



universität
wien

DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„Entwicklung der frühen Mathematikdidaktik in den USA anhand
einer Analyse der Arbeit von *Magdalene Lampert*“

verfasst von / submitted by

Katharina Haiden

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of

Magistra der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat.)

Wien, 2018 / Vienna, 2018

Studienkennzahl lt. Studienblatt/
degree programme code as it appears
on the student record sheet: A 190 406 299

Studienrichtung lt. Studienblatt/
degree programme as it appears on
the student record sheet: Lehramtsstudium UF Mathematik UF Psychologie
und Philosophie

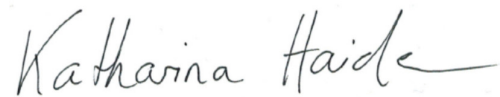
Betreuer/ Supervisor: Priv.-Doz. Mag. Dr. Bernhard Krön

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher weder in gleicher noch in ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht. Die vorliegende Fassung entspricht der eingereichten elektronischen Version.

Mai 2018

Unterschrift

A handwritten signature in black ink, reading "Katharina Haide". The signature is written in a cursive style with a long horizontal stroke at the end.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mich während des Verfassens dieser Diplomarbeit maßgeblich unterstützt haben.

Allem voran gilt mein Dank meinem Betreuer Priv.-Doz. Mag. Dr. Bernhard Krön, der mich sowohl bei der Themenfindung inspiriert, als auch beim Anfertigen der Diplomarbeit stets mit hilfreichen Anregungen und Ideen bestens unterstützt hat.

Insbesondere möchte ich mich auch vor allem bei meinen Eltern, Gabriele und Franz Haiden, dafür bedanken, dass sie mir nicht nur das Studium ermöglicht, sondern mich in jeder Phase meiner Ausbildung unterstützt haben.

Nicht zuletzt gebührt mein Dank auch meinen Freunden, die mir viel Geduld entgegenbracht haben und für meine Anliegen stets ein offenes Ohr hatten.

Katharina Haiden

Mai 2018

I Inhaltsverzeichnis

I	Inhaltsverzeichnis	III
II	Einleitung	1
1.	Grundlegende Einführung – Begriffsbestimmungen	7
1.1	Überblick über das amerikanische Schulsystem	7
1.2	Versuch einer Begriffserklärung	9
2	Entwicklung der Fachdidaktik Mathematik als wissenschaftliche Disziplin	11
2.1	Wegbereiter für eine professionelle Mathematikdidaktik	11
2.1.1	Auswirkungen auf die Fachdidaktik Mathematik durch den Aufstieg der Psychologie	12
2.1.2	Aufstieg der <i>New-Math</i> -Bewegung und ihre Auswirkungen auf die Fachdidaktik Mathematik	18
2.1.3	Gründung der Fachdidaktik Mathematik als eine wissenschaftliche Disziplin	21
2.2	Anschließende Entwicklungen zur Schulmathematik ab 1970	23
2.2.1	<i>Back-to-Basic</i> -Bewegung	23
2.2.2	Reformbewegungen zwischen 1980 und 2000	24
2.3	Zwischenresümee	27
3	Entwicklung früher mathematikdidaktischer Forschung	29
3.1	Beruflicher Werdegang	30
3.2	<i>Teaching for Understanding</i> – ein Unterrichtskonzept nach Lampert	31
3.2.1	Besonderheiten von <i>Teaching for Understanding</i>	32
3.2.2	<i>Teaching for Understanding</i> – eine Unterrichtssequenz	34
3.2.3	Zwischenresümee	37
3.3	Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik	38
3.3.1	Überblick der Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik	40
3.3.2	Rückblick der Unterrichtsforschung zwischen 1970 und 1980	41
3.3.3	Richtungsänderung der Unterrichtsforschung ab 1980	46
3.3.4	<i>Lamperts</i> Beitrag zur Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik	54
3.3.5	Analyse der Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik	73

3.4	Problemorientierung als didaktisches Prinzip im Mathematikunterricht	78
3.4.1	Fachdidaktische Forschung zum problemorientierten Mathematikunterricht.....	78
3.4.2	Problemorientierung als didaktisches Prinzip bei <i>Lampert</i>	88
3.4.3	Analyse der Problemorientierung als didaktisches Prinzip im Mathematikunterricht..	96
4	Auswirkungen mathematikdidaktischer Forschung auf die Lehrer/innenausbildung	99
4.1	Stand der mathematischen Lehrer/innenausbildung bis 1990 – ein Rückblick	100
4.1.1	Reformbewegungen mit speziellen Bezug auf die Lehrer/innenausbildung.....	100
4.1.2	Parallele Forschungen in der Lehrer/innenausbildung zwischen 1970 und 1990	102
4.2	<i>Magdalene Lamperts</i> Beitrag zur Verbesserung der mathematischen Lehrer/innenausbildung	108
4.2.1	Gründe der bislang wenig effektiven Ausbildung nach <i>Lampert</i>	108
4.2.2	Das Projekt M.A.T.H.	112
4.3	Analyse von <i>Lamperts</i> Forschungsbeitrag zur Lehrer/innenausbildung.....	133
5	Anschließende Entwicklungen – ein Überblick	138
5.1	Entwicklungen zur Schulmathematik	138
5.2	Entwicklungen in der mathematischen Lehrer/innenausbildung	140
III	Resümee	142
IV	Literaturverzeichnis.....	V
	Primärliteratur.....	V
	Sekundärliteratur	V
	Internetquellen	XVI
V	Abbildungsverzeichnis	XVIII
VI	Abstract Deutsch	XX
VII	Abstract Englisch	XXI

II Einleitung

Das Thema Mathematikdidaktik in den USA ist breit gefächert. Es existiert ein unüberschaubar breiter Pool an Forschungen, die sich dieser Wissenschaft widmen. Das große Interesse daran lässt sich dadurch erklären, dass sie ein ständiger Begleiter ist: Sie betrifft bereits unterrichtende wie auch künftige Lehrer/innen gleichermaßen. Fachdidaktik ist dabei eine eigene Wissenschaft, die je nach Unterrichtsfach durch besondere Eigenheiten geprägt ist.¹ Wie der Titel der Diplomarbeit zeigt, widmet sich die vorliegende wissenschaftliche Arbeit aber nicht der breiten Masse an Forschungen in diesem Bereich, sondern legt den Fokus auf die Forschungsbeiträge von *Magdalene Lampert* im Rahmen der Entwicklung der frühen Mathematikdidaktik in den USA.

Magdalene Lampert ist in den 1980er Jahren eine aktive amerikanische Mathematiklehrerin gewesen, und ist heute noch in der Forschung im Bereich der Mathematikdidaktik sowie als Ausbilderin der nächsten Lehrer/innengeneration in den USA tätig.² *Lampert* entwickelte bereits Anfang der 1980er Jahre ein innovatives Unterrichtskonzept, das als *Teaching for Understanding* bzw. *This kind of Teaching* bezeichnet wird.³ Es stellte einen kontroversen Gegensatz zum damals allgegenwärtigen Frontalunterricht dar. So wurde dieser in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts in den USA als traditionelle Methode des Mathematikunterrichts angesehen. In diesem hatte die Lehrperson die absolute intellektuelle Autorität. Diese entschied darüber, ob der aufgezeigte Lösungsweg richtig oder falsch war. Ideen und Lösungsvorschläge der Schüler/innen wurden im Allgemeinen überhaupt nicht gefordert. Diese sollten zur Berechnung von Aufgabenstellungen lediglich jene Regeln anwenden, die das Schulbuch und die Lehrperson vorsahen.⁴

¹ Siehe dazu 1.2.

² Lampert, Magdalene (2015): Deeper Teaching. In: Students at the Center: Deeper Learning Research Series. Boston: Jobs for the Future, S. iv; Ebenfalls via nachstehendem Link abrufbar: <http://www.jff.org/sites/default/files/publications/materials/Deeper-Teaching-120315.pdf> (zuletzt abgerufen am 16.02.2018).

³ Vgl. Lampert, Magdalene (1998): Investigating Teaching Practice. In: Lampert, Magdalene/Blunk, Merrie (Hg.): Talking Mathematics in School: Studies of Teaching and Learning. New York: Cambridge University Press, S. 156; Green, Elizabeth (2015): Building A+ better Teacher: How teaching works (and How to teach it to Everyone). New York: W.W. Norton & Company, Inc., S. 66.

⁴ Vgl. Cuban, Larry (1984): How Teachers Taught: Constancy and Change in American Classrooms, 1890-1980. New York: Longman, Inc., S. 251; Powell, Arthur/ Farrar, Eleanor/ Cohen, David (1985): The Shopping Mall High School – Winners and losers in the educational Marketplace. Boston: Houghton Mifflin Company, S. 266; Lampert, Magdalene (1988): The Teacher's Role in Reinventing the Meaning of Mathematical Knowing in the

Lampert beschrieb die Unterrichtssituation in den 1980er wie folgt: *“In conventional teaching, what makes an (mathematical) assertion true is the teacher’s authority. [...] (So) (t)he most familiar way to communicate findings and conclusions in classrooms is for teachers to tell them to students or to tell students to read books in which they are written down.”*⁵ Für die von der Lehrperson gestellte Frage gab es nur ein bestimmtes anzuwendendes Rechenverfahren sowie eine einzig richtige Antwort, alternative Lösungswege wurden überhaupt nicht thematisiert. Daraus folgte, dass auch nicht hinterfragt wurde, warum die eine Antwort richtig und die andere falsch sei.⁶

Das Ziel von *Teaching for Understanding* nach Lampert besteht darin, wirkliches Verständnis für das Wissensgebiet der Mathematik in den Schüler/innen zu generieren. Lampert wählte beim Unterrichten in den 1980er Jahren einen primär praxisbezogenen und problemlösenden Ansatz und entfernte sich von dem als konventionell verstandenen Mathematikunterricht.⁷ Das Problemlösen an sich war für sie dabei das Mittel zum Zweck. Mit den von ihr vorgegebenen Problemstellungen forderte sie ihre Schüler/innen auf, selbst Lösungswege zu ergründen und begründen, sozusagen selbst Teil des mathematischen Entwicklungsprozesses zu sein.⁸ Lampert betonte hierzu: *“(I) do not proceed as if whatever the teacher says, or whatever is in the book, is what is assumed to be true. [...] (L)essons must be structured to pursue the mathematical questions that have meaning for students in the context of the problems that they are trying to solve. And this means that lessons are more like messy conversations than like synoptic logical presentations of conclusions.”*⁹ *Teaching for Understanding* nach Lampert und Ball war innerhalb der amerikanischen Grenzen einzigartig. Außerhalb Amerikas unterrichteten in den 1980er Jahren auf diese unkonventionelle Art nur japanische Lehrer/innen flächendeckend. International durchgeführte Studien kamen zu dem Ergebnis, dass 73% der japanischen Sechsjährigen bzw. 92% der Zehnjährigen deutlich höhere Testergebnisse erzielten als ein/eine amerikanische/r Schüler/in unabhängig vom Alter sowie auch als ein/e Durchschnittsamerikaner/in. US-amerikanische Studien kamen zum Ergebnis, dass ein/e durchschnittliche/r Schüler/in in Japan

Classroom. East Lansing: The Institute for Research on Teaching College of Education, Michigan State University, S. 4.

⁵ Lampert, Magdalene (1992): Practices and Problems in Teaching Authentic Mathematics. In: Oser, Fritz/ Dick, Andreas/ Patry, Jean-Luc (Hg.): Effective and Responsible Teaching: The New Synthesis. New York: Jossey-Bass Inc, S. 298.

⁶ Vgl. Lampert, Magdalene (1990): When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. In: American Educational Research Journal, Vol. 27, Heft 1, S. 31-33.

⁷ Vgl. Lampert, Magdalene (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching. New Haven: Yale University Press, S. 5.

⁸ Vgl. Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 38-39; Lampert, Magdalene (1992): Practices and Problems in Teaching Authentic Mathematics. In: Oser, Fritz/ Dick, Andreas/Patry, Jean-Luc (Hg.): Effective and Responsible Teaching: The New Synthesis. New York: Jossey-Bass Inc, S. 306-307.

⁹ Lampert (1992): Practices and Problems in Teaching Authentic Mathematics, S. 307.

eine so hohe Punkteanzahl erreichte wie ansonsten die besten 1% aller Schüler/innen weltweit. Japan führte die Weltrangliste im Bereich der Schulmathematik deutlich an.¹⁰

Aufgrund der Unterrichtsforschung und den damit erlangten Erkenntnissen hatte *Lampert* Ende der 1980er Jahre gemeinsam mit *Deborah Loewenberg Ball* die Intention, eine Sammlung an praxisbezogenen Unterrichtssituationen (Material) zu erstellen, die von angehenden *Elementary-School*-Lehrer/innen studiert, interpretiert und analysiert werden konnte. Im Jahr 1989 begannen *Lampert* und *Ball* mit der Umsetzung dieser und starteten ihr achtjähriges Forschungsprojekt zur Lehrer/innenausbildung, welches von Geldern und Beihilfen der *National Science Foundation (NSF)* gefördert wurde. Im Rahmen dieses Pionierprojekts zur Lehrer/innenausbildung begannen die Autorinnen damit, ihre Unterrichtsstunden in Mathematik an einer Schule ein ganzes Jahr lang mittels Video- und Audiogeräten aufzunehmen und zu dokumentieren. Das Resultat daraus war ein enormer Pool an praxisbezogenen Daten, aufgrund derer es *Lampert* und *Ball* möglich war, ein Curriculum für die Lehrer/innenausbildung im Bereich der *Elementary School* zu entwickeln, den sie anschließend auch selbst als Ausbilderin (*Teacher Educator*) anwandten. Das *M.A.T.H.*-Projekt wurde vom *NSF* nur einen Monat vor Schulbeginn, im Sommer 1989, genehmigt.¹¹ Die Autorinnen stellten hierzu klar: “*We were not proposing to model the application of theory to practice, working out finer details so that others could copy what we were doing. [...] We were seeking to learn in and from practice in ways that were both deliberate and reflective. We sought to learn from our teaching, to theorize about practice in context. [...] We were willing to let other people look in on the work we were trying to do. By making it possible for others to watch us teaching and our students learning, we thought we could produce a common experience of classroom events as shared contexts for analytic conversation.*“¹²

Die vorliegende wissenschaftliche Arbeit und die damit zusammenhängenden Forschungsfragen (nachstehend formuliert) stellen daher den Versuch an, den konkreten Beitrag der Person *Magdalene Lampert* zur Entwicklung der frühen Mathematikdidaktik in den USA zu erheben und zu analysieren, ohne dabei jedoch einen Anspruch auf Vollständigkeit zu stellen. Dies soll anhand folgender Fragestellungen geschehen:

¹⁰ Vgl. Green, S 113-115.

¹¹ Vgl. Lampert, Magdalene/Ball, Deborah (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice*. New York: Teachers College Press, S. 47.

¹² Lampert, Magdalene/Ball, Deborah (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice*. New York: Teachers College Press, S. 23.

- (1) Welche Entwicklungen führten zur Etablierung der Mathematikdidaktik als wissenschaftliche Disziplin in den USA?
- (2) Welchen Forschungsbeitrag leistete *Lampert* im Rahmen der Entwicklung der frühen Mathematikdidaktik in den USA?
 - a. Welche Besonderheiten und Anforderungen an die Lehrperson beinhaltet das Unterrichtskonzept *Teaching for Understanding* von *Lampert*?
 - b. Auf welchem Forschungsumfeld baute *Lampert* ihr Unterrichtskonzept *Teaching for Understanding* auf und inwiefern beeinflusste sie damit die mathematikdidaktische Forschung?
 - c. Das Pionierprojekt *Teaching, Multimedia, and Mathematics* – welche fundamentale Besonderheit weist es unter Berücksichtigung des Forschungsumfeldes auf?
 - i. Welche Ziele verfolgte das Pionierprojekt?
 - ii. Welche Ebenen der Mathematikdidaktik beinhaltet das Projekt *M.A.T.H.*?
 - iii. Welchen Forschungsbeitrag leistete *Lampert* im Rahmen der Lehrer/innenausbildung?

Die vorliegende Arbeit unterteilt sich in fünf Kapitel. Einführend wird ein Überblick über das amerikanische Schulsystem gegeben, um darzustellen, welche Schulstufen die Forschungsarbeit von *Magdalene Lampert* betrifft. Ebenso wird aufgezeigt, welchem Verständnis der Begriffe Didaktik, Fachdidaktik und Mathematikdidaktik überhaupt zugrunde liegt.

Anschließend wird die Entwicklung der Fachdidaktik Mathematik bis hin zur tatsächlichen Etablierung dieser als Wissenschaft dargestellt. Daran anknüpfend werden im Anschluss weitere Entwicklungen der Schulmathematik aufgezeigt, die sich direkt an bzw. parallel zur Etablierung der Fachdidaktik als Wissenschaft reihten. Es werden unterschiedliche Perioden und Reformbewegungen beleuchtet. Um ein ganzheitliches Bild der Entwicklungen zur Schulmathematik darzustellen, werden im Überblick auch die Entwicklungen bis Mitte der 1990er Jahre beschrieben.

Das dritte und vierte Kapitel stellen den Schwerpunkt der vorliegenden Diplomarbeit dar. Ersteres beginnt eingangs mit dem beruflichen Werdegang von *Lampert*, der Auskunft zur Person der Autorin geben soll. Weiterführend besteht das dritte Kapitel aus drei zentralen Abschnitten, 3.2 *Teaching for Understanding – ein Unterrichtskonzept nach Lampert*, 3.3

*Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik und 3.4 Problemorientierung als didaktisches Prinzip im Mathematikunterricht*¹³.

Dem ersten Abschnitt, 3.2 *Teaching for Understanding – ein Unterrichtskonzept nach Lampert*, ist die Forschungsarbeit von *Lampert* im Rahmen der Schulmathematik gewidmet. Hier liegt der Fokus auf der Rolle von *Lampert* als Mathematiklehrerin und ihrer Unterrichtsforschung. Es wird anfangs das Unterrichtskonzept *Teaching for Understanding* näher beschreiben. Dabei soll zu Beginn ein Überblick über die Methode des Unterrichts, den *Lampert* vertritt, gegeben werden. Dabei wird eine Unterrichtssequenz aus dem Buch *Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice* dargestellt. Hier ist zwar *Ball* die Mathematiklehrerin, die den mathematischen Diskurs führt, diese Unterrichtssequenz wurde aber im Rahmen des *M.A.T.H.*-Projekts erstellt, d.h. unter Mitarbeit von *Lampert*. Das Beispiel der Unterrichtssequenz für *Teaching for Understanding* wurde deshalb gewählt, da *Lampert* diese analysierend aufgreift und kommentiert. Anschließend werden bestimmte Schwerpunkte zu diesem herausgearbeitet und beleuchtet. Dazu zählen die Bereiche 3.3 *Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik* mit besonderer Berücksichtigung des *Teacher Thinking*¹⁴ und 3.4 *Problemorientierung als didaktisches Prinzip im Mathematikunterricht*. Diese Unterkapitel beleuchten anfangs kontextbezogen den jeweiligen Forschungsstand und zugehörige Reformen. Das dritte Kapitel enthält insgesamt zwei Analysen, bei denen die historischen Entwicklungen der aufgegriffenen Forschungsbereiche zur Arbeit der Autorin in Beziehung gesetzt werden.

Das Kapitel 4 *Auswirkungen mathematikdidaktischer Forschung auf die Lehrer/innenausbildung* bildet den Forschungsbeitrag von *Lampert* zur Lehrer/innenausbildung. Dieses beleuchtet die Arbeit von *Lampert* und *Ball* im Rahmen des Projektes *Mathematics and Teaching Through Hypermedia (M.A.T.H.)*. Hier wird nicht nur das Pionierprojekt für diesen Bereich dargestellt, sondern auch ihre Vorarbeit zu diesem beleuchtet. Dieses Kapitel trägt den Rollen von *Magdalene Lampert* als Forscherin und Ausbilderin Rechnung und endet mit einer Analyse des Forschungsbeitrags der Autorin.

Das Kapitel 5 *Anschließende Entwicklungen – ein Überblick* soll zur Abrundung der Arbeit überblicksmäßig ein ganzheitliches Bild über die Entwicklungen ab den 2000er Jahren im Bereich der Schulmathematik und der mathematischen Lehrer/innenausbildung skizzieren.

¹³ In Anlehnung an Vollrath, Hans-Joachim (2000): Problemorientierung als didaktisches Prinzip. In: Baptist, Peter (Hg.): Mathematikunterricht im Wandel: Bausteine für den Unterricht. Bamberg: C. C. Buchner Verlag.

¹⁴ Die Kategorie ‚Teacher Thinking‘ integriert zusätzlich noch die beiden für *Lampert* relevanten Punkte ‚Unterrichtskultur‘ und ‚Dilemma Management‘.

Die Ergebnisse der analytischen Arbeit werden im Resümee schließlich unter Beantwortung der in der Einleitung formulierten Forschungsfragen präsentiert.

Zur Literatúrauswahl ist abschließend zu sagen, dass aufgrund der großen Menge an literarischen Werken und Meinungen zur Fachdidaktik Mathematik in den USA nur ausgewählte Forschungsbeiträge berücksichtigt werden konnten, die vor allem auch in Bezug auf die Arbeit der Autorin Bedeutung haben. Für den Forschungsbeitrag der Autorin sind jedenfalls die nachstehenden Werke *Teaching Problems and the Problems of Teaching*¹⁵ sowie *Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice*¹⁶ zentral.

¹⁵ Vgl. Lampert, Magdalene (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*. New Haven: Yale University Press.

¹⁶ Vgl. Lampert, Magdalene/ Ball, Deborah (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice*. New York: Teachers College Press.

1. Grundlegende Einführung – Begriffsbestimmungen

Zum Verständnis der gesamten Arbeit wird in diesem einführenden Kapitel darauf eingegangen, was unter bestimmten Begriffen, die im Rahmen dieser Diplomarbeit durchgehend verwendet werden, zu verstehen ist. Dazu zählen die Erklärung des amerikanischen Schulsystems inklusive aller dafür relevanten Fachausdrücke sowie der Versuch einer Definition der Termini Didaktik, Fachdidaktik und Mathematikdidaktik.

Vorab ist zusätzlich darauf hinzuweisen, dass einzelne englische Wörter, für die es keine adäquate deutsche Übersetzung gibt, literarische Werke (Bücher, Fachartikel, Reformdokumente etc.) sowie Namen von Autoren, Institutionen oder Reformbewegungen im deutschen Fließtext in *kursiver* Schreibweise hervorgehoben werden.

1.1 Überblick über das amerikanische Schulsystem

Um die in dieser Arbeit verwendeten Begriffe wie etwa *K-12*-Schulbildung, *Elementary School*, *Third Grade* oder etwa *Fifth Grade* und damit zusammenhängend die Tätigkeit von *Lampert*, die vorwiegend als *Elementary-School*-Lehrerin tätig war, zu verstehen, wird in diesem Kapitel ein Überblick über das amerikanische Schulsystem gegeben. Die *Abbildung 1* stellt dabei die Struktur des Bildungssystems dar.¹⁷

Unter der *K-12*-Schulbildung versteht man die sog. Pflichtschuljahre, d.h. die Zeit ab der Einschulung (Kindergarten) bis zur Schulstufe 12 (*Twelfth Grade*). Der Schuleinstieg sowie das Ende der Pflichtschulausbildung variiert dabei je nach Bundesstaat. Das Alter der Kinder schwankt bei der Einschulung zwischen fünf und acht Jahren, wobei der überwiegende Teil der Bundesstaaten die Altersstufen sechs¹⁸ und sieben¹⁹ als Beginn der Schullaufbahn vorsehen. Demgemäß ist auch das Alter, das die Schüler/innen mit Ende der *K-12*-Schulbildung aufweisen sowie die Länge der *K-12*-Bildung je nach Bundesstaat unterschiedlich hoch. Das Alter schwankt zwischen 16 und 18 Jahren, die Jahre der verpflichtenden Schulbildung zwischen 9 und 13 Jahren.²⁰

¹⁷ Vgl. Dossey, John/ McCrone, Sharon/ Halvorsen, Katherine (2016): Mathematics Education in the United States 2016: A Capsule Summary fact Book. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 2; Ebenfalls via nachstehendem Link abrufbar: <https://www.nctm.org/uploadedFiles/About/MathEdInUS2016.pdf> (zuletzt abgerufen am 28.03.2018).

¹⁸ 25 Bundesstaaten.

¹⁹ 15 Bundesstaaten.

²⁰ Vgl. Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 1.

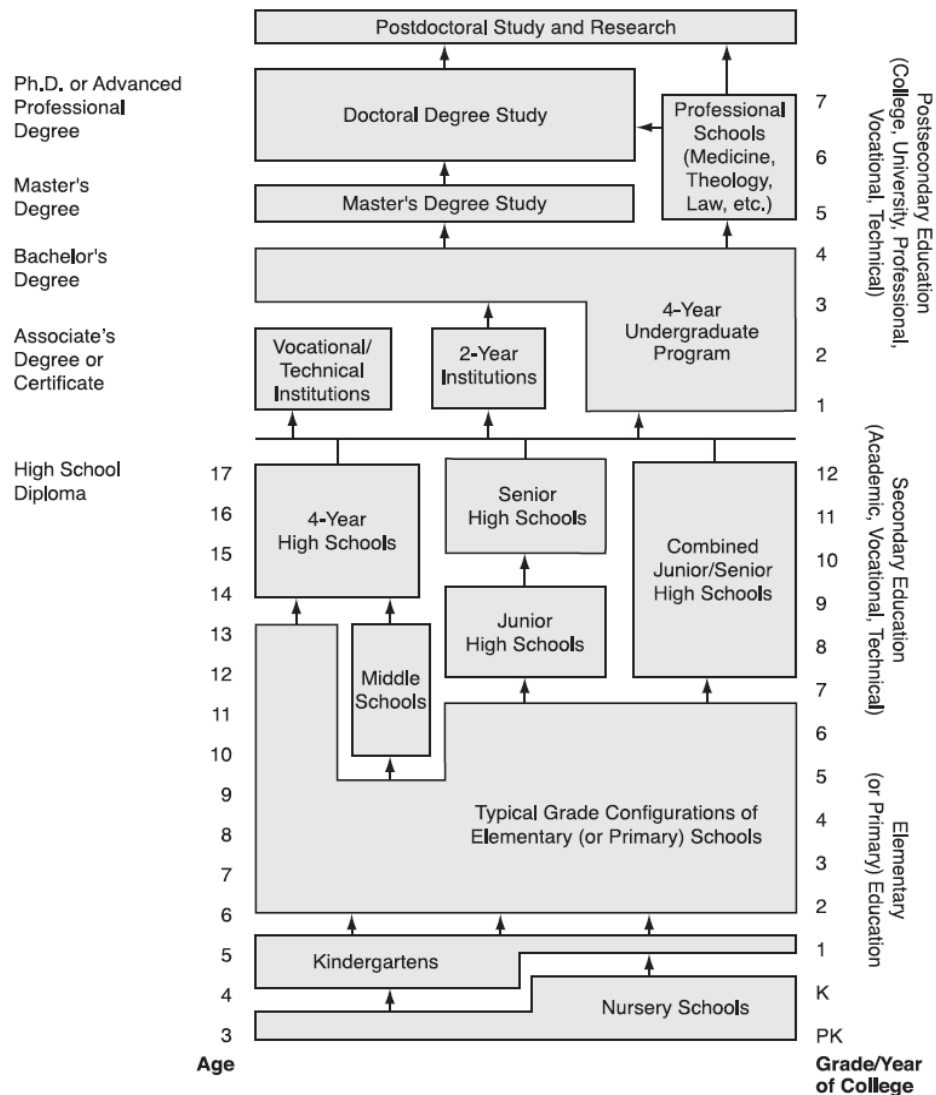


Abbildung 1: Überblick über das amerikanische Bildungssystem

Quelle: Dossey, John/ McCrone, Sharon/ Halvorsen, Katherine (2016): *Mathematics Education in the United States 2016: A Capsule Summary fact Book*. USA: The National Council of Teachers of Mathematics, S. 2.

Grundsätzlich lässt sich das das Schulsystem in vier Ebenen aufteilen. Von der Einschulung (Kindergarten) bis zu den Schulstufen 5 oder 6 besuchen amerikanische Schüler/innen die sog. *Elementary School*. Die *Elementary School* deckt die Altersklassen von fünf bis 10 bzw. 11 Jahre ab. Danach beginnt die *Secondary Education*. Die Kinder treten – je nach Bundesstaat – entweder in die *Middle School* oder *Junior High School*, die die Schulstufen 6 bzw. 7 bis 8 sowie das Alter 11 bzw. 12 bis 13 abdeckt. Daran anschließend besuchen sie die *Senior High*

School (Schulstufen 9 bis 12, Alter 14-17). Nach der *Senior High School* steht den Schüler/innen der Weg zur postsekundären bzw. tertiären Bildung offen.²¹

1.2 Versuch einer Begriffserklärung

Die allgemeine Didaktik im deutschsprachigen Raum blickt nicht nur auf eine lange Tradition, sondern auch auf unterschiedliche Einflussfaktoren zurück, wodurch eine allgemeingültige Definition von Didaktik ein schwieriges Unterfangen darstellt. Zusätzlich findet der Begriff Didaktik im englischsprachigen Raum aufgrund einer anderen Entwicklung der Schul- und Bildungstheorie und einem differenten Verständnis der Lehrer/innenausbildung kaum Verwendung.²² Aufgrundessen wird nachstehend eine Begriffsbestimmung von Didaktik gewählt, die den amerikanischen Unternehmungen im Sinne der Didaktik meines Erachtens nahekommt.

Der Begriff Didaktik stammt ursprünglich aus dem Griechischen und bedeutet sowohl lehren bzw. unterweisen als auch lernen bzw. belehrt werden.²³ Die Didaktik schließt drei wesentliche Bereiche ein. Erstens die „[...] *Theorie der Bildungsinhalte und des Lehrplans*“²⁴, bei der es um die Formulierung von Bildungszielen und Unterrichtsinhalten sowie Maßnahmen zur Erstellung und Auswertung von Lehrplänen geht. Zweitens die Unterrichtstheorie, die darauf abzielt mithilfe von Forschungen und Anweisungen das Verhalten bzw. die Handlungen der Lehrperson im Unterricht zu optimieren. Drittens die „[...] *Wissenschaft vom Lehren und Lernen*“²⁵, welche sich unter maßgeblichen Einfluss der Lernpsychologie mit allen Abläufen während des Lernprozesses beschäftigt.²⁶

Unter dem grundlegenden Begriff der Fachdidaktik versteht man nach Köhnlein „[...] *die Wissenschaft vom pädagogisch angeleiteten institutionalisierten Lehren und Lernen fachlichbezogener Inhalte, Methoden, Prinzipien und Aspekte*.“²⁷ Mit anderen Worten versucht die Fachdidaktik die allgemeine Didaktik und die Fachwissenschaft miteinander zu verbinden, indem sie sich mit

²¹ Vgl. Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 1.

²² Vgl. Hericks, Uwe/Kunze, Ingrid/Meyer, Meinert A. (2008): Forschung zu Didaktik und Curriculum. In: Helsper, Werner/Böhme, Jeanette (Hg.): Handbuch der Schulforschung. 2. Auflage. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften, S. 747.

²³ Vgl. Böhm, Winfried/Seichter, Sabine (2018): Wörterbuch der Pädagogik. 17. Auflage. Paderborn: Ferdinand Schöningh, Brill Deutschland GmbH, S. 120.

²⁴ Köck, Peter/Ott, Hanns (2002): Wörterbuch für Erziehung und Unterricht. 7. Auflage. Donauwörth: Auer Verlag GmbH, S. 135.

²⁵ Köck/Ott, S. 136.

²⁶ Vgl. Köck, Peter/Ott, Hanns (2002): Wörterbuch für Erziehung und Unterricht. 7. Auflage. Donauwörth: Auer Verlag GmbH, S. 135-136.

²⁷ Köhnlein, Walter (2004): Fachdidaktik. In: Keck, Rudolf W./Sandfuchs, Uwe/Feige, Bernd (Hg.): Wörterbuch Schulpädagogik. Bad Heilbrunn: Klinkhardt, S. 140.

der Auswahl, Aufbereitung und effektiven Vermittlung von fachwissenschaftlichen Inhalten für die entsprechende Schulstufe auseinandersetzt. Demzufolge ist die Fachdidaktik nicht nur für die Steigerung der Unterrichtsqualität des jeweiligen Fachs,²⁸ sondern insbesondere auch für die fachspezifische Lehrer/innenausbildung relevant.²⁹

Die Fachdidaktik Mathematik (nachfolgend als FDM abgekürzt) ist eine eigene Wissenschaft, die sich von der Mathematik selbst unterscheidet. Die FDM bezieht sich auf das „*Lehren und Lernen von Mathematik*“³⁰. Wittmann kam in Anlehnung an Griesel³¹ zu folgender Begriffsbestimmung: „[...] *Didaktik der Mathematik ist die Wissenschaft von der Entwicklung praktikabler Kurse für das Lernen im Bereich Mathematik sowie der praktischen Durchführung und empirischen Überprüfung der Kurse einschließlich der Überlegungen zur Zielsetzung der Kurse und der Stoffauswahl.*“³²

Die Aufgabenbereiche der Fachdidaktik Mathematik sind vielseitig. Diese liegen zum einen in der Beurteilung der Effizienz von Inhalten und Unterrichtsmethoden, zum anderen in der Gestaltung und Erneuerung von Lehrplänen, Unterrichtsverfahren und -materialien. In diesem Prozess wird die Didaktik der Mathematik durch Ergebnisse und Ansichten aus dem Bereich der Mathematik, Pädagogik und Psychologie unterstützt, wobei sie die Resultate nicht einfach nur übernimmt, sondern diese in ihr Tätigkeitsfeld integriert bzw. an dessen Anforderungen anpasst, um somit sowohl eine Verbesserung des Mathematikunterrichts als auch der Lehrer/innenausbildung zu gewährleisten.³³

²⁸ Vgl. Böhm/Seichter, S. 157.

²⁹ Vgl. Arnold, Karl-Heinz/Roßa, Anna-Elisabeth (2012): Grundlagen der Allgemeinen Fachdidaktik und der Fachdidaktiken. In: Kampshoff, Marita/Wiepecke, Claudia (Hg.): Handbuch Geschlechterforschung und Fachdidaktik. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften, S. 14.

³⁰ Reiss, Kristina/ Hammer, Christoph (2013): Grundlagen der Mathematikdidaktik. Birkhäuser: Springer Basel AG, S. I.

³¹ Siehe dazu Griesel, Heinz (1971): Die Neue Mathematik für Lehrer und Studenten. Band 1 Mengen, Zahlen, Relationen, Topologie. Hannover: Hermann Schroedel Verlag KG.

³² Wittmann, Erich (1981): Grundfragen des Mathematikunterrichts. 6. Auflage. Braunschweig: Vieweg Verlag, S. 1.

³³ Vgl. Wittmann, Erich (1981): Grundfragen des Mathematikunterrichts. 6. Auflage. Braunschweig: Vieweg Verlag, S. 2-3.

2 Entwicklung der Fachdidaktik Mathematik als wissenschaftliche Disziplin

Um ein umfassendes Bild der Entwicklung der frühen Mathematikdidaktik zu skizzieren, widmet sich dieses Kapitel der Frage, wie sich die Fachdidaktik Mathematik als Wissenschaft überhaupt etablierte. In diesem Zusammenhang werden Reformbewegungen beschrieben, die maßgeblich zur Entwicklung der Fachdidaktik Mathematik als wissenschaftliche Disziplin beigetragen haben.

Im Anschluss daran sollen zusätzlich Reformdokumente bzw. Strömungen (wie etwa *An Agenda for Action*, *A Nation at Risk*, *NCTM Standards* und die *Back-to Basic*-Bewegung) die zwar nach der Gründung der professionellen Mathematikdidaktik entstanden sind, aber zum Teil auf Bewegungen vor der Entstehung der FDM aufbauen, betrachtet werden. Die Intention dieses Vorhabens besteht darin, den Einfluss dieser Beiträge auf die Veränderungen und Weiterentwicklungen in der Fachdidaktik Mathematik und somit auch auf die Ansätze von *Lampert* aufzuzeigen und folglich diese besser nachvollziehen zu können.

2.1 Wegbereiter für eine professionelle Mathematikdidaktik

Auch wenn die Fachdidaktik Mathematik als wissenschaftliche Disziplin in den Vereinigten Staaten erst Anfang 1970 anerkannt wurde, geht ihr Ursprung auf Personen und Bewegungen zu Beginn des 20. Jahrhunderts zurück, die mit ihren Ideen und Ansätzen diese Entwicklung überhaupt erst möglich machten.³⁴ Die Wurzeln der FDM beruhen stark vereinfacht ausgedrückt auf dem Einfluss von zwei akademischen Disziplinen: Zum einen auf den Forschungen im Bereich der Mathematik selbst, die die Basis dafür lieferten, welche mathematischen Inhalte gelehrt und gelernt werden sollten; zum anderen auf den Untersuchungen der Psychologie, die die Grundlagen für die Methoden zur Umsetzung der Inhalte im Unterricht zur Verfügung stellte.³⁵

³⁴ Vgl. Lester Jr., Frank K./Lambdin, Diana V. (2003): From Amateur to Professional: The Emergence and Maturation of the U.S. Mathematics Education Research Community. In: Stanic, George M./ Kilpatrick, Jeremy (Hg.): A History of School Mathematics: Volume 2. Reston: National Council of Teachers of Education, Inc., S. 1644.

³⁵ Vgl. Kilpatrick, Jeremy (1992): A History of Research in Mathematics Education. In: Grouws, Douglas A. (Hg.): Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 5.

2.1.1 Auswirkungen auf die Fachdidaktik Mathematik durch den Aufstieg der Psychologie

Die Psychologie war Anfang des 20. Jahrhunderts eine aufstrebende Disziplin. Die Verbindung von psychologischen Prinzipien mit dem Lehrplan und der Unterrichtsplanung in Mathematik war ein schleichender Prozess in den ersten 20 Jahren dieses Jahrhunderts.³⁶ Seit dem Beginn der pädagogischen Psychologie³⁷ war die Mathematik ein beliebter Gegenstand für Forschungen im Bereich des Lernens. *Kilpatrick* beschrieb die möglichen Gründe dafür wie folgt:³⁸ “[...], probably because of perceptions regarding important role in the school curriculum; its relative independence of nonschool influences; [...]; its abstraction and arbitrariness; and the range of complexity and difficulty in the learning tasks it can provide.”³⁹

Mathematik als Schulfach zählte bis Anfang des 20. Jahrhunderts dank der sogenannten *Mental-Discipline*-Theorie zu den als wichtig erachteten Gegenständen im Schullehrplan.⁴⁰ Diese Theorie behandelte die unterschiedlichen Fähigkeiten des Geistes, die so genannten *faculties of the mind*.⁴¹ Zur Entwicklung und zur Verbesserung dieser mentalen Fähigkeiten verwiesen Vertreter/innen dieser Theorie insbesondere auf die Fächer Mathematik, Griechisch und Latein als effiziente Mittel.⁴² *Brooks* beschrieb das Prinzip der *Mental-Discipline*-Theorie in folgender Metapher:⁴³

“The mind is a spiritual activity and grows by its own inherent energies. Mental exercise is thus the law of mental development. As a muscle grows strong by use, so any faculty of the mind is developed by its proper use and exercise. An inactive mind, like an unused muscle, becomes weak and unskillful. Hang the arm in a sling and the muscle becomes flabby and loses its vigor and skill; let the mind remain

³⁶ Vgl. Osborne, Alan R./Crosswhite, Joe F. (1970): Forces and Issues Related to Curriculum and Instruction, 7-12. In: National Council of Teachers of Mathematics (Hg.): A History of Mathematics Education in the United States and Canada. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 186.

³⁷ „Die Pädagogische Psychologie als angewandte Wissenschaft umfasst diejenigen Theorien und Befunde der Psychologie, die sich auf die Beschreibung, Erklärung, Vorhersage, Handeln und Überprüfen bei pädagogischen Fragestellungen im Rahmen von Unterricht und Erziehung beziehen.“ – Siehe dazu Imhof, Margarete (2013): Psychologie für Lehramtsstudierende. 3. Auflage. Lehrbuch Basiswissen Psychologie. Wiesbaden: Springer VS, S. 16.

³⁸ Vgl. Kilpatrick, S. 5.

³⁹ Kilpatrick, Jeremy (1992): A History of Research in Mathematics Education. In: Grouws, Douglas A. (Hg.): Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 5.

⁴⁰ Vgl. Stanic, Georg M./Kilpatrick, Jeremy (2004): Mathematics curriculum reform in the United States: a historical perspective. In: Educação Matemática Pesquisa, Vol. 6, Heft 2, S. 16.

⁴¹ Vgl. Brooks, Edward (1883/1970): Mental science and methods of mental culture. In: Bidwell, James K./Clason, Robert G. (Hg.): Readings in the History of Mathematics Education. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 78-79.

⁴² Vgl. Stanic, George A. (1986): Mental Discipline Theory and Mathematics Education. In: For the Learning of Mathematics, Vol. 6, Heft 1, S. 40.

⁴³ Vgl. Stanic, S. 39.

inactive, and it acquires a mental flabbiness that unfits it for any severe or prolonged activity. An idle mind loses its tone and strength, like an unused muscle; the mental powers go to rust through idleness and inaction. To develop the faculties of the mind and secure their highest activity and efficiency there must be a constant and judicious exercise of these faculties."⁴⁴

Psychologische Experimente, die sowohl die *Mental-Discipline*-Theorie als auch die Möglichkeit des Transfers von Wissen in Frage stellten, kamen von *Edward L. Thorndike* und seinen Kollegen/innen.⁴⁵ Sie zielten mit ihrer Arbeit darauf ab, die schulische Ausbildung effizienter und effektiver zu gestalten. Insbesondere sein Buch *The Psychology of Arithmetic* und die darin enthaltene *Stimulus-Response-Theory* hatten einen nennenswerten Einfluss auf die Didaktik des Mathematikunterrichts.⁴⁶ Nach dieser Theorie beruhte Lernen auf der Bildung von Verknüpfungen zwischen Situationen bzw. Reizen und Reaktionen,⁴⁷ welche durch häufiges Wiederholen und Durchführen gestärkt wurden. Daraus ergab sich für *Thorndike* und seine Kollegen/innen die Annahme, dass die Anwendung der Arithmetik als eine Reihenfolge von mentalen Verknüpfungen angesehen werden kann, welche in der Schule sorgfältig und genau unterrichtet, und anschließend mithilfe von vielen Wiederholungen und Drill geübt werden mussten, um einen Lernerfolg zu verzeichnen.⁴⁸ *Thorndike* wies in seiner Arbeit auch explizit darauf hin, dass aus seiner Sicht die Mehrheit der Schüler/innen nicht fähig sei, die Arithmetik in ihrer Anwendung deduktiv, sprich aus abstrakten Prinzipien, zu erschließen bzw. abzuleiten. Er sah die Arithmetik als eine induktive Wissenschaft an.⁴⁹ Dies untermauerte er anhand des nachfolgenden Beispiels:

"Surely in our schools at present children add the 3 of 23 to the 3 of 53 and the 2 of 23 to the 5 of 53 at the start, in nine cases out of ten because they see the teacher do so and are told to do so. They are protected from adding $3 + 3 + 2 + 5$ not by any deduction of any sort but [...] because they have been taught the habit of adding figures that stand one above the other, or with a + between them; and because they are shown or told what they are to do. They are protected from adding $3 + 5$ and $2 + 3$, again, by

⁴⁴ Brooks, Edward (1883/1970): Mental science and methods of mental culture. In: Bidwell, James K./Clason, Robert G. (Hg.): Readings in the History of Mathematics Education. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 84.

⁴⁵ Vgl. Klein, David (2003): A brief history of American K-12 mathematics education in the 20th century. In: Royer, James M. (Hg.): Mathematical Cognition: A volume in current perspectives on cognition, learning and instruction. University of Massachusetts. Greenwich: Information Age Publishing, S. 179.

⁴⁶ Vgl. Ellis, Mark W./Berry III, Robert Q. (2005): The Paradigm Shift in Mathematics Education: Explanations and Implications of Reforming Conceptions of Teaching and Learning. In: The Mathematics Educator, Vol. 15, Heft 1, S. 8.

⁴⁷ Vgl. Freeman, Frank N. (1922): The Psychology of Arithmetic (Book review). In: The Elementary School Journal, Vol. 10, Heft 22, S. 789.

⁴⁸ Vgl. Ellis/ Berry, S. 8.

⁴⁹ Vgl. Thorndike, Edward L. (1922): The Psychology of Arithmetic. New York: The Macmillan Company, S. 67-69.

no deductive reasoning but for the second and third reason just given. In nine cases out of ten they do not even think of the possibility of adding in any other way than the '3 + 3, 2 + 5' way, much less do they select that way on account of the facts that $53 = 50 + 3$ and $23 = 20 + 3$, that $50 + 20 = 70$, that $3 + 3 = 6$, [...] !"⁵⁰

Thorndikes psychologischer Ansatz, den er selbst als Konnektionismus bezeichnete und mit dem er zu den Vorreitern des *Behaviorismus*⁵¹ gehörte, war der Anlass für viele Untersuchungen bezüglich der Effektivität von Drill als Unterrichtsmethode in Arithmetik und hatte folglich gravierende Auswirkungen auf die Didaktik des Mathematikunterrichts in diesem Gebiet.⁵² Ferner verhalfen seine Forschungsergebnisse im Endeffekt zur Ansicht, dass die mathematische Bildung bloß der Zweckmäßigkeit dienen dürfe.⁵³

Ein weiterer Psychologe, der eine Zeit der grundlegenden Veränderung einläutete, war *Stanley Hall*.⁵⁴ Erste Aufmerksamkeit bekam er durch seinen 1883 veröffentlichten Artikel *The Contents of Children's Minds* und später durch die Leitung des sogenannten *Child Study Movement*. Das *Child Study Movement* forderte sowohl von Erziehern/innen als auch von Eltern eine größere Aufmerksamkeit gegenüber dem Wohlbefinden und der Gesundheit der Kinder. Für *Hall* waren diese beiden Faktoren durch die klassischen Unterrichtsfächer bereits gefährdet. *Hall* meinte dazu, dass die Bildung an die Natur und Interessen des Kindes angepasst werden mussten, und nicht an Gegenstände, die außerhalb der Erfahrungen des Kindes liegen.⁵⁵ Seine Ideen sollten einerseits nach dem Ersten Weltkrieg zur Unterstützung von Ansichten einer antiintellektuellen Bewegung herangezogen werden, welche die Stellung der Mathematik im Schulcurriculum gefährdete. Und andererseits Forschungen im Bereich der FDM anregen, welche die Schwierigkeit im Umgang mit der Arithmetik betonten⁵⁶ und die Annahme untermauerten, dass in einer modernen Bildung das Kind und nicht der Gegenstand im Mittelpunkt zu stehen hat.⁵⁷

⁵⁰ Thorndike, Edward L. (1922): *The Psychology of Arithmetic*. New York: The Macmillan Company, S. 69.

⁵¹ „Forschungsgegenstand der Psychologie sind im Behaviorismus nicht mentale Zustände oder Prozesse, sondern ausschließlich das intersubjektiv beobachtbare Verhalten (Reaktionen) und die das Verhalten beeinflussenden Umweltgegebenheiten (Reize).“ – Siehe dazu <http://www.spektrum.de/lexikon/psychologie/behaviorismus/2072> (zuletzt abgerufen am 30.04.2018).

⁵² Vgl. Kilpatrick, S. 9-10.

⁵³ Vgl. Klein, S. 179.

⁵⁴ Vgl. De Vault, Vere M./Weaver, Fred J. (1970): *Forces and Issues Related to Curriculum and Instruction*, K-6. In: National Council of Teachers of Mathematics (Hg.): *A History of Mathematics Education in the United States and Canada*. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 108.

⁵⁵ Vgl. Ravitch, Diane (2000): *Left Back. A Century of Battler Over School Reform*. New York: Touchstone, S. 70.

⁵⁶ Vgl. Kilpatrick, S. 8.

⁵⁷ Vgl. De Vault/Weaver, S. 108.

Die Ansätze von *Hall* waren einflussreich, wurden allerdings für einige Jahrzehnte durch das sogenannte *Scientific Movement* überschattet. Diesem gehörten das *Testing Movement* und die Reduzierung der Schulbildung auf ihren praktischen Nutzen hinsichtlich der Berufswelt und des Alltags an. Beide leiteten eine Vielzahl an Forschungen und Experimenten ein, die einen maßgeblichen Effekt auf die Schulpraxis hatten, vor allem in Mathematik.⁵⁸ Letzteres zählte zur sogenannten *progressiven Erziehung*⁵⁹, welche die Mathematikdidaktik zum Teil durch unterschiedliche Ansichten beeinflusste.⁶⁰ Innerhalb der progressiven Bewegung entwickelte sich zum einen Anfang des 20. Jahrhunderts unter zahlreichen Pädagogen/innen ein Konsens darüber, dass die Schulen durch unproduktiven Unterricht Zeit verschwenden würden und dass die Notwendigkeit bestünde, Inhalte und Ideen der Unterrichtsfächer, insbesondere der Mathematik, auf ihre Anwendbarkeit im alltäglichen Leben zu untersuchen. *Guy M. Wilson* führte zusammen mit Lehrern/innen aus *Connersville, Indiana* beispielsweise eine mehrjährige Studie durch, die den Nutzen der Arithmetik im Alltag überprüfte. In ihren Ergebnissen empfahlen sie den Ausschluss von 14 Themenbereichen des bisherigen Arithmetikunterrichts⁶¹ und zählten ausschließlich nachstehende Inhalte als brauchbares mathematisches Wissen für die Gesellschaft sowohl in der Berufswelt als auch im Alltag auf: die vier Grundrechnungsarten, einfache Brüche und die Prozentrechnung.⁶² Auf der Ebene der *Secondary School* wurde diese Richtung der progressiven Erziehung vor allem durch *William Heard Kilpatrick* und die *Life-Adjustment*-Bewegung vehement vorangetrieben und unterstützt.⁶³ So statuierten *Kilpatrick* und seine Kollegen/innen anhand des Mathematikunterrichts ein Exempel, um die Reduzierung aller Unterrichtsgegenstände auf ihren praktischen Nutzen zu fordern.⁶⁴ Die *Life-Adjustment*-Bewegung ging sogar noch einen Schritt weiter und nahm sich die vollständige Ersetzung der klassischen Unterrichtsgegenstände durch lebenspraktische Inhalte zum Ziel.⁶⁵ Aus didaktischer Sicht wurde die Durchführung dieser Art des Arithmetikunterrichts durch assoziative Lerntheorien,

⁵⁸ Vgl. *Kilpatrick*, S. 13.

⁵⁹ Aus heutiger Sicht würde man die Grundgedanken der progressiven Erziehung mit Begriffen wie schüler/innenzentriertes, gemeinsames und lebenslanges Lernen, ‚Learning by Doing‘, Wertschätzung der Vielfalt, problemlösender Unterricht, Erziehung zum kritischen Denken, zur sozialen Verantwortlichkeit und zu einem Demokratieverständnis beschreiben. – Siehe dazu *Pecore, John L. (2015): Introduction: Aims of Progressive Education*. In: *Eryaman, Mustafa Yunus/Bruce, Bertram C. (Hg.): International Handbook of progressive education*. New York: Peter Lang Publishing, S. 57.

⁶⁰ Vgl. *De Vault/Weaver*, S. 122.

⁶¹ Vgl. *Kilpatrick*, S. 13-18.

⁶² Vgl. *De Vault/Weaver*, S. 122-123.

⁶³ Vgl. *Klein*, S. 179-182.

⁶⁴ Vgl. *Klein*, S. 178.

⁶⁵ Vgl. *Kliebard, Herbert M. (2004): The Struggle for the American Curriculum 1893 – 1958*. New York: RoutledgeFarmer, S. 257.

basierend vor allem auf dem Konnektionismus von *Thorndike*, geprägt.⁶⁶ Die Frage nach dem Transfer von Wissen nahm eine einzigartige Bedeutung in der Beziehung zwischen der Psychologie und der Mathematikdidaktik ein.⁶⁷ *Kilpatrick* führte dazu aus: “*As the most important single concept in any educationally relevant theory of learning, it has stimulated a large body of research, much of it in mathematics education.*”⁶⁸

Ab den 1930er Jahren wurde die Kritik an dem Einsatz von Drill als Lehrmethode im Arithmetikunterricht, zurückzuführen auf *Thorndike*, durch viele Untersuchungen in diesem Bereich immer lauter. Viele neue Studien richteten ihre Aufmerksamkeit auf den Bereich des Problemlösens bzw. auf Methoden, die nicht hauptsächlich an Rechenprozessen orientiert waren.⁶⁹ Das heißt, es gab innerhalb der progressiven Bewegung auch Vertreter/innen, die eine konträre Auffassung darüber vertraten, welchen mathematischen Gehalt der Arithmetikunterricht haben sollte.⁷⁰ So stellte der Psychologe *William A. Brownell* zwischen 1935 und 1949 zahlreiche Forschungen im Bereich der von ihm begründeten *Meaning Theory* an.⁷¹ Weg von der reinen Zweckmäßigkeit der Arithmetik verstand *William A. Brownell* unter dieser folgendes:⁷²

“‘*Meaningful*’ arithmetic [...] refers to instruction which is deliberately planned to teach arithmetical meanings and to make arithmetic sensible to children through its mathematical relationships. [...] The meanings of arithmetic can be roughly grouped under a number of categories. I am suggesting four.

- (1.) One group consists of a large list of basic concepts. [...] the meanings of whole numbers, of common fractions, of decimal fractions, of per cent, [...], of ratio and proportion. [...]
- (2.) A second group of arithmetical meanings includes understanding of the fundamental operations. [...]
- (3.) A third group of meanings is composed of the more important principles, relationships, and generalizations of arithmetic, [...]
- (4.) A fourth group of meanings relates to the understanding of our decimal number system and its use in rationalizing our computational procedures and our algorism. [...]”⁷³

⁶⁶ Vgl. De Vault/Weaver, S. 128.

⁶⁷ Vgl. Kilpatrick, S. 11.

⁶⁸ Kilpatrick, S. 11.

⁶⁹ Vgl. Kilpatrick, S. 19.

⁷⁰ Vgl. De Vault/Weaver, S. 123.

⁷¹ Vgl. Kilpatrick, S. 19.

⁷² Vgl. De Vault/Weaver, S. 124.

⁷³ Brownell, William A. (1947): The Place of Meaning in the Teaching of Arithmetic. In: The Elementary School Journal, Vol. 47, Heft 5, S. 257-258.

Die Mathematikdidaktik eines Arithmetikunterrichts im Sinne der *Meaning Theory* wurde schließlich auch durch Erkenntnisse aus einer weiteren Disziplin der Psychologie beeinflusst, der sogenannten Gestaltpsychologie.⁷⁴ Im Fokus dieser stand die Wahrnehmung eines Menschen (Gestalterkennung). Für die gestaltpsychologischen Lerntheorien ergab sich daraus der Ansatz, dass Lernen nachhaltig durch eigenständiges Erkennen bzw. Wahrnehmen von bestimmten Problemstrukturen vonstattengehen sollte. Basierend auf den erkannten Problemen sollten Lösungsansätze erarbeitet werden, die in weiterer Folge auf ähnliche Problemfelder übertragen werden könnten. Dieser Vorgang wurde als Transfereffekt bezeichnet, der vor allem die Nachhaltigkeit eines Lernprozesses garantieren sollte.⁷⁵

Diese neue Form der Lernpsychologie distanzierte sich klar von der konnektionistischen Theorie und legte stattdessen ihren Fokus auf Zusammenhänge und die Verallgemeinerung von Lerninhalten anstelle von strikter Trennung und Hervorhebung einzelner Fakten. Des Weiteren wurde der Lernprozess nicht mehr als mechanisch, sondern vielmehr als bedeutungsvoll angesehen, wodurch das Verständnis das Wiederholen und den Drill zur Gänze ersetzen sollte. Um diesen Anspruch gerecht zu werden, förderte dieser Ansatz problemlösende und entdeckende Unterrichtsmethoden anstelle von rezeptartigem Auswendiglernen von Lösungsansätzen.⁷⁶ In gewisser Weise kann man sagen, dass die *Meaning Theory* der Arithmetik den Grundbaustein für einen neuen Ansatz in der Mathematikdidaktik zu Beginn der 1950er Jahre legte.⁷⁷

Nichtsdestotrotz war bis dahin die Auslegung einer reinen Zweckmäßigkeit des Mathematikunterrichts für die Gesellschaft die dominantere Kraft innerhalb der progressiven Bewegung.⁷⁸ Diese Ausrichtung wurde jedoch Mitte der 1950er Jahre in Frage gestellt. Kritik gab es unter anderem von Seiten der Wirtschaft, dem Militär, der Öffentlichkeit und den *Colleges*, bezogen auf fehlende grundlegende Fähigkeiten in Mathematik sowie eine erhöhte Durchfallquote in den Aufnahmetests der *Colleges*⁷⁹ und mangelnde Einschreibungen in diesen. Insbesondere die Interventionen der Hochschulen waren der Auslöser für eine große

⁷⁴ Vgl. De Vault/Weaver, S. 128.

⁷⁵ Vgl. Bodenmann, Guy/Schaer, Marcel (2006): Gestaltpsychologie. In: Sprache, Stimme, Gehör, Vol. 30, Heft 1, S. 21.

⁷⁶ Vgl. McConnell, T. R. (1951): Recent Trends in Learning Theory: Their Applications to the Psychology of Arithmetic. In: National Council of Teachers of Mathematics (Hg.): Arithmetic in General Education. Sixteenth Yearbook. Fourth Printing. New York: Bureau of Publications, Teachers College, Columbia University, S. 288-289.

⁷⁷ Vgl. Kilpatrick, S. 20.

⁷⁸ Vgl. De Vault/Weaver, S. 131.

⁷⁹ Vgl. Kilpatrick, S. 24.

Anzahl an Reformprojekten im Bereich des Mathematikcurriculums, die heute als die *New-Math*-Bewegung bekannt sind.⁸⁰ Zusammen mit dem sowjetischen Erfolg *Sputnik*, dem ersten Satellit in der Erdumlaufbahn im Jahr 1957, läutete die *New-Math*-Ära das abrupte Ende der progressiven Erziehung im Sinne der *Life-Adjustment*-Bewegung ein. Der Triumph durch *Sputnik* war auch mit einem Sieg des sowjetischen Bildungswesens gegenüber dem amerikanischen gleichzusetzen.⁸¹ Nach *Sputnik* investierte die US Regierung in viele Programme und Projekte zu einer neuen Lehrplanentwicklung⁸², in denen erstmals Mathematiker/innen und Psychologen/innen zusammenkamen, um Forschungen in Einbeziehung beider Disziplinen voranzutreiben.⁸³

2.1.2 Aufstieg der *New-Math*-Bewegung und ihre Auswirkungen auf die Fachdidaktik Mathematik

Die sogenannte *New-Math*-Bewegung war kein einheitliches nationales Programm zur Reformierung der Schulmathematik, sondern bestand aus vielen verschiedenen Programmen, die teilweise gemeinsame Ziele verfolgten und Kooperationen eingingen, aber keinesfalls ident waren.⁸⁴ Wenn man die Menge an Projekten und Gruppen bedenkt, die zwischen 1950 und 1970 in der *New-Math*-Ära entstanden sind und diese Periode beeinflusst haben, ist eine Definition dieser Bewegung ein schwieriges Unterfangen. Bossé schrieb dazu:⁸⁵ *“Therefore, the most historically and intellectually honest definition of the New Math Movement might actually be: All educational movements during the 1950s and 1960s that had an aim of reforming, repairing, or enhancing mathematics education on the K-12 level.”*⁸⁶

Trotz Gegensätzen in inhaltlichen und pädagogischen Ideen innerhalb der verschiedenen Gruppierungen gab es dennoch auch in diesen Bereichen einen gemeinsamen Grundsatz. Der 1959 veröffentlichte Bericht von der *Commission on Mathematics of the College Entrance Examination Board (CEEB)*, eines der einflussreichsten Dokumente der *New-Math*-Ära, fasste dieses einheitliche Ziel gut zusammen. Die grundlegende Intention der Bewegung bestand darin, ein neues Curriculum zu entwickeln, das seinen Fokus auf mathematische Konzepte und

⁸⁰ Vgl. Kilpatrick, S. 23.

