



universität
wien

DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„GeoGebra in der Sekundarstufe II –
ein Vergleich zwischen dem Unterrichten mit und ohne
Einsatz von GeoGebra anhand der Themen
Exponentialfunktionen und Differentialrechnung“

verfasst von / submitted by

Michael Johannes Holzer

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of
Magister der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2019 / Vienna, 2019

Studienkennzahl lt. Studienblatt /
degree programme code as it appears on
the student record sheet:

A 190 406 456

Studienrichtung lt. Studienblatt /
degree programme as it appears on
the student record sheet:

Lehramtsstudium

Unterrichtsfach Mathematik

Unterrichtsfach Geographie und Wirtschaftskunde

Betreut von / Supervisor:

ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Günther Hörmann

Mitbetreut von / Co-Supervisor:

MMag. Dr. Andreas Ulovec

Vorwort

Der Einsatz von Technologie im Mathematikunterricht war in meiner eigenen Schulzeit auch schon ein Thema, jedoch kam dieser viel zu kurz und war auch nicht mehr auf dem neuesten Stand. Später während meines Studiums wurde auf diesen lediglich in der fachdidaktischen Lehrveranstaltung „Computerpraktikum für LAK“ besonderes Augenmerk gelegt, da in der universitären Mathematik Technologieeinsatz keine große Rolle spielt. In dieser Lehrveranstaltung lernte ich das Multirepräsentationsprogramm GeoGebra kennen – auch in meiner Nachhilfetätigkeit war dieses nicht relevant, da meine Schülerinnen und Schüler das Programm selbst nicht aus dem Unterricht kannten – und ich war sehr davon angetan.

In weiterer Folge jedoch begannen meine Nachhilfeschülerinnen und -schüler – aufgrund der Einführung der SRP – im Unterricht mit GeoGebra und auch anderen Technologien (vorwiegend „TI-Nspire CX CAS Handheld“ und „CASIO ClassPad II“) zu arbeiten. Deshalb wurde es notwendig, dass wir auch in der Nachhilfe mit der jeweiligen Technologie üben. Dabei entwickelte ich eine Präferenz für GeoGebra, da dieses auch das am meisten von meinen Nachhilfeschülerinnen und -schülern verwendete Programm war. So entstand auch langsam die Idee, mich intensiver mit dem Technologieeinsatz allgemein und insbesondere dem Multirepräsentationsprogramm GeoGebra zu beschäftigen. Daher liegt der Fokus der vorliegenden Diplomarbeit auf dieser Thematik.

Danksagung

Es gibt einige Personen, denen ich meinen Dank aussprechen möchte:

Ein ganz herzliches Dankeschön will ich Herrn MMag. Dr. Andreas Ulovec aussprechen, der jederzeit erreichbar war, mir mit Rat und Tat zur Seite stand und große Mühen auf sich genommen hat, damit diese Diplomarbeit zeitgerecht abgeschlossen werden kann. Eine bessere Betreuung kann man sich nicht wünschen. Vielen Dank, Andreas!

Auch bei Herrn Univ.-Prof. Mag. Dr. Günther Hörmann will ich mich sehr dafür bedanken, dass er die Hauptbetreuung übernommen hat und alle organisatorischen Hindernisse aus dem Weg geräumt hat.

Ein riesengroßes und sehr emotionales Wort des Dankes gilt meinen lieben Eltern Elisabeth und Hermann, die mir nicht nur mein Studium ermöglicht, sondern auch immer an mich geglaubt haben und in jeder schweren Stunde für mich da waren. Danke Mama, danke Papa – ohne euch hätte ich das nicht geschafft! Ich habe euch wahnsinnig lieb!

Abschließend will ich mich noch ganz besonders bei meiner Freundin Aylin bedanken, die sich während der Zeit des Verfassens dieser Diplomarbeit immer um mich gekümmert, mir Sicherheit gegeben und ihre eigenen Wünsche hintangestellt hat. Vielen Dank für deine Rücksichtnahme und Liebe!

Zusammenfassung

Der Mathematikunterricht an den allgemeinbildenden höheren Schulen (AHS) Österreichs hat in den vergangenen Jahren durch die Einführung der standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung (SRP) einen Paradigmenwechsel erlebt. Im Zuge dessen kam dem Einsatz von Technologie im Unterricht eine immer größere Rolle zu.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es daher, die Entwicklungen des Technologieeinsatzes zu beleuchten sowie die Möglichkeiten, die sich durch diesen im Mathematikunterricht der AHS bieten, darzustellen.

Anhand einer quantitativen Erhebung sollte analysiert werden, ob der Einsatz von Technologie, der mithilfe des Multirepräsentationsprogrammes GeoGebra verwirklicht wurde, nur Vorteile mit sich bringt oder ob dieser auch mit etwaigen Nachteilen verbunden ist. Außerdem ist es von Interesse, wie die Schülerinnen und Schüler den Einsatz von GeoGebra im Mathematikunterricht beurteilen.

Dafür wurden zwei passende Themen des Lehrplans der Sekundarstufe II der AHS – *Exponentialfunktionen* und *Differentialrechnung* – ausgewählt. Anhand dieser wurde ein Vergleich zwischen dem Unterrichten mit und ohne Einsatz von GeoGebra sowohl in Bezug auf die Leistungen und den Lernfortschritt der Schülerinnen und Schüler als auch deren subjektive Bewertung des jeweiligen Unterrichts angestellt.

Schlüsselwörter: Mathematikunterricht, GeoGebra, Technologieeinsatz, Sekundarstufe II, AHS, Exponentialfunktionen, Differentialrechnung

Abstract

A paradigm shift has recently emerged in teaching mathematics in Austria's general secondary schools (AHS) due to the implementation of the standardised maturity exam (SRP). Along with this change, also the value and use of technology have increased.

This is the reason why the present paper aims at shedding light on the development of technology use in the classroom and the new possibilities the devices and programmes create.

The paper presents a quantitative survey which analyses if a specific programme, the multi-representational GeoGebra, primarily benefits the mathematics classroom, or if it causes drawbacks as well. Additionally, the focus is on how students evaluate the use of this technology for their teaching.

In order to pursue this endeavour, two topics of the general upper secondary maths curriculum, *exponential functions* and *differential calculi*, are selected. A comparison based on teaching these two topics with and without the use of GeoGebra is presented, focussing on the one hand on the testing results and learning progress of the students, and on the other hand on the pupils' subjective assessment of the lessons.

Key words: teaching mathematics, maths class, GeoGebra, use of technology, upper secondary school, general secondary school, exponential functions, differential calculi

INHALTSVERZEICHNIS

VORWORT	I
DANKSAGUNG	III
ZUSAMMENFASSUNG	V
ABSTRACT	VII
1 Einleitung.....	4

TEIL I: THEORETISCHE GRUNDLAGEN

2 Historische Entwicklung des Technologieeinsatzes im Mathematikunterricht in den AHS.....	7
2.1 Die Anfänge – die Informatik als Teilgebiet der Mathematik	8
2.2 Fortschritte in den 1980er- und 1990er-Jahren.....	9
2.2.1 Situation in der Sekundarstufe II nach der Oberstufenreform 1989	10
2.2.2 Situation nach der „Trägerfach-Reform“ 1990	11
2.3 Entwicklungen um die Jahrtausendwende und danach	14
3 Aktueller Stand des Technologieeinsatzes im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II der AHS	16
3.1 Unterscheidung nach unterrichtsmethodischen Aspekten	17
3.1.1 Technologieeinsatz als Tutor.....	17
3.1.2 Technologieeinsatz als Medium	18
3.1.3 Technologieeinsatz als Werkzeug	19
3.2 Unterscheidung der Technologieformen nach ihren Funktionen.....	20
3.2.1 Programme zur Tabellenkalkulation (TK).....	20
3.2.2 Dynamische Geometriesoftware (DGS).....	21
3.2.3 Computeralgebrasysteme (CAS).....	21
3.2.4 Multirepräsentationsprogramme (MRP).....	22

3.3	TI-Nspire CX CAS Handheld	24
3.4	CASIO ClassPad II (FX-CP400)	27
3.5	GeoGebra	29
4	Verankerung des Technologieeinsatzes in der AHS-Oberstufe im Zuge der Einführung der SRP in Mathematik	34
TEIL II: EMPIRISCHE ERHEBUNG		
5	Forschungsvorhaben und Forschungsfragen.....	38
6	Forschungsmethoden	40
7	Ergebnisse.....	42
7.1	Ergebnisse zum Thema „Exponentialfunktionen“	43
7.1.1	Leistungsüberprüfung vorher	43
7.1.2	Leistungsüberprüfung nachher	46
7.1.3	Vergleich Leistungsüberprüfung vorher – nachher.....	50
7.1.4	Evaluationsbogen.....	51
7.2	Ergebnisse zum Thema „Differentialrechnung“	55
7.2.1	Leistungsüberprüfung vorher	55
7.2.2	Leistungsüberprüfung nachher	59
7.2.3	Vergleich Leistungsüberprüfung vorher – nachher.....	64
7.2.4	Evaluationsbogen.....	65
7.3	Vergleich der Themen „Exponentialfunktionen“ und „Differentialrechnung“	69
7.3.1	Leistungsüberprüfungen.....	69
7.3.2	Evaluationsbogen.....	71
8	Diskussion.....	72
9	Fazit.....	76
10	Literaturverzeichnis.....	78

11	Abbildungsverzeichnis	85
12	Tabellenverzeichnis.....	87
13	Anhang	89
13.1	Leistungsüberprüfungen zum Thema „Exponentialfunktionen“	90
13.2	Leistungsüberprüfungen zum Thema „Differentialrechnung“	97
13.3	Evaluationsbogen.....	106
13.4	Unterrichtsplanungen zum Thema „Exponentialfunktionen“	109
13.5	Unterrichtsplanungen zum Thema „Differentialrechnung“	118
13.6	Dokumente für die Erhebung.....	127

1 Einleitung

Spätestens in den letzten paar Jahren konnte man feststellen, dass dem Einsatz von Technologie im Schulalltag eine immer größere Bedeutung zukommt. Auch der Mathematikunterricht blieb davon nicht unberührt und so ist der Technologieeinsatz im aktuellen Lehrplan der AHS-Oberstufe fest verankert und durch die Einführung der standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung (SRP) im Jahr 2014/15 ist er mittlerweile auch in der Prüfungsordnung der AHS festgeschrieben.

Es ist klar, dass diese Neuerungen einen Paradigmenwechsel in der Fachdidaktik der Mathematik bedeuten und daher auf unterschiedliche Art und Weise wahrgenommen werden. Während es für manche Lehrerinnen und Lehrer schon längst selbstverständlich ist, Technologie im Unterricht einzusetzen, haben andere Schwierigkeiten mit dieser Umstellung. Daher soll in der vorliegenden Arbeit der Einsatz von Technologie genau beleuchtet werden.

Die Arbeit besteht aus zwei großen Teilen: einem, in dem die theoretischen Grundlagen zum Technologieeinsatz im Mathematikunterricht der AHS in Österreich behandelt werden, und einer empirischen Erhebung über den Einsatz von GeoGebra in der Sekundarstufe II.

Im ersten Teil sollen daher zuallererst die historischen Hintergründe der Entwicklung der Technologien und der Einführung des Technologieeinsatzes in den Mathematikunterricht beschrieben werden (Kapitel 2). Dabei wird das Augenmerk auf besondere Ereignisse und technologische Errungenschaften gelegt. Anschließend wird in Kapitel 3 auf den momentanen Stand des Technologieeinsatzes in der Sekundarstufe II der AHS eingegangen und grundlegende (fachdidaktische) Begrifflichkeiten bezüglich des Einsatzes von Technologie geklärt. In Kapitel 4 soll auf die SRP in Mathematik sowie den Technologieeinsatz bei der Durchführung dieser eingegangen werden.

Mit Kapitel 5 beginnt der zweite Teil dieser Arbeit, der es zum Ziel hat, mithilfe einer quantitativen Erhebung herauszufinden, welche Vor- und Nachteile der Einsatz von Technologie – in dieser Arbeit wurde das Multirepräsentationsprogramm GeoGebra gewählt – mit sich bringt. Dabei wird sowohl auf die Leistungen der Schülerinnen und Schüler als auch deren Meinung zum Einsatz von GeoGebra im Unterricht Bezug genommen. Die Erhebung wird exemplarisch anhand der Themengebiete „Exponentialfunktionen“ und „Differentialrechnung“ durchgeführt. Die Ergebnisse der

Erhebung werden genau dargelegt und illustriert (Kapitel 7) und anschließend ausführlich diskutiert (Kapitel 8), damit alle Fragestellungen, die sich ergeben haben, beantwortet werden können und ein zufriedenstellendes Fazit (Kapitel 9) gezogen werden kann.

Teil I: Theoretische Grundlagen
Technologieeinsatz im Mathematikunterricht der
AHS in Österreich

2 Historische Entwicklung des Technologieeinsatzes im Mathematikunterricht in den AHS

In den letzten Jahrzehnten hat der Mathematikunterricht in den allgemeinbildenden höheren Schulen (AHS) Österreichs einen Paradigmenwechsel durchlebt. In früheren Zeiten war noch keine Rede davon, Technologie im mathematischen Alltag in der Schule einzusetzen und daher gestaltete sich auch der Unterricht sehr abweichend vom Mathematikunterricht, den wir heute kennen. Es wurde dabei großen Wert auf die Rechenfertigkeiten der Schülerinnen und Schüler gelegt und dementsprechend stand ein Unterricht sowie eine Aufgabenkultur an der Tagesordnung, die heutzutage nicht mehr zeitgemäß wären.

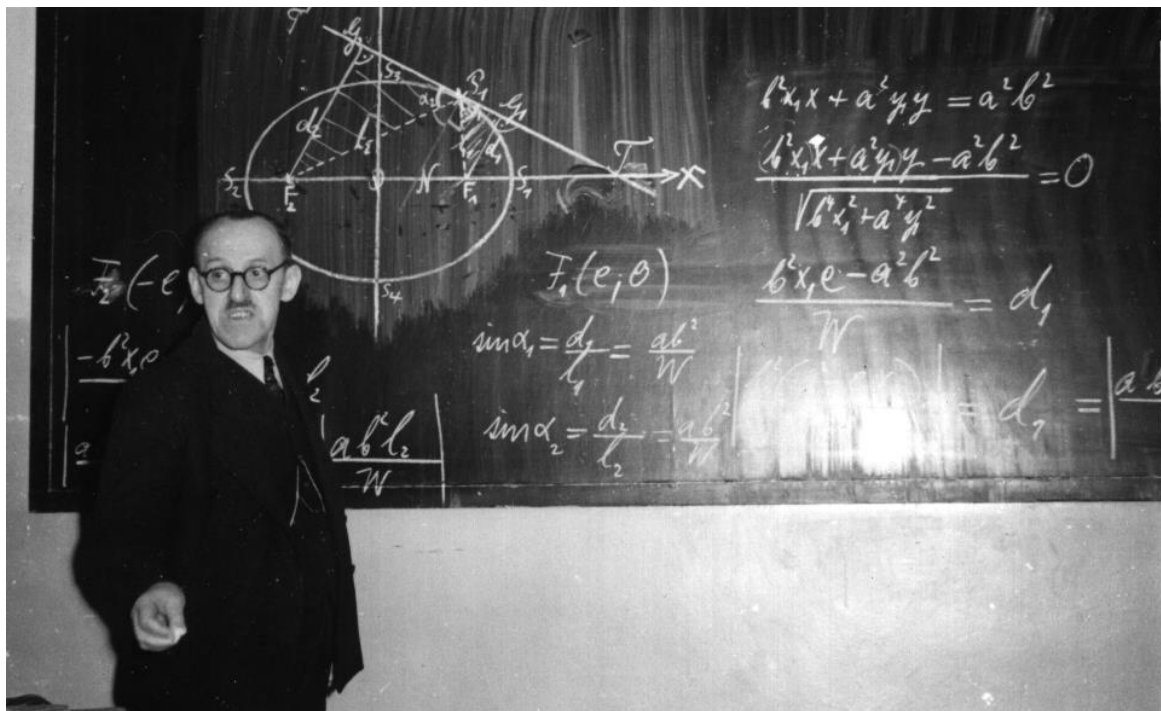


Abbildung 1: Mathematikunterricht im Jahr 1954
(Quelle: LEHMANN 2003: 7)

Anhand der obigen Abbildung kann man einen Eindruck darüber gewinnen, wie die Aufgaben in den 1950er Jahren ausgesehen haben. Schnell lässt sich erkennen, dass man mittlerweile anders an solche Beispiele herangehen würde. Durch den Einsatz von Technologie im Mathematikunterricht hat sich vieles verändert und so hätte man die Möglichkeit, sich die Ellipse im Beispiel mithilfe eines grafikfähigen Taschenrechners oder dergleichen zeichnen sowie die Gleichung von einem CAS (Computeralgebrasystem) lösen zu lassen. (vgl. LEHMANN 2003: 7)

Historisch gesehen kam ein erster Perspektivenwechsel im Mathematikunterricht durch die Idee der sogenannten „Neuen Mathematik“ in den 1960er Jahren. In dieser wurden Themengebieten der Mathematik wie beispielsweise der Mengenlehre eine größere Bedeutung zugeschrieben und zugleich suggerierte sie eine Abkehr vom bisher üblichen traditionellen Rechenunterricht hin zu einer deduktiven Mathematik, bei der das Verstehen von Konzepten im Vordergrund stand. Erst im Anschluss daran wurden eben diese durch Beispiele illustriert. (vgl. BOGENSPERGER 2014: 8f.)

2.1 Die Anfänge – die Informatik als Teilgebiet der Mathematik

Diese Art des Unterrichtens, also die Abkehr vom stupiden Rechnen hin zu einem tiefergreifenden Verständnis der Materie, erforderte es, auch die Unterrichtsmaterialien und -medien zu revolutionieren, um den neuen Ansprüchen gerecht zu werden. Nicht zuletzt aufgrund der Errungenschaften in der Technologie war es nun an der Zeit zu versuchen, diese in den Mathematikunterricht miteinzubeziehen.

So geschah es, dass mit Inkrafttreten der neuen Lehrpläne für die Oberstufe der AHS im Jahre 1970 auch die Informatik erstmals einen Platz in einem österreichischen Lehrplan fand. Dabei wurde sie als „möglicher auszuwählender Lehrstoff der Mathematik der Klasse 12 der im Fach Mathematik stärker dotierten Oberstufenformen“ sowie als Inhalt einer zum ersten Mal geplanten unverbindlichen Übung Mathematik (in den Schulstufen 10 bis 12) berücksichtigt. (vgl. WURNIG 1995: 57)

Das österreichische Bundesministerium für Unterricht und Kunst (BMUK) rief ab dem Schuljahr 1971/72 – beinahe zeitgleich mit dem Markteintritt des ersten Taschenrechners im Jahre 1972 (vgl. WEIGAND 2013: IX) – einen Schulversuch mit dem Namen „EDV im Mathematikunterricht integriert“ mit einem Sonderlehrplan sowie einem eigenen Schulbuch ins Leben, welcher auf große Resonanz stieß. Da die Klassen jedoch zu groß waren, es mit der Hardware Probleme gab und keinerlei Unterrichtssoftware vorhanden war, fand dieser 1980 ein Ende. (vgl. WURNIG 1995: 57)

„EDV als Freigegenstand“ für die 9.-12. Schulstufe der AHS wurde im Schuljahr 1976/77 an den AHS eingeführt. Ein Lehrplan wurde anhand der Erfahrungen, die man mit dem eben erwähnten Schulversuch gemacht hatte, erstellt. Nach und nach wurden die Schulen mit einer höheren Anzahl von immer besser werdenden Geräten ausgestattet. Außerdem

wurde ab diesem Schuljahr der Taschenrechner ab der 7. Schulstufe als Alternative zum Rechenstab implementiert. (vgl. WURNIG 1995: 59f.)

2.2 Fortschritte in den 1980er- und 1990er-Jahren

Durch die rasanten Weiterentwicklungen in der Technologie – im Jahr 1985 wurde mit dem „CASIO FX-7000G“ der erste Grafik-Taschenrechner auf den Markt gebracht (vgl. WEIGAND 2013: X) – geschah es, dass es ab dem Schuljahr 1984/85 möglich war, das Unterrichtsfach EDV als eigenen mündlichen Reifeprüfungsgegenstand zu wählen. In derselben Verordnung wurde auch der Einsatz des Taschenrechners bei der Reifeprüfung in Mathematik erlaubt, „wenn er im Unterricht der letzten beiden Klassen von allen Schülern der betreffenden Klassen verwendet wurde und Geräte annähernd gleicher Leistungsfähigkeit allen Prüfungskandidaten zur Verfügung stehen.“ In der Verordnung wurde aber wegen der programmierbaren Taschenrechner der Begriff „elektronischer Rechner“ gebraucht – dadurch wurde auch ein möglicher Einsatz von Computern bei der schriftlichen Matura in der Zukunft reglementiert. (vgl. WURNIG 1995: 60)

Im Schuljahr 1985/86 kam es schließlich zur Einführung des Pflichtgegenstandes Informatik an den österreichischen AHS. Da der damalige Lehrplan für Informatik stark auf das „zyklische Modell der Problemlösung“ abzielte, wurde es nötig, dass diese Art des Vorgehens sehr häufig an mathematischen Problemen, die den Schülerinnen und Schülern schon aus dem Mathematikunterricht bekannt waren, erklärt wird. Aus dem Umstand heraus, dass viele der Informatiklehrenden an den österreichischen AHS ausgebildete Mathematiklehrerinnen und -lehrer waren und sind oder zumindest eine mathematische Ausbildung im Zuge des Studiums an der Universität genossen haben, wurde es möglich, dass der Unterricht im Fach Mathematik sehr wichtige Anregungen durch diese Lehrkräfte erfährt. Problematisch war jedoch, dass jene Mathematiklehrerinnen und -lehrer, die nicht Informatik unterrichteten und auch bei ihrer eigenen Arbeit keinen programmierbaren Taschenrechner oder einen Computer benutzten, diese Entwicklung nicht mitbekamen. (vgl. WURNIG 1995: 61)

Jedoch wurden wenig später zwei Lehrplanreformen beschlossen, die dazu führten, dass sich beinahe jede Lehrkraft, die Mathematik unterrichtet, mit der Informatik beschäftigen muss. (vgl. WURNIG 1995: 61)

2.2.1 Situation in der Sekundarstufe II nach der Oberstufenreform 1989

Die wichtigste Neuerung im Zuge der Oberstufenreform 1989 war die Einführung von Wahlpflichtgegenständen ab der 10. Schulstufe. Mathematik blieb dabei zwar als Pflichtfach erhalten, jedoch wurden im Realgymnasium zwei Wochenstunden zugunsten der Wahlpflichtgegenstände umverteilt. Zwar bestand für die Schülerinnen und Schüler die Option, Mathematik als vertiefendes Wahlfach zu wählen – dies war aber nicht allzu oft der Fall. (vgl. WURNIG 1995: 62)

Es war laut dem zu diesem Zeitpunkt neuen Lehrplan zwar vorgesehen, zu großen Teilen dieselben Inhalte zu unterrichten wie bisher, jedoch wurde die Art und Weise, wie mit den einzelnen Themen gearbeitet werden soll, durch entsprechende Handlungen von Seiten der Schülerinnen und Schüler beschrieben. (vgl. WURNIG 1995: 62)

Völlig neu war, dass nun der Computer explizit in den Bildungs- und Lehraufgaben, den didaktischen Grundsätzen im Fach Mathematik und sogar bei einzelnen Themengebieten in verschiedenen Schulstufen immer wieder erwähnt wurde. (vgl. WURNIG 1995: 62)

Eines der vier Lernziele bei der Bildungs- und Lehraufgabe aus dem Lehrplan lautet wie folgt:

„Die Schüler sollen [...] mit der Verwendung geeigneter mathematischer Texte und Arbeitsmittel, insbesondere elektronischer Rechengeräte [sic!] vertraut werden.“
(BGBl. Nr. 63/1989: 753)

Bei den didaktischen Grundsätzen des Lehrplans wird Folgendes zum „Einsatz von Rechengeräten und anderen Hilfsmitteln“ gesagt:

„Rechengeräte und andere Hilfsmittel (insbesondere Formelsammlungen, Tabellen) sind in einer den Zielen und den übrigen didaktischen Grundsätzen des Lehrplans angemessenen Form als Arbeitsmittel einzusetzen. Die Wahl dieser Arbeitsmittel (z. B. Taschenrechner, auch programmierbare, Personalcomputer) obliegt dem Lehrer.“ (BGBl. Nr. 63/1989: 771)

Man sieht also, dass der Einsatz von Technologie im Lehrplan verankert und dieser auch verpflichtend war, obgleich der Lehrkraft Entscheidungsfreiheit in der Wahl dieser gewährt wurde.

Außerdem wird in diesem Lehrplan auch erwähnt, bei welchen Themengebieten es sinnvoll sein kann, Technologieeinsatz zu verwenden. Zusammengefasst lauten diese wie folgt:

- Untersuchung reeller Funktionen
- Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik
- Differentialrechnung (Untersuchen von Funktionsgraphen)
- Integralrechnung (Berechnen von Flächeninhalten) (vgl. WURNIG 1995: 63)

Im Realgymnasium kommen noch folgende Themen dazu:

- Behandlung von Problemen vom algorithmischen Standpunkt aus
- Bearbeiten von geometrischen Problemen im Raum mit algebraischen Methoden
- Untersuchung vernetzter Systeme (vgl. WURNIG 1995: 63)

Zwar gingen diese Reformen von der Idee her in die richtige Richtung, jedoch änderte sich zunächst wenig am bisherigen Unterricht in Mathematik. Der Grund dafür lag darin, dass an den AHS durchschnittlich nur sieben IBM-kompatible Computer und kaum für den Unterricht geeignete Software zur Verfügung stand. (vgl. WURNIG 1995: 64)

2.2.2 Situation nach der „Trägerfach-Reform“ 1990

Die sogenannte „Trägerfach-Reform“ des Lehrplans zeichnete sich dadurch aus, dass in der 7. und 8. Schulstufe in den sogenannten „Trägerfächern“ Mathematik, Deutsch, Englisch und geometrisches Zeichnen der Technologieeinsatz geschult werden soll (vgl. REICHEL 1994: 10) – es sollen dabei jene Aspekte berücksichtigt werden, die dem jeweiligen Unterrichtsfach entsprechen. (vgl. WURNIG 1995: 64)

Ein weiterer wichtiger Punkt ist, dass bei der Formulierung der Bildungs- und Lehraufgaben Ergänzungen gemacht wurden:

„Zum Erwerb von informations- und kommunikationstechnischer Grundbildung soll die Mathematik insbesondere das Verständnis für Arbeits- und Anwendungsweisen von Computern, vor allem hinsichtlich des Algorithmierens, Formalisierens und Symbolisierens, aber auch hinsichtlich des Veranschaulichens sowie des Kennenlernens verschiedener Arbeitserleichterungen entwickeln. In diesem Zusammenhang können unter Anleitung des Lehrers auch einige einfache

Programme erstellt und am Computer angewendet werden.“ (BGBl. Nr. 477/1990: 3223)

Außerdem wurde bei den didaktischen Grundsätzen folgender Absatz hinzugefügt:

„Der Beitrag der Mathematik zur Auseinandersetzung mit neuen Informations- und Kommunikationstechniken besteht vor allem in der Förderung des Verständnisses grundlegender Arbeitsweisen des Computers, besonders unter Nutzung von ausgewählten Anwendungssystemen zur flexiblen Lösung mathematischer Aufgabenstellungen (wie Tabellenkalkulation und grafische Veranschaulichung). Dies schließt auch kritisches Prüfen der Sinnhaftigkeit des Einsatzes von Computern mit ein. Der Werkzeugcharakter des Computers, der von Menschen gemacht bzw. verwendet wird, also auch von Menschen zu verantworten ist, soll in den Vordergrund gestellt werden.“ (BGBl. Nr. 477/1990: 3223)

Eine derartige Reform war nur umzusetzen, wenn die nötige Hardware und Software bereitgestellt wird und eine dementsprechende Einschulung der Lehrerinnen und Lehrer an den AHS Österreichs stattfindet. (vgl. WURNIG 1995: 65)

Nach und nach erfolgte die Auslieferung von neuen Computern an die Schulen – womit ein besseres Verhältnis von Schülerinnen- bzw. Schüleranzahl zu Geräteanzahl gewährleistet werden konnte – und neue Softwareprodukte wie die Tabellenkalkulation „Super-Calc4“ und „CAD-2D“, welches an der TU Wien entwickelt worden war, wurden angeschafft. Letztere wurden von den Referentinnen und Referenten, die für die fachliche Einschulung der Lehrkräfte bei den Seminaren zuständig waren, selbst im Unterricht erprobt. Es ist hierbei zu erwähnen, dass bei den Informatik-Sommerseminaren, die vom Bundesministerium für Unterricht seit 1976 für alle Lehrkräfte in Österreich angeboten wurden, zwischen 1989 und 1992 etwa 450 AHS-Lehrerinnen und -lehrer pro Jahr teilnahmen – dabei waren ca. die Hälfte Mathematiklehrerinnen und -lehrer. Das unterstreicht noch einmal, wie wichtig der Einsatz von Technologie im Mathematikunterricht bereits geworden war. (vgl. WURNIG 1995: 67)

Im Sommersemester des Schuljahres 1990/91 wurden die Softwareprodukte „Derive“ und „STOCHASTIK Version 2.1“ mit Schullizenz an den österreichischen AHS angeschafft. Außerdem wurde durch die Fortbildungsreihe „Computer im Mathematikunterricht“ das gut geeignete Shareware-Produkt „Matheass“ eingeführt, welches gemeinsam mit den eben erwähnten Produkten einen Beitrag dazu leisten konnte, in der AHS-Oberstufe einen sinnvollen Einsatz von Technologie zu gewährleisten. (vgl. WURNIG 1995: 67f.)

Robert NEUMANN zufolge nahm Österreich in diesen Jahren in Sachen Technologieeinsatz im Mathematikunterricht sogar eine Pionierrolle innerhalb Europas ein (vgl. NEUMANN 2018: 30).

In den folgenden Jahren wurden die Lehrpläne der Schulstufen der Unterstufe in den AHS Schritt für Schritt überarbeitet (vgl. ZEILLER 1995: 16).

Die bereits zuvor erwähnten Ergänzungen zum Lehrplan sowie jene, dass die „Vorbereitung auf die Anwendung neuer Techniken, insbesondere der Informations- und Kommunikationstechniken“ (BGBl. Nr. 477/1990: 3223) auf die 3. und 4. Klasse festgesetzt wurden, sollten gewährleisten, dass ab der 5. Klasse ein sinnvoller Einsatz von Technologie im Unterricht ermöglicht wird. (vgl. ZEILLER 1995: 17)

Darüber hinaus erschienen zu allen Bänden des von REICHEL et al. herausgegebenen Schulbuchs „Lehrbuch der Mathematik“ für die AHS-Oberstufe Begleitdisketten, um den Ansprüchen der neuen Lehrpläne, die durch den Fortschritt der Technologie geprägt waren, gerecht zu werden. (vgl. MÜLLER 1995: 179)

Die Realität sah jedoch noch immer anders aus. Empirische Studien ergaben, dass der Einsatz von Technologie nach wie vor eine wesentlich kleinere Rolle im damaligen Mathematikunterricht spielten als gewünscht. Grund dafür war die Ausbildung der Lehrkräfte, die mit dem Fortschritt der Technik, der sich geradezu überschlug, nicht mithalten konnte – trotz aller Bemühungen durch Fortbildungen schien es also noch Aufholbedarf geben. (vgl. REICHEL 1995: 16)

Das soll aber nicht bedeuten, dass von Seiten der Lehrerinnen und Lehrer kein Interesse am Technologieeinsatz im Mathematikunterricht bestand, denn genau das Gegenteil war der Fall. Der Stadtschulrat für Wien führte im Mai 1994 eine Erhebung durch, bei der 143 Lehrkräfte an Wiener Schulen registriert wurden, welche Interesse an Lehrveranstaltungen zum Thema „Derive“ hatten. (vgl. ZEILLER 1995: 18) „Derive“ hat den großen Vorteil, sehr preiswert zu sein und ist sehr leistungsfähig, obwohl es äußerst wenig Speicherplatz und Leistung benötigt (vgl. BENKER 1995: 12). Außerdem vereinigt „Derive“ die Fähigkeiten eines Computeralgebrasystemes mit Möglichkeiten der graphischen Darstellung (vgl. KOEPF et al. 1993: 5).

In puncto Taschenrechner baute sich die Firma „Texas Instruments“ mehr oder minder eine Vormachtstellung auf, wenngleich sich auch Produkte von „CASIO“ und zum Teil auch „Sharp“ gewisser Beliebtheit erfreuten (vgl. HAASE o. J. a).

Ein „TI-30“ gehörte zur Standardausrüstung fast jeder Schülerin bzw. Schülers ab der 3. Klasse AHS – auch wenn dieser schon seit geraumer Zeit am Markt war. Dass dieser Taschenrechner bei vielen Schülerinnen und Schülern die einzige verwendete Technologie war, lässt darauf schließen, dass der Fortschritt der Technologie noch nicht an den AHS angekommen war, denn der „TI-30“ war längst nicht mehr am neuesten Stand. Mittlerweile wurden nämlich auch schon Taschenrechner zur Verfügung gestellt, die sowohl ein integriertes Computeralgebrasystem besaßen als auch grafikfähig waren. (vgl. HAASE o. J. a)

2.3 Entwicklungen um die Jahrtausendwende und danach

Dadurch, dass Taschenrechner nun den Computersoftwares in Sachen technologischer Fortschritt um nichts mehr nachstanden, genossen sie große Beliebtheit, da keine Infrastruktur von Seiten der Schulen zur Verfügung gestellt werden musste.

So brachte „Texas Instruments“ 1995 den nicht ganz handlichen, aber sehr beliebten ersten sogenannten „Taschencomputer“, den „TI-92“, sowie dessen Nachfolger, den „TI-92 Plus“ heraus, welche beide neben einem Computeralgebrasystem – also der Möglichkeit zur Verarbeitung von symbolischen mathematischen Ausdrücken (vgl. STEINWENDER 2000: 18) – eine DGS (Dynamische Geometriesoftware) besaßen. Auch „CASIO“ schaffte kurz vor der Jahrtausendwende mit dem „CASIO Algebra FX 2.0“ den Markteinstieg in dieses Segment. (vgl. WEIGAND 2013: X; HAASE o. J. a)

Später brachte „Texas Instruments“ den grafikfähigen Taschenrechner „TI-83 Plus“ heraus, der zwar kein Computeralgebrasystem aufweist, aber zumindest einen Gleichungslöser besitzt, welcher für die Schülerinnen und Schüler eine gute Hilfe darstellt. Dieser Taschenrechner ist bis heute sehr beliebt und wird von manchen Schulen noch immer eingesetzt. Beinahe gleichzeitig kamen auch die Konkurrenzprodukte von „CASIO“ und „Sharp“ auf den Markt. (vgl. HAASE o. J. b)

Auch die Modelle in den kommenden Jahren von „Texas Instruments“ – das waren unter anderem der „TI-84 Plus“ sowie dessen Nachfolger mit Farbdisplay oder der „TI-82 Stats“ – unterscheiden sich nicht sehr stark vom „TI-83 Plus“ und werden zum Teil auch heute noch verwendet. Auch wenn die Taschenrechnerindustrie nach wie vor boomte, so waren die Fortschritte vorwiegend in der Bedienungsfreundlichkeit, der Einführung von Farbdisplays, Akkubetrieb sowie bei der „TI-Nspire“-Serie Touchpads zu finden. Auch die

Konkurrenz stellte weiter neue Produkte her, besonders „CASIO“ machte „Texas Instruments“ starke Konkurrenz um die Führungsposition in Sachen Taschenrechner. (vgl. HAASE o. J. b)

Je nachdem, für welches Gerät man sich entschied, musste man nicht unbeträchtliche Summen zahlen, ganz abhängig davon, welche Möglichkeiten der Taschenrechner bieten soll. Dadurch, dass es sinnvoll ist, dass in einem Klassenverband die Schülerinnen und Schüler ein und denselben Taschenrechner im Unterricht einsetzen, ist es teilweise auch eine finanzielle Frage, ob und welche Technologie eingesetzt wird.

