



MASTERARBEIT | MASTER'S THESIS

Titel | Title

Vergleich eines genetischen Algorithmus und einer
Evolutionsstrategie für das Rural Postman Problem mit
ladungsabhängigen Kosten

verfasst von | submitted by
Thomas Wally BSc

angestrebter akademischer Grad | in partial fulfilment of the requirements for the degree of
Master of Science (MSc)

Wien | Vienna, 2026

Studienkennzahl lt. Studienblatt | Degree
programme code as it appears on the
student record sheet:

UA 066 915

Studienrichtung lt. Studienblatt | Degree
programme as it appears on the student
record sheet:

Masterstudium Betriebswirtschaft

Betreut von | Supervisor:

emer. o. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Richard Hartl

Abstract

Die Planung effizienter Routen spielt in der Transportbranche eine zentrale Rolle bei der Senkung von Transportkosten und der Reduzierung von Emissionen. Grundlegende Routingmodelle berücksichtigen in ihrer Optimierung häufig ausschließlich die zurückgelegte Distanz und vernachlässigen weitere relevante Einflussgrößen. Diese Annahme bildet reale Problemstellungen jedoch nicht ausreichend ab, da die tatsächlichen Kosten unter anderem von der zu transportierenden Ladung abhängen. Aus diesem Grund befasst sich diese Arbeit mit dem Rural Postman Problem mit ladungsabhängigen Kosten (RPP-LC), bei dem die aktuelle Ladung des Fahrzeugs die Transportkosten beeinflusst.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein genetischer Algorithmus zur Lösung des RPP-LC implementiert und durch eine Evolutionsstrategie als alternatives Lösungsverfahren ergänzt. Die Ergebnisse beider Verfahren werden hinsichtlich der Bewertungsgrößen Lösungsqualität, Konvergenzzeit und Stabilität gegenübergestellt. Mithilfe einer weiteren Untersuchung wird der Einfluss ladungsabhängiger Kosten auf die Tourstruktur im Vergleich zum klassischen Rural Postman Problem (RPP) analysiert, bei dem die Distanzminimierung im Vordergrund steht. Anhand einer praxisnahen Fallstudie wird die Anwendbarkeit des Modells und der Lösungsverfahren auf einem realen Straßennetzwerk evaluiert.

Die Ergebnisse zeigen, dass sich zwischen dem genetischen Algorithmus und der Evolutionsstrategie hinsichtlich der Lösungsqualität kaum Unterschiede ergeben. Im Hinblick auf die Effizienz weist der genetische Algorithmus Vorteile auf und zeichnet sich durch geringere Streuungen der Konvergenzzeiten aus. In der Fallstudie erzielt die Evolutionsstrategie hinsichtlich der Lösungsqualität leicht bessere Ergebnisse, während der genetische Algorithmus schneller zur besten gefundenen Lösung konvergiert. Diese Ergebnisse verdeutlichen, dass die Leistungsfähigkeit der Verfahren von der Komplexität und den strukturellen Eigenschaften des zugrunde liegenden Netzwerks abhängt. Zudem zeigt sich, dass die Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten die Tourstruktur beeinflusst und im Gegensatz zum klassischen RPP zu längeren Touren führen kann.

Insgesamt zeigt sich, dass die Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten im Rural Postman Problem eine realistischere Abbildung der Transportkosten ermöglicht. Zudem stellen die untersuchten Metaheuristiken geeignete Verfahren zur Lösung des RPP-LC dar und ermöglichen deren Anwendung auf komplexen realen Straßennetzwerken.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	VIII
Algorithmusverzeichnis	IX
Abkürzungsverzeichnis	X
1 Einleitung	1
2 Theoretische Grundlagen und Stand der Forschung	5
2.1 Arc Routing Probleme	5
2.2 Das Rural Postman Problem	7
2.3 Ladungsabhängige Kosten in Routingproblemen	9
2.4 Evolutionäre Algorithmen als metaheuristische Optimierungsverfahren	11
2.5 Stand der Forschung zu ladungsabhängigen Routingproblemen	13
2.5.1 Vorgehen der Literaturrecherche	13
2.5.2 Analyse des Forschungsstands	14
2.5.3 Forschungslücke	17
3 Modellbeschreibung und Formulierung des RPP-LC	18
3.1 Netzwerkmodell	18
3.2 Tourmodell und Bedienlogik	19
3.3 Ladungsmodell	19
3.4 Kostenstruktur und Zielfunktion	20
3.5 Mathematische Formulierung	21
3.6 Illustratives Beispiel des RPP-LC	24
4 Metaheuristische Lösungsverfahren für das RPP-LC	27
4.1 Lösungsrepräsentation und Bewertungsgrundlagen	27
4.1.1 Kodierung einer Lösung	27
4.1.2 Vorberechnung kürzester Wege zwischen Pflichtkanten	28
4.1.3 Dynamische Berechnung der Tourkosten	28
4.2 Aufbau des genetischen Algorithmus	30
4.2.1 Initialisierung der Population	30
4.2.2 Fitnessbewertung	31
4.2.3 Selektion	32
4.2.4 Crossover	33
4.2.5 Lokale Suche	34
4.2.6 Mutation	36
4.2.7 Gesamtablauf des genetischen Algorithmus	37
4.3 Evolutionsstrategie als alternatives Lösungsverfahren	39
4.3.1 Zielsetzung der Evolutionsstrategie	39

4.3.2	Aufbau der Evolutionsstrategie	40
4.3.3	Unterschiede zum genetischen Algorithmus	42
4.4	Implementierungsdetails	43
5	Experimente und Analyse der Ergebnisse	45
5.1	Zielsetzung der Experimente	45
5.2	Experimentaufbau und Parameter	46
5.2.1	Parameterwahl	46
5.2.2	Abbruchkriterium	46
5.2.3	Reproduzierbarkeit	47
5.3	Verwendete Testinstanzen	48
5.3.1	Beschreibung der Instanzklassen	48
5.3.2	Anpassung für das RPP-LC	49
5.3.3	Struktur einer Instanz	49
5.4	Ergebnisse und Diskussion	50
5.4.1	Benchmark-Vergleich der besten gefundenen Lösungen	51
5.4.2	Analyse der Lösungsqualität	52
5.4.3	Analyse der Laufzeiteffizienz	57
5.4.4	Distanzvergleich mit dem klassischen RPP	62
6	Fallstudie	65
6.1	Zielsetzung	65
6.2	Problembeschreibung	65
6.3	Datenbasis und Modellierung	66
6.3.1	Datengrundlage	66
6.3.2	Modellierung der Nachfragen	68
6.3.3	Annahmen und Vereinfachungen	69
6.4	Anwendung der Lösungsverfahren	70
6.5	Ergebnisse und Diskussion	71
6.5.1	Darstellung und Analyse der besten gefundenen Lösung	71
6.5.2	Kosten- und Konvergenzzeitanalyse	73
6.5.3	Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Kosten und Konvergenzzeit	76
6.5.4	Distanzanalyse zwischen RPP-LC und klassischem RPP	78
6.5.5	Untersuchung einer gewichteten Kosten-Distanz-Zielfunktion	80
6.6	Einordnung und Zusammenfassung der Fallstudie	84
7	Fazit	86
	Literaturverzeichnis	90
	Anhang	96

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1:	Beispielgraph des Rural Postman Problems.....	24
Abbildung 2:	Suchoperatoren der lokalen Suche	35
Abbildung 3:	Vergleich der Strukturen von genetischem Algorithmus und Evolutionsstrategie	42
Abbildung 4:	GAP-Werte der Lösungsverfahren gegenüber der Referenzlösung ausgewählter Testinstanzen	55
Abbildung 5:	Verteilung der Konvergenzzeitdifferenzen der beiden Lösungsverfahren nach Pflichtkantenanteil	61
Abbildung 6:	Verteilung der Tourdistanzdifferenzen zwischen klassischem und ladungsabhängigem Kostenmodell.....	63
Abbildung 7:	Straßennetzwerk der Winterdienstfallstudie.....	68
Abbildung 8:	Beste gefundene Lösung der Winterdienstfallstudie	72
Abbildung 9:	Verteilung der Gesamtkosten von genetischem Algorithmus und Evolutionsstrategie	74
Abbildung 10:	Verteilung der Konvergenzzeiten von genetischem Algorithmus und Evolutionsstrategie	75
Abbildung 11:	Zusammenhang zwischen Zielfunktionswert und Konvergenzzeit der beiden Lösungsverfahren.....	77
Abbildung 12:	Verteilung der Tourdistanzen zwischen klassischem und ladungsabhängigem Kostenmodell.....	78
Abbildung 13:	Approximative Pareto-Front der gewichteten Kosten-Distanz-Zielfunktion	83

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:	Suchstrategie und Ergebnisse der Literaturrecherche	14
Tabelle 2:	Konzeptmatrix der analysierten Literatur zu lastabhängigen Routingproblemen.....	15
Tabelle 3:	Verwendete Notation und Modellparameter	21
Tabelle 4:	Berechnung der lastabhängigen Kosten der distanzminimalen Tour	25
Tabelle 5:	Berechnung der lastabhängigen Kosten der RPP-LC-Tour	26
Tabelle 6:	Anzahl der Testinstanzen je Kategorie und Anteil der erforderlichen Kanten	49
Tabelle 7:	Vergleich der erzielten Lösungen mit der Referenzlösung nach Pflichtkantenanteil	51
Tabelle 8:	GAP_{best} -Werte der Lösungsverfahren im Vergleich zum Solver-Ref für Instanzen mit Zeitlimit	54
Tabelle 9:	GAP_{avg} -Werte der Lösungsverfahren im Vergleich zum Solver-Ref für Instanzen mit Zeitlimit	56
Tabelle 10:	Auswertung der GAP-Werte im Vergleich zum Solver-Ref für Instanzen mit optimaler Lösung	58
Tabelle 11:	Auswertung der GAP-Werte im Vergleich zum Solver-Ref für Instanzen mit Zeitlimit.....	59
Tabelle 12:	Vergleich der Kennzahlen von genetischem Algorithmus und Evolutionsstrategie.....	73
Tabelle 13:	Ergebnisse für unterschiedliche Gewichtungsfaktoren der gewichteten Kosten-Distanz-Zielfunktion	81

Algorithmusverzeichnis

Algorithmus 1: Initialisierung der Startpopulation.....	31
Algorithmus 2: Berechnung der Fitnesswerte	31
Algorithmus 3: Durchführung der Selektion	32
Algorithmus 4: Durchführung des Crossovers	34
Algorithmus 5: Lokale Suche	36
Algorithmus 6: Durchführung der Mutation	37
Algorithmus 7: Ablauf des genetischen Algorithmus	39
Algorithmus 8: Ablauf der Evolutionsstrategie	41

Abkürzungsverzeichnis

2E-LDVRP	Two-Echelon Load-Dependent Vehicle Routing Problem with Mixed Vehicles
ALNS	Adaptive Large Neighborhood Search
ARP	Arc Routing Problem
B&C	Branch-and-Cut
BEAM	Beam Search
BPC	Branch-and-Price-and-Cut
C-AIA	Cluster-based Artificial Immune Algorithm
CARP	Capacitated Arc Routing Problem
CFRS	Cluster-First-Route-Second
CO ₂	Kohlenstoffdioxid
CPP	Chinese Postman Problem
CPP-LC	Chinese Postman Problem with Load-dependent Costs
DP	Dynamische Programmierung
EA	Evolutionäre Algorithmen
EMVRP	Energy Minimization Vehicle Routing Problem
EP	Evolutionäre Programmierung
ES	Evolutionsstrategie
EVRP	Electric Vehicle Routing Problem
EVRPSPD	Electric Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery
FCVRP	Fuel Consumption Rate Vehicle Routing Problem
FSVRP	Flight Speed-aware Vehicle Routing Problem
GA	Genetischer Algorithmus
GAP	Relative Abweichung von der Referenzlösung
GA-Ref	Genetischer Algorithmus der Referenzarbeit
GA-RPP	Genetischer Algorithmus zur Lösung des klassischen Rural Postman Problems
GCCVRP	Green Cold Chain Vehicle Routing Problem
GP	Genetische Programmierung
GVRP	Green Vehicle Routing Problem
ILS	Iterated Local Search
KI	Künstliche Intelligenz
LDVRP	Load Dependent Vehicle Routing Problem
LDVRPTR	Load-Dependent Vehicle Routing Problem with Time Restrictions

LDVRPTW	Load-Dependent Vehicle Routing Problem with Time Windows
LNS.....	Large Neighborhood Search
LR	Lagrange-Relaxation
LS	Local Search
MMAS.....	Max-Min Ant System
NRP	Node Routing Problem
PRP	Pollution Routing Problem
RPP	Rural Postman Problem
RPP-LC.....	Rural Postman Problem mit ladungsabhängigen Kosten
SA	Simulated Annealing
SDVRPTW-WC	Split Delivery Vehicle Routing Problem with Time Windows and Weight-related Cost
SDWVRP	Split-Delivery Weighted Vehicle Routing Problem
Solver-Ref.....	Exakte Methode der Referenzarbeit
TDRP	Truck-Drone Routing Problem
TS	Tabu Search
TSP	Travelling Salesman Problem
VNS	Variable Neighborhood Search
VRP	Vehicle Routing Problem
VRPLD	Vehicle Routing Problem with Load-Dependent Drones
WVRP.....	Weight-Dependent Vehicle Routing Problem

1 Einleitung

In den letzten Jahren haben ökologische Aspekte beim Transport von Gütern, insbesondere die Reduktion von CO₂-Emissionen, aufgrund gesellschaftlicher Anforderungen und klimapolitischer Vorgaben zunehmend an Bedeutung gewonnen. Gleichzeitig führen ein intensiver Wettbewerb sowie steigende Energiepreise zu wachsendem Kostendruck in der Logistikbranche. Da der Kraftstoffverbrauch einen beträchtlichen Anteil der Transportkosten ausmacht und den CO₂-Ausstoß maßgeblich beeinflusst, bietet seine Reduktion eine Möglichkeit, ökologische und ökonomische Ziele gleichzeitig zu erreichen.

Eine Studie eines Logistikunternehmens in Shanghai veranschaulicht, dass die Kraftstoffkosten rund 67 % der gesamten Transportkosten betragen. Bereits eine Verringerung um wenige Prozent kann somit erhebliche Kosteneinsparungen ermöglichen. Der Kraftstoffverbrauch hängt dabei nicht nur von der zurückgelegten Distanz ab, sondern wird auch durch andere Faktoren wie beispielsweise die Fahrzeugladung beeinflusst (Xiao et al., 2012). Dieser Zusammenhang motiviert die vorliegende Arbeit, da klassische Modelle häufig von distanzbasierten Kosten ausgehen, während die tatsächlichen Tourkosten auch von der Fahrzeugladung abhängen.

In Routingproblemen werden zur systematischen Kostensenkung und zur Steigerung der Effizienz in der Planung von Fahrzeugtouren häufig mathematische Optimierungsverfahren eingesetzt. Je nach Problemstellung existieren unterschiedliche netzwerkbasierte Tourenplanungsprobleme, um praktische Anforderungen entsprechend abzubilden. Eine zentrale Klasse stellen dabei Arc Routing Probleme (ARP) dar, bei denen die Bedienung von Straßenabschnitten statt von einzelnen Kunden im Vordergrund steht. Ein wichtiger Vertreter dieser Routingprobleme stellt das Rural Postman Problem (RPP) dar, bei dem eine vorgegebene Menge von Straßenabschnitten mit dem Ziel einer Kostenminimierung bedient wird.

Das grundlegende RPP berücksichtigt jedoch standardmäßig die zurückgelegte Distanz als einzigen Kostentreiber. Praktische Einflüsse wie die dynamische Veränderung der Fahrzeugladung und die daraus entstehenden Kosten werden hingegen nicht berücksichtigt. Die resultierenden Touren werden zwar hinsichtlich der Distanz optimiert, bilden die tatsächlich anfallenden Transportkosten aber nur unzureichend ab.

Obwohl ladungsabhängige Kosten bereits in bestehenden Routingproblemen berücksichtigt und untersucht wurden, existieren in der Klasse der Arc Routing Probleme und speziell für das Rural Postman Problem nur sehr wenige Arbeiten, die diese Problematik entsprechend abbilden. Insbesondere fehlen Untersuchungen zur Anwendung des ladungsabhängigen Kostenmodells in realistischeren komplexen Netzwerken.

Die Betrachtung des Rural Postman Problems mit ladungsabhängigen Kosten (RPP-LC) stellt somit eine relevante Erweiterung bestehender Routingprobleme dar. Aufgrund technologischer Innovationen und dynamischer Veränderungen in der Transportlogistik gewinnt diese Problemstellung auch zukünftig an Bedeutung. Vor allem neue alternative Fahrzeugtypen, wie Elektrofahrzeuge oder Drohnen sowie die zunehmende Verfügbarkeit von Echtzeitdaten eröffnen zusätzliche Möglichkeiten in der Modellierung realer Anwendungen auf Basis des RPP (Corberán et al., 2021).

Vor diesem Hintergrund besteht das Ziel dieser Arbeit darin, das Rural Postman Problem mit ladungsabhängigen Kosten eingehend zu untersuchen und die Auswirkungen dieser zusätzlichen Kostenkomponente auf die Struktur der resultierenden Touren zu bewerten.

Der methodische Beitrag dieser Arbeit besteht in der Implementierung eines bereits existierenden metaheuristischen Lösungsverfahrens auf Grundlage vorhandener Literatur sowie in der Entwicklung eines zusätzlichen Vergleichsverfahrens durch Anpassung der bestehenden Struktur.

Eine experimentelle Analyse ermöglicht den Vergleich zwischen den Lösungsverfahren hinsichtlich Lösungsqualität, Konvergenzzeit und Stabilität. Darüber hinaus sollen die Unterschiede zum klassischen RPP hinsichtlich der Gesamtdistanz der Touren aufgezeigt werden. Ein weiterer zentraler Beitrag besteht in der Entwicklung einer Fallstudie, in der die Lösungsverfahren auf ein reales Straßennetzwerk angewendet werden, um die praxisnahe Anwendbarkeit des Modells zu evaluieren. Aus dieser Problemstellung und Zielsetzung ergibt sich die folgende übergeordnete Forschungsfrage:

Wie beeinflusst die Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten die Struktur und Bewertung der Touren im Rural Postman Problem, und wie unterscheiden sich der genetische Algorithmus und die Evolutionsstrategie hinsichtlich Lösungsqualität, Effizienz und Stabilität?

Um die übergeordnete Forschungsfrage beantworten zu können, werden folgende Unterfragen im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersucht:

- Welche Unterschiede zeigen sich zwischen genetischem Algorithmus und Evolutionsstrategie hinsichtlich Lösungsqualität, Konvergenzzeit und Stabilität der erzielten Lösungen?
- Welche Auswirkungen hat die Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten auf die Kostenstruktur und Tourdistanz im Vergleich zum klassischen Rural Postman Problem?
- Wie lässt sich das entwickelte RPP-LC-Modell auf eine praxisnahe Anwendung übertragen und welche Erkenntnisse ergeben sich aus der Anwendung auf einem realen Straßennetzwerk?

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in sieben Kapitel, die von den theoretischen Grundlagen bis zur Auswertung der Ergebnisse reichen. Im ersten Kapitel werden Motivation, Zielsetzung und Forschungsfragen vorgestellt und der Aufbau der Arbeit erläutert.

Kapitel 2 umfasst die theoretischen Grundlagen und den Stand der Forschung. Dabei wird insbesondere auf die Familie der Arc Routing Probleme mit dem Rural Postman Problem als wichtigem Vertreter dieser eingegangen. Zusätzlich wird die Motivation für ladungsabhängige Kosten in Routingproblemen erörtert und auf die Familie der evolutionären Algorithmen eingegangen, bevor abschließend der Forschungsstand und die daraus abgeleitete Forschungslücke thematisiert werden.

Das dritte Kapitel widmet sich der Modellbeschreibung und der mathematischen Formulierung des zugrunde liegenden Rural Postman Problems mit ladungsabhängigen Kosten. Im Verlauf dieses Kapitels wird besonders auf die Bestandteile, die Kostenstruktur sowie die Zielfunktion des Modells eingegangen. Abschließend erfolgt die mathematische Formulierung des Problems, bevor ein illustratives Beispiel zur Veranschaulichung des Modells den Abschluss des Kapitels bildet.

Anschließend erfolgt die Betrachtung der metaheuristischen Lösungsverfahren, die in Kapitel 4 implementiert werden. Hierzu werden zunächst die Grundlagen vorgestellt, bevor der Aufbau des genetischen Algorithmus mit seinen genetischen Operatoren erläutert und daraufhin in eine gemeinsame Struktur überführt wird. Im Anschluss werden die Struktur der Evolutionsstrategie und die Unterschiede zum genetischen Algorithmus betrachtet. Das Kapitel wird mit einer Beschreibung der jeweiligen Implementierungsdetails abgeschlossen.

Kapitel 5 umfasst die Durchführung der Experimente sowie die Auswertung und Analyse der Ergebnisse der untersuchten metaheuristischen Verfahren. Dabei werden zu Beginn

detailliert Zielsetzung, Experimentaufbau sowie die verwendeten Testinstanzen beschrieben. Anschließend erfolgt die Auswertung der Ergebnisse anhand der Bewertungsgrößen Lösungsqualität, Konvergenzzeit und Stabilität. Ein Distanzvergleich mit den Ergebnissen des klassischen RPP schließt das Ergebniskapitel ab.

Im sechsten Kapitel wird die Fallstudie behandelt, wobei zunächst die Zielsetzung, die Problembeschreibung sowie die zugrunde liegende Datenbasis beschrieben wird, bevor die Lösungsverfahren auf das reale Straßennetzwerk angewendet werden. In weiterer Folge wird die Diskussion und Einordnung der Ergebnisse zur Fallstudie durchgeführt, wobei erneut auf die zentralen Bewertungsgrößen eingegangen wird. Zusätzlich wird der Zusammenhang zwischen Kosten und Konvergenzzeit bewertet. Abschließend werden die Unterschiede in der Tourstruktur zum klassischen RPP dargelegt, bevor die Untersuchung einer gewichteten Kosten-Distanz-Zielfunktion erfolgt.

Den Abschluss der Arbeit bildet Kapitel 7, in dem die eingangs formulierten Forschungsfragen beantwortet werden sowie ein abschließendes Fazit zur vorliegenden Arbeit und ein Ausblick auf weitere Forschungsmöglichkeiten gegeben wird.

Hinweis zur Verwendung von KI-gestützten Werkzeugen

Zur transparenten Darstellung der Verwendung von Künstlicher Intelligenz werden im Folgenden die Einsatzbereiche des verwendeten KI-Tools dargelegt. Im Zuge der Erstellung dieser Arbeit wurde die KI-gestützte Anwendung ChatGPT (OpenAI) unterstützend eingesetzt. Das KI-Tool wurde als Hilfsmittel insbesondere für die sprachliche Überarbeitung von Textpassagen verwendet, um Grammatik und Rechtschreibung zu prüfen sowie stilistische Formulierungen zu verbessern. Außerdem wurde es zur Präzisierung von wissenschaftlichen Ausdrucksweisen sowie zur Verbesserung der Struktur und Lesbarkeit eingesetzt.

Darüber hinaus leistete es Hilfestellung bei der Implementierung der Algorithmen in Python. Der Einsatzbereich des KI-Tools lag insbesondere bei der Behebung von Fehlermeldungen, beim Debugging, bei der Klärung konkreter Implementierungsfragen, der Visualisierung von Graphen sowie der Vereinfachung einzelner Codeteile. Die konkrete Ausgestaltung der Algorithmen, die Entscheidungen über Methodik, Operatoren und Abläufe sowie die experimentellen Auswertungen lagen vollständig beim Autor.

2 Theoretische Grundlagen und Stand der Forschung

Der folgende Abschnitt befasst sich mit den theoretischen Grundlagen der vorliegenden Arbeit. Hierbei wird näher auf die Familie der Arc Routing Probleme und das dazugehörige Rural Postman Problem eingegangen. Zudem wird die Motivation für die Berücksichtigung von ladungsabhängigen Kosten in Routingproblemen beleuchtet sowie metaheuristische Ansätze im Bereich der evolutionären Algorithmen als mögliche Lösungsverfahren erläutert, bevor der aktuelle Forschungsstand zu ladungsabhängigen Routingproblemen und die daraus abgeleitete Forschungslücke das Kapitel abschließen.

2.1 Arc Routing Probleme

Die Ursprünge des Arc Routings gehen ins 18. Jahrhundert auf das Königsberger Brückenproblem zurück: Das Problem bestand darin, zu überprüfen, ob eine geschlossene Tour existiert, bei der sieben Brücken genau einmal überquert werden, ohne dass eine Brücke mehrfach genutzt wird, um anschließend zum Ausgangspunkt zurückzukehren. Dieses Problem wurde in den 1960er-Jahren unter der Berücksichtigung von Kosten und Kantenlängen wieder aufgegriffen und bekam in den letzten Jahrzehnten nicht nur aufgrund ihrer wirtschaftlichen und kostenorientierten Perspektive in der Logistik, sondern auch in der Forschung zunehmende Aufmerksamkeit (Corberán et al., 2021).

Arc Routing Probleme sind Optimierungsprobleme, in denen die Dienstleistungen oder Aufgaben auf den Verbindungen zwischen den Knoten, also den Kanten bzw. Bögen eines Netzwerks, erfolgen. Der Fokus liegt auf dem Befahren der Kanten selbst (Corberán et al., 2021). Das Ziel des Arc Routing ist die Suche nach einer Route, die eine Teilmenge oder alle Kanten eines Graphen umfasst. Dabei wird versucht die Gesamtkosten unter den gegebenen problemabhängigen Nebenbedingungen zu minimieren (Corberán & Prins, 2010).

Zu den bekanntesten klassischen Problemtypen der ARPs zählen das Chinese Postman Problem (CPP), das Rural Postman Problem (RPP) sowie das Capacitated Arc Routing Problem (CARP). Seitdem wurde eine Vielzahl von Varianten und Erweiterungen entwickelt, um unterschiedliche praktische Anwendungen und Optimierungsziele berücksichtigen zu können. Während unter anderem das ungerichtete CPP in polynomialer Zeit optimal gelöst werden kann, gelten die meisten klassischen Varianten der Arc Routing Probleme als NP-schwer. Zur Lösung von ARPs werden sowohl exakte Methoden als auch

heuristische Verfahren eingesetzt, wobei vor allem Metaheuristiken aufgrund der hohen Komplexität angewendet werden. Die optimal lösbare Problemgröße der ARPs ist somit auf kleine Instanzen beschränkt (Corberán et al., 2021).

Im Gegensatz dazu werden beim Knotenroutingproblem (Node Routing Problem), das ebenfalls zur Familie der Routingprobleme gehört, Kunden im Netzwerk durch Knoten repräsentiert. Die zu erbringende Dienstleistung erfolgt ausschließlich an diesen Knoten, wobei Kanten lediglich als Verbindungen zwischen den Kunden betrachtet werden. Das Vehicle Routing Problem (VRP) entspricht einer knotenbasierten Klasse von Routingproblemen und ist eng mit dem Arc Routing Problem verwandt (Corberán et al., 2021).

Die Unterscheidung zwischen Node Routing und Arc Routing ist in der Praxis jedoch nicht immer eindeutig und stark von der konkreten Modellierung abhängig. Jedes Node Routing Problem (NRP) lässt sich in ein Arc Routing Problem umwandeln und umgekehrt, indem Knoten durch Kanten ersetzt werden. Hierbei sollte jedoch beachtet werden, dass die Komplexität des transformierten Problems ansteigen kann und dieses dadurch schwerer lösbar wird, was in der Praxis häufig unerwünscht ist, sodass die bestehende Formulierung als ARP zu bevorzugen ist. Beispielsweise kann das VRP als eine kapazitätsbeschränkte Version des Travelling Salesman Problems (TSP) angesehen werden, während das CARP einer kapazitätsbeschränkten Variante des RPP entspricht (Assad & Golden, 1995).

Die Wahl des Modells ist vom jeweiligen Problem abhängig und sollte durch eine vorhergehende Analyse gründlich validiert werden. Nichtsdestotrotz können Arc Routing Modelle eine gute Alternative darstellen, wenn das Problem grundsätzlich einem Node Routing Problem entspricht, jedoch die Bedienpunkte entlang einer Kante besonders konzentriert sind oder die Befahrung einer Kante selbst von hoher Relevanz ist. Dennoch wurden Knotenroutingprobleme wesentlich intensiver in der Forschung thematisiert als Kantenroutingprobleme (Assad & Golden, 1995).

Neben den Grundproblemen lassen sich Arc Routing Probleme auch anhand verschiedener Problemmerkmale systematisieren. Ein zentrales Merkmal ist das zugrunde liegende Netzwerk, welches ungerichtet, gerichtet, gemischt oder windy modelliert werden kann, was die Schwierigkeit der Routensuche beeinflusst. Ein weiteres Kriterium ist die Fahrzeugkonfiguration, wobei zwischen Einzel- und Mehrfahrzeugen sowie optionalen Kapazitätsbeschränkungen unterschieden werden kann. Eine zusätzliche Komponente ist die Depotkonfiguration, die Entscheidungen über Single- und Multidepots sowie

Zwischendepots umfasst. Zudem gibt es zahlreiche Erweiterungen wie Zeitfenster, stochastische Nachfragen oder mehrdimensionale Zielsetzungen, die häufig aus praktischen Problemstellungen entstanden sind, aber zu zusätzlichen Nebenbedingungen führen. Bei der Modellierung ist zu beachten, dass durch jede Erweiterung unterschiedliche Problemklassen entstehen und die Problemkomplexität unterschiedlich beeinflusst wird (Mourão & Pinto, 2017). Die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten können auch unabhängig voneinander über alle Problemtypen hinweg integriert werden, wodurch eine Vielzahl unterschiedlicher Problemvarianten entstanden ist.

Für bestimmte Anwendungsbereiche erweisen sich Arc Routing Modellierungen als besonders geeignet, insbesondere bei der Sammlung oder Auslieferung von Gütern, der Schneeräumung, der Netzwerkwartung, der Postverteilung oder der Müllabfuhr (Corberán & Prins, 2010). Auch in anderen Bereichen, die nicht im Zusammenhang mit der Erbringung von Dienstleistungen stehen, kommt das Arc Routing Modell zum Einsatz. Corberán et al. (2021) beschreiben beispielsweise Anwendungen beim Laserschneiden, Schneidplottern oder im 3D-Druck.

Die verschiedenen Einsatzmöglichkeiten verdeutlichen die hohe Relevanz dieser Probleme in der Praxis, die sich hinsichtlich der zu bedienenden Netzwerkelemente sowie der grundlegenden Rahmenbedingungen unterscheiden. In der vorliegenden Arbeit nimmt das Rural Postman Problem als eine zentrale Problemklasse der Arc Routing Probleme eine besondere Stellung ein und wird folgenden Abschnitt detailliert betrachtet.

2.2 Das Rural Postman Problem

Das Rural Postman Problem ist ein kombinatorisches Optimierungsproblem, das vom Mathematiker C. S. Orloff 1974 eingeführt wurde und seitdem vielfach aufgegriffen und um zusätzliche Eigenschaften weiterentwickelt wurde (Christofides et al., 1981). Orloff (1974) definiert das ursprüngliche Problem als die Bestimmung einer kostenminimalen Tour, die jeden Bogen aus einer vorgegebenen Teilmenge aller Bögen eines Graphen umfasst. Formal wird dabei ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ mit einer vorgegebenen Teilmenge erforderlicher Kanten $E_R \subseteq E$ betrachtet.

Im RPP wird zwischen erforderlichen Kanten bzw. Pflichtkanten, die im Rahmen einer Tour bedient werden müssen, und optionalen Kanten, die zur Vervollständigung einer Tour genutzt werden können, jedoch nicht zwingend befahren werden müssen, unterschieden. Je nach zugrunde liegender Graphstruktur werden in der Literatur die Begriffe Kanten

(ungerichtete Graphen) als auch Bögen (gerichtete Graphen) verwendet. Das Ergebnis des Problems besteht in einer Postman-Tour, die am Depot startet und endet und jede erforderliche Kante mindestens einmal unter der Bedingung, die Distanz (Kosten) der Tour zu minimieren, berücksichtigt. Falls alle Kanten eines Graphen als Pflichtkanten angesehen werden, reduziert sich das Modell auf das Grundproblem des Chinese Postman Problems (Pearn & Wu, 1995).

Das RPP wurde zur besseren Abbildung realer Anwendungen eingeführt, da aufgrund der unterschiedlichen Strukturen von ländlichen Netzwerken nicht alle Straßenabschnitte befahren werden müssen (Christofides et al., 1981). Praktische Anwendungen aus der Zeit der Einführung des RPP umfassten die Routenplanung von Zeitungs- und Postzustellfahrzeugen, die Sammlung von Münzen aus Parkuhren, Routenplanung von Schulbussen und Straßenkehrmaschinen, die Inspektion von Stromleitungen, Öl- oder Gaspipelines oder das Ablesen von Stromzählern (Pearn & Wu, 1995). Heute findet das RPP zudem Anwendung in den Bereichen Straßeninstandhaltung und -markierung, Winterdienst, industrielle Schneidanwendungen oder bei der Erstellung digitaler Karten durch Messfahrzeuge (Mourão & Pinto, 2017).

Das Rural Postman Problem ist ein NP-schweres Optimierungsproblem (Lenstra & Kan, 1976). Die Problemkomplexität hängt von der Anzahl an Teilgraphen ab, die nur über erforderliche Kanten zusammenhängen. Dies ist insbesondere für die kombinatorische Komplexität entscheidend, da zusätzlich kostengünstige Verbindungen zwischen diesen zusammenhängenden Komponenten gesucht werden müssen. In speziellen Konstellationen ist es jedoch möglich, das Problem in polynomieller Zeit zu lösen. Dies ist der Fall, wenn das Problem auf einem ungerichteten oder gerichteten Graphen modelliert wird und die erforderlichen Kanten oder Bögen einen zusammenhängenden Teilgraphen bilden (Corberán & Prins, 2010).

Christofides et al. (1981) entwickelten eine exakte Methode, die auf einem Branch-and-Bound-Algorithmus basiert, um das RPP optimal zu lösen. Dieser Ansatz ist jedoch rechnerisch ineffizient, weshalb nur kleine sowie moderat große Instanzen innerhalb einer akzeptablen Rechenzeit lösbar sind. Aufgrund dieser Problemkomplexität bekamen heuristische Verfahren zunehmend an Bedeutung, um das RPP näherungsweise lösen zu können. Der von Frederickson (1979) entwickelte konstruktive Algorithmus ist ein etabliertes heuristisches Verfahren für das RPP. In den folgenden Jahren wurden zahlreiche heuristische und metaheuristische Verfahren entwickelt, wodurch zunehmend größere

Instanzen gelöst werden konnten. Die bislang größten gelösten RPP-Instanzen umfassen bis zu 1 000 Knoten und 3 080 Kanten (Corberán et al., 2007).

Das RPP stellt eine Generalisierung des Travelling Salesman Problems (TSP) dar, zumal sich ein TSP in ein RPP transformieren lässt, indem Knoten und Kanten im TSP durch erforderliche und optionale Kanten ersetzt werden (Christofides et al., 1981). Diese enge konzeptionelle Verbindung zu anderen Routingproblemen verdeutlicht die Bedeutung des RPP innerhalb der Arc Routing Probleme. Die Problemklasse der Capacitated Arc Routing Probleme (CARP) erweitert das RPP um die Befriedigung von Nachfragen und die Einhaltung von Fahrzeugkapazitäten in mehreren Touren bei gleichzeitiger Minimierung der Gesamtkosten (Golden & Wong, 1981).

Aufbauend auf dem klassischen RPP existieren in der Literatur zahlreiche Erweiterungen, wie das Mixed-RPP, Windy-RPP, oder RPP mit Zeitfenstern, um verschiedene Anwendungsproblematiken hinsichtlich unterschiedlicher Netzwerkstrukturen und Kostenfunktionen sowie zusätzlichen Nebenbedingungen abzubilden (Corberán & Prins, 2010).

Im folgenden Abschnitt wird die Motivation für die Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten in Routingproblemen thematisiert, die im weiteren Verlauf dieser Arbeit das Rural Postman Problem als zusätzliche Kostenkomponente erweitern.

2.3 Ladungsabhängige Kosten in Routingproblemen

Im Bereich der Routingprobleme existieren verschiedene Problemformulierungen mit unterschiedlichen Eigenschaften und Nebenbedingungen, die in der klassischen Formulierung häufig die Gesamtdistanz einer Tour minimieren. Diese Annahme bildet jedoch die Gegebenheiten realer Routenplanungen nur eingeschränkt ab, da die Kosten nicht nur von der zurückgelegten Distanz, sondern auch von einer Vielzahl weiterer Einflussfaktoren abhängen.

Diese Einflussgrößen lassen sich in zwei grundlegende Gruppen einteilen: Die erste Gruppe umfasst Faktoren, die direkt mit der Routenstruktur zusammenhängen wie etwa Entfernung, Ladung, Geschwindigkeit, Straßenbedingungen oder Kraftstoffverbrauch. Die zweite Gruppe beinhaltet Bestandteile, die nicht direkt mit der Routenführung im Zusammenhang stehen, wie beispielsweise Fahrerlöhne, Reifen- und Fahrzeugverschleiß, Wartungskosten oder Steuern (Xiao et al., 2012).

Da zahlreiche Einflussgrößen nur schwer modellierbar sind und daher häufig als konstant angenommen werden, hängt der Kraftstoffverbrauch in den betrachteten Modellen hauptsächlich von den drei Variablen Entfernung, Fahrzeuggewicht und Geschwindigkeit ab (De Santis et al., 2025). Es gilt, dass die Kosten eines leeren Fahrzeugs bei gleicher Distanz und Geschwindigkeit stets geringer sind als die eines vollbeladenen Fahrzeugs (Xiao et al., 2012). Aus diesem Grund ist es empfehlenswert, neben der Entfernung auch ladungsabhängige Kosten explizit in die Modelle zu integrieren, um dieses Verhalten in Routenplanungen realistisch zu berücksichtigen.

Diese Annahme wurde erstmals im Rahmen eines formalen Node Routing Problems im Load Dependent Vehicle Routing Problem (LDVRP) verwirklicht. Die Motivation hinter dieser Problemstellung war einerseits die Reduktion der Umweltverschmutzung im Transportbereich durch die Verringerung von Emissionen und andererseits die Kosten für einen effizienten Transport von schwerer Ladung zu optimieren. Das Modell erweitert das klassische VRP um eine angepasste Zielfunktion, bei der nicht mehr ausschließlich die Gesamtdistanz, sondern das Produkt aus der zurückgelegten Distanz und das auf dieser Route zu transportierende Gesamtgewicht minimiert wird. Dieses Konzept wird vor allem für Transportaktivitäten vorgeschlagen, bei denen die Ladung einen wesentlichen Anteil des Gesamtgewichts beträgt. Dadurch können die dynamische Veränderung des Fahrzeuggewichts während der Route sowie die variablen Kosten bei jeder Befahrung einer Kante berücksichtigt werden. Dies ermöglicht eine realitätsnahe Modellierung und kann schlussendlich zu einer Reduktion der Transportkosten führen (Zachariadis et al., 2015).

Dieses Konzept wurde im Rahmen des Chinese Postman Problems with Load-dependent Costs (CPP-LC) auf ein Arc Routing Problem übertragen. Im Gegensatz zum klassischen CPP, bei dem konstante Kosten beim Befahren einer Kante angenommen werden, hängen im CPP-LC die Kosten sowohl von der Kantenlänge als auch vom aktuellen Fahrzeuggewicht (Eigengewicht + Ladung) beim Befahren der Kante ab. Dadurch werden Lösungen begünstigt, bei denen schwere Ladung möglichst nicht über lange Distanzen transportiert wird (Corberán et al., 2018).

Eine weitere Verallgemeinerung stellt das Rural Postman Problem with Load-dependent Costs (RPP-LC) dar. Im Gegensatz zum CPP-LC müssen hierbei, wie beim klassischen RPP, nur bestimmte Kanten mit positiver Nachfrage bedient werden, während optionale Kanten für die Routenvervollständigung genutzt werden können. Das Fahrzeug startet zu Beginn einer Route voll beladen am Depot, wobei sich die Ladung und damit auch das

Fahrzeuggewicht im Verlauf der Tour durch die Befriedigung der Nachfragen schrittweise reduzieren. Die Kosten jeder Kante hängen dabei vom aktuellen Fahrzeuggewicht zum Zeitpunkt des Befahrens einer Kante ab (De Santis et al., 2025).

Ansätze, die ladungsabhängige Kosten einkalkulieren, ermöglichen insgesamt eine realistischere Routenplanung als die Berücksichtigung reiner Distanzkosten und werden insbesondere in nachhaltigen Routingmodellen eingesetzt, um wirtschaftliche Touren zu erzeugen und Transportkosten zu reduzieren. Das Modell des RPP-LC bildet die theoretische Grundlage der vorliegenden Arbeit, auf das im weiteren Verlauf näher eingegangen wird.

2.4 Evolutionäre Algorithmen als metaheuristische Optimierungsverfahren

Die Bestimmung der optimalen Lösung eines Problems ist häufig aus praktischer Sicht nicht möglich, weshalb metaheuristische Lösungsverfahren in der Literatur für zahlreiche Optimierungsprobleme als alternative Lösungsstrategien eingesetzt werden. Metaheuristiken werden als allgemeine Lösungskonzepte definiert, die als Grundlage für die Entwicklung problemspezifischer Heuristiken zur Lösung komplexer Optimierungsprobleme dienen und zu den etabliertesten approximativen Optimierungstechniken zählen (Talbi, 2009).

Aufgrund ihrer generischen Prinzipien sind Metaheuristiken nicht problemspezifisch und können auf Optimierungsprobleme verschiedener Bereiche angewendet werden. Basiert der Suchprozess auf einer lokalen Suche, steht die Variation einer bestehenden Lösung im Vordergrund, während beim Prinzip eines evolutionären Ansatzes die Generierung neuer Lösungen durch die Kombination aus bereits existierenden Lösungskandidaten im Mittelpunkt steht. Die konkrete Ausgestaltung ist jedoch abhängig vom jeweiligen Optimierungsproblem (Fink & Voß, 2003).