⁸¹ Vgl. Kliebard, Herbert M. (2004): *The Struggle for the American Curriculum 1893 – 1958*. New York: Routledge, S. 266.

⁸² Vgl. Stanic/Kilpatrick, S. 20.

⁸³ Vgl. Kilpatrick, S. 23.

⁸⁴ Vgl. Roberts, David L./Walmsley, Angela L. E. (2003): *The original new math: Storytelling versus history*. In: *The Mathematics Teacher*, Vol. 96, Heft 7, S. 469.

⁸⁵ Vgl. Bossé, Michael J. (1995): *The NCTM Standards in Light of the New Math Movement: A Warning!* In: *Journal of Mathematical Behavior*, Vol.14, Heft 2, S. 173.

⁸⁶ Bossé, Michael J. (1995): *The NCTM Standards in Light of the New Math Movement: A Warning!* In: *Journal of Mathematical Behavior*, Vol.14, Heft 2, S. 173.

Strukturen legte, die den damaligen Zeitgeist der modernen Mathematik widerspiegelten. Um dieser Aufgabe nachzukommen, schlug der *CEEB* unter anderem die Betonung von Konzepten der Mengenlehre, Funktionen und Relationen vor. Zusätzlich verwies der Bericht auf eine vernünftige Anwendung von mathematischen Verfahren wie zum Beispiel der deduktiven Argumentation. Nur unter diesen Bedingungen könnten die Schüler/innen erfolgreich dabei unterstützt werden, ein tiefgreifendes mathematisches Verständnis zu entwickeln. Dies stand im Gegensatz zu dem bisherigen Mathematikunterricht, in dem Anwendungen von Rechenkompetenzen verständnislos und ohne jeglichen Zusammenhang gelernt und schnell wieder vergessen worden sind.⁸⁷

Wenngleich hinsichtlich der Didaktik sicherlich Divergenzen innerhalb der *New-Math*-Gruppen herrschten, konnte man durchaus das entdeckende Lernen als die dominanteste Methode qualifizieren. Es bestand weitgehend Konsens darüber, dass der Wissenserwerb der Schüler/innen durch die aktive, eigenständige Erforschung der Mathematik am effektivsten sei. Unterstützt in dieser Meinung wurde die *New-Math*-Bewegung durch die damals gegenwärtigen psychologischen Erkenntnisse von *Jerome Bruner* in seinem Buch *The Process of Education*, der die Auffassung vertrat, dass unter anderem die Mathematik von jedem Kind verstanden werden könne, wenn man den Schwerpunkt auf das konzeptionelle Verständnis lege.⁸⁸ *Bruner* meinte dazu in seinem Buch, das frühe Lernprozesse, die zukünftiges Lernen positiv beeinflussen, in zwei Arten unterteilt werden könnten. Zum einen verwies er auf das Assoziationslernen, sprich die Anwendung bereits gelernter Fähigkeiten auf sehr ähnliche Fertigkeiten.⁸⁹ Zum anderen beschrieb er die zweite Form wie folgt:

*“A second way in which earlier learning renders later performance more efficient is through [...] transfer of principles and attitudes. [...] it consists of learning initially not a skill but a general idea, which can then be used as a basis for recognizing subsequent problems as special cases of the idea originally mastered. This type of transfer is at the heart of the educational process – the continual broadening and deepening of knowledge in terms of basic and general ideas.”*⁹⁰

Des Weiteren hebt er hervor, dass innerhalb dieses Lernprozesses sowohl die Berücksichtigung der geistigen Entwicklungsstufen des Kindes als auch die Entwicklung einer gewissen

⁸⁷ Vgl. Fey, James T./Graeber, Anna O. (2003): From the New Math to the Agenda for Action. In: Stanic, Georg M./Kilpatrick, Jeremy (Hg.): A History of School Mathematics: Volume I. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 524-527.

⁸⁸ Vgl. Fey/Graeber, S. 525-527.

⁸⁹ Vgl. Bruner, Jerome S. (1977): The Process of Education. Cambridge: Harvard University Press, S. 17.

⁹⁰ Bruner, Jerome S. (1977): The Process of Education. Cambridge: Harvard University Press, S. 17.

Neugierde gegenüber dem Gelernten relevant sei und durch adäquate Unterrichtsmethoden, wie der Methode des entdeckenden Lernens, eingebunden werden könne.⁹¹

Jerome Bruner läutete mit seinem Buch die sogenannte kognitive Wende ein, welche die Entwicklung vom Behaviorismus hin zur *kognitiven Psychologie*⁹² beschreibt.⁹³ Dieser sogenannte Kognitivismus, der die intern ablaufenden Vorgänge zwischen Reiz und Reaktion nicht mehr außer Acht lässt, brachte aus didaktischer Sicht große Veränderungen mit sich. Fortan wurde nicht nur das Lernen der Schüler/innen, sondern auch das Lehrer/innenverhalten sowie die Interaktion zwischen Lehrkräften und Lernenden als aktiv-kognitiver Informationsverarbeitungsprozess angesehen. Bei Letzterem, dem Lehrerhandeln, lag der Fokus auf Wahrnehmungs-, Verarbeitungs-, Entscheidungs- und Prüfprozessen, welche während des aktiven Unterrichtens im Kopf der Lehrperson ablaufen.⁹⁴ Aus diesem kognitivistischen Ansatz ergab sich, dass „[...] *kognitive Theorien des Lehrerhandelns sich vornehmlich als Theorien des Lehrerdenkens beim Unterrichten* [...]“⁹⁵ bzw. als “[...] *research on teacher thinking*“ realisiert [...]“⁹⁶ haben.

Trotz der eben erwähnten teilweisen Integration der kognitivistischer Ansätze scheiterte die *New-Math*-Bewegung Anfang der 1970er Jahre aufgrund der immer lauter werdenden Kritik durch die Gesellschaft, durch Pädagogen/innen und teils sogar durch Mathematiker/innen.⁹⁷ Viele dieser Kritiken liefen darauf hinaus, dass der Inhalt der *New-Math*-Programme zu abstrakt, zu wenig realitätsnahe, nur für Schüler/innen mit besonderen mathematischen Fähigkeiten geeignet sei⁹⁸, und dass stattdessen pädagogische Ansätze so gut wie gar nicht vorhanden seien.⁹⁹ Ferner empfanden viele Vertreter/innen der *New-Math*-Bewegung selbst die Beurteilungsinstrumente wie zum Beispiel *Multiple Choice Tests* oder *SAT* (*Scholastic Aptitude Test*) als ungeeignet. Nach deren Meinung konnten standardisierte Tests die Inhalte der *New-Math*-Bewegung nicht wirklich einfangen, da Abstraktion zum Teil mehr nach

⁹¹ Vgl. Bruner, S. 20, 38.

⁹² „*Kognitive Psychologie hat jene Strukturen und Prozesse zum Gegenstand, welche zwischen Reizaufnahme und Verhalten liegen, also jene [...], die mit der Aufnahme, der Speicherung bzw. Repräsentation von Information sowie dem Planen und Handeln in Zusammenhang stehen.*“ – Siehe dazu Trimmel, Michael (2013): *Allgemeine Psychologie 2: Kognitive Psychologie*. Wien: Facultas Verlags- und Buchhandels AG, S. 9.

⁹³ Vgl. Greenfield, Patricia Marks (2016): Jerome Bruner (1915-2016). In: *Nature*, Vol. 535, Heft 7611, S. 232.

⁹⁴ Vgl. Terhart, Ewald (2005): *Lehr- Lern- Methoden. Eine Einführung in Probleme der methodischen Organisation von Lehren und Lernen*. 4. Auflage. München: Juventa Verlag, S. 100.

⁹⁵ Terhart, Ewald (2005): *Lehr- Lern- Methoden. Eine Einführung in Probleme der methodischen Organisation von Lehren und Lernen*. 4. Auflage. München: Juventa Verlag, S. 100.

⁹⁶ Terhart, S. 101.

⁹⁷ Vgl. Stanic/Kilpatrick, S. 21; Klein, S. 185.

⁹⁸ Vgl. Ellis/ Berry, S. 10.

⁹⁹ Vgl. Roberts/ Walmsley, S. 470.

offenen als nach *Multiple-Choice*-Fragen verlangte. Demnach fehlte der *New-Math*-Bewegung ein Beurteilungssystem passend zu ihrem Curriculum.¹⁰⁰ Ein weiterer wichtiger Kritikpunkt war, dass viele der Lehrer/innen für eine gute Umsetzung der neuen Lehrplaninhalte im Unterricht unzureichend geschult waren.¹⁰¹ Dieser Aspekt hatte sicherlich seine Berechtigung, und wurde von der *New-Math*-Bewegung auch selbst wahrgenommen. Doch allein diese Feststellung hatte allerdings wieder einen positiven Effekt, da dadurch das Interesse im Bereich der Mathematikdidaktik stark zunahm.¹⁰² Nach *Kilpatrick* war dieser Faktor sogar die wichtigste Auswirkung der *New-Math*-Bewegung. Die FDM zählte zu den wahren Gewinnern der Reformanstrengungen während dieser Periode.¹⁰³ Forschungen im Bereich des entdeckenden Lernens, der Lernprozesse, der Lernbereitschaft und Lernfähigkeit stiegen nicht nur immens an, sondern forderten eine bessere Zusammenarbeit verschiedener Disziplinen wie der Mathematik und der Psychologie, und verhalfen somit gegen Ende der 1960er Jahre dazu, dass sich die FDM als wissenschaftliche Disziplin etablierte.¹⁰⁴

2.1.3 Gründung der Fachdidaktik Mathematik als eine wissenschaftliche Disziplin

Obwohl die im vorherigen Abschnitt beschriebenen Aspekte einflussreich für die Entwicklung einer professionellen FDM-Gemeinschaft waren, stellten sie selbst noch keine dar. Dafür fehlte eine grundlegende Eigenschaft, nämlich ein gewisser Zusammenhalt in ihrem Bestreben. Darunter versteht man, dass Professionalität ein gemeinsames Unterfangen ist, das nur dann vorliegt, wenn Mitglieder einer professionellen Disziplin in ihrer Arbeit andere Ansätze und Ideen von Kollegen/innen nicht außer Acht lassen, sondern sich daran orientieren oder diese gegebenenfalls integrieren. Das Auftreten von Diskussionen, Konflikten oder Uneinigkeiten in gewissen Ansichten wird in dieser Formulierung keinesfalls ausgeschlossen. Lediglich die Ignoranz oder die Behauptung der Irrelevanz anderer Arbeiten innerhalb einer Gemeinschaft widerspricht der Professionalität. Diese Form der Profession war bis Ende der 1960er Jahre nicht gegeben.¹⁰⁵

Anfang der 1970er wurde den Fachdidaktikern/innen im Bereich der Mathematik die Relevanz der Entwicklung von gemeinsamen Forschungsprogrammen bewusst. *Myron Roszkopf* und *Henry Van Engen*, um nur zwei Fachdidaktiker beispielhaft zu nennen, trugen zu diesen

¹⁰⁰ Vgl. Bossé, S. 193-194.

¹⁰¹ Vgl. Klein, S. 185.

¹⁰² Vgl. Roberts/ Walmsley, S. 473.

¹⁰³ Vgl. Stanic/Kilpatrick, S. 22.

¹⁰⁴ Vgl. Kilpatrick, S. 23.

¹⁰⁵ Vgl. Lester/Lambdin, S. 1634.

Bestrebungen bei. *Rosskopf* zielte auf eine engere Zusammenarbeit sowohl innerhalb der FDM als auch zwischen der FDM und Psychologen/innen, die vor allem in der Erforschung von *Piagets* Untersuchungen interessiert waren, ab. Interesse an *Piagets* Erkenntnissen entstand vor allem in den Anfängen der 60er Jahre. Um diese Intentionen umzusetzen, veranstaltete *Rosskopf* mit dementsprechenden Vertretern/innen eine Konferenz, die sogenannte *Greyston Conference*. Das nennenswerte Resultat dieser Zusammenkunft war die Einsicht, dass es nicht adäquat sei, psychologische Modelle wie die Theorie von *Piaget* wie bisher einfach auf die mathematische Schulbildung anzuwenden, sondern dass es notwendig sei, diese durch die selbstständige Entwicklung von Modellen an die eigenen pädagogischen Ziele des Gegenstandes anzupassen. Die entstandene Solidarität hinsichtlich einer gemeinsamen Zielsetzung¹⁰⁶ und die Abgrenzung zu anderen Fachgebieten führten dazu, dass die FDM zu einer wissenschaftlichen Disziplin aufstieg.¹⁰⁷

Mit dem Aufstieg der FDM als eigene wissenschaftliche Disziplin wurde diese als ein höchst komplexer Forschungsbereich anerkannt, dessen Forschung und Fortentwicklung die Zusammenarbeit von unterschiedlichen Gruppen forderte. Die Verbesserung des Mathematikunterrichts benötigte demnach den Input von Ausbildungslehrer/innen der Mathematik der nächsten Generation, Mathematiklehrer/innen sowie gegebenenfalls von Mathematiker/innen und Erkenntniswissenschaftler/innen.¹⁰⁸ Aufgrund dieser Erkenntnis kam es daher kurz nach der Gründung der FDM-Gesellschaft in der Periode zwischen 1970 und 1980 zu einer rasanten Weiterentwicklung innerhalb des Forschungsbereichs. Der *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)* brachte 1980 das Buch *Research in Mathematics Education* heraus, in dem vor allem die Bedeutung der fortwährenden Forschungsarbeit im Bereich der FDM hervorgehoben wurde. Das Lehren und Lernen von mathematischen Inhalten, also die FDM, wurde den ersten damaligen Erkenntnissen zufolge von einer Vielzahl an Determinanten beeinflusst.¹⁰⁹

“The complex experience of the teaching-learning interaction for the learner encompasses many determinants: the parameters of the learner, the content, the teacher, the mode of instruction. The learner’s maturity, intellectual ability, learning style, attitudes, and emotional and social adjustment

¹⁰⁶ Vgl. Lester/Lambdin, S. 1650-1652.

¹⁰⁷ Vgl. Lester/Lambdin, S. 1635-1636.

¹⁰⁸ Vgl. Begle, Edward/ Gibb, Glenadine (1980): Why Do Research? In: Shumway, Richard J. (Hg.): *Research in Mathematics Education*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 3, 8; Schoenfeld, Alan (1987): Preface. In: Schoenfeld Alan (Hg.): *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., S. viii.

¹⁰⁹ Vgl. Begle/Gibb, S.8; Lester/Lambdin, S. 1672-1674.

must be considered. Not only the analysis of the mathematics content to be learned but also the scope of sequence of the content and the expected rate for developing and processing mathematical understandings and knowledge must be taken into account. Consideration must be given to the teachers' knowledge of mathematics, their art of teaching mathematics, their individual humanistic characteristics, and the roles they play in their students' learning experiences. Consideration also must be given to methods of teaching, the use of media, and the design of instructional materials within the context of instruction."¹¹⁰

2.2 Anschließende Entwicklungen zur Schulmathematik ab 1970

2.2.1 Back-to-Basic-Bewegung

Die *Back-to-Basic*-Bewegung war Anfang 1970 die Antwort auf das Versagen der *New-Math*-Periode. Diese Bewegung forderte die Wiedereinführung des Mathematikunterrichts, der sich an grundlegenden praxisrelevanten Kompetenzen orientierte.¹¹¹ Wie der Name schon verrät, lag der Schwerpunkt der *Back-to-Basic* Bewegung auf der Stärkung elementarer mathematischer Fähigkeiten im Bereich der Arithmetik und der Algebra. Um diese Intention umsetzen zu können, unterschied sich die Bewegung nicht nur inhaltlich, sondern vor allem auch didaktisch von dem *New-Math*-Ansatz. Unterrichtsmethoden wie unter anderem das entdeckende Lernen wurden durch Frontalunterricht und insbesondere durch eine Art mechanisches Einüben und Praktizieren mathematischer Grundfertigkeiten ersetzt. Ganz im Sinne behavioristischer Ideen, die die mathematische Bildung auch schon vor der *New-Math*-Ära beeinflussten. Auch der Lehrplan und die Schulbücher wurden an diese Ziele angepasst. Zusätzlich forcierte die *Back-to-Basics*-Bewegung den Einsatz von standardisierten Tests, um die Effektivität des Curriculums und des Unterrichts bewerten zu können, da trotz ihrer Reform die Leistungen der Schüler/innen abnahmen.¹¹² Durch den Einfluss der *Back-to-Basics*-Bewegung wurde die Art zahlreicher Schulbücher verändert. Inhaltliche Komponenten, die durch die *New-Math*-Periode geprägt wurden, wie algebraischen Strukturen, Logik, Mengenlehre und die Hervorhebung von anderen Zahlensystemen, wurden abgeschafft und durch Inhalte zur Stärkung grundlegender Rechenkompetenzen ersetzt.¹¹³ Während der *Back-to-Basic*-Periode kam es zur vermehrten Anwendung von standardisierten Tests. Mitte der 1970er Jahre hatten viele Staaten sogenannte *Minimum Competency Tests in Basic Skills*

¹¹⁰ Begle, Edward/Gibb, Glenadine (1980): Why Do Research? In: Shumway, Richard J. (Hg.): Research in Mathematics Education. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, S.8.

¹¹¹ Vgl. Ellis/Berry, S. 10.

¹¹² Vgl. Fey/Graeber, S. 538-541.

¹¹³ Vgl. Fey/Graeber, S. 539-540.

entwickelt, die man in vielen Schulen bestreiten musste, um einen positiven Abschluss der *High School* zu erlangen. Dieser Art von Tests hatte lediglich zur Folge, dass sich die Schulen noch mehr auf grundlegende Fertigkeiten konzentrierten.¹¹⁴ Die Erhaltung des bestehenden Leistungsniveaus, geschweige denn eine Steigerung davon, war dadurch nicht zu erwarten, was sich infolgedessen auch an den immer schlechter werdenden Testergebnissen am Ende der 1970er Jahre bestätigte. Somit entstand in den Anfängen der 1980er Jahre ein weitverbreiteter Konsens, dass sich die mathematische und naturwissenschaftliche Ausbildung offensichtlich verschlechtert hatte, woraus sich abermals ein Umfeld ergab, das eine Analyse und eine Veränderung der *K-12*-Schulbildung forderte.¹¹⁵

2.2.2 Reformbewegungen zwischen 1980 und 2000

Im Detail werden die Reformen und Bewegungen teilweise in den nachstehenden Kapiteln kontextbezogen aufgegriffen und mit der Arbeit von *Lampert* in Beziehung gesetzt. Dieses Unterkapitel soll lediglich überblicksmäßig zusammenfassen, welche Entwicklungen ab dem Scheitern der *Back-to-Basic*-Bewegung bis 1989 stattfanden, ohne dabei näher auf die Inhalte einzugehen.

Nach der *Back-to-Basic*-Periode lassen sich die Entwicklungen in den USA in drei wesentliche Abschnitte zusammenfassen: die Periode ab 1980 bis 1989, jene von 1990 bis 2009 und jene ab 2010 bis zum heutigen Tag.¹¹⁶ Nachstehend wird lediglich die erste näher und die zweite bis Ende der 90er-Jahre beleuchtet.

Die Periode zwischen 1980 und 1989 war eine für die Entwicklung der amerikanischen Mathematikdidaktik ausschlaggebende Zeit. Diese Periode stellte eine erneute Gegenströmung zur *Back-to-Basic*-Bewegung dar und forderte einen auf Verständnis und logischem Denken aufbauenden Mathematikunterricht.¹¹⁷

Mit Veröffentlichung der Ergebnisse des *First International Mathematic Study (FIMS)* im Jahr 1967 wurde zunehmend klar, dass amerikanische Schüler/innen der Pflichtschuljahre (*K-12*) im internationalen Wettbewerb nicht mithalten konnten.¹¹⁸ Ebenso zeigten die Ergebnisse des *Scholastic Aptitude Test (SAT)* für die *College*-Aufnahme, dass die Testergebnisse in

¹¹⁴ Vgl. Ravitch, S. 399.

¹¹⁵ Vgl. Klein, S. 187.

¹¹⁶ Vgl. Dossey/McCrone/Halvorsen, S. 10.

¹¹⁷ Vgl. Dossey/McCrone/Halvorsen, S. 10-14; Ravitch, S. 429-431, 438-439; National Council of Teachers of Mathematics (1989): Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston: National Council of Teachers, Inc., S. 1.

¹¹⁸ Vgl. Dossey/McCrone/Halvorsen, S. 11.

Mathematik¹¹⁹ von 1963 bis 1980 bedenklich gesunken waren.¹²⁰ Mit dem Werk *An Agenda for Action* im Jahr 1980 wurde erstmals eine umfassende Änderung eingeläutet. Das Werk empfahl die Revolutionierung des Mathematikunterrichts der *K-12*-Schulstufen.¹²¹ Wenige Jahre später wurde der Bericht *A Nation at Risk* im Jahr 1983 von der *National Commission on Excellence in Education* publiziert, der die Bildungspolitik im restlichen 20. Jahrhundert neu definierte.¹²² Der *A-Nation-at-Risk*-Bericht war eine Warnung an die amerikanische Bevölkerung und ein Aufruf zur Veränderung des Bildungswesens.¹²³ Der Bericht empfahl neue Mathematiklehrpläne, in denen der Fokus unter anderem auf verständnisorientierte und praxisnahe Mathematik gelegt werden sollte, höhere mathematische Anforderungen für Aufnahmetests an *Colleges* und Universitäten sowie unter anderem die Verbesserung der Lehrer/innenausbildung.¹²⁴ Die Forderung nach höheren Bildungsstandards wurde durch die Globalisierung und dem daraus resultierenden Wandel der Wirtschaft bestätigt. Vor allem die rasante Weiterentwicklung neuer Technologien Ende der 1980er Jahre unterstrich erneut die Notwendigkeit nach höheren Standards vor allem im Bereich der Mathematik und der Naturwissenschaften.¹²⁵ Als Antwort auf den Bericht *A Nation at Risk* entwickelte und erließ der *NCTM* die sog. *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (NCTM Standards)*. Diese läuteten sozusagen im Besonderen nach dem Versagen der *New-Math* und der *Back-to-Basic*-Bewegung einen neuen Abschnitt in der mathematischen Schulbildung ein.¹²⁶ Die Forderungen der *NCTM Standards* waren weitreichend: “[...] in addition, they focused heavily on the processes of doing mathematics in which students should engage to become mathematically proficient: mathematical problem solving, mathematical communication, mathematical reasoning, and making mathematical connections. Learning mathematics was redefined to mean learning the process of doing mathematics as well as learning the content [...]”.¹²⁷

¹¹⁹ Auch in anderen Bereichen.

¹²⁰ Vgl. The National Commission on Excellence in Education (1983): *A Nation at Risk: The Imperative for Educational Reform*. Washington, D.C.: U.S. Government Printing Office, S. 11, Ebenfalls via nachstehendem Link abrufbar : https://www.edreform.com/wp-content/uploads/2013/02/A_Nation_At_Risk_1983.pdf (zuletzt abgerufen am 26.02.2018); Ravitch, S. 403.

¹²¹ Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1980): *An Agenda for Action – Recommendations for School Mathematics of the 1980*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 1; Dossey/McCrone/ Halvorsen, S. 12; Nähere Ausführungen werden hierzu im Kapitel 3.4.1.3 *Problemorientierter Mathematikunterricht im Fokus von Reformen* analysiert.

¹²² Vgl. Ravitch, S. 410-411.

¹²³ Vgl. The National Commission on Excellence in Education (1983), S. 9.

¹²⁴ Vgl. The National Commission on Excellence in Education, S. 18, 24-31; Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 12.

¹²⁵ Vgl. Ravitch, S. 429-431, 438-439.

¹²⁶ Vgl. Ravitch, S. 429-431, 438-439; National Council of Teachers of Mathematics (1989): *NCTM Standards*, S. 1.

¹²⁷ Schoenfeld, Alan (2016): *Research in Mathematics Education*. In *Review of Research in Education*, Vol. 40, Heft 1, S. 511.

Zusammenfassend verfolgten die *NCTM Standards* die Absicht, für Schüler/innen ein höheres mathematisches Bildungsniveau zu schaffen. Sie sollten in die Lage versetzt werden, mathematische Probleme zu untersuchen, eigene Annahmen zu erstellen, diese logisch zu begründen und schließlich selbst Lösungsvorschläge zu formulieren.¹²⁸ Die *NCTM Standards* wurden in *Curriculum Standards* und *Evaluation Standards* unterteilt. Die *Curriculum Standards* normierten dabei mathematische Inhalte sowie Unterrichtsmethoden, die die Erlernung der gewünschten mathematischen Kompetenzen fördern sollten. Die vorgeschlagenen Methoden sollten dabei die zur damaligen Zeit bestehenden Technologien (d.h. unter Einbeziehung von Computern und Taschenrechner) in alle Schulstufen der *K-12*-Schulbildung integrieren.¹²⁹ Der zweite Teil wurde den *Evaluation Standards* gewidmet. Diese legten allgemeine Beurteilungsstrategien passend zu den *Curriculum Standards* dar.¹³⁰ In ihren Anfängen erfreuten sich die *NCTM Standards* großem Zuspruch und verbreiteten sich relativ rasch landesweit. Eine Integration fand sowohl in zahlreichen Schulbüchern als auch in den Mathematiklehrplänen vieler Bundesstaaten statt. Kritiker meinten jedoch, dass die *NCTM Standards* aufgrund der Befürwortung von Taschenrechnern in allen Schulstufen das Erlernen von grundlegenden mathematischen Rechenoperationen wie den Grundrechnungsarten verhinderten.¹³¹ Obwohl die *NCTM Standards* unmissverständlich sowohl dem vermehrten Gebrauch von Taschenrechnern als auch den schriftlichen Rechenoperationen gleich viel Bedeutung zusprachen¹³², war dieser Vorsatz der Schwachpunkt des Programms und machte den Weg frei für eine Vielzahl an negativen Rückmeldungen ab dem Jahr 1997. Ein weiterer Kritikpunkt lag darin, dass viele die *NCTM Standards* nicht als klassische mathematische Standards ansahen, sondern nur als eine Erläuterung von didaktischen Methoden.¹³³

Im Jahr 1991 folgten erneute Publikationen der *NCTM Standards*, die *Professional Standards for Teaching Mathematics* sowie die *Assessment Standards for School Mathematics* im Jahr 1995. Diese sollten die *NCTM Curriculum and Evaluation Standards* ergänzen.¹³⁴ Aufgrund dieser Werke versuchten die Bundesstaaten ihre Mathematikschulcurricula bestmöglich den *NCTM Standards* gerecht zu werden. Nichtsdestotrotz waren die Lehrpläne der Bundesstaaten weiterhin sehr unterschiedlich.¹³⁵ Ferner erstellte der *NCTM* in Kooperation mit anderen

¹²⁸ Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1989): *NCTM Standards*, S. 2-6.

¹²⁹ Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1989): *NCTM Standards*, S. 7-11.

¹³⁰ Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1989): *NCTM Standards*, S. 11.

¹³¹ Vgl. Ravitch, S. 439-440.

¹³² Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1989): *NCTM Standards*, S. 8.

¹³³ Vgl. Ravitch, S. 440-441.

¹³⁴ Vgl. Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 15.

¹³⁵ Vgl. Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 15.

Institutionen (*Association of State Supervisors of Mathematics (ASSM)*, *National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM)*, *The Mathematical Sciences Education Board (MSEB)*) sowie der *Council of Presidential Awardees in Mathematics (CPAM)*) das Projekt *Leading Mathematics into the 21st Century*, wobei die Projektleitung der ASSM zukam. Dabei wurde ein Trainingsprogramm entwickelt, um eine breitgefächerte Anwendung der *NCTM Standards* bestmöglich zu fördern.¹³⁶ Dieses Projekt wurde von der *National Science Foundation (NSF)*, die ebenfalls das Projekt *M.A.T.H. von Lampert* finanzierte, finanziell unterstützt.¹³⁷

2.3 Zwischenresümee

Die Etablierung der Fachdidaktik Mathematik wurde durch zwei wesentliche Aspekte geprägt. Zum einen durch die aufsteigende Wissenschaft der Psychologie Anfang des 20. Jahrhunderts und deren weitreichender Einfluss. Zum anderen durch Reformbewegungen, die sich die Erkenntnisse der Psychologie zunutze machten, um damit ihre Interessen und Bestrebungen im Bildungssystem durchzusetzen.¹³⁸

Vor dem Aufstieg der Psychologie stand die Relevanz des Schulfachs Mathematik außer Frage. Die für diesen Stellenwert verantwortliche *Mental-Discipline*-Theorie beruhte jedoch auf keiner wissenschaftlicher Basis, wodurch sie durch behavioristische Lerntheorien der Psychologie ausgehebelt werden konnte.¹³⁹ Vertreter/innen des Behaviorismus, allen voran *Edward L. Thorndike*, waren dafür verantwortlich, dass sich das Verständnis von Mathematik als Schulfach nicht nur grundlegend veränderte, sondern dass der Erhalt im Curriculum sogar gefährdet war.¹⁴⁰ Die Ansicht *Thorndikes*, dass ein Transfer von Wissen nicht möglich sei und folglich der Wissenserwerb in der Mathematik lediglich durch eine Art mechanisches Einüben von Rechenoperationen erreicht werden könne, führte zu einem Zugang zur Mathematik, in dem ausschließlich der alltagspraktische Nutzen im Vordergrund stand.¹⁴¹ Auf dieser Grundlage forderten Reformbewegungen wie die *Life-Adjustment*-Bewegung einen Mathematikunterricht, der sich auf rechnerische Grundfertigkeiten und lebenspraktischen Inhalten stützte. Da sich diese Reduzierung in einem unzureichenden mathematischen

¹³⁶ Vgl. Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 15.

¹³⁷ Nachweis in FN 439.

¹³⁸ Nachweise in FN 36-39.

¹³⁹ Nachweise in FN 40 und FN 45.

¹⁴⁰ Nachweise in FN 52, FN 56 und FN 65.

¹⁴¹ Nachweise in FN 48 und FN 53.

Grundwissen widerspiegelte, kam es gegen Mitte/Ende der 1950er Jahre zu einem Umdenken.¹⁴²

Unzufriedenheit mit dem mathematischen Bildungsniveau der Schüler/innen und der stetige technische Fortschritt unterstützten den Aufstieg der *New-Math*-Bewegung Anfang der 1960er Jahre. Die *New-Math*-Bewegung wollte die Schüler/innen mit einem mathematischen Wissen ausstatten, dass sie nicht nur auf zukünftige technische Weiterentwicklungen vorbereitete, sondern dass auch auf einem tiefgreifenden Verständnis für die Mathematik basierte. Dieses Vorhaben sollte im Unterricht mittels deduktiven Methoden wie dem entdeckenden Lernen umgesetzt werden. Mit anderen Worten sollten die Schüler/innen mathematische Konzepte durch das selbständige Bearbeiten und Erforschen geeigneter Problemstellungen erlernen. Zustimmung für diese Art der Wissensvermittlung bekam die *New-Math*-Bewegung abermals durch psychologische Erkenntnisse. Allen voran durch *Jerome Bruner*, der mit seinen kognitivistischen Lerntheorien nicht nur die kognitive Wende, sondern auch die Etablierung der Fachdidaktik Mathematik als wissenschaftliche Disziplin begünstigte.¹⁴³ So führten der neue Ansatz kognitivistischer Lerntheorien und die durch das Scheitern der *New-Math*-Bewegung aufgezeigten Missstände innerhalb der Lehrer/innenausbildung zu einer Neuorientierung und Umdenken der Forschungen im Bereich der Mathematik und in weiterer Folge zur Gründung der Fachdidaktik Mathematik als wissenschaftliche Disziplin.¹⁴⁴

Die anschließenden Reformbewegungen zeigten, dass die FDM auch nach der Etablierung zu einer professionellen Wissenschaft durch gegensätzliche Strömungen geprägt wurde, die ihrerseits wiederum durch vorangegangene Entwicklungen beeinflusst wurden. So lagen meiner Meinung nach die Wurzeln der *Back-to-Basic*-Bewegung ähnlich der *Life-Adjustment*-Bewegung in einem behavioristischen Zugang. Wohingegen die Reformdokumente *An Agenda for Action*, *A Nation at Risk* und die *NCTM Curriculum and Evaluation Standards* klar aus einem kognitivistischen Ansatz resultierten. Die Auswirkungen dieser beiden grundlegend differenten Auffassungen auf die Forschungsinteressen innerhalb der FDM werden sich im nachfolgenden Kapitel im Rahmen der Betrachtung der Entwicklung der frühen Mathematikdidaktik zeigen.¹⁴⁵

¹⁴² Nachweise in FN 64-66 und FN 79.

¹⁴³ Nachweise in FN 79-80, FN 87-88 und FN 93.

¹⁴⁴ Nachweise in FN 95-96 und FN 101-104.

¹⁴⁵ Analyse durch Verfasserin der Arbeit.

3 Entwicklung früher mathematikdidaktischer Forschung

Mit dem Aufstieg der FDM zur einer wissenschaftlichen Disziplin ergaben sich verschiedene mathematikdidaktische Forschungsschwerpunkte, die man grob in fachspezifische Forschung und empirische Unterrichtsforschung unterteilen kann. Nach dem ersten großen Werk *Research on Mathematics Education* von Shumway, welches einen Rückblick der mathematikdidaktischen Forschungen zwischen 1970 und 1980 repräsentiert, kann man nachfolgende Punkte fachspezifischer Forschung zuordnen: Curriculumforschung; Erforschung individueller Unterschiede hinsichtlich mathematischer Lernfähigkeit; Forschungen in Bezug auf die Einstellung zur Mathematik; Untersuchung mathematischer Kompetenzen wie „*Skill Learning*“¹⁴⁶, „*Concept and Principle Learning*“¹⁴⁷, und „*Mathematical Problem Solving*“¹⁴⁸. Die Unterrichtsforschung bezog sich hingegen zu diesem Zeitpunkt im Speziellen auf die Erforschung und Beschreibung des Lehrer/innenverhaltens bzw. des Instruktionsprozesses der Lehrperson und dessen Auswirkungen auf den Lernerfolg der Schüler/innen.¹⁴⁹ Da eine vollständige Betrachtung und Analyse aller Forschungsbereiche den Rahmen dieser Arbeit sprengen würden, werden im weiteren Verlauf nur ausgewählte Themengebiete aus der mathematikdidaktischen Forschung, die in einem direkten Bezug zu den Beiträgen von Lampert stehen, aufgegriffen.

Folglich versucht das vorliegende Kapitel zunächst das Unterrichtskonzept von Lampert (und Ball),¹⁵⁰ das sie als *Teaching for Understanding* bezeichnete, zu beschreiben und die charakteristischen Unterrichtselemente herauszuarbeiten. Anschließend sollen die entschlüsselnden Unterrichtsaspekte näher beleuchtet werden, indem die historische Entwicklung dieser Forschungsbereiche betrachtet und zu der Arbeit von Lampert in Beziehung gesetzt wird. Eine klare Grenze zwischen den einzelnen Kapiteln kann vielfach nur schwer gezogen werden, da diese Vorgänge im Unterrichtskontext gleichzeitig ablaufen und sich gegenseitig beeinflussen.

¹⁴⁶ Shumway, Richard (1980): Table of Contents. In: Shumway, Richard (Hg.): *Research in Mathematics Education*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. iv.

¹⁴⁷ Shumway, S. iv.

¹⁴⁸ Shumway, S. iv.

¹⁴⁹ Vgl. Cooney, Thomas (1980): *Research on Teaching and Teacher Education*. In: Shumway Richard (Hg.): *Research in Mathematics Education*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 433.

¹⁵⁰ Da sich diese Arbeit auf die Beiträge von Magdalene Lampert spezialisiert, wird im weiteren Verlauf dieses Kapitels das Mitwirken von Deborah Ball nicht jedes Mal explizit hervorgehoben.

3.1 Beruflicher Werdegang

Magdalene Lampert (chem. *Cawley*) wurde 1947 geboren und ist zum heutigen Zeitpunkt mittlerweile 70 Jahre alt. Sie blickt auf eine jahrelange Erfahrung als Mathematiklehrerin, Forscherin im Bereich Fachdidaktik, im Speziellen für Mathematik, sowie Auszubildende der nächsten Lehrer/innengeneration zurück.¹⁵¹ Diese Kombination aus den drei Rollen vereint in einer Person war für die damalige Zeit unüblich und einzigartig. Normalerweise wurden diese Rollen nämlich von drei unterschiedlichen Personen eingenommen.¹⁵² Diese multiple Stellung im Rahmen der Fachdidaktik Mathematik entwickelte *Lampert* immerwährend von 1980 an fort.¹⁵³ Die nachstehende Wiedergabe ihrer Errungenschaften stellt nur eine Zusammenfassung dar und erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Der Fokus auf die Person von *Lampert* soll die Forschungsarbeiten von *Ball* nicht schmälern.¹⁵⁴

Lampert begann mit Abschluss ihres Bachelorstudiums in Mathematik¹⁵⁵ im Jahr 1969 als *High-School-Lehrerin*¹⁵⁶ Mathematik zu unterrichten. Parallel dazu absolvierte sie zwei Masterstudienprogramme, darunter das Studium Pädagogik in der *Elementary*-Schulstufe und Kindesentwicklung¹⁵⁷ 1973. Als Mathematiklehrerin der *Elementary School*¹⁵⁸ unterrichtete *Lampert* ab dem Jahr 1973 bis Ende des Schuljahres 1990.¹⁵⁹

Ihre Forschungsarbeiten im Bereich der Fachdidaktik Mathematik auf universitärem Level begann sie 1978¹⁶⁰ am *Institute of Technology*, Cambridge, Massachusetts (MA), d.h. parallel

¹⁵¹ Vgl. Curriculum Vitae von M. Lampert: http://www-personal.umich.edu/~mLampert/Lampert_CV_Sept06.pdf (zuletzt abgerufen am 30.04.2018); Lampert, Magdalene (1985): How do Teachers Manage to Teach: Perspectives on Problems in Practice: In Harvard Educational Review, Vol. 55, Heft 2, S. 187; Lampert, Magdalene (1991): The Boundary-Blurring Roles of Restructuring. In: The Education Digest, Vol. 57, Heft 3, S. 27.

¹⁵² Vgl. Brophy, Jere (1986): Teaching and learning mathematics: Where research should be going. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 17, Heft 5, S. 324.

¹⁵³ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. vii.

¹⁵⁴ Anmerkung durch Verfasserin der Arbeit.

¹⁵⁵ Chestnut Hill College in Philadelphia, Pennsylvania.

¹⁵⁶ A.D. Eisenhower High School, Norristown, PA (1969-1970) sowie Holy Spirit High School, Absecon, NJ (1970-1972).

¹⁵⁷ Mastersudium ‚Elementary Education and Child Development‘ an der Antioch New England Graduate School of Education, in Keene, New Hampshire. – Siehe dazu FN 151.

¹⁵⁸ *Zur Mathematikprofession: 1973-1975* – Mathematiklehrerin an der Harrisville School, Harrisville, NH; *1982-1984* – Mathematiklehrerin an der Buckingham Browne & Nichols, Lower School, Cambridge, MA; *1984-1990* – Mathematiklehrerin an der Spartan Village School, East Lansing, Michigan. – Siehe dazu FN 151.

¹⁵⁹ Nachweis in FN 151.

¹⁶⁰ *Zur universitären Forschungsarbeit: 1984-1993* – Institute for Research on Teaching, Michigan State Universität; *1986-1988*: Lab Sites Project, Educational Technology Center, Harvard Graduate School of Education, Cambridge, MA; *1989-1996* – Mathematics and Teaching Through Hypermedia Project, Michigan Universität; *1996-1999* – Teacher Development through Video Project, Michigan Universität. – Siehe dazu FN 151.

zu ihrem Doktorat.¹⁶¹ Im Jahre 1981 promovierte *Lampert* als *Doctor of Education* an der *Harvard University* in Cambridge, Massachusetts (MA). Ihre Dissertation¹⁶² verfasste sie im Bereich der Fachdidaktik Mathematik, wobei sie im Rahmen dieser die Person des Lehrers, dessen Interaktionen im Klassenraum und den Umgang mit Dilemma-Situationen näher untersuchte.¹⁶³ Ab dem Jahr 1982 begann Sie ihren eigenen Unterricht zu studieren und zu analysieren, wodurch sie eine Art pädagogisches Konzept entwickelte, das ihren Schüler/innen eine neue Art von Mathematikunterricht (gleich dazu nachstehend) näher bringen sollte.¹⁶⁴ Mit ihrer Annahme der Rolle als Universitäts-Professorin an der Michigan State Universität 1984 lernte sie *Deborah Loewenberg Ball* kennen, mit der sie gemeinsam das zentrale Projekt der vorliegenden wissenschaftlichen Arbeit (dazu sogleich) durchführte.¹⁶⁵

Die Tätigkeit als Lehrer/innenausbildnerin nahm *Lampert* bereits im Jahr 1973 auf.¹⁶⁶ Diese Rolle führt sie, soweit ersichtlich, bis heute fort.¹⁶⁷ Das zentrale Werk für die vorliegende Arbeit ist das Projekt *Mathematics and Teaching Through Hypermedia (M.A.T.H.)*, das sie als Co-Direktorin von 1989 bis 1996 an der *Michigan University*, Ann Arbor, MI und *Michigan State University*, East Lansing, MI leitete. Wie noch aufzuzeigen sein wird, verbindet dieses Projekt Schulmathematik mit der Lehrer/innenausbildung auf eine einzigartige Art und Weise.¹⁶⁸

3.2 *Teaching for Understanding* – ein Unterrichtskonzept nach Lampert

Wie bereits im Kapitel 2.2.2 *Reformbewegungen zwischen 1980 und 2000* erörtert, wurde ab den 1980er Jahren von verschiedenen Reformbewegungen und Berichten eine klare

¹⁶¹ Nachweis in FN 151.

¹⁶² Lampert, Magdalene (1981): *How do Teachers Manage to Teach: Perspectives on the Unsolvable Dilemmas in Teaching Practice*. Unpublic doctoral dissertation, Harvard University, Cambridge.

¹⁶³ Nachweis in FN 162.

¹⁶⁴ Vgl. Lampert (1998): *Investigating Teaching Practice*, S. 156.

¹⁶⁵ Vgl. Green, S. 65, 68-69.

¹⁶⁶ Zur Lehrer/innenausbildung: 1973-1977 – Antioch Graduate Schule in Keene, NH; 1975-1976 – Tutorin im Rahmen des Kind-Entwicklungsprogrammes; 1981-1982 – Assistenz-Professorin für Didaktik am Wheelock College, Boston, MA; 1982-1984 – Koordinatorin des Curriculum für Mathematik der Schulstufen 4-6 an der Buckingham Browne & Nichols, Lower School, Cambridge, MA; 1983-1984 – Professorin für Didaktik am Lesley College, Cambridge, MA; 1983-1984 – Professorin für Didaktik am Lesley College, Cambridge, MA; 1989-1996 – Mathematics and Teaching Through Hypermedia Project, Michigan Universität; 1998-1999 – Senior Referentin des National Board for Professional Teaching Standards; 2006 – Koordinatorin zur Entwicklung der Lehrerausbildung neu an der Michigan Universität, Ann Arbor, MI; 2007-2011 – Koordinatorin des Projekts ‚Learning Teaching in, from, and for Practice, a project for developing teacher education pedagogy across the University of Washington, the University of Michigan, and the University of California, Los Angeles (UCLA)‘. – Siehe dazu FN 151.

¹⁶⁷ Lampert (2015): *Deeper Teaching*, S. iv.

¹⁶⁸ Siehe dazu 4.2.2.

Veränderung für den zukünftigen Mathematikunterricht empfohlen.¹⁶⁹ Der Unterricht von *Lampert*, den sie selbst als *Teaching for Understanding* bezeichnete, versuchte genau diesen Forderungen gerecht zu werden, indem er ein nachhaltiges und tiefes Verständnis für Mathematik anstrebte.¹⁷⁰ Die Planung und Umsetzung eines in ihrem Sinne verständnisorientierten Mathematikunterrichts umfasst zahlreiche komplexe Bestandteile.¹⁷¹ Infolgedessen liegt das Ziel dieses Unterkapitels darin, ihren durch viele Facetten gekennzeichneten Mathematikunterricht zu beleuchten, um im Weiteren ihre Intentionen und Ideen hinsichtlich der Veränderung der Lehrer/innenausbildung besser nachvollziehen zu können. In diesem Sinne wird zunächst geklärt, was *Lampert* unter *Teaching for Understanding* überhaupt versteht und welche Unterrichtselemente darauf Einfluss haben. Letztere werden anschließend in einer genaueren Analyse aufgeschlüsselt, um ein tieferes Verständnis für *Lamperts* Zugang zum Mathematikunterricht zu ermöglichen.

3.2.1 Besonderheiten von *Teaching for Understanding*

Bereits am Beginn ihrer Forschungen Ende der 1970er Jahre war zu erkennen, dass *Lampert* in der Lehrer/innen-Schüler/innen-Interaktion sowie im realen Bezug der Kinder zu Ideen (Objekten und Gegenständen) wohl ein enormes Potenzial erkannte, Fähigkeiten fortzuentwickeln.¹⁷² Der Unterricht, der von *Lampert* als *Teaching for Understanding* bzw. *This kind of Teaching* bezeichnet wird, führte diese Idee weiter und differenziert sich damit gravierend vom konventionellen Mathematikunterricht, bei dem die Wiedergabe von Regeln und Rechenverfahren im Fokus stand.¹⁷³ *Lampert* dazu: „*I wanted my students to learn not only that they could divide or multiply by subtracting or adding exponents and how to use the technology of*

¹⁶⁹ Nachweis in FN 117.

¹⁷⁰ Vgl. *Lampert, Magdalene* (1987): *Mathematics Teaching in Schools: Imagining an Ideal that is possible*. In: *Mathematical Sciences Education Board/ Center for Academic interinstitutional programs* (Hg.): *The Teacher of Mathematics: Issues for Today and Tomorrow: Proceedings of a Conference*. Washington, D.C.: National Research Council, S. 37; *Brandt, Ron/ Lampert, Magdalene* (1994): *On Making Sense: A Conversation with Magdalene Lampert*. In: *Educational Leadership*, Vol. 51, Heft 5, S. 26-30; Ebenfalls via nachstehendem Link abrufbar: <http://www.ascd.org/publications/educational-leadership/feb94/vol51/num05/On-Making-Sense@-A-Conversation-with-Magdalene-Lampert.aspx> (zuletzt abgerufen am 15.02.2018); *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 32; *Lampert, Magdalene* (1999): *Knowing Teaching from the Inside Out: Implications of Inquiry in Practice for Teacher Education*. In: *Griffin, Gary A.* (Hg.): *The education of teachers: the 98th yearbook of the National Society for the Study of Education*. Chicago: University of Chicago Press, S. 167.

¹⁷¹ Vgl. *Lampert* (1987): *Mathematics Teaching in Schools*, S. 37-40.

¹⁷² Vgl. *Lampert, Magdalene* (1978): *Connecting Words with Real Ideas*. In: *Young Children*, Vol. 33, Heft 2, S. 20-25.

¹⁷³ Vgl. *Brandt/Lampert*, S. 26-30; *Green*, S. 66.

*exponents, but also that the warrant for doing so comes from mathematical argument and not from a teacher or a book.*¹⁷⁴

Im Fokus ihres Unterrichtskonzepts stand der mathematische Diskurs mit der Klasse bzw. den Schüler/innen. Zum Beginn jeder einzelnen Stunde gab *Lampert* ein bestimmtes mathematisches Problem – jedoch keine Lösung – vor.¹⁷⁵ Das Problem selbst war meist realitätsnahe und praxisbezogen, sodass die Schüler/innen auch eine bestimmte Vorstellung von den Vorgängen haben und einen Sinn in der Suche nach einer Lösung erkennen konnten. Über die Aufgabenstellung wurde anschließend im laufenden Diskurs gesprochen.¹⁷⁶ Schüler/innen wurden dabei regelmäßig dazu angehalten und aufgefordert, eigene Lösungen zu präsentieren, diese zu begründen und die Vorschläge ihrer Klassenkollegen/innen zu kommentieren. Selbst vor der Klasse zu sprechen, sowie der Lehrperson und den Klassenkollegen/innen zuzuhören waren dabei ausschlaggebende Parameter. Auf jede mathematische Behauptung bzw. Schlussfolgerung eines/r Schülers/in stellte *Lampert* die Frage *“Why do you think that?”*¹⁷⁷, um stetig zu erkennen, ob die Kinder ihre eigenen Aussagen auch wirklich verstanden haben bzw. wie weit ihr Verständnis tatsächlich reichte. Aus ihrer Sicht war die Beurteilung einer Antwort mit einem bloßen richtig oder falsch, ohne dabei zu hinterfragen, welchem Verständnis die Antwort zugrunde liegt, als zu kurz gedacht.¹⁷⁸ *“The teacher needs to work to understand the student’s thinking before passing judgment on the answer.”*¹⁷⁹

Diese Art des Unterrichts ist stets von einer Vielzahl an Unsicherheiten und vorab nicht bedachten Variablen geprägt und geht über die regelmäßig akzeptierten Unsicherheiten hinaus. Nach *Lampert* erfordere diese Art des Unterrichtens die primäre Ausrichtung auf die Schüler/innen, deren Eigenschaften, Bedürfnisse und Antworten. Lehrer/innen müssten in der Unterrichtssituation in der Lage sein, zu improvisieren, sowie basierend auf den Vorgängen im Unterricht jederzeit dazu bereit sein, eine Richtungsänderung von der zuvor geplanten Unterrichtseinheit einzuschlagen. Die Klasse sowie jede/r einzelne Schüler/in gibt nach *Lampert* den Kontext vor, auf den die Lehrperson entsprechend zu reagieren hat.¹⁸⁰ *“What the*

¹⁷⁴ Lampert, Magdalene (1988): *The Teacher’s Role in Reinventing the Meaning of Mathematical Knowing in the Classroom*. East Lansing: The Institute for Research on Teaching College of Education, Michigan State University, S. 21.

¹⁷⁵ Vgl. Lampert (1992): *Practices and Problems in Teaching Authentic Mathematics*, S. 296, 307.

¹⁷⁶ Vgl. Brandt/Lampert, S. 26-30.

¹⁷⁷ Brandt, Ron/Lampert, Magdalene (1994): *On Making Sense: A Conversation with Magdalene Lampert*. In: *Educational Leadership*, Vol. 51, Heft 5, S. 26.

¹⁷⁸ Vgl. Brandt/Lampert, S. 26-30.

¹⁷⁹ Brandt/Lampert, S. 26.

¹⁸⁰ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 32-33.

learner does and says creates the context for what needs to or can happen next, and for this the teacher must create practice in context.”¹⁸¹

3.2.2 Teaching for Understanding – eine Unterrichtssequenz

Nachstehend ein Beispiel für den Unterrichtsalltag nach dem Konzept *Teaching for Understanding*. Das *Problem of the Day* am 18. September im Jahr 1989 in Balls Third Grade-Klasse lautete wie folgt: “*I have pennies, nickels, and dimes in my pocket. If I pull three coins out, what amount of money could I have?*”¹⁸²

Ausgehend von dieser Aufgabe fordert sie die Schüler/innen (wie im unteren Dialog ersichtlich) auf, ihr nicht nur eine Lösung zu präsentieren, sondern vielmehr zu hinterfragen, wie viele mögliche Kombinationen möglich sind. Eine einzige Lösung würde nur einfache Kenntnisse in Arithmetik erfordern, die Beantwortung aller möglichen weiteren Kombinationen jedoch das Erkennen von Zahlenmustern.¹⁸³

- “Ball: Can I ask somebody to read the problem on the board? Daniel, could you read it?
Daniel: I have pennies ...nickels ...and dimes ... in ... my pocket. If ... I ...pull three ...coins ...out, what ...amount of money (pause) ...would? [...]
Ball: What problem is this similar to? (pause) Chris?
Chris: The one with the coins.
Ball: What number of coins did we work with last week?
Chris: Um, two.
Ball: Two coins. (pause) Can somebody give one example of an amount of money that you could have? Sean?
Sean: Like you, like, you could have, um ...
Ball: Could you speak up just a little, I'm not sure that Betsy can hear you.
Sean: You could have like, five—you could like, pull out one of each of them and you could like, you could get, um, 16.
Ball: Okay, one penny, one nickel, and one dime. Is that three coins? [...] And he says that's 16 cents all together. What do other people think about that? (pause) Mei?
Mei: I agree with him.
Ball: How would you get 16 cents?
Mei: Um, one dime would be 10 cents, a nickel, a nickel, 10 cent—wait, a dime is 10 cents and then a nickel is 5 cents and it's 15 cents and if it's a penny it will be 16 cents.
Ball: Okay. I would like you to work on This for a few minutes, and see what different combinations you can figure out and use the money if you want to help you. And then after a little bit we will stop and talk about it together. First I would like you to work on it a little bit alone and see what you can come up with by yourself. Make sure you have the

¹⁸¹ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 33.

¹⁸² Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 62.

¹⁸³ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 62-65.

whole problem copied. And then write down whatever you need to write down in your notebook to help you remember what you're figuring out. [...]

Ball: I have a question to ask. Does anybody have a prediction of how many solutions they think they will find for this problem?

Riba: I'm not that—

Ball: Sean?

Sean: How 'bout around 10

Ball: Excuse me just a second. Ofala and Mei, can you hear Sean?

Mei: Yeah.

Sean: Around 10.

Ball: Around 10. Is there a reason why you predicted 10?

Sean: Because um, I'm not sure. I'm not ...

Ball: Any, any different predictions? Mei? ”¹⁸⁴

Die durchgehende Anleitung von *Ball* an ihre Schüler/innen, Lösungsvorschläge zu formulieren, ihre Antworten entsprechend zu belegen sowie die Lösungsvorschläge von Mitschüler/innen zu hinterfragen und diesen aufmerksam zuzuhören, ermöglichte der Klasse, einen ganz anderen Mathematikunterricht zu erleben, als das Schüler/innen in einem konventionellen Unterricht getan hätten. Ferner führte *Ball* mit der Frage, wie die Schüler/innen denn wissen würden, dass alle möglichen Zahlenkombinationen ausgeschöpft sind, die Klassendiskussion von dem spezifischen anfänglichen Problem weg in einen viel allgemeineren mathematischen Kontext.¹⁸⁵

“Mei: Nine.

Ball: Anybody else? Mark?

Mark: I've found nine.

Ball: You came up with nine already? Mark has already found nine. How are you going to know when you have all the solutions? (pause) Any ideas? How would you know if you had found them all? Lucy?

Lucy: You would start um ...

Ball: Excuse me just a second, Tembe and Devin, and Harooun, right now Lucy is talking and I would like you to be able to hear her

Lucy: You would start doing the ones that you've already done over.

Ball: Devin, could you hear Lucy?

Devin: Yes.

Ball: What did she say?

Devin: (shakes head)

¹⁸⁴ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 61-63.

¹⁸⁵ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 162-163.

- Ball:* Excuse me? Can you say it one more time? I'm sorry. Devin, listen to Lucy, okay? Speak a little louder.
- Lucy:* Okay. Um, you would start—you would use the, the same ones over again.
- Ball:* You would use the same ones over again? Anyone have any other ideas of how you would know if you had gotten them all? Is there any other way to tell? (pause) Sheena?
- Sheena:* When we confer with somebody and if they have the same answers as you. If they don't, then you don't have all the answers and you need to write it down, then you'd know you have all them.
- Ball:* I have a small concern right now. I would like everybody to put their coins down and their pens down. I would like everybody to put their coins down and their pens down for a moment. One of the things that's very important is that if one person in the class is talking other people need to listen, because people are saying things that can help you think about problems. Sheena said some interesting things, and so did Lucy, but lots of people were not listening to them. I know it's because you're finding more solutions yourself. But, one of the things that I would really like you to, to see you doing is to listen—to be listening really hard when someone else has an idea, because it might help you with your thinking. I'm sure a lot of people didn't hear Sheena. And I had to ask Lucy to say what she said three times. Stop for a moment now, and listen hard to Sheena and see what you think about what she is saying. Could you say it one more time?
- Sheena:* Well, when you think you're done, confer with somebody else at your table and if they have the same ones as you do then ...then, you have all of them and if they don't, then you have to write down the ones they have and they have to write the ones you have.
- Ball:* So Lucy and Sheena gave us more different ideas. Lucy said when you start repeating yourself in the ideas you come up with, you think you probably have them all. Sheena said—Sheena added something to it. Sheena said when you think you have them all, you can confer with somebody else at your table and see if they found any that you haven't found. Are there any other ways to know if you have all the answers? Mark? [...]
- Mark:* Um, I think it's 10 because I just came up with one more.
- Ball:* Okay, wow, Mark just came up with one more. He's up to 10 possible answers. Take a few more minutes to work on it and then I would like to spend a few minutes talking about what you've come up with.¹⁸⁶

Ball hat mit ihrem *Problem of the Day* eine Aufgabe ge- und erstellt und diese auf eine Art geleitet, die gleichzeitig mehrere Prozesse und Erkenntnisse für die Schüler/innen beinhaltet:¹⁸⁷

“[...] addition combinations, looking for multiple solutions, determining the completeness of a solution, and the intellectual habit of asking about the completeness of any solution. [...] She pushes them to new queries beyond those they are already inclined to pursue and focuses their attention on mathematical issues larger than the context of this problem.”¹⁸⁸

Ball hat im Rahmen dieser Diskussion gleichzeitig mehrere Entscheidungen ad hoc treffen müssen, wie etwa welche/n Schüler/in sie direkt aufruft und zu einer mathematischen

¹⁸⁶ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 63-64.

¹⁸⁷ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 162-163.

¹⁸⁸ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 163.

Begründung auffordert, welche zusätzlichen Fragen sie aufgrund der Antworten der Schüler/innen in den Raum wirft, in welche Richtung sie den mathematischen Diskurs führt und wie viel sie ihren Schüler/innen über die möglichen Lösungen verrät.¹⁸⁹ Eine solche Diskussion ist jedoch nur dann möglich, wenn eine bestimmte Unterrichtskultur etabliert wird bzw. besteht, sodass die geforderten mathematischen Aktivitäten klar kommuniziert werden und der Umgang zwischen allen Beteiligten respektvoll geschieht.¹⁹⁰

3.2.3 Zwischenresümee

Zusammengefasst kann festgestellt werden, dass im Rahmen von *Teaching for Understanding* mehrere Unterrichtselemente herausstechen, die auch gleichzeitig ineinandergreifen:

- i. *Teaching for Understanding* setzt auf einen mathematischen Diskurs im Klassenraum, der sich durch Vermuten, Begründen, Argumentieren, Hinterfragen, Widerlegen und Überdenken definiert.¹⁹¹
- ii. Problemorientierung schafft den Rahmen für solch einen mathematischen Diskurs.¹⁹²
- iii. Die Unterrichtsplanung zur Erstellung des sog. *Problem of the Day* erfordert ein umfassendes mathematisches Fachwissen und die Vertrautheit mit einem problemorientierten Mathematikunterricht im Allgemeinen.¹⁹³
- iv. Um einen mathematischen Diskurs überhaupt erst zu ermöglichen, muss die Lehrperson eine sog. Unterrichtskultur etablieren, d.h. die Einführung sozialer Normen und mathematischer Aktivitäten in der Klasse sicherstellen.¹⁹⁴
- v. Die Lehrperson benötigt ferner kommunikative Fähigkeiten, um die Schüler/innen im Diskurs nicht nur anzuleiten, sondern sie vor allem dabei zu unterstützen, ihre eigenen Ideen auszudrücken, sodass auch die restliche Klasse deren Gedanken verstehen und nachvollziehen kann.¹⁹⁵
- vi. Wie im Allgemeinen jeder Unterricht beinhaltet auch das *Teaching for Understanding* einen unvorhersehbaren Unterrichtsverlauf für dessen Bewältigung vor allem die Flexibilität, das kontextbezogene Wissen sowie die kontextbezogene Reaktion der Lehrperson unumgänglich sind.¹⁹⁶

¹⁸⁹ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 164.