In den letzten Jahren kristallisierte sich eine Konkurrenz zwischen den aktuell führenden Produkten von „Texas Instruments“ („TI-Nspire CX CAS Handheld“), „CASIO“ („CASIO ClassPad II“) und der kostenlosen dynamischen Mathematiksoftware „GeoGebra“ heraus. All diese Produkte sind mit allen Fähigkeiten ausgestattet, die nötig sind, um den Anforderungen im heutigen Schulunterricht mehr als nur gerecht zu werden. Im Allgemeinen werden diese höheren Technologieformen als MRP (Multirepräsentationsprogramme) bezeichnet. (vgl. LAAKMANN 2013: 49)

Im folgenden Kapitel wird daher näher auf diese Technologieformen eingegangen.

3 Aktueller Stand des Technologieeinsatzes im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II der AHS

Spätestens im Lehrplan der AHS-Oberstufe aus dem Jahre 2004, der aktuell noch gültig ist, ist der Einsatz von Technologie eine feste Größe. So lautet ein Auszug aus den didaktischen Grundsätzen aus diesem zum Thema „Lernen mit technologischer Unterstützung“ wie folgt:

„Mathematiknahe Technologien wie Computeralgebra-Systeme, dynamische Geometrie-Software oder Tabellenkalkulationsprogramme sind im heutigen Mathematikunterricht unverzichtbar. Sachgerechtes und sinnvolles Nutzen der Programme durch geplantes Vorgehen ist sicherzustellen. Die minimale Realisierung besteht im Kennenlernen derartiger Technologien, das über exemplarische Einblicke hinausgeht und zumindest gelegentlich eine wesentliche Rolle beim Erarbeiten und Anwenden von Inhalten spielt. Bei der maximalen Realisierung ist der sinnvolle Einsatz derartiger Technologien ein ständiger und integraler Bestandteil des Unterrichts.“ (BGBl. II Nr. 277/2004: 46)

Es ist unschwer zu erkennen, dass die Möglichkeiten durch den Fortschritt der Technologie erkannt wurden und durch die Lehrkräfte angewendet werden sollten, wenngleich der Technologieeinsatz noch nicht präzisiert wurde und somit von den Lehrkräften sehr unterschiedlich interpretiert werden kann.

Im neuen Lehrplan der AHS-Oberstufe von 2016, der spätestens seit dem Schuljahr 2018/19 mit der 5. Klasse aufsteigend in Kraft getreten ist (vgl. BMBWF 2018a), semestriert ist und bei dem erstmals von Kompetenzorientierung die Rede ist, lautet der Absatz im Lehrplan zum Thema „Lernen mit technologischer Unterstützung“ folgendermaßen:

„Technologische Hilfsmittel sollen in allen Kompetenzbereichen sinnvoll zum Einsatz kommen. Sie müssen zumindest über grundlegende Funktionen zur Darstellung von Funktionen, Kurven und anderen geometrischen Objekten, zum symbolischen Umformen von Termen und Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, zur Ermittlung von Ableitungs- und Stammfunktionen, zur Integration sowie zur Unterstützung bei Methoden und Verfahren in der Stochastik verfügen. Sachgerechtes und sinnvolles Nutzen technologischer Hilfsmittel durch geplantes

Vorgehen ist sicherzustellen. Die minimale Realisierung besteht im Einsatz entsprechender Hilfsmittel beim Lösen von Aufgaben und dem gelegentlichen Einsatz als didaktisches Werkzeug beim Erarbeiten neuer Inhalte. Die maximale Realisierung ist der sinnvolle Einsatz derartiger Technologien als Werkzeug beim Modellieren, Visualisieren und Experimentieren.“ (BGBl. II Nr.219/2016: 68f.)

In diesem neuen Lehrplan sind konkrete Beispiele für den Einsatz von Technologie genannt und damit ist der Lehrkraft eine Richtlinie gegeben, an der sie sich orientieren kann. Man sieht außerdem, dass der Technologieeinsatz einen sehr wichtigen Part im Unterricht einnimmt.

Wie diese Arten des Technologieeinsatzes didaktisch betrachtet nun aussehen, soll das nächste Unterkapitel umreißen.

3.1 Unterscheidung nach unterrichtsmethodischen Aspekten

Da die Technologie auf verschiedene Arten eingesetzt werden kann, ist es sinnvoll, diese zu definieren. Die folgende Gliederung hat sich unter den meisten Mathematikdidaktikern durchgesetzt (vgl. UNGER 1997: 33). Dabei unterscheidet man grundsätzlich zwischen drei Arten des Einsatzes von Technologie.

3.1.1 Technologieeinsatz als Tutor

Wenn man von Technologie – damit ist hier insbesondere der Computer gemeint – als Tutor spricht, dann ist damit der Einsatz als Lehrkraftersatz in Form von sogenannten Drill- und Tutorprogrammen gemeint (vgl. MEHLHASE 1991: 106).

Bei Drillprogrammen funktioniert das dann beispielsweise so, dass Aufgaben gestellt werden, die dann von der lernenden Person in einer bestimmten Zeit gelöst werden müssen. Anschließend bewertet der Computer dann die Leistung. Es obliegt jedoch in den meisten Fällen der Benutzerin bzw. dem Benutzer, die Zeit, die ihr bzw. ihm zur Bewältigung der Aufgaben zur Verfügung steht sowie den Grad der Schwierigkeit der Aufgaben selbst zu bestimmen. Dadurch kann individuelleres Lernen gewährleistet werden, denn man kann selbst entscheiden, wie lange man sich mit einem Thema auseinandersetzen möchte. Außerdem kann es sein, dass das Programm Hilfestellungen

bereitstellt, z. B. durch das Angeben von Zwischenergebnissen, um den Schülerinnen und Schülern den richtigen Weg aufzuzeigen. (vgl. UNGER 1997: 33)

Die zweite Art, den Computer als Tutor zu nützen, ist jene des tutoriell gestützten Unterrichts. Hierbei werden anders als bei den Drillprogrammen neue Lerninhalte zuerst in kurze Lernsequenzen unterteilt und diese werden den Schülerinnen und Schülern dann durch den Computer illustriert. (vgl. UNGER 1997: 34)

Eine große Schwierigkeit bei der Verwendung dieser Programme ist jedoch, dass man schwer bewerten kann, was falsch und was richtig ist, denn ein Computer ist relativ wenig flexibel darin, unterschiedliche Antworten als richtig zu akzeptieren. Freie Antworten sind daher schwer möglich, auch wenn sie prinzipiell richtig wären. Der kommunikative Aspekt des Mathematikunterrichts geht dadurch verloren, denn der Kompetenzbereich „Begründen“ beispielsweise rückt so in den Hintergrund. Diese Handlungskompetenzen müssen also nach wie vor von der Lehrerin bzw. dem Lehrer vermittelt werden.

Als negativ zu bewerten ist auch die Tatsache, dass Schülerinnen und Schüler, wie oben beschrieben, zwar das Tempo ihres Lernens variieren können, jedoch geht diese Individualisierung dadurch verloren, dass auf eigene Fragen nicht eingegangen werden kann. So könnten die Schülerinnen und Schüler die Motivation verlieren. (vgl. UNGER 1997: 34)

Daher ist dieser Einsatz der Technologie in der Schule auch der am wenigsten gebräuchliche und somit gibt es am wenigsten Erfahrungen damit. Auch realistische Vorschläge zur Umsetzung halten sich in Grenzen. In jedem Fall weist dieser Einsatz von Technologie im Unterricht laut REICHEL die gravierendsten Veränderungen zum „Alltagsunterricht“ auf, er bezeichnet ihn sogar als „stark an der Grenze der Schulrealität“ (REICHEL 1995: 22) liegend und daher gibt es didaktisch gesehen gegen diesen auch die meisten Einwände. (vgl. REICHEL 1995: 21f.)

3.1.2 Technologieeinsatz als Medium

Dient die Technologie als Medium, dann ist er Mittel zur Darstellung, Demonstration und Veranschaulichung von mathematischen Phänomenen und Zusammenhängen. Diese konnten mit den bisher verwendeten Medien nicht, nur unzureichend oder mit großem Aufwand verbunden illustriert werden. (vgl. MEHLHASE 1991: 106)

Mithilfe des Technologieeinsatzes kann man mathematische – aber natürlich im Sinne der angewandten Mathematik auch beispielsweise physikalische oder biologische – Sachverhalte schneller, wesentlich einfacher und auch anschaulicher darstellen und den Schülerinnen und Schülern vermitteln. Durch diesen optischen Prozess erhofft man sich, dass sich die Inhalte wesentlich besser einprägen, was ein besseres Verständnis und Lernen zur Folge hätte. (vgl. UNGER 1997: 36)

Beispiele für ein solches Einsetzen von Technologie als Medium wäre das Variieren von Parametern bei gewissen Funktionsgleichungen, um die Veränderungen des Aussehens der Funktionsgraphen zu veranschaulichen, die graphische Bildung des Grenzwertes des Differenzenquotienten, um von der Steigung der Sekante auf die Steigung der Tangente zu schließen oder die näherungsweise Flächenberechnung mithilfe von Ober- und Untersummen. Diese Art des Technologieeinsatzes wurde auch bei jeweils einer Klasse pro Thema bei der empirischen Erhebung in der vorliegenden Arbeit verwendet. Die Ergebnisse der Erhebung werden in Kapitel 7 erläutert.

3.1.3 Technologieeinsatz als Werkzeug

Von der Möglichkeit, Technologie also Werkzeug einzusetzen, sagt man, dass sie das Ziel des Mathematikunterrichts, dass sich die Schülerinnen und Schüler aktiv mit mathematischen Inhalten beschäftigen, stark fördert. Der Technologieeinsatz dient dabei als Werkzeug, um mathematische Begriffe und Verfahren leichter zu verstehen. (vgl. MEHLHASE 1991: 106)

Es sollen außerdem gewisse Techniken und Fertigkeiten eingeübt werden und dadurch der Rechenaufwand verringert werden (vgl. REICHEL 1995: 21). Das soll dazu führen, dass ein besseres Verständnis der Materie gewährleistet kann. Denn ohne zahlreiche Äquivalenzumformungen etc. kann der Fokus auf das Wesentliche gelenkt werden, da die Technologie gewisse Denkprozesse für die Anwenderin bzw. den Anwender erledigt. Hierbei scheiden sich jedoch die Geister, denn manche Lehrerinnen und Lehrer – besonders jene, die Anhängerinnen bzw. Anhänger eines traditionellen Unterrichts sind – bestehen noch immer darauf, dass mathematische Fähigkeiten an Rechenfertigkeiten und dergleichen gekoppelt sind (vgl. REICHEL 1995: 21).

Dabei wird oft vergessen, dass man mit der Möglichkeit des Technologieeinsatzes als Werkzeug vor die Entscheidung gestellt wird, wann und wie dieses Werkzeug tatsächlich

sinnvoll eingesetzt werden kann. Außerdem muss man mit der Technologie umzugehen wissen. Durch die Verlagerung des Schwerpunktes auf andere Dinge als in früheren Zeiten kann die Mathematik auf ein höheres kognitives Anforderungsniveau gehoben werden. Das erfordert natürlich auch einen Paradigmenwechsel in der Aufgabenkultur. Genau das ist auch das Ziel der standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung in Mathematik. Auf diese und den mit ihr verbundenen Technologieeinsatz wird in Kapitel 4 näher eingegangen.

3.2 Unterscheidung der Technologieformen nach ihren Funktionen

3.2.1 Programme zur Tabellenkalkulation (TK)

Mit Programmen zur Tabellenkalkulation kann man Daten von großer Menge erzeugen, bearbeiten und graphisch darstellen. Die Aufnahme der Daten kann dabei entweder durch Versuche oder Berechnungen erfolgen. Im Tabellenblatt erfolgt dann numerisch die weitere Bearbeitung. (vgl. LAAKMANN 2013: 50)

Eine Art der Darstellung der Daten ist es, diese in diversen Diagrammtypen zu veranschaulichen. Außerdem kann mithilfe von Regression auf Grundlage der vorliegenden Daten ein symbolischer Funktionsterm erzeugt werden. Es besteht auch die Möglichkeit, Tabellenwerte durch das Einfügen von Schiebereglern dynamisch zu verändern und zu untersuchen. Das geschieht dadurch, dass Zellwerte an einen Parameter gekoppelt und Veränderungen graphisch dargestellt werden. (vgl. LAAKMANN 2013: 50)

Durch Tabellenkalkulationsprogramme hat man also die Möglichkeit, operativ zu variieren und zwischen numerischen und graphischen Darstellungsarten sowie auch teilweise von numerischen zu symbolischen Darstellungsarten zu wechseln – wie oben bereits erwähnt mithilfe von Regression (vgl. LAAKMANN 2013: 50).

Das wohl bekannteste Programm zur Tabellenkalkulation ist „Microsoft Excel“, mithilfe dessen auch der Großteil der Auswertung der Daten für die vorliegende Diplomarbeit erfolgte.

3.2.2 Dynamische Geometriesoftware (DGS)

Mithilfe einer dynamischen Geometriesoftware hat man die Möglichkeit, dass man geometrische Objekte (Punkte, Geraden etc.) auf einem Bildschirm darstellt und deren Aussehen als funktional abhängig von gewissen Basispunkten erkennt (vgl. LAAKMANN 2013: 49).

Dadurch wird ermöglicht, dass „Konstruktionen nicht nur statisch, sondern auch dynamisch untersucht werden“ (LAAKMANN 2013: 49).

Während in früheren Zeiten in einer dynamischen Geometriesoftware nur geometrische Objekte erzeugt werden konnten, ist es heutzutage möglich, Graphen von Funktionen zeichnen zu lassen sowie deren Aussehen mithilfe von Schiebereglern zu variieren und zu untersuchen. So kann jeder Parameter, der das Aussehen des Graphen einer Funktion beeinflusst, an einen Schieberegler gekoppelt sein und man kann betrachten, wie sich durch Veränderung der Parameter der Funktionsterm und gleichzeitig der Graph der Funktion verändert. (vgl. LAAKMANN 2013: 49)

Dynamische Geometriesoftwarens erlauben es also, operativ zu variieren sowie von symbolischen zu graphischen Arten der Darstellung zu transferieren (vgl. LAAKMANN 2013: 49).

3.2.3 Computeralgebrasysteme (CAS)

„Ein Computeralgebrasystem ist eine Technologie, mit der man mindestens Terme symbolisch ableiten und Gleichungen algebraisch lösen kann.“ (PALLACK 2007: 90)

Anhand dieser Definition von Andreas PALLACK kann man erkennen, dass Computeralgebrasysteme als Eingabe einen Term oder eine Gleichung benötigen. Diese sind also dazu imstande, mit symbolischen Ausdrücken zu rechnen. Außerdem können sie Gleichungen und auch Gleichungssysteme – auch nichtlineare – sowohl numerisch als auch algebraisch exakt lösen. Sehr oft haben sie auch die Fähigkeit, die Graphen von Funktionen, die in den diversen Formen dargestellt sind, zeichnen zu lassen. Mithilfe von Computeralgebrasystemen ist es sogar möglich, mit mehreren Variablen zu arbeiten. Wie bei dynamischen Geometriesoftwarens sowie Programmen zur Tabellenkalkulation ist es möglich, mit Schiebereglern zu arbeiten. (vgl. LAAKMANN 2013: 50)

Die Arten der Darstellung werden hier insofern verbunden, als von einer symbolischen Darstellung zu einer graphischen oder numerischen Darstellung gewechselt werden kann (vgl. LAAKMANN 2013: 50).

3.2.4 Multirepräsentationsprogramme (MRP)

Gewissermaßen die Krönung der Technologieformen bilden die sogenannten Multirepräsentationsprogramme. Im Gegensatz zu Programmen zur Tabellenkalkulation und Computeralgebrasystemen, bei denen ein Wechsel zwischen den Darstellungsarten zwar möglich ist, jedoch nicht gleichberechtigt in beide Richtungen, erlauben es diese Programme, da in diesen Tabellenkalkulation, dynamische Geometriesoftware sowie Computeralgebrasystem in einem einzigen Programm integriert und miteinander verknüpft sind, Daten zwischen allen Darstellungsarten in alle Richtungen hin und her zu transferieren. Das bedeutet also, dass, wenn in einer Darstellung etwas verändert wird, sich das auch direkt in den anderen Darstellungsarten erkennbar macht und die Daten dort weiterverarbeitet werden können. (vgl. LAAKMANN 2013: 50)

Beispielsweise macht sich die Verschiebung eines Graphen zum einen als Veränderung des Funktionsterms im Algebrafenster bemerkbar und zum anderen sieht man die Veränderungen im Tabellenblatt – und das alles automatisch. Während in den Computeralgebrasystemen bisher Veränderungen in Funktionstermen etc. sich in graphischen Darstellungen und Tabellen niederschlugen, schaffen es Multirepräsentationsprogramme beispielsweise auch, die Konsequenzen von Veränderungen im graphischen oder tabellarischen Bereich im symbolischen Bereich sichtbar zu machen. (vgl. LAAKMANN 2013: 50f.)

Durch diesen äquivalenten Austausch von Informationen in allen Darstellungsformen, wird den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit gegeben, durch das Analysieren der Zusammenhänge der unterschiedlichen Darstellungsarten ein tiefgreifendes Verständnis für diese zu entwickeln (vgl. DUVAL 2006).

Es gibt noch etliche weitere positive Aspekte von Multirepräsentationsprogrammen wie beispielsweise, dass Schülerinnen und Schüler zum aktiven „Entdecken“ angeregt werden oder dass durch die Entlastung in puncto Rechnen Kapazitäten für Inhalte frei werden, die einem tieferem Verständnis der Mathematik dienen. Auch ist es möglich, realitätsnah

zu modellieren, da ohne Mühe Ableitungen von Funktionen gebildet werden können. (vgl. NEUMANN 2018: 17f.)

Diesen Argumenten für den Einsatz von Multirepräsentationsprogrammen steht vor allem gegenüber, dass für manche Schülerinnen und Schüler – besonders die eher schwächeren – die Bedienung eines solchen Geräts eine Schwierigkeit darstellen könnte und somit eher gute Schülerinnen und Schüler einen Vorteil aus der Nutzung eines Multirepräsentationsprogrammes ziehen könnten (vgl. NEUMANN 2018: 18f.). Das hätte größere Leistungsdisparitäten zur Folge. Dem sollte aber durch ausgereifte Technologie sowie übersichtliche, leicht handzuhabende und intuitive Bedienung von Seiten der Herstellerinnen und Hersteller entgegengewirkt werden.

Da Multirepräsentationsprogramme für den Mathematikunterricht große Neuerungen bedeuten, die vorwiegend Vorteile bieten, leitet Heinz LAAKMANN für die Konstruktion von Lernumgebungen folgende Forderung ab (vgl. LAAKMANN 2013: 52f.):

„In Lernumgebungen sollen die Schülerinnen und Schüler über ein MRP verfügen, um mathematisch relevante Aspekte durch möglichst vielfältige Darstellungswechsel und Funktionsvariationen konstruieren zu können.“ (LAAKMANN 2013: 53)

Multirepräsentationsprogramme haben in jedem Fall ihre Daseinsberechtigungen im heutigen Mathematikunterricht. Aus diesem Grund werden in den folgenden Unterkapiteln die wichtigsten – also die im AHS-Bereich führenden – Vertreter von Multirepräsentationsprogrammen vorgestellt. Deren Verwendung zum Lösen von Aufgaben wird in vielen Schulbüchern explizit beschrieben und es gibt sogar spezielle Zusatzhefte zum Technologietraining für diese drei Multirepräsentationsprogramme.

3.3 TI-Nspire CX CAS Handheld

Der „TI-Nspire CX CAS Handheld“ ist ein von der Firma „Texas Instruments“ produzierter Taschenrechner und das momentane Zugpferd der „TI-Nspire“-Produktfamilie. Er kann mit einem hochauflösenden Farbdisplay inklusive Hintergrundbeleuchtung sowie einem wiederaufladbaren Akku, der bei normalem Betrieb bis zu drei Jahre lang halten soll, aufwarten. (vgl. Texas Instruments o. J. a)

„Texas Instruments“ beschreibt das Gerät auf der Homepage folgendermaßen:

„Das TI-Nspire™ CX CAS Handheld mit leistungsstarkem Computeralgebra sorgt für ein tiefer gehendes Verständnis in Mathematik und Naturwissenschaften.“ (Texas Instruments o. j. a)

Dieses bessere Verständnis wird in weiterer Folge vor allem dadurch untermauert, dass eine Verknüpfung der Darstellungsformen, ganz im Sinne eines Multirepräsentationsprogrammes, möglich ist:

„Dynamische Verknüpfungen über Dokumente und mehrere Darstellungsformen hinweg lassen die Schüler auf interaktiver Grundlage erkennen, wie die Bearbeitung einer bestimmten Form zu zeitgleichen Änderungen in allen anderen Formen führt.“ (Texas Instruments o. J. a)

Weitere hervorzuhebende Merkmale sind die Möglichkeit des Imports von digitalen Bildern in diversen Formaten, um Aufgaben realitätsnahe zu gestalten, die Eingabe von mathematischen Ausdrücken in derselben Form wie die Schülerinnen und Schüler diese vom Tafelbild der Lehrerin bzw. des Lehrers sowie den Schulbüchern kennen und das Erstellen, Bearbeiten und Speichern von Dokumenten wie bei einem Computer (vgl. Texas Instruments o. J. a). Außerdem wird beim Kauf eines Gerätes die „TI-Nspire CAS Software für Schüler“ automatisch mitgeliefert, die laut „Texas Instruments“ den Ansprüchen jedes Lehrplans genügen sollte (vgl. Texas Instruments o. J. b). Natürlich ist es auch möglich, Daten von einem und zu einem Computer zu übertragen (vgl. Texas Instruments o. J. c). Ein Manko ist jedoch mit Sicherheit der Preis: Das Gerät ist aktuell (Stand 02.04.2019) nicht unter 156,89 € zu haben (vgl. Preisvergleich Internet Services AG 2019a).

Als Nachteil des „TI-Nspire CX CAS Handheld“ ist mit Sicherheit die mangelnde Displaygröße (siehe Abbildung 2, rechts) zu sehen: Mit 3,2 Zoll Bildschirmdiagonale (vgl. Texas Instruments o. J. c) – das sind umgerechnet lediglich etwas mehr als 8 cm – kann dieses nicht einmal mit den heutzutage verkauften Smartphones mithalten. Das ist wahrscheinlich auch der Grund dafür, dass der Rechner über keinen Touchscreen verfügt. Dafür kann man den Cursor auf dem Display des „TI-Nspire CX CAS Handheld“ mittels eines Touchpads bewegen, welches sich unterhalb des Displays befindet – damit der „Handheld“ auch ein solcher bleibt, geschieht das auf Kosten der Displaygröße. Ob das nun ein Nachteil oder ein Vorteil ist, sei dahingestellt, jedoch würde ein größeres Display sicherlich niemals als Nachteil gesehen werden. Zu bemerken ist auch, dass die Tastatur des Geräts über ein vollständiges Alphabet in lateinischen Buchstaben verfügt. Auch dieser Eigenschaft musste bei der Wahl der Größe des Bildschirms Rechnung getragen werden.

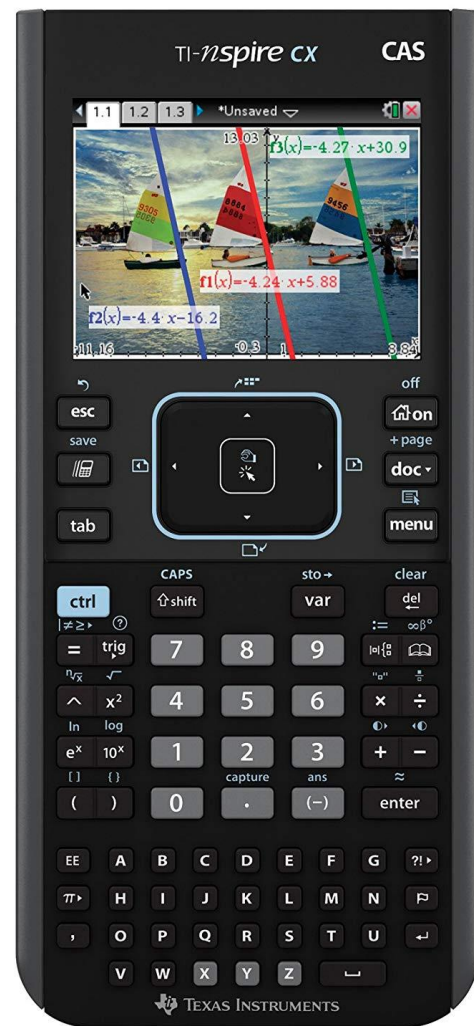


Abbildung 2: TI-Nspire CX CAS Handheld
(Quelle: Amazon Europe Core S.à r.l. o. J)

Nichtsdestotrotz kann sich die graphische Benutzeroberfläche des „TI-Nspire CX CAS Handheld“ sehen lassen, wie man anhand der auf der folgenden Abbildung (siehe nächste Seite) erkennen kann.



Abbildung 3: Graphische Benutzeroberfläche des „TI-Nspire CX CAS Handheld“
(Quelle: Texas Instruments o. J. a)

Insgesamt liefert der „TI-Nspire CX CAS Handheld“ also doch ein solides Gesamtpaket ab und genügt den Anforderungen des heutigen Mathematikunterrichts problemlos. Aus diesem Grund entscheiden sich auch viele Schulen für den Einsatz dieses Multirepräsentationsprogrammes. Wie der Homepage von „Texas Instruments“ zu entnehmen ist, wird in nächster Zeit auch bereits der Nachfolger des Gerätes erscheinen, welcher den Namen „TI-Nspire CX II-T CAS“ tragen wird (Stand April 2019) (vgl. Texas Instruments o. J. d).

Auf eine detaillierte Betrachtung der Funktionen des „TI-Nspire CX CAS Handheld“ soll in der vorliegenden Arbeit kein Augenmerk gelegt werden. Das Handbuch¹ zur Benutzung des Geräts ist jedoch auf der Homepage von „Texas Instruments“ kostenlos verfügbar.

¹ verfügbar unter:
<https://education.ti.com/de-AT/guidebook/details/de/502A552F7D6E4756A75BD8482FEB0E26/gettingstartedwiththeti-nspirecxhandheld>
 (03.04.2019)

3.4 CASIO ClassPad II (FX-CP400)

Das „CASIO ClassPad II“ ist ein von „CASIO“ entwickelter Taschenrechner und zum derzeitigen Stand das beste und in der Schule am meisten eingesetzte Produkt von „CASIO“. Auf der Homepage von „CASIO“ wird das Gerät folgendermaßen beschrieben:

„Grafikrechner mit Computer-Algebra-System und hochauflösendem sowie berührungssensitiven Farb-Display. Das neueste Modell der ClassPad-Serie bietet eine intuitive Bedienung und sorgt für einen anschaulichen Mathematikunterricht.“
(CASIO Europe GmbH 2019a)

Auch das „CASIO ClassPad II“ verfügt problemlos über alle Fähigkeiten, die ein Rechner haben muss, um den heutigen Ansprüchen im Mathematikunterricht mehr als nur gerecht zu werden. Die Definition eines Multirepräsentationsprogrammes wird also voll und ganz erfüllt.

Anders als beim Konkurrenten von „Texas Instruments“ wird beim „CASIO ClassPad II“ auf handelsübliche Batterien gesetzt (vgl. CASIO Europe GmbH 2019a).

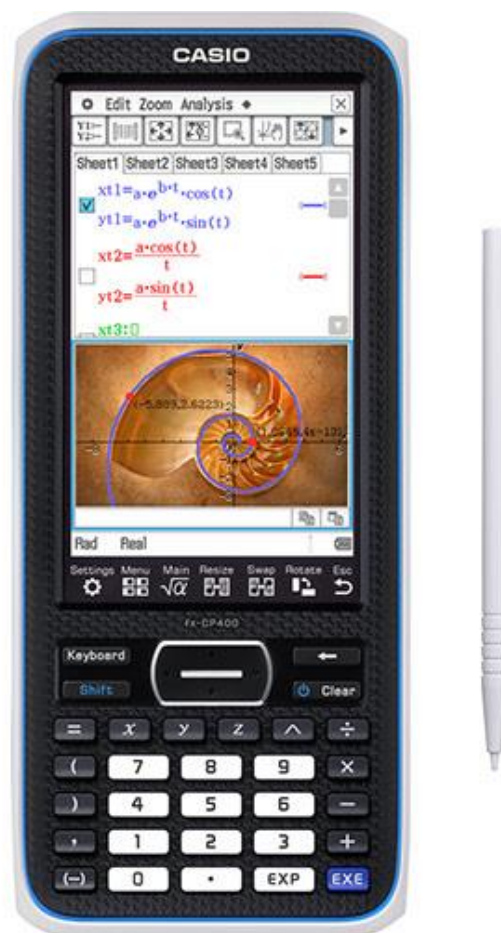


Abbildung 4: CASIO ClassPad II (FX-CP400)
(Quelle: CASIO Europe GmbH 2019a)

Wie anhand der Abbildung auf der vorherigen Seite ersichtlich ist, verfügt das „CASIO ClassPad II“ über ein hochauflösendes Farbdisplay mit Hintergrundbeleuchtung, welches um einiges größer ist als jenes des „TI-Nspire CX CAS Handheld“ ist. Die Länge der Bildschirmdiagonale beträgt 4,8 Zoll – das sind über 12 cm. Diese Tatsache ist positiv zu bewerten und macht es zum einen möglich und sinnvoll, dass das Gerät ein berührungsempfindliches Touchdisplay hat, welches entweder mit dem Finger oder dem mitgeliefertem Stift (siehe Abbildung), welcher am Gerät befestigt werden kann, bedient werden kann, und macht zum anderen beispielsweise ein vollständiges Alphabet in lateinischen Buchstaben unnötig, da in das Gerät eine virtuelle Tastatur – diese wird über die „Keyboard“-Taste aufgerufen – integriert ist, was aufgrund der ausreichenden Größe des Bildschirms auch gut funktioniert. (vgl. CASIO Europe GmbH 2019a)

Der Hersteller rühmt das Gerät außerdem für seine intuitive Bedienung und eine weitere besondere Eigenschaft ist, dass das Gerät in der Main- und Grafikanwendung sowie auch in der Tabellenkalkulation über einen drehbaren Bildschirm verfügt (vgl. CASIO Europe GmbH 2019a). Das Anschließen des Gerätes an einen PC und die Verbindung von Rechner zu Rechner ist möglich (vgl. CASIO Europe GmbH 2019a) und es wird auch eine funktionsgleiche PC-Software mit dem Namen „ClassPad Manager II“ angeboten (vgl. CASIO Europe GmbH 2019b).

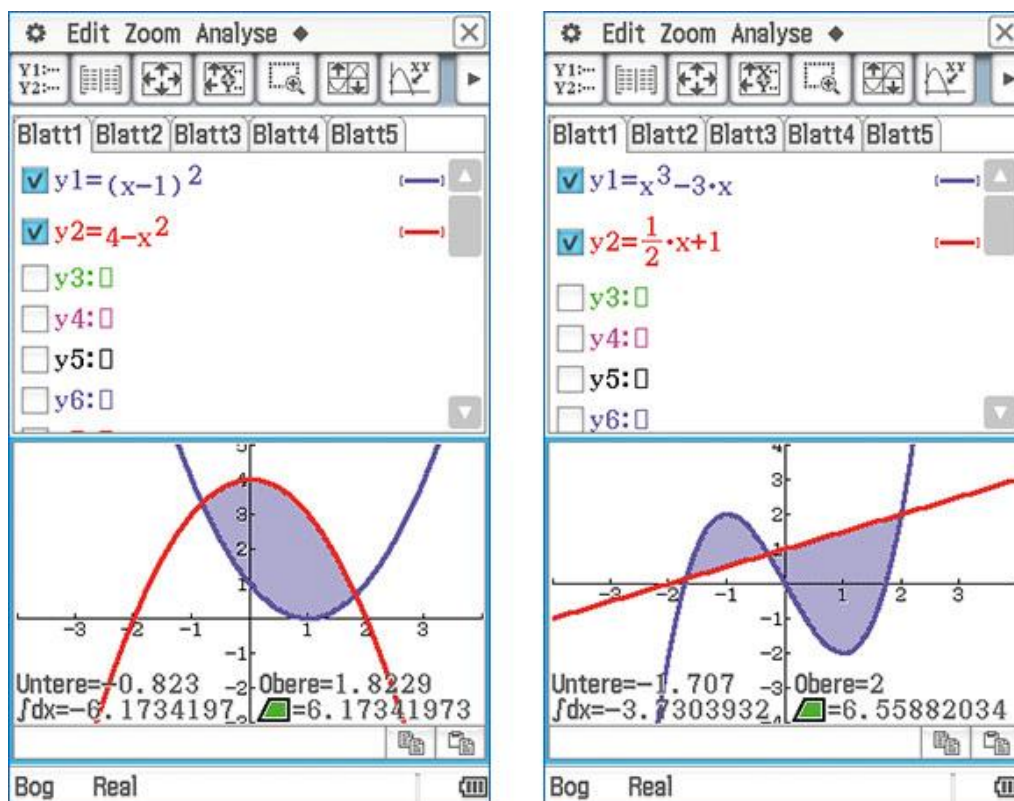


Abbildung 5: Graphische Benutzeroberfläche des „CASIO ClassPad II“
(Quelle: CASIO Europe GmbH o. J.)

Die Abbildung auf der vorangegangenen Seite zeigt die gelungene graphische Benutzeroberfläche des „CASIO ClassPad II“.

Der Preis des Gerätes beläuft sich auf momentan (Stand: 18.04.2019) auf mindestens 143,99 €, was zwar etwas günstiger ist als die Konkurrenz von „Texas Instruments“, jedoch immer noch nicht wirklich billig (vgl. Preisvergleich Internet Services AG 2019b). Insgesamt ist das „CASIO ClassPad II“ dennoch ein gutes Multirepräsentationsprogramm und daher entscheiden sich auch viele Schulen dafür, dieses im Unterricht einzusetzen. Falls Bedarf besteht, genauere Informationen über alle Funktionen des Gerätes zu erhalten, sei an dieser Stelle auf die kostenlos online verfügbare Bedienungsanleitung² hingewiesen.

3.5 GeoGebra

GeoGebra ist eine von Markus HOHENWARTER im Zuge seiner Diplomarbeit ab dem Jahr 2001 entwickelte Software für Mathematik (vgl. HOHENWARTER 2002: 3). Die Arbeit an dieser Software führte er in seiner im Jahre 2006 erschienen Dissertation fort (vgl. HOHENWARTER 2006: 11). In den folgenden Jahren wurde immer weiter an der Software gearbeitet, sodass GeoGebra schon bald zu einer Software wurde, die aus dem mathematischen Schulalltag nicht mehr wegzudenken ist. Mittlerweile sind die Funktionen so vielfältig und die Software international so erfolgreich, dass das Entwicklungsteam GeoGebra auf seiner Homepage mit folgenden Worten beschreibt:

„GeoGebra ist eine kostenlose dynamische Mathematiksoftware für SchülerInnen und LehrerInnen aller Altersstufen. Sie verbindet Geometrie, Algebra, Tabellen, Zeichnungen, Statistik und Analysis in einem einfach zu bedienenden Softwarepaket. GeoGebra hat außerdem eine stark wachsende Community mit Millionen von Nutzer aus fast allen Ländern der Welt. GeoGebra ist die weltweit führende Mathematiksoftware und unterstützt innovatives Lehren und Lernen in den Fächern Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik rund um den Globus.“
(GeoGebra GmbH 2018)

Es ist eindeutig zu erkennen, dass sich die Software dem Begriff eines Multirepräsentationsprogrammes absolut gerecht wird und die Tatsache, dass GeoGebra

² verfügbar unter:

https://support.casio.com/storage/de/manual/pdf/DE/004/ClassPadII_UG_DE.pdf (18.04.2019)

mittlerweile nicht nur für Computer, sondern auch für Tablets und sogar Smartphones verfügbar ist, macht es möglich, dass eine ständig wachsende Community entsteht. Die Software wurde bereits vielfach ausgezeichnet (vgl. GeoGebra GmbH 2018) und seit 2008 gibt es sogar eine immer größer werdende Anzahl von sogenannten „GeoGebra-Instituten“, an welchen Fortbildungen stattfinden und Forschungsprojekte durchgeführt werden. Im Jahr 2013 gab es bereits etwa 140 Institute, welche sich auf 80 Länder verteilen. (vgl. HOHENWARTER 2013: 3)



Abbildung 6: Standorte der „GeoGebra-Institute“ im Jahr 2013
(Quelle: HOHENWARTER 2013: 3)

Mittlerweile hat sich diese Anzahl noch einmal verdoppelt, sodass es heute bereits 280 Institute gibt. 132 dieser Institute finden sich allein in Europa. Die folgende Abbildung veranschaulicht die derzeitige Verteilung der „GeoGebra-Institute“.



