



universität
wien

DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

Rechenstörungen am Übergang von der Primarstufe zur Sekundarstufe

Fehlvorstellungen von Schülerinnen und Schülern der fünften Schulstufe beim Thema
Orientierung im Zahlenraum bis zur Million

verfasst von / submitted by

Carina Schönberger

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of
Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2017 / Vienna, 2017

Studienkennzahl lt. Studienblatt /
degree programme code as it appears on
the student record sheet:

A 190 406 482

Studienrichtung lt. Studienblatt /
degree programme as it appears on
the student record sheet:

Lehramtsstudium UF Mathematik
UF Bewegung und Sport

Betreut von / Supervisor:

MMag. Dr. Christoph Ableitinger, Privatdoz.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Danksagung	6
Vorwort	7
<u>I LITERATURTEIL</u>	8
1 Einführung/Einführungsbeispiele	9
2 Begriffsklärung	10
2.1 Begrifflichkeiten für eine Beeinträchtigung schulischer Lernfertigkeiten	10
2.2 Lernschwäche und Lernstörung	11
2.3 Begrifflichkeiten für eine Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten	12
2.4 Rechenstörung	13
3 Definition und Klassifikation	14
3.1 Rechenstörung nach ICD-10	14
3.2 Rechenstörung nach DSM-IV	15
4 Epidemiologie	17
4.1 Prävalenz	17
4.2 Verlauf	19
4.3 Geschlechterverhältnis	20
5 Ursachen	22
5.1 Genetische Faktoren	23
5.2 Neurowissenschaftliche Faktoren	24
5.3 Kognitive Faktoren	25
5.4 Schulische, didaktische Faktoren	28
5.5 Weitere Einflussfaktoren	29
6 Diagnose	31
6.1 Erste Anzeichen einer Rechenstörung	31
6.2 Merkmale einer Rechenstörung	32
6.2.1 Schwierigkeiten bei Grundrechenaufgaben	32
6.2.2 Schwierigkeiten bei den Grundrechnungsarten	33
6.2.3 Schwierigkeiten beim Zahl- und Stellenwertverständnis	34

6.2.4 Schwierigkeiten im Sachrechnen.....	35
6.2.5 Sonstige Auffälligkeiten	36
6.3 Vorgehensweise von Lehrpersonen bei Verdacht auf eine Rechenstörung	37
6.4 Diagnoseprozess zur Feststellung einer Rechenstörung.....	37
7 Präventions-, Förderungs- und Interventionsmöglichkeiten	43
7.1 Grundsätze der Lernförderung.....	43
7.2 Vorschulische Prävention.....	45
7.3 Schulische Förderung	46
7.4 Außerschulische Förderung	48
7.4.1 Eltern	49
7.4.2 Nachhilfeunterricht.....	50
7.4.3 Fördereinrichtungen	52
8 Auswirkungen von Rechenstörungen auf den Mathematikunterricht	53
8.1 Allgemeine Überlegungen.....	53
8.2 Übergang von der Primar- in die Sekundarstufe	55
9 Fehlvorstellungen beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million.....	57
9.1 Bündelungs- und Stellenwertprinzip.....	57
9.2 Zerlegen in Stellenwerte.....	59
9.3 Zahlendiktat.....	60
9.4 Nachbaraufgaben.....	61
9.5 Zahlenvergleiche (Kleiner- bzw. Größer-Relation)	61
9.6 Zahlenstrahl.....	62
<u>II EMPIRISCHE UNTERSUCHUNG</u>	<u>64</u>
1 Einleitung.....	65
2 Zielsetzung	66
3 Forschungsfragen	67
4 Untersuchungsmethode.....	68
5 Rahmenbedingungen	69
5.1 Untersuchungszeitraum	69
5.2 Probandinnen und Probanden	69
5.3 Auswahlverfahren für Einzeluntersuchungen.....	70
6 Untersuchungsmaterialien.....	72

6.1 Untersuchungsmaterialien für die gesamte Klasse	72
6.2 Untersuchungsmaterialien für die Einzeluntersuchungen	75
7 Durchführung	78
7.1 Untersuchung der gesamten Klasse.....	78
7.2 Einzeluntersuchungen	78
8 Auswertung/Ergebnisdarstellung.....	82
8.1 Auswertung der Untersuchung der gesamten Klasse	82
8.2 Auswertung der Einzeluntersuchungen	87
8.2.1 Aufgabe 1: Notieren von diktierten Zahlen.....	87
8.2.2 Aufgabe 2: Ermitteln der um eins größeren Zahl	92
8.2.3 Aufgabe 3: Ermitteln der um eins kleineren Zahl	94
8.2.4 Aufgabe 4: Ermitteln der größeren Zahl.....	98
8.2.5 Aufgabe 5: Markieren von Zahlen am Zahlenstrahl	99
8.2.6 Aufgabe 6: Stellen benennen.....	105
8.2.7 Aufgabe 7: Vergleich zweier Zahlen in Stellenwertschreibweise	110
8.2.8 Allgemeine Auffälligkeiten	114
8.2.9 Zusammenfassung der Ergebnisse und wissenschaftlicher Vergleich	116
9 Zusammenfassung und Ausblick	122
Literaturverzeichnis	125
Abbildungsverzeichnis	132
Tabellenverzeichnis	132
Anhang	133
Anhang A – Genehmigung des Landesschulrats	133
Anhang B – Einverständniserklärung für die Eltern	134
Anhang C – Aufgaben für den allgemeinen Test	135
Anhang D – Aufgaben für die Einzeluntersuchungen.....	137
Anhang E – Transkriptionen der Einzelinterviews	139
Anhang F – Abstract.....	189
Anhang G – Eidesstattliche Erklärung	191

Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle bei all jenen bedanken, die mich während der Studienzeit und besonders bei der Erstellung meiner Diplomarbeit begleitet haben.

D A N K E ...

... an meine Eltern Renate und Andreas, die mir das Studium ermöglicht haben und mich emotional und finanziell unterstützt haben. Liebe Mama, lieber Papa: *Danke*, dass ihr mir immer zur Seite steht!

... an meine Schwester Sarah, die mich mit ihrem Humor immer aufheitert und die für das Korrekturlesen meiner Diplomarbeit viel Zeit, Mühe und Geduld aufgewendet hat. *Dankeschön*, Satschi, für deine Hilfe!

... an meinen Freund Daniel, der immer für mich da ist, mich unterstützt, motiviert und zum Lachen bringt. Dani, *vielen lieben Dank* dafür!

... an meine Studienkolleginnen und Freundinnen, die meine Studienzeit zu einem besonderen Lebensabschnitt gemacht haben. *Danke*, Mädls, für die schöne Zeit!

... an meinen Betreuer, Dr. Christoph Ableitinger, der immer ein offenes Ohr für mich hatte, mir viele hilfreiche Anregungen gegeben hat und mich kompetent unterstützt hat. *Herzlichen Dank* für die nette und freundliche Zusammenarbeit!

... an den Direktor der Neuen Mittelschule Rohrbach, Dipl. Päd. Dirk ANDREAS MEd, der mir erlaubte, die empirische Untersuchung an seiner Schule durchzuführen. Danke auch an die Lehrkräfte Margarete Lau, Ute Stifter und Christoph Schönberger, die mir bei der Erstellung der Aufgaben behilflich waren und die Testung an der Schule mit mir organisiert haben. *Vielen Dank* für eure hilfsbereite Art!

... an die ehemalige Leiterin des Recheninstituts zur Förderung mathematischen Denkens, Mag. Eva Lassnitzer, die mir viele wertvolle Tipps für den empirischen Teil dieser Diplomarbeit gegeben hat.

Vorwort

Einen ersten Zugang zu Lernschwierigkeiten im Fach Mathematik habe ich durch die Tätigkeiten als Nachhilfelehrerin erhalten. Ich gebe bereits seit meinem siebzehnten Lebensjahr Schülerinnen und Schülern Nachhilfe – sowohl privat als auch in einem Institut – und hatte dabei häufig mit Kindern und Jugendlichen zu tun, die grobe mathematische Defizite aufwiesen. Für mich persönlich war es teilweise schwer nachzuvollziehen, dass manche dieser Heranwachsenden selbst einfache mathematische Zusammenhänge und Aufgaben auch nach mehrmaligem Erklären noch nicht verstanden hatten.

Mein Interesse an den Ursachen für Leistungsdefizite im Rechnen und den Möglichkeiten der Förderung von rechenschwachen Schülerinnen und Schülern wurde durch die direkte Auseinandersetzung mit Nachhilfekindern geweckt und verstärkte sich während des Mathematikstudiums. Obwohl Rechenstörungen vermehrt in der Volksschule diagnostiziert und behandelt werden, finde ich es wichtig, dass man als Mathematiklehrperson auch in der Sekundarstufe über mathematische Lernschwierigkeiten Bescheid weiß, um betroffene Schülerinnen und Schüler bestmöglich unterstützen zu können.

Diese Diplomarbeit bietet einerseits mir persönlich die Möglichkeit, mich mit dem Thema Rechenstörungen intensiv zu beschäftigen und mehr über Fehlvorstellungen von Schulkindern beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million zu erfahren. Andererseits sollen Eltern und Mathematiklehrkräfte von Kindern mit verminderten Rechenleistungen einen guten Überblick über diese Thematik erhalten.

I LITERATURTEIL

Der erste Teil dieser Diplomarbeit widmet sich den theoretischen Grundlagen zum Thema Rechenstörungen am Übergang von der Primarstufe zur Sekundarstufe. Im Anschluss an die Klärung grundlegender Begrifflichkeiten wird der Begriff *Rechenstörung* definiert und klassifiziert. Anschließend werden die Epidemiologie, die Ursachen und die Diagnose einer Rechenstörung aus wissenschaftlicher Sicht erläutert, sowie die Präventions-, Förderungs- und Interventionsmöglichkeiten erklärt. Danach werden mögliche Auswirkungen von Rechenstörungen auf den Mathematikunterricht behandelt. Das letzte Kapitel des Literaturteils widmet sich den Fehlvorstellungen beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million.

1 Einführung/Einführungsbeispiele

Um eine bessere Vorstellung davon zu bekommen, wie Personen mit Schwierigkeiten beim Rechnen mathematische Aufgaben lösen, werden im Folgenden einige Einführungsbeispiele beschrieben. Diese orientieren sich an den Darstellungen von Lorenz (2014, S. 43 ff.), der die Fehlerstruktur von Kindern bei Hausaufgaben und Schularbeiten untersucht hat und an Beispielen für häufige Rechenschwierigkeiten aus dem Österreichischen Rechenschwäche-Magazin (Verein für Lern- und Dyskalkulietherapie, 2000, S. 1 ff.).

Fehler beim schriftlichen Subtrahieren

$$\begin{array}{r} 3366 \\ - 2594 \\ \hline 1232 \end{array}$$

Die jeweils kleinere Ziffer wird von der Größeren beim selben Stellenwert abgezogen.

Probleme mit dem Stellenwertprinzip

$$32 + 48 = 44$$

Beim Rechnen wurden die Stellenwerte ignoriert: $32 + 8 = 40$, $40 + 4 = 44$

Schwierigkeiten beim Prinzip des Bündelns

$$50 + 8 = 63$$

Beim zählenden Rechnen mit Fingerdarstellungen wird die 8 als eine Hand und drei Finger gesehen und als 13 aufgefasst.

Fehler bei Nachbaraufgaben

1 weniger als 4 000 ist 3 000

Anstatt einen „Einser“ abzuziehen, wurde ein „Tausender“ abgezogen, die Systematik des Stellenwertsystems wurde also nicht verstanden.

Misslingen von Größenvergleichen

59 ist größer als 60

59 wird als „größer als 60“ gesehen, weil eine 9 enthalten ist und „9 ja die größte Zahl ist“.

2 Begriffsklärung

In diesem Kapitel werden zunächst Begriffe für die Beschreibung einer Beeinträchtigung schulischer Lernfertigkeiten allgemein erläutert. Anschließend werden Rechen- und Mathematikschwierigkeiten und ihre vielfältigen Benennungen definiert.

2.1 Begrifflichkeiten für eine Beeinträchtigung schulischer Lernfertigkeiten

In der Literatur werden Begriffe, die eine Beeinträchtigung der Lernfertigkeiten beschreiben sollen, uneinheitlich verwendet (Hasselhorn & Schuchardt, 2006, S. 208). Bezeichnungen wie Lernschwäche, Lernstörung, Lernbehinderung oder Lernschwierigkeiten gelten oftmals als Synonyme für eine verminderte Lernleistung.

Im Folgenden soll deshalb geklärt werden, was man unter diesen Begriffen versteht.

Die wissenschaftliche Fachliteratur stützt sich bei der Begriffsbildung von schwachen Lernleistungen auf das weltweit anerkannte Klassifikationssystem von Krankheiten und verwandten Gesundheitsproblemen der Weltgesundheitsorganisation (WHO – World Health Organization). Das ICD-10 (International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems) führt unter Punkt F81 „Umschriebene Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten“ an (Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information DIMDI, 2015, S. 325; Dilling, Mombour & Schmidt, 2015, S. 329 ff.). Es handelt sich dabei um *„Störungen, bei denen die normalen Muster des Fertigkeitserwerbs von frühen Entwicklungsstadien an gestört sind. Dies ist nicht einfach Folge eines Mangels an Gelegenheit zu lernen; es ist auch nicht allein als Folge einer Intelligenzminderung oder irgendeiner erworbenen Hirnschädigung oder -krankheit aufzufassen“* (Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information DIMDI, 2015, S. 325).

Die *„umschriebenen Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten“* werden bei der Klassifikation nach ICD-10 in vier Hauptgruppen unterteilt: *„Lese- und Rechtschreibstörung, isolierte Rechtschreibstörung, Rechenstörung und kombinierte Störungen schulischer Fertigkeiten“* (Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information DIMDI, 2015, S. 325 f.; Dilling, Mombour & Schmidt, 2015, S. 329 ff.). Diesen vier Kategorien liegt zu Grunde, dass eine Beeinträchtigung der Entwicklung der Lese-, Rechtschreib- und/oder Rechenfertigkeiten bereits in frühen Entwicklungsstadien vorliegt, die nicht allein auf ein allgemein niedriges Intelligenzniveau oder auf eine unangemessene Beschulung zurückzuführen ist.

2.2 Lernschwäche und Lernstörung

Laut Fischbach et al. (2013, S. 65 f.) spricht man von *Lernschwäche*, wenn Kinder „*trotz einer unbeeinträchtigten Intelligenz Lernschwierigkeiten im Lesen, Rechtschreiben und/oder Rechnen haben*“ (Fischbach et al., 2013, S. 65). Die Lernleistungen von Betroffenen einer Lernschwäche liegen deutlich unter dem Alters- und Klassendurchschnitt. Diese Abweichung der Leistung von der Norm wird als *einfaches Diskrepanzkriterium* bezeichnet.

Unter *Lernstörung* verstehen die Autoren (Fischbach et al., 2013, S. 66) eine spezifische Lernleistung, die – zusätzlich zur Abweichung von der Norm – deutlich niedriger als das individuelle Intelligenzniveau ist, welches durch einen Intelligenzquotienten-Wert (IQ-Wert) festgelegt wird. Das *doppelte Diskrepanzkriterium* beinhaltet demnach einerseits eine Minderleistung bezüglich des Alters und des schulisch erwarteten Bildungsstandes und andererseits eine Leistung, die deutlich unterhalb der allgemeinen individuellen Intelligenz liegt. Dieses Diskrepanzkriterium besagt also, dass eine verminderte Leistung in einem spezifischen Lernbereich vorliegt, die allgemeinen Lern- und Leistungsmöglichkeiten aber auf einem höheren Niveau liegen.

Die bereits beschriebene Klassifikation nach ICD-10 zur Feststellung einer Entwicklungsstörung schulischer Fertigkeiten orientiert sich demnach auch an dem doppelten Diskrepanzkriterium (Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information DIMDI, 2015, S. 325).

Kritik am doppelten Diskrepanzkriterium

Obwohl in der wissenschaftlichen Literatur das doppelte Diskrepanzkriterium, das zwischen Lernschwäche und Lernstörung unterscheidet, häufig verwendet wird, ist dieses durchaus umstritten.

Für Siegel (2003, S. 2 f.) beispielsweise ist die Verwendung des Intelligenzquotienten (IQ) zur Diagnose einer Lernstörung bedenklich. Die Autorin macht in einem Beispiel deutlich, dass die Feststellung der Diskrepanz einer Teilleistung zur allgemeinen Intelligenz durch einen IQ-Test auch fragwürdige Ergebnisse bringen kann. Bei einem Kind, das einen überdurchschnittlich hohen allgemeinen IQ-Wert von 130 aufweist und auf einem Rechentest überdurchschnittlich gute 110 Punkte erzielt, liegt laut der Definition des zweiten Diskrepanzkriteriums eine Lernstörung im Rechnen vor, obwohl dieses Kind im Rechnen eine Leistung über dem Durchschnitt erbringt.

Zudem äußert Siegel (2003, S. 3) Bedenken darüber, dass Lernende erst dann Förderunterricht erhalten, wenn eine Lernstörung festgestellt wurde. Für diese Diagnose ist wiederum ein IQ-Test notwendig, der oftmals eine längere Wartedauer beansprucht.

Kritisch sieht die Verfasserin des Artikels außerdem die Tatsache, dass der IQ Leistung prognostizieren soll, die Korrelation von IQ und Leistung allerdings genauso hoch ist wie beispielsweise die Korrelation von Leistung und elterlichem Einkommen. Um zum Ausdruck zu bringen, dass die Zuhilfenahme des Intelligenzquotienten für die Feststellung einer Lernstörung deshalb durchaus fraglich ist, merkt die Autorin überspitzt ironisch an, ob es möglicherweise besser wäre, den Lohn der Eltern für die Feststellung einer Lernstörung heranzuziehen und zu sagen, dass Kinder mit einer geringen Leistung in einem Bereich, deren Eltern aber ein hohes Einkommen haben, als lerngestört gelten (Siegel, 2003, S. 3).

Auch Ehlert, Schroeders und Fritz-Stratmann (2012, S. 174 ff.) sehen die Verwendung des Diskrepanzkriteriums zur Diagnose von Lernbeeinträchtigungen kritisch. Sie untersuchen in ihrer Studie mit 458 Kindern der ersten Schulstufe, ob es sinnvoll ist, zwischen mathematisch schwachen Kindern, die dem Diskrepanzkriterium unterliegen und leistungsschwachen Kindern im Rechnen, auf die dieses Kriterium nicht zutrifft, zu unterscheiden. Die Autoren kamen dabei zu dem Ergebnis, dass es in den beiden Gruppen keine unterschiedlichen Rechenleistungen gab und das allgemeine mathematische Entwicklungsniveau bei beiden Stichproben sehr niedrig ist. Sie stellen daher in Frage, ob das doppelte Diskrepanzkriterium bei der Diagnostik von Lernstörungen eingesetzt werden soll. Ehlert, Schroeders und Fritz-Stratmann (2012, S. 174 ff.) sind der Meinung, dass bereits bei der Erfüllung des einfachen Diskrepanzkriteriums zwischen der Leistung eines Kindes und der altersbezogenen Norm Fördermaßnahmen gesetzt werden sollen. Aus therapeutischer Sicht ist daher eine Diagnostik mit Hilfe des doppelten Diskrepanzkriteriums nicht notwendig.

2.3 Begrifflichkeiten für eine Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten

In der Fachliteratur herrscht Uneinigkeit über die Begrifflichkeiten zur Beschreibung von Beeinträchtigungen der Rechenleistung (Schipper, 2002, S. 245 f.). Häufig werden dabei die Begriffe *Rechenschwäche*, *Rechenstörung* oder *Dyskalkulie* gebraucht, selten der Ausdruck *Arithmasthenie*. Im schulischen Kontext und in der Mathematikdidaktik wird eher von Rechenschwäche und Rechenstörung gesprochen. Dyskalkulie wird bei psychologischen und sonderpädagogischen Ausführungen und im Zusammenhang mit Therapiemöglichkeiten verwendet. Zudem kommt in den Medien auch meist der Begriff Dyskalkulie vor.

Gaidoschik (2013, S. 249 f.) legt in einem Kommentarbeitrag nahe, künftig nicht mehr über *Dyskalkulie* zu forschen. Er ist der Meinung, dass dieser Begriff für wissenschaftliche Untersuchungen nicht zweckmäßig ist, da dieser zu allgemein gehalten ist und keine ernsthafte Analyse über den Verlauf oder die Ursachen von mathematischen Minderleistungen zulässt.

Der Autor vergleicht *Dyskalkulie* mit dem Begriff *Bauchschmerzen* in der medizinischen Forschung. Dieser sagt zwar aus, dass etwas nicht in Ordnung ist, eine genaue Bestimmung des Leidens und weitere Behandlungsmöglichkeiten können dadurch aber nicht abgeleitet werden.

Schipper (2002, S. 245 f.) weist darauf hin, dass die vorher genannten Begriffe oftmals synonym genutzt werden. Tendenziell beschreiben die Ausdrücke Rechenschwäche und Rechenstörung Schwierigkeiten im Bereich des Rechnens, während Dyskalkulie und Arithmasthenie die Existenz einer Erkrankung charakterisieren. Da in der Wissenschaft keine eindeutige Klärung der genannten Begriffe besteht und eine klare Abgrenzung nicht vorhanden ist, gibt es laut dem Autor (Schipper, 2002, S. 245 f.) keine allgemein anerkannten Definitionen der einzelnen Begrifflichkeiten.

Auch in einem aktuellen Werk aus dem Jahr 2015 (Lambert, 2015, S. 54) wird darauf hingewiesen, dass eine Vielzahl an Umschreibungen für eine Schwäche der mathematischen Leistungen existiert, die Abgrenzung zwischen den Begriffen allerdings nicht eindeutig ist und diese deshalb oft als Synonyme verwendet werden. Die Autorin beschreibt eine Dyskalkulie, Rechenschwäche oder Rechenstörung verallgemeinert als ein „*Nicht-Rechnen-Können bei sonst durchschnittlicher Begabung*“ (Lambert, 2015, S. 54).

Das Problem der Benennung von schwachen mathematischen Leistungen und die unterschiedliche Verwendung der Bezeichnungen je nach Autorengruppe besteht nicht nur im deutschsprachigen Raum. In der englischsprachigen Literatur sind Begriffe wie *mathematics difficulties*, *mathematics disabilities*, *dyscalculia* und *poor math achievement* gebräuchlich (Mazzocco, 2005, S. 319). Die Autorin weist darauf hin, dass mit diesen Ausdrücken zwar im Grunde das gleiche Konstrukt betitelt werden soll, zwischen den einzelnen Autorinnen und Autoren aber Unterschiede in der Charakteristik herrschen.

2.4 Rechenstörung

Für die Beschreibung einer Beeinträchtigung der Rechenfähigkeiten wird von den international angesehenen Klassifikationssystemen ICD-10 und DSM-IV (Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders) der Begriff der Rechenstörung verwendet, der im nachfolgenden Kapitel definiert und klassifiziert wird.

3 Definition und Klassifikation

Für die genaue Definition und Klassifikation der Rechenstörung werden in diesem Kapitel die beiden weltweit häufig verwendeten Klassifikationssysteme ICD-10 und DSM-IV herangezogen.

3.1 Rechenstörung nach ICD-10

Das Klassifikationssystem ICD-10 der WHO (Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information DIMDI, 2015, S. 325; Dilling, Mombour & Schmidt, 2015, S. 338 f.) führt die *Rechenstörung* unter Punkt F81.2 der „*umschriebenen Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten*“ an.

Definition

Rechenstörungen werden laut ICD-10 (Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information DIMDI, 2015, S. 325; Dilling, Mombour & Schmidt, 2015, S. 338 f.) folgendermaßen definiert:

„Diese Störung besteht in einer umschriebenen Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft vor allem die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten, wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie oder Differential- und Integralrechnung benötigt werden.“ (Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information DIMDI, 2015, S. 325)

Von dieser Definition ausgenommen sind folgende Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten: die *„erworbene Rechenstörung (Akalkulie; R48.8), die kombinierte Störung schulischer Fertigkeiten (F81.3), Rechenschwierigkeiten bei Lese- oder Rechtschreibstörung (F81.3) und Rechenschwierigkeiten, die vorwiegend durch ungeeigneten Unterricht hervorgerufen werden (Z55.8)“* (Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information DIMDI, 2015, S. 325; Dilling, Mombour & Schmidt, 2015, S. 339).

Klassifikation

Die ICD-10 (Dilling, Mombour & Schmidt, 2015, S. 332 ff.) gibt für die Diagnose einer Rechenstörung folgende Bedingungen vor, die alle erfüllt sein müssen:

- A. Die Leistungen im Rechnen müssen geringer sein als das Leistungsniveau, in das man aufgrund des Alters, der allgemeinen Intelligenz und der Schulklasse eingestuft werden würde. Diese Beurteilung erfolgt nach einem standardisierten, einzeln angewendeten Rechentest.
- B. Die Fähigkeiten im Lesen und Rechtschreiben befinden sich im Normbereich. Dies wird ebenfalls durch einen standardisierten Einzeltest festgestellt.
- C. Die Beeinträchtigung der Rechenfähigkeit darf nicht durch ungeeigneten Unterricht, Problemen mit dem Sehen beziehungsweise Hören oder durch neurologische Mängel verursacht werden.
- D. Außerdem darf die Ursache einer Rechenschwierigkeit keine neurologische, psychiatrische oder andere Krankheit sein.
- E. Die Beeinträchtigung der Rechenfähigkeit besteht von Beginn an und entwickelt sich nicht erst später in der Schule. (Dilling, Mombour & Schmidt, 2015, S. 332 ff.)

3.2 Rechenstörung nach DSM-IV

Ein weiteres angesehenes Klassifikationssystem ist das *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders* (DSM; deutsche Bezeichnung: „diagnostischer und statistischer Leitfaden psychischer Störungen“), das von der American Psychiatric Association (APA, deutsche Bezeichnung: „Amerikanische psychiatrische Gesellschaft“) herausgegeben wird.

Definition

In der vierten Version des DSM (American Psychiatric Association, 1995, S. 180 f.) wird die „*Spezifische Lernstörung mit Beeinträchtigung beim Rechnen (315.1)*“ zu den „*Spezifischen Lernstörungen*“ gezählt und folgendermaßen beschrieben: Die mathematischen Fähigkeiten liegen wesentlich unter den erwarteten Leistungen und behindern die Schulleistungen, sowie tägliche Aktivitäten, die mathematisches Können erfordern.

Klassifikation

Nach der Definition des DSM-IV (Saß, Wittchen, Zaudig & Houben, 2003, S. 52 f.) liegt eine Rechenstörung vor, wenn folgende Kriterien ausnahmslos erfüllt werden:

- „A. Die mit individuell durchgeführten standardisierten Tests gemessenen mathematischen Fähigkeiten liegen wesentlich unter denen, die aufgrund des Alters, der gemessenen Intelligenz und der altersgemäßen Bildung einer Person zu erwarten wären.*
- B. Die unter A. beschriebene Störung behindert deutlich die schulischen Leistungen oder Aktivitäten des täglichen Lebens, bei denen mathematische Fähigkeiten benötigt werden.*
- C. Liegt ein sensorisches Defizit vor, sind die Schwierigkeiten beim Rechnen wesentlich größer als diejenigen, die gewöhnlich mit diesem Defizit verbunden sind.“ (Saß, Wittchen, Zaudig & Houben, 2003, S. 52 f.)*

Anmerkung: Da sowohl die ICD-10, als auch das DSM-IV den Begriff der *Rechenstörung* für die Beschreibung der Beeinträchtigung der Fähigkeit im Rechnen verwenden, wird im Folgenden dieser Arbeit ebenso dieser Ausdruck benutzt.

4 Epidemiologie

Das folgende Kapitel enthält Informationen über die Prävalenzrate, sowie den Verlauf und das Geschlechterverhältnis der Rechenstörung.

4.1 Prävalenz

Internationale Daten zur Prävalenz von Rechenstörungen weisen eine große Schwankungsbreite auf. Thomas, Schulte-Körne und Hasselhorn (2015, S. 434 f.) führen die unterschiedlichen Angaben zur Prävalenz auf den uneinheitlichen Gebrauch der Definition einer Rechenstörung, sowie auf die inkonsistente Verwendung der Diagnosekriterien und Feststellungsverfahren zurück.

Eine Studie, die aufzeigen wollte, welche Auswirkungen die Verwendung von unterschiedlichen Definitionen und Erhebungsverfahren auf die Ergebnisse von Prävalenzraten – also auf die Häufigkeit des Auftretens einer Störung in einer bestimmten Population – haben kann, ist diejenige von Wyschkon, Kohn, Ballaschk und Esser (2009, S. 500 ff.). Sie haben an Grundschulkindern erforscht, welchen Einfluss die Veränderung von Diagnosekriterien auf die Prävalenzangaben von Rechenstörungen hat. Da die Stichprobe immer dieselbe war, konnte eindrucksvoll gezeigt werden, dass sich die Prävalenzraten je nach Kriterium zur Definition und Diagnose von Rechenstörungen stark voneinander unterscheiden. Die Untersuchung nach den Forschungsmerkmalen der ICD-10 brachte beispielsweise einen Prävalenzwert von 0.5 % hervor, während eine Analyse nach einem Modell mit einfachen Diskrepanzkriterium eine Prävalenzrate von 8.1 % zeigte, was einem mehr als 16-mal so hohem Wert entspricht. Generell lässt sich erkennen, dass die Angaben zur Prävalenz bei Bezugnahme des einfachen Diskrepanzkriteriums mindestens doppelt so hoch sind wie jene mit Berufung auf das doppelte Diskrepanzkriterium. Die Tatsache, dass bei derselben Stichprobe die Unterschiede so extrem hoch sind, macht deutlich, dass Ergebnisse zur Prävalenz von Rechenstörungen sehr stark von den zugrundeliegenden Definitions- und Diagnoseansätzen abhängen (Wyschkon, Kohn, Ballaschk & Esser, 2009, S. 500 ff.).

Shalev, Auerbach, Manor und Gross-Tsur (2000, S. 58 ff.) haben mehrere Studien zur Prävalenz von Rechenstörungen miteinander verglichen. Sie merken ebenso an, dass die Untersuchungen in den einzelnen Ländern mit voneinander abweichenden Definitionen durchgeführt wurden. Trotz dieser mangelhaften definitorischen Übereinstimmung wird die Prävalenz in den unterschiedlichen Ländern von den Autoren relativ übereinstimmend zwischen 3 % und 6 % angegeben.

Hasselhorn und Schuchardt (2006, S. 210 ff.) haben ebenfalls die Prävalenzraten der Rechenstörung von Studien aus sechs verschiedenen Ländern analysiert. Dabei ergaben sich Werte zwischen 3.6 % und 6.5 %.

Laut Jacobs und Petermann (2007, S. 6 ff.) liegt die Prävalenzrate in verschiedenen Ländern weltweit zwischen 3.6 % und 10.9 %.

In einer serbischen Studie (Jovanović, Jovanović, Banković-Gajić, Nikolić, Svetozarević & Ignjatović-Ristić, 2013, S. 171 ff.) wurde festgestellt, dass 4.5 % der getesteten Kinder im Alter von neun bis zehn Jahren nach den Kriterien der ICD-10 an einer Rechenstörung leiden. Bei der Wahl des Kriteriums von 1.5 Standardabweichungen unter dem normativen Durchschnitt wurden in dieser Analyse sogar 9.9 % der Untersuchten als rechengestört angesehen.

Eine Untersuchung im Jahr 2015 in Brasilien ergab, dass 7.6 % der untersuchten Kinder von einer Rechenstörung betroffen sind (Bastos, Cecato, Martins, Grecca & Pierini, 2016, S. 202 ff.).

Eine Studie in Südindien (Mogasale, Patil, Patil, & Mogasale, 2012, S. 343 ff.) brachte eine etwas höhere Prävalenzrate von 10.48 % unter Kindern der dritten und vierten Schulstufe hervor.

Im deutschsprachigen Raum liegen die Prävalenzwerte für eine Rechenstörung im selben Bereich wie in Angaben aus internationalen Studien. Tischler und Petermann (2012, S. 1002) beziffern diese beispielsweise mit 4 % bis 6 %.

Von Aster, Schweiter und Weinhold Zulauf (2007, S. 87 ff.) geben in ihrer Studie mit einer deutsch-schweizer Stichprobe eine Gesamtprävalenz der Rechenschwäche von 6 % an. Der Anteil der Kinder, die an einer isolierten Rechenschwäche (Minderleistung nur im Rechnen mit keiner weiteren Lernbeeinträchtigung) leiden, liegt bei 1.8 %.

Fischbach et al. (2013, S. 69 f.) untersuchten in Deutschland 2 195 Kinder mit einem Durchschnittsalter von 8.8 Jahren und kamen zu dem Ergebnis, dass 5 % der Heranwachsenden von einer isolierten Rechenschwäche und 2.6 % von einer isolierten Rechenstörung betroffen sind.

Moll, Kunze, Neuhoﬀ, Bruder und Schulte-Körne (2014, S. 2 ff.) analysierten in einer Studie in München 1 633 Kinder der dritten und vierten Schulstufe bezüglich ihrer Rechenleistungen. Demnach liegt die Prävalenzrate für eine Rechenstörung je nach Strenge des Definitionskriteriums (1, 1.25 oder 1.5 Standardabweichung(en) unterhalb des klassenspezifischen Durchschnittes) zwischen 2.39 % und 4.84 %.

Im Jahr 2009 wurde in Österreich eine Studie mit 2 586 Kindern, die im Schnitt 9.25 Jahre alt waren, durchgeführt, welche die Prävalenzraten der Rechenstörung untersuchte (Landerl & Moll, 2010, S. 290 ff.). Bei einer Standardabweichung von 1.5 Punkten unter dem Durchschnitt fallen 6.1 % der untersuchten Kinder in den Bereich der Rechenstörung. Lockert man die Diagnosekriterien auf 1 Standardabweichung unter dem Durchschnitt, so sind 15.4 % von einer Rechenstörung betroffen.

Aktuellere Daten zur Prävalenzrate der Rechenstörung in Österreich konnten bedauerlicherweise nicht gefunden werden. Die Statistik Austria (2016, S. 165) listet zwar *Schülerinnen und Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf 2014/15* auf, mit welcher spezifischen Beeinträchtigung Betroffene im Unterricht zu kämpfen haben, lässt sich daraus aber nicht erkennen. Insgesamt erhalten in Österreich laut dieser Statistik 5.4 % der Schülerinnen und Schüler eine sonderpädagogische Betreuung. Diese Angabe bezieht sich allerdings nur auf Volksschulen, Hauptschulen, Neue Mittelschulen, Sonderschulen und Polytechnische Schulen. Allgemein- und berufsbildende höhere Schulen werden dabei nicht berücksichtigt.

Aufgrund der bereits erwähnten Studien zur Prävalenz der Rechenstörung im deutschsprachigen Raum kann man davon ausgehen, dass derzeit der Anteil der von einer Rechenstörung Betroffenen auch in Österreich diesen Werten entspricht und demnach etwa zwischen 2 % und 6 % liegt.

4.2 Verlauf

In der Literatur gibt es nur wenige Daten über die zeitliche Stabilität von schwachen Rechenleistungen (Hasselhorn & Schuchardt, 2006, S. 212).

Es wird aber darauf hingewiesen, dass die Diagnose von schwachen mathematischen Leistungen in der ersten Schulstufe sehr instabil ist (Kohn, Wyschkon, Ballaschk, Ihle & Esser, 2013, S. 82). In den folgenden Schulstufen nimmt die Stabilität der Rechenstörung allerdings zu. Ein möglicher Grund dafür könnte die schwierige Diagnose einer Rechenstörung in der ersten Schulstufe sein, da rechenschwache Kinder für das Finden von Lösungen Ausweichstrategien anwenden (Petermann & Lemcke, 2005, S. 982 f.). Durch das Abzählen von Ergebnissen mit den Fingern oder das Auswendiglernen von mathematischen Aufgaben gelingt es manchen Schülerinnen und Schülern, die erste Schulstufe zu meistern, ohne dass eine Rechenschwäche oder -störung erkannt wird. Beim Rechnen im Zahlenraum bis 100 in der zweiten Schulstufe genügen diese Strategien allerdings nicht mehr, es werden viele Fehler gemacht und rechenschwache Kinder fallen durch ihre schlechten mathematischen Leistungen auf.

In einer Studie von Shalev, Manor, Auerbach und Gross-Tsur (1998, S. 358 ff.) wurden 123 Kinder mit einer diagnostizierten Rechenstörung in der fünften, achten und elften Schulstufe untersucht, um den Entwicklungsverlauf dieser Lernstörung festzustellen. 47 % der Kinder, die bereits in der fünften Schulstufe das Kriterium der Rechenstörung erfüllten, zählten auch in der achten Schulstufe zu den schlechtesten fünf Prozent in Mathematik und galten somit als rechengestört. Die übrigen 53 % fielen mit ihren Rechenleistungen zwar nicht in die Definition der Rechenstörung, 95 % von ihnen gehörten allerdings dem unteren Quartil ihrer Altersklasse an. Weitere drei Jahre später in der elften Schulstufe waren noch immer 40 % der Schülerinnen und Schüler mit Dyskalkulie von einer Rechenstörung betroffen (Shalev, Manor, & Gross-Tsur, 2005, S. 122 ff.). Die übrigen 60 % der rechengestörten Jugendlichen zeigten in der elften Schulstufe immer noch sehr schwache Leistungen in Mathematik.

Eine deutsche Untersuchung (Kohn, Wyschkon, Ballaschk, Ihle & Esser, 2013, S. 79 ff.) über einen Zeitraum von 30 Monaten brachte ähnliche Ergebnisse über die Stabilität der Rechenstörung. Nach zweieinhalb Jahren konnten nur 10 % der Kinder mit einer Rechenstörung durchschnittliche Rechenleistungen erbringen und sich somit im Vergleich zur ersten Messung deutlich verbessern. 40 % der Schülerinnen und Schüler erfüllten nach diesem Zeitraum immer noch das Kriterium der Rechenstörung und 50 % zeigten unterdurchschnittliche Leistungen, fielen aber nicht in die Diagnosekriterien für eine Rechenstörung.

Insgesamt lässt sich aus diesen Daten also eine hohe Persistenz der Rechenschwäche im Altersverlauf erkennen.

Eine Studie von Mejias, Grégoire und Noël (2012, S. 165 ff.), bei der Erwachsene bezüglich des Verlaufs einer Rechenstörung untersucht wurden, bestätigt diese Vermutung. Personen, die bereits in der Kindheit Schwierigkeiten in Mathematik hatten bzw. als rechengestört diagnostiziert wurden, zeigten auch in dieser Rechenüberprüfung gegenüber einer Kontrollgruppe deutlich schlechtere Ergebnisse.

4.3 Geschlechterverhältnis

Das Geschlechterverhältnis des Auftretens von Rechenstörungen bei Mädchen und Burschen wird in der Literatur uneinheitlich angegeben.

Sowohl Hasselhorn und Schuchardt (2006, S. 212), als auch Von Aster, Schweiter & Weinhold Zulauf (2007, S. 89) berichten von einer etwa gleich großen Prävalenzrate bei weiblichen und männlichen Personen.

Diese Ausgeglichenheit des Geschlechterverhältnisses lässt sich außerdem in einer Studie aus Brasilien feststellen. Die Autoren (Bastos, Cecato, Martins, Grecca & Pierini, 2016, S. 202 ff.) kamen zu dem Ergebnis, dass 56.6 % der Personen mit Rechenstörung männlich und demnach 43.4 % weiblich sind.

Aktuelle Analysen aus dem deutschsprachigen Raum zeigten allerdings ein konträres Bild. Fischbach et al. (2013, S. 69 ff.) sprechen von einem eindeutigen Geschlechtsunterschied zum Nachteil der Mädchen. Diese seien dreimal so häufig von einer Rechenschwäche bzw. Rechenstörung betroffen wie Burschen. In der Studie von Moll, Kunze, Neuhoff, Bruder & Schulte-Körne (2014, S. 6) wurde ebenfalls dargelegt, dass weibliche Jugendliche etwa doppelt so häufig wie männliche an einer Rechenstörung leiden.