Metaheuristiken haben den Vorteil, dass sie auch für komplexe und NP-schwere Probleme „gute“ Lösungen in vertretbarer Rechenzeit liefern und deswegen in der Praxis große Beliebtheit genießen. Eine Einschränkung besteht jedoch darin, dass im Vergleich zu exakten Verfahren die Qualität der gefundenen Lösungen nicht bestimmt werden kann, da keine Garantie für die Optimalität besteht (Talbi, 2009).

Aufgrund der Komplexität verschiedener Routingprobleme stellen Metaheuristiken beliebte Lösungsverfahren dar, die in dieser Problemklasse häufig Anwendung finden. Insbesondere

für Routingmodelle mit zusätzlichen Erweiterungen bieten sie die Möglichkeit, auch größere Probleminstanzen effizient zu bearbeiten, wenn exakte Verfahren aufgrund des hohen Rechenaufwands nicht praktikabel sind.

Die Familie der evolutionären Algorithmen (EA) stellt eine bedeutende Kategorie der Metaheuristiken dar. Evolutionäre Algorithmen werden als eine Gruppe von populationsbasierten, stochastischen Optimierungs- und Approximationsverfahren definiert, die aus der natürlichen biologischen Evolution inspiriert sind und sich durch iterative Verbesserungsprozesse an die optimale Lösung annähern. Dabei steht das Variations-Selektions-Prinzip im Vordergrund: Während Variationsoperatoren wie Mutation und Rekombination zur Erzeugung von Vielfalt eingesetzt werden, steuert die Selektion den Suchprozess hin zu besseren Lösungen (Beyer et al., 2002).

Zu den vier wichtigsten Vertretern zählen genetische Algorithmen (GA), Evolutionsstrategien (ES), evolutionäre Programmierung (EP) und genetische Programmierung (GP) (Talbi, 2009).

Das Grundprinzip basiert auf der Betrachtung einer Population von Individuen, welche die Lösungskandidaten repräsentieren. Im Zuge eines Selektionsverfahrens wird die Qualität jedes Individuums anhand eines Fitnesswerts hinsichtlich des zugrunde liegenden Optimierungsproblems bewertet, was für die Auswahl zukünftiger Generationen entscheidend ist. Zusätzlich zu den notwendigen Bestandteilen der Initialisierung und des Abbruchkriteriums enthalten EA drei weitere zentrale Komponenten: bestimmte Suchoperatoren wie Rekombination und Mutation, einen Steuerungsablauf, der die Reihenfolge der Operatoren vorgibt, sowie eine Kodierung, die die Entscheidungsvariablen in darstellbare Lösungskandidaten überführt. Während die grundlegende Struktur eines EA üblicherweise unverändert bleibt, entstanden in der Literatur durch den Einsatz verschiedener Variations- und Selektionsmechanismen zahlreiche Varianten, die problemspezifisch weiterentwickelt und optimiert wurden (Bartz-Beielstein et al., 2014).

Im weiteren Verlauf der Arbeit nehmen der genetische Algorithmus und die Evolutionsstrategie eine zentrale Rolle ein. Beide Verfahren sind etablierte Vertreter dieser Klasse und weisen trotz gemeinsamer Grundprinzipien einige Unterschiede in der konkreten Ausgestaltung auf.

Beim genetischen Algorithmus liegt der Schwerpunkt auf der Rekombination, da neue Lösungen durch die Kombination von Elternlösungen entstehen. Die Evolutionsstrategie

legt den Fokus hingegen stärker auf einen mutationsbasierten Suchmechanismus, bei dem neue Lösungen durch die Mutation bereits existierender Lösungskandidaten entstehen. Zudem stellt die Selektionsstrategie einen zentralen Unterschied dar, da beim GA eine fitnessbasierte Elternselektion im Vordergrund steht und in der Evolutionsstrategie eine elitistische Auswahl der besten Eltern und/oder Nachkommen erfolgt (Talbi, 2009).

Aufgrund dieser unterschiedlichen Suchmechanismen ist ein Vergleich zwischen genetischem Algorithmus und Evolutionsstrategie für das Rural Postman Problem mit ladungsabhängigen Kosten von besonderem Interesse und stellt die Grundlage für die weitere Untersuchung in dieser Arbeit dar. Die Beschreibung des konkreten Aufbaus und der eingesetzten Operatoren beider Verfahren erfolgt in Kapitel 4.

2.5 Stand der Forschung zu ladungsabhängigen Routingproblemen

Um einen grundlegenden Überblick über den aktuellen Forschungsstand zu bekommen sowie Forschungslücken aufzuzeigen, wurde eine strukturierte Literaturrecherche durchgeführt. Das Vorgehen der Literaturrecherche, die daraus gewonnenen Erkenntnisse sowie die abgeleitete Forschungslücke werden im Folgenden detailliert dargestellt.

2.5.1 Vorgehen der Literaturrecherche

Das Vorgehen der Literaturrecherche orientiert sich an fünf zentralen Phasen. Diese umfassen die Festlegung des Untersuchungsrahmens, die Einordnung der Problemstellung, die Literatursuche, die Analyse und Synthese der Literatur sowie die Identifizierung der Forschungsrichtung (Vom Brocke et al., 2009).

Nachdem in einem ersten Schritt der Untersuchungsbereich auf die Betrachtung eines Optimierungsproblems im Bereich Operations Research festgelegt wurde, erfolgte die Eingrenzung des Themenfeldes auf das Rural Postman Problem. Die Herausarbeitung des konkreten Themas zum RPP mit ladungsabhängigen Kosten wurde im Anschluss vorgenommen. Für die Literatursuche wurde in weiterer Folge ein Such-String konzipiert und im Rahmen einer Schlüsselwortsuche in den Datenbanken Scopus, ScienceDirect und IEEE Xplore eine erste Basis an Quellen identifiziert. In Tabelle 1 sind der Such-String und die Anzahl der Treffer pro Datenbank abgebildet.

Tabelle 1: Suchstrategie und Ergebnisse der Literaturrecherche

Datenbank	Such-String	Ergebnisse	Gesamt	Abstract-Analyse	Volltext-Analyse
Scopus	(TITLE-ABS-KEY ("Postman Problem" OR "Arc Routing" OR "Vehicle Routing" OR ARP OR VRP) AND TITLE-ABS-KEY ("load dependent" OR "load-dependent" OR "weight dependent" OR "cargo weight" OR "vehicle weight" OR "gross weight" OR "load cost"))	95	126	87	42
ScienceDirect		30			
IEEE Xplore		43			

Im Such-String nehmen vor allem die booleschen Operatoren eine zentrale Stellung ein, da diese die Möglichkeit bieten, Suchbegriffe für eine bestimmte Problemfamilie und deren Eigenschaften zu kombinieren. Außerdem wurden unterschiedliche Synonyme und Schreibweisen für die Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten integriert, um nach alternativen Beschreibungen und Ausdrucksweisen in der Literatur zu suchen.

Insgesamt konnten in einer initialen Sichtung der Ergebnisse 126 Quellen identifiziert werden. Nach einer ersten Bewertung der Relevanz anhand des Titels wurden 87 Publikationen für eine Abstract-Analyse ausgewählt. Auf Basis dieser Analyse wurden 42 Quellen identifiziert, die einer Volltext-Analyse unterzogen wurden. Im Zuge dieser Auswertung wurden die relevanten Abschnitte wie die Methodik und die Ergebnisse detaillierter betrachtet.

Auf Grundlage der Literaturanalyse und -synthese wurde eine Konzeptmatrix mit 24 relevanten Publikationen erstellt. Diese dient der Darstellung des aktuellen Forschungsstands im Bereich Routingprobleme mit ladungsabhängigen Kosten. Arbeiten mit identischer Problemstruktur sowie Erweiterungen bereits berücksichtigter Modelle wurden zur Vermeidung von Überschneidungen nicht mehrfach in die Auswertung aufgenommen.

Die Analyse der betrachteten Publikationen ermöglicht die Identifikation von möglichen Forschungslücken und zeigt weiteren Forschungsbedarf, sofern Forschungsschwerpunkte in der Literatur bislang wenig Beachtung finden. Auf den aktuellen Forschungsstand sowie die für diese Arbeit relevante Forschungslücke wird im Anschluss näher eingegangen.

2.5.2 Analyse des Forschungsstands

Die Konzeptmatrix basierend auf der durchgeführten Literaturanalyse wird in Tabelle 2 angeführt und fasst die Merkmale der betrachteten Arbeiten, alphabetisch nach Autor sortiert, zusammen. Die Einteilung erfolgt hinsichtlich Problemtyp, Art der modellierten Ladungsabhängigkeit, Lösungsansatz sowie zentralem Beitrag.

Tabelle 2: Konzeptmatrix der analysierten Literatur zu lastabhängigen Routingproblemen

Autor	Jahr	Problemtyp	Art der Lastabhängigkeit	Lösungsansatz	Zentrale Idee / Beitrag
Corberán et al.	2018	CPP	Transportkosten	ILS + VNS	Einführung gewichtabhängiger Kantenkosten im ARP
De Santis Bermeo & Ramos De Santis	2024	CPP-LC	Transportkosten	GA	Lastabhängige Kosten für Abholprozesse
De Santis et al.	2025	RPP-LC	Transportkosten	GA	Übertragung lastabhängiger Kosten auf RPP
Ehmke et al.	2016	GVRP	Energie/Emissionen	TS	Integration von Ladung und Verkehrseffekten
Funabashi et al.	2019	FSVRP	Zeit/Geschwindigkeit	DP	Lastabhängige Fluggeschwindigkeit bei Drohnen
Kancharla & Ramadurai	2020	EVRP	Energie/Emissionen	ALNS	Lastabhängiger Energieverbrauch bei Elektrofahrzeugen
Karagul et al.	2019	GVRP	Energie/Emissionen	SA	Einfluss des Gewichts auf Kraftstoffverbrauch und Emissionen
Liu et al.	2015	LDVRPTW	Transportkosten	TS + LNS	Erweiterung VRPTW um dynamische Kantenkosten
Liu et al.	2023	2E-LDVRP	Transportkosten	C-AIA	Integration lastabhängiger Kosten in 2E-Routing
Luo et al.	2017	SDVRPTW-WC	Distanzfunktion	BPC	Gewichtsabhängige Kosten bei Split-Delivery-Routing
Ma et al.	2013	SDWVRP	Transportkosten	MMAS	Einfluss von Ladungsgewicht auf Routingkosten
Meng et al.	2023	TDRP	Energie/Emissionen	SA	Nutzlastabhängiger Energieverbrauch bei Drohnen
Nguyen et al.	2023	LDVRP	Distanzfunktion	CFRS	Lastabhängige Distanz als Kostenfunktion
Saad & Bahadori	2019	PRP	Energie/Emissionen	SA	Einfluss der Beladung auf CO ₂ -Emissionen
Tang et al.	2014	WDVRP	Transportkosten	BEAM-MMAS	Integration Ladungsgewicht in Zielfunktion
Trang et al.	2025	LDVRPTR	Distanzfunktion	Savings	Berücksichtigung von Grundlast bei Leerfahrten
Wang & Wu	2017	EMVRP	Distanzfunktion	GA	Energieoptimierung mit gewichteter Distanz
Xia et al.	2023	VRPLD	Energie/Emissionen	BPC	Realistischer Energieverbrauch bei Truck-Drohnen
Xiao et al.	2012	FCVRP	Energie/Emissionen	SA	Ladungsabhängiger Kraftstoffverbrauch
Xu et al.	2022	EVRPSD	Energie/Emissionen	ALNS	Kombination von Lade- und Gewichtseffekten
Zachariadis et al.	2015	LDVRP	Distanzfunktion	LS+ B&C	Einführung des LDVRP mit variabler Ladung
Zhang et al.	2010	WDVRP	Transportkosten	B&B	Gewichtsabhängige Transportkosten
Zheng et al.	2025	GCCVRP	Energie/Emissionen	GA	Kombination lastabhängiger Kraftstoff- und CO ₂ -Kosten
Zhou & Lee	2017	GVRP	Energie/Emissionen	LR	Physikalisches Emissionsmodell

Eine Analyse der einschlägigen Literatur verdeutlicht, dass ladungsabhängige Kosten überwiegend in den letzten 10 bis 15 Jahren in der Forschung zunehmend an Bedeutung gewonnen haben und es sich somit um ein neueres Forschungsgebiet handelt.

Die überwiegende Mehrheit der relevanten Publikationen behandelt ladungsabhängige Kosten im Kontext von Knotenroutingproblemen. Der Forschungsschwerpunkt liegt vor allem auf dem VRP und dessen Erweiterungen. Insbesondere das Load-Dependent Vehicle Routing Problem (LDVRP) dominiert in diesem Bereich, etwa bei Zachariadis et al. (2015) oder Nguyen et al. (2023). Verwandte Varianten mit zusätzlichen Eigenschaften wie Teillieferungen und Zeitfenster werden beispielsweise bei Ma et al. (2013) und Liu et al. (2023) berücksichtigt.

Zudem finden sich auch nachhaltige Modellierungen wie das Green VRP (Ehmke et al., 2016) oder das Electric VRP (Kancharla & Ramadurai, 2020). Ein neueres Forschungsfeld, das in den letzten Jahren zunehmend an Aufmerksamkeit gewonnen hat, widmet sich der Drohnenroutenplanung. Mehrere Arbeiten wie von Funabashi et al. (2019) oder Meng et al. (2023) thematisieren den Einfluss der Lastabhängigkeit in der Tourenplanung von Drohnen.

Das Konzept der ladungsabhängigen Kosten findet auch in klassischen Arc Routing Problemen Anwendung, wobei sich diese Modelle in der Minderheit befinden. Nur drei der

betrachteten 24 Publikationen befassen sich ausdrücklich mit ARP. Während Corberán et al. (2018) und De Santis Bermeo & Ramos De Santis (2024) das CPP als grundlegendes Modell erweitern, berücksichtigen De Santis et al. (2025) das RPP. Daraus lässt sich ableiten, dass die Berücksichtigung von Ladungsabhängigkeit im Bereich der VRP etabliert ist, jedoch in Arc Routing Problemen kaum untersucht ist.

In der Literatur finden sich drei zentrale Richtungen, wie lastabhängige Effekte im Kostenmodell integriert werden. Die Mehrheit der Arbeiten fokussiert sich auf die Einbeziehung ladungsabhängiger Energieverbrauchs- und Emissionsmodelle. Diese Arbeiten berücksichtigen insbesondere nachhaltige Ziele, da der Energieverbrauch und die damit verbundenen Emissionen vom Fahrzeuggewicht und der Nutzlast abhängen.

Die zweite Forschungsrichtung integriert die Lastabhängigkeit direkt in die Transport- bzw. Kantenkosten. Corberán et al. (2018) und Tang et al. (2014) berechnen beispielsweise die Kosten einer Kante abhängig von der aktuellen Fahrzeugladung während der Fahrt.

Eine weitere Möglichkeit, die ebenfalls in der Literatur Verwendung findet, besteht in der Modellierung lastgewichteter Distanzfunktionen, die sich aus einer Kombination von Entfernung und einem Gewichtungsfaktor zusammensetzen. Diese Anwendungen finden sich unter anderem im Kostenmodell von Nguyen et al. (2023) oder Trang et al. (2025).

Insgesamt zeigt sich, dass sich die Modelle dahingehend unterscheiden, ob die Lastabhängigkeit durch Energieverbrauch und Emissionen motiviert ist oder mathematisch in Form von gewichteter Distanz und Kosten.

Die Integration von ladungsabhängigen Kosten erhöht die Komplexität bestehender Routingprobleme zusätzlich, weshalb überwiegend heuristische und metaheuristische Lösungsverfahren in der Literatur verwendet werden. Genetische Algorithmen werden etwa bei Wang & Wu (2017), De Santis Bermeo & Ramos De Santis (2024) und De Santis et al. (2025) angewendet. Simulated Annealing kommt bei Karagul et al. (2019) und Xiao et al. (2012) zum Einsatz, während weitere Vertreter metaheuristischer Ansätze beispielsweise Adaptive Large Neighborhood Search (Xu et al., 2022) oder Tabu Search (Ehmke et al., 2016) sind. Ergänzende problemspezifische Verfahren wie C-AIA, MMAS, CFRS-Heuristik oder Savings-Heuristik werden für bestimmte Problemvarianten eingesetzt.

Exakte Verfahren wie beispielsweise Branch-and-Bound (Zhang et al., 2010) oder Branch-and-Price-and-Cut (Luo et al., 2017) eignen sich insbesondere für kleine Probleminstanzen oder zur Validierung von heuristischen Lösungen.

Metaheuristische Verfahren stellen den dominierenden Ansatz zur Lösung von ladungsabhängigen Routingproblemen dar, da sie auch bei komplexen Problemen gute approximative Lösungen finden und im Vergleich zu exakten Verfahren deutlich größere Probleme in annehmbarer Rechenzeit lösen können.

2.5.3 Forschungslücke

Insgesamt zeigt sich, dass ladungsabhängige Kosten in vielen VRP und deren zahlreichen Erweiterungen intensiv untersucht und unterschiedlich berücksichtigt werden. Obwohl bereits wissenschaftliche Arbeiten in diesem Bereich existieren, besteht weiterhin Forschungsbedarf, vor allem in der expliziten Berücksichtigung von ladungsabhängigen Kosten im Kontext von Arc Routing Problemen.

Die bereits vorhandenen Publikationen zum CPP und RPP berücksichtigen zwar die charakteristischen Eigenschaften der Kosten in Abhängigkeit von der aktuellen Fahrzeugladung während der Fahrt, jedoch wurde insbesondere das Rural Postman Problem mit ladungsabhängigen Kosten bislang nur in wenigen Forschungsarbeiten analysiert. Die Kombination aus Pflichtkanten, optionalen Kanten und variierenden Kantenkosten während der Fahrt ist diesbezüglich noch unzureichend untersucht.

Aus dem aktuellen Forschungsstand geht hervor, dass Metaheuristiken beliebte Verfahren zur Lösung ladungsabhängiger Routingprobleme sind. Während sich im Kontext der evolutionären Algorithmen der genetische Algorithmus als etabliertes Optimierungsverfahren darstellt, konnte in der betrachteten Literatur keine Untersuchung über den Einsatz verwandter Evolutionsstrategien für das RPP-LC identifiziert werden. Auch ein Vergleich zwischen zwei Lösungsverfahren aus der Familie der evolutionären Algorithmen für dieses Anwendungsproblem existiert in der betrachteten Literatur bislang nicht. Ein solcher Vergleich kann jedoch Unterschiede hinsichtlich der Lösungsqualität und Stabilität evolutionärer Verfahren aufzeigen und wichtige Erkenntnisse für die Entwicklung geeigneter Lösungsstrategien liefern.

Die vorliegende Arbeit greift diese Forschungslücke auf, indem zunächst ein genetischer Algorithmus und eine Evolutionsstrategie zur Lösung des Rural Postman Problems mit ladungsabhängigen Kosten implementiert werden. Anschließend werden beide Lösungsverfahren hinsichtlich ihrer Lösungsqualität und Stabilität anhand von Testinstanzen und einer Fallstudie systematisch miteinander verglichen.

3 Modellbeschreibung und Formulierung des RPP-LC

Im folgenden Abschnitt wird das Konzept des Rural Postman Problems mit ladungsabhängigen Kosten näher erläutert und das Problem formal beschrieben. Die Modellierung erfolgt als ganzzahliges lineares Programm. Aufgrund der hohen Komplexität wird das Modell in dieser Arbeit nicht exakt gelöst, sondern durch heuristische Verfahren approximiert. Zusätzlich soll ein illustratives Beispiel die Bedeutung der Berücksichtigung von ladungsabhängigen Kosten veranschaulichen.

Aufbauend auf dem klassischen Rural Postman Problem erweitert das RPP-LC das Modell um die Kosten der zu transportierenden Ladung. Dadurch wird der Zielfunktionswert nicht mehr ausschließlich durch die zurückgelegte Strecke bestimmt, auch wenn diese weiterhin indirekt in die Gesamtkosten eingeht. Die folgende Problemformulierung sowie die verwendete Notation orientieren sich an dem entwickelten Modell des Rural Postman Problems mit ladungsabhängigen Kosten von De Santis et al. (2025).

3.1 Netzwerkmodell

Die zugrundeliegende Modellierung basiert auf einem Graphen $G = (V, E)$ zur Beschreibung eines Netzwerks. Dabei beschreibt $V = \{1, 2, \dots, n\}$ die Knotenmenge und E die Menge an Kanten, die die jeweiligen Knoten verbinden. E besteht hierbei aus m Knotenpaaren $\{i, j\}$, unter der Voraussetzung, dass gilt $i, j \in V, i \neq j$. Die Knoten i und j werden durch eine zugehörige Kante $e = \{i, j\}$ verbunden, wobei nicht zwischen jedem Knotenpaar eine Verbindung bestehen muss. Die Länge einer Kante beträgt $d_e \geq 0$ und kann in einem ungerichteten Graphen in beide Richtungen befahren werden.

Darüber hinaus werden sogenannte Pflichtkanten bzw. erforderliche Kanten $E_s \subseteq E$ definiert, die eine Teilmenge der verfügbaren Kanten darstellen und im Zuge eines Dienstes bedient werden müssen. Es wird angenommen, dass die Entladung ausschließlich an den erforderlichen Kanten erfolgt und sich somit das Gesamtgewicht des Fahrzeugs nur an diesen Pflichtkanten verändert.

Es gilt für jede Kante $e \in E_s$ eine Kantennachfrage von $w_e \geq 0$ unter der Annahme, dass die jeweiligen Nachfragen vollständig bekannt sind. Die Gesamtnachfrage Q ergibt sich aus der Summe der Nachfragen aller Pflichtkanten und lässt sich als $Q = \sum_{e \in E_s} w_e$ formulieren (De Santis et al., 2025).

3.2 Tourmodell und Bedienlogik

Das Grundprinzip des betrachteten Ansatzes besteht darin, dass ein Fahrzeug mit Eigengewicht W ein vorher definiertes Depot mit jener Ausgangsladung verlässt, die exakt Q entspricht. Es wird vorausgesetzt, dass sich das Leergewicht des Fahrzeugs während der Tour nicht ändert. Ein Fahrzeug fährt im Rahmen einer Tour über die Kanten des Graphen, um alle erforderlichen Kanten zu bedienen. Beim erstmaligen Befahren einer Pflichtkante gilt diese als bedient, wodurch sich die Restnachfrage um w_e verändert.

Insbesondere bei der Bestimmung einer vollständigen Tour kann es notwendig sein, dass Netzwerkabschnitte benutzt werden, die keine Pflichtkanten sind, um eine Verbindung zwischen zwei erforderlichen Kanten herzustellen. Zudem kann es vorkommen, dass eine Kante in beiden Richtungen mehrmals zur Durchfahrt genutzt wird, um eine zulässige und vollständige Tour zu generieren. Eine Tour startet und endet am Depot und bedient die erforderlichen Kanten im Netzwerk unter der Bedingung, die Gesamtkosten zu minimieren (De Santis et al., 2025).

3.3 Ladungsmodell

Zur Beschreibung der im Fahrzeug vorhandenen Ladung zum Zeitpunkt des Befahrens einer Kante e wird die Variable q_e eingeführt. Wird e lediglich zur Durchfahrt genutzt, entspricht q_e der Summe der Nachfrage aller verbleibenden noch nicht bedienten Kanten. Zur besseren Beschreibung wird im Folgenden die Differenzmenge $E_s \setminus E_e$ verwendet. E_e wird in diesem Zusammenhang als die Menge der Kanten betrachtet, die vor dem Befahren von e besucht wurden. Formal lässt sich die Restnachfrage somit durch $q_e = \sum_{u \in E_s \setminus E_e} w_u$ ausdrücken. Beim Befahren einer Kante, die keine Nachfrage hat oder bereits bedient wurde, ändert sich die Menge der Ladung am Fahrzeug nicht. Wird eine erforderliche Kante $e = \{i, j\} \in E_s$ bedient, so unterscheidet sich die Fahrzeugladung am Startknoten von jener am Endknoten der Kante. Die Ladung am Knoten i ergibt sich aus $\sum_{u \in E_s \setminus E_e} w_u$ und jene am Knoten j lässt sich durch $\sum_{u \in E_s \setminus E_e} w_u - w_e$ beschreiben. Das Modell vereinfacht den Prozess der Entladung, indem angenommen wird, dass dieser gleichmäßig entlang von e abläuft und sich dementsprechend $\sum_{u \in E_s \setminus E_e} w_u - \frac{w_e}{2}$ ergibt (De Santis et al., 2025).

3.4 Kostenstruktur und Zielfunktion

Bei jedem Befahren einer Kante $e \in E$ durch das Fahrzeug ergeben sich Kosten. Konkret bedeutet dies, dass das aktuelle Gewicht des Fahrzeugs inklusive Ladung mit der Kantenlänge d_e multipliziert wird. Während der Bedienung der Kanten verändert sich das Gesamtgewicht des Fahrzeugs, sodass sich für jedes Befahren von e variierende Kosten ergeben. Die Kosten für das Befahren einer Kante e werden als $d_e(W + q_e)$ modelliert. Folglich ergeben sich Gesamtkosten einer RPP-LC-Tour von $\sum_{e \in E} d_e(W + q_e)$. Diese Kostenstruktur bildet die Grundlage für das folgende mathematische Modell.

Zur mathematischen Formulierung des RPP-LC wird das Konzept der „Perioden“ eingeführt, bei dem es sich nicht um eine zeitliche Aufteilung handelt, sondern eine Unterteilung des Tourverlaufs zur Erfassung ladungsabhängiger Kosten innerhalb der Zielfunktion darstellt. Eine Periode wird mit dem Index $k \in \{0, 1, 2, \dots, K\}$ bezeichnet, wobei K im vorliegenden Zusammenhang als $|E_s|$ definiert ist. Insgesamt ergeben sich für das Modell $|E_s| + 1$ Perioden. Die Startperiode $k = 0$ beinhaltet die Leerfahrt aller benötigten Kanten, um vom Depot startend die erste erforderliche Kante zu erreichen. Jede Periode $k = 1, \dots, K$ umfasst die von der zu Beginn der Periode bedienenden Pflichtkante inklusive aller zu befahrenden optionalen Kanten bis zur nächsten erforderlichen Kante. Die Periode K führt von der letzten erforderlichen Kante zurück zum Depot.

Für die Modellierung der Zielfunktion werden neben den bereits definierten Parametern zusätzlich Entscheidungsvariablen eingeführt. Die Binärvariable y_{ij}^k gibt an, ob die erforderliche Kante $\{i, j\} \in E_s$ in der Periode $k \in \{1, \dots, K\}$ bedient wird. In Periode 0 wird keinesfalls eine erforderliche Kante bedient, weshalb sich für $y_{ij}^0 = 0$ ergibt. Zur Modellierung wird folgende Fallunterscheidung verwendet:

$$y_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{wenn Kante } \{i, j\} \in E_s \text{ in Periode } k \text{ von } i \text{ nach } j \text{ bedient wird,} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die Binärvariable x_{ij}^k gibt an, ob die Kante $\{i, j\} \in E$ in der Periode $k \in \{0, 1, \dots, K\}$ für die Leerfahrt genutzt wird und nimmt die folgenden Werte an:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{wenn Kante } \{i, j\} \in E \text{ in Periode } k \text{ zur Leerfahrt genutzt wird,} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zusätzlich wird eine kontinuierliche Variable $f_k > 0$ eingeführt, die in der Periode $k \in \{1, \dots, K\}$ die Ladung im Fahrzeug angibt. Die Ladung in Periode $k = 1$ entspricht der

Gesamtnachfrage und lässt sich formal als $f_1 = Q$ schreiben. Am Ende der Tour befindet sich keine Ladung mehr im Fahrzeug, was mit $f_{K+1} = 0$ definiert wird.

Auf Basis der eingeführten Variablen kann die Zielfunktion für das RPP-LC formuliert und in zwei Hauptteile gegliedert werden. Während ein Teil die Bedienkosten in den Perioden $k = 1, \dots, K$ abdeckt, behandelt der zweite Teil die Kosten für die Leerfahrt in den Perioden $k = 0, 1, \dots, K$. Aufgrund der Produkte von Variablen handelt es sich ursprünglich um eine nicht-lineare Zielfunktion. Durch die Einführung von zwei Hilfsvariablen t_e^k und z_e^k kann die Zielfunktion linearisiert werden und als ganzzahliges lineares Programm formuliert werden. Für die konkrete Linearisierung wird auf die Ausführungen von De Santis et al. (2025) verwiesen. Im folgenden Abschnitt wird die lineare Form der Zielfunktion für das Modell eingeführt.

3.5 Mathematische Formulierung

Aufbauend auf der zuvor eingeführten Notation wird das RPP-LC im Folgenden formal beschrieben. Die Modellgrundlage basiert auf der Arc Routing Formulierung für das Chinese Postman Problem von Corberán et al. (2018), welche von De Santis et al. (2025) auf das RPP-LC übertragen und erweitert wurde.

Zur besseren Übersicht wird die im Modell verwendete Notation in Tabelle 3 zusammengefasst.

Tabelle 3: Verwendete Notation und Modellparameter

Symbol	Typ	Beschreibung
V	Menge	Menge der Knoten
E	Menge	Menge der Kanten
$E_s \subseteq E$	Menge	Menge der erforderlichen Kanten
d_e	Parameter	Länge der Kante e
w_e	Parameter	Nachfrage auf Kante e
W	Parameter	Leergewicht des Fahrzeugs
Q	Parameter	Gesamtnachfrage = $\sum_{e \in E_s} w_e$
y_{ij}^k	Binär	1, falls erforderliche Kante $\{i, j\}$ in Periode k bedient wird
x_{ij}^k	Binär	1, falls Kante $\{i, j\}$ in Periode k zur Leerfahrt genutzt wird
f_k	Kontinuierlich	Fahrzeugladung zu Beginn von Periode k
t_e^k	Kontinuierlich	Hilfsvariable für Linearisierung
z_e^k	Kontinuierlich	Hilfsvariable für Linearisierung
e	Index	Kante $(i, j) \in E$
i, j	Index	Start-/Endknoten einer Kante
k	Index	Periodenindex
ℓ	Index	Hilfsindex für Summen über frühere Perioden

Das Rural Postman Problem mit ladungsabhängigen Kosten wird als ganzzahliges lineares Programm nach De Santis et al. (2025) folgendermaßen modelliert:

$$\begin{aligned} \min \sum_{k=1}^K \sum_{e=(i,j) \in E_s} \left(d_e \left(W - \frac{w_e}{2} \right) (y_{ij}^k + y_{ji}^k) + d_e t_e^k \right) \\ + \sum_{k=0}^K \sum_{e=(i,j) \in E} (d_e W (x_{ij}^k + x_{ji}^k) + d_e z_e^k) \end{aligned} \quad (1)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_{k=1}^K (y_{ij}^k + y_{ji}^k) = 1, \quad \forall e \in E_s \quad (2)$$

$$\sum_{(i,j) \in E_s} (y_{ij}^k + y_{ji}^k) = 1, \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (3)$$

$$f_{k+1} = f_k - \sum_{e=(i,j) \in E_s} w_e (y_{ij}^k + y_{ji}^k), \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (4)$$

$$f_1 = Q, \quad f_{K+1} = 0 \quad (5)$$

$$y^k(\delta^-(i)) + x^k(\delta^-(i)) = y^{k+1}(\delta^+(i)) + x^k(\delta^+(i)), \quad \forall i \in V, \forall k = 1, \dots, K-1 \quad (6)$$

$$x^0(\delta^-(i)) = y^1(\delta^+(i)) + x^0(\delta^+(i)), \quad \forall i \in V \setminus \{1\} \quad (7)$$

$$y^K(\delta^-(i)) + x^K(\delta^-(i)) = x^K(\delta^+(i)), \quad \forall i \in V \setminus \{1\} \quad (8)$$

$$x^0(\delta^+(1)) + y^1(\delta^+(1)) = y^K(\delta^-(1)) + x^K(\delta^-(1)) = 1 \quad (9)$$

$$x_{ij}^k \leq \sum_{\ell=1}^{k-1} (y_{ij}^\ell + y_{ji}^\ell) + y_{ji}^k, \quad \forall (i,j) \in E_s, \forall k = 1, \dots, K \quad (10)$$

$$x_{ij}^k + x_{ji}^k \leq 1, \quad \forall (i,j) \in E, \forall k = 0, \dots, K \quad (11)$$

$$x_{ij}^k, x_{ji}^k, y_{ij}^k, y_{ji}^k \in \{0,1\}, \quad \forall (i,j) \in E, \forall k = 2, \dots, K \quad (12)$$

Die Zielfunktion des RPP-LC wird durch Gleichung (1) beschrieben und setzt sich aus den ladungsabhängigen Kosten der Pflichtkanten und den Kosten der Verbindungsfahrten

zwischen den Pflichtkanten zusammen. Die Nebenbedingungen dienen dazu, eine zulässige RPP-LC-Tour zu gewährleisten, indem Tourzusammenhang, Service-Bedingungen und Ladungsdynamik eingehalten werden. Zunächst wird sichergestellt, dass jede erforderliche Kante genau einmal (2) und dass in jeder Periode genau eine Pflichtkante bedient wird (3). Aufgrund der Ladungsdynamik während der Tour wird gewährleistet, dass beim Bedienen einer erforderlichen Kante die Ladung des Fahrzeugs entsprechend der Nachfrage der Kante reduziert wird (4). Die jeweiligen Ladungszustände zu Beginn und am Ende der Tour werden durch Gleichung (5) festgelegt.

Die Nebenbedingungen (6) bis (9) stellen die Flusserhaltung an den Knoten sicher, wobei zur kompakteren und übersichtlicheren Darstellung folgende Notation verwendet wird: $y^k(\delta^+(i)) = \sum_{e \in E_s} y_{ij}^k$ bezeichnet die Anzahl der Pflichtkanten, die in Periode k von Knoten i aus bedient werden, während $y^k(\delta^-(i)) = \sum_{e \in E_s} y_{ji}^k$ die Anzahl der Pflichtkanten beschreibt, die in Periode k in Knoten i enden. Analog dazu stehen $x^k(\delta^+(i)) = \sum_{e \in E_s} x_{ij}^k$ bzw. $x^k(\delta^-(i)) = \sum_{e \in E_s} x_{ji}^k$ für die Anzahl der Kanten, die in Periode k für die Leerfahrt genutzt werden.

Jeder besuchte Knoten muss auch vom Fahrzeug wieder verlassen werden. Dies gilt für alle Perioden mit Ausnahme der ersten und letzten Periode (6). Die entsprechenden Regelungen für diese beiden Perioden an den Knoten mit Ausnahme des Depots sind in den Gleichungen (7) und (8) modelliert, während (9) die Flusserhaltung am Depot beschreibt.

Darüber hinaus werden in den Gleichungen (10) und (11) einige Bedingungen definiert, die für das Modell nicht zwingend erforderlich sind, sich aber aus lösungsorientierter Sicht als sinnvoll erweisen. Entsprechend wird in (10) festgelegt, dass eine erforderliche Kante erst dann zur Durchfahrt genutzt werden kann, wenn diese in derselben oder einer früheren Periode bedient wurde. Außerdem kann eine erforderliche Kante in einer Periode maximal einmal zur Durchfahrt genutzt werden (11). Abschließend wird der Wertebereich für die binären Entscheidungsvariablen in (12) festgelegt.

Zusätzlich zu den bereits genannten Nebenbedingungen sind auch die Nebenbedingungen zur Linearisierung der Zielfunktion zu berücksichtigen. Diese werden nicht explizit dargestellt, da sie keinen Einfluss auf die Interpretation des Modells haben. Für eine vollständige Formulierung aller Nebenbedingungen wird auf De Santis et al. (2025) verwiesen.

Die beschriebene mathematische Formulierung bildet die Grundlage für das Rural Postman Problem mit ladungsabhängigen Kosten. Der Einsatz exakter Lösungsverfahren ist jedoch aufgrund der Modellkomplexität und NP-Schwere des Problems für größere Instanzen nur eingeschränkt möglich. Deshalb bietet sich ein metaheuristisches Verfahren zur Lösung des Problems an. Aus diesem Grund werden in Kapitel 4 ein genetischer Algorithmus und eine Evolutionsstrategie als alternative Lösungsansätze zum exakten Modell vorgestellt und implementiert.

3.6 Illustratives Beispiel des RPP-LC

Abschließend wird anhand eines illustrativen Beispiels der Einfluss ladungsabhängiger Kosten auf die Struktur einer Tour sowie auf die resultierenden Gesamtkosten veranschaulicht. Für das einführende Beispiel wird der zusammenhängende ungerichtete Graph aus Abbildung 1 betrachtet, dessen Kanten jeweils in beliebiger Richtung befahren werden können.

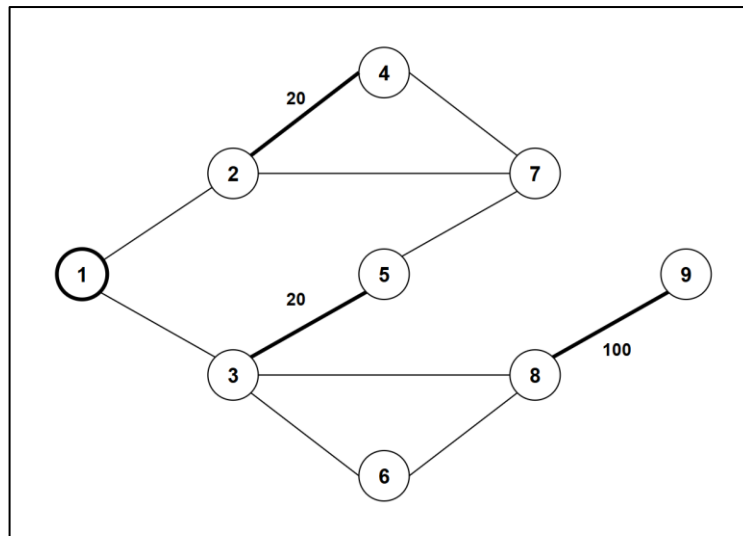


Abbildung 1: Beispielgraph des Rural Postman Problems
Quelle: Eigene Darstellung.

Das Netzwerk besteht aus neun Knoten und elf Kanten. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass alle Kanten die Länge $d_e = 1$ besitzen. Eine Teilmenge der Kanten $E_s \subseteq E$ ist als Menge der erforderlichen Kanten definiert und muss im Rahmen der Tour bedient werden. Die Menge E_s umfasst die drei Pflichtkanten $\{2,4\}$, $\{3,5\}$ und $\{8,9\}$. Die erforderlichen Kanten sind im Graphen hervorgehoben und mit den jeweiligen Nachfragemengen w_e versehen. Es wird angenommen, dass Knoten 1 als Depot dient, von dem aus die Tour startet und endet. Dieser Knoten wird ebenfalls entsprechend

gekennzeichnet. Eine zulässige Lösung für das RPP muss die erforderlichen Kanten enthalten, am Depot starten und enden sowie eine zusammenhängende Tour bilden. Für dieses Beispiel wird vereinfacht angenommen, dass das Leergewicht des Fahrzeugs $W = 0$ beträgt und die Kosten ausschließlich durch die transportierte Last beeinflusst werden.

Im Anschluss werden zwei verschiedene Lösungen für das zugrunde liegende Netzwerk betrachtet, die den Unterschied zwischen dem klassischen RPP und dem RPP mit ladungsabhängigen Kosten verdeutlichen sollen. Während die erste Tour unter einem Modell mit Distanzminimierung bestimmt wird, berücksichtigt die zweite Tour die angepasste Zielfunktion zur Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten. Für beide Lösungen werden im Anschluss die Kosten anhand der ladungsabhängigen Zielfunktion berechnet und miteinander verglichen.

Eine der distanzminimalen möglichen Touren des klassischen RPP ist $1 - 2 - 4 - 7 - 5 - 3 - 8 - 9 - 8 - 3 - 1$. In Tabelle 4 werden die Kosten für alle Kanten sowie die Gesamtkosten des RPP-LC anhand der eingeführten Formel berechnet.

Tabelle 4: Berechnung der lastabhängigen Kosten der distanzminimalen Tour

Befahrene Kante e	Fahrzeugladung q_e	Kosten $d_e(W + q_e)$
{1,2}	140	$1 * (0 + 140) = 140$
{2,4}	$140 - \frac{20}{2} = 130$	$1 * (0 + 130) = 130$
{4,7}	120	$1 * (0 + 120) = 120$
{7,5}	120	$1 * (0 + 120) = 120$
{5,3}	$120 - \frac{20}{2} = 110$	$1 * (0 + 110) = 110$
{3,8}	100	$1 * (0 + 100) = 100$
{8,9}	$100 - \frac{100}{2} = 50$	$1 * (0 + 50) = 50$
{9,8}	0	$1 * (0 + 0) = 0$
{8,3}	0	$1 * (0 + 0) = 0$
{3,1}	0	$1 * (0 + 0) = 0$
Gesamtkosten der Tour		770

Die Gesamtkosten der Tour mit einer Länge von 10 betragen 770. Bei dieser Tour werden in der Tourenplanung die Aspekte des Gewichts und der Ladung nicht ausreichend berücksichtigt. Die späte Bedienung der Kante {8, 9} mit hoher Nachfrage führt zu erhöhten Kosten und ist unter Berücksichtigung der Ladungsabhängigkeit ungünstig. Daraus ergibt sich, dass eine möglichst frühe Bedienung dieser Kante in der Tour aus Kostensicht vorteilhafter erscheint. Dieser Aspekt wird in einem weiteren Fall näher betrachtet.

Die zweite Tour ergibt sich unter Berücksichtigung der ladungsabhängigen Zielfunktion und lautet $1 - 3 - 8 - 9 - 8 - 3 - 5 - 7 - 2 - 4 - 2 - 1$. In Tabelle 5 werden erneut die Kosten für alle Kanten sowie die Gesamtkosten des RPP-LC berechnet.