¹⁹⁰ Vgl. Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 51-53.

¹⁹¹ Nachweise in FN 175-179.

¹⁹² Nachweise in FN 176 sowie siehe dazu 3.4.

¹⁹³ Nachweise in FN 180-183.

¹⁹⁴ Nachweise in FN 190.

¹⁹⁵ Nachweise in FN 184 und FN 186.

¹⁹⁶ Nachweise in FN 181 und FN 189.

- a. Eine entsprechende Reaktion der Lehrperson auf Fragen, Antworten, das Verhalten der Schüler/innen oder Dilemma-Situationen, die häufig aus unerwarteten Wendungen resultieren, ist dabei von der Kenntnis der Lehrperson über die Persönlichkeiten und Bedürfnisse ihrer Schüler/innen abhängig. Er/ Sie muss wissen, welchen Wissensstand die Schüler/innen in Mathematik haben, welche Rolle sie in der Klassengemeinschaft einnehmen und wie sie bspw. auf Kritik der Lehrperson reagieren. Die Lehrperson agiert wie eine Art Manager, der pro-aktiv, vermittelnd und vorausdenkend handelt.¹⁹⁷
- b. Schließlich setzt die kontextbezogene Reaktion je nach Entwicklung der Mathematikstunde zusätzlich fundierte mathematische Kenntnisse des Lehrers/ der Lehrerin voraus. Somit muss er/sie je nach dem, in welche Richtung der mathematische Diskurs geht, stets bereit sein, von der anfänglichen Unterrichtsplanung abzugehen, und ein zuvor nicht bedachtes mathematisches Terrain zu beschreiten, das eben nicht Teil des anfänglichen *Problem of the Day* war.¹⁹⁸

Die dargestellten charakteristischen Elemente von *Lamperts* Zugang zu einem verständnisorientierten Mathematikunterricht sollen im weiteren Verlauf dieses Kapitels vertieft werden. Dazu zählen die Bereiche Problemorientierung als didaktisches Prinzip im Mathematikunterricht und Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik mit besonderer Berücksichtigung des sog. *Teacher Thinking*. Letzteres umfasst zusätzlich die beiden für *Lampert* relevanten Punkte Unterrichtskultur und Dilemma Management.

3.3 Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik

Dieses Unterkapitel versucht zwei wesentliche Aspekte zu beleuchten. Zum einen soll der Einfluss der Unterrichtsforschung auf die Mathematikdidaktik nach ihrer Etablierung als wissenschaftliche Disziplin aufgezeigt werden. Zum anderen werden Beiträge und Untersuchungen von *Lampert*, in denen sie bestrebt war Inhalte und Ideen der Unterrichtsforschung auf den Mathematikunterricht umzulegen und anzuwenden, betrachtet. Das Ziel dieses Vorhabens liegt also darin, den Stand der Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik bis zum Mitwirken von *Lampert* zu skizzieren, um folglich besser nachvollziehen zu können, welche der bereits bestehenden Ansätze sie aufgegriffen und durch

¹⁹⁷ Nachweise in FN 189.

¹⁹⁸ Nachweise in FN 184 und FN 186.

ihre Forschungen weiterentwickelt hat. Letzteres soll in einer abschließenden Analyse dargestellt werden. Zusätzlich reflektiert die Betrachtung von *Lamperts* Zugang zum Mathematikunterricht nicht nur ihre Beiträge zu der Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik, sondern ermöglicht in weiterer Folge auch einen Einblick in ihre Intentionen innerhalb der Forschungsarbeiten im Rahmen der mathematischen Lehrer/innenausbildung.

Um den nachfolgenden Kontext besser nachvollziehen zu können, soll zunächst der Versuch einer Begriffsbestimmung von Unterrichtsforschung angestellt werden. Nach *Böhm* und *Seichter* „[...] befasst sich die Unterrichtsforschung mit dem Unterricht als Ort des systematischen, zielgerichteten und geplanten Lehrens und Lernens. [...] (Allen voran mit dem Ziel) die didaktischen und methodischen Sachverhalte so exakt (zu) analysieren, dass eine Effektivierung und Optimierung des Unterrichts möglich wird.“¹⁹⁹ Für dieses Vorhaben verwendet die Unterrichtsforschung nicht nur empirische Forschungsmethoden, sondern versucht die Unterrichtsstrukturen in verschiedene Kategorien zu unterteilen, zu denen nach *Böhm* und *Seichter* folgende zählen:²⁰⁰ „Curriculumforschung, Effektivitätsforschung, Lehrmethodenforschung, Lehrerverhaltensforschung, Schülerforschung, Interaktionsforschung und Medienforschung.“²⁰¹ In der Aufteilung und Untersuchung bzw. Messung einzelner Unterrichtsvariablen liegt aber auch die Problematik der Unterrichtsforschung, da eine vollständig isolierte Betrachtung einzelner Unterrichtselemente aufgrund ihrer wechselseitigen Verbindung, nicht möglich ist.²⁰² Nichtsdestotrotz erweist sich die Unterrichtsforschung als „[...] erfahrungswissenschaftliches Komplement der Didaktik.“²⁰³

Die eben geschilderte Begriffsbestimmung entspricht einer aktuellen Auffassung von Unterrichtsforschung, welche auf eine langjährige Entwicklung, deren Ursprung in den späten 1940er Jahren der USA liegt, zurückblickt. In den Anfängen konzentrierte sich die Unterrichtsforschung in Amerika vor allem auf das²⁰⁴ „Effektivitätsparadigma [...], d.h. es wurden Experimental- und Beobachtungsstudien zur Ermittlung von effektiven Methoden und Medien des

¹⁹⁹ Böhm, Winfried/Seichter, Sabine (2018): Wörterbuch der Pädagogik. 17. Auflage. Paderborn: Ferdinand Schöningh, Brill Deutschland GmbH, S. 483.

²⁰⁰ Vgl. Böhm/Seichter, S. 483.

²⁰¹ Böhm/Seichter, S. 483.

²⁰² Vgl. Böhm/Seichter, S. 483.

²⁰³ Klieme, Eckhard (2006): Empirische Unterrichtsforschung: aktuelle Entwicklungen, theoretische Grundlagen und fachspezifische Befunde. Einführung in den Thementeil. In: Zeitschrift für Pädagogik, Vol. 6, Heft 52, S. 766.

²⁰⁴ Vgl. Lüders, Manfred/Rauin, Udo (2008): Unterrichts- und Lehr-Lern-Forschung. In: Helsper, Werner/Böhme, Jeanette (Hg.): Handbuch der Schulforschung. 2. Auflage. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften, S. 718.

Unterrichts sowie zur Ermittlung typischer Persönlichkeits- und Verhaltensmerkmale vermeintlich effektiver Lehrer durchgeführt.“²⁰⁵ Ausgehend von dieser ursprünglichen Effektivitätsforschung nahm die Unterrichtsforschung und ihre weiteren Entwicklungen Einfluss auf die Mathematikdidaktik.²⁰⁶

3.3.1 Überblick der Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik

Die Unterrichtsforschung rund um den Mathematikunterricht forcierte im Laufe der Zeit unterschiedlichste Schwerpunkte.²⁰⁷ So untersuchten die frühesten Forschungen (Periode vor 1960) Lehrpersonen auf effektive Charakteristika. Untersuchungsobjekte waren jene Lehrpersonen, die von Schüler/innen als effektiv wahrgenommen wurden. Die Erkenntnisse hinsichtlich effektiver Eigenschaften von Lehrpersonen (z.B.: hilfsbereit, enthusiastisch oder streng) basierten auf der subjektiven Wahrnehmung der Schüler/innen, die im Rahmen dieser Forschungen ihre Lehrer/innen bewerteten. Diese Untersuchungen stellten keine empirische Forschungsarbeit dar und überprüften auch nicht, welchen tatsächlichen Einfluss die eruierten Charakteristika auf den Lernerfolg der Schüler/innen hatten, sodass die Erkenntnisse dieser Forschungen schlussendlich ohne Aussagekraft blieben (Effektivitätsforschung).²⁰⁸

Aufgrund dieses Fehlschlags versuchten die anschließenden Forschungen, effektives Unterrichten anhand von messbaren Lernerfolgen von Schüler/innen zu definieren. In diesem Zusammenhang wurde eine Vielzahl an Charakteristika von Lehrpersonen (wie etwa persönliche Einstellung zur Mathematik, Unterrichtserfahrung, philosophisches Verständnis zum Lernprozess etc.) mit einer angenommenen Relation zum Lernerfolg von Schüler/innen erhoben. Der Schwachpunkt dieser Forschungen lag jedoch darin, dass keinem dieser Charakteristika tatsächlich ein nachhaltiger und eindeutiger Einfluss zukam (Periode zwischen 1960 bis Anfang 1970).²⁰⁹

Nach diesem Misserfolg schlugen die Forschungen eine neue Richtung ein. Das Forschungsinteresse verlagerte sich auf das Lehrer/innenverhalten (wie etwa Erklärungen,

²⁰⁵ Lüders, Manfred/Rauin, Udo (2008): Unterrichts- und Lehr-Lern-Forschung. In: Helsper, Werner/Böhme, Jeanette (Hg.): Handbuch der Schulforschung. 2. Auflage. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften, S. 718.

²⁰⁶ Nachweise in FN 207 und FN 208.

²⁰⁷ Vgl. Ball, Deborah (1991): Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation. In: Brophy, Jere (Hg.): Advances in Research on Teaching: Teachers' Knowledge of Subject Matter as it relates to their Teaching Practice. 2. Auflage. Greenwich: JAI Press, S. 2.

²⁰⁸ Vgl. Medley, Donald (1979): The Effectiveness of Teachers. In: Peterson, Penelope/ Walberg, Herbert (Hg.): Research on teaching: Concepts, findings, and implications. Berkeley: McCutchan, S. 11-26; Ball (1991): Research on Teaching Mathematics, S. 2.

²⁰⁹ Vgl. Ball (1991): Research on Teaching Mathematics, S. 3.

Lob, Kritik, Klarheit, Direktheit, Enthusiasmus etc.) nach dem Motto:²¹⁰ “[...] *it is what the teacher does rather than what a teacher is that matters.*“²¹¹ Nachdem viele Forschungen das Lehrverhalten ausgiebig beleuchteten und analysierten, gelang man immer mehr zur Erkenntnis, dass die Vorgänge und Abläufe im Klassenraum, und damit verstrickt das Lehrer/innenverhalten, hoch komplex und vielseitig seien. Man erkannte, dass Lehrpersonen mit Schülern/innen, die ein breites Spektrum an unterschiedlichsten Fähigkeiten und Einstellungen zum Lernen aufwiesen, arbeiten müssen. Aufgrund der Anerkennung und der daraus resultierenden Berücksichtigung der heterogenen Schulpopulation erschien das Ziel, nur ein einziges, optimales Verhalten der Lehrperson herauszufiltern, schlichtweg als zu minimalistisch. Folglich versuchte man im Anschluss daran verschiedene Verhaltensmuster der Lehrperson, passend zu den unterschiedlichen Charakteristika der Schüler/innen, zu entwickeln (Periode zwischen 1970 bis Anfang 1980). Aber auch dieser Forschungsschwerpunkt wurde als Sackgasse empfunden. Gage beschrieb die Problematik dieser Bestrebungen wie folgt:²¹² “*No one can ever prescribe successfully all the twists and turns to be taken as the lecturer, the discussion leader or the classroom teacher uses judgment, sudden insight, sensitivity, and agility to promote learning.*”²¹³ Folglich kam es daher erneut zu einer Richtungsänderung. Künftige Untersuchungen legten den Fokus auf die Gedanken- und Entscheidungsprozesse der Lehrperson (Forschung über Lehrer/innenkognitionen).²¹⁴

3.3.2 Rückblick der Unterrichtsforschung zwischen 1970 und 1980

Wie im gerade geschilderten Überblick bereits erwähnt, verwies auch *Thomas Cooney* gleich zu Beginn seines Beitrags zur Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik zwischen 1970 und 1980 darauf, dass der Fokus der Untersuchungen in dieser Periode auf dem Lehrer/innenverhalten lag. Den Grund für den Forschungsschwerpunkt sah er im offensichtlichen Scheitern früherer Unterrichtsforschungen, die effektive Eigenschaften der Lehrperson zum Thema hatten. Er unterteilte die Handlungen und Aktivitäten der Lehrperson in drei spezielle Kategorien von Variablen. Diesen Variablen ordnete er wiederum die nach seiner Meinung nach relevantesten Studien im Bereich des Lehrer/innenverhaltens zu.

²¹⁰ Vgl. Ball (1991): *Research on Teaching Mathematics*, S. 3.

²¹¹ Medley, Donald (1979): *The Effectiveness of Teachers*. In: Peterson, Penelope/ Walberg, Herbert (Hg.): *Research on teaching: Concepts, findings, and implications*. Berkeley: McCutchan, S. 13.

²¹² Vgl. Ball (1991): *Research on Teaching Mathematics*, S. 4.

²¹³ Gage, Nathaniel L. (1977): *The Scientific Basis of the Art of Teaching*. New York: Teacher College Press Columbia University, S. 15.

²¹⁴ Vgl. Ball (1991): *Research on Teaching Mathematics*, S. 4.

Demnach unterteilte Cooney seinen Forschungsrückblick in die drei Variablen:²¹⁵ “[...] *affective, cognitive and managerial*.”²¹⁶

Unter affektiven Variablen waren emotionsbedingte Handlungsweisen wie Geselligkeit, Sorge, Einstellung, Sarkasmus oder Enthusiasmus der Lehrperson gemeint. Zu kognitiven Variablen zählten die unterschiedlichsten Maßnahmen einer abwechslungsreichen Unterrichtsaufbereitung wie die Verwendung von Beispielen, die Variabilität bei der Erklärung eines Theorems oder bei der Präsentation eines Algorithmus. Und nicht zuletzt verstand man unter *managerial*-Variablen jene Handlungen, die weder als gefühlsbehaftet noch als kognitiv bezeichnet werden konnten, sondern sich auf organisatorische Faktoren wie Forcierung der Mitarbeit und Aufmerksamkeit der Schüler/innen am Unterrichtsgeschehen oder Zeitmanagement konzentrierten. Damit war daher die grundlegende Organisation der Unterrichts- bzw. Klassenführung gemeint.²¹⁷

Ausgewählt Studien im Bereich der affektiven Variablen: Die Studie von Tikunoff, Berliner und Rist (1975) untersuchte die Auswirkungen einer Vielzahl an affektiven Variablen auf den Schüler/innenerfolg. Dabei kamen sie zu dem Ergebnis, dass den Verhaltensweisen “[...] *accepting, adult involvement, optimism, pacing, promoting self-sufficiency, spontaneity and structuring* [...]”²¹⁸ ein positiver Einfluss auf Lernerfolge von Schülern/innen zuzusprechen war, wohingegen die Attribute “[...] *abruptness, belittling, defiance, filling time, and recognition seeking* [...]”²¹⁹ als negativ eingestuft wurden.²²⁰ Eine weitere Untersuchung in diesem Bereich von Dunkin und Biddle (1974) überprüfte über 100 Forschungen, welche sich mit der Variable *teacher indirectness* auseinandersetzten.²²¹ Der Faktor *teacher indirectness* beinhaltete Verhaltensweisen, bei denen nicht der Lehrer/innenvortrag im Vordergrund stand, sondern bei dem die Lehrperson die Schüler/innen mit Fragen anregte und die von ihnen eingebrachten Ideen akzeptierte, würdigte, lobte und auch womöglich für den weiteren Unterricht verwendete.²²² Dunkin und Biddle selbst kamen zu dem Schluss, dass *teacher indirectness* nur in einem sehr kleinen Ausmaß einen positiven Einfluss auf den Schüler/innenerfolg hatte. Im

²¹⁵ Vgl. Cooney, S. 433, 435-437.

²¹⁶ Cooney, Thomas (1980): Research on Teaching and Teacher Education. In: Shumway Richard (Hg.): Research in Mathematics Education. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 436.

²¹⁷ Vgl. Cooney, S. 437, 449.

²¹⁸ Cooney, S. 441.

²¹⁹ Cooney, S. 441.

²²⁰ Vgl. Cooney, S. 441.

²²¹ Vgl. Cooney, S. 441.

²²² Vgl. Brophy, Jere / Good, Thomas (1986): Teacher behavior and student achievement. In: Wittrock, Merlin (Hg.): Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition. New York: Macmillan Publishing Company, S. 333.

Widerspruch dazu stand die Meinung von *Nathaniel Gage*, der in seiner Überprüfung der Forschungsergebnisse durchaus eine signifikante Verbindung zwischen *teacher indirectness* und dem Lernerfolg erkennen konnte. Eben in dieser Gegensätzlichkeit, die vor allem aus Definitionsproblemen der untersuchenden Variablen resultierte, erkannte *Cooney* die Problematik für eine gemeinsame Verallgemeinerung von verschiedenen Studien. Ein weiterer Kritikpunkt lag im fehlenden Bezug der Studien zum Mathematikunterricht. Nach *Cooney* bräuchte es in Zukunft mehr Untersuchungen, welche sich dem Einfluss affektiver Variablen auf den Lernerfolg im Mathematikunterricht widmen. Dazu würden nach *Cooney* unter anderem Forschungen zählen, die sich mit den Auswirkungen der Einstellungen von Schülern/innen und der Lehrperson zur Mathematik auf die Interaktion im Unterricht beschäftigen.²²³

Ausgewählte Studien im Bereich der kognitiven Variablen: Bei Untersuchungen im Kontext der kognitiven Variablen identifizierten unter anderem *Rosenshine* und *Furst (1971)* die Begriffe Klarheit und Variabilität als Variablen mit dem stärksten Einfluss auf den Lernerfolg von Schülern/innen.²²⁴ Unter ersterem wurde die Klarheit der Unterrichtsdarstellung, leicht nachvollziehbare und verständliche Erklärungen von Konzepten seitens der Lehrperson, angemessene Reaktion auf Schüler/innenfragen und ein geeignet gewählter Schwierigkeitsrahmen verstanden. Der Begriff der Variabilität unterlag ebenso einer breiten Definition, zu der unter anderem die Vielfalt von Unterrichtsmaterialien, die geistige Herausforderung durch Klassendiskussionen, abwechslungsreiche Schüler/innenaktivitäten und die Flexibilität der Lehrperson während des Unterrichtsgeschehens gehörten.²²⁵ Die Problematik in diesem Zusammenhang bestand nach *Cooney* allerdings darin, dass anhand dieser Untersuchung noch keine speziellen Verhaltensweisen der Lehrperson, welche insbesondere die Variable Klarheit signifikant charakterisierten, ermittelt werden konnten. Zusätzlich fehlte abermals der konkrete Bezug zum Mathematikunterricht. Infolgedessen müssten nach *Cooney* zukünftige Forschungen in diesem Bereich bemüht sein, die Variable Klarheit anhand von spezifischen Verhaltensweisen im mathematischen Kontext zu definieren und anschließend zu untersuchen.²²⁶

²²³ Vgl. Cooney, S. 441-443.

²²⁴ Vgl. Cooney, S. 443-446.

²²⁵ Vgl. *Rosenshine, Barack/ Furst, Norma (1971): Research in teacher performance criteria.* In: *Smith, Othaniel (Hg.): Research in teacher education: a Symposium.* Englewood Cliffs: Prentice-Hall, S. 44-45.

²²⁶ Vgl. Cooney, S. 444-445.

Ausgewählte Studien im Bereich der *managerial*-Variablen: Neben den beiden bereits geschilderten Forschungsvariablen waren vor allem auch die *managerial*-Variablen für Studien von relevanter Bedeutung. Eine der wichtigsten Forschungen in diesem Bereich geht auf Kounin (1970) zurück, der zwischen dem Nachstehenden und dem Schülerinnenerfolg einen direkten Zusammenhang erkannte.²²⁷

“1. Withitness and overlapping. These dimensions deal with a teacher communicating that she knows what is going on regarding children’s behavior and with her attending to two issues simultaneously when two different issues are present.

2. Smoothness and momentum. These parameters measure how the teacher manages movement during recitations and at transition periods.

3. Group alerting and accountability. These aspects of a teacher’s technique deal with the extent to which she maintains a group focus during recitations in contrast to becoming immersed in a single child.

4. Valence and challenge arousal.

5. Seatwork variety and challenge.”²²⁸

Brophy und Evertson (1976) konnten mit ihren Forschungen die Ergebnisse von Kounin bestätigen. Sie führten eine zweijährige Studie durch, in der sie Lehrer/innen beobachteten, deren Unterricht als effektiv eingestuft wurde. Dabei stellte sich heraus, dass jene Lehrpersonen, die gewissermaßen eine allgegenwärtige Präsenz in der Klasse aufwiesen (*withitness*), weniger Zeit benötigten, um Schüler/innen zurechtzuweisen bzw. Kritik zu üben und stattdessen mehr Zeit für die Aufarbeitung des Unterrichtsstoffs hatten. Folglich wurden daher Lehrpersonen, welche dem Faktor *withitness* gerecht wurden, als effektiver wahrgenommen.²²⁹ Trotz dieser Erkenntnisse bezweifelte Cooney, dass die Variable *withitness* an sich zu einem Forschungsobjekt für die FDM werden würde. Allerdings hätten seiner Meinung nach die Ergebnisse für Mathematikdidaktiker/innen Potential, weitere Feldstudien²³⁰

²²⁷ Vgl. Cooney, S. 449.

²²⁸ Kounin, Jacob (1970): *Discipline and group management in classrooms*. New York: Holt, Rinehard & Winstont, S. 143-144.

²²⁹ Vgl. Brophy, Jere/ Evertson, Caroline (1976): *Learning from teaching: A developmental perspective*. Boston: Allyn & Bacon, S. 55-57.

²³⁰ „Bei der Feldstudie kommt es entscheidend darauf an, daß die Beobachtung in der natürlich gegebenen Umwelt des Beobachteten stattfindet im Gegensatz etwa zur künstlich geschaffenen Experimentalsituation oder zu Beobachtungen in laborähnlichen Verhältnissen.“ – Siehe dazu Köck, Peter/Ott, Hanns (2002): *Wörterbuch für Erziehung und Unterricht*. 7. Auflage. Donauwörth: Auer Verlag GmbH, S. 220.

zu den verschiedenartigen Auswirkungen unterschiedlicher Unterrichtsführungen hinsichtlich des Lernerfolgs, anzuregen.²³¹

Zusammenfassend lag nach *Cooney* der Schwachpunkt aller Forschungen im fehlenden Bezug der Variablen zum Mathematikunterricht. Entweder beinhalteten die Untersuchungen gar keine Mathematik oder der Mathematikunterricht stellte zufällig geeignete Untersuchungsbedingungen dar. Eine wichtige Frage für Mathematikdidaktiker/innen bestand in Zukunft nach *Cooney* darin, ob die oben dargestellten Variablen im Sinne einer Spezifizierung auf den Mathematikunterricht definiert werden könnten oder nicht. Weiters machte *Cooney* zum Abschluss auf den Bereich der Lehrer/innenkognitionen (das sog. *Teacher Thinking*) aufmerksam, welches zum damaligen Zeitpunkt zunehmend an Interesse gewann:²³² “An area of growing interest in research on teaching is the means by which teachers’ process information in making instructional decisions. This area is rich in potential and is amenable to questions specific to mathematics education.”²³³

Ausgewählte Studien im Bereich der Lehrer/innenkognitionen bis 1980: *MacKay* und *Marland* (1977) führten Ende der 70er Jahre eine Studie durch, bei der Gedanken- und Informationsverarbeitungsprozesse von *Elementary-School-Lehrer/innen* im Rahmen von Unterrichtsentscheidungen untersucht wurden. Dazu mussten Probanden/innen Filmaufnahmen ihres eigenen Verhaltens ansehen und ihre während der Situation ablaufenden Gedankenprozesse schildern. Das Ergebnis dieser Forschung war, dass die beobachteten Lehrpersonen über ihr eigenes Verhalten überhaupt keine Reflexionsarbeit leisteten und dabei eine hohe Anzahl von Entscheidungsalternativen von vornherein außer Acht ließen. *Magoon* (1977) setzte sich in diesem Zusammenhang für einen konstruktivistischen Ansatz in der Unterrichtsforschung ein. Forschungen mit einem solchen Zugang legten ihren Fokus unter anderem auf Fragen, die sich damit auseinandersetzten, wie Mathematiklehrer/innen ihr Fachwissen entwickeln, welche Faktoren zum Erwerb dieses Wissens beitragen und wie dieses Fachwissen Unterrichtentscheidungen beeinflusst. Aufgrund dieser teilweisen Verlagerung des Forschungsinteresses auf Gedanken- und Entscheidungsprozess Ende der 1970er Jahre betonte *Cooney*:²³⁴ “It would seem that studying the teacher as a decision maker and as a processor of information has considerable merit. [...] If we can learn more about teachers’ instructional decisions

²³¹ Vgl. *Cooney*, S. 450.

²³² Vgl. *Cooney*, S. 443-445, 450, 456.

²³³ *Cooney*, S. 457.

²³⁴ Vgl. *Cooney*, S. 457-458.

and what influences them, [...] teacher education programs can be devised with increased sensitivity to the needs and problems mathematics teachers encounter.”²³⁵

3.3.3 Richtungsänderung der Unterrichtsforschung ab 1980

Ab Anfang der 1980er Jahre lag der Schwerpunkt im Rahmen der Unterrichtsforschung fast ausschließlich auf kognitiven Informationsverarbeitungsprozesse der Lehrperson.²³⁶ Kilpatrick beschrieb den Aufbruch der FDM in diese neue Forschungsdimension in den 1980er Jahren wie folgt: *“More and more, research in mathematics education was moving out of the library and laboratory and into the classroom and school. [...] at the center was the teacher, whose experience provided the impulse for research and gave the validity. The 1980s began with the promise of a more fruitful integration of research and practice than at any previous time in the history of mathematics education.*”²³⁷

Auch wenn den Gedankenprozessen der Lehrperson besondere Aufmerksamkeit zukam, beinhaltete die Unterrichtsforschung ab 1980 viele weitere relevante Forschungsgebiete.²³⁸ Aufgrundessen kann im nachfolgenden nur auf jene Forschungsbereiche eingegangen werden, die weiterfolgend in einem direkten Bezug zu den Arbeiten und Beiträgen von *Magdalene Lampert* für die FDM stehen. Unter Berücksichtigung der aufgeschlüsselten Unterrichtselemente bei *Lampert* zählen dazu die Forschung über Lehrer/innenkognitionen (*Teacher Thinking*) mit dem darin inkludierten Dilemma Management und Untersuchungen bzgl. der Unterrichtskultur (*Classroom Culture*) und Dilemma Management.

3.3.3.1 Forschung über Lehrer/innenkognitionen (*Teacher Thinking*)

Dieser neue Forschungsansatz im Bereich der Unterrichtsforschung vermutete, dass das gesamte Lehrer/innenverhalten durch die Gedankenprozesse der Lehrkräfte beeinflusst bzw. bestimmt wurde. Folglich lag dessen Schwerpunkt auf der Untersuchung von Gedanken- und Informationsverarbeitungsprozessen der Lehrpersonen, die allen Entscheidungen, Beurteilungen, Planungen und Handlungen zugrunde lagen. Das Ziel dieser Bestrebungen bestand darin, die Gründe und Intentionen des beobachtbaren Lehrer/innenverhaltens, und somit die Fähigkeit zur Bewältigung der Komplexität des Unterrichtens, verstehen und erklären zu können.²³⁹ Zur Veranschaulichung der einzelnen Forschungsgebiete und ihrer

²³⁵ Cooney, S. 457-459.

²³⁶ Vgl. Ball (1991): Research on Teaching Mathematics, S. 2.

²³⁷ Kilpatrick, S. 31.

²³⁸ Siehe dazu Wittrock, Merlin C. (1986): Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

²³⁹ Vgl. Clark, Christopher M./Yinger, Robert J. (1979): Teachers' Thinking. In: Peterson, Penelope L./Walberg, Herbert J. (Hg.): Research on Teaching: Concepts, Findings, and Implications. Berkeley: McCutchan, S. 231.

Zusammenhänge innerhalb der Domäne *Teacher Thinking*, entwickelten Clark und Peterson in ihrem Rückblick des damals aktuellen Forschungsstandes, ohne den Anspruch auf empirische Gültigkeit zu stellen, nachfolgendes Modell (siehe *Abbildung 2*).²⁴⁰

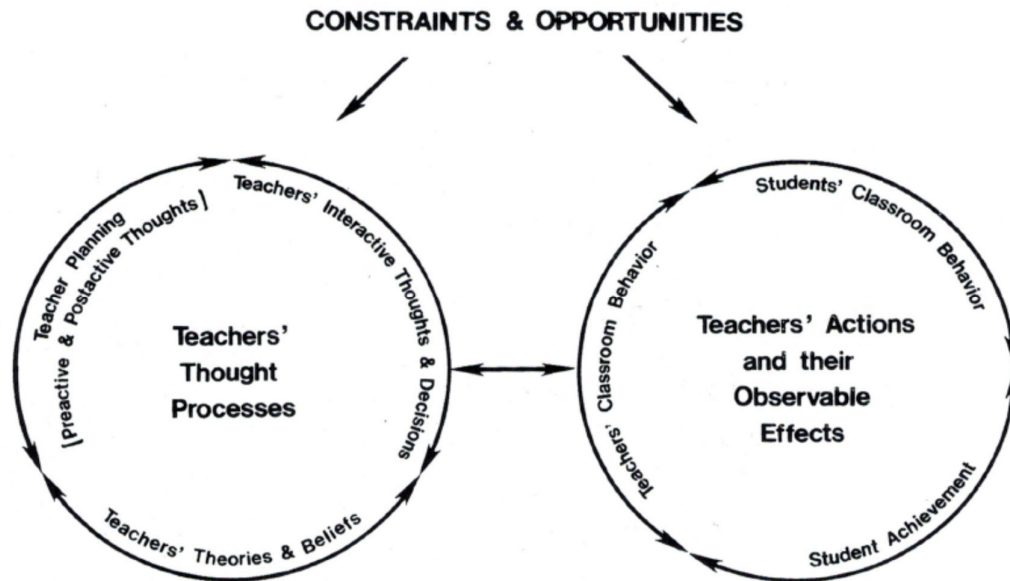


Abbildung 2: Modell der Lehrer/innengedanken und -handlungen

Quelle: Clark, Christopher M./Peterson, Penelope L. (1986): *Teachers' Thought Processes*. In: Wittrock, Merlin C.(Hg.): *Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition*. New York: Macmillan Publishing Company, S. 257.

Die beiden großen Bereiche des Modells, *Teachers' Thought Processes* (Gedankenprozesse der Lehrperson) und *Teachers' Actions and their Observable Effects* (das Verhalten der Lehrperson und die nach außen hin erkennbaren Effekte), welche als Kreise dargestellt wurden, unterschieden sich in zwei wesentlichen Punkten voneinander. Zum einen war das Untersuchungsfeld *Teachers' Thought Processes* im Gegensatz zu dem Bereich *Teachers' Actions and their Observable Effects* nach außen hin beobachtbar. D.h. während das Verhalten der Lehrperson bzw. der Schüler/innen und der Lernerfolg letzterer sichtbar ist, sind Gedankenprozesse der Lehrperson rein intrinsisch ablaufende Vorgänge, die durch keine äußere Wahrnehmung festgehalten werden können. Zum anderen blickte der Forschungsbereich *Teachers' Actions and their Observable Effects* auf einen wesentlich

²⁴⁰ Vgl. Clark, Christopher M./Peterson, Penelope L. (1986): *Teachers' Thought Processes*. In: Wittrock, Merlin C.(Hg.): *Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition*. New York: Macmillan Publishing Company, S. 255-256.

längeren Untersuchungszeitraum als das Forschungsgebiet *Teachers' Thought Processes* zurück.²⁴¹

Weiterführend umfasste das Gebiet der Gedankenprozesse der Lehrperson nach *Clark* und *Peterson* drei relevanten Kategorien: a) Unterrichtsplanung der Lehrperson (Überlegungen vor und nach dem Unterricht), b) Gedanken- und Entscheidungsprozesse während der interaktiven Unterrichtssituation sowie c) Theorien und Überzeugungen der Lehrer/innen.²⁴² Die erste Kategorie, die Unterrichtsplanung der Lehrperson, beinhaltete jegliche Überlegungen, die sowohl vor als auch nach der Interaktion innerhalb des Klassenraums auftraten. Dabei beeinflussten die Gedankenprozesse nach Ende einer Unterrichtseinheit wiederum die Planung der darauffolgenden Stunde (somit auch die Ideen und Gedanken während der Unterrichtsplanung). *Clark* und *Elmore* (1979) fanden in diesem Zusammenhang heraus, dass sich die Planung von *Elementary School*-Lehrer/innen innerhalb der ersten fünf Wochen des Schuljahres hauptsächlich darauf beschränkt hatte, den Klassenraum zu gestalten, die Fähigkeiten der Kinder zu erörtern und die sozialen Regeln und Normen in der Klasse zu entwickeln. Am Ende der Einführungsphase hatten alle Lehrpersonen ein System bestehend aus Arbeitsplänen und Routinen für den Unterricht erstellt. Diese geschaffenen strukturellen und sozialen Funktionen dienten dann als Rahmenbedingungen, inmitten jener die Lehrpersonen ihre speziellen Aktivitäten oder Unterrichtseinheiten konzipierten. Die Unterrichtsplanung vermochte folglich zwar die immerwährend mitschwingende Unsicherheit im Rahmen von Lehrer/innen-Schüler/innen-Interaktionen zu verringern, aber beseitigte sie nicht vollständig. Um ein noch tieferes Verständnis für die Planungsprozesse der Lehrpersonen zu erhalten, musste nach *Clark* und *Peterson* der Schwerpunkt auf die Frage gelegt werden, wie die von der Lehrperson erstellte Unterrichtsplanung das Lehrer/innen- und Schüler/innenverhalten beeinflussten und wie eine etwaige Planung innerhalb der interaktiven Unterrichtsumgebung kommuniziert, geändert, rekonstruiert oder verworfen werden konnte.²⁴³

Die zweite Kategorie, Gedanken- und Entscheidungsprozesse der Lehrperson während des Unterrichts bezog sich auf die mentalen Vorgänge, die sich hinter Entscheidungen, ausgelöst durch Interaktionen innerhalb der Klasse, verbargen. Im Speziellen sind interaktive Entscheidungen der Lehrpersonen hervorzuheben, die eine Änderung des Lehrverhaltens und Intention zur Folge hatten. Das immense Forschungsinteresse an Letzterem beschrieb

²⁴¹ Vgl. *Clark/Peterson* (1986): *Teachers' Thought Processes*, S. 257.

²⁴² Vgl. *Clark/Peterson* (1986): *Teachers' Thought Processes*, S. 257.

²⁴³ Vgl. *Clark/Peterson* (1986): *Teachers' Thought Processes*, S. 260-268.

Shavelson wie folgt:²⁴⁴ *“Any teaching act is the result of a decision, whether conscious or unconscious, that the teacher makes after the complex cognitive processing of available information. This reasoning leads to the hypothesis that the basic teaching skill is decision making.”*²⁴⁵

Die Anzahl an Studien zu Gedanken- und Entscheidungsprozessen der Lehrpersonen Mitte der 1980er Jahre war gering. Ein paar wenige Forschungen untersuchten das Verhältnis zwischen Verhaltensmustern bei der Entscheidungsfindung und dem Lernerfolg von Schüler/innen. Andere wiederum widmeten ihre Aufmerksamkeit dem Vergleich von Denkabläufen routinierter Lehrkräfte und Anfängern/innen. Die aufschlussreichsten Aussagen der Studien lagen allerdings in der Hervorhebung der hohen Anforderungen des Unterrichtens sowie der Fähigkeit einzelner Lehrpersonen, diesen Anforderungen gerecht zu werden. Laut *Clark* und *Lampert* begegnen Lehrer/innen während der Planungs- und Unterrichtsphase Problemsituationen (sog. Dilemma-Situationen), deren Entscheidungen widersprüchliche Ziele verfolgen und für die es folglich keine optimale Lösung gebe. So könne ein Entschluss der Lehrperson gleichzeitig für das eine Kind einen Gewinn und für das andere eine verlorene Gelegenheit bedeuten. Konflikte dieser Art führen wiederum zu sog. Dilemma-Situationen, welche in der Interaktion mit Schüler/innen bewältigt werden müssen. Solch ein Verfangen könne häufig nur durch ein Experimentieren der Lehrperson mit Handlungsweisen und der anschließenden Beobachtung der Auswirkungen gelöst werden. Denn bei dieser experimentellen Zugangsweise entwickeln Lehrkräfte ein individuelles praktisches Wissen über Bewältigungsstrategien in ihrem Beruf. Folglich schlossen *Clark* und *Lampert* aufgrund der hohen Komplexität und Ungewissheit des Lehrberufs, dass es der Forschung hier nicht möglich sei, zukünftigen Lehrpersonen für jede Art von interaktiven Unterrichtssituationen effektive Entscheidungsmuster vorzugeben. Viel eher sollte das Ziel darin liegen, die Gründe für den hohen kognitiven Anspruch zu beschreiben und die Gefahren der Entwicklung von technischen Richtlinien bzw. Anleitungen für praktizierende Lehrer/innen zur Unterstützung bei interaktiven Entscheidungen aufzuzeigen.²⁴⁶

Die dritte Kategorie, Theorien und Überzeugungen der Lehrpersonen, erfasst den beträchtlichen Wissensschatz der Lehrer/innen, welcher der Planung und den interaktiven Gedanken- und Entscheidungsprozessen zu Grunde lag. Wie die wechselseitigen Pfeile im

²⁴⁴ Vgl. Clark/Peterson (1986): Teachers' Thought Processes, S. 268-273.

²⁴⁵ Shavelson, Richard J. (1973): The basic teaching skill: Decision making. California: Stanford Center for Research and Development in Teaching, S. 18.

²⁴⁶ Vgl. Clark, Christopher/Lampert, Magdalene (1986): The Study of Teacher Thinking: Implications for Teacher Education. In: Journal of Teacher Education, Vol. 37, Heft 5, S. 28-29.

Kreismodell (siehe *Abbildung 2*) zeigen, haben die Planungs-, Gedanken- und Entscheidungsabläufe allerdings ebenso einen Einfluss auf die Theorien und Überzeugungen der Lehrkräfte.²⁴⁷ Im Rahmen dieser Kategorie sind die sog. impliziten Theorien der Lehrperson besonders hervorzuheben. Diese Theorien stellen den psychologischen Kontext bereit, in dem Planungs- und Entscheidungsprozesse der Lehrer/innen überhaupt stattfinden. Für jede einzelne Lehrkraft setzt sich dieser psychologische Kontext aus Theorien, Überzeugungen und Werten über die eigene Rolle als Lehrperson sowie über das Lehren und Lernen an sich zusammen. Alle Studien zu dieser Thematik hatten die Auffassung gemein, dass jegliches Verhalten der Lehrperson durch ein persönliches System aus Überzeugungen, Werten und Prinzipien geleitet und folglich darauf bezogen als sinnvoll erachtet wird. Demzufolge war das Ziel der Untersuchungen impliziter Theorien, das Bezugssystem, durch welches Lehrpersonen individuell Informationen wahrnehmen und verarbeiten, offenzulegen.²⁴⁸

Abschließend hoben *Clark* und *Peterson* in ihrer Zusammenfassung des damals aktuellen Forschungsstandes im Bereich *Teacher Thinking* hervor, dass man aufgrund des relativ neuen und kurzen Untersuchungszeitraums noch keinen einheitlichen systematischen Forschungsapparat verzeichnen konnte. Ein weiterer Kritikpunkt bestand ihrer Meinung nach darin, dass sich die Studien bisher nur mit einzelnen Kategorien des *Teacher Thinking* auseinandergesetzt haben. *Clark* und *Peterson* vermerkten dazu:²⁴⁹ “[...], the time seems right for more comprehensive study of the full variety of teachers’ thought processes in relationship to teachers’ actions and their effects on students.”²⁵⁰

Trotz der Kritik machten die bis dahin durchgeführten Studien jedoch sowohl auf die Relevanz von *Teacher Thinking* für das Unterrichten als auch auf ein Lehrer/innenbild, das durch reflektierte Professionalität gekennzeichnet sein sollte, aufmerksam. *Clark* und *Peterson* versuchten letzteres wie folgt zu skizzieren. Nach ihnen würden erfahrene Lehrpersonen erstens Maßnahmen durchführen, um ihre impliziten Theorien und Überzeugungen über Schüler/innen, den Lehrplan, das Unterrichtsfach und die eigene Lehrer/innenrolle klar zu kommunizieren. Zweitens würden sie im Unterricht häufig auf Routinen zurückgreifen, die den Schülern/innen vertraut wären. Und letztlich würden sie über die offensichtlichen

²⁴⁷ Vgl. Clark/Peterson (1986): Teachers’ Thought Processes, S. 258.

²⁴⁸ Vgl. Clark/Peterson (1986): Teachers’ Thought Processes, S. 285-287.

²⁴⁹ Vgl. Clark/Peterson (1986): Teachers’ Thought Processes, S. 292.

²⁵⁰ Clark, Christopher M./Peterson, Penelope L. (1986): Teachers’ Thought Processes. In: Wittrock, Merlin C.(Hg.): Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition. New York: Macmillan Publishing Company, S. 292.

Auswirkungen ihres Unterrichts reflektieren und versuchen, die durch die Reflexion gewonnenen Erkenntnisse auf zukünftige Planungen und Handlungen anzuwenden. Kurz zusammengefasst könnte man diese erfahrenen Lehrpersonen als²⁵¹ “[...] researchers on their own teaching effectiveness”²⁵² beschreiben. Zum Abschluss brachten Clark und Peterson nochmals die durch diese Forschungen ersichtliche hohe Komplexität des Unterrichtens auf den Punkt:²⁵³ “[...] teaching is a complex and cognitively demanding human process. The research reviewed here has begun to describe in detail the many ways in which teaching is complex, demanding, and uniquely human.”²⁵⁴

3.3.3.2 Relevanz der Unterrichtskultur für den Mathematikunterricht

Im *Second Handbook of Research on Teaching* brachte Lortie bereits die Relevanz der Untersuchungen hinsichtlich des Wissens, der Ansichten und Überzeugungen der Lehrperson, welche die *Classroom Culture* (nachstehend auch als Unterrichtskultur bezeichnet) maßgeblich beeinflussten, wie folgt auf den Punkt: “[...] we have too few studies which explore the subjective world of teachers in terms of their conceptions of what is salient.[...] we need research on the world view of teachers with approaches (open-ended interviews, observation, analysis of personal documents, etc.) that make the researcher come to terms with the value hierarchies of teachers.”²⁵⁵

Trotz allem dauerte es fast ein ganzes Jahrzehnt, bis sich einige neue Wege im Bereich der Unterrichtskultur aufgetan hatten. Hervorzuheben ist dabei die Verlagerung des Forschungsinteresses zur Lehrperson mit der Intention, ein Verständnis dafür zu entwickeln, wie Lehrer/innen ihre eigenen Handlungen und ihr Arbeitsumfeld definieren würden.²⁵⁶ In Bezug auf den Mathematikunterricht lag das Ziel innerhalb der Erforschung der Unterrichtskultur darin, sowohl die unsichtbaren als auch die offensichtlich geteilten Meinungen und Einstellungen der Lehrpersonen und der Schüler/innen, die sie in den Unterricht mitbrachten und welche ihre Interaktionen in diesem bestimmten, zu betrachten. Dabei konnten nicht alle Aspekte des Wissens, der Überzeugungen und der Wertvorstellungen aller Beteiligten in diesem Umfeld berücksichtigt werden. Stattdessen war es die Aufgabe der

²⁵¹ Vgl. Clark/Peterson (1986): Teachers’ Thought Processes, S. 292-293.

²⁵² Clark/Peterson (1986): Teachers’ Thought Processes, S. 293.

²⁵³ Vgl. Clark/Peterson (1986): Teachers’ Thought Processes, S. 293.

²⁵⁴ Clark/Peterson (1986): Teachers’ Thought Processes, S. 293.

²⁵⁵ Lortie, Dan C. (1973): Observations on Teaching as Work. In: Travers, Robert M. (Hg.): *Second Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association*. Chicago: Rand McNally College Publishing Company, S. 490.

²⁵⁶ Vgl. Feiman-Nemser, Sharon/Floden, Robert E. (1986): The Cultures of Teaching. In: Wittrock, Merlin C.(Hg.): *Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association*. Third Edition. New York: Macmillan Publishing Company, S. 506.

FDM herauszufinden, inwiefern bestimmte kulturelle Aspekte die Interaktionen und den Ablauf während des Mathematikunterrichts beeinflussen. Die Untersuchungen in diesem Kontext sollten demnach erforschen, inwiefern die unterschiedlichen Wahrnehmungen der Mathematik als Schulfach, die Handlungen und Überzeugungen der Lehrpersonen und die Schüler/innenperspektive zu einer bestimmten Kultur des Mathematikunterrichts beitragen.²⁵⁷

Nach *Feiman-Nemser* und *Floden* wurde die Unterrichtskultur im Allgemeinen durch die persönliche Haltung und durch das Wissen der Lehrperson bezogen auf ihre Lehrtätigkeit bestimmt. Nach *Nickson* traf diese Aussage ebenso auf die Unterrichtskultur des Mathematikunterrichts zu. Das Verständnis der Lehrperson von Mathematik im Kontext Schule, sprich die persönliche Auffassung und Überzeugung des Fachs und auch der dazu gehörigen Pädagogik, spiegelte sich in der Unterrichtsausführung, in der Wahl des Unterrichtsinhaltes, in der Unterrichtsaufbereitung, infolgedessen also in allen Handlungen und Interaktionen während des Unterrichtsgeschehens wider. Wie im Unterkapitel 3.4 *Problemorientierung als didaktisches Prinzip im Mathematikunterricht* bereits beschrieben, gab es bereits damals sehr gegensätzliche Zugänge und Interpretationen von Mathematik als Schulfach. Zum einen der klassische Mathematikunterricht, der sich auf Schulbücher und auf das mechanische Einüben von Fakten und grundlegenden Rechenfertigkeiten als Unterrichtsaktivität stützte. Dieser Zugang förderte eine Unterrichtskultur, in der richtige oder falsche Antworten Priorität hatten, aber ein produktiver Austausch von Ideen innerhalb der Klasse verloren ging. *Brown* und *Cooney* (1982)²⁵⁸ konnten diesbezüglich zusätzlich nachweisen, dass die eben geschilderten Auffassungen eines klassischen Mathematikunterrichts, welche durch die eigene Schulerfahrung der Lehrpersonen geprägt wurden, die Lehrkräfte daran hinderten, neue Handlungsweisen auszuprobieren, auch wenn sie instinktiv als angemessen angesehen wurden, da es ihrem gewohnten Bild des Mathematikunterrichts widersprach. Im Gegensatz dazu stand der Zugang zu einem Mathematikunterricht im Sinne von *Lakatos*, der in den 1980er Jahren zunehmend an Popularität und Interesse gewann. Darunter verstand man eine an dem disziplinären Charakter orientierte Betrachtungsweise der Mathematik als Schulfach, die durch gemeinsame Aktivitäten wie Diskussionen, Untersuchungen, Hypothesen aufstellen und prüfen sowie

²⁵⁷ Vgl. Nickson, Marilyn (1992): The Culture of the Mathematics Classroom: An unknown Quantity? In: Grouws, Douglas A. (Hg.): Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 102.

²⁵⁸ Siehe dazu Brown, Catherine A./Cooney, Thomas J. (1982): Research on Teacher Education: a philosophical orientation. In: Journal of Research and Development in Education, Vol. 15, Heft 4, S. 13-18

Problemlösen gekennzeichnet war, und die folglich eine Unterrichtskultur erschuf, die soziale Interaktionen jeglicher Art forcierte. Die Berücksichtigung der unterschiedlichen Wahrnehmungen von Mathematik als Schulfach wurde demnach zu einer unausweichlichen Maßnahme für ein umfassendes Verständnis der Unterrichtskultur in Mathematik.²⁵⁹

Das steigende Interesse an sozialen und zwischenmenschlichen Aspekten innerhalb des Klassenraums veränderte auch den Charakter der Forschungen in diesem Bereich. Die sogenannten interpretativen Studien wurden als besonders geeignet angesehen. Bei interpretativen Studien wurde der gesamte Unterrichtskontext, der nicht nur aus den Überzeugungen, Erwartungen, Ansichten und Handlungen der Lehrer/innen, sondern auch der Schüler/innen bestand, betrachtet. Kurz zusammengefasst ging es daher um die Untersuchung aller interaktiven Prozesse innerhalb der Klasse mit der Absicht, neue Faktoren, die für die Unterrichtskultur in Mathematik relevant waren, zu entdecken. So vermutete man, dass der Lernerfolg der Schüler/innen neben speziellen Unterrichtsmethoden und -handlungen der Lehrperson vor allem auch davon abhing, dass Schüler/innen und Lehrer/innen eine gemeinsame Auffassung von Mathematik teilten. In diesem Zusammenhang konnte des Weiteren nachgewiesen werden, dass das Verständnis der Schüler/innen von Mathematik oftmals der Sichtweise der Lehrperson entsprach. So entwickelten Schüler/innen in einem traditionellen Mathematikunterricht ein Bild von Mathematik, das durch die bloße Korrektheit ihrer Antworten bestimmt wurde. Eigene Lösungsstrategien bzw. Problemlösefähigkeiten fanden innerhalb der klar definierten Erwartungen seitens der Lehrbücher bzw. Lehrpersonen keinen Platz. Diese Sichtweise war geprägt durch eine Akzeptanz der richtig- oder falsch-Natur und der Zusammenhanglosigkeit von mathematischen Wissen mit der realen Welt, und spiegelte sich folglich in der sozialen Interaktion des Klassenraums wider. Im Gegensatz dazu konnte die Lehrkraft allerdings auch ein mathematisches Verständnis bei Schüler/innen entfalten, das durch Einbringen eigener Ideen, Vermuten, Hinterfragen, Diskutieren, Widerlegen bzw. durch die aktive Auseinandersetzung und Ausführung mathematischer Probleme gekennzeichnet war. Letzterer Zugang enthielt durch die aktive Interaktion in der Klasse allerdings auch ein höheres Konfliktpotential, im Speziellen mit Schüler/innen, die ein anderes Bild von Mathematik entwickelt hatten. Eine bereits manifestierte Auffassung von Mathematik, die womöglich über Jahre hinweg entstanden war, ließ sich nur mit viel Arbeit

²⁵⁹ Vgl. Nickson, S. 103-105.

verändern. Lehrpersonen mussten sich diesen möglichen Konflikten nicht nur bewusst, sondern auch im Stande sein, diese zu lösen.²⁶⁰

Zusammenfassend hat Nickson die Relevanz der Unterrichtskultur für den Mathematikunterricht, folglich für die FDM, wie folgt beschrieben: “[...] *the culture of the mathematics classroom will vary according to the actors within it. The unique culture of each classroom is the product of what the teacher and pupils bring to it in terms of knowledge, beliefs, and values, and how these affect the social interactions within that context. [...] As mathematics educators, we need to be more aware of the hidden social messages in what we do and the power of their influence on the young people we teach.*”²⁶¹

3.3.4 Lamperts Beitrag zur Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik

Anfangs muss erneut hervorgehoben werden, dass die drei Begriffe *Teacher Thinking*, Unterrichtskultur und Dilemma Management im realen Unterrichtsgeschehen unzertrennlich ineinandergreifen. Wie bereits im Kapitel 3.3.3.1 *Forschung über Lehrer/innenkognitionen (Teacher Thinking)* geschildert, umfasst der weitreichende Begriff *Teacher Thinking* alle Gedankengänge, Planungen, Handlungen und Entscheidungen der Lehrperson und beeinflusst somit unausweichlich jede Maßnahme und jeden Entschluss innerhalb der Bereiche Unterrichtskultur und Dilemma Management.

Dieses Unterkapitel versucht, die Auffassung und Umsetzung von Unterrichtskultur und Dilemma Management, mit dem darin enthaltenen *Teacher Thinking*, von Lampert anhand einer Untersuchung ihrer persönlichen Unterrichtspraxis zu beleuchten. Dafür wird einerseits Lamperts Verständnis der beiden Begriffe Unterrichtskultur und Dilemma Management bzw. ihr Vorschlag zur Bildung einer Unterrichtskultur im Klassenraum erläutert. Andererseits soll durch das Aufschlüsseln von zwei ausgewählten Unterrichtssequenzen aufgezeigt werden, wie die Erhaltung einer Unterrichtskultur und das Bewältigen von Dilemma-Situationen in der Unterrichtspraxis umgesetzt werden kann. Dieses Vorhaben soll nicht einfach nur die komplexen Herausforderungen eines verständnisorientierten Mathematikunterrichts im Sinne von Lampert aufzeigen, sondern auch eine mögliche Bewältigung dieser demonstrieren. Zum Abschluss wird in einer Analyse Lamperts Zugang zum Mathematikunterricht mit dem damals aktuellen Stand der Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik in Beziehung gesetzt. Im

²⁶⁰ Vgl. Nickson, S. 105-111.

²⁶¹ Nickson, Marilyn (1992): *The Culture of the Mathematics Classroom: An unknown Quantity?* In: Grouws, Douglas A. (Hg.): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 111.

Zuge dessen soll herausgefiltert werden, welche Ideen und Ansätze *Lampert* aufgegriffen und im Sinne eines relevanten Beitrages für die FDM weiterentwickelt hat.

3.3.4.1 Dilemma Management

Ganz allgemein versteht man unter einem Dilemma einen Konflikt, dem mehrere brauchbare Lösungsalternativen zugrunde liegen. Diese verschiedenen Möglichkeiten beinhalten alle Vor- und Nachteile. Daher kann ein Dilemma, im Gegensatz zu einem Problem, nie ohne einen gewissen Verzicht bzw. Verlust gelöst werden. Die Schwierigkeit bei der Entscheidung für eine der Alternativlösungen liegt also darin, die daraus resultierenden Konsequenzen zu erkennen und abzuwägen. Zusammengefasst bedeutet Dilemma folglich das Meistern einer Situation, in der es kein eindeutig richtiges Handeln gibt.²⁶²

Wie viele Forschungen bereits belegten, ist der Lehrberuf genau durch solche Dilemma-Situationen, die aufgrund widersprüchlicher Interessen und Ziele innerhalb des Klassenraums entstehen, gekennzeichnet. Differenzen ergeben sich allerdings im Umgang mit diesen. Nach *Lampert* überwiegen im Forschungsbereich *Teacher Thinking* die Meinungen, dass Lehrer/innen in Dilemma-Situationen zwingend gefordert sind, sich für eine der ambivalenten Alternativen zu entscheiden. Mit anderen Worten, dass sie trotz widersprüchlicher Ziele und innerer Konflikte gewisse Maßnahmen und Verfahren über andere stellen sollen.²⁶³ Allen voran mit dem Ziel, Dilemma-Situationen im Schulalltag so gut wie möglich zu lösen bzw. zu eliminieren.²⁶⁴ Die Forschung versucht dabei die Lehrpersonen mit dem Aufstellen allgemeingültiger Theorien und Verfahren zur Entscheidungs- bzw. Lösungsfindung zu unterstützen. Nach *Lampert* besteht die Problematik allerdings darin, dass dieser rein lösungsorientierte Zugang von Dilemma-Situationen die vielen gegensätzlichen Ziele, denen die Lehrperson tagtäglich ausgesetzt ist, einfach nicht berücksichtigen kann. Solche Dilemma-Situationen sind ihrer Meinung nach also unlösbar, da Lösungen ausschließlich Diskrepanzen in der Praxis als Resultat hervorbringen würden.²⁶⁵

Infolgedessen tritt *Lampert* für eine Sichtweise ein, in der die Lehrkraft als eine Art Dilemma-Manager/in bzw. Vermittler/in zwischen widersprüchlichen Interessen agiert. *Lampert* dazu:²⁶⁶

²⁶² Vgl. Scager, Karin/Akkerman, Sanne F./Pilot, Albert/Wubbels, Theo (2017): Teacher dilemmas in challenging students in higher education. In: Teaching in Higher Education, Vol. 22, Heft 3, S. 319.

²⁶³ Vgl. Lampert, Magdalene (1986): Teachers' Strategies for Understanding and Managing Classroom Dilemmas. In: Miriam, Ben-Peretz/ Bromme, Miriam / Halkes, Rob (Hg.): Advances of Research on Teacher Thinking. Ablasserdam: ISATT and Swets & Zeitlinger B.V., S. 70.

²⁶⁴ Vgl. Lampert (1985): How Teachers Teach, S. 190.

²⁶⁵ Vgl. Lampert (1986): Understanding and Managing Classroom Dilemmas, S. 71, 82.

²⁶⁶ Vgl. Lampert (1985): How Teacher Teach, S. 178.

“In contrast, the image of the teacher as dilemma manager accepts conflicts as a continuing condition with which persons can learn to cope (and) accepts conflicts as [...] even useful to her work rather than seeing it as a burden that needs to be eliminated. [...] The work of managing dilemmas [...] suggests that some conflicts cannot be resolved and that the challenge is to find ways to keep them from erupting into more disruptive confrontations.”²⁶⁷ Um den Zugang von Lampert besser nachvollziehen zu können, soll im Nachfolgenden ein Beispiel aus ihrem *Experimental Teacher Development Project* am *Massachusetts Institute of Technology* zwischen 1978 und 1980 betrachtet werden. Im Rahmen dieses Projekts konnte sie einige Fallbeispiele, in denen Lehrpersonen als Dilemma-Manager/in fungierten, zusammentragen.²⁶⁸

Das folgende Beispiel beschreibt eine Dilemma-Situation einer Lehrerin, die in der ersten und zweiten Klasse einer *Elementary School* unterrichtete. Ihr Dilemma entstand innerhalb einer Mathematikstunde, in der sich die Klasse mit dem Thema der schriftlichen Addition dreistelliger Zahlen beschäftigte. Das Ziel dieser Einheit beinhaltete zwei wichtige Punkte. Zum einen sollten sie lernen, wie sie das Ergebnis einer Addition anschreiben, wenn die Summe in den einzelnen Spalten größer als 9 ist. Zum anderen, wie sie ihre gefundenen Ergebnisse durch das Zählen passender Bausteine, sog. *Ten Base Blocks*, selbst überprüfen. Die Einerstelle wird dabei durch einen 1cm^3 großen Würfel, die Zehnerstelle durch 10 aneinandergereihte 1cm^3 große Würfel und die Hunderterstelle durch eine Fläche aus 100 1cm^3 großen Würfeln repräsentiert. Die Aufgabe der Kinder war es, mithilfe dieser *Ten Base Blocks* zuerst die beiden zu addierenden Zahlen alleine darzustellen, um anschließend die gebildeten Stapel der einzelnen Zahlen zusammenzufügen und alle Einer-, Zehner- und Hunderter-Würfel abzuzählen. Die gefundene Zahl wurde dann in die passende Spalte in ihrer schriftlichen Addition auf dem Blatt eingetragen. Bei Additionen, bei denen es zu keinem Übertrag kommt (siehe *Abbildung 3*), gab es bei den Schülern/innen keine Probleme. Alle gezählten Bausteine konnten korrekt in die Einer-, Zehner- und Hunderterspalte eingetragen werden.²⁶⁹

²⁶⁷ Lampert, Magdalene (1985): How do Teachers Manage to Teach: Perspectives on Problems in Practice: In Harvard Educational Review, Vol. 55, Heft 2, S. 192-193.