Auch die österreichische Studie von Landerl und Moll (2010, S. 290 ff.) brachte einen Unterschied bezüglich der Geschlechter hervor. Eine Rechenstörung betrifft laut dieser Untersuchung Mädchen zweimal so häufig wie Burschen.

5 Ursachen

Der derzeitige Wissensstand lässt eine eindeutige Klärung der Ursache von Rechenstörungen nicht zu (Schuchardt, Maehler & Hasselhorn, 2008, S. 514 ff.; Lambert, 2015, S. 73 ff.).

Jacobs und Petermann (2007, S. 14 ff.) gehen davon aus, dass für die Entstehung einer Rechenstörung ein multikausales Erklärungsmodell wahrscheinlich ist.

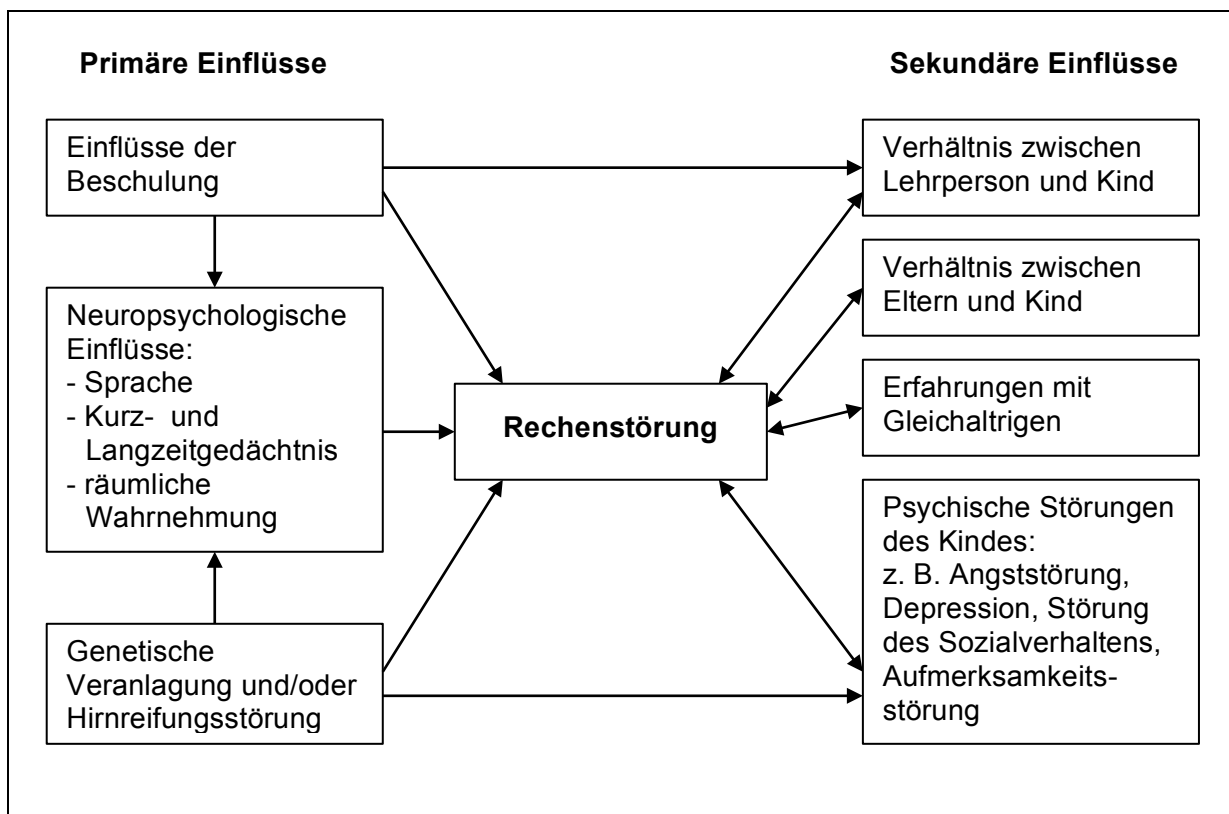


Abb. 1: Erklärungsmodell für die Entstehung einer Rechenstörung (modifiziert nach Jacobs & Petermann, 2007, S. 16)

Zu den primären Faktoren, die eine Rechenstörung verursachen können, zählen laut Jacobs und Petermann (2007, S. 16) neben genetischen und neuropsychologischen Einflüssen auch Folgen einer schlechten Beschulung. Die Autoren sind zudem der Meinung, dass sekundäre Faktoren wie ein hinderliches Verhältnis zwischen Lehrkräften, Eltern und Kindern oder psychische Erkrankungen des Kindes die Entstehung der Rechenstörung begünstigen können. Es ist allerdings noch nicht ausreichend empirisch geklärt, welche und wie viele der Einflussfaktoren zusammenwirken müssen bzw. welchen Einfluss einzelne Faktoren haben können.

5.1 Genetische Faktoren

Untersuchungen von Kindern mit genetisch bedingten Krankheiten zeigten, dass diese häufiger von einer Rechenstörung betroffen sind als gesunde Heranwachsende. Forscherinnen und Forscher sehen diese Tatsache als Indiz dafür, dass bei der Entstehung einer Rechenstörung die genetische Komponente eine Rolle spielt (Lambert, 2015, S. 74 ff.). Beispiele solch genetisch veranlagter Krankheiten, bei denen eine erhöhte Wahrscheinlichkeit für die Entstehung einer Rechenstörung besteht, sind unter anderem Spina Bifida (Neuralrohrschlussdefekt aufgrund genetischer Faktoren) und das Williams-Beuren-Syndrom (Beeinträchtigung der körperlichen und geistigen Entwicklung durch Defekt auf Chromosom 7). Das Turner-Syndrom und das Fragile-X-Syndrom sind zudem genetisch bedingte Erkrankungen, die bei den Betroffenen vermehrte mathematische Schwierigkeiten hervorrufen. Diese beiden Krankheitsbilder entstehen durch einen Fehler im X-Chromosom, das in Folge das kognitive Denkvermögen und die mathematischen Leistungen negativ beeinflussen kann (Lambert, 2015, S. 74 ff.).

Forschungen mit rechenschwachen Kindern und deren naher Verwandtschaft geben ebenfalls Hinweise darauf, dass die Entstehung der Rechenstörung erblich bedingt ist. Shalev et al. (2001, S. 60 ff.) untersuchten die Familienangehörigen ersten Grades von Kindern der fünften Schulstufe, die von einer Rechenstörung betroffen sind. Sie kamen dabei zu dem Ergebnis, dass mehr als die Hälfte der Eltern und Geschwister der Kinder mit einer Rechenstörung ebenfalls von dieser Lernbeeinträchtigung betroffen sind. Von den untersuchten Kindern wiesen demnach 67 % der Mütter, 41 % der Väter, 53 % der Brüder und 52 % der Schwestern eine Rechenstörung auf. Aufgrund dieser Prävalenzrate bei Familienangehörigen, die im Gegensatz zu den Prävalenzwerten der allgemeinen Bevölkerung zehn mal höher ist, gehen die Autoren von einer familiären Prädisposition der Rechenstörung aus.

In einer Studie mit Zwillingen zeigten Alarcón, DeFries, Light und Pennington (1997, S. 619 ff.), dass bei 58 % der eineiigen und bei 39 % der zweieiigen Zwillinge beide Personen an einer Rechenstörung leiden.

Lambert (2015, S. 77) resümiert, dass diese Erforschungen eine genetische Ursache für die Entstehung einer Rechenstörung wahrscheinlich machen. Sie weist aber auch darauf hin, dass nicht ein bestimmtes Gen oder eine Genkombination existiert, die eine Störung der mathematischen Fähigkeiten hervorrufen. Die Autorin vermutet vielmehr ein Zusammenwirken mehrerer Faktoren, die Rechenschwierigkeiten bedingen.

5.2 Neurowissenschaftliche Faktoren

Dehaene, Dehaene-Lambertz und Cohen (1998, S. 355 ff.) sind aufgrund von Untersuchungen mit Tieren und Säuglingen der Auffassung, dass es einen *number sense* gibt. Dies ist ein angeborenes System, mit dem Zahlenmengen erfasst und unterschieden werden können. Dieser biologisch determinierte Zahlensinn, der für das Zahlenverständnis und die Zahlenverarbeitung zuständig ist, wird mit einer bestimmten neuronalen Platte in Verbindung gebracht, die sich im linken und rechten Parietallappen des Großhirns befindet. Der Zahlensinn stellt die Grundlage für die Entwicklung von mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten dar, er ist allerdings bei den einzelnen Individuen unterschiedlich ausgeprägt. Neurowissenschaftliche Expertinnen und Experten gehen deshalb davon aus, dass bei Personen mit Rechenstörungen diese Hirnbereiche beschädigt sind und der Zahlensinn deshalb nicht voll funktionsfähig ist (Dehaene, Dehaene-Lambertz & Cohen, 1998, S. 355 ff.; Lambert, 2015, S. 77).

Das Ziel der Studie von Rotzer et al. (2008, S. 417 ff.) war, Unterschiede innerhalb der Gehirnstrukturen von Kindern mit einer Rechenstörung und Kindern mit Rechenfähigkeiten im Normbereich zu finden. Für diese Untersuchung wurden nur Kinder ausgewählt, bei der die Rechenstörung nicht in Kombination mit einer anderen neurologischen bzw. psychiatrischen Entwicklungsstörung oder einer anderen Lernstörung auftrat. Dadurch sollte gewährleistet werden, dass die Differenzen der Ergebnisse der durchgeführten Magnetresonanztomographie nicht auf andere Krankheitsbilder zurückzuführen sind. Kinder mit einer Rechenstörung zeigten ein signifikant geringeres Volumen der grauen Substanz (setzt sich aus Zellkörpern von Neuronen zusammen) im rechten intraparietalen Sulcus (IPS) und dem rechten Frontallappen. Im linken Frontallappen und im rechten Gyrus parahippocampalis weisen rechengestörte Kinder ebenfalls ein geringeres Volumen der weißen Substanz (setzt sich aus Fortsätzen von Neuronen zusammen) auf als Kinder der Vergleichsgruppe. Das verringerte Volumen der grauen Substanz sieht die Autorengruppe als mögliche Ursache für geminderte arithmetische Entwicklungskompetenzen. Die verminderte weiße Substanz könnte hingegen Einfluss auf die Wiedergabe von Faktenwissen und auf die räumlichen Fähigkeiten haben (Rotzer et al., 2008, S. 417 ff.; Lambert, 2015, S. 78 f.).

Kucian et al. (2006, S. 1 ff.) haben ebenfalls Kinder mit Rechenstörungen ohne Komorbiditäten und Kinder einer Kontrollgruppe mit normalen Rechenleistungen miteinander verglichen. Mittels einer funktionellen Magnetresonanztomographie wurden bei dieser Untersuchung die verschiedenen Aktivierungsmuster im Gehirn bei rechenschwachen und normal rechnenden Kindern nachgewiesen.

Es konnten keine Unterschiede in der Gehirnaktivität bei exakten Berechnungen, die mittels arithmetischer Faktenwiedergabe durchgeführt wurden, ausfindig gemacht werden. Ebenso ließen sich keine unterschiedlichen Aktivierungsmuster bei Mengenvergleichen feststellen. Eine geringere Hirnaktivität und größere interindividuelle Differenzen wurden allerdings bei Aufgaben mit Näherungsberechnungen nachgewiesen.

Die Autoren (Kucian et al., 2006 S. 1 ff.; Lambert, 2015, S. 79) weisen zudem im Allgemeinen darauf hin, dass bei der Zahlenverarbeitung der linke IPS, sowie der linke und rechte Frontalgyrus eine wichtige Rolle zu spielen scheinen, da die Gehirnaktivität in diesen Arealen mit der Rate der fehlerfrei gelösten Aufgaben korreliert.

Die dargestellten Ergebnisse lassen vermuten, dass Abnormitäten im IPS ein möglicher Auslöser für die Entwicklung einer Rechenstörung sein könnten. Untersuchungen dieser Besonderheiten im IPS sind allerdings schwierig, da Rechenstörungen unterschiedliche Ausprägungsgrade aufweisen und oftmals mit komorbiden Erkrankungen einhergehen (Lambert, 2015, S. 79 f.).

Aufgrund fehlender Studien kann man derzeit noch nicht bestätigen, ob hirnphysiologische Analysen wie die Magnetresonanztomographie vorhersagbare Variablen für die frühe Diagnose einer Rechenstörung sein könnten (Lambert, 2015, S. 79 f.).

5.3 Kognitive Faktoren

Kognitive Defizite stellen neben den genetischen und neurowissenschaftlichen Faktoren eine weitere Komponente zur Verursachung einer Rechenstörung dar. Im Folgenden werden vier Bereiche mathematischer Kognition erläutert, die bei der Entstehung dieser Lernstörung Bedeutung haben könnten.

1. Arbeitsgedächtnis

Das Arbeitsgedächtnis ist ein System zur temporären Speicherung von Informationen und zur Ausführung von kognitiven Aufgaben. In der wissenschaftlichen Literatur wird meist das Arbeitsgedächtnismodell von Baddeley (2006, S. 3 ff.) verwendet, das aus drei unterschiedlichen Bereichen besteht: Die zentrale Exekutive ist das übergeordnete System und steuert die phonologische Schleife und den visuell-räumlichen Notizblock. Die phonologische Schleife ist dabei für die Speicherung und Verarbeitung akustisch-sprachlicher Informationen zuständig, der visuell-räumliche Notizblock – wie der Name schon sagt – für visuell-räumliche Informationen (Baddeley, 2006, S. 3 ff.; Lambert, 2015, S. 81 ff.).

In einer Studie wurden diese drei Komponenten des Arbeitsgedächtnisses bei Kindern mit verminderten Rechenleistungen untersucht. Die Autoren (Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent & Numtee, 2007, S. 1349 ff.) kamen dabei zu dem Ergebnis, dass Kinder mit unterdurchschnittlichen Rechenleistungen Defizite im Bereich der zentralen Exekutive, der phonologischen Schleife und/oder dem visuell-räumlichen Notizblock aufweisen. Die Schwierigkeiten bei mathematischen Kognitionsaufgaben wurden dabei vorrangig auf dem Gebiet der zentralen Exekutive gesehen.

In einer deutschen Untersuchung (Schuchardt, Kunze, Grube & Hasselhorn, 2006, S. 265 ff.) wurden bei Kindern mit mathematischen Minderleistungen ebenfalls Beeinträchtigungen im Arbeitsgedächtnis gefunden. Im Gegensatz zur vorher erwähnten Studie konnten die Defizite aber hauptsächlich in das phonologische Arbeitsgedächtnis eingeordnet werden.

Lambert (2015, S. 81 ff.) schreibt, dass es in der Wissenschaft widersprüchliche Befunde bezüglich des Zusammenhangs von Arbeitsgedächtnis und verminderten Rechenleistungen gibt. Differenzen lassen sich vor allem hinsichtlich des Kernbereichs des Arbeitsgedächtnisses feststellen, in dem die Defizite von rechenschwachen Kindern vorwiegend liegen. Es herrscht allerdings Einigkeit darüber, dass das Arbeitsgedächtnis bei der Entwicklung von mathematischen Kompetenzen eine wichtige Rolle spielt.

2. Kognitive Repräsentation von Mengen und Zahlen

Rechenschwache Kinder zeigen oftmals Defizite in der kognitiven Verarbeitung von Mengen und Zahlen. Im Folgenden werden deshalb Studien vorgestellt, die belegen, dass Kinder mit Rechenstörungen Probleme im Vergleich von Zahlen, mit dem Zahlenstrahl und/oder der simultanen Mengenerfassung haben.

Zahlenvergleich:

Landerl, Bevan und Butterworth (2004, S. 108 ff.) haben die kognitive Repräsentation von Zahlen und Mengen in Form von Zahlenvergleichsaufgaben analysiert, bei denen die jeweilige Reaktionszeit gemessen wurde. Die untersuchten Kinder mussten aus zwei einstelligen Zahlen diejenige auswählen, die den höheren numerischen Wert besitzt. Kinder mit einem niedrigen mathematischen Intelligenzniveau benötigten mehr Zeit für ihre Entscheidung als die Kontrollgruppe. Die Autoren folgern daraus, dass rechenschwache Kinder nicht so schnell auf das Zahlen- und Mengenwissen zugreifen können wie Kinder mit normalen Rechenleistungen (Landerl, Bevan & Butterworth, 2004, S. 108 ff; Lambert, 2015, S. 87).

Zahlenstrahl:

Aufgaben zu einem Zahlenstrahl mit Skalierung – ein Zahlenstrahl, auf dem die Teilstriche bereits eingetragen waren – wurden in einer Studie von Gaupp, Zoelch und Schumann-Hengsteler (2004, S. 36 f.) von rechenschwachen Kindern fast genauso gut gelöst wie von normal rechnenden Kindern.

Deutliche Schwierigkeiten waren allerdings bei Kindern mit einer Rechenstörung bei der Einordnung von Zahlen auf einem Zahlenstrahl ohne Skalierung festzustellen. Aufgrund der Tatsache, dass dieser Zahlenstrahl mit einer Länge von 20 cm nur die Markierungspunkte 0 und 20 aufwies, passierten rechengestörten Kindern bei der Lokalisation der Zahlen 5, 9 und 17 mehr Fehler als Kindern ohne Beeinträchtigung im Rechnen.

Nur etwa die Hälfte der vorgegebenen Zahlen konnte von diesen Kindern der dritten und vierten Schulstufe richtig lokalisiert werden. Es liegt deshalb die Vermutung nahe, dass rechengestörte Kinder im Vergleich zu Kindern ohne Rechenschwierigkeiten eine weniger präzise räumliche Repräsentation von Zahlen und Mengen aufweisen (Gaupp, Zoelch, Schumann-Hengsteler, 2004, S. 36 f.; Lambert, 2015, S. 91 f.).

Simultane Mengenerfassung:

Schwierigkeiten mit der visuellen Simultanerfassung von Mengen könnten ein weiterer verursachender Faktor für die Entstehung einer Rechenstörung sein. Beim sogenannten *Subitizing* können Mengen bis zu einer Anzahl von vier Elementen mit einem Blick erfasst werden, ohne dass die einzelnen Elemente extra abgezählt werden müssen (Lambert, 2015, S. 93; Landerl, Bevan & Butterworth, 2004, S. 99 ff.). Rechenschwache Kinder wiesen bei Simultanerfassungen von Mengen mit bis zu vier Elementen nur geringfügig höhere Reaktionszeiten auf als Kinder ohne mathematische Leistungsdefizite. Mengen mit mehr als vier Elementen erforderten bei Kindern mit Rechenstörungen allerdings eine signifikant höhere Erfassungszeit (Landerl, Bevan & Butterworth, 2004, S. 119 f.).

3. Visuell-räumliche Verarbeitung

Im Zusammenhang mit Rechenstörungen werden oftmals auch Beeinträchtigungen der visuell-räumlichen Funktionen erwähnt. Dieser mögliche Einflussfaktor für schwache Mathematikleistungen wurde allerdings bislang noch nicht ausreichend untersucht und lässt sich deshalb nicht eindeutig klären. Kritisch sehen Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler bei diesbezüglichen Studien vor allem die schwierige Messbarkeit visuell-räumlicher Fähigkeiten (Lambert, 2015, S. 94 ff.).

Untersuchungen zum SNARC-Effekt (spatial numerical association of response codes) lassen aber vermuten, dass Personen mit Rechenschwierigkeiten auch Probleme mit der räumlichen Verarbeitung von Mengen und Zahlen haben. Der SNARC-Effekt beschreibt eine Verbindung zwischen der Größe einer Zahl und der zugehörigen räumlichen Einordnung.

Personen zeigen bei Zahlenvergleichsaufgaben bei numerisch kleineren Zahlen eine schnellere Reaktion mit der linken Hand, bei numerisch größeren Zahlen mit der rechten Hand. Dies kann auf die räumliche Verarbeitung des mentalen Zahlenstrahls zurückgeführt werden, da auf dem Zahlenstrahl kleinere Zahlen weiter links und größere Zahlen weiter rechts angeordnet sind (Lambert, 2015, S. 94).

Bei einer Studie von Bachot, Gevers, Fias und Roeyers (2005, S. 174 ff.) mussten Kinder möglichst schnell und fehlerfrei auswählen, ob eine präsentierte arabische Ziffer zwischen eins und neun (mit Ausnahme der Zahl 5) größer oder kleiner als fünf ist. Es wurde gezeigt, dass bei Kindern der Kontrollgruppe ein normaler SNARC-Effekt feststellbar ist. Kinder mit Problemen in der visuell-räumlichen Verarbeitung und in Mathematik wiesen den SNARC-Effekt hingegen nicht auf. Die Autorengruppe (Bachot, Gevers, Fias & Roeyers, 2005, S. 181 f.) weist allerdings darauf hin, dass der fehlende Nachweis des SNARC-Effekts in der zweiten Gruppe durchaus auch andere Interpretationsmöglichkeiten zulässt als einen Zusammenhang zwischen der räumlichen Verarbeitung und mathematischen Leistungsstörungen. Die Tatsache, dass Kinder mit Schwierigkeiten in der visuell-räumlichen Verarbeitung und in Mathematik aber keinen SNARC-Effekt zeigen, lieferte für die Autoren einen Hinweis darauf, dass diese Kinder Probleme mit der Einordnung von Zahlen auf einem mentalen Zahlenstrahl haben.

5.4 Schulische, didaktische Faktoren

Bei der Ausbildung einer Rechenstörung kann auch das schulisch-didaktische Umfeld eine entscheidende Rolle spielen (Schwarz & Stark-Städele, 2005, S. 30 ff.; Jacobs & Petermann, 2007, S. 14 ff.). Es wird darauf hingewiesen, dass der Mathematikunterricht oftmals nicht an den Entwicklungsstand jedes einzelnen Kindes angepasst werden kann, da die Entwicklungsniveaus der Kinder innerhalb einer Klasse sehr stark variieren. Dadurch kann es vorkommen, dass ein Kind nicht auf dem Wissensstand abgeholt wird, wo es sich gerade befindet und vorhandene Fehlvorstellungen und Schwierigkeiten deshalb unbeachtet bleiben.

Schwarz und Stark-Städele (2005, S. 30 ff.) führen zudem weitere Faktoren an, welche die Entwicklung einer Rechenstörung begünstigen können:

- oftmaliger Wechsel der Lehrperson
- pädagogische und didaktische Schwächen der Lehrperson
- Orientierung an den Schwächen des Kindes (anstatt an den Stärken)
- zu hohe Anzahl an Schülerinnen und Schülern pro Klasse (keine Einzelförderung möglich)
- Beschämung durch Mitschülerinnen und Mitschüler, Lehrpersonen oder Eltern
- Fehlen einer stressfreien, angenehmen Lernatmosphäre (ohne Druck)

5.5 Weitere Einflussfaktoren

Die Ursachen für die Entstehung einer Rechenstörung sind äußerst vielfältig. Neben den zuvor erläuterten Aspekten gibt es weitere Faktoren, die zwar nicht hauptursächlich für die Entwicklung einer Rechenstörung sind, diese aber aufrechterhalten und negativ beeinflussen können (Lambert, 2015, S. 99). Obwohl diese Einflussfaktoren teilweise weniger erforscht sind als die bereits erwähnten möglichen Ursachen, ist man sich in der Literatur darüber einig, dass sie bei Problemen mit dem Rechnen durchaus relevant sind.

Rechen- und Prüfungsangst:

Eine Forschungsgruppe (Wu, Amin, Barth, Malcarne & Menon, 2012, S. 1 ff.), welche die Beziehung zwischen Rechenangst und Rechenleistung analysierte, kam zu dem Ergebnis, dass Mathematikangst negativ mit den erbrachten mathematischen Leistungen korreliert. Um die Rechenangst messen zu können, wurde – angelehnt an das MARS-Modell (Mathematics Anxiety Rating Scale) – für Kinder eine Fünf-Punkte-Skala entwickelt, die aus abgestuften ängstlichen bzw. nicht ängstlichen Gesichtern bestand. Ein Zusammenhang mit der *trait anxiety*, also der Angst als relativ feste Charaktereigenschaft, konnte aber nicht gezeigt werden.

Eine Studie aus Italien (Passolunghi, 2011, S. 67 ff.) bestätigte ebenfalls, dass Kinder mit einer Rechenschwäche ein signifikant höheres Level an Mathematikangst, sowie Prüfungsangst im Fach Mathematik aufweisen. Die Mathematikangst bzw. Prüfungsangst wurde mit Hilfe des MARS-Modells gemessen, wobei das Angstlevel dabei auf einer Skala von eins bis vier bewertet wird. In anderen Schulfächern wurden hingegen keine Unterschiede zwischen schwachen und normalen Rechnerinnen und Rechnern gefunden.

Lambert (2015, S. 99 ff.) ist ebenso der Meinung, dass es eine wechselseitige Beeinflussung von Rechen- bzw. Prüfungsangst und schwachen rechnerischen Leistungen gibt.

Trotz vieler Forschungsstudien, in denen ein Zusammenhang zwischen diesen beiden Faktoren nachgewiesen werden konnte, gibt es auch konträre Ergebnisse: In einer Untersuchung in Deutschland (Krinzinger, Kaufmann & Willmes, 2009, S. 206 ff.) wurde analysiert, ob es einen Zusammenhang zwischen der Rechenfähigkeit und der Rechenangst gibt. Die Rechenangst wurde dabei anhand eines Fragebogens erhoben, bei dem die Antworten auf einer Fünf-Punkte-Skala eingeschätzt werden mussten. Es stellte sich dabei heraus, dass die mathematischen Leistungen der untersuchten Kinder keinen Einfluss auf die Rechenangst oder umgekehrt hatten.

Verhaltens- und Emotionsprobleme:

Eine Studie von Nelson, Benner, Lane und Smith (2004, S. 59 ff.) brachte hervor, dass Kinder mit Verhaltensauffälligkeiten oder emotionalen Problemen höhere schulische Leistungsdefizite zeigen als Kinder einer Normgruppe. Das niedrigere Leistungslevel dieser Kinder blieb im Lesen und Schreiben beständig, während sich die Defizite in Mathematik mit der Zeit noch auszuweiten schienen.

Nelson und Harwood (2011, S. 3 ff.) haben in einer Meta-Analyse 58 Studien miteinander verglichen und festgestellt, dass Schulkinder mit Lernschwächen ein höheres Risiko für Angsterkrankungen aufweisen als Kinder ohne Lernschwächen. Die Ergebnisse zeigten, dass bei 70 % der lernschwachen Kinder höhere ängstliche Symptomatiken gefunden wurden als bei normal lernenden Kindern.

Die derzeitige Forschungslage macht es nicht möglich, die Wirkrichtung des Zusammenhangs zwischen Rechenstörungen und Verhaltensproblemen bzw. emotionalen Auffälligkeiten eindeutig zu bestimmen. Einerseits ist es möglich, dass Rechenstörungen eine negative Auswirkung auf die psychische Belastbarkeit von Kindern haben. Andererseits ist es vorstellbar, dass sich eine Rechenstörung aufgrund einer psychischen Belastung entwickelt, weil grundlegende Fertigkeitsbereiche nicht optimal ausgebildet werden können (Lambert, 2015, S. 103 f.).

6 Diagnose

In diesem Kapitel werden zu Beginn erste Anzeichen und die typischen Merkmale einer Lernstörung in Mathematik dargestellt. Anschließend wird darauf eingegangen, wie die Vorgehensweise von Lehrpersonen bei Verdacht auf eine Rechenstörung aussieht und welche Initiativen Pädagoginnen und Pädagogen ergreifen sollen, um das betroffene Kind bestmöglich zu unterstützen. Am Ende dieses Abschnitts wird der diagnostische Prozess zur Feststellung einer Rechenschwäche genauer erläutert.

6.1 Erste Anzeichen einer Rechenstörung

In diversen Studien (Lambert, 2015, S. 154 ff.; Krajewski & Schneider, 2009a, S. 520; Krajewski & Schneider, 2009b, S. 523; Von Aster, Schweiter & Weinhold Zulauf, 2007, S. 89) wurde gezeigt, dass frühe mathematische Basiskompetenzen die spätere Mathematikleistung beeinflussen bzw. vorhersagen können. Kinder, die Defizite bei vorschulischen mathematischen Kenntnissen aufwiesen, haben demnach ein höheres Risiko, später als rechenschwach eingestuft zu werden. Auch in höheren Schulstufen kann man bei diesen Kindern noch Schwierigkeiten bei mathematischen Basisfähigkeiten feststellen.

Es stellt sich daher die Frage, ob die Entstehung einer Rechenstörung bereits vor dem Eintritt in die Schule verhindert oder zumindest die Ausprägung der Defizite in Mathematik verringert werden könnte (Lambert, 2015, S. 157).

Aufgrund dieser Befunde ist die Früherkennung von Mängeln in den mathematischen Basiskompetenzen ein wichtiger Faktor, um Merkmale einer Rechenstörung bereits von Beginn an zu erfassen und in weiterer Folge gezielte Fördermaßnahmen setzen zu können (Barth, 2009, S. 209 ff.).

Laut Jacobs und Petermann (2007, S. 15 ff.) kann man erste Hinweise auf eine Rechenstörung bereits meist im Kindergarten erkennen. Beschäftigungen wie Kartenspiele, Würfelspiele, Memory, Lego oder Puzzlebauen werden aufgrund fehlender Zählstrategien und visueller Wahrnehmungsschwierigkeiten gemieden und können erste Anzeichen einer Rechenbeeinträchtigung sein. Die Autoren (Jacobs & Petermann, 2007, S. 15 ff.) führen allerdings an, dass spezifische Schwierigkeiten im Fach Mathematik oftmals erst in der Sekundarstufe entdeckt werden. Durch die höheren Anforderungen im Rechnen gelingt es ab der fünften Schulstufe oft nicht mehr, die mathematischen Defizite zu verbergen und Anzeichen einer Rechenstörung werden deutlich sichtbar.

6.2 Merkmale einer Rechenstörung

In diesem Kapitel wird zusammengefasst dargestellt, welche Merkmale ein Prädiktor für eine Rechenstörung sein könnten. Diese „Warnsignale“ orientieren sich hauptsächlich an den Ausführungen des *Recheninstituts zur Förderung mathematischen Denkens* (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]), welches auf seiner Homepage typische Merkmale zur Feststellung einer Rechenschwäche für Lehrpersonen, Eltern, Hortangestellte, usw. auflistet und ihnen somit die Erkennung dieser Lernstörung erleichtern soll. Es wird dabei ebenfalls darauf hingewiesen, dass die frühzeitige Erkennung einer Schwäche essentiell für weitere Fördermaßnahmen und die Entwicklung und den Verlauf einer Rechenstörung ist. Dennoch wird betont, dass bei einer spät erfolgten Diagnose einer Rechenstörung in der Sekundarstufe durch gezielte Fördermaßnahmen trotzdem Erfolge erzielt werden können, obwohl die Schwierigkeiten dabei meist im Lernstoff der Grundstufe zu finden sind.

Die folgenden Ausführungen beschreiben Schwierigkeiten, mit denen rechenschwache Schülerinnen und Schüler häufig konfrontiert sind. Die angeführten Defizite können bereits in der Volksschule zum Vorschein kommen, es ist aber auch möglich, dass diese erst in der Sekundarstufe bemerkt und in weiterer Folge therapiert werden (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Jacobs & Petermann, 2007, S. 15 ff.).

6.2.1 Schwierigkeiten bei Grundrechenaufgaben

Defizite bei Kopfrechenaufgaben:

Aufgaben, die im Kopf gerechnet werden sollen, stellen für rechenschwache Kinder häufig eine große Schwierigkeit dar. Anstatt mit der Zahl als Größe zu arbeiten, wird versucht, das schriftliche Verfahren im Kopf durchzugehen und Stelle für Stelle zu rechnen. Aufgrund des Merkens von Zwischenergebnissen und Überträgen kann es dabei oft zu Fehlern kommen.

Selbst einfache Aufgaben wie $70 - 14$ werden nicht sofort im Kopf gerechnet, sondern mithilfe des schriftlichen Verfahrens in Gedanken nachgerechnet, wobei es dann häufig zu folgendem Fehler kommt: „4 und 6 ist 10, eine Stelle weiter. 1 und 6 ist 7. Die Lösung ist also $70 - 14 = 66$.“ Beim Merken der Ergebnisse ist allerdings der Übertrag nicht berücksichtigt worden, was zu einem falschen Ergebnis führt (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110; Jacobs & Petermann, 2007, S. 117).

Zählendes Rechnen:

Einfache Additions- und hauptsächlich Subtraktionsaufgaben – sogar im Zahlenraum bis 10 – können häufig nur durch zählendes Rechnen gelöst werden.

Dies kennzeichnet sich dadurch, dass beispielsweise $13 - 6$ extra abgezählt wird, indem in Einzelschritten rückwärts gezählt wird: „12, 11, 10, 9, 8, 7“. Oftmals wird dabei noch versteckt mit den Fingern oder im Kopf nachgezählt, was in Folge zu vielen Konzentrationsfehlern führt. Um dies zu vermeiden, wird versucht, Rechnungen bis 10 – teilweise sogar bis 20 – auswendig zu lernen (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110; Zimmermann, 2010, S. 16).

Defizite bei den Einmaleins-Reihen:

Da das Einmaleins Voraussetzung für andere Anwendungen (Multiplikation, Division, usw.) ist, sind Kinder, die das Einmaleins nicht ausreichend beherrschen, mit vielen Überforderungen konfrontiert (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110).

6.2.2 Schwierigkeiten bei den Grundrechnungsarten

Hoher Zeitaufwand und viele Rechenfehler:

Rechengestörte Kinder beherrschen die Verfahren für die schriftliche Addition, Subtraktion und Multiplikation zum Großteil ganz gut. Da sie aber – wie vorhin beschrieben – die einzelnen Zwischenrechnungen oft nur durch Nachzählen erhalten, führt dies zu zahlreichen Rechenfehlern und beansprucht viel Zeit (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110; Zimmermann, 2010, S. 16).

Defizite im Verständnis der Rechenoperationen:

Kinder mit einer Beeinträchtigung im mathematischen Denken verstehen häufig die Logik bei Rechengesetzen nicht: Zum Beispiel wird $14 \text{ mal } 5$ gelöst, indem $10 \text{ mal } 5 = 50$ gerechnet wird und dann $50 + 4 = 54$ als Lösung angegeben wird. Diese Schülerinnen und Schüler können zudem Multiplikationen nicht mit einem Vervielfachen oder Divisionen nicht mit einem Teilen verknüpfen. Erkennen kann man dieses fehlende Verständnis beispielsweise daran, dass Heranwachsende mit einer Rechenstörung die Division „ $20 : 4$ “ nicht durch eine einfache Textaufgabe umschreiben können (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Schwarz & Stark-Städele, 2005, S. 44 f.).

Defizite beim schriftlichen Dividieren:

Vor allem das schriftliche Dividieren durch zwei- oder mehrstellige Zahlen bereitet von einer Rechenstörung Betroffenen große Probleme.

Überschlagsrechnungen zum Auffinden des Quotientenwerts gelingen meist nicht, weshalb es zu einem nicht zielführenden Herumprobieren kommt (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110; Schwarz & Stark-Städele, 2005, S. 50; Simon, 2008, S. 30 ff.).

6.2.3 Schwierigkeiten beim Zahl- und Stellenwertverständnis

Defizite bei der Orientierung im Zahlenraum:

Vor allem das Rechnen mit mehrstelligen Zahlen führt zu Problemen bei der Orientierung im Zahlenraum: Ahnungslosigkeit zeigt sich bei Personen mit einer Rechenstörung häufig bei Nachbaraufgaben – z. B. „1 weniger als 4 000 ist 3 000“ – oder beim Umgang mit Zahlenräumen: „In der Mitte von 20 000 und 30 000 befindet sich 20 500“.

Einfache Zahlenverhältnisse – beispielsweise „Die Hälfte von 1 000 ist 500“ – werden ebenfalls nur teilweise erfasst (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110; Zimmermann, 2010, S. 17).

Defizite beim Einschätzen von Größenverhältnissen:

Unmögliche Lösungen – zum Beispiel, dass das Ergebnis einer Subtraktion zweier natürlicher Zahlen eine größere Zahl ist als die Ausgangszahl – werden von schwachen Rechnerinnen und Rechnern nicht erkannt. Dies hat damit zu tun, dass bei Kindern mit Rechenstörungen der in Kapitel 5.2 erwähnte *number sense* nicht vollständig ausgebildet ist und sie deshalb Größenverhältnisse nur schwer einschätzen können (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110; Jacobs & Petermann, 2007, S. 114 ff.).

Defizite beim Vorlesen und Schreiben von Zahlen:

Zahlendreher – die Zahl 54 wird beispielsweise als „fünfundvierzig“ gelesen – und die Missachtung von Nullstellen im Stellenwertsystem – „dreihundertsiebentausendelf“ wird als 3 711 oder 3 007 011 wiedergegeben – sind typische Auffälligkeiten bei Rechenstörungen (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110; Jacobs & Petermann, 2007, S. 114 ff.; Schwarz & Stark-Städele, 2005, S. 46; Simon, 2008, S. 45 ff.).

Defizite beim Verstehen des Bündelungs- und Stellenwertprinzips:

Kindern mit einer Beeinträchtigung im Rechnen fällt es oftmals schwer, das Prinzip des Stellenwerts bei Rechnungen richtig anzuwenden.

So passiert es häufig, dass diese Schülerinnen und Schüler z. B. $24 + 5 = 74$ erhalten, da sie die Einer- und Zehnerstelle miteinander verknüpfen. Ebenso bereitet es schwachen Rechnerinnen und Rechnern teilweise Schwierigkeiten, das Prinzip des Bündelns – „10 Einer werden zu einem Zehner, 10 Zehner zu einem Hunderter zusammengefasst.“ – bzw. Entbündelns – „Jeder Zehner kann in zehn Einer zerlegt werden, jeder Hunderter in zehn Zehner.“ – zu verstehen (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Schwarz & Stark-Städele, 2005, S. 47; Fritz & Ricken, 2008, S. 58 ff.).

Defizite bei der Verbindung des ordinalen und kardinalen Zahlverständnisses:

Kinder mit Rechenstörungen haben oftmals Probleme damit, die ordinale und kardinale Zahlauffassung miteinander zu verknüpfen. Als Zählkonzept wird von diesen Heranwachsenden überwiegend die Eins-zu-Eins-Zuordnung von Element und Zahlwort, also die ordinale Zählfertigkeit verwendet. Es wird dabei meist nicht daran gedacht, wie viele Elemente die Menge besitzt (Kardinalaspekt), sondern welchen Platz die Zahl in der Zahlenreihe einnimmt (Ordinalaspekt). Mehrstellige Zahlen bereiten demnach oft Probleme, da diese nicht als Größen, sondern als Folge von Ziffern aufgefasst werden: 491 wird als „vier-neun-eins“ gedacht und nicht als eine Zahl, die etwas kleiner als 500 ist (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110 f.; Schwarz & Stark-Städele, 2005, S. 43; Simon, 2008, S. 26 ff.; Fritz & Ricken, 2008, S. 52 ff.).

6.2.4 Schwierigkeiten im Sachrechnen

Defizite beim Erkennen des Rechenweges bei Textaufgaben:

Rechenschwachen Kindern bereitet es oftmals Probleme, die richtige Strategie zum Lösen einer Textaufgabe zu finden. Es wird versucht, nach einem typischen Schema vorzugehen, ohne dabei auf die im Text angegebenen Informationen zu achten und die damit verbundenen Rechenoperationen auszuführen (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110; Jacobs & Petermann, 2007, S. 114 ff.; Schwarz & Stark-Städele, 2005, S. 50; Zimmermann, 2010, S. 17 f.).

Defizite beim Abschätzen von Größen:

Aufgabenlösungen mit vollkommen absurden Größenangaben – beispielsweise „Der Strommast ist 13 cm hoch.“ – werden von rechenschwachen Kindern teilweise nicht erkannt und das Abschätzen von Mengenangaben, Maßen, Entfernungen und Längen misslingt.

Weitere Indizien für eine Rechenstörung können zudem Unsicherheiten beim Erlernen der Uhr oder beim Umgang mit Geld sein (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110; Jacobs & Petermann, 2007, S. 114 ff.).