Tabelle 5: Berechnung der lastabhängigen Kosten der RPP-LC-Tour

Befahrene Kante e	Fahrzeugladung q_e	Kosten $d_e(W + q_e)$
$\{1,3\}$	140	$1 * (0 + 140) = 140$
$\{3,8\}$	140	$1 * (0 + 140) = 140$
$\{8,9\}$	$140 - \frac{100}{2} = 90$	$1 * (0 + 90) = 90$
$\{9,8\}$	40	$1 * (0 + 40) = 40$
$\{8,3\}$	40	$1 * (0 + 40) = 40$
$\{3,5\}$	$40 - \frac{20}{2} = 30$	$1 * (0 + 30) = 30$
$\{5,7\}$	20	$1 * (0 + 20) = 20$
$\{7,2\}$	20	$1 * (0 + 20) = 20$
$\{2,4\}$	$20 - \frac{20}{2} = 10$	$1 * (0 + 10) = 10$
$\{4,2\}$	0	$1 * (0 + 0) = 0$
$\{2,1\}$	0	$1 * (0 + 0) = 0$
Gesamtkosten der Tour		530

Die Gesamtkosten belaufen sich auf 530, einen deutlich geringeren Wert im Vergleich zu 770 im ersten Fall. Obwohl die zweite Tour eine Länge von 11 hat und damit länger ist als die distanzminimale Tour, ist sie unter Berücksichtigung der gegebenen Kostenstruktur deutlich kostengünstiger für das RPP-LC. Dies lässt sich darauf zurückführen, dass die Kante mit der höchsten Nachfrage früh in der Tour bedient wird und sich dadurch das Gesamtgewicht deutlich reduziert. Im weiteren Fahrtverlauf entstehen dadurch auf den restlichen Kanten geringere Kosten.

Dieses einführende Beispiel verdeutlicht, dass die Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten einen wesentlichen Einfluss auf die Struktur einer Tour und die Reihenfolge der erforderlichen Kanten hat, was sich wiederum auf die Gesamtkosten auswirkt. Daraus lässt sich schließen, dass die distanzminimale Lösung des klassischen RPP nicht automatisch auch hinsichtlich der ladungsabhängigen Zielfunktion im RPP-LC vorteilhaft ist.

4 Metaheuristische Lösungsverfahren für das RPP-LC

Das folgende Kapitel beschreibt die im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten metaheuristischen Lösungsverfahren für das RPP-LC. Dabei wird insbesondere auf die Lösungsrepräsentation, den Aufbau des genetischen Algorithmus und der Evolutionsstrategie sowie auf die konkreten Implementierungsdetails eingegangen. Der in De Santis et al. (2025) beschriebene genetische Algorithmus dient als Referenzalgorithmus und wird unverändert anhand der dort dargestellten Pseudocodes implementiert.

4.1 Lösungsrepräsentation und Bewertungsgrundlagen

Einleitend werden einige grundlegende Strukturen definiert und notwendige Vorarbeiten durchgeführt, um im späteren Verlauf eine effizientere Ausführung des Algorithmus zu gewährleisten. Im Folgenden wird näher auf Hilfsstrukturen wie Vektoren, Matrizen und die Berechnung der Tourkosten eingegangen.

4.1.1 Kodierung einer Lösung

Die Kodierung einer zulässigen Tour besteht aus einer bestimmten Reihenfolge erforderlicher Kanten. Die eindeutige Kennung einer Kante im Netzwerk ist dabei entscheidend. Aus diesem Grund wird für jede erforderliche Kante eine natürliche Zahl von 1 bis $|E_s|$ vergeben. Jede Lösung wird durch eine strukturierte Anordnung aller Pflichtkanten dargestellt, die das Fahrzeug während der Tour bedient. Im weiteren Verlauf wird jede Anordnung aus $\{1, \dots, |E_s|\}$ durch den Vektor x abgebildet.

Neben der Reihenfolge stellt auch die Richtung, in der eine Kante befahren wird, eine zentrale Information dar. Jede Kante $\{i, j\} \in E_s$ unter der Voraussetzung $i < j$ kann in zwei Richtungen befahren werden. Aus diesem Grund wird für jede Kante eine binäre Variable eingeführt, die abhängig von der Fahrtrichtung ihren jeweiligen Wert annimmt. Wird eine Kante von i nach j befahren, so wird der Variable der Wert 0 zugewiesen, andernfalls der Wert 1. Diese Informationen werden in einem Richtungsvektor d in der Größe $|E_s|$ gespeichert. Die Reihenfolge der Richtungsvariablen orientiert sich an der in x festgelegten Reihenfolge. Eine zulässige RPP-LC-Lösung lässt sich für jedes Netzwerk durch $s = (x, d)$ beschreiben (De Santis et al., 2025).

4.1.2 Vorberechnung kürzester Wege zwischen Pflichtkanten

Die Vektoren x und d sind ausreichend, um eine vollständige Tour abzubilden, obwohl die Reihenfolge der Nicht-Pflichtkanten nicht explizit gespeichert wird, da zu jeder Zeit der kürzeste Weg zur nächsten erforderlichen Kante berechnet werden kann. Dies wird mithilfe von grundlegenden Distanz- und Pfadberechnungen ermöglicht, die vor allem bei der Tourrepräsentation und der Kostenberechnung von großer Bedeutung sind.

Eine Distanzmatrix D_{sp} gibt die kürzeste Distanz zwischen jedem Knotenpaar in N an, wobei N die Menge aller Knoten einschließlich des Depots ist. Die Basis bildet eine Matrix, welche die direkten Kantendistanzen zwischen zwei Knoten beschreibt. Bei der Bestimmung der Distanzmatrix wird die kürzeste Distanz für jedes Knotenpaar ermittelt und zusätzlich werden Informationen über den gewählten Weg gespeichert. Die Matrix S_p gibt den kürzesten Pfad zwischen jedem Knotenpaar in N an. Diese Matrix baut auf der Distanzmatrix D_{sp} auf und repräsentiert den kürzesten Pfad in Form einer Reihenfolge an Knoten vom Start- zum Endknoten (De Santis et al., 2025).

4.1.3 Dynamische Berechnung der Tourkosten

Die nachfolgend beschriebene Vorgehensweise zur Kostenberechnung einer Tour ist zentraler Bestandteil des Rural Postman Problems mit ladungsabhängigen Kosten. Dies stellt einen wesentlichen Unterschied zur klassischen Distanzbewertung dar, da hierbei die Ladung explizit berücksichtigt und entsprechend abgebildet wird. Die Berechnung der Kosten ist nicht nur für die Bewertung der Gesamtlösung erforderlich, sondern auch für die Bestimmung des Richtungsvektors d , indem die optimalen Fahrtrichtungen jeder erforderlichen Kante gespeichert werden. Der Richtungsvektor wird auf Basis der Kostenberechnung rekursiv befüllt, wobei die jeweils kostengünstigere Fahrtrichtung einer Kante berücksichtigt wird.

Die im vorigen Abschnitt erwähnte Distanzmatrix D_{sp} ermöglicht eine effiziente Berechnung der Kosten. Zusätzlich ist die jeweilige Neuberechnung der im Fahrzeug verbleibenden Ladung nach Bedienung einer Kante erforderlich. Die Restnachfrage wird als Q_k bezeichnet und als Gesamtnachfrage Q unter Abzug der bereits gelieferten Nachfragen vor der als nächstes zu bedienenden Kante berechnet. Mit $f_k(d)$ werden die minimalen Kosten einer Teiltour ab der k -ten Kante bezeichnet, die erforderlich sind, um die Tour

abzuschließen, sofern die zuletzt befahrene Kante in Richtung d durchlaufen wurde (Corberán et al., 2018).

Für die Berechnung der Tourkosten wird der von Corberán et al. (2018) entwickelte Ansatz aus dem CPP-LC herangezogen, der ebenfalls im RPP-LC Anwendung findet. Die dynamische Programmierung basiert auf der folgenden Rekursionsgleichung:

$$f_1(0) = \left(W + Q - \frac{q_1}{2}\right) d_{i_1, j_1} + \min \begin{cases} (W + Q) d_{1, i_1} + f_2(1), \\ (W + Q) d_{1, j_1} + f_2(2), \end{cases} \quad (13)$$

$$f_k(0) = \left(W + Q_k - \frac{q_k}{2}\right) d_{i_k, j_k} + \min \begin{cases} (W + Q_k) d_{j_{k-1}, i_k} + f_{k+1}(1), \\ (W + Q_k) d_{j_{k-1}, j_k} + f_{k+1}(2), \end{cases} \quad k = 2, \dots, m-1 \quad (14)$$

$$f_k(1) = \left(W + Q_k - \frac{q_k}{2}\right) d_{i_k, j_k} + \min \begin{cases} (W + Q_k) d_{i_{k-1}, i_k} + f_{k+1}(1), \\ (W + Q_k) d_{i_{k-1}, j_k} + f_{k+1}(2), \end{cases} \quad k = 2, \dots, m-1 \quad (15)$$

$$f_m(0) = \left(W + \frac{q_m}{2}\right) d_{i_m, j_m} + \min \begin{cases} (W + q_m) d_{j_{m-1}, i_m} + W d_{j_m, 1}, \\ (W + q_m) d_{j_{m-1}, j_m} + W d_{i_m, 1}, \end{cases} \quad (16)$$

$$f_m(1) = \left(W + \frac{q_m}{2}\right) d_{i_m, j_m} + \min \begin{cases} (W + q_m) d_{i_{m-1}, i_m} + W d_{j_m, 1}, \\ (W + q_m) d_{i_{m-1}, j_m} + W d_{i_m, 1}, \end{cases} \quad (17)$$

Während Gleichung (13) die Kosten vom Depot zur ersten zu bedienenden Kante erfasst, beschreiben (14) und (15) die Kosten entlang der Tour zwischen der ersten und letzten Pflichtkante. Durch die Gleichungen (16) und (17) werden schließlich die Kosten von der letzten erforderlichen Kante zurück zum Depot berücksichtigt.

Aufgrund der rekursiven Betrachtung wird der Kantenvektor x in umgekehrter Reihenfolge durchlaufen und der Richtungsvektor d rückwärts befüllt. Dies ist erforderlich, da die jeweiligen nachfolgenden Berechnungen von den Kosten der ersten Richtungsentscheidung abhängen. Jede Kostenberechnung mit Ausnahme der ersten Kante wird in zwei Fälle unterteilt: Mit $f_k(0)$ werden die Kosten bezeichnet, wenn die zuletzt bediente Kante von i nach j befahren wird, während $f_k(1)$ die Kosten repräsentiert, wenn die Richtung von j nach i vorliegt. Der erste Ausdruck auf der rechten Seite jeder Rekursionsgleichung beschreibt die Kosten für die Bedienung einer erforderlichen Kante. Im Anschluss werden erneut zwei mögliche Fälle betrachtet, wobei jeweils der kostengünstigere gewählt wird. Der erste Term beschreibt die Leerfahrkosten von einer Pflichtkante zur anderen in den Perioden $k = 1, \dots, m-1$. Wenn der Endknoten der bedienten Kante gleich dem Startknoten der nächsten

Pflichtkante ist, entstehen keine zusätzlichen Kosten. Für $k = 1$ werden die Kosten vom Depot bis zum Startknoten der ersten Pflichtkante berechnet. Der abschließende Ausdruck bezeichnet die Kosten für die darauffolgenden Zustände in den Perioden $k = 1, \dots, m - 1$, die in einem vorangehenden Berechnungsschritt bestimmt wurden. Für $k = m$ wird die Berechnung der Kosten mit dem Leergewicht des Fahrzeugs zurück zum Depot durchgeführt (Corberán et al., 2018).

Die beschriebenen Strukturen bilden die Grundlage für die Implementierung der metaheuristischen Lösungsverfahren, die im folgenden Abschnitt näher beschrieben werden.

4.2 Aufbau des genetischen Algorithmus

In diesem Abschnitt wird auf den Aufbau des genetischen Algorithmus im Detail eingegangen sowie der Zweck und die Funktionsweise der verwendeten Operatoren näher erläutert. Die Implementierungsstruktur der jeweiligen Komponenten wird mithilfe von Pseudocodes veranschaulicht. Abschließend werden die einzelnen Bestandteile zu einem vollständigen Algorithmus für das RPP-LC zusammengeführt.

4.2.1 Initialisierung der Population

Im genetischen Algorithmus besteht das Konzept der Initialisierung darin, eine Population von Individuen von Grund auf zu generieren. Die Population umfasst eine festgelegte Anzahl N von Individuen. Eine Lösung für das RPP-LC kann, wie bereits erläutert, als $s = (x, d)$ formuliert werden. Jedes Individuum wird durch das Lösungstripel $(x, d, cost)$ beschrieben und enthält die Reihenfolge der erforderlichen Kanten, die zugehörigen Richtungen sowie die Gesamtkosten der Lösung. Entsprechend N werden x -Vektoren erzeugt und die zugehörigen Richtungsvektoren und Kosten ermittelt. Die Bestimmung der Richtungen sowie die Kostenberechnung erfolgen anhand der in Kapitel 4.1.3 eingeführten Formeln.

Bei der Generierung eines Individuums wird eine zufällige Permutation der Pflichtkanten von 1 bis $|E_s|$ erzeugt. Der Vorteil dieser Methode liegt in der rein zufälligen Erzeugung der Population. Dies begünstigt eine hohe Diversität der Individuen und reduziert die Wahrscheinlichkeit einer zu frühen Konvergenz.

Um die Startpopulation möglichst schnell zu erzeugen, prüft der implementierte Algorithmus nicht, ob bereits ein Individuum mit derselben Reihenfolge der Pflichtkanten existiert. Aus diesem Grund kann es vorkommen, dass zwei identische Individuen in einer

Population vorhanden sind. Die Struktur für die Initialisierung einer Population ist in Algorithmus 1 dargestellt.

Algorithmus 1: Initialisierung der Startpopulation

Algorithmus 1: Funktion *InitialPopulation()*

```

Eingabe:  $N$ 

1  initialisiere  $X$ ,  $D$ ,  $F$  als Listen
2  for  $i = 1$  bis  $N$ 
3      erzeuge zufällige Permutation  $x$  der Pflichtkanten durch random.shuffle()
4      ermittle die Nachfragen der Kanten in der Reihenfolge von  $x$ 
5      aktualisiere die Restnachfrage  $Q_k$  entsprechend der Reihenfolge von  $x$ 
6      berechne die Kosten  $cost$  für  $x$ 
7      bestimme den Richtungsvektor  $d$  für  $x$ 
8      füge  $x$  zur Liste  $X$  hinzu
9      füge  $d$  zur Liste  $D$  hinzu
10     füge  $cost$  zur Liste  $F$  hinzu

Ausgabe:  $X$ ,  $D$ ,  $F$ 

```

4.2.2 Fitnessbewertung

Zur Bewertung der Fitness ist es notwendig, die Kosten eines Individuums zu kennen. Die im vorigen Kapitel vorgestellte Kostenberechnung entspricht bereits der Zielfunktion des RPP-LC. Eine separate Kostenberechnung ist daher nicht mehr notwendig, da dieser Wert direkt für die Fitnessbewertung herangezogen wird.

Die Bestimmung des Fitnesswerts erfolgt durch die Bildung des Kehrwerts der Kosten, wobei ein kleiner positiver Betrag addiert wird, um eine Division durch null zu vermeiden. Die Bestimmung der Fitness spielt eine zentrale Rolle für die Selektion der Individuen und ermöglicht den Vergleich der Lösungen. In Algorithmus 2 ist der Ablauf der Fitnessberechnung dargestellt.

Algorithmus 2: Berechnung der Fitnesswerte

Algorithmus 2: Funktion *Fitness()*

```

Eingabe:  $F$ 

1  initialisiere die Liste fitness_values

2  for  $cost$  in  $F$ 
3      berechne  $fitness = 1 / (cost + 0,000001)$ 
4      füge  $fitness$  zur Liste fitness_values hinzu

Ausgabe: fitness_values

```

4.2.3 Selektion

Für die Selektion der Individuen gibt es verschiedene Auswahlmöglichkeiten. Im genetischen Algorithmus dieser Arbeit wird die Roulette-Wheel-Selektion angewendet, bei der die Auswahl der Individuen zufallsbasiert erfolgt. Eine hohe Fitness bedeutet nicht automatisch, dass ein Individuum mit Sicherheit ausgewählt wird; sie erhöht jedoch die Wahrscheinlichkeit. Dadurch soll eine durchschnittlich hohe Qualität der Lösungen für den weiteren Suchprozess gewährleistet werden.

Die Anzahl der auszuwählenden Lösungen hängt vom Wert p_c ab. Für die Selektion wird zunächst die Anzahl der auszuwählenden Individuen bestimmt. Nach der Berechnung der Summe aller Fitnesswerte wird eine zufällige Zahl zwischen null und der Gesamtfitness generiert. Im Anschluss wird geprüft, ob die kumulierte Fitness den Zufallswert überschreitet. Ist dies der Fall, wird das aktuelle Individuum ausgewählt und eine neue Ziehung beginnt.

Zusätzlich wird das Konzept des Elitismus eingesetzt, um gute Lösungen nicht zu verlieren. Wird das Individuum mit bestem Fitnesswert durch das Roulette nicht ausgewählt, hat es durch das Kriterium der besten Lösung trotzdem die Chance, für den Crossover ausgewählt zu werden. Die Struktur des Selektionsoperators ist in Algorithmus 3 dargestellt.

Algorithmus 3: Durchführung der Selektion

Algorithmus 3: Funktion *Roulette_wheel_Selection()*

Eingabe: *Pop*, *fitness_values*, p_c

```
1 bestimme die Anzahl der auszuwählenden Individuen number_selected aus  $p_c$ 
2 berechne die Summe aller Fitnesswerte total_fitness
3 initialisiere selected als Liste

4 for  $i = 1$  bis number_selected
5   erzeuge Zufallszahl random_value durch random.uniform() zwischen 0 und total_fitness
6   initialisiere cumulative_sum

7   for  $j = 1$  bis Anzahl an Fitnesswerten
8     addiere fitness_value zu cumulative_sum hinzu

9     if cumulative_sum  $\geq$  random_value
10    | füge das Individuum zur Liste selected hinzu

11 suche das Individuum mit der höchsten Fitness best_fitness in fitness_values (Elitismus)
12 if Individuum mit best_fitness ist nicht in selected
13 | füge das Individuum zur Liste selected hinzu
```

Ausgabe: *selected*

Im Anschluss an die Selektion ist eine erneute Auswahl aus der Kandidatenmenge der Elternlösungen erforderlich, die erneut auf Basis einer Roulette-Wheel-Selektion erfolgt. Der Ablauf dieses Auswahlverfahrens folgt dem gleichen Prinzip wie Algorithmus 3, mit dem Unterschied, dass nur zwei Individuen als Elternlösungen ausgewählt werden. Anschließend wird geprüft, ob zufällig zwei identische Lösungen gezogen wurden. Ist dies der Fall, wird der Prozess für die zweite Lösung wiederholt, bis unterschiedliche Elternlösungen gefunden werden. Der Selektionsdruck ist im betrachteten Algorithmus bereits sehr hoch, da erneut nur Individuen mit guter Fitness ausgewählt werden.

4.2.4 Crossover

Durch den Crossover werden zwei Elternlösungen zu einer neuen Kindlösung kombiniert. Im genetischen Algorithmus dieser Arbeit wird die 2-cut-off-Technik angewendet. In diesem Schritt wird eine bestimmte Sequenz an Kanten vom ersten Elternteil an die gleichen Positionen auf das Kind übertragen. Anschließend werden die restlichen, noch nicht belegten Positionen mit den Kanten vom zweiten Elternteil schrittweise befüllt. Die Belegung beginnt mit der Position nach der kopierten Sequenz vom ersten Elternteil und wird durch eine zyklische Befüllung in der Reihenfolge des zweiten Elternteils durchgeführt. In jedem Schritt wird geprüft, ob die Kante bereits in der Lösung vorhanden ist, da Duplikate in einer Tour nicht erlaubt sind. In Algorithmus 4 ist der Ablauf des Crossover-Operators dargestellt.

Algorithmus 4: Durchführung des Crossovers

Algorithmus 4: Funktion *Crossover()*

```
Eingabe: parent1, parent2

1  initialisiere child als Liste in gleicher Länge wie die Eltern
2  wähle zufälligen Schnittpunkt g1 zwischen erstem und vorletztem Knoten von parent1
3  wähle zufälligen Schnittpunkt g2 zwischen g1 + 1 und letztem Knoten von parent1

4  for i zwischen g1 und g2
5    | kopiere Abschnitt von g1 bis g2 von parent1 in child

6  initialisiere attributesTransferred mit Position nach dem kopierten Abschnitt
7  if attributesTransferred ist der letztmögliche Index
8    | setze attributesTransferred auf 0

9  initialisiere posParent2 und posChild mit attributesTransferred

10 while child noch leere Elemente enthält
11   | if posParent2 noch nicht in child
12   |   füge von parent2 das Element posParent2 an die Position posChild in child ein
13   |   erhöhe die posChild um 1
14   |   if posChild ist der letztmögliche Index
15   |   | setze posChild auf 0
16   |   erhöhe posParent2 um 1
17   |   if posParent2 ist der letztmögliche Index
18   |   | setze posParent2 auf 0

19   berechne die Kosten cost für child
20   bestimme den Richtungsvektor d für child

Ausgabe: child, d, cost
```

4.2.5 Lokale Suche

In der Verbesserungsphase der lokalen Suche kann für jede zuvor generierte Lösung die Nachbarschaftsstruktur untersucht und gegebenenfalls verbessert werden. Die lokale Suche wird eingesetzt, um ein lokales Optimum der verwendeten Nachbarschaftsoperatoren zu finden. Es existiert eine Vielzahl an Suchoperatoren, die in der lokalen Suche Anwendung finden. Im betrachteten genetischen Algorithmus werden 1-OPT, 2-OPT und 2-Exchange angewendet, da sie klassische lokale Suchoperatoren sind und den Vorteil einer einfachen Umsetzung bieten.

Beim Suchoperator 1-OPT wird eine Kante an eine andere Position in der Tour eingefügt. Die Kanten zwischen der ursprünglichen und der neuen Position rücken um eine Position nach. Beim Verfahren des 2-OPT wird eine Sequenz zwischen zwei Kanten betrachtet. Die Positionen der Kanten vor und nach der Abfolge bleiben unverändert, während sich die Reihenfolge in der Sequenz umkehrt. Durch die Anwendung von 2-Exchange werden die

Positionen von zwei Kanten getauscht. Die restlichen Kanten bleiben durch die Verschiebung unverändert. Die Funktionsweise der drei Suchoperatoren ist in Abbildung 2 dargestellt.

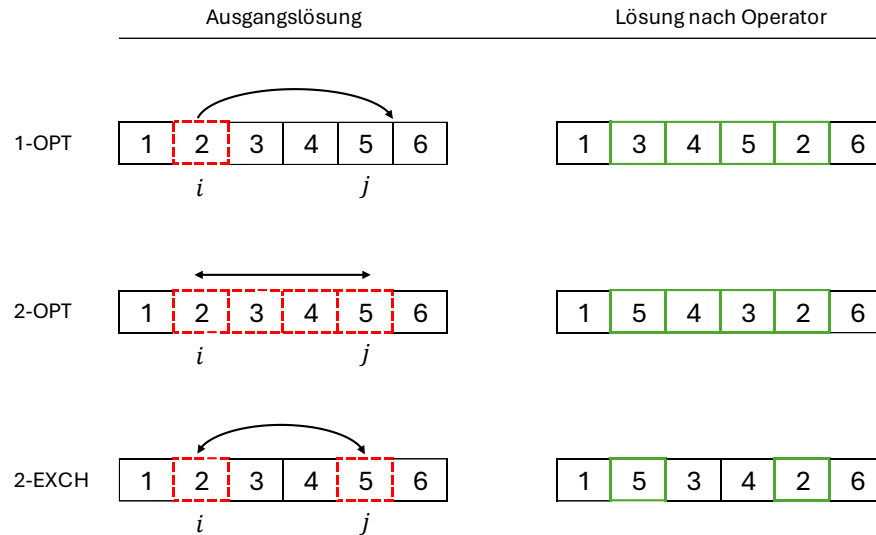


Abbildung 2: Suchoperatoren der lokalen Suche
 Quelle: *Eigene Darstellung in Anlehnung an De Santis et al. (2025).*

Die lokale Suche folgt dem Best-Improvement-Prinzip. Dabei werden alle Nachbarschaften der drei Operatoren einer Startlösung untersucht und die Lösung mit der größten Verbesserung wird ausgewählt. Die Suche wird nach einer ersten Verbesserung nicht wie beim First-Improvement-Prinzip abgebrochen, sondern prüft sämtliche weiteren Möglichkeiten. Würde die Suche sofort beendet werden, könnten bessere Lösungen unentdeckt bleiben.

Die bestmögliche gefundene Lösung dient als Ausgangslösung für die nächste Iteration, in der erneut alle Nachbarschaften der aktuellen Lösung untersucht werden. Ist keine weitere Verbesserung mehr möglich, endet der Prozess der lokalen Suche. Aufgrund der vielen Möglichkeiten zur Verbesserung ist die lokale Suche ein deutlich zeitaufwändigerer Prozess als andere Berechnungsschritte, sodass bei großen Instanzen lange Rechenzeiten entstehen können.

Der Ablauf und die grundlegende Struktur der lokalen Suche sind in Algorithmus 5 dargestellt.

Algorithmus 5: Lokale Suche

Algorithmus 5: Funktion *LocalSearch()*

Eingabe: *child*, *d*, *cost*

```
1 initialisiere s_orig mit (child, d, cost)
2 initialisiere s_best mit s_orig
3 initialisiere Steuerungsvariable STOP mit False

4 while STOP ist False
5     setze STOP auf True

    *** 1-OPT ***
6     for i = 1 bis zur vorletzten Kante
7         for j = i + 1 bis zur letzten Kante
8             wende ONE_OPT() auf s_orig an und speichere die Lösung in s1_OPT
9             bestimme den Richtungsvektor d für s1_OPT
10            berechne die Kosten cost für s1_OPT

11            if cost von s1_OPT < cost von s_best
12                aktualisiere s_best mit s1_OPT
13            setze STOP auf False

    *** 2-OPT ***
14    for i = 1 bis zur vorletzten Kante
15        for j = i + 1 bis zur letzten Kante
16            wende TWO_OPT() auf s_orig an und speichere die Lösung in s2_OPT
17            bestimme den Richtungsvektor d für s2_OPT
18            berechne die Kosten cost für s2_OPT

19            if cost von s2_OPT < cost von s_best
20                aktualisiere s_best mit s2_OPT
21            setze STOP auf False

    *** 2-EXCHANGE ***
22    for i = 1 bis zur vorletzten Kante
23        for j = i + 1 bis zur letzten Kante
24            wende TWO_EXCH() auf s_orig an und speichere die Lösung in s2_EXCH
25            bestimme den Richtungsvektor d für s2_EXCH
26            berechne die Kosten cost für s2_EXCH

27            if cost von s2_EXCH < cost von s_best
28                aktualisiere s_best mit s2_EXCH
29            setze STOP auf False

30    if cost von s_best < cost von s_orig
31        aktualisiere s_orig mit s_best
32        setze STOP auf False
33    else: setze STOP auf True
```

Ausgabe: *s_best*

4.2.6 Mutation

Die finale Phase im genetischen Algorithmus ist die Mutation. Durch mehrere Suchprozesse werden die Individuen schrittweise weiterentwickelt, was schlussendlich zu vielen sehr ähnlichen Individuen am Ende des Algorithmus führen kann. Dadurch ist die Generierung

von neuen, verschiedenartigen Individuen eingeschränkt. Durch die Mutation wird versucht, dieser Konvergenz entgegenzusteuern, indem kleine zufällige Änderungen in den Lösungen durchgeführt werden.

Im genetischen Algorithmus dieser Arbeit wird die Relocate-Mutation angewendet, bei der eine zufällig ausgewählte Kante aus ihrer aktuellen Position entfernt und an einer anderen zufälligen Position wieder eingefügt wird. Die Mutation wird jedoch nicht bei jedem Individuum durchgeführt, da ansonsten die verbesserten Lösungen wieder zerstört werden würden. Aus diesem Grund wird ein Zufallswert bestimmt, der je nach zuvor festgelegter Mutationswahrscheinlichkeit $0 < p_m < 1$ entscheidet, ob das Individuum mutiert wird. Algorithmus 6 veranschaulicht die Funktionsweise des Mutationsoperators.

Algorithmus 6: Durchführung der Mutation

Algorithmus 6: Funktion *Mutation()*

Eingabe: *s_best*

- 1 initialisiere *mutated_child* mit *s_best*
- 2 wähle zwei unterschiedliche zufällige Positionen *i* und *j* in *mutated_child* durch *random.sample()*
- 3 entferne die Kante an Position *i* aus *mutated_child*
- 4 füge die Kante an Position *j* wieder in *mutated_child* ein
- 5 berechne die Kosten *cost* für *mutated_child*
- 6 bestimme den Richtungsvektor *d* für *mutated_child*
- 7 bringe die Lösung ins Format *s_mutated* = (*mutated_child*, *d*, *cost*)

Ausgabe: *s_mutated*

4.2.7 Gesamtablauf des genetischen Algorithmus

Abschließend werden die genannten genetischen Bestandteile zu einem Gesamtalgorithmus für das RPP-LC zusammengeführt. Durch die Generierung einer beliebigen Startpopulation und der Verwendung zufallsbasierter Elemente in den Operatoren, insbesondere in Crossover und Mutation, handelt es sich um ein stochastisches Optimierungsverfahren. Der Algorithmus folgt einem populationsbasierten Verfahren, bei dem in jeder Generation die Ausgangslösungen ersetzt und neue Nachkommen gebildet werden. Die Elternlösungen dienen ausschließlich der Erzeugung neuer Lösungen und werden nicht direkt in die nächste Generation übernommen. Die Selektion der Individuen erfolgt bereits in einem frühen Stadium des Prozesses und wird vor der Variation für die Auswahl der Elternlösungen angewendet.

Im betrachteten genetischen Algorithmus werden vor der Ausführung einige Parameter als Inputwerte festgelegt, um die algorithmischen Eigenschaften zu beschreiben. Die

Populationsgröße N beschreibt die Anzahl der Individuen in einer Population und die damit verbundene Diversität der Lösungen. Die Selektionsrate p_c legt fest, wie hoch der Anteil der Individuen ist, der als Elternpopulation herangezogen wird. Der Selektionsdruck wird ebenfalls implizit bestimmt: Ein geringer Wert führt zu mehr Diversität der Fitness, da Individuen mit schlechterer Fitness ebenfalls ausgewählt werden, während bei einem hohen Wert der Selektionsdruck steigt, da nur wenige Individuen mit sehr guter Fitness ausgewählt werden. Mit der Mutationswahrscheinlichkeit p_m wird die Häufigkeit einer Variation in der Lösung bestimmt. Ein hoher Wert führt zu häufigeren Mutationen, was die Diversität zwischen den Individuen fördert, während ein geringer Wert die Verbesserungen der lokalen Suche seltener durch eine Variation zerstört. Zusätzlich wird die maximale Laufzeit des Algorithmus definiert.

Die Einführung von zwei Zeitvariablen ermöglicht die Messung der Gesamtzeit des Algorithmus und die benötigte Zeit bis zur besten Lösung. Als Basis für die darauffolgenden genetischen Operatoren wird eine Startpopulation aus zufälligen Lösungen generiert. Anschließend erfolgt die iterative Ausführung des Algorithmus, indem die genetischen Bestandteile in der Reihenfolge Fitnessbewertung, Selektion, Crossover, lokale Suche und Mutation angewendet werden. Als Abbruchkriterium dient die maximale Laufzeit des Algorithmus.

Abschließend wird jeweils die beste gefundene Lösung der aktuellen Generation mit der bislang besten Lösung über alle Iterationen verglichen. Konnte eine Lösung mit geringeren Kosten gefunden werden, werden die relevanten Variablen aktualisiert und für die nächste Population vorbereitet. Als Output liefert der Algorithmus die beste gefundene Lösung über alle Generationen, die benötigte Zeit bis zu dieser Lösung sowie die Gesamtlaufzeit. Die beste Lösung wird durch den Kantenvektor, den Richtungsvektor und die Gesamtkosten der Tour repräsentiert. In Algorithmus 7 ist der Ablauf und die grundlegende Struktur des implementierten genetischen Algorithmus dargestellt.

Algorithmus 7: Ablauf des genetischen Algorithmus

Algorithmus 7: Genetischer Algorithmus für das RPP-LC

```

Eingabe:  $N$ ,  $p_c$ ,  $p_m$ ,  $maxTime$ 

1  initialisiere  $elapsedTime$ 
2  initialisiere  $timeToBest$ 
3  generiere Startpopulation  $Pop$  durch  $InitialPopulation()$ 

4  while  $elapsedTime < maxTime$ 
5      ermittle Fitnesswerte von  $Pop$  durch  $fitness()$  und speichere in  $fitnessvalues$ 
6      wähle  $p_c$  % der Individuen durch  $roulette\_wheel\_selection()$  aus und speichere sie in  $selected$ 
7      initialisiere  $NextPop$  für die Individuen der nächsten Population

8      while  $|NextPop| < N$ 
9          wähle Elternlösungen aus  $selected$  durch  $select\_parents\_with\_roulette\_wheel()$ 
10         kombiniere  $parent1$  und  $parent2$  zu einem  $child$  durch  $order\_crossover()$ 
11         wende lokale Suche auf das  $child$  durch  $local\_search()$  an
12         generiere Zufallszahl zwischen 0 und 1 und speichere sie in  $randomValue$ 
13         if  $randomValue < p_m$ 
14             wende Mutation auf  $child$  durch  $mutation()$  an
15             füge mutiertes  $child$  zur  $NextPop$  hinzu
16         füge  $child$  ohne Mutation zur  $NextPop$  hinzu

17     füge bestes Individuum von  $Pop$  zur  $NextPop$  hinzu (Elitismus)

18     if  $cost$  von  $current\_best < cost$  der bisher besten Lösung
19         aktualisiere die bisher beste Lösung
20         aktualisiere  $timeToBest$ 

21     ersetze  $Pop$  durch  $NextPop$ 
22     aktualisiere  $elapsedTime$ 

Ausgabe:  $bestSolution$ ,  $timeToBest$ ,  $elapsedTime$ 

```

4.3 Evolutionsstrategie als alternatives Lösungsverfahren

Neben dem bereits beschriebenen genetischen Algorithmus wird in dieser Arbeit zusätzlich eine Variante auf Basis einer Evolutionsstrategie implementiert. Die folgenden Abschnitte behandeln die Rolle und den Aufbau der Evolutionsstrategie in dieser Arbeit sowie die Unterschiede zum genetischen Algorithmus.

4.3.1 Zielsetzung der Evolutionsstrategie

Zusätzlich zum beschriebenen Lösungsverfahren wird in dieser Arbeit eine Evolutionsstrategie als Vergleichsmethode eingeführt, um die Ergebnisse des genetischen Algorithmus vergleichen zu können. Die Evolutionsstrategie wird eingesetzt, um die Qualität und Stabilität der gefundenen Lösungen zu untersuchen.

Die Erweiterung des genetischen Algorithmus wird nicht neu konzipiert, sondern orientiert sich an den bereits implementierten genetischen Operatoren des Referenzalgorithmus.

Dadurch baut die Evolutionsstrategie auf dem genetischen Algorithmus auf und stellt eine methodische Erweiterung dar.

Das Ziel besteht jedoch nicht darin, den bestehenden Algorithmus durch die Entwicklung eines verbesserten Algorithmus zu ersetzen, sondern ein Vergleichsinstrument zur Analyse des genetischen Algorithmus bereitzustellen. Zudem wird keine Empfehlung für die Wahl eines Verfahrens gegeben; stattdessen liegt der Fokus auf der Interpretation der Ergebnisse und der Analyse von Verhaltensmustern.

Die Evolutionsstrategie liefert Vergleichswerte zur Lösungsqualität und zum Konvergenzzeitverhalten. Die lösungsbezogenen Ergebnisse umfassen die Gesamtkosten, die Gesamtdistanz sowie die konkrete Tour. Zu den laufzeitbezogenen Ergebnissen zählen die Gesamtlaufzeit sowie die Zeit bis zur besten gefundenen Lösung.

4.3.2 Aufbau der Evolutionsstrategie

Der folgende Abschnitt beschreibt den Aufbau der in dieser Arbeit eingesetzten Evolutionsstrategie. Diese orientiert sich an der Empfehlung von Slowik & Kwasnicka (2020), wobei die Operatoren aus dem genetischen Algorithmus mit den in Abschnitt 4.2 beschriebenen Strukturen übernommen und in ihrer Reihenfolge innerhalb des Ablaufs angepasst werden. Das implementierte Konzept folgt dem Prinzip einer $(\mu + \lambda)$ -Evolutionsstrategie, bei der sowohl Eltern als auch Nachkommen gemeinsam bewertet und die besten μ Individuen in die nächste Generation aufgenommen werden. Angesichts der zufallsbasierten Elemente handelt es sich ebenfalls um ein stochastisches Optimierungsverfahren.

Vor der Durchführung des Algorithmus werden ebenfalls mehrere Parameter als Inputwerte festgelegt, welche die grundlegenden Rahmenbedingungen des Algorithmus beschreiben. Dazu zählen die Größe der Elternpopulation μ , die Anzahl der Nachkommen λ sowie die maximale Laufzeit. Die beiden Variablen λ und μ stehen dabei in einem festen Verhältnis, wobei Bäck & Schwefel (1993) ein Verhältnis von $\mu/\lambda = 1/7$ als geeignete Größenordnung empfehlen.

Zu Beginn werden analog zum genetischen Algorithmus zwei Zeitvariablen eingeführt, um die Gesamtzeit des Algorithmus sowie die Zeit bis zur besten Lösung zu erfassen. Im weiteren Verlauf wird eine zufällige Elternpopulation generiert, die in der ersten Iteration als Grundlage für die nachfolgenden evolutionären Operatoren dient. Anschließend wird eine Schleife durchlaufen, in der die Operatoren in der Reihenfolge Crossover, Mutation, lokale

Suche, Fitnessbewertung und abschließende Selektion angewendet werden. Der Crossover-Operator dient weiterhin zur Erzeugung von Nachkommen und basiert auf der aktuellen Elternpopulation ohne eine vorherige Selektion. Die Mutation dient als zentraler Variationsoperator zur Generierung neuer Lösungskandidaten und wird im Gegensatz zur Implementierung des genetischen Algorithmus auf jedes Individuum der Elternpopulation angewendet. Die lokale Suche wird weiterhin zur Verbesserung von Lösungskandidaten eingesetzt. Die Fitnessbewertung mit anschließender Selektion dient der Auswahl der Individuen für die nächste Generation. Die maximale Laufzeit dient als alleiniges Abbruchkriterium des Algorithmus.

Abschließend wird die beste Lösung der aktuellen Generation mit der bereits besten gefundenen Lösung verglichen. Wurde eine bessere Lösung gefunden, werden die relevanten Variablen aktualisiert und die Elternlösungen für die nächste Generation vorbereitet. Als Output liefert der Algorithmus die beste gefundene Lösung über alle Generationen, die verstrichene Zeit bis zu dieser Lösung sowie die Gesamtlaufzeit. In Algorithmus 8 sind der Ablauf und die grundlegende Struktur der implementierten Evolutionsstrategie dargestellt.

Algorithmus 8: Ablauf der Evolutionsstrategie

Algorithmus 8: Evolutionsstrategie als vergleichs- und Robustheitsverfahren

```
Eingabe:  $\mu$ ,  $\lambda$ , maxTime

1  initialisiere elapsedTime
2  initialisiere timeToBest
3  generiere Startpopulation parents durch InitialPopulation()

4  while elapsedTime < maxTime
5      initialisiere children als leere Liste

6      while  $|children| < \lambda$ 
7          wähle Elternlösungen parent1 und parent2 aus parents durch random.choice()
8          kombiniere parent1 und parent2 zu einem child durch order_crossover()
9          wende Mutation auf child durch mutation() an
10         wende lokale Suche auf das child durch local_search() an
11         füge child zu children hinzu

12     führe parents und children in eine Liste combined zusammen
13     sortiere combined aufsteigend auf Basis der Kosten cost
14     wähle die ersten  $\mu$  Einträge aus und speichere sie in new_parents
15     speichere die beste Lösung current_best aus new_parents

16     if cost von current_best < cost der bisher besten Lösung
17         aktualisiere die bisher beste Lösung
18         aktualisiere timeToBest

19     ersetze parents durch new_parents
20     aktualisiere elapsedTime

Ausgabe: bestSolution, timeToBest, elapsedTime
```

4.3.3 Unterschiede zum genetischen Algorithmus

Der genetische Algorithmus und die Evolutionsstrategie weisen Gemeinsamkeiten auf, da beide Verfahren zur Familie der evolutionären Algorithmen gehören. Es bestehen jedoch grundlegende Unterschiede in der Struktur der Population sowie im Aufbau und in der Einsatzweise der Operatoren.

Durch Unterschiede in der Selektion und Mutation lassen sich abweichende Lösungspfade erkunden. Zusätzlich wird in der Evolutionsstrategie der Aspekt der Exploration stärker betont, da eine größere Startpopulation erzeugt und erst am Ende eines Durchlaufs selektiert wird. Dadurch kann die Vielfalt der Lösungen erhöht und die Wahrscheinlichkeit, lokale Optima zu verlassen, gesteigert werden.

Das unterschiedliche Grundprinzip der Verfahren spiegelt sich in einem abweichenden Ablauf wider. Der genetische Algorithmus, der eine frühe und strikte Selektion mit einer schrittweisen Verbesserung der ausgewählten Lösungen vorsieht, steht der Evolutionsstrategie gegenüber, in der zu Beginn eine größere Anzahl an Lösungen erzeugt und erst in einem späteren Schritt selektiert wird. Abbildung 3 veranschaulicht den Aufbau des genetischen Algorithmus im Vergleich zur eingeführten Evolutionsstrategie.

