-Mechanismus nicht kollusionsresistent sein kann, zum anderen aber auch, dass es keinen Mechanismus geben kann, der das Problem *first best* zu lösen vermag, da das dem Modell zugrunde liegende Koordinationsproblem ja dadurch charakterisiert ist, dass die optimale Ressourcenallokation an einen Bereich von beiden Produktivitätsfaktoren abhängt.¹²

Dies gilt nur für stetige Verteilungen der Parameter θ_i , da die Argumentation der Autoren auf den Eigenschaften der Bedingungen erster und zweiter Ordnung beruhen. Wird die Analyse auf diskrete Verteilungen begrenzt, kann ein kollusionsresistenter Mechanismus gefunden werden, da die Bedingungen nicht mehr für ein Kontinuum möglicher Allokationen gelten müssen, sondern nurmehr für eine beschränkte Anzahl. Im folgenden soll $\Theta_i = \{\theta_i^L, \theta_i^H\}$ gelten, wobei L für niedrige (*low*) und H für hohe (*high*) Produktivität steht. Damit ergeben sich vier mögliche Allokationen und Meldevektoren.

Der kollusionsresistente Mechanismus soll alle Eigenschaften des Groves-Mechanismus beibehalten, also insbesondere die Bedingungen (58) und (59) erfüllen. Zusätzlich muss eine Kollusionsbedingung erfüllt werden: Die Summe der Entlohnungen beider Bereichsleiter darf bei verzerrter Meldung nicht größer sein als bei unverzerrter Meldung:

$$(62) \quad \sum_{i \in \{A, B\}} (t_i(\theta, \theta) - v_i(a_i(\theta, \theta))) \geq \sum_{i \in \{A, B\}} (t_i(\hat{\theta}, \hat{\theta}) - v_i(a_i(\hat{\theta}, \hat{\theta}))) \quad \forall \hat{\theta}_i, \forall \hat{\theta}_j.$$

Der Groves-Mechanismus kann mittels einer meldungsabhängigen Kollusionsprämie $k_i(m)$ derlei verändert werden, dass der Anreiz zur Kollusion wegfällt, da der zusätzliche Nutzen der Absprache in der Kollusionsprämie enthalten ist: Die Bereichsleiter erhalten bei unverzerrter Berichterstattung

¹²Vgl. auch für den allgemeinen Fall Theorem 2.11 auf Seite 53.

genau jenen Betrag als Prämie, den sie durch Kollusion und verzerrtem Bericht erschwindelt hätten.

Da die *first best*-Allokationen implementiert werden sollen, reicht es zu zeigen, dass der abgewandelte Mechanismus bei der optimalen Allokation alle Nebenbedingungen erfüllt.

3.1. Symmetrischer diskret-binärer Fall. Zunächst soll der einfache Fall dargestellt werden, bei dem die optimalen Allokationen symmetrisch sind in dem Sinn, dass sie sich für den einzelnen Bereichsleiter nicht unterscheiden, wenn beide Bereichsleiter H bzw. beide L melden, also wenn $x_i(\theta_i^L, \theta_j^L) = x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)$ gilt. Dies ist zum Beispiel dann der Fall, wenn für beide Bereichsleiter die Gewinnfunktionen und die möglichen Produktivitätsparameter gleich sind. Die Bemessungsgrundlage wird um $k_i^s(m)$ erweitert (s im Superskript identifiziert die symmetrische Lösung):

$$t_i^{Ks}(\theta, m) = y_i(a_i(\theta, m), \theta_i, x_i(m)) \\ + y_j(a_j(m), m_j, x_j(m)) + k_i^s(m),$$

mit

$$k_i^s(m) = m_i g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + \theta_j^H g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) \\ - m_i g_i(x_i(m_i, m_j)) - m_j g_j(x_j(m_j, m_i)).$$

Die Verpachtungslösung ist nach wie vor die optimale Risikoteilung, da die Bereichsleiter risikoneutral sind. Daraus folgt die Entlohnungsfunktion:

$$(63) \quad t_i(\theta, m) = t_i^{Ks}(\theta, m) + v_i(a_i^{fb}(m)) - E_\theta[t_i^{Ks}(\theta, \theta)].$$

Interessant in diesem Zusammenhang ist zu erwähnen, dass die Kollusionsprämie, die jeder Bereichsleiter zusätzlich zur ursprünglichen Entlohnung aus dem Groves-Mechanismus erhält, hier in der "Pachtgebühr" $E_\theta[t_i^{Ks}(\theta, \theta)]$ wieder enthalten ist, und der Bereichsleiter im Erwartungswert *ex ante* nicht besser gestellt wird.

THEOREM 5.3. *In der second best-Situation mit binärer Verteilung der Produktivitätsparameter und Symmetrieannahmen derart, dass $x_i(\theta_i^L, \theta_j^L) = x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)$ gilt, implementiert die Entlohnung (63) wahrheitsinduzierend und kollusionsresistent die first best-Allokation sowie den first best-Arbeitseinsatz, wie in Theorem 5.1 charakterisiert.*

BEWEIS. Es gilt zu zeigen, dass bei *first best*-Allokation sämtliche Nebenbedingungen erfüllt sind. Wie bereits untersucht, bindet die Teilnahmebedingung und stellt sicher, dass der Bereichsleiter im Erwartungswert genau seinen Disnutzen des *first best*-Arbeitseinsatzes erhält. Schreiben wir die Bemessungsgrundlage um, erhalten wir:

$$\begin{aligned} t_i^{Ks}(\theta_i, \theta_j, m_i, m_j) = & \theta_i g_i(x_i(m_i, m_j)) + m_i(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) - g_i(x_i(m_i, m_j))) \\ & + \theta_j^H(g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) + a_i(\theta_i, \theta_j, m_i, m_j) + a_j(m_j, m_i)). \end{aligned}$$

Für die Anreizbedingungen muss gelten:

$$\begin{aligned} u_i(\theta_i, m_j, \theta_i, m_j) - u_i(\theta_i, m_j, \hat{\theta}_i, m_j) & \geq 0 \\ \theta_i(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\hat{\theta}_i - \theta_i)g_i(x_i(\hat{\theta}_i, m_j)) - \hat{\theta}_i g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) \\ & - \varphi_i(a_i(\theta_i, m_j, \hat{\theta}_i, m_j)) + \varphi_i(a_i(\theta_i, m_j, \theta_i, m_j)) \\ & - a_j(m_j, \hat{\theta}_i) + a_j(m_j, \theta_i) \geq 0. \end{aligned}$$

Der zweite Term (Zeile) in der (unteren) Ungleichung ist positiv, weil $\varphi_i(\cdot)$ bei optimalen Arbeitseinsatz maximal wird. Der letzte Teil ist gleich null, da der *first best*-Einsatz für alle Meldungen gleich ist. Es bleibt zu zeigen, dass

$$\theta_i(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\hat{\theta}_i - \theta_i)g_i(x_i(\hat{\theta}_i, m_j)) - \hat{\theta}_i g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) \geq 0$$

für jede Ausprägung θ_i bei jeder Meldung m_j gilt. Da es per Annahmen nur zwei Ausprägungen gibt, können wir die Ungleichung einfach für jede Möglichkeit nachprüfen. Zunächst sei $\theta_i = \theta_i^H$, dann ist $\hat{\theta}_i = \theta_i^L$. Meldet Bereichsleiter j $m_j = \theta_j^H$ muss gelten:

$$\theta_i^H(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\theta_i^L - \theta_i^H)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^H)) - \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) \geq 0,$$

was aufgrund von Lemma 2.9 auf Seite 48 erfüllt ist. Meldet Bereichsleiter j hingegen $m_j = \theta_j^L$ muss folgende Ungleichung gelten:

$$\theta_i^H(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\theta_i^L - \theta_i^H)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) - \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) \geq 0,$$

die ebenfalls erfüllt ist, da $x_i(\theta_i^H, \theta_j^H) = x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)$ gilt. Analog müssen bei $\theta_i = \theta_i^L$ (bzw. $\hat{\theta}_i = \theta_i^H$), abhängig von der Meldung des Bereichsleiters j folgende Ungleichungen erfüllt sein:

$$\begin{aligned} \theta_i^L(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\theta_i^H - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) - \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) & \geq 0, \\ \theta_i^L(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\theta_i^H - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^L)) - \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) & \geq 0. \end{aligned}$$

Die erste Ungleichung ist trivialerweise erfüllt, die zweite aufgrund von Lemma 2.9.