Defizite beim Umrechnen von Größen:

Beim Umrechnen von Größen stößt man bei Kindern mit einer Rechenstörung oftmals auf Ratlosigkeit, was sich darin äußert, dass Nullen beliebig angefügt oder gestrichen werden: z. B. „400 m = 40 cm“ (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110).

6.2.5 Sonstige Auffälligkeiten

Ausbleibende Erfolgserlebnisse:

Obwohl gerade schwache Rechnerinnen und Rechner häufig auch außerhalb der Schule viel Übungszeit für Mathematik aufwenden, bleiben richtige Erfolgserlebnisse oft aus und die Mathematikleistung verbessert sich nur mäßig (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110).

Leistungsabfall nach den Ferien:

Bei rechengestörten Schülerinnen und Schülern kann man nach längeren übungsfreien Zeiten einen Leistungsabfall erkennen. Besonders nach den Sommerferien scheint es, als ob bereits Gekanntes wieder gänzlich vergessen wurde und nach den Ferien komplett neu erlernt werden muss (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]; Lambert, 2015, S. 110).

Psychische Probleme:

Bei Kindern mit einer Beeinträchtigung in Mathematik lösen Rechenaufgaben nicht selten Unbehagen und Verzweiflung aus, wobei ihnen vor allem neuer Lernstoff Sorgen bereitet. Die psychischen Probleme, mit denen rechengestörte Heranwachsende zu kämpfen haben, können sich auch auf andere Unterrichtsfächer, sowie auf das Familien- und Privatleben auswirken (Lassnitzer, 2016 [Onlinequelle]).

6.3 Vorgehensweise von Lehrpersonen bei Verdacht auf eine Rechenstörung

Erste Anzeichen auf eine mögliche Rechenschwäche eines Kindes können Mathematiklehrerinnen und -lehrern im Unterricht oder bei der Erledigung der Hausaufgaben auffallen. Besteht der Verdacht auf eine Rechenbeeinträchtigung, so müssen von der Lehrperson weiterführende Einzelbeobachtungen und individuelle Untersuchungen durchgeführt werden, bei denen der aktuelle Leistungsstand, sowie die Stärken und Schwächen des Kindes ermittelt werden. Aufgrund dieser Analyse können in Folge pädagogische Fördermaßnahmen innerhalb des Mathematik- und/oder Förderunterrichts gesetzt werden.

Bei dieser schulischen Erstförderung müssen die Lernfortschritte und Lernschwierigkeiten des betroffenen Kindes genau protokolliert werden (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur – Abteilung Schulpsychologie Bildungsberatung, 2006, S. 29 ff.; Landesschulrat für Niederösterreich, 2009, S. 2 ff.; Landesschulrat für Vorarlberg, 2006, S. 2 ff.).

Diese Hilfsmaßnahmen sollen in Absprache mit den Eltern stattfinden und gegebenenfalls von ausgebildeten Fachpersonen für Lernbeeinträchtigungen unterstützt werden.

Sollten die durchgeführten Fördermaßnahmen nach einigen Wochen noch immer keine Erfolge bringen, wird unbedingt dazu geraten, eine differenzierte Diagnose durch eine Beratungsstelle für Rechenstörungen erstellen zu lassen. Zudem ist es üblich, zusätzlich zu den diagnostischen Maßnahmen durch Expertinnen und Experten für Lernstörungen auch einen psychologischen und fachärztlichen Befund einzuholen. Wird bei einem Kind eine Lernstörung diagnostiziert, folgen in der Regel therapeutische Schritte durch speziell ausgebildete Fachkräfte (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur – Abteilung Schulpsychologie Bildungsberatung, 2006, S. 29 ff.; Landesschulrat für Niederösterreich, 2009, S. 2 ff.; Landesschulrat für Vorarlberg, 2006, S. 2 ff.).

6.4 Diagnoseprozess zur Feststellung einer Rechenstörung

Im deutschsprachigen Raum dienen vorrangig das Klassifikationssystem nach ICD-10 und die *Leitlinien zur Diagnostik und Therapie von psychischen Störungen im Säuglings-, Kindes- und Jugendalter* (Deutsche Gesellschaft für Kinder- und Jugendpsychiatrie, Psychosomatik und Psychotherapie, Bundesarbeitsgemeinschaft Leitender Klinikärzte für Kinder- und Jugendpsychiatrie, Psychosomatik und Psychotherapie & Berufsverband der Ärzte für Kinder- und Jugendpsychiatrie, Psychosomatik und Psychotherapie, 2007, S. 207 ff.) als Basis für die Diagnose einer Rechenstörung.

Der Verdacht einer Rechenstörung wird demnach durch die Feststellung der Diskrepanz zwischen Intelligenz und mathematischer Leistungsfähigkeit überprüft (Lambert, 2015, S. 119 ff.). Ziel des Diagnoseprozesses ist es einerseits, Klarheit über das Vorliegen einer Rechenstörung zu erhalten und andererseits den Ist-Zustand bezüglich der basisnumerischen und rechnerischen Leistungen zu ermitteln, um in weiterer Folge individuell optimale Interventionen durchführen zu können (Landerl & Kaufmann, 2013, S. 148).

Der diagnostische Prozess zur Feststellung einer Rechenstörung gestaltet sich mehrdimensional. Die Durchführung eines standardisierten Testverfahrens zur Messung der Rechenleistung und die Ermittlung des IQ-Werts durch einen Intelligenztest geben allgemein Aufschluss darüber, ob bei der untersuchten Person eine Rechenstörung besteht.

Zusätzlich wird durch spezifische Untersuchungen noch abgeklärt, ob mögliche Begleiterkrankungen oder Funktionsstörungen – wie z. B. komorbide Störungen wie eine Lese-Rechtschreibschwäche oder eine Aufmerksamkeitsdefizit-/Hyperaktivitätsstörung (ADHS), Sinnesbeeinträchtigungen (visuelle und auditive Fähigkeiten) oder Mängel des Arbeitsgedächtnisses – vorliegen (Lambert, 2015, S. 119 f.; Landerl & Kaufmann, 2013, S. 148 f.; Jacobs & Petermann, 2007, S. 46 f.).

Von der Deutschen Gesellschaft für Kinder- und Jugendpsychiatrie und Psychotherapie wurde eine *Leitlinie zur Diagnostik einer Rechenstörung* entwickelt, die sich am Klassifikationssystem nach ICD-10 orientiert (Deutsche Gesellschaft für Kinder- und Jugendpsychiatrie, Psychosomatik und Psychotherapie, Bundesarbeitsgemeinschaft Leitender Klinikärzte für Kinder- und Jugendpsychiatrie, Psychosomatik und Psychotherapie & Berufsverband der Ärzte für Kinder- und Jugendpsychiatrie, Psychosomatik und Psychotherapie, 2007, S. 207 ff.). Ausgehend von diesen Leitlinien haben Jacobs und Petermann (2007, S. 46 ff.) ein praktisch anwendbares Konzept zur Diagnose einer Rechenstörung erstellt, das im Folgenden erläutert wird.

Die folgende Abbildung und die anschließenden Erklärungen beschreiben dieses Vier-Ebenen-Modell des Diagnoseprozesses zur Feststellung einer Rechenstörung nach Jacobs und Petermann (2007, S. 46 ff.):

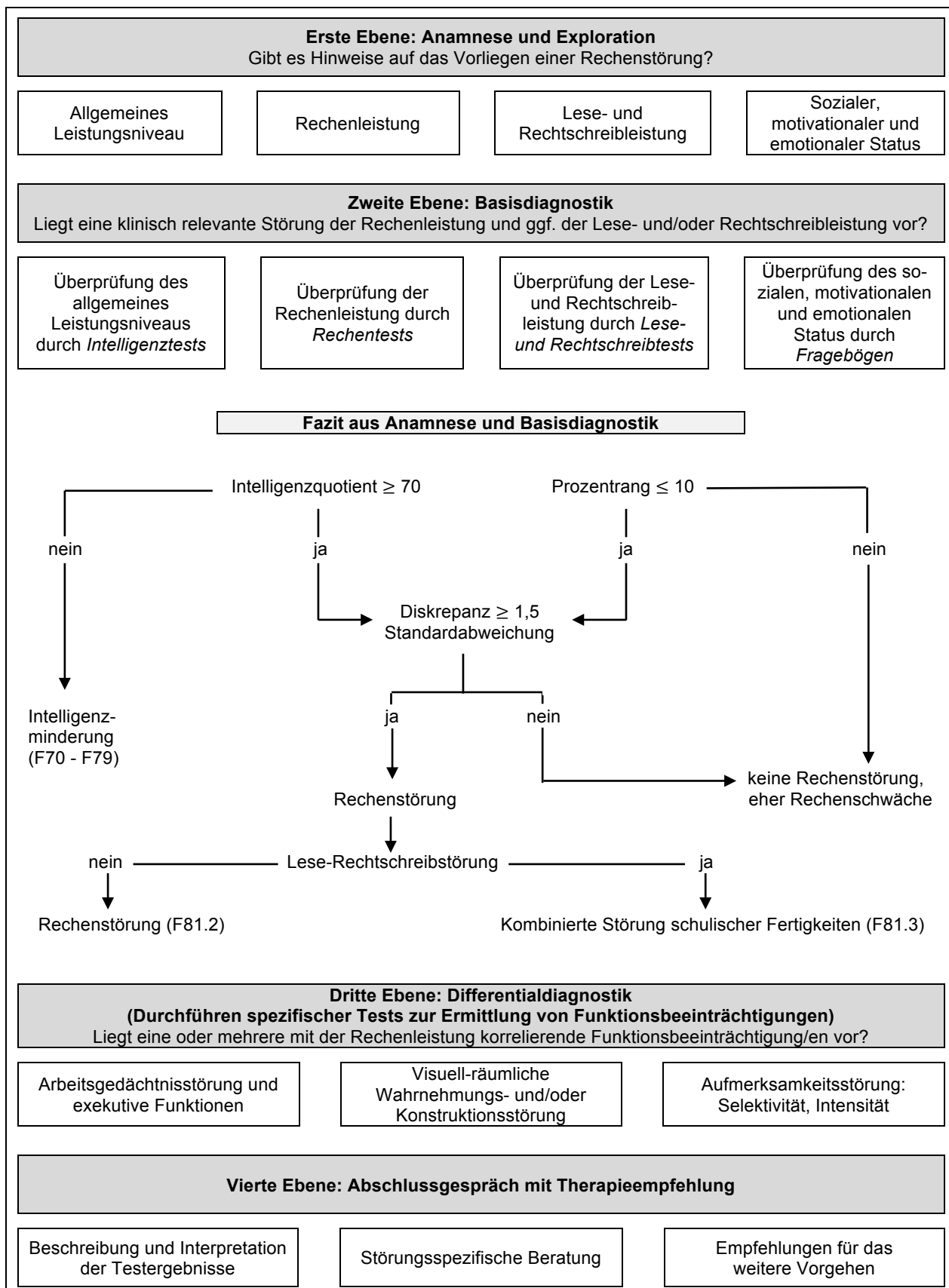


Abb. 2: Vier-Ebenen-Modell des Diagnoseprozesses zur Feststellung einer Rechenstörung (modifiziert nach Jacobs, 2005, S. 62; Jacobs & Petermann, 2007, S. 48)

Laut den Autoren (Jacobs & Petermann, 2007, S. 47 ff.; Jacobs, Petermann & Tischler, 2013, S. 192 ff.) können beim Prozess zur Feststellung einer Rechenstörung vier Ebenen der Diagnose unterschieden werden, die in weiterer Abfolge durch Maßnahmen der Verlaufskontrolle und Qualitätssicherung überprüft werden:

Erste Ebene – Anamnese und Exploration:

Das anamnestische Gespräch am Beginn eines Diagnoseprozesses soll möglichst viele Auskünfte über verschiedene Bereiche – z. B. aktuelle Problemlage, Entwicklungsverlauf seit dem Kindergarten, allgemeines Schulleistungsniveau, Hinweise auf Funktionsstörungen, soziales Umfeld und emotionale Auffälligkeiten im Verhalten zu Hause / in der Schule / in der Freizeit – bringen. Informationen werden dabei vom betroffenen Kind, von den Eltern, von nahen Bezugspersonen, wenn möglich von der Mathematiklehrkraft des Kindes und durch etwaige ärztliche Befunde eingeholt (Jacobs, Petermann & Tischler, 2013, S. 192; Jacobs & Petermann, 2007, S. 49 ff.).

Zweite Ebene – Basisdiagnostik:

Auf dieser Ebene soll durch verschiedene Tests abgeklärt werden, ob das allgemeine Leistungsniveau, die Rechenleistung und die Lese- und Rechtschreibleistung des untersuchten Kindes beeinträchtigt sind.

Das allgemeine Leistungsniveau kann dabei durch verschiedene komplexe Intelligenztests – wie z. B. den *Hamburg-Wechsler-Intelligenztest* (HAWIK-IV) oder das *Adaptive Intelligenz Diagnostikum* (AID 2) – bestimmt werden.

Zur Bestimmung der Rechenfähigkeit kommen standardisierte Einzeltestverfahren zum Einsatz, die spezifisch auf eine bestimmte Klassenstufe ausgerichtet sein sollen (Jacobs, Petermann & Tischler, 2013, S. 192 f.; Jacobs & Petermann, 2007, S. 54 ff.). Für die Volksschule eignen sich beispielsweise die *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern* (ZAREKI-R), das *Rechenfertigkeiten- und Zahlenverarbeitungsdiagnostikum für die 2. bis 6. Klasse* (RZD) oder die Testreihe *Deutscher Mathematiktest* (DEMAT), die als Gruppen- oder Einzeltest durchgeführt werden kann (Jacobs & Petermann, 2007, S. 54 ff.; Lambert, 2015, S. 121 ff.). In den Klassen fünf bis acht kommen ebenfalls häufig die *DEMAT*-Verfahren, sowie der Test *Basisdiagnostik Mathematik für die Klassen 4 – 8* (BASIS-MATH 4 – 8) zum Einsatz (Jacobs & Petermann, 2007, S. 54 ff.; Lambert, 2015, S. 121 ff.).

In der Sekundarstufe kann der Test *DEMAT 9* verwendet werden, der für eine Durchführung am Ende der neunten Klasse konzipiert ist (Lambert, 2015, S. 121 ff.).

Da es eine Vielzahl an unterschiedlichen Testverfahren zur Ermittlung der Rechenleistung gibt, hängt die Auswahl eines geeigneten Rechentests vom Alter und der Klassenstufe der untersuchten Person, von der Zielsetzung der Diagnose und vom Einsatzbereich als Gruppen- oder Einzeltest ab (Jacobs, Petermann & Tischler, 2013, S. 193).

Zusätzlich zur Feststellung des allgemeinen Intelligenzniveaus und der Rechenleistung wird durch Testungen die Lese- und Rechtschreibleistung erhoben und bei der betroffenen Person das Vorliegen von psychischen Störungen untersucht. Dies geschieht meist durch Fragebögen, die von den Eltern, dem Kind und der Lehrperson in Mathematik ausgefüllt werden und detaillierte Informationen zur Selbstwahrnehmung des Kindes, zur Konzentration, zu sozialen Auffälligkeiten, zu Aufmerksamkeitsstörungen, zu Ängsten oder zur Sorgfalt beim Lernen hervorbringen sollen (Jacobs & Petermann, 2007, S. 57; Lambert, 2015, S. 140 ff.).

Anhand der Ergebnisse aus dem Anamnesegegespräch und der Basisdiagnostik kann nun überprüft werden, ob bei der untersuchten Person eine Rechenstörung vorliegt. Für die Diagnose einer Lernstörung in Mathematik müssen dafür alle der folgenden Kriterien erfüllt sein (Jacobs & Petermann, 2007, S. 58; Jacobs, Petermann & Tischler, 2013, S. 189 ff.):

- der Intelligenzquotient muss einen Wert höher als 70 erreichen
- der Prozentrang in einem standardisierten Rechentest muss kleiner zehn sein, das heißt die mathematische Leistungsfähigkeit liegt im Bereich der unteren 10 % dieser Altersklasse
- die Diskrepanz von IQ-Wert und Prozentrang im Rechentest muss mindestens 1.5 Standardabweichungen betragen
- folgende Kriterien können ausgeschlossen werden: ungeeigneter Unterricht, neurologische oder neuropsychiatrische Krankheiten

Dritte Ebene – Differentialdiagnostik:

Wurden in den ersten beiden Diagnostikebenen Hinweise auf Funktionsbeeinträchtigungen, Teilleistungsstörungen oder Erkrankungen gefunden, so soll diesen bei der Differentialdiagnostik genauer nachgegangen werden. Spezifische Untersuchungen sollen dabei in folgenden Bereichen stattfinden: Visuell-räumliche Wahrnehmung, ADHS, Arbeitsgedächtnis und zentrale Exekutive, Sprachstörungen und psychische Störungen (Jacobs & Petermann, 2007, S. 58 ff.).

Vierte Ebene – Abschlussgespräch mit Therapieempfehlung:

In einem Abschlussgespräch wird den Erziehungsberechtigten und der Mathematiklehrperson das diagnostische Endergebnis mitgeteilt, der weitere Verlauf einer erforderlichen Therapie festgelegt und eine mögliche Übernahme der Therapiekosten besprochen. Jacobs und Petermann (2007, S. 64 f.) empfehlen, dieses Gespräch ohne das betroffene Kind abzuhalten, da die Untersuchungsergebnisse überwiegend die Probleme des Kindes aufzeigen und zu Demotivation bereits am Beginn einer Therapie führen können.

Generell ist es üblich, dass der Diagnoseprozess und die anschließende Therapie einer Rechenstörung nicht von derselben Person durchgeführt werden. Die Therapeutinnen und Therapeuten zur Behandlung einer Rechenstörung beginnen in der Regel erst nach der präzisen Diagnosestellung durch Expertinnen und Experten einer entsprechenden institutionellen Beratungsstelle mit der Erstellung und Durchführung eines Therapieplans (Jacobs & Petermann, 2007, S. 47).

Verlaufskontrolle und Qualitätssicherung:

Während der Therapie sollte generell nach jeder Einheit, spätestens aber nach einem halben Jahr eine Überprüfung der Zwischenergebnisse stattfinden. Diese Zwischenuntersuchungen haben das Ziel, Rückmeldung über den Verlauf der Therapie zu erhalten, erreichte Fortschritte zu verdeutlichen und Maßnahmen für den weiteren Therapieverlauf festlegen zu können (Jacobs & Petermann, 2007, S. 65).

7 Präventions-, Förderungs- und Interventionsmöglichkeiten

Da dem Thema Rechenstörung in den letzten Jahren in der Wissenschaft vermehrte Aufmerksamkeit gewidmet wurde, haben sich auch die Präventions-, Interventions- und Fördermaßnahmen zur Unterstützung rechenschwacher Kinder deutlich weiterentwickelt. Es gibt derzeit eine Vielzahl an Lernförderungsprogrammen, die sowohl auf curricularer, als auch auf nicht-curricularer Basis aufgebaut sind. Curriculare Maßnahmen orientieren sich an den Mathematiklehrplänen und am jeweiligen Unterrichtsstoff, nicht-curriculare Förderansätze richten sich an mathematische Basiskompetenzen und die Grundrechenarten (Ise & Schulte-Körne, 2013, S. 275; Lambert, 2015, S. 183 ff.).

In internationalen Studien (Fuchs et al., 2010, S. 94; Ise, Dolle, Pixner & Schulte-Körne, 2012, S. 189 ff.; Kroesbergen & Van Luit, 2003, S. 101 ff.; Kaufmann, Handl & Thöny, 2003, S. 566 ff.) wurde bestätigt, dass die Mathematikleistungen von Kindern mit einer Rechenstörung durch geeignete Förderprogramme deutlich verbessert werden können und somit ist die Wirksamkeit und Notwendigkeit von Lernunterstützungsmaßnahmen erwiesen.

Im Folgenden wird aufgrund der Wichtigkeit von Präventions-, Interventions- und Förderprogrammen auf die Grundsätze der Lernförderung eingegangen und erläutert, wie vorschulische Prävention bzw. schulische und außerschulische Förderung ablaufen kann.

7.1 Grundsätze der Lernförderung

Kroesbergen und Van Luit (2003, S. 97 ff.) haben in einer Meta-Analyse 58 Interventionsstudien zur Förderung von Kindern mit einer Rechenstörung verglichen. Hinsichtlich der Wirksamkeit dieser unterschiedlichen Interventionsprogramme konnten dabei vier Prinzipien gefunden werden, die eine hohe Effektstärke in der Therapie einer Rechenstörung hervorriefen.

1. Interventionsdesign

Durch Einzelförderung können bei rechengestörten Kindern bessere Ergebnisse erzielt werden als durch Förderung in Gruppen (Kroesbergen & Van Luit, 2003, S. 111.). Ise, Dolle, Pixner und Schulte-Körne (2012, S. 185 ff.) sind ebenfalls dieser Meinung und fügen noch hinzu, dass mit einer Förderung im Klassenverband oder durch computerbasierte Förderprogramme keine so hohen Lernzuwächse erzielt werden können wie durch eine individuelle Einzeltherapie.

2. Interventionsinhalt

Eine wichtige Rolle bei der Therapie einer Rechenstörung nimmt die Vermittlung mathematischer Basisfähigkeiten ein. Interventionen, die diese Grundfähigkeiten trainieren, führen zu größeren Erfolgen als Maßnahmen, die auf das Trainieren von Problemlösefähigkeiten abzielen (Kroesbergen & Van Luit, 2003, S. 110 f.). Kaufmann, Handl und Thöny (2003, S. 566) konnten zudem zeigen, dass das Üben mathematischer Basisfähigkeiten nicht nur im Vorschulalter zu Fortschritten führt, sondern auch in der Volksschule noch effektiv ist und eine Verbesserung der Rechenleistung erwirkt.

3. Interventionsmethode

Eine direkte Instruktion durch die Mathematiklehrkraft oder ausgebildete Therapeutinnen und Therapeuten für Rechenstörungen ist die erfolgreichste Methode für eine wirksame Förderung einer Beeinträchtigung im Rechnen. Computerbasierte Unterstützungsprogramme oder peergestützte Instruktionen können keine so großen Erfolge erzielen wie die Wissensvermittlung durch die Lehrperson (Kroesbergen & Van Luit, 2003, S. 111).

4. Interventionsdauer

Bezüglich der Dauer eines Interventionsprogrammes gibt es in der wissenschaftlichen Literatur unterschiedliche Ansichten:

Kroesbergen und Van Luit (2003, S. 111) kommen aufgrund der Analyse der untersuchten Studien zu dem Ergebnis, dass besonders bei der Vermittlung von Vorläuferfertigkeiten – z. B. Mengenvergleiche, Längenvergleiche oder Zählfertigkeit – kürzere Interventionsprogramme zu besseren Resultaten führen. Dies wird auf die Tatsache zurückgeführt, dass hier spezifische Fertigkeiten zu einem bestimmten Lerninhalt geübt werden, die zu größeren Leistungszuwächsen in dem jeweiligen Bereich führen. Längere Interventionen fokussieren hingegen auf ein breiteres Spektrum an Fähigkeiten, die oft nur schwer nachgewiesen werden können und erreichen deshalb in dieser Meta-Analyse geringere Effektstärken.

Ise, Dolle, Pixner & Schulte-Körne (2012, S. 185 ff.) beispielsweise sind hingegen der Ansicht, dass Förderprogramme mit zunehmender Dauer und ansteigendem Inhaltsumfang zu höherer Effektivität führen und deshalb wirksamer sind als kurze Interventionen.

7.2 Vorschulische Prävention

In der Forschung zum Thema Rechenstörung wurde in den letzten Jahren der Fokus vermehrt auf die frühzeitige Erkennung und Prävention dieser Lernstörung gelegt.

Es wurde daher untersucht, ob die Entstehung einer Rechenstörung bereits vor dem Eintritt in die Schule verhindert oder zumindest gehemmt werden kann (Lambert, 2015, S. 157).

In einer finnischen Studie (Koponen, Aunola, Ahonen & Nurmi, 2007, S. 220 ff.) wurde erforscht, ob frühe mathematische Basisfähigkeiten die späteren Leistungen im Fach Mathematik beeinflussen. Die Kompetenzen von 178 Kindern wurden dafür im Kindergarten und in der vierten Schulstufe getestet. Es wurde gezeigt, dass die Zählfertigkeiten vor Eintritt in die Schule mit den späteren Rechenkompetenzen korrelieren. Kinder, die bereits vor Eintritt in die Schule Schwierigkeiten hatten, zeigten auch im Laufe der Grundschule Defizite in Mathematik, während Kinder mit guten Leistungen im Kindergarten auch in der Schule größere Leistungszuwächse erreichen konnten.

Auch Jordan, Kaplan, Locuniak und Ramineni (2007, S. 36 ff.) analysierten bei 277 Kindern die Vorhersagefähigkeit mathematischer Leistungen und die Entwicklung mathematischer Basisfähigkeiten von Beginn des Kindergartens bis zur ersten Klasse. Sie bestätigen ebenfalls, dass ein im Kindergarten früh ausgebildeter *number sense* – die Autoren verwenden diesen Begriff für Zählfertigkeiten, Zahlenwissen und einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben – ein zuverlässiger und starker Prädiktor für die Mathematikleistung am Ende der ersten Klasse ist.

Diese Erkenntnisse verdeutlichen, dass frühe mathematische Basiskompetenzen positive Auswirkungen auf die Entwicklung der schulmathematischen Fähigkeiten haben. Um Kinder mit einem erhöhten Risiko für die Entstehung einer Rechenstörung erkennen zu können und mögliche Schwierigkeiten im Rechnen frühzeitig zu identifizieren, werden deshalb bereits im Kindergarten Frühförderprogramme zur Unterstützung der Entwicklung schulischer Vorläuferfertigkeiten durchgeführt. Diese Frühförderprogramme sollen den Kindern Basiskompetenzen in Mathematik und eine Vorstellung über Zahlen spielerisch näher bringen. Meist finden diese Fördermaßnahmen im letzten Kindergartenjahr statt und werden von Erzieherinnen und Erziehern durchgeführt (Landerl & Kaufmann, 2013, S. 189 f.; Lambert, 2015, S. 154 ff.).

Mathematische Frühförderung im Kindergarten soll laut Krajewski (2008, S. 363 ff.) auf drei Ebenen stattfinden, die sich an den Entwicklungsstadien des mathematischen Kompetenzerwerbs orientieren.

Die erste Ebene beinhaltet die *Ausbildung numerischer Basisfertigkeiten*. Das Kind lernt hier, Mengen quantitativ zu unterscheiden („wenig/viel“) und miteinander zu vergleichen („eine Menge enthält weniger/mehr Elemente als die andere Menge“). Zudem wird es mit ersten Zählprinzipien vertraut: Eins-zu-Eins-Zuordnungen von Elementen und Zahlen gelingen und die Reihenfolge der Zahlen wird als unveränderlich wahrgenommen. Das Zählen dient auf dieser Ebene allerdings nur dazu, Elementen einen festen Reihenplatz zu geben (Ordinalaspekt) und wird noch nicht mit Mengen verknüpft (Krajewski, 2008, S. 363 f.; Landerl & Kaufmann, 2013, S. 196).

In der zweiten Ebene, der *Vermittlung des Anzahlkonzepts*, sollen nun die Zahlen mit dem Mengenkonzept in Verbindung gebracht werden (Kardinalprinzip). Um Mengen miteinander vergleichen zu können, werden Elemente einer Menge auf dieser Kompetenzstufe abgezählt. Kinder können Mengen bzw. Zahlen nach ihrer numerischen Größe ordnen („Welche Zahl ist kleiner/größer?“) und Nachfolgezahlen bestimmen („Welche ganze Zahl kommt beim Zählen genau nach vier?“). Auf dieser Ebene soll zudem ein Gefühl für Mengenrelationen entstehen: Beispielsweise begreifen Kinder, dass man Mengen in verschiedene Teile zerlegen und wieder zusammenfügen kann und dass Mengen mehr bzw. weniger Elemente enthalten, indem man etwas hinzufügt bzw. wegnimmt (Krajewski, 2008, S. 363 ff.; Landerl & Kaufmann, 2013, S. 196.).

Auf der dritten Ebene werden den Kindern *Anzahlrelationen* verständlich gemacht, indem Mengenrelationen mit dem Anzahlkonzept kombiniert werden. Teil-Ganzes-Beziehungen („Sechs Elemente lassen sich in vier und zwei Elemente zerlegen.“) und Anzahlunterschiede („Sechs sind zwei mehr als vier.“) können nun verstanden und auch angewendet werden. Besonders wichtig sind auf dieser Ebene geeignete Anschauungsmittel, die den Kindern das Verständnis der übermittelten Kompetenzen erleichtern sollen (Krajewski, 2008, S. 363 ff.; Landerl & Kaufmann, 2013, S. 196.).

Die Ausbildung dieser mathematischen Vorläuferfähigkeiten im Kindergarten bzw. in der Vorschule soll den Kindern den Einstieg in die Schulmathematik erleichtern und positiven Einfluss auf spätere Mathematikleistungen haben (Krajewski, 2008, S. 360 ff.).

7.3 Schulische Förderung

In Kapitel 6.3 wurde beschrieben, dass bei Kindern mit einer diagnostizierten Rechenstörung zumeist lerntherapeutische Maßnahmen durch ausgebildete Expertinnen und Experten notwendig sind und eine schulische Förderung nicht ausreicht.

Weist ein Kind allerdings „nur“ teilweise Defizite in bestimmten Bereichen des Rechnens auf, sollen diese Schwierigkeiten von der Lehrperson unbedingt aufgegriffen und gefördert werden. Je nach Ausmaß der Wissenslücken kann eine Förderung lernschwacher Schülerinnen und Schüler nach Wellenreuther (2009, S. 71 ff.; 2010, S. 20 ff.) auf drei Ebenen stattfinden:

1. Differenzierung innerhalb des Klassenunterrichts

Bei geringen Defiziten ist es oft ausreichend, wenn die Lehrperson mit denjenigen Kindern, die mit neuen Lerninhalten noch Schwierigkeiten haben, die ersten Aufgaben gemeinsam in einer Gruppe bespricht und bearbeitet.

2. Fördermaßnahmen im Förderunterricht

Sind größere Defizite vorhanden, ist es sinnvoll einen Förderunterricht in kleinen Lerngruppen durchzuführen. Die Lehrkraft bzw. eine extra ausgebildete Förderlehrperson leitet hier meist durch direkte Instruktion die Fördermaßnahmen an und stellt zum besseren Verständnis der Inhalte noch zusätzliche Unterrichtsmaterialien zur Verfügung, die mit der Zeit zur selbstständigen Auseinandersetzung anregen sollen. Ziel dieser Förderung ist, die durchgemachten Lerninhalte aufzuarbeiten, um im normalen Unterricht wieder Anschluss zu finden.

3. Individuelle Förderung durch speziell ausgebildete Lehrkräfte

Sind die Lernschwierigkeiten bereits massiv fortgeschritten, ist eine individuelle Förderung durch Rechenschwächeexpertinnen und -experten zu empfehlen, da die übrigen Interventionsmaßnahmen im Regelfall hier nicht mehr ausreichen. Dies kann entweder durch speziell ausgebildete Lehrpersonen oder durch Therapeutinnen und Therapeuten in entsprechenden Einrichtungen außerhalb der Schule erfolgen (Wellenreuther, 2009, S. 71 ff.; Wellenreuther, 2010, S. 20 ff.).

Im Folgenden werden einige Prinzipien angeführt, die eine Lehrkraft bei der Erteilung von schulischen Fördermaßnahmen unbedingt berücksichtigen sollte (Lambert, 2015, S. 71; Wellenreuther, 2010, S. 21):

Verständnisvolle Haltung gegenüber dem Kind:

Ein wichtiger Grundsatz für eine funktionierende Beziehung zwischen der Lehrkraft und einem rechenschwachen Kind ist eine freundliche und verständnisvolle Haltung von Seiten der Lehrperson. Angemessenes Loben des Kindes ist dabei besonders förderlich.

Lernlevel des Kindes berücksichtigen:

Bei der Erarbeitung neuer Inhalte sollte darauf geachtet werden, welches Vorwissen das Kind bereits hat. Auf diesem Wissenslevel sollten die folgenden Aufgabenstellungen aufbauen.

Anschaungsmaterialien verwenden:

Für rechenschwache Kinder stellen Anschauungsmaterialien oftmals eine Erleichterung dar, um Grundvorstellungen über Rechengvorgänge zu verstehen. Neue Konzepte können daher ebenfalls durch Veranschaulichungen erläutert werden.

Lerninhalte mündlich erklären lassen:

Um überprüfen zu können, ob ein rechenschwaches Kind ein mathematisches Thema verstanden hat, erweist es sich oft als sinnvoll, das Kind die Lerninhalte erklären zu lassen. So kann man die Gedankengänge besser nachvollziehen und eventuelle Fehlvorstellungen entdecken.

„Rechenschwäche“ in der Klasse zum Thema machen:

Teilweise kann es helfen, das Thema „Rechenschwäche“ in der Klasse anzusprechen und darauf aufmerksam zu machen. So werden die übrigen Schülerinnen und Schüler über diese Leistungsstörung aufgeklärt und es könnte eine verständnisvolle, hilfsbereite und unterstützende Lernumgebung entstehen, in der sich die Klassenkameradinnen und -kameraden untereinander behilflich sind und Hänseleien somit keinen Platz finden. Ob dies in einer Klasse funktionieren kann oder eher gegenteilige Handlungsweisen hervorruft, liegt im Ermessen der Lehrperson (Lambert, 2015, S. 71; Wellenreuther, 2010, S. 21).

7.4 Außerschulische Förderung

Wenn eine Förderung der Rechenstörung in der Schule zu wenig effektiv ist oder gar nicht angeboten wird, sind zur Behandlung dieser Lernbeeinträchtigung außerschulische Förder- und Therapiemaßnahmen notwendig. Zum einen können rechenschwache Kinder Unterstützung von den Eltern bzw. durch Nachhilfeunterricht erhalten, zum anderen gibt es eine Vielzahl an institutionellen Einrichtungen, die eine Therapie der Rechenstörung anbieten.

7.4.1 Eltern

Grundsätzlich wird empfohlen, die Therapie einer Lernstörung in Mathematik von Expertinnen und Experten durchführen zu lassen, die über eine pädagogische und/oder mathematische Vorbildung verfügen und meist eine zusätzliche Ausbildung zur Therapie der Rechenstörung absolviert haben. Trotzdem kommt Eltern von rechenschwachen Kindern eine wichtige Rolle bei der Behandlung von Rechenbeeinträchtigungen zu, indem sie mit ihrem Kind zu Hause üben, Hausaufgaben erledigen und Gelerntes wiederholen (Zimmermann, 2010, S. 49 ff.).

Um eine positive Lernatmosphäre zu schaffen, sollten dabei einige Prinzipien beachtet werden, die im Folgenden stichwortartig erläutert werden (Zimmermann, 2010, S. 52 ff.; Born & Oehler, 2013, S. 105 ff.):

Positive Einstellung:

Dem Kind soll vermittelt werden, dass es – unabhängig von den mathematischen Leistungen – geliebt und unterstützt wird.

Akzeptanz:

Die Rechenschwäche bzw. Rechenstörung des Kindes zu akzeptieren und gemeinsam mit dem Kind dagegen vorzugehen, ist ein wichtiger Schritt für eine erfolgreiche Therapie.

Geduldige Erwartungshaltung:

Es sollen keine übereifrigen Erwartungen an das Kind gestellt werden, da Rechenprobleme eine längerfristige Therapiestrategie und somit einen andauernden Verbesserungsprozess benötigen.

Geeignete Zeiteinheiten:

Es ist sinnvoll, Lernsequenzen in kleinere Einheiten zu gliedern, die im Vorhinein durch einen Lernplan festgelegt werden. Zusätzlich empfiehlt es sich, kurze Wiederholungen über den Tag verteilt durchzuführen und ausreichend Pausen einzulegen, um die Konzentrationsfähigkeit des Kindes aufrecht zu erhalten.

„Weniger ist mehr“:

Dies bezieht sich einerseits auf Anschauungsmaterialien, die zur Erleichterung des Verständnisses herangezogen werden können. Andererseits soll auch bei den Übungseinheiten darauf geachtet werden, dass diese nicht zu lang sind und zu oft stattfinden. Das Kind soll noch genügend Zeit zum Entspannen, Spielen, Freunde treffen, usw. haben.

Geeigneter Ort:

Lerneinheiten sollen an einem ruhigen Ort stattfinden, an dem das Kind keine Ablenkung durch Elektrogeräte, Geschwister, etc. erfährt.

Regelmäßige Wiederholung:

Um einmal Gekonntes bei Kindern mit einer Rechenstörung auch zu automatisieren und dauerhaft zu speichern, sind regelmäßige Wiederholungen der Lerninhalte notwendig.

Lernkärtchen benutzen:

Lernkärtchen, die aufgrund der schöneren und übersichtlicheren Gestaltung eher von den Eltern angefertigt werden sollen, können für Kinder mit Rechenstörungen oftmals – beispielsweise beim Lernen des Einmaleins – eine Hilfe darstellen. Vorteile von Lernkärtchen sind die nicht-schriftliche Übungsform und der gemeinsame, interaktive Prozess des Lernens mit den Eltern.

Positive Rückmeldungen:

Kleine Erfolgserlebnisse beim Lernen sollen dem Kind aufgezeigt werden und für zusätzliche Motivation sorgen. Auch das Bemühen und die Lernbereitschaft des Kindes sollen gelobt werden, wobei auf die richtige Dosierung zu achten ist.

Vorbildfunktion:

Ein angemessenes Verhalten der Eltern im Lernprozess trägt viel zu den Erfolgserlebnissen des Kindes bei. Klare Strukturen und Routinen, Gelassenheit, Geduld, Verständnis und Motivation der Eltern sind Eigenschaften, die den Lernprozess positiv beeinflussen (Zimmermann, 2010, S. 52 ff.; Born & Oehler, 2013, S. 105 ff.).

7.4.2 Nachhilfeunterricht

Außerschulische Nachhilfe im Fach Mathematik wird von einer Vielzahl an Schülerinnen und Schülern in Anspruch genommen, um eine Verbesserung des Mathematikverständnisses und der Mathematiknoten zu erreichen (Lambert, 2015, S. 207 f.). Über die Wirksamkeit von Nachhilfeunterricht ist man sich in der wissenschaftlichen Fachliteratur allerdings derzeit nicht einig.

Haag (2001, S. 38 ff.) untersuchte in einer Studie Schülerinnen und Schüler, die über einen Zeitraum von neun Monaten vier Mal pro Woche Nachhilfeunterricht für ein bestimmtes Unterrichtsfach erhielten.

Er kam dabei zu dem Ergebnis, dass sich die Noten der untersuchten Probandinnen und Probanden signifikant verbesserten. Kritisch ist dabei aber das unüblich hohe Pensum von vier Nachhilfeeinheiten pro Woche zu sehen.

Guill und Bosen (2010, S. 117 ff.), sowie Luplow und Schneider (2014, S. 39 ff.) konnten hingegen keine leistungssteigernde Wirkung von Mathematiknachhilfe feststellen. In der Studie von Luplow und Schneider (2014, S. 37 ff.) wurden beispielsweise Daten von 2 238 Kindern der dritten und vierten Grundschulklassen in Bayern und Hessen erhoben. Jedem Kind, das Nachhilfe im Fach Mathematik in Anspruch genommen hat, wurde dabei ein Kind gegenübergestellt, das keine Mathematiknachhilfe erhalten hat, wobei die übrigen erhobenen Merkmale (z. B. Mathematiknoten, höchster Bildungsabschluss der Eltern) bei solchen „Paarungen“ aber übereinstimmen. Es konnte bei der Untersuchung gezeigt werden, dass es keine Unterschiede in der durchschnittlichen Leistungssteigerung zwischen den Kindern mit und ohne Nachhilfeunterricht gibt (Luplow & Schneider, 2014, S. 37 ff.).

Es bleibt zudem aufgrund fehlender empirischer Studien die Frage offen, ob Nachhilfeunterricht bei Kindern und Jugendlichen mit einer Rechenschwäche oder Rechenstörung wirksame Effekte erzielen kann (Lambert, 2015, S. 208).