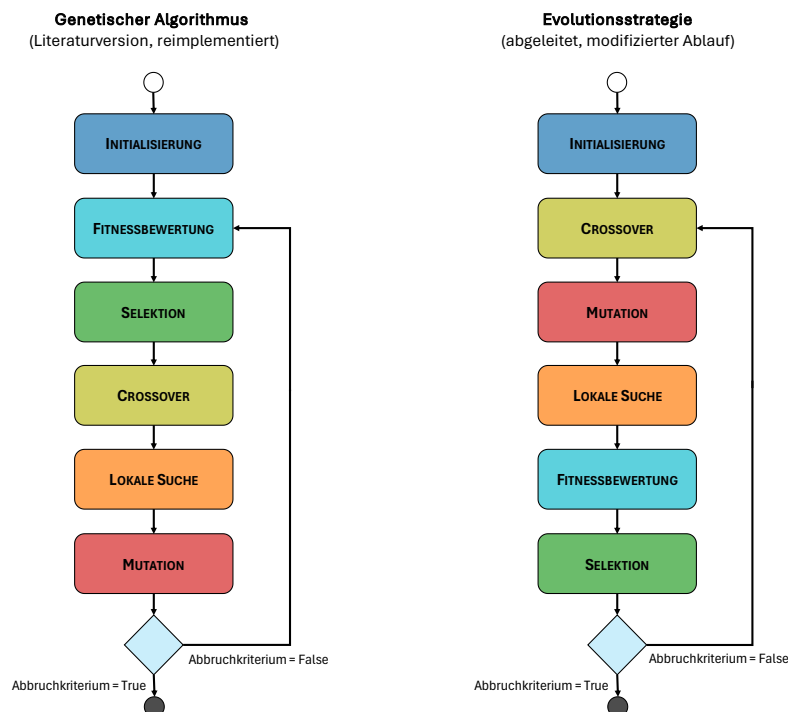


Abbildung 3: Vergleich der Strukturen von genetischem Algorithmus und Evolutionsstrategie
Quelle: *Eigene Darstellung.*

Der wesentliche Unterschied dieser beiden Strategien liegt im bestehenden Populationsmodell. Der genetische Algorithmus arbeitet mit einer generationsweisen Ersetzung der Population, bei der die Eltern ausschließlich zur Reproduktion von Nachkommen dienen. Im Gegensatz dazu basiert die Evolutionsstrategie auf dem $(\mu + \lambda)$ -Prinzip, bei dem nicht mehr nur die Nachkommen der Eltern die Grundlage der nächsten Generation bilden. Nach diesem Prinzip „überleben“ die μ besten Individuen aus der Gesamtheit von Eltern- und Nachkommenpopulation und bilden die nächste Population.

Ein weiterer Unterschied liegt im Zeitpunkt und Zweck der Selektion. Im genetischen Algorithmus wird die Selektion mit vorhergehender Fitnessbewertung direkt nach der Initialisierung durchgeführt. Dieser Prozess dient der Auswahl von zwei Elternlösungen für den Crossover. Im Vergleich dazu erfolgt die Selektion in der Evolutionsstrategie am Ende einer Iteration, um die besten Individuen für die nächste Population auszuwählen. Durch die geänderte Reihenfolge entsteht während der Erzeugung neuer Lösungen ein geringerer Selektionsdruck, da auch Individuen mit geringerer Fitness als Eltern dienen können. Das Kriterium des Elitismus wird in der Evolutionsstrategie nicht angewendet, da ohnedies die μ -besten Individuen durch die Selektion ausgewählt werden.

Die Rolle der Fitness ist in diesem Kontext ebenfalls unterschiedlich. Die Fitnessbewertung dient in der Evolutionsstrategie zur Bewertung und Auswahl der überlebenden Individuen. Im genetischen Algorithmus wird sie hingegen für die Selektion der Eltern benötigt.

Ein weiterer Unterschied zeigt sich in der Rolle der Mutation. Im genetischen Algorithmus wird eine Mutation nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit durchgeführt und betrifft somit nur eine geringe Anzahl an Individuen. Die Evolutionsstrategie setzt den Fokus stärker auf Variation in den Lösungen. Hierbei wird eine Mutation auf jedes Individuum angewendet, um kleine Veränderungen herbeizuführen.

Die beschriebenen Unterschiede bilden die Grundlage für einen Vergleich beider Lösungsverfahren und ermöglichen eine Untersuchung des Einflusses unterschiedlicher evolutionärer Strategien auf die Lösungsqualität und das Laufzeitverhalten im RPP-LC.

4.4 Implementierungsdetails

Die Implementierung des genetischen Algorithmus sowie der Evolutionsstrategie wurde in der Programmiersprache Python (Version 3.12.10) umgesetzt. Die Entwicklung und Ausführung des Codes erfolgte in der Entwicklungsumgebung Visual Studio Code. Für die

Erzeugung stochastischer Ereignisse in den Elementen Initialisierung, Selektion, Crossover und Mutation wurde das Python-Modul *random* verwendet. Die Messung der benötigten Zeit bis zur besten Lösung sowie für das Abbruchkriterium wurde über das Modul *time* gesteuert. Das Modul *csv* wurde verwendet, um die Ergebnisse der Experimente in eine CSV-Datei zu speichern. Darüber hinaus wurden ausschließlich Bibliotheken der Python-Standardbibliothek verwendet.

Die Re-Implementierung des genetischen Algorithmus erfolgte auf Basis des in De Santis et al. (2025) beschriebenen Verfahrens und wurde hinsichtlich Logik, Operatoren und Strukturen entsprechend übernommen. Die Umsetzung orientiert sich an den im Referenzpaper dargestellten Pseudocodes der genetischen Operatoren sowie am beschriebenen Gesamtablauf des Algorithmus. Die Evolutionsstrategie wurde ausgehend von der Struktur nach Slowik & Kwasnicka (2020) konzipiert und unter Verwendung der bestehenden Operatoren angepasst.

Um die Reproduzierbarkeit zu gewährleisten, wird im Hauptalgorithmus ein fester Zufallswert (Seed) festgelegt. Dadurch wird sichergestellt, dass die Ergebnisse unter identischen Rahmenbedingungen reproduzierbar sind. Die einzelnen Bestandteile wie Initialisierung, Crossover oder Mutation enthalten stochastische Elemente, um die Variabilität in den Lösungen zu erhalten. Für die jeweiligen Entscheidungen in den Operatoren wird die Standard-Zufallsfunktion in Python verwendet, weshalb in jeder Iteration unterschiedliche Variationen erfolgen.

Das Abbruchkriterium wird durch die maximale Laufzeit des Algorithmus definiert. Durch die Parameterfestlegung wird sichergestellt, dass der Algorithmus bis zur vordefinierten Zeit läuft. Der Abbruch des Algorithmus erfolgt jedoch nicht exakt an der festgelegten Laufzeit, sondern erst nach Abschluss der zu diesem Zeitpunkt ausgeführten Generation. Dies dient der Sicherung der Lösungsqualität, da zum Ende der Iteration möglicherweise noch Verbesserungen entdeckt werden, die bei sofortigem Abbruch unentdeckt blieben. Die Zeitmessung erfolgt intern und wird über zwei Zeitvariablen gesteuert.

Die Datenstruktur für jedes Individuum wird durch ein Tupel aus Kantenvektor, Richtungsvektor und Kosten repräsentiert. Eine Population wird als Liste aller Individuen gespeichert. Nach Abschluss einer Iteration wird die aktuell beste Lösung mit einer Variable für die bislang beste gefundene Lösung über alle Iterationen verglichen und bei einer gefundenen Verbesserung aktualisiert. Ebenso wird bei einer Verbesserung die Zeitvariable aktualisiert und später als Output ausgegeben.

5 Experimente und Analyse der Ergebnisse

Die in den vorhergehenden Kapiteln beschriebenen Algorithmen wurden gemäß den Beschreibungen implementiert und werden nun auf verschiedene Instanzen angewendet, um das jeweilige RPP-LC zu lösen. Das folgende Kapitel beschreibt die Durchführung der Experimente sowie die Analyse der erzielten Ergebnisse. Nachfolgend wird zunächst auf die Zielsetzung und das experimentelle Design eingegangen. Anschließend werden die Ergebnisse präsentiert, analysiert und den Resultaten der Referenzarbeit gegenübergestellt.

5.1 Zielsetzung der Experimente

Die nachfolgend durchgeführten Experimente verfolgen mehrere Zielsetzungen: Durch das Lösen der gleichen Testinstanzen wie in der Referenzarbeit wird überprüft, inwiefern der in dieser Arbeit implementierte genetische Algorithmus korrekt ausgeführt wird. Ergänzend dazu wird die Reproduzierbarkeit der gefundenen Lösungen betrachtet, indem untersucht wird, in welchem Maße die gewonnenen Ergebnisse an die Ausgangslösungen des Referenzalgorithmus heranreichen. Ein zusätzlicher Untersuchungsaspekt ist eine Gegenüberstellung des implementierten genetischen Algorithmus und der eingeführten Evolutionsstrategie.

Von De Santis et al. (2025) werden die Testinstanzen zusätzlich durch den Solver CPLEX gelöst. Dies hat den Vorteil, dass durch die exakte Methode optimale Lösungen bewiesen werden können. Diese Ergebnisse werden für die vorliegende Arbeit aufgenommen und im Rahmen einer Untersuchung näher betrachtet. Der Vergleich umfasst die Ergebnisse der implementierten Algorithmen sowie die in der Referenzarbeit angegebenen Ergebnisse des genetischen Algorithmus und der exakten Methode. Der Fokus dieser vergleichenden Analyse liegt auf den Kosten der Lösungen. Darüber hinaus wird die Stabilität der Lösungen anhand statistischer Kennzahlen wie Mittelwert, Median und Standardabweichung überprüft. Die Effizienz wird ebenfalls in die Analyse einbezogen, wobei die laufzeitbezogenen Kennzahlen im Fokus stehen.

Die zurückgelegte Distanz der Touren ist aufgrund der Anpassung der Zielfunktion um ladungsabhängige Kosten von zusätzlichem Interesse. Die benötigte Fahrstrecke der Touren kann möglicherweise dadurch im Vergleich zum klassischen RPP, bei dem die Distanzminimierung im Vordergrund steht, abweichen. Aus diesem Grund erfolgt eine zusätzliche Untersuchung der Distanzen der Lösungen. Dazu wird der genetische

Algorithmus für jede Instanz mit einer angepassten Zielfunktion ausgeführt, welche ausschließlich die Gesamtdistanz einer Tour minimiert. Diese Evaluierung soll Aufschluss darüber geben, inwiefern sich die benötigte Distanz im Vergleich zum klassischen Rural Postman Problem verändert.

5.2 Experimentaufbau und Parameter

Das folgende Kapitel befasst sich mit dem Aufbau der durchgeführten Experimente und den dafür gewählten Parametern. Des Weiteren wird detailliert auf die Reproduzierbarkeit sowie auf die technischen Details der Hardware eingegangen.

5.2.1 Parameterwahl

Die Parameter des genetischen Algorithmus wurden von De Santis et al. (2025) übernommen, um Fairness und Reproduzierbarkeit zu gewährleisten. Die Populationsgröße wurde mit $N = 20$ festgelegt, um in jeder Iteration eine angemessene Anzahl an Individuen zu generieren. Die Selektionswahrscheinlichkeit wurde mit $p_c = 0,7$ gewählt. Als Mutationswahrscheinlichkeit wurde $p_m = 0,1$ mit dem Ziel, nur selten Veränderungen in der Lösung vorzunehmen, festgelegt.

Die Parameter der Evolutionsstrategie umfassen die Größe der Elternpopulation sowie die Anzahl der Nachkommen. Das in der Literatur empfohlene Verhältnis von μ zu λ wird bei der Festlegung der Parameter berücksichtigt. Die Elternpopulation wird mit $\mu = 20$ festgelegt, um eine ausreichende Diversität zu fördern, ohne einen zu starken Selektionsdruck auszuüben. Entsprechend dazu wird die Anzahl der Nachkommen mit $\lambda = 140$ definiert, um genügend Variation in den Lösungen zu gewährleisten und die Wahrscheinlichkeit von Verbesserungen zu erhöhen.

5.2.2 Abbruchkriterium

Die maximale Laufzeit dient als alleiniges Abbruchkriterium und wird im Sinne der fairen Vergleichbarkeit aus der Referenzarbeit mit einem Wert von 300 Sekunden übernommen. Dieser Wert wird für alle Testinstanzen konsequent angewendet, da keine zusätzlichen Abbruchbedingungen eingeführt werden. Die Implementierung des Abbruchkriteriums entspricht der in Kapitel 4.4 beschriebenen Abbruchlogik. Diese Parameterwahl gilt auch für die Anwendung der Evolutionsstrategie.

Eine Änderung des Abbruchkriteriums auf eine einheitliche maximale Anzahl an Generationen ist aufgrund der heterogenen Charakteristiken der Instanzen nur eingeschränkt möglich. Während bei kleinen Instanzen häufig tausende Generationen durchlaufen werden, ist die Anzahl an Generationen bei größeren Instanzen oft nur einstellig. Eine Erweiterungsmöglichkeit würde in der Implementierung eines zusätzlichen Abbruchkriteriums bestehen, bei dem der Algorithmus nach einer vorgegebenen Zeit ohne Verbesserung frühzeitig abgebrochen wird, um die Gesamtlaufzeit zu reduzieren. Hintergrund ist, dass bei kleinen Instanzen häufig bereits nach kurzer Zeit keine weiteren Verbesserungen mehr möglich sind.

5.2.3 Reproduzierbarkeit

Die Durchführung der Experimente erfolgte, ebenso wie die Implementierung, in der Entwicklungsumgebung Visual Studio Code. Alle Experimente wurden auf einem System mit einem 12th Gen Intel(R) Core(TM) i5-1235U Prozessor mit 1,30 GHz, 32 GB Arbeitsspeicher und dem Betriebssystem Windows 11 Pro (64-Bit) durchgeführt. Angaben zur verwendeten Software werden bereits in Abschnitt 4.4 ausführlich beschrieben.

Aufgrund der großen Rechenzeiten wurden die Experimente für den genetischen Algorithmus und die Evolutionsstrategie auf mehreren Prozessorkernen durchgeführt. Insgesamt standen zwölf logische Prozessoren zur Verfügung, von denen sieben Kerne für die parallele Ausführung genutzt wurden. Durch die parallele Berechnung konnte die Gesamtlaufzeit deutlich beschleunigt und auf wenige Stunden verkürzt werden. Die parallele Ausführung beeinflusst die Kosten der Lösungen nicht. Die gemessenen Laufzeiten beziehen sich auf reale Messgrößen und sind daher mit seriellen Ausführungen nur eingeschränkt vergleichbar.

Die Experimente werden anhand von 180 öffentlich zugänglichen Testinstanzen durchgeführt, auf die im nachfolgenden Abschnitt näher eingegangen wird. Der genetische Algorithmus und die Evolutionsstrategie werden auf denselben Testinstanzen angewendet, um eine faire und vergleichbare Bewertung durchzuführen. Für jede Instanz werden fünf unabhängige Durchläufe durchgeführt und die Ergebnisse für die weitere Analyse gespeichert. Die Auswertungen erfolgen auf Basis dieser Durchläufe.

Im Sinne der Reproduzierbarkeit wurde ergänzend zu den Ausführungen in Abschnitt 4.4 für jeden Durchlauf der Algorithmen ein konstanter Zufallswert (Seed) festgelegt. In diesem Zusammenhang wird der Seed, wie im Referenzpaper, durch den aktuellen Durchlauf

bestimmt und es werden entsprechende Werte von 1 bis 5 verwendet. Die Zufallswerte für die stochastischen Operatoren werden nicht vordefiniert, sondern jeweils unabhängig zufällig bestimmt.

Die ausgewählten Parameter für die Experimente wurden bereits in Abschnitt 5.2.1 erläutert und für alle Durchläufe konstant gehalten, um eine vergleichbare Durchführung zwischen den einzelnen Testinstanzen zu gewährleisten.

5.3 Verwendete Testinstanzen

In diesem Abschnitt wird die Herkunft der Testinstanzen sowie deren Einteilung in Kategorien beschrieben. Darüber hinaus wird die Anpassung der Instanzen für das RPP-LC erläutert und die Struktur einer Instanz dargestellt.

5.3.1 Beschreibung der Instanzklassen

Die in den Experimenten verwendeten Testinstanzen stammen ursprünglich von Corberán et al. (2021), die diese Instanzen für die Untersuchung des Chinese Postman Problems entwickelt und zusammengestellt haben. Die Instanzen werden in die drei Klassen E, P und Hr unterteilt. Für die Lösung des RPP-LC greifen De Santis et al. (2025) auf diese Testinstanzen zurück und beschreiben die Kategorien wie folgt:

Die Instanzen der Klasse E repräsentieren eulersche Graphen, die aus einer vordefinierten Anzahl von Knoten und Kanten gebildet werden. Für jedes Größenpaar $(|V|, |E|) = (7, 12), (10, 18), (20, 32)$ werden jeweils sechs Graphen erzeugt, die sich durch verschiedene Ausprägungen des Leergewichts des Fahrzeugs unterscheiden. Für jeweils zwei dieser sechs Graphen wird einer der drei Werte $W = 0, Q/2$, und $5Q$ berücksichtigt, wobei die Gesamtnachfrage $Q = \sum_{e \in E} w_e$ definiert ist. Darüber hinaus wird für jedes Leergewicht zwischen zwei Varianten der Nachfrage unterschieden: Einerseits entspricht die Nachfrage der Kantenlänge, formal als $w_e = d_e$ definiert, andererseits wird eine zufällig generierte Nachfrage verwendet. Dadurch entstehen insgesamt 18 Instanzen, die die Menge E bilden.

Die Instanzen der Kategorie P werden aus den P-Instanzen von Christofides et al. (1981) abgeleitet und daher entsprechend benannt. Für jedes Paar aus Knoten und Kanten der Menge $(|V|, |E|) = (11, 13), (14, 33), (17, 35)$ werden jeweils sechs Graphen erzeugt. Der weitere Aufbau dieser Kategorie entspricht im Wesentlichen der zuvor beschriebenen Logik mit der Unterteilung in unterschiedliche Werte für W und anschließend in die beiden

Nachfragevarianten. Auf diese Weise entstehen insgesamt 18 Instanzen, die im Folgenden als Menge P bezeichnet werden.

Die dritte Kategorie bilden die Instanzen Hr , die auf den von Hertz et al. (1999) eingeführten Instanzen basieren und daher entsprechend mit Hr -Instanzen bezeichnet werden. Der Aufbau dieser Instanzen unterscheidet sich geringfügig von den Mengen E und P . Aus den Wertebereichen $|V| \in [6, 14]$ und $|E| \in [11, 48]$ werden jeweils acht Graphen, aus $|V| \in [18, 27]$ und $|E| \in [22, 33]$ jeweils vier Graphen erzeugt. Für diese Kategorie wird das Leergewicht des Fahrzeugs einheitlich auf $W = Q/2$ festgelegt. Darüber hinaus wird jeweils eine proportionale Instanz mit $w_e = d_e$ sowie eine nicht-proportionale Instanz mit einer zufällig generierter Nachfrage erstellt. Auf diese Weise entstehen insgesamt 24 Instanzen, die die Menge Hr bilden.

5.3.2 Anpassung für das RPP-LC

Diese im vorherigen Abschnitt beschriebenen Instanzen bilden die Grundlage für die Lösung des CPP, da alle Kanten im Graphen als erforderlich gelten. De Santis et al. (2025) passten die Struktur dieser Instanzen für das RPP-LC an, indem nur eine Teilmenge der Kanten als Pflichtkanten gekennzeichnet wurde. Für jede Instanz wurden zufällig jeweils 25 %, 50 % und 75 % der Kanten als Pflichtkanten ausgewählt. Dadurch verdreifacht sich die Anzahl der Instanzen von 60 auf insgesamt 180 unterschiedliche Problemstellungen. Die Instanzen sind öffentlich zugänglich und werden im weiteren Verlauf für die Experimente verwendet. Die Verteilung der Testinstanzen auf die drei Kategorien und die jeweiligen Anteile erforderlicher Kanten ist in Tabelle 6 dargestellt.

Tabelle 6: Anzahl der Testinstanzen je Kategorie und Anteil der erforderlichen Kanten

Kategorie	25 %	50 %	75 %	Gesamt
E	18	18	18	54
P	18	18	18	54
Hr	24	24	24	72
Gesamt	60	60	60	180

5.3.3 Struktur einer Instanz

Jede Testinstanz ist in einer separaten TXT-Datei gespeichert, die einen eindeutigen Dateinamen aufweist. Das erste Element im Namen bestimmt die Kategorie, der die Instanz zugewiesen ist. Im Anschluss steht eine Nummer, die eine Instanz innerhalb einer Kategorie kennzeichnet. Das dritte Element gibt den Anteil der erforderlichen Kanten an.

Beispielsweise kann die Instanz mit dem Namen *E10_50.txt* somit der Instanzklasse E zugeordnet werden, stellt die zehnte Instanz in diesem Set dar und weist einen Anteil von 50 % erforderlicher Kanten auf.

Alle Testinstanzen enthalten sechs zentrale Informationen und sind folgendermaßen aufgebaut: Jede Beschreibung beginnt mit der Menge der ausgewählten erforderlichen Kanten E_s , in der Reihenfolge, in der sie in der jeweiligen Datei erscheinen. Es folgen die Anzahl der Knoten $|V|$ sowie die Anzahl der Kanten $|E|$. Der Startpunkt bzw. das Depot der Tour wird danach beschrieben, gefolgt vom Leergewicht des Fahrzeugs. Abschließend finden sich in den restlichen Einträgen alle Kanten des Graphen sowie die Distanz jeder Kante und die jeweilige Nachfrage im Format $(i, j) \ d_e \ w_e$.

Mit der Beschreibung des experimentellen Aufbaus sowie der verwendeten Testinstanzen sind die methodischen Grundlagen für die nachfolgende Analyse der Ergebnisse geschaffen.

5.4 Ergebnisse und Diskussion

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den Auswertungsergebnissen der beiden implementierten Algorithmen sowie einem Vergleich zu den Ergebnissen aus der Referenzarbeit. Zu Beginn der Analysen steht eine Gegenüberstellung mit den zur Verfügung gestellten Referenzergebnissen des genetischen Algorithmus und der exakten Methode im Vordergrund. Anschließend wird der Fokus stärker auf die Unterschiede zwischen den implementierten Algorithmen gelegt, bevor ein Vergleich mit dem klassischen Rural Postman Problem den Abschluss bildet.

De Santis et al. (2025) führen Experimente mit einer exakten Methode durch, um zu überprüfen, ob die Testinstanzen optimal gelöst werden können. Hierfür wird das Problem formuliert und mit dem IBM ILOG CPLEX Optimizer gelöst. Aufgrund der Größe und Komplexität einiger Instanzen wird das Zeitlimit auf 3 600 Sekunden festgelegt, um lange Rechenzeiten zu vermeiden. Die Autoren stellten fest, dass die Fähigkeit, diese Instanzen innerhalb des Zeitlimits zu lösen, von zwei Faktoren abhängt: dem Anteil an erforderlichen Kanten (25 %, 50 % oder 75 %) und der Kategorie der Instanz (E, Hr oder P).

Für alle 60 Instanzen mit 25 % Pflichtkantenanteil kann die optimale Lösung durch den Solver bewiesen werden. In der Kategorie mit 50 % werden 48 von 60 Instanzen optimal gelöst (80 %), während bei 75 % Pflichtkantenanteil in 33 von 60 Instanzen die optimale Lösung gefunden wird (55 %).

Gruppiert nach den Instanzenkategorien ergibt sich für das Set E eine Erfolgsrate hinsichtlich optimaler Lösungen von 94,4 % (51 von 54 Instanzen). In der Kategorie Hr liegt der Wert bei 72,2 % (52 von 72 Instanzen) und im Set P bei 70,4 % (38 von 54 Instanzen).

Im weiteren Verlauf wird der implementierte genetische Algorithmus mit GA und die Evolutionsstrategie mit ES abgekürzt. Die Referenzverfahren aus De Santis et al. (2025) bestehen aus einem genetischen Algorithmus (GA-Ref) sowie einer exakten Methode (Solver-Ref). Ergebnisse des klassischen Rural Postman Problems werden als GA-RPP definiert.

5.4.1 Benchmark-Vergleich der besten gefundenen Lösungen

Den Einstieg in die Analysen bildet ein Benchmark-Vergleich der besten gefundenen Lösungen für jede Instanz. Der Referenzwert entspricht entweder dem Optimum oder – bei Erreichen des Zeitlimits – der besten vom Solver-Ref gefundenen Lösung. Tabelle 7 zeigt den Anteil der Instanzen, in denen die Referenzlösung erreicht, verbessert oder nicht erreicht wurde.

Tabelle 7: Vergleich der erzielten Lösungen mit der Referenzlösung nach Pflichtkantenanteil

Pflichtkantenanteil	besser [%]			gleich [%]			schlechter [%]		
	GA-Ref	GA	ES	GA-Ref	GA	ES	GA-Ref	GA	ES
25 %	0	0	0	100	100	100	0	0	0
50 %	13,3	13,3	13,3	86,7	86,7	86,7	0	0	0
75 %	41,7	43,3	43,3	50,0	56,7	56,7	8,3	0	0

Aufgrund der optimalen Lösung in allen Instanzen bei einem Pflichtkantenanteil von 25 % ist eine Verbesserung des Zielfunktionswerts nicht möglich. Sowohl der genetische Algorithmus aus der Referenzarbeit als auch GA und ES erreichen die optimale Lösung für diese Instanzen.

Mit zunehmendem Pflichtkantenanteil kommen Unterschiede deutlicher zum Vorschein. Bei 50 % Pflichtkantenanteil erzielen alle Vergleichsalgorithmen in 13,3 % der Fälle einen besseren Zielfunktionswert und in den übrigen Fällen dasselbe Ergebnis wie der Solver-Ref. Auch bei 75 % Pflichtkantenanteil zeigt sich die Gleichmäßigkeit von GA und ES, da beide Algorithmen in 43,3 % der Instanzen bessere Ergebnisse erzielen, ohne dass schlechtere Lösungen auftreten. Der GA-Ref erreicht ebenfalls zahlreiche Verbesserungen, kann jedoch in einigen Fällen nicht an den Referenzwert heranreichen.

Auch eine Auswertung nach den Instanzklassen E, Hr und P zeigt nur geringfügige Unterschiede zwischen den heuristischen Lösungsverfahren. Die meisten Verbesserungen treten bei Instanzen der Klassen Hr und P auf. Insgesamt bestätigt der Benchmark-Vergleich, dass alle drei Vergleichsalgorithmen ein ähnliches Verhalten aufweisen und das Leistungsniveau des Referenzalgorithmus erreichen.

Eine ausführliche GAP-Analyse erfolgt im folgenden Abschnitt, um die tatsächlichen Leistungsunterschiede zu untersuchen.

5.4.2 Analyse der Lösungsqualität

Nach einer ersten qualitativen Einordnung erfolgt im Anschluss eine detailliertere Auswertung der Ergebnisse der Lösungsverfahren. Für eine konsistente Bewertung werden im Rahmen einer GAP-Analyse die Abweichungen der besten gefundenen Lösungen gegenüber einer Referenzlösung bestimmt. Der GAP-Wert beschreibt dabei die prozentuale Abweichung des Zielfunktionswerts im Vergleich zur Basislösung.

Als Referenzwerte dienen dabei die Resultate des Solver-Ref, da es sich um ein deterministisches Verfahren handelt, das reproduzierbare Ergebnisse liefert. Diese Referenzlösungen setzen sich aus den optimalen Zielfunktionswerten bzw. den kostengünstigsten bis zum Erreichen des Zeitlimits gefundenen Lösungen zusammen und bieten somit die bestmögliche Vergleichsbasis, um einen fairen Vergleich zwischen GA-Ref, GA und ES zu ermöglichen.

Für die Auswertung werden zwei GAP-Kennzahlen bestimmt, um sowohl die Bestwerte als auch die durchschnittlichen Ergebnisse hinsichtlich der Lösungsqualität abzubilden. Der GAP wird nach der Formel

$$GAP = \frac{f_{\text{Algorithmus}} - f_{\text{Solver-Ref}}}{f_{\text{Solver-Ref}}} * 100 \quad (18)$$

bestimmt, wobei f den Zielfunktionswert des jeweiligen Lösungsverfahrens repräsentiert.

Für die Kennzahl GAP_{best} werden die Lösungen mit den minimalen Kosten für jede Instanz herangezogen, um die maximale Leistungsfähigkeit der Verfahren zu bewerten.

Zusätzlich wird ein durchschnittlicher GAP-Wert über alle fünf Durchläufe pro Instanz berechnet, um die Stabilität der Verfahren zu beurteilen, da die Lösung eines einzelnen Durchlaufs aufgrund der stochastischen Eigenschaften zufällig sein kann. Für die

Bestimmung von GAP_{avg} wird der GAP für jeden einzelnen Durchlauf $i = 1, \dots, 5$ berechnet und anschließend der Mittelwert dieser Werte gebildet.

Die Testinstanzen werden nach ihrer Lösbarkeit in zwei Gruppen unterteilt: optimal gelöste Instanzen und jene, bei denen der Solver-Ref das Zeitlimit im Lösungsprozess erreicht hat. Letztere sind von besonderem Interesse, da hierbei Verbesserungspotenzial für heuristische Verfahren besteht.

Optimal gelöste Instanzen

In 141 von insgesamt 180 Instanzen (78,3 %) konnte der CPLEX-Solver die optimale Lösung finden. Ein Vergleich dieser Lösungen mit den Ergebnissen der implementierten Verfahren zeigt ein klares und konsistentes Ergebnis.

Die GAP-Werte für GA und ES betragen in allen Instanzen 0 %, was bedeutet, dass der optimale Wert des Solver-Ref in jedem Fall erreicht wurde. Auch die durchschnittlichen GAP-Werte bestätigen dies mit einer mittleren Abweichung von 0 %. Lediglich in einem Durchlauf einer einzigen Instanz konnte der GA den optimalen Wert minimal nicht erreichen. Die praktisch identischen Ergebnisse weisen auf eine hohe Zuverlässigkeit und eine konsistente Leistungsfähigkeit beider Algorithmen hin.

Der GA-Ref liefert bei optimal gelösten Instanzen praktisch identische Ergebnisse mit einem GAP von +0,01 %, da in drei Instanzen der optimale Wert knapp nicht erreicht wurde. Die maximale Abweichung beträgt +0,78 %, wodurch sich eine Standardabweichung von +0,08 % ergibt. Auch hier zeichnet sich eine geringe Streuung ab. Ein Vergleich zum durchschnittlichen GAP-Wert ist nicht möglich, da keine Daten zu den einzelnen Durchläufen vorliegen.

Das Ergebnis deutet darauf hin, dass diese Instanzen hinsichtlich ihrer grundlegenden Struktur weniger anspruchsvoll sind, wodurch sowohl die heuristischen Verfahren als auch die exakte Methode die optimalen Lösungen finden können.

Instanzen mit Zeitlimit

Besonders relevant sind die 39 von insgesamt 180 Instanzen (21,7 %), bei denen der Solver-Ref das vorgegebene Zeitlimit erreicht hat und somit keine optimale Lösung finden konnte. Diese Instanzen bestehen zu etwa einem Drittel aus der Kategorie mit 50 % Pflichtkantenanteil und zu rund zwei Dritteln aus der Kategorie mit 75 % Pflichtkantenanteil. Gruppieren nach Instanzklassen bestehen die Daten aus 20 Hr-Instanzen

und 16 P-Instanzen, während E-Instanzen mit lediglich drei Instanzen deutlich geringer vertreten sind. Tabelle 8 zeigt die Ergebnisse der Bewertung der Lösungsqualität der drei heuristischen Verfahren anhand der ermittelten GAP_{best} -Werte für Instanzen mit Zeitlimit. Eine vollständige Übersicht der zugrunde liegenden Zielfunktionswerte der einzelnen Lösungsverfahren für alle Testinstanzen ist in Tabelle A1 im Anhang dargestellt.

Tabelle 8: GAP_{best} -Werte der Lösungsverfahren im Vergleich zum Solver-Ref für Instanzen mit Zeitlimit

Kennzahl	Pflichtkantenanteil	GA-Ref [%]	GA [%]	ES [%]
Mittelwert	50 %	-0,97	-1,15	-1,15
	75 %	-2,82	-3,33	-3,33
	Gesamt	-2,25	-2,66	-2,66
Median	50 %	-0,06	-0,12	-0,12
	75 %	-1,40	-1,90	-1,90
	Gesamt	-1,00	-1,67	-1,67
Std. Abw.	50 %	1,21	1,39	1,39
	75 %	3,56	4,01	4,01
	Gesamt	3,14	3,55	3,55

Insgesamt zeigt sich kein messbarer Vorteil der Evolutionsstrategie gegenüber dem genetischen Algorithmus auf Basis der Kosten, da beide Verfahren in beiden Instanzengruppen praktisch identische GAP-Werte aufweisen. Dies deutet darauf hin, dass unter der gewählten Modellkonfiguration die Wahl zwischen GA und ES keinen wesentlichen Einfluss auf die Lösungsqualität hat.

Im Durchschnitt liegen die GAP-Werte leicht unter jenen des GA-Ref und verdeutlichen leichte Verbesserungen gegenüber dem Referenzalgorithmus. Die Medianwerte der heuristischen Verfahren liegen in allen Kategorien unter den Mittelwerten, was darauf hinweist, dass einzelne starke Verbesserungen den Mittelwert nach unten verzerren. Dies bestätigt die Beobachtung, dass in der Mehrheit der Instanzen nur geringe Kostenreduktionen erzielt werden, wobei es jedoch in einigen Fällen zu deutlicher Leistungssteigerung kommt.

Auch die Extremwerte bestätigen dieses Muster. Während es teilweise zu deutlichen Verbesserungen von bis zu -14,4 % kommt, liegen die Maximalwerte beider Verfahren einheitlich bei 0 %. Dies verdeutlicht das enorme Potenzial möglicher Verbesserungen durch heuristische Verfahren und zeigt gleichzeitig die hohe Stabilität dieser Lösungsverfahren, da es in keinem Fall zu einer Verschlechterung im Vergleich zur Referenzlösung gekommen ist.

Ein wesentlicher Einflussfaktor ist hingegen die Instanzkomplexität, da die Berücksichtigung einer größeren Anzahl von Pflichtkanten zu mehr Komplexität und höheren Verbesserungsmöglichkeiten führt. Die Standardabweichungen zeigen eine vergleichbare Streuung von GA und ES, während der GA-Ref eine leicht geringere Variabilität aufweisen kann. Gesamtbetrachtet zeigt sich in allen heuristischen Verfahren eine gewisse Streuung in den Ergebnissen, die jedoch auf instanzabhängige Unterschiede zurückzuführen ist, die im Anschluss näher betrachtet werden. Mit steigender Komplexität nimmt die Streuung der Ergebnisse leicht zu, was auf den größeren Suchraum und den starken Einfluss der stochastischen Komponenten zurückgeführt werden kann. Es lässt sich beobachten, dass, je komplexer eine Instanz ist, desto instabiler werden auch die Ergebnisse.

Abbildung 4 veranschaulicht die GAP-Werte für jene Instanzen, bei denen es zu klar erkennbaren Unterschieden zwischen den Bestwerten der Referenzlösung und der heuristischen Verfahren kommt. Aufgrund der Gleichmäßigkeit von GA und ES werden beide in dieser Darstellung vereinheitlicht.

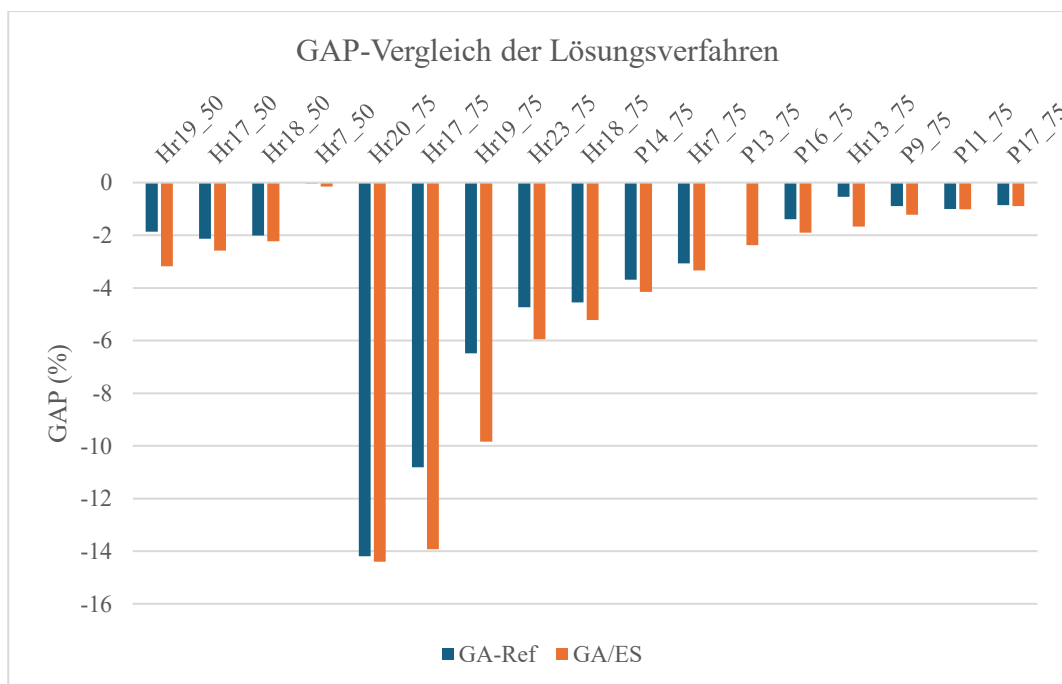


Abbildung 4: GAP-Werte der Lösungsverfahren gegenüber der Referenzlösung ausgewählter Testinstanzen
Quelle: Eigene Darstellung.

Insgesamt zeigt sich, dass sich die betrachteten Instanzen aus vier Instanzen mit 50 % Pflichtkantenanteil und 13 Instanzen mit 75 % Pflichtkantenanteil zusammensetzen. Obwohl innerhalb der Kategorien eine vergleichbare Komplexität hinsichtlich der Menge an erforderlichen Kanten vorliegt, kommt es dennoch zu Unterschieden aufgrund der

Instanzstruktur. Bemerkenswert ist, dass deutlich ausgeprägte Abweichungen überwiegend bei Hr-Instanzen auftreten. Jene Instanzen, bei denen bereits bei 50 % Pflichtkantenanteil deutliche Verbesserungen zu beobachten sind, finden sich auch in der Kategorie 75 % wieder. Eine mögliche Erklärung hierfür könnte in der zugrunde liegenden Struktur des Netzwerks in den Hr-Instanzen bestehen, die möglicherweise stärker verzweigte Netzwerke mit mehreren Alternativrouten aufweisen. Somit ist neben dem Pflichtkantenanteil auch die Struktur des Netzwerks ein entscheidender Faktor für die Lösbarkeit.

Anschließend wird die Stabilität von GA und ES über alle fünf Durchläufe bewertet. Tabelle 9 zeigt die Ergebnisse der Bewertung der Lösungsqualität der drei heuristischen Verfahren anhand der ermittelten GAP_{avg} -Werte für Instanzen mit Zeitlimit.

Tabelle 9: GAP_{avg} -Werte der Lösungsverfahren im Vergleich zum Solver-Ref für Instanzen mit Zeitlimit

Kennzahl	Pflichtkantenanteil	GA [%]	ES [%]
Mittelwert	50 %	-1,15	-1,14
	75 %	-3,31	-3,32
	Gesamt	-2,65	-2,65
Median	50 %	-0,12	-0,09
	75 %	-1,90	-1,90
	Gesamt	-1,60	-1,62
Std. Abw.	50 %	1,39	1,40
	75 %	3,97	3,99
	Gesamt	3,52	3,54

Die durchschnittlichen GAP-Werte sowie Median und Standardabweichung zeigen ein überwiegend konsistentes Bild im Vergleich zu den GAP_{best} -Ergebnissen. In wenigen Fällen kam es aufgrund der stochastischen Komponenten zu minimalen Abweichungen zwischen den Durchläufen. Während der GA in fünf Instanzen einen höheren GAP_{avg} gegenüber der ES aufweist, liegt dieser in ebenfalls fünf Fällen unter den Werten der ES. Die größte durchschnittliche Abweichung einer Instanz zwischen GA und ES beträgt 0,23 %. In der Mehrheit der Instanzen wurde in jedem Durchlauf derselbe Zielfunktionswert gefunden, was auf eine insgesamt hohe Stabilität beider Verfahren hinweist.

Im direkten Vergleich zwischen GA und ES über alle fünf Durchläufe zeigt sich, dass die durchschnittlichen Abweichungen in jeder Schwierigkeitskategorie unter 0,3 % liegen, während die Standardabweichungen in allen Kategorien einen Wert von unter 0,04 % aufweisen. In 99,4 % der 180 Instanzen konnte von beiden Verfahren die identische beste

Lösung in mindestens einem Durchlauf erreicht werden, wodurch beide Verfahren als praktisch gleichwertig bewertet werden können.

Die Gegenüberstellung von GA und GA-Ref verdeutlicht, dass der GA im Durchschnitt keine deutlich bessere Performance als der GA-Ref aufweist, was der Gesamtmittelwert von -0,1 % sowie eine Standardabweichung von 0,45 % unterstreichen. In allen Pflichtkantenkategorien liegen die Abweichungen im Mittel nahe bei null, während die Standardabweichungen ebenfalls eine geringe Streuung aufweisen. Über alle Instanzen hinweg kann der Zielfunktionswert nur in 3,3 % der Fälle um mehr als 1 % verbessert werden, während die maximale Verbesserung des GA gegenüber dem GA-Ref -3,59 % beträgt. Insgesamt können GA und ES mit dem Leistungsniveau des Referenzalgorithmus GA-Ref mithalten und dieses bei einigen Instanzen sogar leicht übertreffen.

Ergänzend wurde untersucht, ob die Reihenfolge der genetischen Operatoren einen Einfluss auf die Lösungsqualität bei Instanzen mit Zeitlimit hat. Für diese Analyse wurde die Reihenfolge der Operatoren des genetischen Algorithmus angepasst, indem die lokale Suche und die Mutation vertauscht wurden. Die Motivation dahinter war, zu überprüfen, ob eine Mutation vor der lokalen Suche zu einer Verbesserung der Lösungsqualität führt, da dadurch bereits durch die lokale Suche optimierte Lösungskandidaten nicht erneut verändert werden. Die Ergebnisse zeigen, dass innerhalb der durchgeführten Experimente keine wesentlichen Unterschiede hinsichtlich der erzielten Lösungsqualität festgestellt werden konnten. Eine mögliche Erklärung hierfür könnte darin liegen, dass die Mutation aufgrund der geringen Anwendungswahrscheinlichkeit von 10 % nur einen begrenzten Einfluss auf die erzielten Ergebnisse hat.

Abschließend wird deutlich, dass sich GA, ES und GA-Ref als gute Lösungsverfahren mit nahezu identischen Lösungen darstellen und sich somit keine Überlegenheit eines Algorithmus beobachten lässt. Gegenüber dem CPLEX-Solver konnten teilweise deutlich bessere Ergebnisse erzielt werden, was durch die Betrachtung einiger Extremfälle bestätigt wird. Zudem zeigen die Ergebnisse keine wesentlichen Schwankungen zwischen den Durchläufen und sind reproduzierbar, was auf eine hohe Konsistenz schließen lässt. Diese Zuverlässigkeit stellt somit einen wesentlichen Vorteil der implementierten Algorithmen dar.