Für die Kollusionsbedingungen muss für jede Parameterausprägung überprüft werden, ob eine verzerrte Meldung eines oder beider Bereichsleiter die Summe des Nutzens beider Bereichsleiter erhöht. Damit beide Bereichsleiter gemeinsam nicht verzerrt berichten, muss folgende Ungleichung erfüllt sein:

$$\begin{aligned}
& u_i(\theta, \theta) - u_i(\theta, \hat{\theta}) + u_j(\theta, \theta) - u_j(\theta, \hat{\theta}) \geq 0 \\
& \theta_i(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\hat{\theta}_i - \theta_i)g_i(x_i(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j)) - \hat{\theta}_i g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) \\
& + \theta_j(g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) + (\hat{\theta}_j - \theta_j)g_j(x_j(\hat{\theta}_j, \hat{\theta}_i)) - \hat{\theta}_j g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) \\
& - \varphi_i(a_i(\theta_i, \theta_j, \hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j)) + \varphi_i(a_i(\theta_i, \theta_j, \theta_i, \theta_j)) \\
& - \varphi_j(a_j(\theta_j, \theta_i, \hat{\theta}_j, \hat{\theta}_i)) + \varphi_j(a_j(\theta_j, \theta_i, \theta_j, \theta_i)) \\
& - a_j(\hat{\theta}_j, \hat{\theta}_i) + a_j(\theta_j, \theta_i) \\
& - a_i(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j) + a_i(\theta_i, \theta_j) \geq 0.
\end{aligned}$$

Die weitere Untersuchung der Ungleichung kann sich auf die ersten zwei Terme beschränken, da die letzten vier Terme aus bereits untersuchten Gründen immer positiv oder null sind. Es gibt vier mögliche Parameterausprägungen, für jede muss untersucht werden, ob die Bedingung erfüllt ist. Bei θ_i^H und θ_j^H muss gelten:

$$\begin{aligned}
& \theta_i^H(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\theta_i^L - \theta_i^H)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) - \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) \\
& + \theta_j^H(g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) + (\theta_j^L - \theta_j^H)g_j(x_j(\theta_j^L, \theta_i^L)) - \theta_j^L g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) \geq 0,
\end{aligned}$$

bei θ_i^L und θ_j^L :

$$\begin{aligned}
& \theta_i^L(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\theta_i^H - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) - \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) \\
& + \theta_j^L(g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) + (\theta_j^H - \theta_j^L)g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) - \theta_j^H g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) \geq 0,
\end{aligned}$$

und schliesslich bei θ_i^L und θ_j^H (bzw. θ_i^H und θ_j^L):

$$\begin{aligned}
& \theta_i^L(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\theta_i^H - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^L)) - \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) \\
& + \theta_j^H(g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) + (\theta_j^L - \theta_j^H)g_j(x_j(\theta_j^L, \theta_i^H)) - \theta_j^L g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) \geq 0.
\end{aligned}$$

Es ist leicht ersichtlich, dass alle drei Ungleichungen erfüllt sind, und zwar unabhängig von den Symmetrieannahmen.

Damit nicht einer der Bereichsleiter verzerrt berichtet, muss folgende Ungleichung erfüllt sein:

$$\begin{aligned}
& u_i(\theta_i, \theta_j, \theta_i, \theta_j) - u_i(\theta_i, \theta_j, \hat{\theta}_i, \theta_j) + u_j(\theta_j, \theta_i, \theta_j, \theta_i) - u_j(\theta_j, \theta_i, \theta_j, \hat{\theta}_i) \geq 0 \\
& \theta_i(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\hat{\theta}_i - \theta_i)g_i(x_i(\hat{\theta}_i, \theta_j)) - \hat{\theta}_i g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H))) \\
& \quad - \varphi_i(a_i(\theta_i, \theta_j, \hat{\theta}_i, \theta_j)) + \varphi_i(a_i(\theta_i, \theta_j, \theta_i, \theta_j)) \\
& \quad - \varphi_j(a_j(\theta_j, \theta_i, \theta_j, \hat{\theta}_i)) + \varphi_j(a_j(\theta_j, \theta_i, \theta_j, \theta_i)) \\
& \quad - a_j(\theta_j, \hat{\theta}_i) + a_j(\theta_j, \theta_i) \\
& \quad - a_i(\hat{\theta}_i, \theta_j) + a_i(\theta_i, \theta_j) \geq 0.
\end{aligned}$$

Die Analyse kann sich wieder auf die ersten zwei Zeilen der Ungleichung beschränken. Für jede der vier möglichen Parameterausprägungen muss untersucht werden, ob die Ungleichung erfüllt ist. Bei θ_i^H und θ_j^H muss gelten:

$$\theta_i^H(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\theta_i^L - \theta_i^H)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^H)) - \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H))) \geq 0,$$

bei θ_i^L und θ_j^L :

$$\theta_i^L(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\theta_i^H - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^L)) - \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H))) \geq 0,$$

bei θ_i^H und θ_j^L :

$$\theta_i^H(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\theta_i^L - \theta_i^H)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) - \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H))) \geq 0,$$

und schliesslich bei θ_i^L und θ_j^H :

$$\theta_i^L(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + (\theta_i^H - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^L)) - \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H))) \geq 0.$$

Alle vier Ungleichungen sind klarerweise erfüllt. $\square$

3.2. Allgemeiner diskret-binärer Fall. Bei genauerer Betrachtung des vorangegangenen Beweises wird ersichtlich, dass die Symmetriebedingung genau dann erforderlich sind, um bei einer Parameterausprägung θ_i^H und θ_j^L Bereichsleiter i zur unverzerrten Berichterstattung anzureizen. In diesen Fällen reicht es im Übrigen, wenn $x_i(\theta_i^H, \theta_j^H) \geq x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)$. Um die Anreizkompatibilität und die Kollusionsresistenz für einen allgemeinen Fall zu schaffen, muss die Funktion $k_i^a(m)$ derart angepasst werden, dass bei $m = (\theta_i^H, \theta_j^L)$ und $x_i(\theta_i^H, \theta_j^H) < x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)$ die Anreizverträglichkeitsbedingungen sowie die Kollusionsbedingungen erfüllt werden. Das kann wie

folgt erreicht werden:

$$k_i^a(m_i, m_j) = \begin{cases} m_i g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) + \theta_i^L (g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) - g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L))) \\ \quad + \theta_j^H g_j(x_j(\theta_i^H, \theta_j^H)) - m_i g_i(x_i(m_i, m_j)) - m_j g_j(x_j(m_i, m_j)) \\ \quad \text{wenn } m = (\theta_i^H, \theta_j^L) \text{ und } x_i(\theta_i^H, \theta_j^H) < x_i(\theta_i^L, \theta_j^L), \\ k_i^s(m_i, m_j) \text{ sonst.} \end{cases}$$

Damit wären eine neue Bemessungsgrundlage und eine neue Entlohnungsfunktion definiert:

$$(64) \quad \begin{aligned} t_i^{Ka}(\theta, m) &= y_i(a_i(m, \theta), \theta_i, x_i(m)) + y_j(a_j(m), m_j, x_j(m)) + k_i^a(m), \\ t_i(\theta, m) &= t_i^{Ka}(\theta, m) + v_i(a_i^{fb}(m)) - E_\theta[t_i^{Ka}(\theta, \theta)]. \end{aligned}$$

THEOREM 5.4. *In der second best-Situation mit binärer Verteilung der Produktivitätsparameter implementiert die Entlohnung (64) wahrheitsinduzierend und kollusionsresistent die first best-Allokation sowie den first best-Arbeitseinsatz, wie in Theorem 5.1 charakterisiert.*

BEWEIS. Zunächst sei darauf hingewiesen, dass für $x_i(\theta_i^H, \theta_j^H) \geq x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)$ kein weiterer Beweis erforderlich ist. Für den entgegengesetzten Fall reicht es aus, den Beweis des Theorems (5.3) zu erweitern. Dabei muss gezeigt werden, dass die neue Funktion zum einen eine unverzerrte Meldung bei der Parameterausprägung (θ_i^H, θ_j^L) induziert, zum anderen aber bei anderen Parameterausprägungen keinen Anreiz erzeugt, verzerrt zu berichten. Die Problematik, die sich aus der Induzierung des optimalen Arbeitseinsatzes ergibt, verändert sich nicht, und muss hier nicht noch einmal betrachtet werden. Wird die Bemessungsgrundlage des Bereichsleiters i (ohne Arbeitseinsatz) herangezogen, so beträgt diese, wenn $m = (\theta_i^H, \theta_j^L)$ und $x_i(\theta_i^H, \theta_j^H) < x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)$ gilt:

$$(\theta_i - m_i)g_i(x_i(m)) + (m_i - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) + \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + \theta_j^H g_j(x_j(\theta_i^H, \theta_j^H)).$$