Lambert und Spinath (2014, S. 76 ff.) haben bei rechenschwachen bzw. rechengestörten Kindern im Alter von acht bis neun Jahren die Wirksamkeit von Nachhilfeunterricht und einem spezialisierten Förderprogramm über einen Zeitraum von zwei Jahren verglichen. Kinder, die dieses spezialisierte Programm erhielten, konnten ihre Mathematikleistungen deutlich verbessern, während Kinder, die nur Nachhilfe in Anspruch nahmen, ihre mathematischen Fähigkeiten nicht wesentlich steigern konnten. Es konnte zwar auch hier ein Fortschritt erzielt werden, allerdings wurden die meisten dieser Kinder auch nach der Intervention noch als rechenschwach eingestuft. Die Mehrheit der Kinder aus der Förderprogrammgruppe konnte nach dem überprüften Zeitraum dasselbe Leistungslevel erreichen wie normal rechnende Kinder dieser Altersstufe.

Obwohl bislang weitere Studien zur Untersuchung der Effektivität von Nachhilfe bei Kindern mit Rechenstörungen fehlen, kann aufgrund dieser Erkenntnisse davon ausgegangen werden, dass Nachhilfeunterricht keine geeignete Maßnahme zur Förderung einer Rechenstörung ist. Es bedarf vielmehr einer spezifischen Intervention durch geschulte Therapeutinnen und Therapeuten, die gezielt auf die individuellen Defizite von rechengestörten Kindern eingehen und mathematische Basiskompetenzen vermitteln. Der Inanspruchnahme von Nachhilfeunterricht zur Unterstützung der Bearbeitung von Hausaufgaben, zur Vorbereitung auf Tests und Schularbeiten und zur Wiederholung des Schulstoffs ist allerdings nichts entgegenzusetzen (Lambert, 2015, S. 208).

7.4.3 Fördereinrichtungen

Aufgrund der zunehmenden Aufmerksamkeit zum Thema Rechenstörung sind in den letzten Jahren eine Vielzahl an Fördereinrichtungen und lerntherapeutischer Praxen entstanden. Die Therapiekonzepte der jeweiligen Anbieter sind unterschiedlich und oftmals Eigenentwicklungen, sie sollen aber von seriösen Therapeutinnen und Therapeuten individuell an die Defizite und mathematischen Schwierigkeiten des betroffenen Kindes angepasst werden (Lambert, 2015, S. 209 ff.).

Die meisten Fördereinrichtungen führen einmal pro Woche für 45 bis 60 Minuten Einzeltherapien durch, die teilweise durch Gruppensitzungen und kurze Hausaufgaben ergänzt werden. Weitgehend einheitlich ist zudem die Miteinbeziehung der Eltern und Mathematiklehrkräfte. Unabhängig vom Therapiekonzept und der Einrichtung wird ziemlich übereinstimmend von einer Therapiedauer von ein bis vier Jahren gesprochen, um an das Leistungsniveau der jeweiligen Klassenstufe anschließen zu können. Durchgeführt werden die Interventionsprogramme hauptsächlich von Therapeutinnen und Therapeuten, die eine psychologische, pädagogische, sonderpädagogische und/oder mathematische Ausbildung haben und zusätzlich eine Fortbildung zur Behandlung der Rechenstörung absolviert haben. Da es in Österreich viele verschiedene Therapeutinnen und Therapeuten bzw. Praxen zur Förderung der Rechenstörung gibt, ist es sinnvoll, über größere Verbände zertifizierte Einrichtungen ausfindig zu machen (Lambert, 2015, S. 234 f.).

8 Auswirkungen von Rechenstörungen auf den Mathematikunterricht

In diesem Kapitel wird dargestellt, wie sich Rechenstörungen auf den Mathematikunterricht bzw. auf den Übergang von der Primar- in die Sekundarstufe auswirken können.

8.1 Allgemeine Überlegungen

Eine österreichische Studie (Landerl & Moll, 2010, S. 290 ff.) aus dem Jahr 2009 kam zu dem Ergebnis, dass 6.1 % der untersuchten Kinder im Alter von rund sieben bis zwölf Jahren laut der Kriterien der ICD-10 von einer Rechenstörung betroffen sind. Verwendet man die im Gegensatz zur ICD-10 etwas lockeren Diagnosekriterien von 1 Standardabweichung unter dem Durchschnitt, so fallen sogar 15.4 % der Kinder in die Definition der Rechenstörung.

Für österreichische Volks- und Neue Mittelschulen bzw. in der Unterstufe einer Allgemeinbildenden höheren Schule ist im Schulorganisationsgesetz (Rechtsinformationssystem des Bundeskanzleramts, 2016, S. 11 ff.) für die Zahl der Schülerinnen und Schüler in einer Klasse ein Richtwert von 25 Personen vorgesehen. Wenn man diesen Wert beachtet, würden laut der oben angeführten Studie (Landerl & Moll, 2010, S. 290 ff.) durchschnittlich ein bis zwei Kinder in einer österreichischen Pflichtschulklasse an einer Rechenstörung leiden. Nach den gelockerten Diagnosekriterien würden demnach pro Klasse durchschnittlich sogar fast vier Kinder mit einer Rechenstörung sitzen.

Diese Ausführungen machen deutlich, dass Rechenstörungen ein ernst zu nehmendes und gegenwärtiges Thema sind und gerade Volksschullehrkräfte bzw. Fachlehrpersonen für Mathematik oft mit Kindern, die rechnerische Beeinträchtigungen aufweisen, zu tun haben.

Lehrkräfte, die in ihrem Unterricht ein rechenschwach oder rechengestörtes Kind haben, sind häufig mit der schwierigen Aufgabe konfrontiert, allen Anforderungen gerecht zu werden: Einerseits sind in einer Klasse oftmals so viele Schülerinnen und Schüler, dass es nur schwer möglich ist, jedem einzelnen Kind individuell zu helfen. Andererseits brauchen gerade Kinder mit einer Rechenstörung besonders viel Aufmerksamkeit und individuelle Hilfe. Zudem wissen die Lehrkräfte zum einen, dass sie die Vorgaben des Lehrplans erfüllen müssen. Zum anderen sehen sie aber, dass gerade rechengestörte Kinder die Lerninhalte häufig nicht verstehen und deshalb zusätzliche Zeit benötigen. Der dritte Zwiespalt einer Lehrperson ist, dass Kinder mit einer Lernbeeinträchtigung ein besonderes Lernverhalten aufweisen und sich dadurch von den übrigen Klassenmitgliedern abheben. Als Pädagogin bzw. Pädagoge sollte man allerdings darauf achten, dass man keinem Kind eine Sonderrolle zuschreibt (Simon, 2008, S. 193 f.).

Lesemann (2016, S. 1 ff.) weist darauf hin, dass sich Lehrkräfte im Umgang mit rechenschwachen bzw. rechengestörten Kindern oftmals unsicher und zu wenig ausgebildet fühlen. Bei der Diagnose und Förderung rechenbeeinträchtigter Schulkinder im Unterricht schätzen sich demnach viele Lehrpersonen als nicht ausreichend kompetent ein. Der Autor betont deshalb, dass in diesem Bereich dringender Fortbildungsbedarf für Lehrkräfte besteht.

Eine Maßnahme, die darauf abzielt, die Diagnose- und Förderkompetenzen von Lehrerinnen und Lehrern im Umgang mit Rechenschwierigkeiten zu verbessern, ist das einjährige Fortbildungsprojekt *FörSchL* (Förderung rechenschwacher Schülerinnen und Schüler im Kreis Lippe). Die teilnehmenden Personen dieser Fortbildung erhielten dabei in Vorträgen Informationen zu relevanten Themen in Bezug auf Rechenstörungen und führten anhand dieses Konzepts Förderstunden mit Kleingruppen zu je vier Personen an ihren jeweiligen Schulen durch, die im Laufe des Lehrgangs immer wieder gemeinsam besprochen wurden (Lesemann, 2016, S. 1 ff.). Um die Wirksamkeit dieser Weiterbildung zu untersuchen, wurden sowohl die teilnehmenden Lehrpersonen, als auch Lehrkräfte einer Kontrollgruppe am Anfang und am Ende dieses Ausbildungsjahres bezüglich des Wissens über Rechenstörungen befragt. Zu Beginn des Kurses unterschieden sich die Kenntnisse zum Thema Rechenstörungen zwischen der Untersuchungs- (UG) und der Kontrollgruppe (KG) nicht wesentlich. Etwas mehr als die Hälfte der Befragten – 57 % der UG und 62 % der KG – gab zu diesem Zeitpunkt an, praxisrelevantes Wissen über Diagnose- und Förderungsmaßnahmen rechenschwacher Kinder zu besitzen. Nach dem einjährigen Fortbildungsprojekt für die Untersuchungsgruppe wurden beide Stichproben (UG und KG) noch einmal über ihr Wissen zum Thema Rechenstörungen befragt. Bei der KG, die keine Fortbildungsinhalte vermittelt bekam, blieb der Wert mit 65 % fast gleich. Die UG konnte allerdings einen Wissensfortschritt verzeichnen: Nun gaben 80 % der Teilnehmerinnen und Teilnehmer an, ausreichendes und kompetentes Wissen zur Diagnose und Förderung von Rechenstörungen in der Schule zu haben. Kritisch anzumerken ist bei diesen Ergebnissen allerdings, dass die Daten mittels Selbsteinschätzungen erhoben wurden und deshalb nur beschränkt aussagekräftig sind (Lesemann, 2016, S. 173 ff.).

Diese Untersuchung verdeutlicht aber trotzdem, dass Lehrfortbildungen im Bereich von Lernstörungen durchaus wirksame Maßnahmen sind, um Lehrkräften Sicherheit im Umgang mit rechenbeeinträchtigten Kindern zu geben. Gerade im Hinblick auf die bereits erwähnten vielfältigen Anforderungen an eine Lehrperson im Mathematikunterricht ist es wichtig, dass Lehrerinnen und Lehrer die speziellen Bedürfnisse eines rechengestörten Kindes bereits frühzeitig erkennen und in Folge kompetent und pädagogisch angemessen darauf reagieren. Da die Inhalte des Mathematikunterrichts aufeinander aufbauen, ist es besonders wichtig, Kinder mit Rechenbeeinträchtigungen von Beginn an zu fördern.

So soll verhindert werden, dass die Schere zwischen einem rechenschwachen bzw. rechengestörten Kind und seinen übrigen Mitschülerinnen und Mitschülern noch größer wird (Schipper, 2003, S. 25 f.).

Ein wichtiger Grundsatz für Lehrende ist, die heterogenen Leistungskompetenzen innerhalb einer Schulklasse zu respektieren und jeden Einzelnen in seiner individuellen Entwicklung bestmöglich zu fördern (Schipper, 2003, S. 25 ff.).

8.2 Übergang von der Primar- in die Sekundarstufe

Der Wechsel von der Volksschule in eine weiterführende Schule ist für Schülerinnen und Schüler ein bedeutsames Lebensereignis und stellt gleichzeitig eine Chance, aber auch eine Herausforderung dar (Ufer, 2009, S. 87 ff.). Da die Wahl der Schulform in der Sekundarstufe richtungsweisend für den weiteren Bildungsweg sein kann, wird der Übertrittsentscheidung eine große Bedeutung beigemessen. Schülerinnen und Schüler müssen sich nach dem Eintritt in eine weiterführende Schule auf neue soziale Rahmenbedingungen und Unterrichtsstrukturen einstellen und werden daher mit enormen Anforderungen konfrontiert (Koch, 2008, S. 577 ff.). Dieses einschneidende Erlebnis geht meist einher mit einer zunehmenden Selbstständigkeit bei der Organisation des Schulalltags und des Lernens. Zudem tragen diese Kinder oftmals mehr Verantwortung, beispielsweise für die Bewältigung ihres Schulweges, da der Schulstandort teilweise weiter entfernt liegt und mit öffentlichen Verkehrsmitteln alleine bewältigt werden muss. Außerdem verändern sich die sozialen Beziehungen der Heranwachsenden, da der Übertritt in eine andere Schule einen Wechsel der Klassenkameradinnen und -kameraden und somit auch eine Umgestaltung des Freundeskreises mit sich bringt. Eine weitere Umstellung, an die sich diese Schülerinnen und Schüler gewöhnen müssen, ist der Unterricht durch Fachlehrkräfte. Im Gegensatz zur Volksschule werden sie nicht mehr von einer Klassenlehrerin bzw. einem Klassenlehrer unterrichtet, sondern sie erhalten meist in jedem Gegenstand eine eigene Fachlehrperson. Die schulischen Lernansprüche in den einzelnen Unterrichtsfächern steigen in weiterführenden Schulen ebenfalls an (Peter-Koop, Hasemann & Klep, 2006, S. 31).

Der Übergang in die Sekundarstufe verlangt bereits Kindern mit normalen Rechenleistungen eine Vielzahl an Anforderungen ab. Man kann deshalb davon ausgehen, dass Kinder mit Rechenschwierigkeiten vor noch größere Herausforderungen gestellt werden, da sie zusätzlich zu den vorhin genannten Veränderungen noch mit einer Lernstörung zu kämpfen haben. In der wissenschaftlichen Literatur konnten allerdings trotz umfangreicher Suche keine empirischen Studien zu diesem Thema gefunden werden.

Die mathematische Leistungsentwicklung am Übergang von der Primar- in die Sekundarstufe von Kindern mit Rechenstörungen wurde bislang nicht untersucht und bedarf daher in Zukunft einer genauen Analyse.

9 Fehlvorstellungen beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million

Der Zahlenraum bis zur Million bereitet Schülerinnen und Schülern oftmals Probleme. Jacobs und Petermann (2007, S. 93) führen dies unter anderem darauf zurück, dass beim Rechnen bis zur Million – im Gegensatz zum Rechnen bis 1 000 – nur schwer Bezüge zum alltäglichen Leben der Kinder hergestellt werden können und deshalb grundlegende Zahlvorstellungen im Raum bis zur Million nicht oder nur unvollständig aufgebaut werden können.

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit kindlichen Denkmustern, mathematischen Missverständnissen und Fehlvorstellungen, die beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million vorhanden sind und soll einen Eindruck liefern, welche Probleme bei Schülerinnen und Schülern dabei auftreten.

9.1 Bündelungs- und Stellenwertprinzip

Die Beherrschung des dezimalen Stellenwertsystems, das durch das Prinzip der Bündelung und das Stellenwertprinzip charakterisiert wird, ist Voraussetzung für wichtige arithmetische Lernprozesse. Fehlende Vorstellungen über dieses Zahlensystem können in weiterer Folge zu Defiziten bei den Grundoperationen, Dezimalzahlen, Schätzaufgaben, Überschlagsrechnungen, Rundungsaufgaben und dem Verständnis von großen Zahlen führen (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 129 ff.).

Bündelungsprinzip

Beim *Bündeln* im Dezimalsystem werden Elemente einer bestimmten Menge zu gleich großen Gruppen zusammengefasst: die Einer zu Zehnern, die Zehner zu Hundertern, usw. Das gegenteilige Prinzip ist das *Entbündeln*, bei dem Einheiten in kleinere Einheiten zerlegt werden. Beispielsweise kann eine Zehnerkette in zehn Einzelteile umgetauscht werden (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 131 f.).

Stellenwertprinzip

Das Stellenwertsystem funktioniert nach dem Bündelungsprinzip. Die Stelle einer Ziffer einer Zahl gibt dabei den Wert dieser Ziffer an: Die Ziffer 5 in der Zahl 456 entspricht 5 Zehnern, die Ziffer 5 in der Zahl 567 hat den Wert von 5 Hundertern.

Die Null ist im Stellenwertsystem besonders wichtig, da sie angibt, dass es an einer gewissen Stelle kein Bündel gibt: Das Entfernen der Null in der Zahl 1 023 würde den Wert dieser Zahl verändern (123) und darf deshalb keinesfalls weggelassen werden (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 133).

Schwierigkeiten

Während das Notieren einer Zahl in einer Stellenwerttafel den meisten Schülerinnen und Schülern keine großen Probleme bereitet, fällt das Aufschreiben einer Zahl außerhalb der Stellenwerttafel oftmals sehr schwer.

a) Schreibe als Zahl auf: 1 Tausender, 3 Hunderter, 4 Einer		b) Schreibe als Zahl auf: 2 Hunderter, 13 Zehner, 4 Einer																	
Zahl in der Stellentafel:	Die Zahl heißt:	Zahl in der Stellentafel:	Die Zahl heißt:																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px;"> <tr> <th style="padding: 2px 5px;">T</th> <th style="padding: 2px 5px;">H</th> <th style="padding: 2px 5px;">Z</th> <th style="padding: 2px 5px;">E</th> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">1</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">3</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">4</td> </tr> </table>	T	H	Z	E	1	3		4	<u>134</u>	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px;"> <tr> <th style="padding: 2px 5px;">T</th> <th style="padding: 2px 5px;">H</th> <th style="padding: 2px 5px;">Z</th> <th style="padding: 2px 5px;">E</th> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;"></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">2</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">13</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">4</td> </tr> </table>	T	H	Z	E		2	13	4	<u>2134</u>
T	H	Z	E																
1	3		4																
T	H	Z	E																
	2	13	4																

Abb. 3: Schreiben von Zahlen in der Stellentafel und als Zahl (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 134)

Beispiel a) zeigt deutlich, dass das Kind beim Notieren der Zahl in der Stellenwerttafel begriffen hat, dass Stellenwerte unbesetzt bleiben können. Beim Aufschreiben der Zahl konnte diese allerdings nicht richtig wiedergegeben werden, da bei dieser Schreibweise der fehlende Wert in der Stellentafel mit einer Null ausgefüllt werden muss.

In Beispiel b) ist ersichtlich, dass das Prinzip der Bündelung nicht verstanden wurde, obwohl die Zahlen korrekt in die Stellenwerttafel eingetragen wurden. Die mehrstellige Zahl 13 an der Zehnerstelle konnte nicht richtig entbündelt werden und führte dazu, dass die Ziffern wie in der Stellenwerttafel aneinandergereiht wurden und somit 2 134 anstatt 334 ergaben (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 134).

Eine Methode, um überprüfen zu können, ob das Prinzip der Entbündelung verständlich ist, ist das Rückwärtszählen. Wird beispielsweise in Zehnerschritten rückwärts gezählt, so muss am Übergang ein Hunderter entbündelt werden: 510, 500, 490. Sowohl bei mündlichen als auch bei schriftlichen Zählvorgängen bereitet dies rechenschwachen Schülerinnen und Schülern oftmals Probleme.

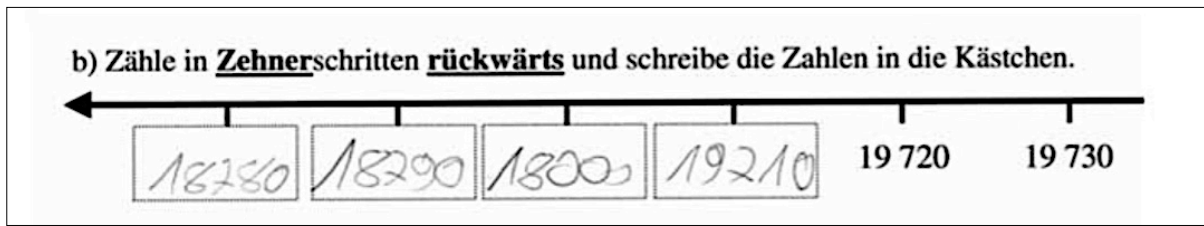


Abb. 4: Rückwärtszählen in Zehnerschritten (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 136)

Hier wurde beim Rückwärtszählen beim Hunderterübergang (19 710, 19 700, 19 690) nicht die Hunderter-, sondern die Tausenderstelle verändert und zudem noch die Hunderter- und Zehnerstelle gänzlich weggelassen (18 000). Im nächsten Schritt stimmt zwar die Zehnerstelle, die Hunderter- und Tausenderstelle sind allerdings nicht korrekt (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 136).

Diese Darstellungen von Schwierigkeiten kommen bei Schülerinnen und Schülern häufig vor und belegen, dass das Prinzip der Stellenwerte und des Bündelns nicht vollständig verstanden wurde (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 134 ff.).

Scherer und Moser Opitz (2010, S. 137) führen an, dass rechenschwache Heranwachsende beim Lesen oder Schreiben von Zahlen teilweise Stellenwerte vertauschen: Zum Beispiel wird die Zahl 345 als 354 gelesen. Dies kann laut den Autorinnen mit einem fehlenden Verständnis für das Bündelungs- oder Stellenwertprinzip zu tun haben. Das Vertauschen von Ziffern kann aber auch von einer Beeinträchtigung der räumlichen Orientierung oder von der Aussprache deutscher Zahlwörter kommen, bei der die Einerstelle vor der Zehnerstelle genannt wird und die Aussprache somit abweichend zur Schreibweise einer Zahl ist.

9.2 Zerlegen in Stellenwerte

Das Verständnis des Stellenwertsystems zählt zu den fundamentalen Ideen der Arithmetik. Die Wichtigkeit und die charakteristischen Eigenschaften dieses Zahlensystems wurden bereits beschrieben.

Ein Teilaspekt dieses Systems, das Zerlegen einer Zahl in Stellenwerte bzw. das Zusammensetzen einer Zahl aus Stellenwerten, ruft bei Schülerinnen und Schülern – auch in höheren Klassen – häufig Fehlvorstellungen hervor (Scherer, 2009, S. 805 ff.).

Schwierigkeiten

Aufgaben zum Zerlegen von Zahlen in Stellenwerte werden von Kindern mit Rechenstörungen teilweise mechanisch und ohne kardinales Verständnis gelöst.

Es wird dabei lediglich die bekannte Abfolge der Stellenwerte aufgelistet: „Bei einer dreistelligen Zahl kommt vorne H, dann Z und hinten E.“ Schülerinnen und Schüler, die das Prinzip der Zerlegung in Stellenwerte nicht verstanden haben, fällt es auch schwer eine Zahl folgendermaßen zu zerlegen: $265 = 200 + 60 + 5$. Vor allem Zahlen mit unbesetzten Stellenwerten (z. B. 304) führen hier zu Unverständnis (Scherer, 2009, S. 805 ff.; Chasaki, 2015, S. 1041.)

Beim Zusammensetzen von Zahlen aus Stellenwerten gehen Heranwachsende häufig auch nach dem bekannten Algorithmus vor. Wird allerdings die Reihe der Stellenwerte verändert, kommt es oft zu falschen Lösungen: 6 Z 2 H 3 E werden als 623 notiert oder $50 + 700 + 8$ ergibt die Zahl 578 (Scherer, 2009, S. 805 ff.).

9.3 Zahlendiktat

Im Unterschied zu anderen Sprachen (z. B. im Koreanischen) werden in der deutschen Sprache die Zahlwörter unregelmäßig gebildet. Die koreanischen Zahlwörter orientieren sich an den Regeln für die Notation von Zahlen: Die Zahl 264 wird dort ausgesprochen als „Zwei-Hundert-Sechs-Zehn-Vier“ und folgt daher einem regelhaften System. Bei den Zahlwörtern im Deutschen wird hingegen die Bündelungseinheit nicht verwendet: Die Silbe „-zig“ – z. B. „fünfzig“ – steht beispielsweise für die Zehnerbündelung, die Bündelungseinheit „Zehner“ wird nicht immer explizit ausgesprochen (Schulz, 2014, S. 145 ff.; Wartha & Schulz, 2011, S. 9 ff.).

Diese Gedanken machen deutlich, dass die Schreib- und Sprechweise von Zahlen im Deutschen eng mit dem Bündelungskonzept zusammenhängen und die Kenntnis des Stellenwertsystems Voraussetzung für ein umfassendes Verständnis der Zahlwortbildung ist. Zudem müssen im Deutschen für die Nennung von Zahlwörtern Sonderregeln gekannt werden: Die Zahl 70 wird zum Beispiel ausgesprochen als „siebzig“ und nicht „siebenzig“ (Schulz, 2014, S. 145 ff.).

Schwierigkeiten

Gaidoschik (2002, S. 50; 2008, S. 288) weist darauf hin, dass beim Zahlendiktat bei Kindern mit Rechenstörungen häufig folgende Fehler passieren: Die Zahl „achttausendsiebzehn“ wird als 817 geschrieben, für „sechzigtausendzwanzig“ erhält man 6 020. Auch die lauttreue Schreibweise von Zahlen kann man bei Kindern mit Rechenauffälligkeiten beobachten: Die Zahl „dreitausendvierhundsiebzig“ lautet dann geschrieben 300 040 070 (Röhrig, 1996, S. 29).

Diese Beispiele für Schwierigkeiten beim Aufschreiben von diktierten Zahlen machen deutlich, dass Schülerinnen und Schüler mit diesen Fehlern ein mangelndes Stellenwertverständnis aufweisen. Stellen, die im ausgesprochenen Zahlwort nicht explizit erwähnt werden, werden beim Notieren häufig übersehen und nicht mit einer Null aufgefüllt. Ebenso kommt es teilweise vor, dass zwei Stellen vertauscht werden: Die Zahl „vierunddreißig“ wird als 43 notiert (Lambert, 2015, S. 110; Schulz, 2014, S. 145 ff.; Gaidoschik, 2002, S. 43; Röhrig, 1996, S. 30).

9.4 Nachbaraufgaben

Gaidoschik (2002, S. 49 ff.) führt an, dass Nachbaraufgaben auch in der dritten Klasse der Volksschule noch häufig zu falschen Lösungen führen. Die folgenden Ausführungen beschreiben die Denkweisen der Kinder und wie sich ihre Fehler ergeben.

Schwierigkeiten

Bei Aufgaben, bei denen ausgehend von einer vorgegebenen Zahl die um eins größere oder kleinere Zahl gefragt ist, bereiten vor allem Stellenüberschreitungen Probleme. Einige mögliche Fehler sind folgende:

- Beim Rückwärtszählen erhält man „301, 300, 200, ...“
- „ $499 + 1 = 599$ “, weil „nach 9 kommt nichts mehr, deshalb muss man bei 4 weiterzählen“
- „ $500 - 1 = 400$ “, weil „vor 0 kommt nichts, deshalb muss man bei 5 runterzählen“

Diese Denkweisen von Kindern zeigen, dass auch hier das Stellenwertsystem nicht richtig verstanden wurde (Gaidoschick, 2002, S. 50 f.).

9.5 Zahlenvergleiche (Kleiner- bzw. Größer-Relation)

Eine interessante Erkenntnis aus einer Untersuchung mit Schulanfängerinnen und Schulanfängern (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 32 f.) ist hier anzumerken: Die Kinder sahen eine Eins, die groß abgedruckt war und eine Vier, die klein dargestellt wurde. Auf die Frage, welche Zahl größer sei, gaben die meisten Heranwachsenden die Eins als Antwort an. Wollte man wissen, welche Zahl mehr sei, gab die Mehrheit der Kinder die Zahl vier an. Dies macht deutlich, dass Schulanfängerinnen und Schulanfänger sorgfältig zwischen „ist größer als“ und „ist mehr als“ unterscheiden.

Für Lehrkräfte bedeutet das einerseits, dass die Wortwahl der Fragestellung äußerst wichtig ist. Andererseits sollen sie darauf achten, dass auch die Schülerinnen und Schüler diese Wörter im jeweiligen mathematischen Kontext richtig verwenden.

Schwierigkeiten

Ein Grund, warum Aufgaben zum Vergleichen zweier Zahlen teilweise falsch gelöst werden, ist, dass Schülerinnen und Schüler die Zeichen „<“ und „>“ gelegentlich verwechseln (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 102).

Kinder beziehen – gerade im Anfangsunterricht – Kleiner- oder Größerrelationen oftmals auf konkrete Objekte, beispielsweise Steckwürfeltürme oder Murmeln. Das Herstellen einer Verbindung zwischen diesen Objekten („5 Murmeln sind mehr als 3 Murmeln“) und den entsprechenden Anzahlen („ $5 > 3$ “) stellt häufig eine Schwierigkeit dar.

Dieser erforderte komplexe Denkprozess ist vor allem in größeren Zahlenräumen für rechenschwache Schülerinnen und Schüler eine Herausforderung (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 102 ff.).

Gaidoschik (2002, S. 43) weist darauf hin, dass rechenschwache Schülerinnen und Schüler in den Anfangsklassen der Volksschule Zahlen, welche dieselben Ziffern in unterschiedlichen Reihenfolgen enthalten, als gleich ansehen: Auf die Frage, ob 75 oder 57 mehr ist, erhält man die Antwort, dass die beiden Zahlen gleich seien. Diese Fehlvorstellung ist wiederum darauf zurückzuführen, dass diese Kinder den Unterschied zwischen der Zehner- und Einerstelle nicht kennen und miteinander verknüpfen.

Fehler im Mächtigkeitsvergleich zweier Zahlen sind ebenfalls in den Anfangsklassen der Primarstufe zu beobachten. Die Frage „Welche Zahl ist größer?“ wird von Schülerinnen und Schülern mit Rechendefiziten als „Welche Zahl enthält die höhere Ziffer?“ verstanden: „29 ist dann mehr als 32, da in 29 eine 9 steckt und 9 die größte Zahl ist“ (Gaidoschik, 2002, S. 45).

9.6 Zahlenstrahl

Für ein umfassendes Verständnis des Dezimalsystems wird als Veranschaulichungsmaterial häufig der Zahlenstrahl verwendet. Dieser eignet sich zur Erarbeitung der Ordnung von Zahlen, für das Zählen in Schritten, zur Thematisierung der Übergänge (z. B. Zehner, Hunderter, usw.) und zur Bestimmung von Nachbarzahlen (z. B. Nachbarzehner, Nachbarhunderter, usw.). Außerdem wird der Zahlenstrahl eingesetzt, um dezimale Größenbeziehungen darzustellen: beispielsweise ist ein Hunderter zehnmal so viel wie ein Zehner (Freseman, 2014, S. 100 f.).

Ein nur teilweise beschrifteter Zahlenstrahl eignet sich besonders gut für Orientierungsübungen im Zahlenraum (Freeseemann, 2014, S. 101).

Schwierigkeiten

Für Kinder, die Aufgaben nur durch zählendes Rechnen lösen können, ist der Zahlenstrahl keine unterstützende Hilfe. Dieser wird nur als Zählhilfe benutzt, dient aber nicht dem Aufbau eines tieferen Zahlenverständnisses.

Zudem kann diese Zählhilfe dazu führen, dass die Heranwachsenden zu richtigen Lösungen kommen, das dahinterstehende Zahlenkonzept aber nicht wirklich begriffen haben. Sie erwecken somit bei Eltern und Lehrkräften den täuschenden Eindruck, ein ausreichendes Zahlenverständnis aufgebaut zu haben (Grüneis, 2014, S. 82).

Für Kinder, die Defizite in der räumlichen Orientierung haben, stellt die meist waagrechte Darstellung des Zahlenstrahls ein Problem dar. Bei Additions- bzw. Subtraktionsaufgaben ist ihnen oft nicht klar, in welche Richtung sie nun weiter- oder zurückgehen müssen. Für sie wäre es logischer, den Strahl senkrecht zu platzieren, da eine Zahl größer wird, indem sie nach oben „wächst“ und kleiner, indem sie nach unten hin weniger wird (Grüneis, 2014, S. 82).

Höhtker und Selter (1995, S. 165 ff.) führen an, dass der Zahlenstrahl von Schülerinnen und Schülern oftmals nicht mit konkreten Vorstellungen in Verbindung gebracht werden kann. Es fällt ihnen schwer, alltagsbezogene Kontexte mit Visualisierungen am Zahlenstrahl in Beziehung zu bringen: Zum Beispiel können schwache Rechnerinnen und Rechner bei der Aufgabe „Sarah hat vier Bücher, Daniel hat zwei Bücher. Wie viele haben sie zusammen?“ keinen Bezug zum Zahlenstrahl finden.

Zu Missverständnissen kann außerdem die Verknüpfung von Kardinal- (wie viele?) und Ordinalaspekt (der wievielte?) führen, weil zum Beispiel die Zahl vier durch den fünften Strich dargestellt wird, da der erste Strich die Null markiert. Für rechenschwache Kinder ist hier nicht klar, ob die Striche oder die dazwischen liegenden Räume wichtig sind (Höhtker & Selter, 1995, S. 165 ff.).

Besonders schwierig ist für Schülerinnen und Schüler in größeren Zahlenräumen oftmals die Tatsache, dass die Skalierung eines Zahlenstrahls abhängig vom jeweiligen Zahlenraum ist. Dieses variable Skalieren, bei dem am Zahlenstrahl sozusagen „hinein- oder herausgezoomt“ wird, stellt gerade für rechenschwache Kinder eine große Herausforderung dar (Freeseemann, 2014, S. 106).

II EMPIRISCHE UNTERSUCHUNG

Für den praktischen Teil dieser Arbeit wurde eine empirische Untersuchung an einer Schule durchgeführt. Im folgenden umfangreichen Kapitel wird diese Studie genauer erläutert: Zu Beginn wird darauf eingegangen, welche Beweggründe zu dieser Untersuchung geführt haben und es werden die Ziele benannt. Anschließend werden die Forschungsfragen, die Untersuchungsmethode, die Rahmenbedingungen und die Untersuchungsmaterialien vorgestellt und es wird die Durchführung beschrieben. In Kapitel 8 werden die Ergebnisse der Untersuchungsauswertung präsentiert. Danach wird erörtert, welche Auswirkungen die gefundenen Untersuchungsergebnisse auf die Gestaltung des Mathematikunterrichts haben könnten. Den Abschluss bildet eine Diskussion, bei der offen gebliebene Fragen und mögliche weitere Vorgehensweisen dargelegt werden.

1 Einleitung

Rechenstörungen haben – wie im vorangegangenen Literaturteil beschrieben wurde – ihren Ursprung meist am Beginn der Volksschule oder sogar noch früher. Trotzdem kann man, sofern eine Behandlung der Rechenstörung nicht oder nur unzureichend stattgefunden hat, die Auswirkungen dieser Lernstörung bei Betroffenen auch noch in der Sekundarstufe feststellen. Als (angehende) Mathematiklehrperson für eine Allgemeinbildende höhere Schule sollte man deshalb mit den Anzeichen, Ursachen, Diagnose- und Fördermöglichkeiten einer Rechenstörung vertraut sein, um Schülerinnen und Schülern mit dieser Lernbeeinträchtigung helfen zu können.

Der Beweggrund für die Wahl dieses Diplomarbeitsthemas und dieser Untersuchung ist, durch die intensive Auseinandersetzung mit mathematischen Lerndefiziten – sowohl durch die Literatuarbeit als auch durch die empirische Studie – Wissen und Methoden zu erwerben, um als Lehrkraft Kinder mit einer Rechenstörung optimal unterstützen zu können.

2 Zielsetzung

Ziel dieser Untersuchung ist es, herauszufinden, mit welchen Schwierigkeiten Schülerinnen und Schüler beim Übergang von der Primarstufe zur Sekundarstufe beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million konfrontiert sind. Ausgehend von den Erkenntnissen der wissenschaftlichen Literatur, die sich größtenteils damit beschäftigt, *welche* Fehler Schülerinnen und Schüler machen, soll diese Forschungsarbeit nun herausfinden, *wie* Fehler bei diesem Themengebiet entstehen und auf welchen Fehlvorstellungen die falschen Lösungen der Kinder beruhen. Durch das Nachvollziehen von Denkprozessen beim Lösen von Aufgaben zur Orientierung im Zahlenraum bis zur Million soll versucht werden, eventuell auftretende Fehlvorstellungen der Heranwachsenden aufzudecken.

Der Schwerpunkt dieser Forschungsarbeit liegt beim Übergang von der Primar- zur Sekundarstufe, da diesem Bereich in der Literatur zum Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million bislang nur wenig Aufmerksamkeit geschenkt wurde.

Es wird darauf hingewiesen, dass es bei dieser Studie nicht darum geht, Rechenstörungen bei den untersuchten Schülerinnen und Schülern zu diagnostizieren. Dies wäre einerseits aufgrund der Komplexität des Diagnoseprozesses und der fehlenden speziellen Ausbildung der Untersucherin nicht durchführbar und andererseits nicht die Idee dieser Analyse. Vielmehr sollte damit erreicht werden, dass sich die Diplomarbeitverfasserin mit den mathematischen Defiziten einzelner Kinder intensiv auseinandersetzt, um die Denkweisen von Schülerinnen und Schülern besser verstehen zu können. Dieser Prozess soll dazu beitragen, im Beruf als Lehrerin durch das Nachvollziehen von Denkweisen auf die mathematischen Schwierigkeiten der Heranwachsenden besser eingehen zu können.

Außerdem sollen durch diese Untersuchung Anregungen gefunden werden, wie Lehrkräfte diesen Fehlvorstellungen im Mathematikunterricht entgegenwirken können, um die Schülerinnen und Schüler im Lernprozess bestmöglich zu unterstützen.

3 Forschungsfragen

Die Forschungsfragen zur empirischen Bearbeitung dieser Thematik lauten:

- Welche Kenntnisse bzw. Schwierigkeiten bringen Schülerinnen und Schüler am Beginn der Sekundarstufe bei Aufgaben zum Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million von der Primarstufe mit?
- Welche Fehlvorstellungen existieren bei Schülerinnen und Schülern beim Übergang von der Primar- in die Sekundarstufe beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million?
- Wie kann diesen Fehlvorstellungen durch das Verstehen von Denkprozessen der Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung von Aufgaben zum Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million im Mathematikunterricht der Sekundarstufe entgegengewirkt werden?

4 Untersuchungsmethode

Die praktische Untersuchung an der Neuen Mittelschule (NMS) Rohrbach beinhaltete zwei verschiedene Methoden.

Zum einen wurde eine Untersuchung mit zwei ersten Klassen durchgeführt, bei welcher der aktuelle Wissensstand der Schülerinnen und Schüler zum Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million festgestellt werden sollte. Als Methode zur Datenerhebung für diese empirische Analyse wurde eine standardisierte Befragung in Form eines Tests ausgewählt. Dieser Test enthielt bestimmte mathematische Aufgaben zum vorgegebenen Thema, die von den Schülerinnen und Schülern gelöst werden sollten. Das Ziel dieser Analyse mit zwei gesamten Klassen war, einen allgemeinen Überblick über den Leistungsstand und das aus der Volksschule vorhandene Wissen der Erstklässlerinnen und Erstklässler zu erhalten. Die gewählte Untersuchungsmethode eignete sich für dieses Vorhaben am Besten, da der Test mit vielen Schülerinnen und Schülern gleichzeitig durchgeführt werden konnte und aufgrund der Bearbeitung derselben Aufgaben eine hohe Vergleichbarkeit zwischen den einzelnen Kindern ermöglichte.

Für den zweiten Teil der Untersuchung wurden fünf Schülerinnen und Schüler ausgewählt, die Aufschluss darüber geben sollten, ob bzw. welche Fehlvorstellungen beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million existieren. Die Methode dieser Forschung ist eine qualitative Einzelbefragung. Es wurden dafür einige Mathematikaufgaben vorbereitet, die von den Kindern bearbeitet werden sollten, wobei die Reihenfolge dieser Aufgaben nach dem Gesprächsverlauf gerichtet wurde. Die Gesprächsführung wurde offen angelegt, wodurch das befragte Kind ebenfalls dazu angeregt werden sollte, die Antworten offen und ausführlich zu gestalten. Durch diese qualitative Befragung sollte erreicht werden, dass die Aufgaben vom Kind nicht nur bearbeitet werden, sondern auch die dahinter liegenden Denkprozesse hinterfragt und verstanden werden. Als geeignete Forschungsmethode für dieses Bestreben wurde das qualitative Einzelinterview gewählt, da hierbei die mathematischen Denkweisen der Interviewten hinterfragt werden können. Zudem kann die Interviewerin den Gesprächsverlauf und die Auswahl der zu bearbeitenden Aufgaben steuern und somit gezielt auf mögliche auftretende Fehlvorstellungen eingehen. Ein Nachteil dieser Methode ist die Abhängigkeit von der Antwortbereitschaft der befragten Schülerinnen und Schüler.

Andere Vorgehensweisen, wie zum Beispiel Fremdbeobachtungen von Kindern innerhalb des Mathematikunterrichts oder schriftliche Befragungen, wären für den zweiten Teil der empirischen Untersuchung nicht in Frage gekommen, da das Verstehen der Denkprozesse und Fehlvorstellungen im Vordergrund stand und dies durch diese Methoden nicht oder nur eingeschränkt erreicht werden könnte.