²⁶⁸ Vgl. Lampert (1986): Understanding and Managing Classroom Dilemmas, S. 72-73.

²⁶⁹ Vgl. Lampert (1986): Understanding and Managing Classroom Dilemmas, S. 77-78.

$$\begin{array}{r} 326 \\ + 143 \\ \hline \end{array}$$

Abbildung 3: Schriftliche Addition ohne Übertrag

Quelle: Lampert, Magdalene (1986): *Teachers' Strategies for Understanding and Managing Classroom Dilemmas*. In: Miriam, Ben-Peretz/ Bromme, Miriam / Halkes, Rob (Hg.): *Advances of Research on Teacher Thinking*. Ablasserdam: ISATT and Swets & Zeitlinger B.V., S. 78.

Die Dilemma-Situation trat erst auf, als sich zwei Buben in der Klasse mit dem nachstehenden Beispiel beschäftigten (siehe *Abbildung 4*). Die beiden Buben stellten zuerst jede Zahl mit 3 Hunderter- und 9 Einer-Blöcken richtig dar. Anschließend fügten sie die beiden Stapel zusammen und fingen an, die jeweiligen Blöcke zu zählen. Sie kamen auf 6 Hunderter-Blöcke und 0 Zehner-Blöcke, die sie richtig in den passenden Spalten der Additionen anschrieben. Ebenso zählten sie die Einer- Blöcke und kamen auf 18 Stück, die sie jedoch wie in *Abbildung 5* ersichtlich in der Rechnung vermerkten.²⁷⁰

$$\begin{array}{r} 309 \\ + 309 \\ \hline \end{array}$$

Abbildung 4: Schriftliche Addition mit Übertrag

Quelle: Lampert (1986): *Understanding and Managing Classroom Dilemmas*, S. 78.

$$\begin{array}{r} 309 \\ + 309 \\ \hline 601 \end{array}$$

Abbildung 5: Schriftliche Addition mit Übertrag

Quelle: Lampert (1986): *Understanding and Managing Classroom Dilemmas*, S. 78.

An dieser Stelle versuchte die Lehrerin in die Überlegungen der Jungen einzuhaken und fragte nach ihrem Lösungsweg. Einer der beiden erklärte ihr, dass sie zwar 18 Einer-Blöcke gezählt hatten, aber das zu wenig Platz sei, die Zahl 18 in die Spalte der Einerstelle zu schreiben. Dies war der Zeitpunkt, ab dem sich die Lehrperson in einer Dilemma-Situation wiederfand, da sie zwei widersprüchliche Ziele verfolgte. Einerseits wollte sie den Jungen nicht einfach nur die Lösung für ihr sogenanntes Platzproblem liefern. Denn ihr war bewusst, dass der Lerneffekt wesentlich höher ist, wenn sie selbst herausfinden, warum sich ihre gezählten Blöcke nicht mit ihrem aufgeschriebenen Ergebnis decken. Andererseits war sie besorgt, dass sie ohne den Hinweis darauf, dass die Zahl 18 in Zehner und Einer aufgeteilt werden kann, womöglich noch

²⁷⁰ Vgl. Lampert (1986): *Understanding and Managing Classroom Dilemmas*, S. 78.

länger mit diesem Problem hadern würden und damit viel wertvolle Zeit verloren gehen könnte.²⁷¹

Die Bewältigungsstrategie der Lehrperson für diese Dilemma-Situation kam in der darauffolgenden Stunde zum Tragen. Sie entschied sich für eine Strukturveränderung, indem sie zusätzlich zu den *Ten Base Blocks* eine Tabelle (siehe *Abbildung 6*) zur Verfügung stellte. Die Kinder sollten die jeweiligen Blöcke nicht mehr nur stapeln und zählen, sondern auch den angemessenen Feldern in der Tabelle zuordnen. Zusätzlich gab sie den Hinweis, dass man Blöcke auch nochmal verschieben kann, wenn man mehr als 9 Einer oder Zehner hat und dass die gezählten Blöcke exakt dem angeschriebenen Ergebnis im Heft entsprechen müssen. Der Junge, der bereits am Tag zuvor seine Schwierigkeiten hatte, konnte auch mit dem neuen Hilfsmittel keinen Lösungsweg finden. Die Lehrperson beobachtete, dass er das Zuordnen bzw. Verschieben der Blöcke in der Tabelle zwar korrekt durchführte, d.h. mit den Blöcken in der Tabelle die richtige Summe gefunden hatte, aber dieses Ergebnis nicht auf die schriftliche Addition in seinem Heft übertragen konnte. Er behandelte die Arbeit mit den Blöcken und die Schreibarbeit als voneinander unabhängig und machte somit bei der Addition im Heft erneut den Fehler, zuerst die Hunderter miteinander zu addieren. Die Reaktion der Lehrerin beinhaltete keine Beurteilung seiner bisherigen Ergebnisse, sondern ausschließlich ein paar Anregungen, die weder inhaltlich noch vom Tonfall her als Anleitungen angesehen werden konnten. Es lag in seiner eigenen Entscheidung, die Ideen in seine Arbeit zu integrieren oder nicht. Nach weiterer Auseinandersetzung mit seinem Problem konnte er schließlich selbstständig eine Lösungsstrategie finden, was er allen wie folgt mitteilte²⁷²: *“Hey, I just found a super- easy way to do my math.”*²⁷³

hundreds	tens	units

Abbildung 6: Tabelle als Hilfsmittel für Dilemma-Situation

Quelle: Lampert (1986): Understanding and Managing Classroom Dilemmas, S. 79.

²⁷¹ Vgl. Lampert (1986): Understanding and Managing Classroom Dilemmas, S. 78-79.

²⁷² Vgl. Lampert (1986): Understanding and Managing Classroom Dilemmas, S. 79-80.

²⁷³ Lampert, Magdalene (1986): Teachers' Strategies for Understanding and Managing Classroom Dilemmas. In: Miriam, Ben-Peretz/ Bromme, Miriam / Halkes, Rob (Hg.): Advances of Research on Teacher Thinking. Ablasserdam: ISATT and Swets & Zeitlinger B.V., S. 80.

Die Umstrukturierung der Lernumgebung und das Angebot von Ideen statt Anleitungen ermöglichten es dem Schüler, selbst eine mathematisch sinnvolle Vorgehensweise zu entwickeln. Die Bewältigung dieser Dilemma-Situation durch die Lehrperson fasst *Lampert* wie folgt zusammen:²⁷⁴ *“The management of Vicki’s dilemma depends on an interaction between the child’s concerns and her own. She assesses those concerns and responds to them, not by constructing abstract resolutions of potential conflicts and contradictions, but by constructing practical interactions like [...] balancing, mediating, trying one thing or another and monitoring the child’s response.”*²⁷⁵

3.3.4.2 Entwicklung und Etablierung einer Unterrichtskultur in Mathematik

Bevor aufgeschlüsselt wird mithilfe welcher Maßnahmen, Planungen und Entscheidungen, einschließlich der damit verbundenen Schwierigkeiten, die Bildung einer Unterrichtskultur im Mathematikunterricht nach *Lampert* in der Praxis umgesetzt werden kann, soll zunächst geklärt werden, welche allgemeine Bedeutung und Funktion die Unterrichtskultur ihrer Meinung nach hat. *Lampert* hielt dazu fest: *“[...] building a classroom culture [...] entails establishing and maintaining norms of action and interaction within which the teacher can teach and students can study. [...] In teaching classroom culture, I teach the class as a whole, but maintaining the culture depends on how I structure my interactions with individuals and with groups.”*²⁷⁶

Lampert versucht in ihrem Buch *Teaching Problems and the Problems of Teaching* die Bildung einer Unterrichtskultur anhand ihrer eigenen praktischen Erfahrungen zu beschreiben. Zu den ersten Schritten hin zur Entwicklung und Unterstützung einer gewünschten Unterrichtskultur gehören nach *Lampert* Überlegungen bezüglich der Anordnung des Klassenraums, der Zurverfügungstellung notwendiger Utensilien, des allgemeinen Unterrichtsaufbaus sowie im Besonderen der angestrebten Unterrichtsaktivitäten. Grob skizziert versucht sie, diese Aspekte mit folgenden Maßnahmen praktisch umzusetzen. Die Sitzordnung wird mit Tischgruppen zu vier Plätzen arrangiert, um den Schülern/innen das gemeinsame Arbeiten an Problemstellungen zu erleichtern. Zusätzlich bekommen alle Kinder ein Notizbuch zusammen mit einem schwarzen Stift zur Verfügung gestellt. Ganz bewusst entscheidet sich *Lampert* gegen jegliche Art von auszubessernden Schreibmaterialien, da sie einerseits die Gedankengänge und Lösungsansätze bzw. -wege ihrer Schüler/innen nachvollziehen können will, andererseits weil sie den Kindern das Prinzip der Überarbeitung als mathematische Aktivität näherbringen möchte. Der Unterrichtsaufbau verfolgt eine konstante Struktur, indem zu Beginn jeder Stunde

²⁷⁴ Vgl. *Lampert* (1986): *Understanding and Managing Classroom Dilemmas*, S. 80.

²⁷⁵ *Lampert* (1986): *Understanding and Managing Classroom Dilemmas*, S. 80.

²⁷⁶ *Lampert, Magdalene* (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*. New Haven: Yale University Press, S. 51.

das sog. *Problem of the Day* an der Tafel steht, welches zunächst in der ersten Hälfte der Unterrichtseinheit von den Kindern selbstständig bzw. in der Gruppe bearbeitet und anschließend in der zweiten Hälfte im gesamten Klassenverband diskutiert wird. Besonders wichtig ist eine Grundvorstellung von den Unterrichtsaktivitäten, die innerhalb dieser geregelten Unterrichtsstruktur im gesamten Schuljahr angestrebt und gefördert werden sollen. Diese hängen natürlich immer von der Schulstufe ab.²⁷⁷ Lamperts angestrebte Unterrichtsaktivitäten zu Beginn des Schuljahres unter der Berücksichtigung, dass sie in ihrem Forschungsprojekt in einer *Elementary School* gearbeitet hat, sind in der *Abbildung 7* und *Abbildung 8* festgehalten.

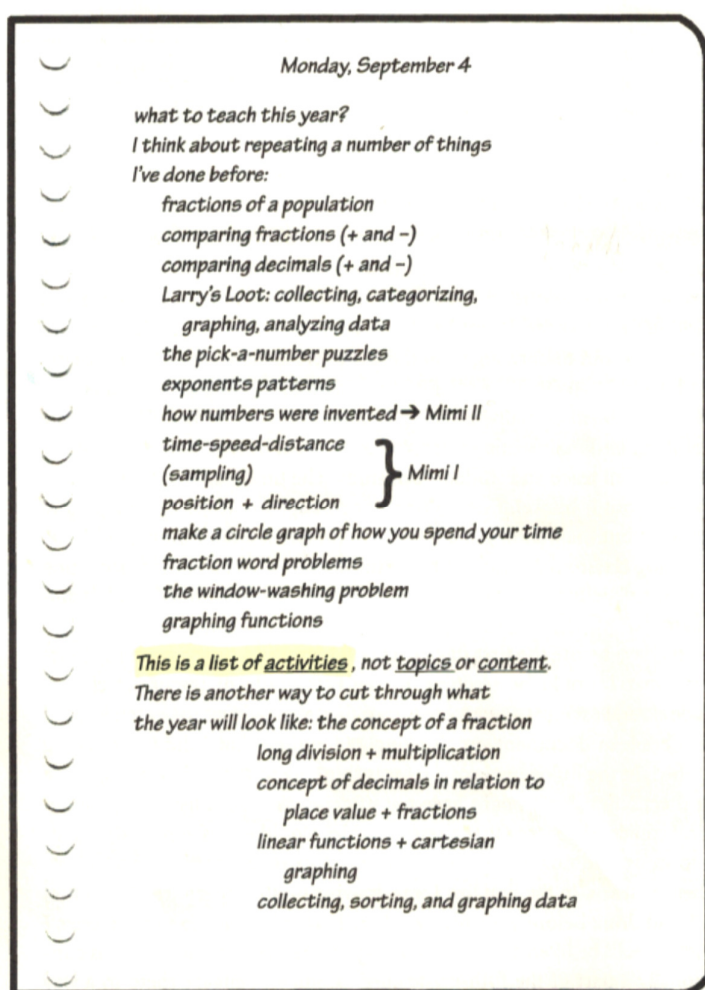


Abbildung 7: Lamperts Liste von geplanten Aktivitäten zu Beginn des Schuljahres
 Quelle: Lampert, Magdalene (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*. New Haven: Yale University Press, S. 52.

²⁷⁷ Vgl. Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 10-11, 54-55.

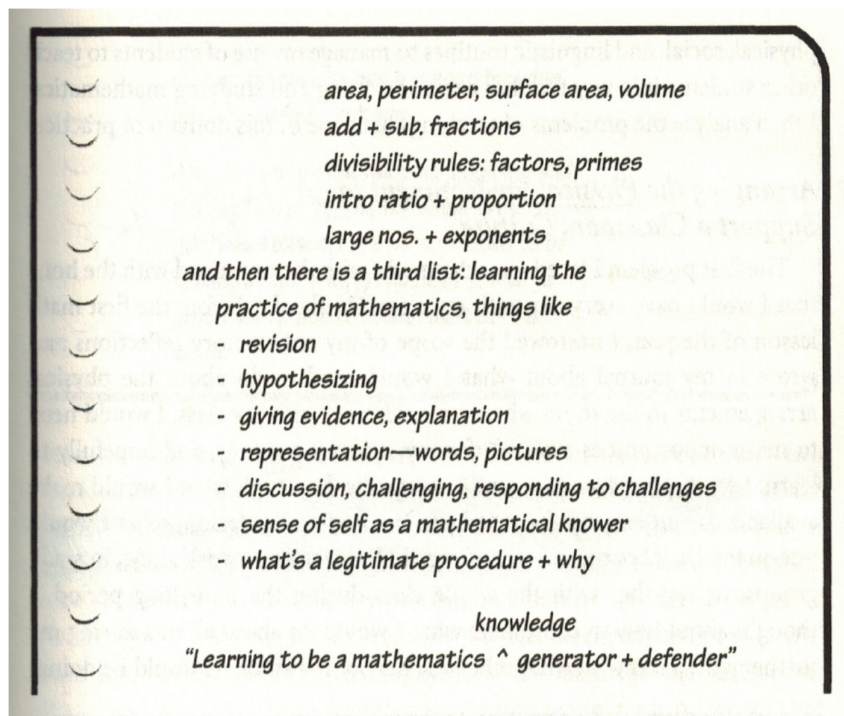


Abbildung 8: Lamperts Liste von geplanten Aktivitäten zu Beginn des Schuljahres

Quelle: Lampert, Magdalene (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*. New Haven: Yale University Press, S. 53.

Den Überlegungen hinsichtlich der Anordnung bzw. Organisation des Klassenraums und der gewünschten Aktivitäten folgt die Wahl des ersten *Problem of the Day* des Schuljahres, welches eine wesentliche Rolle bei der Entwicklung der Unterrichtskultur darstellt. Mithilfe dieses mathematischen Problems und der Diskussionsleitung der Lehrkraft sollen erste Schritte gesetzt werden, damit die Klasse sowohl die sozialen Normen als auch die mathematische Arbeitsweise im Unterricht kennen und anwenden lernt. Besonders wichtig ist nach *Lampert* dabei, dass eine Problemstellung ausgewählt wird, die ein den Kindern vertrautes Themengebiet umfasst. Dadurch soll gesichert werden, dass es allen möglich ist, einen mathematischen Beitrag im Sinne von Hypothesen und Vermutungen aufstellen, einzubringen.²⁷⁸

Neben der Wahl der ersten Problemstellung ist auch bereits der Einstieg in die erste Unterrichtseinheit relevant für die Entwicklung einer Unterrichtskultur. Bei *Lampert* wird zu Beginn nicht nur erklärt, wie die Schüler/innen ihre Unterrichtsmaterialien verwenden sollen, sondern es werden bereits erste wichtige Begriffe für mathematische Aktivitäten, in welche die Schüler/innen in Zukunft eingebunden werden sollen, erörtert. *Lampert* gestaltet diesen

²⁷⁸ Vgl. Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 55-56.

Einstieg, indem sie den Kindern die Intentionen für die Wahl eines Notizbuchs und eines schwarzen Stifts darlegt. Neben den beiden Gründen, dass ein schwarzer Stift besser zu lesen und leichter zu kopieren ist, beinhaltet vor allem der dritte Grund bereits die Aufarbeitung und gemeinsame Zustimmung erster Aktivitäten im mathematischen Kontext, die in Zukunft zur Routine werden sollten. Letzteres dokumentierte *Lampert* im folgenden Dialog:²⁷⁹

“Lampert: The third reason [...] is that we like to know everything that you’ve been thinking, and, in mathematics, one of the things that is really important to learn about is the process of revision.

Now, you might have talked about revision in writing classes. You might have talked about it in math class. Does anybody think they have an idea to tell the class about what revision might mean? [...]

OK, Anthony has an idea, and Shahroukh has an idea. Charlotte has an idea and Varouna. I’d like to hear all those ideas, but it’s not only me that you’re talking to. It’s everybody in the class. And if you haven’t raised your hand with an idea, I want you to listen to the people who have an idea and see if you agree or disagree and if you have something to add. Okay, Charlotte, what’s your idea about revision? [...]

Charlotte: That you write down one idea that you think and then you decide that maybe that’s not the right, you don’t think that that’s the right idea and then you want to change it. And you use revision by writing your other answer instead of erasing your first idea and then using it again, just, it’s a second answer.

Lampert: Okay, that’s one good way of explaining revision. Let’s see, Shahroukh was another person who had an idea.

Shahroukh: I think she’s got my idea.

Lampert: Is there anything you would like to add to what Charlotte said?

Shahroukh: Well, I think revision is, well, it’s almost the same, what I’m gonna say, because I think revision is when you have an idea and it’s not correct and you don’t want to, like, mess it all up and you don’t want to try to erase or cross it out. But, if you write in another line over your revision, rather than your making it all messy.

Lampert: Okay. So part of what we’re worried about there is what to do when you change your mind and one thing that people get used to doing when they change their minds is erasing, and what I’m going to ask you to do in math this year is not to erase and that’s one reason why we’re going to use black magic markers instead of pencils in math.

Let’s see, Anthony had an idea about revision.

Anthony: Looking over an idea you already had.

Lampert: Okay, looking over an idea you already had. Let’s see. Varouna, you had an idea? And then I’ll come back to you, Karim.

Varouna: If you have an answer, wrong answer and then somebody has the right answer and you just might try to, like, revision it and get the right answer.

Lampert: Okay, so we have revise and revision. The revision is what you have after you have finished revising something. Those are two. Revision is what you have after you’re finished and revise is the act of changing your mind and showing how you changed your mind on paper. Karim?

²⁷⁹ Vgl. Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 57-60.

- Karim:* Like thinking twice over an answer. Like the first time you thought it was the answer then you thought of it again and it was right.
- Lampert:* Okay. Thinking twice. That's a good way to think about it and sometimes I think when something is important you might even want to think about it three times or more and go over it a couple times and then revise it. Eddie?
- Eddie:* When, like, if you wanted to write something down and you forgot it and then you just write down what you thought it was?
- Lampert:* Okay. So forgetting. The first time you do something there might be some forgetting involved and then as you work along through a problem you might remember something that you didn't remember at first. So, remembering is another part of it. So we have a collection of ideas here about what revision might be. Is there anyone else who would like to say in his or her words what you do when you revise? You might not have known at the beginning of this lesson, but who would like to summarize all the ideas that they've heard so far? Put it in your own words. Anybody want to try? Richard, you think you could try that? What do you think revision is after listening to all these people?
- Richard:* Writing something down and deciding to do it over. Instead of erasing it, just write down on another line or something
- Lampert:* Okay, instead of erasing it, just write it down on another line. And sometimes you can, if you just put a straight line right through what you don't want anymore, that's good indication to me and to other people in the class that you've changed your mind.²⁸⁰

In dieser allerersten Diskussion zu Beginn des Schuljahres setzt *Lampert* bereits auf Maßnahmen und Regeln, auf denen sowohl die Unterrichtskultur als auch die darin eingebetteten mathematischen Aktivitäten aufbauen. Zum einen macht sie durch ihre Reaktion auf die Antworten der Schüler/innen deutlich, dass jeder Beitrag nicht nur von allen gehört, sondern auch ernst genommen und respektiert werden soll. Zum anderen wird der Begriff Überarbeitung aus einer völlig neuen Perspektive betrachtet. In *Lamperts* Unterricht entspricht die Überarbeitung nicht wie gewohnt einfach nur der Ausbesserung eines Fehlers, sondern dem Überdenken des eigenen Lösungsweges aufgrund von Widerlegungen oder Behauptungen anderer. Diese neue Sichtweise der Überarbeitung widerspricht nach *Lampert* dem vertrauten Bild der Schüler/innen von Mathematik, doch stellt ein grundlegendes Instrument in ihrem verständnisorientierten Mathematikunterricht dar. *Lampert* gestaltet die weitere Etablierung einer Unterrichtskultur integrativ, indem wichtige Begriffe und Aktivitäten während der Auseinandersetzung mit der täglichen Problemstellung aufgearbeitet werden.²⁸¹

Mit der Auseinandersetzung des ersten *Problem of the Day* des Schuljahres beginnt der interaktive Prozess der Einführung und Verwendung sozialer Regeln und mathematischer

²⁸⁰ Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 60-64.

²⁸¹ Vgl. Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 61-65.

Aktivitäten, die ihre Unterrichtskultur auszeichnen. Als eine Möglichkeit zum Einstieg gibt *Lampert* das nachstehende Problem an (siehe *Abbildung 9*). Die Aufgabenstellung für die Schüler/innen besteht darin, weitere Additionen zu finden, deren Ergebnisse zwischen den Summen der beiden angegebenen Additionen liegen.²⁸²

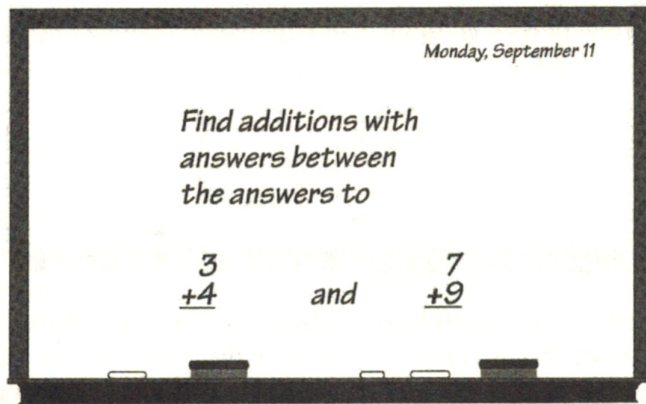


Abbildung 9: Erstes *Problem of the Day*

Quelle: *Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 82.

Die gefundenen Vermutungen der Schüler/innen werden anschließend von *Lampert*, ohne ihre Korrektheit zu kommentieren, an der Tafel zwischen der ursprünglichen Angabe notiert (siehe *Abbildung 10*). Das Ziel dieser Maßnahme liegt in der Forderung an die Klasse, die Vermutungen selbst auf ihre Richtigkeit zu überprüfen. *Lampert* führt mit dieser Handlung zwei wesentliche mathematische Aktivitäten ihres Unterrichts ein. Zum einen die Bedeutung und Erläuterung des Aufstellens von Vermutungen, zum anderen die Aufhebung der klassischen Autoritätsrolle der Lehrperson und die Übernahme von Eigenverantwortung der Schüler/innen. *Lampert* beschrieb dies wie folgt:²⁸³ “[...] I labeled their assertions as “conjectures” [...] (and) I explained that a conjecture was a statement that had reason behind it, but could be revised once it was discussed [...] (and) that it was important to formulate a reason for their assertions [...] (because) we would discuss them, clarifying the conditions that the person who made the conjecture was assuming, and figuring out as a class which of the conjectures “made sense”.”²⁸⁴

²⁸² Vgl. *Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 67-68.

²⁸³ Vgl. *Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 67-68.

²⁸⁴ *Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 72, 77

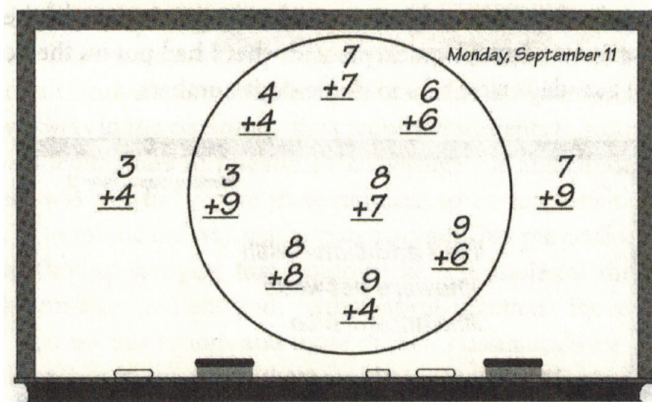


Abbildung 10: Vermutungen der Schüler/innen zum ersten *Problem of the Day*
 Quelle: Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 82.

Ein weiterer wichtiger Faktor innerhalb des Austausches von mathematischen Begründungen liegt in dem Ausdruck von Meinungsverschiedenheiten. Zustimmung und Widerspruch sind zwei notwendige Bestandteile im mathematischen Diskurs, die jedoch gewissen sozialen Regeln unterliegen. Diese sozialen Normen müssen den Schülern/innen ebenso aufgezeigt werden. *Lampert* tut dies, indem sie bei entsprechendem Fehlverhalten innerhalb einer Diskussion darauf hinweist, dass Unstimmigkeiten gegenüber einer Behauptung einer/s Mitschülers/in nicht ohne Aufzeigen, nicht ohne Höflichkeit bzw. Respekt und vor allem nicht ohne eigene Begründung für den Einspruch eingebracht werden können.²⁸⁵

Neben all diesen Aspekten unterstützen auch bestimmte Strukturen und Methoden bei Einzel- oder Gruppenaktivitäten die Unterrichtskultur. *Lamperts* Absicht liegt in diesem Punkt darin, den Schülern/innen beizubringen, selbstständig sowie durch Vergleich und Diskussion mit anderen ihre Behauptungen zu beurteilen und zu beweisen. Drei mögliche Varianten zur Bewertung ihrer eigenen Arbeit stehen ihnen zur Verfügung. Innerhalb der selbstständigen Gruppenarbeitszeit in der ersten Hälfte jeder Unterrichtsstunde können sie entweder alleine oder mit ihren Sitznachbarn/Sitznachbarinnen gemeinsam über ihre Arbeit reflektieren. Die dritte Möglichkeit zur Beurteilung ergibt sich während der Klassendiskussion in der zweiten Hälfte der Stunde. Aufgrund der individuellen Auseinandersetzung mit der Problemstellung während der Gruppenarbeitsphase können Differenz in der Bearbeitungszeit der Schüler/innen auftreten. Um dadurch möglichen Ablenkungen entgegenzuwirken verwendet *Lampert* sog. *Small-Group Rules* (siehe *Abbildung 11*), die sich mit ihren angestrebten intellektuellen Zielen decken und deren Gehalt sie wie folgt beschreibt.²⁸⁶

²⁸⁵ Vgl. Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 69-70.

²⁸⁶ Vgl. Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 79-82.

“Lampert: I didn’t expect you to follow these rules up until now because I didn’t tell you that these rules apply to math time. But from now on, when we’re having individual work, when you have a problem like if you don’t understand what you’re supposed to be doing or you wanted to discuss a conjecture with somebody, you should ask the people in your group. What that means is you don’t sit there and do nothing, waiting for the teacher to come along and answer your question. You ask the people in your group and that’s very important.”²⁸⁷

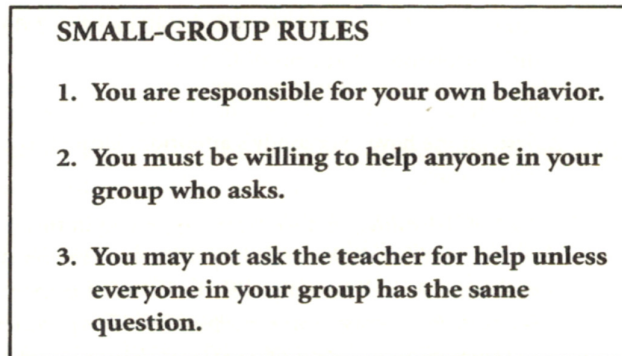


Abbildung 11: Einführung *Small-Group Rules*

Quelle: Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 82.

Die eben geschilderte Vorgehensweise von *Lampert* beschreibt das Einführen einer Unterrichtskultur, welche sich durch soziale Regeln sowie individuelle und gemeinsame mathematische Argumentation als Unterrichtsaktivität definiert. *Lampert* erhebt keinen Anspruch darauf, dass ihr Zugang zur Entwicklung einer Unterrichtskultur der einzig richtig sei. Doch sie kommt zum Schluss, dass in der Zusammenarbeit und Interaktion mit den Kindern eine produktive Unterrichtskultur geschaffen werden kann, welche die Lernaktivitäten der Schüler/innen in den Fokus des Unterrichtsgeschehens stellt. Nicht zuletzt ist noch hervorzuheben, dass der Grundstock der Unterrichtskultur zwar zu Beginn gelegt wird, doch sich die Erhaltung dieser über das gesamte Schuljahr erstreckt.²⁸⁸

Dies soll im Nachfolgenden durch eine Aufschlüsselung einer Unterrichtssequenz, welche auf die Aufgabe a. des nachstehenden *Problem of the Day* Bezug nimmt (siehe *Abbildung 12*), verdeutlicht werden. Der mathematische Fokus innerhalb dieser Klassendiskussion liegt auf der Betrachtung der Multiplikation als eine spezielle Form der Addition von Mengen mit gleich vielen Elementen.²⁸⁹

²⁸⁷ Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 82.

²⁸⁸ Vgl. Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 53, 100.

²⁸⁹ Vgl. Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 143.

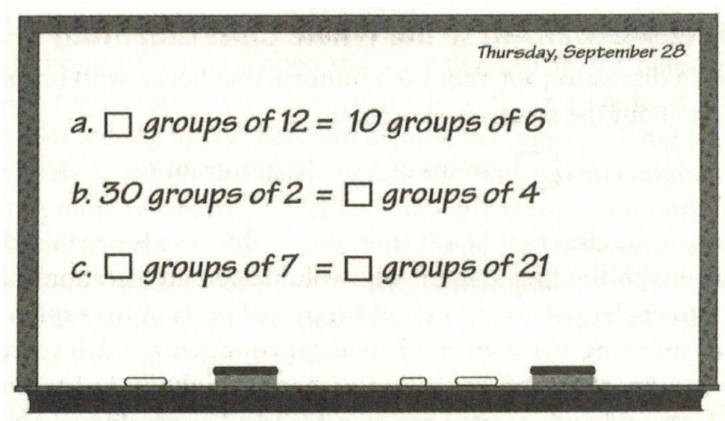


Abbildung 12: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur

Quelle: Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 143.

“Lampert: Okay, how many people are finished with A, B, and C? How many people are finished with A? How many people are finished with B? So C is the problem that a lot of people are still working on.

Student: I haven’t done my reasoning.

Lampert: Okay, what I think we’ll do now that I know more or less where everyone is, is to have a discussion to see what you think goes in the boxes, and why you think it.

Now, I want to remind you of moving from small- group to large- group rules. That means that things are going to be going on up here on the blackboard, so if you’re not seated in a position where you can see the blackboard you might want to turn around.

Okay. Who has something to say about A? Richard?

*Richard: I think that if, A, is twenty-two. Groups.*²⁹⁰

*“Lampert: [addressing the whole class while writing “22” in the empty box on the board and pausing while stressing the word “of”] Okay, so twenty- two groups OF twelve equals ten groups OF six [pointing to what is on the chalkboard].*²⁹¹

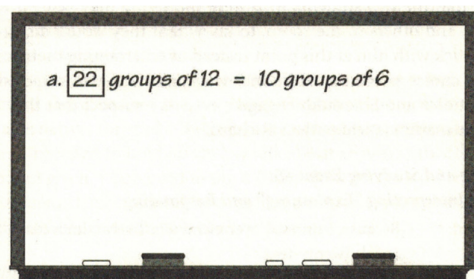


Abbildung 13: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur

Quelle: Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 147.

“Lampert: Can you explain your reasoning about that, Richard? [...]

*Richard: Because, I timesed twelve and ten. Twelve times ten equals twenty-two.*²⁹²

²⁹⁰ Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 449.

²⁹¹ Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 147.

²⁹² Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 147-148.

“Lampert: Ten times twelve.

Or --, I'm sorry, twelve times ten is like this.

[I write first the 12, then the times sign (x), then the 10, and then put a line under the 12.]”²⁹³

a. $\boxed{22}$ groups of 12 = 10 groups of 6

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

Abbildung 14: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur

Quelle: Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 150.

“(Lampert): [to Richard] Is that what you did?

[to the whole class] Okay, now I want to remind you that this [pointing to the multiplication] means twelve groups of ten [writing on the board, 12 first, then x, then 10, and a line under the 10]:”²⁹⁴

a. $\boxed{22}$ groups of 12 = 10 groups of 6

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 12 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times 10 \\ \hline \end{array}$$

Abbildung 15: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur

Quelle: Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 150.

“This [pointing to the second multiplication] means ten groups of twelve. [...]

One of the things that I came around and did with some people is to draw a picture that would help you to reason about these problems. Twenty-two groups of twelve, you could draw as a twelve, a twelve, a twelve, and so on until you got twenty-two of them [drawing circles around 12s as I talk].”²⁹⁵

a. $\boxed{22}$ groups of 12 = 10 groups of 6

(12) (12) (12) (12)

Abbildung 16: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur

Quelle: Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 151.

²⁹³ Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 149.

²⁹⁴ Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 150.

²⁹⁵ Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 150-151.

“(Lampert): Or you could even put little Xs in the circles like I did yesterday with the paper clips. Twenty-two groups of twelve seems to me like it would be quite a lot of stuff, if I did twenty-two of these [pointing to the four 12s circled on the board]. [...] But let’s look at ten groups of six for a minute [drawing on the board, next to what I had already done]:”²⁹⁶

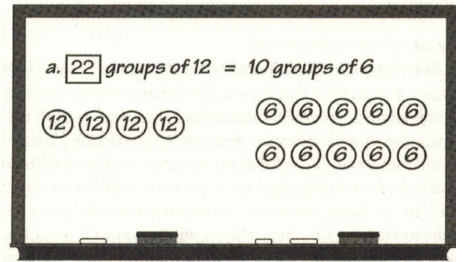


Abbildung 17: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur

Quelle: Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 153.

“(Lampert): Six, six, six, six, six [pointing to the 6s in the circles]. [...] How do I know that I have ten groups of six there without counting them? Ellie?

Ellie: Because you made um, on the top you made five of them, but, you made five rows on the top and you just made a line exactly like that on the bottom.

Lampert: Okay, that’s the story of a mathematical shortcut. I only had to count the first row and then I gave each one of them a partner and that gave me ten groups of six. [...] Now, let’s count by sixes here.

[pointing to the circled 6s] Six, twelve, eighteen, twenty-four, thirty, thirty-six, forty-two, forty-eight, fifty-four, sixty [students counting with Lampert].

That’s our six times table. One group of six.

Eddie and Awad you should be looking up here [circling my finger around one 6].

One group of six is six.

Two groups of six is – [circling my finger around two 6s]

Students: Twelve.

Lampert; Three groups of six is – [circling my finger around three 6s]

Students: Eighteen.

Lampert: Four groups of six is – [circling my finger around four 6s]

Students: Twenty-four.

Lampert: Five groups of six is – [circling my finger around five 6s – the whole “top” row]

Students: Thirty.

Lampert: Thirty, and now I can do the same thing. If this much is thirty [again circling my finger around five 6s], how much is the whole amount [circling my finger around both rows of five 6s] going to be? Leticia?

Sixty.

So I have ten groups of six here.”²⁹⁷

²⁹⁶ Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 151-153.

²⁹⁷ Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 153-155.

“Lampert: Now, Richard, what do you think about this twenty-two groups of twelve thing? [several seconds of silence]
 What if I had just ten groups of twelve? How many would that be?
 Richard: I don't know.”²⁹⁸

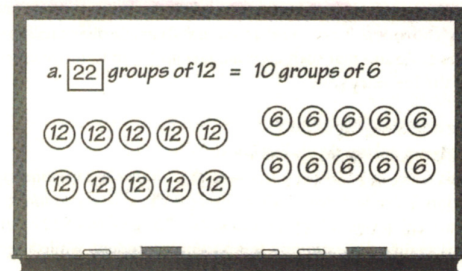


Abbildung 18: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur

Quelle: Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 156.

“Lampert: Okay, let's do the top row [pointing to circles]
 Twelve plus twelve is twenty-four, plus twelve is thirty-six, forty-eight, sixty.
 [pointing to a row of five circled 12s] Now if the top row is sixty, how many am I going to have altogether? Richard?
 Richard: One-twenty.
 Lampert: One-hundred and twenty. Now this is ten groups of twelve. Richard, what do you think about your idea of twenty-two groups of twelve?
 Richard: It's wrong. [...]
 Lampert: Is it too big or too small?
 Richard: Too big.”²⁹⁹

Lampert hat in dieser Unterrichtssituation ganz bewusst Richard, der sich nicht freiwillig zu Wort meldete, aufgerufen. Der Grund für ihre Entscheidung lag darin, dass sie in der ersten Hälfte der Stunde während der selbstständigen Arbeitsphase beobachten konnte, dass er Schwierigkeiten mit der Problemstellung hatte und sein Lösungsansatz keinen logischen Schluss zuließ. Mit dem Aufruf von Richard verfolgte sie aufbauend auf ihrer Beobachtung daher zwei Intentionen: Zum einen wollte sie mit dieser Handlung aufzeigen, dass innerhalb dieser Klasse von allen erwartet wird, ihre Gedankengänge miteinander zu teilen. Zum anderen, dass jede/r Einzelne bemüht sein sollte, Vermutungen aufzustellen, die mathematisch sinnvoll erscheinen. Im nächsten Schritt hielt sie die Behauptung von Richard (dass in das leere Feld die Zahl 22 hineingehört) auf der Tafel fest (siehe *Abbildung 13*). Mit diesem Vorgehen wurde den Schülern/innen einmal mehr verdeutlicht, dass jede Annahme von ihnen als ein

²⁹⁸ Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 156.

²⁹⁹ Lampert (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 157.

ernstzunehmender Lösungsversuch angesehen wird. Anschließend bat sie *Richard* um eine Begründung für seinen Lösungsansatz. Diese Entscheidung verlangte für den weiteren Verlauf besondere Aufmerksamkeit ihrerseits, da viele Kinder nach *Richards* Antwort darauf drängten, ihren Widerspruch kundzutun. *Lampert* hatte sich also für die Herausforderung entschieden, den Dialog mit *Richard* weiterzuführen und gleichzeitig die Kinder, die mathematisch gesehen bereits weiter waren als er, in diesen Dialog zu integrieren. Aufgrund der Aufforderung von *Lampert* rechtfertigte *Richard* seine Vermutung damit, dass er die 10 mit der 12 multipliziert hatte. Die Tatsache, dass er die Multiplikation mit der Addition verwechselte und die Zahlen in einer Weise verknüpfte, ohne Bezug auf den Problemkontext zu nehmen, gab *Lampert* die Möglichkeit, die Bedeutung der Multiplikation als eine spezielle Form der Gruppenbildung zu demonstrieren. Mit ihrer Reaktion auf seine Vermutung griff sie also Maßnahmen auf, die es allen Kindern ermöglichen sollten, die Verbindung zwischen Gruppenbildung und Multiplikation zu erlernen.³⁰⁰

In ihren nächsten Schritten versuchte sie, zunächst das sprachliche Problem bezogen auf die Funktion des Begriffs Mal zu lösen, indem sie zuerst an der Tafel unter *Richards* Vermutung die beiden Multiplikationen 10×12 und 12×10 anscrieb (siehe *Abbildung 15*) und deren Bedeutung erklärte (10×12 entspricht 12 Mengen mit jeweils 10 Elementen und 12×10 entspricht 10 Mengen mit jeweils 12 Elementen). Zusätzlich zur verbalen Erklärung entschied sich *Lampert* dafür, die Bedeutung der Multiplikation auch mit einer graphischen Darstellung an der Tafel zu untermauern (siehe *Abbildung 16*). Bereits in der selbstständigen Arbeitsphase verwies sie im Dialog mit vielen Kindern auf eine graphische Darstellung als angemessenes Hilfsmittel für ihre Begründungen. Die Intention dahinter lag darin, den Schülern/innen zu demonstrieren, dass in diesem Unterricht die Lehrperson nicht über die Richtigkeit ihrer Aussagen urteilt, sondern sie stattdessen mit Instrumenten (z.B.: Veranschaulichungen) ausstattet, die ihnen helfen sollen, die Sinnhaftigkeit ihrer Behauptungen selbst zu überprüfen. *Lampert* bot also nicht eine Lösung an, sondern eine Darstellung, welche von der Klasse selbst interpretiert werden sollte. Mit diesem Vorgehen konnten die Schüler/innen lernen, dass Bilder oder Darstellungen eine brauchbare und relevante Methode sind, um Wörtern und Symbolen im mathematischen Diskurs Bedeutung zu geben. Weiters demonstrierte sie durch das Aufgreifen von Repräsentationen, die viele Kinder schon in der selbstständigen Arbeitsphase

³⁰⁰ Vgl. Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 146-149.

anwandten, dass die Inhalte im Rahmen der Gruppenarbeit mit der Klassendiskussion verknüpft werden.³⁰¹

Nachdem sie 4 Mengen mit jeweils 12 Elementen auf der Tafel graphisch festhielt und darauf hinwies, dass die Zahl 12 auch durch 12 beliebige Zeichen in einem Kreis ersetzt werden könnte (siehe *Abbildung 19*), stellte *Lampert* schließlich die Behauptung auf, dass 22 Mengen mit jeweils 12 Elementen eine große Anzahl an Elementen darstellen würde. Sie stellte diese Aussage bewusst als eigene Begründung und ohne direkte Verbindung zu *Richards* Vermutung dar, um sowohl *Richard* selbst als auch die ganze Klasse anzuregen, die Auswirkungen ihrer Begründung auf *Richards* Vermutung zu eruieren. In diesem Kontext wurde der Fokus der nächsten Handlung also noch nicht wieder auf die Behauptung von *Richard* gelegt, sondern zunächst noch auf die zweite Aussage der Gleichung (10 Mengen mit jeweils 6 Elementen). Dazu erstellte *Lampert* ebenso eine vollständige graphische Darstellung an der Tafel (siehe *Abbildung 17*), mit deren Hilfe die Klasse lernen sollte, vorhandene mathematische Muster und Verknüpfungen zu erkennen und anzuwenden. Mit anderen Worten wurde in dieser gemeinsamen Diskussion der Zusammenhang zwischen dem Einmaleins und dem Zählen von Mengen mit gleichen Elementen erörtert. Diese Auseinandersetzung sollte nicht nur der gesamten Klasse verschiedene relevante Aspekte der Multiplikation aufzeigen, sondern vor allem auch *Richard* helfen, seiner Vermutung Sinnhaftigkeit zu verleihen.³⁰²

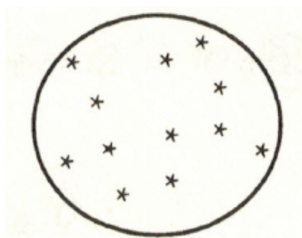


Abbildung 19: Darstellung einer Menge mit 12 Elementen

Quelle: *Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 152.*

Infolgedessen unternahm *Lampert* einen weiteren Anlauf mit *Richard*. Dieser konnte zunächst aber weder eine andere Rechtfertigung für seine ursprüngliche Vermutung (22 Mengen mit jeweils 12 Elementen), noch eine Antwort auf die Frage, wie viel 10 Mengen mit jeweils 12 Elementen darstellen, finden. *Lampert* interpretierte dies jedoch trotzdem als Fortschritt, da er seine zu Beginn aufgestellte Behauptung nicht wiederholte, was wiederum bedeutete, dass er

³⁰¹ Vgl. *Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 150-152.*

³⁰² Vgl. *Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 151-155.*

wusste, dass sie in diesem Kontext keinen Sinn machte. Als Reaktion darauf ergänzte *Lampert* an der Tafel die linke Seite der Gleichung um weitere 6 Mengen mit jeweils 12 Elementen, sodass die gleiche Anzahl an Mengen wie auf der rechten Seite dargestellt war (siehe *Abbildung 18*). Mit dieser Maßnahme war es ihr möglich, einerseits ihren Diskurs mit *Richard* mit der Thematik der soeben geführten Klassendiskussion zu verbinden und andererseits *Richard* darin zu stärken, dass er die Fähigkeit besitzt, sowohl seine Vermutung zu überarbeiten als auch über seine Überlegungen zu sprechen. Das Ergebnis des darauffolgenden Dialogs zeichnete sich dadurch aus, dass *Richard* selbstständig erkannte, dass sein Ansatz in diesem Kontext keinen Sinn machte, da die Zahl 22 zu groß sei, um die Gleichung zu erfüllen.³⁰³

Obwohl sich die soeben beschriebene Unterrichtssequenz zum größten Teil auf den Diskurs mit einem einzigen Schüler konzentrierte, wurden durch *Lampert* in diesem Ausschnitt zusätzlich Maßnahmen und Entscheidungen getroffen, um alle Schüler/innen in eine Unterrichtskultur zu integrieren, die folgende Ansprüche an diese stellte:³⁰⁴

- Die Bereitschaft, die eigenen Gedankengänge und Begründungen vor der gesamten Klasse wiederzugeben und diese, wenn nötig, zu widerlegen oder zu widerrufen.
- Der gegenseitige respektvolle Umgang mit jeder eingebrachten Vermutung, auch wenn diese im mathematischen Kontext keinen Sinn zu machen scheint.³⁰⁵

Abschließend fasste *Lampert* ihre Intentionen in dieser Unterrichtssequenz wie folgt zusammen: *“In addition to the problems of teaching the mathematical content, I was trying to teach everyone about mathematical discourse, about how to participate in a conversation with twenty-six other people, and about themselves as capable doers of the task and thinkers about the ideas in it.”*³⁰⁶

3.3.5 Analyse der Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik

Der Fokus der Unterrichtsforschung in der Periode zwischen 1970 und 1980 lag klar auf der Beschreibung eines Lehrer/innenverhaltens, das einen Lernerfolg der Schüler/innen verzeichnen konnte.³⁰⁷ Aufgrunddessen, dass die FDM zu diesem Zeitpunkt noch in ihren Anfängen war,³⁰⁸ bezogen sich viele Untersuchungen im Bereich der Unterrichtsforschung nicht direkt auf den Mathematikunterricht. Trotz allem verhalfen diese Studien der FDM

³⁰³ Vgl. Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 156-157.

³⁰⁴ Vgl. Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 159.

³⁰⁵ Vgl. Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 159.

³⁰⁶ Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 144.

³⁰⁷ Nachweise in FN 210-212.

³⁰⁸ Nachweis in FN 109.

dazu Erkenntnisse für den Mathematikunterricht sowie Anregungen für weitere Untersuchungen in diesem zu gewinnen.³⁰⁹ Das Herausfiltern spezieller Verhaltensweisen mit einem direkten Bezug zu einem gewünschten Schüler/innenerfolg erwies sich jedoch als problematisch. Die Schwierigkeit innerhalb dieser Unterrichtsforschung äußerte sich in zwei Problembereichen. Erstens wurden die als effektiv erhobenen Verhaltensweisen, vor allem im Bereich der Unterrichtsausführung, oftmals zu wenig spezifisch erklärt, sodass man keine Vorstellung davon hatte, welche bestimmten Handlungen und Maßnahmen dieses Verhalten wirklich hervorbringen. Zweitens kamen einige Untersuchungen zu widersprüchlichen Ergebnissen hinsichtlich effektiver Verhaltensweisen der Lehrperson. So wurde z.B.: der Variable *teacher indirectness* einerseits ein positiver, andererseits kein Einfluss zugesprochen.³¹⁰ Die wichtigste Feststellung der Unterrichtsforschungen zwischen 1970 und 1980 bestand daher darin, dass man eine effektive bzw. erfolgreiche Lehrperson, folglich einen guten Unterricht, nicht anhand der alleinigen Betrachtung und Erklärung des Lehrer/innenverhaltens definieren konnte. Man erkannte, dass Unterrichten ein wesentlich komplexeres Unterfangen ist als die bloße Beschreibung von passenden Eigenschaften und Verhaltensweisen und dass stattdessen die Gedankenprozesse, Einstellungen und Werte der Lehrperson, die zu den entsprechenden Verhaltensweisen führen, von entscheidender Bedeutung sind.³¹¹

Der Wechsel des Forschungsschwerpunkts im Bereich der Unterrichtsforschung von der Beobachtung des Lehrer/innenverhaltens hin zu den Gedankenprozessen der Lehrperson, welche ersteren zugrunde liegen, spiegelt meiner Meinung nach den Einfluss psychologischer Ansätze gut wieder. Während in der Periode zwischen 1970 und 1980 noch die Ansätze behavioristischen Lerntheorien in der Unterrichtsforschung überwiegen, standen die Untersuchungen ab den 1980er Jahren ganz im Fokus des kognitiven Aspekts.³¹²

Obwohl die Unterrichtsforschung im Allgemeinen sowie im Bereich der FDM viele relevante Themenbereiche in den 1980er Jahren beinhaltete,³¹³ war der Bereich *Teacher Thinking* von besonders großem Interesse. Mit dem Bereich *Teacher Thinking* änderte sich nicht nur die Sichtweise bzgl. der Lehrperson maßgeblich, sondern das gesamte Verständnis der Unterrichtspraxis. Fortan waren nicht mehr bestimmte Eigenschaften oder Vorgehensweisen

³⁰⁹ Nachweis in FN 232.

³¹⁰ Nachweise in FN 221-223 und FN 226.

³¹¹ Nachweis in FN 212-214.

³¹² Analyse durch Verfasserin der Arbeit.

³¹³ Siehe: Wittrock (1986), v-vii.

der Lehrperson verantwortlich für einen guten Unterricht bzw. für den Lernerfolg. Stattdessen erkannte man die Relevanz der Gedankenprozesse, Einstellungen und Überzeugungen, die allen Planungen, Maßnahmen, Handlungen und Entscheidungen der Lehrperson zugrunde lagen, für den Unterricht.³¹⁴

Mit diesem neuen Zugang trat allerdings auch die immense Komplexität des Unterrichtens in Erscheinung. Die komplexen Anforderungen des Lehrberufs wurden vor allem in interaktiven Unterrichtssituationen (sog. Dilemma-Situationen), deren Entscheidungen widersprüchliche Ziele verfolgten, gesehen. Viele Forschungen im Bereich *Teacher Thinking* wollten diese Komplexität aufbrechen, indem sie die Gedanken- und Entscheidungsprozesse der Lehrpersonen während der Interaktion im Klassenraum untersuchten. Das Ziel bestand darin, allgemeine Richtlinien und Anleitungen für die Entscheidungsfindung in diesen komplexen, interaktiven Unterrichtssituationen zu entwickeln und zukünftigen Lehrern/innen zur Verfügung zu stellen.³¹⁵

Lampert, deren Forschungen im Bereich der FDM größtenteils auch auf dem Bereich *Teacher Thinking* und der daraus resultierende Komplexität für den Mathematikunterricht aufbauten, betrachtete diesen Punkt aus einer differenzierten Perspektive. Nach *Lampert* stellten diese Dilemma-Situationen aus zwei wesentlichen Gründen einen unüberwindbaren Bestandteil des Unterrichts dar. Zum einen seien diese Problemsituationen aufgrund ihrer ambivalenten Ziele nicht ohne innere Konflikte der Lehrperson und dem Entstehen von Nachteilen lösbar. Zum anderen könnten aufgrund zahlreicher unvorhersehbarer Wendungen und Ungewissheiten im Unterrichtsverlauf niemals alle Entscheidungsmomente im Unterricht erfasst werden. Aufgrund dessen untersuchte und befürwortete *Lampert* eine Bewältigungsstrategie von Dilemma-Situationen anstelle eines rein lösungsorientierten Ansatzes. Sie konnte ihren Ansatz, dass es möglich sei, einen Kompromiss zwischen zwei konkurrierenden Alternativen zu finden, sowohl durch das *Experimental Teacher Development Project* am *Massachusetts Institute of Technology* als auch durch die Dokumentation ihrer eigenen Unterrichtspraxis belegen. Folglich erweiterte *Lampert* mit ihrer Sichtweise der Lehrperson als Dilemma- Manger/in den Forschungsbereich *Teacher Thinking* um einen Beitrag, der der Lehrperson die Möglichkeit

³¹⁴ Nachweise in FN 208-212, FN 239 und FN 242.

³¹⁵ Nachweise in FN 254, FN 246 und FN 265.

aufzeigte, die komplexen Anforderungen des Lehrberufs zu bewältigen anstatt zu eliminieren.³¹⁶

Neben den Gedanken- und Entscheidungsprozessen kristallisierte sich im Bereich *Teacher Thinking* zusätzlich die Relevanz von Wissen, Überzeugungen und Werten der Lehrperson für den Mathematikunterricht heraus. Der Einfluss der persönlichen Einstellung der Lehrperson zur Mathematik auf die Planung, die Aufbereitung, den Inhalt und die Ausführung des Unterrichts, somit auf die gesamte Unterrichtskultur, war Ende der 1980er Jahre unumstritten. Die Erwartungen und Auffassungen der Schüler/innen von Mathematik stellten einen ebenso relevanten Beitrag für die Unterrichtskultur dar. Folglich nahm man an, dass die Unterrichtskultur aus einem gemeinsamen Verständnis aller Beteiligten von Mathematik resultierte. Mit anderen Worten beinhaltete die Unterrichtskultur alle Planungen, Maßnahmen und Entscheidungen der Lehrperson, welche mathematische Aktivitäten sowie sozialen Regeln und Strukturen, die diesem gemeinsamen Verständnis zugrunde liegen, etablierten. Die Auffassung der Lehrperson von Mathematik als Schulfach konnte folglich also nicht nur die Unterrichtskultur, sondern auch den Zugang der Schüler/innen zu Mathematik beeinflussen. Aus diesem Grund nahm das Forschungsinteresse hinsichtlich der Bedeutung, Entwicklung und Etablierung einer Unterrichtskultur eine zentrale Rolle innerhalb der FDM ein. Aufgrund der eben beschriebenen Beschaffenheit der Unterrichtskultur wurden insbesondere Forschungen gefordert, die den gesamten Unterrichtskontext untersuchten. Das heißt Studien, welche die Wahrnehmungen, Einstellungen und Erwartungen aller Beteiligten berücksichtigten und somit alle interaktiven Prozesse innerhalb der Klasse samt ihren Auswirkungen auf die Unterrichtskultur erforschten.³¹⁷

Auch *Lampert* erkannte die Bedeutsamkeit der Unterrichtskultur für den Mathematikunterricht. Wie im Kapitel 3.3.4.2 *Entwicklung und Etablierung einer Unterrichtskultur in Mathematik* bereits beschrieben, bildet die in ihrem Mathematikunterricht errichtete Unterrichtskultur die Basis für das mathematische Arbeiten an sich. *Lampert* konstruierte in der Interaktion mit den Schülern/innen eine Unterrichtskultur bestehend aus sozialen Regeln und mathematischen Aktivitäten, die ihrem persönlichen Verständnis von Mathematik entsprachen.³¹⁸ Demzufolge konnte sie die damals aktuellen Forschungsinteressen der FDM in ihrer persönlichen Unterrichtspraxis umsetzen und mithilfe des sog. *M.A.T.H.*-Projekt (das im nächsten Kapitel

³¹⁶ Nachweise in FN 263, FN 265, FN 266 und FN 246.

³¹⁷ Nachweise in FN 248, FN 259, FN 260 und FN 261.

³¹⁸ Nachweis in FN 288.

erörtert wird) sogar bis ins Detail dokumentieren und analysieren. Auch wenn der Schwerpunkt des M.A.T.H-Projekts ein anderer war,³¹⁹ konnte *Lampert* mit dieser Datensammlung nachweislich die Wirkung und den Einfluss der persönlichen Auffassung der Lehrperson von Mathematik als Schulfach auf die Unterrichtskultur und die Einstellung der Schüler/innen belegen. Zusätzlich führte sie mit diesem Projekt auch jene Art von Forschung durch, die von der FDM gefordert wurde.

Ein weiterer wichtiger Aspekt im Rahmen des Forschungsgebiets *Teacher Thinking* war die Feststellung, dass zum damaligen Zeitpunkt (Mitte/Ende 1980) hauptsächlich Forschungen unternommen worden waren, die einzelne Teilbereiche von *Teacher Thinking* beleuchteten. Das heißt, dass z.B.: die Gedanken- und Entscheidungsprozesse der Lehrpersonen während des Unterrichts unabhängig von den daraus resultierenden Auswirkungen auf die Schüler/innen untersucht worden waren. Da eine isolierte Betrachtung jedoch nie die reale Unterrichtspraxis einfangen konnte, stieg das Interesse an Forschungen, welche den gesamten Unterrichtskontext mit allen darin enthaltenen Prozessen ins Auge fassten.³²⁰

Lampert wollte mit ihren Untersuchungen, in denen sie ihren eigenen Mathematikunterricht und somit sich selbst zum Forschungsobjekt machte, dieses komplexe Zusammenspiel verschiedenster teils konkurrierender bzw. gleichzeitig auftretender Probleme, denen die Lehrperson ausgesetzt ist, demonstrieren. *Lampert* verdeutlichte die Notwendigkeit solcher Untersuchungen wie folgt:³²¹ *“The study of the practical problems a teacher works on to teach each individual student can not be separate from the study of the practical problems of teaching different kinds of groups or teaching the class as a whole, as all of these elements of the work occur simultaneously in the public space of the classroom. These problems are tackled all at once, by the same person.”*³²²

Die ausgewählte Unterrichtssequenz von *Lampert* im Kapitel 3.3.4.2 *Entwicklung und Etablierung einer Unterrichtskultur in Mathematik* repräsentiert meiner Meinung nach neben der Erhaltung der Unterrichtskultur anschaulich, wie sich die Lehrperson innerhalb einer einzigen Unterrichtssituation zahlreicher zum Teil unvorhersehbarer Herausforderungen stellen muss. *Lampert* konnte demzufolge mit ihren Forschungen die komplexe Kombination

³¹⁹ Siehe dazu Kapitel 4 *Auswirkungen mathematikdidaktischer Forschung auf die Lehrer/innenausbildung*.

³²⁰ Vgl. Clark/Peterson (1986): *Teachers' Thought Processes*, S. 292.

³²¹ Vgl. *Lampert* (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 2-3.

³²² *Lampert* (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 3.

verschiedener Aspekte des Bereichs *Teacher Thinking* aufzeigen und somit einen wesentlichen Beitrag zur FDM leisten.³²³

3.4 Problemorientierung als didaktisches Prinzip im Mathematikunterricht

Im nachstehenden Kapitel wird zunächst ein grober Überblick über den Forschungsstand im Bereich des problemorientierten Mathematikunterrichts in den Jahren zwischen 1970 bis 1990 skizziert. Aufgrund der Bedeutung der Forschungsarbeit von *George Pólya* für den problemorientierten Mathematikunterricht werden seine Forschungsarbeiten und Erkenntnisse kontextabhängig, d.h. ungeachtet der zeitlichen Einordnung, miteinbezogen. Mit diesem Rückblick sollen die ersten Erkenntnisgewinne und Grundbausteine der Forschungen und Reformbewegungen im Bereich des problemorientierten Mathematikunterrichts veranschaulicht werden, um allgemein die beträchtliche Weiterentwicklung bzw. Neuorientierung in den 1980er Jahren, aber allen voran *Lamperts* Intentionen für einen Unterricht, der sich insbesondere auf Problemorientierung stützte, besser nachvollziehen zu können.