Für die Anreizverträglichkeit wird zunächst überprüft, dass bei der Parameterausprägung (θ_i^H, θ_j^L) eine unverzerrte Meldung von i induziert wird. Dies ist der Fall, wenn

$$\begin{aligned} (\theta_i - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) + \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) &\geq \\ \theta_i g_i(x_i(\hat{\theta}_i, \theta_j)) + \hat{\theta}_i (g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) - g_i(x_i(\hat{\theta}_i, \theta_j))) & \end{aligned}$$

erfüllt ist, was leicht durch das Einsetzen der Parameter und der Falschmeldung $m = (\theta_i^L, \theta_j^L)$ nachgeprüft wird. Weiters muss überprüft werden, dass bei einer anderen Parameterausprägung durch die neue Entlohnung bei Meldung $m = (\theta_i^H, \theta_j^L)$ nicht der Anreiz zur Falschmeldung entsteht:

$$\begin{aligned} \theta_i(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H))) &\geq (\theta_i - \hat{\theta}_i)g_i(x_i(\hat{\theta}_i, \theta_j)) \\ &\quad + (\hat{\theta}_i - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) + \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)). \end{aligned}$$

Man beachte, dass die Meldung von Bereichsleiter j hier auf jeden Fall θ_j^L sein muss! Somit bleibt nur folgende Ungleichungen, bei der Ausprägung θ_i^L und θ_j^L :

$$\begin{aligned} \theta_i^L(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H))) - (\theta_i^L - \theta_i^H)g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^L)) \\ - (\theta_i^H - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) - \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) \geq 0, \end{aligned}$$

die aufgrund von Lemma 2.9 erfüllt ist.

Für die Kollusionsresistenz muss ebenfalls gezeigt werden, dass die neue Entlohnung bei der Ausprägung (θ_i^H, θ_j^L) optimal, und dass die Meldung $m = (\theta_i^H, \theta_j^L)$ für alle anderen Ausprägungen suboptimal ist. Zunächst zum ersten Punkt: Wenn j unverzerrt berichtet, verändert sich durch einen verzerrten Bericht des Bereichsleiters i seine Bemessungsgrundlage nicht (Diese Eigenschaft konnte schon im Beweis zu Theorem 5.3 gezeigt werden) Umgekehrt aber, wenn Bereichsleiter i unverzerrt berichtet, wird durch einen verzerrten Bericht des Bereichsleiters j die Entlohnungsfunktion für i geändert. Gleiches gilt, wenn beide verzerrt melden. Die Summe der Entlohnung bei $m = (\theta_i^H, \theta_j^L)$ ist:

$$(\theta_i^H - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) + \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + \theta_j^L g_i(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)),$$

bei $m = (\theta_i^H, \theta_j^H)$:

$$\theta_i^H(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H))) + \theta_j^H g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) - (\theta_j^H - \theta_j^L)g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)),$$

und schliesslich bei $m = (\theta_i^L, \theta_j^H)$:

$$\begin{aligned} \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^H)) + \theta_i^L(g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) - g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^H))) \\ + \theta_j^H g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) - (\theta_j^H - \theta_j^L)g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)). \end{aligned}$$

Damit ergeben sich folgende Differenzen, die beide positiv sind:

$$\begin{aligned}
& (\theta_i^H - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) + \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) - \theta_i^H (g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H))) \geq 0, \\
& (\theta_i^H - \theta_i^L)(g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) - g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^H))) \\
& + (\theta_j^H - \theta_j^L)(g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^L)) - g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H))) \geq 0.
\end{aligned}$$

Im letzten Schritt soll gezeigt werden, dass die neue Funktion eine kollusive Falschmeldung $m = (\theta_i^H, \theta_j^L)$ bei anderen Parameterausprägungen nicht induziert. Dazu muss folgende Ungleichung für die drei relevanten Ausprägungen erfüllt sein:

$$\begin{aligned}
& \theta_i g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + \theta_j g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) \\
& - (\theta_i - m_i)g_i(x_i(m)) - (m_i - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) - \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) \\
& - \theta_j g_j(x_j(m)) - m_j(g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) - g_j(x_j(m))) \geq 0.
\end{aligned}$$

Bei der Ausprägung θ_i^L und θ_j^L würde die besagte Meldung die Entlohnung von i verringern und von j unverändert lassen. Bei der Ausprägung θ_i^H und θ_j^H beträgt die Differenz:

$$\begin{aligned}
& \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + \theta_j^H g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) \\
& - \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) + \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) - \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) \\
& - \theta_j^H g_j(x_j(\theta_j^L, \theta_i^H)) - \theta_j^L g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) + \theta_j^L g_j(x_j(\theta_j^L, \theta_i^H)) \geq 0.
\end{aligned}$$

Dass dieser Ausdruck positiv ist, erkennt man am leichtesten, wenn

$$-\theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^L)) + \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) - \theta_j^L g_j(x_j(\theta_j^L, \theta_i^L)) + \theta_j^L g_j(x_j(\theta_j^L, \theta_i^H))$$

hinzu addiert wird. Dann kann die Ungleichung wie folgt umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned}
& \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) + \theta_j^H g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) - \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^L)) \\
& - \theta_j^H g_j(x_j(\theta_j^L, \theta_i^H)) + \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) + \theta_j^L g_j(x_j(\theta_j^L, \theta_i^L)) \\
& - \theta_i^L g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) - \theta_j^L g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) + \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^L)) \\
& + \theta_j^L g_j(x_j(\theta_j^L, \theta_i^H)) - \theta_i^H g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) - \theta_j^L g_j(x_j(\theta_j^L, \theta_i^L)) \geq 0.
\end{aligned}$$

Bei der Ausprägung θ_i^L und θ_j^H beträgt die Differenz:

$$\begin{aligned}
& \theta_j^H g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) \\
& - (\theta_i^L - \theta_i^H)g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^L)) - (\theta_i^H - \theta_i^L)g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L)) \\
& - \theta_j^H g_j(x_j(\theta_j^L, \theta_i^H)) - \theta_j^L g_j(x_j(\theta_j^H, \theta_i^H)) + \theta_j^L g_j(x_j(\theta_j^L, \theta_i^H)) \geq 0. \quad \square
\end{aligned}$$

Der hier vorgestellte Beweis untersucht, wie der Beweis zu Theorem 5.3 (symmetrischer Fall) angepasst werden muss: Da sich nur bei der Ausprägung bzw. Meldung (θ_i^H, θ_j^L) die Bemessungsgrundlage verändert, reicht es zu überprüfen, (1) ob bei dieser Ausprägung unverzerrt berichten optimal ist, und (2) dass bei jeder anderen Ausprägung eine Falschmeldung (θ_i^H, θ_j^L) suboptimal ist. Im Anhang wird ein alternativer Beweis dargestellt, der unabhängig vom Beweis des symmetrischen Falls für jede mögliche Parameterausprägung sämtliche Anreiznebenbedingungen überprüft.

KAPITEL 6

Zusammenfassung

Es wurden zwei Budgetierungsmechanismen untersucht: *profit sharing* und Groves-Mechanismus. Obwohl der Groves-Mechanismus den theoretischen Vorteil eines robusteren Gleichgewichtskonzepts vorweist, wird er in der betriebswirtschaftlichen Praxis kaum angewandt. Dafür werden unterschiedliche Erklärungen vorgebracht. Ein häufig anzutreffender Grund für die Beliebtheit des *profit sharings* liegt in der Einfachheit dieses Mechanismus, bzw. in der vermeintlichen Komplexität des Groves-Mechanismus. Empirisch ist diese Behauptung schwer zu überprüfen, dennoch sollten bei der Beurteilung folgende Überlegungen berücksichtigt werden: Zum einen ist aus den Ergebnissen der Laborexperimente ersichtlich, dass die Probanden keine Schwierigkeiten hatten, die Funktionsweise des Groves-Mechanismus zu verstehen, daher ist es nur legitim anzunehmen, dass dies auch gut ausgebildeten Managern möglich sein sollte. Zum anderen bestimmen diese Mechanismen in der Regel nur die Bemessungsgrundlage für den variablen Teil der Entlohnung, die aus Boni, Aktienoptionen u.ä. besteht und deren Bestimmung eine komplexe Berechnung zugrunde liegt. Ein nur leicht schwierigere Berechnung der Bemessungsgrundlage sollte weder für den Prinzipal, noch für die Agenten ein Problem sein, insbesondere wenn dadurch das Ergebnis verbessert werden kann.