5 Rahmenbedingungen

Die empirische Untersuchung wurde an der NMS Rohrbach in Oberösterreich durchgeführt. Dieses Vorhaben wurde beim Landesschulrat für Oberösterreich eingereicht und genehmigt (siehe Anhang) und mit dem Direktor der Schule, Herrn HD Dipl. Päd. Dirk ANDREAS, abgesprochen.

Die Rahmenbedingungen für die Abwicklung des allgemeinen Tests wurden mit den Mathematiklehrpersonen der beiden ersten Klassen, Frau Margarete Lau und Frau Ute Stifter, vereinbart. Die beiden Lehrerinnen unterrichten die zwei ersten Klassen der NMS in Mathematik gemeinsam im Teamteaching.

Die 1a-Klasse dieser Schule wird als Integrationsklasse geführt. Das bedeutet, dass Kinder mit besonderem Förderbedarf (z. B. Lernschwächen, Körper- und Geistesbehinderungen, Verhaltensauffälligkeiten, usw.) in den meisten Fächern gemeinsam mit nicht beeinträchtigten Schülerinnen und Schülern unterrichtet werden.

In der 1b-Klasse gibt es keine Kinder mit besonderem Förderbedarf.

5.1 Untersuchungszeitraum

Die allgemeine Untersuchung mit den beiden ersten Klassen fand am Anfang der zweiten Schulwoche (19. und 20. September 2016) statt.

Dieser Zeitpunkt wurde gewählt, um gezielt den Übergang von der Primarstufe in die Sekundarstufe beleuchten zu können. Die zeitliche Nähe zum Beginn des neuen Schuljahres sollte sicherstellen, dass das Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million in der ersten Klasse der Neuen Mittelschule noch nicht im Unterricht behandelt wurde und die Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung der Aufgaben somit auf ihr Wissen aus der Volksschule zurückgreifen müssen.

Die Einzeluntersuchungen mit fünf Erstklässlerinnen und Erstklässlern wurden in der dritten Schulwoche (28. und 30. September 2016) abgehalten. Die Fachlehrer, aus deren Unterricht die Kinder für je eine Unterrichtseinheit herausgeholt wurden, waren vorab über das Vorhaben informiert und einverstanden.

5.2 Probandinnen und Probanden

Kinder mit einem sonderpädagogischen Förderbedarf und Kinder, die mangelnde Kenntnisse der deutschen Sprache aufwiesen, wurden nicht in die Stichprobe aufgenommen.

Dadurch sollte verhindert werden, dass das Ergebnis der Auswertung aufgrund physischer bzw. psychischer Beeinträchtigungen oder sprachlicher Barrieren verfälscht wird.

In der 1a-Klasse füllten 20 Schülerinnen und Schüler einen Testbogen aus. Neun dieser Kinder waren weiblich, elf männlich.

In der 1b-Klasse nahmen 21 Kinder an der Durchführung des Tests teil, aufgeteilt auf elf Mädchen und zehn Buben. Der Testbogen eines Burschen wurde allerdings nicht in die Auswertung miteinbezogen, da dieses Kind sprachliche Schwierigkeiten aufweist und deshalb aktuell die erste Klasse der NMS wiederholt.

Insgesamt konnten demnach 40 Tests aus zwei verschiedenen ersten Klassen analysiert werden.

5.3 Auswahlverfahren für Einzeluntersuchungen

Um Fehlvorstellungen beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million sichtbar machen zu können, wurden in die Auswahl für die Einzeluntersuchungen nur Kinder zugelassen, welche im allgemeinen Test Schwierigkeiten bei der Bearbeitung der Aufgaben hatten. Für die Einzeluntersuchungen kamen also nur diejenigen Schülerinnen und Schüler in Frage, die beim Allgemeintest Defizite in einem oder mehreren Bereichen aufwiesen.

Nach der Auswertung dieses allgemeinen Tests wurden zehn Heranwachsende als mögliche Probandinnen und Probanden für die Einzeluntersuchungen ausgewählt, wobei fünf dieser Kinder in die engere Auswahl kamen und für die Einzelinterviews bevorzugt wurden. Diese fünf Heranwachsenden erhielten eine Einverständniserklärung, die von den Eltern unterzeichnet werden sollte. Für den Fall, dass diese von den Eltern nicht unterschrieben wird, die Kinder nicht an der Untersuchung teilnehmen möchten oder sie am Untersuchungstag fehlen, wurden die fünf weiteren Schülerinnen und Schüler zur Liste der möglichen Probandinnen und Probanden hinzugefügt.

Einverständniserklärung der Eltern

Die für die engere Auswahl vorgesehenen fünf Kinder erhielten von den Mathematiklehrerinnen ein Informationsblatt, das sie an ihre Eltern weitergeben sollten. In dieser Benachrichtigung (siehe Anhang) wurden die Eltern dieser Schülerinnen und Schüler über das Vorhaben der Diplomarbeitenuntersuchung informiert und über die Vorgehensweise aufgeklärt. Aufgrund der Anfertigung von Audio- und Videoaufzeichnungen während der Einzeluntersuchungen war es notwendig, das Einverständnis der Eltern zu erhalten.

Diese konnten frei entscheiden, ob sie der Verfasserin der Diplomarbeit die Erlaubnis für die Durchführung dieser Untersuchung erteilen.

Von diesen fünf vorab ausgewählten Schülerinnen und Schülern unterzeichneten vier Elternteile die Einverständniserklärung, eine Einverständniserklärung wurde nicht retourniert.

Anstelle dieses Kindes wurde eine andere Schülerin aus der Liste nachgereicht, deren Eltern die Untersuchung genehmigten.

Mit zwei Schülerinnen aus der 1b-Klasse wurde das Interview am Mittwoch, 28. September 2016 durchgeführt. Zwei Mädchen und ein Junge aus der 1a-Klasse wurden am Freitag, 30. September 2016 befragt.

6 Untersuchungsmaterialien

Für die Untersuchung in der Schule wurden einerseits ein allgemeiner Test für die Überprüfung der Fähigkeiten aller Kinder einer ersten Klasse angefertigt und andererseits verschiedene Testaufgaben für die Analyse mit einzelnen Schülerinnen und Schülern erstellt. Diese Materialien werden nun genauer erläutert.

Die verwendeten Untersuchungsaufgaben orientieren sich zum Teil an den Ausführungen von Frau Mag. Lassnitzer vom Recheninstitut zur Förderung mathematischen Denkens im achten Wiener Gemeindebezirk. Frau Lassnitzer konnte aufgrund ihrer Erfahrungen im Umgang mit Kindern mit Rechenstörungen brauchbare Tipps liefern und hilfreiche Anregungen geben, wie man Rechenaufgaben wählen sollte, um mögliche Schwierigkeiten bei Schülerinnen und Schülern erkennen zu können.

Für die Erstellung der Testaufgaben wurden außerdem einige Schulbücher der vierten und fünften Schulstufe (Reichel, Humenberger, Litschauer, Groß & Aue, 2007, S. 16 ff.; Lewisch, 2005, S. 5 ff.; Boxhofer, Huber, Lischka & Panhuber, 2006, S. 6 ff.; Beer et al., 2014, S. 24 ff.) herangezogen und der Mathematiklehrplan dieser beiden Jahrgänge (Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur, 2012, S. 147 ff.; Bundesministerium für Bildung, 2015, ohne Seite) miteinbezogen. Zusätzlich wurden die Aufgaben mit dem Betreuer dieser Diplomarbeit, Herrn Dr. Christoph Ableitinger, sowie mit drei Lehrkräften der NMS Rohrbach besprochen.

6.1 Untersuchungsmaterialien für die gesamte Klasse

Für die Analyse der Kenntnisse bzw. Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler zum Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million wurde ein schriftlicher Test mit 24 kurzen mathematischen Aufgaben zu verschiedenen Bereichen dieses Themas zusammengestellt (siehe Anhang).

Im Folgenden werden diese Aufgaben nun vorgestellt und es wird kurz erklärt, warum diese für die Untersuchung ausgewählt wurden:

1. Zahlendiktat: Schreibe die diktierten Zahlen auf!

- | | |
|----------|------------|
| a) 1 700 | c) 13 013 |
| b) 8 090 | d) 605 025 |

Bei dieser Aufgabe wurden den Schülerinnen und Schülern diese vier Zahlen vorgelesen, wobei jede davon noch ein Mal wiederholt wurde und danach ausreichend Zeit für das Niederschreiben dieser Zahl gegeben wurde.

Vorrangig sollte hierbei überprüft werden, ob die untersuchten Kinder gehörte Zahlen schriftlich korrekt wiedergeben können. Wichtig ist dabei das richtige Einfügen von Nullen an Stellen, die im Stellenwertsystem nicht besetzt sind: Zum Beispiel ist bei der Zahl 8 090 die Hunderterstelle nicht besetzt und wird deshalb nicht extra ausgesprochen („Achttausendneunzig“ anstatt „Achttausendnullneunzig“). Den Schülerinnen und Schülern soll bewusst sein, dass das Weglassen der Null in einer Zahl den Wert dieser Zahl verändern würde. Voraussetzung für das richtige Aufschreiben der diktierten Zahlen sind umfassende Kenntnisse des Stellenwertsystems und des Bündelungskonzepts.

2. Um 1 mehr als: Wie heißt die Zahl, die um 1 größer ist?

- | | |
|----------------|-----------------|
| a) 4 999 _____ | c) 59 099 _____ |
| b) 3 799 _____ | d) 29 999 _____ |

3. Um 1 weniger als: Wie heißt die Zahl, die um 1 kleiner ist?

- | | |
|----------------|------------------|
| a) 6 000 _____ | c) 75 000 _____ |
| b) 2 900 _____ | d) 501 000 _____ |

Bei diesen Nachbaraufgaben geht es darum, die um eins größere bzw. kleinere Zahl nennen zu können. Das besondere Augenmerk wurde dabei auf Stellenüberschreitungen gelegt, die für Schülerinnen und Schüler häufig Probleme darstellen. Es soll durch die Antworten der Heranwachsenden ersichtlich werden, ob das Prinzip des Bündelns bzw. Entbündelns verstanden wurde und sie dieses richtig anwenden können.

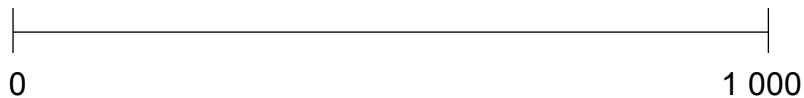
4. Was ist mehr? Setze *kleiner* (<) oder *größer* (>) ein!

- | |
|--------------------------|
| a) 6 999 _____ 7 011 |
| b) 99 999 _____ 101 104 |
| c) 411 200 _____ 399 999 |

Diese Aufgabe wurde für die Untersuchung ausgewählt, um überprüfen zu können, ob die Zeichen „<“ und „>“ von den Schülerinnen und Schülern richtig verwendet werden. Zudem geben diese Rechenaufgaben Aufschluss darüber, ob Kinder der ersten Klasse einer Neuen Mittelschule zwei Zahlen bezüglich deren Größe vergleichen können.

5. Zahlenstrahl: Markiere die Zahlen möglichst genau am Zahlenstrahl!
(Das Geodreieck darf dafür verwendet werden.)

a) 739



b) 3 199



c) 199 999



Ein nur teilweise beschrifteter Zahlenstrahl wird für Orientierungsübungen im Zahlenraum häufig als geeignete Variante ausgewählt. Dadurch soll überprüft werden, ob die Schülerinnen und Schüler verschiedene Zahlen im Zahlenraum richtig verorten können und ein umfassendes Zahlenverständnis für den Zahlenraum bis zur Million aufgebaut haben. Die unterschiedlichen Skalierungen der drei Zahlenstrahlen stellen eine zusätzliche Herausforderung dar, da sich die Probandinnen und Probanden jedes Mal neu „orientieren“ müssen. Möglicherweise kann noch herausgefunden werden, wie Kinder die Zahlen am Zahlenstrahl markieren (z. B. Teilung in die Hälfte und nochmals in die Hälfte, Teilung in zehn gleiche Teile).

6. Stellen benennen: Zerlege die Zahlen in Stellenwerte!

Beispiel: 3 746 = 3 T 7 H 4 Z 6 E

a) 19 042 = _____

b) 7 235 806 = _____

Diese Aufgabe fragt ab, ob das Prinzip der Zerlegung einer Zahl in Stellenwerte klar ist.

Besonderes Augenmerk auf diese Aufgabe wird vor allem bei den Einzeluntersuchungen durch Nachfragen gelegt. Hier kann nachgeforscht werden, wie die Schülerinnen und Schüler zu ihren Lösungen kommen: Wird die Zahl auf rein mechanische Weise in die Stellenwerte zerlegt (Ganz rechts stehen die Einer, links davon die Zehner, dann die Hunderter, usw.) oder wurden die charakteristischen Eigenschaften (Die Stelle einer Ziffer einer Zahl gibt den Wert dieser Ziffer an: z. B. entspricht die Ziffer 4 in der Zahl 19 042 vier Zehnern) hinter diesem Prinzip verstanden?

7. Was ist mehr? Setze *kleiner* (<), *größer* (>) oder *gleich* (=) ein!

a) 1 H _____ 12 Z

c) 1 H _____ 10 Z

b) 20 H _____ 1 T

d) 1 T _____ 14 H

Bei dieser Aufgabe geht es – im Gegensatz zu Aufgabe 4. Was ist mehr? – nicht vorrangig um die richtige Verwendung der Zeichen „<“ und „>“, sondern zum Einen um die Übertragung von Zahldarstellungen mit Stellenwertschreibweise in die Zahldarstellungen mit Ziffernschreibweise (1 H entspricht 100 und 12 Z entspricht 120). Zum Anderen wird auf das Prinzip des Bündelns eingegangen, bei dem die Kinder erkennen sollen, dass 12 Z gebündelt werden können in 1 H 2 Z und deshalb $1\text{ H} < 12\text{ Z}$ ist. Das Prinzip der Bündelung zählt neben dem Stellenwertprinzip zu den wichtigsten Eigenschaften des Stellenwertsystems und ist deshalb wesentlich für aufbauende mathematische Lernstoffgebiete.

6.2 Untersuchungsmaterialien für die Einzeluntersuchungen

Die Materialien für die Einzeluntersuchungen orientieren sich sehr stark an den Aufgaben für die Analyse der gesamten Klasse. Insgesamt wurden 33 verschiedene Aufgaben zu sieben Themengebieten vorbereitet, wobei nicht jedes Kind alle Aufgaben zur Bearbeitung erhielt. Bei den Einzeluntersuchungen wurden mit dem jeweiligen Kind hauptsächlich jene Aufgaben besprochen, bei denen es im allgemeinen Test viele Fehler machte.

Da die Aufgaben vom Prinzip gleich aufgebaut sind wie jene der Untersuchung mit der gesamten Klasse, werden diese nun nicht mehr genauer erläutert, sondern nur vorgestellt.

1. Zahlendiktat: Schreibe die diktierten Zahlen auf!

a) 17 012

d) 804 025

b) 10 011

e) 1 053 070

c) 302 048

2. Um 1 mehr als: Wie heißt die Zahl, die um 1 größer ist?

- a) 5 899 _____ d) 109 999 _____
b) 79 099 _____ e) 899 999 _____
c) 99 999 _____

3. Um 1 weniger als: Wie heißt die Zahl, die um 1 kleiner ist?

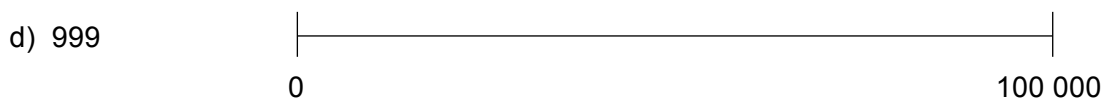
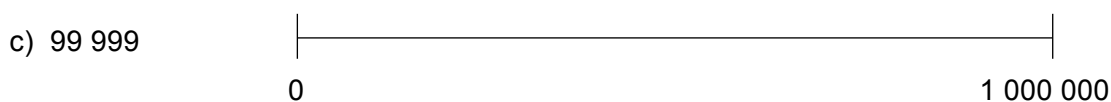
- a) 63 000 _____ d) 701 000 _____
b) 299 000 _____ e) 1 000 000 _____
c) 543 200 _____

4. Was ist mehr? Setze kleiner (<) oder größer (>) ein!

- a) 7 999 _____ 8 011
b) 9 999 _____ 10 101
c) 312 900 _____ 299 999

5. Zahlenstrahl: Markiere die Zahlen möglichst genau am Zahlenstrahl!

(Das Geodreieck darf dafür verwendet werden.)



6. Stellen benennen: Zerlege die Zahlen in Stellenwerte!

- a) 40 057 _____ d) 1000010 _____
b) 100 910 _____ e) 2018603 _____
c) 702009 _____

7. Was ist mehr? Setze kleiner (<), größer (>) oder gleich (=) ein!

- a) 1 T _____ 12 H d) 14 Z _____ 130 E
b) 11 Z _____ 1 H e) 1 T _____ 100 Z
c) 10 H _____ 1 T

7 Durchführung

Die empirische Analyse wurde in der ersten Schulstufe der NMS Rohrbach durchgeführt und lief folgendermaßen ab:

7.1 Untersuchung der gesamten Klasse

Der Test wurde von den beiden Lehrerinnen der ersten Klassen am Montag, 19. September 2016 in der 1b-Klasse und am Dienstag, 20. September 2016 in der 1a-Klasse im Rahmen des Mathematikunterrichts abgehalten.

Die Kinder erhielten vorher keine Informationen darüber, dass dieser Test für eine Diplomarbeitsuntersuchung verwendet wird. Diese Vorgehensweise wurde im Vorhinein mit den Mathematiklehrerinnen besprochen und vereinbart. Der Grund dafür war, dass die Mathematiklehrkräfte der beiden ersten Klassen die Ergebnisse dieses Tests auch für sich selber verwenden wollten. Da sie die Schülerinnen und Schüler dieser Klassen aufgrund der zeitlichen Nähe zum Schulbeginn erst zweimal unterrichten konnten und somit noch keinen Überblick über die Leistungen der einzelnen Kinder haben konnten, war diese Leistungsüberprüfung für sie eine gute Möglichkeit, einen Eindruck über die mathematischen Fähigkeiten der Erstklässlerinnen und Erstklässler zu erhalten.

Den Schülerinnen und Schülern wurde zu Beginn von den Lehrkräften erklärt, dass sie die Angaben gewissenhaft lesen und die Aufgaben bestmöglich lösen sollen. Zudem wurden sie darauf hingewiesen, dass sie für sich alleine arbeiten sollen und die Verwendung des Geodreiecks erlaubt ist. Außerdem wurde ihnen vor dem Austeilen der Zettel mitgeteilt, nur den Vornamen auf das Aufgabenblatt zu schreiben, um Verletzungen des Datenschutzes vermeiden zu können.

Begonnen wurde der Test mit einem Zahlendiktat, das von der Lehrperson angesagt wurde. Die Zahl wurde dabei zweimal vorgelesen.

Die übrigen sechs Aufgaben sollten anschließend alleine gelöst werden, wobei die Schülerinnen und Schüler für die Bearbeitung keine Zeitbegrenzung erhielten, sondern so lange rechnen konnten, wie sie für diese Aufgaben benötigten.

7.2 Einzeluntersuchungen

Die Interviews mit fünf Schülerinnen und Schülern der ersten Klassen fanden am Mittwoch, 28. September 2016 und Freitag, 30. September 2016 in der NMS Rohrbach statt.

Die Untersuchung wurde in einem kleinen Raum durchgeführt, in dem zwei Kameras zur Anfertigung von Video- und Audiodateien aufgebaut wurden.

Mit den Kindern wurde einzeln innerhalb einer Unterrichtseinheit gearbeitet. Die zu bearbeitenden Aufgaben für jedes Kind wurden im Vorhinein individuell festgelegt und richteten sich nach den Ergebnissen aus dem allgemeinen Test. Wurden bei dieser Überprüfung Defizite bei einem bestimmten Aufgabenformat festgestellt, so wurden in der Einzeluntersuchung vorrangig diese Aufgaben besprochen.

Die Eckdaten dieser Einzelinterviews, die Dauer und die bearbeiteten Aufgaben können den folgenden Ausführungen entnommen werden (Anmerkung: Die *Uhrzeit* bezieht sich dabei auf den Beginn und das Ende der jeweiligen Unterrichtseinheit, die *Dauer* auf den zeitlichen Umfang des jeweiligen Interviews.):

Schülerin 1:

Klasse: 1b
Datum: 28. September 2016
Uhrzeit: 1. Unterrichtseinheit, 7:50 – 8:40 Uhr
Dauer: 50:00 Minuten
Aufgaben: Nr. 1, Nr. 3, Nr. 5abc, Nr. 6, Nr. 7

Schülerin 2:

Klasse: 1b
Datum: 28. September 2016
Uhrzeit: 2. Unterrichtseinheit, 8:40 – 9:30 Uhr
Dauer: 40:07 Minuten
Aufgaben: Nr. 1, Nr. 2, Nr. 3, Nr. 5, Nr. 6, Nr. 7

Schülerin 3:

Klasse: 1a
Datum: 30. September 2016
Uhrzeit: 1. Unterrichtseinheit, 7:50 – 8:40 Uhr
Dauer: 53:04 Minuten
Aufgaben: Nr. 1abce, Nr. 3, Nr. 5ab, Nr. 7

Schüler 4:

Klasse: 1a
Datum: 30. September 2016
Uhrzeit: 2. Unterrichtseinheit, 8:40 – 9:30 Uhr
Dauer: 36:52 Minuten
Aufgaben: Nr. 1, Nr. 2, Nr. 3, Nr. 4, Nr. 5, Nr. 6abde, Nr. 7

Schülerin 5:

Klasse: 1a
Datum: 30. September 2016
Uhrzeit: 3. Unterrichtseinheit, 9:50 – 10:40 Uhr
Dauer: 47:50 Minuten
Aufgaben: Nr. 1, Nr. 2, Nr. 3abc, Nr. 5, Nr. 6, Nr. 7

Am Beginn der Untersuchung erhielten die Schülerinnen und Schüler einige Informationen, die sie darüber aufklären sollten, was sie in der folgenden Einheit erwarten wird. Sie erfuhren, dass dieses Interview für eine empirische Analyse einer Diplomarbeit durchgeführt wird und sie mathematische Aufgaben zum Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million so gut wie möglich lösen sollten. Ihnen wurde auch erklärt, dass es für die Untersucherin wichtig ist, den Denkprozess hinter der Lösungsfindung zu verstehen und sie deshalb immer wieder nachfragt, wie man zu den jeweiligen Lösungen gekommen ist. Außerdem wurden die Schülerinnen und Schüler darauf hingewiesen, dass Audio- und Videoaufzeichnungen angefertigt werden, diese aber nicht an andere Personen weitergegeben werden und die Daten vertraulich behandelt werden. Zusätzlich zum Einverständnis der Eltern wurden auch die Kinder nochmals gefragt, ob diese Vorgangsweise für sie in Ordnung ist und sie an der Untersuchung teilnehmen.

Um die Schülerinnen und Schüler nicht zu überfordern, wurden die zu bearbeitenden Aufgaben nicht auf einem vollgefüllten Aufgabenblatt präsentiert. Die Kinder erhielten die Aufgaben immer einzeln auf einem Zettelabschnitt vorgelegt. Diese Vorgangsweise wurde auch deshalb gewählt, weil somit die Auswahl der Aufgaben individuell auf das jeweilige Kind abgestimmt und die Reihenfolge der Aufgaben variiert werden konnte.

Die Aufgaben konnten am Angabezettel gelöst werden, wobei den Schülerinnen und Schülern für Nebenrechnungen auch ein leeres Blatt Papier zur Verfügung stand.

Zur Bearbeitung von Aufgabe 5 (Zahlenstrahl) konnte zudem ein Lineal bzw. Geodreieck verwendet werden.

Während der Untersuchung wurden die Kinder häufig darauf hingewiesen, ihre Denkweise offenzulegen und zu erklären, wie sie auf das jeweilige Ergebnis gekommen sind. Zu Beginn machte es den Eindruck, als ob diese Begründungen den Schülerinnen und Schülern schwer fallen und sie dadurch eingeschüchtert sind.

Man hatte das Gefühl, dass die Kinder denken, ihre richtige Lösung sei falsch, weil man genau nachfragte, warum und vor allem wie sie zu diesem Ergebnis kommen. Mit der Zeit verbesserte sich dieses Empfinden und es schien, als ob die Heranwachsenden diese Fragen nicht mehr als ungewöhnlich wahrnahmen. Oftmals erklärten die Schülerinnen und Schüler bereits ohne explizites Nachfragen ihren Denkprozess.

8 Auswertung/Ergebnisdarstellung

In diesem Kapitel werden sowohl die Ergebnisse der Tests mit der gesamten Klasse, als auch die Auswertungen der Einzeluntersuchungen präsentiert.

8.1 Auswertung der Untersuchung der gesamten Klasse

Die folgenden beiden Tabellen zeigen die Auswertung der Prüfungsaufgaben der 1a- und 1b-Klasse.

Man kann aus diesen Tabellen für jedes einzelne Kind die jeweiligen Ergebnisse der 24 Teilaufgaben ablesen, wobei die Symbole folgendes bedeuten:

☐	...	die Aufgabe wurde richtig gelöst
X	...	die Aufgabe wurde nicht richtig gelöst
f	...	die Aufgabe wurde nicht erledigt
~	...	die Aufgabe wurde auf spezielle Weise gelöst, die Lösung ist aber richtig

Aufgaben, die von den Schülerinnen und Schülern nicht erledigt wurden, wurden in der Auswertung als Fehler gezählt.

Bei den Aufgaben 6a und 6b (Stellen benennen) wurde oftmals das Zeichen „~“ angeführt. Dieses wurde verwendet, um auszudrücken, dass die Rechenaufgabe zwar nicht genau so gelöst wurde, wie es intendiert war, die Lösung aber dennoch richtig ist und daher klarerweise auch als richtig gewertet wird. Zur Erläuterung wird eine Aufgabe beschrieben, die von einem Schüler folgendermaßen gelöst wurde: Im Schulunterricht wird gelehrt, dass die Zahl 7 235 806 zerlegt werden kann in 7 M 2 HT 3 ZT 5 T 8 H 6 E. Dieser Schüler zerlegte die Zahl in 7 M 235 T 8 H 6 E, was zeigt, dass er entweder weiß, dass 2 HT 3 ZT 5 T entbündelt werden kann in 235 T oder dass das Zahlwort direkt übersetzt wird („Zweihundertfünfunddreißig Tausend“).

In den letzten vier Zeilen bzw. Spalten der Tabellen können die Gesamtergebnisse abgelesen werden:

Die Zeile *spezielle Lösung* gibt an, wie viele Schülerinnen und Schüler eine bestimmte Aufgabe auf die zuvor beschriebene spezielle Art gelöst haben und die Zeile *fehlende Lösung* beschreibt, wie viele Kinder pro bestimmter Aufgabe keine Lösung angegeben haben. Die letzten beiden Zeilen stellen mit absoluten Zahlen bzw. in Prozent dar, von wie vielen Kindern bzw. von wie viel Prozent der Kinder eine bestimmte Aufgabe nicht richtig bearbeitet werden konnte.

In der Spalte *spezielle Lösung* wird für ein bestimmtes Kind die Anzahl der Aufgaben aufgelistet, die auf die oben beschriebene spezielle Art gelöst wurden. Aus der Spalte *fehlende Lösung* kann entnommen werden, wie viele Aufgaben ein bestimmtes Kind nicht lösen konnte. Die letzten beiden Spalten beschreiben in absoluten Zahlen bzw. in Prozent, wie viele Aufgaben bzw. wie viel Prozent der Aufgaben von einem bestimmten Kind falsch oder nicht gelöst wurden.

Im linken unteren Eck der Tabelle werden die durchschnittliche Fehleranzahl pro Schülerin bzw. Schüler und die durchschnittliche Fehleranzahl pro Aufgabe jeweils in Prozent angegeben.

Die eingetragenen Prozentwerte wurden in allen Zellen auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.

Tab. 1: Auswertung des allgemeinen Tests, Klasse 1a

1A	Vorname	1				2				3				4				5				6				7				Insgesamt			
		a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	spezielle Lösung	fehlende Lösung	Anzahl der Fehler	Fehler in %				
1	C.			X	X	X	X	X	X									X				X						12	50				
2	J.																	X				~				2		2	8,3				
3	E.																					~	X			2		2	8,3				
4	S.																											0	0				
5	J.																											0	0				
6	S.																							X			2	8,3					
7	J.																					~				2		2	8,3				
8	N.												X					X				~	X	X	X	1	1	7	29,2				
9	S.																					~				2		1	4,2				
10	F.																							X			2	8,3					
11	C.																					~	X	X	X	1	1	11	45,8				
12	N.			X									X														2	8,3					
13	A.																										1	4,2					
14	A.																										1	4,2					
15	R.																										2	8,3					
16	L.														X							~	X			2	8,3						
17	T.																										1	4,2					
18	S.																										0	0					
19	M.																										3	12,5					
20	L.																										6	25					
Insgesamt																						7	5				Ø Fehleranzahl pro SchülerIn in %	≈ 12,3					
		0	0	1	3	1	1	1	1	2	3	2	4	0	1	0	2	5	9	0	3	6	5	5	4		Ø Fehleranzahl pro Aufgabe in %	≈ 12,3					
		0	0	5	15	5	5	5	5	10	15	10	20	0	5	0	10	25	45	0	15	30	25	25	20								

Tab. 2: Auswertung des allgemeinen Tests, Klasse 1b

1B	Vorname	1				2				3				4				5				6				7				Insgesamt			
		a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	spezielle Lösung	fehlende Lösung	Anzahl der Fehler	Fehleranzahl in %
1	S.																														1	4,2	
2	J.																														4	16,7	
3	N.				X																									5	20,8		
4	S.																													0	0		
5	R.																													1	4,2		
6	J.																													5	20,8		
7	J.				X																									1	5	20,8	
8	F.																													2	0	0	
9	N.			X	X	X																								7	29,2		
10	M.																													0	0	0	
11	A.																													3	5	20,8	
12	F.																													2	4	16,7	
13	L.																													1	4,2	4,2	
14	A.																													2	3	12,5	
15	T.																													1	5	20,8	
16	A.																													1	6	25	
17	L.																													3	12,5	12,5	
18	M.				f																									1	4	16,7	
19	K.																													1	5	20,8	
20	L.																													3	12,5	12,5	
Insgesamt	spezielle Lösung																														Ø Fehleranzahl pro SchülerIn in %	≈ 14	
	fehlende Lösung				1																												
	Anzahl der Fehler	0	1	1	4	1	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	1	5	10	1	7	8	9	7	8					Ø Fehleranzahl pro Aufgabe in %	≈ 14		
	Fehler in %	0	5	5	20	5	0	0	0	0	0	5	15	0	0	0	5	25	50	5	35	40	45	35	40								

Die Auswertung der Testbögen von 40 Schülerinnen und Schülern der ersten Klasse NMS brachte im Allgemeinen erfreuliche Ergebnisse bezüglich der Kenntnisse zum Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million hervor. Obwohl dieser Lernstoff in der Anfangsklasse der Sekundarstufe noch nicht wiederholt wurde, wies ein Großteil der Testpersonen ein gutes Leistungslevel in diesem Bereich auf.

Trotzdem wurden aber bei einigen Mädchen und Burschen erhebliche Fehler gefunden, die auf mathematische Defizite in diesem Lerngebiet hinweisen.

Im Durchschnitt beantwortete ein Kind 13.2 % der Aufgaben nicht richtig. Dieser Wert kann im Klassenschnitt als positives Ergebnis dieses Tests eingeschätzt werden. Allerdings variiert die Prozentzahl der Fehler, die in diesem Test gemacht wurden unter den Schülerinnen und Schülern stark: Die Bandbreite der Fehlerquote geht von 0 % bis 50 %. Sechs Mädchen bzw. Burschen erreichten die volle Punktzahl. Eine Schülerin machte allerdings bei fast der Hälfte der Aufgaben, nämlich 45.8 %, einen Fehler und ein Schüler hatte genau die Hälfte der Testbeispiele falsch.

Die meisten Probleme traten beim Markieren von Zahlen am Zahlenstrahl (Aufgabe 5) und beim Vergleichen zweier Zahlen in Stellenwertschreibweise (Aufgabe 7) auf.

62.5 % der untersuchten Kinder kamen bei mindestens einer der drei Zahlenstrahlaufgaben zu einer falschen Lösung. Insgesamt wurden 23.3 %, also fast ein Viertel, der Aufgaben zur Markierung einer Zahl am Zahlenstrahl nicht richtig gelöst.

Fast ein Drittel aller Rechnungen bei Aufgabe 7, genau 32.5 %, waren falsch, wobei in der 1a-Klasse 25 % und in der 1b-Klasse sogar 40 % aller Rechenaufgaben als nicht richtig gewertet werden konnten. 65 % aller Heranwachsenden hatten zumindest eine dieser Aufgaben falsch. Sieben Kinder hatten drei bzw. sogar alle vier Aufgaben in diesem Format fehlerhaft gelöst.

Eine Überraschung waren die Ergebnisse von Aufgabe 6, bei der Zahlen in Stellenwerte zerlegt werden sollten. Insgesamt wurden 13.8 % der Aufgaben falsch gelöst. 35 % der Aufgaben sind mit dem Zeichen „~“ markiert worden, dessen Bedeutung bereits erläutert wurde.

Da diese Ergebnisse für die Untersucherin eher verwunderlich waren und von vielen Kindern so gelöst wurden, wurden diese Aufgaben im Nachhinein nochmal mit einer der beiden Mathematiklehrkräfte besprochen. Die Lehrerin bestätigte, dass sowohl in der Volksschule, als auch in der ersten Klasse Neue Mittelschule die Zerlegung von Zahlen in Stellenwerte für jeden Stellenwert extra gelehrt wird. Das heißt, dass die Zahl 101 234 zerlegt wird in 1 HT 1 T 2 H 3 Z 4 E und – bei diesem Aufgabenformat – nicht als beispielsweise 101 T 2 H 3 Z 4 E aufgefasst wird.

Für die Lehrperson war die besondere Schreibweise vieler Schülerinnen und Schüler bei der Benennung der Stellenwerte ebenfalls ungewöhnlich, vor allem auch deshalb, weil diese in ihrem Unterricht nicht extra angesprochen wurde.

Vereinzelte Fehler, die bei den Aufgaben 1 (Zahlendiktat), 2 (um 1 mehr als), 3 (um 1 weniger als) und 4 (Was ist mehr?) aufgetreten sind, werden bei der Auswertung der Ergebnisse der Einzeluntersuchungen angeführt.

8.2 Auswertung der Einzeluntersuchungen

Im folgenden umfangreichen Kapitel werden die Ergebnisse der Auswertung der Einzeluntersuchungen präsentiert. Es wird dabei auf Fehler eingegangen, welche die Schülerinnen und Schüler gemacht haben, sowie Denkprozesse der Kinder präsentiert, die auf eine Fehlvorstellung hindeuten. Außerdem werden die individuell unterschiedlichen Lösungswege der interviewten Personen dargestellt und ungewöhnliche Denkwege beschrieben. Um der Leserin bzw. dem Leser Einblicke in die von den Schulkindern getätigten Aussagen zu verschaffen, werden die festgestellten Erkenntnisse durch Textpassagen aus den Interviews der Schülerinnen und Schüler untermauert. Die Interviewerin wird mit „I“ bezeichnet, die einzelnen Schülerinnen und Schüler mit „S1 – S5“. Es wurde versucht, die Textausschnitte so kurz wie möglich zu halten, ohne dabei wichtige Aussagen aus dem Zusammenhang zu reißen. Die umfangreichere Version der Transkripte kann im Anhang nachgelesen werden.

Erklärungen:

Aufgabe ____	... Aufgabe, die in dieser Textpassage gerade gerechnet wurde
(Text)	... Anmerkungen oder Gesten, die gemacht wurden
[Zahl]	... Pause in Sekunden
...	... eine Person fällt der anderen Person ins Wort
..	... beim Reden wurde kurz abgesetzt, aber keine längere Pause gemacht
TEXT	... Wörter, die groß geschrieben sind, wurden besonders betont
[sic]	... Besonderheiten, die von den Schülerinnen und Schülern genau so gesagt/geschrieben wurden

8.2.1 Aufgabe 1: Notieren von diktierten Zahlen

Als Hauptfehlerquelle beim Notieren von diktierten Zahlen konnte in den Interviews bei den Schülerinnen und Schülern die Vertauschung von Ziffern identifiziert werden.

Auffällig war dabei auch, dass bei kleineren Zahlen (wie etwa 17 012 und 10 011) weniger Fehler passierten, als bei Zahlen in größeren Zahlenräumen (zum Beispiel 804 025 und 1 053 070).

Diese häufig vorgekommenen Zahlendreher lassen den Schluss zu, dass einige dieser untersuchten Schülerinnen und Schüler ein mangelndes Stellenwertverständnis im Zahlenraum bis zur Million aufweisen und deshalb die Stellenwerte vertauschen.

Aufgabe 1. c) Zahlendiktat: 302 048

S5: (**schreibt falsch: 302.840 [sic]**)

(S5, Z. 184, Z. 188)

Aufgabe 1. d) Zahlendiktat: 804 025

S5: (**schreibt falsch: 480.025 [sic]**)

(S5, Z. 225, Z. 229)

Aufgabe 1. e) Zahlendiktat: 1 053 070

S5: (**schreibt falsch: 1.530.070 [sic]**), [9], überprüft nochmal)

(S5, Z. 268, Z. 273)

Des weiteren konnte beobachtet werden, dass Stellen, die im diktierten Zahlwort nicht explizit ausgesprochen werden, von manchen Interviewten nicht mit einer Null aufgefüllt wurden. Auffallend war auch, dass Zahlen teilweise lauttreu notiert wurden. Diese Schwierigkeiten deuten darauf hin, dass diese Schülerinnen mit der Logik des Stellenwertsystems noch nicht wirklich vertraut sind. Auch die Tatsache, dass diese Kinder nicht erklären konnten, warum sie zu diesen (falschen) Lösungen kommen, zeigt, dass das dahinterstehende System (noch) nicht erkannt wurde.

Aufgabe 1. e) Zahlendiktat: 1 053 070

S3: (**schreibt falsch auf: 153070**, [10]).

(S3, Z. 667, Z. 673)

Aufgabe 1. c) Zahlendiktat: 302 048

S5: (**schreibt falsch: 302.840 [sic]**)

(...)

I: **Genau, du hast gesagt: achthundertvierzig. Und jetzt hör nochmal gut zu, wie ich es sage: Dreihundertzweitausend .. acht .. UND .. vierzig.**

S5: (**überlegt**, [10]) **Ich komm nicht drauf** (schüttelt den Kopf, grinst).

(...)

I: Du hast jetzt geschrieben: Acht .. HUNDERT .. vierzig. Wenn es nur heißen soll: acht .. UND .. vierzig?

S5: (**überlegt**, [8])

I: **Schreib mal achtundvierzig auf.**

S5: (**schreibt: 840 auf den Extrazettel**)

(S5, Z. 184, Z. 188, Z. 198 – 200, Z. 211 – 215)

Aufgabe 1. c) Zahlendiktat: 302 048

S2: (**schreibt falsch: 300 248**, [5])

(S2, Z. 28, Z. 30)

Die Aufgaben zum Zahlendiktat haben gezeigt, dass alle vier weiblichen Schulkinder beim Aussprechen der Zahlwörter große Schwierigkeiten haben. Das richtige Ausdrücken sechs- oder höherstelliger Zahlen wurde für manche der Schülerinnen zu einer fast nicht lösbaren Aufgabe. Der Interviewerin kam es teilweise so vor, als würden die Mädchen nicht wissen, wie sie bei der Aussprache der Zahlwörter vorgehen sollen, um die richtige Zahl nennen zu können. Es wurde viel „herumprobiert“ und es machte den Anschein, als würden diese Schülerinnen einfach Folgen von Ziffern wahrnehmen, die für sie aber keinen mathematischen Sinn ergeben. Deshalb wurden auch die Zahlwörter häufig falsch wiedergegeben, ohne dass dies den Schülerinnen auffiel.