5.4.3 Analyse der Laufzeiteffizienz

Im Anschluss an die Analyse der Lösungsqualität erfolgt eine Bewertung der Effizienz der Lösungsverfahren anhand der Konvergenzzeiten. Im Folgenden wird unter der

Konvergenzzeit die Zeit bis zum erstmaligen Erreichen der besten innerhalb eines Durchlaufs gefundenen Lösung verstanden. Analog zu Abschnitt 5.4.2 basiert die Auswertung auf GAP-Werten, wobei anstelle des Zielfunktionswerts die Konvergenzzeit betrachtet wird. $GAP_{bestTime}$ beschreibt die Konvergenzzeit des hinsichtlich Lösungsqualität erfolgreichsten Durchlaufs, während $GAP_{avgTime}$ die durchschnittliche Konvergenzzeit über alle fünf Durchläufe einer Instanz angibt.

Optimal gelöste Instanzen

In Tabelle 10 sind die GAP-Werte der Konvergenzzeiten für Instanzen mit optimaler Lösung nach dem Pflichtkantenanteil zusammengefasst. Eine vollständige Übersicht der zugrunde liegenden Konvergenzzeiten der einzelnen Testinstanzen ist in Tabelle A2 im Anhang dargestellt.

Tabelle 10: Auswertung der GAP-Werte im Vergleich zum Solver-Ref für Instanzen mit optimaler Lösung

Kennzahl	Pflichtkantenanteil	$GAP_{bestTime}$ [%]			$GAP_{avgTime}$ [%]	
		GA-Ref	GA	ES	GA	ES
Mittelwert	25 %	-95,91	-88,54	-25,21	-86,26	-18,88
	50 %	-89,38	-81,65	18,33	-78,99	25,38
	75 %	-83,28	-69,19	90,27	-63,26	101,98
Median	25 %	-96,61	-90,91	-32,75	-88,29	-26,86
	50 %	-93,36	-83,51	-4,25	-82,18	5,41
	75 %	-90,32	-78,98	26,75	-77,20	29,94
Std. Abw.	25 %	4,36	9,87	53,37	10,01	57,22
	50 %	12,71	15,55	100,21	17,30	104,68
	75 %	25,58	30,35	191,08	37,00	203,82

Während die Lösungsqualität bei optimal gelösten Instanzen zwischen den heuristischen Verfahren und dem Solver-Ref vergleichbar ist, lassen sich deutliche Unterschiede in der Konvergenzzeit beobachten. Die Ergebnisse verdeutlichen, dass bei steigendem Pflichtkantenanteil die Konvergenzzeit und deren Streuung deutlich zunehmen.

GA-Ref erzielt im Durchschnitt in allen Schwierigkeitskategorien die schnellsten und stabilsten Lösungen. GA weist ein ähnliches Verhalten auf, wobei der Unterschied mit zunehmender Komplexität deutlich ausgeprägter ist. Sowohl GA-Ref als auch GA erreichen die beste gefundene Lösung durchschnittlich schneller als der Solver-Ref. Bei der ES hingegen kommt es zu deutlich abweichendem Verhalten. Diese erzielt in der Kategorie mit 25 % Pflichtkantenanteil noch vergleichsweise effiziente Lösungen, fällt aber in den

schwierigeren Kategorien deutlich ab und benötigt in der höchsten Schwierigkeitskategorie wesentlich längere Konvergenzzeiten als der Solver-Ref.

Ein Vergleich von Mittelwert und Median veranschaulicht insbesondere bei der ES, dass einzelne Instanzen mit hohen Laufzeiten den Mittelwert stark nach oben verzerren. Zudem wird ersichtlich, dass die ES eine höhere Streuung, vor allem bei zunehmender Komplexität, aufweist. Eine mögliche Erklärung könnte in der stärkeren Bedeutung der mutativen Suchstrategie liegen. Kleine Veränderungen können bereits gute Zwischenlösungen wieder verändern und dadurch den Suchprozess verlängern. In Kombination mit einer komplexeren Instanzstruktur kann dies zu längeren Laufzeiten führen, bis die ES wieder auf gute Suchpfade zurückfindet. Dies könnte darauf hindeuten, dass die ES empfindlicher für zunehmende Komplexität des Suchraums ist als GA und GA-Ref.

Die durchschnittlichen Ergebnisse über alle Durchläufe hinweg bestätigen die Erkenntnisse aus den Bestwerten und weisen in allen Kategorien durchgängig leicht schwächere Werte auf.

Instanzen mit Zeitlimit

Die nachfolgenden Ergebnisse besitzen eine eingeschränkte Aussagekraft, zumal bei Instanzen mit Zeitlimit kein direkter Effizienzvergleich mit dem Solver-Ref möglich ist, da dieser stets das Zeitlimit von 3 600 Sekunden erreicht. Dadurch entstehen erwartungsgemäß stark negative GAP-Werte.

Tabelle 11 zeigt die GAP-Werte der benötigten Konvergenzzeit der heuristischen Lösungsverfahren für Instanzen, bei denen der Solver-Ref das Zeitlimit erreicht hat, gruppiert nach dem Pflichtkantenanteil.

Tabelle 11: Auswertung der GAP-Werte im Vergleich zum Solver-Ref für Instanzen mit Zeitlimit

Kennzahl	Pflichtkantenanteil	$GAP_{bestTime}$ [%]			$GAP_{avgTime}$ [%]	
		GA-Ref	GA	ES	GA	ES
Mittelwert	50 %	-98,06	-99,44	-97,21	-98,91	-97,00
	75 %	-96,08	-98,31	-91,96	-97,30	-91,66
Median	50 %	-98,82	-99,57	-97,94	-99,17	-97,86
	75 %	-96,18	-99,21	-96,12	-98,37	-95,42
Std. Abw.	50 %	2,02	0,53	2,45	1,07	2,62
	75 %	2,57	2,02	9,82	2,37	9,70

Ein Vergleich der Mittelwerte innerhalb dieser Instanzen zeigt, dass der Unterschied zwischen den heuristischen Verfahren bei allen Pflichtkantenanteilen im Durchschnitt nur gering ausfällt. Trotz der eingeschränkten GAP-Werte zeigt sich ein konsistenter, jedoch nur geringfügiger Trend zugunsten des GA hinsichtlich der schnelleren Lösungsfindung. Während sich der GA-Ref hinsichtlich der Effizienz kaum vom GA unterscheidet, weist die ES insbesondere bei komplexeren Instanzen deutlich längere Konvergenzzeiten auf. Auch hier bestätigen die durchschnittlichen Werte über alle fünf Durchläufe den bereits zuvor beobachtbaren Trend, da sich die Werte nur moderat von jenen der Bestwerte unterscheiden.

Es wird deutlich, dass der Pflichtkantenanteil auch bei Zeitlimit-Instanzen einen Einfluss hat, jedoch weniger stark ausgeprägt ist als bei den optimal gelösten Instanzen. Die Standardabweichungen fallen ebenso wesentlich geringer aus. Während der GA-Ref eine mit dem GA vergleichbare geringe Streuung in beiden Schwierigkeitskategorien aufweist, zeigt die ES insbesondere bei 75 % Pflichtkantenanteil eine erhöhte Variabilität.

Abschließend werden die Konvergenzzeiten im direkten Vergleich zwischen GA und ES betrachtet. Dabei zeigt sich im Gegensatz zur Analyse der Lösungsqualität ein klarer Trend zugunsten des GA hinsichtlich der Konvergenzzeit.

Die in Abbildung 5 dargestellten Boxplots zur absoluten Differenz der Konvergenzzeit veranschaulichen vor allem die zunehmende Streuung bei höherer Komplexität. Ebenso sind die Ausreißer erkennbar, wobei aus Gründen der besseren Lesbarkeit der Wertebereich stark eingeschränkt wurde und dadurch stark negative Werte nicht vollständig abgebildet werden.

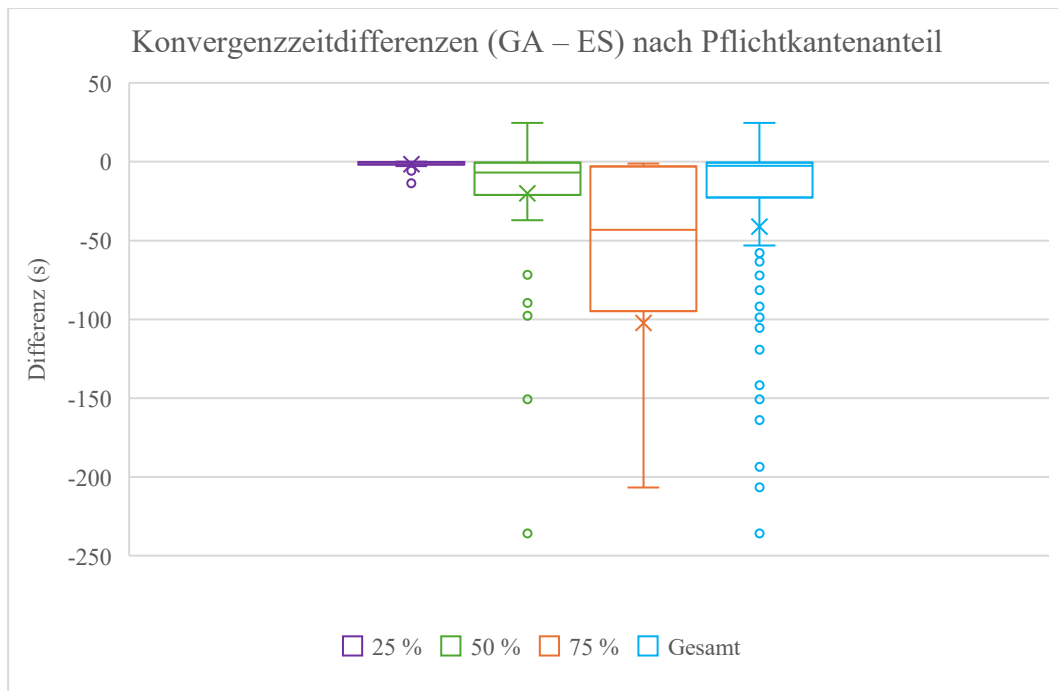


Abbildung 5: Verteilung der Konvergenzzeitdifferenzen der beiden Lösungsverfahren nach Pflichtkantenanteil
Quelle: *Eigene Darstellung.*

Der direkte Vergleich liefert eine mittlere Differenz der Konvergenzzeiten von rund -41 s, was einer relativen durchschnittlichen Verkürzung von 76,5 % gegenüber der Evolutionsstrategie entspricht. Der Median der absoluten Differenzen liegt hingegen mit -2,5 s deutlich näher bei null. Dieser auffällige Unterschied zwischen Mittelwert und Median zeigt sich vor allem in den schwierigeren Instanzenkategorien deutlich. Die Abweichungen deuten darauf hin, dass der Vorteil des GA nicht für jede Instanz gleichermaßen ausgeprägt ist.

Dieser Trend zeigt sich auch in der Variabilität. Mit steigender Komplexität nimmt die Streuung der Differenzen deutlich zu. Während die Standardabweichung der Differenzen bei 25 % Pflichtkantenanteil noch 2,6 s beträgt, steigt sie in der Kategorie mit 75 % auf bis zu 209,7 s.

In der Kategorie mit 75 % Pflichtkantenanteil konnte in 11,7 % der Instanzen eine Verbesserung der Konvergenzzeit um über drei Minuten erzielt werden. Besonders markant ist, dass bei einer Instanz die Konvergenzzeit durch den GA sogar um über 20 Minuten reduziert werden konnte, was einer Verbesserung von rund 80 % entspricht. Andererseits gibt es in der Kategorie mit 50 % Pflichtkantenanteil zwei Instanzen, bei denen der GA zu längeren Konvergenzzeiten führt, jedoch im Vergleich zur ES für einen Großteil der Testinstanzen eine kürzere Konvergenzzeit aufweist.

Auch im Vergleich zum GA-Ref weist der GA im Mittel kürzere Konvergenzzeiten auf. Der GA erreicht in 31,1 % der Instanzen die beste Lösung schneller als der GA-Ref. Kommt es jedoch zu einer Verbesserung, fällt diese deutlich stärker aus als in den Fällen, in denen der GA-Ref ein schnelleres Ergebnis erzielt. Insgesamt lässt sich ein vergleichbares Leistungsniveau hinsichtlich der Konvergenzzeiten beobachten, wobei in einzelnen Fällen der GA die Konvergenzzeit verkürzen konnte.

5.4.4 Distanzvergleich mit dem klassischen RPP

Nach den Analysen zur Lösungsqualität und Laufzeiteffizienz wird im Folgenden die Distanz einer Lösung betrachtet. Für diesen Vergleich wird die Länge einer Tour für alle 180 Testinstanzen auf Basis zweier verschiedener Modelle berechnet. Während beim RPP-LC die Minimierung der ladungsabhängigen Kosten im Vordergrund steht, berücksichtigt das klassische RPP ausschließlich die Minimierung der Tourdistanz. Diese Untersuchung soll Aufschluss geben, welchen Einfluss die Wahl der Zielfunktion auf die Tourlänge hat. Die Berechnung der Abweichungen zwischen RPP-LC und RPP erfolgt auf Basis der Differenzen zwischen diesen Modellen und wird als $d_{RPP-LC} - d_{RPP}$ definiert.

Abbildung 6 veranschaulicht die Verteilung der Distanzdifferenzen für alle Testinstanzen, gruppiert in verschiedene Wertebereiche. Die Klasse der Instanzen, bei der keine Abweichungen in der Tourlänge zwischen den beiden Modellen zu beobachten ist, wurde bewusst separat dargestellt, um die Gleichwertigkeit zu visualisieren. Des Weiteren wurden kleine Differenzen mit feineren Abständen gewählt, während größere Bereiche zusammengefasst wurden. Zusätzlich wurde ein Überlaufintervall ab 100 definiert, um die Darstellung nicht unnötig aufgrund von Ausreißern zu verzerren. Positive Abweichungen werden als längere Tour des RPP-LC interpretiert, während ein Wert von null identische Tourlängen der beiden Modelle widerspiegelt. Eine vollständige Übersicht der zugrunde liegenden Tourdistanzen der einzelnen Testinstanzen ist in Tabelle A3 im Anhang dargestellt.

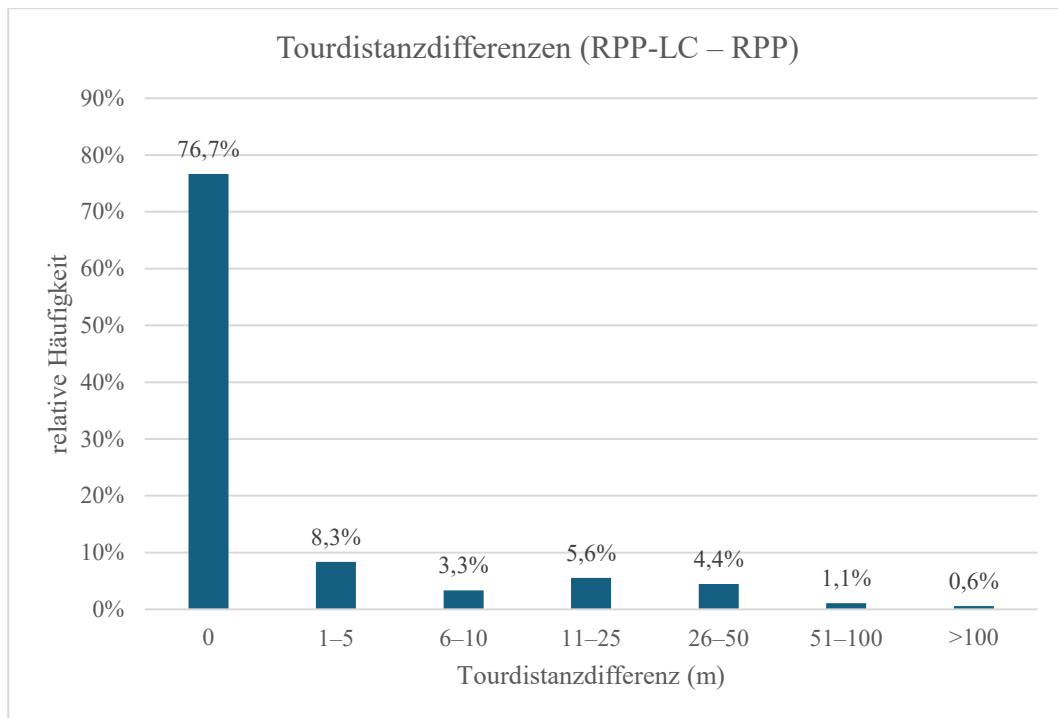


Abbildung 6: Verteilung der Tourdistanzdifferenzen zwischen klassischem und ladungsabhängigem Kostenmodell
Quelle: *Eigene Darstellung.*

Die Abbildung zeigt insgesamt eine rechtsschiefe Verteilung mit einer starken Konzentration der Differenzen beim Wert null und einer abnehmenden Häufung mit zunehmenden Differenzabweichungen. Die Klassen 1–5 und 6–10 umfassen zusammen etwa 11,6 % und zeigen geringfügige Abweichungen in den Tourlängen. In diesen Fällen ist die Tour beim RPP-LC um bis zu 10 Einheiten länger als die durch das RPP gefundene Tour. Im etwa gleichen Ausmaß mit rund 10 % finden sich mittlere Abweichungen in den Lösungen wieder. In diesen Fällen konnte das klassische RPP die Länge der Touren gegenüber dem RPP-LC um bis zu 50 Einheiten reduzieren, jedoch treten solche Verbesserungen wesentlich seltener auf.

Größere Unterschiede ab einer Verbesserung von 50 Einheiten treten nur noch vereinzelt auf. Es entfallen 1,1 % der Instanzen in die Klasse 51–100 und 0,6 % in den Bereich mit mehr als 100 Einheiten Unterschied. Durch diese Ausreißer wird ersichtlich, dass die Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten in einzelnen Fällen auch zu deutlich längeren Touren als bei der klassischen Distanzminimierung führen kann.

In 76,7 % der Instanzen gibt es keine Unterschiede in der Tourlänge zwischen beiden Modellen. Die Erwartung, dass die Tourlängen im klassischen RPP geringer ausfallen, konnte somit in mehr als drei Viertel der Fälle nicht bestätigt werden. Dies bedeutet, dass

sich für diese Instanzen durch die Wahl des Modells kein Unterschied in der Gesamtdistanz einer Tour ergibt.

Für die verbleibenden Instanzen ergeben sich allesamt positive Differenzen, was bedeutet, dass in 23,3 % der Fälle die klassische Zielfunktion zur Distanzminimierung zu einer kürzeren Tourlänge führt. Der Mittelwert dieser Instanzen liegt bei 21,8 Einheiten, während der Median einen Wert von 11,8 aufweist. Die maximale Abweichung lässt sich anhand einer um 171 Einheiten längeren Tour des RPP-LC beobachten. Die Standardabweichung für diese Instanzen beträgt 31,4.

Das klassische RPP erzielt in der Mehrheit der Instanzen gleichwertige Lösungen hinsichtlich der zurückgelegten Strecke und führt in einigen Fällen sogar zu deutlich kürzeren Tourlängen. Gleichzeitig lässt sich beobachten, dass das RPP-LC trotz der unterschiedlichen Zielfunktion in vielen Fällen Lösungen mit vergleichbarer Distanz erzeugt und somit nicht grundsätzlich zu längeren Touren führt.

Abschließend ist anzumerken, dass die betrachteten Ergebnisse auf künstlich erzeugten Testinstanzen basieren. Diese weisen teilweise vereinfachte strukturelle Eigenschaften auf und sind daher nur eingeschränkt mit komplexeren realen Netzwerken vergleichbar. Aus diesem Grund sind weiterführende Untersuchungen mit realitätsnäheren Bedingungen erforderlich, um zu bewerten, ob die beobachteten Ergebnisse auch auf komplexere Netzwerkszenarien übertragbar sind. Zur Untersuchung dieser Fragestellung wird im folgenden Abschnitt eine praxisnahe Fallstudie durchgeführt.

6 Fallstudie

Diese Fallstudie erweitert die bisherigen Untersuchungen zu den Testinstanzen um ein realitätsnahes Anwendungsszenario. Nach der Zielsetzung und Problemstellung werden in den folgenden Abschnitten die zugrunde liegende Datenbasis sowie die Modellierung im Detail beschrieben. Im Anschluss erfolgt die Anwendung der Lösungsverfahren auf das Modell sowie die Analyse der resultierenden Ergebnisse. Abschließend erfolgt eine Einordnung der gewonnenen Erkenntnisse.

6.1 Zielsetzung

Die bereits durchgeführten Analysen liefern grundlegende Erkenntnisse über die Lösungsqualität und Effizienz der implementierten heuristischen Verfahren für die betrachteten Testinstanzen. Infolge der geringen Größe und teilweise niedrigen Komplexität dieser Instanzen sind nur in wenigen Fällen deutliche Abweichungen zwischen den Lösungsverfahren zu beobachten.

Aufgrund der Tatsache, dass die Experimente unter vereinfachten, kontrollierbaren Bedingungen durchgeführt wurden, ist die Übertragbarkeit der Erkenntnisse auf größere und realitätsnahe Anwendungsfälle nur eingeschränkt möglich. Reale Straßennetzwerke zeichnen sich typischerweise durch eine Vielzahl an Straßenabschnitten sowie eine komplexere Struktur aus.

Das Ziel dieser Fallstudie ist es, die zuvor eingeführten Lösungsverfahren auf ein praxisnahes Szenario anzuwenden. Das Verhalten der Verfahren soll unter veränderten Netzwerkbedingungen analysiert werden, um mögliche Unterschiede zwischen den heuristischen Verfahren im Vergleich zu den untersuchten Testinstanzen zu identifizieren. Zudem sollen die Auswirkungen der größeren und komplexeren Problemgröße auf die Lösungsqualität untersucht werden. Im Fokus stehen die Abweichungen zwischen den Lösungsverfahren hinsichtlich Kosten und Konvergenzzeit. Ein zusätzlicher Vergleich zwischen RPP-LC und RPP soll aufzeigen, welche Auswirkungen eine veränderte Zielfunktion auf die benötigte Distanz einer Tour hat.

6.2 Problembeschreibung

Das Rural Postman Problem bietet mehrere praktische Anwendungsmöglichkeiten, wobei bei der Auswahl einer geeigneten Fallstudie zwei wesentliche Eigenschaften des Modells zu

berücksichtigen sind: Das betrachtete Konzept basiert auf ladungsabhängigen Kosten, weshalb Anwendungen ohne Ladungsprozesse nur eingeschränkt geeignet sind. Zudem geht das Modell von einer kontinuierlichen Abnahme der Gesamtladung im Verlauf der Tour aus, wodurch reine Abholprozesse ebenfalls nur eingeschränkt abgebildet werden können, sofern keine entsprechende Anpassung der Zielfunktion vorgenommen wird. Obwohl eine entsprechende Änderung grundsätzlich möglich wäre, wird darauf verzichtet, um unter gleicher Zielfunktion einen objektiven Vergleich zwischen den zuvor durchgeführten Analysen und der Fallstudie zu gewährleisten.

Unter Berücksichtigung dieser Eigenschaften wird im Folgenden eine Anwendung aus dem Bereich des Winterdienstes behandelt. In diesem Szenario müssen bestimmte Straßenabschnitte von Schnee befreit werden, wobei gleichzeitig Streumaterial (z. B. Splitt) ausgebracht wird. Dies entspricht der grundsätzlichen Idee eines RPP, bei dem die Nachfrage auf den Kanten bedient wird und nicht – wie beispielsweise im Vehicle Routing Problem – auf den Knoten. Die kontinuierliche Abnahme des Streumaterials im Verlauf der Tour stellt eine angemessene Anwendung des ladungsabhängigen Kostenmodells im Fall eines RPP dar.

Ergänzend ist anzumerken, dass ein RPP-LC nur einen Teil des Winterdienstes abbildet und es durchaus komplexere Varianten mit beispielsweise Kapazitätsbeschränkungen, Zeitfenstern und mehreren Fahrzeugen gibt, diese jedoch über den Fokus der vorliegenden Arbeit hinaus gehen. Insgesamt repräsentiert der Winterdienst einen geeigneten Einsatzbereich für das RPP-LC, da sowohl die ladungsabhängigen Eigenschaften als auch die strukturellen Eigenschaften des RPP abgebildet werden können.

6.3 Datenbasis und Modellierung

In diesem Kapitel wird die zugrunde liegende Datenbasis der Fallstudie beschrieben und in ein geeignetes Modell überführt. Dabei werden die verwendeten Daten, die getroffenen Annahmen sowie die Modellstruktur des RPP-LC erläutert.

6.3.1 Datengrundlage

Die Fallstudie basiert auf einem realen Straßennetzwerk eines ländlichen Gebiets im Bezirk Gmünd in Niederösterreich. Das betrachtete Gebiet wurde ausgewählt, da es sich hinsichtlich seiner ländlichen Struktur besonders für das Winterdienstszenario eignet und gleichzeitig in seiner Größe überschaubar sowie ausreichend komplex ist. Die

zugrundeliegende Datenbasis stammt aus der frei zugänglichen Geodatenplattform OpenStreetMap, die detaillierte Informationen zu Straßennetzen und Infrastruktur bereitstellt. Die abrufbaren Daten umfassen die Kanten im Netzwerk mit den dazugehörigen Koordinaten der Start- und Endknoten sowie die entsprechende Länge jeder Straße in Metern.

Zunächst wird das reale Straßennetz in Form eines Graphen modelliert. Dabei werden die einzelnen Straßenabschnitte als Kanten dargestellt, die jeweils ein Knotenpaar verbinden. Knoten repräsentieren Kreuzungen im Graphen, an denen entweder mindestens zwei Kanten aufeinandertreffen, oder sie bilden im Fall von Sackgassen den Endpunkt der Straße.

Zu Beginn wird das Straßennetz als Graph mit allen Kanten geladen, die unter dem Netzwerktyp „drive“ gelistet sind. Dies gewährleistet ein Straßennetz, das nur Straßen enthält, die mit dem Auto befahren werden können. Anschließend werden für jede Kante der Start- und Endknoten sowie die Länge der Straße extrahiert und in eine tabellarische Datenstruktur überführt. Der zugrundeliegende Graph besteht aus 60 Knoten und 144 Kanten. Eine Analyse der Datenstruktur zeigt, dass die überwiegende Mehrheit der Straßenabschnitte durch jeweils zwei identische Kanten abgebildet wird. Der Grund dafür liegt in der Abbildung von jeweils zwei Fahrspuren für jeden Straßenabschnitt, der keine Einbahn darstellt. Zur Vereinfachung des Modells werden die doppelten Kanteneinträge bereinigt, sodass für jeden Straßenabschnitt genau eine Kante existiert. Nach dieser Bereinigung reduziert sich die Menge der Kanten auf 74, während die Anzahl der Knoten unverändert bleibt. Zudem erfolgt aus Gründen der besseren Lesbarkeit eine Umbenennung aller Originalknoten auf neue Indizes von 1 bis 60. Abbildung 7 zeigt das zugrunde liegende Straßennetzwerk mit den dazugehörigen Knoten.

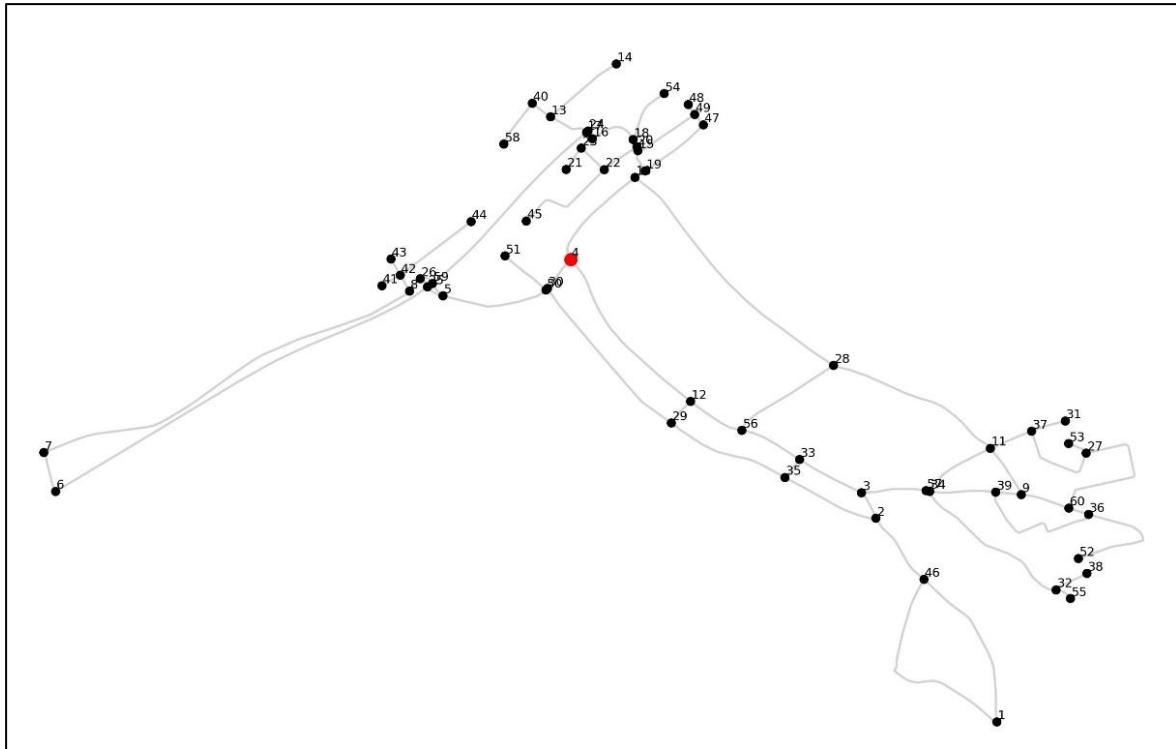


Abbildung 7: Straßennetzwerk der Winterdienstfallstudie
Quelle: *Eigene Darstellung.*

Die Problemstruktur kann grundsätzlich einem CPP zugeordnet werden, da im Regelfall sämtliche Straßen von Schnee befreit werden müssen. Im konkreten Anwendungsszenario müssen jedoch bestimmte Straßenabschnitte nicht zwingend bedient werden, weshalb die Problemstruktur als RPP modelliert wird.

Von den insgesamt 74 Kanten des Netzwerks werden 68 als Pflichtkanten definiert, während sechs Kanten nicht von Schnee befreit werden müssen. Bei vier Kanten handelt es sich um eine Bundesstraße, die vom Land Niederösterreich betreut wird und somit nicht im Zuständigkeitsbereich der örtlichen Gemeinde liegt. Die anderen beiden Kanten repräsentieren schmale Güterwege, die zu jeder Zeit öffentlich befahren werden dürfen, jedoch ist im Winter keine Schneeräumung und Ausbringung von Splitt vorgesehen. Das Ziel besteht darin, alle Pflichtkanten innerhalb einer Tour zu bedienen, wobei optionale Kanten zur Vervollständigung der Tour herangezogen werden können.

6.3.2 Modellierung der Nachfragen

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Modellierung von Nachfragemengen für alle relevanten Kanten. Die Nachfrage einer Kante entspricht dem Verbrauch an Streugut, der zur Ausbringung auf der jeweiligen Kante benötigt wird. Die Nachfragemengen werden folgendermaßen berechnet:

$$d_e = l_e * b * r * f_e \quad (19)$$

In diesem Zusammenhang beschreibt l_e die Straßenlänge der Kante e , b die Straßenbreite, r die Ausbringungsrate (kg/m²) und f_e den Kantenfaktor der Kante e .

In der Datenbasis ist für jede Straße die Länge in Metern verfügbar, jedoch gibt es keine Informationen über die jeweilige Breite einer Straße. Aufgrund der unterschiedlichen Straßen im betrachteten Netzwerk wurde angenommen, dass nicht die Gesamtbreite einer Straße entscheidend ist, sondern lediglich die Fahrspur, auf der in ausreichender Form Splitt ausgebracht werden muss. Es wurde ein konstanter Wert von drei Metern angenommen, der aufgrund der schmalen Straßen in Wohngebieten einer einzelnen Fahrspur entspricht. Diese Annahme ist praxisnah, da Streugeräte eine konstante Arbeitsbreite haben und die Breite lediglich ein Skalierungsfaktor für die Nachfrage ist, ohne die Struktur des Problems zu verändern.

Die verwendete Referenz zur Ausbringungsrate orientiert sich an Vorgaben für den Winterdienst in ländlichen Gemeinden. Das Land Niederösterreich (2025) empfiehlt eine Streudichte von 100–300 g/m². Für die Fallstudie wurde eine Ausbringungsrate von 120 g/m² gewählt, was einer konservativen Streudichte bei leichter Glätte und den gegebenen Fahrzeugkapazitäten entspricht.

Außerdem wird für jede Kante ein Kantenfaktor angenommen, der je nach Nutzungseigenschaften der Kante die Menge an Streumaterial beeinflusst. Etwa ein Drittel der Kanten benötigt einen durchschnittlichen Verbrauch und weist den Faktor eins auf. Straßenabschnitte mit geringem Verkehrsaufkommen wie Wohnstraßen oder Sackgassen zeichnen sich durch einen geringeren Verbrauch aus, was in einem Faktor kleiner eins abgebildet wird. Einen höheren Verbrauch größer als eins weisen Straßenabschnitte auf, auf denen es zu erhöhtem Verkehrsaufkommen mit Großfahrzeugen kommt, sowie Abschnitten mit größerer Steigung. Eine vollständige Übersicht der Kantenparameter des Straßennetzwerks der Fallstudie ist in Tabelle A4 im Anhang dargestellt.

6.3.3 Annahmen und Vereinfachungen

Der Großteil der Straßenabschnitte kann in beide Richtungen befahren werden. Es gibt lediglich vier Kanten, bei denen es sich um Auf- und Abfahrten einer Schnellstraße handelt, die jedoch zur Vereinfachung in jede beliebige Richtung befahren werden können. Dies kommt in der Praxis aufgrund von Sonderrechten für Räumfahrzeuge in Ausnahmefällen vor, weshalb sich das Netzwerk als ungerichteter Graph abbilden lässt.

Der Startpunkt bzw. das Depot einer Tour befindet sich beim Gemeindeamt, wo das Räumfahrzeug stationiert und Streumaterial deponiert ist. Jede Tour muss an diesem Startpunkt beginnen und enden. In der vorliegenden Fallstudie wird das Depot durch Knoten 4 repräsentiert, welches zentral im Netzwerk liegt und somit verschiedene Startrichtungen ermöglicht.

Im Rahmen der Modellierung werden zusätzliche Annahmen getroffen, um das zugrundeliegende Problem leichter abbilden zu können. Es wird angenommen, dass alle Kanten befahrbar sind und es zu keinen Staus oder dynamischen Verkehrseinflüssen wie Sperren oder Baustellen während der Tour kommt.

Es erfolgt keine Priorisierung von Kanten, da jede Pflichtkante hinsichtlich der Reihenfolge gleichwertig ist. Eine Nachladung von Streumaterial während der Tour ist nicht vorgesehen. Darüber hinaus wird von einer konstanten Geschwindigkeit des Räumfahrzeugs ausgegangen. Das Leergewicht des Fahrzeugs wird bei der Kostenberechnung nicht explizit berücksichtigt, da der Fokus auf der Abbildung streckenabhängiger Kosten liegt.

Auf Basis der beschriebenen Daten und Annahmen ist das Modell vollständig definiert und bildet die Grundlage für die Anwendung der eingeführten Verfahren.

6.4 Anwendung der Lösungsverfahren

Zur Lösung des modellierten RPP-LC werden die zuvor eingeführten heuristischen Lösungsverfahren herangezogen. Der Fokus liegt auf der Anwendung des genetischen Algorithmus (GA) und der Evolutionsstrategie (ES) sowie einer Variante des GA mit angepasster Zielfunktion zur Distanzminimierung (GA-RPP). Die Funktionsweise und der Ablauf dieser Verfahren wurden bereits ausführlich in Kapitel 4 dargestellt, weshalb an dieser Stelle darauf verwiesen wird.

Im Rahmen der Fallstudie werden die Verfahren auf ein reales Netzwerk mit deutlich komplexerer Struktur angewendet. Die Problemstellung und der grundlegende Aufbau der Algorithmen bleiben dabei unverändert, um die Vergleichbarkeit mit den Experimenten zu den Testinstanzen zu gewährleisten.

Aufgrund der erhöhten Problemgröße und Komplexität wird das zeitbasierte Abbruchkriterium angepasst. Da der Suchprozess für einen Durchlauf deutlich mehr Zeit benötigt, wird die maximale Laufzeit je Algorithmus auf 14 400 Sekunden festgelegt, was

einer Dauer von etwa vier Stunden entspricht, um eine ausreichende Konvergenz der Verfahren trotz der deutlich größeren Problemgröße zu ermöglichen.

Darüber hinaus wird der Versuchsaufbau leicht angepasst. Die Anzahl der Durchläufe pro Algorithmus wird auf zehn erhöht, um die Variabilität in den Lösungen besser erfassen zu können. Die Experimente werden erneut parallel auf mehreren Prozessorkernen durchgeführt, wobei fünf der insgesamt zwölf verfügbaren Prozessorkerne genutzt werden.

Sämtliche weiteren Parameter, Einstellungen und Bestandteile des Versuchsaufbaus werden unverändert übernommen, um einen fairen Vergleich zwischen den Verfahren sowie mit den vorherigen Experimenten zu gewährleisten.

6.5 Ergebnisse und Diskussion

Dieses Kapitel widmet sich der Analyse und Diskussion der Ergebnisse aus den Experimenten zur Fallstudie. Die Basis bilden jeweils zehn unabhängige Durchläufe des genetischen Algorithmus (GA), der Evolutionsstrategie (ES) sowie einer Variante des GA mit angepasster Zielfunktion zur Distanzminimierung für den Distanzvergleich. Zu Beginn wird die beste gefundene Lösung des Problems dargestellt und anhand des Tourverlaufs analysiert, bevor in den weiteren Abschnitten Untersuchungen zur Lösungsqualität, Konvergenzzeit und Distanz erfolgen.

6.5.1 Darstellung und Analyse der besten gefundenen Lösung

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Darstellung und Analyse der besten gefundenen Lösung für diese Fallstudie. Zu diesem Zweck wird die beste bekannte Lösung für das RPP-LC im betrachteten Fallstudiennetzwerk visualisiert, um die Nachvollziehbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten.

Insgesamt liegen 20 unterschiedliche Lösungen für das RPP-LC vor, die sich zu gleichen Anteilen aus Ergebnissen des GA und der ES zusammensetzen. Eine vollständige Übersicht der Ergebnisse aller zehn Läufe der Fallstudie ist in Tabelle A5 im Anhang dargestellt. Die nachfolgend betrachtete Lösung mit dem geringsten Zielfunktionswert basiert auf einem Ergebnis der Evolutionsstrategie. Diese Lösung wurde im zweiten Durchlauf erreicht und weist Gesamtkosten von 24 002 651 auf. Die Gesamtlaufzeit des Algorithmus betrug 14 640 Sekunden, wobei die Lösung erst gegen Ende der Rechenzeit in der siebten Generation ermittelt wurde. Zudem ergibt sich für diese Tour eine Gesamtdistanz von 19 734 Metern. Abbildung 8 zeigt die finale Tour im betrachteten Straßennetzwerk, die durch schwarze

Kanten gekennzeichnet ist. Pflichtkanten werden als orange Straßenabschnitte markiert, während optionale Kanten grau gefärbt sind. Das Depot befindet sich beim Knoten 4, welcher entsprechend gekennzeichnet ist.

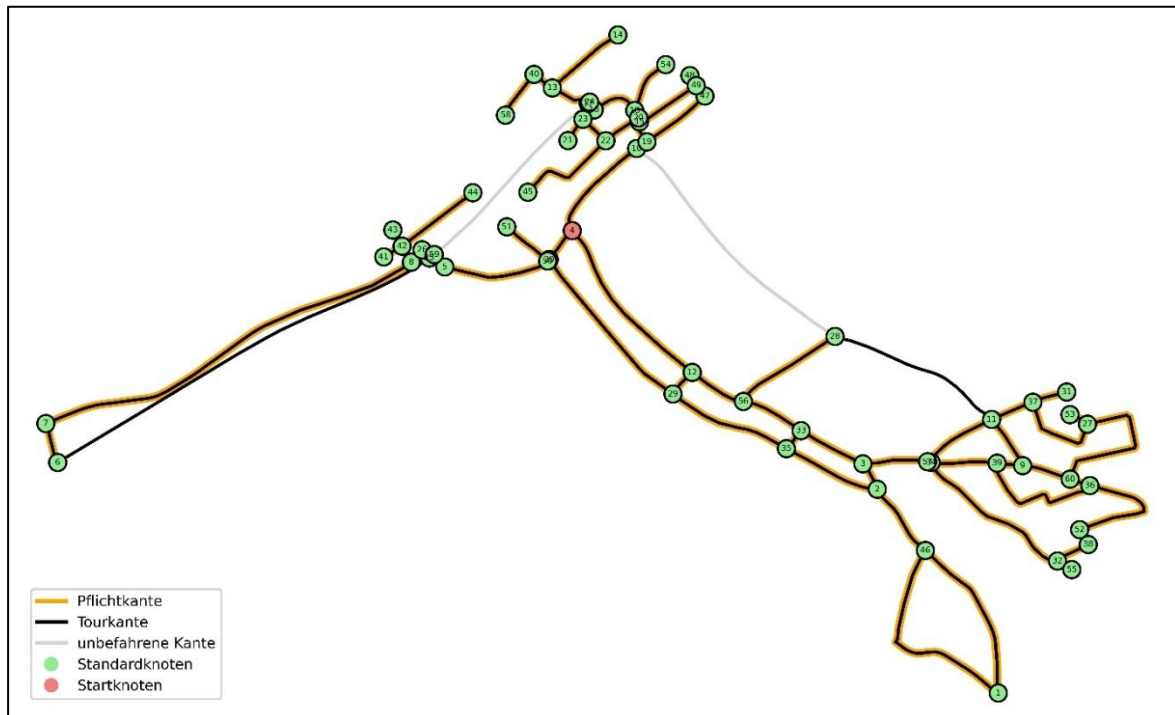


Abbildung 8: Beste gefundene Lösung der Winterdienstfallstudie
Quelle: *Eigene Darstellung.*

Durch die mehrmalige Benützung einiger Kanten kann die Tour nicht rein visuell aus dem Netzwerk entnommen werden, die vollständige Knotenfolge dieser Tour lautet daher:

4 → 12 → 56 → 33 → 3 → 57 → 34 → 39 → 36 → 60 → 27 → 37 → 11 → 57 → 3 → 2 → 46 → 1 → 46 → 2 → 35 → 29 → 30 → 4 → 10 → 19 → 47 → 49 → 15 → 20 → 22 → 45 → 22 → 23 → 16 → 17 → 24 → 13 → 40 → 58 → 40 → 13 → 14 → 13 → 24 → 17 → 16 → 18 → 54 → 18 → 20 → 15 → 19 → 10 → 4 → 30 → 50 → 5 → 59 → 26 → 25 → 26 → 8 → 42 → 43 → 42 → 44 → 42 → 41 → 42 → 8 → 7 → 6 → 25 → 5 → 50 → 51 → 50 → 30 → 29 → 12 → 56 → 28 → 11 → 9 → 60 → 36 → 52 → 36 → 60 → 9 → 39 → 34 → 32 → 55 → 32 → 38 → 32 → 34 → 57 → 11 → 37 → 31 → 37 → 27 → 53 → 27 → 37 → 11 → 57 → 3 → 33 → 35 → 33 → 56 → 12 → 4 → 10 → 19 → 15 → 20 → 22 → 23 → 21 → 23 → 22 → 20 → 15 → 49 → 48 → 49 → 47 → 19 → 10 → 4

Die Struktur dieser Tour weist mehrere auffällige Eigenschaften auf. Zum einen gibt es einige Knoten, die deutlich häufiger vorkommen als andere. Diese Knoten spiegeln zentrale Kreuzungen im Netzwerk wider, über die das Fahrzeug innerhalb der Tour immer wieder geführt wird. Aufgrund von lokalen Sackgassen kommt es zudem vermehrt zu „Hin-und-Zurück“-Fahrten, auch Backtracking genannt, um andere Kanten erreichen zu können. Der Depotknoten taucht in der finalen Tour ebenfalls mehrfach auf, da dieser zentral im Netzwerk liegt und somit einen wichtigen Routing-Knoten darstellt.