Ein zweiter wesentliche Grund, der gegen die praktische Umsetzung des Groves-Mechanismus hervorgebracht wird, ist die mangelnde Kollusionsresistenz desselben. Tatsächlich stellt sich das Problem folgender Maßen dar: Während *profit sharing* vollständige Zielkongruenz erzielt, da eine maximale Bemessungsgrundlage nur bei optimaler Allokation möglich ist und dadurch bei einer Falschmeldung eines oder beider Bereichsleiter das Ergebnis bestenfalls genau so gut wie bei einer unverzerrte Meldung, aber niemals besser sein kann, besteht beim Groves-Mechanismus bei der Möglichkeit einer Absprache unter den Bereichsleiter der Anreiz, die Produktivitätsmeldungen derart abzustimmen, dass zwar die Bemessungsgrundlage steigt, allerdings ohne die optimale Allokation zu erreichen. Dadurch

entstehen dem Prinzipal Kosten in doppelter Hinsicht: Ersten ist die Entlohnung seiner Bereichsleiter überhöht, zweitens ist das Gesamtergebnis aufgrund der Fehlallokation vermindert.

Wenn nun die Kollusionsproblematik als Grund angeführt wird, warum der Groves-Mechanismus keine praktische Anwendung findet, folgt die Überlegung, ob dieser Mechanismus derart umgestaltet werden kann, dass dieser kollusionsresistent wird, um damit die Eigenschaften des Groves-Mechanismus, d.i. das Gleichgewicht in dominanten Strategien, mit jenen des *profit sharings*, d.i. die Kollusionsresistenz, zu verbinden. Leider zeigt sich recht bald, dass dies allgemein nicht möglich ist: Die Kollusionsresistenz des *profit sharings* beruht auf dem Umstand, dass die Bemessungsgrundlage vom tatsächlichen Typ beider Bereichsleiter abhängt. Aber genau diese Eigenschaft macht ein dominantes Gleichgewicht unmöglich. Gleichzeitig kann der Groves-Mechanismus nicht verändert werden, um kollusionsresistent zu werden, ohne den tatsächlichen Typ beider Bereichsleiter zu berücksichtigen.

Für den Prinzipal bleibt in der Praxis demnach die Frage: Kollusionsresistenz mit Nash-Implementierung oder ein kollusionsanfälliges dominantes Gleichgewicht? Da in einem Unternehmen Modellannahmen, die die Kommunikation zwischen den Bereichsleiter unterbinden, wohl kaum realistisch sind, ist der Umstand, dass die Entscheidung zu Gunsten der Kollusionsresistenz fällt, nachvollziehbar. Dies umso mehr, wenn berücksichtigt wird, dass jedes Nash-Gleichgewicht bei *profit sharing* zur optimalen Allokation führt und die Koordinationsmöglichkeiten die Erzielung einer optimalen Allokation sogar noch erleichtern. Unter bestimmten, zugegebenermaßen recht restriktiven Annahmen, ist es sogar so, dass bei *profit sharing* das wahrheitsinduzierte Gleichgewicht eindeutig ist, während der Groves-Mechanismus schwach dominante und mehrdeutige Gleichgewichte erzeugt.

Ist damit die Frage beantwortet und kann der Groves-Mechanismus als für die Betriebswirtschaft irrelevanten, weil ungenügenden Budgetierungsmechanismus *ad acta* gelegt werden? Nicht ganz, und zwei Argumente wurden in dieser Arbeit untersucht: Ersten sind die kolludierenden Bereichsleiter in einer Spielsituation, bei der interessanter Weise die Kollusion, also die in diesem Spiel für die beiden Spieler zusammen optimale Strategie¹ kein Gleichgewicht darstellt: Entweder sind Seitenzahlungen erforderlich,

¹also jene, die das soziale Optimum erzeugt

die *ex post* nicht eingefordert werden können, oder das Spiel entspricht dem Gefangenendilemma. Auch wenn das Ergebnis abgeschwächt wird durch den Umstand, dass bei dynamischer Interaktion über mehrere Perioden hinweg Kollusion zur Gleichgewichtsstrategie werden kann, ist es doch überraschend, dass die Schwäche des Groves-Mechanismus, nämlich seine Kollusionsanfälligkeit, spieltheoretisch eine viel kleinere Rolle spielt als angenommen.

Das zweite Argument betrifft das Modell selbst: Im reinen *hidden information*-Modell liefert *profit sharing* sehr gute Ergebnisse. Verändert sich das Ergebnis, wenn zusätzlich ein *moral hazard*-Problem betrachtet wird? Grundsätzlich muss dazu gesagt werden, dass *profit sharing* tatsächlich unter Umständen seine Vorteilhaftigkeit verlieren kann: Da nun zusätzlich zum Koordinationsproblem ein Leistungsanreizproblem vorliegt, kann es für einen Bereichsleiter vorteilhafter sein, von den Anstrengungen der anderen zu profitieren und gleichzeitig durch eine suboptimale eigene Leistung Arbeitsleid zu verringern. Dieses *free rider* bezeichnete Problem kann durch den Groves-Mechanismus umgangen werden. Das liegt daran, dass in diesem Modellrahmen die Typenmeldung nicht nur die Allokation bestimmt, sondern auch eine vom Prinzipal *ex ante* bestimmte Arbeitsleistung festlegt. Natürlich kann jeder Bereichsleiter eine andere, abweichende Leistung erbringen, da diese nicht direkt beobachtet werden kann. Im Unterschied zu *profit sharing* wird die Bemessungsgrundlage des Groves-Mechanismus mittels dieser *ex ante* vereinbarten und nicht der tatsächlichen Leistung der jeweils anderen Bereichsleiter errechnet, wodurch der Anreiz, durch eine verzerrte Meldung den eigenen Arbeitseinsatz zu reduzieren, wegfällt.

Dadurch bleibt der Groves-Mechanismus relevant und muss einer genaueren Untersuchung unterzogen werden: Obwohl es keine allgemeine Lösung gibt, die den Mechanismus kollusionsresistent machen und dabei gleichzeitig die Eigenschaften der dominanten Implementierung beibehalten würde, können spezielle Lösungen gefunden werden. Eine solche spezielle Lösung existiert dann, wenn diskrete Typenausprägungen der Bereichsleiter angenommen werden. Der Vorteil ist offensichtlich: Es muss nicht mehr allgemein gelten, dass die Entlohnungsfunktion bei wahrheitsgemäßer Berichterstattung sein Optimum hat, dass also die *first order condition* erfüllt ist. Es reicht, dass diese Eigenschaft für die diskreten Parameterausprägungen gilt. In der vorliegenden Arbeit wurde dies anhand eines Modells mit zwei Bereichsleitern und zwei Typenausprägungen vorgeführt. Dadurch ergeben

sich vier mögliche Parameterausprägungen, und zu jeder Ausprägung vier mögliche Meldevektoren, wovon einer natürlich der Wahrheit entsprechen muss. Dadurch ist die Bestimmung eines kollusionsresistenten Groves-Mechanismus relativ einfach und übersichtlich. Es kann aber davon ausgegangen werden, dass die Vorgehensweise auch dann noch zulässige Ergebnisse liefert, wenn mehr als zwei Bereichsleiter oder Typen angenommen werden: Solange der Typenraum diskret und nicht stetig ist, können für jede Ausprägung die Kollusionsprämien genau so bestimmt werden, dass eine abweichende Meldung für die Bereichsleiter nicht mehr vorteilhaft ist.

Zusammenfassend ergibt sich folgendes Bild:

- (1) Bei *hidden information* macht *profit sharing* seinen theoretischen Nachteil aus dem Gleichgewichtskonzept durch dem Umstand wett, dass dieser Budgetierungsmechanismus kollusionsresistent ist. Wird eine Bayes-Nash-Informationsstruktur zu Grunde gelegt, erzeugt *profit sharing* ein eindeutiges Gleichgewicht. Wird eine Nash-Informationstruktur zu Grunde gelegt, implementiert jedes der zahlreichen durch *profit sharing* erzeugte Nash-Gleichgewichte die optimale Allokation. Absprachen zwischen den Bereichsleitern verbessern sogar noch das Ergebnis. Unter bestimmten Voraussetzungen geht der theoretische Vorteil des Groves-Mechanismus endgültig unter, wenn dieser mehrdeutige schwach dominante Gleichgewichte erzeugt, während *profit sharing* ein eindeutiges erzeugt.
- (2) Bei *false moral hazard* ändert sich das Bild, da sich *profit sharing* als nicht immer robust erweist. Es kann aber der Groves-Mechanismus derart angepasst werden, dass dieser kollusionsresistent wird. Dabei handelt es sich allerdings um eine spezielle Lösung. Ein allgemeine Lösung, die nach wie vor die *first best*-Allokation implementiert, existiert nicht.