Aufgabe 1. c) Zahlendiktat: 302 048

S2: (**schreibt falsch: 300 248**, [5])

(... schreibt nach einigen Überlegungen dann richtig: 302 048 ...)

I: Mhm. Du hast das zuerst anders hingeschrieben und dann wieder durchgestrichen ..

S2: Ich habe es falsch verstanden. Ich habe gedacht, es wäre hier **dreihundert .. zweihundert .. zweihunderttausend .. zwei .. achtundvierzig ..**

I: Mhm. Das heißt, wie hättest denn du die Zahl vorher hingeschrieben? **Kannst du mir das vorlesen, wie du es vorher hingeschrieben hast?**

S2: **Dreitausendzweihundertachtundvierzig.**

(S2, Z. 28, Z. 30, Z. 37 – 42)

Aufgabe 1. e) Zahlendiktat: 1 053 070

S3: (**schreibt falsch auf: 153070**, [10]) **Eine Million.**

Fünfhundertdreißigtausendsiebzig.

I: Hör nochmal zu, wie ich es sage: Eine Million .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig.

S3: (überlegt, [3]) **Dreiundfünfzigtausend, da gehört ja hinten nochmal eine Null dran** (überlegt, [3]). **Ja, da bin ich mir sicher** (überlegt, [3]). **Ich glaube .. Nein, da gehört keine Null dazwischen.** Eine Million .. dreiundfünfzigtausend [2]. Hab .. **Ich habe fünfhundertdreißigtausend geschrieben.** Die Null gehört weg (streicht eine Null durch, sodass falsch dort steht: 153070). **Eine Million .. dreiundfünfzigtausend [2] null – siebzig. Also hätte die Null schon gestimmt, ich hätte sie nur ein wenig weiter nach vorne schreiben müssen.**

I: **Schreibe sie nochmal hin, die Null.**

S3: (**schreibt falsch: 153070**, [2])

(S3, Z. 667, Z. 673 – 682)

Aufgabe 1. d) Zahlendiktat: 804 025

S5: (**schreibt falsch: 480.025 [sic]**)

I: Ich wiederhole es nochmal: Achthundertviertausendfünfundzwanzig.

S5: (schaut die Zahl nochmal an, nickt, [4])

I: Mhm. Lies mal die Zahl vor, die du jetzt hingeschrieben hast.

S5: (überlegt, grinst, [5]) **Vierhundert .. achtundvierzig [3] vierhundertacht .. achtzig [3].**

(S5, Z. 225, Z. 229 – 233)

Auffällig war bei diesem Aufgabenformat auch, dass einige der Schülerinnen ihre Denkweisen nicht erklären konnten und die Lösungsfindung deshalb häufig – so schien es zumindest – durch Erraten zustande kam. Dies war zu merken an Ausdrücken wie „*ich glaube*“, „*vielleicht*“, „*vielleicht ..., aber ich glaub nicht*“ oder „*ich komm nicht drauf*“ und an Antworten der Schülerinnen, die eher als Fragen formuliert wurden.

Aufgabe 1. e) Zahlendiktat: 1 053 070

S2: (**schreibt falsch: 1 000 053**)

I: Mhm. Ich sage es nochmal kurz: Eine Million .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig.

S2: (**bessert falsch um auf: 1 000 070**)

(...)

I: Und jetzt hör nochmal zu, was ich für eine Zahl sage: Eine Million .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig.

S2: (überlegt, [17])

I: Mhm. **Was fehlt dir noch?**

S2: **Ahm, ich glaube, eine Null.**

I: Mhm. Schauen wir mal ...

S2: **Oder ein Einser hier ...**

(...)

S2: (überlegt, [14]) **Vielleicht, wenn man da einen Einser hinmacht oder so.**

I: Mhm, warum meinst du jetzt einen Einser?

S2: **Weil Tausend drei Zahlen hat** und ..

I: Ah, ok. **So meinst du, und wo würdest du dann dreiundfünfzigtausend hinschreiben?**

S2: [2] **Vielleicht hinten dran, aber ich glaube nicht.**

(S2, Z. 49, Z. 53 – 55, Z. 65 – 71, Z. 78 – 82)

Aufgabe 1. d) Zahlendiktat: 804 025

I: Schau mal, du hast da ganz richtig geschrieben: achthundertvier (zeigt auf die Zahl 804 auf den extra Zettel). **Und wenn es dann heißen soll: achthundertvierTAUSEND, muss man hinten noch ...**

S5: **Eine Null dazu.**

I: **Nein, nicht nur eine, sondern?**

S5: **Zwei** (überlegt, [9])?

I: **Wenn man die Zahl eintausend schreibt, wie viele Nullen sind denn da hinten dran?**

S5: **Vier.**

I: **Warte mal, wenn man eintausend schreibt, wie viele NULLEN?**

S5: **Drei.**

(S5, Z. 225, Z. 250 – 259)

Trotz der – bereits genannten – Schwierigkeiten und Fehlvorstellungen konnten bei einigen Antworten der Schülerinnen und Schüler auch offen ausgesprochene Denkweisen erkannt werden, die zeigen, wie die Kinder zu korrekten Lösungen kommen.

Es ist allerdings erstaunlich, dass diese richtig erklärten Denkprozesse hauptsächlich bei „nur“ fünfstelligen Zahlen zu finden waren.

Eine mögliche Begründung ist, dass zuerst die fünfstelligen Zahlen diktiert wurden und deshalb die Erklärungen der Schulkinder noch ausführlicher besprochen wurden. Ein anderer Grund könnte aber sein, dass der Zahlenraum bis zur Million für Schülerinnen und Schüler – im Gegensatz zum Zahlenraum bis 100 000 – eine enorme Herausforderung darstellt und das Arbeiten und Rechnen in diesen großen Zahlenräumen zu mehr Fehlern führt.

Die meisten richtigen Ausführungen zu einer korrekten Lösungsfindung bauen darauf, dass immer drei Zahlen zusammengefasst werden (Einer, Zehner und Hunderter oder Tausender, Zehntausender und Hunderttausender) und darauf geachtet wird, ob diese Stellenwerte im Zahlwort alle besetzt sind.

Das Einfügen einer Null bzw. mehrerer Nullen konnte ebenfalls richtig gedeutet werden: Einige interviewte Personen wiesen darauf hin, dass das Weglassen einer Null zu einer anderen Zahl führen würde.

Aufgabe 1. a) Zahlendiktat: 17 012

I: Wie .. Warum hast du jetzt die Zahl so hingeschrieben? Wie bist du auf das gekommen?

S2: Ahm. **Weil Tausender drei Zahlen, also drei Nullen hat** und bei .. da muss .. also siebzehn und [2] ja.

I: Mhm. Du hast eine Null hingeschrieben. Warum hast du denn die Null hingeschrieben?

S2: Ahm, **weil hier** (zeigt auf die letzten drei Stellen) **eine dreistellige Zahl ist und dann .. muss man die dritte auch hinschreiben.**

(S2, Z. 2, Z. 5 – 10)

Aufgabe 1. b) Zahlendiktat: 10 011

I: Ok. Warum dann die (zeigt auf Hunderterstelle) Null?

S2: **Weil das ist wieder so eine dreistellige .. also drei Nullen sind .. und dann muss man den Dritten einfügen.**

(S2, Z. 15, Z. 21 – 23)

Aufgabe 1. a) Zahlendiktat: 17 012

I: Warum hast du diese Zahl jetzt so hingeschrieben? Da steht eine Null dort, den habe ich ja gar nicht ...

S4: **Weil null Hunderter sind, also siebzehntausend. Sonst würde es tausendsiebenhundertzwölf heißen.**

(S4, Z. 2, Z. 7 – 10)

Aufgabe 1. b) Zahlendiktat: 10 011

I: Mhm, wie bist du auf das gekommen?

S4: Ich habe mir gedacht, also .. **zehntausend, das sind ja drei Nullen hinten dran bei zehn Tausender.** Und dann Null muss ich ja noch nach vorne setzen, weil sonst würde es tausendnullelf heißen.

(S4, Z. 12, Z. 17 – 20)

8.2.2 Aufgabe 2: Ermitteln der um eins größeren Zahl

Für Schüler 4 war es zu Beginn unverständlich, was bei dieser Aufgabe überhaupt zu machen ist. Ihm war nicht klar, welche Rechenoperation – Plus oder Mal – hierfür gebraucht wird, da er „eins größer“ nicht mit „plus eins“ verknüpfen konnte. Dieser Schüler hat „um 1 mehr“ möglicherweise als „um einmal die Ausgangszahl mehr“ gedeutet.

Aufgabe 2. a) Um 1 mehr als: 5 899

I: Lies dir die Aufgabe durch, ob alles klar ist. Und dann kannst du schon losstarten mit Nummer a.

S4: (liest und überlegt, [13]) **Also das Doppelte ist das dann da, wenn es um eins mehr ist?**

I: Lies es dir nochmal durch. Um eins mehr als, und wie heißt dann die Frage?

S4: (flüstert) **Wie heißt die Zahl, die um eins größer ist?** (überlegt, [3]) **Ach so, immer eins dazu?**

(...)

I: Mhm, darf ich nochmal kurz nachfragen: **Warum hast du am Anfang gedacht, dass du das Doppelte nehmen musst?**

S4: (lacht) **Weiß ich selber nicht.**

I: **Mhm, hast du ungenau gelesen oder gar nicht durchgelesen und losgestartet?**

S4: **Nein, ich habe nicht gewusst, was eins größer ist. Ich habe mir gedacht, eins entweder dazu oder eins .. eins .. das ganze Mal rechnen.**

(S4, Z. 44 – 48, Z. 51 – 56)

Die häufigste Denkweise der Schülerinnen und Schüler zum Auffinden der um eins größeren Zahl, war folgende: Die letzten drei Ziffern (Hunderter, Zehner und Einer) wurden bei diesen Aufgaben immer zusammengefasst, zu dieser Zahl eins addiert und anschließend die Ziffer auf der Tausenderstelle wieder hinzugefügt. Die Stellenüberschreitungen bereiteten bei dieser Variante keine Probleme und konnten richtig gelöst werden.

Aufgabe 2. a) Um 1 mehr als: 5 899

S2: (schreibt richtig: 5 900, [5])

I: Mhm. Warum hast du gesagt, ist es dann die Zahl, die du hingeschrieben hast?

S2: Ahm. **Weil 899 plus eins ist 900 und die Zahl dort vorne bleibt, weil es nur plus eins ist. Wenn es eine größere Zahl wäre, also bei Tausend würde es .. bei Hundert würde es noch bleiben.**

(S2, Z. 271 – 275)

Aufgabe 2. a) Um 1 mehr als: 5 899

I: Okay. Warum hast du jetzt gesagt: 5 900?

S4: **Weil .. also 5 000 passt ja eh. 899, wenn du da eins dazugibst, sind es 900.**

(S4, Z. 44, Z. 57 – 58)

Diese Aufgaben können auf unterschiedliche Weise gelöst werden, wie das im Folgenden beschriebene Beispiel von Schüler 4 zeigt:

Hier hätte er die letzten vier Ziffern (Tausender, Hunderter, Zehner und Einer) zusammenfassen, zu dieser Zahl eins addieren, die Tausender bündeln und dann den Einser auf der Hunderttausenderstelle wieder hinzufügen können. Stattdessen hat dieser Schüler aber noch einen Zwischenschritt eingebaut, indem er zu 999 eins addiert hat, dann 1 000 plus 9 000 gerechnet hat und anschließend den Einser auf der Hunderttausenderstelle ergänzt hat. Dieser Lösungsweg macht zudem deutlich, dass Schüler 4 die Idee des Bündelns verstanden hat und richtig anwenden kann.

Aufgabe 2. d) Um 1 mehr als: 109 999

S4: (schreibt richtig: 110 000, [8]) 110 000. **Da habe ich jetzt wieder eins dazugegan.**

Und dann .. und dann sind es 1 000 wieder geworden. Und .. ah, 1 000 plus auf .. 9 000 dazu, sind es dann 10 000.

(S4, Z. 61 – 64)

Schülerin 5 stellte sich das schriftliche Additionsverfahren im Kopf vor und ging dieses Schritt für Schritt durch. Das zeigte sich auch darin, dass das Mädchen bei der Lösung bei der Einerstelle zu schreiben begann und Stelle für Stelle wie beim schriftlichen Additionsverfahren durchging.

Aufgabe 2. c) Um 1 mehr als: 99 999

I: Super, wir machen Nummer c. Da wird es dann ein wenig anders sein, genau.

S5: Das ist .. ah .. 100 000. 100 000.

I: Super, warum hast du das so schnell gewusst?

S5: (schreibt richtig: 100 000, [3]) **Weil .. da überall Neuner sind (lacht). Wenn man plus eins rechnet, ist dann .. 100 000.**

I: Okay.

S5: **Weil wenn bei neun nur plus eins ist, dann wird es zehn.**

(S5, Z. 136 – 143)

Aufgabe 2. d) Um 1 mehr als: 109 999

I: Genau, 110 000. Und wie .. was hast du dir dabei gedacht, wie .. wie du auf 110 000 kommst?

S5: Mhm (überlegt, [4], grinst).

I: Das ist gar nicht so leicht, dass man das erklärt, wie man da darauf kommt, oder?

S5: (lacht, [3]) Mhm. Ich habe da einfach plus eins gerechnet.

I: Mhm.

S5: Ähm [3].

I: **Hast du dir das im Kopf gedacht, dass du plus eins rechnest? Oder hast du irgendwie eine Rechenstrategie, dass du dir im Kopf was denkst, wie man das aufschreiben würde? Oder wie machst du das?**

S5: [5] **Ich weiß ja, wenn man neun plus eins rechnet, dass dann Null gehört und immer eins weiter. Und dann bis da her (zeigt auf die Null an der Zehntausenderstelle). Das wäre jetzt dann vier Nullers und dann noch eins weiter. Dann null und eins ist eins und dann wieder eins.**

(S5, Z. 145, Z. 157 – 168)

Aufgabe 2. e) Um 1 mehr als: 899 999

I: Okay, dann machen wir noch Nummer e.

S5: (schreibt richtig: 900.000, **fängt von hinten zu schreiben an**, [12])

I: Super, genau. Wie hast du da jetzt gedacht?

S5: (grinst, [2]) **Da habe ich auch .. ahm .. wieder plus eins gerechnet. Wieder mit dem eins weiter.**

I: Mhm. Und deshalb hast du auch von hinten angefangen?

S5: Ja (nickt).

(S5, Z. 175 – 181)

8.2.3 Aufgabe 3: Ermitteln der um eins kleineren Zahl

Die Aussagen von Schülerin 3 zeigen, dass bei diesem Mädchen noch eine Fehlvorstellung bezüglich der Stellenwerte existiert. Ein möglicher Grund für diese Fehlvorstellung könnte sein, dass diese Schülerin noch nicht verstanden hat, dass beispielsweise der Stellenwert der Tausenderstelle 1 000 beträgt. Dies zeigt sich darin, dass diese Schülerin nicht darauf achtet, an welcher Stelle sie eins abzieht: Zum Beispiel ist die um eins kleinere Zahl von 543 200 laut ihr 542 199 mit der Begründung, dass das „*um eine Zahl weniger, also drei minus eins ist zwei*“ ist. Eine andere Erklärung für die falsche Denkweise von Schülerin 3 könnte sein, dass sie die Zahl 543 200 als zwei getrennte Zahlen (543 und 200) sieht, von denen sie jeweils eins abzieht.

Aufgabe 3. a) Um 1 weniger als: 63 000

I: Kennst du dich aus, was zu tun ist?

S3: Mhm, **ich muss es immer um eins kleiner machen.**

I: Ja, genau.

S3: **Also, nur die Nullen oder dreier .. 63 auch?**

I: Lies es dir nochmal durch.

S3: (liest nochmal die Angabe und überlegt, [12]) Mhm (flüstert) **also immer um eins kleiner machen.**

I: Genau, um eins kleiner machen.

S3: **Also in dem Fall ist das dann 62.**

(S3, Z. 2 – 10)

Aufgabe 3. c) Um 1 weniger als: 543 200

S3: (schreibt falsch auf: **542 199**, [9])

I: **Und jetzt schauen wir mal: Wie viel hast du denn da abgezogen jetzt?**

S3: **Um eine Zahl weniger, also drei minus eins ist zwei.**

(S3, Z. 64, Z. 68 – 70)

Durch die Erläuterungen von Schülerin 3 konnte herausgefunden werden, warum es bei Nachbarschaftsaufgaben zu Fehlvorstellungen kommen kann. Das Mädchen dachte, dass man zum Beispiel bei der Zahl 701 000 von der Einer-, Zehner- und Hunderterstelle „*nichts mehr weggeben kann, weil es schon Null ist und man von Null nicht noch eins wegtun kann*“.

Auf die Frage, welche Zahl man erhält, wenn man von 1 000 eins abzieht, antwortete sie Null. Man kann deshalb davon ausgehen, dass diese Schülerin die schriftlich dargestellte Zahl 1 000 nicht als „Tausend“ wahrnimmt, sondern als eine Zahlenfolge mit vier Ziffern, die aus einer Eins und drei Nullen besteht. Sie folgerte dann, dass man hier nur von der Eins noch etwas abziehen kann und die Lösung auf diese Frage daher Null lauten muss. Das dahinterstehende Konzept des Stellenwertsystems, nämlich dass jede einzelne Stelle einen bestimmten Wert besitzt, konnte von dieser Schülerin noch nicht erfasst werden.

Aufgabe 3. d) Um 1 weniger als: 701 000

S3: Wenn ich .. da jetzt 701 000 .. Und da habe ich dann siebenhunderteintausendnull hab. **Ahm, dann muss ich ja .. jetzt von der Tausenderstelle eins weggeben.**

I: Mhm, schreib ...

S3: **Weil von Null kann ich ja nicht noch eins wegtun.**

I: Genau. Schreib einmal hin, wie du dir denkst.

S3: **(schreibt falsch: 700 000, [25])**

I: Mhm, jetzt kontrollieren wir wieder. Wie viel hast du da jetzt abgezogen?

S3: (überlegt, [3]) Wahrscheinlich wieder mal 1 000 (fragend, grinst)?

I: Mhm, glaubst du? Weil du sagst wahrscheinlich? Warum glaubst du, dass du 1 000 abgezogen hast?

S3: **Weil .. Da sind die einzigen Nullen und da ist ein Einser. Und da kann ich dann nur 1 000 abziehen, wenn es da Null sind** (zeigt auf die drei Nullen bei 701 000).

(...)

I: Genau. Das heißt, wir müssen von ...

S3: der Tausender ...

I: **der Tausenderstelle etwas abziehen. Und was ist von 1 000 eins abgezogen?**

S3: **Null.**

(S3, Z. 108, Z. 110 – 121, Z. 148 – 151)

Aufgabe 3. e) Um 1 weniger als: 1 000 000

S3: **Aber von Einer, Zehner und Hunderter kann ich nichts mehr weggeben, weil es schon Null sind. Und dann bei den Hundert .. also bei den Tausendern, Zehntausender und Hunderttausender kann man auch nichts mehr weggeben, weil es auch schon Null ist. Also kann ich nur von Tausend was weggeben. Das wären dann [3] 900 000 [2] 999.**

(S3, Z. 216, 222 – 225)

Bei Schülerin 3 konnten zudem Defizite und Fehlvorstellungen gefunden werden, die als Anzeichen für eine Rechenstörung gewertet werden können. Das Mädchen hatte teilweise Schwierigkeiten, Rechenoperationen richtig zu deuten, was aus dem folgenden Transkript herausgeht.

Aufgabe 3. a) Um 1 weniger als: 63 000

I: Minus, genau. Das heißt, wir müssen sozusagen minus eins rechnen. Jetzt schau mal: Hast du wirklich minus eins gerechnet?

S3: Da habe ich wahrscheinlich minus 100 gerechnet.

I: **Mhm, was wäre denn 63 000 minus 100?**

S3: (überlegt, atmet tief ein und wieder aus, [8]) **Das wären 63 100.**

(S3, Z. 2, Z. 22 – 26)

Zudem hatte diese Schülerin – nicht nur bei den folgenden Aufgaben – große Schwierigkeiten beim Einschätzen von Größenverhältnissen, da vollkommen absurde Lösungen von ihr nicht als falsch erkannt wurden.

Aufgabe 3. e) Um 1 weniger als: 1 000 000

S3: **Okay (schreibt falsch: 9 000 999, [12]).**

(S3, Z. 216, Z. 231)

Aufgabe 3. d) Um 1 weniger als: 701 000

I: Warte mal. Von 1 000 nur eins abziehen.

S3: Sind 99 .. 999.

I: Genau. Das heißt, wenn du von 1 000 eins abziehst, erhalten wir 999.

S3: **Dann müsste ich hier jetzt schreiben, 999 000 (fragend)?**

(...)

S3: **Also 709 000. 900 ..** (überlegt)

(...)

S3: **(schreibt falsch: 709 999, [3])**

(...)

S3: **Ich glaube, da müssten die drei Neuner durch drei Nullen ersetzt werden. Weil ..**

(...)

S3: **Da müsste 709 000 stehen.**

(S3, Z. 108, Z. 152 – 155, Z. 162, Z. 165, Z. 174, Z. 199)

Um sich eine Erleichterung zu verschaffen, wie man diese Aufgaben richtig lösen kann, hat sich die vorhin erwähnte Schülerin das schriftliche Rechenverfahren zum Ermitteln der um eins kleineren Zahl im Kopf vorgestellt und so die Lösung ermittelt.

Diese Strategie ist durchaus eine Möglichkeit, um Aufgaben korrekt lösen zu können. Möglicherweise wurde diese Lösungsmethode aber angewendet, ohne dass das Konzept dahinter verstanden wurde.

Aufgabe 3. a) Um 1 weniger als: 63 000

S3: **Ich habe einfach .. Da** (zeigt auf die Angabe 63 000) **habe ich mir den Einser darunter gedacht** und dann habe ich einfach .. ahm, gedacht, wenn ich da jetzt eins weggebe, dann muss ja die Zahl 63 auch ein wenig kleiner werden.

I: Genau. **Hast du, wenn du sagst, du hast einen Einser daruntergeschrieben, hast du dann sozusagen das schriftliche Verfahren, wie man es schriftlich rechnet und untereinanderschreibt, im Kopf sozusagen gedacht?**

S3: **Ja** (nickt).

(S3, Z. 2, Z. 38 – 44)

Die übrigen vier interviewten Kinder zeigten bei diesem Aufgabenformat recht gute Leistungen. Durch ihre Erklärungen konnten die Denkprozesse gut nachvollzogen werden.

Sie haben richtig erkannt, dass es bei diesen Aufgaben wichtig ist, nicht nur auf die Einerstelle zu schauen, sondern größere Einheiten zusammenzufassen und von diesen Zahlen dann eins abzuziehen.

In den folgenden Ausführungen dieser Schülerinnen und Schüler kommt zudem hervor, dass das Prinzip der Entbündelung, das wesentlich ist für das Verständnis des Bündelungs- und Stellenwertprinzips, korrekt angewendet werden konnte, auch wenn dies den Kindern wahrscheinlich nicht als solches bewusst war.

Aufgabe 3. a) Um 1 weniger als: 63 000

S4: (schreibt richtig: 62 999, [11])

I: Mhm, wie bist du auf das gekommen?

S4: **63 000 minus eins .. sind es einmal 62 000, weil ich da nichts mehr habe, bei den Nullen oder bei den Hundertern .. also bei den Hundertern und bei den Zehnern und bei den Einern. Darum muss ich halt einen Tausender weggeben. Und eins weniger .. also wenn ich jetzt einen Tausender weggebe und eins weggebe, sind es 999.**

(S4, Z. 68 – 74)

Aufgabe 3. b) Um 1 weniger als: 299 000

S4: (schreibt richtig: 298 999, [6]) **Das ist jetzt genau wieder dasselbe. Jetzt muss man wieder einen ganzen Tausender anfangen. Und dann eins weggeben, dann sind es 298 999.**

(S4, Z. 76 – 78)

Aufgabe 3. c) Um 1 weniger als: 543 200

S4: (schreibt richtig: 543 199, [8], hustet)

I: Mhm.

S4: Jetzt habe ich wieder eins, weil wir da hinten schon einen Zweihunderter haben. **Jetzt muss ich mit dem Zweihunderter anfangen. Und dann eins .. einen Hunderter haben wir dann noch und 99 Einzelne, also ..**

(S4, Z. 80 – 85)

Aufgabe 3. a) Um 1 weniger als: 63 000

S2: (schreibt richtig: 62 999)

I: Mhm.

S2: Ahm, **ich komme auf diese Zahl, weil minus eins, da .. verändert sich die ganze Zahl. Also, außer der Sechser, der bleibt. Denn da .. 3 000 minus eins ist zum Beispiel zweihundertneunund .. neunhundertneunundneunzig. Und ..**

I: **Wirklich 299? Du hast gesagt, 3 000 minus eins ..**

S2: **Ist 2 999. Und dann noch den Sechser.**

(S2, Z. 132 – 139)

Aufgabe 3. b) Um 1 weniger als: 299 000

S2: (schreibt richtig: 298 999)

I: Wie bist du auf das gekommen?

S2: Ähm, **da verändert sich nur diese Zahl** (zeigt auf den Neuner an der Tausenderstelle), **weil minus eins ist acht und dann .. also, 9 000 minus eins ist achthundertneunhundert .. neunundneunzig.**

(S2, Z. 141 – 145)

Eine Schülerin hat der Interviewerin erklärt, dass sie bei diesen Aufgaben ihre eigenen Lösungen auch immer noch kontrolliert, indem sie – in diesem Fall – zu ihrer gefundenen Lösung eins addiert und dann die Ausgangszahl erhalten muss. Durch diese Selbstkontrolle konnte die Schülerin selbstständig Fehler entdecken und ihr Ergebnis nochmals ausbessern.

Aufgabe 3. b) Um 1 weniger als: 299 000

I: Nummer b.

S5: (**schreibt falsch auf: 288.999**, [15], überlegt noch einmal, [13], **bessert um auf: 198.999**)

(...)

S5: Ich habe .. **Kontrolliert habe ich einfach .. ich habe plus eins gerechnet.** Dann wäre ja einhundertneunundneu .. dann wäre dasselbe rausgekommen, außer hier (zeigt auf die Hunderttausenderstelle) wäre ein Einser.

(S5, Z. 464 – 466, Z. 472 – 474)

8.2.4 Aufgabe 4: Ermitteln der größeren Zahl

Da beim allgemeinen Test mit der gesamten Klasse insgesamt nur ein einziger Fehler bei diesem Aufgabenformat passiert ist, wurden diese Aufgaben aus Zeitgründen nur bei einem Schüler beim Einzelinterview behandelt.

Dieser Schüler hat gut erklären können, wie er auf die richtigen Ergebnisse gekommen ist. Er hat dafür die jeweils selbe Stelle der beiden Zahlen miteinander verglichen und nicht auf die restlichen Ziffern der Zahlen geachtet. Zudem hat er in seiner weiteren Vorgehensweise den Unterschied zwischen den beiden Zahlen errechnet und somit seine korrekte Lösung bestätigen können.

Aufgabe 4. a) Was ist mehr? 7 999 _____ 8 011

S4: (schreibt sofort richtig: $7\,999 < 8\,011$)

I: Warum ist das größer?

S4: (grinst) **Weil das habe ich klar am ersten Blick gesehen. Ich schaue immer gleich auf den Tausender. Und da sehe ich gleich acht. Und darum sehe ich gleich, dass das das Größere ist.**

I: Aber schau her: Das ist zwar vollkommen richtig, was du gesagt hast. Aber da stehen ja 999 (zeigt auf 7 999) und da stehen nur 11 (zeigt auf 8 011).

S4: **Ja, aber da** (zeigt auf 7 999), **wenn du jetzt da eins dazugeben würdest, wären es 8 000. Aber da habe ich einen Elfer stehen noch.**

(S4, Z. 352 – 360)

Aufgabe 4. b) Was ist mehr? 9 999 _____ 10 101

S4: **Weil da hier** (zeigt auf 10 101) **.. das ist dann schon .. das ist dann schon größer, weil das ein Zehntausender schon wieder ist der Einser. Und das wären dann .. zehn Tausender.**

I: Mhm.

S4: **Und zehn Tausender sind mehr wie neun. Das ist eh im Prinzip knapp, aber trotzdem.**

(S4, Z. 367, Z. 374 – 377)

8.2.5 Aufgabe 5: Markieren von Zahlen am Zahlenstrahl

Die Aufgaben zum Markieren von Zahlen am Zahlenstrahl bereiteten den Probandinnen und Probanden die größten Probleme und brachten einige Fehlvorstellungen zum Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million hervor.

Die folgenden beiden Transkriptionspassagen machen deutlich, dass das Verorten von Zahlen am Zahlenstrahl für Schülerinnen und Schüler der ersten Sekundarstufe noch Schwierigkeiten darstellt. Die Erläuterungen von Schülerin 1 und Schülerin 3 zeigen, dass beim Verorten von Zahlen in größeren Zahlenräumen noch große Defizite bestehen. Diese Orientierungslosigkeit in großen Zahlenräumen kommt zum Ausdruck, indem diese Schülerinnen Zahlen teilweise scheinbar willkürlich am Zahlenstrahl markieren.

Aufgabe 5. c) Zahlenstrahl: 99 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 1 000 000 markieren

S1: (überlegt lange, **markiert 99 999 mit Hilfe des Geodreiecks ganz nahe bei 1 000 000** und beschriftet es mit: 99 999, etwas davor am Zahlenstrahl markiert sie 99 000, [73])

(...)

I: Irgendetwas kann hier nicht ganz zusammenstimmen. Schauen wir mal: **99 999. Denk dir eine Zahl, wo liegt denn das zirka?**

S1: (überlegt, [3])

I: Wenn du sozusagen ...

S1: **Da (zeigt auf die Mitte des Zahlenstrahls).**

I: **... wenn du runden müsstest.**

S1: **Da (zeigt auf die Mitte des Zahlenstrahls).**

I: Ja, schau mal, wenn du sagst, zirka da (zeigt in die Mitte des Zahlenstrahls). Wenn wir hier (zeigt auf den Beginn des Zahlenstrahls) und hier (zeigt auf das Ende des Zahlenstrahls) .. eine Million. **Was müsste denn da (zeigt in die Mitte des Zahlenstrahls) dann zirka liegen?**

S1: Fünf .. 500 000.

I: **500 000. Genau. Jetzt schauen wir mal: Ist 99 999 mehr oder weniger wie ...**

S1: **Weniger.**

I: Weniger, das heißt, wo muss es dann liegen?

S1: **Da (zeigt knapp unter 500 000).**

(S1, Z. 191 – 193, Z. 236 – 250)

Aufgabe 5. a) Zahlenstrahl: 2 435 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 10 000 markieren

S3: **Wenn da jetzt Null ist da (zeigt auf den Anfang des Zahlenstrahls) und da (zeigt auf das Ende des Zahlenstrahls) 10 000. Dann ist da ungefähr zwei (zeigt auf die Markierung rund zwei Zentimeter nach 0). Ungefähr in der Mitte .. also ungefähr da (zeigt auf die Mitte des Zahlenstrahls) ist .. oder da ist 50 [2].**

Und wenn ich dann so weiterrechne, dann dürfte das ungefähr da (zeigt auf die Markierung für ca. 8 000) liegen .. ungefähr.

(...)

S3: **Da ist zehn** (zeigt auf die Markierung für zehn Zentimeter), **da ist zwei** (zeigt auf die Markierung für zwei Zentimeter). **Also wird [2] 2 435 ungefähr** (flüstert vor sich hin, überlegt, [10]). **Also schätze ich [2] .. Wenn ich bei 10 000 sein muss .. 10 000 ist VIEL** (überlegt, [20]). **Da ist zu wenig** (zeigt am Zahlenstrahl knapp nach Null, überlegt, [7]). **Das wird ungefähr da** (zeigt auf die Markierung für rund 9 000) **sein. Ungefähr, einmal grob geschätzt.**

I: Zeichne das mal ein. Und warum glaubst du das, dass es zirka da liegt?

S3: (zeichnet die Markierung genau in die Mitte des Zahlenstrahls) **Weil Null ist ja SEHR weit weg von 10 000. Und wenn ich da jetzt bei Null .. zähle ich ja eins, zwei. Und zwei ist ungefähr da** (zeigt am Zahlenstrahl knapp nach Null), **sage ich jetzt einmal. Und das wäre ein bisschen weit weg von 10 000.**

(S3, Z. 487, Z. 515 – 524)

Häufig wurde bei diesen Aufgaben damit begonnen, die Mitte des jeweiligen Zahlenstrahls zu ermitteln und mit einer Zahl zu markieren. Bemerkenswert ist, dass dies von einigen Kindern gemacht wurde, ohne dass im Anschluss mit dieser Markierung weitergearbeitet wurde. Es schien, als wäre dies der erste Schritt in einem von ihnen festgelegtem Schema – egal, ob dies für die weitere Bearbeitung notwendig war oder nicht.

Das Benennen der Zahl in der Mitte wurde für einige Kinder zu einer wirklichen Herausforderung, da ihnen die Vorstellungen über diese Zahlenverhältnisse fehlen. So wurde häufig eher geraten, welche Zahl sich in der Mitte des Zahlenstrahls befinden könnte.

Schülerin 5 meinte sogar, dass es am Zahlenstrahl von 7 000 bis 8 000 „*hier eigentlich keine Mitte*“ gebe, was darauf hindeutet, dass bei der Orientierung in größeren Zahlenräumen noch grobe Defizite bestehen.

Aufgabe 5. a) Zahlenstrahl: 2 435 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 10 000 markieren

I: **Was müsste denn genau in der Mitte für eine Zahl sein, wenn der Zahlenstrahl bei Null anfängt und bei 10 000 ...**

S3: **Wahrscheinlich 500.**

I: Warte mal, bis 10 000 geht es. Was muss in der Mitte dann für eine Zahl sein?

S3: **50** (überlegt, [3]). **Nein, 550** (überlegt, [2]).

(S3, Z. 487, Z. 527 – 531)

Aufgabe 5. b) Zahlenstrahl: 7 799 auf einem Zahlenstrahl von 7 000 bis 8 000 markieren

S3: **Ich zeichne mir die Mitte wieder mal ein, oder? Kann ich das auch machen?**

I: Mhm, kannst du auch machen.

S3: (legt das Lineal richtig an und misst fünf Zentimeter ab, flüstert, [8]) Die Mitte ist da (zeichnet die Mitte richtig ein, [3]).

I: Was liegt da in der Mitte?

S3: **Zwischen 7 000 und 8 000 steht** (flüstert, [3]) **siebentau .. sendneunhundertneunundneunzig ..** (laut) **Nein, 7 050 .. 500.**

(S3, Z. 711, Z. 723 – 730)

Aufgabe 5. b) Zahlenstrahl: 7 799 auf einem Zahlenstrahl von 7 000 bis 8 000 markieren
S5: (überlegt, legt das Lineal ein paar mal an, [27]) **Hier gibt es eigentlich keine Mitte.**
(S5, Z. 350, Z. 352)

Aufgabe 5. e) Zahlenstrahl: 758 061 auf einem Zahlenstrahl von 500 000 bis 1 000 000 markieren

I: Und Nummer e.
S5: (zeigt auf die Mitte des Zahlenstrahls) **Hier ist die Mitte. 5 000 .. 5 000 .. 550**
(überlegt, [7])
I: Zeichne dir die Mitte mal ein.
S5: (markiert die Mitte des Zahlenstrahls, [4])
I: Und dann überleg dir: Was ist da die Mitte?
S5: **(überlegt, [70])**
I: Was glaubst du, dass die Mitte ist?
S5: (überlegt, [23], flüstert etwas Unverständliches)
I: Bitte? Jetzt habe ich es nicht verstanden.
S5: **Acht .. ah 7 000 .. fünf?**
(...)
I: **Kannst du dir von 500 und 1 000 die Mitte berechnen?**
S5: [2] **Das wäre dann fünf ..** (überlegt, [16]).
I: Die Mitte von 500 und 1 000?
S5: **Siebentau .. Siebenhundert .. sie .. fünfu .. fünfzigtausend** (fragend)?
I: Du bist fast dabei. Was ist mal die Mitte von 500 und 1 000?
S5: **Sie .. 700 000. Nein, 700 .. 1 000.**
I: 700?
S5: **50 000.**
(S5, Z. 419 – 428, Z. 442 – 449)

Die nachfolgenden Ausführungen lassen ebenfalls auf Probleme mit den Zahlverhältnissen schließen. Hier wurde in Tausenderschritten gezählt, wobei der Stellenübergang zu den Zehntausendern nicht korrekt wiedergegeben werden konnte.

Aufgabe 5. d) Zahlenstrahl: 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 100 000 markieren

I: **Genau. Das heißt, ein Zentimeter, welche Zahl ist das dann?**
S2: **Ahm, 999?**
I: Mhm, kann das sein? Schau her, zählen wir sozusagen mal nach vor, wenn wir hier anlegen. Das heißt, hier (zeigt auf den markierten Punkt) hätten wir dann 999. Das ist zirka, wenn wir es runden müssen, die Zahl?
S2: 1 000.
I: **1 000. Das heißt, da** (zeigt auf einen Zentimeter am Lineal) **hätten wir 1 000. Was hätten wir da** (zeigt auf zwei Zentimeter am Lineal)?
S2: **2 000. 3 000. 4 000. 5 000. 6 000. 7 000. 8 000. 9 000. 100 000.**
(S2, Z. 201, Z. 207 – 215)

Die meisten Schülerinnen und Schüler konnten – zumindest im Zahlenraum bis 10 000 – gut abschätzen, zwischen welchen beiden Nachbarhundertern bzw. in der Nähe welches Tausenders sich die gesuchte Zahl befindet. Ihnen war dabei vermutlich auch bewusst, dass das Verorten der Zahl am Zahlenstrahl einfacher ist, wenn man die Zahl vorab einmal rundet.

Bei Zahlen, die größer als 10 000 sind, konnten diese Kenntnisse hingegen nur selten richtig angewendet werden.

Aufgabe 5. a) Zahlenstrahl: 2 435 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 10 000 markieren

S1: (markiert die Zahlen 2 000 und 2 435 mit Hilfe des Geodreiecks richtig am Zahlenstrahl)

I: Warum hast du 2 435, den Punkt, genau da markiert (zeigt auf die Markierung)?

S1: **Weil fünf .. fünfunddreißig** (meint: vierhundertfünfunddreißig), **das ist immer da so in der Mitte zwischen dreitaus .. also zwischen drei .. zwischen drei .. ah** (dreht das Dreieck) **.. ja zwischen dreitaus .. zweitausendfünfhundert .. u .. vierhundert. Zweitausendvierhundertfünfunddreißig ist nämlich da genau dazwischen ah .. zweitausendfünfhundert.**

I: Zwischen welchen zwei Zahlen ist es genau?

S1: **Zwischen zweitausend .. fünf .. zwischen zweitausend [3] vierhundert und zwischen zweitausendfünfhundert.**

(S1, Z. 164 – 173)

Aufgabe 5. b) Zahlenstrahl: 7 799 auf einem Zahlenstrahl von 7 000 bis 8 000 markieren

S2: (markiert die Zahl 7 799 richtig am Zahlenstrahl, legt dabei das Lineal bei 0 auf den Beginn des Zahlenstrahls, [24])

I: Mhm. Warum glaubst du, dass es genau dort ist? Wie bist du auf das gekommen?

S2: **Ich habe hier sieben Zentimeter genommen, weil da 700 ist. Aber das Lineal, also das Geodreieck geht nur sieben Zentimeter und deshalb hab ich das am Schluss, das 99, also fast acht [4] .. warte (überlegt, [2]). Ahm, geschätzt dann, da so.**

(... Schülerin erhält Lineal, das bis zehn Zentimeter geht ...)

S2: (markiert nun die Zahl 7 799 genauer, [6])

I: Mhm, warum hast du es genau dort eingezeichnet?

S2: **Ahm, weil das** (zeigt auf 799 in der Angabe) **fast 800 sind.**

(S2, Z. 169 – 180)

Aufgabe 5. c) Zahlenstrahl: 99 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 1 000 000 markieren

S2: (markiert die Zahl 99 999 richtig am Zahlenstrahl, legt dabei das Lineal bei 0 auf den Beginn des Zahlenstrahls und macht eine Markierung bei einem Zentimeter, [51])

I: Mhm. Warum hast du den Punkt jetzt da markiert?