3.4.1 Fachdidaktische Forschung zum problemorientierten Mathematikunterricht

3.4.1.1 Forschungsstand zwischen 1970 und 1980

Um die Begriffe Problem und Problemlösen im damaligen Kontext zu verstehen, wird die Definition dieser Termini aus dem Werk von *Shumway* entnommen: *“A problem is a situation in which an individual or group is called upon to perform a task for which there is no readily accessible algorithm which determines completely the method of solution.”*³²⁴ [...] *It follows that problem solving is the set of actions taken to perform the task (i.e., solve the problem).“*³²⁵

Problemlösen stellte einen von größtem Interesse geprägten Schwerpunkt in den 1970er Jahren dar. Dieses neue Forschungsgebiet brachte nicht nur eine Unmenge an Studien, sondern auch viel Unstimmigkeit mit sich. *Frank Lester* teilt die Forschungen in die folgenden vier Kategorien ein:³²⁶

³²³ Analyse durch Verfasserin der Arbeit.

³²⁴ Lester, Frank (1978): Mathematical problem solving in the elementary school: Some educational and psychological considerations. In: Hatfield, Larry/ Bradbard, David (Hg.): Mathematical problem solving: Papers from a Research Workshop. Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC, S.54.

³²⁵ Lester, Frank (1980): Research on Mathematical Problem Solving. In: Shumway, Richard (Hg.): Research in Mathematics Education. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 287.

³²⁶ Vgl. Lester (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 287-289.

1. Aufgabenvariablen (*“The Problem itself”*³²⁷): Faktoren wie Inhalt, Aufbau und Struktur des Problems, die den problemlösenden Prozess mitbestimmen;
2. Subjektvariablen (*“Characteristics of the Individual”*³²⁸): Wirkung bzw. Einfluss von persönlichen Eigenschaften, Merkmale etc. der Individuen auf die Problemlösefähigkeit;
3. Prozessvariablen (*“Problem-solving Behaviour”*³²⁹): Gedankenprozesse und Verhaltensweisen des Individuums während des Problemlösens (d.h. Informationsverarbeitung, Planung von kognitiven Strategien zur Lösung der Aufgabenstellung und die Methodik zur Evaluierung des Endergebnisses);
4. Instruktionsvariablen (*“Environmental Features”*³³⁰): Methoden und Instruktionen der Lehrperson, die eine höhere Problemlösekompetenz im Individuum (Schüler/in) generierten.³³¹

Trotz vieler Untersuchungen im Rahmen der Subjektvariablen rückte die Beobachtung mentaler Prozesse während des aktiven Problemlösens immer mehr in den Fokus.³³² Dieser Forschungstrend betraf vor allem die Prozessvariablen, obwohl sich die Datenerhebungs- und Analysemöglichkeiten der Untersuchungen noch in einer Entwicklungsphase befanden. Als die zu diesem Zeitpunkt gängigste Erhebungsmethode wurde die *thinking-aloud*-Technik angeführt. Darunter verstand man die Wiedergabe der Ideen und der aufkommenden Fragen während des problemlösenden Prozesses durch die Probanden/innen, welche üblicherweise mithilfe von Video- oder Tonbändern und eine/n protokollierende/n Beobachter/in festgehalten wurden. Die Schwierigkeit dieser und auch anderer Methoden lag allerdings darin, die erhobenen Daten angemessen zu analysieren.³³³ Ende 1970 wurde schließlich eine generelle Neuorientierung bei der Datenerhebung und -analyse von mentalen Prozessen beim Problemlösen gefordert, da trotz einer Flut an Studien nur die Untersuchungen von *Kantowski (1977)* und *Putt (1978)* (dazu sogleich unten) bestimmte Verhaltensmuster der Proband/innen feststellen konnten.³³⁴ Diese Forschungen untersuchten Prozess- wie auch Instruktionsvariablen.³³⁵

³²⁷ Lester (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 288.

³²⁸ Lester (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 289.

³²⁹ Lester (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 289.

³³⁰ Lester (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 289.

³³¹ Vgl. Lester (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 289.

³³² Vgl. Lester (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 294-300.

³³³ Vgl. Lester (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 300-306.

³³⁴ Vgl. Lester (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 302,306.

³³⁵ Vgl. Lester (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 302, 311-313.

Die Studien, in der von *Lester* letztgewählten Kategorie, der Instruktionsvariablen, beschäftigten sich mit Unterrichtsmethoden zur Förderung der Problemlösefähigkeit.³³⁶ *Kantowski* meinte dazu: “[...] the development of the ability to solve complex, nonroutine problems is one important goal of mathematics instruction.”³³⁷ Trotz vieler verschiedener Ansätze für Instruktionen zu Problemlöseprozessen waren es die Texte von *George Pòlya*, welche den Problemlöseprozess an sich und insbesondere die heuristische Methoden als Unterrichtsmittel für Problemlösen prägten.³³⁸ Nach *Pòlya* war das Ziel der *Heuristik* im klassischen Sinne “[...] to study the methods and rules of discovery and invention [...]“.³³⁹ Er erweiterte diesen Begriff in seinem 1948 veröffentlichten Werk *How to Solve it* durch die sogenannte moderne Heuristik.³⁴⁰ *Pòlya* meinte dazu: “Modern heuristic endeavors to understand the process of solving problems, especially the mental operations typically useful in this process. [...] Experience in solving problems and experience in watching other people solving problems must be the basis on which heuristic is built. [...] The study of heuristic has “practical” aims; a better understanding of the mental operations typically useful in solving problems could exert some good influence on teaching, especially on the teaching of mathematics.”³⁴¹

Neben *Pòlyas* allgemein anerkannten Beitrag zu Problemlöseprozessen hatte er aber vor allem mit seinem sog. *4-Stufen-Modell* (nachstehend erklärt) weitreichenden Einfluss auf damalige Studien im Bereich von heuristischen Methoden als Unterrichtsmittel.³⁴² Unter diesem verstand er folgendes: “First, we have to understand the problem; we have to see clearly what is required. Second, we have to see how the various items are connected, how the unknown is linked to the data, in order to obtain the idea of the solution, to make a plan. Third, we carry out our plan. Fourth, we look back at the completed solution, we review and discuss it.”³⁴³

Im Zuge der Auseinandersetzung mit der Lehre von heuristischen Methoden für den Mathematikunterricht kam man zu einer feinen aber wichtigen Unterteilung:³⁴⁴

³³⁶ Vgl. *Lester* (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 306.

³³⁷ *Kantowski*, Mary G. (1977): Processes involved in mathematical problem solving. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 8, Heft 3, S. 163.

³³⁸ Vgl. *Lester* (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 306.

³³⁹ *Pòlya*, George (1948): How to Solve it. A new Aspect of Mathematical Method. New Jersey: Princeton University Press, S. 102.

³⁴⁰ Vgl. *Pòlya*, George (1948): How to Solve it. A new Aspect of Mathematical Method. New Jersey: Princeton University Press, S. 118-119.

³⁴¹ *Pòlya* (1948), S. 118-119.

³⁴² Vgl. *Lester* (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 306.

³⁴³ *Pòlya* (1948), S. 5.

³⁴⁴ Vgl. *Hatfield*, Larry L. (1978): Heuristical Emphases in the Instruction of Mathematical Problem solving: Rationales and Research. In: *Hatfield*, Larry L./*Bradbard*, David A. (Hg.): Mathematical Problem Solving: Papers from a Research Workshop. Ohio: ERIC/SMEAC, S. 24, ebenfalls unter nachstehendem Link abrufbar:

- a) Unterricht für das Problemlösen (*“teaching for problem solving”*³⁴⁵),
- b) Unterricht über das Problemlösen (*“teaching about problem solving”*³⁴⁶) sowie
- c) Unterricht mittels Problemlösen (*“teaching via problem solving”*³⁴⁷).³⁴⁸

Unter dem ersten Punkt versteht man die gängigste Form des Unterrichtens, bei der mithilfe von Schulbüchern grundsätzlich als relevant erachtete mathematische Grundkonzepte, unabhängig von einem spezifischen Problemkontext, erlernt werden. Durch Erlernung dieser sollen Schüler/innen dazu in die Lage versetzt werden, mathematische Probleme entsprechend zu lösen. Der Unterrichtsfokus der zweiten Methode ist es, explizite Problemlösestrategien zu vermitteln, um mathematische Problemlöseaufgaben effektiv zu lösen. Das Ziel der dritten Unterrichtsart ist es, Problemlösen zu erlernen, indem Probleme gelöst werden. Der Problemlöseprozess selbst wird hier als Unterrichtsmethode definiert. Hier ist es die Aufgabe der Lehrperson, das Problemlöseverhalten der Schüler/innen im Rahmen des Problemlöseprozesses zu formen bzw. mit entsprechenden Hilfestellungen anzuleiten. Bestimmte Problemlösestrategien werden hier vorab nicht erarbeitet.³⁴⁹

Die Studien von *Kantowski* und *Putt* untersuchten das Problemlöseverhalten von Probanden/innen anhand der zweiten und dritten Methodik (b. und c.). So verwendete *Kantowski* eine klinische Methode für ihre Studie, bei der sie das Problemlöseverhalten in Geometrie von acht *Ninth-Grade*-Schüler/innen, die vergleichbare Fähigkeiten aufwiesen, über ein Jahr lang (1973-1974) untersuchte.³⁵⁰ Unter einer klinischen Methode versteht man nachstehendes: „Die klinische Methode zeichnet sich dadurch aus, dass in halbstandardisierter Form Gespräche zwischen Kindern und einem Interviewer stattfinden, die mit einer klar definierten Aufgabenstellung oder Frage beginnen. Obwohl die Ausgangsfrage und das den Kindern zur Verfügung gestellte Material vorgegeben sind, ist der Gesprächsverlauf prinzipiell offen. [...] Die Methode erfordert von dem Interviewer große Zurückhaltung und Einfühlungsvermögen.³⁵¹ Das Hauptziel der Methode besteht darin, dem kindlichen Denken zu folgen, ohne es suggestiv zu verformen oder ihm den

<https://nepis.epa.gov/Exe/ZyPDF.cgi/9101WN1U.PDF?Dockey=9101WN1U.PDF> (zuletzt abgerufen am 17.03.2018).

³⁴⁵ Hatfield (1978): *Heuristical Emphases*, S. 24.

³⁴⁶ Hatfield (1978): *Heuristical Emphases*, S. 24.

³⁴⁷ Hatfield (1978): *Heuristical Emphases*, S. 24.

³⁴⁸ Vgl. Hatfield (1978): *Heuristical Emphases*, S. 24.

³⁴⁹ Vgl. Hatfield (1978): *Heuristical Emphases*, S. 24.

³⁵⁰ Vgl. Lester (1980): *Research on Mathematical Problem Solving*, S. 303, 307-313.

³⁵¹ Röhr, Martina (1995): *Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag, S. 136.

*Standpunkt des Erwachsenen aufzuzwingen.*³⁵² Die Studie von *Kantowski* durchlief vier Phasen: Beginnend mit einem Anfangstest, versuchten die Probanden/innen acht Probleme zu lösen. In Phase zwei (*“readiness instruction phase”*³⁵³) wurden die Schüler/innen über vier Wochen lang mit heuristischen Methoden und Strategien im Allgemeinen vertraut gemacht; diese schloss mit einer Überprüfung des dadurch gelernten Stoffes ab. Anschließend wurden die *Ninth-Grade*-Schüler/innen über vier Monate hinweg in spezifischen heuristischen Methoden und Strategien zum Thema Geometrie unterrichtet. In der letzten Phase mussten die Probanden/innen einen Abschlusstest absolvieren, der aus allgemein mathematischen und geometrischen Aufgabenstellungen bestand. Innerhalb jeder Phase legten die Schüler/innen während des Problemlöseprozesses nach der *thinking-aloud*-Methode ihre Gedanken offen, die durch Tonbandaufnahmen festgehalten wurden. Diese wurden anschließend verschriftlicht und mittels eines Kodierungssystems ausgewertet.³⁵⁴ Diese Vorgehensweise eröffnete *Kantowski* die Möglichkeit, das Verhalten der Probanden/innen während des Problemlöseprozesses detailliert zu untersuchen und deren Entwicklungen nachzuvollziehen.³⁵⁵ Das Ergebnis der Studie von *Kantowski* zeigte deutliche Verhaltensmuster. Probanden/innen, deren Ergebnisse über dem Median lagen, wandten bestimmte heuristische Methoden zur Problemlösung an. Ferner setzten die Schüler/innen mit steigender Entwicklung der Problemlösefähigkeit zielorientiert heuristische Strategien ein.³⁵⁶

Putt wiederum untersuchte in seinem Experiment den Unterschied im Problemlöseverhalten von *Fifth-Grade*-Schülern/innen. Die Probanden/innen wurden in zwei unterschiedliche Gruppen geteilt. Die Erste erhielt Instruktionen, die auf dem heuristischen 4-Stufenmodell von *Pölya* aufbauten. Hier war der/die Lehrer/in dazu angehalten, auf jeder Stufe innerhalb des Problemlöseprozesses heuristische Strategien zu erklären. Die Zweite wurde von der Lehrperson im Rahmen des Problemlöseprozesses überhaupt nicht angeleitet, die Schüler/innen mussten das vorgegebene Problem ohne jegliche Hilfestellung lösen. Die Lehrkraft durfte lediglich bei Verständnisproblemen von Begriffen helfend eingreifen oder Feedback bei richtigen Lösungen geben. Das Verhalten des Lehrers bzw. der Lehrerin im Rahmen der Studien war abgesehen von diesen grundlegenden Vorgaben frei. *Putt* beobachtete

³⁵² Ginsburg, Herbert P./Oppen, Sylvia (1998): Piagets Theorie der geistigen Entwicklung. 8.Auflage. Stuttgart: Klett-Cotta, S. 124.

³⁵³ Kantowski (1977): Processes involved in mathematical problem solving, S. 164.

³⁵⁴ Vgl. Kantowski, Mary G. (1977): Processes involved in mathematical problem solving. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 8, Heft 3, S. 164-165.

³⁵⁵ Vgl. Lester (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 311.

³⁵⁶ Vgl. Kantowski (1977): Processes involved in mathematical problem solving, S. 164-165.

dadurch nicht nur das Problemlöseverhalten der Schüler/innen, sondern auch die Lehrperson, wie diese im Rahmen des mathematischen Diskurses agierte und auf Antworten und Lösungsvorschläge der Schüler/innen reagierte. Eine zentrale Erkenntnis dieser Studie war, dass jene Schüler/innen, die überhaupt keine Anleitung der Lehrperson erhielten und daher auch nicht in heuristischen Strategien unterrichtet wurden, eine Vielzahl an alternativen Vorgehensweisen entwickelten, um das vorgegebene Problem zu lösen. *Putt* konkludierte, dass *Fifth-Grade*-Schülern/innen sehr rasch (innerhalb von nur 4 Wochen) dazu in der Lage waren, Problemlösestrategien zu entwickeln und zu erlernen.³⁵⁷

3.4.1.2 Veränderungen des problemorientierten Mathematikunterrichts ab 1980

Ab den 1980er Jahren zeichnete sich das Ende dieses Zeitgeistes ab und der Aufstieg einer neuen Ära – der kognitiven Wissenschaft in der Erziehung bzw. Bildung begann. Die Kognitionswissenschaft oder simpel ausgedrückt, die Untersuchung der menschlichen Denkprozesse, fand im Besonderen durch die Entwicklung der künstlichen Intelligenz Ende der 1970er Jahre ihre breite Anerkennung und Anwendung. Bei Pionierarbeiten im Bereich der künstlichen Intelligenz, wie unter anderem bei dem *General Problem Solver* von *Allen Newell* und *Herbert Simon*, wurde die Struktur der Algorithmen zum Problemlösen durch systematische Beobachtung menschlicher Problemlösestrategien gewonnen. Folglich waren problemlösende Handlungen und Methoden des Menschen, und somit auch die mathematische Bildung, unersetzlich für die künstliche Intelligenz.³⁵⁸

Die kognitive Wende in den 1980er Jahren stellte die Werke von *Pòlya* erneut in den Fokus der Schulmathematik. Das Problemlösen ging in seinem Ursprung deutlich auf die Arbeit von diesem Autor zurück³⁵⁹, der die Idee der *Heuristik* in einer modernen Form für die Schule praktikabel machte. *Pòlyas* Zugang erreichte nicht nur Mathematiker/innen, sondern auch Lehrkräfte. Seine Experimente zum mathematischen Lernen und Lehren führten ihn zu der Annahme, dass Schüler/innen ein wesentlich besseres Verständnis für die Mathematik entwickeln könnten, wenn sie ebenfalls selbst mathematische Untersuchungen durchführen würden. *Pòlya* kam schließlich zu dem Resultat, dass die deduktive Präsentation einer bereits fertigen Mathematik, wie sie in den meisten Schulbüchern ihre Anwendung fand, dem Fach an sich nicht gerecht werden würde (*“Finished mathematics requires demonstrative reasoning,*

³⁵⁷ Vgl. Lester (1980): Research on Mathematical Problem Solving, S. 312-313.

³⁵⁸ Vgl. Schoenfeld, Alan (2016): Research in Mathematics Education. In: Review of Research in Education, Vol. 40, Heft 1, S. 507.

³⁵⁹ Vgl. Schoenfeld, S. 507.

whereas mathematics in the making requires plausible reasoning.“³⁶⁰). Denn diese vollendete Darstellung der Mathematik forderte in seinen Augen kein plausibles Begründen und kam somit dem wichtigsten Ziel der Bildung – Schüler/innen zum Nachdenken und Hinterfragen anzuregen – nicht nach.³⁶¹ Pòlya beschrieb dies mit nachstehenden Worten: *“If the teaching of mathematics gives only a one-sided, stunted idea of the mathematician’s thinking, if it totally suppresses those ‘informal’ activities of guessing and extracting mathematical concepts from the visible world around us, it neglects what may be the most interesting part for the general student, the most instructive for the future user of mathematics, and the most inspiring for the future mathematician.”*³⁶²

Für Pòlya entstand folglich mathematisches Wissen nicht aus der bloßen Vermittlung von fertigen Rechenregeln, die angewandt werden mussten, sondern aus der Teilnahme am mathematischen Prozess zur Erarbeitung bestimmter Rechenregeln. Problemlösen wurde von Pòlya als eine Art Kunst angesehen, welche den Schülern/innen gezielt durch die Lehrperson beigebracht werden könnte. Unter einem wünschenswerten Mathematikunterricht verstand er die Demonstration von Techniken für problemorientiertes Arbeiten durch den/die Lehrer/in, die gemeinsame Diskussion und allen voran eine große Variabilität der Problemstellungen. Vor allem Letzteres verdeutlichte die hohen Anforderungen Pòlyas an die Lehrkraft. Kilpatrick und Stanic beschreiben diese wie folgt:³⁶³ *“Only a sensitive teacher can set the right kind of problems for a given class and provide the appropriate amount of guidance. Because teaching, too, is an art, no one can program or otherwise mechanize the teaching of problem solving; it remains a human activity that requires experience, taste, and judgment.”*³⁶⁴

Auch Lakatos (1976) vertrat die Ansicht, dass sich die Mathematik aus einem Prozess heraus entwickelte, der bewusste Annahmen über mathematische Relationen zusammen mit den entsprechenden Beweisen beinhalten würde. Letztere würden wiederum die Folge eines ständigen Wechsels zwischen Annahmen und Prüfen der Voraussetzungen durch Gegenbeispiele und Widerlegungen darstellen. Das Resultat solch einer mathematischen Aktivität konnte zwar mithilfe eines deduktiven Beweises gerechtfertigt werden, jedoch

³⁶⁰ Stanic, George M. /Kilpatrick, Jeremy (1988): Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: Charles, Randall/Silver, Edward (Hg.): The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving. Volume 3. Reston: National Council of Teacher of Mathematics, Inc., S. 16.

³⁶¹ Vgl. Stanic, George M. /Kilpatrick, Jeremy (1988): Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: Charles, Randall/Silver, Edward (Hg.): The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving. Volume 3. Reston: National Council of Teacher of Mathematics, Inc., S. 15-16.

³⁶² Pòlya, George (1966): On teaching problem solving. In: Conference Board of the Mathematical Sciences (Hg.): The Role of Axiomatics and Problem Solving in Mathematics. Boston: Ginn, S. 124.

³⁶³ Vgl. Stanic/Kilpatrick (1988): Historical Perspectives on Problem Solving, S. 15-16.

³⁶⁴ Stanic/Kilpatrick (1988): Historical Perspectives on Problem Solving, S. 16.

repräsentierte dieser weder den Lernprozess noch die Endgültigkeit des Endprodukts.³⁶⁵ *Lakatos* beschrieb dies wie folgt: *“Naive conjecture and counterexamples do not appear in the fully fledged deductive structure: the zig-zag of discovery cannot be discerned in the end-product.”*³⁶⁶

Genau diese immer wiederkehrende Möglichkeit der Widerlegung bzw. des Überdenkens von Beweisen und Schlussfolgerungen gab nach *Lakatos* der Mathematik die Chance zu wachsen und sich weiterzuentwickeln. Der mathematische Diskurs, der auf Vermutungen basiert, ist daher in seiner Ausführung riskant, da jede Annahme bzw. Schlussfolgerung einer Person widerlegt oder als unangemessen angenommen werden kann. Diese fortwährende Gelegenheit der Falsifikation stellt folglich eine Steigerung der persönlichen Verletzbarkeit dar, wodurch Courage und Bescheidenheit zwei notwendige Eigenschaften bei der Suche nach der Wahrheit innerhalb der mathematischen Tätigkeit verkörpern.³⁶⁷ *Lakatos* betonte hierzu: *“I respect conscious guessing, because it comes from the best human qualities: courage and modesty.”*³⁶⁸

Pòlya war sich der Schwierigkeit der Falsifikation, ausgelöst durch das Hinterfragen von Annahmen, ebenfalls bewusst, sah aber trotz allem diese Art der mathematischen Aktivität sowohl für den mathematischen Wissenserwerb als auch für die Mathematik an sich als unersetzlich an. *Pòlya* schrieb bereits im Jahr 1954 Nachstehendes:³⁶⁹ *“There may be circumstances in which it is not unwise to cling to illusions, but in science we need a very different attitude, the inductive attitude. [...] It requires a ready ascent from observations to generalizations, and a ready descent from the highest generalizations to the most concrete observations. It requires saying ‘maybe’ and ‘perhaps’ in a thousand different shades. It requires many other things, especially the following three.*

First, we should be ready to revise any one of our beliefs. (‘intellectual courage’)

Second, we should change a belief when there is a compelling reason to change it. (‘intellectual honesty’)

*Third, we should not change a belief wantonly, without some good reason. (‘wise restraint’).*³⁷⁰

³⁶⁵ Vgl. Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 30-31.

³⁶⁶ Worrall, John/ Zahar, Elie (1976): Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery: IMRE LAKATOS. New York: Cambridge University Press, S. 42, nachstehend zitiert als: Lakatos (1976): Proofs and Refutations.

³⁶⁷ Vgl. Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 30-31.

³⁶⁸ Lakatos (1976): Proofs and Refutations, S. 30.

³⁶⁹ Pòlya, George (1954): Induction and Analogy in Mathematics. Volume 1 of Mathematics and plausible Reasoning. New Jersey: Princeton University Press, S. 7-8.

³⁷⁰ Pòlya, George (1954): Induction and Analogy in Mathematics. Volume 1 of Mathematics and plausible Reasoning. New Jersey: Princeton University Press, S. 7-8.

Die Perspektive des Problemlösens, wie sie *Pòlya* vertrat, wurde in den 80er Jahren nicht nur als äußerst vielversprechend und notwendig angesehen, sondern brachte aufgrund der komplexen Umsetzung im Unterricht und in den Schulbüchern auch große Herausforderungen mit sich. Sowohl Forscher/innen als auch Lehrkräfte im Bereich der Mathematik, die die Ansichten von *Pòlya* teilten, waren jedenfalls angehalten Problemlösefähigkeiten in den Schüler/innen zu generieren.³⁷¹

3.4.1.3 Problemorientierter Mathematikunterricht im Fokus von Reformen

Nach dem Scheitern der *Back-to-Basic*-Bewegung Ende der 1970er Jahre rückte der problemorientierte Mathematikunterricht in den Fokus von Reformen. Aufgrund auffallend schlechter Testergebnisse im Unterrichtsfach Mathematik publizierte der *NCTM* im Jahr 1980 das Werk *An Agenda for Action*. Es nannte acht Empfehlungen (*Abbildung 20*) und führte detaillierte Richtlinien zur Umsetzung dieser für die Schulmathematik an. An erster Stelle in der Liste der Empfehlungen wurde das Problemlösen genannt.³⁷² Problemlösen wurde als die zentrale Unterrichtsmethode für das kommende Jahrzehnt beschrieben. Die Kompetenz des Problemlösens sei nach dieser Darstellung für die Gesamtheit der amerikanischen Gesellschaft im Allgemeinen sowie für jeden US-Bürger im Speziellen im Alltag sowie im Rahmen der beruflichen Laufbahn essentiell.³⁷³ Die Agenda beschrieb das Problemlösen wie folgt: *“Problem solving involves applying mathematics to the real world, serving the theory and practice of current and emerging sciences, and resolving issues that extend the frontiers of the mathematical sciences themselves.”*³⁷⁴

³⁷¹ Vgl. Stanic/ Kilpatrick (1988): Historical Perspectives on Problem Solving, S. 17.

³⁷² Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1980): An Agenda for Action, S. 1.

³⁷³ Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1980): An Agenda for Action, S. 2.

³⁷⁴ National Council of Teachers of Mathematics (1980): An Agenda for Action – Recommendations for School Mathematics of the 1980. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 2.

- The National Council of Teachers of Mathematics recommends that—
1. problem solving be the focus of school mathematics in the 1980s;
 2. basic skills in mathematics be defined to encompass more than computational facility;
 3. mathematics programs take full advantage of the power of calculators and computers at all grade levels;
 4. stringent standards of both effectiveness and efficiency be applied to the teaching of mathematics;
 5. the success of mathematics programs and student learning be evaluated by a wider range of measures than conventional testing;
 6. more mathematics study be required for all students and a flexible curriculum with a greater range of options be designed to accommodate the diverse needs of the student population;
 7. mathematics teachers demand of themselves and their colleagues a high level of professionalism;
 8. public support for mathematics instruction be raised to a level commensurate with the importance of mathematical understanding to individuals and society.

Abbildung 20: Empfehlungen der *Agenda for Action*

Quelle: National Council of Teachers of Mathematics (1980): An Agenda for Action – Recommendations for School Mathematics of the 1980. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S. 1.

Neben der Unterrichtsmethode des Problemlösens wurde vor allem auch darauf verwiesen, dass Schulmathematik mehr als nur grundlegende rechnerische Fähigkeiten vermitteln müsste. Vor allem wegen der *Back-to-Basic*-Periode lag der überwiegende Fokus der Schulmathematik auf dem Erlernen und Durchführen von komplexen Multiplikationen und Divisionen ohne Taschenrechner.³⁷⁵ Mit Blick auf die fortwährend steigende Technologie war dieser Schwerpunkt daher wenig gewinnbringend für die Gesellschaft. Das Werk forderte unter der Agenda ferner ein, dass sich der Unterrichtsfokus in Mathematik neben dem Problemlösen vermehrt auf die Anwendung von mathematischen Kompetenzen im Alltag, Lesen und Interpretieren von mathematischen Texten und die Erlernung des Umgangs mit Taschenrechner, Computer und dergleichen gelegt werden müsste. Lehrer/innen sollten dazu angehalten sein, die zur damaligen Zeit zur Verfügung stehenden Unterrichtsmethoden und -

³⁷⁵ Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1980): *An Agenda for Action*, S. 5.

mittel im Rahmen des Mathematikunterrichts bestmöglich anzuwenden. Klar empfohlen wurden Gruppenarbeiten, entdeckendes Lernen und die Verwendung von verfügbaren Medien wie etwa Overhead-Projektoren, Video- und Audioanalysen, Computern und Ähnliches.³⁷⁶ Um diesen inhaltlichen und methodischen Änderungen im Rahmen der Agenda-Punkte eins bis vier gerecht zu werden, empfahl der fünfte Punkt eine klare Veränderung in der Evaluierung von mathematischen Kenntnissen, die bislang ausschließlich durch standardisierten Tests bewertet wurden.³⁷⁷ Auf standardisierte Tests sollte demnach ausschließlich dann zurückgegriffen werden, wenn diese Art der Beurteilung mit den Zielen des Unterrichtsstoffs vereinbar wäre.³⁷⁸

Problemlösender Mathematikunterricht wurde anschließend im Jahr 1983 vom Bericht *A Nation at Risk*³⁷⁹ sowie zentral von den *NCTM Standards* im Jahr 1989 aufgegriffen. Die *Curriculum Standards* legten den Schwerpunkt auf einen Mathematikunterricht, der sich vorwiegend mit realen Problemen beschäftigte. Die für einen realitätsnahen und problemorientierten Unterricht vorgeschlagenen Methoden empfahlen unter anderem Projekt-, Gruppen- und Einzelarbeit sowie die Führung von mathematischen Diskursen innerhalb der Klasse. Die Schüler/innen sollten dabei Lösungswege anhand eigener Untersuchungen argumentativ aufbereiten und begründen können.³⁸⁰ Das Werk *Professional Standards for Teaching Mathematics*, welches im Jahr 1991 publiziert wurde, sprach jedem/r Schüler/in die Fähigkeit zu, eigenständig mathematische Problemstellungen zu ergründen:³⁸¹ *“Goals such as learning to make conjectures, to argue about mathematics using mathematical evidence, to formulate and solve problems and to make sense of mathematical ideas are not just for some group thought to be ‘bright’ or ‘mathematically able’. Every student can – and should – learn to reason and solve problems, to make connections across a rich web of topics and experiences, and to communicate mathematical ideas.”*³⁸²

3.4.2 Problemorientierung als didaktisches Prinzip bei Lampert

Lamperts Verständnis von Mathematik im Kontext Schule wurde durch zwei grundlegende Aspekte beeinflusst. Zum einen prägte sie ihre Arbeit in dem kleinen Molkereibetrieb ihres Vaters, in welchem sie ihr arithmetisches Wissen aus der Schule auf praktische Probleme im

³⁷⁶ Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1980): *An Agenda for Action*, S. 6-13.

³⁷⁷ Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1980): *An Agenda for Action*, S. 13.

³⁷⁸ Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1980): *An Agenda for Action*, S. 13-16.

³⁷⁹ Vgl. The National Commission on Excellence in Education, S. 18, 24-31; Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 12.

³⁸⁰ Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1989): *Curriculum and Evaluation Standards*, S. 7-11.

³⁸¹ Vgl. National Council for Teachers of Mathematics (1991): *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston: National Council of Teacher of Mathematics, Inc., S. 18.

³⁸² National Council for Teachers of Mathematics (1991): *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston: National Council of Teacher of Mathematics, Inc., S. 18.

Familiengeschäft anwenden musste. Durch diesen ständigen Nutzen des mathematischen Schulwissens im Alltag war für *Lampert* die Verbindung der Mathematik mit der Realität eine ganz natürliche, nicht wegzudenkende Konstante. Zum anderen beschäftigte sie sich während ihrer Studienzeit sowohl mit der Frage, was es überhaupt bedeutete, etwas mathematisch zu wissen bzw. zu verstehen als auch mit der historischen Entwicklung von mathematischem Wissen aufgrund der Auseinandersetzung von Mathematiker/innen mit Problemstellungen.³⁸³ Wissensgewinn entstand demnach aus einem aktiven mathematischen Diskurs heraus. Letzteres bestärkte *Lampert* in der Meinung, dass man dem Erwerb von mathematischen Wissen auch in der Schule seinen ursprüngliche Charakter zurückgeben könnte.³⁸⁴ Demnach ist *Lamperts* Problemorientierung im Mathematikunterricht unausweichlich, da das gestellte Problem die Basis für den anschließenden und von ihr als zentral angesehenen mathematischen Diskurs darstellt.³⁸⁵ Im Detail wird dies in den nachstehenden Kapiteln aufgearbeitet.

3.4.2.1 Schulmathematik und der Problemlöseprozess

Die damals allgegenwärtige Schulmathematik (1980er Jahre) war kein Gegenstand der erforscht oder neu kreiert werden sollte, ganz im Gegenteil lag die intellektuelle Autorität bei den Lehrern/innen und den Schulbüchern, da diese darüber entschieden, welche Lösungswege mathematisch richtig oder falsch waren. Ein mathematischer Diskurs im Sinne von Aufstellen von Vermutungen und dem Finden von Argumenten, die mögliche Lösungen aufzeigten, belegten oder widerlegten, fand im traditionellen Unterrichtsgeschehen keinen Platz. Ausschlaggebend dafür war das vorherrschende Verständnis, dass eine mathematische Lösung immer dann richtig war, wenn sie die Lehrperson bzw. das Schulbuch als solche bewertete.³⁸⁶ Der Zugang von *Pòlya* und *Lakatos* stand im direkten Gegensatz zum konventionellen Mathematikunterricht, da sie, wie oben beschrieben, vor allem eigenständiges Begründen, Belegen und Widerlegen forderten.³⁸⁷ Auch die in den 1980er Jahren begangenen Reformen zielten darauf ab, von dem als traditionell verstandenen Mathematikunterricht abzugehen und eine andere Art von Unterrichtsmodell zu entwickeln. *Lampert* betont in diesem Zusammenhang: *“At every level of schooling, and for all students, reform documents recommend that mathematics students should be making conjectures, abstracting mathematical properties, explaining their reasoning, validating their assertions, and discussing and questioning their own thinking and the*

³⁸³ Vgl. *Lampert* (2001): *Teaching Problems and the Problems of Teaching*, S. 4.

³⁸⁴ Vgl. *Lampert* (2001): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 30, 33.

³⁸⁵ Vgl. *Lampert* (1992): *Practices and Problems in Teaching Authentic Mathematics*, S. 306-307.

³⁸⁶ Vgl. *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 31-33.

³⁸⁷ Vgl. *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 31-33.

thinking of others. These activities do not fit within the tasks that currently define mathematics lessons.”³⁸⁸

Lampert machte daher klar auf die konträren Positionen zwischen der damaligen Realität und den Reformbestrebungen aufmerksam und hob die Schwachpunkte letzterer hervor. Ihrer Meinung nach waren wesentlich intensivere Untersuchungen vonnöten, vor allem im Hinblick auf die Fragen, wie solche mathematischen Problemlöseprozesse im Unterricht bestmöglich umgesetzt werden konnten bzw. inwiefern die Unterrichtskultur der Lehrperson die Einstellung zu und die Auffassung von mathematischen Wissen der Schüler/innen beeinflusste. Studien in diesen Bereichen wären nach *Lampert* notwendig gewesen, um den disziplinären Charakter der Mathematik in die Schule zu bringen.³⁸⁹

Infolgedessen zielte *Lampert* darauf ab, einen Mathematikunterricht zu gestalten, in dem Schüler/innen der *Fifth Grade*, ganz im Sinne von *Lakatos* und *Pòlya*, Mathematik anwenden und lernen sollten. *Lamperts* Hauptaufgabe bestand in diesem Aspekt darin, neue Formen der Lehrer/innen–Schüler/innen–Interaktion sowie eine zum traditionellen Curriculum differenzierte Aufbereitung des mathematischen Inhalts im Klassenraum präsent und praktikabel zu machen. Ihre Methode bestand darin, den Kindern ein Problem zur Bearbeitung aufzugeben, zu welchem die Schüler/innen keine Rechenregel oder sonstigen Lösungsweg präsentiert erhielten. Die Schüler/innen waren daher gezwungen, sich mit der jeweiligen Problemstellung auseinanderzusetzen, indem sie Vorschläge und Begründungen aufstellten. Sie wurden vorab auch nicht für heuristische Strategien sensibilisiert.³⁹⁰ Den Hintergrund für ihre Vorgehensweise beschrieb sie wie folgt: “[...] *the mathematical content embedded in inventing the strategies that can be used to assert the answers without doing the calculations is mathematically significant and engages students in arguing about the key ideas behind how exponents work.*”³⁹¹

Die Problemstellungen, die *Lampert* im Unterricht verwendete, wählte sie aus unterschiedlichen Schulbüchern, Lehrmaterialien und alternativen Mathematikcurricular aus bzw. erstellte ad hoc abgewandelte Probleme im Rahmen des mathematischen Diskurses innerhalb der Unterrichtsstunde.³⁹² Unterricht mittels Problemlösen hätte laut ihr eine andere Aufarbeitung des Schulcurriculums, der die inhaltlichen Schwerpunkte für jede Schulstufe

³⁸⁸ *Lampert, Magdalene (1990): When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. In: American Educational Research Journal, Vol. 27, Heft 1, S. 32-33.*

³⁸⁹ *Vgl. Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 33.*

³⁹⁰ *Vgl. Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 33-40.*

³⁹¹ *Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S.46.*

³⁹² *Vgl. Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 5.*

vorgab, benötigt. Die Einhaltung einer starren Reihenfolge von Themen wäre für diese Unterrichtsart nicht durchführbar.³⁹³ Lampert beschrieb dies wie folgt: *“In order to monitor student work and promote learning for everyone in the class within a problem context, the teacher must be simultaneously engaged with several topics in each lesson. Both students and teacher are involved at different levels of multiple conceptual hierarchies, moving back and forth between big ideas and the facts and procedures that logically flow from them.”*³⁹⁴

Die Schwierigkeit aus Sicht von Lampert lag zu Beginn eines neuen Themas darin, eine Problemstellung zu finden, die es allen Schüler/innen ermöglichte, mathematische Hypothesen aufzustellen. Denn genau diese unterschiedlichsten Hypothesen führten zu jener Art von Diskussionen und mathematischer Aktivität, wie sie von Lakatos und Pólya beschrieben wurden. Der inhaltliche Aspekt wurde dabei nicht durch das Finden der richtigen Antwort, sondern durch Begründungen, die einen Lösungsweg unterstützten oder widerlegten, definiert. Infolgedessen war das Ziel des Problemlöseprozesses nicht primär die Lösung selbst, sondern der mathematische Prozess, der durch das Behaupten, Begründen und Widerlegen entsteht. Daher betonte auch Lampert in diesem Kontext passend³⁹⁵ *“[...] the problem is not the question and the answer is not the solution.”*³⁹⁶

3.4.2.2 Problemorientierung als Basis für einen mathematischen Diskurs - eine Unterrichtssequenz nach Lampert

Um aufzuzeigen, wie Lampert ihre Klasse mithilfe eines problemorientierten Unterrichts darin unterstützte, neue mathematische Aktivitäten zu erlernen und folglich an einem mathematischen Diskurs teilzunehmen, soll ein Beispiel einer Unterrichtssequenz gebracht werden.³⁹⁷

Die folgende Unterrichtsstunde hatte das Potenzieren von Zahlen und den Vergleich der Größenordnung unterschiedlicher Potenzen zum Inhalt. Das Ziel dieser Einheit bestand nicht nur darin, den Schülern/innen die Rechengesetze für Potenzen beizubringen, sondern sollte darüber hinaus aufzeigen, dass die Rechtfertigung dieser Regeln durch mathematisches Argumentieren der Schüler/innen und eben nicht alleinig durch die Lehrkraft oder das Schulbuch bereitgestellt werden kann. Zum Einstieg in das Thema gab Lampert ihrer Klasse die Aufgabe, selbstständig zunächst eine Tabelle mit allen Quadratzahlen zwischen 1^2 und

³⁹³ Vgl. Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 217.

³⁹⁴ Lampert (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching, S. 217.

³⁹⁵ Vgl. Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 33-40.

³⁹⁶ Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 40.

³⁹⁷ Vgl. Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 43-45.

100² mithilfe des Taschenrechners aufzustellen und anschließend diese auf bestimmte Muster bzw. Regelmäßigkeiten zu untersuchen. Nach drei Unterrichtsstunden aktiver Auseinandersetzung mit der Fragestellung brachten die Schüler/innen in der nächsten Einheit ihre ersten Annahmen und Vermutungen ein. Bei ihren Untersuchungen nach einem Muster beim Quadrieren kamen sie auf die Idee, ihren Fokus auf die jeweils letzte Ziffer der Zahlen zu legen. Ihre erste Behauptung diesbezüglich war es, dass die letzte Ziffer von Quadratzahlen, gleich wie die Basis der quadratischen Potenzen, abwechselnd gerade oder ungerade sei. Infolgedessen kamen sie noch zu einer weit differenzierteren und komplexeren Vermutung: So entdeckten die Schüler/innen, dass die Quadratzahl eines Vielfachen der Zahl 10 immer selbst ein Vielfaches der Zahl 10 ist, und somit immer an der letzten Stelle die Zahl 0 hat sowie, dass die Quadratzahl einer Zahl, die an der Einerstelle die Zahl 5 hat, immer auf 5 endet. Weiters erkannten sie, dass alle Quadrate von Zahlen, die keine 0 oder 5 als letzte Ziffer besaßen, sich in Bezug auf ihre Einerstelle symmetrisch um die Quadratzahlen mit einer 0 und 5 an der Einerstelle anordneten. Diese letzte Annahme versuchten sie mithilfe von Verbindungslinien der in *Abbildung 21* aufgezeigten Grafik darzustellen.³⁹⁸

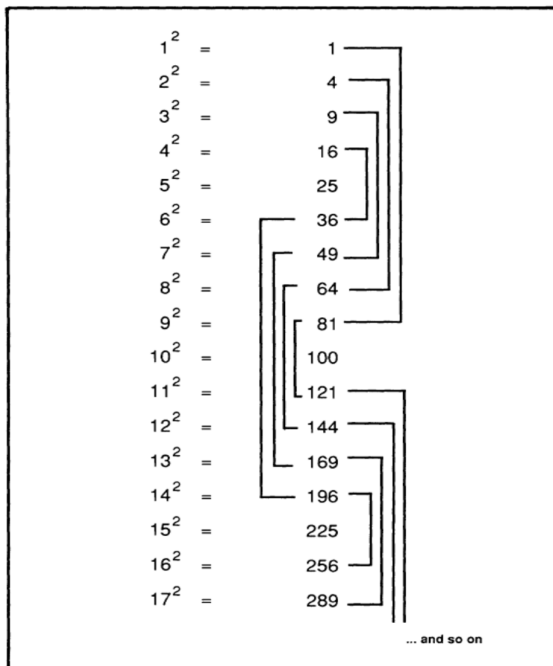


Abbildung 21: Regelmäßigkeiten bei Quadratzahlen

Quelle: Lampert, Magdalene (1990): *When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching*. In: *American Educational Research Journal*, Vol. 27, Heft 1, S. 45.

³⁹⁸ Vgl. Lampert (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 43-45.

Zusätzlich konnte die Klasse mit der Feststellung, dass

- Quadrate von Zahlen mit einer 1 oder 9 an der Einerstelle immer auf 1 enden
- Quadrate von Zahlen mit einer 2 oder 8 an der Einerstelle immer auf 4 enden
- Quadrate von Zahlen mit einer 3 oder 7 an der Einerstelle immer auf 9 enden
- Quadrate von Zahlen mit einer 4 oder 6 an der Einerstelle immer auf 6 enden

beweisen, dass ihr gefundenes Muster nicht nur für die Quadratzahlen zwischen 1 und 100 galt, sondern für alle Quadratzahlen. *Lampert* nutzte diesen Ansatz der Schüler/innen, um in einer weiteren Unterrichtseinheit mehr allgemein formulierte Aussagen über die Anwendung von Exponenten zu erarbeiten. Dafür wählte sie als Einstieg in die Stunde folgende Fragestellung.³⁹⁹

*“What is the last digit in: 5^4 ? 6^4 ? 7^4 ?”*⁴⁰⁰

Die Schwierigkeit hierbei lag darin, dass *Lampert* die Klasse aufforderte, ihre Vermutungen bezüglich der jeweils letzten Ziffer dieser drei Potenzen ohne Durchführung der vollständigen Multiplikation zu beweisen. Den Hintergrund für ihre Vorgehensweise beschreibt sie wie folgt:⁴⁰¹ *“[...] the mathematical content embedded in inventing the strategies that can be used to assert the answers without doing the calculations is mathematically significant and engages students in arguing about the key ideas behind how exponents work.”*⁴⁰²

Nachdem *Lampert* das Gefühl hatte, dass alle Schüler/innen gedanklich bei der Problemstellung waren, startete sie die Klassendiskussion mit der Frage nach Lösungsvorschlägen für die Potenz 5^4 .⁴⁰³

“[...] (Lampert) began by saying, ‘Who is ready with a theory about this one?’, pointing to 5^4 on the board. Narinia asserted that, ‘It’s going to be the same as the squares. First you take 5 and square it, and you get 25, and the last digit of that is 5, and you square that.’ Alianna then said, ‘Yeah. You square the 5 two times.’ [...] (Lampert) wrote on the board: ‘Alianna: Square five two times. Narinia: Square five and then square that.’ [...] (Lampert) said, ‘I think we have a language problem here. Do those two directions mean the same thing?’ Martha responded saying, ‘They might think you have to square 5 and times it by 2.’ [...] (Lampert) wrote ‘ 25×2 ’ on the board again, saying, ‘Do you mean this?’ At this point, Alianna came back [...] and said, ‘No, cause it’s square it, again. Also, if you said ‘Square 5 two times,’ they might add it and get 50 [$25 + 25$].’ [...] (Lampert) asked, ‘How should you say it?’

³⁹⁹ Vgl. *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 45-46.

⁴⁰⁰ *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 46.

⁴⁰¹ Vgl. *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S.46.

⁴⁰² *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S.46.

⁴⁰³ Vgl. *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 46-47.

*Narinia reentered the discussion, [...]: 'Square 5, and then square the answer to that.' Carl [...] said, 'Square the squared number of 5.' And Gar piped in, 'I was going to say what Narinia said.' Martha then [...] make a statement about how she interpreted the conversation: 'I understood both of them. I did 5 times 5 and I did 5 times 5 again, but I didn't add them, I multiplied them.'*⁴⁰⁴

Nachdem im ersten Teil der Diskussion vor allem sprachliche Differenzen geklärt wurden, wird im nächsten Teil nochmals auf die eigentliche Fragestellung eingegangen.⁴⁰⁵

*"[...] Sam asserted, about the last digit in 5^4 , 'It has to end in a 5.' [...] (Lampert) was asking [...], How does he know that is true? Harriet said, 'Well, anything multiplied by 5 has to end in a 5 or a zero.' and Theresa quickly added, 'but it has to be a 5 because when you multiply 5 times 5 you get a 5 [for the last digit].' Martha observed, 'You times the square number, you square it again and you get 625.' And Carl responded, [...], 'You don't have to do that. It's easy, the last digit is always going to be 5 because you are always multiplying last digits of 5, and 5 times 5 ends in a 5.'*⁴⁰⁶

Über den Wert der letzten Ziffer von Potenzen mit der Basis 6 gab es nur eine kurze Diskussion, da sich die Schüler/innen schnell einig waren, dass in diesem Fall dieselbe Begründung greifen würde wie bei den Potenzen der Zahl 5 nur mit der Zahl 6 als letzter Ziffer. Auch bei der Frage nach der letzten Ziffer der Potenz 7^4 wandte die gesamte Klasse gekonnt bereits vorhandenes Wissen und Argumente der vorangegangenen Diskussion an und kam rasch zu dem Schluss, dass die Antwort 1 lauten musste. Um ein noch tieferes Verständnis für Exponenten zu fördern, stellte *Lampert* ihre Schüler/innen mit folgendem Beispiel vor eine weitere Herausforderung:⁴⁰⁷ *"What about 7 to the fifth power?"*⁴⁰⁸

Die anschließende Diskussion repräsentiert anschaulich den ständigen Wechsel zwischen Beweisen und Widerlegen von Argumenten durch Untersuchen der eigenen Annahmen sowie auch jener der Klassenkollegen/innen.⁴⁰⁹

<i>"Arthur:</i>	<i>I think it's going to be a 1 again.</i>
<i>Sarah:</i>	<i>I think it's a 9.</i>
<i>Soo Wo:</i>	<i>I think it's going to 7.</i>
<i>Sam:</i>	<i>It is a 7. [...]</i>
<i>(Lampert):</i>	<i>Arthur, why do you think it's 1?"</i> ⁴¹⁰

⁴⁰⁴ Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 47.

⁴⁰⁵ Vgl. Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 48.

⁴⁰⁶ Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 48.

⁴⁰⁷ Vgl. Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 48-50.

⁴⁰⁸ Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 50.

⁴⁰⁹ Vgl. Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 50.

⁴¹⁰ Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 50.

“Arthur: Because 7^4 ends in 1, then it's times 1 again.
Gar: The answer to 7^4 is 2,401. You multiply that by 7 to get the answer, so it's 7×1 . [...]
(Lampert): Why 9, Sarah?
Theresa: I think Sarah thought the number should be 49.
Gar: Maybe they think it goes 9, 1, 9, 1, 9, 1.
Molly: I know it's 7, cause 7...
Abdul: Because 7^4 ends in 1, so if you times it by 7, it'll end in 7.
Martha: I think it's 7. No, I think it's 8.
Sam: I don't think it's 8 because, it's odd number times odd number and that's always an odd number.
Carl: It's 7 because it's like saying $49 \times 49 \times 7$.
Arthur: I still think it's 1 because you do 7×7 to get 49 and then for 7^4 you do 49×49 and for 7^5 , I think you'll do 7^4 times itself and that will end in 1. [...]
(Lampert): What's 49^2 ?
Soo Wo: 2,401. [...]
(Lampert): Arthur's theory is that 7^5 should be 2401×2401 and since there's a 1 here and a 1 here ...
Soo Wo: It's $2,401 \times 7$.
Gar: I have a proof that it won't be a 9. It can't be 9, 1, 9, 1, because 7^3 ends in a 3.
Martha: I think it goes 1, 7, 9, 1, 7, 9, 1, 7, 9. [...]
(Lampert): What about 7^3 ending in 3? the last number ends in ... 9×7 is 63.
Martha: Oh...
Carl: Abdul's think isn't wrong, 'cause it works. He said times the last digit by 7 and the last digit is 9, so the last one will be 3. It's 1, 7, 9, 3, 1, 7, 9, 3.
Arthur: I want to revise my thinking. It would be $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$. I was thinking it would be $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$.”⁴¹¹

Gegen Ende dieser Unterrichtsstunde hatten 14 von 18 Kindern einen mathematischen Beitrag zum Thema Exponenten in die Diskussion eingebracht. Besonders bemerkenswert dabei war die hohe Häufigkeit (15-mal in ca. 5 Minuten) der verwendeten Phrasen *Ich denke* oder *Ich glaube nicht* mit einer anschließenden Behauptung. Eine Analyse dieser Behauptungen zeigte, dass sie mithilfe der Phrase ‚Ich denke/glaube/meine‘ nicht nur einfach ihre Meinung äußern wollten, sondern damit ihren eigenen Begründungsprozess wiedergaben und den ihrer Klassenkollegen/innen analysierten. Im Besonderen der letzte Teil der dargestellten Unterrichtssequenz verdeutlicht, inwiefern der Austausch von Ideen innerhalb des Klassendiskurses die Kinder dabei unterstützte, die ursprüngliche Beschaffenheit des

⁴¹¹ Lampert (1990): Mathematical Knowing and Teaching, S. 50-51.

mathematischen Wissens sowie ihre Verantwortung innerhalb der Aktivität des mathematischen Lernprozesses zu entdecken und verstehen zu lernen. *Lampert* verdeutlichte dies mit folgenden Worten:⁴¹² *“In acting on what they believe about the relationship between the knower and what is known, they put themselves in the position of authors of ideas and arguments; in their talk about mathematics, reasoning and mathematical argument – not the teacher or the textbook – are the primary source of an idea’s legitimacy.”*⁴¹³ Das Preisgeben ihrer erforschenden Gedanken gegenüber der gesamten Klasse erforderte wiederum ein großes Maß an Courage und Bescheidenheit. Zwei soziale Werte, die wie schon erwähnt nach *Lakatos* und *Pólya*⁴¹⁴ unersetzlich bei der Ausführung von Mathematik waren, doch welche nach *Lampert* durchaus auch in der Schule gelehrt und gelernt werden könnten.⁴¹⁵

3.4.3 Analyse der Problemorientierung als didaktisches Prinzip im Mathematikunterricht

Wie bereits aufgezeigt, etablierte sich Ende der 1960er bzw. Anfang der 1970er Jahre die Mathematikdidaktik als Wissenschaft. Zu diesem Zeitpunkt lag der Schwerpunkt der FDM unter anderem auf den *“parameters of the learner, [...] (t)he learner’s maturity, intellectual ability, learning style, attitudes, and emotional and social adjustment.”*⁴¹⁶ In der Periode nach der Etablierung der FDM-Gesellschaft ist eine veränderte Schwerpunktsetzung zu erkennen: von Charakteristika und Eigenschaft der Lernenden hin zu deren Gedankenvorgängen. So lag der Fokus der Forschungen im Bereich des Problemlösen anfänglich noch auf den Subjektvariablen, wurde jedoch in den 1970er Jahren erkennbar auf die Gedankenprozesse während des Problemlösens, d.h. auf die Prozessvariablen, verlagert.⁴¹⁷

Deutlich wurde durch den Rückblick zwischen 1970 und 1980 auch, dass trotz des steigenden Interesses am Forschungsbereich des Problemlösens kaum aussagekräftige Untersuchungen vorhanden waren. Nur die oben dargestellten Studien von *Kantowski* und *Putt* zu Prozess- und Instruktionsvariablen konnten Verhaltensmuster bei Problemlösenden (Lernenden) belegen.⁴¹⁸ Mit dem Scheitern der *Back-to-Basic*-Bewegung und der Entstehung der künstlichen Intelligenz Ende der 1970er Jahre rückte das Problemlösen jedenfalls zentral in den Fokus der

⁴¹² Vgl. *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 33-34.

⁴¹³ *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 34.

⁴¹⁴ Nachweis in FN 365-370.

⁴¹⁵ Vgl. *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 52-59.

⁴¹⁶ Begle, Edward/ Gibb, Glenadine (1980): *Why Do Research?* In: Shumway, Richard J. (Hg.): *Research in Mathematics Education*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc., S.8.

⁴¹⁷ Nachweis in FN 332.

⁴¹⁸ Nachweise in FN 333-335.

Forschungen und Reformbewegungen.⁴¹⁹ Das Reformdokument *An Agenda for Action* forderte schließlich als erstes ausdrücklich eine andere Art von Schulmathematik ein. Eine, die über die bloße Wiedergabe und Anwendung von Regeln und Rechenverfahren hinausging, eine, bei der das Problemlösen und ein realitätsnaher Mathematikunterricht zentraler Schwerpunkt waren.⁴²⁰ Das Problemlösen im Mathematikunterricht wurde 1983 vom Bericht *A Nation at Risk*⁴²¹ sowie im Jahre 1989 von den *NCTM Standards* aufgegriffen. Letzteres legte zusätzlich erstmals den Fokus auf den mathematischen Diskurs sowie die selbständige Untersuchung von mathematischen Problemen im Unterricht.⁴²²

In den 1980er Jahren fand daher ein großer Umbruch statt, *Pólya*s frühe Ansätze (1948,⁴²³ 1954,⁴²⁴ 1966⁴²⁵) zum Mathematikunterricht erlangten zunehmend an Bedeutung für die Schulmathematik. Auch wenn trotz der damals aktuellen Reformen der Mathematikunterricht weiterhin dem Bild der traditionellen Schulmathematik entsprach, in der für eigene Lösungsvorschläge, Begründen, Widerlegen und Diskutieren kein Platz war.⁴²⁶

Gerade in dieser Umbruchsphase begann auch *Lampert* ihre Unterrichtsforschung. Die Autorin wählte von Beginn an einen problemorientierten Ansatz. Dies lässt sich sowohl auf *Lamperts* persönliche Erfahrung zur praktikablen Anwendung ihrer mathematischen Schulbildung im Alltag als auch auf ihren Zugang zur Frage, was es denn tatsächlich bedeuten würde, etwas mathematisch zu wissen, zurückführen. Mathematik im traditionellen Schulunterricht war nach der Autorin zu damaligen Zeitpunkt abgetrennt von dessen wissenschaftlichen Wurzeln.⁴²⁷ Hierbei wurde *Lampert* zentral von den Ideen von *Pólya* und *Lakatos* in ihrem Verständnis von (Schul-)Mathematik, und im Speziellen in ihrer Auffassung vom problemorientierten Unterricht, geprägt.⁴²⁸ Sie begann jede Mathematikstunde mit einem mathematischen Problem, das die Schüler/innen zu lösen hatten. Die Probleme entnahm sie diversen Schulbüchern und wandelte diese, sofern es die Unterrichtssituation erlaubte bzw. notwendig machte, im Rahmen

⁴¹⁹ Nachweis in FN 358.

⁴²⁰ Nachweise in FN 375-378.

⁴²¹ Vgl. The National Commission on Excellence in Education, S. 18, 24-31; Dossey/McCrone/Halvorsen, S. 12.

⁴²² Nachweise in FN 379 und FN 380.

⁴²³ Vgl. *Pólya*, George (1948): *How to Solve it. A new Aspect of Mathematical Method*. New Jersey: Princeton University Press.

⁴²⁴ Vgl. *Pólya*, George (1954): *Induction and Analogy in Mathematics*. Volume 1 of *Mathematics and plausible Reasoning*. New Jersey: Princeton University Press.

⁴²⁵ *Pólya*, George (1966): *On teaching problem solving*. In: *Begle*, Edward (Hg.): *The role of axiomatics and problem solving in mathematics*. Boston: Ginn.

⁴²⁶ Nachweis in FN 386.

⁴²⁷ Nachweis in FN 383.

⁴²⁸ Vgl. *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 30; Siehe dazu 3.4.1.3.

des mathematischen Diskurses selbst ab. Primär entwickelte sie daher keine eigenen Problemstellungen für ihr Unterrichtskonzept. Hervorzuheben ist jedoch *Lamperts* Auswahl der Problemstellungen. Ihre Aufgabenstellungen waren auf eine Art und Weise vernetzt, die es ihr erlaubte, trotz Bearbeitung nur eines Problems pro Unterrichtseinheit dennoch das Curriculum des gesamten Schuljahres abzudecken.⁴²⁹ Die Schüler/innen wurden vor der Aufgabenstellung jedoch nicht zu heuristischen Strategien unterrichtet. Das Entdecken von Lösungsstrategien war Teil von *Lamperts* Unterrichtskonzept (“[...] *the mathematical content embedded in inventing the strategies [...] is mathematically significant.*”⁴³⁰). Hier unterscheidet sich *Lampert* von *Pólyas* Ansatz, der sein Vier-Stufen-Modell als notwendiges Unterrichtsmittel in der Erlernung von heuristischen Strategien für den Mathematikunterricht erkannte.⁴³¹ In diesem Kontext ist jedoch die Erkenntnis von *Putts* Untersuchung hervorzuheben, der gerade zu dem Schluss kam, dass jene Probanden/innen (ebenfalls *Fifth-Grade*-Schüler/innen), die nicht in speziellen heuristischen Strategien unterrichtet wurden, vielfältigere Methoden zur Lösung bestimmter Probleme entwickelten als jene, die für bestimmte heuristische Verfahren sensibilisiert wurden.⁴³²

Wie die Unterrichtssequenz aufzeigt, erarbeitete *Lampert* gemeinsam mit den *Fifth-Grade*-Schülern/innen Strategien zur Lösung der gestellten Probleme. Die Position, die *Lampert* im Rahmen des problemorientierten Diskurses einnahm, wurde durch unterschiedliche Aspekte geprägt. Sie leitete den Gesprächsverlauf ohne dabei die Schüler/innen in ihren Gedankengängen und Ideen einzuschränken oder zu beeinflussen. Ihre Rolle als Diskussionsleiterin war demnach dadurch gekennzeichnet, dass sie Lösungsvorschläge nicht einfach selbst bewertete, sondern aufgestellte Vermutungen im Klassenplenum hinterfragte und für jede Annahme oder Widerlegung Begründungen einforderte. Die Formulierung von Gegenfragen auf Lösungsvorschläge der Klasse gab ihr wiederum die Möglichkeit die Richtung, die der mathematischen Diskurs annahm, zu kontrollieren (gesprächsführender Aspekt). Durch die Abgabe ihrer Autoritätsrolle als Lehrperson, in der alle Lösungsansätze der Kinder mit richtig oder falsch beurteilt werden, würdigte sie jede Antwort gleichermaßen und schaffte somit Vertrauen für die Kommunikation dieser Art im Klassenraum (vertrauensschaffender Aspekt). Gleichzeitig regte sie damit fortwährende Lösungsvorschläge an, wodurch es ihr erlaubt war, Einblick in die Gedanken- und Verständnisprozesse der Klasse

⁴²⁹ Nachweise in FN 392-394.