Abbildung 7: Standorte der „GeoGebra-Institute“ heute
(Quelle: International GeoGebra Institute 2019)

Der Erfolg von GeoGebra beruht darauf, dass es speziell für den Mathematikunterricht entwickelt und genau diesen Anforderungen angepasst worden ist (vgl. KAENDERS und SCHMIDT 2011: 1) – auch wenn die Funktionen natürlich bei weitem über das hinausgehen, was im Schulalltag verlangt wird. Bereits in seiner 2006 erschienen Dissertation berichtet Markus HOHENWARTER über positives Feedback in Bezug auf GeoGebra sowohl von Lehrerinnen- bzw. Lehrerseite als auch Schülerinnen- bzw. Schülerseite: Die Benutzeroberfläche sei übersichtlich gestaltet, das Programm mache die Mathematik für Schülerinnen und Schüler interessanter und die Inhalte leichter verständlich und es sei leicht zu bedienen (vgl. HOHENWARTER 2006: 267). All diese Vorteile blieben GeoGebra auch bei jeder neuen Version erhalten, wobei die Funktionen dabei immer vielfältiger und noch durchdachter wurden.

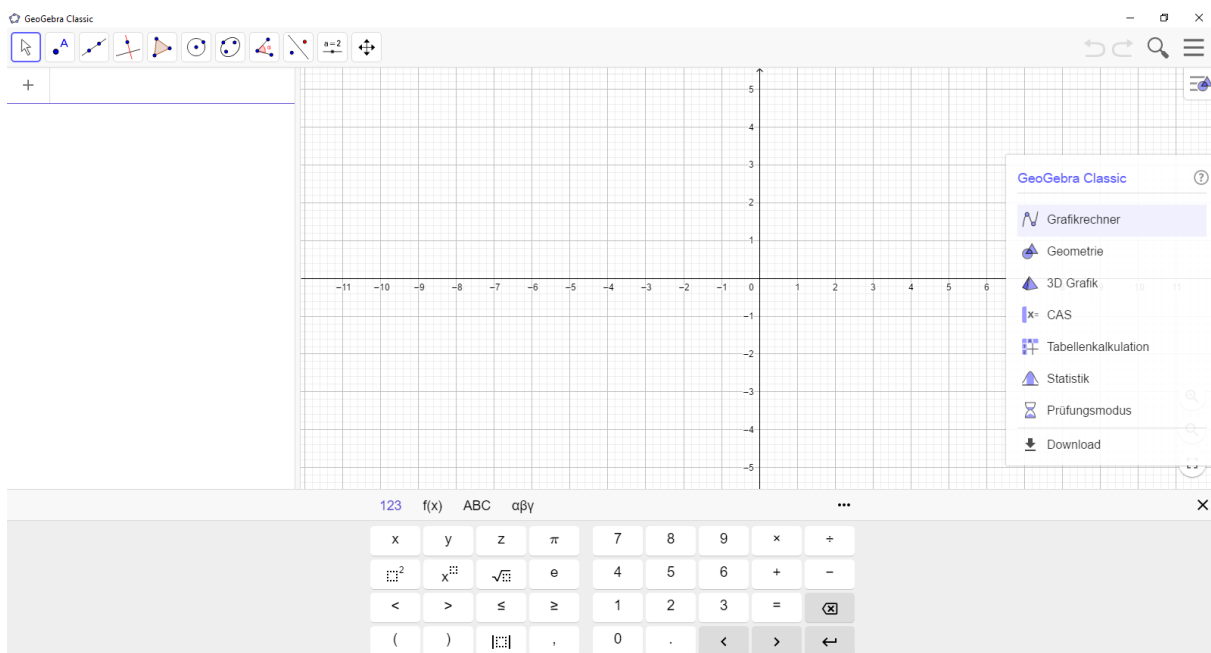


Abbildung 8: Graphische Benutzeroberfläche beim Start von GeoGebra Version 6
(Quelle: eigene Darstellung)

Die neueste Version für den Computer ist „GeoGebra Classic 6“ (siehe Abbildung 8), welche seit dem 22.03.2017 verfügbar ist. Wie bereits erwähnt, gibt es aber ständig Aktualisierungen der Software. (vgl. Downloadastro 2019) Anhand der Abbildung kann man erkennen, dass GeoGebra über eine Werkzeugliste verfügt (siehe Abbildung 8: oben links). Diese verändert sich, je nachdem welche **Perspektive** (siehe Abbildung 8: rechts) man ausgewählt hat, damit man die jeweils passenden Werkzeuge zur Verfügung hat. Die standardmäßig ausgewählte Perspektive beim Öffnen des Programmes ist der „Grafikrechner“. Abhängig davon, für welche Zwecke man GeoGebra verwendet kann man zwischen diversen Perspektiven wechseln.

Die vom Programm vordefinierten Standardperspektiven sind:

- Grafikrechner
- CAS
- Geometrie
- 3D Grafik
- Tabellenkalkulation
- Statistik
- Prüfungsmodus

Diese Perspektiven können individuell abgeändert werden, durch Hinzufügen oder Weglassen bestimmter **Ansichten**. GeoGebra verfügt über folgende Ansichten:

- Algebra
- CAS
- Grafik
- Grafik 2
- 3D Grafik
- Tabelle
- Wahrscheinlichkeitsrechner

So besteht beispielsweise die Perspektive „Grafikrechner“ aus den Ansichten „Algebra“ und „Grafik“ (siehe Abbildung 8) oder die Perspektive „CAS“ aus den Ansichten „Grafik“ und „Tabelle“ und je nachdem, was man vorhat, kann man Ansichten hinzufügen oder schließen (siehe Abbildung 9).

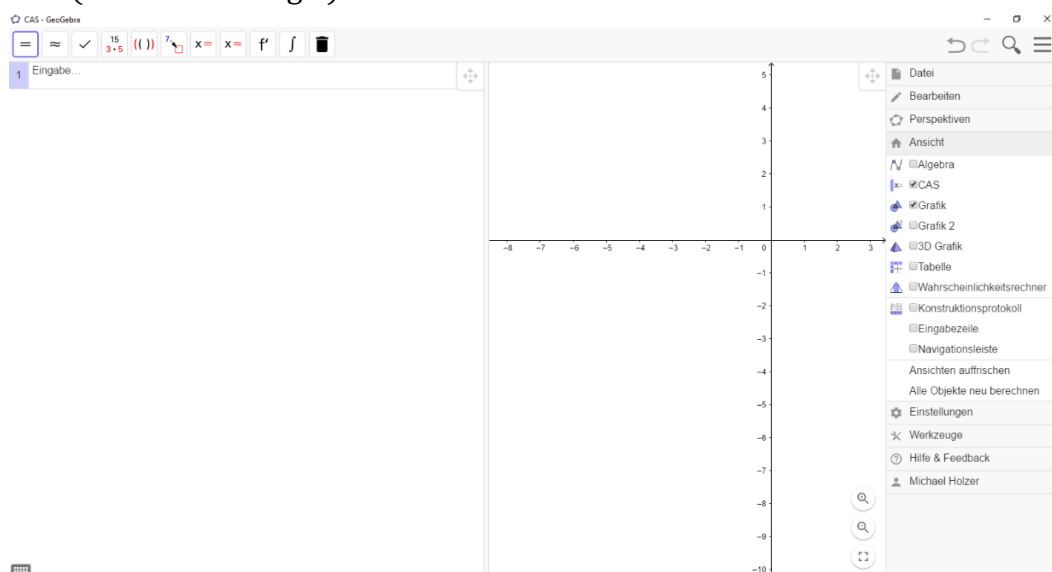


Abbildung 9: „CAS“-Perspektive in GeoGebra Version 6
(Quelle: eigene Darstellung)

Was GeoGebra auszeichnet, ist, wie bereits erwähnt, die sehr einfache und vor allem intuitive Bedienung. Will man einen Befehl eingeben, z. B., um ein Extremum einer Funktion zu ermitteln, so muss man nur die ersten paar Buchstaben des gewünschten Resultats eintippen und erhält sofort Vorschläge für passende Befehle sowie die Vorgaben für die richtige Eingabe. Außerdem kann man sich das Konstruktionsprotokoll anzeigen lassen, womit leicht nachverfolgt werden kann, was in der jeweiligen Datei bisher gemacht worden ist. Auch einen Prüfungsmodus stellt das Programm zur Verfügung, was gewährleistet, dass es auch bei Schularbeiten und der Matura eingesetzt werden kann.

Mittlerweile ist GeoGebra in 73 verschiedenen Sprachen verfügbar (Version 6.0.533.0) – eine Tatsache, die auch Auskunft darüber gibt, wie stark das Programm auch international genutzt wird. Zudem beliefen sich die Downloadzahlen der Software im Jahr 2013 auf bereits über 400 000 im Monat (HOHENWARTER 2013: 3).

Aufgrund der stetigen Aktualisierungen der Software und der damit verbundenen Innovationen steht GeoGebra anderen Technologien um nichts nach und wird das voraussichtlich auch in Zukunft nicht. Ganz im Gegenteil: Dadurch, dass es auf unterschiedlichsten Geräten verfügbar ist, ist die Anzeige des Programmes genau so groß wie das Display des jeweiligen Computers, Tablets oder Smartphones. Im Vergleich zur Taschenrechner-Konkurrenz von „Texas Instruments“ oder „CASIO“ bedeutet das, dass das Display im Normalfall größer ist, was mehr Übersichtlichkeit bedeutet. Da das Programm zudem kostenlos verfügbar³ ist, es eine große Community gibt, die unzählige interaktive Materialien⁴ zum Lehren und Lernen und Tipps miteinander teilt, und es eine eigene „GeoGebra-Wiki“⁵ gibt, die Schritt-für-Schritt-Anleitungen, ein „GeoGebra-Handbuch“ sowie ein Benutzerforum bereitstellt, weist es noch andere große Vorteile auf. Besonders für Schülerinnen und Schüler aus finanziell schlecht situierten Familien ist es mit Sicherheit die beste Option unter den Multirepräsentationsprogrammen, da man eher bereit ist, Geld für beispielsweise einen Laptop oder ein Tablet auszugeben, welche man auch für nicht mathematische Tätigkeiten nutzen kann, als für einen Taschenrechner, der ansonsten nirgends zum Einsatz kommt. Abgesehen davon haben viele Jugendliche sogar selbst einen Laptop und/oder ein Tablet oder es findet sich zumindest im familiären Haushalt ein solches Gerät. All diese Punkte haben dazu geführt, dass GeoGebra als Technologie für den empirischen Teil der vorliegenden Arbeit gewählt wurde.

³ verfügbar unter: <https://www.geogebra.org/download> (21.04.2019)

⁴ verfügbar unter: <https://www.geogebra.org/materials> (21.04.2019)

⁵ verfügbar unter: <https://wiki.geogebra.org/de/Hauptseite> (21.04.2019)

4 Verankerung des Technologieeinsatzes in der AHS-Oberstufe im Zuge der Einführung der SRP in Mathematik

Seit dem Schuljahr 2014/15 wurde in den österreichischen AHS die SRP (standardisierte kompetenzorientierte Reifeprüfung) eingeführt. Das vorrangige Ziel von standardisierten kompetenzorientierten Prüfungsformen ist die dauerhafte Qualitätssteigerung und -sicherung. (vgl. BMBWF o. J. a)

Außerdem soll das neue Konzept der Reifeprüfung folgende Punkte gewährleisten können:

- „Höchstmögliche Objektivität, Transparenz und Vergleichbarkeit von Schüler/innenleistungen – Erhöhung der Aussagekraft von abschließenden Prüfungen im Sinne der Ergebnisverantwortlichkeit
- Europäischer Vergleich von Abschlüssen [Stichworte: EQR (Europäischer Qualifikationsrahmen), NQR (Nationaler Qualifikationsrahmen)]
- Wissen und Kompetenzen nachhaltig absichern
- Vereinfachung der Bestimmungen“ (BMBWF 2019a)

Die Klausurprüfung bei der SRP in Mathematik setzt sich dabei aus zwei Aufgabenbereichen, die voneinander unabhängig sind, zusammen, den sogenannten Grundkompetenzen in Teil 1 und der selbstständigen Anwendung, Vernetzung sowie Reflexion der Grundkompetenzen in Teil 2 (vgl. BMBWF 2019a).

Wie hier ersichtlich ist, kommt dabei den Kompetenzen eine große Bedeutung zu. Franz Emanuel WEINERT, der den Begriff der Kompetenzen geprägt hat (vgl. BMBWF 2019a) definiert diese als

„die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösung in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können.“ (WEINERT 2002: 27f.)

In der Praxis bedeutet das, dass über die Lernjahre hinweg systematisch bei den Schülerinnen und Schülern Fähigkeiten geschult werden sollen (vgl. BMBWF 2019a), die

dann dazu beitragen sollen, in unterschiedlichsten Situationen eine Lösung des Problems finden zu können.

Auf die Mathematik bezogen bedeutet das insbesondere, dass Beispieltypen nicht mehr auswendig gelernt werden sollen, sondern mithilfe der angeeigneten Kompetenzen Beispiele – auch wenn diese auf den ersten Blick teilweise neu erscheinen – auf die grundlegenden Fertigkeiten zurückgeführt und dadurch leicht gelöst werden können – „ohne darüber hinausgehende Eigenständigkeit“ (BMBWF o. J. b). Aufbauend auf diesen – wie auf der vorigen Seite bereits erwähnt – als Grundkompetenzen bezeichneten Fertigkeiten sollen auch Aufgaben eines höheren kognitiven Levels (Teil 2 der Klausur der SRP) erfolgreich bearbeitet werden können.

Um diese Grundkompetenzen genau festzuhalten, wurde im Zuge der Einführung der SRP ein Grundkompetenzenkatalog erstellt, der die Grundlage eines zukunftsorientierten Mathematikunterrichts darstellt (vgl. BMBWF o. J. b). Die Grundkompetenzen werden dabei in die folgenden vier Inhaltsbereiche eingeteilt:

- Algebra und Geometrie
- Funktionale Abhängigkeiten
- Analysis
- Wahrscheinlichkeit und Statistik (vgl. BMBWF 2019b)

Innerhalb dieser Inhaltsbereiche erfolgt dann eine weitere Unterteilung in genauere Unterkategorien des jeweiligen Inhaltsbereiches. In diesen Unterkategorien werden dann die einzelnen Grundkompetenzen genannt. (vgl. BMBWF 2019b)

Einhergehend mit diesen Neuerungen wurde auch dem Einsatz elektronischer Hilfsmittel eine immer größer werdende Bedeutung beigemessen, denn dieser kann eine große Unterstützung beim Aneignen der Kompetenzen sein und zu einem besseren Verständnis beitragen. Während bis zum Haupttermin 2018 eine Übergangsregelung gegolten hat, bei der die Aufgaben der Klausur so gestellt sein sollten, dass diese prinzipiell mit einem herkömmlichen numerischen Taschenrechner gelöst werden können und dass das Anforderungsniveau sowie der Bearbeitungsaufwand nicht höher sind, wenn man keine höhere Technologie zum Lösen der Aufgaben verwendet, so gelten seit dem Haupttermin 2018 neue Minimalanforderung für den Einsatz elektronischer Hilfsmittel (vgl. BMBWF o. J. b).

Die Prüfungsordnung der AHS besagt für die Klausur in Mathematik bezüglich des Einsatzes von Hilfsmitteln nun Folgendes:

„Bei der Bearbeitung beider Aufgabenbereiche sind der Einsatz von herkömmlichen Schreibgeräten, Bleistiften, Lineal, Geo-Dreieck und Zirkel sowie die Verwendung von Formelsammlungen, die vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegeben oder zur Verfügung gestellt werden, und elektronischen Hilfsmitteln zulässig. Die Minimalanforderungen an elektronische Hilfsmittel sind grundlegende Funktionen zur Darstellung von Funktionsgraphen, zum numerischen Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, zur Ermittlung von Ableitungs- bzw. Stammfunktionen, zur numerischen Integration sowie zur Unterstützung bei Methoden und Verfahren in der Stochastik.“ (BMDW 2019: § 18 Abs. 3)

Auch wenn keine Kompetenzen, die speziell den Umgang mit Technologie überprüfen sollen, in den Grundkompetenzkatalog eingebunden wurden (vgl. BMBWF o. J. b), so ist anhand der neuen Prüfungsordnung zu erkennen, dass nun auch Aufgaben gestellt werden dürfen, die ohne den Einsatz einer höheren Technologie nicht mehr lösbar sind. Es ist also unschwer zu erkennen, dass der Einsatz von höherer Technologie – vorzugsweise in Form eines Multirepräsentationsprogrammes – unumgänglich ist und er eine überaus wichtige und auch sehr sinnvolle und wertvolle Rolle im mathematischen Schulalltag spielt.

Teil II: Empirische Erhebung

GeoGebra in der Sekundarstufe II

5 Forschungsvorhaben und Forschungsfragen

Den empirischen Teil der vorliegenden Arbeit bildet eine quantitative Erhebung. Diese wurde im 21. Wiener Gemeindebezirk am „Bundesgymnasium, Bundesrealgymnasium und wirtschaftskundlichen Realgymnasium für Berufstätige“ durchgeführt, in welchem der Schulbetrieb bereits semestriert abläuft.

Bei der Erhebung wurde anhand der in der Sekundarstufe II der AHS angesiedelten Themen „Exponentialfunktionen“ sowie „Differentialrechnung“ ein Vergleich zwischen zwei verschiedenen Formen des Unterrichtens gezogen. So wurden je drei Unterrichtseinheiten zu den Themen jeweils einmal mithilfe von Einsatz von Technologie in der Form des Multirepräsentationsprogrammes GeoGebra sowie einmal ohne jeglichen Einsatz von Technologie unterrichtet. Es waren also insgesamt zwölf Unterrichtseinheiten in vier verschiedenen Klassen – zwei für das Thema „Exponentialfunktionen“ und zwei für das Thema „Differentialrechnung“ – notwendig. Die beiden Teile der Erhebung fanden zwischen dem 27.11.2017 und dem 06.12.2017 – zum Thema „Exponentialfunktionen“ – sowie zwischen dem 19.02.2018 und dem 23.02.2018 – zum Thema „Differentialrechnung“ – statt. Die genauen Unterrichtsplanungen sind im Anhang der vorliegenden Arbeit in den Kapiteln 13.4 („Exponentialfunktionen“) sowie 13.5 („Differentialrechnung“) zu finden.

Die Themen wurden unter dem Aspekt ihrer vermuteten Tauglichkeit für Technologieeinsatz gewählt: Zwar sind auch die „Exponentialfunktionen“ ein Themengebiet, das es zulässt, Technologie sinnvoll zu verwenden, jedoch kann vor allem bei der „Differentialrechnung“ – besonders beim Übergang vom Differenzen- zum Differentialquotienten – eine wesentliche Verbesserung in puncto Anschaulichkeit erzielt werden. Beim Unterrichten mithilfe von Technologie erfolgte der Einsatz von GeoGebra hauptsächlich in der in Kapitel 3.1.2 erläuterten Form als Medium, da das Hauptaugenmerk auf der besseren Veranschaulichung der Sachverhalte, die zu einem besseren Verständnis der Themen beitragen soll, liegen sollte.

Die Erhebung sollte zur Beantwortung folgender Forschungsfragen dienen:

- Welche der beiden Unterrichtsmethoden – mit oder ohne Einsatz von GeoGebra – erzielt die besseren Leistungen bzw. den größeren Lernfortschritt bei den Schülerinnen und Schülern?
- Welche der beiden Unterrichtsmethoden schneidet im subjektiven Empfinden der Schülerinnen und Schüler besser ab?
- Entstehen durch den Einsatz von GeoGebra größere Disparitäten innerhalb der Leistungen der Schülerinnen und Schüler einer Gruppe oder werden diese vermindert?
- Welches der beiden Themen – „Exponentialfunktionen“ oder „Differentialrechnung“ – ist in Bezug auf Leistungen und Lernfortschritt der Schülerinnen und Schüler besser für den Einsatz von GeoGebra geeignet?
- Bei welchem der beiden Themen schneidet der Einsatz von GeoGebra der Meinung der Schülerinnen und Schüler zufolge besser ab?

Die Forschungsmethoden, die gewählt wurden, um die gewünschten Informationen zur Beantwortung dieser Fragen zu erhalten, werden im folgenden Kapitel beschrieben.

6 Forschungsmethoden

Die Erhebung fand auf zwei verschiedenen Ebenen statt. Einerseits sollten die Leistung und der Lernfortschritt der Schülerinnen und Schüler festgehalten werden und andererseits die Schülerinnen und Schüler selbst eine Bewertung über den gehaltenen Unterricht abgeben können. Um diese objektiven Leistungen einerseits und subjektiven Empfindungen andererseits festhalten zu können, wurden zwei Methoden der quantitativen Forschung herangezogen.

Für das Festhalten der Leistung der Schülerinnen und Schüler wurden Leistungsüberprüfungen für die beiden unterschiedlichen Themen erstellt, jeweils eine „Leistungsüberprüfung vorher“ und eine „Leistungsüberprüfung nachher“. Diese wurden den Schülerinnen und Schülern der Vergleichsgruppen vor Beginn der ersten Einheit zum jeweiligen Thema bzw. nach Abschluss der dritten Einheiten zum jeweiligen Thema zum – natürlich anonymen – Bearbeiten ausgehändigt. In diesen Leistungsüberprüfungen waren Aufgaben, die die zu erlangenden Grundkompetenzen überprüfen, zu bearbeiten. Sie sollten dazu dienen, Lernerfolg und -fortschritte sowie sonstige etwaige Besonderheiten festzustellen. Diese Leistungsüberprüfungen können im Anhang der vorliegenden Arbeit in den Kapiteln 13.1 – zum Thema „Exponentialfunktionen“ – und 13.2 – zum Thema „Differentialrechnung“ – nachgelesen werden.

Um die Einschätzung der Schülerinnen und Schüler zu den jeweils gehaltenen Unterrichtseinheiten erheben zu können, erhielten diese nach Beendigung der drei zum jeweiligen Thema gehaltenen Einheiten einen „Evaluationsbogen“, der wiederum anonym ausgefüllt werden sollte und bei allen vier Klassen derselbe war – unabhängig davon, welches Thema unterrichtet wurde und welcher Medieneinsatz erfolgte. Dieser arbeitet vor allem mit einer Likert-Skala, in welcher die Einstellungen der Schülerinnen und Schüler zu bestimmten Aussagen (Items) gemessen wird, indem die Schülerinnen und Schüler auf einer vierstufigen Skala ihre Zustimmung bzw. Ablehnung angeben (vgl. MAYER 2008: 87). Außerdem weist der Bogen zwei Fragen mit einem semantischen Differential auf. Bei diesem ist eine Skala von eins bis sieben gegeben, an deren Enden sich zwei gegensätzliche Wortgruppen befinden, wobei die Abstufungen zwischen den beiden Polen verbal nicht definiert sind und optisch gleiche Abstände haben, was eine Mittelwertbildung zulässt (vgl. WÜBBENHORST o. J.). Zu guter Letzt beinhaltet der Bogen

einige offene Fragen, die Platz für verbale Bemerkungen von Seiten der Schülerinnen und Schüler bieten. Der gesamte Bogen ist im Anhang im Kapitel 13.3. zu finden.

Bei der gesamten Erhebung wurde auf die in der quantitativen Forschung geltenden Gütekriterien – Gültigkeit, Objektivität und Zuverlässigkeit (vgl. MAYER 2008: 89) – großer Wert gelegt.

7 Ergebnisse

In diesem Kapitel sollen die Ergebnisse der Erhebung, die in den Kapiteln 5 und 6 beschrieben wurde, präsentiert werden. Dabei wird zuerst auf den Teil der Erhebung zum Thema „Exponentialfunktionen“ und danach auf jenen zum Thema „Differentialrechnung“ eingegangen. Abschließend folgt ein Vergleich der beiden Themen.

Zu den Leistungsüberprüfungen ist noch zu sagen, dass die einzelnen Aufgaben folgendermaßen bewertet werden konnten: „richtig“, „halb richtig“ und „nicht richtig“.

Wenn eine Aufgabe vollständig richtig gelöst wurde, dann wurde diese mit „richtig“ bewertet, was in der Auswertung mit einem Punkt berücksichtigt wurde.

Für eine Aufgabe, die mit „halb richtig“ bewertet wurde, wurden in der Auswertung der Daten 0,5 Punkte dazugerechnet. Für eine solche Bewertung durfte lediglich ein Fehler gemacht werden, der darauf schließen lässt, dass die Aufgabe dennoch im Großen und Ganzen verstanden wurde. Darunter fallen beispielsweise Rechenfehler oder das Nichtankreuzen einer richtigen Antwort bei Multiple-Choice-Fragen.

Alle Aufgaben, die die Kriterien für „richtig“ oder halb richtig“ nicht erfüllt haben, wurden mit „nicht richtig“ bewertet. Hierfür wurden in der Auswertung selbstverständlich keine Punkte vergeben.

Im gesamten Ergebnisteil und in der Diskussion wird jeweils die Gruppe, in der ohne Einsatz von GeoGebra unterrichtet wurde, als „ohne GeoGebra“ und die Gruppe, in der mit Einsatz von GeoGebra unterrichtet wurde, als „mit GeoGebra“ bezeichnet.

Bei den Beschriftungen der Abbildungen und Tabellen in diesem Kapitel wird für den Ausdruck „Schülerinnen und Schüler“ die Abkürzung „SuS“ verwendet.

7.1 Ergebnisse zum Thema „Exponentialfunktionen“

7.1.1 Leistungsüberprüfung vorher

Bei der „Leistungsüberprüfung vorher“ zum Thema „Exponentialfunktionen“ wurden die Aufgaben dahingehend gewählt, um beurteilen zu können, inwieweit die nötigen Vorkenntnisse vorhanden sind, damit das folgende Thema möglichst gut verstanden werden kann. Daher beschäftigen sich die Aufgaben mit dem Funktionsbegriff allgemein sowie linearen Funktionen.

Es ist anzumerken, dass auch bei dieser Leistungsüberprüfung schon die einzelnen Versuchsgruppen mit „ohne GeoGebra“ bzw. „mit GeoGebra“ bezeichnet werden, obwohl der jeweilige Unterricht zum Zeitpunkt der Durchführung der Leistungsüberprüfung natürlich noch nicht stattgefunden hatte.

Die folgenden zwei Tabellen zeigen die Leistungen der Schülerinnen und Schüler bei dieser Leistungsüberprüfung bezogen auf die jeweils erzielte Punktzahl.

	Punkteverteilung Schülerinnen und Schüler – ohne GeoGebra (n=12)					Gesamt	Ø
Punkte	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,0	
Anzahl	0	5	2	2	3	12	1,125
in %	0,00	41,67	16,67	16,67	25,00	100,00	56,25

Tabelle 1: Exponentialfunktionen vorher: Punkteverteilung SuS – ohne GeoGebra (n=12)

	Punkteverteilung Schülerinnen und Schüler – mit GeoGebra (n=15)					Gesamt	Ø
Punkte	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,0	
Anzahl	6	4	3	1	1	15	0,57
in %	40,00	26,67	20,00	6,67	6,67	100,00	28,33

Tabelle 2: Exponentialfunktionen vorher: Punkteverteilung SuS – mit GeoGebra (n=15)

Es ist unschwer zu erkennen, dass die Leistungen der Schülerinnen und Schüler, bei denen der Unterricht nach dieser Leistungsüberprüfung mit Einsatz von GeoGebra stattfand, deutlich unter jenen der Schülerinnen und Schüler lagen, die den Unterricht ohne Einsatz von GeoGebra erlebt haben. So gibt es beispielweise bei der Gruppe „ohne GeoGebra“ keine einzige Person, die null Punkte erreicht hat, während es bei der Gruppe „mit GeoGebra“ 40 Prozent sind. Diese Ergebnisse sind auch den auf der nächsten Seite folgenden beiden Boxplots zu entnehmen.

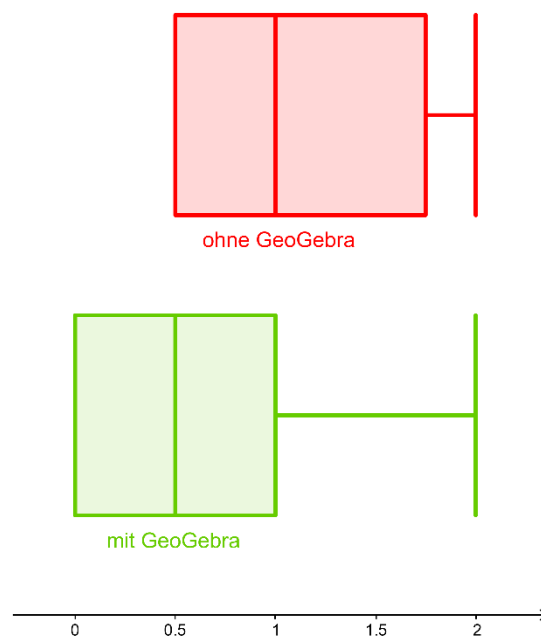


Abbildung 10: Exponentialfunktionen vorher: Boxplots zur Punkteverteilung bei den SuS (n=12 bzw. n=15)

Die Box des unteren Boxplots, welches die Leistungen der Gruppe „mit GeoGebra“ veranschaulicht, ist wesentlich weiter links angesiedelt als jene beim Boxplot der Gruppe „ohne GeoGebra“, was den Leistungsunterschied zwischen den beiden Gruppen verdeutlicht: So entsprechen die Werte des Medians bzw. des oberen Quartils bei der Gruppe „mit GeoGebra“ denen des unteren Quartils bzw. des Medians bei der Gruppe „ohne GeoGebra“. Zwar gibt es auch in der Gruppe „mit GeoGebra“ Personen, die die volle Punkteanzahl erreicht haben, jedoch sind diese eher als Ausreißer nach oben zu betrachten.

In den folgenden beiden Tabellen werden die Leistungen der Schülerinnen und Schüler bezogen auf die einzelnen Aufgaben veranschaulicht.

Punkteverteilung Aufgaben – ohne GeoGebra (n=12)					
	richtig	halb richtig	nicht richtig	erreichte Punkte	in %
Aufgabe 1	3	7	2	6,5	54,17
Aufgabe 2	6	2	4	7,0	58,33

Tabelle 3: Exponentialfunktionen vorher: Punkteverteilung Aufgaben – ohne GeoGebra (n=12)

Punkteverteilung Aufgaben – mit GeoGebra (n=15)					
	richtig	halb richtig	nicht richtig	erreichte Punkte	in %
Aufgabe 1	2	5	8	4,5	30,00
Aufgabe 2	3	2	10	4,0	26,67

Tabelle 4: Exponentialfunktionen vorher: Punkteverteilung Aufgaben – mit GeoGebra (n=15)

Anhand dieser Tabellen kann man sehen, dass die Gruppe „ohne GeoGebra“ sogar bei jeder einzelnen Aufgabe deutlich besser abgeschnitten hat als die Gruppe „mit GeoGebra“. Noch deutlicher sichtbar wird das anhand der nächsten Abbildung:

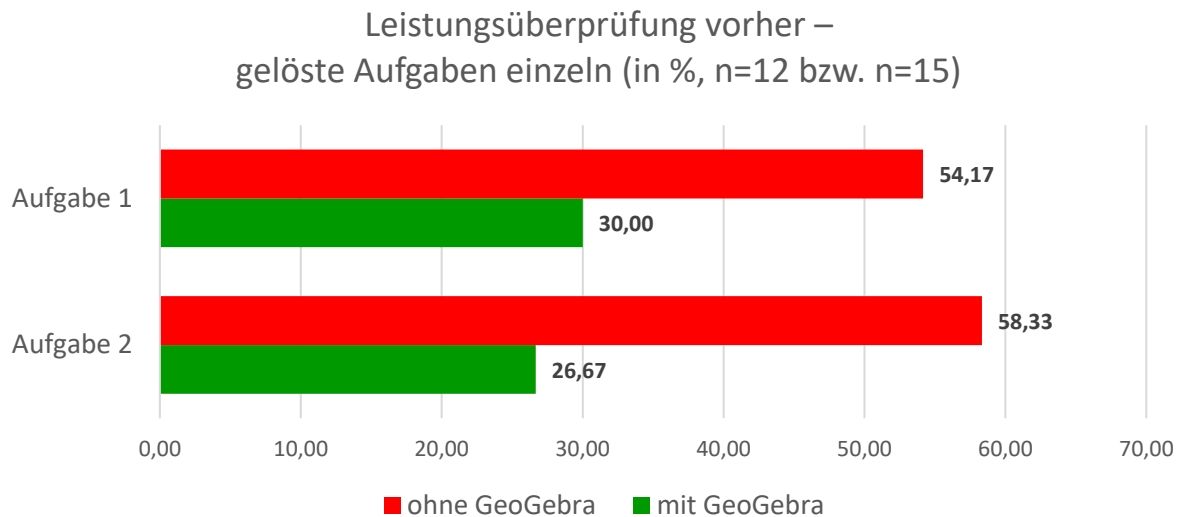


Abbildung 11: Exponentialfunktionen vorher: gelöste Aufgaben einzeln (in %, n=12 bzw. n=15)

Während der Prozentanteil der gelösten Aufgaben bei Aufgabe 1 bei der Gruppe „ohne GeoGebra“ schon fast doppelt so hoch wie bei der Gruppe „mit GeoGebra“ war, war dieser bei Aufgabe 2 sogar mehr als doppelt so hoch.

Fasst man die gesamten Leistungen der jeweiligen Gruppen zusammen, so kann man sehen, dass die Gruppe „ohne GeoGebra“ einen beinahe doppelt so hohen Prozentanteil an gelösten Aufgaben bei der „Leistungsüberprüfung vorher“ erreicht hat wie die Gruppe „mit GeoGebra“, wie das folgende Säulendiagramm zeigt:

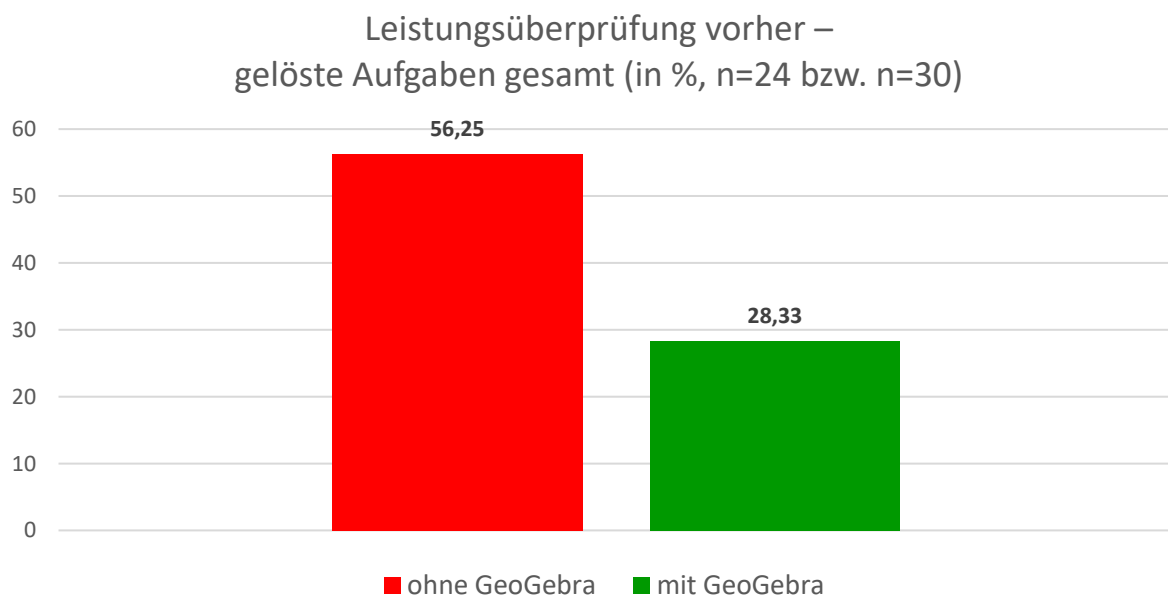


Abbildung 12: Exponentialfunktionen vorher: gelöste Aufgaben gesamt (in %, n=24 bzw. n=30)

7.1.2 Leistungsüberprüfung nachher

Die „Leistungsüberprüfung nachher“ zum Thema „Exponentialfunktionen“ beinhaltet Aufgaben, in denen die zu erlangenden Grundkompetenzen zu den Inhalten der gehaltenen Einheiten zu diesem Thema überprüft werden.