Darüber hinaus zeigen sich lokale Subtours innerhalb regionaler Bereiche des Netzwerks, da häufig nahegelegene Kanten verbunden werden, bevor der Algorithmus wieder auf zentrale Abschnitte zurückspringt. Im Zusammenhang mit der Zielfunktion wird deutlich, dass die Minimierung der ladungsabhängigen Kosten dominiert, während die Distanzminimierung nur eine sekundäre Rolle spielt. Dies lässt sich anhand mehrerer Umwege in der Tour erkennen, bei denen nicht alle Kanten eines lokalen Bereichs bedient werden, sondern zunächst in andere Bereiche des Netzwerks gewechselt wird, um später zu zuvor bereits teilweise bedienten Bereichen zurückzukehren. Eine mögliche Erklärung für diese Umwege könnte in den geringeren Kosten liegen, die dadurch entstehen, gegenüber dem Fall, dass der gesamte Bereich sofort abgeschlossen wird. Aufgrund der ladungsabhängigen Zielfunktion könnten Lösungen bevorzugt werden, bei denen Kanten mit hoher Nachfrage möglichst früh in der Tour bedient werden, um die Gesamtkosten zu reduzieren. Diese Eigenschaften verdeutlichen den Einfluss der ladungsabhängigen Zielfunktion im RPP-LC auf den Tourverlauf und die Unterschiede zum klassischen RPP.

6.5.2 Kosten- und Konvergenzzeitanalyse

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Analyse der Fallstudienresultate in den Bereichen Kosten und Konvergenzzeit. Tabelle 12 fasst die Mittelwerte, Minimalwerte und Standardabweichungen der betrachteten Größen für die Touren des GA und der ES zusammen.

Tabelle 12: Vergleich der Kennzahlen von genetischem Algorithmus und Evolutionsstrategie

Verfahren	Kosten			Konvergenzzeit (s)			Distanz (m)		
	Mittelwert	Minimum	Std. Abw.	Mittelwert	Minimum	Std. Abw.	Mittelwert	Minimum	Std. Abw.
GA	24 305 868	24 066 819	139 780	12 107	8 532	2 026	19 558	18 788	571
ES	24 125 381	24 002 651	83 581	14 519	11 503	1 409	20 446	18 861	1 225

Aufbauend auf den dargelegten Kennzahlen wird im Anschluss näher auf die statistische Auswertung der Ergebnisse eingegangen, um die Unterschiede der beiden Verfahren aufzuzeigen und zu diskutieren.

Kostenanalyse

Ergänzend zu den Kennzahlen zeigt Abbildung 9 die Verteilung der Kosten für den GA und die ES in Form eines Boxplots.

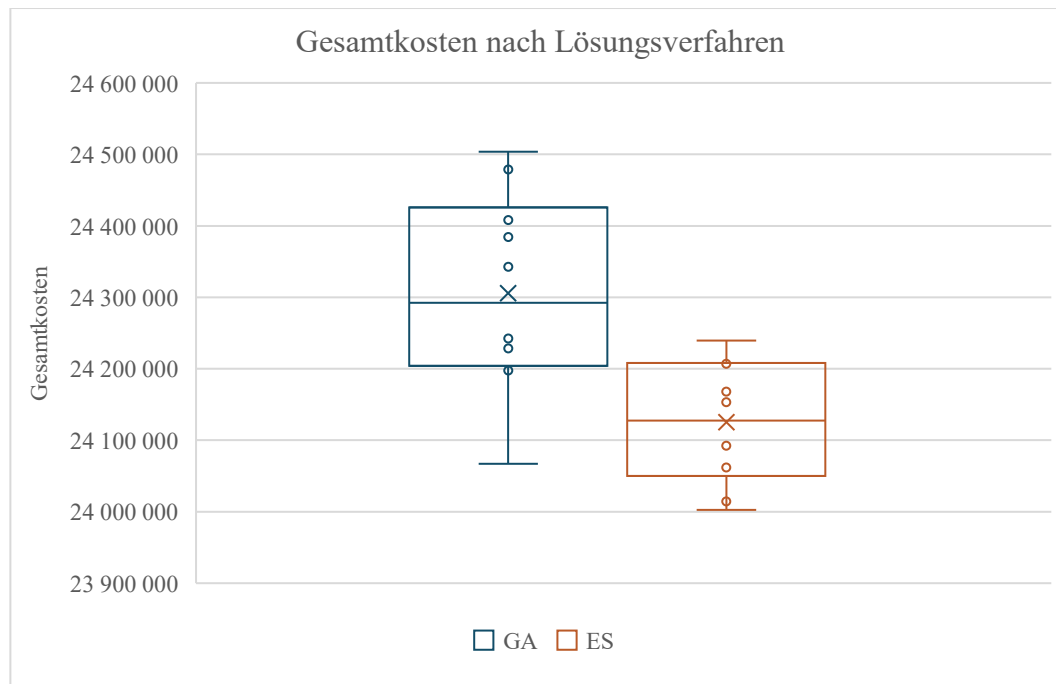


Abbildung 9: Verteilung der Gesamtkosten von genetischem Algorithmus und Evolutionsstrategie
Quelle: *Eigene Darstellung.*

Bei der Auswertung der Ergebnisse zeigt sich, dass sich die Evolutionsstrategie im Vergleich zum genetischen Algorithmus als das Verfahren mit den durchschnittlich niedrigeren Kosten unter den gewählten Parametern darstellt. Ein Vergleich der besten gefundenen Lösungen beider Algorithmen verdeutlicht, dass die ES um über 64 000 geringere Kosten erzielt, was einem um 0,3 % geringeren Zielfunktionswert als beim GA entspricht. Sowohl der Mittelwert als auch der Median bestätigen diesen geringen Vorteil der ES, da sie jeweils unter den Werten des GA liegen. Zwischen der besten und der schlechtesten gefundenen Lösung des GA besteht eine Differenz von 436 739, was einer Abweichung von 1,8 % entspricht. Bei der ES beträgt diese Differenz hingegen 236 993 (0,99 %).

Im Bereich der Streuung lassen sich deutlichere Unterschiede zwischen den Verfahren erkennen. Die ES weist eine um etwa 40 % geringere Standardabweichung als der genetische Algorithmus auf. Aufgrund der stochastischen Elemente in beiden Algorithmen können sich von vornherein Unterschiede in den Lösungen ergeben. Dennoch deuten die Ergebnisse auf eine höhere Stabilität der Lösungsqualität bei der ES und eine höhere Variabilität des GA hin. Im Boxplot wird diese geringere Streuung durch die wesentlich engere Verteilung der Werte rund um den Median veranschaulicht.

Insgesamt zeigt sich im Rahmen der Kostenanalyse für die Fallstudie ein leichter Vorteil der ES gegenüber dem GA, zumal die ES hinsichtlich der Lösungsqualität im Durchschnitt

geringfügig bessere und konsistentere Lösungen als der GA erzielt. Eine mögliche Erklärung hierfür könnte in den unterschiedlichen Suchstrategien der beiden heuristischen Verfahren liegen. Der GA liefert zwar ebenfalls gute Ergebnisse, kann jedoch weder an die Bestwerte der ES heranreichen noch eine ähnliche Streuung aufweisen.

Konvergenzzeitanalyse

Im Rahmen einer Konvergenzzeitanalyse werden die benötigten Rechenzeiten für das Erreichen der besten Lösung pro Durchlauf betrachtet. In Abbildung 10 werden ergänzende Boxplots zur Verteilung der Konvergenzzeit zwischen GA und ES basierend auf den zuvor gezeigten Kennzahlen dargestellt.

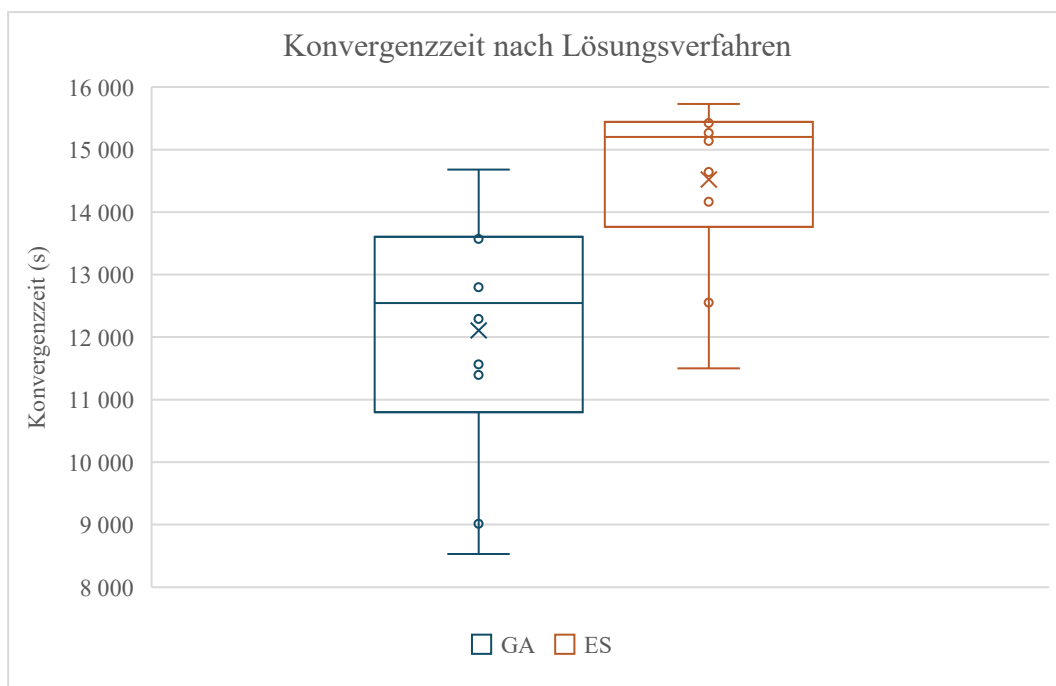


Abbildung 10: Verteilung der Konvergenzzeiten von genetischem Algorithmus und Evolutionsstrategie
Quelle: *Eigene Darstellung.*

Bei der Untersuchung der Ergebnisse zur Konvergenzzeit lässt sich ein konträres Bild im Vergleich zu den Kosten beobachten: Der genetische Algorithmus weist kürzere Konvergenzzeiten als die Evolutionsstrategie auf. Der Mittelwert der Evolutionsstrategie ist um rund 19,9 % höher als jener des genetischen Algorithmus, während auch die Werte des Medians diese Beobachtung bestätigen. Daraus lässt sich ableiten, dass die ES in dieser Fallstudie bei gegebener Parametrisierung durchschnittlich mehr Rechenzeit pro Durchlauf als der GA benötigt, um die beste Lösung zu erreichen. Werden die besten Ergebnisse hinsichtlich der Lösungsqualität beider Verfahren mit den jeweiligen Konvergenzzeiten

betrachtet, so erreicht der GA die beste Lösung um 22,2 % schneller als die ES, was einer Abweichung von rund 54 Minuten entspricht.

Hinsichtlich der Streuung der Konvergenzzeiten erweist sich der GA im Gegensatz dazu als das Verfahren mit der größeren Variabilität. Die Evolutionsstrategie weist eine um 617 Sekunden bzw. 30,5 % geringere Standardabweichung als der genetische Algorithmus auf. Diese Beobachtung spiegelt sich auch im Boxplot wider, bei dem die Konvergenzzeiten des GA eine breitere Verteilung aufweisen. Die ES liefert analog zur Lösungsqualität auch hinsichtlich der Konvergenzzeit eine geringere Streuung über mehrere Durchläufe hinweg.

Insgesamt ergibt sich im Rahmen der Analyse zur Konvergenzzeit für die Fallstudie ein erkennbarer Vorteil des GA gegenüber der ES unter dieser Modellkonfiguration. Die ES liefert einerseits hinsichtlich der Kosten die qualitativ besseren Lösungen, benötigt dafür jedoch deutlich mehr Rechenzeit. Im Vergleich zur Kostenanalyse lässt sich in der Konvergenzzeitanalyse somit ein gegensätzlicher Trend beobachten. Es ergibt sich ein Kompromiss zwischen niedrigen Kosten und einer kurzen Konvergenzzeit, der im Anschluss näher betrachtet wird.

6.5.3 Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Kosten und Konvergenzzeit

Dieser Abschnitt befasst sich mit dem empirisch beobachteten Zusammenhang zwischen Lösungsqualität und Effizienz. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Konvergenzzeit nicht Teil der Zielfunktion ist und somit nicht explizit minimiert wird, sondern als Leistungskennzahl zur Analyse der Effizienz der Lösungsverfahren herangezogen wird.

Für die Analyse werden alle 20 Ergebnisse beider Lösungsverfahren einbezogen, die im zweidimensionalen Raum dargestellt werden. Die x-Achse repräsentiert die Gesamtkosten einer Tour und die y-Achse spiegelt die zugehörigen Konvergenzzeiten in Sekunden wider. Die Ergebnisse der Fallstudie werden in Abbildung 11 in Form eines Scatterplots dargestellt. Zusätzlich werden die Pareto-optimalen Lösungen als Pareto-Front visualisiert, indem die einzelnen Datenpunkte mittels einer Linie verbunden werden. Hierbei ist anzumerken, dass die Pareto-Lösungen nicht aus einem Pareto-Optimierungsverfahren entstanden, sondern aus einer Post-hoc-Analyse.

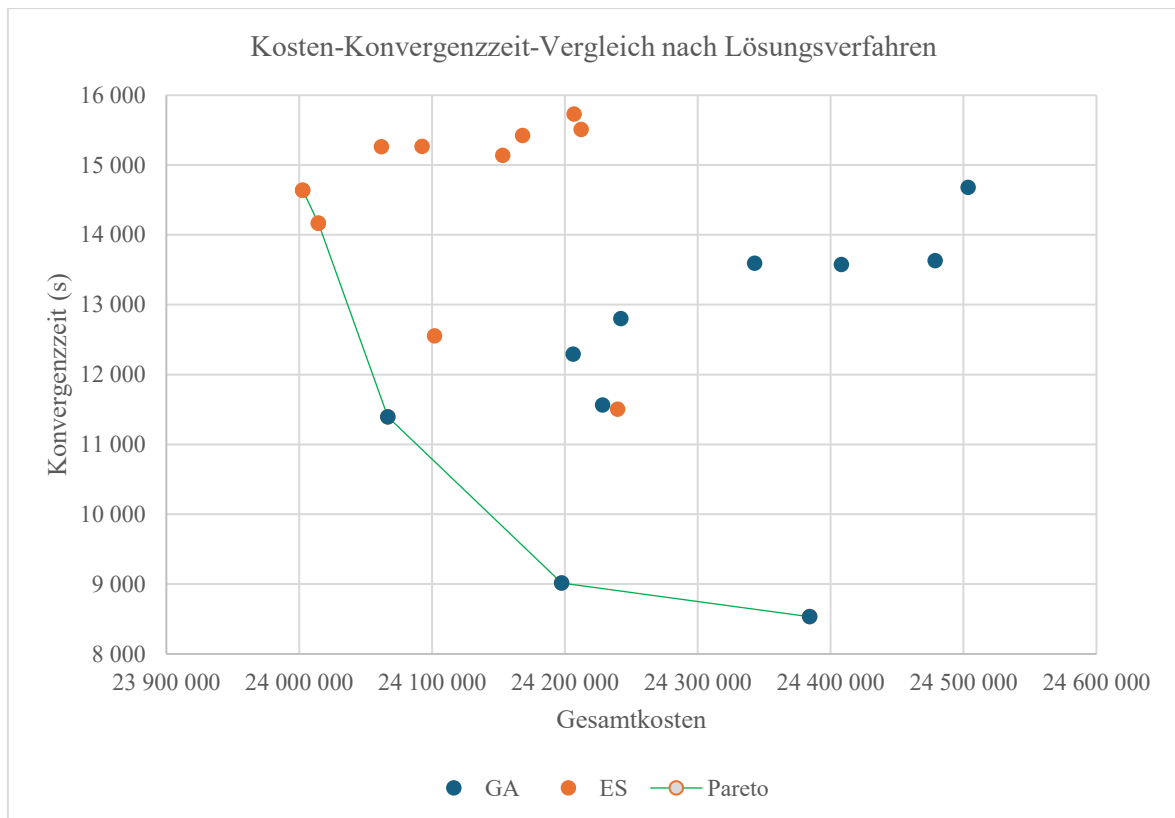


Abbildung 11: Zusammenhang zwischen Zielfunktionswert und Konvergenzzeit der beiden Lösungsverfahren
Quelle: *Eigene Darstellung*.

Die Verteilung der Datenpunkte zeigt keinen eindeutigen linearen Zusammenhang zwischen Lösungsqualität und Konvergenzzeit. Eine Reduktion der Konvergenzzeit führt nicht zwangsläufig zu niedrigeren Kosten und umgekehrt. Zudem lässt sich eine tendenziell gegenläufige Beziehung zwischen den betrachteten Dimensionen erkennen. Lösungen mit geringeren Kosten gehen tendenziell mit einer längeren Konvergenzzeit einher, während Ergebnisse mit schnelleren Konvergenzzeiten etwas höhere Kosten zur Folge haben.

Die identifizierten approximativen Pareto-optimalen Lösungen der Post-hoc-Analyse verdeutlichen den bestehenden Kompromiss zwischen Kosten und Konvergenzzeit besonders stark, da sie von keiner anderen Lösung in beiden Dimensionen dominiert werden. Es gibt keine Lösung, die gegenüber einem Pareto-Punkt sowohl geringere Kosten als auch eine kürzere Konvergenzzeit aufweist.

Auf der Approximation der Pareto-Front liegen fünf Datenpunkte, die sich aus drei Ergebnissen des GA und zwei Lösungen der ES zusammensetzen. Auffällig ist, dass mehrere Datenpunkte mit vergleichbaren niedrigen Kosten (z. B. 24 002 651 und 24 014 521) auf der Pareto-Front liegen, aber Unterschiede in der Konvergenzzeit aufweisen. Gleichzeitig befinden sich auch Datenpunkte mit geringen Konvergenzzeiten (z. B. 8 523 und 9 017

Sekunden) auf dieser Linie, die jedoch vergleichsweise hohe Kosten aufweisen. Dies zeigt, dass im betrachteten Kontext keine Lösung existiert, die sowohl die geringsten Kosten als auch die kürzeste Konvergenzzeit aufweist.

Insgesamt zeigt sich, dass die Auswahl einer möglichen Tour von der gewünschten Abwägung zwischen der Optimierungszielgröße und der Leistungskennzahl abhängt. Diese Analyse bestätigt die zuvor empirisch beobachteten Unterschiede zwischen GA und ES hinsichtlich beider Größen. Abschließend muss jedoch angemerkt werden, dass für diese Fallstudie unter gegebener Konfiguration der Parameter die Lösungsqualität klar vor der Effizienz steht und somit die Kosten als Hauptziel betrachtet werden, während die benötigte Konvergenzzeit nur zweitrangig ist. Aus diesem Grund sind die Ergebnisse der ES hinsichtlich des Zielfunktionswerts, wie zuvor gezeigt, durchschnittlich besser einzustufen.

6.5.4 Distanzanalyse zwischen RPP-LC und klassischem RPP

Im Rahmen einer Distanzanalyse erfolgt die Bewertung der ermittelten Tourlängen für das klassische RPP und das RPP-LC. Hierbei werden erneut der GA und die ES betrachtet und zusätzlich mit den Ergebnissen des GA-RPP zur Lösung des RPP verglichen. Beim GA-RPP handelt es sich um den GA mit angepasster Zielfunktion, um die Gesamtdistanz einer Tour zu minimieren. Abbildung 12 veranschaulicht die Verteilung der Distanzen für den GA, die ES und den GA-RPP in Form von Boxplots.

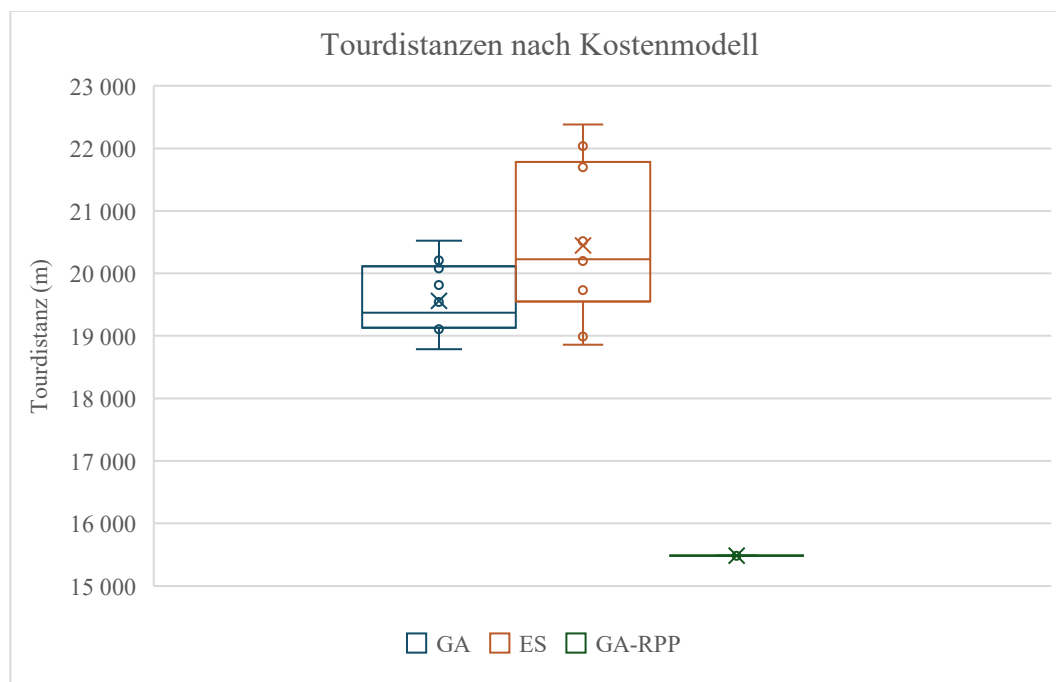


Abbildung 12: Verteilung der Tourdistanzen zwischen klassischem und ladungsabhängigem Kostenmodell
Quelle: *Eigene Darstellung.*

Die Analyse der Ergebnisse zur Tourlänge ermöglicht mehrere aufschlussreiche Erkenntnisse. Zum einen zeigt sich ein deutlicher Unterschied zwischen den Lösungen des RPP-LC und des klassischen RPP. Während der GA und die ES für das RPP-LC in einem ähnlichen Wertebereich liegen, weist der GA-RPP im Durchschnitt gegenüber dem GA zur Lösung des RPP-LC um über 26 % und gegenüber der ES um über 32 % kürzere Tourlängen auf.

Die durchschnittliche Distanz des GA-RPP beträgt 15 484 Meter, während der Mittelwert des GA 19 558 Meter und jener der ES 20 446 Meter beträgt. Die Tourlängen der besten Lösungen von GA und ES unterscheiden sich hingegen nur um wenige Meter.

Auffällig ist zudem, dass der GA-RPP über alle zehn Durchläufe hinweg konstante Werte für die Gesamtdistanz der Tour liefert. Dieser Aspekt wird auch durch die Standardabweichung von 0 bestätigt. Dies deutet darauf hin, dass für diese Fallstudie in Bezug auf die Distanzminimierung eine sehr stabile Lösung vorliegt.

Im Vergleich dazu lässt sich in den Daten von GA und ES eine gewisse Streuung der Distanzen erkennen. Der GA weist jedoch eine deutlich geringere Standardabweichung von 571 Metern auf, während sich der Wert der ES mehr als verdoppelt und 1 225 Meter beträgt. Diese Beobachtung wird auch durch den Boxplot bestätigt, da der GA im Vergleich zur ES eine engere Verteilung der Distanzen rund um den Median aufweist.

Diese Unterschiede lassen sich möglicherweise auf die unterschiedlichen Suchstrategien der Verfahren sowie die Struktur des zugrundeliegenden Netzwerks zurückführen. Kleine Änderungen in der Tourstruktur können durch die Komplexität des Netzwerks zu erheblichen Änderungen der Gesamtdistanz führen.

Insgesamt zeigt sich, dass die Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten im Vergleich zum klassischen RPP zu Unterschieden in der Gesamtdistanz einer Tour führt. Obwohl die Lösungen des RPP-LC hinsichtlich der Zielfunktion optimiert werden, entstehen aufgrund der zusätzlichen ladungsabhängigen Kostenkomponenten höhere Gesamtdistanzen, da die Distanzminimierung nur indirekt in der Zielfunktion berücksichtigt wird. Beim klassischen RPP ergeben sich erwartungsgemäß kürzere Touren, während beim RPP-LC aufgrund der Optimierung der ladungsabhängigen Kosten eine höhere Distanz in Kauf genommen wird.

6.5.5 Untersuchung einer gewichteten Kosten-Distanz-Zielfunktion

Die bisherigen Analysen haben gezeigt, dass der Einsatz verschiedener Zielfunktionen Unterschiede in der Tourstruktur mit sich bringt und einen wesentlichen Einfluss auf die Ergebnisse der Verfahren hat. Während das RPP-LC unter Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten die tatsächlichen Betriebskosten optimiert, können dadurch in bestimmten Netzwerken deutlich längere Touren entstehen. Demgegenüber steht das klassische RPP, bei dem die Distanzminimierung oberste Priorität hat, dafür jedoch keine zusätzlichen Betriebskosten berücksichtigt werden.

Aus diesem Grund wird nachfolgend untersucht, wie sich eine Kombination von ladungsabhängigen Kosten und Distanz in einer gemeinsamen Zielfunktion auf die Lösungsqualität der Touren auswirkt. Zu diesem Zweck wird eine gewichtete Zielfunktion modelliert, die sowohl die Ladungsabhängigkeit als auch die Gesamtdistanz berücksichtigt. Das Ziel dieser Untersuchung besteht in der Identifizierung möglicher Kompromisslösungen durch unterschiedliche Gewichtungen beider Bewertungsgrößen.

Die gewichtete Summenzielfunktion wird folgendermaßen definiert:

$$f(x) = \alpha * C(x) + (1 - \alpha) * D(x) \quad (20)$$

In diesem Zusammenhang steht $C(x)$ für die ladungsabhängigen Gesamtkosten, $D(x)$ für die Gesamtdistanz einer Tour und α beschreibt den Gewichtungsfaktor. Wird $\alpha = 1$ gewählt, dann entspricht die Zielfunktion der ursprünglichen Problemstellung des RPP-LC mit reiner Kostenoptimierung. Im Gegensatz dazu führt ein Gewichtungsfaktor von $\alpha = 0$ zur Formulierung des klassischen RPP mit reiner Distanzoptimierung. Es wurde keine Normierung der Zielfunktion durchgeführt, da die Untersuchung aufzeigen soll, wie sich die Gewichtung auf Basis der ursprünglichen Werte auswirkt. Aufgrund der unterschiedlichen Größenordnungen von Kosten und Distanz hat die Kostenkomponente auch bei geringeren Gewichtungsfaktoren einen vergleichsweise stärkeren Einfluss auf die Zielfunktion. Eine normierte Zielfunktion könnte jedoch zu einem stärkeren Einfluss der Gewichtungsfaktoren führen.

Zur Untersuchung der gewichteten Zielfunktion wurden mehrere Experimente mit verschiedenen Werten für α durchgeführt. Die Gewichtungsfaktoren für α umfassen die Werte 0,01 und 0,99 als Annäherung an die beiden Extremwerte sowie alle Zwischenwerte in 10 %-Schritten von 0,1 bis 0,9. Die tatsächlichen Extremfälle $\alpha = 0$ und $\alpha = 1$ werden

nicht erneut betrachtet, da diese bereits in den zuvor durchgeführten Untersuchungen analysiert wurden.

Der genetische Algorithmus wurde für jeden Gewichtungsfaktor fünfmal unter ansonsten unveränderter Parameterkonfiguration ausgeführt. Die ermittelten Lösungen werden hinsichtlich der betrachteten Größen Kosten und Distanz mit dem zugehörigen Gewichtungsfaktor ausgewertet und anschließend im zweidimensionalen Raum dargestellt, um zusätzlich die Pareto-Front zu bestimmen.

Tabelle 13 veranschaulicht die zusammengefassten Ergebnisse je Gewichtungsfaktor. Die Mittelwerte ermöglichen eine Betrachtung der durchschnittlichen Lösungsqualität, während die Standardabweichungen Aufschluss über die Stabilität der Ergebnisse unter den jeweiligen Gewichtungsfaktoren liefern. Zudem verdeutlichen die besten gefundenen Lösungen den Zielkonflikt hinsichtlich Kosten und Distanz. Die vollständigen Ergebnisse der gewichteten Kosten-Distanz-Zielfunktion für alle betrachteten Gewichtungsfaktoren sind in Tabelle A6 im Anhang dargestellt.

Tabelle 13: Ergebnisse für unterschiedliche Gewichtungsfaktoren der gewichteten Kosten-Distanz-Zielfunktion

α -Wert	Mittlere Kosten	Beste Kosten	Std. Abw. Kosten	Mittlere Distanz	Beste Distanz	Std. Abw. Distanz
0,99	24 627 592	24 305 680	267 834	21 564	20 405	1 066
0,9	24 476 588	24 215 466	199 440	19 526	19 046	470
0,8	24 586 310	24 427 536	173 459	20 368	19 563	1 207
0,7	24 709 457	24 574 900	115 411	21 051	19 801	911
0,6	24 560 325	24 291 350	241 530	20 380	18 251	1 907
0,5	24 572 590	24 345 827	171 512	19 770	18 848	768
0,4	24 623 718	24 378 583	224 295	20 212	19 257	1 398
0,3	24 596 662	24 377 353	207 603	20 097	19 064	1 153
0,2	24 407 872	24 224 736	261 091	20 645	19 008	1 347
0,1	24 680 418	24 351 417	221 336	20 769	19 770	963
0,01	25 415 541	24 867 601	418 948	22 007	19 465	2 081

Die Auswertung der gewichteten Zielfunktion verdeutlicht, dass der Gewichtungsfaktor einen Einfluss sowohl auf die Kosten als auch die Distanz hat, jedoch kein linearer Zusammenhang zwischen der Gewichtung und dem resultierenden Ergebnis zu beobachten ist. Eine stärkere Berücksichtigung der Distanz führt nicht automatisch zu kürzeren Touren, während eine stärkere Gewichtung der Kosten aufgrund der zufallsbasierten Eigenschaften nicht zwangsläufig die kostengünstigsten Lösungen mit sich bringt.

Einige Ergebnisse weisen auffällige Eigenschaften auf, wie beispielsweise, dass die niedrigste durchschnittliche Distanz bei $\alpha = 0,9$ beobachtet werden kann, während die kürzeste Distanz einer Tour bei $\alpha = 0,6$ erreicht wird. Obwohl diese Faktoren die Kosten stärker gewichten, erreichen sie trotzdem eine vergleichsweise geringe Gesamtdistanz. Diese Ergebnisse zeigen, dass mittlere Gewichtungen zwischen Kosten und Distanz teilweise ausgewogenere Ergebnisse als die Extremfälle liefern können. Durch eine kombinierte Betrachtung können gute Lösungen entstehen, die möglicherweise einen besseren Kompromiss zwischen Kosten und Distanz finden. Außerdem kann beobachtet werden, dass die alleinige Gewichtung nicht direkt die Ergebnisqualität bestimmt, da unterschiedliche Gewichtungsfaktoren zu vergleichbaren Kosten und Distanzen führen können.

Im Anschluss werden die Ergebnisse aller Durchläufe gemeinsam im zweidimensionalen Raum in Form eines Scatterplots dargestellt. Die x-Achse repräsentiert die Gesamtdistanz einer Tour und die y-Achse spiegelt die zugehörigen Gesamtkosten wider. Zudem werden die nicht-dominierten Lösungen identifiziert und die einzelnen Datenpunkte mittels einer Linie verbunden, um die approximative Pareto-Front zu visualisieren. In Abbildung 13 sind die Ergebnisse aller Gewichtungsfaktoren mit der Approximation der Pareto-Front dargestellt.

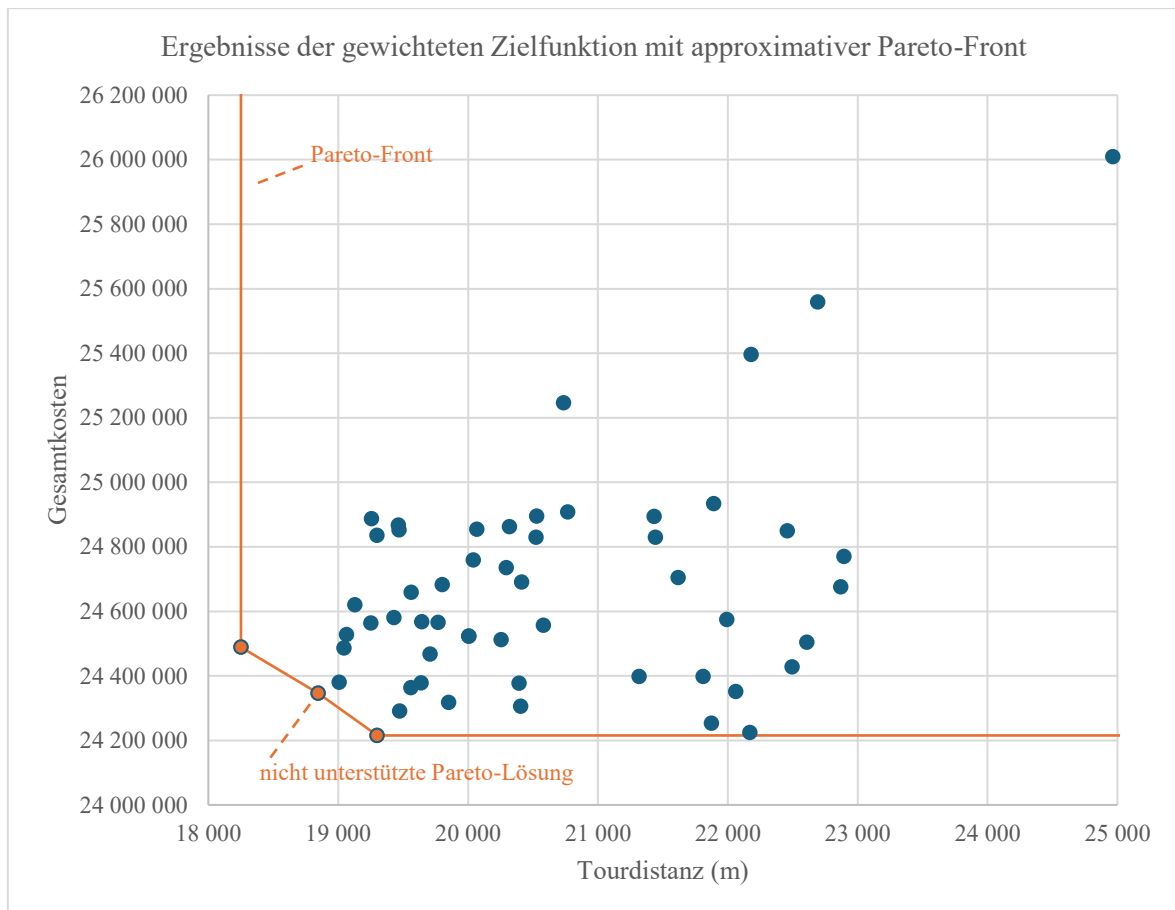


Abbildung 13: Approximative Pareto-Front der gewichteten Kosten-Distanz-Zielfunktion
Quelle: *Eigene Darstellung.*

Die Darstellung der approximativen Pareto-Front verdeutlicht den Zusammenhang zwischen Gesamtkosten und Tourdistanz der ermittelten Lösungen. Daraus lässt sich feststellen, dass es keine Lösung gibt, die gleichzeitig die niedrigsten Kosten und die kürzeste Distanz aufweist. Die kostengünstigste gefundene Lösung von 24 215 466 weist eine Distanz von 19 301 m auf, während die Lösung mit der minimalen Distanz von 18 251 m Kosten in Höhe von 24 488 962 verursacht. Um die Kosten zu reduzieren, muss eine Lösung mit größerer Distanz akzeptiert werden. Diese beiden Punkte zeigen, dass eine bereits kleine Erhöhung der Distanz um ca. 1 050 m (+5,7 %) eine deutliche Kostenreduktion um etwa 273 500 (-1,1 %) ermöglicht. Zudem zeigt sich, dass zwischen distanzminimaler und kostengünstigster Lösung ein weiterer Punkt mit einer Distanz von 18 848 m und Kosten von 24 345 827 liegt, der sich als möglicher Kompromiss zwischen den Zielgrößen darstellt. Dies verdeutlicht, dass zwischen den Zielgrößen Kosten und Distanz ein Zielkonflikt besteht.

Die einzelnen Lösungen aller Durchläufe repräsentieren die potenziell Pareto-effizienten Punkte. Insgesamt stellen die bereits genannten drei Lösungen nicht-dominierte Punkte dar, die im Folgenden als approximative Pareto-Lösungen bezeichnet werden. Aufgrund des

metaheuristischen Lösungsverfahren kann jedoch nicht eindeutig bewiesen werden, ob diese wirklich optimal sind, da möglicherweise bessere Lösungen unentdeckt geblieben sind.

Obwohl viele Gewichtungsfaktoren untersucht wurden, besteht die Approximation der Pareto-Front nur aus den drei betrachteten Punkten, die unterschiedliche Kompromisse der beiden Bewertungsgrößen darstellen. Sämtliche anderen Punkte sind dominierte Lösungen, die in mindestens einer Dimension einen schlechteren Wert aufweisen.

Die mittlere gefundene Pareto-Lösung kann als nicht unterstützter effizienter Punkt der experimentell bestimmten Pareto-Front interpretiert werden, da dieser Punkt nicht auf der konvexen Verbindung der beiden äußeren gefundenen Lösungen liegt. Dieser Punkt stellt eine effiziente Kompromisslösung dar, da keine andere gefundene Lösung sowohl niedrigere Kosten als auch eine geringere Distanz aufweist. Die approximative Pareto-Front enthält somit sowohl unterstützte als auch einen nicht unterstützten effizienten Punkt.

Die Untersuchung der gewichteten Kosten-Distanz-Zielfunktion zeigt, dass die Optimierung einer einzelnen Zielgröße nicht notwendigerweise die passendste Lösung für das jeweilige Anwendungsproblem darstellt. Durch eine Kombination von mehreren Bewertungsgrößen können alternative Lösungen mit unterschiedlichen Kompromissen identifiziert werden. Die Ergebnisse zeigen, dass die Gewichtung zwar einen Einfluss auf die Touren hat, die Lösungsqualität jedoch aufgrund stochastischer Eigenschaften und des zugrunde liegenden Netzwerks nicht direkt durch den Gewichtungsfaktor bestimmt wird. Welche Lösung bevorzugt wird, hängt von der Priorisierung der Bewertungsgrößen sowie den praktischen Anforderungen im jeweiligen Optimierungsproblem ab.

6.6 Einordnung und Zusammenfassung der Fallstudie

Die Fallstudie diente dazu, die zuvor implementierten Lösungsverfahren auf ein reales Straßennetzwerk anzuwenden, um das Verhalten in einem größeren und strukturell komplexeren Graphen zu untersuchen. Der Fokus lag insbesondere auf der Analyse der Lösungsqualität, der Konvergenzzeiten und der Eigenschaften der resultierenden Tourstrukturen.

Der Vergleich zwischen dem genetischen Algorithmus und der Evolutionsstrategie zeigt, dass die Evolutionsstrategie unter den gewählten Parametern leicht bessere und stabilere Lösungen hinsichtlich des Zielfunktionswerts erzielt, während der genetische Algorithmus Vorteile hinsichtlich der benötigten Konvergenzzeit aufweist. Der daraus resultierende

Trade-off zwischen Kosten und Konvergenzzeit verdeutlicht, dass kein Verfahren hinsichtlich beider betrachteten Bewertungsgrößen dominiert.