⁴³⁰ Lampert (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S.46.

⁴³¹ Nachweis in FN 342-343.

⁴³² Nachweis in FN 357.

zu erlangen, die sie im Rahmen des Diskurses auch gleichzeitig analysierte, auswertete und darauf mit Gegenfragen entsprechend reagierte (analytischer Aspekt).⁴³³

Zusammenfassend verdeutlichte *Lampert* in der ausgewählten Unterrichtssequenz, dass in ihrer Mathematikklasse zehnjährige Kinder nicht nur im Stande waren, im Sinne von *Lakatos* und *Pòlya* mathematisch zu arbeiten, sondern folglich auch einen ganz anderen Zugang zur Mathematik entwickelten als Schüler/innen im traditionellen Unterricht. Durch das Aufstellen solcher Vermutungen bzw. Behauptungen übernahmen die Schüler/innen die Urheberschaft ihrer eigenen Ideen (“[...] they put themselves in the position of authors of ideas and arguments[...] (and) are the primary source of an idea’s legitimacy.”⁴³⁴) und zeigten auf, dass sich Mathematikunterricht nicht wie bisher mit dem Widergeben von Rechenregeln begnügen muss. Mathematik könne auch im Kontext Schule als wissenschaftliche Disziplin ausgestaltet sein, über welche kommuniziert und diskutiert werden kann.⁴³⁵

4 Auswirkungen mathematikdidaktischer Forschung auf die Lehrer/innenausbildung

In den 1980er Jahren herrschte Einigkeit darüber, dass Schüler/innen landesweit nicht das Wissen in Mathematik erwarben, das wünschenswert gewesen wäre.⁴³⁶ Ein möglicher Lösungsansatz wurde in der Verbesserung der Lehrer/innenausbildung gesehen.⁴³⁷ Die Ausbilder/innen sowie die angehenden Lehrer/innen waren zunehmend frustriert, da das im Rahmen der Ausbildung erlernte Wissen der Unterrichtspraxis überhaupt nicht dienlich war und eine praxisnahe Umsetzung durch die angehenden Lehrer/innen einfach nicht stattfand.⁴³⁸ Aufgrund dessen initiierten *Lampert* und *Ball* das Pionierprojekt *Mathematics and Teaching through Hypermedia*, kurz: *M.A.T.H.*⁴³⁹

Auch wenn das *M.A.T.H.*-Projekt erst 1989 ins Leben gerufen wurde, wurzeln die Anfänge der Arbeit von *Lampert* und *Ball* sogar vor den 1980ern. *Lampert* reflektierte die laufenden

⁴³³ Analyse durch Verfasserin der Arbeit.

⁴³⁴ *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 34.

⁴³⁵ Vgl. *Lampert* (1990): *Mathematical Knowing and Teaching*, S. 52-59.

⁴³⁶ Vgl. *Lampert, Magdalene* (1988): What can Research on Teacher Education tell us about Improving Quality in Mathematics Education.? In: *Teaching & Teacher Education*, Vol. 4, Heft 2, S. 157.

⁴³⁷ Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1980): *An Agenda for Action*, S. 26; *Lampert, Magdalene* (1988): *Improving Quality in Mathematics Education*, S. 157.

⁴³⁸ Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 23-24; *Lampert, Magdalene* (1999): *Knowing Teaching from the Inside Out*, S. 168.

⁴³⁹ Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 47; *Lampert* (1998): *Investigating Teaching Practice*, S. 160.

Forschungen rund um die Lehrer/innenausbildung vor Beginn und Aufbau des Projektes,⁴⁴⁰ zudem war *Lampert*, wie auch unter *Kapitel 3.1* ausgeführt, bereits ab dem Jahr 1973 selbst als Lehrer/innenausbildnerin auf unterschiedlichen Colleges und Universitäten in den USA tätig. Parallel zu ihrer Arbeit als Ausbildnerin und Forscherin war sie aber vor allem eines: Mathematiklehrerin. Es überrascht daher wenig, dass das Ziel des *M.A.T.H.*-Projekts darin lag, die alltägliche Unterrichtspraxis in die Lehrer/innenausbildung zu integrieren. *Lampert* beschrieb das mit nachstehenden Worten:⁴⁴¹ *“It is an opportunity to rethink, fundamentally, what it might mean to do teaching in a way that could provide a setting for teacher education and research, what it might mean to do teacher education in a manner that is deeply rooted in teaching practice and the scholarly study of pedagogy, and what it might mean to do research that would examine the teaching from the point of view of practice and make that point of view available in settings where teacher education occurs.”*⁴⁴²

In den folgenden Unterkapiteln soll einerseits ein Überblick über den Forschungsstand in der Lehrer/innenausbildung bis Anfang der 1990er Jahre gegeben werden und andererseits das mit Anfang des Schuljahres 1989 gestartete *M.A.T.H.*-Projekt beschrieben werden. Der Aufbau und die Aufarbeitung des *M.A.T.H.*-Projekts orientiert sich daher folglich am für dieses Projekt zentralen Werk *Teaching, Multimedia, and Mathematics – Investigations of Real Practice* von *Magdalene Lampert* und *Deborah Loewenberg Ball*.

4.1 Stand der mathematischen Lehrer/innenausbildung bis 1990 – ein Rückblick

4.1.1 Reformbewegungen mit speziellen Bezug auf die Lehrer/innenausbildung

Trotz zahlreicher Reformbewegungen waren tatsächlich aussagekräftige Forschungen im Bereich der Lehrer/innenausbildung kaum vorhanden.⁴⁴³ Die Lehrer/innenausbildung selbst war zum damaligen Zeitpunkt das Spiegelbild der jeweils aktuellen Schulreformen.⁴⁴⁴ Forscher/innen im Bereich der Schulcurricular studierten vorwiegend nur den Effekt der inhaltlichen Veränderungen im Curriculum auf die Schüler/innen, wobei diese davon ausgingen, dass die Inhalte von den Lehrpersonen 1:1 vermittelt werden würden.⁴⁴⁵ Wirkliches Verständnis für die Mathematik in den Schüler/innen zu generieren, war daher wohl Ziel der

⁴⁴⁰ Vgl. *Lampert, Magdalene* (1988): *Improving Quality in Mathematics Education*, S. 157-170.

⁴⁴¹ Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. vii.

⁴⁴² *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. vii.

⁴⁴³ Vgl. *Shulman, Lee* (1986): *Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching*. In: *Educational Researcher*, Vol. 15, Heft 2, S. 8.

⁴⁴⁴ Vgl. *Cooney*, S. 459,460; Vgl. *Lester/Lambdin*, S. 1672-1674.

⁴⁴⁵ Vgl. *Brophy* (1986): *Teaching and learning mathematics*, S. 328; *Lampert* (1988): *Improving Quality in Mathematics Education*, S. 165-167.

Reformen,⁴⁴⁶ eine Umsetzung dieser war für bestehende Lehrkräfte aber nur schwer bis gar nicht möglich.⁴⁴⁷ Nicht zuletzt scheiterte ja bereits die *New-Math*-Bewegung unter anderem an einer nicht adäquaten Ausbildung der Lehrkräfte.⁴⁴⁸

Auch das Werk *An Agenda for Action* im Jahr 1980 empfahl neben verständnisorientierter und realitätsnaher Mathematik ebenso die Entwicklung von neuen Programmen und Lehrgängen im Rahmen der Lehrer/innenausbildung, damit künftige Lehrer/innen dazu in der Lage wären, die nach der Agenda empfohlenen problemlösenden Aufgaben auch in den Mathematikunterricht zu integrieren. Diese Empfehlung war jedoch sehr kurz gehalten und enthielt keine inhaltlichen Details darüber, wie diese Programme auszusehen hatten.⁴⁴⁹ Anschließend forderte der Bericht *The Mathematical Sciences Curriculum K-12: What Is Still Fundamental and What Is Not?* Ende 1982 die Verbesserung der Lehrer/innenausbildung. Dieser Bericht hob einen bestehenden Mangel an gut ausgebildeten Mathematiklehrer/innen hervor und empfahl, für die Ausbildung von Mathematiklehrer/innen der *Elementary School* in den Curricular jedenfalls vertiefende Mathematikkenntnisse vorzusehen:⁴⁵⁰ “*College mathematics courses should provide a sufficient background to understand the relationships between algebra and geometry, functions, elementary probability and statistics, instruction in the use of the hand-held calculator, and some exposure to computers. Creative approaches to problem-solving should also be included in the curriculum. Training should be at least one level above what is being taught.*”⁴⁵¹

Nicht zuletzt nahm auch der Bericht *A Nation at Risk*, der gleich im Jahr 1983 folgte, auf die Lehrer/innenausbildung Bezug. Ein Fortschritt im Rahmen der Lehrer/innenausbildung wurde dadurch aber nicht erzielt. Entgegen der zunehmenden Gewichtung auf eine andere Art von Schulmathematik legten die Programme der Lehrer/innenausbildung in den meisten Bundesstaaten auch noch im Jahr 1985, vor allem im *Elementary-School*-Bereich, ihren Schwerpunkt weiterhin auf Pädagogikkurse. Angehende *Elementary-School*-Lehrkräfte

⁴⁴⁶ Siehe dazu 4.1.1.

⁴⁴⁷ Vgl. Romberg, Thomas/ Carpenter, Thomas (1986): Research on the teaching and learning of mathematics. In: Wittrock, Merlin (Hg.): Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition. New York: Macmillan Publishing Company, S. 868-867.

⁴⁴⁸ Vgl. Bossé, S. 193-194.

⁴⁴⁹ Vgl. National Council of Teachers of Mathematics (1980): An Agenda for Action, S. 26.

⁴⁵⁰ Vgl. The Conference Board of the Mathematical Sciences (1982): The Mathematical Sciences Curriculum K-12: What Is Still Fundamental and What Is Not. Washington, D.C.: The Conference Board of the Mathematical Sciences, S. 18-19; Ebenfalls unter nachstehendem Link abrufbar: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED225806.pdf> (zuletzt abgerufen am 27.02.2018).

⁴⁵¹ The Conference Board of the Mathematical Sciences (1982), S. 19.

mussten daher weiterhin in Mathematik nur an Kursen mit sehr geringen Anforderungen teilnehmen.⁴⁵²

Zusammengefasst kann hier festgehalten werden, dass auch die weitere Entwicklung für die Lehrer/innenausbildung keine wirklichen Fortschritte brachten. Ähnlich wie bei der *New-Math*-Ära verhielt es sich auch mit der Umsetzung der anschließenden Reformen. Die Realisierung neuer Mathematiklehrpläne gelang dem damals bestehenden Lehrkörper meist überhaupt nicht, wodurch auch nur wenig Veränderung im Wissensstand der Schüler/innen erreicht wurde. Die unzureichende Berücksichtigung der Lehrer/innenausbildung verhinderte somit eine flächenweit qualitativ hochwertige Umsetzung der reformierten Mathematiklehrpläne.⁴⁵³

4.1.2 Parallele Forschungen in der Lehrer/innenausbildung zwischen 1970 und 1990

4.1.2.1 Forschungslücken und Problemfelder

Cooney kam hinsichtlich der bisherigen Untersuchungen in der mathematischen Lehrer/innenausbildung zwischen 1970 und 1980 zu dem Schluss, dass die Forschung in diesem Bereich noch ein völlig unbekanntes Terrain gewesen sei, zu der es kaum Nachweise in der Literatur gebe.⁴⁵⁴ Dies untermauert auch der Bericht des *National Advisory Committee on Mathematics Education (NACME)* aus dem Jahr 1975 mit den Worten:⁴⁵⁵ *“The dominant feature of the mathematics teacher education picture is the absence of hard data concerning programs and practices, requirements, and characteristics of the products. Much of what is written, discussed in conferences, and used to justify recommended programs is based on sketchy impressionistic data, random oases of innovative activity and research, and opinion. It is impossible to even attempt a description of the “typical” graduate of a teacher education pre-service program, much less that same individual after possible exposure to wide variety of in-service training experiences.”*⁴⁵⁶

Im Jahr 1986, also mehr als zehn Jahre nach der Veröffentlichung des Berichts des *NACME*, betonten Brophy und Good unverändert, dass Forschungen zur Verbesserung der mathematischen Lehrer/innenausbildung überhaupt nicht vorhanden seien, aber dringend

⁴⁵² Vgl. Ravitch, S. 414.

⁴⁵³ Vgl. Brophy (1986): Teaching and learning mathematics, S. 328; Lampert (1988): Improving Quality in Mathematics Education, S. 165-167.

⁴⁵⁴ Vgl. Cooney, S. 459-460; Vgl. Lester/Lambdin, S. 1672-1674.

⁴⁵⁵ Vgl. National Advisory Committee on Mathematics Education (NACOME) (1975): Overview and analysis of school mathematics, grades K-12. United States of America: Convergence Board of the Mathematical Sciences, S. 81.

⁴⁵⁶ National Advisory Committee on Mathematics Education (NACOME) (1975): Overview and analysis of school mathematics, grades K-12. United States of America: Convergence Board of the Mathematical Sciences, S. 81.

benötigt werden würden.⁴⁵⁷ Brophy dazu: *“However, educational researchers have barely scratched the surface of issues surrounding instruction to particular objectives within particular subject matter areas to particular types of students, conducted within the constraints that apply in the typical classroom situation. Research of the latter type is badly needed, but it cannot be conducted very efficiently either by subject matter specialists who focus on curriculum and learning issues but give short shrift to classroom teaching or by psychologists and others who have become sophisticated about classroom teaching but lack expertise in the subject matter discipline.”*⁴⁵⁸

Brophy hob damit hervor, dass es vor allem an unterrichtsfachspezifischen Forschungen, insbesondere im tatsächlichen Unterrichtskontext eingebettet, fehlte. Die durchgeführten Forschungen wären zu einseitig, Mathematiker/innen würden auf der einen Seite den Unterrichtskontext und didaktische Realitäten ignorieren und nur mathematische Themen rund um das Curriculum bedenken, Didaktiker/innen legten auf der anderen Seite den Fokus ausschließlich auf pädagogische Abläufe im Unterricht, ohne dabei fachspezifische Besonderheiten zu berücksichtigen.⁴⁵⁹ So hob auch Shulman hervor, dass Forschungen, die den Fokus zusammenhängend auf fachdidaktische Unterrichtsmethoden und den Unterrichtsgegenstand legten, tatsächlich fehlten.⁴⁶⁰

Neben diesen Forschungslücken legten die Forschungen in der Periode zwischen 1980 und 1990 den Fokus zudem vorwiegend darauf, welches Lehrer/innenverhalten (im Allgemeinen) mit einem nennenswerten Lernerfolg der Schüler/innen, gemessen anhand von standardisierten Tests, verbunden war.⁴⁶¹ Standardisierte Testergebnisse würden aber nur wenig über das tatsächliche Verständnis, das ein/e Schüler/in von mathematischen Problemstellungen hätte, widerspiegeln können.⁴⁶² Romberg/Carpenter äußerten sich kritisch dazu: *“We must give up the outdated notion that one can assess the learning of mathematics solely in terms of the ability to produce correct answers. A person’s performance depends on the kind of knowledge the person has about a*

⁴⁵⁷ Brophy, Jere / Good, Thomas (1986): Teacher behavior and student achievement. In: Wittrock, Merlin (Hg.): Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition. New York: Macmillan Publishing Company, S. 370.

⁴⁵⁸ Brophy, Jere (1986): Teaching and learning mathematics: Where research should be going. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 17, Heft 5, S. 344.

⁴⁵⁹ Vgl. Brophy (1986): Teaching and learning mathematics, S. 344.

⁴⁶⁰ Vgl. Shulman, Lee (1987): Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. In: Harvard Educational Review, Vol. 57, Heft 1, S. 1.

⁴⁶¹ Vgl. Brophy (1986): Teaching and learning mathematics, S. 327.

⁴⁶² Vgl. Romberg/Carpenter, S. 869; siehe dazu auch Good, Thomas/ Grouws, Douglas/ Ebmeier, Howard (1983): Active mathematics teaching. New York: Longman, S. 6-8, 50.

particular situation.”⁴⁶³ Die Aussagekraft von Forschungen, die ihre Ergebnisse auf standardisierte Testergebnisse stützten, ist daher jedenfalls begrenzt.⁴⁶⁴

4.1.2.2 Fehlender mathematischer Schwerpunkt

Neben dem Fehlen an tatsächlich aussagekräftigen Forschungen für die mathematische Lehrer/innenausbildung wurde regelmäßig das mangelhafte Mathematikwissen der Lehrkräfte kritisiert.⁴⁶⁵ *Shulman* stellte einen Vergleich zwischen den Schwerpunkten im Rahmen der Lehrer/innenausbildung der Curricular für die Jahre 1875 und 1980 an. Um die Anforderungen und Themenschwerpunkte, welche angehende Lehrer/innen im Jahr 1875 absolvieren mussten, zu erschließen, analysierte *Shulman* Testfragen der Bundesstaaten Massachusetts, Michigan, Nebraska, Colorado und Kalifornien für diese Periode. Dabei konnte der Autor feststellen, dass die Lehrer/innen unter anderem in Arithmetik, Algebra, englischer Grammatik, Geographie, Geschichte, Philosophie, Psychologie sowie in Theorie und Unterrichtspraxis (und noch ein paar weiteren Fachgebieten) ausgebildet wurden.⁴⁶⁶ Etwas mehr als ein Jahrhundert später lag der übermäßige Schwerpunkt im Rahmen der Ausbildung in den meisten Bundesstaaten auf: *“1. Organization in preparing and presenting instructional plans, 2. Evaluation, 3. Recognition of individual differences, 4. Cultural awareness, 5. Understanding youth, 6. Management (and) 7. Educational policies and procedures”*⁴⁶⁷ In dieser Aufzählung fehlte jedenfalls zur Gänze der Unterrichtsgegenstand. *Shulman* betonte, dass dem Curriculum Ende des 19. Jahrhunderts die pädagogischen Inhalte, Ende des 20. Jahrhunderts jedenfalls fachspezifische fehlten.⁴⁶⁸

Eine der umfangreichsten Studien im Bereich der Wirkung von (bereits unterrichtenden) Lehrkräften bis 1983, die rund ein Jahrzehnt dauerte und vom *National Institute for Education* unterstützt wurde, untersuchte, inwiefern Lehrer/innen durch spezielle Trainingsprogramme einen möglichst verständnisorientierten Unterricht gestalten konnten. Die Untersuchung begann zunächst mit der Erhebung des Zusammenhangs zwischen dem Lehrer/innenverhalten und dem Wissensstand der Schüler/innen im Mathematikunterricht (1973-1975).⁴⁶⁹ Die Effektivität des Lehrer/innenverhaltens wurde anhand der Testergebnisse der Schüler/innen bei

⁴⁶³ Romberg/Carpenter, S. 869.

⁴⁶⁴ Vgl. Romberg/Carpenter, S. 869; siehe dazu auch Good / Grouws/ Ebmeier, S. 6-8, 50.

⁴⁶⁵ Vgl. Lampert (1988): *Improving Quality in Mathematics Education*, S. 162; Leinhardt, Gaea/Greeno, James (1986): *The Cognitive Skill of Teaching*. In: *Journal of Educational Psychology*, Vol. 78, Heft 2, S. 75-76, 94.

⁴⁶⁶ Vgl. Shulman, Lee (1986): *Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching*. In: *Educational Researcher*, Vol. 15, Heft 2, S. 4.

⁴⁶⁷ Shulman, Lee (1986): *Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching*. In: *Educational Researcher*, Vol. 15, Heft 2, S. 5.

⁴⁶⁸ Vgl. Shulman (1986): *Those Who Understand*, S. 6.

⁴⁶⁹ Vgl. Good/Grouws/Ebmeier, S. 14-15.

standardisierten Tests beurteilt. *Good, Grouws & Ebmeier* betonten jedoch selbst im Zuge dieser Untersuchung, dass die Beurteilung der Effektivität der Lehrperson anhand von standardisierten Testergebnissen der Schüler/innen wohl nur einen Teilaspekt der Effektivität darstellen würde.⁴⁷⁰ Anschließend wurde ein Trainingsprogramm für Lehrer/innen der *Elementary* und *Secondary School* erstellt, um zu beobachten, inwiefern das durch diese Untersuchung als positiv erkannte Lehrer/innenverhalten mittels eines gezielten Trainings forciert werden konnte. Dieses speziell entwickelte Trainingsprogramm erzielte positive Änderungen im Verhalten der Lehrpersonen im anschließenden Unterrichtsalltag, ein umfassend verständnisorientierter Mathematikunterricht konnte jedoch nicht erreicht werden.⁴⁷¹ *Lampert* bezeichnete diese Studie als die wohl umfassendste zu dieser Zeit. Ihre Kritik zielte jedoch darauf ab, dass das von den Autoren entwickelte Trainingsprogramm zwar einen verständnisorientierten Unterricht in den Fokus stellte, was unter einem solchen aber tatsächlich zu verstehen sei, wurde von den Forschern nur schlecht vorgegeben. Zusätzlich hätten den Probanden/innen regelmäßig die mathematischen Kenntnisse für einen verständnisorientierten Unterricht gefehlt.⁴⁷²

Diese Ergebnisse überraschen nicht, wenn man bedenkt, dass bis Ende des 20. Jahrhunderts vorwiegend vertreten wurde, dass die eigene schulmathematische Ausbildung von angehenden *Elementary-School*-Lehrer/innen auch für den Beruf als Lehrkraft ausreichen würde.⁴⁷³ Die Lehrer/innen waren daher in der Lage, Schüler/innen in bestimmten Fakten und Rechenverfahren zu unterrichten, tiefes Verständnis für die Mathematik fehlte ihnen jedoch regelmäßig.⁴⁷⁴

4.1.2.3 Realitätsnahe Unterrichtssituationen als positive Indikatoren im Rahmen der Lehrer/innenausbildung

Das Verhältnis zwischen einer theoretischen und praxisbezogenen Lehrer/innenausbildung wurde mit Entstehung des amerikanischen Schulsystems bis zum Ende des 20. Jahrhunderts kontrovers diskutiert. Am Anfang sammelten Lehrkräfte ihre Unterrichtserfahrung ausschließlich mit dem eigenen Unterrichten, kurz gesagt: Lehrer/innen wurden zu Lehrkräften, in dem sie unterrichteten, ganz nach dem Motto *Learning by Doing*. Eine

⁴⁷⁰ Vgl. Good/Grouws/Ebmeier, S. 6-8, 50.

⁴⁷¹ Vgl. Good/Grouws/Ebmeier, S. 214-226.

⁴⁷² Vgl. Lampert (1988): *Improving Quality in Mathematics Education*, S. 162-163.

⁴⁷³ Vgl. The American Mathematical Society (2001): *Issues in Mathematics Education*, Volume 11: *The Mathematical Education of Teachers*. Washington, D.C.: The American Mathematical Society, S. 5.

⁴⁷⁴ Vgl. Ball (1991): *Research on teaching mathematics*, S. 1, 6-7; The American Mathematical Society, S. 3.

akademische Ausbildung war damit jedoch nicht verbunden. Mit voranschreitender Professionalität des Lehrer/innenberufs wurde erhöhte Praxiserfahrung von vielen Wissenschaftler/innen als schädlich angesehen, die einen professionellen Unterricht sogar verhinderte. Die Gegenströmung zu *Learning by Doing* legte den Fokus daher ausschließlich auf die theoretisch akademische Ausbildung. Mit Ende des 19. Jahrhunderts versuchte man streng überwachte Unterrichtspraktika in das theoretische Studium zu integrieren. Die Bemühungen nach mehr Praxiserfahrung im Rahmen des Studiums scheiterten aber bereits mit Beginn des 20. Jahrhunderts. Mehr Praxiserfahrung in die Lehrer/innenausbildung zu integrieren wurde in der Periode 1980 bis 1990 erneut diskutiert. Einigkeit bestand darüber, dass Kenntnisse zu Didaktik und Pädagogik für das Unterrichten unumgänglich seien.⁴⁷⁵ Unstimmigkeiten bestanden daher hinsichtlich der Rolle direkter Praxiserfahrungen und deren Integration und Durchführung im Rahmen des Studiums.⁴⁷⁶ Forschungsbeiträge legten nahe, dass angehende Lehrer/innen, die vermehrt reale Unterrichtssituationen im Rahmen ihres Studiums erfuhren, analysierten, sowie über diese reflektierten, mehr Erfolge erzielten als jene, die über klassische Unterrichtssituationen nur abstrakte Vorträge besuchten und keine eigenen Erfahrungen im Rahmen des Studiums machten.⁴⁷⁷

Diese Erkenntnisse wurden von anderen Forschungen unterstützt. So wiesen *Peck* und *Tucker* auf das *micro-teaching* bereits Anfang der 1970er Jahre hin.⁴⁷⁸ Dies meint eine Art des Lehrens, in der/die Auszubildende/in sowie dessen/deren Verhalten in der Praxis im Detail mittels Videoaufnahmen analysiert werden (d.h. unter die Lupe genommen wird), die Lehrperson aber auch Verhalten/Leistungen anderer Personen kommentieren und darüber reflektieren kann.⁴⁷⁹ In ihrem Rückblick zitierten *Peck* und *Tucker* diverse Forschungen, die einen deutlich positiven Effekt in der Lehrkompetenz angehender Lehrer/innen, die mittels *micro-teaching* unterrichtet wurden, zeigten.⁴⁸⁰ *Cooney* konkludierte mittels Bezugnahme auf andere Studien ebenfalls, dass das sog. *micro-teaching* vielversprechend wäre.⁴⁸¹ Jedoch betonte *Cooney* auch gleichzeitig, dass dennoch nicht per se davon ausgegangen werden dürfte, dass die dadurch

⁴⁷⁵ Vgl. Cohen, David (1998): Afterword. In: Lampert, Magdalene/ Ball, Deborah (Hg.): Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice. New York: Teachers College Press, S. 167-169.

⁴⁷⁶ Vgl. Cohen (1998): Afterword, S. 169-170.

⁴⁷⁷ Vgl. Peck, Robert, F./Tucker, James A. (1973): Research on Teacher Education. In: Travers, Robert (Hg.): Second Handbook of Research on Teaching: A project of the American Educational Research Association. Chicago: Rand McNally College Publ., S. 970-971.

⁴⁷⁸ Vgl. Peck/Tucker, S. 951.

⁴⁷⁹ Vgl. Kalaimathi, Hemalatha/ Asir, Julius (2015): Micro Teaching – A way to build up skills. Solapur: Laxmi Book Publications, S.4.

⁴⁸⁰ Vgl. Peck/Tucker, S. 951.

⁴⁸¹ Vgl. Cooney, S. 461-462.

erworbenen Kenntnisse zwingend von allen angehenden Lehrer/innen in den Unterrichtsalltag importiert werden würden.⁴⁸² Ein anderer zentraler Forschungsbeitrag von *Bruce* und *Showers*, der sich zwar auf bereits erfahrene Lehrpersonen (*inservice teacher*) bezog, kam aber ebenfalls zum Ergebnis, dass praktizierende Lehrer/innen dann geneigt waren, ihr Lehrverhalten zu ändern, wenn diese vermehrt reale Unterrichtssituationen beobachten konnten, in denen neue Techniken und Konzepte realitätsnahe angewandt wurden.⁴⁸³

4.1.2.4 Der Lehrkörper der *Teacher Educators*

Ähnlich verhielt es sich mit tatsächlichen Forschungen im Bereich der Ausbildung und Tätigkeit der *Teacher Educators*. Diesbezügliche Forschungen waren bis Mitte der 1970er Jahre überhaupt nicht vorhanden.⁴⁸⁴ Wohl war klar, "*Teacher Educators should practice what they preach*."⁴⁸⁵ Welche Kompetenzen sie jedoch mitbringen müssten, wurde von Untersuchungen nicht thematisiert.⁴⁸⁶ Forschungen in den 1970er Jahren kamen lediglich zu dem Ergebnis, dass angehende Lehrer/innen für jene Unterrichtsmethoden leichter zu sensibilisieren waren, die sie selbst durch ihre Ausbilder/innen, den *Teacher Educators*, vorgelebt erhielten.⁴⁸⁷ Diese Maxime entsprach jedoch nur selten der Realität. "*Do as I say, not as I do*,"⁴⁸⁸ spiegelte dahingegen die tatsächliche Realität in der Lehrer/innenausbildung wider. *Teacher Educators* hielten mündliche Vorträge darüber, wie angehende Lehrkräfte Schüler/innen bestmöglich unterrichten sollten, wobei die Ausbilder/innen das von ihnen angepriesene Verhalten selbst nicht anwandten.⁴⁸⁹

Auch die dritte Auflage des Werkes *Handbook of Research on Teaching* von 1986 bekräftigte, dass der Beruf der Lehrer/innenausbildner bislang kaum Beachtung im Rahmen von Untersuchungen gefunden hat.⁴⁹⁰ Unter *Teacher Educators* bzw. deutlicher ausgedrückt

⁴⁸² Vgl. Cooney, S. 461-462.

⁴⁸³ Vgl. Joyce, Bruce/Showers, Beverly (1980): Improving Inservice Training: The Message of Research. In: Educational Leadership. Vol. 37, Heft 5, S. 384; Ebenfalls unter nachstehendem Link abrufbar: <https://pdfs.semanticscholar.org/931c/9318e243cab4af443a92eafd8a29bc58da6f.pdf> (zuletzt abgerufen am 28.02.2018).

⁴⁸⁴ Vgl. Peck/Tucker, S. 969.

⁴⁸⁵ Peck, Robert, F./ Tucker, James A. (1973): Research on Teacher Education. In: Travers, Robert (Hg.): Second Handbook of Research on Teaching: A project of the American Educational Research Association. Chicago: Rand McNally College Publ., S. 943.

⁴⁸⁶ Vgl. Peck/Tucker, S. 969.

⁴⁸⁷ Vgl. Peck/Tucker, S. 943.

⁴⁸⁸ Peck/Tucker, S. 955.

⁴⁸⁹ Vgl. Peck/Tucker, S. 955.

⁴⁹⁰ Vgl. Lanier, Judith/Little, Judith (1986): Research on Teacher Education. In: Wittrock, Merlin (Hg.): Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition New York: Macmillan Publishing Company, S. 528.

“*Teachers of Teachers*“⁴⁹¹ wurden ausschließlich Universitätsprofessoren der Pädagogik verstanden. Die Ausbildung von angehenden Lehrer/innen in der *Elementary School* bestand zu einem Drittel aus pädagogischen Kursen und zu zwei Drittel aus fachwissenschaftlichen Lehrveranstaltungen. Im überwiegenden Teil der Ausbildung wurden die angehenden Lehrer/innen von Lektoren unterrichtet, die ihre Rolle als *Teacher Educator* nicht anerkannten und auch von anderen nicht als solche wahrgenommen wurden. Der Großteil der Ausbilder/innen hatte daher selbst kaum bis gar keine Kenntnisse in Didaktik und Pädagogik.⁴⁹² Der Lehrkörper der *Teacher Educators* war zudem äußerst zerstreut. *Lanier* und *Little* beschrieben das 1986 wie folgt: “*Teachers teach teachers, as do principals and consultants from all kinds of state agencies and private firms, curriculum consultants, faculty from institutions of higher education, and, more recently, administrative staff referred to as staff developers. No particular or general forms of training, bodies of knowledge, or understanding of the occupation is currently required for teaching teachers.*”⁴⁹³

Bis 1986 waren Forschungen rund um die Person des *Teacher Educators* vor allem mit Bezug auf die Mathematik kaum bis gar nicht vorhanden.⁴⁹⁴

4.2 Magdalene Lamperts Beitrag zur Verbesserung der mathematischen Lehrer/innenausbildung

4.2.1 Gründe der bislang wenig effektiven Ausbildung nach Lampert

Die bisherige Lehrer/innenausbildung erkannte auch *Lampert* als wenig effektiv an. *Lampert* merkte im Jahr 1988 an, dass es noch keine einheitlichen Vorstellungen darüber gab, welche Veränderungen man sich im Bereich des Bildungsniveaus der Schüler/innen durch eine Verbesserung der Lehrer/innenausbildung erwartete.⁴⁹⁵

Laut ihr wurde überhaupt noch nicht eruiert, welchen Effekt die Lehrer/innenausbildung in ihrer späteren Praxis mit sich bringen würde. Schließlich wurde auch noch keine brauchbare Methode gefunden, um die Kompetenzen und Kenntnisse angehender Lehrkräfte zu messen.⁴⁹⁶ Obwohl schlechte Mathematikkenntnisse der Lehrer/innen weitgehend bekannt waren, wurde

⁴⁹¹ Lanier, Judith/Little, Judith (1986): Research on Teacher Education. In: Wittrock, Merlin (Hg.): Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition. New York: Macmillan Publishing Company, S. 529.

⁴⁹² Vgl. Lanier/Little (1986): Research on Teacher Education. S. 528-529; Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 27.

⁴⁹³ Lanier/Little, S. 529.

⁴⁹⁴ Vgl. Lanier/Little, S. 535.

⁴⁹⁵ Vgl. Lampert (1988): Improving Quality in Mathematics Education, S. 161-162.

⁴⁹⁶ Vgl. Lampert (1988): Improving Quality in Mathematics Education, S. 160.

dennoch bis Ende der 1980er Jahre kaum erforscht, welcher Wissenstand für Mathematiklehrer/innen wünschenswert gewesen wäre. Ebenfalls war das Verhältnis zwischen der knappen mathematischen Ausbildung, die im Rahmen des Studiums erlangt wurde, und der anschließenden Qualität des Unterrichts dieser Lehrer/innen unklar. Der mathematische Wissensstand nach Abschluss des Studiums war nicht messbar. Man konnte zwar die Anzahl und Noten der besuchten Vorlesungen, Seminare und Kurse feststellen, diese Erhebung sagte jedoch nichts über den Gehalt der Kurse und dem tatsächlichen Wissensstand der angehenden Mathematiklehrer/innen aus.⁴⁹⁷

Um die Anforderungen für eine wünschenswerte Lehrer/innenausbildung zu erforschen, musste nach *Lampert* der Fokus auf Fragen, wie etwa a) welches mathematische Wissen soll in Schüler/innen generiert werden, b) welcher Unterricht erzeugt dieses Wissen, c) welchen Wissensstand benötigt eine Lehrkraft, um solch einem Unterricht gerecht zu werden und schließlich d) welche Lehrer/innenausbildung unterstützt Student/innen darin, auf diese Art zu unterrichten, liegen.⁴⁹⁸

In *Abbildung 22* findet sich ein erster Überblick zu *Lamperts* frühen Ansätzen. Wie vor allem die Spalte D der *Abbildung 22* zeigt (Anmerkungen unter der gestrichelten Linie), war für *Lampert* vor allem eine verständnisorientierte Lehrer/innenausbildung, in der Praxisnähe und Reflexion über Unterrichtssituationen eine tragende Rolle spielten, von Bedeutung.⁴⁹⁹

⁴⁹⁷ Vgl. Lampert (1988): Improving Quality in Mathematics Education, S. 164-165.

⁴⁹⁸ Vgl. Lampert (1988): Improving Quality in Mathematics Education, S. 159.

⁴⁹⁹ Vgl. Lampert (1988): Improving Quality in Mathematics Education, S. 158.

Table 1

*What Can Research on Teacher Education Tell Us About Developing Good Mathematics Teaching?**

A menu from which to choose a research agenda which relates teacher education to teacher quality and student learning			
Column A	Column B	Column C	Column D
What kind of mathematics/science learning do we want our schools to produce?	What kind of teaching will produce that learning?	What kind of knowledge, skills, and dispositions do teachers need to produce that kind of teaching?	How do teachers acquire knowledge, skills, and dispositions for teaching?
Knowledge of facts and definitions Procedural skill Principled understanding — ability to relate facts to one another from a variety of perspectives — ability to use procedures to address novel problems Intellectual curiosity A disposition toward figuring things out An awareness that doing mathematics and science is more than following rules to arrive at correct answers	Effective teaching behaviors daily review development/explanation seatwork/practice homework overall instructional management — no major behavioral disorders — attention to time on task — providing contingent reinforcement — introduce tasks in ways that motivate — involving all students, not just volunteers — higher achievement expectations, etc. Use of instructional technology Explaining why procedures work in addition to demonstrating how they work Structured student experimentation with actual phenomenon Group problem solving activity and analytic discussion Challenging students to verify their own answers Relating facts and procedures to the central ideas of a subject	Whatever the effective teaching behaviors are How to do the effective teaching behaviors Whatever the effective instructional technologies are How to use effective instructional technologies How to choose among available behaviors and technologies — in planning instruction — during instruction The facts and procedures that are to be taught/learned at the teacher's grade level The facts and procedures that are basic to a general knowledge of the subject The epistemology of a subject Problem solving heuristics The scientific method How novices think about aspects of the subject A sense of personal efficacy	Reading manuals Listening to lectures Observing other practitioners or experts Practicing in laboratory settings Practicing in classrooms Practicing with supervision/coaching Modeling the practice of a respected peer Practicing with reflection Experimentation with reflection Examining the nature of their own knowledge and/or students' knowledge Experience as a student from kindergarten through university level Inspiration Participating in decisions about how to teach Creating new curricula

* It is not necessary that good teaching be defined in relation to student learning, but for the purposes of this analysis it will be assumed that the problem of teacher quality is a problem of student learning. Whether and how research on teacher education is relevant to improving and maintaining teacher quality depends on how one conceives of the learning we want our schools to produce.

Abbildung 22: Überblick zur Fragestellung, welche Art an Lehrer/innenausbildung wünschenswert sei
Quelle: Lampert, Magdalene (1988): What can Research on Teacher Education tell us about Improving Quality in Mathematics Education.? In: Teaching & Teacher Education, Vol. 4, Heft 2, S. 159.

Neben diesen fundamentalen Fragen, die es nach der Autorin überhaupt erst zu beantworten galt, erkannte *Lampert* weitere Hindernisse, die für die mangelnde Effektivität der damaligen Lehrer/innenausbildung kausal waren.⁵⁰⁰ Die Lehrer/innenausbildung in den USA wurde und wird durch die Bundesstaaten geregelt. Private und öffentliche Institutionen, Universitäten und Colleges mit unterschiedlichen Schwerpunkten und religiöse Bildungseinrichtungen boten Lehrer/innenausbildungen an. Nicht nur die Einrichtungen selbst, sondern vor allem auch deren Ausbildungsprogramme waren sehr unterschiedlicher Natur. So war es teilweise zur rechtmäßigen Ausübung des Lehrerberufs ausreichend, ein 4-jähriges oder 5-jähriges Bachelorstudium zu absolvieren, andere verlangten wiederum den Abschluss eines postgradualen Studiums. Wieder andere boten Lehrgänge mit unterschiedlich langer Dauer an. Zur damaligen Zeit gab es rund 1.300 Ausbildungseinrichtungen, von denen 65% private Institutionen waren, die jedoch nur ein Viertel der angehenden Lehrer/innen ausbildeten. Drei Viertel der damaligen Generation an Lehrer/innen wurden in öffentlichen Einrichtungen

⁵⁰⁰ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 27.

ausgebildet.⁵⁰¹ Eine ähnliche Zerstreuung bestand laut Lampert auch innerhalb der *Teacher Educators*. Der Großteil der Ausbilder/innen hatte selbst kaum bis gar keine Kenntnisse in Didaktik und Pädagogik. Sie wurden weder von sich selbst noch von anderen als Ausbilder/innen der nächsten Lehrer/innengeneration wahrgenommen.⁵⁰² Ferner wandten sie die Theorien und Methoden, über die sie Vorträge hielten, in ihren Lehrveranstaltungen auch nicht an.⁵⁰³

Neben dieser institutionellen Zerstreuung der Lehrer/innenausbildung lag ein Grund für die Ineffektivität laut *Lampert* darin, dass die eigene Schulerfahrung der angehenden Lehrer/innen wesentlichen Einfluss auf das Lehrer/innenbild derselben hatte, und diese Art der Vorbelastung aber im Rahmen der Ausbildung überhaupt keine Berücksichtigung fand. Aufgrund der Schüler/innenerfahrung, die jede Person während der schulpflichtigen Jahre machte, hatten Studenten/innen eines Lehrfachs somit von Anfang an eine bestimmte, individuell geprägte Idealvorstellung darüber, welche Qualitäten eine Lehrperson aufweisen musste und in welchem Rahmen effektives Unterrichten/ Lernen stattfinden würde. Die Idealvorstellung eines Lehrers/ einer Lehrerin basierte daher regelmäßig auf gravierenden Informationslücken.⁵⁰⁴ Neben der mangelnden Aufmerksamkeit für mitgebrachte Altlasten war die damalige Lehrer/innenausbildung von der Annahme geprägt, dass das im Rahmen der Ausbildung erlernte Wissen für alle späteren Unterrichtssituationen 1:1 verwendet werden könnte. Tatsächlich waren aber Unterrichtssituation regelmäßig von bestimmten Unsicherheiten geprägt, für die die Lehrer/innenausbildung keine adäquate Antwort vorab bereithielt:⁵⁰⁵ *“From our own work in classrooms, face to face with students, we know how often we are humbled, realizing the gap between particular things we had learned and what we needed to know in the course of moment-to-moment teaching.”*⁵⁰⁶

Es gäbe nach *Lampert* und *Ball* jedenfalls keine zugeschnittene Problemlösung für jedwede Unterrichtssituation. Essentiell sei nämlich die Berücksichtigung des Kontextes, in dem sich Herausforderungen und Schwierigkeiten zeigen. Ohne eine solche würden sich von vornherein unüberwindbare Differenzen zwischen Theorie und Praxis ergeben. Unterricht findet in einer

⁵⁰¹ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 27.

⁵⁰² Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 27-28.

⁵⁰³ Vgl. Lampert, Magdalene/ Ball, Deborah (1999): Aligning Teacher Education with Contemporary K-12 Reform Visions. In: Darling-Hammond, Linda/ Sykes, Gary (Hg.): Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice, San Francisco: Jossey-Bass., S. 39.

⁵⁰⁴ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 24-25.

⁵⁰⁵ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 28.

⁵⁰⁶ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 28-29.

komplexen Umgebung statt, die im Rahmen der Entscheidungsfindung durch die Lehrperson niemals unberücksichtigt bleiben darf. Ein solcher Zugang findet sich auch in der kognitiven Psychologie. Kontext und Wissen sind jedenfalls eng miteinander verwurzelt. Wissen ohne gegebenen Kontext sei demnach unbrauchbar, das spiegelte jedenfalls die mangelnde Effektivität der Lehrer/innenausbildung wider.⁵⁰⁷ *Spiro et al* stellten die Hypothese – als sog. kognitiv flexible Theorie bezeichnet – auf, dass Wissen, welches im Zuge der praktischen Erfahrung selbständig erworben wurde, viel eher im späteren Berufsleben angewandt werde als jenes Wissen, das mittels theoretischen Materialien kontextfremd gelernt wurde. Die Forscher dieser Studien versuchten zu beantworten, warum bestimmte Ärzte/innen ihr erlerntes Wissen in der Praxis besser umsetzen konnten als andere.⁵⁰⁸ *Lampert* legt diese Erkenntnis auch auf den Lehrberuf um. Eine allzu theoretische und kontextfremde Ausbildung ist der späteren Lehrpraxis nicht dienlich, dennoch war eine solche üblich.⁵⁰⁹

4.2.2 Das Projekt M.A.T.H.

Das eigentliche Ziel des gesamten Projekts war die Entwicklung eines neuen Curriculums und einer damit einhergehenden Pädagogik für die Lehrer/innenausbildung für den *Elementary-School*-Bereich. Die im Rahmen des *M.A.T.H.*-Projekts angestellte Forschungsarbeit umschließt und berücksichtigt daher unterschiedliche, aufeinander aufbauende Ebenen.⁵¹⁰ *Lampert* und *Ball* haben dies wie folgt zusammengefasst: “[...] *elementary students investigate mathematics, prospective teachers investigate children investigating mathematics, and we investigate prospective teachers investigating children investigating mathematics.*“⁵¹¹

⁵⁰⁷ Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 29.

⁵⁰⁸ Vgl. *Spiro, Rand/ Vispoel, Walter/ Schmitz, John, Samarapungavan, Ala/ Boerger, Alan* (1987): *Knowledge acquisition for application: Cognitive flexibility and transfer in complex content domains*. In: *Technical Report No. 409*. University of Illinois, S. 1.

⁵⁰⁹ Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 30-31.

⁵¹⁰ Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 92.

⁵¹¹ *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 92.

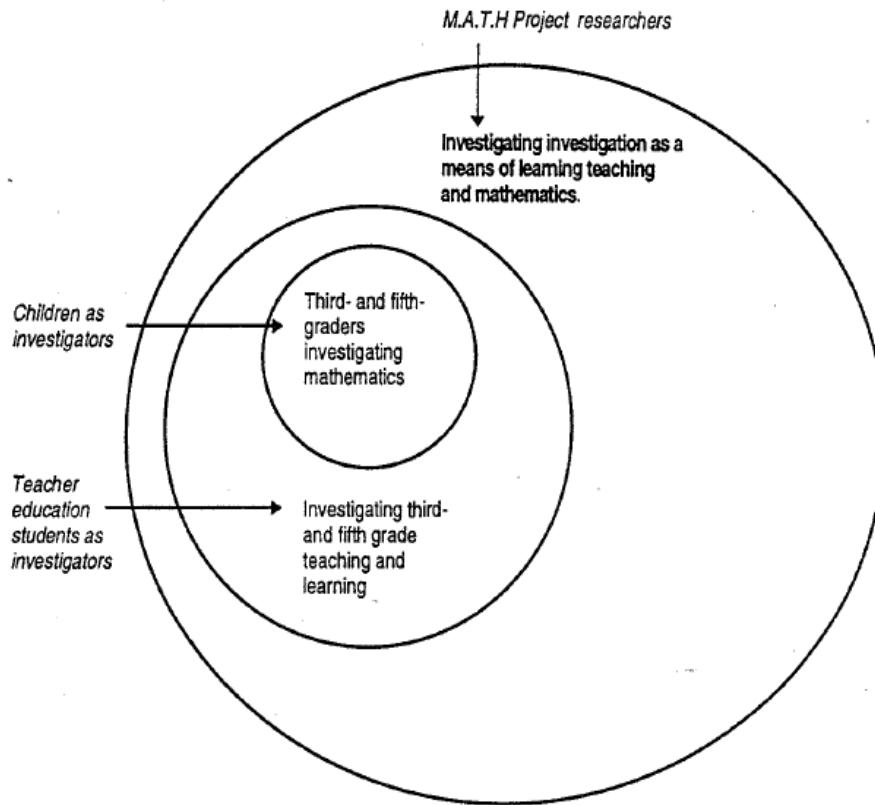


Abbildung 23: Das Zusammenwirken der unterschiedlichen Ebenen: *Layers of Investigation: Mathematics, the teaching and learning of mathematics, and teacher education*
 Quelle: Lampert, Magdalene/Ball, Deborah (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigation of Real Practice*. New York: Teachers College Press, S. 93.

Abbildung 23 veranschaulicht die Dimension des *M.A.T.H.*-Projekts, derer sich die Autorinnen gewidmet haben. Auf der ersten Ebene (kleinster Kreis) sind die Mathematikschüler/innen gereiht, die sich dem Unterrichtsfach Mathematik widmen. Studenten/innen des Unterrichtsfachs Mathematik, der zweiten Ebene (mittlerer Kreis) zugehörig, studieren wiederum Mathematikschüler/innen, die sich dem Fach Mathematik widmen, sowie deren Lern- und Verständnisprozesse. Die Forschungsarbeit des *M.A.T.H.*-Projekts spielt sich vorwiegend auf der dritten Ebene (die kleineren Kreise umschließender Kreis) ab, jedoch mit dem Ziel, durch die Verbesserung der zweiten Ebene ein bestmögliches Lernumfeld für Mathematikschüler/innen zu schaffen.⁵¹²

Den Ausgangspunkt des Projekts stellten die Aufzeichnungen (Materialsammlung) des Mathematikunterrichts des gesamten Schuljahres 1989/90 der Klassen der dritten sowie fünften

⁵¹² Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 92.

Schulstufe (nach dem amerikanischen Schulsystem) von *Lampert* und *Ball* dar. Das Alter der Schüler/innen lag zwischen 8 und 11 Jahren. *Lampert* und *Ball* wurden auf dieser Stufe von insgesamt sechs künftigen Lehrer/innenausbildner/innen unterstützt, wobei ein Teil davon aus Psycholog/innen und der andere aus Mathematiker/innen bestand.⁵¹³ Die Bereitstellung der Materialien stellte jedoch nur den ersten Schritt hin zu einer verbesserten Lehrer/innenausbildung dar, denn für *Lampert* und *Ball* war klar:⁵¹⁴ *“In no field is learning reliably produced by simply putting learners in contact with materials.”*⁵¹⁵

Die Aufarbeitung des gesammelten Materials nahm weitere fünf Jahre in Anspruch. Das Projekt *M.A.T.H.* erforderte nicht nur die Zusammenarbeit verschiedenster Personen, sondern begreift in sich unterschiedliche Ebenen der Fachdidaktik Mathematik, einerseits innerhalb des Klassenraums von *Lampert* und *Ball*, d.h. in der Interaktion mit den Schülern/innen, sowie andererseits im Rahmen ihrer Tätigkeit als Ausbilderinnen gegenüber ihren Studenten/innen.⁵¹⁶

4.2.2.1 Datensammlung und -verarbeitung im Rahmen des Hypermedia-Projekts

Lampert und *Ball* waren bestrebt, im Rahmen ihres Projekts die Unterrichtspraxis aus unterschiedlichen Perspektiven zu beleuchten. Das Ziel war es, nicht nur eine umfassende Datensammlung jeder einzelnen Unterrichtseinheit zu erstellen, sondern auch Einblicke in Gedanken- und Lernprozesse der Lehrperson sowie der Schüler/innen zu gewährleisten. Auch außenstehenden Experten anderer Forschungsbereiche wurden zu einzelnen Situationen befragt und deren Meinungen festgehalten. Der Datenpool wurde in die nachstehenden Kategorien untergliedert und anschließend elektronisch archiviert:⁵¹⁷

I. Werkzeuge der Unterrichtspraxis (*“Ordinary Artifacts of Practice”*⁵¹⁸):

Diese Kategorie umfasste jene Aufzeichnungen, die für die Unterrichtsplanung sowie die Leistungsbewertungen essentiell waren, wie etwa Notizbücher der Lehrperson, Schulübungs- und Hausübungshefte, Tests sowie Berichte an Schüler/innen und Eltern. Die von den Lehrerinnen geführten handschriftlichen Aufzeichnungen wurden elektronisch erfasst, sodass Stichwortsuchen durchgeführt werden konnten.

Für *Lampert* und *Ball* war es wichtig, dass ihre Gedankenprozesse für jede

⁵¹³ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 48-52.

⁵¹⁴ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 79, 81.

⁵¹⁵ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 77.

⁵¹⁶ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 71-77.

⁵¹⁷ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 48-52.

⁵¹⁸ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 52.

Unterrichtseinheit dokumentiert wurden, damit angehenden Lehrer/innen die Möglichkeit geboten wurde, Hintergründe und Einblicke in die Gedankenwelt von praktizierenden Lehrer/innen zu erhalten. Nach den Autorinnen war gerade *Teacher Thinking* eine zentrale Komponente der Unterrichtspraxis.⁵¹⁹

- II. Datensammlungen im Rahmen des Projektes (*“Records Collected for this Project”*⁵²⁰): Jede Unterrichtseinheit wurde von zwei Kameras aus unterschiedlichen Winkeln aufgenommen. Einerseits wurde die Lehrperson an der Tafel und andererseits die Schüler/innen in der Klasse gefilmt. Zudem wurden Gruppenarbeiten mittels Sprachaufnahmegeräten auditiv festgehalten, einige davon wurden wiederum schriftlich protokolliert (Transkript). Zusätzlich wurden Notizen für jede Unterrichtseinheit von im Unterricht anwesenden Beobachtern/innen angefertigt, die den Inhalt, die Unterrichtsmethode und Probleme, die sich beim Unterrichten für die Lehrer/innen und Schüler/innen ergaben, festhielten.⁵²¹

Jede Unterrichtseinheit gliederte sich in die Vorstellung des sog. *Problem of the Day* durch *Lampert* bzw. *Ball*, die Aufarbeitung desselben in Gruppen sowie die Nachbesprechung mit Anleitung der Lehrperson.⁵²²

- III. Kommentierung des Videomaterials (*“Multimedia Annotations on Lessons”*⁵²³): *Lampert* und *Ball* strebten eine umfassende Kommentierung des Videomaterials aus Sicht der Lehrperson an. Mangels entsprechender Ressourcen konnte eine abschließende Kommentierung erst nach Beendigung des Projekts hinzugefügt werden.⁵²⁴

Innerhalb von weiteren fünf Jahren nach Abschluss des Schuljahres 1989/90 wurde schrittweise ein sog. *Multimedia Environment* geschaffen, in welchem das aufgenommene Material in weitere Themenblöcke *Beginnings/ Fractions/ Time, Speed, Distance* kategorisiert sowie nach Datum, Klasse und *Problem of the Day* geordnet wurde (siehe *Abbildung 24*). Für jede/n Schüler/in wurde ein eigenes Portfolio erstellt, auf das die Studenten/innen Zugriff hatten. Dadurch sollte sichergestellt werden, dass das jeweilige Material individuell nach Themenschwerpunkt angesehen und analysiert werden konnte. Die Studenten/innen konnten im Programm selbst eigene Mitschriften (*Journals*) erstellen und darin neben ihren eigenen

⁵¹⁹ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 52-53.

⁵²⁰ Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 53.

⁵²¹ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 53-54.

⁵²² Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 53-54.

⁵²³ Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 55.

⁵²⁴ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 55.

Analysen Ausschnitte der Notizen von *Lampert* und *Ball* und/oder der Schüler/innen kopieren.⁵²⁵

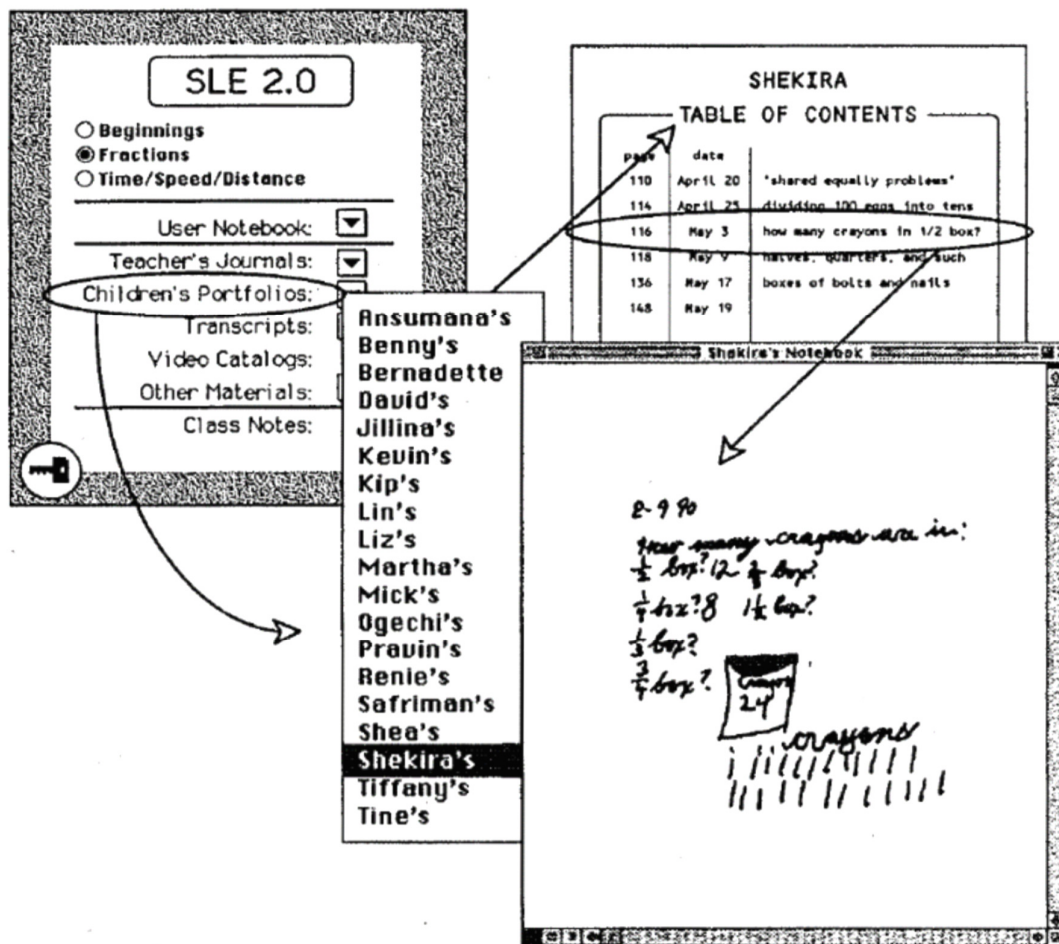


Abbildung 24: Beispiele zum Multimedia Environment- Examples of different types of records
 Quelle: Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 75.

Die Aufarbeitung und Bereitstellung eines solchen Datenpools war schließlich der Anfang des gesamten Projekts, stellte jedoch noch kein wünschenswertes und endgültiges Ergebnis bei der Revolutionierung der Lehrer/innenausbildung dar. *Lampert* und *Ball* verglichen den bis zu diesem Zeitpunkt zurückgelegten Weg mit dem potentiellen Lernerfolg von Schüler/innen aufgrund der Verwendung von praxisnahem Unterrichtsmaterial – ein solcher wäre möglich, jedoch ohne Zutun der Lehrperson noch nicht garantiert:⁵²⁶ *“Just as manipulating multilink cubes or wooden blocks does not inevitably develop young children’s concepts of place value or multiplication, merely viewing videotape will not inevitably develop prospective teachers’ conceptions*

⁵²⁵ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 71-81.

⁵²⁶ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 71-81.

of classroom norms and environment. The context of opportunity – multimedia records of practice – must be coupled with fruitful means of interacting with that context in order for the experience to be educative.”⁵²⁷

4.2.2.2 Lehrer/innenausbildung nach *Lampert* und *Ball*

In den Jahren zwischen 1991 und 1996 konzipierten und hielten *Lampert* und *Ball* Universitätskurse an der *Michigan State University* und der *University of Michigan* ab, bei denen die Arbeit mit dem gesammelten Videomaterial im Zentrum stand. Für die Autorinnen waren im Rahmen der Lehrer/innenausbildung an diesen Universitäten drei Leitgedanken von Bedeutung: Erstens eine fundierte mathematische Ausbildung, zweitens die Arbeit mit dem sog. *Multimedia Environment*, bei dem der Fokus auf pädagogischen sowie auf mathematischen Schwerpunkten lag und drittens das sog. *field placement*, d.h. die Erlangung von Unterrichtspraxis während des Studiums. Für die Autorinnen war es ferner wichtig, alle drei Bereiche im Rahmen der Kurseinheiten miteinander zu verbinden. Bspw. wurden in Kursen anfangs mathematische Problemstellungen detailliert beleuchtet und Lösungsansätze aufgestellt und diskutiert. In weiteren Einheiten desselben Kurses wurden nach Bewältigung der mathematischen Problemstellung vorangegangene Interaktionen zwischen Student/innen miteinander und der/des Vortragenden/in für Paradebeispiele von Lehr- und Lernprozesse im Unterricht aufgegriffen und näher analysiert.⁵²⁸

Lampert und *Ball* beschreiben in ihrem Werk *Teaching, Multimedia, and Mathematics* zwei unterschiedliche Arten an Universitätskursen (nachstehend als Pionierprojekt 1 und 2 benannt). Der Erste legte den Fokus auf einen durchaus weiten Entfaltungsspielraum der Studenten/innen, der/die Ausbilder/in reagierte hier vorwiegend auf die Ideen und Ansätze, ohne dabei aber eine bestimmte Richtung vorzugeben oder sie in eine solche zu lenken. Die Studenten/innen waren hier in der Lage, ohne konkrete Vorgaben eigene Interessensfelder und Fragestellungen zu untersuchen.⁵²⁹ Der Zweite sah dahingegen eine laufende und enge Zusammenarbeit zwischen Student/in und Ausbilder/in vor, wobei letztere klare Ziele und Anweisungen formulierte und den/die Student/in in eine bestimmte Richtung im Rahmen des Studiums führte. Für beide Kurse war jedenfalls der Untersuchungsprozess, den die Student/innen im Rahmen der Aufgaben durchlebten, zentral.⁵³⁰

⁵²⁷ *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 80-81.