Abschliessend bleibt noch zu bemerken, dass der Modellrahmen derart gewählt wurde, dass die Analyse sich auf die Zielkongruenz der Mechanismen konzentriert. Es wurde daher nur untersucht, welche Mechanismen die *first best*-Allokationen erzielen. Voraussetzung dafür sind eine vollständige Informationssymmetrie vor Vertragsabschluss sowie risikoneutrale Agenten, die keiner *limited liability* unterliegen. Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, muss der Prinzipal eine Risiko- und Informationsprämie zahlen, die in der Regel so hoch ist, dass ein *trade off* zwischen diesen Kosten und

den Kosten einer Fehlallokation entsteht: Anders ausgedrückt: Es ist dem Prinzipal zu teuer, die gesamte Risiko- und Informationsprämie, die für die Induzierung einer *first best*-Allokation erforderlich wäre, aufzubringen, daher nimmt er eine Fehlallokation in Kauf. In so einem Modellrahmen kann ein zielkongruenter Mechanismus, wie es der Groves-Mechanismus ist, nur versagen, da er zwar die *first best*-Allokation implementiert, aber dies zu so hohen Kosten, dass es nicht mehr im Sinne des Prinzipals ist.

Vielleicht liegt aber genau da die eigentliche Schwäche des Groves-Mechanismus und die Antwort auf die Frage nach der mangelnden Verbreitung in der betriebswirtschaftlichen Praxis: Während in der Mikroökonomie, aus dessen Bereich der Groves-Mechanismus ursprünglich kommt, immer wieder Anwendungsfelder gefunden werden können, in denen Agenten risikoneutral sind oder nicht einer *limited liability* unterliegen, sind es genau diese Annahmen, die in der unternehmerischen Praxis im Zuge der Budgetierung wohl am umstrittensten sind: So kann zum Beispiel ein Manager, der hauptberuflich im Unternehmen arbeitet, durch Streuung sein Risiko nicht reduzieren und es muss davon ausgegangen werden, dass dieser risikoavers ist und auf eine alternative Risikoteilung bestehen wird!

ANHANG A

Alternativer Beweis zu Theorem 5.4

Aufgrund der binären Ausprägung der Produktivitätsparameter kann der Kollusionsterm¹ $k_i^a(m_i, m_j)$ für jede Parameterausprägung explizit ausgedrückt werden. Da bereits gezeigt wurde, dass das Anreizproblem separat gelöst wird mit $a_i(m) = a_i^{fb}$ für alle m , wird das Groves-Maß definiert als $t_i^G(\theta_i, m_i, m_j) = \theta_i g_i(x_i(m_i, m_j)) + m_j g_j(x_j(m_j, m_i))$. Für die Kollusionsprämie gilt:

$$\begin{aligned}
 k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^L) &= t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^L) \\
 k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^H) &= t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) \\
 k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^L) &= \begin{cases} t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) \\ \text{wenn } g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \geq g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)), \\ (\theta_A^H - \theta_A^L)g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \\ + \theta_B^H g_A(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) - t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) \text{ sonst.} \end{cases} \\
 k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^H) &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^L) &= t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) \\
 k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^H) &= t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) \\
 k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^L) &= \begin{cases} t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^L) \\ \text{wenn } g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) \geq g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)), \\ (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) \\ + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^L) \text{ sonst.} \end{cases} \\
 k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^H) &= 0
 \end{aligned}$$

Für jede Ausprägung der Produktivitätsparameter muss gezeigt werden, dass

¹Siehe Gleichung (64) auf Seite 163.

- (1) die ursprünglichen Eigenschaften des Groves-Mechanismus (Gleichgewicht in dominanten Strategien) erhalten bleiben, und
- (2) die Agenten durch kollusives Verhalten nicht bessergestellt werden können.

Für jede Parameterausprägung müssen demnach jeweils 2 Dominanzbedingungen für jeden Bereichsleiter sowie 3 Kollusionsbedingungen überprüft werden. Da es 4 unterschiedliche Typenvektoren gibt, werden in der Folge alle 28 Ungleichungen überprüft. Sind alle erfüllt, ist der Beweis erbracht.

Zunächst folgende Bemerkung: Die Ungleichungen $g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \geq g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L))$ und $g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) \geq g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L))$ sind nur dann gleichzeitig erfüllt, wenn $g_i(x_i(\theta_i^H, \theta_j^H)) = g_i(x_i(\theta_i^L, \theta_j^L))$ für $i \in \{A, B\}$. Daraus folgt, dass wenn $g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) > g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L))$, dann $g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) < g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L))$, und wenn $g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) < g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L))$, dann $g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) > g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L))$. O.B.d.A. gelte $g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) > g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L))$.

1. Wahre Produktivität ist (θ_A^L, θ_B^L)

- Dominanz A.

Die Meldung (θ_A^L, θ_B^L) muss die Meldung (θ_A^H, θ_B^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^L) &\geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^L) \\
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^L) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^L) &\geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^L) + t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) \\
 \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_A^H, \theta_B^H)) &\geq \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_A^H, \theta_B^L)) \\
 &\quad + \theta_B^H g_A(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) - \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) \\
 \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) &\geq \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) - \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) \\
 g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) &\leq g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L))
 \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_A^L, θ_B^H) muss die Meldung (θ_A^H, θ_B^H) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^H) &\geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^H) \\
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^H) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) &\geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H)
 \end{aligned}$$

• Dominanz B .

Die Meldung (θ_B^L, θ_A^L) muss die Meldung (θ_B^H, θ_A^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) + k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^L) &\geq t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^L) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^L) \\
 t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) &\geq t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^L) + (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \\
 &\quad + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^L) \\
 \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) &\geq \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) \\
 &\quad + (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) \\
 &\quad + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) - \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) \\
 0 &\geq \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) + (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) - \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) \\
 0 &\geq (\theta_B^H - \theta_B^L)(g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) - g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)))
 \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_B^L, θ_A^H) muss die Meldung (θ_B^H, θ_A^H) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) + k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^H) &\geq t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^H) \\
 t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) &\geq t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H)
 \end{aligned}$$

- Kollisionsresistenz.

Die Meldung (θ_A^L, θ_B^L) muss die Meldung (θ_A^H, θ_B^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^L) & \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^L) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) + k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^H) \\
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) & \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^L) + t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^H, \theta_A^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) \\
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) & \geq (>) t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^H, \theta_B^L) + t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^H, \theta_A^H)
 \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_A^L, θ_B^L) muss die Meldung (θ_A^L, θ_B^H) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^L) & \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^H) \\
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) & \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^L) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^L) + (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \\
 & \quad + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^H) \\
 t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) & \geq (>) t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^L) + (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \\
 & \quad + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^H)
 \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_A^L, θ_B^L) muss die Meldung (θ_A^H, θ_B^H) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^L) & \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^H) \\
 & \quad + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^L) + k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^L) \geq (=) t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^H)
 \end{aligned}$$

2. Wahre Produktivität ist (θ_A^H, θ_B^L)

- Dominanz A .

Die Meldung (θ_A^H, θ_B^L) muss die Meldung (θ_A^L, θ_B^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^L) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^L) \\
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) + t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^L) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^L) \\
 \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_A^H, \theta_B^H)) &\geq \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \\
 &\quad + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_A^H, \theta_B^H)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_A^L, \theta_B^L)) \\
 \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) &\geq \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) \\
 0 &\geq (\theta_A^H - \theta_A^L)(g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) - g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)))
 \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_A^H, θ_B^H) muss die Meldung (θ_A^L, θ_B^H) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^H) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^H) \\
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^H) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) \\
 \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_A^H, \theta_B^H)) &\geq \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \\
 &\quad + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_A^H, \theta_B^H)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) - \theta_B^H g_B(x_B(\theta_A^L, \theta_B^H)) \\
 \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) &\geq \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) \\
 0 &\geq (\theta_A^H - \theta_A^L)(g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) - g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)))
 \end{aligned}$$

- Dominanz B .

Die Meldung (θ_B^L, θ_A^H) muss die Meldung (θ_B^H, θ_A^H) dominieren:

$$\begin{aligned} t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) + k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^H) &\geq t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^H) \\ t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^L) &\geq t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_B^L, θ_A^L) muss die Meldung (θ_B^H, θ_A^L) dominieren:

$$\begin{aligned} t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) + k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^L) &\geq t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^L) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^L) \\ t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^L) &\geq t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^L) + (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \\ &\quad + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^L) \\ t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) &\geq \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) + (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \\ &\quad + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) \\ 0 &\geq (\theta_B^H - \theta_B^L)(g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) - g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L))) \end{aligned}$$

- Kollisionsresistenz.