Die folgenden beiden Tabellen zeigen die Leistungen der Schülerinnen und Schüler bei dieser Leistungsüberprüfung bezogen auf die jeweils erzielte Punkteanzahl.

	Punkteverteilung Schülerinnen und Schüler – ohne GeoGebra (n=12)										Gesamt	Ø
Punkte	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	7,0		
Anzahl	0	2	2	2	1	3	2	0	0	12		1,79
in %	0,00	16,67	16,67	16,67	8,33	25,00	16,67	0,00	0,00	100,00		25,60

Tabelle 5: Exponentialfunktionen nachher: Punkteverteilung SuS – ohne GeoGebra (n=12)

	Punkteverteilung Schülerinnen und Schüler – mit GeoGebra (n=15)										Gesamt	Ø
Punkte	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	7,0		
Anzahl	1	2	2	2	3	1	3	1	0	15		1,80
in %	6,67	13,33	13,33	13,33	20,00	6,67	20,00	6,67	0,00	100,00		25,71

Tabelle 6: Exponentialfunktionen nachher: Punkteverteilung SuS – mit GeoGebra (n=15)

Es ist ersichtlich, dass sich die Leistungen der Schülerinnen und Schüler im Durchschnitt kaum voneinander unterscheiden. Was jedoch hervorzuheben ist, ist, dass die Bandbreite der Leistungen in der Gruppe „mit GeoGebra“ größer ist als bei der Gruppe „ohne GeoGebra“. Das wird auch anhand der folgenden Boxplots noch einmal deutlich:

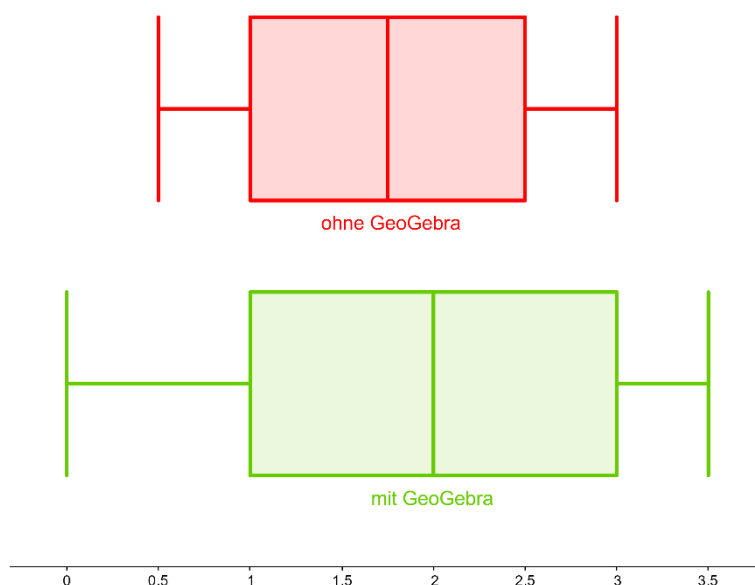


Abbildung 13: Exponentialfunktionen nachher: Boxplots zur Punkteverteilung bei den SuS (n=12 bzw. n=15)

Die folgenden beiden Tabellen zeigen die Leistungen der Schülerinnen und Schüler bezogen auf die einzelnen Aufgaben.

	Punkteverteilung Aufgaben – ohne GeoGebra (n=12)				
	richtig	halb richtig	nicht richtig	erreichte Punkte	in %
Aufgabe 1	2	2	8	3,0	25,00
Aufgabe 2	1	1	10	1,5	12,50
Aufgabe 3	4	0	8	4,0	33,33
Aufgabe 4	0	4	8	2,0	16,67
Aufgabe 5	4	3	5	5,5	45,83
Aufgabe 6	2	3	7	3,5	29,17
Aufgabe 7	0	4	8	2,0	16,67

Tabelle 7: Exponentialfunktionen nachher: Punkteverteilung Aufgaben – ohne GeoGebra (n=12)

	Punkteverteilung Aufgaben – mit GeoGebra (n=15)				
	richtig	halb richtig	nicht richtig	erreichte Punkte	in %
Aufgabe 1	0	2	13	1,0	6,67
Aufgabe 2	3	4	8	5,0	33,33
Aufgabe 3	9	0	6	9,0	60,00
Aufgabe 4	0	9	6	4,5	30,00
Aufgabe 5	3	2	10	4,0	26,67
Aufgabe 6	2	2	11	3,0	20,00
Aufgabe 7	0	1	14	0,5	3,33

Tabelle 8: Exponentialfunktionen nachher: Punkteverteilung Aufgaben – mit GeoGebra (n=15)

Bei den Aufgaben 2 und 3 zeigen sich, wie man anhand der Tabellen erkennen kann, deutliche Unterschiede bei den Prozentanteilen der gelösten Aufgaben zwischen den beiden Versuchsgruppen. Bei beiden Aufgaben hat die Gruppe „mit GeoGebra“ deutlich besser abgeschnitten. Das könnte darauf zurückgeführt werden, dass sich diese beiden Aufgaben mit dem Verändern des Arguments (Aufgabe 2) sowie den Parametern von Exponentialfunktionen (Aufgabe 3) beschäftigen – zwei Inhalte, die sich beide mithilfe von GeoGebra sehr gut veranschaulichen lassen.

Bei den übrigen Aufgaben gibt es zwar Unterschiede zwischen den Leistungen der Schülerinnen und Schüler der beiden Versuchsgruppen, jedoch sind diese nicht allzu signifikant.

Die auf der vorhergehenden Seite beschriebenen Unterschiede bei den Prozentanteilen der gelösten Aufgaben zwischen den beiden Versuchsgruppen werden im folgenden Balkendiagramm veranschaulicht.

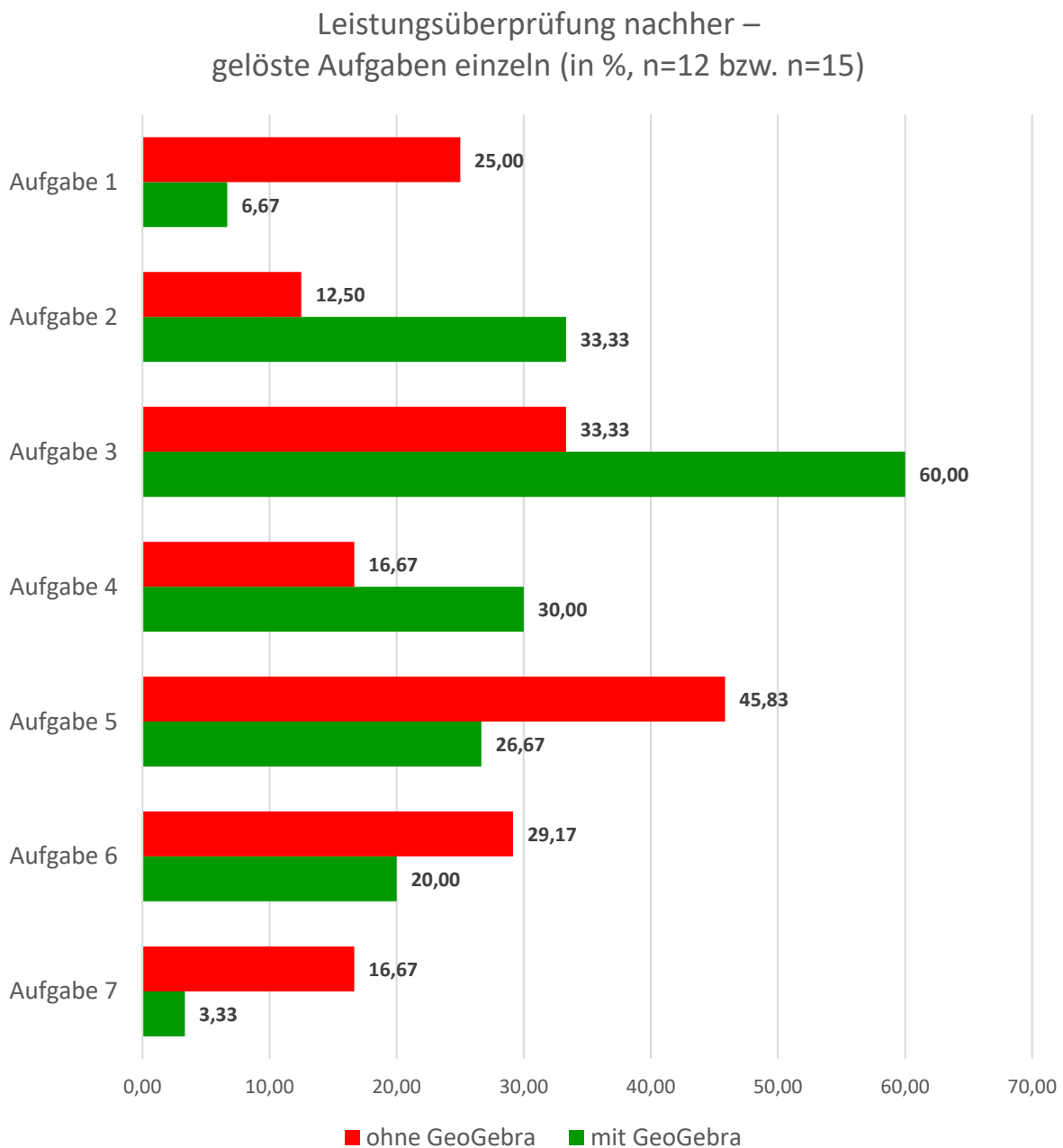


Abbildung 14: Exponentialfunktionen nachher: gelöste Aufgaben einzeln (in %, n=12 bzw. n=15)

In dieser Abbildung wird nochmals sehr gut illustriert, dass der Prozentanteil an gelösten Aufgaben sowohl bei Aufgabe 2 mit 12,50 zu 33,33 Prozent als auch bei Aufgabe 3 mit 33,33 zu 60 Prozent bei der Gruppe „ohne GeoGebra“ im Vergleich zur Gruppe „mit GeoGebra“ deutlich geringer ist.

Betrachtet man die durchschnittliche Gesamtleistung der jeweiligen Gruppen, so erkennt man, dass die beiden Gruppen beinahe denselben Prozentanteil an gelösten Aufgaben erreicht haben. Das folgende Säulendiagramm veranschaulicht diesen Sachverhalt noch einmal.

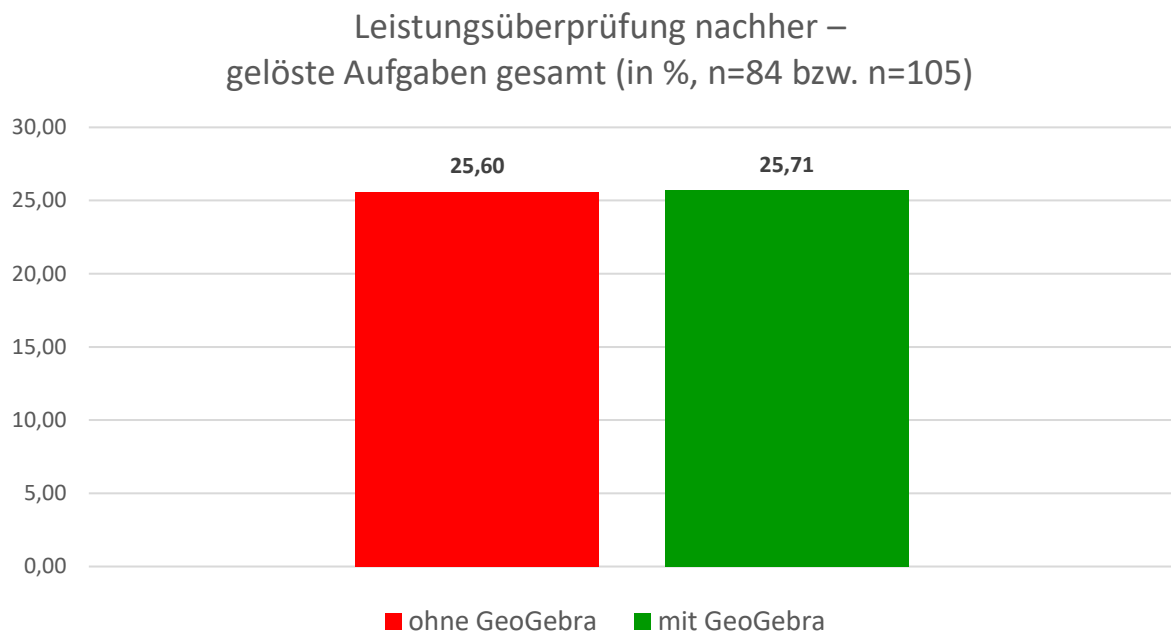


Abbildung 15: Exponentialfunktionen nachher: gelöste Aufgaben gesamt (in %, n=84 bzw. n=105)

Während die Gruppe „ohne GeoGebra“ 25,60 Prozent der maximalen Punkteanzahl erzielen konnte, erreichte die Gruppe „mit GeoGebra“ den marginal größeren Prozentanteil von 25,71 Prozent.

7.1.3 Vergleich Leistungsüberprüfung vorher – nachher

Bei der Berechnung des Quotienten

$$\frac{\text{Leistungsüberprüfung nachher: gelöste Aufgaben gesamt (in Prozent)}}{\text{Leistungsüberprüfung vorher: gelöste Aufgaben gesamt (in Prozent)}}$$

ergibt sich für die Gruppe „ohne GeoGebra“ der gerundete Wert 0,46 und für die Gruppe „mit GeoGebra“ der gerundete Wert 0,91. Dieser Sachverhalt wird durch die folgende Abbildung illustriert:

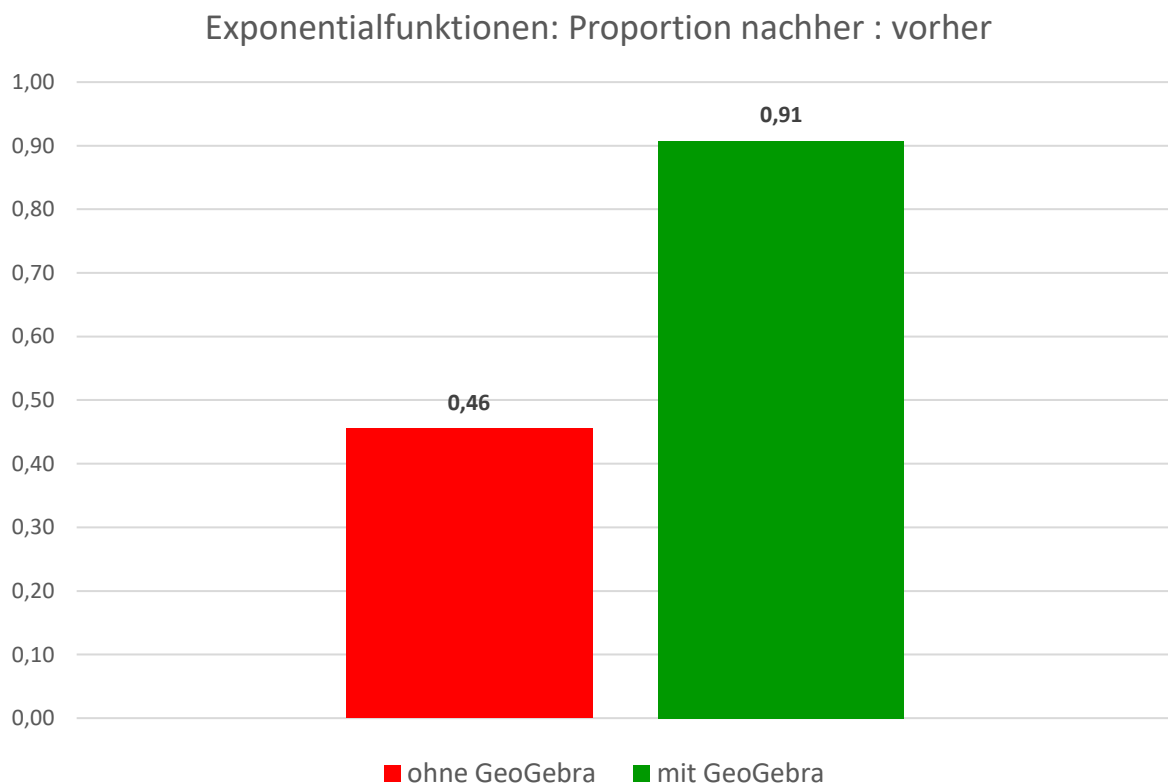


Abbildung 16: Exponentialfunktionen: Proportion nachher : vorher

Man kann eindeutig erkennen, dass der Wert für die Gruppe „mit GeoGebra“ deutlich höher ist, was auf einen besseren Lernfortschritt schließen lässt. Das lässt sich folgendermaßen erklären: Bei der „Leistungsüberprüfung nachher“ waren die beiden Gruppen etwa gleich erfolgreich, jedoch war die Gruppe „mit GeoGebra“ bei der „Leistungsüberprüfung vorher“ deutlich schwächer als die Gruppe „ohne GeoGebra“. Man könnte also sagen, dass die Gruppe „mit GeoGebra“ trotz Defiziten bei den nötigen Vorkenntnissen den Rückstand vollständig wettgemacht und bei der „Leistungsüberprüfung nachher“ schließlich im Vergleich mit der anderen Gruppe sogar minimal besser abgeschnitten hat.

7.1.4 Evaluationsbogen

Den folgenden beiden Tabellen kann man die Nennungen bei den einzelnen Items der Likert-Skala des Evaluationsbogens zum Thema „Exponentialfunktionen“ entnehmen.

	Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=12)			
	Trifft zu	Trifft eher zu	Trifft eher nicht zu	Trifft nicht zu
Das Thema des Unterrichts hat mich sehr interessiert.	33,33	33,33	25,00	8,33
Der inhaltliche Aufbau des Themas war gut strukturiert und nachvollziehbar.	25,00	41,67	33,33	0,00
Die Medien, die eingesetzt wurden, empfand ich als ansprechend und weckten mein Interesse.	16,67	16,67	41,67	25,00
Die Medien, die eingesetzt wurden, trugen dazu bei, den Unterricht anschaulicher zu gestalten und ich konnte die Inhalte dadurch gut verstehen.	8,33	50,00	33,33	8,33
Ich konnte den Inhalten des Unterrichts immer folgen.	8,33	41,67	33,33	16,67

Tabelle 9: Exponentialfunktionen: Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=12)

	Likert-Skala – mit GeoGebra (Nennungen in %, n=15)			
	Trifft zu	Trifft eher zu	Trifft eher nicht zu	Trifft nicht zu
Das Thema des Unterrichts hat mich sehr interessiert.	20,00	60,00	20,00	0,00
Der inhaltliche Aufbau des Themas war gut strukturiert und nachvollziehbar.	33,33	53,33	13,33	0,00
Die Medien, die eingesetzt wurden, empfand ich als ansprechend und weckten mein Interesse.	33,33	33,33	26,67	6,67
Die Medien, die eingesetzt wurden, trugen dazu bei, den Unterricht anschaulicher zu gestalten und ich konnte die Inhalte dadurch gut verstehen.	13,33	53,33	20,00	13,33
Ich konnte den Inhalten des Unterrichts immer folgen.	20,00	33,33	40,00	6,67

Tabelle 10: Exponentialfunktionen: Likert-Skala – mit GeoGebra (Nennungen in %, n=15)

Man kann sagen, dass die Schülerinnen und Schüler der Gruppe „mit GeoGebra“ den Unterricht im Vergleich etwas besser bewertet haben als die der Gruppe „ohne GeoGebra“. Besonders beim dritten Item, welches sich damit beschäftigt, ob die Medien ansprechend waren und das Interesse weckten, gab die Gruppe „mit GeoGebra“ deutlich

bessere Bewertungen ab. Diese Ergebnisse werden in den folgenden beiden Abbildungen noch einmal veranschaulicht:

Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=12)

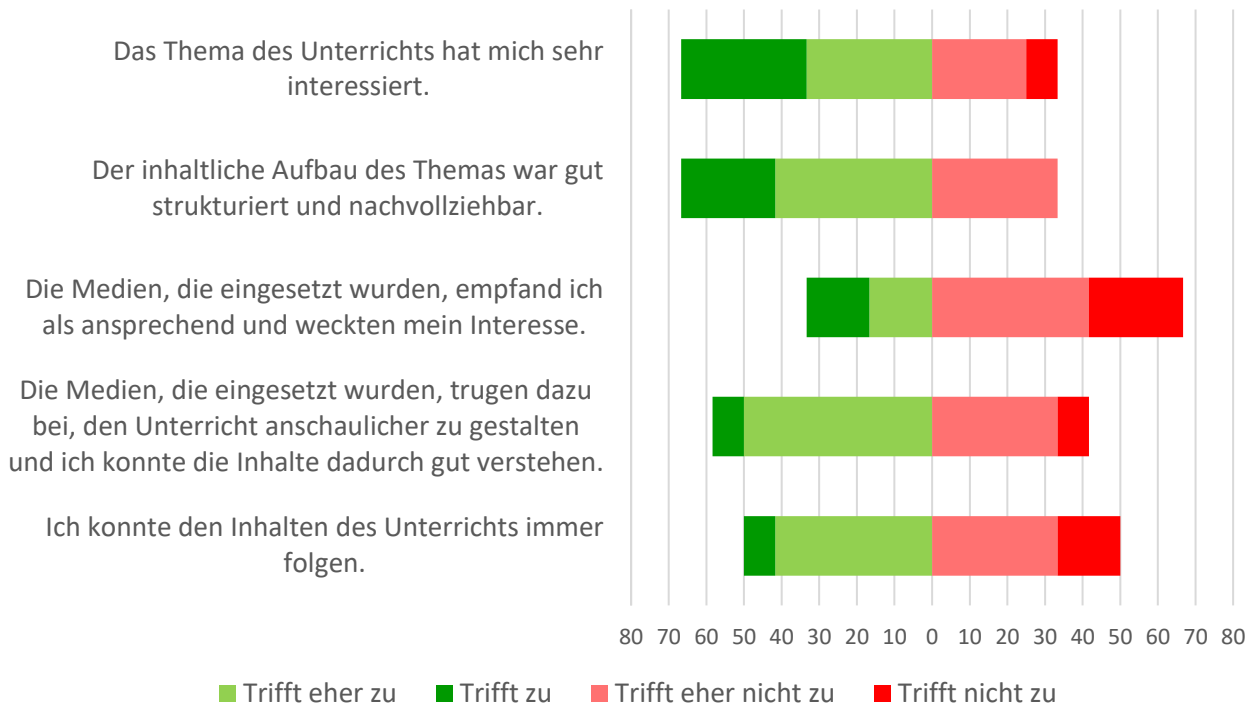


Abbildung 17: Exponentialfunktionen: Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=12)

Likert-Skala – mit GeoGebra (Nennungen in %, n=15)

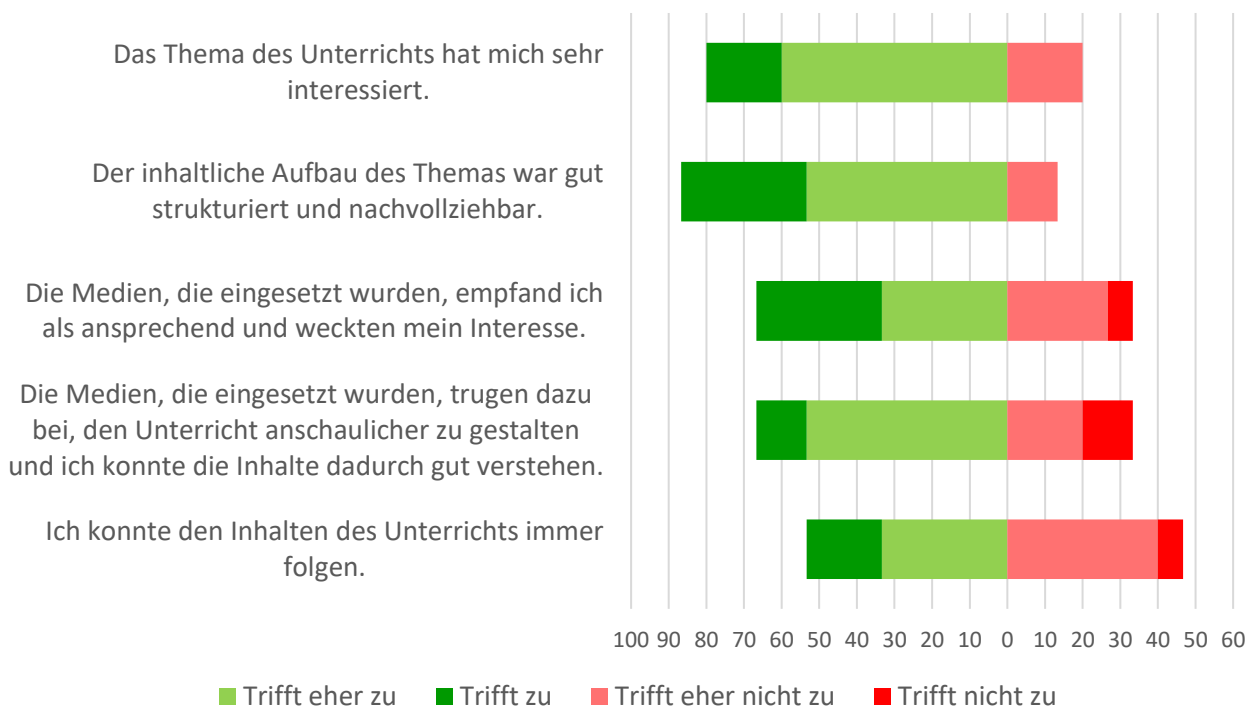


Abbildung 18: Exponentialfunktionen: Likert-Skala – mit GeoGebra (Nennungen in %, n=15)

Wenn man die beiden Diagramme vergleicht, so erkennt man, dass bei jedem der Items bei der Gruppe „mit GeoGebra“ (untere Abbildung) die grünen Balken, die für „trifft zu“ und „trifft eher zu“ stehen, länger und die roten Balken, die für „trifft eher nicht zu“ und „trifft nicht zu“ stehen, kürzer sind als bei der Gruppe „ohne GeoGebra“ (obere Abbildung). Besonders eklatant ist dieser Unterschied, wie bereits erwähnt, beim dritten Item: Während bei der Gruppe „ohne GeoGebra“ über 65 Prozent der Schülerinnen und Schüler „trifft eher nicht zu“ oder „trifft nicht zu“ angekreuzt haben, waren dies bei der Gruppe „mit GeoGebra“ nur etwas mehr als 30 Prozent, was darauf schließen lässt, dass die in der Gruppe „mit GeoGebra“ eingesetzten Medien (also vor allem GeoGebra) wesentlich mehr Zuspruch von Seiten der Schülerinnen und Schüler erhielten.

Die zwei nun folgenden Tabellen zeigen die Ergebnisse der Items des semantischen Differentials des Evaluationsbogens.

Semantisches Differential – ohne GeoGebra (n=12)								
Das Tempo, in dem gearbeitet wurde, war...								
viel zu langsam.					viel zu schnell.			
1	2	3	4	5	6	7	Gesamt	Ø
0	0	0	4	4	2	2	12	5,17
Gesamt gesehen empfand ich die Inhalte des Unterrichts als...								
viel zu schwer.					viel zu leicht.			
1	2	3	4	5	6	7	Gesamt	Ø
1	2	3	5	0	0	1	12	3,42

Tabelle 11: Exponentialfunktionen: Semantisches Differential – ohne GeoGebra (n=12)

Semantisches Differential – mit GeoGebra (n=15)								
Das Tempo, in dem gearbeitet wurde, war...								
viel zu langsam.					viel zu schnell.			
1	2	3	4	5	6	7	Gesamt	Ø
0	1	1	8	1	4	0	15	4,40
Gesamt gesehen empfand ich die Inhalte des Unterrichts als...								
viel zu schwer.					viel zu leicht.			
1	2	3	4	5	6	7	Gesamt	Ø
1	0	6	4	1	2	0	14	3,71

Tabelle 12: Exponentialfunktionen: Semantisches Differential – mit GeoGebra (n=15)

Wenn man davon ausgeht, dass Werte in der Mitte der Skala (wobei die Mitte dem Wert vier entspricht) als wünschenswert zu betrachten sind, dann kann man anhand dieser Tabellen erkennen, dass die Gruppe „mit GeoGebra“ (untere Tabelle) den Unterricht in puncto Tempo und Schwierigkeit „besser“ bewertet hat als die Gruppe „ohne GeoGebra“ (obere Tabelle), da die Durchschnittswerte näher am Wert vier liegen.

Betrachtet man außerdem die einzelnen Nennungen, so kann man erkennen, dass die berechneten Durchschnittswerte auch nicht durch Ausreißer in beide Richtungen zustande gekommen sind – eine Medianbildung ist daher nicht notwendig.

Bei den offenen Fragen, die den Abschluss des Evaluationsbogens bilden, wurde in der Gruppe „ohne GeoGebra“ zweimal explizit bemängelt, dass GeoGebra nicht verwendet wurde. In der Gruppe „mit GeoGebra“ hingegen wurde der Einsatz von GeoGebra fünfmal positiv hervorgehoben, jedoch auch zweimal negativ. Die anderen Nennungen bei den offenen Fragen waren entweder bereits in die Items der Likert-Skala oder des semantischen Differentials integriert und müssen deshalb nicht extra genannt werden oder sie sind für diese Auswertung nicht relevant.

7.2 Ergebnisse zum Thema „Differentialrechnung“

7.2.1 Leistungsüberprüfung vorher

Bei der „Leistungsüberprüfung vorher“ zum Thema „Differentialrechnung“ wurden die Aufgaben dahingehend gewählt, um beurteilen zu können, inwieweit die nötigen Vorkenntnisse vorhanden sind, damit das folgende Thema möglichst gut verstanden werden kann. Daher beschäftigen sich die Aufgaben hauptsächlich mit dem Funktionsbegriff allgemein, aber auch mit linearen Funktionen und dabei auch mit dem Differenzenquotienten, der im Zuge der Erarbeitung dieses Themas schon einmal aufgetreten ist und dem eine tragende Rolle in der Differentialrechnung zukommt.

Es ist anzumerken, dass auch bei dieser Leistungsüberprüfung schon die einzelnen Versuchsgruppen mit „ohne GeoGebra“ bzw. „mit GeoGebra“ bezeichnet werden, obwohl der jeweilige Unterricht zum Zeitpunkt der Durchführung der Leistungsüberprüfung natürlich noch nicht stattgefunden hatte.

Die folgenden zwei Tabellen zeigen die Leistungen der Schülerinnen und Schüler bei dieser Leistungsüberprüfung im Hinblick auf die jeweils erzielte Punkteanzahl.

	Punkteverteilung Schülerinnen und Schüler – ohne GeoGebra (n=19)									Gesamt	Ø
Punkte	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,0	
Anzahl	3	2	3	3	4	1	3	0	0	19	1,47
in %	15,79	10,53	15,79	15,79	21,05	5,26	15,79	0,00	0,00	100,00	36,84

Tabelle 13: Differentialrechnung vorher: Punkteverteilung SuS – ohne GeoGebra (n=19)

	Punkteverteilung Schülerinnen und Schüler – mit GeoGebra (n=27)									Gesamt	Ø
Punkte	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,0	
Anzahl	3	4	3	3	6	6	0	1	1	27	1,63
in %	11,11	14,81	11,11	11,11	22,22	22,22	0,00	3,70	3,70	100,00	40,74

Tabelle 14: Differentialrechnung vorher: Punkteverteilung SuS – mit GeoGebra (n=27)

Wie zu erkennen ist, waren die Leistungen der Schülerinnen und Schüler der Gruppe „mit GeoGebra“ gesamt gesehen etwas besser als jene der Gruppe „ohne GeoGebra“. Es ist auch zu erkennen, dass die Bandbreite der Leistungen bei der Gruppe „mit GeoGebra“ etwas größer ist als bei der Gruppe „ohne GeoGebra“. Diese Ergebnisse zeigen auch die auf der nächsten Seite folgenden Boxplots.

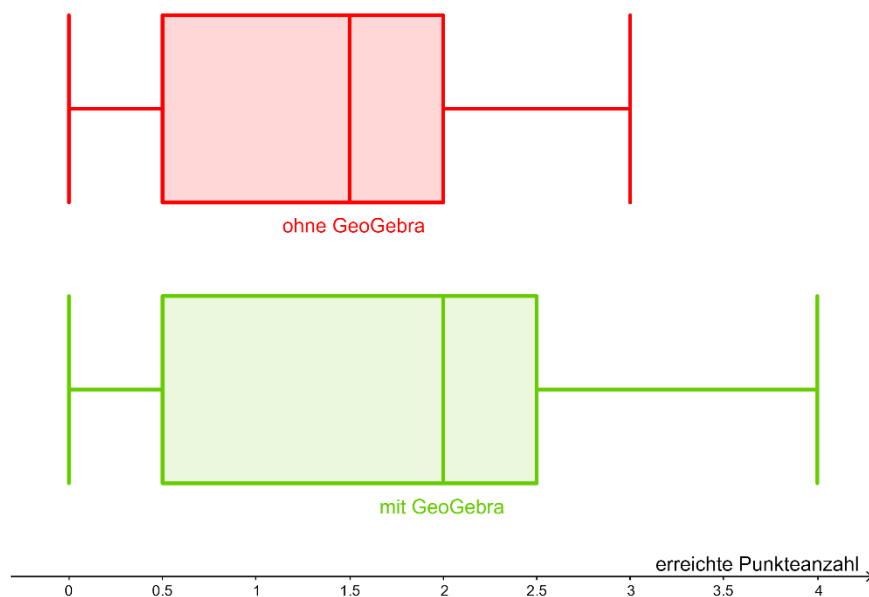


Abbildung 19: Differentialrechnung vorher: Boxplots zur Punkteverteilung bei den SuS (n=19 bzw. n=27)

Man kann erkennen, dass sowohl das Minimum als auch das erste Quartil bei den beiden Boxplots jeweils denselben Wert haben. Jedoch entspricht der Median bei der Gruppe „mit GeoGebra“ dem oberen Quartil bei der Gruppe „ohne GeoGebra“. Die Spannweite des Boxplots ist bei der Gruppe „mit GeoGebra“ größer, was darauf zurückzuführen ist, dass es hier bei den Leistungen der Schülerinnen und Schüler Ausreißer nach oben gibt.

Die folgenden beiden Tabellen zeigen die Leistungen der Schülerinnen und Schüler bezogen auf die einzelnen Aufgaben.

	Punkteverteilung Aufgaben – ohne GeoGebra (n=19)				
	richtig	halb richtig	nicht richtig	erreichte Punkte	in %
Aufgabe 1	5	6	8	8,0	42,11
Aufgabe 2	7	5	7	9,5	50,00
Aufgabe 3	5	1	13	5,5	28,95
Aufgabe 4	4	2	13	5,0	26,32

Tabelle 15: Differentialrechnung vorher: Punkteverteilung Aufgaben – ohne GeoGebra (n=19)

	Punkteverteilung Aufgaben – mit GeoGebra (n=27)				
	richtig	halb richtig	nicht richtig	erreichte Punkte	in %
Aufgabe 1	16	5	6	18,5	68,52
Aufgabe 2	10	5	12	12,5	46,30
Aufgabe 3	4	5	18	6,5	24,07
Aufgabe 4	4	5	18	6,5	24,07

Tabelle 16: Differentialrechnung vorher: Punkteverteilung Aufgaben – mit GeoGebra (n=27)

Wie man den Tabellen entnehmen kann, rührt der kleine Leistungsunterschied zwischen den beiden Gruppen vor allen Dingen daher, dass die Gruppe „mit GeoGebra“ bei Aufgabe 1, welche sich mit dem Erkennen von Funktionsgraphen beschäftigt, wesentlich besser als die Gruppe „ohne GeoGebra“ abgeschnitten hat. Bei den übrigen Aufgaben haben beide Versuchsgruppen etwa gleich gute Leistungen erbracht – die Gruppe „ohne GeoGebra“ war bei diesen sogar geringfügig stärker.