Zusätzlich zeigt der Vergleich mit dem klassischen RPP, dass die Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten in der betrachteten Fallstudie zu veränderten Tourstrukturen führt. Die kostenoptimierte Tour ist dabei nicht gleichbedeutend mit der kürzesten Tour, wodurch sich Unterschiede in der praktischen Interpretation ergeben können.

Die Untersuchung der gewichteten Kosten-Distanz-Zielfunktion verdeutlicht außerdem, dass durch eine flexible Modellierung der Zielfunktion eine unterschiedliche Priorisierung zwischen Kosten und Distanz ermöglicht wird.

Zusammenfassend zeigt sich, dass die Fallstudie die grundsätzliche Anwendbarkeit der betrachteten Lösungsverfahren und des RPP-LC-Modells auf ein reales Netzwerkszenario bestätigt. Die Aussagekraft bleibt jedoch aufgrund der Modellannahmen und der Betrachtung eines einzelnen Netzwerks eingeschränkt.

7 Fazit

Das Ziel dieser Arbeit war es, das Rural Postman Problem mit ladungsabhängigen Kosten näher zu untersuchen und geeignete metaheuristische Lösungsverfahren auf das Modell anzuwenden, um Erkenntnisse hinsichtlich der resultierenden Tourstruktur, der Qualität der Lösungsverfahren und der praktischen Anwendbarkeit zu gewinnen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde dazu ein bereits existierender genetischer Algorithmus aus der Literatur aufgegriffen und durch die Anpassung der Struktur um eine Evolutionsstrategie als alternatives Lösungsverfahren ergänzt. Die beiden metaheuristischen Verfahren wurden anschließend in Experimenten auf 180 Testinstanzen angewendet. Die daraus erzielten Ergebnisse wurden daraufhin hinsichtlich der Bewertungsgrößen Lösungsqualität, Konvergenzzeit und Stabilität ausgewertet. Darüber hinaus wurde eine praxisnahe Fallstudie im Bereich des Winterdienstes entwickelt, um die Anwendbarkeit der Lösungsverfahren und des zugrunde liegenden RPP-LC-Modells auf ein reales, komplexeres Straßennetzwerk zu untersuchen.

Im Folgenden werden die in der Einleitung formulierten Forschungsfragen anhand der durchgeführten Analysen und der gewonnenen Erkenntnisse beantwortet.

Hinsichtlich der ersten untergeordneten Forschungsfrage zu den Unterschieden in den Ergebnissen zwischen genetischem Algorithmus und Evolutionsstrategie zeigt sich, dass beide Verfahren unterschiedliche Stärken aufweisen und grundsätzlich zur Lösung des RPP-LC geeignet sind. Die Ergebnisse der Testinstanzen verdeutlichen, dass hinsichtlich der Lösungsqualität und deren Streuung kaum Unterschiede zwischen den Verfahren bestehen. Zudem konnten beide Verfahren teilweise bessere Lösungen als die exakte Methode innerhalb eines Zeitlimits erzielen. Hinsichtlich der Konvergenzzeit zeigt sich ein Vorteil des genetischen Algorithmus, der im Durchschnitt schneller die beste gefundene Lösung erreicht und eine geringere Streuung der Konvergenzzeiten aufweist. Die Ergebnisse der Fallstudie zeigen ein differenziertes Bild, da die Evolutionsstrategie hinsichtlich der Lösungsqualität und Streuung geringfügig bessere Ergebnisse erzielt. Während der genetische Algorithmus weiterhin schneller zur besten gefundenen Lösung findet, weist die Evolutionsstrategie eine geringere Streuung der Konvergenzzeiten auf.

Aus den Ergebnissen geht hervor, dass die Unterschiede in Lösungsqualität und Effizienz zwischen den Verfahren vom Pflichtkantenanteil und der zugrunde liegenden Struktur des

Netzwerks abhängig sind, da mit zunehmender Komplexität die Variabilität der Lösungen steigt.

Die Analyse verdeutlicht, dass die Wahl des metaheuristischen Lösungsverfahrens keinen wesentlichen Einfluss auf die Lösungsqualität hat, sondern der Unterschied primär in der Effizienz der Algorithmen liegt. Insgesamt lässt sich daraus schließen, dass es sich weder beim genetischen Algorithmus noch bei der Evolutionsstrategie um ein allgemein dominantes Verfahren handelt und die Ergebnisse unter anderem von der gewählten Parameterkonfiguration abhängen.

Die zweite untergeordnete Forschungsfrage zielt darauf ab, die Auswirkungen einer ladungsabhängigen Zielfunktion auf die resultierende Tourdistanz im Vergleich zum klassischen RPP zu untersuchen. Die Ergebnisse zeigen, dass die Auswirkungen auf die Tourdistanz ebenfalls von der zugrunde liegenden Problemstruktur und der Komplexität abhängen. Während bei einfacheren Testinstanzen häufig nur geringe oder keine Unterschiede auftreten, können bei zunehmender Komplexität die Abweichungen zwischen beiden Modellen deutlich größer ausfallen. Darüber hinaus zeigt sich, dass die Lösung unter der Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten nicht zwangsläufig gleichbedeutend mit der distanzoptimalen Lösung ist. Dies verdeutlicht, dass durch die Berücksichtigung ladungsabhängiger Kosten deutlich längere Touren entstehen können. Die Wahl der Zielfunktion hat somit einen wesentlichen Einfluss auf die resultierende Tourstruktur.

Abschließend thematisiert die dritte untergeordnete Forschungsfrage die Übertragbarkeit des RPP-LC-Modells auf reale Netzwerke sowie die daraus gewonnenen praktischen Erkenntnisse. Die entwickelte Fallstudie im Bereich des Winterdienstes zeigt, dass das Modell grundsätzlich auf reale Straßenstrukturen angewendet werden kann und die betrachteten Metaheuristiken auch für komplexere Netzwerke geeignete Lösungsverfahren darstellen. Die Übertragbarkeit der Erkenntnisse von den Testinstanzen auf praktische Netzwerke ist aufgrund der im Rahmen der ersten Forschungsfrage gewonnenen Erkenntnisse nur eingeschränkt möglich.

Darüber hinaus zeigt sich, dass die Berücksichtigung einer zusätzlichen Kostenkomponente zu veränderten Tourstrukturen im Vergleich zum klassischen RPP führt. Die kostenoptimale Tour, bei der Kanten mit hoher Nachfrage möglichst früh im Tourverlauf bedient werden, kann aus praktischer Sicht aufgrund der veränderten Struktur als weniger effizient wahrgenommen werden. Dies zeigt, dass ladungsabhängige Kosten die Realität einerseits besser als das klassische Modell abbilden können, aber wie eingangs erwähnt, ist der

Kraftstoffverbrauch nicht ausschließlich von der Ladung abhängig. Daraus ergibt sich, dass die Abbildung realer Anwendungen nicht ausschließlich durch eine einzelne Kostenkomponente möglich ist, weshalb die gleichzeitige Berücksichtigung mehrerer Zielgrößen für die Routenplanung ein wesentlicher Bestandteil praxisnaher Modellierungen ist.

Die Untersuchung einer erweiterten Kosten-Distanz-Zielfunktion verdeutlicht zudem, dass durch eine flexible Modellierung von verschiedenen Gewichtungsfaktoren unterschiedliche Kompromisslösungen gefunden werden können. Die Wahl einer geeigneten Zielfunktion hängt somit maßgeblich von der Priorisierung der jeweiligen Ziele sowie vom konkreten Anwendungsszenario ab.

Trotz der gewonnenen Ergebnisse unterliegt die Arbeit einigen Einschränkungen, die bei der Interpretation und Einordnung der Ergebnisse berücksichtigt werden müssen.

Das zugrunde liegende Modell berücksichtigt die Fahrzeugladung als zentralen Einflussfaktor auf den Kraftstoffverbrauch und die daraus resultierenden Transportkosten. Dies ermöglicht eine realistischere Abbildung im Vergleich zu klassischen distanzbasierten Modellen. In der Praxis hängt der Kraftstoffverbrauch allerdings von weiteren Faktoren wie beispielsweise Geschwindigkeit, Fahrzeugtyp, Wetterbedingungen oder Verkehrssituation ab. Aufgrund der Vereinfachung des Modells können weitere Einflussgrößen im Rahmen dieser Arbeit nicht vollständig abgebildet werden.

Die Übertragbarkeit der Ergebnisse ist sowohl aufgrund der verwendeten Testinstanzen als auch aufgrund der Fallstudie nur eingeschränkt gegeben. Bei den Testinstanzen handelt es sich um synthetisch erzeugte Benchmarkinstanzen, die reale Netzwerkbedingungen aufgrund der zufällig generierten Nachfragemengen und Kantenlängen nur eingeschränkt abbilden können. Demgegenüber stehen die Ergebnisse der Fallstudie, die auf einem einzigen realen Straßennetzwerk basieren. Die gewonnenen Erkenntnisse sind aufgrund der spezifischen Eigenschaften des betrachteten Netzwerks nur eingeschränkt auf andere praktische Anwendungen übertragbar. Zusammenfassend zeigen die Ergebnisse eine grundsätzliche Aussagekraft, sind jedoch aufgrund der genannten Eigenschaften nicht vollständig generalisierbar.

Eine weitere Einschränkung besteht in der Parametrisierung der metaheuristischen Verfahren. Die Untersuchungen der Ergebnisse zu den Testinstanzen und der Fallstudie basieren auf der aus der Literatur übernommenen Parameterkonfiguration. Eine

Sensitivitätsanalyse hinsichtlich der Populationsgröße, der Mutationsrate oder alternativen Operatoren wurde nicht durchgeführt. Die resultierenden Lösungen hängen daher von den gewählten Parametern ab. Andere Parametereinstellungen oder Operatoren können die Ergebnisse beeinflussen und somit auch die daraus gewonnenen Erkenntnisse verändern.

Die Auswertung zeigt, dass Routenplanungsprobleme in der Praxis nicht allein durch die Optimierung von Kosten oder Distanz abgebildet werden können, sondern häufig die gleichzeitige Berücksichtigung mehrerer Zielsetzungen erfordern. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit mehrdimensionaler Optimierungsansätze, um mehrere praktische Anforderungen gleichzeitig abdecken zu können.

Abschließend werden ausgewählte Ansatzpunkte für weitere Forschungsarbeiten im Kontext des RPP-LC aufgezeigt. Eine naheliegende Erweiterung auf Basis des Kostenmodells liegt in der Berücksichtigung weiterer direkter Einflussgrößen auf den Kraftstoffverbrauch und die daraus resultierenden Transportkosten. Insbesondere durch die Digitalisierung eröffnen Echtzeitdaten wie die Berücksichtigung von aktuellen Verkehrs- oder Wetterinformationen neue Möglichkeiten für dynamische Routenplanungsmodelle. In diesem Zusammenhang bietet der Einsatz alternativer Fahrzeugtypen wie Elektrofahrzeuge oder Drohnen zukunftsorientierte Erweiterungen des RPP-LC.

Darüber hinaus könnten sich zukünftige Arbeiten stärker auf mehrzielige Optimierungsansätze konzentrieren, um neben den Kosten und der Tourdistanz auch andere praktische Zielgrößen wie die Fahrzeit, die CO₂-Emissionen oder den Energieverbrauch zu integrieren.

Zusätzlich könnten weitere hybride Lösungsverfahren oder Metaheuristiken wie beispielsweise Tabu Search oder Variable Neighborhood Search untersucht werden, um deren Leistungsfähigkeit mit den in dieser Arbeit betrachteten Ansätzen zu vergleichen.

Diese Arbeit konzentriert sich auf den Winterdienst als praktisches Anwendungsszenario. Ergänzende Untersuchungen anhand weiterer Anwendungsgebiete, beispielsweise der Postzustellung, Müllabfuhr oder Straßenreinigung, auf Grundlage realer Straßennetzwerke könnten die Generalisierung der praktischen Ergebnisse weiter erhöhen. Insgesamt bieten sowohl das RPP-LC-Modell als auch die eingesetzten Lösungsverfahren vielfältige Ansatzpunkte für zukünftige Forschungsarbeiten.

Literaturverzeichnis

- Assad, A. A., & Golden, B. L. (1995). Arc routing methods and applications. In *Handbooks in Operations Research and Management Science* (Bd. 8, S. 375–483). Elsevier.
[https://doi.org/10.1016/S0927-0507\(05\)80109-4](https://doi.org/10.1016/S0927-0507(05)80109-4).
- Bäck, T., & Schwefel, H.-P. (1993). An overview of evolutionary algorithms for parameter optimization. *Evolutionary Computation*, 1(1), 1–23.
<https://doi.org/10.1162/evco.1993.1.1.1>.
- Bartz-Beielstein, T., Branke, J., Mehnen, J., & Mersmann, O. (2014). Evolutionary algorithms. *WIREs Data Mining and Knowledge Discovery*, 4(3), 178–195.
<https://doi.org/10.1002/widm.1124>.
- Beyer, H.-G., To, T. B., Brucherseifer, E., Jakob, W., Pohlheim, H., & Sendhoff, B. (2002). *Evolutionäre Algorithmen—Begriffe und Definitionen*.
<https://doi.org/10.17877/DE290R-15252>.
- Christofides, N., Campos, V., Corberán, A., & Mota, E. (1981). *An algorithm for the rural postman problem* [Technical Report]. Department of Management Science, Imperial College London.
- Corberán, Á., Eglese, R., Hasle, G., Plana, I., & Sanchis, J. M. (2021). Arc routing problems: A review of the past, present, and future. *Networks*, 77(1), 88–115.
<https://doi.org/10.1002/net.21965>.
- Corberán, Á., Erdoğan, G., Laporte, G., Plana, I., & Sanchis, J. M. (2018). The Chinese postman problem with load-dependent costs. *Transportation Science*, 52(2), 370–385. <https://doi.org/10.1287/trsc.2017.0774>.
- Corberán, Á., Plana, I., & Sanchis, J. M. (2007). A branch & cut algorithm for the windy general routing problem and special cases. *Networks*, 49(4), 245–257.
<https://doi.org/10.1002/net.20176>.

- Corberán, Á., & Prins, C. (2010). Recent results on arc routing problems: An annotated bibliography. *Networks*, 56(1), 50–69. <https://doi.org/10.1002/net.20347>.
- De Santis Bermeo, D. A., & Ramos De Santis, P. S. (2024). *Implementation of the genetic algorithm for optimization of garbage collection considering the load-dependent cost*. Proceedings of the 22nd LACCEI International Multi-Conference for Engineering, Education and Technology. <https://doi.org/10.18687/LACCEI2024.1.1.1150>.
- De Santis, D., Landete, M., Cabezas, X., Sanchis, J. M., & Peiró, J. (2025). A modified single-objective genetic algorithm for solving the rural postman problem with load-dependent costs. *Knowledge-Based Systems*, 312, 113146. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2025.113146>.
- Ehmke, J. F., Campbell, A. M., & Thomas, B. W. (2016). Vehicle routing to minimize time-dependent emissions in urban areas. *European Journal of Operational Research*, 251(2), 478–494. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.11.034>.
- Fink, A., & Voß, S. (2003). Anwendung von Metaheuristiken zur Lösung betrieblicher Planungsprobleme: Potenziale und Grenzen einer softwaretechnischen Unterstützung. *Wirtschaftsinformatik*, 45(4), 395–407. <https://doi.org/10.1007/BF03250905>.
- Frederickson, G. N. (1979). Approximation algorithms for some postman problems. *Journal of the ACM*, 26(3), 538–554. <https://doi.org/10.1145/322139.322150>.
- Funabashi, Y., Taniguchi, I., & Tomiyama, H. (2019). Work-in-progress: Routing of delivery drones with load-dependent flight speed. *2019 IEEE Real-Time Systems Symposium (RTSS)*, 520–523. <https://doi.org/10.1109/RTSS46320.2019.00054>.
- Golden, B. L., & Wong, R. T. (1981). Capacitated arc routing problems. *Networks*, 11(3), 305–315. <https://doi.org/10.1002/net.3230110308>.

- Hertz, A., Laporte, G., & Hugo, P. N. (1999). Improvement procedures for the undirected rural postman problem. *INFORMS Journal on Computing*, 11(1), 53–62.
- Kancharla, S. R., & Ramadurai, G. (2020). Electric vehicle routing problem with non-linear charging and load-dependent discharging. *Expert Systems with Applications*, 160, 113714. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113714>.
- Karagul, K., Sahin, Y., Aydemir, E., & Oral, A. (2019). A simulated annealing algorithm based solution method for a green vehicle routing problem with fuel consumption. In T. Paksoy, G.-W. Weber, & S. Huber (Hrsg.), *Lean and Green Supply Chain Management: Optimization Models and Algorithms* (S. 161–187). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97511-5_6.
- Land Niederösterreich. (2025, Oktober 6). *Winterdienst – Beschaffungsservice*. <https://web.archive.org/web/20251006064948/https://www.beschaffungsservice.at/winterdienst/>.
- Lenstra, J. K., & Kan, A. H. G. R. (1976). On general routing problems. *Networks*, 6(3), 273–280. <https://doi.org/10.1002/net.3230060305>.
- Liu, D., Yang, H. F., Mao, X., Antonoglou, V., & Kaisar, E. I. (2023). New mobility-assist e-grocery delivery network: A load-dependent two-echelon vehicle routing problem with mixed vehicles. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2677(1), 294–310. <https://doi.org/10.1177/03611981221099277>.
- Liu, R., Jiang, Z., & Yuan, B. (2015). A heuristic algorithm for the load-dependent capacitated vehicle routing problem with time windows. *2015 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)*, 843–847. <https://doi.org/10.1109/IEEM.2015.7385767>.

- Luo, Z., Qin, H., Zhu, W., & Lim, A. (2017). Branch and price and cut for the split-delivery vehicle routing problem with time windows and linear weight-related cost. *Transportation Science*, 51(2), 668–687. <https://doi.org/10.1287/trsc.2015.0666>.
- Ma, Y., Tang, J., & Guan, J. (2013). Split delivery weighted vehicle routing problem: Comparison perspective. *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference*, 8436–8440. <https://ieeexplore.ieee.org/document/6640933/>.
- Meng, S., Guo, X., Li, D., & Liu, G. (2023). The multi-visit drone routing problem for pickup and delivery services. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 169, 102990. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2022.102990>.
- Mourão, M. C., & Pinto, L. S. (2017). An updated annotated bibliography on arc routing problems. *Networks*, 70(3), 144–194. <https://doi.org/10.1002/net.21762>.
- Nguyen, T. T., Pham, D. T., Buddhakulsomsiri, J., & Parthanadee, P. (2023). Load-dependent vehicle routing problem: A heuristic approach. In L.-C. Tang (Hrsg.), *Advances in Transdisciplinary Engineering*. IOS Press. <https://doi.org/10.3233/ATDE230108>.
- Orloff, C. S. (1974). A fundamental problem in vehicle routing. *Networks*, 4(1), 35–64. <https://doi.org/10.1002/net.3230040105>.
- Pearn, W. L., & Wu, T. C. (1995). Algorithms for the rural postman problem. *Computers & Operations Research*, 22(8), 819–828. [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(94\)00070-O](https://doi.org/10.1016/0305-0548(94)00070-O).
- Saad, S. M., & Bahadori, R. (2019). Pollution routing problem with time window and split delivery. *Proceedings of the 7th International Workshop on Simulation for Energy, Sustainable Development & Environment*, 23–29. <https://doi.org/10.46354/i3m.2019.sesde.004>.

- Slowik, A., & Kwasnicka, H. (2020). Evolutionary algorithms and their applications to engineering problems. *Neural Computing and Applications*, 32(16), 12363–12379. <https://doi.org/10.1007/s00521-020-04832-8>.
- Talbi, E.-G. (2009). *Metaheuristics: From design to implementation*. John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/9780470496916>.
- Tang, J., Guan, J., Yu, Y., & Chen, J. (2014). Beam search combined with MAX-MIN ant systems and benchmarking data tests for weighted vehicle routing problem. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 11(4), 1097–1109. <https://doi.org/10.1109/TASE.2013.2295092>.
- Trang, N. T., Parthanadee, P., Buddhakulsomsiri, J., & Duc Tai, P. (2025). Load-dependent vehicle routing problem with route time constraint: A heuristic approach. *Cogent Engineering*, 12(1), 2533415. <https://doi.org/10.1080/23311916.2025.2533415>.
- Vom Brocke, J., Simons, A., Niehaves, B., Niehaves, B., Reimer, K., Plattfaut, R., & Cleven, A. (2009). Reconstructing the giant: On the importance of rigour in documenting the literature search process. *ECIS 2009 Proceedings*, (161). <https://doi.org/https://aisel.aisnet.org/ecis2009/161>.
- Wang, S., & Wu, Y. (2017). A genetic algorithm for energy minimization vehicle routing problem. *2017 International Conference on Service Systems and Service Management*, 1–5. <https://doi.org/10.1109/ICSSSM.2017.7996165>.
- Xia, Y., Zeng, W., Zhang, C., & Yang, H. (2023). A branch-and-price-and-cut algorithm for the vehicle routing problem with load-dependent drones. *Transportation Research Part B: Methodological*, 171, 80–110. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2023.03.003>.
- Xiao, Y., Zhao, Q., Kaku, I., & Xu, Y. (2012). Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 39(7), 1419–1431. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.08.013>.

- Xu, W., Zhang, C., Cheng, M., & Huang, Y. (2022). Electric vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery: Mathematical modeling and adaptive large neighborhood search heuristic method. *Energies*, 15(23), 9222. <https://doi.org/10.3390/en15239222>.
- Zachariadis, E. E., Tarantilis, C. D., & Kiranoudis, C. T. (2015). The load-dependent vehicle routing problem and its pick-up and delivery extension. *Transportation Research Part B: Methodological*, 71, 158–181. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2014.11.004>.
- Zhang, Z., Qin, H., Lim, A., & Guo, S. (2010). Branch and bound algorithm for a single vehicle routing problem with toll-by-weight scheme. In N. García-Pedrajas, F. Herrera, C. Fyfe, J. M. Benítez, & M. Ali (Hrsg.), *Trends in Applied Intelligent Systems* (S. 179–188). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-13033-5_19.
- Zheng, W., Ji, X., Zou, Y., & Wang, L. (2025). Optimization of vehicle routing in green cold chain logistics distribution considering customer satisfaction. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2025(1), 2467398. <https://doi.org/10.1155/ddns/2467398>.
- Zhou, Y., & Lee, G. M. (2017). A lagrangian relaxation-based solution method for a green vehicle routing problem to minimize greenhouse gas emissions. *Sustainability*, 9(5), 776. <https://doi.org/10.3390/su9050776>.

Anhang

Tabelle A1: Lösungsqualität der einzelnen Testinstanzen für Solver-Ref, GA-Ref, GA und ES

Instanz	Solver-Ref Minimum	GA-Ref Minimum	GA Minimum	GA Mittelwert	GA Std. Abw.	ES Minimum	ES Mittelwert	ES Std. Abw.
E1_25	391,0	391,0	391,0	391,0	0	391,0	391,0	0
E2_25	49,5	49,5	49,5	49,5	0	49,5	49,5	0
E3_25	1 882,0	1 882,0	1 882,0	1 882,0	0	1 882,0	1 882,0	0
E4_25	469,5	469,5	469,5	469,5	0	469,5	469,5	0
E5_25	16 222,0	16 222,0	16 222,0	16 222,0	0	16 222,0	16 222,0	0
E6_25	3 276,0	3 276,0	3 276,0	3 276,0	0	3 276,0	3 276,0	0
E7_25	7 542,0	7 542,0	7 542,0	7 542,0	0	7 542,0	7 542,0	0
E8_25	12 255,5	12 255,5	12 255,5	12 255,5	0	12 255,5	12 255,5	0
E9_25	46 662,5	46 662,5	46 662,5	46 662,5	0	46 662,5	46 662,5	0
E10_25	45 088,5	45 088,5	45 088,5	45 088,5	0	45 088,5	45 088,5	0
E11_25	195 921,0	195 921,0	195 921,0	195 921,0	0	195 921,0	195 921,0	0
E12_25	200 663,0	200 663,0	200 663,0	200 663,0	0	200 663,0	200 663,0	0
E13_25	185 987,5	185 987,5	185 987,5	185 987,5	0	185 987,5	185 987,5	0
E14_25	42 582,0	42 582,0	42 582,0	42 582,0	0	42 582,0	42 582,0	0
E15_25	1 188 121,0	1 188 121,0	1 188 121,0	1 188 121,0	0	1 188 121,0	1 188 121,0	0
E16_25	195 831,0	195 831,0	195 831,0	195 831,0	0	195 831,0	195 831,0	0
E17_25	4 717 132,0	4 717 132,0	4 717 132,0	4 717 132,0	0	4 717 132,0	4 717 132,0	0
E18_25	704 420,5	704 420,5	704 420,5	704 420,5	0	704 420,5	704 420,5	0
E1_50	992,5	992,5	992,5	992,5	0	992,5	992,5	0
E2_50	176,0	176,0	176,0	176,0	0	176,0	176,0	0
E3_50	2 561,0	2 561,0	2 561,0	2 561,0	0	2 561,0	2 561,0	0
E4_50	758,5	758,5	758,5	758,5	0	758,5	758,5	0
E5_50	21 775,5	21 775,5	21 775,5	21 775,5	0	21 775,5	21 775,5	0
E6_50	5 202,5	5 202,5	5 202,5	5 202,5	0	5 202,5	5 202,5	0
E7_50	20 223,5	20 223,5	20 223,5	20 223,5	0	20 223,5	20 223,5	0
E8_50	22 366,0	22 366,0	22 366,0	22 366,0	0	22 366,0	22 366,0	0
E9_50	77 038,5	77 038,5	77 038,5	77 038,5	0	77 038,5	77 038,5	0
E10_50	78 039,0	78 039,0	78 039,0	78 039,0	0	78 039,0	78 039,0	0
E11_50	257 328,0	257 328,0	257 328,0	257 328,0	0	257 328,0	257 328,0	0
E12_50	299 568,0	299 568,0	299 568,0	299 568,0	0	299 568,0	299 568,0	0
E13_50	637 128,0	637 128,0	637 128,0	637 128,0	0	637 128,0	637 128,0	0
E14_50	93 732,5	93 732,5	93 732,5	93 732,5	0	93 732,5	93 732,5	0
E15_50	1 963 934,0	1 963 934,0	1 963 934,0	1 963 934,0	0	1 963 934,0	1 963 934,0	0
E16_50	395 670,0	395 670,0	395 670,0	395 670,0	0	395 670,0	395 670,0	0
E17_50	5 927 434,5	5 927 434,5	5 927 434,5	5 927 434,5	0	5 927 434,5	5 927 434,5	0
E18_50	1 280 905,0	1 280 905,0	1 280 905,0	1 280 905,0	0	1 280 905,0	1 280 905,0	0
E1_75	1 967,5	1 967,5	1 967,5	1 967,5	0	1 967,5	1 967,5	0
E2_75	302,0	302,0	302,0	302,0	0	302,0	302,0	0
E3_75	4 195,5	4 195,5	4 195,5	4 195,5	0	4 195,5	4 195,5	0
E4_75	1 192,0	1 192,0	1 192,0	1 192,0	0	1 192,0	1 192,0	0
E5_75	33 698,5	33 698,5	33 698,5	33 698,5	0	33 698,5	33 698,5	0
E6_75	7 616,0	7 616,0	7 616,0	7 616,0	0	7 616,0	7 616,0	0
E7_75	38 212,5	38 212,5	38 212,5	38 212,5	0	38 212,5	38 212,5	0
E8_75	52 045,5	52 045,5	52 045,5	52 045,5	0	52 045,5	52 045,5	0
E9_75	122 444,5	122 444,5	122 444,5	122 444,5	0	122 444,5	122 444,5	0
E10_75	113 452,0	113 452,0	113 452,0	113 452,0	0	113 452,0	113 452,0	0
E11_75	400 306,0	400 306,0	400 306,0	400 306,0	0	400 306,0	400 306,0	0
E12_75	434 771,5	434 771,5	434 771,5	434 771,5	0	434 771,5	434 771,5	0
E13_75	1 225 498,0	1 230 961,0	1 225 498,0	1 225 498,0	0	1 225 498,0	1 225 498,0	0
E14_75	238 647,0	229 378,0	229 378,0	229 378,0	0	229 378,0	229 378,0	0
E15_75	2 766 971,5	2 766 971,5	2 766 971,5	2 770 964,5	8 928,6	2 766 971,5	2 766 971,5	0
E16_75	577 061,0	562 138,0	562 138,0	562 138,0	0	562 138,0	562 138,0	0
E17_75	8 529 676,0	8 541 314,0	8 529 676,0	8 529 676,0	0	8 529 676,0	8 529 676,0	0

Tabelle A1 (Fortsetzung)

Instanz	Solver-Ref Minimum	GA-Ref Minimum	GA Minimum	GA Mittelwert	GA Std. Abw.	ES Minimum	ES Mittelwert	ES Std. Abw.
E18_75	1 906 915,5	1 890 231,5	1 890 231,5	1 890 231,5	0	1 890 231,5	1 890 231,5	0
Hr1_25	89 436,5	89 436,5	89 436,5	89 436,5	0	89 436,5	89 436,5	0
Hr2_25	165 216,5	165 216,5	165 216,5	165 216,5	0	165 216,5	165 216,5	0
Hr3_25	118 772,5	118 772,5	118 772,5	118 772,5	0	118 772,5	118 772,5	0
Hr4_25	112 946,5	112 946,5	112 946,5	112 946,5	0	112 946,5	112 946,5	0
Hr5_25	79 245,5	79 245,5	79 245,5	79 245,5	0	79 245,5	79 245,5	0
Hr6_25	84 804,5	84 804,5	84 804,5	84 804,5	0	84 804,5	84 804,5	0
Hr7_25	902 738,0	902 738,0	902 738,0	902 738,0	0	902 738,0	902 738,0	0
Hr8_25	682 282,0	682 282,0	682 282,0	682 282,0	0	682 282,0	682 282,0	0
Hr9_25	103 262,5	103 262,5	103 262,5	103 262,5	0	103 262,5	103 262,5	0
Hr10_25	99 600,5	99 600,5	99 600,5	99 600,5	0	99 600,5	99 600,5	0
Hr11_25	139 532,5	139 532,5	139 532,5	139 532,5	0	139 532,5	139 532,5	0
Hr12_25	128 476,0	128 476,0	128 476,0	128 476,0	0	128 476,0	128 476,0	0
Hr13_25	601 730,0	601 730,0	601 730,0	601 730,0	0	601 730,0	601 730,0	0
Hr14_25	391 570,0	391 570,0	391 570,0	391 570,0	0	391 570,0	391 570,0	0
Hr15_25	194 362,0	194 362,0	194 362,0	194 362,0	0	194 362,0	194 362,0	0
Hr16_25	222 149,5	222 149,5	222 149,5	222 149,5	0	222 149,5	222 149,5	0
Hr17_25	68 847,0	68 847,0	68 847,0	68 847,0	0	68 847,0	68 847,0	0
Hr18_25	66 702,5	66 702,5	66 702,5	66 702,5	0	66 702,5	66 702,5	0
Hr19_25	51 172,5	51 172,5	51 172,5	51 172,5	0	51 172,5	51 172,5	0
Hr20_25	38 750,0	38 750,0	38 750,0	38 750,0	0	38 750,0	38 750,0	0
Hr21_25	964,5	964,5	964,5	964,5	0	964,5	964,5	0
Hr22_25	560,5	560,5	560,5	560,5	0	560,5	560,5	0
Hr23_25	1 147,0	1 147,0	1 147,0	1 147,0	0	1 147,0	1 147,0	0
Hr24_25	601,5	601,5	601,5	601,5	0	601,5	601,5	0
Hr1_50	176 403,5	176 403,5	176 403,5	176 403,5	0	176 403,5	176 403,5	0
Hr2_50	243 444,0	243 444,0	243 444,0	243 444,0	0	243 444,0	243 444,0	0
Hr3_50	216 845,0	216 845,0	216 845,0	216 845,0	0	216 845,0	216 845,0	0
Hr4_50	125 868,0	125 868,0	125 868,0	125 868,0	0	125 868,0	125 868,0	0
Hr5_50	118 480,0	118 480,0	118 480,0	118 480,0	0	118 480,0	118 480,0	0
Hr6_50	197 336,0	197 336,0	197 336,0	197 336,0	0	197 336,0	197 336,0	0
Hr7_50	1 839 674,5	1 839 217,5	1 836 856,5	1 836 856,5	0	1 836 856,5	1 838 273,1	1 293,2
Hr8_50	1 808 576,0	1 808 576,0	1 808 576,0	1 808 576,0	0	1 808 576,0	1 808 576,0	0
Hr9_50	177 665,0	177 665,0	177 665,0	177 665,0	0	177 665,0	177 665,0	0
Hr10_50	195 347,5	195 347,5	195 347,5	195 347,5	0	195 347,5	195 347,5	0
Hr11_50	231 063,5	231 063,5	231 063,5	231 063,5	0	231 063,5	231 063,5	0
Hr12_50	212 934,5	212 934,5	212 934,5	212 934,5	0	212 934,5	212 934,5	0
Hr13_50	1 492 384,5	1 454 855,5	1 454 855,5	1 454 855,5	0	1 454 855,5	1 454 855,5	0
Hr14_50	785 191,0	784 432,0	784 432,0	784 432,0	0	784 432,0	784 432,0	0
Hr15_50	378 357,5	378 357,5	378 357,5	378 357,5	0	378 357,5	378 357,5	0
Hr16_50	452 583,5	452 583,5	452 583,5	452 583,5	0	452 583,5	452 583,5	0
Hr17_50	153 390,5	150 122,5	149 423,5	149 423,5	0	149 423,5	149 423,5	0
Hr18_50	130 926,0	128 293,0	128 005,0	128 005,0	0	128 005,0	128 005,0	0
Hr19_50	93 778,5	92 028,5	90 797,5	90 797,5	0	90 797,5	90 797,5	0
Hr20_50	83 317,5	80 822,5	80 822,5	80 822,5	0	80 822,5	80 822,5	0
Hr21_50	1 402,5	1 402,5	1 402,5	1 402,5	0	1 402,5	1 402,5	0
Hr22_50	795,0	795,0	795,0	795,0	0	795,0	795,0	0
Hr23_50	2 219,0	2 219,0	2 219,0	2 219,0	0	2 219,0	2 219,0	0
Hr24_50	937,0	937,0	937,0	937,0	0	937,0	937,0	0
Hr1_75	280 360,5	280 360,5	280 360,5	280 360,5	0	280 360,5	280 360,5	0
Hr2_75	335 500,5	335 500,5	335 500,5	335 500,5	0	335 500,5	335 500,5	0
Hr3_75	295 413,5	295 413,5	295 413,5	295 413,5	0	295 413,5	295 413,5	0
Hr4_75	234 076,5	234 076,5	234 076,5	234 076,5	0	234 076,5	234 076,5	0
Hr5_75	209 564,0	209 564,0	209 564,0	209 564,0	0	209 564,0	209 564,0	0
Hr6_75	319 300,5	319 300,5	319 300,5	319 300,5	0	319 300,5	319 300,5	0
Hr7_75	3 196 238,0	3 098 112,0	3 089 452,0	3 089 452,0	0	3 089 452,0	3 089 494,0	93,9
Hr8_75	3 976 623,5	3 962 092,5	3 962 092,5	3 962 092,5	0	3 962 092,5	3 962 092,5	0

Tabelle A1 (Fortsetzung)

Instanz	Solver-Ref Minimum	GA-Ref Minimum	GA Minimum	GA Mittelwert	GA Std. Abw.	ES Minimum	ES Mittelwert	ES Std. Abw.
Hr9_75	296 577,0	296 577,0	296 577,0	296 577,0	0	296 577,0	296 577,0	0
Hr10_75	317 609,0	317 420,0	317 420,0	317 420,0	0	317 420,0	317 420,0	0
Hr11_75	307 200,0	307 200,0	307 200,0	307 200,0	0	307 200,0	307 200,0	0
Hr12_75	333 375,0	333 375,0	333 375,0	333 375,0	0	333 375,0	333 375,0	0
Hr13_75	2 356 577,0	2 343 967,0	2 317 310,0	2 318 919,4	3 598,7	2 317 310,0	2 318 363,2	1 442,2
Hr14_75	1 323 871,5	1 303 384,5	1 303 294,5	1 303 330,5	49,3	1 303 294,5	1 303 330,5	49,3
Hr15_75	623 000,5	623 052,5	623 000,5	623 000,5	0	623 000,5	623 000,5	0
Hr16_75	744 844,5	744 325,5	744 325,5	744 325,5	0	744 325,5	744 325,5	0
Hr17_75	232 783,5	207 615,5	200 357,5	201 180,3	724,4	200 330,5	200 635,5	366,0
Hr18_75	222 270,0	212 145,0	210 663,0	210 663,0	0	210 663,0	210 663,0	0
Hr19_75	159 974,0	149 599,0	144 230,0	144 278,4	35,3	144 230,0	144 260,8	28,5
Hr20_75	130 507,0	111 977,0	111 720,0	111 720,0	0	111 720,0	111 746,0	24,4
Hr21_75	1 789,0	1 789,0	1 789,0	1 789,0	0	1 789,0	1 789,0	0
Hr22_75	1 291,0	1 291,0	1 291,0	1 291,0	0	1 291,0	1 291,0	0
Hr23_75	3 191,0	3 040,0	3 001,0	3 001,0	0	3 001,0	3 002,4	3,1
Hr24_75	1 403,0	1 414,0	1 403,0	1 403,0	0	1 403,0	1 403,0	0
P1_25	1 067,5	1 067,5	1 067,5	1 067,5	0	1 067,5	1 067,5	0
P2_25	855,0	855,0	855,0	855,0	0	855,0	855,0	0
P3_25	5 566,5	5 566,5	5 566,5	5 566,5	0	5 566,5	5 566,5	0
P4_25	2 180,5	2 180,5	2 180,5	2 180,5	0	2 180,5	2 180,5	0
P5_25	18 809,0	18 809,0	18 809,0	18 809,0	0	18 809,0	18 809,0	0
P6_25	15 355,5	15 355,5	15 355,5	15 355,5	0	15 355,5	15 355,5	0
P7_25	6 695,0	6 695,0	6 695,0	6 695,0	0	6 695,0	6 695,0	0
P8_25	14 460,0	14 460,0	14 460,0	14 460,0	0	14 460,0	14 460,0	0
P9_25	52 048,5	52 048,5	52 048,5	52 048,5	0	52 048,5	52 048,5	0
P10_25	57 104,5	57 104,5	57 104,5	57 104,5	0	57 104,5	57 104,5	0
P11_25	288 112,5	288 112,5	288 112,5	288 112,5	0	288 112,5	288 112,5	0
P12_25	425 078,0	425 078,0	425 078,0	425 078,0	0	425 078,0	425 078,0	0
P13_25	1 419,0	1 419,0	1 419,0	1 419,0	0	1 419,0	1 419,0	0
P14_25	1 313,5	1 313,5	1 313,5	1 313,5	0	1 313,5	1 313,5	0
P15_25	4 202,5	4 202,5	4 202,5	4 202,5	0	4 202,5	4 202,5	0
P16_25	6 490,5	6 490,5	6 490,5	6 490,5	0	6 490,5	6 490,5	0
P17_25	45 333,0	45 333,0	45 333,0	45 333,0	0	45 333,0	45 333,0	0
P18_25	58 627,5	58 627,5	58 627,5	58 627,5	0	58 627,5	58 627,5	0
P1_50	1 850,5	1 850,5	1 850,5	1 850,5	0	1 850,5	1 850,5	0
P2_50	1 567,5	1 567,5	1 567,5	1 567,5	0	1 567,5	1 567,5	0
P3_50	7 046,5	7 046,5	7 046,5	7 046,5	0	7 046,5	7 046,5	0
P4_50	3 420,5	3 420,5	3 420,5	3 420,5	0	3 420,5	3 420,5	0
P5_50	20 492,5	20 492,5	20 492,5	20 492,5	0	20 492,5	20 492,5	0
P6_50	22 623,5	22 623,5	22 623,5	22 623,5	0	22 623,5	22 623,5	0
P7_50	22 759,0	22 759,0	22 759,0	22 759,0	0	22 759,0	22 759,0	0
P8_50	34 087,0	34 087,0	34 087,0	34 087,0	0	34 087,0	34 087,0	0
P9_50	90 402,0	90 402,0	90 402,0	90 402,0	0	90 402,0	90 402,0	0
P10_50	90 787,5	90 787,5	90 787,5	90 787,5	0	90 787,5	90 787,5	0
P11_50	481 899,5	481 899,5	481 899,5	481 899,5	0	481 899,5	481 899,5	0
P12_50	768 073,0	768 061,0	768 061,0	768 061,0	0	768 061,0	768 061,0	0
P13_50	3 811,0	3 811,0	3 811,0	3 811,0	0	3 811,0	3 811,0	0
P14_50	2 492,0	2 492,0	2 492,0	2 492,0	0	2 492,0	2 493,2	2,7
P15_50	9 061,5	9 061,5	9 061,5	9 061,5	0	9 061,5	9 061,5	0
P16_50	14 779,5	14 779,5	14 779,5	14 779,5	0	14 779,5	14 779,5	0
P17_50	84 370,0	84 370,0	84 370,0	84 370,0	0	84 370,0	84 370,0	0
P18_50	83 371,5	83 371,5	83 371,5	83 371,5	0	83 371,5	83 371,5	0
P1_75	3 982,5	3 982,5	3 982,5	3 982,5	0	3 982,5	3 982,5	0
P2_75	2 108,0	2 108,0	2 108,0	2 108,0	0	2 108,0	2 108,0	0
P3_75	9 062,0	9 062,0	9 062,0	9 062,0	0	9 062,0	9 062,0	0
P4_75	4 913,0	4 913,0	4 913,0	4 913,0	0	4 913,0	4 913,0	0
P5_75	27 150,5	27 150,5	27 150,5	27 150,5	0	27 150,5	27 150,5	0

Tabelle A1 (Fortsetzung)