S2: **Ahm, weil das nicht neunhund .. neunhunderttausendneun .. neunundneunzig. Also, es ist nicht da** (zeigt zu 1 000 000) **ganz vorne. Es wird nämlich nicht bald 1 000 000, sondern es wird bald .. also es ist fast bei einem Zentimeter um den einen Millimeter.**

(S2, Z. 182 – 188)

Aufgabe 5. a) Zahlenstrahl: 2 435 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 10 000 markieren

S4: **Da ist fünf hier die Mitte** (zeichnet dies ein). **Und dann ist von fünf zweieinhalb die Mitte. Und ungefähr zweieinhalb ist es.** (zeichnet 2 435 richtig ein, [5]) **Ich hätte gesagt da.**

(S4, Z. 101, Z. 105 – 106)

Erstaunlich war für die Interviewerin außerdem, dass manche Schülerinnen bereits am Beginn einer Aufgabe scheiterten, da sie nicht wussten, wie man das Lineal richtig am Zahlenstrahl anlegt.

Begann der Zahlenstrahl bei Null, war es in den meisten Fällen klar, dass auch das Geodreieck mit der Null hier platziert werden musste. Bei Zahlenstrahlen, die nicht mit Null begannen, waren sich die Schülerinnen teilweise nicht sicher, wie sie nun vorgehen sollen.

Aufgabe 5. b) Zahlenstrahl: 7 799 auf einem Zahlenstrahl von 7 000 bis 8 000 markieren

I: Schau her, dann machen wir beim Zahlenstrahl Nummer b.

S3: (schaut sich die Aufgabe an, atmet tief ein, [7]) **Siebenhun .. sieben .. 7 799.**

Zwischen 7 000 und 800 000. Das ist nicht viel entfernt von 7 000, 7 799. Was anderes wäre es, wenn da Achthundertirgendwas stehen würde [2].

Muss ich da jetzt vom Siebener ausgehen (zeigt auf den Siebener auf dem Lineal)?
Oder wieder von Null?

I: Mhm. Du musst davon ausgehen, dass du am Anfang des Zahlenstrahls 7 000 ist und am Ende 8 000. Und du musst die Zahl 7 799 eintragen.

S3: **Ja, dann müsste ich es wahrscheinlich da hergeben** (legt die Sieben-Zentimeter-Markierung des Lineals auf den Beginn des Zahlenstrahls). **Den Siebener auf den Siebentausender. Weil dann ist ja 800 gleich da.**

(S3, Z. 711 – 721)

Im Zusammenhang mit dem richtigen Anlegen des Geodreiecks am Zahlenstrahl steht auch die Skalierung des Zahlenstrahls.

Manche Schülerinnen achteten nicht darauf, wie die Skalierung bei dem jeweiligen gefragten Zahlenraum aussehen muss. Teilweise gingen sie einfach davon aus, dass ein Zentimeter auf dem Geodreieck 1 000, 10 000 oder 100 000 darstellen würde.

Aufgabe 5. e) Zahlenstrahl: 758 061 auf einem Zahlenstrahl von 500 000 bis 1 000 000 markieren

S2: **(markiert die Zahl 758 061 bei etwas mehr als zwei Zentimetern falsch am Zahlenstrahl)**

I: Mhm. Warum genau bist du da darauf gekommen, dass 758 061, der Punkt genau da markiert ist?

S2: **Ahm, weil das schon 500 000 sind und dann noch zwei Zentimeter und fünf Millimeter und noch ein bisschen was.**

(S2, Z. 249 – 255)

Andere interviewte Schülerinnen und Schüler konnten hingegen die Skalierung des Zahlenstrahls richtig durchführen und auch verständlich erklären.

Sie haben sich richtig überlegt, dass der Ausschnitt des Zahlenstrahls in zehn gleiche Abschnitte eingeteilt werden kann und versucht, zu ermitteln, wie viel ein solcher Abschnitt ausmacht.

Aufgabe 5. d) Zahlenstrahl: 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 100 000 markieren

I: **Warum hast du da dann auf einmal 100 000 durch zehn dividiert?**

S2: **Ahm, weil es zehn Schritte sind. Und da, ich wollte wissen, wie viel das .. ein Schritt ist.**

I: Genau und dann hast du herausgefunden: ein Schritt, also nach einem Zentimeter, ist wie viel?

S2: Ahm, 100 .. 10 000.

I: **Genau. Und warum hast du dann auf einmal gesagt, bei einem Millimeter sind die 999?**

S2: **Weil das 1 000 sind und ein Zentimeter hat zehn Millimeter und 1 000 mal zehn sind 10 000.**

(S2, Z. 201, Z. 241 – 247)

Aufgabe 5. b) Zahlenstrahl: 7799 auf einem Zahlenstrahl von 7 000 bis 8 000 markieren

S4: (misst den Zahlenstrahl ab) Auch wieder zehn Zentimeter sind es da. (flüstert zu sich selbst) **Ahm, 7 799. Dann müsste es ziemlich am Anfang .. Nein, nein, nein, nein. Es geht ja nur bis 8 000.** (misst ab und zeichnet 7 799 richtig ein, beschriftet die Markierung, [32])

I: Wie bist du auf das gekommen?

S4: **Das ist wieder zehn Zentimeter lang. Und das sind fast 800 .. ah 7 800. Und ich habe den Achthunderter genommen. Indem es zehn Zentimeter lang ist, dann nehme ich es acht Zentimeter lang, dann geht es sich aus, dass zehn Zentimeter 1 000 sind. Und dann habe ich es abgemessen, dass es da so stimmt.**

(S 4, Z. 121 – 129)

Aufgabe 5. c) Zahlenstrahl: 99 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 1 000 000 markieren

S4: (misst ab und zeichnet 99 999 richtig ein, beschriftet die Markierung, [25])

I: Mhm, wie kommst du auf das, dass das (zeigt auf die Markierung) jetzt 99 999 ist?

S4: **Hier sind es wieder zehn Zentimeter. Und ich stelle mir einfach vor, dass das da [2]. Nein, eine Million ist das und das ist zehn Zentimeter lang. 99 999 ist fast 100 000, also 100 000 sagen wir. Und indem dass es zehn lang ist geht sich eine Million aus, wenn ein Zentimeter 100 000 ist. Und dann messe ich ab, dann muss ein Zentimeter 100 000 sein.**

(S4, Z. 131 – 138)

Aufgabe 5. d) Zahlenstrahl: 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 100 000 markieren

S4: (misst ab, überlegt, [25]) **Also ein Zentimeter sind 10 000. Dann muss ein Strich (zählt am Geodreieck die Millimeterstriche ab, [6]) Ja, dann muss ein Strich [2] 1 000 sein, oder nicht?** (zeichnet 999 richtig ein, beschriftet die Markierung, [6]) **Jetzt bin ich so drauf gekommen: Weil ein Zentimeter, da sind es 10 000. Und wenn ich 10 000 .. also das ist ein Zentimeter. Und es sind zehn Striche, also zehn Millimeter hat ein Zentimeter. Und ein Millimeter ist ein Tausender .. gleichzeitig 1 000. Und indem dass 1 000 ein Strich ist, habe ich beim ersten Strich einen Strich hingemacht.**

(S4, Z. 141 – 148)

Aufgabe 5. e) Zahlenstrahl: 758 061 auf einem Zahlenstrahl von 500 000 bis 1 000 000 markieren

I: **Kannst du mir das bei diesem Zahlenstrahl auch sagen, was da ein Zentimeter markiert?**

(...)

S4: (misst ab, [3]) **Ein Zentimeter von 500 000 markiert [2] 50 000.**

(...)

I: Wie bist du auf das gekommen?

S4: **Weil .. bei 500 000 fangen wir an .. auf 1 000 000. So, wenn du jetzt immer zählst .. du hast zehn Zentimeter zur Verfügung und ein Zentimeter muss dann .. wenn du zählst 50, 100 000, 150, 200 000, 250, 300 000, 350 000, 400, 450 000, 500 000 (zählt mit Fingern an den Händen mit). Dann sind zehn Zentimeter 500 000. Und von 500 000 auf 1 000 000 fehlen genau 500 000.**

(S4, Z. 151, Z. 192 – 193, Z. 196, Z. 201 – 205)

Spannend war bei diesen Aufgaben auch die Reaktion der Schülerinnen und Schüler, als sie erfuhren, dass nun Aufgaben zum Zahlenstrahl bearbeitet werden würden. Zwei Interviewte ließen sofort anklingen, dass ihnen das schwer fallen würde und ihnen diese Aufgaben nicht liegen. Bei Schüler 4 bestätigte sich seine Selbsteinschätzung allerdings nicht, da er alle Aufgaben fast fehlerfrei lösen konnte.

Aufgabe 5. a) Zahlenstrahl: 2 435 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 10 000 markieren

I: So, dann schauen wir uns als Nächstes kurz etwas mit dem Zahlenstrahl an.

S3: **Oh Gott (lässt die Schultern fallen).**

(S3, Z. 487 – 489)

Aufgabe 5. a) Zahlenstrahl: 2 435 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 10 000 markieren

I: Wir machen als Nächstes etwas mit dem Zahlenstrahl.

S4: (lacht) **Da bin ich nicht gut.**

(S4, Z. 97 – 99)

8.2.6 Aufgabe 6: Stellen benennen

Beim Auffinden des richtigen Stellenwertes haben sich einige der untersuchten Schülerinnen und Schüler stark an den Dreiergruppierungen der Ziffern orientiert.

Auf die Frage, wie sie herausgefunden haben, welchen Stellenwert eine bestimmte Ziffer besitzt, haben sie zum Beispiel geantwortet, dass „dreistellige Zahlen hundert sind“ oder dass „eine Million sieben Ziffern hat“. Schülerin 5 hat – von hinten nach vorne begonnen – nach immer drei Ziffern einen Punkt gemacht und der Interviewerin erklärt, dass ihr diese Aufgaben so leichter fallen würden und sie sofort sieht, welcher Stellenwert einer Ziffer zugeordnet werden muss.

Bei diesem Aufgabenformat wurden bei den Punkten c), d) und e) auch absichtlich keine räumlichen Abstände zwischen den Ziffern nach immer drei Stellen notiert (z. B. 6. d) 1000010). Dadurch sollte besser herausgefunden werden können, wie die Schülerinnen und Schüler bei diesen Aufgaben vorgehen.

Eine Schülerin hat auch extra erwähnt, dass es einfacher ist, die Stellenwerte zu bestimmen, wenn die Ziffern in den Dreiergruppierungen schon auseinander geschrieben wurden.

Aufgabe 6. b) Stellen benennen: 100 910

S2: (schreibt richtig: 1 HT 0 ZT 0 T 9 H 1 Z 0 E, beginnt bei HT zu schreiben, [28])

Ahm. Bei dem (Anmerkung: Beispiel, im Gegensatz zur vorigen Aufgabe) ist die Zahl größer. Da sind dann [2] ein Hunderttausender.

I: Wie hast du denn überhaupt gewusst, dass das ein Hunderttausender ist?

S2: **Weil hier eine dreistellige Zahl ist und dreistellige Zahlen sind hundert. Und .. da hinten muss dann auch nochmal eine dreistellige Zahl sein.**

(S2, Z. 284 – 290)

Aufgabe 6. d) Stellen benennen: 1000010

I: Mhm. Warum hast du gesagt, du fängst mit einer Million an?

S2: **Ahm, weil das 1 000 010 ist. Weil Tausender sind es .. ahm, zum Beispiel .. mit H sind sechs Zahlen und eine Million sind schon über, also sind schon sieben.**

I: **Mhm, das heißt, du hast es dann abgezählt?**

S2: **Ja.**

(S2, Z. 316, Z. 320 – 324)

Aufgabe 6. c) Stellen benennen: 702009

I: Nummer c.

S5: (zählt die Stellen, macht einen Punkt zwischen 702 und 009, schreibt richtig:

7 HT 2 T 9 E, [26])

I: **Mhm, super. Warum hast du dir da so einen Punkt hingemacht?**

S5: **Mhm [2], damit ich weiß, dass es 100 000 ist. Oder 100 000 (flüstert).**

(S5, Z. 327 – 331)

Aufgabe 6. d) Stellen benennen: 1000010

I: Nummer d.

S5: (zählt die Stellen, macht einen Punkt nach immer drei Stellen von hinten, schreibt richtig: 1 M 1 Z, [24])

I: Mhm, super. Wie bist du auf das gekommen?

S5: **Auf eine Million bin ich .. äh gekommen, weil .. hier .. mhm [3] naja (überlegt, [2]). Weil es eine Eine-Million-Zahl ist (lacht).**

I: Mhm, wie siehst du, dass es eine Eine-Million-Zahl ist?

S5: **Ah, die Punkte .. die drei Punkte, die ich gemacht hatte .. immer nach den drei .. hätte ich eigentlich nicht gewusst. Aber es ist .. eine Million (unverständlich).**

(S5, Z. 336 – 345)

Aufgabe 6. e) Stellen benennen: 2018603

I: **Ist es leichter, dass man es (Anmerkung: die Stellenwerte) aus dieser Zahl (zeigt auf 2018603) abliest oder aus der Zahl (zeigt auf 100 910)?**

S1: **Aus der (zeigt auf 100 910).**

I: Warum ist es oben leichter?

S1: **Weil da bei Hunderttausend .. ist es schon auseinandergeschrieben.**

(S1, Z. 136 – 141)

Schülerin 2 ging auch nach einem ähnlichen Prinzip vor: Sie hat sich gemerkt, dass die Ziffer in der Mitte der Dreiergruppe jeweils die „Zehnerzahl“ darstellt und der zweite Dreierblock für die jeweiligen Tausender steht.

Aufgabe 6. a) Stellen benennen: 40 057

S2: (schreibt richtig: 4 ZT 0 T 0 H 5 Z 7 E, beginnt bei ZT zu schreiben, [29])

I: Mhm, kannst du mir vielleicht kurz erklären, wie du auf das kommst?

S2: **Ahm, also 10 000 ist die Zehnerzahl und das sind dann vier. Und das ist die Tausender und das sind null Tausender. Das sind .. also bei der dritten ist eine Null, also null Hunderter. Fünf sind .. also fünf Zehner. Fünfzig sind fünf Zehner. Und sieben sind sieben Einer.**

(S2, Z. 277 – 282)

Durch die Erklärungen der interviewten Kinder konnte eine weitere Denkweise einiger Schülerinnen und Schüler gefunden werden. Oftmals konnte beobachtet werden, dass die Kinder an der letzten Stelle der Zahl (Einerstelle) zu zählen anfangen und Stelle für Stelle benannten, um den höchsten Stellenwert dieser Zahl feststellen zu können. Manche Interviewte begannen auch am Ende der Antwortzeile mit den Einern zu schreiben und arbeiteten sich dann weiter nach vorne.

Im Gegensatz zu der Gruppierung von immer je drei Ziffern werden bei dieser Methode keine größeren Einheiten gebildet, sondern jeder Stellenwert extra abgezählt.

Aufgabe 6. a) Stellen benennen: 40 057

S1: (hat Lösung schon richtig auf den Zettel geschrieben)

I: **Und du hättest zuerst mal hier** (zeigt auf das Ende der leeren Antwortzeile) **zum Schreiben angefangen.**

S1: Mhm.

I: Warum?

S1: **Weil ich hätte vorher mit den Einern angefangen.**

I: Was hast du da dann gemacht? Du hättest mit den Einern angefangen. Wie wärest du dann weitergegangen?

S1: **Dann hätte ich die Zehner hingeschrieben, fünf Zehner. Und dann Hundert, null Hunderter. Und dann habe ich gesehen, dass das vierzig .. zehntausend sind und dann habe ich aber vorne angefangen.**

(S1, Z. 100 – 111)

Aufgabe 6. a) Stellen benennen: 40 057

I: Wir machen mit Nummer sechs weiter.

S4: (flüstert) Stellen benennen. Zerlege die Zahlen in Stellenwerte (überlegt, flüstert Unverständliches zu sich selber, [16]). Ach so (**setzt Stift am Ende der Zeile an, springt dann an den Anfang und springt dann wieder zum Ende**, [7]). **Ach so, man fängt ja vorne an** (setzt den Stift am Anfang der Zeile an, überlegt, schreibt richtig: 4 ZT 0 T 0 H 5 Z 7 E, [31]).

I: Vollkommen richtig. Jetzt würde mich noch interessieren: Warum hättest du zuerst hier (zeigt auf das Ende der Zeile) angefangen und dann hast du gesagt, ah man fängt ja vorne an?

S4: **Weil ich .. habe mich leichter getan, wenn ich hinten anfange** (unverständlich) **.. tu ich mir halt ein wenig leichter. Aber wenn ich da .. da hätte ich angefangen, dann hätte ich da hinausgeschrieben** (deutet auf die Angabe: 40 057).

I: Mhm. Und warum sagst du überhaupt, dass du hinten anfängst? Dass du dich leichter tust?

S4: **Ahm, weil bei Null .. weil wenn ich eine große Zahl habe wie da** (zeigt auf Aufgabe e: 2018603) **zweihundert .. ah, warte .. zwei Millionen .. 18 603, wenn ich da solche großen Zahlen habe, fange ich lieber von hinten an, das Schreiben. Weil dann für mich das einfach leichter .. irgendwie ist.**

(S4, Z. 208 – 223)

Schülerin 5 hat beschrieben, dass sie sich zum Auffinden der Lösung – ähnlich wie die gerade eben genannte Methode – die Stellenwerttabelle im Kopf vorgestellt hat und die Ziffern dort eingetragen hat. Diese Strategie brachte hier zwar das richtige Ergebnis hervor, es ist aber aus den Erläuterungen der Schülerin nicht festzustellen, ob sie die Ziffern nur strikt in die auswendig gelernte Tabelle eingetragen hat und dadurch die Stellenwerte ermitteln konnte. Ob dieses Mädchen beispielsweise nachvollziehen könnte, dass sich die Zahl 40 057 zusammensetzt aus $7 \cdot 1 + 5 \cdot 10 + 0 \cdot 100 + 0 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 10\,000$ ist daher fraglich.

Aufgabe 6. a) Stellen benennen: 40 057

S5: (schreibt richtig: 4 ZT 5 Z 7 E, [9])

I: Mhm, sehr gut. Wie bist du jetzt auf das Ergebnis gekommen?

S5: (überlegt, [3]) **Ich habe hier .. hier ahm .. mir die Tabelle im Kopf gedacht. Ah, hier Einer** (zeigt auf die Einerstelle), **Zehner, Hun .. Einer, Zehner, Hunderter, Tausender und Zehntausender.**

I: **Genau, super. Warum hast du dann hinten zum Zählen begonnen und nicht vorne beim Vierer?**

S5: **Weil .. der .. einer .. Weil der Einer eigentlich immer Letzter ist.**

(S5, Z. 289, Z. 298 – 303)

Schülerin 2 hatte bei zwei Aufgaben Probleme und machte bei der Aufteilung einer Zahl in Stellenwerte Fehler, die nicht wirklich nachvollzogen werden konnten. Da diese Schülerin weder Trennungspunkte einzeichnete, die Stellen nicht extra abzählte oder sich eine Tabelle anfertigte, wird davon ausgegangen, dass sie die Zahl sozusagen „auf einen Blick“ erfassen wollte und den höchsten Stellenwert nicht richtig wiedergab.

Es ist auch zweimal vorgekommen, dass eine Null vergessen wurde, obwohl die übrigen Nullen extra notiert wurden. Bemerkenswert ist aber, dass diesem Mädchen diese Fehler auch nicht auffielen, als sie die übrigen Stellen notiert hat.

Aufgabe 6. c) Stellen benennen: 702009

S1: (überlegt, beginnt in der Antwortzeile ganz vorne zu schreiben, **schreibt falsch:**

7 ZT 2 T 0 H 0 Z 9 E, [48]) Sieben Zehntausender und zwei Tausender. Das sind [5] das müssten [5] sieben Zehntausender und das sind dann siebzig und die zwei dazu, das müssen dann zweiundsiebzigtausend sein.

(S1, Z. 113 – 117)

Aufgabe 6. d) Stellen benennen: 1000010

S1: (überlegt, **schreibt falsch auf: 1 HT 0 ZT 0 T 0 H 1 Z 0 E**, [39]) Das sind ein Tausend .. ein Ta .. ah, **Hunderttausendnullhundertzehn**.
(S1, Z. 126 – 128)

Im Zuge dieser Aufgaben wurde mit manchen interviewten Schülerinnen und Schülern auch die Bedeutung der Null thematisiert.

Schülerin 2 ist der Meinung, dass die Null bei der Stellenwertschreibweise weggelassen werden kann. Sie gibt dann allerdings auch falsch an, dass die Nullen in der Ziffernschreibweise weggelassen werden könnten. Es liegt daher die Vermutung nahe, dass dieses Mädchen eine Zahl als bloße Abfolge von mehreren Ziffern versteht, bei der die Nullen nicht geschrieben werden müssen, da diese laut ihr „*nichts tun*“. Sie hat bislang noch nicht verstanden, dass jeder Stelle, die eine Ziffer in einer Zahl einnimmt ein Stellenwert zugeschrieben wird und deshalb die Null in dieser Schreibweise unbedingt berücksichtigt werden muss.

Schüler 4 hat hingegen richtig erläutert, dass das Weglassen der Null in der Ziffernschreibweise den Wert der Zahl verändern würde.

Aufgabe 6. c) Stellen benennen: 702009

I: **Mhm, ist es da wichtig, bei dieser Schreibweise** (zeigt auf die geschriebene Lösung), **wenn man die Stellen benennt, dass du da die Nullen extra anführst?**

S2: ([2], **schüttelt Kopf**) Ich glaube nicht.

I: Warum glaubst du nicht?

S2: **Ahm, weil man .. weil Nullen nicht so .. also weil die nichts tun.**

I: Mhm. **Und bei dieser Schreibweise** (zeigt auf die Angabe), **wenn man die Zahl so hinschreibt? Kann man da dann nicht die Nullen auch weglassen?**

S2: **Ja, schon.**

(S2, Z. 292, Z. 297 – 304)

Aufgabe 6. b) Stellen benennen: 100 910

I: **Kann man da** (zeigt auf die Angabe: 100 910) **die Nullen weglassen?** Das man einfach sagt, die Null streicht man weg, und die und die (zeigt auf die drei Nullen in dieser Zahl)?

S4: **Nein, das geht nicht.**

I: Warum nicht?

S4: **Weil wenn ich dort hinten eine Null hinschreibe .. wegstreiche, da eine Null weggebe und da, dann heißt die Zahl 191.**

(S4, Z. 230, Z. 234 – 240)

Aus einer Erklärung des untersuchten Burschen geht hervor, dass für ihn die unterschiedlichen Möglichkeiten der Stellenwertschreibweise klar sind und er diese miteinander verknüpfen kann.

Er führt an, dass „ein Zehner und null Einer für ihn zehn Einer“ sind und belegt – unter anderem – durch diese Aussage, dass für ihn die Idee der Bündelung kein Problem darstellt.

Aufgabe 6. d) Stellen benennen: 1000010

S4: (schreibt: 1 M 1 Z 0 E, [9]) Und die Null schreibe ich schon hin.

I: Mhm, warum schreibst du die Null jetzt noch extra hin?

S4: **Weil, wenn ich jetzt .. 1 000 000 und zehn .. Für mich sind das nicht ein Zehner und null Einer, sondern zehn Einer für mich ehrlich gesagt. Für mich ...**

(S4, Z. 243, 246 – 249)

8.2.7 Aufgabe 7: Vergleich zweier Zahlen in Stellenwertschreibweise

Bei mehreren untersuchten Schülerinnen konnte festgestellt werden, dass das Aussprechen oder Aufschreiben einer Zahl, die in Stellenwertschreibweise angegeben ist, zu Problemen führt.

Die folgenden Interviewpassagen zeigen, dass beim Vergleich zweier Zahlen in Stellenwertschreibweise beim Aussprechen der Zahlwörter viele Fehler passieren.

Oftmals hatte man dabei das Gefühl, dass die Schülerinnen keine Methode kennen, wie man diese Aufgaben am Besten lösen könnte. Sie gehen ohne zugrundeliegendes mathematisches Konzept vor und es macht deshalb den Anschein, als würden sie raten, welche Zahl es sein könnte.

Aufgabe 7. a) Was ist mehr?: 1 T _____ 12 H

S1: (liest die Aufgabe, [10]) **Eintausend oder zwölfhundert. Ah, (schüttelt Kopf) einhundertzwei. [2] Zwölftausendeinhundert, meine ich.**

(S1, Z. 2, Z. 4 – 5)

Aufgabe 7. b) Was ist mehr?: 11 Z _____ 1 H

I: **Das heißt, du würdest sagen, was ist das für eine Zahl, elf Z?**

S1: **Das ist elf.**

I: Elf. Jetzt gebe ich dir eine andere Aufgabe: Was wäre es für eine Zahl, wenn dastehen würde: ein Z?

S1: [3] Zehn.

I: Zehn, genau. **Und kann das dann sein, dass wenn hier steht elf Z, dass die Zahl dann elf ist?**

S1: [2] **Das müsste 101 sein.**

(S1, Z. 24, Z. 32 – 38)

Aufgabe 7. a) Was ist mehr? 1 T _____ 12 H

I: **Genau, zwölf Hunderter, was ergibt denn das für eine Zahl?**

S3: **120.**

(S3, Z. 327, Z. 348 – 349)

Aufgabe 7. a) Was ist mehr? 1 T _____ 12 H

I: Mhm, vollkommen richtig. Wie bist du auf das gekommen, dass zwölf Hunderter größer sind wie ein Tausender?

S5: [2] Weil .. ah, ein Tausender .. **weil 12 000 mehr als 1 000 ist.**

I: Mhm, das heißt, du hast gesagt: 1 T, was ist das für eine Zahl?

S5: 1 000.

I: 1 000, genau. **Und 12 H, was ist das für eine Zahl?**

S5: **12 000.**

I: 12 000? Schau, da musst du aufpassen ...

S5: **Zwölf 100 000.**

(S5, Z. 2, Z. 9 – 17)

Beim Lösen dieser Aufgaben sind bei den Schülerinnen einige Fehlvorstellungen zum Vorschein gekommen, die darauf schließen lassen, dass das Bündelungs- und Stellenwertprinzip nicht richtig verstanden wurde.

Schülerin 3 geht nach einer Methode vor, die in der Volksschule häufig zur Erleichterung solcher Aufgaben verwendet wird: Sie stellt sich die Zehner als Zehnerstangen vor und die Hunderter als Hunderterwürfel. Für diese Aufgabe stellte sich die Schülerin die Zehner zwar richtig als Zehnerstangen mit je zehn Kugeln vor, sie konnte dann allerdings nicht korrekt kombinieren, wie viele Kugeln sich auf insgesamt elf solcher Stangen befinden.

Anstatt diese elf Stangen mit je zehn Kugeln an einer Stange zu multiplizieren, addierte sie einfach zehn und elf.

Aufgabe 7. b) Was ist mehr? 11 Z _____ 1 H

S3: Da denke ich mir wieder elf .. **Zehner** [2] **zehn** (überlegt, [8]). **Muss ich mir kurz ausrechnen. Zehn und elf sind** (überlegt, [8]) **21** (überlegt, [6]).

I: Mhm, wie bist du jetzt auf das gekommen?

S3: **Ich habe da elf Zehner.**

I: Mhm.

S3: **Und die Zehnerstangen haben ja jeweils zehn Kugeln. Und da habe ich einfach plus elf gerechnet.**

(S3, Z. 390, Z. 392 – 398)

Um herauszufinden, welcher Zahl 10 H entspricht, stellte sich Schülerin 3 Hunderterwürfel vor und addierte Würfel für Würfel. Probleme ergaben sich bei diesem Mädchen dann beim Übergang von 900 auf 1 000.

Fehler bei der Stellenwertüberschreitung deuten darauf hin, dass bei dieser Schülerin noch Fehlvorstellungen beim Stellenwertsystem aus der Volksschule existieren.

Aufgabe 7. c) Was ist mehr? 10 H _____ 1 T

S3: Und zehn Hunderter. **Das wären** [2] **zehn Hunderter. Das wären dann 100 .. 200 .. 300 .. 400 .. 500 .. 600 .. 700 .. 800 .. 900 .. 2 000** (überlegt, [3]). **200.**

I: Zähl nochmal. Du hast dann gesagt: 800 .. 900.
S3: 900 .. zweihu .. tau .. 1 000 (grinst und nickt).
(S3, Z. 433, Z. 437 – 440)

Die folgende Aussage einer Schülerin zeigt, dass sie Schwierigkeiten hat, die Stellenwerte richtig zu deuten. Sie verknüpft hier die Zehner- und die Einerstelle miteinander und macht keine Unterscheidung zwischen diesen. Auch dieser Fehler lässt vermuten, dass die Schülerin die charakteristischen Eigenschaften des Stellenwertsystems nicht verstanden hat.

Aufgabe 7. d) Was ist mehr? 14 Z _____ 130 E
S3: **14 Zehner. Wir haben bei elf Zehner gesagt, dass es 110 sind. Also wird .. werden 14 Zehner wieder mehr sein. 110 [2] und vier dazu wahrscheinlich, sind dann 114 [2].**
(S3, Z. 445 – 447)

Durch die Einzelinterviews konnten beim Vergleichen zweier Zahlen in Stellenwertschreibweise aber nicht nur mögliche Fehlvorstellungen der Schülerinnen und Schüler aufgedeckt werden, sondern auch die Denkweisen, wie sie zu richtigen Lösungen kommen, besser nachvollzogen werden.

Die Schulkinder gingen dabei nach unterschiedlichen Methoden vor, die im Folgenden vorgestellt werden:

Schülerin 2 kam zu einem korrekten Ergebnis, indem sie die Zahl mit dem jeweiligen Stellenwert multiplizierte: 12 H sind demnach 120, weil der Stellenwert der Hunderterstelle 100 beträgt und 100 mal 12 gleich 1 200 ist.

Aufgabe 7. a) Was ist mehr?: 1 T _____ 12 H
S2: (schreibt richtig: 1 T < 12 H, [9])
I: Wie bist du auf das gekommen, dass ein Tausender kleiner ist als zwölf Hunderter?
S2: Ahm, weil .. zwölf Hundert .. **also zwölf mal 100 ist 1 200** und das (zeigt auf 1 T) ist nur 1 000, also ist das (zeigt auf 1 T) kleiner.
(S2, Z. 109 – 113)

Aufgabe 7. b) Was ist mehr?: 11 Z _____ 1 H
S2: (schreibt: 11 Z > 1 H)
I: Mhm, wie bist du auf das gekommen?
S2: Ahm, weil .. **zehn mal zehn ist 100 und dann, weil es elf ist, 110.** Und da (zeigt auf 1 H) ein Hunderter.
(S2, Z. 115, 117 – 120)

Die Schülerin aus dem dritten Interview verwendete zur Visualisierung der Aufgaben die Vorstellung von Zehnerstangen, die sie auch im Unterricht der Volksschule benutzt haben.

Aufgabe 7. a) Was ist mehr? 1 T _____ 12 H

S3: Zwölf Zehner. Das wären dann 120.

I: Genau. Wie bist du jetzt auf das gekommen, dass das 120 sind?

(...)

S3: Ich habe es einfach zusammengerechnet. Also nicht zusammengerechnet, sondern zusammengezählt .. irgendwie so, ahm, jetzt .. **Wenn ich da jetzt zwölf Zehner habe, also so Zehnerstangen .. ahm, da habe ich dann einfach im Kopf .. also halt schnell .. weil das habe ich von der Volksschule noch gewusst.**

I: Mhm.

S3: **Habe ich da einfach die Kugeln so gezählt. Also eine Stange hat zehn Kugeln und da habe ich mir einfach zwölf vorgestellt. Das sind 120.**

(S3, Z. 327, Z. 362 – 363, Z. 367 – 373)

Der einzige interviewte Bursche hat eine – etwas außergewöhnliche, aber für ihn hilfreiche – Strategie gefunden, wie er zu Zahlen in Stellenwertschreibweise das zugehörige Zahlwort ermitteln kann. Für ihn stellt es eine Erleichterung dar, wenn er den Wechsel zwischen den unterschiedlichen Schreibweisen mit dem Wechseln von Geldscheinen vergleicht. Die Ausführungen des Schülers lassen auch darauf schließen, dass er das Prinzip der Bündelung und Entbündelung verstanden hat.

Aufgabe 7. a) Was ist mehr? 1 T _____ 12 H

S4: Ahm, ich habe nämlich gleich gesehen, ein Tausender sind zehn Hunderter. Und zwölf Hunderter sind mehr wie ein Tausender.

I: Okay, du rechnest es so. Warum hast du gewusst, dass ein Tausender zehn Hunderter sind?

S4: (überlegt, [3]) Ah (lacht). Wieso habe ich das gewusst?

I: Das ist oft gar nicht so leicht, stimmt das, dass man sagt, warum man das weiß.

S4: **Ja, weil .. weil der Papa und die Mama haben sich ein neues Bett gekauft und da haben sie auch 2 000 Euro so gezahlt. Und dann haben sie ihnen 20 Hunderter gegeben.**

(S4, Z. 284, Z. 290 – 296)

Aufgabe 7. b) Was ist mehr? 11 Z _____ 1 H

I: Mhm. Warum hast du gewusst, dass zehn Zehner ein Hunderter ist?

S4: (lacht) Ahm [2] weil wenn ich .. **weil wenn die Mama einkauft .. also das kleine Geld tut Mama immer aus der Geldtasche heraus. Und da hat sie halt einmal so viele Zehner beieinander gehabt, dass sie einen Einkauf, also 100 Euro gezahlt hat mit Zehner.** Und irgendwie weiß ich das einfach (lacht).

(S4, Z. 300, Z. 305 – 309)

Ein Hinweis darauf, dass das Stellenwertprinzip richtig verstanden wurde und auch angewendet werden kann, ist in den folgenden Ausführungen von Schüler 4 zu finden. Dieser löste das Auffinden des zugehörigen Zahlwortes auf eine Weise, die sonst keine andere Schülerin in den Interviews so erklärt hat, die aber darauf hindeutet, dass sein Stellenwertverständnis über ein rein mechanisches Auflisten der Stellenwerte hinausgeht.

Aufgabe 7. e) Was ist mehr? 1 T _____ 100 Z

I: Mhm, das musst du mir jetzt nochmal kurz erklären, da bin ich jetzt nicht mitgekommen. 100 Zehner, warum dass das ein Tausender ist?

S4: **Jetzt sind wir mal bei der Zehnerstelle** (hält die letzte Null bei 100 Z zu). **Dann tust du die Null vom Zehner mal weg. Dann tust du den Hunderter vom Nu .. also der Hunderter, da steht eine Null da** (zeigt auf die mittlere Null von 100 Z). **Und die gebe ich auch weg. Und nach dem Hunderter kommt ein Tausender, das ist dann der Einser.**

(S4, Z. 332, 344 – 349)

Aufgabe 7. d) Was ist mehr? 14 Z _____ 130 E

S4: (schreibt sofort richtig: 14 Z > 130 E)

I: Mhm, warum ...

S4: **Da habe ich es jetzt gewusst, weil 14 Zehner .. wenn ich eine Null von den Einern .. wenn ich eine Null weggeben würde von den Einern, dann wären es 13 Zehner und 14 Zehner. Und wenn ich da** (zeigt auf 14 Z) **eine dazugeben würde, wären es 140 Einer und das wären 130 Einer.**

(S4, Z. 325 – 330)

Schülerin 5 hat sich diese Aufgabe vereinfacht, indem sie sich im Kopf die Stellenwerttabelle gedacht hat und die Ziffern dort imaginär eingetragen hat. Anhand dieser Tabelle konnte das Mädchen die Aufgaben zwar richtig lösen, es ist aber fraglich, ob das grundlegende Prinzip beim Zusammensetzen einer Zahl aus Stellenwerten vollständig verstanden wurde. Möglicherweise wurde lediglich die bekannte Abfolge der Stellenwerte (hinten die Einer, dann die Zehner, usw.) wiedergegeben und die Ziffern nach dem bereits erlernten Schema dort eingetragen.

Aufgabe 7. b) Was ist mehr? 11 Z _____ 1 H

I: Und warum hast du jetzt gewusst, dass 11 Z jetzt 110 ist? [2] Wie bist du auf das gekommen?

S5: Weil wegen .. es gibt .. **Man kann, wenn man sich nicht auskennt, auch eine Tabelle machen. Dann ist Einer als letztes, dann Zehner, Hunderter [2]. Ja, Tausender, Zehntausender, Hunderttausender.**

(S5, Z. 39, Z. 54 – 57)

Aufgabe 7. d) Was ist mehr? 14 Z _____ 130 E

I: **Ja, super. Und wenn du jetzt die Tabelle nicht extra hingeschrieben hättest, hättest du dir die Tabelle sozusagen im Kopf gedacht?**

S5: (nickt) **Mhm.**

(S5, Z. 92, Z. 104 – 106)

8.2.8 Allgemeine Auffälligkeiten

In den Interviews wurde festgestellt, dass beim korrekten Aussprechen von Zahlen bei manchen Schülerinnen noch Defizite vorhanden sind. Einigen Mädchen fällt es schwer, Zahlen – vor allem jene im sechs- bis siebenstelligen Bereich – richtig zu benennen.

Die drei unten stehenden Aussagen von Schülerinnen zeigen, dass dabei vollkommen unsinnige Zahlwörter verwendet wurden, bei denen beispielsweise Wortpassagen vergessen oder nicht richtig aneinandergereiht wurden.

Aufgabe 3. b) Um 1 weniger als: 299 000

S3: Das ist jetzt .. **zweihundertachtundneunzigneunhundertneunundneunzig**.
(S3, Z. 46, Z. 48)

Aufgabe 3. d) Um 1 weniger als: 701 000

S3: ... **siebenhundertneuntausendneunundneunzigacht** sein.
(S3, Z. 108, Z. 188)

Aufgabe 2. d) Um 1 mehr als: 109 999

S5: (überlegt, [5]) **Einhundert .. hunde .. tau .. hunderttausendzehnhundert**.
(S5, Z. 145, Z. 147)

Auffallend war auch, dass vor allem die Zahl eine Million häufig nur zögerlich oder durch Nachfragen als diese aufgefasst wurde. Möglicherweise bereitet dabei die Aneinanderreihung von sechs Nullen Schwierigkeiten. Man hatte das Gefühl, dass diese – für die Interviewten sehr große Zahl – außerhalb ihres Vorstellungsbereiches liegt.

Eine Schülerin bezeichnete zudem die Zahl 1 000 000 immer als „eine Millionen“. Diese Schülerin hat sich vermutlich den Begriff „eine Millionen“ falsch eingeprägt, ohne zu hinterfragen, was dieser bedeutet.

Aufgabe 3. e) Um 1 weniger als: 1 000 000

S1: (überlegt, schreibt: 1 000 000, streicht etwas durch, überlegt, [41]). **Das ist eine Million? Nein.**
(S1, Z. 81 – 82)

Aufgabe 3. e) Um 1 weniger als: 1 000 000

S2: Ahm, bei der Zahl verändert sich gleich alles, **weil das eine Million oder sowas ist** (lacht). Und da ...
(S2, Z. 154, Z. 157 – 158)

Aufgabe 3. e) Um 1 weniger als: 1 000 000

S3: Da haben wir jetzt [3]. **Sind das nicht Million** (fragend)?

I: (nickt)

S3: **Eine Millionen** .. muss ich eins weggeben.

(...)

I: Sondern, schau mal, was ist das (zeigt auf die Millionenstelle) für eine Stelle?

S3: **Eine Millionen.**

(S3, Z. 216, Z. 218 – 220, Z. 254 – 255)

Aufgabe 1. e) Zahlendiktat: 1 053 070

I: Genau. Jetzt müssen wir noch schauen: Es heißt: Eine Million ..

dreiundfünfzigtausendsiebzig. Stimmt es jetzt so, wie du es hingeschrieben hast?

S3: Ich glaube schon. **Eine Millionen** ...

(...)

S3: **Eine Millionen** (grinst).

(...)