Das lässt sich auch anhand des folgenden Balkendiagramms sehr gut erkennen:

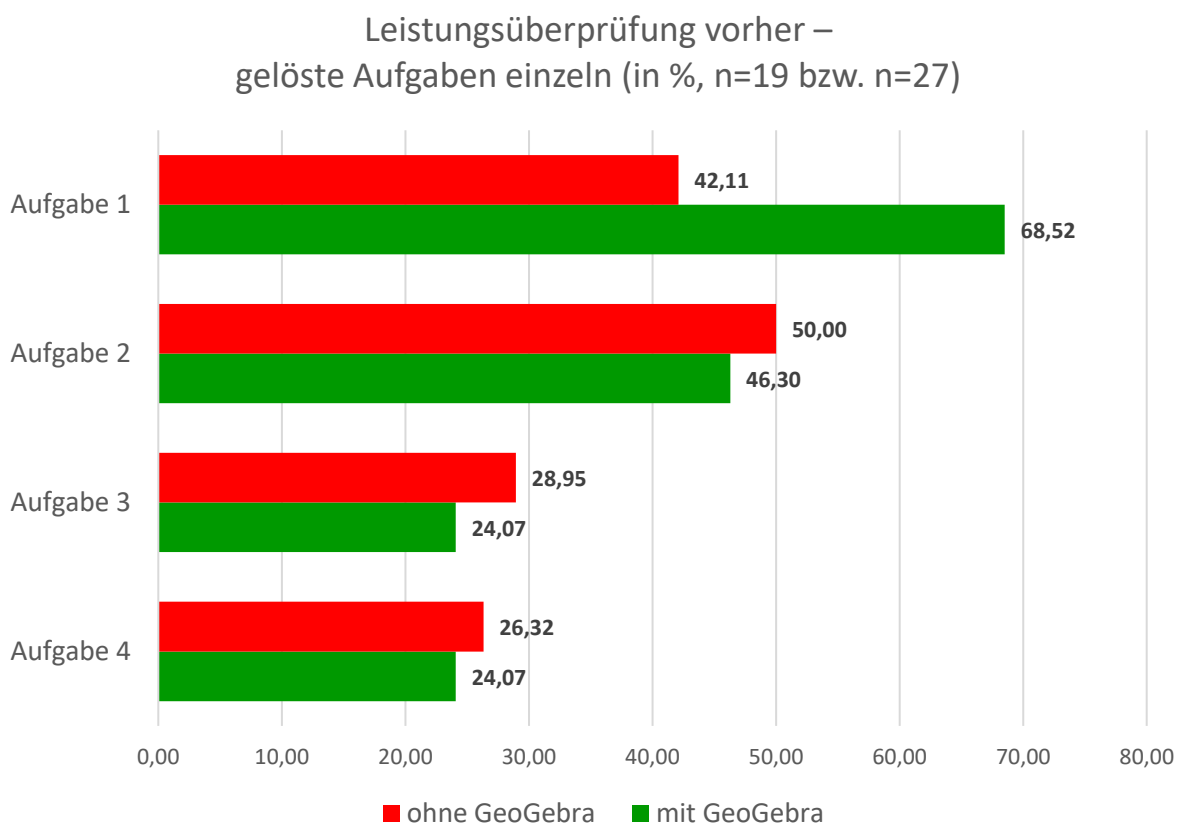


Abbildung 20: Differentialrechnung vorher: gelöste Aufgaben einzeln (in %, n=19 bzw. n=27)

Dieser große Leistungsunterschied bei Aufgabe 1 hat, wie bereits erwähnt, zur Folge, dass, wenn man alle erbrachten Leistungen der jeweiligen Gruppen bei den einzelnen Aufgaben zusammenfasst, die Gruppe „mit GeoGebra“ bei der „Leistungsüberprüfung vorher“ einen höheren Prozentanteil an gelösten Aufgaben aufweist als die Gruppe „ohne GeoGebra“. Dieser Sachverhalt ist in der Abbildung dargestellt, die auf der nächsten Seite folgt.

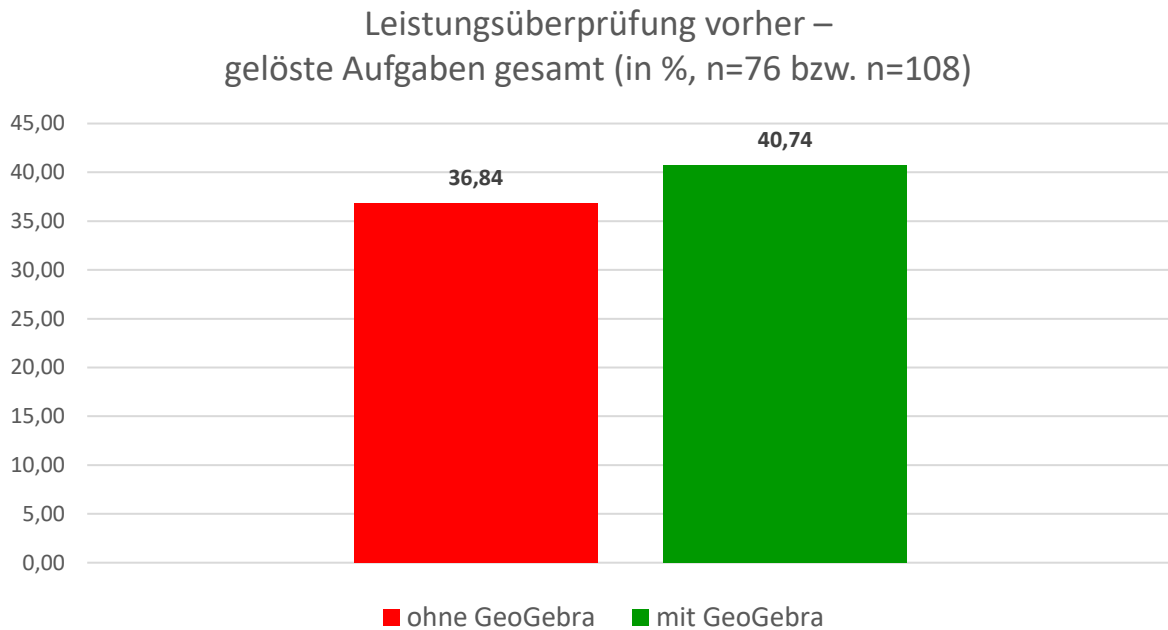


Abbildung 21: Differentialrechnung vorher: gelöste Aufgaben gesamt (in %, n=76 bzw. n=108)

Die Gruppe „ohne GeoGebra“ konnte bei der „Leistungsüberprüfung vorher“ insgesamt etwa 37 Prozent der möglichen Gesamtpunkteanzahl erreichen, während die Gruppe „mit GeoGebra“ etwas mehr als 40 Prozent erzielen und somit, wenn man so will, mit einem kleinen Vorsprung an nötigem Grundlagenwissen in die Unterrichtseinheiten zum Thema „Differentialrechnung“ gehen konnte.

7.2.2 Leistungsüberprüfung nachher

Die „Leistungsüberprüfung nachher“ zum Thema „Differentialrechnung“ beinhaltet Aufgaben, in denen die zu erlangenden Grundkompetenzen zu den Inhalten der gehaltenen Einheiten zu diesem Thema überprüft werden.

Die folgenden beiden Tabellen zeigen die Leistungen der Schülerinnen und Schüler bei dieser Leistungsüberprüfung in Bezug auf die jeweils erzielte Punkteanzahl.

	Punkteverteilung Schülerinnen und Schüler – ohne GeoGebra (n=19)														Gesamt	Ø
Punkte	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,0		
Anzahl	6	2	3	3	4	1	0	0	0	0	0	0	0	19	1,00	
in %	31,58	10,53	15,79	15,79	21,05	5,26	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	100,00	16,67	

Tabelle 17: Differentialrechnung nachher: Punkteverteilung SuS – ohne GeoGebra (n=19)

	Punkteverteilung Schülerinnen und Schüler – mit GeoGebra (n=27)														Gesamt	Ø
Punkte	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,0		
Anzahl	1	1	3	5	6	3	2	1	2	2	0	1	0	27	2,31	
in %	3,70	3,70	11,11	18,52	22,22	11,11	7,41	3,70	7,41	7,41	0,00	3,70	0,00	100,00	38,58	

Tabelle 18: Differentialrechnung nachher: Punkteverteilung SuS – mit GeoGebra (n=27)

Anhand der beiden Tabellen lässt sich erkennen, dass die Leistungen der Schülerinnen und Schüler der Gruppe „mit GeoGebra“ deutlich besser als jene der Gruppe „ohne GeoGebra“ waren. Die folgenden beiden Boxplots dienen der Veranschaulichung dieses Leistungsunterschiedes:

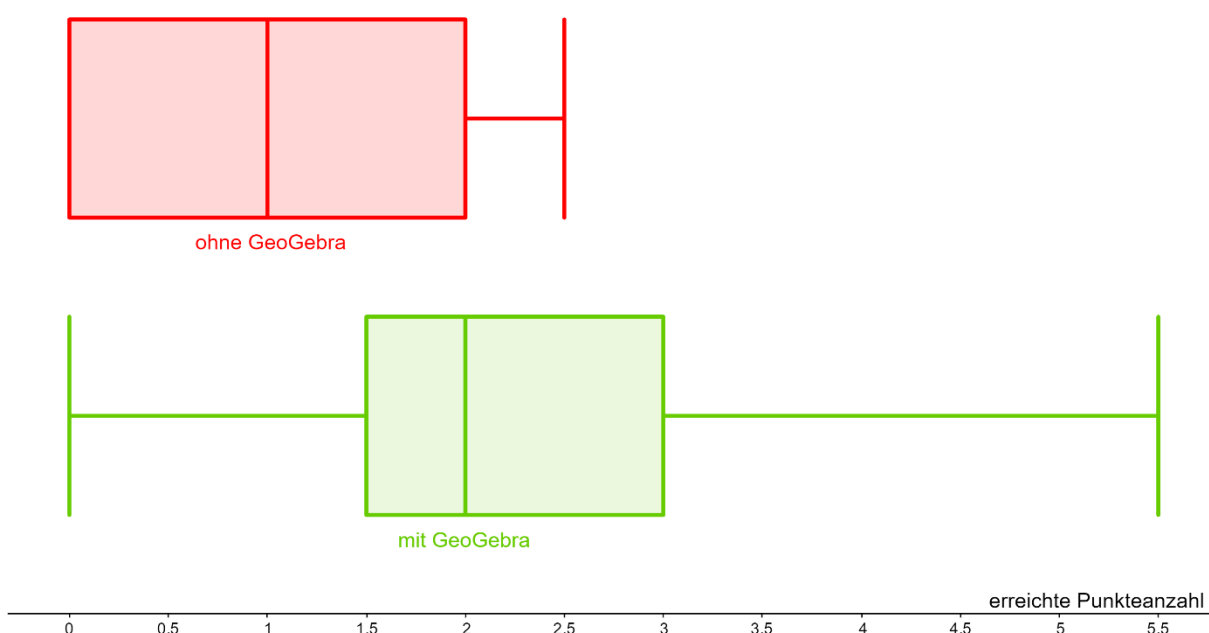


Abbildung 22: Differentialrechnung nachher: Boxplots zur Punkteverteilung bei den SuS (n=19 bzw. n=27)

Auf den ersten Blick sieht man sofort, dass die Box beim Boxplot der Gruppe „mit GeoGebra“ wesentlich weiter rechts liegt als die beim Boxplot der Gruppe „ohne GeoGebra“ und damit das Leistungsniveau der Gruppe „mit GeoGebra“ deutlich höher ist als jenes der Gruppe „ohne GeoGebra“. Außerdem kann man erkennen, dass sowohl das Minimum als auch das untere Quartil bei der Gruppe „ohne GeoGebra“ bei null erreichten Punkten liegt, während dieser Wert bei der Gruppe „mit GeoGebra“ nur das Minimum darstellt. Das untere Quartil liegt bei der Gruppe „mit GeoGebra“ schon bei 1,5 erreichten Punkten und damit über dem Median der Gruppe „ohne GeoGebra“, welcher bei einem erreichten Punkt liegt. Das obere Quartil der Gruppe „ohne GeoGebra“ fällt auf denselben Wert wie der Median der Gruppe „mit GeoGebra“. Das obere Quartil der Gruppe „mit GeoGebra“ liegt bei drei erreichten Punkten und damit bereits höher als das Maximum der Gruppe „ohne GeoGebra“, welches bei 2,5 erreichten Punkten liegt. Bei der Gruppe „mit GeoGebra“ liegen also 25 Prozent der Werte bei drei erreichten Punkten oder höher. Das Maximum liegt sogar bei 5,5 erreichten Punkten. Das hat natürlich auch zur Folge, dass die Spannweite beim Boxplot der Gruppe „mit GeoGebra“ wesentlich größer ist als jene beim Boxplot der Gruppe „ohne GeoGebra“.

Die folgenden zwei Tabellen zeigen die Leistungen der Schülerinnen und Schüler in Bezug auf die einzelnen Aufgaben.

	Punkteverteilung Aufgaben – ohne GeoGebra (n=19)				
	richtig	halb richtig	nicht richtig	erreichte Punkte	in %
Aufgabe 1	6	3	10	7,5	39,47
Aufgabe 2	1	1	17	1,5	7,89
Aufgabe 3	1	0	18	1,0	5,26
Aufgabe 4	1	4	14	3,0	15,79
Aufgabe 5	3	1	15	3,5	18,42
Aufgabe 6	0	5	14	2,5	13,16

Tabelle 19: Differentialrechnung nachher: Punkteverteilung Aufgaben – ohne GeoGebra (n=19)

	Punkteverteilung Aufgaben – mit GeoGebra (n=27)				
	richtig	halb richtig	nicht richtig	erreichte Punkte	in %
Aufgabe 1	15	4	8	17,0	62,96
Aufgabe 2	10	4	13	12,0	44,44
Aufgabe 3	3	1	23	3,5	12,96
Aufgabe 4	11	4	12	13,0	48,15
Aufgabe 5	11	3	13	12,5	46,30
Aufgabe 6	0	9	18	4,5	16,67

Tabelle 20: Differentialrechnung nachher: Punkteverteilung Aufgaben – mit GeoGebra (n=27)

Wiederum ist klar ersichtlich, dass die Leistungen der Schülerinnen und Schüler der Gruppe „mit GeoGebra“ deutlich besser waren als die der Gruppe „ohne GeoGebra“. Was aber besonders auffällig ist, ist, dass die Gruppe „mit GeoGebra“ bei jeder einzelnen Aufgabe besser abgeschnitten hat als die Gruppe „ohne GeoGebra“.

Dieser Leistungsunterschied wird anhand der auf der nächsten Seite folgenden Abbildung eindrücklich aufgezeigt.

Leistungsüberprüfung nachher –
gelöste Aufgaben einzeln (in %, n=19 bzw. n=27)

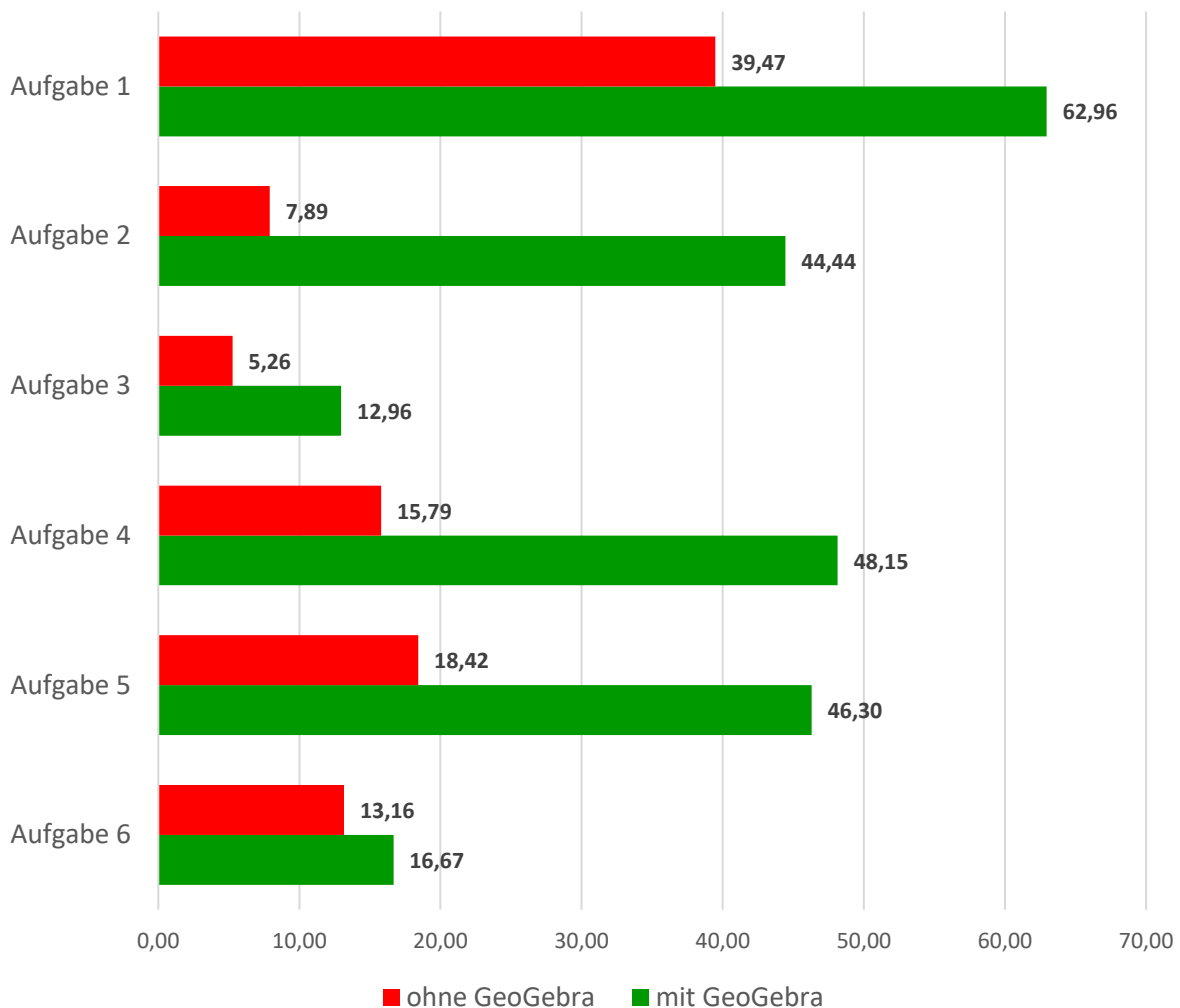


Abbildung 23: Differentialrechnung nachher: gelöste Aufgaben einzeln (in %, n=19 bzw. n=27)

Anhand dieses Balkendiagramm sieht man noch einmal ausgezeichnet, dass die Gruppe „mit GeoGebra“ bei jeder Aufgabe einen höheren Prozentanteil erreicht hat, aber besonders bemerkenswert ist der Unterschied bei den Aufgaben 2, 4 und 5. Hier ist der Anteil an gelösten Aufgaben bei der Gruppe „mit GeoGebra“ jeweils um ein Vielfaches größer als jener bei der Gruppe „ohne GeoGebra“.

Fasst man die Ergebnisse der einzelnen Aufgaben zusammen, so erkennt man, dass auch der Prozentanteil der insgesamt gelösten Aufgaben bei der Gruppe „mit GeoGebra“ deutlich höher ist als jener der Gruppe „ohne GeoGebra“. Diesen Sachverhalt soll die auf der folgenden Seite befindliche Abbildung illustrieren.

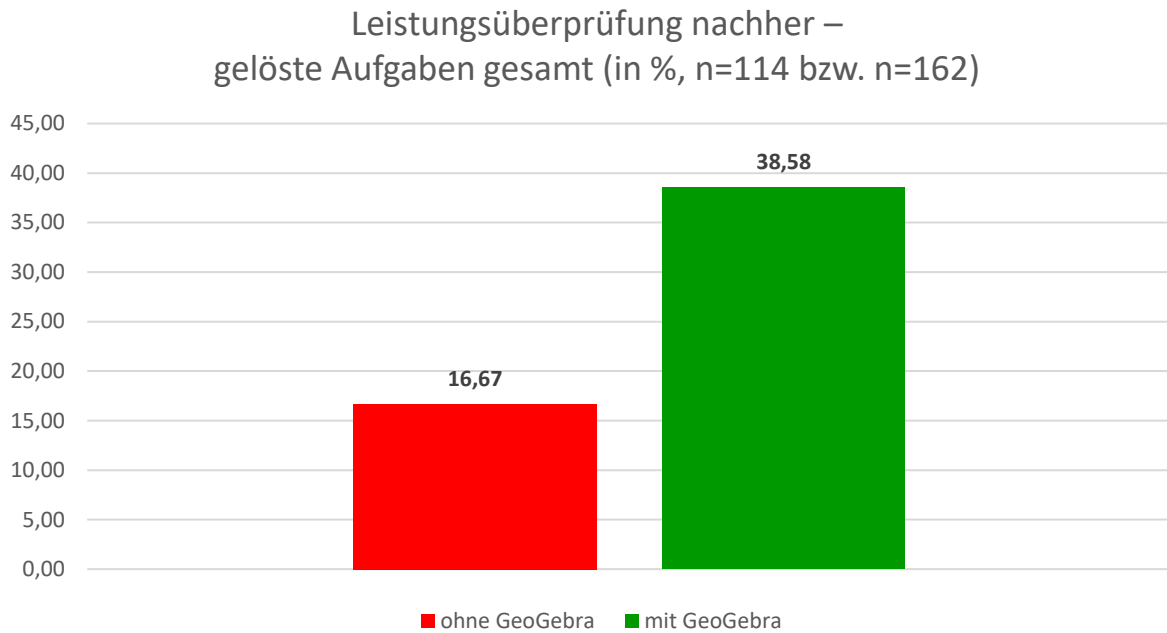


Abbildung 24: Differentialrechnung nachher: gelöste Aufgaben gesamt (in %, n=114 bzw. n=162)

Die Gruppe „ohne GeoGebra“ konnte einen Anteil von 16,67 Prozent an gelösten Aufgaben erreichen, während die Gruppe „mit GeoGebra“ 38,58 Prozent erzielen konnte, was mehr als das Doppelte ist. Das lässt darauf schließen, dass die Gruppe „mit GeoGebra“ deutlich besser mit den Aufgaben zurechtkam.

7.2.3 Vergleich Leistungsüberprüfung vorher – nachher

Bei der Berechnung des Quotienten

$$\frac{\text{Leistungsüberprüfung nachher: gelöste Aufgaben gesamt (in Prozent)}}{\text{Leistungsüberprüfung vorher: gelöste Aufgaben gesamt (in Prozent)}}$$

ergibt sich für die Gruppe „ohne GeoGebra“ der gerundete Wert 0,45 und für die Gruppe „mit GeoGebra“ der gerundete Wert 0,95. Im folgenden Säulendiagramm wird dieser Sachverhalt dargestellt:

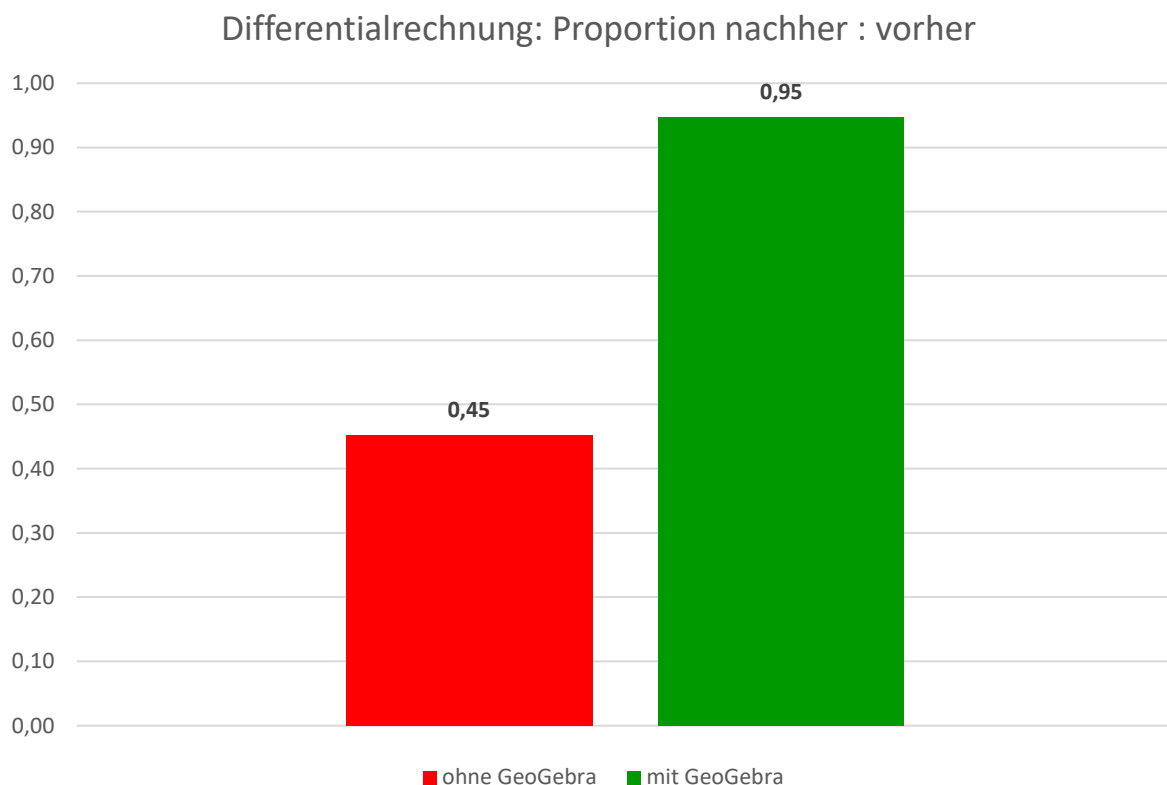


Abbildung 25: Differentialrechnung: Proportion nachher : vorher

Da der Wert bei der Gruppe „mit GeoGebra“ deutlich höher ist, kann gesagt werden, dass der Lernfortschritt bei dieser Gruppe im Vergleich zur Gruppe „ohne GeoGebra“ deutlich größer war. Das ist auch nicht verwunderlich, denn während die Leistungen der Gruppe „mit GeoGebra“ bei der „Leistungsüberprüfung vorher“ nur geringfügig besser waren als jene der Gruppe „ohne GeoGebra“, war die Gruppe „mit GeoGebra“ bei der „Leistungsüberprüfung nachher“ deutlich erfolgreicher als die Vergleichsgruppe. Dadurch kann auch die Proportionszahl erklärt werden, die bei der Gruppe „mit GeoGebra“ mehr als doppelt so hoch wie bei der Gruppe „ohne GeoGebra“ ist.

7.2.4 Evaluationsbogen

Auf den folgenden beiden Tabellen sind die Nennungen bei den einzelnen Items der Likert-Skala des Evaluationsbogens zum Thema „Differentialrechnung“ dargestellt.

	Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=19)			
	Trifft zu	Trifft eher zu	Trifft eher nicht zu	Trifft nicht zu
Das Thema des Unterrichts hat mich sehr interessiert.	5,26	36,84	52,63	5,26
Der inhaltliche Aufbau des Themas war gut strukturiert und nachvollziehbar.	21,05	73,68	5,26	0,00
Die Medien, die eingesetzt wurden, empfand ich als ansprechend und weckten mein Interesse.	26,32	31,58	36,84	5,26
Die Medien, die eingesetzt wurden, trugen dazu bei, den Unterricht anschaulicher zu gestalten und ich konnte die Inhalte dadurch gut verstehen.	15,79	57,89	26,32	0,00
Ich konnte den Inhalten des Unterrichts immer folgen.	10,53	57,89	31,58	0,00

Tabelle 21: Differentialrechnung: Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=19)

	Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=27)			
	Trifft zu	Trifft eher zu	Trifft eher nicht zu	Trifft nicht zu
Das Thema des Unterrichts hat mich sehr interessiert.	11,11	59,26	25,93	3,70
Der inhaltliche Aufbau des Themas war gut strukturiert und nachvollziehbar.	44,44	51,85	3,70	0,00
Die Medien, die eingesetzt wurden, empfand ich als ansprechend und weckten mein Interesse.	25,93	55,56	18,52	0,00
Die Medien, die eingesetzt wurden, trugen dazu bei, den Unterricht anschaulicher zu gestalten und ich konnte die Inhalte dadurch gut verstehen.	33,33	62,96	3,70	0,00
Ich konnte den Inhalten des Unterrichts immer folgen.	51,85	29,63	18,52	0,00

Tabelle 22: Differentialrechnung: Likert-Skala – mit GeoGebra (Nennungen in %, n=27)

Man kann feststellen, dass die Unterrichtseinheiten generell sehr positiv aufgenommen wurden. Jedoch ist zu bemerken, dass die Ergebnisse bei der Gruppe „mit GeoGebra“ noch ein bisschen besser sind. Hier gab es beinahe keine Nennungen bei „trifft nicht zu“. Besonders bei den beiden Items, die sich mit dem Medieneinsatz beschäftigen, sind die

Bewertungen bei der Gruppe „mit GeoGebra“ noch positiver. Diese Ergebnisse sind in den folgenden zwei Abbildungen noch einmal übersichtlich dargestellt:

Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=19)

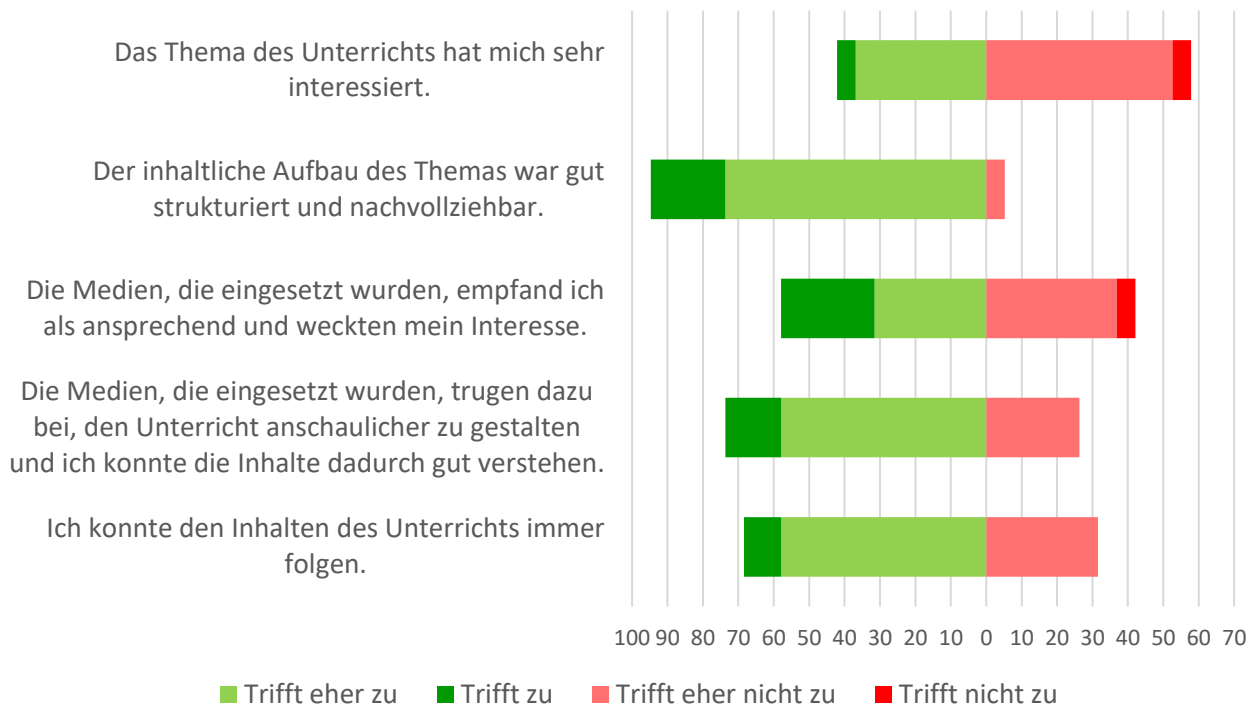


Abbildung 26: Differentialrechnung: Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=19)

Likert-Skala – mit GeoGebra (Nennungen in %, n=27)

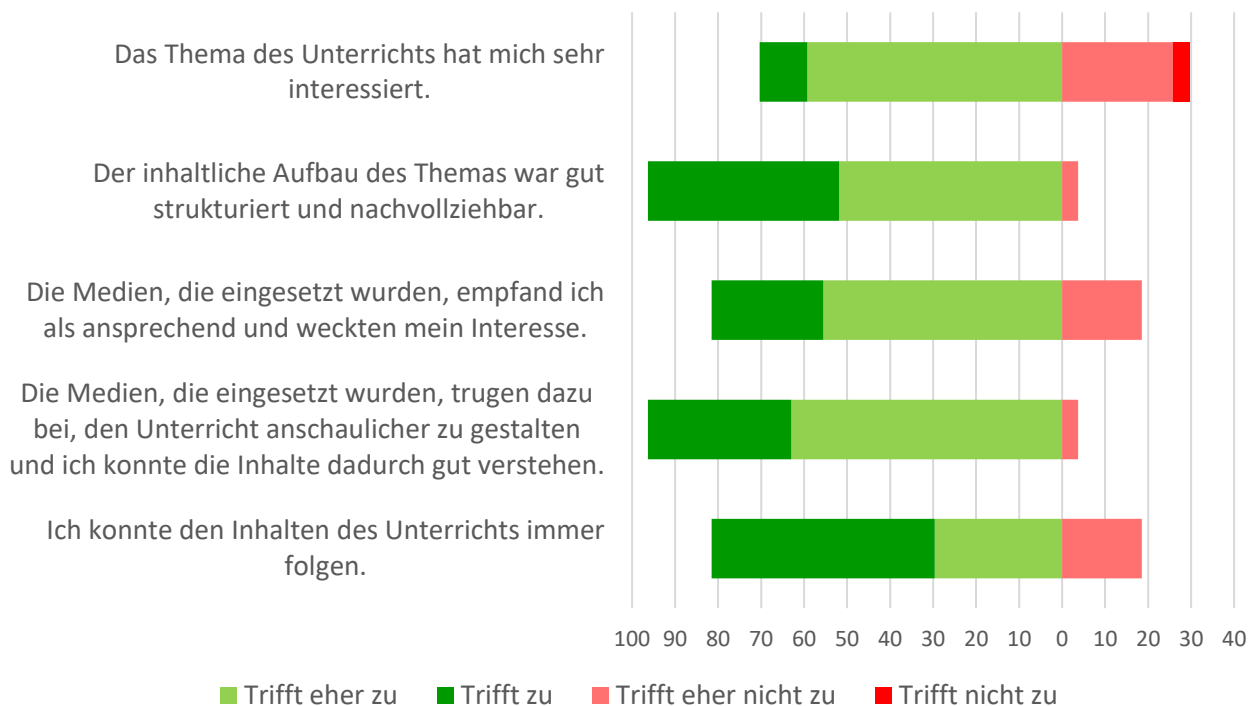


Abbildung 27: Differentialrechnung: Likert-Skala – mit GeoGebra (Nennungen in %, n=27)

Beim Vergleich der beiden Diagramme erkennt man, dass bei jedem der Items bei der Gruppe „mit GeoGebra“ (untere Abbildung) die grünen Balken länger und die roten Balken kürzer sind als bei der Gruppe „ohne GeoGebra“ (obere Abbildung). Besonders stark ausgeprägt ist dieser Unterschied, wie bereits erwähnt, beim dritten und beim vierten Item. Während bei der Gruppe „ohne GeoGebra“ beim dritten Item deutlich über 40 Prozent der Schülerinnen und Schüler „trifft eher nicht zu“ oder „trifft nicht zu“ angekreuzt haben, waren dies bei der Gruppe „mit GeoGebra“ nicht einmal 20 Prozent. Beim vierten Item kreuzten bei der Gruppe „ohne GeoGebra“ über 26 Prozent „trifft eher nicht zu“ an, bei der Gruppe „mit GeoGebra“ waren es nicht einmal vier Prozent – hier gab es jeweils keine einzige Nennung bei „trifft nicht zu“. Diese Ergebnisse lassen darauf schließen, dass die in der Gruppe „mit GeoGebra“ eingesetzten Medien (also vor allem GeoGebra) von Seiten der Schülerinnen und Schüler sehr goutiert wurden.

In den beiden folgenden Tabellen werden die Ergebnisse der Items des semantischen Differentials des Evaluationsbogens dargestellt.