Die Meldung (θ_A^H, θ_B^L) muss die Meldung (θ_A^L, θ_B^L) dominieren:

$$\begin{aligned} t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^L) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^L) + t_B^G(\theta_A^L, \theta_B^L, \theta_A^L) + k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^L) \\ &\quad + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) + k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^H) \\ t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^L) + \Pi_A^L(\theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^L) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) \\ t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) &\geq (>) t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^L) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^L) \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_A^H, θ_B^L) muss die Meldung (θ_A^L, θ_B^H) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) + k_A^\alpha(\theta_A^H, \theta_B^L) + & \\
 t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) + k_B^\alpha(\theta_B^L, \theta_A^H) & \geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^H) + k_A^\alpha(\theta_A^L, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^L) + k_B^\alpha(\theta_B^H, \theta_A^L) \\
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) & \geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^H) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) \\
 & \quad + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^L) + (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) - t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^L) \\
 0 & \geq (>) \quad \theta_A^H(g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H))) - g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \\
 & \quad + (\theta_B^H - \theta_B^L)(g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L))) - g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L))
 \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_A^H, θ_B^L) muss die Meldung (θ_A^H, θ_B^H) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) + k_A^\alpha(\theta_A^H, \theta_B^L) & \\
 + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) + k_B^\alpha(\theta_B^L, \theta_A^H) & \geq (=) \quad t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) + k_A^\alpha(\theta_A^H, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) + k_B^\alpha(\theta_B^H, \theta_A^H)
 \end{aligned}$$

3. Wahre Produktivität ist (θ_A^L, θ_B^H)

- Dominanz A .

Die Meldung (θ_A^L, θ_B^H) muss die Meldung (θ_A^H, θ_B^H) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) + k_A^\alpha(\theta_A^L, \theta_B^H) & \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) + k_A^\alpha(\theta_A^H, \theta_B^H) \\
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) & \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H)
 \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_A^L, θ_B^L) muss die Meldung (θ_A^H, θ_B^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^L) &\geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^L) \\
 t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^L) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^L) &\geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^H) + t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^L) \\
 \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) &\geq \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \\
 &\quad - \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) - \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) \\
 \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) &\geq \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) \\
 0 &\geq (\theta_A^H - \theta_A^L)(g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)))
 \end{aligned}$$

- Dominanz B .

Die Meldung (θ_B^H, θ_A^L) muss die Meldung (θ_B^L, θ_A^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_B^G(\theta_B^H, \theta_A^L) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^L) &\geq t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L) + k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^L) \\
 (\theta_B^H - \theta_B^L) g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^L) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) \\
 (\theta_B^H - \theta_B^L) g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) &\geq \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) \\
 &\quad - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L))
 \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_B^H, θ_A^H) muss die Meldung (θ_B^L, θ_A^H) dominieren:

$$\begin{aligned}
t_B^G(\theta_B^H, \theta_A^H) + k_B^\alpha(\theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^H) + k_B^\alpha(\theta_B^L, \theta_A^H) \\
t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) \\
\theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) &\geq \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) \\
&\quad + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) - \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) \\
\theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) &\geq \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) \\
0 &\geq (\theta_B^H - \theta_B^L)(g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) - g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)))
\end{aligned}$$

- Kollisionsresistenz

Die Meldung (θ_A^L, θ_B^H) muss die Meldung (θ_A^L, θ_B^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) + k_A^\alpha(\theta_A^L, \theta_B^H) &+ t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^L) + k_B^\alpha(\theta_B^H, \theta_A^L) \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^L) + k_A^\alpha(\theta_A^L, \theta_B^L) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^L) + k_B^\alpha(\theta_B^L, \theta_A^L) \\
(\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) &+ t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^L) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^L) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^L) \\
&+ t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^L) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) \\
(\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) &\geq t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^L) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) \\
(\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) &\geq \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) \\
&\quad - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L))
\end{aligned}$$

Die Meldung (θ_A^L, θ_B^H) muss die Meldung (θ_A^H, θ_B^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
& t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) + k_A^\alpha(\theta_A^L, \theta_B^H) \\
& \quad + t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^L) + k_B^\alpha(\theta_B^H, \theta_A^L) \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^L) + k_A^\alpha(\theta_A^H, \theta_B^L) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^H) + k_B^\alpha(\theta_B^L, \theta_A^H) \\
& \quad (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \\
& \quad + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^L) + t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) \\
& \quad + t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) \\
& \quad t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) + (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^L) + t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) \\
& \quad - t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H) \\
& \quad \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \geq \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \\
& \quad - \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) \\
& \quad 0 \geq (\theta_A^H - \theta_A^L)(g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L))) \\
& \quad + (\theta_B^H - \theta_B^L)(g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) - g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)))
\end{aligned}$$

Die Meldung (θ_A^L, θ_B^H) muss die Meldung (θ_A^H, θ_B^H) dominieren:

$$\begin{aligned}
& t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^H) \\
& \quad + t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^L) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^L) \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^L) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^L) \\
& \quad (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \\
& \quad + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) \geq t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^H, \theta_B^H) \\
& \quad (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) \geq t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) \\
& \quad (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \\
& \quad + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \geq \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \\
& \quad (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \geq (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H))
\end{aligned}$$

4. Wahre Produktivität ist (θ_A^H, θ_B^H)

• Dominanz A .

Die Meldung (θ_A^H, θ_B^H) muss die Meldung (θ_A^L, θ_B^H) dominieren:

$$\begin{aligned}
& t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^H) \geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^H) \\
& \quad t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) \geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^H) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_A^L, \theta_B^H) \\
& \quad \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) \geq \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \\
& \quad \quad + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) - \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) \\
& \quad \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \geq \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) \\
& \quad 0 \geq (\theta_A^H - \theta_A^L)(g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) - g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)))
\end{aligned}$$

Die Meldung (θ_A^H, θ_B^L) muss die Meldung (θ_A^L, θ_B^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^L) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^L) \\
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^L) + t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^H, \theta_B^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^L, \theta_B^H) \\
 \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) &\geq \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \\
 &\quad + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \\
 \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) &\geq \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) \\
 0 &\geq (\theta_A^H - \theta_A^L)(g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) - g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)))
 \end{aligned}$$

• Dominanz B .

Die Meldung (θ_B^H, θ_A^H) muss die Meldung (θ_B^L, θ_A^H) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^H) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^H) + k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^H) \\
 t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_A^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) \\
 \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) &\geq \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) \\
 &\quad + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) - \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^L)) \\
 \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) &\geq \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) \\
 0 &\geq (\theta_B^H - \theta_B^L)(g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^H)) - g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)))
 \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_B^H, θ_A^L) muss die Meldung (θ_B^L, θ_A^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^L) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^L) &\geq t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^L) + k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^L) \\
 (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^L) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) \\
 (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) &\geq t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^L) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) \\
 (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) &\geq \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_B^L, \theta_A^L)) \\
 &\quad - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_B^L, \theta_A^L))
 \end{aligned}$$

- Kollisionsresistenz.