⁵²⁸ Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 92-94.

⁵²⁹ Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 80.

⁵³⁰ Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 80.

4.2.2.2.1 Pionierprojekt 1

Den Studenten/innen wurde die Aufgabe gestellt, anhand des durch das *Multimedia Environment* bereitgestellten Videomaterials ein Forschungsthema zu identifizieren, schließlich eine Forschungsfrage zu formulieren und dieser nachzugehen. Die Aufgabe sollte bestmöglich mit einer umfassenden Analyse aus allen möglichen Perspektiven beendet werden. Die Studenten/innen konnten dabei individuell oder auch in Kleingruppen (zwischen drei und fünf Personen) ihr Thema bearbeiten.⁵³¹

Im Rahmen dieses Pionierprojekts untersuchten *Lampert* und *Ball* 68 Projekte. 50 dieser Projekte wurden dabei in Gruppen durchgeführt, die restlichen Projekte wurden von Einzelpersonen betrieben. Insgesamt umfasste das Pionierprojekt 1 von *Lampert* und *Ball* die Arbeit von 190 Studenten/innen. Beispiele für erarbeitete Forschungsfragen bzw. -gebiete sind nachstehend beispielhaft aufgelistet:⁵³²

- “How does the teacher choose the problems she will pose to students?”⁵³³
- “What does Deborah do if someone gives the wrong answer?”⁵³⁴
- “(Investigation of) the teacher’s decisions about when to move forward with a lesson, when to pause, and when to back up.”⁵³⁵
- “How (does) the teacher decides to call on?”⁵³⁶
- “How are wrong answers handled?”⁵³⁷
- “What are the math notebooks used for?”⁵³⁸
- “How does the teacher introduce students to new topics?”⁵³⁹
- “How does the word culture relate to mathematics classroom?”⁵⁴⁰

Die Forschungsfrage, “*Is Haroon shy*”⁵⁴¹, ist mit den finalen Antworten der Studenten/innen sowie der abschließenden Kommentierung durch *Lampert* und *Ball* kombiniert und zusammengefasst abgebildet.⁵⁴²

⁵³¹ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 95-96.

⁵³² Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 96.

⁵³³ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 96.

⁵³⁴ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 96.

⁵³⁵ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 96.

⁵³⁶ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 96.

⁵³⁷ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 96.

⁵³⁸ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 98.

⁵³⁹ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 98.

⁵⁴⁰ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 98.

⁵⁴¹ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 98.

⁵⁴² Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 99-108.

Haroon war ein Junge mit indischen Wurzeln. Den Studenten/innen fiel auf, dass der Schüler aufgrund mangelnder Aufmerksamkeit auffallend viele Ermahnungen von der Lehrerin erhielt und sich im Rahmen des Unterrichtsgeschehen wenig zu Wort meldete.⁵⁴³ Die nachstehende Abbildung zeigt den Fortschritt in den Analysen (Gedankenprozesse) der Student/innen, die mit voranschreitendem Semester erzielt wurden. Zwischen jedem hier abgebildeten Zeilenabstand in der *Abbildung 25* liegt auch ein gewisser Zeitabstand. *Lampert* und *Ball* erkannten die Entwicklung der Student/innen als sehr positiv und merkten an, dass mit fortschreitendem Semester die Studenten/innen vermehrt von den Wörtern vielleicht, möglich, eventuell etc. Gebrauch gemacht haben. Sie nahmen davon Abstand *Haroon* als schüchtern bzw. nicht schüchtern zu kategorisieren und enden den Untersuchungsprozess mit der Erkenntnis, dass, auch wenn sie zu keiner definitiven Antwort gelangen können, sehr viel über den Schüler gelernt haben.⁵⁴⁴

Haroon was asked to read a problem from the board. From watching the video, he seemed hesitant, and we couldn't even hear him very well. We're not sure if it was due to a language barrier or his uncertainty of himself.

We now think that maybe because it was the beginning of the year, Haroon did not want to say anything because he was afraid of saying a wrong answer. Possibly, he did not know the other kids in the class and was uncomfortable speaking in front of them all.

Now that we have listened to this again, we realize that he didn't say, "people next"; he said "paper clips." We were trying to understand why the teacher hadn't said anything when he read "people next" since it didn't make sense in this problem. Now that we listened to the video without looking at the transcript, we noticed that he did say "paper clips" which makes much more sense. . . . It seems like his language has improved from earlier videos where he had much more difficulty reading from the board. We are still not convinced that just because he can read it better that he is actually comprehending the questions though.

We found it interesting that Haroon finally came up to the board to prove his answer. Do you think he did this because he was fairly positive that his answer was right? He did not seem really shy, but when Mrs. Ball wanted him to explain his drawing he said, "Who me?"

Was he shy or just afraid to talk in front of class? Maybe his language barrier made him unsure that he would be able to explain his idea well in English. We know it would be near impossible to find this out without coming out and asking Haroon, but we wonder if he thinks in his own language or English. We thought it might also have to do with the fact that this example is from the end of the year (May 31). Maybe throughout the year he has been able to build up some confidence and gain the language skills to explain his point to the class.

After researching our question for the past few weeks, we have come to the conclusion that there is no one right answer to our question. Each question we asked just brought about more questions, instead of finding the "answer." Although we didn't come up with an "answer," we did discover a lot about Haroon's learning of math. This is illustrated in our discussions within this journal.

Abbildung 25: Auszug des Untersuchungsprozesses verschiedener Student/innen
Quelle: Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 103-104.

⁵⁴³ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 100.

⁵⁴⁴ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 104.

Die Arbeit der Student/innen ermöglichte *Lampert* und *Ball* Einblick in deren Gedanken und Vorstellungen zur Rolle der Lehrperson und dessen Unterrichtsgestaltung. Die Aufarbeitung gehaltener Unterrichtseinheiten mittels des *Multimedia Environments* erlaubte die Verknüpfung von Theorie und Praxis. *Lampert* und *Ball* hoben hervor, dass aus ihrer Sicht die bisherige Lehrer/innenausbildung dies verabsäumte. Im Rahmen von klassischen Universitätskursen für zukünftiger Lehrpersonen wurden immer nur abstrakte Handlungsmaxime wie etwa “*Teachers should create a safe classroom environment*“⁵⁴⁵ oder “*Students’ prior experience shapes their interpretations*“⁵⁴⁶ aufgezeigt. Was das nun tatsächlich in der Praxis bedeutet, welche Gestalt, Probleme, Bedeutung und Ausmaße diese annehmen können, war den Studenten/innen gerade aufgrund der mangelnden Einblicke in die Praxis, die die klassische Lehrer/innenausbildung vorsah, nicht bewusst.⁵⁴⁷

Lampert und *Ball* bewerteten die Ergebnisse im Rahmen des Pionierprojekts 1 als positiv. Den Studenten/innen wurde damit die Möglichkeit geboten, bereits in einem frühen Stadium im Rahmen ihrer Ausbildung praxisbezogene Eindrücke zu erhalten und zu analysieren. Als negativen Aspekt betonten die Autorinnen jedoch, dass der Untersuchungsprozess, den die Student/innen im Rahmen dieser Aufgabe durchlebten, von vornherein maßgebend vom zur Verfügung gestellten Videomaterial im *Multimedia Environment* abhängig war. Zusätzlich hoben *Lampert* und *Ball* hervor, dass diese Art der Lehrer/innenausbildung große Herausforderungen für die Person des/der Ausbilder/in mit sich bringt, da die Aufgabe sich vor allem in der Interaktion zwischen Student/in und Ausbilder/in entfalten würde.⁵⁴⁸

4.2.2.2.2 Pionierprojekt 2

Dieses Unterkapitel erfasst die Analyse der Arbeit einer Studentin von *Lampert, Patricia* Portland, im Wintersemester 1994. *Lampert* begleitete und analysierte als ihre Kursleiterin und Mentorin ihre Entwicklung als Lehrerinnenpersönlichkeit über ein Semester lang, wobei nachstehend aus pädagogischer Sicht das Thema Unterrichtskultur und andererseits aus dem mathematischen Blickwinkel die Thematik Bruchrechnung beispielhaft aufgegriffen wird. Die einzelnen Aufgaben (nachstehend beschrieben), die *Patricia* zur Unterrichtskultur gestellt wurden, beleuchten dieses Thema aus unterschiedlichen Perspektiven. Im Gegensatz zum Kapitel 3.3.3.2 ist im Folgenden zwar auch das Thema Unterrichtskultur zentral, hier ist sie

⁵⁴⁵ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 105.

⁵⁴⁶ Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 105.

⁵⁴⁷ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 104.

⁵⁴⁸ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 104.

jedoch in einem anderen Kontext eingebettet. Im Schwerpunkt dieses Kapitels stehen die Forschungsarbeiten von *Lampert* im Rahmen der Lehrer/innenausbildung. Der eigentliche Fokus liegt somit nicht auf dem Thema Unterrichtskultur, sondern vielmehr auf dem Untersuchungsprozess, den *Patricia* im Rahmen der Aufgabe durchlebte. Schließlich geht es um die Frage, inwiefern es *Patricia* mithilfe des *Multimedia Environments* und der Anleitung von *Lampert* möglich war, für jene Art des Lehrens sensibilisiert zu werden, das *Lampert* und *Ball* als *Teaching for Understanding* bezeichnen. Hervorgehoben wird an dieser Stelle, dass die Analyse zur Thematik der Unterrichtskultur hier lediglich die Annahmen und Interpretationen von *Patricia* widerspiegelt.⁵⁴⁹

Die Rolle von *Lampert* als ihre verantwortliche Ausbilderin ändert sich mit der jeweiligen Aufgabe im Rahmen des Pionierprojektes 2. Beim Thema Unterrichtskultur und *Tembe* zeigt sich *Lampert* zuerst passiv, wohingegen ihre Rolle im Rahmen von *Patricias* Analyse der Unterrichtskultur im Mathematikunterricht der *Third-Grade*-Klasse interaktiver gestaltet ist. Das abschließende Kapitel zur Pionieraufgabe 2 greift nur bestimmte Beispiele, die *Patricia* im Rahmen ihrer mathematischen Ausbildung gestellt wurden, auf.⁵⁵⁰

4.2.2.2.1 Pädagogische Aspekte - Unterrichtskultur

Unterrichtskultur und *Tembe*: Die erste Aufgabe sah vor, dass *Patricia* in Zusammenarbeit mit einem anderen Studienkollegen einen Schüler aus dem Jahr 1989/90 aus *Balls* Klasse, *Tembe*, analysierte. Die Wahl, welche/r Schüler/in analysiert wurde, oblag den Student/innen. Mittels dem *Multimedia Environment* war es *Patricia* möglich, den Beginn des Schuljahres der *Third-Grade*-Klasse von *Ball* selbst mitzuerleben, d.h. sich selbst von *Tembes* Verhalten, seiner Rolle im Rahmen der Klassengemeinschaft und seinen mathematischen Fähigkeiten ein Bild zu machen, sowie die Notizen der Lehrerin zu studieren und diese in ihren Schlussfolgerungen dementsprechend zu berücksichtigen. Ihre Analyse hielt *Patricia* im *Online Journal* im Rahmen des *Multimedia Environment* fest. Nachstehend werden mehrere Auszüge aus diesem Journal zur Veranschaulichung ihrer Entwicklung angeführt.⁵⁵¹ Die Wahl fiel deshalb auf *Tembe*, da er ursprünglich aus Kenia stammt und *Patricia* erforschen wollte, ob seine Herkunft seine Interaktion in und mit der Klasse beeinflusste.⁵⁵² *Patricia* und ihr Partner interpretierten *Culture* in diesem Kontext als die ursprüngliche Herkunft *Tembes*, wobei sie davon ausgingen,

⁵⁴⁹ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 123-134.

⁵⁵⁰ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 109-114.

⁵⁵¹ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 115-116.

⁵⁵² Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 116.

dass diese Einfluss auf sein Verhalten im Rahmen der Klasse hatte. In weiterer Folge analysierten sie *Balls* Notizen, in denen sie direkt auf *Tembe* Bezug nahm.⁵⁵³

It was not a terribly animated class, but neither were they disengaged. I'd say Mei, Cassandra, Lisa, Jeannie, Betsy, and Sheena were the most attentive/engaged—and Tembe and Devin the least. That would be my guess. It'd be interesting to know what the observers thought or what the tape reveals.

Abbildung 26: Auszug aus *Balls* Notizen

Quelle: Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 117.

Aufgrund dieser Notizen (siehe *Abbildung 26*) kamen *Patricia* und ihr Partner zur Schlussfolgerung: “*Tembe is not engaged/attentive in class.*“⁵⁵⁴ *Lampert* und *Ball* heben hier insbesondere hervor, dass obwohl *Ball* in ihren Notizen sehr vage vorgeht (“*That would be my guess. It'd be interesting to know what the observers thought or what the tape reveals*“⁵⁵⁵), die Schlussfolgerung von *Patricia* und ihrem Studienkollegen nicht nur ausgesprochen kurz, sondern auch definitiv und abschließend war.⁵⁵⁶

Mit dem zeitlichen Fortschritt erkannte man aber eine deutliche Änderung in den Analysen der Studenten/innen (*Abbildung 27*): Im Vergleich zum ersten Eintrag *Patricias* (“*Tembe is not engaged/attentive in class.*“⁵⁵⁷), in dem sie und ihr Partner *Tembe* aufgrund einer vagen Aussage von *Ball* in ihrem Journal als nicht engagiert einstufen, stellten *Patricia* und ihr Studienkollege in ihrer letzten Notiz nicht nur verschiedene mögliche Annahmen über *Tembes* Verhalten auf, sondern nahmen schließlich überhaupt Abstand von einer abschließenden Aussage über den Schüler. Hinter dem letzten Eintrag stehen daher ganz andere Untersuchungs- und Gedankenprozesse als bspw. in ihrem ersten Statement.⁵⁵⁸

⁵⁵³ Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 116, 117.

⁵⁵⁴ Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 117.

⁵⁵⁵ Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 118.

⁵⁵⁶ Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 117.

⁵⁵⁷ Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 117.

⁵⁵⁸ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 122-123.

CONJECTURE

After reviewing and analyzing the sources concerning Tembe's performance, we suspect that Tembe is a bright boy, but easily distracted and discouraged. He often has the correct answer, but he either does not know the reasons for the answer or he has difficulty verbalizing the methods by which he found the answer. Based on the transcripts, his answers were very short and when Mrs. Ball asked for an explanation of his answer, his response was full of hesitations ("ums") and insecurity (quiet voice, vague words). This tells us that Tembe is not confident with either his knowledge of math or his verbal skills. If the former is true, then Tembe needs to know the why's and how's of his mathematical knowledge. If the latter is true, this might reflect a cultural difference. Perhaps his family encourages the value of listening, rather than speaking. We would need to observe Tembe's performance and interaction in other classes in order to make a conclusion on the culture issue.

We had also found a connection between Mrs. Ball's journal and Tembe's journal. On the days Mrs. Ball described Tembe as being attentive, his journal entries were written neatly and were far more comprehensible than on the days that Mrs. Ball described Tembe as the least engaged/attentive in the class. We noticed that on the days when he was least attentive, he doodled more, which may indicate boredom or frustration with the problem at hand.

The video did not reveal a lot to us about Tembe's performance. He was not on camera frequently. This may indicate that Tembe does not actually participate as actively as some other students, such as Betsy.

In order to make more comprehensive conclusions, we would need more observation time and over an extended period.

Abbildung 27: Auszug aus dem *Online Journal* von Patricia und ihrem Studienkollegen
Quelle: Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 121-122.

Unterrichtskultur im Mathematikunterricht der Third-Grade-Klasse: Hier musste *Patricia* vorerst ein Beispiel aus dem *Multimedia Environment* wählen, das aus ihrer Sicht das Thema Unterrichtskultur in der *Third-Grade-Klasse* von *Ball* aufgriff. Im Anschluss daran musste sie bestimmte Aspekte der Unterrichtskultur analysieren, über diese Analyse waren dann Reflexionen anzustellen. Während ihrer Untersuchung wurde *Patricia* von *Lampert* begleitet. Dabei kommentierte *Lampert* *Patricias* Analysen laufend und regte sie zu weiteren Überlegungen an. Im Rahmen dieser Aufgabenstellung sollte durch die Interaktion zwischen Studentin und Ausbilderin ein fortgeschrittener Grad an Verständnis und Sensibilisierung für Unterrichtsprozesse erreicht werden.⁵⁵⁹ Am Beginn der Aufgabe versuchte *Patricia* den Begriff Unterrichtskultur zu beschreiben. Aus ihrer Sicht kann unter Unterrichtskultur Unterschiedliches verstanden werden. Zum einen würde der Begriff die Vielfalt einer Klasse zum Ausdruck bringen können, wie etwa die Herkunft der Schüler/innen, deren Geschlechter oder Alter. Zum anderen könnte der Begriff der Unterrichtskultur laut *Patricia* auch

⁵⁵⁹ Vgl. Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 123-124, 215-216.

Interaktionen zwischen Schüler/innen unter sich sowie mit dem/der Lehrer/in sowie bestimmte Werte und Normen im Klassenraum beschreiben.⁵⁶⁰

Nach ihrer Begriffserklärung beginnt Sie damit, eine Mathematikstunde von *Ball*, die sich mit Bruchrechnungen beschäftigt, aufzuarbeiten und anschließend zu analysieren. *Patricias* Kommentare sind in der *Abbildung 28* mittels Pfeilen gekennzeichnet.⁵⁶¹

D. Ball wants to see how students will solve the problem.

4/23/90, Monday

problems:

- > estimation 20×5
- > invented strategies for 19×5 →

- adding $19+19+19+19+19$
- trying to multiply

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

If I want to give 5 paperclips to each person in our class, will a box of 100 be enough? How do you know?
 $10 \times 5 + 9 \times 5$? (Can we get this? Maybe the minicomputer?)

2a. I have one dozen small cookies. If I want to share them equally with my family, how many would each person get? How do you know?

b. How would this work out in your family—how many cookies would each person get? How do you know?

-> getting needed information, i.e., how many people in my family strategies for division

possibilities of inverting
i.e., Benny can give 2 cookies to each person and will have 2 left over—how many does he have?

I experimented with typing the problems on paper and gluing them into the students notebooks.

I asked the students to work independently on the problems before conferring.

This went pretty well, with only Harooun and Daniel and Devin seeming stuck.

D. Ball is experimenting with teaching methods to get an understanding of how students understand fractions (what methods they will use, what pictures they will draw, etc.)

Abbildung 28: Auszug aus dem Online Journal von Patricia
Quelle: Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 126.

Patricia fährt mit ihrer Analyse (*Abbildung 29*) über die von ihr gewählte Unterrichtseinheit fort. Diese Analyse wurde im Anschluss von *Lampert* kommentiert (*Abbildung 30*, *Abbildung 31*, *Abbildung 32*, *Abbildung 33*). In *Abbildung 29* sind die vier eingefügten Kommentare von

⁵⁶⁰ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 124.

⁵⁶¹ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 126.

Lampert mittels Sprechblasen und den Initialen von Magdalena Lampert (ML) gekennzeichnet.⁵⁶²

Mrs. Ball types the problem into their notebook because a lot of writing for them to do. Then she explains how she would like them to work on the problem. First, **alone**, then in small groups. Why does she want them to work alone first?  What does this say about the culture of the class?

Ball explains exactly how she would like them to present the problem. For example, she doesn't leave much room for them to work in between her typing, so they should "work out" the problem on a separate page. What is she suggesting about the problem? About her norms/values? --that she values "how" the students reach an answer? rather than just seeing their answer? -- 

Raising hands with questions about where to "work out" problem-- Ball has specific intentions about where they write the problem.

Reading the problem out loud, so everyone understands "the words" -- third grade culture--may not understand all of the words? maybe Ball doesn't want their reading level to interfere with their ability to do the math problem? Notice that Haroun has difficulty reading--Cultural difference?

Interesting that Ball did not want them to confer before working on the problem, yet they do clarify the problems together before working alone.  is this because the classroom culture is usually one that allows and encourages discussion? A lot of students seem comfortable speaking in class. Students begin to confer with one another and Ball gives them a lot of freedom. circular versus rectangular cookies--equal pieces necessary--Cassandra who Ball is working with does not question that Ball use rectangular cookies, nor does she ask why to use equal pieces. 

Abbildung 29: Auszug aus dem *Online Journal* von Patricia
Quelle: Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 128.

⁵⁶² Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S.127-129.

Why might this method of beginning to work on the problem make sense? What are some arguments against doing this?

Abbildung 30: Kommentar 1 von *Lampert* zu *Patricias Online Journal*
Quelle: *Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 127.

I like the way you tentatively try out your ideas here, focusing mainly on good questions to ask.

Abbildung 31: Kommentar 2 von *Lampert* zu *Patricias Online Journal*
Quelle: *Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 129.

Why does this seem important to include here?

Abbildung 32: Kommentar 3 von *Lampert* zu *Patricias Online Journal*
Quelle: *Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 129.

Do you mean they “clarify” as a whole-class discussion? How might this be different from “conferring”?

Abbildung 33: Kommentar 4 von *Lampert* zu *Patricias Online Journal*
Quelle: *Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 129.

Durch die laufende Kommentierung versucht *Lampert*, *Patricias* Sicht auf die Unterrichtsabläufe, Handlungen der Schüler/innen und Gedanken der Lehrerin zu hinterfragen und die Grundlage, auf der sie ihre Aussagen und Interpretationen trifft, aus mehreren Perspektiven zu beleuchten. Voreingenommene Einstellungen und Altlasten aus der eigenen Schulerfahrung sollen auf diese Weise hinterfragt werden.⁵⁶³

Da eine detaillierte Darstellung *Patricias* Entwicklung im Rahmen dieser Aufgabe den Umfang dieses Kapitels sprengen würde, bildet die nachstehende *Abbildung 34* bereits das Resultat von *Patricias* Arbeit ab:⁵⁶⁴

⁵⁶³ Vgl. *Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 132.

⁵⁶⁴ Vgl. *Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 149.

Question: How does the classroom culture that D. Ball creates in her fractions unit reflect the kinds of mathematical skills and thinking she values?

Deborah Ball establishes an interesting classroom culture for her third-grade fractions unit. The culture of her classroom seems to operate according to a theoretical framework. What D. Ball values about mathematical skills and thinking establishes the structure and content of each fractions lesson. While D. Ball definitely values the understanding of mathematical concepts and the application of those skills, she creates a culture which also supports the personal and social development of the students. She encourages discussions, debates, and oral presentations, and these serve to indicate what and how the students understand fractions. In my analysis, I attempt to evaluate D. Ball's goals and values, how she creates a culture which supports these values, and how successful this method is within the third-grade classroom. My analysis illustrates and interprets four distinct days in the multimedia environment from the beginning, middle, and end of the third-grade fractions unit.

Abbildung 34: Auszug aus dem *Online Journal* von Patricia
Quelle: Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 149.

Lampert und *Ball* sehen *Patricias* Entwicklung als positiv, stellen aber gleichzeitig fest, dass hier eine abschließende Beurteilung dahingehend, ob die Studentin im Vergleich zur konventionellen Ausbildungsmethode mehr erlernen konnte, vorerst nicht festgestellt werden kann.⁵⁶⁵ Die neuen Technologien und diese Art von Pädagogik würden aber jedenfalls die Möglichkeit schaffen, andere und gezieltere Lernprozesse in den Studenten/innen in Gang zu setzen. Vor allem im Vergleich zur Aufgabenstellung nach dem Pionierprojekt 1 sei hier nach *Lampert* und *Ball* zu erkennen, dass aufgrund der Kommentare von *Lampert Patricia*s Untersuchungsprozess im Rahmen der Aufgabe dieses Projekts immer wieder in eine bestimmte pädagogisch wertvolle Richtung gelenkt wurde.⁵⁶⁶

4.2.2.2.2 Mathematische Aspekte

Lampert ließ ihre Studenten/innen in etwas modifizierter Form dasselbe Thema bearbeiten wie etwa die Schüler/innen in ihrer eigenen Klasse. Der Fokus liegt in diesem Kapitel daher ebenfalls auf Bruchrechnungen. Am Beginn des Semesters stellte *Lampert Patricia* die Frage, was es aus ihrer Sicht bedeutete, Bruchrechnen zu können und solche Rechengvorgänge auch zu verstehen. Diese Fragestellung stellt den Einstieg in das Thema dar. *Patricias* Antwort lautete wie in *Abbildung 35* abgebildet. Zusammengefasst bedeutete für sie wirkliches Verständnis für die Thematik der Bruchrechnungen, das Erkennen und Verstehen der Relation

⁵⁶⁵ Aus meiner Sicht war es auch nicht ihr primäres Ziel, einen solchen Vergleich samt Ergebnissen aufzustellen.

⁵⁶⁶ Vgl. *Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics, S. 157-158.*

zwischen dem Ganzen und Teilen davon. Für solch ein Verstehen und Erkennen wäre für *Patricia* persönlich vor allem die graphische Darstellung dieser Größen von Bedeutung.⁵⁶⁷

October 5, 1994

To *know* fractions means that you have an understanding of how to move from a whole to parts and back to the whole again. You would know the relationship that the part(s) have to the whole. For me "knowing" fractions requires some sort of visualization—drawing a picture or a shape so that I can see the parts (or fractions) of the whole object. I think that understanding fractions also requires an understanding, a conceptualization of what it is to be whole. What makes something whole (numbers and objects)? What makes something a part?

Abbildung 35: Auszug aus dem *Online Journal* von *Patricia*

Quelle: *Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 134.

Im Anschluss daran stellte *Lampert* eine Bruchrechnungsaufgabe.⁵⁶⁸ Im Rahmen dieser mussten die Studenten/innen nicht nur einen möglichen Lösungsweg erarbeiten, dieser musste präsentiert, diskutiert, belegt und argumentiert werden. Durch die Aufgabenstellung, den für sich gewählten Lösungsweg vor Publikum zu präsentieren, waren die Studenten/innen gefordert, die Arbeit ihrer Kollegen/innen kritisch zu analysieren. Im Anschluss an die Präsentationen und Diskussionen, die nachstehend zusammengefasst veranschaulicht werden, zeigte *Lampert* mittels des *Multimedia Environments* einen Ausschnitt aus einer Unterrichtsstunde aus *Balls* Schulklass, die sich ebenfalls mit ähnlichen mathematischen Bruchrechnungsaufgaben (16 geteilt durch 3) beschäftigten. Daran anschließend stellte *Lampert* den Studenten/innen weitere Bruchrechnungsaufgaben. *Lampert* bezweckte mit der Aufgabe, sich einerseits einen ersten Überblick über das mathematische Fachwissen der Student/innen zu verschaffen und andererseits, sie bewusst mit thematisch ähnlichen Aufgaben zu konfrontieren wie die Schüler/innen der *Fifth-Grade-Klasse*.⁵⁶⁹ Die erste Bruchrechnungsaufgabe lautete wie folgt:

Am Tisch lag eine Keksdose. Zuerst kam Ken und nahm sich die Hälfte der Kekse in der Dose. Da auch Martha hungrig war, aß sie ein Drittel von dem Rest, der noch übrig war. Im Anschluss gönnte sich auch Karen Kekse. Sie nahm sich drei Viertel von dem, was nach Martha noch in der Dose lag. Nach Karen wollte auch Dorothy noch etwas von den Keksen abhaben und aß

⁵⁶⁷ Vgl. *Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 134.

⁵⁶⁸ Vgl. *Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 134.

⁵⁶⁹ Vgl. *Lampert/Ball (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 135-136, 140-143.

schließlich einen Keks. Nach Dorothy war nur mehr 1 Stück Keks übrig, wie viele Kekse waren ursprünglich im Behälter?⁵⁷⁰

Obwohl *Patricia* im Rahmen der ersten Fragestellung (was es denn für sie bedeutete, Brüche zu verstehen) betonte, dass vor allem die graphische Darstellung einer Bruchrechnung Teil der Lösung sei, skizzierte die Studentin im Rahmen ihres ersten Lösungsversuchs gerade keine geometrische Figur. In der *Abbildung 36* ist ihre erste Berechnung abgebildet, um die Bruchrechnungsaufgabe zu lösen.⁵⁷¹

EXPERI MENTS

① $X \xrightarrow{D_2} D_3 \xrightarrow{D_{3/4}} S_1 \rightarrow 1$ *WRONG*

$9 = \frac{36}{4} \xleftarrow{m_2} \frac{18}{4} \xleftarrow{m_3} \frac{6}{4} \xleftarrow{m_{3/4}} 2 \xleftarrow{A_1} 1$

$X = 9$ cookies to begin with

check $9 \div 2 = \frac{9}{2}$ $\frac{9}{2} \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{6}$ $\frac{9}{6} \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{24}$ $\frac{27}{24} - \frac{24}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

② $X \xrightarrow{D_2} D_3 \xrightarrow{M_{3/4}} S_1 \rightarrow 1$ *WRONG*

$16 \xleftarrow{m_2} 8 \xleftarrow{m_3} \frac{8}{3} \xleftarrow{m_{3/4}} 2 \xleftarrow{A_1} 1$

$X = 16$ cookies

check $16 \div 2 = 8$ $8 \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}$ $\frac{8}{3} \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{24}{12} = 2$ $2 - 1 = 1$

YEAH RIGHT ANSWER

ANSWER = 16 COOKIES TO BEGIN WITH

Abbildung 36: Auszug aus dem *Online Journal* von *Patricias working backwards method*
 Quelle: Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 138.

Patricia kommt im Rahmen ihres ersten Versuchs auf das ziffernmäßige Endergebnis 9, diese Zahl kennzeichnet sie jedoch selbst als falsch. Im zweiten Anlauf berechnet sie das Ergebnis mit 16 Keksen und bezeichnet dieses als richtig.⁵⁷²

Eine andere Studentin desselben Kurses stellte die Lösung (siehe *Abbildung 37*) graphisch dar. Aufgrund der Präsentation dieser Studentin notierte sich *Patricia*, dass sie nun glaube, dass ihre anfänglich als richtig gekennzeichnete Antwort in *Abbildung 36* nun doch falsch sei und führte neue graphische Lösungswege (*Abbildung 38*) in ihrem *Online Journal* an.⁵⁷³

⁵⁷⁰ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 134.

⁵⁷¹ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 138.

⁵⁷² Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 138.

⁵⁷³ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 138-139.

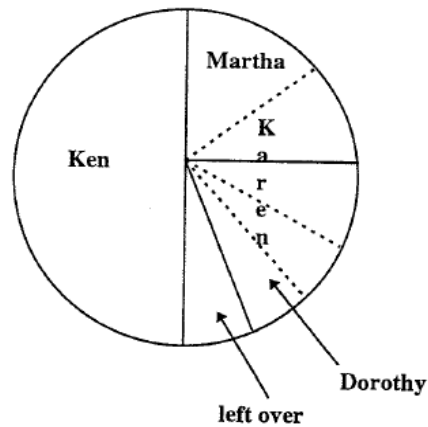


Abbildung 37: Graphische Lösung einer anderen Studentin
 Quelle: Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 139.

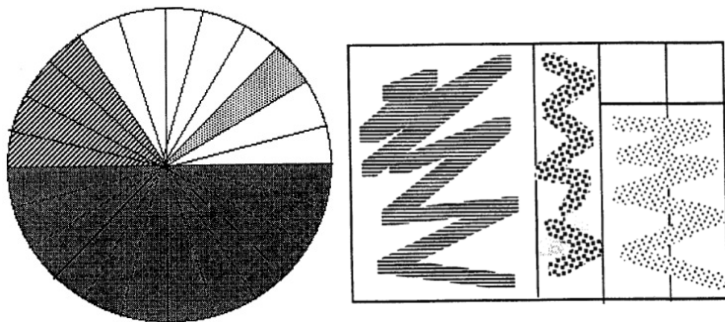


Abbildung 38: Graphische Lösungen von Patricia
 Quelle: Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 139.

Im Rahmen des mathematischen Diskurses des Seminars erkannte *Patricia* daher, dass ihre anfänglich aus ihrer Sicht als richtig erkannte Lösung nun doch falsch sei. *Lampert* hob an dieser Stelle hervor, dass die Studenten/innen durch den mathematischen Diskurs vor allem lernen, anderen zuzuhören und Gehör für deren Ideen und Lösungen zu haben.⁵⁷⁴ *Lampert* kommentiert die Arbeit ihrer Studentin nicht als richtig oder falsch. Sie führt selbst im Rahmen des 7. Kapitels ihres Werkes *Teaching, Multimedia, and Mathematics* jedoch die in *Abbildung 39* und *Abbildung 40* dargestellten Lösungswege an.⁵⁷⁵ Löst man die Gleichung, kommt man im Ergebnis auf 24 Kekse.

⁵⁷⁴ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 137.

⁵⁷⁵ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 135-136.

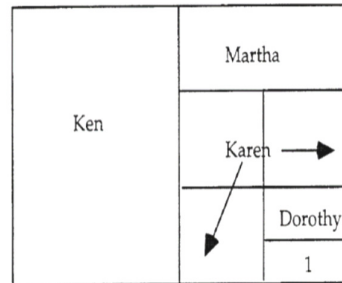


Abbildung 39: Auszug aus dem Kapitel 7 *A Design for Pedagogy*
 Quelle: Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 136.

$$C = \frac{1}{2}C + \frac{1}{3}(C - \frac{1}{2}C) + \frac{3}{4}([C - [\frac{1}{2}C + \frac{1}{3}(C - \frac{1}{2}C)]] + 1 + 1$$

Abbildung 40: Auszug aus dem Kapitel 7 *A Design for Pedagogy* (C= Gesamtzahl der Kekse)
 Quelle: Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 135.

Im Anschluss an die ausführliche Bearbeitung dieser Bruchrechnung durch die Studenten/innen spielt *Lampert* einen Videoausschnitt der *Fifth-Grade*-Klasse zu Bruchrechnungen vor. Anfänglich musste die Klasse 3 geteilt durch 15 darstellen. Dabei versuchten sie 3 Pizzen unter 15 Personen aufzuteilen. Diese Aufgabe gelang rasch, jede Pizza wurde in 5 Teile geteilt. Anschließend wurde den Schülern/innen die Aufgabe gestellt, 3 geteilt durch 16 – veranschaulicht an dem Beispiel, 3 Stück Käse unter 16 Mäuse zu teilen – zu lösen. Dabei verwendete *Ball* nachstehendes Tafelbild:⁵⁷⁶

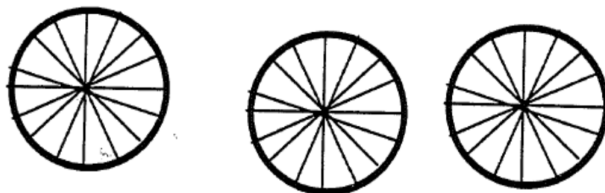


Abbildung 41: Auszug aus dem Kapitel 7 *A Design for Pedagogy*
 Quelle: Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 141.

Lampert hob an dieser Stelle hervor, dass für Schüler/innen bei der Thematik Brüche zwei Themen hervorstechen würden: Einerseits die Beziehung zwischen Division und Bruch und andererseits Division mit Rest.⁵⁷⁷ Die erste Aufgabe 3 geteilt durch 15 stellte dabei keine

⁵⁷⁶ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 139.

⁵⁷⁷ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 139-140.

Division mit Rest dar und war problemlos zu lösen. 3 geteilt durch 16 griff jedoch das Problem der Division mit Rest auf.⁵⁷⁸

Eine Schülerin meinte, dass wenn man jedes Stück Käse in 5 Teile teilen würde, eine kleine Maus kein Stück erhalten würde. Eine andere Schülerin schlug vor, jedes Stück Käse in 6 Teile zu teilen. Daraufhin wurde diskutiert, was mit den dabei übrigbleibenden 2 Stück zu tun wäre. Einige Schüler/innen schlugen vor (und begründeten dies vor der Klasse), die restlichen 2 Stück erneut durch 8 zu teilen. Diskutiert wurde vor allem darüber, wie diese kleineren Käsestücke (in *Abbildung 42* als kleinste Einheiten im ersten Block von rechts dargestellt) bezeichnet werden sollten. Dabei kam den Schülern/innen $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{8}$ sowie $\frac{1}{48}$ als Lösung in den Sinn.⁵⁷⁹

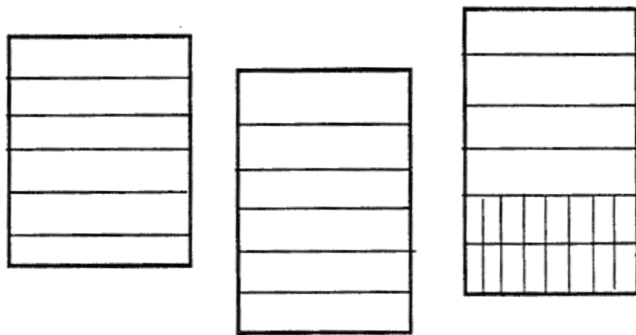


Abbildung 42: Auszug aus dem Kapitel 7 *A Design for Pedagogy*
 Quelle: Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 142.

Lampert und *Ball* versuchen, das Verständnis der angehenden Lehrer/innen für die Thematik Brüche anhand unterschiedlicher Perspektiven zu erweitern und zu vertiefen. Nach *Lampert* würden hier die Studenten/innen mit mehreren Kernideen im Rahmen von Brüchen konfrontiert werden: Zum einen, dass Brüche immer einem Bruchteil von einer bestimmten Menge entsprechen und somit die Größe der Menge relevant ist (betrachtet man z.B.: den Bruchteil eines Ganzen oder den Bruchteil eines Bruchs). Im Kontext vom vorangegangenen Beispiel in der *Fifth-Grade*-Klasse bedeutet das, zu wissen, wann und warum es korrekt sein kann, ein kleines Stück Käse von den übriggebliebenen Stücken als $\frac{1}{48}$, $\frac{1}{8}$ bzw. $\frac{1}{16}$ zu definieren. (wenn man $\frac{1}{6}$ betrachtet entspricht es $\frac{1}{8}$ davon; wenn man $\frac{2}{6}$ betrachtet entspricht es $\frac{1}{16}$ davon

⁵⁷⁸ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 139.

⁵⁷⁹ Vgl. Lampert/Ball (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 139.

und vom Ganzen entspricht es $\frac{1}{48}$) Zum anderen, dass Brüche nicht immer nur als Teil eines Ganzen gesehen werden müssen (d.h. dass unter $\frac{3}{16}$ ausschließlich ein Ganzes, das durch 16 geteilt wird, und dem 3 Stücke entnommen werden), sondern das $\frac{3}{16}$ auch bedeuten kann, dass 3 ganze Stücke insgesamt in 16 gleich große Teile geteilt werden bzw. man 3 ganze Stücke in 18 Teile zerlegt von denen jeder $\frac{1}{6} + \frac{1}{48}$ bekommt. Die letzten beiden Zugänge sind den meisten Studenten/innen regelmäßig fremd.⁵⁸⁰ *Lampert* dazu: “*Prospective teachers’ knowledge of fractions is challenged and developed from a simple regional part-whole representation of 3/16, [...] to a conception of fractions that includes connections to division (3/16 as 3 divided by 16), fractions as parts of discrete sets, and fractions as continuous measures of any size whole. In addition, these problems offer the opportunity to explore alternative mathematical representations, particularly real-world contexts, and algebraic, numeric, and geometric representations.*”⁵⁸¹

Lampert versucht den Studenten/innen einerseits Kernideen der Mathematik aufzuzeigen, andererseits verdeutlicht sie ihnen durch das Vorspielen der Beispiele aus *der Fifth-Grade-Klasse*, dass auch Schüler/innen früh für solche Ideen sensibilisiert werden können. Nicht unerwähnt soll bleiben, dass im Rahmen der Videoanalyse zu *Lamperts Fifth-Grade-Klasse* neben der Mathematik auch pädagogische Aspekte aufgegriffen und analysiert wurden. Die Autorin betonte durchgehend, dass es aus ihrer Sicht für die angehenden Lehrer/innen wichtig sei, den mathematischen Schwerpunkt des Seminars durchwegs mit pädagogischen Konzepten zu verknüpfen und zu hinterlegen.⁵⁸² Im Anschluss daran wurden *Patricia* (sowie ihren Studienkollegen/innen) weitere Bruchrechenaufgaben gestellt, bei der gleich mehrere Lösungswege aufzuzeigen waren. *Lampert* und *Ball* erkannten im Vergleich zu *Patricias* ersten Lösungsweg (siehe *Abbildung 36*) einen klaren Fortschritt der Studentin, der aus ihrer Sicht in der Arbeit mit dem *Multimedia Environment* wurzelt.⁵⁸³

4.3 Analyse von *Lamperts* Forschungsbeitrag zur Lehrer/innenausbildung

Bis zur Gründung des *M.A.T.H.*-Projekts war der Forschungsstand, der auf die Lehrer/innenausbildung direkten Bezug nahm, sehr zerstreut. Definitive Aussagen für die mathematische Lehrer/innenausbildung ließen sich kaum generieren, diese wurde im Rahmen der Periode zwischen 1970 und 1990 immer nur peripher angeschnitten. Die wohl

⁵⁸⁰ Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 141-142.

⁵⁸¹ *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 142.

⁵⁸² Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 142-144.

⁵⁸³ Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 146-147.

aussagekräftigsten Ergebnisse dieser Periode sind: zum Ersten, dass keine tatsächlichen Forschungserträge vorhanden waren.⁵⁸⁴ Zum Zweiten, dass angehende wie auch praktizierende Lehrer/innen auffallend schlechte Mathematikkenntnisse aufwiesen⁵⁸⁵ und zum Dritten, dass der Lehrkörper der *Teacher Educators* selbst überhaupt nicht adäquat für die Unterrichtung von angehenden Lehrer/innen ausgebildet waren.⁵⁸⁶

Die Abwesenheit von fundamentalen Forschungen war *Lampert* vertraut, vor Beginn des Projekts *M.A.T.H.* hob sie hervor, welche fundamentalen Fragen überhaupt erst beantwortet werden mussten, damit eine Verbesserung der Lehrer/innenausbildung stattfinden könnte. In der Periode ab 1980 kristallisierte sich dann klar die Forderung nach einem verständnisorientierten Mathematikunterricht heraus. Mit dieser Entwicklung war zumindest die grundlegende Frage, welche Mathematikkenntnisse Lehrer/innen in Schüler/innen zu generieren hätten, beantwortet. Tatsächliche Forschungen, wie diese Erkenntnisse in die Lehrer/innenausbildung zu integrieren gewesen wären, blieb aber bis Ende des 21. Jahrhunderts aus.⁵⁸⁷ Klar ist, das Projekt importiert nicht nur bloße Praxiserfahrung von erfahrenen Lehrer/innen. Die Sammlung und Bereitstellung des Videomaterials war nur der erste Schritt von vielen weiteren. Die Autorinnen heben klar hervor, dass die Videoaufnahmen für sich alleine keine tatsächlichen Lernmöglichkeiten oder gar tieferes Verständnis für den Lehrer/innenberuf schaffen würden.⁵⁸⁸ Erst die Entwicklung des Curriculums und die damit verbundene Durchführung dieser Methoden und Konzepte würden solche Opportunities schaffen. Mittels des Videomaterials waren die Studenten/innen jedenfalls dazu in der Lage, praxisbezogene Unterrichtseinheiten aus unterschiedlichen Blickwinkeln zu analysieren und über die durchaus unkonventionelle Unterrichtspraxis von *Lampert* und *Ball* zu reflektieren.⁵⁸⁹

Als Leser/in muss man feststellen, dass *Lampert* und *Ball* drei Leitgedanken in den Vordergrund stellen: Zum Ersten eine Mathematik, die mit dem starren Erlernen von Rechenregeln und der Anwendung dieser nichts gemein hat, sei es nun im Rahmen der Interaktion mit ihren Schülern/innen oder Student/innen. *Lampert* und *Ball* stehen für eine andere Art von Mathematik, eine, die sich auf logischem Denken, eigenen mathematischen Begründungen, Annahmen, Diskussionen und Lösungen gründet. Zum Zweiten ist für die

⁵⁸⁴ Siehe dazu 4.1.1.

⁵⁸⁵ Siehe dazu 4.1.2.2.

⁵⁸⁶ Siehe dazu 4.1.2.4.

⁵⁸⁷ Siehe dazu 4.2.1.

⁵⁸⁸ Vgl. *Lampert/Ball* (1998): *Teaching, Multimedia, and Mathematics*, S. 77.

⁵⁸⁹ Siehe dazu 4.2.2.2.1 und 4.2.2.2.2.

Autorinnen die Verbindung zwischen unterrichtsrealer Mathematik und pädagogischen Konzepten im Klassenraum von elementarer Bedeutung. Das im Unterabschnitt 4.2.2.2.2 dargestellte Beispiel zum mathematischen Themenblock Bruchrechnen unter Einsatz der audiovisuellen Aufnahmen im Klassenraum veranschaulicht aus meiner Sicht, wie die Verbindung zwischen Spezifika des Unterrichtsfachs und pädagogischen Inhalten von *Lampert* hervorgehoben wurde. Schließlich liegt der alleinige Schwerpunkt aber nicht nur auf der Mathematik selbst. Vielmehr werden die Studenten/innen aus unterrichtspraktischer Sicht auch auf Themen wie Unterrichtskultur, *Classroom Management*, Ideen und Gedankengängen der Schüler/innen aufmerksam gemacht.⁵⁹⁰ Dies ermöglicht es, angehende Lehrer/innen für die Lehrer/innenprofession neu zu konditionieren und im Detail zu sensibilisieren (Thema Altlasten). Zum Dritten ist das von *Lampert* und *Ball* entwickelte Curriculum zentral vom Untersuchungsgrundsatz geprägt. Die vorgesehenen Kurse waren darauf ausgerichtet, dass Studenten/innen durch Verwendung des *Multimedia Environments*, in dem die audiovisuellen Aufnahmen samt weiteren Werkzeugen (Schulhefte der Schüler/innen und Journal der Lehrerin) abrufbar waren, eigene Untersuchungen von unterrichtsrealen Situationen, teilweise unter Anleitung von *Lampert*, durchführten und darüber reflektierten.⁵⁹¹ *Lampert* beschrieb ihren fachdidaktischen Zugang zur Lehrer/innenausbildung abschließend wie folgt: “[...] (*U*)nderstanding teaching is a problem similar to understanding mathematics or understanding history or understanding science. It's that kind of parallel that makes me use the same pedagogy with my teacher ed. students that I use with my 5th graders. Active, engaged, constructive learning is as important for college students learning to be teachers as it is for children learning to do math.”⁵⁹²

Das Projekt hat für die damalige Zeit durch den Einsatz der verfügbaren Technik die Unterrichtspraxis in die bis zu diesem Zeitpunkt überwiegend theoretische Lehrer/innenausbildung importiert. Dass die Bezugnahme der Unterrichtspraxis positive Auswirkungen im Rahmen der Lehrer/innenausbildung haben könnte, zeigten bereits früh einige wenige Forschungen. Es findet sich sogar ein Hinweis auf das sog. *micro teaching*.⁵⁹³ *Cohen* hebt in seinem Nachwort zum Werk *Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice* jedoch hervor, dass die Verbindung von Unterrichtspraxis und Theorie regelmäßig immer nur im Rahmen des Unterrichtspraktikums (*field practice*), d.h. wie

⁵⁹⁰ Vgl. Friel, Susan (1999): Book Reviews: Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice by Magdalene Lampert and Deborah Loewenberg Ball. In: American Journal of Education, Vol. 107, Heft 3, S. 253; Siehe dazu auch National Council of Teachers of Mathematics (1999): Telegraphic Reviews. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 30, Heft 4, S. 475.

⁵⁹¹ Siehe dazu 4.2.2.2.1 und 4.2.2.2.2.

⁵⁹² Brandt/Lampert (1994): On Making Sense, S. 29-30.

⁵⁹³ Nachweis in FN 477 und FN 479.

angehende Lehrer/innen bestmöglich in den Schulen eingesetzt werden konnten, um Unterrichtserfahrung zu erlangen, diskutiert wurde. Die Unterrichtserfahrung dabei selbst in die Lehrer/innenausbildung zu importieren wurde dabei nur von wenigen in Betracht gezogen und verweilte daher meist als unbekannte Variable im Dunklen.⁵⁹⁴

Das Projekt *M.A.T.H.* verkörpert aus meiner Sicht gerade diese Unbekannte, es verbindet Theorie und Praxis mittels der für die zur damaligen Zeit verfügbaren technischen Mitteln auf eine einzigartige Art und Weise. Dem Forschungsbeitrag im Rahmen des Projekts *M.A.T.H.* wurde eine Reihe an (internationalen) positiven Rückmeldungen zuteil:

*“It is rare and refreshing to find university faculty who choose to teach mathematics in a public school classroom on a daily basis and, simultaneously, to work in teacher education and conduct research on teaching. Magdalene Lampert and Deborah Ball have created such roles for themselves, which they have pursued for a number of years.”*⁵⁹⁵

*“This is a fascinating and important book which all teacher educators should read. This is because it faces the inherent difficulties posed by current limiting forms of practical experience and shows imaginative ways of harnessing the power of technology to offer new approaches to help novices become effective and innovative teachers.”*⁵⁹⁶

*“Lampert and Ball describe an educational design quite unrivalled in the domain of teacher education. The design offers a substantial, well-reasoned answer to the question of how real practice can be taken as a starting point in teacher education [...]”*⁵⁹⁷

*“The thoughts about what preservice teachers should learn about teaching mathematics in a methods class are interesting and are certainly food for thought for teacher educators. This book is a must read for anyone involved in preparing mathematics teachers or in-service teachers.”*⁵⁹⁸

⁵⁹⁴ Vgl. Cohen (1998): Afterword, S. 169-170.

⁵⁹⁵ Friel, Susan (1999): Book Reviews: Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice by Magdalene Lampert and Deborah Loewenberg Ball. In: American Journal of Education, Vol. 107, Heft 3, S. 252.

⁵⁹⁶ French, Doug (1999): Reviews: Ball, Deborah & Lampert, Magdalene (1998) Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice. In: British Journal of Educational Technology. Vol. 30, Heft 3, S. 281.

⁵⁹⁷ Goffree, Fred (1999): Book reviews: Lampert, Magdalena & Ball, Deborah Loewenberg (1998). Teaching, multimedia and mathematics: Investigations of real practice. In: Journal of Mathematics Teacher Education. Vol. 2, Heft 3, S. 311.

⁵⁹⁸ Werner, Judy (1999): Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice. In: Mathematics Teaching in the Middle School. Vol. 5, Heft 3, S. 198.

*“This book is exciting and challenging reading. I expect that it will ignite a reexamination among teacher educators of what we do and why we do what we do in teacher education.”*⁵⁹⁹

*“[...] (T)he continuing strength of Lampert and Ball's work: They raise big issues about mathematics education in ways that stimulate others to critique hegemonic practice.”*⁶⁰⁰

Schließlich nahm auch das erste zentrale Werk zur Lehrer/innenausbildung *The Mathematical Education of Teachers* vom CBMS im Jahr 2001 direkten Bezug auf das *M.A.T.H.*-Projekt von Lampert und Ball und beschrieb zum Thema Bruchrechnen das Beispiel aus dem Kapitel 4.2.2.2.2.2 (3 geteilt durch 15 sowie 3 geteilt durch 16).⁶⁰¹ Der CBMS beschrieb in der Einleitung des 7. Kapitels *The Preparation of Elementary Teachers*, dass die in diesem Kapitel angeführten Forschungsbeiträge (unter anderem von Lampert und Ball) aufzeigen würden, welche Art von Lehrer/innenausbildung die als notwendig anerkannte Wissensbasis von angehenden Lehrer/innen fördern würde.⁶⁰²

Auch wenn die FDM sich in Amerika Ende der 1960er Jahre entwickelte und der Beitrag, den Lampert vor allem im Rahmen der Lehrer/innenausbildung leistete, erst 30 Jahre später veröffentlicht wurde, ist hier wohl nicht zu vergessen, dass die Forschungen im Bereich der Lehrer/innenausbildung bis Ende der 1980er Jahre kaum bis gar nicht vorhanden waren. Auch müssen die unterschiedlichen Bewegungen nach Gründung der FDM-Gesellschaft berücksichtigt werden. Bis zum Ende der 1970er Jahre erstreckte sich die *Back-to-Basic*-Bewegung, die nur rudimentäre mathematische Fähigkeiten vorsah. Das Projekt *M.A.T.H.* hätte in dieser Zeit, abgesehen von mangelnden technischen Möglichkeiten, meiner Meinung nach wohl auch kaum inhaltlich an Bedeutung gewinnen können. Mit dem Zusammenbruch der *New-Math*-Ära dominierte jene Art des Mathematikunterrichts, die Drill und Wiederholung vorsah. Eine Lehrer/innenausbildung, die *Teaching for Understanding* propagiert hätte, hätte wohl kaum Zuspruch gefunden. Erst mit dem Anbruch der Periode ab 1980 wurde die Forderung nach einem verständnisorientierten Mathematikunterricht lauter. Die zeitliche Einordnung und Durchführung des Projekts *M.A.T.H.* Ende der 1980er Jahre überrascht daher nicht, sondern war gerade in der Zeit, in der die *NCTM Standards* groß wurden, bestmöglich platziert. Bedenkt man diese Gegebenheiten (mangelnden Forschungsergebnisse und Zeitgeist)

⁵⁹⁹ Beal, Susan (1999): Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice. In: Teaching Children Mathematics. Vol. 6, Heft 2, S. 130.

⁶⁰⁰ Mousley, Judith (1999): Bringing Teaching to Teacher Education. In: Mathematics Education Research Journal. Vol. 11, Heft 2, S. 153.

⁶⁰¹ The American Mathematical Society, S. 69-70.

⁶⁰² The American Mathematical Society, S. 53.

muss man wohl erkennen, dass *Lamperts* und *Balls* Projekt – *Teaching, Multimedia, and Mathematics* – einen frühen und innovativen Beitrag zur Entwicklung der FDM für die Lehrer/innenausbildung darstellt.⁶⁰³

5 Anschließende Entwicklungen – ein Überblick

Wie bereits unter Punkt 2.2.2 dargelegt, ergaben sich nach dem Scheitern der *Back-to-Basic*-Bewegung drei zentrale Forschungsperioden: jene ab 1980 bis 1989, jene von 1990 bis 2009 und jene ab 2010 bis zum heutigen Tag.⁶⁰⁴ Nachstehend soll ein Überblick über die Entwicklungen ab den 2000er Jahren gegeben werden. Dieses Kapitel ist daher auf das Wesentlichste komprimiert und gibt keine detaillierte Darstellung der Entwicklungen nach den 2000er Jahren wieder. Ein Anspruch auf Vollständigkeit wird zu keiner Zeit erhoben.

5.1 Entwicklungen zur Schulmathematik

Die *NCTM Standards* von 1989 wurden im Jahr 2000 unter dem Titel *Principles and Standards for School Mathematics* überarbeitet. Dieses Werk vereinte alle ‚Standards‘ in einem. In dieser Zeit fanden große Bemühungen durch die Bundesstaaten statt, um ihre Mathematikcurricular zu vereinheitlichen und diese entsprechend den *NCTM Standards 2000* anzupassen. Diese Unternehmung gelang aber nicht flächendeckend.⁶⁰⁵ Zwischen den Bundesstaaten variierten die Lehrinhalte derselben Schulstufe stark. Die Heterogenität der Schulcurricular der Bundesstaaten wurde als evidentes Problem wahrgenommen. Ende der 2000er Jahre hatte jeder amerikanische Bundesstaat eigene bundestaatliche *Standards* entwickelt, die jedoch teilweise sehr unterschiedliche Schwerpunkte innerhalb der jeweiligen Schulstufen legten.⁶⁰⁶ Im Jahr 2010 wurden die sog. *Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM)* vom *National Governors Association Center for Best Practices* sowie vom *Council of Chief State School Officers* veröffentlicht. Mit den CCSSM sollte der Weg zu einheitlichen überstaatlichen Mathematikstandards geschaffen werden.⁶⁰⁷ Die CCSSM für Mathematik werden in die *Standards for Mathematical Practice* sowie *Standards for Mathematical Content* untergliedert. Erstere sehen *Grade*-übergreifend acht Schwerpunkte vor:

1. “*Make Sense of problems and persevere in solving them. Mathematical proficient students [...] analyze givens, constraints, relationships, and goals. They make conjectures about the form*

⁶⁰³ Analyse durch Verfasserin der Arbeit.

⁶⁰⁴ Vgl. Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 10.

⁶⁰⁵ Vgl. Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 15-17.

⁶⁰⁶ Vgl. Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 17-19.

⁶⁰⁷ Vgl. Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 19.

- and meaning of the solution and plan a solution pathway [...]. They consider analogous problems, and try special cases and simpler forms of the original problem in order to gain insight into its solution. [...]*
2. *Reason abstractly and quantitatively. Mathematically proficient students make sense of quantities and their relationships in problem situations. [...]*
 3. *Construct viable arguments and critique the reasoning of others. Mathematically proficient students understand and use stated assumptions, definitions, and previously established results in constructing arguments. They make conjectures and build a logical progression of statements to explore the truth of their conjectures [...]*
 4. *Model with mathematics. Mathematically proficient students can apply the mathematics they know to solve problems arising in everyday life, society, and the workplace. [...]*
 5. *Use appropriate tools strategically [...]*
 6. *Attend to precision. Mathematically proficient students try to communicate precisely to others. They try to use clear definitions in discussion with others and in their own reasoning. [...]*
 7. *Look for and make use of structure. Mathematically proficient students look closely to discern a pattern or structure. [...]*
 8. *Look for and express regularity in repeated reasoning. Mathematically proficient students notice if calculations are repeated, and look both for general methods and for shortcuts.”⁶⁰⁸*

Die flächendeckende Umsetzung dieser Standards im Klassenraum blieb nach *Lampert* aus. Sie beschreibt die überwiegende Unterrichtssituation im Jahr 2015 weiterhin als solche, die dem Bild des klassischen Mathematikunterrichts, wie unter *II Einleitung* erklärt, gleicht. Eine zumindest weitreichende Umsetzung der Revolutionierung des Mathematikunterrichts verweilt daher weiterhin als künftige Bestrebung.⁶⁰⁹

⁶⁰⁸ Common Core State Standards Initiative (2010): Standards for Mathematical Practice, S. 6-8; abrufbar unter nachstehendem Link:
https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Common_Core_State_Standards/Math_Standard_s.pdf (zuletzt abgerufen am 25.03.2018).

⁶⁰⁹ Vgl. *Lampert* (2015): Deeper Teaching, S. 19-20; *Lampert, Magdalene/ Franke, Megan/ Kazemi Elham/ Ghousseini, Hala/ Turrou, Angela/ Beasley, Heather/ Cunrad, Adrian/ Crowe, Kathleen* (2013): Keeping it Complex: Using Rehearsals to Support Novice Teacher Learning of Ambitious Teaching. In: *Journal of Teacher Education*, Vol. 64, Heft 3, S. 226.