Semantisches Differential – ohne GeoGebra (n=19)								
Das Tempo, in dem gearbeitet wurde, war...								
viel zu langsam.					viel zu schnell.			
1	2	3	4	5	6	7	Gesamt	Ø
0	0	2	9	5	3	0	19	4,47
Gesamt gesehen empfand ich die Inhalte des Unterrichts als...								
viel zu schwer.					viel zu leicht.			
1	2	3	4	5	6	7	Gesamt	Ø
0	0	6	10	3	0	0	19	3,84

Tabelle 23: Differentialrechnung: Semantisches Differential – ohne GeoGebra (n=19)

Semantisches Differential – mit GeoGebra (n=27)								
Das Tempo, in dem gearbeitet wurde, war...								
viel zu langsam.					viel zu schnell.			
1	2	3	4	5	6	7	Gesamt	Ø
0	0	2	15	10	0	0	27	4,30
Gesamt gesehen empfand ich die Inhalte des Unterrichts als...								
viel zu schwer.					viel zu leicht.			
1	2	3	4	5	6	7	Gesamt	Ø
0	1	3	13	4	1	0	22	4,05

Tabelle 24: Differentialrechnung: Semantisches Differential – mit GeoGebra (n=27)

Wird davon ausgegangen, dass Werte in der Mitte der Skala (wobei die Mitte dem Wert vier entspricht) als wünschenswert zu betrachten sind, dann lässt sich anhand dieser Tabellen erkennen, dass die Gruppe „mit GeoGebra“ (untere Tabelle) den Unterricht hinsichtlich Tempo und Schwierigkeit minimal „besser“ bewertet hat als die Gruppe „ohne GeoGebra“ (obere Tabelle), da die Durchschnittswerte näher am Wert vier liegen.

Werden außerdem die einzelnen Nennungen herangezogen, so kann man auch erkennen, dass die errechneten Durchschnittswerte nicht durch Ausreißer in beide Richtungen zustande gekommen sind. Daher ist eine Medianberechnung nicht nötig.

Bei den offenen Fragen, die den Abschluss des Evaluationsbogens bilden, wurde in der Gruppe „mit GeoGebra“ der Einsatz von GeoGebra mehrmals positiv hervorgehoben, jedoch kein einziges Mal negativ. Die anderen Nennungen bei den offenen Fragen waren entweder bereits in die Items der Likert-Skala oder des semantischen Differentials integriert und werden deshalb nicht extra genannt oder sie haben für diese Auswertung keine Relevanz.

7.3 Vergleich der Themen „Exponentialfunktionen“ und „Differentialrechnung“

In diesem Kapitel werden die beiden Themen „Exponentialfunktionen“ und „Differentialrechnung“ sowohl in Bezug auf die Leistungsüberprüfungen als auch den Evaluationsbogen miteinander verglichen. Dabei soll beleuchtet werden, ob bei einem der beiden Themen der Einsatz von GeoGebra eine größere Rolle spielt als beim anderen.

7.3.1 Leistungsüberprüfungen

Wenn man aus den in den Kapiteln 7.1.3 und 7.2.3 berechneten Proportionszahlen wiederum jeweils eine neue Proportionszahl mithilfe des Quotienten

$$\frac{\text{Proportion nachher : vorher (mit GeoGebra)}}{\text{Proportion nachher : vorher (ohne GeoGebra)}}$$

bildet, so ergibt sich für das Thema „Exponentialfunktionen“ der gerundete Wert 1,99 und für das Thema „Differentialrechnung“ der gerundete Wert 2,09. Diese Werte werden in der folgenden Abbildung veranschaulicht:

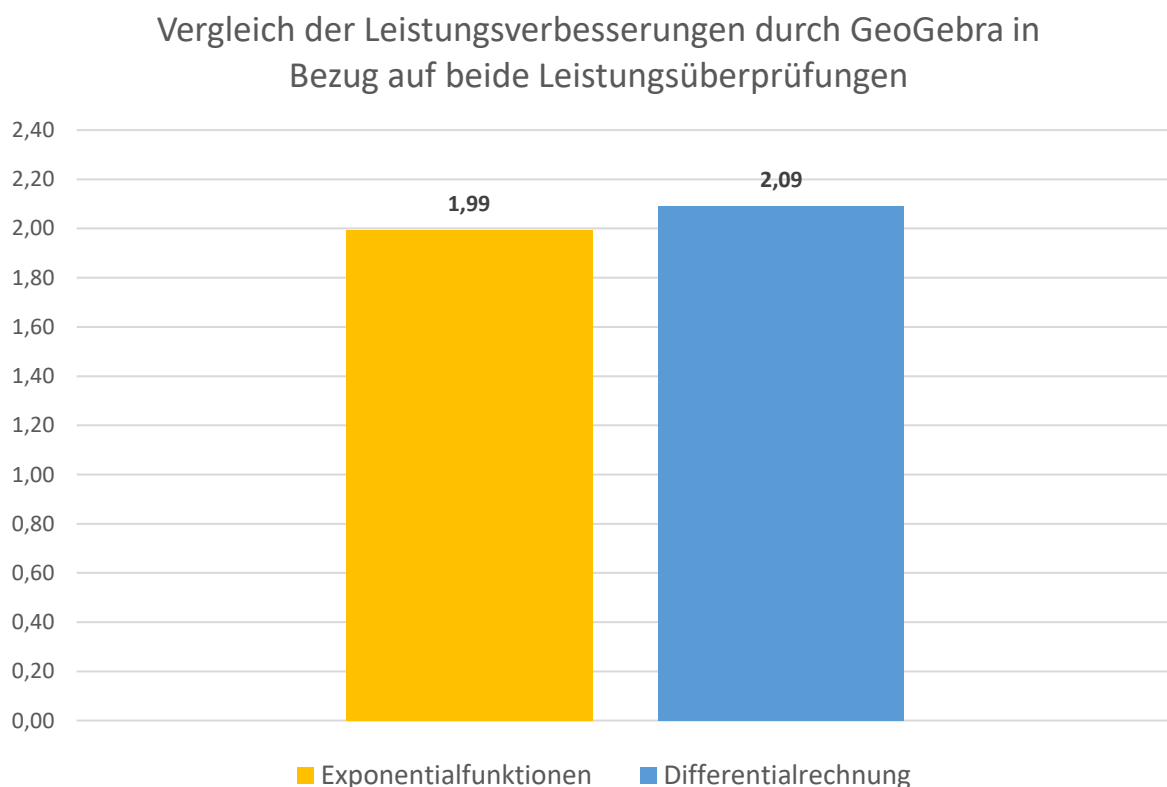


Abbildung 28: Vergleich der Leistungsverbesserungen durch GeoGebra in Bezug auf beide Leistungsüberprüfungen

Da beide Werte deutlich über eins liegen, kann man daraus ableiten, dass der Einsatz von GeoGebra bei beiden Themen zu einem größeren Lernfortschritt beigetragen hat. Da der Wert beim Thema „Differentialrechnung“ noch etwas höher ist, könnte man sagen, dass bei diesem Thema der Lernfortschritt noch etwas größer war.

Lässt man nun die „Leistungsüberprüfung vorher“ außen vor, so ergibt sich bei der Berechnung des Quotienten

$$\frac{\text{Leistungsüberprüfung nachher: gelöste Aufgaben gesamt (in Prozent) (mit GeoGebra)}}{\text{Leistungsüberprüfung nachher: gelöste Aufgaben gesamt (in Prozent) (ohne GeoGebra)}}$$

für das Thema „Exponentialfunktionen“ der gerundete Wert 1,00 und für das Thema „Differentialrechnung“ der gerundete Wert 2,31. Diese beiden Werte werden durch das folgende Säulendiagramm illustriert:

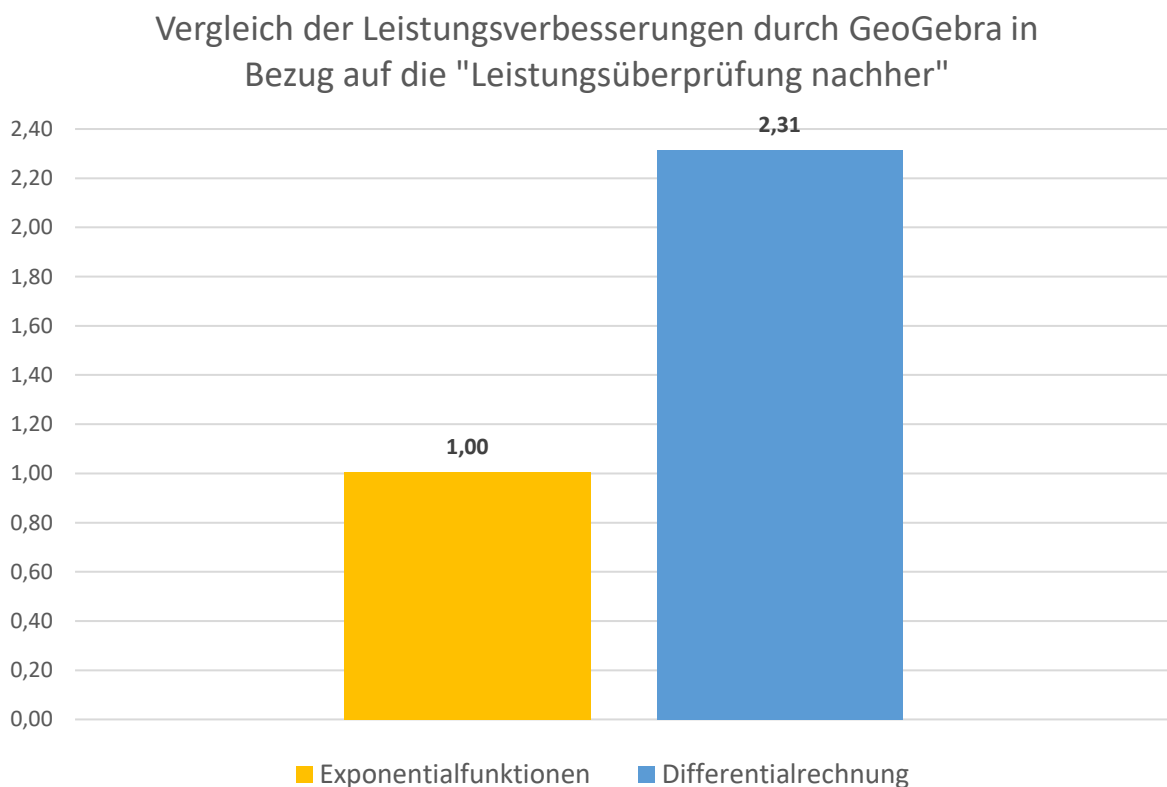


Abbildung 29: Vergleich der Leistungsverbesserungen durch GeoGebra in Bezug auf die „Leistungsüberprüfung nachher“

Es ist eindeutig zu sehen, dass bei diesem Vergleich das Thema „Differentialrechnung“ klar vorne liegt. Das bedeutet also, dass, wenn man nur die Leistungen der Schülerinnen und Schüler bei der „Leistungsüberprüfung nachher“ betrachtet, der Unterschied zwischen den Leistungen der Gruppe „mit GeoGebra“ im Vergleich zur Gruppe „ohne GeoGebra“ beim Thema „Differentialrechnung“ viel größer ist als beim Thema „Exponentialfunktionen“.

7.3.2 Evaluationsbogen

Vergleicht man den Evaluationsbogen zu den einzelnen Themen, die in den Kapiteln 7.1.4 und 7.2.4 genau beleuchtet wurden, so kann man generell feststellen, dass das Thema „Differentialrechnung“ bei beiden Unterrichtsmethoden etwas besser abgeschnitten hat als das Thema „Exponentialfunktionen“. Jedoch geben die Ergebnisse des Evaluationsbogens keinerlei Auskunft darüber, ob bei einem der beiden Themen der Einsatz von GeoGebra sinnvoller sein könnte als beim anderen.

Anhand der Items der Likert-Skala lässt sich keine Aussage darüber machen, ob eines der beiden Themen laut Meinung der Schülerinnen und Schüler besser für den Einsatz von GeoGebra geeignet ist, da nirgendwo ein signifikanter Unterschied beim Vergleich der Evaluationsbögen zu den beiden Themen besteht.

Sehr ähnlich verhält es sich auch beim Vergleich der Items des semantischen Differentials: Auch hier besteht beim Vergleich der Evaluationsbögen kein erheblich erkennbarer Unterschied zwischen den beiden Themen.

8 Diskussion

Mithilfe der im letzten Kapitel zusammengetragenen Forschungsergebnisse sollen nun die in Kapitel 5 formulierten Forschungsfragen beantwortet werden. In den nachfolgenden Ausführungen werden diese daher ausführlich aufgearbeitet.

- Welche der beiden Unterrichtsmethoden – mit oder ohne Einsatz von GeoGebra – erzielt die besseren Leistungen bzw. den größeren Lernfortschritt bei den Schülerinnen und Schülern?

Betrachtet man den ersten Teil der Erhebung, also jenen zum Thema „Exponentialfunktionen“, so lässt sich feststellen, dass die beiden Vergleichsgruppen bei der „Leistungsüberprüfung nachher“ im Durchschnitt beinahe gleiche Leistungen gezeigt haben. Vergleicht man aber jeweils die Ergebnisse der „Leistungsüberprüfung vorher“ mit denen der „Leistungsüberprüfung nachher“, dann lässt sich erkennen, dass die Gruppe „mit GeoGebra“ gewissermaßen den Rückstand von der „Leistungsüberprüfung vorher“ aufgeholt hat. Somit lässt sich bei diesem Thema auf jeden Fall sagen, dass der Lernfortschritt beim Unterrichten mit GeoGebra größer war als jener beim Unterrichten ohne GeoGebra.

Beim zweiten Teil der Erhebung, der sich mit dem Thema „Differentialrechnung“ beschäftigt hat, fiel sofort auf, dass die Gruppe „mit GeoGebra“ bei der „Leistungsüberprüfung nachher“ wesentlich bessere Leistungen zustande gebracht hat als die Gruppe „ohne GeoGebra“. Da diese Gruppe bei der „Leistungsüberprüfung vorher“ nur unwesentlich bessere Leistungen als die Gruppe „ohne GeoGebra“ erbracht hat, lässt sich bei diesem Thema ohne Einschränkungen behaupten, dass das Unterrichten mit GeoGebra sowohl bessere Leistungen als auch den besseren Lernerfolg bei den Schülerinnen und Schülern erzielen konnte.

Zusammengefasst lässt sich daher sagen, dass die Leistungen der Schülerinnen und Schüler beim Unterrichten mit GeoGebra zumindest beim Thema „Differentialrechnung“ deutlich besser als beim Unterrichten ohne GeoGebra waren und bei beiden Themen der Lernfortschritt in der Gruppe, in der mit Einsatz von GeoGebra unterrichtet wurde, signifikant größer war als in der Gruppe, in der ohne Einsatz von GeoGebra unterrichtet wurde.

- Welche der beiden Unterrichtsmethoden schneidet im subjektiven Empfinden der Schülerinnen und Schüler besser ab?

Um beurteilen zu können, welche Unterrichtsmethode die Schülerinnen und Schüler besser bewertet haben, werden die Ergebnisse des Evaluationsbogens der Vergleichsgruppen herangezogen.

Sowohl beim Thema „Exponentialfunktionen“ als auch beim Thema „Differentialrechnung“ wurde bei den Items der Likert-Skala und bei jenen des semantischen Differentials der Unterricht mit Einsatz von GeoGebra durchwegs besser als der Unterricht ohne Einsatz von GeoGebra bewertet. Bei der Likert-Skala wurden bei beiden Themen die Items, die den Medieneinsatz betreffen, insbesondere von der Gruppe „mit GeoGebra“ sehr positiv bewertet, was natürlich sehr für den Einsatz von GeoGebra spricht. Auch bei den offenen Fragen wurde jeweils in der Gruppe „mit GeoGebra“ explizit der Einsatz von GeoGebra des Öfteren positiv hervorgehoben.

Es kann also zusammenfassend gesagt werden, dass bei beiden Themen der Unterricht mit GeoGebra im subjektiven Empfinden der Schülerinnen und Schüler besser abgeschnitten hat als der Unterricht ohne GeoGebra.

- Entstehen durch den Einsatz von GeoGebra größere Disparitäten innerhalb der Leistungen der Schülerinnen und Schüler einer Gruppe oder werden diese vermindert?

Um mögliche Leistungsdisparitäten feststellen zu können, müssen die Ergebnisse der Leistungsüberprüfungen bezogen auf die erreichte Punkteanzahl der Schülerinnen und Schüler der jeweiligen Gruppen herangezogen werden. Dabei ist vor allem die „Leistungsüberprüfung nachher“ wichtig, aber auch etwaige bereits im Vorfeld bestehende Leistungsunterschiede, die durch die Ergebnisse der „Leistungsüberprüfung vorher“ dokumentiert wurden, müssen berücksichtigt werden.

Beim Thema „Exponentialfunktionen“ sind bei der „Leistungsüberprüfung nachher“ bei der Gruppe „mit GeoGebra“ etwas größere Unterschiede zwischen den Leistungen der Schülerinnen und Schüler festzustellen als in der Gruppe „ohne GeoGebra“. Während die Gesamtleistung im Schnitt ziemlich genau dieselbe wie bei der Gruppe „ohne GeoGebra“ war, lagen die schwächsten Leistungen der Schülerinnen und Schüler der Gruppe „mit GeoGebra“ unter jenen der Gruppe „ohne GeoGebra“ und die stärksten Leistungen der Gruppe „mit GeoGebra“ über jenen der Gruppe „ohne GeoGebra“. Die

„Leistungsüberprüfung vorher“ kann hierbei außer Acht gelassen werden, da hier noch in keiner der beiden Gruppen größere Unterschiede innerhalb der Leistungen der Schülerinnen und Schüler festzustellen waren. Man kann also sagen, dass beim Thema „Exponentialfunktionen“ die Disparitäten innerhalb der Leistungen der Schülerinnen und Schüler einer Gruppe durch den Einsatz von GeoGebra etwas größer geworden sind.

Betrachtet man nun das Thema „Differentialrechnung“, so ergibt sich das folgende Bild: Bei der „Leistungsüberprüfung vorher“ waren die Unterschiede zwischen den Leistungen der Schülerinnen und Schüler bei der Gruppe „mit GeoGebra“ bereits etwas größer als in der Gruppe „ohne GeoGebra“. Das lag aber vor allem an der Tatsache, dass die besten Leistungen der Gruppe „mit GeoGebra“ über denen der Gruppe „ohne GeoGebra“ lagen. Bei der „Leistungsüberprüfung nachher“ zeigt sich eine verstärkte Form der eben beschriebenen Lage: Während die Leistungen der Gruppe „ohne GeoGebra“ sich in einem relativ kleinen Intervall befanden, gab es bei der Gruppe „mit GeoGebra“ große Unterschiede zwischen den Leistungen der Schülerinnen und Schüler, wobei diese durchwegs positiv zu sehen sind, da das Leistungsniveau der Gruppe „mit GeoGebra“ deutlich höher als jenes der Gruppe „ohne GeoGebra“ war und die Disparitäten nur aufgrund dessen zustande gekommen sind, dass es in der Gruppe „mit GeoGebra“ einige sehr gute Leistungen gab, die in der Gruppe „ohne GeoGebra“ völlig fehlten.

Basierend auf den vorliegenden Ergebnissen kann also die Behauptung aufgestellt werden, dass die Disparitäten innerhalb der Leistungen einer Gruppe durch den Einsatz von GeoGebra größer wurden, jedoch rühren diese Unterschiede beim Thema „Differentialrechnung“ vor allen Dingen daher, dass einige Schülerinnen und Schüler der Gruppe „mit GeoGebra“ besonders bei der „Leistungsüberprüfung nachher“ sehr gut abgeschnitten haben.

- Welches der beiden Themen – „Exponentialfunktionen“ oder „Differentialrechnung“ – ist in Bezug auf Leistungen und Lernfortschritt der Schülerinnen und Schüler besser für den Einsatz von GeoGebra geeignet?

Damit die Tauglichkeit von GeoGebra für die einzelnen Themen bewertet werden kann, müssen die Proportionszahlen, die sich aus den Leistungsüberprüfungen der jeweiligen Gruppen der beiden Themen ergeben, analysiert werden.

Dabei stellte sich unter Bezugnahme beider Leistungsüberprüfungen heraus, dass der Lernfortschritt, der beim Unterrichten mit GeoGebra erzielt wurde, beim Thema „Differentialrechnung“ etwas größer war als beim Thema „Exponentialfunktionen“.

Lässt man die „Leistungsüberprüfung vorher“ außen vor und betrachtet lediglich die „Leistungsüberprüfung nachher“, so erkennt man, dass der Leistungsunterschied zwischen der Gruppe „mit GeoGebra“ und der Gruppe „ohne GeoGebra“ beim Thema „Differentialrechnung“ eklatant größer war als beim Thema „Exponentialfunktionen“.

Daher kann man zusammenfassen, dass das Thema „Differentialrechnung“ in Bezug auf Leistung und Lernfortschritt besser für den Einsatz von GeoGebra zu sein scheint als das Thema „Exponentialfunktionen“.

- Bei welchem der beiden Themen schneidet der Einsatz von GeoGebra der Meinung der Schülerinnen und Schüler zufolge besser ab?

Um herauszufinden, welches der beiden Themen in den Augen der Schülerinnen und Schüler besser für den Einsatz von GeoGebra geeignet ist, müssen diese auf ihre Unterschiede zwischen den einzelnen Vergleichsgruppen bei den Ergebnissen des Evaluationsbogens überprüft werden.

Hierbei bestand jedoch nirgendwo ein signifikanter Unterschied. Daher lässt sich auch keine Aussage darüber machen, ob die Schülerinnen und Schüler eine Präferenz für eines der beiden Themen hinsichtlich des Einsatzes von GeoGebra haben.

9 Fazit

Die Erkenntnisse der vorliegenden Arbeit lassen sich folgendermaßen zusammenfassen: Aufgrund des Wandels in der österreichischen Bildungslandschaft im Lauf der letzten Jahrzehnte und der damit einhergehenden Veränderungen im Mathematikunterricht, die in den letzten Jahren in der Einführung der standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung, die auch einen Paradigmenwechsel in der Aufgabenkultur der Klausuren bei der Matura mit sich brachte, gipfelten, wurde der Einsatz von Technologie ein überaus wichtiger Bestandteil des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe II der AHS.

Daher hatte die quantitative Erhebung dieser Arbeit das Ziel, herauszufinden, inwiefern sich ein gut durchdachter Einsatz von Technologie – hierbei wurde das Multirepräsentationsprogramm GeoGebra gewählt – sowohl auf die Leistungen der Schülerinnen und Schüler als auch deren subjektive Wahrnehmung des Unterrichts auswirkt.

Die Ergebnisse haben gezeigt, dass die Leistungen der Schülerinnen und Schüler zumeist besser ausfielen bzw. der Lernfortschritt durchwegs größer war, wenn GeoGebra beim Unterrichten eingesetzt wurde. Dabei gab es Abweichungen, je nachdem, welches Themengebiet – es wurden in der Erhebung die Themen „Exponentialfunktionen“ und „Differentialrechnung“ behandelt – herangezogen wurde. Besonders beim Thema „Differentialrechnung“ schnitt der Einsatz von GeoGebra sehr positiv ab. Disparitäten innerhalb der Leistungen der Schülerinnen und Schüler sind in den Gruppen, in denen mit GeoGebra unterrichtet wurde, zwar aufgetreten, jedoch eher dahingehend, dass es Ausreißer nach oben gab. Auch die Schülerinnen und Schüler bewerteten den Unterricht immer dann besser, wenn GeoGebra eingesetzt wurde, wie die Ergebnisse der Evaluationsbögen eindeutig demonstriert haben.

Nachdem sich also gezeigt hat, dass der sachgemäße Einsatz von Technologie sowohl in Bezug auf den Lernerfolg gut abschneidet als auch von Seiten der Schülerinnen und Schüler positiv wahrgenommen wird, muss es das Ziel sein, diesen vollständig in den mathematischen Schulalltag zu integrieren. Dass das nicht ganz einfach ist, hat die Vergangenheit gezeigt, denn die Einführung des Technologieeinsatzes ging nur sehr schleppend voran und bis heute ist dieser noch nicht im Mathematikunterricht einer jeden Klasse der Sekundarstufe II der AHS angekommen. Da der Einsatz von Technologie aus dem Mathematikunterricht der AHS aber nicht mehr wegzudenken ist, gilt es, diesen

bestmöglich zu nutzen und damit den Schülerinnen und Schülern das Verstehen der mathematischen Inhalte zu erleichtern. Daher muss es sich jede Lehrerin bzw. jeder Lehrer einer AHS zum Ziel setzen, sich selbst mit der Technologie so weit vertraut zu machen, dass diese stetig und vor allem gezielt eingesetzt werden kann und so von den Schülerinnen und Schülern auch tatsächlich als Unterstützung und nicht als zusätzliches Hindernis wahrgenommen wird.

10 Literaturverzeichnis

Amazon Europe Core S.à r.l. (Hrsg.) (o. J.): Texas Instruments Grafikrechner Nspire CX CAS; <https://www.amazon.com/Texas-Instruments-Nspire-Graphing-Calculator/dp/B004NBZAYS> (03.04.2019).

BENKER H. (1994): Mathematik mit dem PC. Der effektive Einsatz von Computeralgebra-Programmen in Schule, Studium und Praxis. – Braunschweig und Wiesbaden.

BOGENSPERGER B. (2014): Die Neue Mathematik und was von ihr übrig blieb. – Diplomarbeit, Universität Wien, Wien.

Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich (BGBl.) Nr. 63/1989: Verordnung: Änderung der Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen. – Wien; auch online unter:
https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblPdf/1989_63_0/1989_63_0.pdf
(10.03.2019).

Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich (BGBl.) Nr. 477/1990: Verordnung: Änderung der Lehrpläne für die allgemeinbildenden höheren Schulen. – Wien; auch online unter:
https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblPdf/1990_477_0/1990_477_0.pdf
(10.03.2019).

Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich (BGBl.) Teil II Nr. 277/2004: Verordnung: Änderung der Verordnung über die Lehrpläne der allgemein bildenden höheren Schulen; Bekanntmachung der Lehrpläne für den Religionsunterricht. – Wien; auch online unter:
https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2004_II_277/BGBLA_2004_II_277.pdf
sig (03.05.2019).

Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich (BGBl.) Teil II Nr. 273/2009 Anlage D:
Lehrpläne des Gymnasiums, des Realgymnasiums und des wirtschaftskundlichen
Realgymnasiums für Berufstätige. – Wien; auch online unter:
https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2009_II_273/COO_2026_100_2_553274.pdf (03.05.2019).

Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich (BGBl.) Teil II Nr. 219/2016: Verordnung:
Änderung der Verordnung über die Lehrpläne der allgemein bildenden höheren
Schulen; Änderung der Bekanntmachung der Lehrpläne für den
Religionsunterricht an diesen Schulen. – Wien; auch online unter:
https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2016_II_219/BGBLA_2016_II_219.pdf (21.03.2019).

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) (Hrsg.) (2018a):
Lehrpläne der AHS-Oberstufe; online 29.06.2018,
https://bildung.bmbwf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_oberstufe.html
(21.03.2019).

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) (Hrsg.) (2018b):
Übungsklausuraufgaben für die SRP in Mathematik;
https://aufgabenpool.srdp.at/srp_ahs/index.php (17.02.2018).

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) (Hrsg.) (2019a):
Standardisierte kompetenzorientierte Reifeprüfung an AHS; online 10.04.2019,
https://bildung.bmbwf.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung.html#heading_Warum_eine_neue_Reifepr_fung_ (25.04.2019).

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) (Hrsg.) (2019b):
Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik. Inhaltliche und
organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen;
https://www.srdp.at/index.php?eID=dumpFile&t=f&f=861&token=685dfd797193f067115157aa1830600942a5074f&fbclid=IwAR1HDUyD366Pw3_nPc9xFH9XYzE7pYrptNu1zEeS-ShdoYM5EAXUA7L6HKU (03.05.2019).

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) (Hrsg.) (o. J. a):
SRDP. Standardisierte Reife- und Diplomprüfung. Durchführung;
<https://www.srdp.at/durchfuehrung/> (23.04.2019).

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) (Hrsg.) (o. J. b):
SRDP. Standardisierte Reife- und Diplomprüfung. Mathematik;
https://www.srdp.at/schriftliche-pruefungen/mathematik/allgemeine-informationen/?fbclid=IwAR3Yf7eZXkVLZ2WQsCfqjgcyihJU_qW0gk-rs_lsumBNWibN49pepeYzSdE (25.04.2019).

Bundesministerium für Digitalisierung und Wirtschaftsstandort (BMDW) (Hrsg.) (2019):
Gesamte Rechtsvorschrift für Prüfungsordnung AHS, Fassung vom 25.04.2019;
online 25.04.2019,
https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=20007845&fbclid=IwAR0rqLmTXbMq9zIMxynv2AhOq53ZG68vUVIJoAIU5-zJHrtFwXA_IRD3GRs (25.04.2019).

CASIO Europe GmbH (Hrsg.) (2019a): ClassPad II (FX-CP400); <https://www.casio-europe.com/de/produkte/schul-und-grafikrechner/cas-grafikrechner/fx-cp400/> (18.04.2019).

CASIO Europe GmbH (Hrsg.) (2019b): ClassPad Manager II; <https://www.casio-europe.com/de/produkte/schul-und-grafikrechner/software-und-praesentation/classpad2manager/> (18.04.2019).

CASIO Europe GmbH (Hrsg.) (o. J.): ClassPad II (FX-CP400); <https://www.casio-schulrechner.de/de/produkte/casgrafikrechner/fxcp400/> (18.04.2019).

Downloadastro.com (Hrsg.) (2019): GeoGebra alte Versionen;
https://geogebra.de.downloadastro.com/alte_versionen/ (21.04.2019).

DUVAL R. (2006): A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. – In: Educational Studies in Mathematics 61 (1), 103-131.

FREILER P., MARIK J., OLF M. und WITTBERGER M. (2016a): Lösungswege. Mathematik Oberstufe 6. – Wien.

FREILER P., MARIK J., OLF M. und WITTBERGER M. (2016b): Lösungswege. Mathematik Oberstufe 7. – Wien.

GeoGebra GmbH (Hrsg.) (2018): Was ist GeoGebra; <https://www.geogebra.org/about> (19.04.2019).

HAASE M. (o. J. a): Taschenrechner in der Schule. Typen und Geschichte; <http://www.zahlenfreund.de/Typenkunde/typenkunde.html> (21.03.2019).

HAASE M. (o. J. b): Taschenrechner in der Schule. Entwicklung; <http://www.zahlenfreund.de/Entwicklung/entwicklung.html> (21.03.2019).

HOHENWARTER M. (2002): GeoGebra. Ein Softwaresystem für dynamische Geometrie und Algebra der Ebene. – Diplomarbeit, Paris-Lodron-Universität Salzburg, Salzburg.

HOHENWARTER M. (2006): GeoGebra – didaktische Materialien und Anwendungen für den Mathematikunterricht. – Dissertation, Paris-Lodron-Universität Salzburg, Salzburg.

HOHENWARTER M. (2013): Neue Entwicklungen bei GeoGebra. – In: RUPPERT M. und WÖRLER J. (Hrsg.): Technologien im Mathematikunterricht. Eine Sammlung von Trends und Ideen. – Wiesbaden, 3-4.

International GeoGebra Institute (2019): Netzwerk der GeoGebra Institute; <https://www.geogebra.org/institutes> (20.04.2019).

KAENDERS R. und SCHMIDT R. (2011): Zu einem tieferen Mathematikverständnis. – In: KAENDERS R. und SCHMIDT R. (Hrsg.): Mit GeoGebra mehr Mathematik verstehen. Beispiele für die Förderung eines tieferen Mathematikverständnisses aus dem GeoGebra Institut Köln/Bonn. – Wiesbaden, 1-11.

KOEPF W., BEN-ISRAEL A. und GILBERT B. (1993): Mathematik mit Derive. – Braunschweig und Wiesbaden.

LAACKMANN H. (2013): Darstellungen und Darstellungswechsel als Mittel zur Begriffsbildung. Eine Untersuchung in rechnerunterstützten Lernumgebungen. – Dissertation, Technische Universität Dortmund, Wiesbaden. (= Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts Band 11).

LEHMANN E. (2003): Konzeptionelle Überlegungen zur Einbeziehung informatischer Inhalte und Methoden beim Computereinsatz im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 2. – Dissertation, Humboldt-Universität zu Berlin, Hildesheim. (= Texte zur mathematischen Forschung und Lehre 28).

MAYER H. O. (2008): Interview und schriftliche Befragung. Entwicklung, Durchführung und Auswertung. – München.

MEHLHASE U. (1991): Wozu wird der Computer an allgemeinbildenden Schulen tatsächlich genutzt? – Ergebnisse einer Umfrage in einem ausgewählten Regierungsbezirk zum Computereinsatz in der Schule. – In: HISCHER H. (Hrsg.): Mathematikunterricht im Umbruch? Erörterungen zur möglichen „Trivialisierung“ von mathematischen Gebieten durch Hardware und Software. Bericht über die 9. Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 27. bis 29. September 1991 in Wolfenbüttel. – Hildesheim, 106-113.

MÜLLER R. (1995): Begleitdisketten – Wozu? Lehrbuchbegleitender Computereinsatz. – In: REICHEL H.-C. (Hrsg.): Computereinsatz im Mathematikunterricht – Leipzig, Mannheim, Wien und Zürich, 179-194.

NEUMANN R. (2018): Zum Einfluss von Computeralgebrasystemen auf mathematische Grundfertigkeiten. Eine empirische Bestandsaufnahme. – Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Wiesbaden. (= Essener Beiträge zur Mathematikdidaktik).

PALLACK A. (2007): Die gute CAS-Aufgabe für die Prüfung. – In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 26. bis 30. März 2007 in Berlin. – Hildesheim u. a., 90-93.

Preisvergleich Internet Services AG (Hrsg.) (2019a): Texas Instruments TI-Nspire CX CAS; <https://geizhals.at/texas-instruments-ti-nspire-cx-cas-a1090535.html> (03.04.2019).

Preisvergleich Internet Services AG (Hrsg.) (2019b): CASIO ClassPad II (FX-CP400); <https://geizhals.at/casio-classpad-ii-fx-cp400-a1037729.html> (18.04.2019).

REICHEL H.-C. (1994): Vorwort – In: REICHEL H.-C. (Hrsg.): Computereinsatz im Mathematikunterricht – Leipzig, Mannheim, Wien und Zürich, 7-12.

REICHEL H.-C. (1995): Computereinsatz im Mathematikunterricht. - In: REICHEL H.-C. (Hrsg.): Computereinsatz im Mathematikunterricht – Leipzig, Mannheim, Wien und Zürich, 15-54.

STEINWENDER A. (2000): Computereinsatz im Mathematikunterricht. – Diplomarbeit, Universität Wien, Wien.

Texas Instruments (Hrsg.) (o. J. a): TI-NSpire™ CX CAS Handheld. Übersicht; <https://education.ti.com/de-at/produkte/taschenrechner/graphikrechner-und-cas/ti-nspire-cx-cas?category=overview> (03.04.2019).

Texas Instruments (Hrsg.) (o. J. b): TI-NSpire™ Software für Schüler. Übersicht; <https://education.ti.com/de-at/produkte/computer-software/ti-nspire-student-sw?category=overview> (03.04.2019).

Texas Instruments (Hrsg.) (o. J. c): TI-NSpire™ CX CAS Handheld. Technische Daten; <https://education.ti.com/de-at/produkte/taschenrechner/graphikrechner-und-cas/ti-nspire-cx-cas?category=specifications> (03.04.2019).

Texas Instruments (Hrsg.) (o. J. d): Graphikrechner TI-Nspire™ CX II-T;
<https://education.ti.com/de-at/produkte/taschenrechner/graphikrechner-und-cas/ti-nspire-cx-ii-cx-ii-cas> (03.04.2019).

UNGER H. (1997): Evaluationsbedingte Veränderungen für eine Akzeptanz des Computereinsatzes. – Diplomarbeit, Universität Wien, Wien.

WEIGAND H.-G. (2013): Technologien im Mathematikunterricht (TiMu) – eine fortwährende Herausforderung. – In: RUPPERT M. und WÖRLER J. (Hrsg.): Technologien im Mathematikunterricht. Eine Sammlung von Trends und Ideen. – Wiesbaden, IX-XII.