Die Meldung (θ_A^H, θ_B^H) muss die Meldung (θ_A^L, θ_B^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) + k_A^a(\theta_A^H, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^H) + k_B^a(\theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^L) + k_A^a(\theta_A^L, \theta_B^L) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^L) + k_B^a(\theta_B^L, \theta_A^L) \\
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^H, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_A^L, \theta_B^L) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^H) - t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^L, \theta_A^L) \\
 &\quad + t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^L) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^L) \\
 \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) &\geq \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) \\
 &\quad + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) \\
 &\quad - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) - \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L))
 \end{aligned}$$

Es muss aber gelten:

$$\begin{aligned}
 \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) &\geq \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \text{ und} \\
 \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) &\geq \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H))
 \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_A^H, θ_B^H) muss die Meldung (θ_A^L, θ_B^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^H) + k_A^\alpha(\theta_A^H, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_A^H) + k_B^\alpha(\theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^L) + k_A^\alpha(\theta_A^H, \theta_B^L) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_A^L) + k_B^\alpha(\theta_B^H, \theta_A^L) \\
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^L) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_A^L) - t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_A^H) \\
 &\quad + t_B^G(\theta_B^H, \theta_A^L) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_A^L) - t_B^G(\theta_B^H, \theta_A^H) \\
 t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_B^G(\theta_B^H, \theta_B^L, \theta_A^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^H, \theta_A^H) - t_B^G(\theta_B^L, \theta_B^L, \theta_A^H)
 \end{aligned}$$

Die Meldung (θ_A^H, θ_B^H) muss die Meldung (θ_A^L, θ_B^L) dominieren:

$$\begin{aligned}
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^H) + k_A^\alpha(\theta_A^H, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_A^H) + k_B^\alpha(\theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^L, \theta_A^H) + k_A^\alpha(\theta_A^L, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_A^L) + k_B^\alpha(\theta_B^H, \theta_A^L) \\
 t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^H) + t_B^G(\theta_B^H, \theta_A^H) &\geq t_A^G(\theta_A^H, \theta_B^L, \theta_A^H) + t_B^G(\theta_B^L, \theta_A^H) \\
 &\quad - t_A^G(\theta_A^L, \theta_B^L, \theta_A^H) + (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \\
 &\quad + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) + \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) \\
 \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) &\geq \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) \\
 &\quad + (\theta_B^H - \theta_B^L)g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H))
 \end{aligned}$$

Nun wird folgende Gleichung addiert:

$$0 = -\theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) - \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H))$$

Weiters gilt:

$$\begin{aligned}
 \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H)) &\geq \theta_A^H g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) \\
 \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^H)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^L)) &\geq \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^H g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) \\
 \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^L, \theta_B^L)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^L, \theta_A^L)) &\geq \theta_A^L g_A(x_A(\theta_A^H, \theta_B^H)) + \theta_B^L g_B(x_B(\theta_B^H, \theta_A^H))
 \end{aligned}$$

Damit sind alle Bedingungen erfüllt und der Beweis erbracht.

Literaturverzeichnis

- Dilip Abreu. On the theory of infinitely repeated games with discounting. *Econometrica*, 56(2):383–396, 1988.
- James Andreoni und John H. Miller. Rational Cooperation in the Finitely Repeated Prisoner’s Dilemma: Experimental Evidence. *The Economic Journal*, 103(418):570–585, 1993.
- Rick Antle und Gary Eppen. Capital Rationing and Organizational Slack in Capital Budgeting. *Management Science*, 31:163–174, 1985.
- Rick Antle und John Fellingham. Resource Rationing and Organizational Slack in a Two-Period Model. *Journal of Accounting Research*, 28(1):1–24, 1990.
- Rick Antle und John Fellingham. Models of Capital Investments with Private Information and Incentives: A Selective Review. *Journal of Business Finance and Accounting*, 25(7-8):887–908, 1997.
- Markus C. Arnold und Eva Ponick. Kommunikation im Groves-Mechanismus - Ergebnisse eines Laborexperiments. *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, 58:89–120, 2006.
- Markus C. Arnold, Eva Ponick und Heike Y. Schenk-Mathes. Groves-Mechanismus vs. Profit Sharing zur Steuerung von Budgetierungsprozessen – experimentelle Evidenz. Working Paper, Georg-August-Universität Göttingen, 2005.
- Anil Arya und Jonathan Glover. Option Value to Waiting Created by a Control Problem. *Journal of Accounting Research*, 39(11), 2001.
- Robert M. Axelrod. Effective Choice in the Prisoner’s Dilemma. *The Journal of Conflict Resolution*, 24(1):3–25, 1980.

Robert M. Axelrod. *The Evolution of Cooperation*. Basic Books, New York, 1985.

Robert M. Axelrod. *The Complexity of Cooperation: Agent-based Models Competition and Collaboration*. Princeton University Press, Princeton, 1997.

Gunter Bamberg und Hermann Locarek. Groves-Schemata zur Losung von Anreizproblemen bei der Budgetierung. In Klaus Spremann und Eberhard Zur, Hrsg., *Controlling – Grundlagen, Informationssysteme, Anwendungen*, Wiesbaden, 1992. Gabler.

Gunter Bamberg und Ralf Trost. Wahrheitsinduzierende Mechanismen, Fehlallokationen und kollusives Verhalten bei der Investitionsbudgetierung. In Horst Rinne, Bernhard Ruger und Heinrich Strecker, Hrsg., *Grundlagen der Statistik und ihre Anwendungen*, Heidelberg, 1995. Physica-Verlag.

Rajiv D. Banker und Srikant M. Datar. Optimal transfer pricing under postcontract information. *Contemporary Accounting Research*, 8(2):329–352, 1992.

Thomas Beschorner und Reinhard Pfriem, Hrsg. *Evolutorische Okonomik und Theory der Unternehmung*. Metropolis, Marburg, 2000.

Patrick Bolton und Mathias Dewatripont. The Firm as a Communication Network. *The Quarterly Journal of Economics*, 109(4):809–839, November 1994.

Jorg Budde, Robert F. Gox und Alfred Luhmer. Absprachen beim Groves-Mechanismus - Eine spieltheoretische Untersuchung. *Zeitschrift fur betriebswirtschaftliche Forschung*, 50:1–20, 1998.

Colin Camerer und Keith Weigelt. Experimental Tests of a Sequential Equilibrium Reputation Model. *Econometrica*, 56(1):1–36, 1988.

Ronald Coase. The Nature of the Firm. *Economica*, 4(16):386–405, nov 1937.

Susan I. Cohen und Martin Loeb. The Groves Scheme, Profit Sharing and Moral Hazard. *Management Science*, 30(1):20–24, January 1984.

- Richard L. Daft. *Organization Theory and Design*. Thomson South-Western, 8th edition Auflage, 2004.
- Sunil Dutta und Stefan Reichelstein. Controlling Investment Decisions: Depreciation- and Capital Charges. *Review of Accounting Studies*, 7:253–281, 2002.
- Ralf Ewert und Alfred Wagenhofer. *Interne Unternehmensrechnung*. Springer-Verlag, Berlin et al., 5 Auflage, 2003.
- Ralf Ewert und Alfred Wagenhofer. *Interne Unternehmensrechnung*. Springer, Berlin, 6. Auflage, 2005.
- James W. Friedman. A non-cooperative Equilibrium for Supergames. *The Review of Economic Studies*, 38(1):1–12, 1971.
- James W. Friedman. *Oligopoly Theory*. Cambridge University Press, Cambridge, 1983.
- Drew Fudenberg und Eric Maskin. The folktheorem in repeated games with discounting or with incomplete information. *Econometrica*, 54(3):533–554, 1986.
- Drew Fudenberg und Jean Tirole. *Game Theory*. The MIT Press, Cambridge, 1991.
- Luis Garicano. Hierarchies and the Organization of Knowledge. *Journal of Political Economy*, 108(5):874–904, 200.
- Robert Gibbons. *A Primer in Game Theory*. Harvester Wheatsheaf, New York et al., 1992.
- Jerry R. Green und Jean-Jacques Laffont. *Incentives in public decision-making*. North Holland, Amsterdam, 1979.
- Theodore Groves. Incentives in Teams. *Econometrica*, 41:617–631, 1973.
- Theodore Groves und Martin Loeb. Incentives in a Divisionalized Firm. *Management Science*, 25(3):221–230, 1979.

Milton Harris, Charles H. Kriebel und Artur Raviv. Asymmetric Information and Intrafirm Resource Allocation. *Management Science*, 28(6):604–620, 1982.

Christian Hofmann und Thomas Pfeiffer. Investitionsbudgetierung und Anreizprobleme: Ist der Groves-Mechanismus nur third-best? Zur Effizienz des Groves-Budgetierungsmechanismus. *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 73:559–582, 2003.

Loren A. Imhof, Drew Fudenberg und Martin A. Nowak. Evolutionary cycles of cooperation and defection. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 102(31):10.797–10.800, 2005.

Michael C. Jensen und William H. Meckling. Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure. *Journal of Financial Economics*, 3(4):305–360, October 1976.

Immanuel Kant. *Zum Ewigen Frieden*. Reclam, Stuttgart, 1984.

Demetri Kantarelis. *Theories of the Firm*. Inderscience, Genf, 2007.

Michael Krapp. Anreizverträge bei Kollusionsgefahr. *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 69(2):211–232, 1999.

David M. Kreps. *A course in microeconomic theory*. Harvester Wheatsheaf, New York et al., 1990a.

David M. Kreps. *Game Theory and Economic Modelling*. Oxford University Press, Oxford, 1990b.

David M. Kreps und Robert Wilson. Reputation and Imperfect Information. *Journal of Economic Theory*, 27:253–279, 1982a.

David M. Kreps und Robert Wilson. Sequential Equilibria. *Econometrica*, 50(4):863–894, 1982b.