Instanz	Solver-Ref Minimum	GA-Ref Minimum	GA Minimum	GA Mittelwert	GA Std. Abw.	ES Minimum	ES Mittelwert	ES Std. Abw.
P6_75	25 429,5	25 429,5	25 429,5	25 429,5	0	25 429,5	25 429,5	0
P7_75	40 192,0	38 576,0	38 576,0	38 576,0	0	38 576,0	38 576,0	0
P8_75	70 933,0	65 114,0	65 114,0	65 114,0	0	65 114,0	65 114,0	0
P9_75	148 675,0	147 343,0	146 857,0	146 912,4	77,5	146 857,0	146 857,0	0
P10_75	153 924,5	153 844,5	153 844,5	153 844,5	0	153 844,5	153 844,5	0
P11_75	819 375,0	811 188,0	811 044,0	811 044,0	0	811 044,0	811 044,0	0
P12_75	945 387,0	941 813,0	941 813,0	941 813,0	0	941 813,0	941 813,0	0
P13_75	8 607,5	8 611,5	8 403,5	8 403,5	0	8 403,5	8 403,5	0
P14_75	7 004,5	6 746,5	6 713,5	6 714,5	1,2	6 713,5	6 713,9	0,5
P15_75	14 807,0	14 517,0	14 517,0	14 517,0	0	14 517,0	14 517,0	0
P16_75	21 063,5	20 769,5	20 662,5	20 662,5	0	20 662,5	20 662,5	0
P17_75	120 884,5	119 843,5	119 804,5	119 804,5	0	119 804,5	119 804,5	0
P18_75	116 538,0	116 517,0	116 514,0	116 514,0	0	116 514,0	116 514,0	0

Tabelle A2: Konvergenzzeiten der einzelnen Testinstanzen für Solver-Ref, GA-Ref, GA und ES

Instanz	Solver-Ref Minimum [s]	GA-Ref Minimum [s]	GA Minimum [s]	GA Mittelwert [s]	GA Std. Abw. [s]	ES Minimum [s]	ES Mittelwert [s]	ES Std. Abw. [s]
E1_25	0,52	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	0,02	0,01
E2_25	0,11	0,00	0,01	0,01	0,00	0,03	0,03	0,00
E3_25	0,54	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,03	0,00
E4_25	0,13	0,00	0,00	0,01	0,00	0,02	0,03	0,01
E5_25	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,03	0,00
E6_25	0,21	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	0,03	0,00
E7_25	0,77	0,06	0,02	0,03	0,01	0,16	0,17	0,01
E8_25	0,75	0,05	0,03	0,03	0,01	0,18	0,20	0,01
E9_25	0,73	0,04	0,02	0,03	0,01	0,17	0,19	0,02
E10_25	0,55	0,03	0,02	0,03	0,01	0,18	0,20	0,01
E11_25	0,57	0,01	0,03	0,03	0,01	0,17	0,22	0,03
E12_25	0,63	0,01	0,02	0,03	0,01	0,14	0,18	0,03
E13_25	1,05	0,05	0,22	0,23	0,01	1,25	1,38	0,10
E14_25	2,03	0,05	0,15	0,19	0,02	0,87	1,08	0,12
E15_25	0,89	0,05	0,20	0,21	0,01	1,18	1,21	0,02
E16_25	0,92	0,08	0,17	0,22	0,03	1,14	1,21	0,06
E17_25	1,51	0,04	0,21	0,23	0,02	1,42	1,44	0,04
E18_25	0,69	0,05	0,16	0,20	0,03	1,14	1,23	0,07
E1_50	0,48	0,03	0,05	0,06	0,01	0,35	0,39	0,02
E2_50	0,32	0,03	0,06	0,06	0,00	0,31	0,38	0,04
E3_50	0,67	0,03	0,04	0,06	0,01	0,38	0,40	0,02
E4_50	0,47	0,03	0,05	0,05	0,01	0,33	0,34	0,02
E5_50	0,31	0,05	0,07	0,07	0,01	0,29	0,38	0,05
E6_50	0,66	0,02	0,04	0,07	0,04	0,35	0,36	0,01
E7_50	1,83	0,72	0,19	0,27	0,05	1,44	1,79	0,21
E8_50	1,23	0,07	0,27	0,32	0,03	1,83	1,89	0,06
E9_50	1,43	0,08	0,34	0,37	0,03	2,09	2,13	0,05
E10_50	1,86	0,08	0,26	0,31	0,03	1,76	1,86	0,08
E11_50	0,83	0,06	0,32	0,34	0,03	1,92	2,04	0,08
E12_50	1,05	0,07	0,29	0,32	0,02	1,80	1,86	0,05
E13_50	36,19	5,53	3,88	4,15	0,24	22,74	23,04	0,38
E14_50	104,73	0,35	3,36	3,52	0,17	20,99	21,24	0,15
E15_50	20,79	1,45	3,88	3,99	0,09	22,69	23,29	0,35
E16_50	130,38	6,62	3,27	3,75	0,82	19,70	20,01	0,26
E17_50	4,94	0,69	3,54	3,64	0,10	20,88	21,41	0,48
E18_50	21,46	5,84	3,50	3,62	0,13	21,00	21,51	0,63
E1_75	0,93	0,09	0,34	0,41	0,13	2,02	2,08	0,06
E2_75	1,39	0,08	0,26	0,28	0,02	1,53	1,63	0,08
E3_75	0,97	0,07	0,30	0,35	0,04	2,11	2,19	0,06
E4_75	1,17	0,08	0,25	0,27	0,02	1,63	1,72	0,09
E5_75	1,57	0,06	0,33	0,36	0,02	1,99	2,04	0,04
E6_75	2,20	0,06	0,28	0,30	0,02	1,61	1,73	0,08
E7_75	3,00	1,28	2,28	2,34	0,05	13,34	13,68	0,30
E8_75	20,73	0,44	1,69	1,78	0,11	10,20	10,61	0,25
E9_75	3,89	0,70	1,80	2,32	0,31	10,59	13,21	1,47
E10_75	6,45	0,29	1,73	1,83	0,08	10,18	10,74	0,33
E11_75	2,61	0,47	2,13	2,39	0,21	13,86	14,15	0,33
E12_75	135,56	0,54	1,74	1,83	0,07	10,45	10,68	0,16
E13_75	514,52	207,10	20,86	23,71	4,16	120,80	122,39	1,22
E14_75	3 600,00	151,12	19,95	58,76	43,47	114,18	115,59	1,89
E15_75	703,00	9,70	20,63	58,41	48,14	118,80	119,70	0,82
E16_75	3 600,00	225,03	20,14	29,65	8,81	113,44	124,24	19,90
E17_75	1 292,24	13,98	19,71	24,20	5,90	116,88	118,90	1,90
E18_75	3 600,00	137,49	18,94	34,77	31,00	112,56	113,43	1,08
Hr1_25	0,10	0,00	0,00	0,01	0,01	0,03	0,03	0,00
Hr2_25	0,07	0,00	0,00	0,01	0,00	0,03	0,03	0,00

Tabelle A2 (Fortsetzung)

Instanz	Solver-Ref Minimum [s]	GA-Ref Minimum [s]	GA Minimum [s]	GA Mittelwert [s]	GA Std. Abw. [s]	ES Minimum [s]	ES Mittelwert [s]	ES Std. Abw. [s]
Hr3_25	0,10	0,00	0,01	0,01	0,00	0,08	0,09	0,01
Hr4_25	0,14	0,00	0,00	0,01	0,00	0,07	0,08	0,01
Hr5_25	0,13	0,00	0,01	0,01	0,00	0,08	0,09	0,01
Hr6_25	0,13	0,00	0,01	0,01	0,00	0,06	0,08	0,01
Hr7_25	1,42	0,19	0,55	0,58	0,03	3,25	3,43	0,11
Hr8_25	4,88	0,10	0,45	0,50	0,04	2,84	3,00	0,14
Hr9_25	0,54	0,04	0,12	0,13	0,01	0,69	0,72	0,02
Hr10_25	0,46	0,05	0,11	0,13	0,01	0,69	0,74	0,04
Hr11_25	0,28	0,03	0,06	0,06	0,01	0,36	0,38	0,02
Hr12_25	0,47	0,02	0,06	0,07	0,01	0,39	0,40	0,01
Hr13_25	9,33	0,27	1,06	1,17	0,07	6,57	6,97	0,24
Hr14_25	13,71	3,12	0,97	1,06	0,10	5,87	6,08	0,12
Hr15_25	0,50	0,03	0,11	0,13	0,01	0,62	0,73	0,06
Hr16_25	0,47	0,03	0,10	0,11	0,01	0,59	0,64	0,05
Hr17_25	153,33	2,87	2,56	2,78	0,14	16,17	16,35	0,12
Hr18_25	3 048,07	23,16	2,28	2,93	0,78	15,83	16,11	0,31
Hr19_25	118,92	0,28	1,04	1,14	0,07	6,75	6,88	0,13
Hr20_25	28,26	1,51	1,02	1,10	0,06	6,20	6,46	0,20
Hr21_25	0,79	0,03	0,10	0,12	0,01	0,67	0,72	0,03
Hr22_25	0,58	0,04	0,11	0,12	0,01	0,65	0,70	0,03
Hr23_25	1,31	0,06	0,30	0,33	0,02	1,91	2,01	0,07
Hr24_25	2,30	0,08	0,28	0,29	0,01	1,56	1,68	0,11
Hr1_50	0,16	0,03	0,05	0,06	0,01	0,34	0,41	0,05
Hr2_50	0,24	0,02	0,04	0,05	0,01	0,30	0,31	0,01
Hr3_50	0,29	0,03	0,11	0,12	0,01	0,66	0,69	0,03
Hr4_50	0,29	0,04	0,11	0,13	0,01	0,75	0,80	0,05
Hr5_50	0,27	0,03	0,11	0,14	0,02	0,77	0,79	0,04
Hr6_50	0,27	0,03	0,10	0,13	0,03	0,69	0,72	0,03
Hr7_50	3 600,00	69,28	15,55	83,82	59,23	62,98	65,45	1,80
Hr8_50	3 600,00	7,51	7,48	7,76	0,23	43,67	44,74	0,66
Hr9_50	7,06	0,37	1,53	1,73	0,12	10,17	10,38	0,19
Hr10_50	22,38	0,59	1,35	1,77	0,38	7,74	7,84	0,15
Hr11_50	6,06	0,11	0,75	0,82	0,06	4,62	4,83	0,19
Hr12_50	22,11	0,60	0,72	0,77	0,04	4,25	4,44	0,12
Hr13_50	3 600,00	143,70	22,50	34,72	25,71	129,01	131,72	2,85
Hr14_50	3 600,00	8,38	14,78	17,15	3,02	85,24	88,83	2,18
Hr15_50	3,56	1,68	1,60	1,73	0,12	10,15	10,32	0,13
Hr16_50	13,56	0,49	1,42	1,64	0,31	8,89	9,31	0,32
Hr17_50	3 600,00	194,59	50,07	63,57	11,66	290,80	299,30	8,77
Hr18_50	3 600,00	31,71	65,09	136,21	88,94	248,74	286,92	45,27
Hr19_50	3 600,00	129,60	20,22	31,97	11,84	127,02	129,63	1,81
Hr20_50	3 600,00	8,28	16,79	19,65	3,08	106,93	109,33	2,19
Hr21_50	10,28	0,68	1,89	1,93	0,08	11,20	11,37	0,24
Hr22_50	5,88	0,74	1,97	2,06	0,08	11,21	11,64	0,26
Hr23_50	795,77	18,60	4,23	7,76	4,28	24,42	25,41	0,61
Hr24_50	45,75	2,08	4,14	5,31	1,59	23,91	25,01	0,69
Hr1_75	0,89	0,12	0,33	0,35	0,02	1,95	2,09	0,12
Hr2_75	2,37	0,06	0,22	0,26	0,02	1,41	1,48	0,06
Hr3_75	2,13	0,24	0,74	0,81	0,07	4,63	4,85	0,20
Hr4_75	4,58	1,01	0,60	0,65	0,05	3,80	3,96	0,14
Hr5_75	1,76	0,36	0,84	0,95	0,07	5,57	5,79	0,20
Hr6_75	36,00	0,15	0,59	0,66	0,07	3,46	3,80	0,23
Hr7_75	3 600,00	123,97	61,73	161,72	80,60	348,72	355,21	4,88
Hr8_75	3 600,00	46,90	36,17	44,96	10,40	204,62	208,88	3,55
Hr9_75	187,72	19,35	9,03	11,30	4,29	50,40	53,17	1,92
Hr10_75	3 600,00	92,27	5,52	29,55	30,42	31,68	32,38	0,58

Tabelle A2 (Fortsetzung)

Instanz	Solver-Ref Minimum [s]	GA-Ref Minimum [s]	GA Minimum [s]	GA Mittelwert [s]	GA Std. Abw. [s]	ES Minimum [s]	ES Mittelwert [s]	ES Std. Abw. [s]
Hr11_75	12,30	3,12	4,61	14,45	21,95	24,64	25,08	0,32
Hr12_75	3 600,00	0,74	3,28	3,63	0,57	19,64	19,91	0,20
Hr13_75	3 600,00	224,62	132,01	204,57	72,36	732,69	750,79	15,18
Hr14_75	3 600,00	301,36	105,80	216,44	95,99	422,56	423,06	6,66
Hr15_75	3 107,43	7,42	11,03	13,75	4,51	65,08	66,92	1,49
Hr16_75	3 600,00	48,15	8,10	12,29	6,58	46,24	47,91	1,14
Hr17_75	3 600,00	222,28	254,66	303,47	68,72	1 528,25	1 512,24	16,36
Hr18_75	3 600,00	177,91	184,56	188,17	3,80	1 093,69	1 102,09	7,25
Hr19_75	3 600,00	301,03	279,73	276,19	41,29	724,44	737,70	8,41
Hr20_75	3 600,00	39,49	88,13	150,58	56,29	529,02	516,27	9,42
Hr21_75	99,98	24,58	11,26	11,56	0,54	68,18	69,48	1,55
Hr22_75	327,72	9,43	10,60	17,55	6,96	60,31	62,24	1,39
Hr23_75	3 600,00	45,50	22,00	62,78	35,15	128,20	163,73	47,25
Hr24_75	3 541,55	125,17	20,81	38,18	13,37	125,63	126,94	1,05
P1_25	0,21	0,00	0,00	0,01	0,01	0,08	0,09	0,00
P2_25	0,16	0,00	0,01	0,01	0,01	0,07	0,08	0,00
P3_25	0,11	0,00	0,01	0,01	0,00	0,07	0,07	0,01
P4_25	0,11	0,00	0,01	0,02	0,00	0,08	0,09	0,00
P5_25	0,09	0,00	0,00	0,01	0,01	0,08	0,09	0,00
P6_25	0,12	0,01	0,01	0,01	0,00	0,08	0,09	0,00
P7_25	1,67	0,06	0,30	0,32	0,03	1,73	1,95	0,14
P8_25	1,56	0,08	0,28	0,29	0,01	1,86	1,93	0,06
P9_25	1,75	0,06	0,30	0,32	0,02	2,00	2,03	0,02
P10_25	1,30	0,17	0,28	0,34	0,05	1,88	2,01	0,08
P11_25	1,79	0,06	0,29	0,31	0,02	2,00	2,08	0,07
P12_25	1,99	0,06	0,35	0,37	0,01	1,90	2,06	0,10
P13_25	1,22	0,06	0,27	0,30	0,02	1,92	1,98	0,07
P14_25	37,54	0,09	0,28	0,32	0,03	1,81	1,91	0,09
P15_25	3,31	0,08	0,30	0,32	0,02	1,99	2,08	0,08
P16_25	0,79	0,06	0,29	0,31	0,02	1,34	1,66	0,34
P17_25	1,06	0,07	0,31	0,34	0,02	1,64	1,77	0,13
P18_25	1,32	0,13	0,31	0,33	0,01	1,11	1,20	0,09
P1_50	0,29	0,20	0,09	0,11	0,01	0,63	0,68	0,03
P2_50	0,36	0,08	0,09	0,11	0,01	0,63	0,66	0,03
P3_50	0,31	0,05	0,11	0,12	0,01	0,67	0,70	0,03
P4_50	0,41	0,04	0,08	0,10	0,01	0,56	0,61	0,03
P5_50	0,31	0,03	0,11	0,12	0,01	0,72	0,75	0,02
P6_50	0,27	0,02	0,08	0,12	0,03	0,74	0,78	0,03
P7_50	3 425,58	38,76	20,69	51,20	29,04	25,98	26,64	0,58
P8_50	3 600,00	9,56	4,34	5,17	1,59	26,97	27,77	0,73
P9_50	832,01	15,43	4,77	5,36	0,72	25,81	27,86	1,40
P10_50	3 601,80	1,23	3,71	4,07	0,27	24,93	25,50	0,41
P11_50	219,69	3,28	4,67	4,93	0,20	26,71	28,33	1,11
P12_50	3 600,00	53,35	4,41	28,07	16,64	25,70	29,00	5,38
P13_50	441,76	78,01	5,16	5,60	0,31	33,04	34,73	1,32
P14_50	3 600,75	178,90	15,46	39,39	20,27	35,18	56,18	16,36
P15_50	1 368,18	9,95	4,89	5,09	0,21	31,17	33,03	1,18
P16_50	797,47	2,46	5,86	6,24	0,28	36,61	37,72	0,77
P17_50	909,93	16,18	5,53	5,68	0,18	19,44	20,80	1,62
P18_50	194,87	8,49	5,84	6,02	0,12	19,25	33,03	7,71
P1_75	0,72	0,09	0,49	0,52	0,02	3,20	3,28	0,10
P2_75	2,58	0,24	0,45	0,48	0,03	2,74	2,92	0,13
P3_75	0,66	0,18	0,44	0,48	0,04	2,76	3,05	0,17
P4_75	0,62	0,88	0,49	0,51	0,01	2,93	2,99	0,09
P5_75	0,38	0,16	0,43	0,53	0,07	2,81	3,01	0,15
P6_75	0,53	0,09	0,43	0,45	0,02	2,53	2,89	0,24

Tabelle A2 (Fortsetzung)

Instanz	Solver-Ref Minimum [s]	GA-Ref Minimum [s]	GA Minimum [s]	GA Mittelwert [s]	GA Std. Abw. [s]	ES Minimum [s]	ES Mittelwert [s]	ES Std. Abw. [s]
P7_75	3 600,00	203,65	24,07	62,10	42,25	139,69	167,60	37,28
P8_75	3 600,00	37,60	17,64	35,21	13,08	112,82	116,00	2,49
P9_75	3 600,00	209,53	84,87	182,75	75,15	149,13	195,61	48,23
P10_75	3 613,38	13,52	18,28	24,26	11,44	114,93	116,05	1,39
P11_75	3 600,00	184,05	27,12	34,74	11,98	127,04	154,03	22,23
P12_75	3 600,00	52,78	26,23	42,94	14,71	113,82	115,16	1,37
P13_75	3 600,00	216,80	39,95	116,22	111,83	147,23	179,65	52,14
P14_75	3 600,00	274,18	42,01	152,21	84,99	176,19	220,83	64,61
P15_75	3 600,00	126,75	24,97	26,16	0,87	130,87	143,35	11,06
P16_75	3 600,00	30,96	32,09	50,12	32,12	180,47	191,97	7,97
P17_75	3 600,00	225,75	32,18	37,04	7,30	115,27	116,23	0,63
P18_75	3 600,00	98,86	28,50	83,28	72,41	160,90	164,83	2,73

Tabelle A3: Tourdistanzen der einzelnen Testinstanzen für GA, ES und GA-RPP (in Längeneinheiten)

Instanz	GA Minimum	GA Mittelwert	GA Std. Abw.	ES Minimum	ES Mittelwert	ES Std. Abw.	GA-RPP Minimum	GA-RPP Mittelwert	GA-RPP Std. Abw.
E1_25	19	19,0	0	19	19,0	0	19	19,0	0
E2_25	12	12,0	0	12	12,0	0	12	12,0	0
E3_25	16	16,0	0	16	16,0	0	16	16,0	0
E4_25	18	18,0	0	18	18,0	0	18	18,0	0
E5_25	16	16,0	0	16	16,0	0	16	16,0	0
E6_25	16	16,0	0	16	16,0	0	16	16,0	0
E7_25	218	218,0	0	218	218,0	0	204	204,0	0
E8_25	200	200,0	0	200	200,0	0	200	200,0	0
E9_25	194	194,0	0	194	194,0	0	194	194,0	0
E10_25	186	186,0	0	186	186,0	0	186	186,0	0
E11_25	186	186,0	0	186	186,0	0	186	186,0	0
E12_25	190	190,0	0	190	190,0	0	190	190,0	0
E13_25	431	431,0	0	431	431,0	0	378	378,0	0
E14_25	519	519,0	0	519	519,0	0	470	470,0	0
E15_25	462	462,0	0	462	462,0	0	462	462,0	0
E16_25	399	399,0	0	399	399,0	0	399	399,0	0
E17_25	449	449,0	0	449	449,0	0	449	449,0	0
E18_25	340	340,0	0	340	340,0	0	340	340,0	0
E1_50	26	26,0	0	26	26,0	0	26	26,0	0
E2_50	26	26,0	0	26	26,0	0	24	24,0	0
E3_50	18	18,0	0	18	18,0	0	18	18,0	0
E4_50	26	26,0	0	26	26,0	0	26	26,0	0
E5_50	21	21,0	0	21	21,0	0	21	21,0	0
E6_50	25	25,0	0	25	25,0	0	25	25,0	0
E7_50	282	282,0	0	282	282,0	0	268	268,0	0
E8_50	296	296,0	0	296	296,0	0	273	273,0	0
E9_50	294	294,0	0	294	294,0	0	293	293,0	0
E10_50	274	274,0	0	274	274,0	0	274	274,0	0
E11_50	236	236,0	0	236	236,0	0	236	236,0	0
E12_50	272	272,0	0	272	272,0	0	272	272,0	0
E13_50	664	664,0	0	664	664,0	0	619	619,0	0
E14_50	716	716,0	0	716	716,0	0	620	620,0	0
E15_50	639	639,0	0	639	639,0	0	639	639,0	0
E16_50	655	655,0	0	655	655,0	0	655	655,0	0
E17_50	535	535,0	0	535	535,0	0	535	535,0	0
E18_50	581	581,0	0	581	581,0	0	581	581,0	0
E1_75	36	36,0	0	36	36,0	0	36	36,0	0
E2_75	30	31,2	1,1	30	30,8	1,1	30	30,0	0
E3_75	27	27,0	0	27	27,0	0	27	27,0	0
E4_75	36	36,0	0	36	36,0	0	36	36,0	0
E5_75	32	32,0	0	32	32,0	0	32	32,0	0
E6_75	36	36,0	0	36	36,0	0	36	36,0	0
E7_75	395	395,0	0	395	395,0	0	395	395,0	0
E8_75	336	336,0	0	336	336,0	0	336	336,0	0
E9_75	396	396,0	0	396	396,0	0	396	396,0	0
E10_75	340	340,0	0	340	340,0	0	340	340,0	0
E11_75	361	361,0	0	361	361,0	0	361	361,0	0
E12_75	384	384,0	0	384	384,0	0	384	384,0	0
E13_75	823	823,0	0	823	823,0	0	823	823,0	0
E14_75	969	969,0	0	969	969,0	0	798	798,0	0
E15_75	803	808,6	12,5	803	803,0	0	803	803,0	0
E16_75	823	823,0	0	823	823,0	0	807	807,0	0
E17_75	738	738,0	0	738	738,0	0	738	738,0	0
E18_75	829	829,0	0	829	829,0	0	829	829,0	0
Hr1_25	270	270,0	0	270	270,0	0	270	270,0	0
Hr2_25	395	395,0	0	395	395,0	0	395	395,0	0
Hr3_25	340	340,0	0	340	340,0	0	340	340,0	0

Tabelle A3 (Fortsetzung)

Instanz	GA Minimum	GA Mittelwert	GA Std. Abw.	ES Minimum	ES Mittelwert	ES Std. Abw.	GA-RPP Minimum	GA-RPP Mittelwert	GA-RPP Std. Abw.
Hr4_25	308	308,0	0	308	308,0	0	308	308,0	0
Hr5_25	231	231,0	0	231	231,0	0	231	231,0	0
Hr6_25	218	218,0	0	218	218,0	0	218	218,0	0
Hr7_25	702	702,0	0	702	702,0	0	702	702,0	0
Hr8_25	571	571,0	0	571	571,0	0	571	571,0	0
Hr9_25	258	258,0	0	258	258,0	0	251	251,0	0
Hr10_25	255	255,0	0	255	255,0	0	255	255,0	0
Hr11_25	354	354,0	0	354	354,0	0	354	354,0	0
Hr12_25	340	340,0	0	340	340,0	0	340	340,0	0
Hr13_25	434	434,0	0	434	434,0	0	434	434,0	0
Hr14_25	435	435,0	0	435	435,0	0	435	435,0	0
Hr15_25	376	376,0	0	376	376,0	0	376	376,0	0
Hr16_25	402	402,0	0	402	402,0	0	402	402,0	0
Hr17_25	192	192,0	0	192	192,0	0	188	188,0	0
Hr18_25	204	204,0	0	204	204,0	0	204	204,0	0
Hr19_25	164	164,0	0	164	164,0	0	162	162,0	0
Hr20_25	146	146,0	0	146	146,0	0	146	146,0	0
Hr21_25	26	26,0	0	26	26,0	0	26	26,0	0
Hr22_25	22	22,0	0	22	22,0	0	22	22,0	0
Hr23_25	22	22,0	0	22	22,0	0	22	22,0	0
Hr24_25	24	24,0	0	24	24,0	0	24	24,0	0
Hr1_50	442	442,0	0	442	442,0	0	442	442,0	0
Hr2_50	488	488,0	0	488	488,0	0	488	488,0	0
Hr3_50	454	454,0	0	454	454,0	0	454	454,0	0
Hr4_50	329	329,0	0	329	329,0	0	329	329,0	0
Hr5_50	295	295,0	0	295	295,0	0	295	295,0	0
Hr6_50	412	412,0	0	412	412,0	0	412	412,0	0
Hr7_50	1 252	1 252,0	0	1 252	1 262,8	9,9	1 239	1 239,0	0
Hr8_50	1 187	1 187,0	0	1 187	1 187,0	0	1 187	1 187,0	0
Hr9_50	348	348,0	0	348	348,0	0	348	348,0	0
Hr10_50	424	424,0	0	424	424,0	0	424	424,0	0
Hr11_50	515	515,0	0	515	515,0	0	513	513,0	0
Hr12_50	467	467,0	0	467	467,0	0	467	467,0	0
Hr13_50	928	928,0	0	928	928,0	0	928	928,0	0
Hr14_50	744	744,0	0	744	744,0	0	744	744,0	0
Hr15_50	619	619,0	0	619	619,0	0	619	619,0	0
Hr16_50	642	642,0	0	642	642,0	0	642	642,0	0
Hr17_50	378	378,0	0	378	378,0	0	375	375,0	0
Hr18_50	329	329,0	0	329	329,0	0	329	329,0	0
Hr19_50	259	259,0	0	259	259,0	0	253	253,0	0
Hr20_50	265	265,0	0	265	265,0	0	265	265,0	0
Hr21_50	32	32,0	0	32	32,0	0	32	32,0	0
Hr22_50	28	28,0	0	28	28,0	0	28	28,0	0
Hr23_50	40	40,0	0	40	40,0	0	40	40,0	0
Hr24_50	32	32,0	0	32	32,0	0	32	32,0	0
Hr1_75	616	616,0	0	616	616,0	0	616	616,0	0
Hr2_75	616	616,0	0	616	616,0	0	616	616,0	0
Hr3_75	575	575,0	0	575	575,0	0	539	539,0	0
Hr4_75	487	487,0	0	487	487,0	0	487	487,0	0
Hr5_75	480	480,0	0	480	480,0	0	459	459,0	0
Hr6_75	596	596,0	0	596	596,0	0	596	596,0	0
Hr7_75	1 932	1 932,0	0	1 913	1 928,2	8,5	1 903	1 903,0	0
Hr8_75	2 064	2 064,0	0	2 064	2 064,0	0	2 064	2 064,0	0
Hr9_75	548	548,0	0	548	548,0	0	548	548,0	0
Hr10_75	596	596,0	0	596	596,0	0	596	596,0	0
Hr11_75	616	616,0	0	616	616,0	0	615	615,0	0
Hr12_75	602	602,0	0	602	602,0	0	602	602,0	0

Tabelle A3 (Fortsetzung)

Instanz	GA Minimum	GA Mittelwert	GA Std. Abw.	ES Minimum	ES Mittelwert	ES Std. Abw.	GA-RPP Minimum	GA-RPP Mittelwert	GA-RPP Std. Abw.
Hr13_75	1 365	1 365,0	0	1 365	1 365,0	0	1 365	1 365,0	0
Hr14_75	1 085	1 085,0	0	1 085	1 085,0	0	1 085	1 085,0	0
Hr15_75	889	889,0	0	889	889,0	0	889	889,0	0
Hr16_75	944	944,0	0	944	944,0	0	944	944,0	0
Hr17_75	475	476,6	0,9	475	476,2	1,1	475	475,0	0
Hr18_75	461	461,0	0	461	461,0	0	461	461,0	0
Hr19_75	383	383,0	0	383	383,0	0	383	383,0	0
Hr20_75	323	323,0	0	323	323,0	0	323	323,0	0
Hr21_75	36	36,0	0	36	36,0	0	36	36,0	0
Hr22_75	38	38,0	0	38	38,0	0	38	38,0	0
Hr23_75	50	50,0	0	50	50,0	0	50	50,0	0
Hr24_75	42	42,0	0	42	42,0	0	42	42,0	0
P1_25	78	78,0	0	78	78,0	0	68	68,0	0
P2_25	69	69,0	0	69	69,0	0	67	67,0	0
P3_25	64	64,0	0	64	64,0	0	64	64,0	0
P4_25	52	52,0	0	52	52,0	0	52	52,0	0
P5_25	59	59,0	0	59	59,0	0	59	59,0	0
P6_25	49	49,0	0	49	49,0	0	49	49,0	0
P7_25	184	184,0	0	184	184,0	0	162	162,0	0
P8_25	203	212,0	8,2	203	215,0	6,7	202	202,0	0
P9_25	176	176,0	0	176	176,0	0	173	173,0	0
P10_25	187	187,0	0	187	187,0	0	183	183,0	0
P11_25	141	141,0	0	141	141,0	0	141	141,0	0
P12_25	205	205,0	0	205	205,0	0	205	205,0	0
P13_25	57	57,0	0	57	57,0	0	57	57,0	0
P14_25	85	85,0	0	85	85,0	0	65	65,0	0
P15_25	52	52,0	0	52	52,0	0	52	52,0	0
P16_25	42	42,0	0	42	42,0	0	42	42,0	0
P17_25	44	44,0	0	44	44,0	0	44	44,0	0
P18_25	58	58,0	0	58	58,0	0	58	58,0	0
P1_50	87	87,0	0	87	87,0	0	77	77,0	0
P2_50	97	97,0	0	97	97,0	0	69	69,0	0
P3_50	68	68,0	0	68	68,0	0	68	68,0	0
P4_50	76	76,0	0	76	76,0	0	76	76,0	0
P5_50	61	61,0	0	61	61,0	0	61	61,0	0
P6_50	71	71,0	0	71	71,0	0	71	71,0	0
P7_50	280	280,0	0	280	280,0	0	231	231,0	0
P8_50	292	292,0	0	292	292,0	0	292	292,0	0
P9_50	277	277,0	0	277	277,0	0	277	277,0	0
P10_50	257	257,0	0	257	257,0	0	257	257,0	0
P11_50	231	231,0	0	231	231,0	0	231	231,0	0
P12_50	359	359,0	0	359	359,0	0	359	359,0	0
P13_50	102	102,0	0	102	102,0	0	72	72,0	0
P14_50	95	95,0	0	95	95,8	1,8	87	87,0	0
P15_50	88	88,0	0	88	88,0	0	88	88,0	0
P16_50	83	83,0	0	83	83,0	0	83	83,0	0
P17_50	80	80,0	0	80	80,0	0	80	80,0	0
P18_50	81	81,0	0	81	81,0	0	81	81,0	0
P1_75	83	83,0	0	83	83,0	0	77	77,0	0
P2_75	71	71,0	0	71	71,0	0	71	71,0	0
P3_75	79	79,0	0	79	79,0	0	79	79,0	0
P4_75	77	77,0	0	77	77,0	0	77	77,0	0
P5_75	79	79,0	0	79	79,0	0	79	79,0	0
P6_75	79	79,0	0	79	79,0	0	79	79,0	0
P7_75	419	419,0	0	419	419,0	0	372	372,0	0
P8_75	391	391,0	0	391	391,0	0	388	388,0	0
P9_75	403	403,0	0	403	403,0	0	403	403,0	0

Tabelle A3 (Fortsetzung)

Instanz	GA Minimum	GA Mittelwert	GA Std. Abw.	ES Minimum	ES Mittelwert	ES Std. Abw.	GA-RPP Minimum	GA-RPP Mittelwert	GA-RPP Std. Abw.
P10_75	371	371,0	0	371	371,0	0	371	371,0	0
P11_75	386	386,0	0	386	386,0	0	386	386,0	0
P12_75	432	432,0	0	432	432,0	0	432	432,0	0
P13_75	131	131,0	0	131	131,0	0	117	117,0	0
P14_75	137	141,4	4,5	137	140,6	4,9	132	132,0	0
P15_75	119	119,0	0	119	119,0	0	119	119,0	0
P16_75	104	104,0	0	104	104,0	0	103	103,0	0
P17_75	112	112,0	0	112	112,0	0	112	112,0	0
P18_75	111	111,0	0	111	111,0	0	111	111,0	0

Tabelle A4: Parameter der Kanten des Straßennetzwerks der Winterdienst-Fallstudie

Startknoten (i)	Endknoten (j)	Kantenlänge [m]	Kantenbreite [m]	Ausbringungsrate [kg/m²]	Kanten- faktor	Nachfrage [kg]
1	46	401,0	3	0,120	1	144
1	46	510,5	3	0,120	0,9	165
2	35	237,9	3	0,120	1	86
2	3	69,8	3	0,120	1,2	30
2	46	185,9	3	0,120	1,2	80
3	57	153,8	3	0,120	1	55
3	33	166,4	3	0,120	1,2	72
4	30	87,6	3	0,120	1,2	38
4	10	262,9	3	0,120	1,2	114
4	12	446,3	3	0,120	1,2	193
5	50	254,2	3	0,120	1,2	110
5	59	38,7	3	0,120	1,2	17
6	7	96,7	3	0,120	1	35
6	25	1 005,9	3	0,120	1,3	471
7	8	957,7	3	0,120	1	345
8	42	43,7	3	0,120	1	16
8	26	38,8	3	0,120	1	14
9	39	60,9	3	0,120	1	22
9	11	132,6	3	0,120	0,9	43
9	60	117,3	3	0,120	1	42
10	19	28,8	3	0,120	1,2	12
10	28	651,8	3	0,120	0,5	117
11	28	427,5	3	0,120	0,5	77
11	57	183,3	3	0,120	0,9	59
11	37	105,8	3	0,120	0,9	34
12	29	68,7	3	0,120	1,1	27
12	56	140,9	3	0,120	1,2	61
13	14	199,8	3	0,120	0,8	58
13	40	53,9	3	0,120	1	19
13	24	97,4	3	0,120	1	35
15	20	9,5	3	0,120	1	3
15	19	53,8	3	0,120	1	19
15	49	160,6	3	0,120	0,9	52
16	17	20,6	3	0,120	1	7
16	18	116,2	3	0,120	1	42
16	23	35,3	3	0,120	0,9	11
17	24	4,6	3	0,120	1,3	2
17	59	511,3	3	0,120	1,3	239
18	20	19,4	3	0,120	1	7
18	54	136,5	3	0,120	0,8	39
19	47	175,7	3	0,120	1,2	76
20	22	94,6	3	0,120	0,9	31
21	23	61,8	3	0,120	0,8	18
22	23	74,6	3	0,120	0,9	24
22	45	244,7	3	0,120	0,9	79
25	59	14,2	3	0,120	1,3	7
25	5	43,4	3	0,120	1,2	19
26	25	27,0	3	0,120	1,2	12
27	53	48,8	3	0,120	1	18
27	37	211,8	3	0,120	1	76
27	60	364,6	3	0,120	0,8	105
28	56	268,6	3	0,120	0,8	77
29	30	435,0	3	0,120	1	157
29	35	301,3	3	0,120	1	108
30	50	5,3	3	0,120	1,2	2
31	37	83,6	3	0,120	0,9	27
32	55	41,0	3	0,120	1	15

Tabelle A4 (Fortsetzung)

32	34	390,3	3	0,120	1	141
32	38	83,3	3	0,120	1	30
33	35	55,0	3	0,120	1,1	22
33	56	154,3	3	0,120	1,2	67
34	57	8,8	3	0,120	1	3
34	39	156,6	3	0,120	1	56
36	60	49,1	3	0,120	1	18
36	39	307,7	3	0,120	0,9	100
36	52	311,0	3	0,120	0,9	101
40	58	118,4	3	0,120	0,9	38
41	42	50,1	3	0,120	0,8	14
42	43	44,1	3	0,120	1	16
42	44	210,1	3	0,120	1	76
47	49	32,0	3	0,120	0,9	10
48	49	28,0	3	0,120	0,9	9
50	51	126,2	3	0,120	0,8	36
59	26	35,2	3	0,120	1,2	15
Kanten im Netzwerk	Netzwerkklänge	Streufläche gesamt		Gesamt- nachfrage		
74	12 951 m	38 852 m ²		4 617 kg		

Tabelle A5: Ergebnisse der zehn Läufe der Winterdienst-Fallstudie für GA, ES und GA-RPP

Lauf	GA ZF-Wert	GA Distanz [m]	GA Konvergenz- zeit [s]	ES ZF-Wert	ES Distanz [m]	ES Konvergenz- zeit [s]	GA-RPP ZF-Wert / Distanz [m]	GA-RPP Konvergenz- zeit [s]
1	24 342 842	18 788	13 594	24 212 282	20 515	15 510	15 484	793
2	24 384 352	20 209	8 532	24 002 651	19 734	14 640	15 484	1 232
3	24 503 558	19 105	14 680	24 239 644	21 697	11 503	15 484	794
4	24 206 252	19 816	12 291	24 206 866	22 380	15 728	15 484	804
5	24 066 819	19 197	11 395	24 168 135	20 195	15 423	15 484	926
6	24 242 196	20 523	12 799	24 014 521	18 991	14 166	15 484	817
7	24 228 308	20 079	11 563	24 061 866	22 038	15 260	15 484	1 048
8	24 408 207	19 136	13 574	24 153 344	19 796	15 140	15 484	926
9	24 197 441	19 540	9 017	24 092 484	20 255	15 268	15 484	1 067
10	24 478 700	19 188	13 630	24 102 014	18 861	12 552	15 484	816

Anmerkung: ZF-Wert = Zielfunktionswert. Für GA-RPP entspricht die Zielfunktion der minimierten Tourdistanz.

Tabelle A6: Ergebnisse der gewichteten Kosten-Distanz-Zielfunktion des GA für verschiedene Gewichtungsfaktoren

Alpha-Wert	Lauf	Zielfunktionswert	Gesamtkosten	Distanz [m]	Konvergenzzeit [s]
0,99	1	24 602 041	24 849 923	22 460	7 748
0,99	2	24 154 638	24 398 040	21 318	7 600
0,99	3	24 429 814	24 675 914	22 869	2 480
0,99	4	24 063 291	24 305 680	20 405	4 101
0,99	5	24 659 900	24 908 400	20 768	6 067
0,9	1	22 268 190	24 735 681	20 295	3 901
0,9	2	21 799 647	24 215 466	19 301	6 744
0,9	3	22 129 393	24 581 180	19 429	5 286
0,9	4	22 044 034	24 486 917	19 046	2 513
0,9	5	21 933 683	24 363 693	19 560	6 751
0,8	1	19 739 409	24 659 382	19 563	3 315
0,8	2	19 553 952	24 427 536	22 495	6 467
0,8	3	19 587 533	24 467 529	19 709	7 217
0,8	4	19 630 660	24 523 040	20 005	3 323
0,8	5	19 895 532	24 854 062	20 069	6 472
0,7	1	17 302 468	24 690 385	20 412	5 451
0,7	2	17 443 710	24 894 098	21 432	7 631
0,7	3	17 220 547	24 574 900	21 991	5 864
0,7	4	17 295 571	24 683 075	19 801	5 199
0,7	5	17 312 188	24 704 825	21 618	6 916
0,6	1	14 600 341	24 291 350	19 473	3 044
0,6	2	14 663 618	24 398 185	21 810	6 550
0,6	3	14 887 520	24 770 477	22 895	5 788
0,6	4	14 716 828	24 488 962	18 251	4 537
0,6	5	14 936 719	24 852 649	19 469	2 669
0,5	1	12 447 523	24 829 277	20 523	5 224
0,5	2	12 202 374	24 345 827	18 848	6 963
0,5	3	12 309 664	24 556 867	20 580	3 173
0,5	4	12 312 373	24 563 554	19 253	7 395
0,5	5	12 315 053	24 567 423	19 644	4 009
0,4	1	9 992 492	24 887 318	19 257	6 480
0,4	2	9 969 910	24 835 911	19 298	5 448
0,4	3	9 784 315	24 378 583	19 639	5 226
0,4	4	9 844 138	24 512 185	20 255	3 178
0,4	5	9 837 859	24 504 590	22 609	7 581
0,3	1	7 520 769	24 933 784	21 891	6 459
0,3	2	7 429 645	24 620 696	19 130	5 688
0,3	3	7 398 092	24 523 380	20 006	5 971
0,3	4	7 402 784	24 528 099	19 064	6 080
0,3	5	7 361 637	24 377 353	20 392	6 898
0,2	1	4 892 876	24 224 736	22 170	4 077
0,2	2	5 016 698	24 862 330	20 320	4 590
0,2	3	4 914 732	24 317 823	19 851	2 714
0,2	4	4 897 171	24 253 739	21 875	3 214
0,2	5	4 927 117	24 380 733	19 008	2 698
0,1	1	2 540 726	24 894 941	20 528	4 076
0,1	2	2 507 486	24 566 117	19 770	3 487
0,1	3	2 486 352	24 351 417	22 062	6 487
0,1	4	2 528 982	24 829 889	21 442	6 762
0,1	5	2 529 196	24 759 725	20 041	4 586
0,01	1	299 166	26 009 008	24 964	6 763
0,01	2	301 372	25 395 906	22 181	3 116
0,01	3	293 805	24 867 601	19 465	6 428
0,01	4	295 726	25 246 218	20 735	4 072
0,01	5	298 581	25 558 971	22 693	5 708

Anmerkung: Der Alpha-Wert beschreibt die Gewichtung des Kostenanteils in der gewichteten Kosten-Distanz-Zielfunktion.