WEINERT F. E. (2001): Leistungsmessungen in Schulen. – Weinheim und Basel.

WÜBBENHORST K. (o. J.): Semantisches Differential. Ausführliche Definition;
<https://wirtschaftslexikon.gabler.de/definition/semantisches-differenzial-45814>
(05.05.2019).

WURNIG O. (1995): Meine Erfahrungen mit dem Computer im Mathematikunterricht bis zum integrierten Einsatz in Klasse 12. – In: REICHEL H.-C. (Hrsg.): Computereinsatz im Mathematikunterricht. – Leipzig, Mannheim, Wien und Zürich, 55-115.

ZEILLER D. (1995): Computerunterstützter Mathematikunterricht an Allgemeinbildenden Höheren Schulen in Österreich. Ein Überblick. Mathematik, DERIVE, Computer. – Diplomarbeit, Universität Wien, Wien.

11 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Mathematikunterricht im Jahr 1954.....	7
Abbildung 2: TI-Nspire CX CAS Handheld.....	25
Abbildung 3: Graphische Benutzeroberfläche des „TI-Nspire CX CAS Handheld“	26
Abbildung 4: CASIO ClassPad II (FX-CP400)	27
Abbildung 5: Graphische Benutzeroberfläche des „CASIO ClassPad II“	28
Abbildung 6: Standorte der „GeoGebra-Institute“ im Jahr 2013.....	30
Abbildung 7: Standorte der „GeoGebra-Institute“ heute	30
Abbildung 8: Graphische Benutzeroberfläche beim Start von GeoGebra Version 6	31
Abbildung 9: „CAS“-Perspektive in GeoGebra Version 6.....	32
Abbildung 10: Exponentialfunktionen vorher: Boxplots zur Punkteverteilung bei den SuS (n=12 bzw. n=15).....	44
Abbildung 11: Exponentialfunktionen vorher: gelöste Aufgaben einzeln (in %, n=12 bzw. n=15)	45
Abbildung 12: Exponentialfunktionen vorher: gelöste Aufgaben gesamt (in %, n=24 bzw. n=30)	45
Abbildung 13: Exponentialfunktionen nachher: Boxplots zur Punkteverteilung bei den SuS (n=12 bzw. n=15).....	46
Abbildung 14: Exponentialfunktionen nachher: gelöste Aufgaben einzeln (in %, n=12 bzw. n=15)	48
Abbildung 15: Exponentialfunktionen nachher: gelöste Aufgaben gesamt (in %, n=84 bzw. n=105).....	49
Abbildung 16: Exponentialfunktionen: Proportion nachher : vorher	50
Abbildung 17: Exponentialfunktionen: Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=12).....	52
Abbildung 18: Exponentialfunktionen: Likert-Skala – mit GeoGebra (Nennungen in %, n=15).....	52
Abbildung 19: Differentialrechnung vorher: Boxplots zur Punkteverteilung bei den SuS (n=19 bzw. n=27)	56
Abbildung 20: Differentialrechnung vorher: gelöste Aufgaben einzeln (in %, n=19 bzw. n=27).....	57
Abbildung 21: Differentialrechnung vorher: gelöste Aufgaben gesamt (in %, n=76 bzw. n=108)	58

Abbildung 22: Differentialrechnung nachher: Boxplots zur Punkteverteilung bei den SuS (n=19 bzw. n=27)	59
Abbildung 23: Differentialrechnung nachher: gelöste Aufgaben einzeln (in %, n=19 bzw. n=27)	62
Abbildung 24: Differentialrechnung nachher: gelöste Aufgaben gesamt (in %, n=114 bzw. n=162)	63
Abbildung 25: Differentialrechnung: Proportion nachher : vorher.....	64
Abbildung 26: Differentialrechnung: Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=19)	66
Abbildung 27: Differentialrechnung: Likert-Skala – mit GeoGebra (Nennungen in %, n=27)	66
Abbildung 28: Vergleich der Leistungsverbesserungen durch GeoGebra in Bezug auf beide Leistungsüberprüfungen.....	69
Abbildung 29: Vergleich der Leistungsverbesserungen durch GeoGebra in Bezug auf die „Leistungsüberprüfung nachher“	70

12 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Exponentialfunktionen vorher: Punkteverteilung SuS – ohne GeoGebra (n=12).....	43
Tabelle 2: Exponentialfunktionen vorher: Punkteverteilung SuS – mit GeoGebra (n=15)	43
Tabelle 3: Exponentialfunktionen vorher: Punkteverteilung Aufgaben – ohne GeoGebra (n=12).....	44
Tabelle 4: Exponentialfunktionen vorher: Punkteverteilung Aufgaben – mit GeoGebra (n=15).....	44
Tabelle 5: Exponentialfunktionen nachher: Punkteverteilung SuS – ohne GeoGebra (n=12).....	46
Tabelle 6: Exponentialfunktionen nachher: Punkteverteilung SuS – mit GeoGebra (n=15).....	46
Tabelle 7: Exponentialfunktionen nachher: Punkteverteilung Aufgaben – ohne GeoGebra (n=12).....	47
Tabelle 8: Exponentialfunktionen nachher: Punkteverteilung Aufgaben – mit GeoGebra (n=15).....	47
Tabelle 9: Exponentialfunktionen: Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=12).....	51
Tabelle 10: Exponentialfunktionen: Likert-Skala – mit GeoGebra (Nennungen in %, n=15).....	51
Tabelle 11: Exponentialfunktionen: Semantisches Differential – ohne GeoGebra (n=12)	53
Tabelle 12: Exponentialfunktionen: Semantisches Differential – mit GeoGebra (n=15)	53
Tabelle 13: Differentialrechnung vorher: Punkteverteilung SuS – ohne GeoGebra (n=19)	55
Tabelle 14: Differentialrechnung vorher: Punkteverteilung SuS – mit GeoGebra (n=27)	55
Tabelle 15: Differentialrechnung vorher: Punkteverteilung Aufgaben – ohne GeoGebra (n=19).....	56
Tabelle 16: Differentialrechnung vorher: Punkteverteilung Aufgaben – mit GeoGebra (n=27).....	56
Tabelle 17: Differentialrechnung nachher: Punkteverteilung SuS – ohne GeoGebra (n=19).....	59

Tabelle 18: Differentialrechnung nachher: Punkteverteilung SuS – mit GeoGebra (n=27)	59
Tabelle 19: Differentialrechnung nachher: Punkteverteilung Aufgaben – ohne GeoGebra (n=19)	61
Tabelle 20: Differentialrechnung nachher: Punkteverteilung Aufgaben – mit GeoGebra (n=27)	61
Tabelle 21: Differentialrechnung: Likert-Skala – ohne GeoGebra (Nennungen in %, n=19)	65
Tabelle 22: Differentialrechnung: Likert-Skala – mit GeoGebra (Nennungen in %, n=27)	65
Tabelle 23: Differentialrechnung: Semantisches Differential – ohne GeoGebra (n=19)	67
Tabelle 24: Differentialrechnung: Semantisches Differential – mit GeoGebra (n=27)	67

13 Anhang

13.1 Leistungsüberprüfungen zum Thema „Exponentialfunktionen“

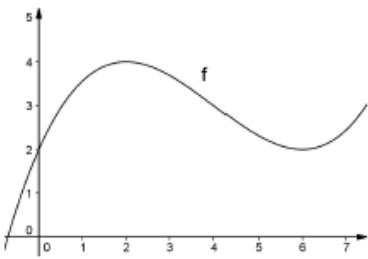
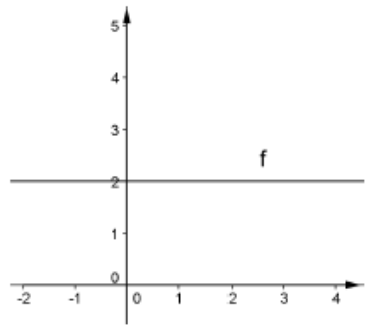
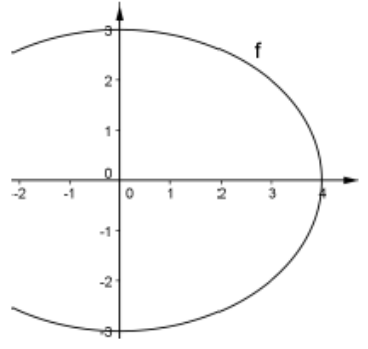
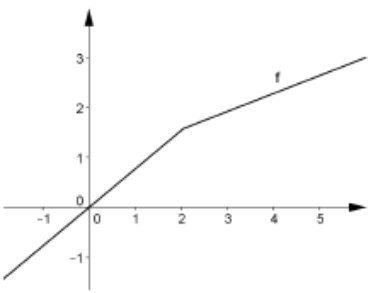
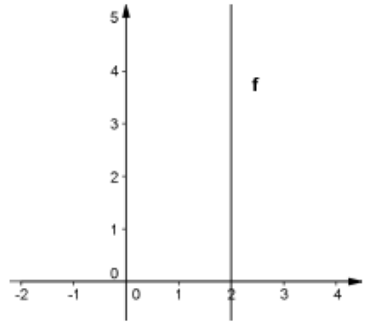
„Exponentialfunktionen“: Leistungsüberprüfung vorher

Die folgende Leistungsüberprüfung ist anonym und dient zur Sicherung der Qualität des Unterrichts.

Beantworten Sie diese daher bitte nach bestem Gewissen und unbeeinflusst von sonstigen Umständen!

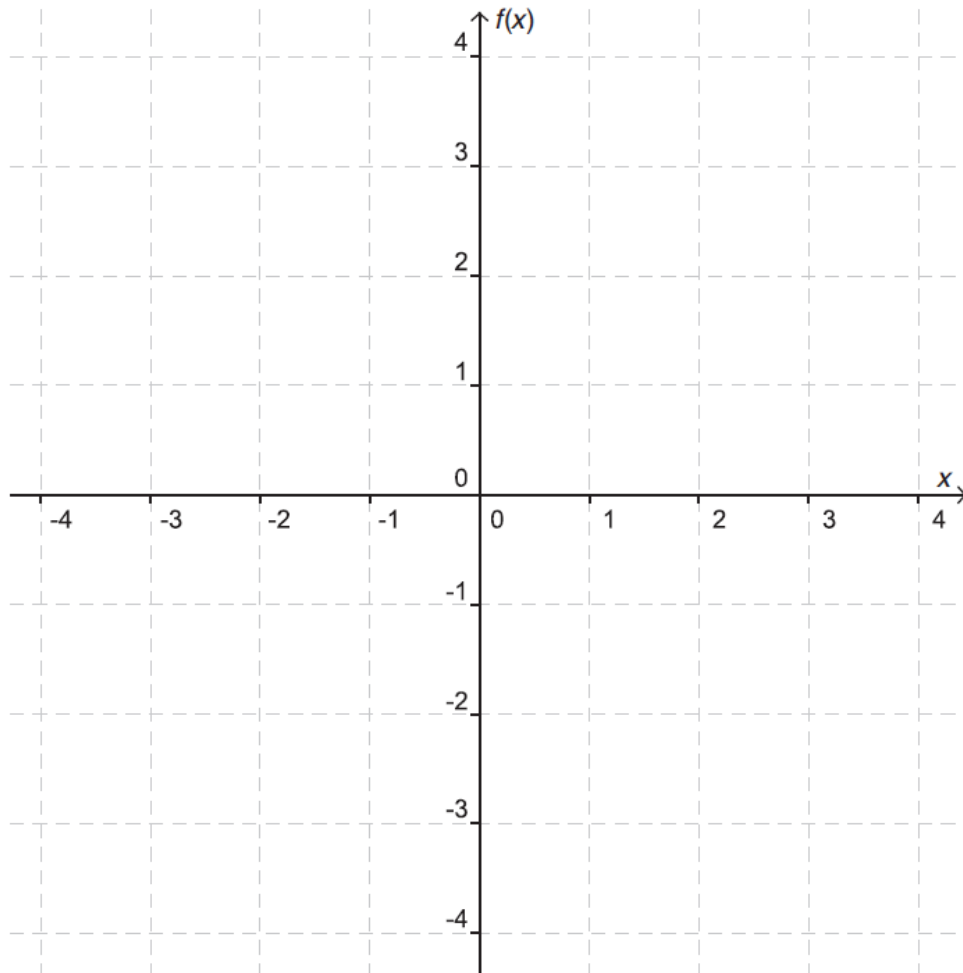
- 1) Im Folgenden sind Darstellungen von Kurven und Geraden gegeben.

Kreuzen Sie diejenige(n) Abbildung(en) an, die Graph(en) einer reellen Funktion $f: x \rightarrow f(x)$ ist/sind!

	☐
	☐
	☐
	☐
	☐

- 2) Der Verlauf einer linearen Funktion f mit der Gleichung $f(x) = k \cdot x + d$ wird durch ihre Parameter k und d mit $k, d \in \mathbb{R}$ bestimmt.

Zeichnen Sie einen möglichen Graphen der linearen Funktion $f(x) = k \cdot x + d$ mit den Parametern $k = 2$ und $d < 0$ in das Koordinatensystem ein!



Vielen Dank!

Quelle:

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) (Hrsg.) (2018b):
Übungsklausuraufgaben für die SRP in Mathematik;
https://aufgabenpool.srdp.at/srp_ahs/index.php (17.02.2018).

„Exponentialfunktionen“: Leistungsüberprüfung nachher

Die folgende Leistungsüberprüfung ist anonym und dient zur Sicherung der Qualität des Unterrichts.

Beantworten Sie diese daher bitte nach bestem Gewissen und unbeeinflusst von sonstigen Umständen!

- 1) Die angegebenen Funktionsgleichungen beschreiben exponentielle Zusammenhänge.

Kreuzen Sie die beiden Funktionsgleichungen an, die eine exponentielle Abnahme beschreiben!

$f(x) = 100 \cdot 1,2^x$	☐
$f(x) = 100 \cdot e^{0,2x}$	☐
$f(x) = 100 \cdot 0,2^x$	☐
$f(x) = 100 \cdot 0,2^{-x}$	☐
$f(x) = 100 \cdot e^{-0,2x}$	☐

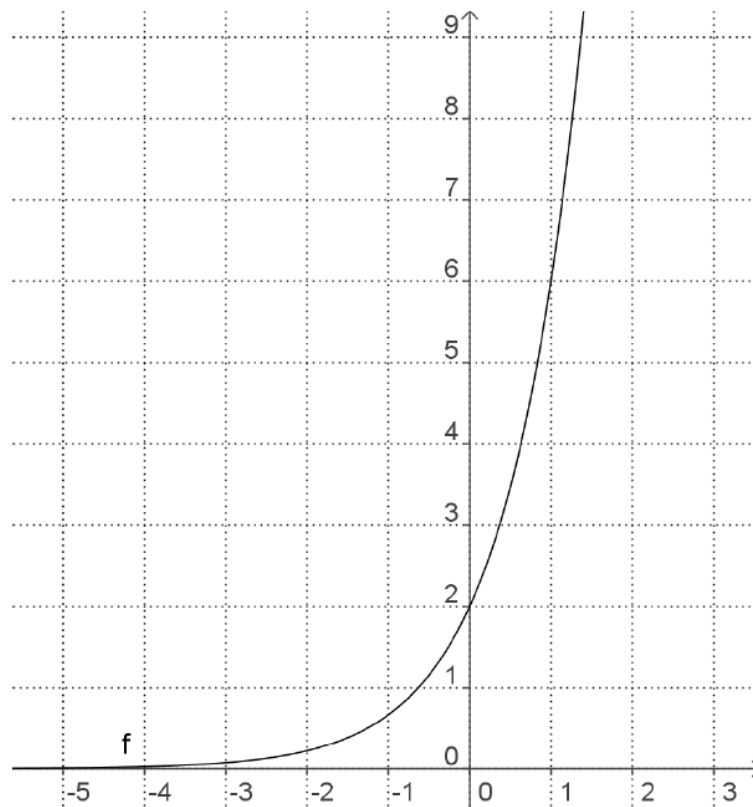
- 2) Die Funktion f mit $f(x) = 100 \cdot 2^x$ beschreibt einen exponentiellen Wachstumsprozess. Wie verändert sich der Funktionswert, wenn x um 1 erhöht wird?

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Funktionswert $f(x + 1)$ ist ...

um 1 größer als $f(x)$	☐
doppelt so groß wie $f(x)$	☐
um 100 größer als $f(x)$	☐
um 200 größer als $f(x)$	☐
um 100 % größer als $f(x)$	☐

- 3) Gegeben ist der Graph einer Exponentialfunktion f mit $f(x) = a \cdot 3^x$.



Ermitteln Sie den für diesen Graphen richtigen Parameterwert a mit $a \in \mathbb{N}$!

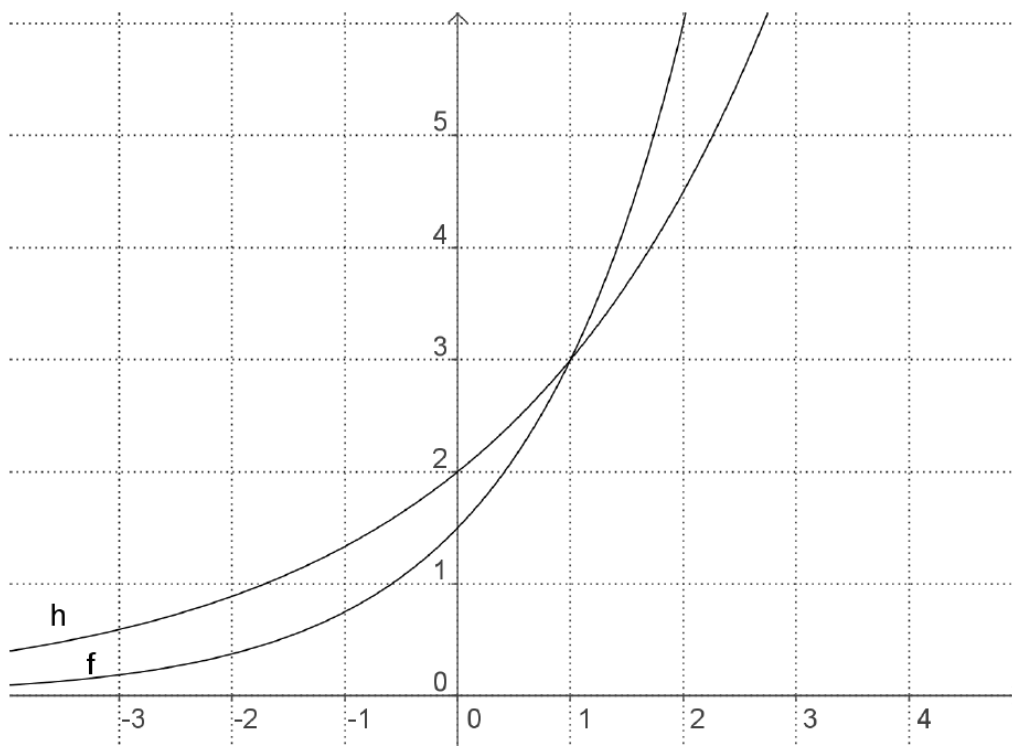
$a =$ _____

- 4) Die Formel $N(t) = N_0 \cdot a^t$ mit $a > 1$ beschreibt ein exponentielles Wachstum.

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die relative Zunahme ist in gleichen Zeitintervallen gleich groß.	☐
Die absolute Zunahme ist in gleichen Zeitintervallen gleich groß.	☐
Die relative Zunahme ist unabhängig von N_0 .	☐
Die relative Zunahme ist abhängig von a .	☐
Die absolute Zunahme ist abhängig von a .	☐

- 5) Gegeben sind zwei Exponentialfunktionen f und h mit $f(x) = a \cdot b^x$ und $h(x) = c \cdot d^x$. Dabei gilt $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$.



Welche der nachstehenden Aussagen über die Parameter a, b, c und d sind zutreffend?

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$a > c$	☐
$b > d$	☐
$a < c$	☐
$b < d$	☐
$a = c$	☐

- 6) Das Wachstum einer Bakterienkolonie in Abhängigkeit von der Zeit t (in Stunden) kann näherungsweise durch die Funktionsgleichung $A(t) = 2 \cdot 1,35^t$ beschrieben werden, wobei $A(t)$ die zum Zeitpunkt t besiedelte Fläche (in mm^2) angibt.

Interpretieren Sie die in der Funktionsgleichung vorkommenden Werte 2 und 1,35 im Hinblick auf den Wachstumsprozess!

- 7) Eine Viruserkrankung breitet sich sehr schnell aus. Die Anzahl der Infizierten verdoppelt sich alle vier Tage.

Geben Sie an, durch welchen Funktionstyp ein derartiges Wachstum beschrieben werden kann, und begründen Sie Ihre Antwort!

Vielen Dank!

Quelle:

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) (Hrsg.) (2018b):
Übungsklausuraufgaben für die SRP in Mathematik;
https://aufgabenpool.srdp.at/srp_ahs/index.php (17.02.2018).

13.2 Leistungsüberprüfungen zum Thema „Differentialrechnung“

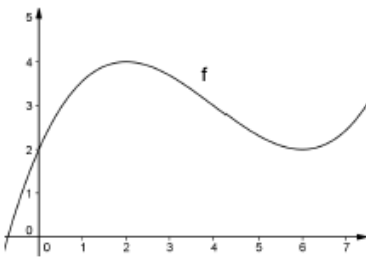
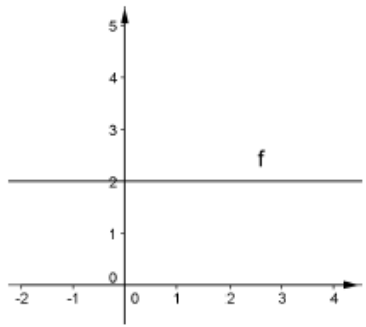
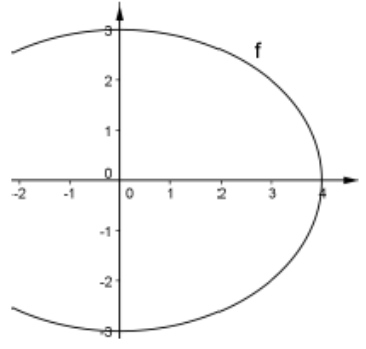
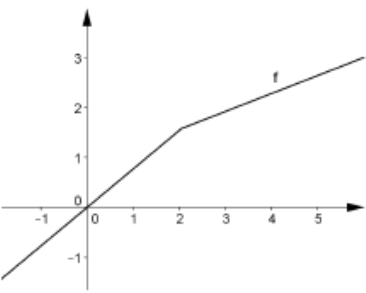
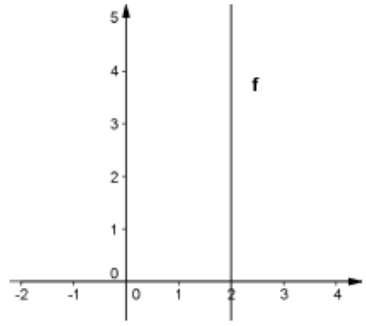
„Differentialrechnung“: Leistungsüberprüfung vorher

Die folgende Leistungsüberprüfung ist anonym und dient zur Sicherung der Qualität des Unterrichts.

Beantworten Sie diese daher bitte nach bestem Gewissen und unbeeinflusst von sonstigen Umständen!

1) Im Folgenden sind Darstellungen von Kurven und Geraden gegeben.

Kreuzen Sie diejenige(n) Abbildung(en) an, die Graph(en) einer reellen Funktion $f: x \rightarrow f(x)$ ist/sind!

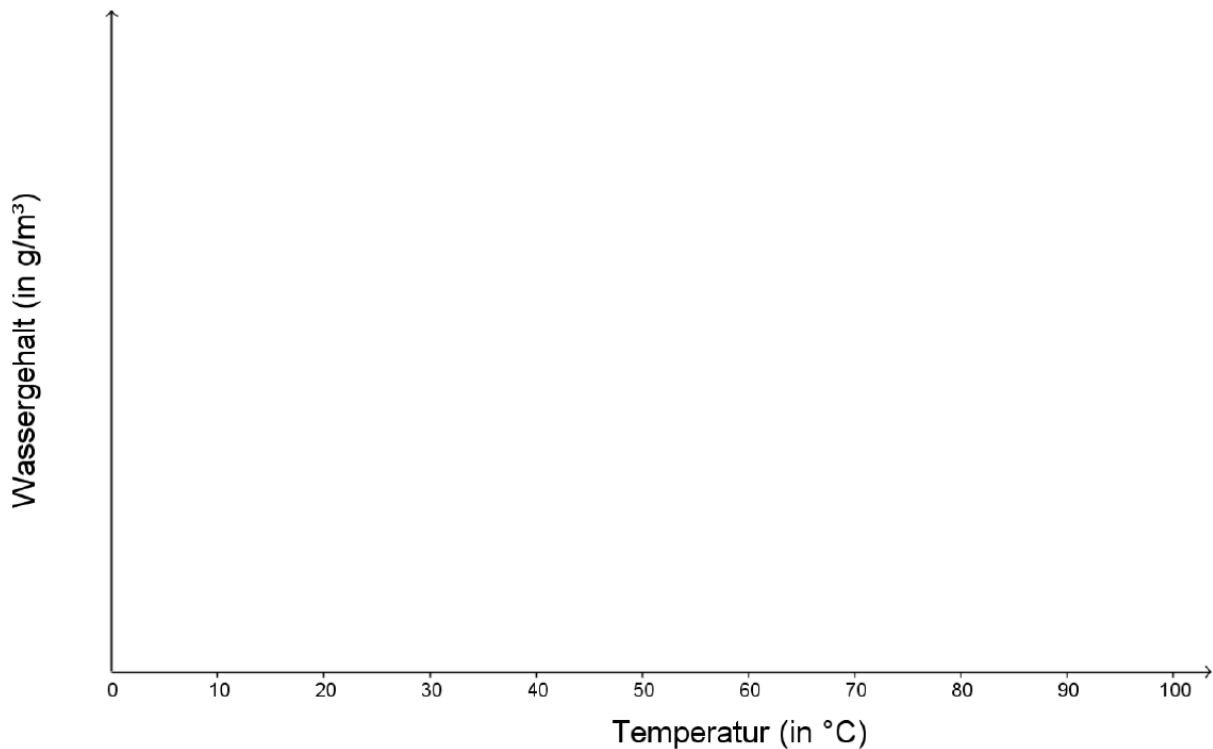
	☐
	☐
	☐
	☐
	☐

- 2) Wasserdampf ist dann gesättigt, wenn die maximal aufnehmbare Wassermenge (Sättigungsmenge, absolute Luftfeuchte) erreicht wird. Die nachstehende Tabelle enthält einige beispielhafte Werte zum Wassergehalt in der Luft (in g/m^3) in Abhängigkeit von der Temperatur (in $^{\circ}\text{C}$) für $[0^{\circ}\text{C}; 100^{\circ}\text{C}]$ (Werte gerundet).

Temperatur (in $^{\circ}\text{C}$)	0	20	40	60	80	100
Wassergehalt (in g/m^3)	5	18	50	130	290	590

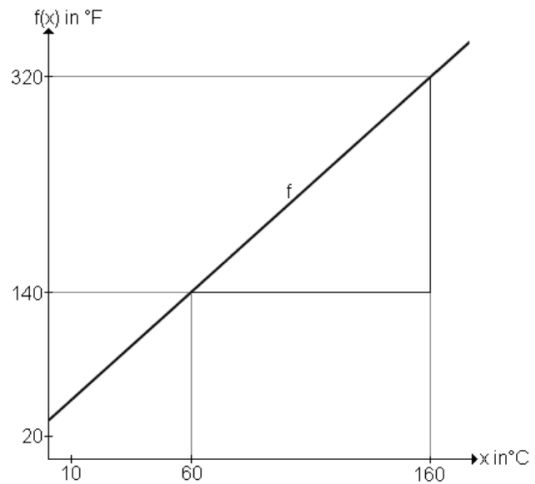
Stellen Sie den Zusammenhang zwischen der Temperatur und dem Wassergehalt für den angegebenen Temperaturbereich grafisch dar!

Skalieren und beschriften Sie dazu im vorgegebenen Koordinatensystem in geeigneter Weise die senkrechte Achse so, dass alle in der Tabelle angeführten Werte dargestellt werden können!



- 3) Temperaturen werden bei uns in °C (Celsius) gemessen; in einigen anderen Ländern ist die Messung in °F (Fahrenheit) üblich.

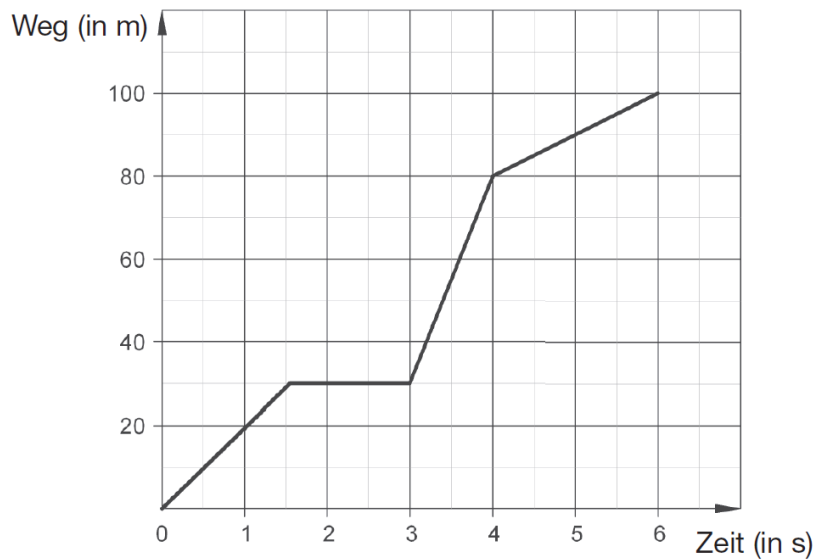
Die Gerade f stellt den Zusammenhang zwischen °C und °F dar.



Welche der folgenden Aussagen können Sie der Abbildung entnehmen?
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

160 °C entsprechen doppelt so vielen °F.	☐
140 °F entsprechen 160 °C.	☐
Eine Zunahme um 1 °C bedeutet eine Zunahme um 1,8 °F.	☐
Eine Abnahme um 1 °F bedeutet eine Abnahme um 18 °C.	☐
Der Anstieg der Geraden ist $k = \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)} = \frac{100}{180}$.	☐

- 4) Das folgende Zeit-Weg-Diagramm stellt eine Bewegung dar. Der Weg wird in Metern (m), die Zeit in Sekunden (s) gemessen. Zur Beschreibung dieser Bewegung sind zudem verschiedene Geschwindigkeiten (v_x) gegeben.



Ordnen Sie jeweils jedem Zeitintervall jene Geschwindigkeit zu, die der Bewegung in diesem Intervall entspricht!

Zeitintervall	
[0; 1,5]	
[1,5; 3]	
[3; 4]	
[4; 6]	

Geschwindigkeit	
A	$V_A = 0 \text{ m/s}$
B	$V_B = 5 \text{ m/s}$
C	$V_C = 10 \text{ m/s}$
D	$V_D = 20 \text{ m/s}$
E	$V_E = 25 \text{ m/s}$
F	$V_F = 50 \text{ m/s}$

Vielen Dank!

Quelle:

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) (Hrsg.) (2018b):
 Übungsklausuraufgaben für die SRP in Mathematik;
https://aufgabenpool.srdp.at/srp_ahs/index.php (17.02.2018).

„Differentialrechnung“: Leistungsüberprüfung nachher

Die folgende Leistungsüberprüfung ist anonym und dient zur Sicherung der Qualität des Unterrichts.

Beantworten Sie diese daher bitte nach bestem Gewissen und unbeeinflusst von sonstigen Umständen!

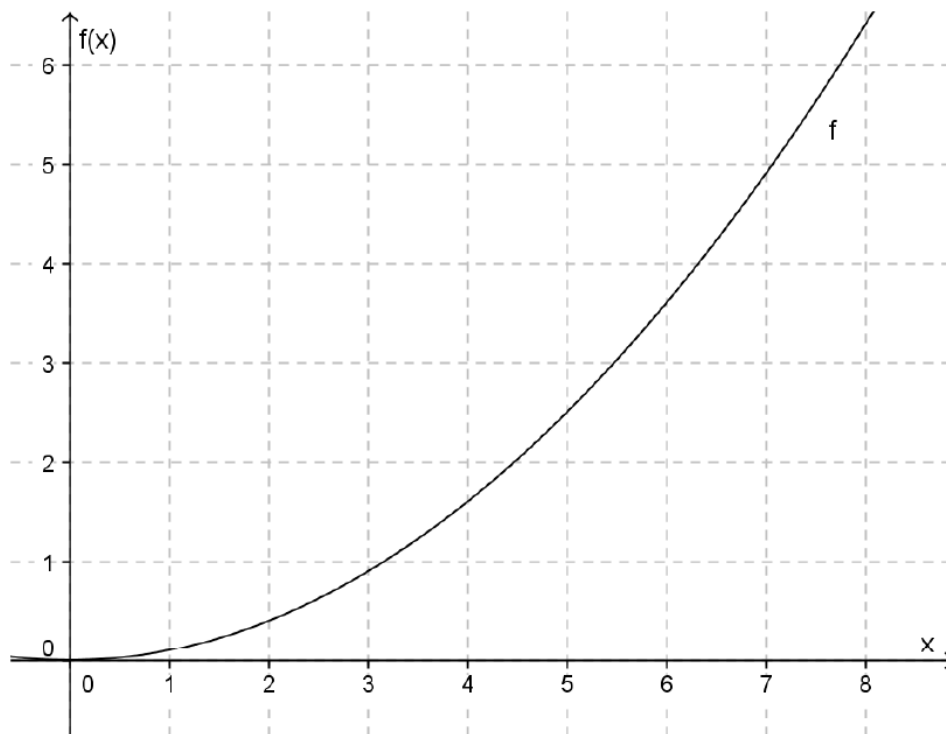
- 1) Für einen frei fallenden Körper ist eine Zeit-Weg-Funktion $s(t)$ durch $s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$ gegeben. Dabei ist $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ die Fallbeschleunigung.

Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit in m/s im Zeitintervall $[2; 4]$ Sekunden!

- 2) Für einen frei fallenden Körper ist eine Zeit-Weg-Funktion $s(t)$ durch $s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$ gegeben. Dabei ist $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ die Fallbeschleunigung.

Berechnen Sie die Momentangeschwindigkeit in m/s zum Zeitpunkt $t = 2$ Sekunden!

- 3) Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 0,1x^2$.



Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die für die gegebene Funktion f zutreffend sind!

Die absolute Änderung in den Intervallen $[0; 3]$ und $[4; 5]$ ist gleich groß	☐
Die mittlere Änderungsrate der Funktion f in den Intervallen $[0; 2]$ und $[2; 4]$ ist gleich.	☐
Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 5$ hat den Wert 2,5.	☐
Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 2$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 6$.	☐
Die Steigung der Sekante durch die Punkte $A = (3 f(3))$ und $B = (6 f(6))$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 3$.	☐

- 4) Eine Funktion $s: [0; 6] \rightarrow \mathbb{R}$ beschreibt den von einem Radfahrer innerhalb von t Sekunden zurückgelegten Weg.

Es gilt: $s(t) = \frac{1}{2} \cdot t^2 + 2 \cdot t$.

Der zurückgelegte Weg wird dabei in Metern angegeben, die Zeit wird ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0$ in Sekunden gemessen.

Ermitteln Sie den Differenzenquotienten der Funktion s im Intervall $[0; 6]$ und deuten Sie das Ergebnis!

- 5) Bei der Bewegung eines Körpers gibt die Zeit-Weg-Funktion seine Entfernung s (in m) vom Ausgangspunkt seiner Bewegung nach t Sekunden an.

Der Differenzenquotient $\frac{s(t_2)-s(t_1)}{t_2-t_1}$ gibt seine mittlere Geschwindigkeit im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ an.