David M. Kreps, Paul Milgrom, John Roberts und Robert Wilson. Rational Cooperation in the Finitely Repeated Prisoners' Dilemma. *Journal of Economic Theory*, 27:245–252, 1982.

- Alexis H. Kunz und Thomas Pfeiffer. Investitionsbudgetierung und implizite Verträge: Wie resistent ist der Groves-Mechanismus bei dynamischer Interaktion. *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, 51:203–23, 1999.
- Jean-Jacques Laffont und David Martimort. *The Theory of Incentives*. Princeton University Press, Princeton, 2002.
- Jean-Jacques Laffont und Eric Maskin. The theory of incentives: A survey. In W. Hildebrand, Hrsg., *Advances in Economic Theory*, Cambridge, 1982. Cambridge University Press.
- Jean-Jacques Laffont und Jean-Charles Rochet. Collusion in Organizations. *Scandinavian Journal of Economics*, 99(4):485–495, 1997.
- Richard A. Lambert. Contracting theory and accounting. *Journal of Accounting and Economics*, 32(1-3):3–87, Dezember 2001.
- Helmut Laux. *Entscheidungstheorie*. Springer-Verlag, Berlin et al., 4 Auflage, 1998.
- Helmut Laux. *Unternehmensrechnung, Anreiz und Kontrolle*. Springer-Verlag, Berlin et al., 3 Auflage, 2006.
- Martin Loeb und Wesley A. Magat. Soviet Success Indicators and the Evaluation of divisional Management. *Journal of Accounting Research*, 16(1): 103–121, 1978.
- Ines Macho-Stadler und J. David Perez-Castrillo. *An Introduction to the Economics of Information*. Oxford University Press, Oxford, 2 Auflage, 2001.
- Andreu Mas-Colell, Michael D. Whinston und Jerry R. Green. *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, Oxford, 1995.
- Paul Milgrom und John Roberts. *Economics, Organization and Management*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1992.
- Dilip Mookherjee und Stefan Reichelstein. Dominant Strategy Implementation of Bayesian Incentive Compatible Allocation Rules. *Journal of Economic Theory*, 56:378–399, 1992.

- Roger Myerson. Incentive Compatibility and the Bargaining Problem. *Econometrica*, 47(1):61 – 74, jan 1979a.
- Roger B. Myerson. Incentive Compatibility and the Bargaining Problem. *Econometrica*, 47(1):61–73, 1979b.
- Dieter Pfaff und Christian Leuz. Groves-Schemata – Ein geeignetes Instrument zur Steuerung der Ressourcenallokation in Unternehmen? *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, 47:659–91, 1995.
- Jane Allyn Piliavin und Hong-Wen Charng. Altruism: A Review of Recent Theory and Research. *Annual Review of Sociology*, 16:27–41, 1990.
- Roy Radner. Hierarchy: The Economics of Managing. *Journal of Economic Literature*, 30(3):1382–1415, September 1992.
- Roy Radner. The Organization of Decentralized Information Processing. *Econometrica*, 61(5):1109–1146, September 1993.
- Madhav V. Rajan und Stefan Reichelstein. A Perspective on “Asymmetric Information, Incentives and Intrafirm Resource Allocation”. *Management Science*, 50(12):1615–1623, 2004.
- Rudolf Richter und Eirik Furubotn. *Neue Institutionenökonomik: eine Einführung und kritische Würdigung*. Mohr Siebeck, Tübingen, 2. Auflage, 1999.
- Klaus Ritzberger. *Foundations of Non-Cooperative Game Theory*. Oxford University Press, Oxford, 2002.
- Urs Schweizer. *Vertragstheorie*. Mohr Siebeck, Tübingen, 1999.
- Universität München Wikiludia. Folk Theorem. URL <http://wikiludia.mathematik.uni-muenchen.de/wiki/index.php/Folk-Theorem>.
- Luigi Zingales. Corporate Governance. In Peter Newman, Hrsg., *The New Palgrave Dictionary of Economics and the Law*, pages 497 – 503, Houndmills et. al., 1998. Macmillan.

Abstract

Truthful reporting being optimal for an agent only if all other agents also report truthfully is typically considered a major weakness of the profit sharing mechanism. To address this theoretic disadvantage, text books typically introduce the Groves-mechanism as modification improving the profit sharing mechanism, where truthful reporting becomes a dominant strategy equilibrium. The improved robustness is then the key argument in favor of the Groves-mechanism. However the Groves-mechanism is virtually never used as budgeting tool in the corporate world. We analyze this antagonism and provide an explanation as well as a solution concept.

A key component in evaluating a mechanism from the principal's perspective is its robustness against collusion of the agents. While profit sharing does prevent collusion, the Groves-mechanism does not. The cost of a suboptimal allocation of resources as a result of collusion offsets the advantage of the improved equilibrium concept. In our model setting with post contract information and riskneutral agents, although profit sharing may implement multiple equilibria, it is shown that every equilibrium implements the optimal allocation, so that it does not matter to the principal whether the actual equilibrium played induces truthful reporting. Furthermore, we identify situations, where the Groves-mechanism implements more than one equilibrium, whereas the profit sharing's equilibrium from truthful reporting is unique: as a consequence, in these situations, the profit sharing mechanism is more robust than the Groves-mechanism. Finally, as solution to the collusion problem of the Groves-mechanism, we adapt the existing mechanism so that it becomes robust to collusion, but at the same time keeping its most prominent characteristic, i.e. dominant strategy implementation.

Zusammenfassung

Als große Schwäche des profit sharing wird üblicherweise gesehen, dass eine unverzerrte Berichterstattung für einen Bereichsleiter nur dann optimal ist, wenn auch alle anderen Bereichsleiter unverzerrt berichten. Zur Behebung dieser theoretischen Schwäche wird in der (Lehrbuch-)Literatur üblicherweise der Groves-Mechanismus als Modifikation des profit sharing eingeführt, welcher eine unverzerrte Berichterstattung in dominanten Strategien ermöglicht. Dabei wird vielfach argumentiert, dass der Groves-Mechanismus deutlich stabiler als das profit sharing sei. Gleichzeitig spielt der Groves-Mechanismus in der betriebswirtschaftlichen Praxis kaum eine Rolle. Der vorliegende Beitrag möchte diesen Widerspruch beleuchten und Erklärungs- sowie Lösungsansätze liefern.

Ein zentraler Punkt bei der Bewertung der Mechanismen aus Sicht der Unternehmensleitung betrifft die Kollusionsresistenz, die bei profit sharing gewährleistet ist, beim Groves-Mechanismus hingegen nicht. Während Kollusion beim Groves-Mechanismus zu kostspieligen Fehlallokationen führen kann, ist der vermeintliche Vorteil des robusteren Gleichgewichtskonzept relativ unbedeutend: Obwohl bei profit sharing mehr als ein Gleichgewicht denkbar ist, so zeigt sich für unser Modell mit post contract-Information und risikoneutralen Bereichsleiter, dass jedes Gleichgewicht die optimale Allokation erzielt und es für die Unternehmensleitung irrelevant ist, ob das gespielte Gleichgewicht nun tatsächlich jenes, durch unverzerrte Berichte induzierte, ist. Weiters werden Situationen identifiziert, bei denen der Groves-Mechanismus mehrere Gleichgewichte hat, während das profit sharing ein eindeutiges Gleichgewicht besitzt. Als Konsequenz zeigt der Beitrag Situationen auf, bei denen das profit sharing robuster als der Groves-Mechanismus ist. Schliesslich wird als Lösungsansatz der Groves-Mechanismus derart angepasst, dass die Kollusionsresistenz wegfällt, die unverzerrte Berichterstattung in dominanten Strategien hingegen beibehalten bleibt.

Über den Autor

Paul Legerer, geb. 1973 in Wien, *baccalauréat* 1991 am *Lycée Goscinny* im Warschau, Studium der Philosophie und der Internationalen Betriebswirtschaft an der Universität Wien. Diplomarbeit "Realoptionen und Anreizprobleme", Sponsion zum Magister der Sozial- und Wirtschaftswissenschaften 2003. Ab 2004 Doktoratsstudium der Wirtschaftswissenschaften an der Universität Wien, betreut durch Prof. Pfeiffer. 2005-2006 Assistent (in Ausbildung) und Lektor am Lehrstuhl für Controlling, Forschungsschwerpunkt: Informationsökonomie.

Seit 1996 in unterschiedlichen Positionen in der Telekomindustrie in Österreich, Norwegen und Singapur tätig, seit 2004 als Unternehmensberater.