5.2 Entwicklungen in der mathematischen Lehrer/innenausbildung

“*Teachers matter*“⁶¹⁰, dieser Leitsatz stand ab den 2000er Jahren im Fokus.⁶¹¹ Das Werk *The Mathematical Education of Teachers*⁶¹² (MET I) wurde im Jahr 2001 veröffentlicht und stellte bis dahin das erste zentrale Werk in der mathematischen Lehrer/innenausbildung dar.⁶¹³ Neben den CCSSM legten die Forschungen in der FDM ab den 2000er Jahren daher den Schwerpunkt auf die Weiterentwicklung der mathematischen Lehrer/innenausbildung, wobei erst rund 11 Jahre nach MET I das Werk *The Mathematical Education of Teachers II, CBMS 2012 – MET II* folgte. Letzteres diente ab diesem Zeitpunkt als zentrale Quelle für die Aus- und Weiterbildung von und für Mathematiklehrer/innen.⁶¹⁴

Lampert legte ihren Schwerpunkt ab den 2000er Jahren in der Lehrer/innenausbildung. Rund 10 Jahre nach Beginn des M.A.T.H.-Projekts fanden kaum Änderungen in dieser statt.⁶¹⁵ Sie weist ab den 1999er-Jahren kontinuierlich auf den Widerspruch zwischen den Reformbestrebungen für den Mathematikunterricht und den Realitäten der Lehrer/innenausbildung hin.⁶¹⁶ Nach Lampert wäre jede/r angehende Mathematiklehrer/in mit einer adäquaten Ausbildung dazu in der Lage, die Anforderungen an den Mathematikunterricht, wie ihn der NCTM forderte, umzusetzen.⁶¹⁷ Die Lehrer/innenausbildung stagnierte jedoch in den 2000er Jahren. So weisen viele Autor/innen auch in dieser Periode auf die bislang ignorierten Mängel hin. Ball und Cohen vertraten im Jahr 1999 klar den Standpunkt: “*If teachers’ professional learning could be situated in the sorts of practice that reformers wish to encourage, it could become a key element in a curriculum of professional development. A practice-based curriculum could be compelling for teachers and would help them improve students’ learning.*”⁶¹⁸

⁶¹⁰ Sowder, Judith (2007): The Mathematical Education and Development of Teachers. In: Lester, Frank (Hg.): Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics. Charlotte: Information Age Publishing, S. 157.

⁶¹¹ Vgl. Sowder, Judith (2007): The Mathematical Education and Development of Teachers. In: Lester, Frank (Hg.): Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics. Charlotte: Information Age Publishing, S. 157.

⁶¹² Vgl. The American Mathematical Society, S. 5.

⁶¹³ Vgl. Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 17-19.

⁶¹⁴ Vgl. Dossey/ McCrone/ Halvorsen, S. 19-24.

⁶¹⁵ Vgl. Lampert/ Ball (1999): Aligning Teacher Education with Contemporary K-12 Reform Visions, S. 39.

⁶¹⁶ Vgl. Lampert/ Ball (1999): Aligning Teacher Education with Contemporary K-12 Reform Visions, S. 39.

⁶¹⁷ Vgl. Lampert/ Ball (1999): Aligning Teacher Education with Contemporary K-12 Reform Visions, S. 40.

⁶¹⁸ Ball, Deborah/ Cohen, David (1999): Developing practice, developing practitioners. In: Darling-Hammond, Linda/ Sykes, Gary (Hg.): Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice. San Francisco: Jossey-Bass, S. 6.

Levin betonte 2006: *“Education schools need to embrace the reality that they are professional schools and refocus their work on the world of practice and practitioners. It is the only way they can become both excellent and useful.”*⁶¹⁹

Nicht zuletzt wies bereits Sowder im Jahr 2007 auf die inhärente Verbindung zwischen dem Schulunterricht und der Lehrer/innenausbildung mit den Worten hin: *“Schools cannot change unless teaching is improved.”*⁶²⁰

Ball et al wiesen auch noch im Jahr 2009 daraufhin, dass *“Initial teacher preparation must help novices learn how to do instruction, not just hear and talk about it.”*⁶²¹

Eine flächendeckende Lehrer/innenausbildung, die angehende Lehrer/innen für eine Unterrichtspraxis nach den *Common Core Standards* ausbildete, war aber auch Mitte der 2010er Jahre nicht vorhanden.⁶²²

⁶¹⁹ Levine, Arthur (2006): Educating school teachers. Washington, D.C.: Education Schools Project, S. 104.

⁶²⁰ Sowder (2007): The Mathematical Education and Development of Teachers, S. 160.

⁶²¹ Ball, Deborah/ Sleep, Laurie/ Boerst, Timothy/ Bass, Hyman (2009): Combining the development of practice and the practice of development in teacher education. In: Elementary School Journal, Vol. 109, Heft 5, 459.

⁶²² Vgl. Lampert et al (2013): Keeping it Complex, S. 226.

III Resümee

(1) Welche Entwicklungen führten zur Etablierung der Mathematikfachdidaktik als wissenschaftliche Disziplin in den USA?

Der Einfluss der Psychologie auf die Entwicklung der Fachdidaktik Mathematik als wissenschaftliche Disziplin ist unbestritten. Insbesondere der Mathematikunterricht wurde in den Anfängen der Psychologie als ein geeignetes Untersuchungsobjekt für Forschungen im Bereich des Lernens angesehen. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse wurden anschließend von unterschiedlichen Reformbewegungen aufgegriffen, um die Stellung der Mathematik im Schullehrplan und in der Gesellschaft zu verändern. Diese Reformen wurden grob vereinfacht durch zwei wesentliche Strömungen der Psychologie beeinflusst. Zum einen durch einen behavioristischen Ansatz, der insbesondere durch *Edward L. Thorndikes* Experimente im Rahmen des Arithmetikunterrichts verfolgt wurde. Zum anderen durch eine frühe Form des kognitivistischen Zugangs, der vor allem durch *William A. Brownell* und *Jerome Bruner* im Bereich der Mathematik forciert wurde. Diese stark voneinander abweichenden psychologischen Lerntheorien führten folglich zu konträren Auffassungen über die Rolle und Relevanz von Mathematik als Schulfach.

Während der behavioristische Ansatz den Grundstein für Reformbewegungen legte, die das Ziel verfolgten, die mathematische Bildung auf lebenspraktische Inhalte wie Grundrechnungsarten und Prozentrechnen zu beschränken, förderte der kognitivistische Zugang Reformbewegungen, die für einen verständnisorientierten Mathematikunterricht mithilfe von problemorientierten und entdeckenden Unterrichtsmethoden eintraten. Die behavioristischen Reformbewegungen konnten sich lange Zeit durchsetzen, wurden aber Mitte der 1950er Jahre aufgrund des stetig sinkenden Bildungsniveaus der Schüler/innen in Mathematik durch die *New-Math*-Bewegung abgelöst. Die grundlegende Intention der *New-Math*-Bewegung war es, ein fundiertes und tiefgreifendes mathematisches Wissen zu etablieren. Die *New-Math*-Bewegung scheiterte Anfang der 1970er Jahre sowohl an zu schwierigen mathematischen Inhalten als auch an einer inadäquaten Lehrer/innenausbildung. Letzteres konnte allerdings darauf aufmerksam machen, dass sich künftige Forschungen in der Schulmathematik mit mathematischen und didaktischen Kompetenzen der Lehrperson für bestimmte Unterrichtsmethoden auseinandersetzen müssten. Auch wenn der Untergang der *New-Math*-Bewegung abermals den Aufstieg einer durch behavioristische Ansichten geprägte Reformbewegung, der sog. *Back-to-Basic*-Bewegung, zur Folge hatte, löste er zusätzlich eine

Neuaufstellung der FDM-Gemeinschaft aus. Das offensichtlichen Fehlen einer gemeinsamen Zielsetzung innerhalb der Forschungen im Bereich des Mathematikunterrichts und die daraus folgenden Mängel einer adäquaten mathematischen Lehrer/innenausbildung führten zum Umdenken in der FDM. Fortan stand ein gemeinsames Bestreben, die FDM weiterzuentwickeln, im Vordergrund. Ende der 1960er Jahre etablierte sich aufgrund dieser Neuorientierung die Mathematikdidaktik als wissenschaftliche Disziplin.

(2) Welchen Forschungsbeitrag leistete *Lampert* im Rahmen der Entwicklung der frühen Mathematikdidaktik in den USA?

Das ursprüngliche Ziel der Forschungsarbeiten von *Lampert* ab den 1980er Jahren lag in der Verbesserung der mathematischen Lehrer/innenausbildung. Mit Beginn dieses Jahrzehnts kristallisierte sich ihre einzigartige Rolle heraus: Mathematiklehrerin, Forscherin im Bereich der Mathematikdidaktik und *Teacher Educator*. Im Zuge dessen wählte sie für die damalige Zeit einen völlig neuen Forschungszugang. *Lampert* entschied sich, dazu ihren eigenen Mathematikunterricht zu dokumentieren, analysieren und auszuwerten, um mithilfe der daraus gewonnenen Erkenntnisse und Daten den Aufbau und die Gestaltung der mathematischen Lehrer/innenausbildung von Grund auf zu erneuern. Somit entwickelte sie eine einzigartige Untersuchungsmethode, in der sie gleichzeitig diese Rollen in ihrer Person vereinte. Die Entscheidung sich selbst zum Forschungsobjekt zu machen, gab *Lampert* nicht nur die Möglichkeit ihre persönliche Auffassung eines verständnisorientierten Mathematikunterrichts in die Forschung einzubringen, sondern auch aufzuzeigen, dass ihre Vorstellung in der Praxis tatsächlich realisierbar ist. *Lampert* konnte folglich mit diesem Vorgehen die Fachdidaktik Mathematik auf zwei wesentlichen Ebenen, die nur schwer voneinander zu trennen sind, beeinflussen. Zum einen leistete sie mit den Untersuchungen ihres eigenen Unterrichts, den sie selbst als *Teaching for Understanding* bzw. *This kind of Teaching* bezeichnete, einen wesentlichen Beitrag zur mathematikdidaktischen Forschung. Zum anderen konnte sie mithilfe der aus der eigenen Unterrichtsforschung gewonnenen Erkenntnissen und Daten, die mathematische Lehrer/innenausbildung mit einem neuen Curriculum bereichern.

Wie ihre Forschungsbeiträge für die Mathematikdidaktik in den eben genannten Bereichen im Detail ausgesehen haben, soll mit der Beantwortung der nachfolgenden Forschungsfragen geklärt werden.

a. Welche Besonderheiten und Anforderungen an die Lehrperson beinhaltet das Unterrichtskonzept *Teaching for Understanding* von *Lampert*?

Das Unterrichtskonzept *Teaching for Understanding* beinhaltet eine Vielzahl an Unterrichtselementen und Anforderungen an die Lehrperson. Ziel des Unterrichtskonzepts ist es, den Schülern/innen die Möglichkeit zu geben, am mathematischen Prozess, d.h. an der Entwicklung von mathematischem Wissen, teilzunehmen. Die Problemorientierung legt bei *Lampert* dafür den Grundstein. Mathematische Problemstellungen werden zunächst eigenständig ergründet und anschließend in einem mathematischen Diskurs im Klassenplenum besprochen. Diese Diskussion verlangt von den Schülern/innen sowohl mathematische Aktivitäten wie Vermuten, Begründen, Argumentieren, Hinterfragen, Widerlegen und Überdenken als auch das Einhalten von sozialen Regeln. Mit anderen Worten fordert der mathematische Diskurs eine Unterrichtskultur, die den Rahmen für die mathematische Arbeits- und Umgangsweise vorgibt. Die Entwicklung und auch Aufrechterhaltung solch einer Unterrichtskultur ist unter anderem Aufgabe der Lehrperson. Des Weiteren fordert der oft unsichere Unterrichtsverlauf von der Lehrperson sowohl fundiertes Fach- und kontextbezogenes Wissen als auch Flexibilität. Innerhalb der Klassendiskussion kann es zu unerwarteten Wendungen oder zu Dilemma-Situationen kommen, auf welche die Lehrperson flexibel reagieren muss. Die Reaktion fordert einerseits Bewältigungsstrategien von Problemsituationen unter Berücksichtigung der Persönlichkeit und des Wissensstandes der Kinder, andererseits umfassende mathematische Fachkenntnisse, um die Behauptungen und Gedankengänge der Kinder nachvollziehen und mit der gewählten Problemstellung in Beziehung setzen zu können. Wenn man bedenkt, dass die eben genannten Unterrichtselemente zum Teil gleichzeitig ablaufen, stellt das Unterrichtskonzept *Teaching for Understanding* ein hochkomplexes, am Beispiel von *Lampert* jedoch klar realisierbares Vorhaben dar.

b. Auf welchem Forschungsumfeld baute *Lampert* ihr Unterrichtskonzept *Teaching for Understanding* auf und inwiefern beeinflusste sie damit die mathematikdidaktische Forschung?

Das Forschungsumfeld, auf dem *Lampert* aufbaute, war je nach Forschungsbereich mehr bzw. weniger ausgeprägt. Im Bereich der Problemorientierung im Mathematikunterricht wurde *Lampert* von zwei wesentlichen Aspekten beeinflusst. Erstens durch die Vorarbeiten von *Lakatos* und *Pólya*, die vor allem ihr Verständnis von Mathematik, was es nun bedeutete, mathematisch zu arbeiten und die Disziplin tatsächlich zu verstehen, geprägt. *Lakatos* und

Pòlya vertraten eine ähnliche Meinung, die sich im Grunde damit zusammenfassen lässt, dass mathematisches Wissen und Verständnis aus einem mathematischen Prozess bzw. Dialog heraus, der sowohl durch das Aufstellen, Begründen und Widerlegen von Annahmen entsteht als auch durch Courage und Mut, eigene Ideen und Ansätze zu vertreten, gekennzeichnet ist. Solch ein mathematischer Diskurs ist wiederum die Folge einer gemeinsamen Auseinandersetzung von Problemstellungen. Zweitens wurde *Lampert* durch relevante Reformdokumente in den 1980er Jahren (*An Agenda for Action*, *NCTM Standards*), welche die Entwicklung hin zu einem problemorientierten Mathematikunterricht als zentral erachteten, beeinflusst. Die Forderungen einer problemorientierten Schwerpunktsetzung der Reformdokumente hoben unter anderem *Pòlyas* Ansichten zum Problemlösen und den mathematischen Diskurs als relevant hervor. Auch wenn *Lampert* nicht direkt im Bereich des Problemlösens forschte, konnte sie trotzdem mit ihrer Arbeit einen Beitrag dafür leisten. In ihrem Unterrichtskonzept *Teaching for Understanding* war die Problemorientierung mit dem daraus resultierenden mathematischen Diskurs die grundlegende didaktische Methode zur Aufarbeitung der Lehrplaninhalte. Folglich lieferte *Lampert* mit ihrem dokumentierten Unterricht nicht nur eine Integration der aktuellen Forschungsinteressen der FDM, sondern auch eine praktische Umsetzung.

Neben der Problemorientierung beinhaltete *Lamperts* Unterrichtskonzept zwei ausschlaggebende Elemente: die Bewältigung von Dilemma-Situationen und die Entwicklung und Erhaltung einer Unterrichtskultur. Die kognitiven Prozesse und Herausforderungen, die diesen Maßnahmen zugrunde liegen, wurden durch den Forschungsbereich *Teacher Thinking* innerhalb der Unterrichtsforschung beschrieben. *Lampert* wurde maßgeblich durch dieses Forschungsgebiet geprägt. Die Spezialisierung der Unterrichtsforschung auf Gedanken- und Informationsverarbeitungsprozesse der Lehrperson ging abermals auf die kognitive Wende Anfang der 1980er Jahre zurück. Eine Periode zuvor (1970 – 1980), direkt nach der Gründung der FDM als wissenschaftlich Disziplin, lag der Forschungsschwerpunkt noch ausschließlich auf beobachtbaren Verhaltensaspekten der Lehrperson sowie der Schüler/innen. Auch wenn die Konzentration auf Eigenschaften und Verhaltensweisen der Lehrperson zu keiner nennenswerten Verbesserung des Mathematikunterrichts und folglich der mathematischen Lehrer/innenausbildung führte, waren diese Untersuchungen wichtig für die Weiterentwicklung der FDM. Denn die Erkenntnis, dass aufgrund der Ungewissheit des Unterrichtsverlaufs und der individuellen Bedürfnisse der Schulpopulation niemals alle

effektiven Verhaltensmuster festgestellt werden könnten, trug dazu bei, dass sich der Forschungsschwerpunkt auf kognitive Prozesse der Lehrperson verschob.

Gerade weil *Lampert* ihre Forschungen genau in dieser Umbruchphase der FDM begann, stellten die Ergebnisse der damaligen mathematikdidaktischen Forschungen zum Lehrer/innenverhalten keine wirkliche Orientierungshilfe dar. Anhaltspunkte bekam sie daher durch allgemeine Ansätze und Ideen aus der Unterrichtsforschung. Ihr Interesse lag in diesem Zusammenhang im Besonderen auf den noch wenig ergründeten Forschungsbereich der Lehrer/innenkognitionen. Die aussagekräftigste Erkenntnis der ersten Forschungen im Bereich *Teacher Thinking* war die Feststellung der enormen Komplexität des Unterrichtens. Gerade die Anerkennung und Bewältigung der komplexen Anforderungen des Lehrberufs waren ein besonderes Anliegen von *Lampert*. Mit ihren ersten Forschungen im Rahmen ihrer Dissertation erweiterte sie den Bereich *Teacher Thinking* aus Sicht der FDM mit ihrem Beitrag zum Dilemma Management. Viele Forschungen zu letzterem waren darauf ausgelegt, Handlungsalternativen mit widersprüchlichen Zielen zu untersuchen und aufzuschlüsseln, um folglich die eine oder andere nichtwünschenswerte Dilemma-Lösung als das bessere Übel zu deklarieren. *Lampert* lehnt es ab, Lösungsansätze für unvorhersehbaren Dilemma-Situationen zu finden. Ihr Zugang lag vielmehr in der Akzeptanz und Bewältigung von Dilemma-Situationen ohne Bereitstellung einer Entweder-oder-Lösung. *Lampert* fasste dies wie folgt zusammen: *“One thing I’ve learned is that teaching is not about solving problems; it’s about managing complexity—because every time I set out to solve a problem, another problem crops up. It was a big insight for me to say that’s a characteristic of this practice, rather than my failure; that teaching necessarily involves trying to accomplish a lot of conflicting goals.”*⁶²³ Besonders bemerkenswert dabei war, dass sie ihren Ansatz sowohl anhand der Beobachtung des Mathematikunterrichts fremder Lehrpersonen als auch aufgrund der Untersuchung und Dokumentation ihres eigenen Unterrichts belegen konnte. Mit ihrer Sichtweise der Lehrperson als Dilemma-Manager/in erweiterte sie die mathematikdidaktische Forschung um eine mögliche Bewältigungsstrategie für unvorhersehbare Wendungen im Unterrichtsverlauf des immer stärker geforderten problemorientierten Mathematikunterrichts.

Ein weiterer relevanter Schwerpunkt im Bereich der Unterrichtsforschung in den 1980er Jahren lag in der Berücksichtigung einer Unterrichtskultur. Unter dieser versteht man alle Planungen, Maßnahmen und Entscheidungen der Lehrpersonen, um eine produktive Lernumgebung zu

⁶²³ Brandt/Lampert (1994): On Making Sense, S. 29-30.

schaffen. Der persönliche Zugang der Lehrperson zum Unterrichtsfach, d.h. die Auffassung der Lehrperson, wie die fachlichen Inhalte aufgearbeitet werden sollten, stellte nach den Forschungen den einflussreichsten Faktor auf die Unterrichtskultur dar. Ebenso wichtig ist die Einstellung der Schüler/innen zum jeweiligen Fach, welche aber durchaus durch die Lehrperson verändert werden kann. *Lampert* griff die Forschungsansätze bzgl. der Unterrichtskultur auf und versuchte sie abermals, auf den Mathematikunterricht umzulegen. Nach *Lamperts* Ansicht war die Entwicklung und Erhaltung einer Unterrichtskultur die Grundlage für das mathematische Arbeiten an sich. Ihre Unterrichtskultur basierte auf räumlichen Anordnungen, sozialen Normen und mathematischen Aktivitäten, welche die Voraussetzungen für einen mathematischen Diskurs über eine bestimmte Problemstellung darstellten. Die Umsetzung dieser in der Unterrichtspraxis konnte sie gleich wie beim Dilemma Management mit der Dokumentation und Analyse ihres eigenen Unterrichts nachweisen. Infolgedessen konnte *Lampert* die FDM um einen alternativen Zugang zur Entwicklung und Erhaltung einer Unterrichtskultur in Mathematik bereichern. Denn *Lamperts* Unterrichtskultur unterschied sich nicht nur grundlegend von der eines traditionellen Mathematikunterrichts, sondern repräsentierte auch ein notwendiges Instrument für den intensiv geforderten problemorientierten Mathematikunterricht.

Zusammenfassend gelang es *Lampert* mit ihrem Unterrichtskonzept *Teaching for Understanding* Erkenntnisse aus der Unterrichtsforschung über verschiedene komplexe Unterrichtselemente (Dilemma Management; Entwicklung und Erhaltung einer Unterrichtskultur; Problemorientierung) in die reale Unterrichtspraxis zu inkludieren, und somit eine Umsetzung der zum damaligen Zeitpunkt zentralen Forderungen nach einem verständnisorientierten Mathematikunterricht, der sich auf Problemorientierung stützt, bereitzustellen. Dieses Vorhaben stellte meines Erachtens einen beachtlichen Beitrag zur Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik dar, da *Lampert* zwar keine allgemeingültige Lösung, aber eine Option zur praktischen Realisierung aufzeigte, auf der zukünftige Forschungen aufbauen konnten.

c. Das Pionierprojekt *Teaching, Multimedia, and Mathematics* – welche fundamentale Besonderheit weist es unter Berücksichtigung des Forschungsumfeldes auf?

Das Forschungsumfeld auf dem das *M.A.T.H.*-Projekt aufbaute unterlag mehreren Schwachpunkten. Die Reformbestrebungen zur Erneuerung der Schulmathematik thematisierten die Lehrer/innenausbildung kaum bis gar nicht. So wurde zwar ab den 1980er

Jahren ein verständnisorientierter, entdeckender Mathematikunterricht gefordert, angehende Lehrer/innen wurden für diese Art des Unterrichts aber nicht vorbereitet. Mathematiklehrer/innen hatten daher überwiegend selbst nur schlechte Fachkenntnisse, um einen verständnisorientierten Unterricht zu realisieren. Zudem wiesen auch die *Teacher Educators* in der mathematischen Lehrer/innenausbildung große Schwächen auf. Nicht zuletzt wurde hier bereits sehr früh erkannt: "*Teacher Educators should practice what they preach.*"⁶²⁴ Evident war jedoch, dass dieser Grundsatz in der damaligen Ausbildungssituation überhaupt nicht gelebt wurde.

Lampert waren die Schwachpunkte der mathematischen Lehrer/innenausbildung bekannt. Sie berücksichtigte mit dem *M.A.T.H.*-Projekt genau diese Mängel. Sie importierte ihre Unterrichtspraxis, die den Anforderungen der Reformdokumente entsprach, und wählte zudem in der Interaktion mit ihren Studenten/innen genau dasselbe Unterrichtskonzept wie im Klassenraum in der Interaktion mit ihren Schüler/innen. *Lampert* und *Ball* haben unter Verwendung der zum damaligen Stand modernsten Technik ein mehrjähriges Forschungsprojekt geschaffen, das vor allem deshalb so hervorsticht, da dieses drei Rollen in der Person *Magdalene Lampert* vereint: Mathematiklehrerin, Forscherin und *Teacher Educator*.

i. Welche Ziele verfolgte das Pionierprojekt?

Das übergeordnete Ziel des *M.A.T.H.*-Projekts war es, Ansätze für eine innovative Lehrer/innenausbildung des Unterrichtsfaches Mathematik zu entwickeln, die nicht nur Praxis und Theorie auf eine bisher nie da gewesene Art miteinander in Beziehung setzten sollte, sondern auch schlussendlich eine längerfristige Änderung im fachdidaktischen Zugang zum Mathematikunterricht im *Elementary-School*-Bereich bezweckte. Das Projekt untergliederte sich in mehrere Phasen, wobei in jeder einzelnen eine unterschiedliche Zielsetzung erfolgte.

Phase 1 (Ziel: Stoffauswahl und -sammlung): In dieser lag das Bestreben der Autorinnen darin, eine Datensammlung an praxisbezogenen und zusammenhängenden Unterrichtseinheiten mittels Video- und Audioaufnahmen zu erstellen. Die Gestaltung, die Auswahl des *Problem of the Day* und die Durchführung aller Mathematikstunden innerhalb des Schuljahres 1989/1990 oblag den Autorinnen. Bereits in dieser Phase lenkten diese zentral die weitere Entwicklung des Projekts.

⁶²⁴ Peck/Tucker, S. 943.

Phase 2 (Ziel: Entwicklung des Curriculums): Mit Abschluss der Stoffsammlung lag die nächste Hürde darin, diese adäquat aufzuarbeiten und ein Curriculum für die Lehrer/innenausbildung zu entwickeln. Im Rahmen des Curriculums verfolgten *Lampert* und *Ball* drei Leitgedanken:

Zum Ersten sollte den Studenten/innen eine andere Art von Schulmathematik nähergebracht und diese dafür sensibilisiert werden, dass auch Schüler/innen in der *Elementary School* dazu in der Lage waren, mathematische Inhalte im Unterricht forschend zu ergründen.

Zum Zweiten war die Verbindung von unterrichtsrealen mathematischen und pädagogischen Konzepten zentral.

Zum Dritten war das Grundgerüst des Curriculums bedeutend vom Untersuchungsgrundsatz geprägt. Diese Schwerpunktsetzung hebt den fachdidaktischen Ansatz von *Lampert* und *Ball*, den sie für den Schulunterricht im Klassenraum entwickelten, auch auf die Ebene der mathematischen Lehrer/innenausbildung. Die Studenten/innen sollten ebenfalls durch eigenes Ergründen realitätsnaher Unterrichtssituationen die Anforderungen an den und die damit verbundenen Herausforderungen im Lehrer/innenberuf gezielt erkennen.⁶²⁵

Phase 3 (Ziel: Durchführung des Curriculums): In der letzten Phase lag das Ziel darin, das entwickelte Curriculum selbst durchzuführen und die Entwicklung der Lehrerpersönlichkeiten der Student/innen zu beobachten und zu dokumentieren.

ii. Welche Ebenen der Mathematikdidaktik beinhaltet das Projekt *M.A.T.H.*?

Hält man sich die anfänglich unter 1.2 *Versuch einer Begriffserklärung* zitierte Beschreibung von Mathematikdidaktik vor Augen, kann man meiner Meinung nach feststellen, dass das von *Lampert* und *Ball* entwickelte *M.A.T.H.*-Projekt in sich zwei unterschiedliche Ebenen der Fachdidaktik begreift: „[...] *Didaktik der Mathematik ist die Wissenschaft von der Entwicklung praktikabler Kurse für das Lernen im Bereich Mathematik sowie der praktischen Durchführung und empirischen Überprüfung der Kurse einschließlich der Überlegungen zur Zielsetzung der Kurse und der Stoffauswahl.* [...]“⁶²⁶ *Lampert* entwickelte aufgrund ihrer eigenen Unterrichtsforschung demnach praktikable Kurse für das Lehren und Lernen im Bereich Mathematik und wendete diese im Schulunterricht (Ebene eins) sowie im Rahmen der Lehrer/innenausbildung (Ebene

⁶²⁵ Nachweis in FN 530 und FN 592.

⁶²⁶ Wittmann, Erich (1981): Grundfragen des Mathematikunterrichts. 6. Auflage. Braunschweig: Vieweg Verlag, S. 1.

zwei) selbst an. Die Zielsetzung und Stoffauswahl im Rahmen dieser Kurse oblag ihr auf beiden Ebenen:

Mathematikdidaktik auf Ebene des Schulunterrichts: Das Projekt wurzelt im Klassenraum, in welchem *Lampert* über ein ganzes Unterrichtsjahr hinweg die dafür notwendigen Unterrichtsmaterialien ausgesucht sowie eigene Problemstellungen erarbeitet und jede Unterrichtseinheit selbst abgehalten hat. Diese Arbeit verfolgte das Ziel, nicht nur den Schülern/innen umfassende Lernmöglichkeiten zu bieten, sondern auch bereits den Rahmen für das zu entwickelnde Curriculum für die Lehrer/innenausbildung zu stecken.

Mathematikdidaktik auf Ebene der Lehrer/innenausbildung: Darauf aufbauend hat *Lampert* ein innovatives Curriculum für die Lehrer/innenausbildung erstellt, bei dem kontextbezogene Schulmathematik (nach *Teaching for Understanding*) im Zentrum stand. Schließlich war *Lampert* zentral in die anschließende Anwendung des Curriculums als Ausbilderin eingebunden.⁶²⁷ Hier kristallisiert sich erneut die einzigartige und unübliche Position von *Lampert* heraus. Die Person *Magdalena Lampert* ist Mathematiklehrerin, Forscherin in der FDM und Ausbilderin der künftigen Generation an Lehrer/innen.

Lamperts fachdidaktischer Zugang zur Lehrer/innenausbildung wurzelt in der Verbindung dieser beiden Ebenen, den sie (erneut)⁶²⁸ wie folgt beschrieb: “[...] (*U*)nderstanding teaching is a problem similar to understanding mathematics or understanding history or understanding science. It's that kind of parallel that makes me use the same pedagogy with my teacher ed. students that I use with my 5th graders. Active, engaged, constructive learning is as important for college students learning to be teachers as it is for children learning to do math.”⁶²⁹

iii. Welchen Forschungsbeitrag leistete *Lampert* im Rahmen der Lehrer/innenausbildung?

Mit Blick auf die anschließenden Entwicklungen ab den 2000er Jahren erkennt man, dass der Forschungsbeitrag von *Lampert* keinen umfassenden Einfluss auf die mathematische Lehrer/innenausbildung genommen hat. Trotz allem wurde sie aber mit dem *M.A.T.H.*-Projekt im MET I, d.h. im ersten zentralen Werk für diese, mehrfach zitiert und empfohlen, auch waren

⁶²⁷ Siehe dazu auch Cohen (1998): Afterword, S. 177.

⁶²⁸ Nachweis in FN 592.

⁶²⁹ Brandt/Lampert (1994): On Making Sense, S. 29-30.

die Kritiken hinsichtlich des Projekts sehr positiv. Ihr Forschungsbeitrag zur Entwicklung der frühen Mathematikdidaktik wurde daher durch das MET I definitiv gewürdigt.

Eine tatsächliche Implementierung ihrer Ansätze und Ideen ist jedoch in den USA bundesstaatenübergreifend bis heute nicht erfolgt. *Lampert* ist aber auch in den 2010 er Jahren aktiv in der mathematischen Lehrer/innenausbildung tätig und arbeitet weiterhin an der Revolutionierung der Ausbildung künftiger Mathematiklehrer/innen.

IV Literaturverzeichnis

Primärliteratur

Lampert, Magdalene/ Ball, Deborah (1998): Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice. New York: Teachers College Press.

Lampert, Magdalene (2001): Teaching Problems and the Problems of Teaching. New Haven: Yale University Press.

Sekundärliteratur

Arnold, Karl-Heinz/Roßa, Anna-Elisabeth (2012): Grundlagen der Allgemeinen Fachdidaktik und der Fachdidaktiken. In: Kampshoff, Marita/Wiepecke, Claudia (Hg.): Handbuch Geschlechterforschung und Fachdidaktik. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Ball, Deborah (1991): Research on Teaching Mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation. In: Brophy, Jere (Hg.): Advances in Research on Teaching: Teachers' Knowledge of Subject Matter as it relates to their Teaching Practice. Volume 2. Greenwich: JAI Press.

Ball, Deborah/Cohen, David (1999): Developing practice, developing practitioners. In: Darling-Hammond, Linda/ Sykes, Gary (Hg.): Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice. San Francisco: Jossey-Bass.

Ball, Deborah/Sleep, Laurie/Boerst, Timothy/Bass, Hyman (2009): Combining the development of practice and the practice of development in teacher education. In: Elementary School Journal, Vol. 109, Heft 5.

Beal, Susan (1999): Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice. In: Teaching Children Mathematics, Vol. 6, Heft 2.

Begle, Edward/Gibb, Glenadine (1980): Why Do Research? In: Shumway, Richard J. (Hg.): Research in Mathematics Education. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Bodenmann, Guy/Schaer, Marcel (2006): Gestaltpsychologie. In: Sprache, Stimme, Gehör, Vol. 30, Heft 1.

Böhm, Winfried/Seichter, Sabine (2018): Wörterbuch der Pädagogik. 17. Auflage. Paderborn: Ferdinand Schöningh, Brill Deutschland GmbH.

Bossé, Michael J. (1995): The NCTM Standards in Light of the New Math Movement: A Warning! In: Journal of Mathematical Behavior, Vol.14, Heft 2.

Brandt, Ron/Lampert, Magdalene (1994): On Making Sense: A Conversation with Magdalene Lampert. In: Educational Leadership, Vol. 51, Heft 5.

Brooks, Edward (1883/1970): Mental science and methods of mental culture. In: Bidwell, James K./Clason, Robert G. (Hg.): Readings in the History of Mathematics Education. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Brophy, Jere (1986): Teaching and learning mathematics: Where research should be going. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 17, Heft 5.

Brophy, Jere/Evertson, Caroline (1976): Learning from teaching: A developmental perspective. Boston: Allyn & Bacon.

Brophy, Jere/Good, Thomas (1986): Teacher behavior and student achievement. In: Wittrock, Merlin C.(Hg.): Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Brown, Catherine A./Cooney, Thomas J. (1982): Research on Teacher Education: a philosophical orientation. In: Journal of Research and Development in Education, Vol. 15, Heft 4.

Brownell, William A. (1947): The Place of Meaning in the Teaching of Arithmetic. In: The Elementary School Journal, Vol. 47, Heft 5.

Bruner, Jerome S. (1977): The Process of Education. Cambridge: Harvard University Press.

Clark, Christopher/Lampert, Magdalene (1986): The Study of Teacher Thinking: Implications for Teacher Education. In: Journal of Teacher Education, Vol. 37, Heft 5.

Clark, Christopher M./Yinger, Robert J. (1979): Teachers' Thinking. In: Peterson, Penelope L./Walberg, Herbert J. (Hg.): Research on Teaching: Concepts, Findings, and Implications. Berkeley: McCutchan.

Cohen, David (1998): Afterword. In: Lampert, Magdalene/ Ball, Deborah (Hg.): Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice. New York: Teachers College Press.

Cooney, Thomas (1980): Research on Teaching and Teacher Education. In: Shumway Richard (Hg.): Research in Mathematics Education. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Cuban, Larry (1984): How Teachers Taught: Constancy and Change in American Classrooms, 1890-1980. New York: Longman, Inc.

De Vault, M. Vere/Weaver, Fred J. (1970): Forces and Issues Related to Curriculum and Instruction, K-6. In: National Council of Teachers of Mathematics (Hg.): A History of Mathematics Education in the United States and Canada. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Ellis, Mark W./Berry III, Robert Q. (2005): The Paradigm Shift in Mathematics Education: Explanations and Implications of Reforming Conceptions of Teaching and Learning. In: The Mathematics Educator, Vol. 15, Heft 1.

Feiman-Nemser, Sharon/Floden, Robert E. (1986): The Cultures of Teaching. In: Wittrock, Merlin C.(Hg.): Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Fey, James T./Graeber, Anna O. (2003): From the New Math to the Agenda for Action. In: Stanic, Georg M./Kilpatrick, Jeremy (Hg.): A History of School Mathematics: Volume 1. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Freeman, Frank N. (1922): The Psychology of Arithmetic (Book review). In: The Elementary School Journal, Vol. 10, Heft 22.

French, Doug (1999): Reviews: Ball, Deborah & Lampert, Magdalene (1998) Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice. In: British Journal of Educational Technology, Vol. 30, Heft 3.

Friel, Susan (1999): Book Reviews: Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice by Magdalene Lampert and Deborah Loewenberg Ball. In: American Journal of Education, Vol. 107, Heft 3.

Gage, Nathaniel L. (1977): The Scientific Basis of the Art of Teaching. New York: Teacher College Press Columbia University.

Ginsburg, Herbert P./Oppper, Sylvia (1998): Piagets Theorie der geistigen Entwicklung. 8.Auflage. Stuttgart: Klett-Cotta.

Goffree, Fred (1999): Book reviews: Lampert, Magdalena & Ball, Deborah Loewenberg (1998). Teaching, multimedia and mathematics: Investigations of real practice. In: Journal of Mathematics Teacher Education. Vol. 2, Heft 3.

Green, Elizabeth (2015): Building A+ better Teacher: How teaching works (and How to teach it to Everyone). New York: W.W. Norton & Company, Inc.

Greenfield, Patricia Marks (2016): Jerome Bruner (1915-2016). In: Nature, Vol. 535, Heft 7611.

Griesel, Heinz (1971): Die Neue Mathematik für Lehrer und Studenten. Band 1 Mengen, Zahlen, Relationen, Topologie. Hannover: Hermann Schroedel Verlag KG.

Hatfield, Larry L. (1978): Heuristical Emphases in the Instruction of Mathematical Problem solving: Rationales and Research. In: Hatfield, Larry L./Bradbard, David A. (Hg.): Mathematical Problem Solving: Papers from a Research Workshop. Ohio: ERIC/SMEAC.

Hericks, Uwe/Kunze, Ingrid/Meyer, Meinert (2008): Forschung zu Didaktik und Curriculum. In: Helsper, Werner/Böhme, Jeanette (Hg.): Handbuch der Schulforschung. 2. Auflage. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Imhof, Margarete (2013): Psychologie für Lehramtsstudierende. 3. Auflage. Lehrbuch Basiswissen Psychologie. Wiesbaden: Springer VS.

Kalaimathi, Hemalatha/ Asir, Julius (2015): Micro Teaching – A way to build up skills. Solapur: Laxmi Book Publications.

Kantowski, Mary G. (1977): Processes involved in mathematical problem solving. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 8, Heft 3.

Kilpatrick, Jeremy (1992): A history of Research in Mathematics Education. In: Grouws, Douglas A. (Hg.): Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Klein, David (2003): A brief history of American K-12 mathematics education in the 20th century. In: Royer, James M. (Hg.): Mathematical Cognition: A volume in current perspectives on cognition, learning and instruction. University of Massachusetts. Greenwich: Information Age Publishing.

Kliebard, Herbert M. (2004): The Struggle for the American Curriculum 1893 – 1958. New York: RoutledgeFarmer.

Klieme, Eckhard (2006): Empirische Unterrichtsforschung: aktuelle Entwicklungen, theoretische Grundlagen und fachspezifische Befunde. Einführung in den Thementeil. In: Zeitschrift für Pädagogik, Vol. 6, Heft 52.

Köck, Peter/Ott, Hanns (2002): Wörterbuch für Erziehung und Unterricht. 7. Auflage. Donauwörth: Auer Verlag GmbH

Köhnlein, Walter (2004): Fachdidaktik. In: Keck, Rudolf W./Sandfuchs, Uwe/Feige, Bernd (Hg.): Wörterbuch Schulpädagogik. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Kounin, Jacob (1970): Discipline and group management in classrooms. New York: Holt, Rinehard & Winstont.

Lampert, Magdalene (1978): Connecting Words with Real Ideas. In: Young Children, Vol. 33, Heft 2.

Lampert, Magdalene (1981): How do Teachers Manage to Teach: Perspectives on the Unsolvable Dilemmas in Teaching Practice. Unpublic doctoral dissertation, Harvard University, Cambridge.

Lampert, Magdalene (1985): How do Teachers Manage to Teach: Perspectives on Problems in Practice: In Harvard Educational Review, Vol. 55, Heft 2.

Lampert, Magdalene (1986): Teachers' Strategies for Understanding and Managing Classroom Dilemmas. In: Miriam, Ben-Peretz/ Bromme, Miriam / Halkes, Rob (Hg.): Advances of Research on Teacher Thinking. Ablasserdam: ISATT and Swets & Zeitlinger B.V.

Lampert, Magdalene (1987): Mathematics Teaching in Schools: Imagining an Ideal that is possible. In: Mathematical Sciences Education Board/ Center for Academic interinstitutional programs (Hg.): The Teacher of Mathematics: Issues for Today and Tomorrow: Proceedings of a Conference. Washington, D.C.: National Research Council

Lampert, Magdalene (1988): The Teacher's Role in Reinventing the Meaning of Mathematical Knowing in the Classroom. East Lansing: The Institute for Research on Teaching College of Education, Michigan State University.

Lampert, Magdalene (1990): When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. In: American Educational Research Journal, Vol. 27, Heft 1.

Lampert, Magdalene (1992): Practices and Problems in Teaching Authentic Mathematics. In: Oser, Fritz/ Dick, Andreas/ Patry, Jean-Luc (Hg.): Effective and Responsible Teaching: The New Synthesis. New York: Jossey-Bass Inc.

Lampert, Magdalene (1998): Investigating Teaching Practitce. In: Lampert, Magdalene/ Blunk, Merrie (Hg.): Talking Mathematics in School: Studies of Teaching and Learning. New York: Cambridge University Press.

Lampert, Magdalene (1999): Knowing Teaching from the Inside Out: Implications of Inquiry in Practice for Teacher Education. In: Griffin, Gary A. (Hg.): The Education of Teachers: the 98th yearbook of the National Society for the Study of Education. Chicago: University of Chicago Press.

Lampert, Magdalene/Ball, Deborah (1999): Aligning Teacher Education with Contemporary K-12 Reform Visions, In: Darling-Hammond, Linda/ Sykes, Gary (Hg.): Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice, San Francisco: Jossey-Bass.

Lampert, Magdalene/Franke, Megan/Kazemi Elham/Ghousseini, Hala/Turrou, Angela/Beasley, Heather/Cunrad, Adrian/Crowe, Kathleen (2013): Keeping it Complex: Using Rehearsals to Support Novice Teacher Learning of Ambitious Teaching. In: Journal of Teacher Education, Vol. 64, Heft 3.

Lanier, Judith/Little, Judith (1986): Research on Teacher Education. In: Wittrock, Merlin (Hg.): Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition. New York: Macmillan Publishing Company.

Lester, Frank (1978): Mathematical problem solving in the elementary school: Some educational and psychological considerations. In: Hatfield, Larry/ Bradbard, David (Hg.): Mathematical problem solving: Papers from a Research Workshop. Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC.

Lester, Frank (1980): Research on Mathematical Problem Solving. In: Shumway, Richard (Hg.): Research in Mathematics Education. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Lester Jr., Frank K./Lambdin, Diana V. (2003): From Amateur to Professional: The Emergence and Maturation of the U.S. Mathematics Education Research Community. In: Stanic, George M./ Kilpatrick, Jeremy (Hg.): A History of School Mathematics: Volume 2. Reston: National Council of Teachers of Education, Inc.

Levine, Arthur (2006): Educating school teachers. Washington, DC: Education Schools Project.

Lortie, Dan C. (1973): Observations on Teaching as Work. In: Travers, Robert M. (Hg.): Second Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Chicago: Rand McNally College Publishing Company.

Lüders, Manfred/Rauin, Udo (2008): Unterrichts- und Lehr-Lern-Forschung. In: Helsper, Werner/Böhme, Jeanette (Hg.): Handbuch der Schulforschung. 2. Auflage. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

McConnell, T. R. (1951): Recent Trends in Learning Theory: Their Applications to the Psychology of Arithmetic. In: The National Council of Teachers of Mathematics (Hg.): Arithmetic in General Education. Sixteenth Yearbook. Fourth Printing. New York: Bureau of Publications, Teachers College, Columbia University.

Medley, Donald (1979): The Effectiveness of Teachers. In: Peterson, Penelope/ Walberg, Herbert (Hg.): Research on teaching: Concepts, findings, and implications. Berkeley: McCutchan.

Mousley, Judith (1999): Bringing Teaching to Teacher Education. In: Mathematics Education Research Journal. Vol. 11, Heft 2.

National Advisory Committee on Mathematics Education (NACOME) (1975): Overview and analysis of school mathematics, grades K-12. Convergence Board of the Mathematical Sciences.

National Council of Teachers of Mathematics (1980): An Agenda for Action – Recommendations for School Mathematics of the 1980. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

National Council of Teachers of Mathematics (1989): Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

National Council of Teachers of Mathematics (1999): Telegraphic Reviews. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 30, Heft 4.

Nickson, Marilyn (1992): The Culture of the Mathematics Classroom: An unknown Quantity? In: Grouws, Douglas A. (Hg.): Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Osborne, Alan R./Crosswhite, Joe F. (1970): Forces and Issues Related to Curriculum and Instruction, 7-12. In: National Council of Teachers of Mathematics (Hg.): A History of Mathematics Education in the United States and Canada. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Peck, R.F./Tucker, J.A. (1973): Research on teacher education. In: Travers, Robert (Hg.): Second Handbook of Research on Teaching: A project of the American Educational Research Association. Chicago: Rand McNally College Publ.

Pecore, John L. (2015): Introduction: Aims of Progressive Education. In: Eryaman, Mustafa Yunus/Bruce, Bertram C. (Hg.): International Handbook of progressive education. New York: Peter Lang Publishing.

Pòlya, George (1948): How to Solve it. A new Aspect of Mathematical Method. New Jersey: Princeton University Press.

Pòlya, George (1954): Induction and Analogy in Mathematics. Volume 1 of Mathematics and plausible Reasoning. New Jersey: Princeton University Press.

Pòlya, George (1966): On teaching problem solving. In: Conference Board of the Mathematical Sciences (Hg.): The Role of Axiomatics and Problem Solving in Mathematics. Boston: Ginn, S. 124.

Powell, Arthur/Farrar, Eleanor/Cohen, David (1985): The Shopping Mall High School – Winners and losers in the educational Marketplace. Boston: Houghton Mifflin Company.

Ravitch, Diane (2000): Left Back. A Century of Battler Over School Reform. New York: Touchstone.

Reiss, Kristina/Hammer, Christoph (2013): Grundlagen der Mathematikdidaktik. Brikhäuser: Springer Basel AG.

Roberts, David L./Walmsley, Angela L. E. (2003): The original new math: Storytelling versus history. In: The Mathematics Teacher, Vol. 96, Heft 7.

Röhr, Martina (1995): Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht der Primarstufe. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.

Romberg, Thomas/Carpenter, Thomas (1986): Research on the teaching and learning of mathematics. In: Wittrock, Merlin (Hg.): Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. Third Edition. New York: Macmillian Publishing Company.

Rosenshine, Barack/Furst, Norma (1971): Research in teacher performance criteria. In: Smith, Othaniel (Hg.): Research in teacher education: a Symposium. Englewood Cliffs: Prentice- Hall.

Scager, Karin/Akkerman, Sanne F./Pilot, Albert/Wubbels, Theo (2017): Teacher dilemmas in challenging students in higher education. In: Teaching in Higher Education, Vol. 22, Heft 3.

Schoenfeld, Alan (1987): Preface. In: Schoenfeld Alan (Hg.): Cognitive Science and Mathematics Education. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Schoenfeld, Alan (2016): Research in Mathematics Education. In Review of Research in Education, Vol. 40, Heft 1.

Shavelson, Richard J. (1973): The basic teaching skill: Decision making. California: Stanford Center for Research and Development in Teaching.

Shulman, Lee (1986): Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. In: Educational Researcher, Vol. 15, Heft 2.

Shulman, Lee (1987): Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. In: Harvard Educational Review, Vol. 57, Heft 1.

Shumway, Richard (1980): Tabel of content. In: Shumway, Richard (Hg.): Research in Mathematics Education. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Sowder, Judith (2007): The Mathematical Education and Development of Teachers. In: Lester, Frank (Hg.): Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. A Project of the National Council of Teachers of Mathematics. Charlotte: Information Age Publishing.

Spiro, Rand/Vispoel, Walter/Schmitz, John, Samarapungavan, Ala/Boerger, Alan (1987): Knowledge acquisition for application: Cognitive flexibility and transfer in complex content domains. In: Technical Report No. 409. University of Illinois.

Stanic, George A. (1986): Mental Discipline Theory and Mathematics Education. In: For the Learning of Mathematics, Vol. 6, Heft 1.

Stanic, George M./Kilpatrick, Jeremy (1988): Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. In: Charles, Randall/Silver, Edward (Hg.): The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving. Volume 3. Reston: National Council of Teacher of Mathematics, Inc.

Stanic, Georg M./Kilpatrick, Jeremy (2004): Mathematics curriculum reform in the United States: a historical perspective. In: Educação Matemática Pesquisa, Vol. 6, Heft 2.

Terhart, Ewald (2005): Lehr- Lern- Methoden. Eine Einführung in Probleme der methodischen Organisation von Lehren und Lernen. 4. Auflage. München: Juventa Verlag.

The American Mathematical Society (2001): Issues in Mathematics Education, Volume 11: The Mathematical Education of Teachers. Washington, D.C.: The American Mathematical Society.

The American Mathematical Society (2012): Issues in Mathematics Education, Volume 17: The Mathematical Education of Teachers II. Washington, D.C.: The American Mathematical Society.

Thorndike, Edward L. (1922): The Psychology of Arithmetic. New York: The Macmillan Company.

Trimmel, Michael (2013): Allgemeine Psychologie 2: Kognitive Psychologie. Wien: Facultas Verlags- und Buchhandels AG.

Vollrath, Hans-Joachim (2000): Problemorientierung als didaktisches Prinzip. In: Baptist, Peter (Hg.): Mathematikunterricht im Wandel: Bausteine für den Unterricht. Bamberg: C. C. Buchner Verlag.

Werner, Judy (1999): Teaching, Multimedia, and Mathematics: Investigations of Real Practice. In: Mathematics Teaching in the Middle School. Vol. 5, Heft 3.

Wittmann, Erich (1981): Grundfragen des Mathematikunterrichts. 6. Auflage. Braunschweig: Vieweg Verlag.

Worrall, John/Zahar, Elie (1976): Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery: IMRE LAKATOS. United States of America: Cambridge University Press.

Internetquellen

Brandt, Ron/Lampert, Magdalene (1994): On Making Sense: A Conversation with Magdalene *Lampert*. In: Educational Leadership, Vol. 51, Heft 5, Via nachstehendem Link abrufbar:

<http://www.ascd.org/publications/educational-leadership/feb94/vol51/num05/On-Making-Sense@-A-Conversation-with-Magdalene-Lampert.aspx> (zuletzt abgerufen am 15.02.2018)

Common Core State Standards Initiative (2010): Standards for Mathematical Practice; Via nachstehendem Link:

https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Common_Core_State_Standards/Math_Standards.pdf (zuletzt abgerufen am 25.03.2018).

Curriculum Vitae von Magdalene Lampert: http://www-personal.umich.edu/~mLampert/Lampert_CV_Sept06.pdf (zuletzt abgerufen am 30.04.2018).

Dossey, John/ McCrone, Sharon/ Halvorsen, Katherine (2016): Mathematics Education in the United States 2016: A Capsule Summary fact Book. USA: The National Council of Teachers of Mathematics, Via nachstehendem Link abrufbar: <https://www.nctm.org/uploadedFiles/About/MathEdInUS2016.pdf> (zuletzt abgerufen am 28.03.2018).

Hatfield, Larry L. (1978): Heuristical Emphases in the Instruction of Mathematical Problem solving: Rationales and Research. In: Hatfield, Larry L./Bradbard, David A. (Hg.): Mathematical Problem Solving: Papers from a Research Workshop. Ohio: ERIC/SMEAC; Via nachstehendem Link abrufbar:

<https://nepis.epa.gov/Exe/ZyPDF.cgi/9101WN1U.PDF?Dockkey=9101WN1U.PDF>

(zuletzt abgerufen am 17.03.2018).

Joyce, Bruce/Showers, Beverly (1980): Improving Inservice Training: The Message of Research. In: Educational Leadership. Vol. 37, Heft 5; Via nachstehendem Link abrufbar: <https://pdfs.semanticscholar.org/931c/9318e243cab4af443a92eafd8a29bc58da6f.pdf> (zuletzt abgerufen am 28.02.2018).

Lampert, Magdalene (2015): Deeper Teaching. In: Students at the Center: Deeper Learning Research Series. Boston, MA: Jobs for the Future; Via nachstehendem Link abrufbar: <http://www.jff.org/sites/default/files/publications/materials/Deeper-Teaching-120315.pdf> (zuletzt abgerufen am 16.02.2018).

Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg:
<http://www.spektrum.de/lexikon/psychologie/behaviorismus/2072> (zuletzt abgerufen am 30.04.2018).

The Conference Board of the Mathematical Sciences (1982): The Mathematical Sciences Curriculum K–12: What Is Still Fundamental and What Is Not. Washington D.C.: The Conference Board of the Mathematical Sciences; Via nachstehendem Link abrufbar: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED225806.pdf> (zuletzt abgerufen am 27.02.2018).

The National Commission on Excellence in Education (1983): A Nation at Risk: The Imperative for Educational Reform. Washington D.C.: U.S. Government Printing Office; Via nachstehendem Link abrufbar: https://www.edreform.com/wp-content/uploads/2013/02/A_Nation_At_Risk_1983.pdf (zuletzt abgerufen am 26.02.2018).

V **Abbildungsverzeichnis**

Abbildung 1: Überblick über das amerikanische Bildungssystem	8
Abbildung 2: Modell der Lehrer/innengedanken und –handlungen	47
Abbildung 3: Schriftliche Addition ohne Übertrag	57
Abbildung 4: Schriftliche Addition mit Übertrag.....	57
Abbildung 5: Schriftliche Addition mit Übertrag.....	57
Abbildung 6: Tabelle als Hilfsmittel für Dilemma-Situation	58
Abbildung 7: Lamperts Liste von geplanten Aktivitäten zu Beginn des Schuljahres	60
Abbildung 8: Lamperts Liste von geplanten Aktivitäten zu Beginn des Schuljahres	61
Abbildung 9: Erstes <i>Problem of the Day</i>	64
Abbildung 10: Vermutungen der Schüler/innen zum ersten <i>Problem of the Day</i>	65
Abbildung 11: Einführung <i>Small-Group Rules</i>	66
Abbildung 12: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur	67
Abbildung 13: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur	67
Abbildung 14: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur	68
Abbildung 15: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur	68
Abbildung 16: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur	68
Abbildung 17: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur	69
Abbildung 18: Bsp. für die Erhaltung der Klassenkultur	70
Abbildung 19: Darstellung einer Menge mit 12 Elementen	72
Abbildung 20: Empfehlungen der <i>Agenda for Action</i>	87
Abbildung 21: Regelmäßigkeiten bei Quadratzahlen	92
Abbildung 22: Überblick zur Fragestellung, welche Art an Lehrer/innenausbildung wünschenswert sei	110
Abbildung 23: Das Zusammenwirken der unterschiedlichen Ebenen: <i>Layers of Investigation: Mathematics, the teaching and learning of mathematics, and teacher education</i>	113
Abbildung 24: Beispiele zum <i>Multimedia Environment- Examples of different types of records</i>	116
Abbildung 25: Auszug des Untersuchungsprozesses verschiedener Student/innen	119
Abbildung 26: Auszug aus <i>Balls</i> Notizen	122
Abbildung 27: Auszug aus dem <i>Online Journal</i> von Patricia und ihrem Studienkollegen.....	123
Abbildung 28: Auszug aus dem <i>Online Journal</i> von Patricia	124
Abbildung 29: Auszug aus dem <i>Online Journal</i> von Patricia	125
Abbildung 30: Kommentar 1 von Lampert zu Patricias <i>Online Journal</i>	126
Abbildung 31: Kommentar 2 von Lampert zu Patricias <i>Online Journal</i>	126
Abbildung 32: Kommentar 3 von Lampert zu Patricias <i>Online Journal</i>	126
Abbildung 33: Kommentar 4 von Lampert zu Patricias <i>Online Journal</i>	126
Abbildung 34: Auszug aus dem <i>Online Journal</i> von Patricia	127
Abbildung 35: Auszug aus dem <i>Online Journal</i> von Patricia	128
Abbildung 36: Auszug aus dem <i>Online Journal</i> von Patricias <i>working backwards method</i>	129
Abbildung 37: Graphische Lösung einer anderen Studentin	130
Abbildung 38: Graphische Lösungen von Patricia	130

Abbildung 39: Auszug aus dem Kapitel 7 <i>A Design for Pedagogy</i>	131
Abbildung 40: Auszug aus dem Kapitel 7 <i>A Design for Pedagogy</i> (C= Gesamtzahl der Kekse)	131
Abbildung 41: Auszug aus dem Kapitel 7 <i>A Design for Pedagogy</i>	131
Abbildung 42: Auszug aus dem Kapitel 7 <i>A Design for Pedagogy</i>	132

VI Abstract Deutsch

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung der frühen Mathematikdidaktik in den USA anhand einer Analyse der Forschungsbeiträge von *Magdalene Lampert*. Die Fachdidaktik Mathematik in den USA blickt auf eine langjährige Entwicklungsgeschichte zurück, die durch zahlreiche verschiedene Einflussfaktoren geprägt wurde. *Magdalene Lampert* nahm in diesem Verlauf eine einzigartige Position in der mathematikdidaktischen Forschung ein, indem sie ab den 1980er Jahren drei Rollen in ihrer Person vereinte: Mathematiklehrerin, Forscherin in der Mathematikdidaktik und Ausbilderin der nächsten Lehrer/innengeneration. Mit Beginn dieses Jahrzehnts wählte *Lampert* einen innovativen Forschungsansatz. Sie machte sich selbst und ihren Mathematikunterricht zum Forschungsobjekt, und entwickelte basierend auf ihren Forschungen das Unterrichtskonzept *Teaching for Understanding*. Nach diesem lag der Schwerpunkt auf einem verständnisorientierten Mathematikunterricht, indem Schüler/innen der *Elementary School* dazu in der Lage waren, am mathematischen Prozess teilzunehmen, eigene mathematische Behauptungen aufzustellen und diese zu er- und begründen. Basierend auf diesem Unterrichtskonzept führte *Magdalene Lampert* unter Verwendung der zum damaligen Stand modernsten Technik ein mehrjähriges Forschungsprojekt (Projekt *M.A.T.H.*) durch, welches das Ziel verfolgte, die bis dahin wenig erfolgreiche mathematische Lehrer/innenausbildung langfristig zu revolutionieren. Das Projekt *M.A.T.H.* wurzelt dabei im Klassenraum und ermöglichte die Entwicklung eines innovativen Curriculums für die Lehrer/innenausbildung, welcher von der Autorin auch selbst im Rahmen der universitären Ausbildung umgesetzt und angewandt wurde. Das Projekt *M.A.T.H.* importierte nicht nur das Unterrichtskonzept *Teaching for Understanding* in die vorwiegend theoretische Lehrer/innenausbildung, sondern ermöglichte grundsätzlich die Verbindung von Theorie und Unterrichtspraxis auf eine einzigartige Weise.

VII Abstract Englisch

This diploma thesis deals with the development of the early research on mathematics education in the USA based on the analysis of *Magdalene Lampert's* work and contribution to it. Mathematics education has a long history which is characterized by a large variety of different influences throughout the decades. From 1980 onwards *Magdalene Lampert* occupies a unique position within the field of mathematics education. She has been a mathematics teacher, researcher on mathematics education as well as a teacher educator. From this time on she developed an innovative teaching strategy for which she made herself and her teaching object of her own study. This research enabled her to develop a teaching concept – known as *Teaching for Understanding* – which represents a problem-based approach to teaching of mathematics. This kind of teaching was based on the idea that elementary students should be engaged to do mathematics, to make assertions, conclusions and find patterns and connections by themselves. At the late 1980s, *Magdalene Lampert* conducted a study over several years by the means of modern technology for which her teaching concept provided the context (*project M.A.T.H.*). It was aimed at improving the education of mathematics teachers which was at that time recognized as tremendously ineffective. The *project M.A.T.H.* is rooted within the classroom setting and the data collected enabled *Magdalene Lampert* to develop a curriculum for the education of mathematics teachers which she implemented and realized as teacher educator later on. Concluding, *project M.A.T.H.* does not only import the concept *Teaching for Understanding* at the university level but connects teaching practice and theoretical knowledge in a unique way.