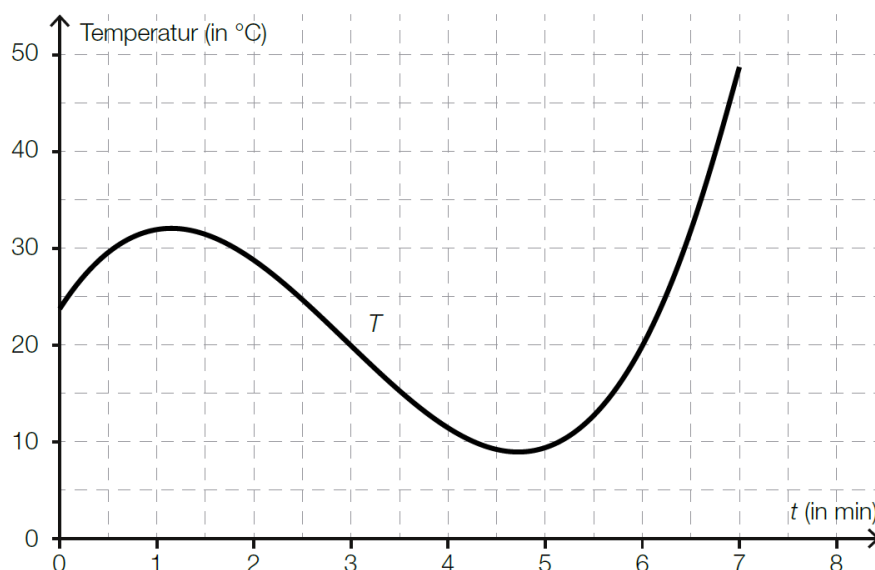
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Der Ausdruck $\lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{s(t_2)-s(t_1)}{t_2-t_1}$ gibt die _____ ① _____ ② _____ an.

①	
Momentangeschwindigkeit	☐
Momentanbeschleunigung	☐
durchschnittliche Beschleunigung	☐

②	
zwischen den Zeitpunkten t_1 und t_2	☐
zum Zeitpunkt t_1	☐
zum Zeitpunkt t_2	☐

- 6) Aus dem nachstehend dargestellten Graphen der Funktion T lässt sich der Temperaturverlauf in $^{\circ}\text{C}$ in einem Reagenzglas während eines chemischen Versuchs für die ersten 7 Minuten ablesen.



Kreuzen Sie die auf den Temperaturverlauf zutreffende(n) Aussage(n) an!

Im Intervall $[3; 6]$ ist die mittlere Änderungsrate annähernd $0^{\circ}\text{C}/\text{min}$.	☐
Im Intervall $[0,5; 1,5]$ ist der Differenzenquotient größer als $25^{\circ}\text{C}/\text{min}$.	☐
Im Intervall $[0; 2]$ gibt es einen Zeitpunkt, in dem die momentane Änderungsrate $0^{\circ}\text{C}/\text{min}$ beträgt.	☐
Der Differentialquotient zum Zeitpunkt $t = 3$ ist annähernd $-10^{\circ}\text{C}/\text{min}$.	☐
Der Differenzenquotient ist im Intervall $[2; t]$ mit $2 < t < 6$ immer kleiner als $0^{\circ}\text{C}/\text{min}$.	☐

Vielen Dank!

Quelle:

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) (Hrsg.) (2018b):
 Übungsklausuraufgaben für die SRP in Mathematik;
https://aufgabenpool.srdp.at/srp_ahs/index.php (17.02.2018).

13.3 Evaluationsbogen

Evaluation der Unterrichtseinheiten zum Thema „Exponentialfunktionen“ / „Differentialrechnung“

Der folgende Fragebogen ist anonym und dient zur Sicherung der Qualität des Unterrichts. Beantworten Sie diesen daher bitte nach bestem Gewissen und unbeeinflusst von sonstigen Umständen!

1) Das Thema des Unterrichts hat mich sehr interessiert.

☐ trifft zu	☐ trifft eher zu	☐ trifft eher nicht zu	☐ trifft nicht zu
---------------------------------	--------------------------------------	--	---------------------------------------

2) Der inhaltliche Aufbau des Themas war gut strukturiert und nachvollziehbar.

☐ trifft zu	☐ trifft eher zu	☐ trifft eher nicht zu	☐ trifft nicht zu
---------------------------------	--------------------------------------	--	---------------------------------------

3) Die Medien, die eingesetzt wurden, empfand ich als ansprechend und weckten mein Interesse.

☐ trifft zu	☐ trifft eher zu	☐ trifft eher nicht zu	☐ trifft nicht zu
---------------------------------	--------------------------------------	--	---------------------------------------

4) Die Medien, die eingesetzt wurden, trugen dazu bei, den Unterricht anschaulicher zu gestalten und ich konnte die Inhalte dadurch gut verstehen.

☐ trifft zu	☐ trifft eher zu	☐ trifft eher nicht zu	☐ trifft nicht zu
---------------------------------	--------------------------------------	--	---------------------------------------

5) Das Tempo, in dem gearbeitet wurde, war...

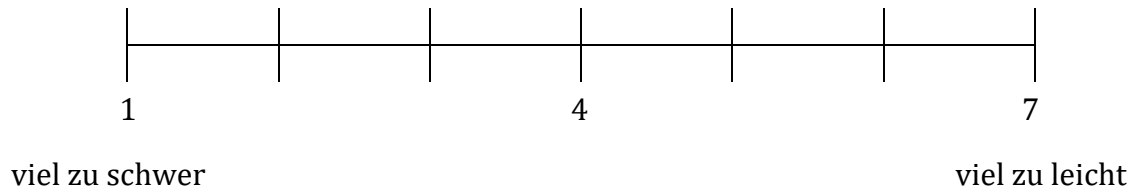
1		4	7
viel zu langsam.		viel zu schnell.	

6) Ich konnte den Inhalten des Unterrichts immer folgen.

☐ trifft zu	☐ trifft eher zu	☐ trifft eher nicht zu	☐ trifft nicht zu
---------------------------------	--------------------------------------	--	---------------------------------------

6a) Ab diesem Zeitpunkt konnte ich den Inhalten des Unterrichts nicht mehr folgen:

7) Gesamt gesehen empfand ich die Inhalte des Unterrichts als...



8) Das hat mir gut gefallen:

9) Das hat mir nicht gefallen:

10) Das hätte ich mir gewünscht:

11) Sonstige Bemerkungen:

Vielen Dank!

13.4 Unterrichtsplanungen zum Thema „Exponentialfunktionen“

Unterrichtsplanung 4F (MIT Einsatz von GeoGebra)

29.11.2017 und 06.12.2017 (drei Einheiten)

THEMEN

- Graph und Eigenschaften der Exponentialfunktion
- Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren

LEHRPLANBEZUG

AHS-Lehrplan Oberstufe

6. Klasse:

Reelle Funktionen

- Definieren, Darstellen und Untersuchen von Potenzfunktionen, von Exponential- und Logarithmusfunktionen sowie von Winkelfunktionen (Bogenmaß)
- Beschreiben von Änderungen durch Änderungsmaße (absolute und relative Änderung, Differenzenquotient)
- Anwenden von Funktionen zur Beschreibung kontinuierlicher Prozesse, Vergleichen von Modellen, Erkennen der Grenzen von Modellbildungen
(BGBI. II Nr. 277/2004: 48)

Lehrplan der AHS für Berufstätige

4. Semester:

Reelle Funktionen

- Definieren, Darstellen und Untersuchen von Winkelfunktionen (Bogenmaß) sowie von Exponential- und Logarithmusfunktionen
- Arbeiten mit Exponentialfunktionen in anwendungsorientierten Bereichen
(BGBI. II Nr. 273/2009 Anlage D: 42)

VORAUSSETZUNGEN

Die Schülerinnen und Schüler sollten im 3. Semester bereits den allgemeinen Funktionsbegriff ausführlich kennengelernt sowie mit linearen und quadratischen Funktionen gearbeitet haben. Im 4. Semester wurden außerdem zuvor schon die Graphen von Sinus- und Cosinusfunktionen behandelt.

Die schriftliche Leistungsüberprüfung vor Beginn der drei Einheiten dient dazu, bessere Vergleiche mit der Parallelgruppe ziehen zu können.

LERNZIELE

Graph und Eigenschaften der Exponentialfunktion

- Exponentialfunktionen definieren und erkennen können
- Den Graphen einer Exponentialfunktion zeichnen und erkennen können
- Eigenschaften einer Exponentialfunktion angeben können
- Exponentialfunktionen in der Form $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ angeben können

(FREILER et al. 2016a: 83)

Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren

- Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren können
- Lineare und exponentielle Modelle unterscheiden und anwenden können

(FREILER et al. 2016a: 90)

GRUNDKOMPETENZEN

Graph und Eigenschaften der Exponentialfunktion

- FA 5.1** verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene exponentielle Zusammenhänge als Exponentialfunktion erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können
- FA 5.2** aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Exponentialfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können
- FA 5.3** die Wirkung der Parameter a und b (bzw. e^λ) kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können
- FA 5.4** charakteristische Eigenschaften ($f(x + 1) = b \cdot f(x)$; [...]) kennen und im Kontext deuten können (BMBWF 2019b: 10)

Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren

- FA 5.6** die Angemessenheit einer Beschreibung mittels Exponentialfunktion bewerten können (BMBWF 2019b: 10)

GEPLANTER STUNDENABLAUF

Methode	Lehreraktivität	SchülerInnenaktivität	Medien
Fragend- entwickelnd	Einführung der Exponentialfunktion anhand der Realität: Wachstums- und Abnahmeprozesse; Bezugnahme auf die bereits bekannten linearen Veränderungsmodelle; Hervorheben der Tatsache, dass es Modelle gibt, bei denen die Größe des momentanen Bestandes eine Rolle spielt	Einbringen von Beispielen für Wachstums- und Abnahmeprozesse; Wiederholen der Eigenschaften eines linearen Modells	
Frontal/fragend- entwickelnd	Lösungswege 6: Beispiel 312 (Tierpopulation): Heranführen an das exponentielle Modell, Berechnung und graphische Veranschaulichung mithilfe von GeoGebra: Tabelle und Polygonzug sowie schließlich Funktion im Grafikfenster (GeoGebra-Datei „Lösungswege_6_312_Tierpopulation“)	Mitdenken; Erarbeiten der Funktionsgleichung	Lösungswege 6, Laptop, Beamer
Frontal	Definition der Funktionsgleichung einer Exponentialfunktion f mit $f(x) = a \cdot b^x$ ($a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b \in \mathbb{R}^+$) mit der Basis b	Notieren der Definition	Tafel, Laptop, Beamer
Fragend- entwickelnd	Erklärung der Eigenschaften von Exponentialfunktionen anhand der GeoGebra-Datei „Eigenschaften von Exponentialfunktionen“	Erkennen der Zusammenhänge zwischen Parametern und Aussehen des Graphen der Exponentialfunktion mithilfe von GeoGebra	Laptop, Beamer

Fragend- entwickelnd	Einführung der natürlichen Exponentialfunktion: Herstellen der Zusammenhänge zwischen den beiden Arten der Schreibweise der Exponentialfunktionen $f(x) = a \cdot b^x$ und $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ anhand der GeoGebra-Datei „Eigenschaften von Exponentialfunktionen“	Erkennen der Zusammenhänge zwischen den beiden Schreibweisen mithilfe von GeoGebra	Laptop, Beamer
LehrerInnen- SchülerInnen- Gespräch	Erläutern des Beispiels 337 aus Lösungswege 6 mithilfe von GeoGebra (GeoGebra-Datei „Lösungswege_6_337_Kochtopf“)	Anwenden des erworbenen Wissens	Lösungswege 6, Laptop, Beamer
Optional: Partnerarbeit	Beispiel 338 aus Lösungswege 6: Vergleichen der Ergebnisse (GeoGebra-Datei „Lösungswege_6_338_Bakterien“)	Bearbeiten des Beispiels 338 aus Lösungswege 6 (Vergleichen mit GeoGebra)	Lösungswege 6, Laptop, Beamer

MATERIALIEN

Lösungswege 6:

Seite 83, 84, 89

GeoGebra-Dateien:

„Lösungswege_6_312_Tierpopulation“

„Eigenschaften von Exponentialfunktionen“

„Lösungswege_6_337_Kochtopf“

„Lösungswege_6_338_Bakterien“

Unterrichtsplanung 4V (OHNE Einsatz von GeoGebra)

27.11.2017 und 01.12.2017 (drei Einheiten)

THEMEN

- Graph und Eigenschaften der Exponentialfunktion
- Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren

LEHRPLANBEZUG

AHS-Lehrplan Oberstufe

6. Klasse:

Reelle Funktionen

- Definieren, Darstellen und Untersuchen von Potenzfunktionen, von Exponential- und Logarithmusfunktionen sowie von Winkelfunktionen (Bogenmaß)
- Beschreiben von Änderungen durch Änderungsmaße (absolute und relative Änderung, Differenzenquotient)
- Anwenden von Funktionen zur Beschreibung kontinuierlicher Prozesse, Vergleichen von Modellen, Erkennen der Grenzen von Modellbildungen
(BGBI. II Nr. 277/2004: 48)

Lehrplan der AHS für Berufstätige

4. Semester:

Reelle Funktionen

- Definieren, Darstellen und Untersuchen von Winkelfunktionen (Bogenmaß) sowie von Exponential- und Logarithmusfunktionen
- Arbeiten mit Exponentialfunktionen in anwendungsorientierten Bereichen
(BGBI. II Nr. 273/2009 Anlage D: 42)

VORAUSSETZUNGEN

Die Schülerinnen und Schüler sollten im 3. Semester bereits den allgemeinen Funktionsbegriff ausführlich kennengelernt sowie mit linearen und quadratischen Funktionen gearbeitet haben. Im 4. Semester wurden außerdem zuvor schon die Graphen von Sinus- und Cosinusfunktionen behandelt.

Die schriftliche Leistungsüberprüfung vor Beginn der drei Einheiten dient dazu, bessere Vergleiche mit der Parallelgruppe ziehen zu können.

LERNZIELE

Graph und Eigenschaften der Exponentialfunktion

- Exponentialfunktionen definieren und erkennen können
- Den Graphen einer Exponentialfunktion zeichnen und erkennen können
- Eigenschaften einer Exponentialfunktion angeben können
- Exponentialfunktionen in der Form $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ angeben können

(FREILER et al. 2016a: 83)

Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren

- Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren können
- Lineare und exponentielle Modelle unterscheiden und anwenden können

(FREILER et al. 2016a: 90)

GRUNDKOMPETENZEN

Graph und Eigenschaften der Exponentialfunktion

- FA 5.1** verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene exponentielle Zusammenhänge als Exponentialfunktion erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können
- FA 5.2** aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Exponentialfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können
- FA 5.3** die Wirkung der Parameter a und b (bzw. e^λ) kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können
- FA 5.4** charakteristische Eigenschaften ($f(x + 1) = b \cdot f(x)$; [...]) kennen und im Kontext deuten können (BMBWF 2019b: 10)

Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren

- FA 5.6** die Angemessenheit einer Beschreibung mittels Exponentialfunktion bewerten können (BMBWF 2019b: 10)

GEPLANTER STUNDENABLAUF

Methode	Lehreraktivität	SchülerInnenaktivität	Medien
Fragend- entwickelnd	Einführung der Exponentialfunktion anhand der Realität: Wachstums- und Abnahmeprozesse; Bezugnahme auf die bereits bekannten linearen Veränderungsmodelle; Hervorheben der Tatsache, dass es Modelle gibt, bei denen die Größe des momentanen Bestandes eine Rolle spielt	Einbringen von Beispielen für Wachstums- und Abnahmeprozesse; Wiederholen der Eigenschaften eines linearen Modells	
Frontal/fragend- entwickelnd	Lösungswege 6: Beispiel 312 (Tierpopulation): Heranführen an das exponentielle Modell, Berechnung und graphische Veranschaulichung an der Tafel	Mitarbeit; Berechnen der Funktionswerte; Erarbeiten der Funktionsgleichung	Lösungswege 6, Tafel
Frontal	Definition der Funktionsgleichung einer Exponentialfunktion f mit $f(x) = a \cdot b^x$ ($a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b \in \mathbb{R}^+$) mit der Basis b	Notieren der Definition	Tafel
Fragend- entwickelnd	Erklärung der Eigenschaften von Exponentialfunktionen anhand der Seiten 85 und 86 in Lösungswege 6	Erkennen der Zusammenhänge zwischen Parametern und Aussehen des Graphen der Exponentialfunktion;	Lösungswege 6, Tafel
Fragend- entwickelnd	Einführung der natürlichen Exponentialfunktion: Herstellen der Zusammenhänge zwischen den beiden Arten der Schreibweise der Exponentialfunktionen $f(x) = a \cdot b^x$ und $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$	Erkennen der Zusammenhänge zwischen den beiden Schreibweisen	Lösungswege 6, Tafel

LehrerInnen- SchülerInnen- Gespräch	Erläutern des Beispiels 337 aus Lösungswege 6	Anwenden des erworbenen Wissens	Lösungswege 6, Tafel
Optional: Partnerarbeit	Beispiel 338 aus Lösungswege 6: Vergleichen der Ergebnisse	Bearbeiten des Beispiels 338 aus Lösungswege 6	Lösungswege 6, Tafel

MATERIALIEN

Lösungswege 6:

Seite 83, 84, 85, 86, 88, 89

13.5 Unterrichtsplanungen zum Thema „Differentialrechnung“

Unterrichtsplanung 6A (MIT Einsatz von GeoGebra)

20.02.2018 und 23.02.2018 (drei Einheiten)

THEMEN

- Der Differenzenquotient – die mittlere Änderungsrate und die Steigung der Sekante
- Der Differentialquotient – die momentane Änderungsrate und die Steigung der Tangente

LEHRPLANBEZUG

AHS-Lehrplan Oberstufe

7. Klasse:

Differentialrechnung

- Definieren des Differentialquotienten (Änderungsrate), ausgehend vom Differenzenquotienten (mittlere Änderungsrate), Deuten dieser Begriffe als Sekantensteigung bzw. Tangentensteigung, weiteres Deuten in außermathematischen Bereichen (BGBl. II Nr. 277/2004: 48)

Lehrplan der AHS für Berufstätige

6. Semester:

Differentialrechnung

- Beschreiben von Änderungen durch Änderungsmaße (Differenzenquotient)
- Definieren des Differentialquotienten (Änderungsrate), ausgehend vom Differenzenquotienten (mittlere Änderungsrate), unter Verwendung eines intuitiven Grenzwertbegriffes
- Deuten dieser Begriffe als Sekanten- bzw. Tangentensteigung (BGBl. II Nr. 273/2009 Anlage D: 42f.)

VORAUSSETZUNGEN

Die Schülerinnen und Schüler sollten im 3. Semester bereits den allgemeinen Funktionsbegriff ausführlich kennengelernt sowie mit linearen und quadratischen Funktionen gearbeitet haben. Im 4. Semester wurden außerdem zuvor schon die Graphen von Sinus- und Cosinusfunktionen sowie Exponentialfunktionen und ihre Anwendungen

behandelt. Der Begriff des „Differenzenquotienten“ sollte bereits im 3. Semester besprochen worden sein, wird jedoch nicht vorausgesetzt.

Die schriftliche Leistungsüberprüfung vor Beginn der drei Einheiten dient dazu, bessere Vergleiche mit der Parallelgruppe ziehen zu können.

LERNZIELE

Differenzenquotient – die mittlere Änderungsrate und die Steigung der Sekante

- Den Differenzenquotienten definieren und anwenden können
- Den Differenzenquotienten als mittlere Änderungsrate in verschiedenen Kontexten interpretieren können
- Den Differenzenquotienten geometrisch deuten können (FREILER et al. 2016b: 25)

Der Differentialquotient – die momentane Änderungsrate und die Steigung der Tangente

- Den Differentialquotienten definieren und anwenden können
- Den Differentialquotienten als momentane Änderungsrate in verschiedenen Kontexten interpretieren können
- Den Differentialquotienten geometrisch deuten können (FREILER et al. 2016b: 33)

GRUNDKOMPETENZEN

Differenzenquotient – die mittlere Änderungsrate und die Steigung der Sekante

AN 1.3 Den Differenzen[...]quotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen[...]quotienten beschreiben können (BMBWF 2019b: 13)

Der Differentialquotient – die momentane Änderungsrate und die Steigung der Tangente

AN 1.2 Den Zusammenhang *Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate)* – *Differenzialquotient (momentane Änderungsrate)* auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes kennen und damit (verbal sowie in formaler Schreibweise) auch kontextbezogen anwenden können

AN 1.3 Den Differenzen- und Differenzialquotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen- bzw. Differenzialquotienten beschreiben können (BMBWF 2019b: 12f.)

GEPLANTER STUNDENABLAUF

Methode	Lehreraktivität	SchülerInnenaktivität	Medien
Frontal/Fragend-entwickelnd	Einführung und Definition des Differenzenquotienten als mittlere Änderungsrate anhand einer Funktion 3. Grades mithilfe der GeoGebra-Datei „Differenzenquotient“ durch Variieren des Abstandes der Punkte voneinander	Mitdenken; Einbringen von eventuell bereits vorhandenem Wissen	Laptop, Beamer
Frontal/fragend-entwickelnd	Lösungswege 7: Beispiel „Zuschauerzahlen des SK Rapid Wien“: Erarbeiten der Eigenschaften des Differenzenquotienten anhand der GeoGebra-Datei „Lösungswege_7_SK_Rapid_Wien“	Mitarbeit	Lösungswege 7, Laptop, Beamer
Frontal/fragend-entwickelnd	Differenzenquotient als mittlere Geschwindigkeit anhand von Beispiel 78 in Lösungswege 7	Mitdenken	Lösungswege 7, Tafel
Frontal/fragend-entwickelnd	Einführung des Differentialquotienten als momentane Änderungsrate anhand einer Funktion 3. Grades mithilfe der GeoGebra-Datei „Differenzenquotient_Differentialquotient“ durch sukzessives Verkleinern der Abstände der Punkte voneinander, geometrische Interpretation als Steigung der Tangente (ausgehend von der Steigung der Sekante beim Differenzenquotienten	Mitarbeit	Laptop, Beamer
Frontal	Definition des Differentialquotienten (Lösungswege 7: Seite 34)	Mitdenken	Tafel
Frontal/fragend-entwickelnd	Berechnen des Differentialquotienten mithilfe des Grenzwertes (Lösungswege 7: Seite 35); Aufstellen der Gleichung der Tangente	Mitdenken, Mitarbeit	Lösungswege 7, Tafel
Frontal	Definition der Ableitungsregel für Polynomfunktionen	Mitdenken	Tafel

Optional: Fragend- entwickelnd	Lösungswege 7: Beispiel 98 (mithilfe der GeoGebra-Datei „Lösungswege_7_98_Ball“): zusätzlich momentane Geschwindigkeit durch Berechnung des Differentialquotienten mithilfe des Grenzwertes	Mitarbeit	Lösungswege 7, Beamer, Laptop
---	---	-----------	----------------------------------

MATERIALIEN

Lösungswege 7:

Seite 26, 29, 34

GeoGebra-Dateien:

„Differenzenquotient“

„Lösungswege_7_SK_Rapid_Wien“

„Differenzenquotient_Differentialquotient“

„Lösungswege_7_98_Ball“

Unterrichtsplanung 6W (OHNE Einsatz von GeoGebra)

19.02.2018 und 20.02.2018 (drei Einheiten)

THEMEN

- Der Differenzenquotient – die mittlere Änderungsrate und die Steigung der Sekante
- Der Differentialquotient – die momentane Änderungsrate und die Steigung der Tangente

LEHRPLANBEZUG

AHS-Lehrplan Oberstufe

7. Klasse:

Differentialrechnung

- Definieren des Differentialquotienten (Änderungsrate), ausgehend vom Differenzenquotienten (mittlere Änderungsrate), Deuten dieser Begriffe als Sekantensteigung bzw. Tangentensteigung, weiteres Deuten in außermathematischen Bereichen (BGBl. II Nr. 277/2004: 48)

Lehrplan der AHS für Berufstätige

6. Semester:

Differentialrechnung

- Beschreiben von Änderungen durch Änderungsmaße (Differenzenquotient)
- Definieren des Differentialquotienten (Änderungsrate), ausgehend vom Differenzenquotienten (mittlere Änderungsrate), unter Verwendung eines intuitiven Grenzwertbegriffes
- Deuten dieser Begriffe als Sekanten- bzw. Tangentensteigung (BGBl. II Nr. 273/2009 Anlage D: 42f.)

VORAUSSETZUNGEN

Die Schülerinnen und Schüler sollten im 3. Semester bereits den allgemeinen Funktionsbegriff ausführlich kennengelernt sowie mit linearen und quadratischen Funktionen gearbeitet haben. Im 4. Semester wurden außerdem zuvor schon die Graphen von Sinus- und Cosinusfunktionen sowie Exponentialfunktionen und ihre Anwendungen

behandelt. Der Begriff des „Differenzenquotienten“ sollte bereits im 3. Semester besprochen worden sein, wird jedoch nicht vorausgesetzt.

Die schriftliche Leistungsüberprüfung vor Beginn der drei Einheiten dient dazu, bessere Vergleiche mit der Parallelgruppe ziehen zu können.

LERNZIELE

Differenzenquotient – die mittlere Änderungsrate und die Steigung der Sekante

- Den Differenzenquotienten definieren und anwenden können
- Den Differenzenquotienten als mittlere Änderungsrate in verschiedenen Kontexten interpretieren können
- Den Differenzenquotienten geometrisch deuten können (FREILER et al. 2016b: 25)

Der Differentialquotient – die momentane Änderungsrate und die Steigung der Tangente

- Den Differentialquotienten definieren und anwenden können
- Den Differentialquotienten als momentane Änderungsrate in verschiedenen Kontexten interpretieren können
- Den Differentialquotienten geometrisch deuten können (FREILER et al. 2016b: 33)

GRUNDKOMPETENZEN

Differenzenquotient – die mittlere Änderungsrate und die Steigung der Sekante

AN 1.3 Den Differenzen[...]quotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen[...]quotienten beschreiben können (BMBWF 2019b: 13)

Der Differentialquotient – die momentane Änderungsrate und die Steigung der Tangente

AN 1.2 Den Zusammenhang *Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate)* – *Differenzialquotient (momentane Änderungsrate)* auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes kennen und damit (verbal sowie in formaler Schreibweise) auch kontextbezogen anwenden können

AN 1.3 Den Differenzen- und Differenzialquotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen- bzw. Differenzialquotienten beschreiben können (BMBWF 2019b: 12f.)

GEPLANTER STUNDENABLAUF

Methode	Lehreraktivität	SchülerInnenaktivität	Medien
Frontal/fragend- entwickelnd	Einführung und Definition des Differenzenquotienten als mittlere Änderungsrate mithilfe der Skizze des Graphen einer quadratischen Funktion an der Tafel	Mitdenken; Einbringen von eventuell bereits vorhandenem Wissen	Tafel
Frontal/fragend- entwickelnd	Lösungswege 7: Beispiel „Zuschauerzahlen des SK Rapid Wien“: Erarbeiten der Eigenschaften des Differenzenquotienten	Mitarbeit	Lösungswege 7, Tafel
Fragend- entwickelnd	Lösungswege 7: Beispiel 65	Mitarbeit	Lösungswege 7, Tafel
Frontal/fragend- entwickelnd	Differenzenquotient als mittlere Geschwindigkeit anhand von Beispiel 78 in Lösungswege 7	Mitdenken	Lösungswege 7, Tafel
Frontal/fragend- entwickelnd	Einführung des Differentialquotienten als momentane Änderungsrate/Geschwindigkeit anhand der Fortführung des Beispiels 78 auf Seite 33 in Lösungswege 7 durch sukzessives Verkleinern des Intervalls	Mitarbeit	Lösungswege 7, Tafel
Frontal	Definition des Differentialquotienten (Lösungswege 7: Seite 34)	Mitdenken	Lösungswege 7, Tafel
Frontal/fragend- entwickelnd	Berechnen des Differentialquotienten mithilfe des Grenzwertes (Lösungswege 7: Seite 35) sowie anhand einer Skizze geometrische Interpretation als Steigung der Tangente (ausgehend von der Steigung der Sekante beim Differenzenquotienten), Aufstellen der Gleichung der Tangente	Mitdenken, Mitarbeit	Lösungswege 7, Tafel

Frontal	Definition der Ableitungsregel für Polynomfunktionen	Mitdenken	Tafel
Optional: Fragend- entwickelnd	Lösungswege 7: Beispiel 98: zusätzlich momentane Geschwindigkeit durch Berechnung des Differentialquotienten mithilfe des Grenzwertes, Skizze an der Tafel	Mitarbeit	Lösungswege 7, Tafel

MATERIALIEN

Lösungswege 7:

Seite 26, 29, 33, 34

13.6 Dokumente für die Erhebung

Verpflichtungserklärung zum Datenschutz bei Durchführung einer wissenschaftlichen Erhebung an Wiener Schulen

Name des Ansuchenden

Michael Holzer

Titel der wissenschaftlichen Erhebung

Geogebra in der Sekundarstufe II - ein Vergleich zwischen dem
Unterrichten mit und ohne Einsatz von Geogebra anhand der
Themen „Exponentialfunktionen“ und „Differentialrechnung“

1. Verpflichtung:

Ich verpflichte mich,

- .) den Datenschutz gemäß § 46 Datenschutzgesetz zu wahren;
- .) dass meine wissenschaftliche Erhebung keine personenbezogenen Ergebnisse zum Ziel hat;
- .) dass ich nur Daten verwende, welche öffentlich zugänglich sind oder nur indirekt personenbezogen sind;
- .) für die Ermittlung und Verwendung von personenbezogenen Daten die Zustimmung iSd § 4 Z. 14 DSG des Betroffenen und allenfalls seines Erziehungsberechtigten einholen werde.

2. Erläuterung:

Mir ist bekannt,

- .) dass es untersagt ist, personenbezogene Daten zu veröffentlichen oder an andere Personen oder Stellen zu übermitteln;
- .) unzulässigerweise ermittelte personenbezogene Daten nicht verwendet werden dürfen und unverzüglich zu löschen sind;
- .) dass sämtliche datenschutzrechtliche Verpflichtungen auch nach Beendigung meiner wissenschaftlichen Tätigkeit fortbestehen;
- .) dass Verstöße gegen die datenschutzrechtlichen Verpflichtungen auch strafrechtliche Konsequenzen nach sich ziehen können.

3. Zustimmung zur verbindlichen Übermittlung eines digitalen Ansichtsexemplars:

Ich stimme zu,

- .) dass ich dem Stadtschulrat für Wien ein digitales Exemplar der fertiggestellten wissenschaftlichen Arbeit an office@ssr-wien.gv.at zukommen lassen werde.

Wien, 24.11.2017

Ort, Datum

Unterschrift: Michael Holzer

Ansuchen um Bewilligung einer wissenschaftlichen Erhebung (§ 46 Abs. 2 SchUG)

EINGEGANGEN

An die

Schulleitung der BG / BRG / WRG für
Berufstätige, Brünner Straße 72,
1210 Wien

24. NOV. 2017

Eingangsstempel der Schule

Name des Ansuchenden	E-Mail-Adresse	Telefonnummer
Michael Holzer	michi.holzer@aon.at	+43 650 737 9140

Anschrift des Ansuchenden
Seegasse 20-22/18 1090 Wien

Titel der Arbeit	Betreuer	Kontakt Daten Betreuer
Geometrie in der Sekundarstufe II	Günther Hörmann	guenther.hoermann@univie.ac.at

Hochschule	Fakultät
Universität Wien	Fakultät für Mathematik

Art der Arbeit:

☐ Bachelorarbeit / ☐ Masterarbeiten / ☐ Dissertationen / ☒ sonstige wissenschaftliche Arbeit von erheblicher Bedeutung: Diplomarbeit

Angaben zur Erhebung:

Schulstufe(n): 10./11.
Anzahl der Klassen: 4
geschätzte Anzahl der Befragten: 80

Erhebungszeitraum	Dauer der Erhebung
von <u>November 2017</u> bis <u>Februar 2018</u>	

Folgende Beilagen sind dem Ansuchen in der angegebenen Reihenfolge gesammelt beizulegen:

- a) Ausgefülltes Antragsformular;
- b) Organisationsplan der Durchführung der wissenschaftlichen Erhebung;
- c) Kurzer Abriss der theoretischen Grundlagen für die geplante wissenschaftliche Erhebung;
- d) Operationalisierung der Fragestellungen bzw. der zu überprüfenden Arbeitshypothesen;
- e) Vorlage des Untersuchungsmaterials (z.B. Fragebogen, Interviewleitfaden, Tests, etc.);
- f) Angaben hinsichtlich der Dauer der Untersuchung pro Schüler und Klasse und Angaben nach welchen Kriterien die zu befragenden Schüler ausgewählt werden;
- g) Angaben zur geplanten Auswertungsmethode;
- h) Elternbrief;
- i) Informationsschreiben für den Lehrer;
- j) Bestätigung der Betreuung durch den Hochschulprofessor;
- k) Verpflichtungserklärung zur Wahrung des Datenschutzes und der Anonymität.

Wien, 24.11.2017
Ort/Datum

Michael Holzer
Unterschrift Ansuchender

GZ: 2017/921116/GRg-Ber/Dir/WiErh-1/a

Herr Michael Holzer

im Hause

Wien, 24.11.2017

Bewilligung einer wissenschaftlichen Erhebung

Mitteilung

Gemäß § 46 Abs. 2 Schulunterrichtsgesetz (SchUG) wird Herr Michael Holzer vom Direktor der Schule BG/BRG/WRG für Berufstätige, Brünner Straße 72, 1210 Wien, die Bewilligung zur Durchführung einer wissenschaftlichen Erhebung mit dem Thema „Geogebra in der Sekundarstufe II“ für das Schuljahr 2017/18 für die genannte Schule erteilt.

Begründung

Gemäß § 46 Abs. 2 SchUG darf die Teilnahme von Schülern an Veranstaltungen, die nicht Schulveranstaltungen (§ 13) oder schulbezogene Veranstaltungen (§ 13a) sind, in der Schule nur mit Bewilligung organisiert werden. Zur Erteilung der Bewilligung ist das Schulforum bzw. der Schulgemeinschaftsausschuss zuständig. Die genannten Bestimmungen werden sinngemäß angewendet, wobei eine Zuständigkeit des Schulleiters iSd § 53 Abs 1 SchUG-BKV angenommen wird.

Die Bewilligung darf nur erteilt werden, wenn sichergestellt ist, dass die Teilnahme der Schüler freiwillig und auf Grund schriftlicher Zustimmungserklärung der Erziehungsberechtigten erfolgt sowie eine Gefährdung der Schüler weder in sittlicher noch in körperlicher Hinsicht zu befürchten ist und der Zweck der Veranstaltung auf andere Weise nicht erreicht werden kann.

Die wissenschaftliche Erhebung muss einen Bezug zum Lehrplan der Schule aufweisen und im Interesse der Schule bzw. Schulgemeinschaft gelegen sein. Wissenschaftliche Erhebungen haben außerhalb des lehrplanmäßig vorgesehenen Unterrichts stattzufinden.

Bewilligungen können grundsätzlich nur bei Wahrung der Anonymität der Befragten erteilt werden.

Bewilligungen können grundsätzlich nur erteilt werden für wissenschaftliche Erhebungen im Zuge von:

- a) Diplomarbeiten, Dissertationen und Habilitationen;
- b) Abschlussarbeiten für Bachelor- und Masterstudien;
- c) Projekte von anerkannten wissenschaftlichen Instituten und Kammern;
- d) Erhebungen mit medizinischen Schwerpunkten.

Erhebungen durch private Unternehmen und ideologische Gesellschaften und Vereine dürfen an Schulen nicht durchgeführt werden. Auch eine Datenerhebung zum Zwecke des Verfassens von hochschulischen Hausarbeiten, Seminararbeiten u. Ä. ist unzulässig.

Tonband- oder Videoaufzeichnungen von Unterrichtsstunden im Rahmen einer wissenschaftlichen Erhebung sind aus datenschutzrechtlichen, urheberrechtlichen und dienstrechtlichen Gründen unzulässig.

Die Durchführung der wissenschaftlichen Erhebung darf der Aufrechterhaltung eines geregelten Schulbetriebs nicht entgegenstehen.

Da die genannten Voraussetzungen gegeben sind, hat der Schulleiter beschlossen, dass die Durchführung der wissenschaftlichen Erhebung bewilligt wird.

Es wird darauf hingewiesen, dass die Teilnahme von Lehrern und Schülern auf Basis der Freiwilligkeit beruht.

Die Ergebnisse der wissenschaftlichen Erhebung unterliegen der Anonymität und dürfen nur für das Forschungsprojekt Verwendung finden.

Der Stadtschulrat für Wien ersucht um Zusendung eines digitalen Exemplars Ihrer Studie nach Fertigstellung zu obiger Geschäftszahl an office@ssr-wien.gv.at.

Rechtsmittelbelehrung

Gegen diese Mitteilung ist kein Rechtsmittel zulässig.



Schulleiter