S3: (überlegt, [3]) **Sagt man da zehntausend Millionen, oder?**

(S3, Z. 667, Z. 683 – 685, Z. 693, Z. 699)

Eine Schülerin hat die Interviewerin – ohne deren Nachfragen – darauf hingewiesen, dass sie eine zweistellige Zahl in der Reihenfolge der Aussprache notiert. Bei der Zahl 25 schreibt sie zuerst den Fünfer und dann erst den Zweier, da in der deutschen Aussprache auch der Fünfer zuerst genannt wird. Einige Male konnte beobachtet werden, dass vor dem Notieren einer Zahl kurz überlegt wurde, wie diese richtig aufgeschrieben werden muss.

Zwischengespräch

S3: (schreibt von der vorigen Aufgabe noch 2 435 unter die Markierung am Zahlenstrahl)
Ich glaube, dir ist schon aufgefallen, dass ich immer .. ahm .. also wenn ich 25 schreibe .. nicht, dass ich von vorne schreibe.

(S3, Z. 602 – 605)

Schülerin 3 hat der Interviewerin erzählt, dass sie sich in der Volksschule teilweise gefürchtet hat, vor der gesamten Klasse ein Ergebnis zu präsentieren, da sie – laut ihren Aussagen – von machen Mitschülerinnen und Mitschülern teilweise verspottet wurde, wenn sie etwas Falsches sagte. Auch im Interview hat man gemerkt, dass sie hin und wieder sehr unsicher gewirkt hat und ihre Antworten oft eher fragend formuliert hat.

Zwischengespräch

S3: Ich meine immer .. **weil ich habe immer die Angst in der Volksschule gehabt ..** dass ich jetzt .. ahm. Ich denke richtig und sage es auch ab und zu richtig. Deswegen sage ich immer zweitausend .. fünfhundert (fragend). **Weil ich mir in der Schule immer gefürchtet habe, dass ich irgendein Ergebnis sage, das von mir aus richtig ist. Und dass das von den Anderen jetzt auch richtig ist. Dass ich etwas Falsches sage und dann lachen mich alle aus.**

I: Ah, hat dich da in der Volksschule wer ausgelacht?

S3: **Nein, aber verspottet haben sie mich ab und zu.**

(S3, Z. 569 – 575)

8.2.9 Zusammenfassung der Ergebnisse und wissenschaftlicher Vergleich

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der empirischen Untersuchung nochmals überblicksmäßig zusammengefasst. Zudem wird ein Vergleich zu den Erkenntnissen über Fehlvorstellungen im Zahlenraum bis zur Million aus der wissenschaftlichen Literatur hergestellt.

Zahlendiktat

Das Niederschreiben diktierter Zahlen bei den Einzelinterviews brachte Defizite zum Vorschein, die auch in der wissenschaftlichen Literatur (vgl. Gaidoschik, 2002, S. 50; Gaidoschik, 2008, S. 288; Röhrig, 1996, S. 29; Schulz, 2014, S. 145 ff.) als Hauptfehlerquellen beim Zahlendiktat genannt werden: Das Vergessen der Null bei unbesetzten Stellenwerten, die lauttreue Schreibweise und das Vertauschen von Ziffern sind ein Hinweis darauf, dass bei diesen Schülerinnen und Schülern noch Fehlvorstellungen beim Stellenwertsystem existieren.

Auffallend war außerdem, dass die Zahlwörter häufig nicht richtig ausgesprochen werden konnten. Schulz (2014, S. 145 ff.) führt ebenfalls an, dass bei der Zahlwortbildung im Deutschen viele Fehler passieren, da die Zahlwörter unregelmäßig gebildet werden und viele Sonderregeln beachtet werden müssen. Diese Schwierigkeiten bei der Aussprache der Zahlwörter zeigten sich in der Untersuchung hauptsächlich bei größeren Zahlen.

Eine Besonderheit bei den Aufgaben zum Zahlendiktat war, dass die untersuchten Kinder ihre Denkprozesse auf Nachfrage nicht wirklich erklären konnten, egal ob ihr Ergebnis richtig oder falsch war.

Nachbaraufgaben – Ermitteln der um eins größeren/kleineren Zahl

Allgemein fiel den untersuchten Schülerinnen und Schülern das Ermitteln der um eins größeren Zahl leichter als das Herausfinden der um eins kleineren Zahl.

Allerdings haben sich manche Kinder generell schwer getan, den Ausdruck „um eins größer“ bzw. „um eins kleiner“ mit der richtigen mathematischen Rechenoperation (plus eins bzw. minus eins) zu verknüpfen. Auch das Abschätzen von Größenverhältnissen stellte sich bei diesen Aufgaben als Herausforderung dar, da zum Beispiel unmögliche Lösungen (als um eins kleinere Zahl von 701 000 wurde 709 000 angegeben) nicht als falsch erkannt werden konnten. Diese beiden Schwierigkeiten werden auch in der wissenschaftlichen Literatur (vgl. Lambert, 2015, S. 110; Jacobs & Petermann, 2007, S. 114 ff.; Schwarz & Stark-Städele, 2005, S. 44 f.) als Merkmale einer Rechenstörung angeführt.

Laut Gaidoschick (2002, S. 50 f.) bereiten rechenschwachen Schülerinnen und Schülern vor allem Stellenüberschreitungen Probleme. Dies konnte auch – vor allem beim Ermitteln der um eins kleineren Zahl – in dieser Untersuchung festgestellt werden.

Ebenso wie in den Ausführungen des Autors, passierte es in den Interviews für diese Arbeit häufig, dass Kinder beispielsweise als um eins kleinere Zahl von 701 000 die Zahl 700 000 erhielten, da man laut ihren Aussagen *„von Null nichts mehr abziehen kann“*.

Diese Fehlvorstellung hängt damit zusammen, dass für diese Schülerinnen und Schüler das Prinzip der Bündelung bzw. Entbündelung und das Stellenwertprinzip nicht klar ist.

Im Gegensatz dazu haben ein paar der interviewten Kinder auch gezeigt, dass sie diese Prinzipien verstanden haben und auch anwenden können: Zum Beispiel erklärten sie, dass sie die um eins kleinere Zahl von 63 000 erhalten, indem sie von der Zahl 3 000 eins abziehen und der Sechser vorne erhalten bleibt.

Eine weitere Lösungsmöglichkeit war, dass das schriftliche Verfahren im Kopf durchgegangen wurde.

Zahlenvergleiche (Kleiner- bzw. Größer-Relation)

Die Aufgaben zum Vergleich zweier Zahlen brachten beim allgemeinen Test mit der gesamten Klasse sehr gute Ergebnisse hervor, weshalb dieses Aufgabenformat aus Zeitgründen beim Einzelinterview nur mit einem Schüler besprochen wurde.

Die Schwierigkeiten, die bei diesen Aufgaben oftmals entstehen (vgl. Kapitel 9.5) konnten bei diesem Einzelinterview keineswegs bestätigt werden. Der Bursche konnte im Gegenteil den Denkprozess, wie er zu einer richtigen Lösung kommt, sehr gut beschreiben:

Er verglich bei den beiden Zahlen jeweils die gleichen relevanten Stellenwerte miteinander (z. B. bei 7 999 und 8 011 die Sieben bzw. Acht an der Tausenderstelle) und konnte so sehr schnell feststellen, welche Zahl größer ist.

Zahlenstrahl

Die größten Defizite bei der Orientierung im Zahlenraum bis zur Million konnten – sowohl im allgemeinen Test, als auch in den Einzelinterviews – beim Markieren von Zahlen am Zahlenstrahl festgestellt werden. Besonders in größeren Zahlenräumen – wie derjenige bis zur Million – hatte man bei den Interviews das Gefühl, dass den Schülerinnen und Schülern die Orientierung am Zahlenstrahl Probleme bereitet und die Zahlen dort teilweise willkürlich markiert wurden. Auf diese Orientierungslosigkeit bei Zahlenstrahlaufgaben weist auch Grüneis (2014, S. 82) hin.

Eine weitere Übereinstimmung mit den wissenschaftlichen Erkenntnissen (vgl. Freesemann, 2014, S. 106) bringen die Schwierigkeiten einiger interviewten Kinder mit den unterschiedlichen Skalierungen des Zahlenstrahls.

Bei den Einzeluntersuchungen sind zudem grundlegende Defizite beim Markieren von Zahlen am Zahlenstrahl aufgetaucht, welche in diesem Zusammenhang bislang in der wissenschaftlichen Literatur nicht explizit erwähnt wurden:

Einerseits taten sich einige Schülerinnen und Schüler schwer, das Lineal am Zahlenstrahl richtig anzulegen, um einen vorgegebenen Punkt überhaupt genau verorten zu können. Andererseits wurde häufig gleich zu Beginn die Mitte des Zahlenstrahls markiert (auch wenn diese für den weiteren Lösungsverlauf nicht gebraucht wurde), wobei diese dann oft nicht mit dem richtigen Zahlenwert benannt werden konnte. Lambert (2015, S. 110) und Zimmermann (2010, S. 17) sehen das fehlende Verständnis für Zahlenverhältnisse als einen allgemeinen Hinweis darauf, dass Fehlvorstellungen vorhanden sind.

Positiv bei den Zahlenstrahlaufgaben war, dass fast alle Schülerinnen und Schüler relevante Nachbarzahlen (z. B. dass die Zahl 2 435 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 10 000 nahe bei 2 500 liegt) erkennen konnten und sich somit das Verorten der gefragten Zahl vereinfachten. Trotzdem muss aber angemerkt werden, dass diese Fähigkeit für die Kinder umso schwerer wurde, je größer die Zahl war.

Außerdem haben zwei Kinder eine gute Variante gefunden, die Zahlen richtig markieren zu können: Sie haben versucht, den Zahlenstrahl – je nach Skalierung – in zehn gleiche Abschnitte zu teilen und herauszufinden, wie groß diese Abschnitte jeweils sein müssen.

Zerlegen in Stellenwerte

In einigen wissenschaftlichen Artikeln zum Thema Rechenstörung (vgl. Scherer, 2009, S. 805 ff.; Chasaki, 2015, S. 1041) wird darauf hingewiesen, dass rechenschwache Kinder beim Zerlegen von Zahlen in Stellenwerte häufig einer rein mechanischen Vorgangsweise folgen, die kein näheres Verständnis des Bündelungs- und Stellenwertsystems verlangt. Diese Wiedergabe der bekannten Abfolge der Stellenwerte konnte auch in den Einzelinterviews beobachtet werden, da manche Schülerinnen und Schüler von hinten zu schreiben begannen und sich Stellenwert für Stellenwert (zuerst die Einer, dann die Zehner, usw.) nach vorne arbeiteten. Eine Schülerin stellte sich zur Lösung dieser Aufgaben auch eine Stellenwerttabelle im Kopf vor, in welche sie die Ziffern nacheinander eintrug.

Des Öfteren wurde beim Zerlegen von Zahlen in Stellenwerte eine Denkmethode angewendet, die sich von denen in der wissenschaftlichen Literatur ein wenig unterscheidet: Die untersuchten Kinder bildeten immer Dreiergruppen, die sie auch teilweise mit einem Punkt voneinander trennten. Somit konnten sie feststellen, welche Ziffer welchem Stellenwert entspricht. Ob diese Methode ein weitaus tieferes Verständnis des Stellenwertsystems verlangt als die oben genannte Variante, ist allerdings offen.

Interessant war auch die Denkweise der Interviewten bei der Frage, ob die Nullen in der Stellenwertschreibweise bzw. in der Ziffernschreibweise weggelassen werden dürfen.

Während einige Kinder richtig erklärten, dass die Nullen in der Ziffernschreibweise als Platzhalter für nicht genannte Stellenwerte dienen und deshalb nicht weggelassen werden dürfen, machten andere keinen Unterschied zwischen diesen beiden Schreibweisen.

Vergleich von Zahlen in Stellenwertschreibweise

Auffallend bei diesen Aufgaben war vor allem, dass die Schülerinnen und Schüler vermutlich ohne mathematisches Konzept versuchten, die Aufgaben zu lösen und es somit den Anschein machte, als würden sie teilweise raten. Auch auf die Frage, wie sie denn zu ihren Lösungen gekommen seien, konnten die Kinder manchmal keine Antwort geben.

Eine Fehlvorstellung, die auch Gaidoschik (2002, S. 43) beschrieben hat, kam bei den Auswertungen der Denkprozesse der Schülerinnen und Schüler zum Vorschein: Teilweise wurden Stellen miteinander verknüpft, die nicht in Verbindung gebracht werden konnten. Beispielsweise wusste eine Schülerin, dass elf Zehner 110 sind. Sie folgerte aber dann falsch, dass 14 Zehner vier mehr seien und kam deshalb auf 114.

Eine Schülerin verwendete zum Auffinden der Lösung eine Methode, die sie in der Volksschule kennengelernt hatte: Sie stellte sich die Zehner als Zehnerstangen vor und die Hunderter als Hunderterwürfel. Grundsätzlich ist an diesem Vorgehen nichts auszusetzen. Trotz dieser Denkerleichterung wurden allerdings noch viele Fehler gemacht und es bleibt die Frage offen, ob diese Denkweise in der Sekundarstufe noch sinnvoll ist oder diese in dieser Schulstufe bereits durch andere Methoden ersetzt werden sollte.

Bei diesen Aufgaben konnten verschiedene Lösungsfindungsvarianten der Schülerinnen und Schüler analysiert werden, welche die unterschiedlichen Denkprozesse der Kinder charakterisieren: Teilweise wurden die Ziffern aus der Stellenwertschreibweise in eine Stellenwerttabelle übertragen und so die Zahl abgelesen. Andere Kinder multiplizierten die jeweilige Zahl mit dem jeweiligen Stellenwert und kamen so zur Lösung. Ein Bursche verband mit diesen Aufgaben die Vorstellung von Geld: Er wusste beispielsweise, dass ein Hunderter aus zehn Zehn-Euro-Scheinen bestand und konnte dies auf die jeweilige Aufgabe abstimmen.

Resumée

Durch die intensive Auseinandersetzung mit einzelnen Schülerinnen und Schülern konnten viele wissenswerte Erfahrungen bezüglich der Schwierigkeiten beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million in der Sekundarstufe 1 gemacht werden.

Neben häufigen Fehlern und charakteristischen Defiziten konnten – auch wenn es teilweise schwer war, die Kinder dazu anzuregen, ihre Denkprozesse offen zu legen und auszudrücken – einige Fehlvorstellungen gefunden werden. Die festgestellten Fehlvorstellungen überschneiden sich zum Großteil mit den Erkenntnissen aus der wissenschaftlichen Literatur. Die Interviewerin konnte aber durch den direkten Kontakt mit den Schülerinnen und Schülern einen tieferen Einblick in die unterschiedlichen Denkweisen der Kinder erhalten.

Obwohl sich wissenschaftliche Studien zum Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million hauptsächlich auf den Bereich der Primarstufe konzentrieren, hat diese Untersuchung gezeigt, dass dieses Themengebiet auch Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe noch Probleme bereiten kann und deshalb einer genaueren Analyse bedarf. Die Erkenntnisse der Einzeluntersuchungen machen deutlich, dass bei manchen Kindern der Sekundarstufe 1 noch Fehlvorstellungen aus dem Volksschulunterricht existieren, die ihnen das richtige Lösen von Aufgaben erschweren bzw. teilweise unmöglich machen. Aus diesem Grund ist es notwendig, dass Mathematiklehrkräfte der ersten Klasse Sekundarstufe Schwierigkeiten und Fehlvorstellungen frühzeitig erkennen, gezielt dagegen vorgehen und somit durch eine individuelle Förderung einer Verfestigung dieser falschen Denkweisen entgegenwirken.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Diese Diplomarbeit soll einerseits Eltern und Mathematiklehrkräften von Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten einen guten Überblick über das Thema Rechenstörung geben. Andererseits sollen Lehrpersonen für das Unterrichtsfach Mathematik durch diese Arbeit vielfältige Informationen über Defizite und Fehlvorstellungen von Schülerinnen und Schülern beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million erhalten.

Obwohl Schwierigkeiten beim Rechnen bereits seit jeher existieren, ist die wissenschaftliche Forschung dazu allerdings eine noch eher junge Disziplin. Aufgrund der Aktualität dieses Themas wird diesem Gebiet nun vermehrte Aufmerksamkeit gewidmet und es werden vor allem die Präventions-, Interventions- und Fördermaßnahmen zur Unterstützung rechenschwacher Kinder deutlich weiterentwickelt.

Die Fülle der Begriffe für mathematische Lernschwierigkeiten macht deutlich, dass Defizite beim Rechnen äußerst vielfältig sein können. Die international angesehenen Klassifikationssysteme ICD-10 und DSM-IV verwenden den Begriff der Rechenstörung. Aus ihren Definitionen bzw. Klassifikationen geht hervor, dass diese Thematik sehr komplex ist.

Generell werden Rechenstörungen häufig schon am Beginn der Volksschule diagnostiziert. Erhält das betroffene Kind allerdings keine oder nur unzureichende Förderung, kann eine Rechenstörung auch noch bis in die Sekundarstufe und darüber hinaus vorhanden sein. Die Mängel beruhen dabei meist auf grundlegenden mathematischen Basisfähigkeiten, die das Kind bis dahin nicht vollständig ausbilden konnte und die sich in Folge dann auf andere Bereiche in der Mathematik auswirken.

Bei den Ursachen für die Entstehung einer Rechenstörung wird von einem multikausalen Erklärungsmodell ausgegangen, wobei genetische und neuropsychologische Einflüsse, sowie die Folgen einer schlechten Beschulung zu den Hauptursachen zählen. Das Verhältnis des Kindes zur Lehrkraft, zu den Eltern bzw. zu Mitschülerinnen und Mitschülern und auch psychische Probleme des betroffenen Kindes können die Entstehung einer Rechenstörung zusätzlich begünstigen.

Der Diagnoseprozess zur Feststellung einer Rechenstörung ist sehr aufwendig und kompliziert. Für Eltern und Lehrkräfte wurden in dieser Diplomarbeit daher die Merkmale einer Rechenstörung ausführlich beschrieben, um erste Anzeichen dieser Lernbeeinträchtigung von Beginn an zu merken und schnellstmöglich darauf reagieren zu können. Sollte der Verdacht auf eine Rechenstörung bestehen, ist es wichtig, dass sowohl die Eltern, als auch die Lehrperson des Kindes die Initiative ergreifen und weitere Schritte einleiten.

Durch geeignete und auf das Kind individuell abgestimmte Förderprogramme, die durch ausgebildete Therapeutinnen und Therapeuten zur Behandlung einer Rechenstörung erfolgen, können die Mathematikleistungen von Kindern mit einer Rechenstörung verbessert werden. Von großer Bedeutung ist dabei die Zusammenarbeit zwischen diesen Expertinnen und Experten, den Lehrpersonen des Kindes und den Eltern. In der Diplomarbeit wurden deshalb einerseits schulische Fördermaßnahmen angeführt, die von den Mathematiklehrerinnen und -lehrern durchgeführt werden können. Andererseits werden aber auch Lernunterstützungsmaßnahmen, die sich seitens der Eltern positiv auf den Lernfortschritt des Kindes auswirken, genannt.

Zu bedenken ist dabei, dass sowohl das Erkennen einer Rechenstörung, sowie die Förderung von betroffenen Kindern wesentlich von dem Engagement der Eltern und Lehrpersonen abhängen und sich diese Bemühungen auf die weiteren mathematischen Leistungen des Kindes auswirken. Je früher eine Rechenstörung erkannt wird und je besser die individuelle Förderung erfolgt, umso geringer ist das Risiko für das Kind, diese mathematischen Schwierigkeiten weiter zu verfestigen.

Da in Österreich rund 6 % der sieben- bis zwölf-Jährigen von einer Rechenstörung betroffen sind, kann man – salopp gesagt – davon ausgehen, dass eine Mathematik Lehrkraft in einer Klasse mit 25 Schülerinnen und Schülern etwa ein bis zwei Kinder mit einer Rechenstörung zu betreuen hat. Lehrpersonen müssen dabei vielfältigen Anforderungen gerecht werden: Zum Einen sollen sie alle Kinder gleichermaßen fördern und fordern und die Lehrplanvorgaben einhalten. Zum Anderen wissen sie aber, dass gerade rechengestörte Kinder die Lerninhalte nicht verstehen, den Lehrplananforderungen nachhinken und besonders viel individuelle Aufmerksamkeit benötigen. Obwohl das eine nicht immer leichte Aufgabe ist, soll im Mathematikunterricht versucht werden, mathematische Lernschwierigkeiten von Beginn an zu erkennen und gezielt darauf einzugehen.

Voraussetzung dafür ist aber, dass man als Mathematik Lehrperson über ein umfassendes Wissen über Lernstörungen im Rechnen verfügt und weiß, wo man sich als Lehrerin bzw. Lehrer zusätzlich Hilfe holen kann. Die Inhalte der Diplomarbeit zielen unter anderem darauf ab, dieses Wissen und die möglichen Vorgangsweisen für Lehrpersonen bereitzustellen.

Der empirische Teil dieser Arbeit befasst sich mit Schwierigkeiten und Fehlvorstellungen beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million am Übergang von der Primar- zur Sekundarstufe. Zu Beginn dieses Teils wird daher auf Defizite bei der Orientierung im Zahlenraum eingegangen, die bisher in der wissenschaftlichen Literatur erwähnt wurden. Offen bleibt bei diesen Ausführungen allerdings die Frage, warum diese Fehler passieren.

Durch die Einzelinterviews sollte deshalb herausgefunden werden, welche Fehlvorstellungen bei den Schülerinnen und Schülern existieren und wie die dahinterstehenden Denkprozesse ablaufen.

Der Verfasserin der Diplomarbeit ging es vor allem darum, mehr über diese Fehlvorstellungen herauszufinden, um sich mehr in die Denkweisen der untersuchten Kinder hineinversetzen zu können. Hintergedanke war dabei, dass man als Lehrerin bzw. Lehrer für die Sekundarstufe möglicherweise die Denkprozesse der Schülerinnen und Schüler bei einfachen Basisaufgaben nicht so gut nachvollziehen kann und in Folge auf Fehler bei mathematischen Basisfähigkeiten nicht oder nur unzureichend reagiert. Auch wenn es eigentlich Aufgabe der Volksschullehrerinnen und -lehrer wäre, eine Rechenstörung frühzeitig zu erkennen, kann es vorkommen, dass Kinder beim Eintritt in die Sekundarstufe die grundlegenden mathematischen Fähigkeiten noch nicht ausreichend beherrschen und Fehlvorstellungen vorhanden sind, die sich in Folge auf andere Stoffgebiete auswirken können. Wenn man als Lehrperson diese Mängel nicht erkennt, wird das Kind auch in der Sekundarstufe nicht die Unterstützung erhalten, die für die Ausbildung elementarer Basisfähigkeiten notwendig sind.

Die Auswertung der Untersuchung war für die Interviewerin sehr aufschlussreich und es konnten einige Denkprozesse und Fehlvorstellungen besser verstanden werden. Die Ergebnisse dieser Untersuchung mit erklärenden Textpassagen der Ausführungen der interviewten Kinder sind in Kapitel 8 des empirischen Teils nachzulesen.

Ausgehend von dieser Diplomarbeit und den Erkenntnissen der Auswertung der Untersuchung könnten nun in weiterer Folge Möglichkeiten erarbeitet werden, wie man auf diese Fehlvorstellungen beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million in der Sekundarstufe angemessen reagieren kann. Dies könnte – wenn es die schulischen Umstände zulassen – anhand von Förderkursen passieren, bei denen rechenschwache Kinder zusätzlich Unterstützung erhalten. Ist ein eigens für Kinder mit Lernbeeinträchtigungen angebotener Kurs nicht möglich, hat die Lehrperson die herausfordernde Aufgabe, das betroffene Kind in ihrem Unterricht bestmöglich zu fördern, um die Fehlvorstellungen aus der Welt schaffen zu können. Ob dies anhand von geeigneten Fördermaterialien, dem Einsatz von gleichaltrigen „Mathematik-peers“ oder auf das Kind individuell abgestimmten Arbeitsaufgaben geschieht, ist noch offen. Sicher ist aber, dass dies keine einfache Angelegenheit sein wird und die weitere Forschung aus diesem Grund in die Richtung von speziellen Fördermaßnahmen zum Thema Orientierung im Zahlenraum in der Sekundarstufe gehen könnte.

Literaturverzeichnis

- Alarcón, M., DeFries, J. M., Light, J. G. & Pennington, P. F. (1997). A Twin Study of Mathematics Disability. *Journal of Learning Disabilities*, 30 (6), 617 – 623. DOI: 10.1177/002221949703000605
- American Psychiatric Association (1995). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders. Primary Care Version (DSM-IV-PC)* (4. Edition). Washington: American Psychiatric Association.
- Bachot, J., Gevers, W., Fias, W. & Roeyers, H. (2005). Number sense in children with visuospatial disabilities: orientation of the mental number line. *Psychology Science*, 47 (1), 172 – 183. Online-Zugriff am 23. Juni 2016 unter http://www.pabst-publishers.de/psychology-science/1-2005/ps_1_2005_172-183.pdf
- Baddeley, A. D. (2006). Working memory: An overview. In S. J. Pickering (Ed.), *Working Memory and Education* (1 – 31). San Diego: Academic Press.
- Barth, K. (2009). Früherkennung von Lernstörungen. In D. Irlich & G. Renner (Hrsg.), *Diagnostik in der Klinischen Kinderpsychologie. Die ersten sieben Lebensjahre* (S. 208 – 222). Göttingen: Hogrefe Verlag.
- Bastos, J. A., Cecato, A. M. T., Martins, M. R. I., Grecca, K. R. R. & Pierini, R. (2016). The prevalence of developmental dyscalculia in Brazilian public school system. *Arquivos de Neuro-Psiquiatria*, 74 (3), 201 – 206. DOI: 10.1590/0004-282X20150212
- Beer, R., Chelly, A., Ilias, P., Jilka, S., Steffan, C. & Varelija, G. (2014). *Genial! Mathematik 1. Lehr- und Arbeitsbuch für die 1. Klasse* (7. Auflage). Wien: Bildungsvorlag Lemberger.
- Born, A. & Oehler, C. (2013). *Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern. Ein Praxishandbuch für Eltern, Lehrer und Therapeuten*. Stuttgart: Verlag W. Kohlhammer.
- Boxhofer, E., Huber, F., Lischka, U. & Panhuber, B. (2006). *mathematiX 1* (1. Auflage). Linz: VERITAS-VERLAG.
- Bundesministerium für Bildung (2015). *Lehrpläne – Neue Mittelschule*. Wien: Bundesministerium für Bildung. Online-Zugriff am 21. September 2016 unter <https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/Bundesnormen/NOR40172654/NOR40172654.html>
- Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur – Abteilung Schulpsychologie Bildungsberatung (Hrsg.) (2006). *Rechenschwäche. Eine Handreichung für Pädagoginnen und Pädagogen*. Wien: Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur. Online-Zugriff am 4. August 2016 unter <http://www.recheninstitut.at/wp-content/uploads/2011/11/Dyskalkulie-Schulpsychologie.pdf>
- Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (2012). *Lehrplan der Volksschule*. Wien: Bundesministerium für Bildung. Online-Zugriff am 21. September 2016 unter https://www.bmb.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_vs_gesamt_14055.pdf?5i81op
- Chasaki, S. (2015). Auf dem Weg zu einem flexiblen Stellenwertverständnis. In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015* (1041 – 1044). Basel: Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Online-Zugriff am 18.10.2016 unter https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/34674/1/BzMU15_MOSANDL_Stellenwerte.pdf
- Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G. & Cohen, L. (1998). Abstract representations of numbers in the animal and human brain. *Trends in neurosciences*, 21 (8), 355 – 361. DOI: 10.1016/S0166-2236(98)01263-6

- Deutsche Gesellschaft für Kinder- und Jugendpsychiatrie, Psychosomatik und Psychotherapie, Bundesgemeinschaft Leitender Klinikärzte für Kinder- und Jugendpsychiatrie, Psychosomatik und Psychotherapie & Berufsverband der Ärzte für Kinder- und Jugendpsychiatrie, Psychosomatik und Psychotherapie (Hrsg.) (2007). *Leitlinien zu Diagnostik und Therapie von psychischen Störungen im Säuglings-, Kindes- und Jugendalter* (3. überarbeitete und erweiterte Auflage). Köln: Deutscher Ärzte-Verlag GmbH.
- Deutsches Institut für Medizinische Dokumentation und Information DIMDI (Hrsg.) (2015). *ICD – 10. Internationale statistische Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme. 10. Revision – WHO Ausgabe – Version 2016. Band 1 – Systematisches Verzeichnis*. Köln: DIMDI.
- Dilling, H., Mombour, W. & Schmidt, M. H. (Hrsg.) (2015). *Internationale Klassifikation psychischer Störungen. ICD – 10 Kapitel V (F) Klinisch-diagnostische Leitlinien* (10. Auflage). Bern: Hogrefe Verlag.
- Ehlert, A., Schroeders, U. & Fritz-Stratmann, A. (2012). Kritik am Diskrepanzkriterium in der Diagnostik von Legasthenie und Dyskalkulie. *Lernen und Lernstörungen*, 1 (3), 169 – 184. DOI: 10.1024/2235-0977/a000018
- Fischbach, A., Schuchardt, K., Brandenburg, J., Kleszczewski, J., Balke-Melcher, C., Schmidt, C., ... & Hasselhorn, M. (2013). Prävalenz von Lernschwächen und Lernstörungen: Zur Bedeutung der Diagnosekriterien. *Lernen und Lernstörungen*, 2 (2), 65 – 76. DOI: 10.1024/2235-0977/a000035
- Freeseemann, O. (2014). *Schwache Rechnerinnen und Rechner fördern. Eine Interventionsstudie an Haupt-, Gesamt- und Förderschulen*. Wiesbaden: Springer Fachmedien.
- Fritz, A. & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche*. München: Ernst Reinhardt GmbH & Co KG.
- Fuchs, L. S., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., Fletcher, J. M., Fuchs, D. & Hamlett, C. L. (2010). The effects of strategic counting instruction, with and without deliberate practice, on number combination skill among students with mathematics difficulties. *Learning and Individual Differences*, 20 (2), 89 – 100. DOI: 10.1016/j.lindif.2009.09.003
- Gaidoschik, M. (2002). *Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern*. Wien: öbv & hpt VerlagsgmbH & Co. KG.
- Gaidoschik, M. (2008). „Rechenschwäche“ in der Sekundarstufe: Was tun?. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29 (3), 287 – 294. DOI: 10.1007/BF03339065
- Gaidoschik, M. (2013). Kommentare. Warum wir aufhören sollten, über « Dyskalkulie » zu forschen. *Lernen und Lernstörungen*, 2 (4), 249 – 250. DOI: 10.1024/2235-0977/a000046
- Gaupp, N., Zoelch, C. & Schumann-Hengsteler, R. (2004). Defizite numerischer Basiskompetenzen bei rechenschwachen Kindern der 3. und 4. Klassenstufe. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 18 (1), 31 – 42. DOI: 10.1024/1010-0652.18.1.31
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L. & Numtee, C. (2007). Cognitive Mechanisms Underlying Achievement Deficits in Children With Mathematical Learning Disability. *Child development*, 78 (4), 1343 – 1359. DOI: 10.1111/j.1467-8624.2007.01069.x
- Grüneis, A. (2014). *Rechenschwäche – konkret. Hilfestellung für die Individualbetreuung von Kindern mit Rechenschwierigkeiten*. Wien: Eigenverlag.
- Guill, K. & Bosen, M. (2010). Leistungsvorteile durch Nachhilfeunterricht in Mathematik am Beginn der Sekundarstufe 1? Ergebnisse der Hamburger Schulleistungsstudie KESS. *Unterrichtswissenschaft*, 38 (2), 117 – 133. Online-Zugriff am 10. August 2016 unter <https://content-select.com/media/moz-viewer/527fcb6b-f4cc-40bc-b1d5-68cd2efc1343/language:de>

- Haag, L. (2001). Hält bezahlter Nachhilfeunterricht, was er verspricht? Eine Evaluationsstudie. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 15 (1), 38 – 44. DOI: 10.1024//1010-0652.15.1.38
- Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik*. Berlin – Heidelberg: Springer Verlag.
- Hasselhorn, M. & Schuchardt, K. (2006). Lernstörungen. Eine kritische Skizze zur Epidemiologie. *Kindheit und Entwicklung*, 15 (4), 208 – 215. DOI: 10.1026/0942-5403.15.4.208
- Höhtker, G. & Selter, C. (1995). Von der Hunderterkette zum leeren Zahlenstrahl. Orientierungsübungen im Hunderterraum. In G. N. Müller & E. C. Wittmann (Hrsg.), *Mit Kindern rechnen* (165 – 178). Frankfurt a. M.: Arbeitskreis Grundschule. Online-Zugriff am 11. Oktober 2016 unter http://math-www.uni-paderborn.de/~hartmut/AndereTexte/Selter_Hunderterkette_MKR.pdf
- Ise, E., Dolle, K., Pixner, S. & Schulte-Körne, G. (2012). Effektive Förderung rechenschwacher Kinder. Eine Metaanalyse. *Kindheit und Entwicklung*, 21 (3), 181 – 192. DOI: 10.1026/0942-5403/a000083
- Ise, E. & Schulte-Körne, G. (2013). Symptomatik, Diagnostik und Behandlung der Rechenstörung. *Zeitschrift für Kinder- und Jugendpsychiatrie und Psychotherapie*, 41 (4), 271 – 282. DOI: 10.1024/1422-4917/a000241.
- Jacobs, C. (2005). *Entwicklung eines Dyskalkulietests für Kinder auf kognitionspsychologischer Grundlage*. Bremen: Universität Bremen.
- Jacobs, C. & Petermann, F. (2007). *Rechenstörungen*. Göttingen: Hogrefe Verlag.
- Jacobs, C., Petermann, F. & Tischler, L. (2013). Rechenstörung. In F. Petermann (Hrsg.), *Lehrbuch der Klinischen Kinderpsychologie* (181 – 206). Göttingen: Hogrefe Verlag.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N. & Ramineni, C. (2007). Predicting First-Grade Math Achievement from Developmental Number Sense Trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22 (1), 36 – 46. DOI: 10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x
- Jovanović, G., Jovanović, Z., Banković-Gajić, J., Nikolić, A., Svetozarević, S. & Ignjatović-Ristić, D. (2013). The frequency of dyscalculia among primary school children. *Psychiatria Danubina*, 25 (2), 170 – 174. Online-Zugriff am 14. Mai 2016 unter http://www.hdbp.org/psychiatria_danubina/pdf/dnb_vol25_no2/dnb_vol25_no2_170.pdf
- Kaufmann, L., Handl, P. & Thöny, B. (2003). Evaluation of a Numeracy Intervention Program Focusing on Basic Numerical Knowledge and Conceptual Knowledge A Pilot Study. *Journal of Learning Disabilities*, 36 (6), 564 – 573. DOI: 10.1177/00222194030360060701
- Koch, K. (2008). Von der Grundschule zur Sekundarstufe. In W. Helsper & J. Böhme (Hrsg.), *Handbuch der Schulforschung* (577 – 592). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Kohn, J., Wyschkon, A., Ballaschk, K., Ihle, W. & Esser, G. (2013). Verlauf von Umschriebenen Entwicklungsstörungen: eine 30-Monats-follow-up-Studie. *Lernen und Lernstörungen*, 2 (2), 77 – 89. DOI: 10.1024/2235-0977/a000032
- Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T. & Nurmi, J.-E. (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology*, 97 (3), 220 – 241. DOI: 10.1016/j.jecp.2007.03.001
- Krajewski, K. (2008). Prävention der Rechenschwäche. In W. Schneider & M. Hasselhorn (Hrsg.), *Handbuch der Pädagogischen Psychologie* (360 – 370). Göttingen: Hogrefe Verlag.

- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009a). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19 (6), 513 – 526. DOI: 10.1016/j.learninstruc.2008.10.002
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009b). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of experimental child psychology*, 103 (4), 516 – 531. DOI: 10.1016/j.jecp.2009.03.009
- Krinzinger, H., Kaufmann, L. & Willmes, K. (2009). Math Anxiety and Math Ability in Early Primary School Years. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27 (3), 206 – 225. DOI: 10.1177/0734282908330583
- Kroesbergen, E. H. & Van Luit, J. E. (2003). Mathematics Interventions for Children with Special Educational Needs. A Meta-Analysis. *Remedial and Special Education*, 24 (2), 97 – 114. DOI: 10.1177/07419325030240020501
- Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Dosch, M., Martin, E. & von Aster, M. (2006). Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: a functional MRI study. *Behavioral and Brain Functions*, 2 (1): 31, 1 – 17. DOI: 10.1186/1744-9081-2-31
- Lambert, K. (2015). *Rechenschwäche. Grundlagen, Diagnostik und Förderung*. Göttingen: Hogrefe Verlag.
- Lambert, K. & Spinath, B. (2014). Do we need a special intervention program for children with mathematical learning disabilities or is private tutoring sufficient?. *Journal for Educational Research Online*, 6 (1), 68 – 93. Online-Zugriff am 10. August 2016 unter <http://search.proquest.com/docview/1532644539/fulltextPDF/343D18578D9644ADPQ/1?accountid=14682>
- Landerl, K., Bevan, A. & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8-9-year-old students. *Cognition*, 93 (2), 99 – 125. DOI: 10.1016/j.cognition.2003.11.004
- Landerl, K. & Kaufmann, L. (2013). *Dyskalkulie. Modelle, Diagnostik, Intervention*. München: Ernst Reinhardt Verlag.
- Landerl, K. & Moll, K. (2010). Comorbidity of learning disorders: prevalence and familial transmission. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 51 (3), 287 – 294. DOI: 10.1111/j.1469-7610.2009.02164.x
- Landesschulrat für Niederösterreich (Hrsg.) (2009). *Richtlinien für den Umgang mit Schülerinnen und Schülern mit „Rechenschwäche“ in der Allgemeinbildenden Pflichtschule – Neufassung*. St. Pölten: Landesschulrat für Niederösterreich. Online-Zugriff am 4. August 2016 unter http://www.recheninstitut.at/wp-content/uploads/2011/11/Erlass_NOE_2009.pdf
- Landesschulrat für Vorarlberg (Hrsg.) (2006). *Dyskalkulie – Wie gehen wir mit Rechenschwächen um?* Bregenz: Landesschulrat für Vorarlberg. Online-Zugriff am 4. August 2016 unter http://www.recheninstitut.at/wp-content/uploads/2011/11/Dyskalkulie_ErlassVorarlberg2006.pdf
- Lassnitzer, E. (2016, 27. Juli). *Das Recheninstitut zur Förderung mathematischen Denkens. Mathematische Lernschwierigkeiten. Merkmale*. Online-Zugriff am 28. Juli 2016 unter <http://www.recheninstitut.at/mathematische-lernschwierigkeiten/merkmale/> [Online-Quelle]
- Lesemann, S. (2016). *Fortbildungen zum schulischen Umgang mit Rechenstörungen. Eine Evaluationsstudie zur Wirksamkeit auf Lehrer- und Schülerebene*. Wiesbaden: Springer Fachmedien. DOI: 10.1007/978-3-658-11380-3
- Lewis, I. (2005). *Mathematik 1. Verstehen Üben Anwenden* (6. Auflage). Wien: R. Oldenbourg Verlag.

- Lorenz, J. H. (2014). Rechenschwäche. In G. W. Lauth, M. Grünke & J. C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen. Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (43 – 55). Göttingen: Hogrefe Verlag.
- Luplow, N. & Schneider, T. (2014). Nutzung und Effektivität privat bezahlter Nachhilfe im Primarbereich. *Zeitschrift für Soziologie*, 43 (1), 31 – 49. Online-Zugriff am 10. August 2016 unter https://www.wiso-net.de/dosearch?dbShortcut=ZFS&q=0340-1804.IS.+AND+2014.YR.+AND+01.HN.+AND+31.SE.&explicitSearch=true#ZFS__F9E866762F16ED495267DBAA1F78C91D
- Mazzocco, M. M. M. (2005). Challenges in Identifying Target Skills for Math Disability Screening and Intervention. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 318 – 323. DOI: 10.1177/00222194050380040701
- Mejias, S., Grégoire, J. & Noël, M. P. (2012). Numerical estimation in adults with and without developmental dyscalculia. *Learning and Individual Differences*, 22 (1), 164 – 170. DOI: 10.1016/j.lindif.2011.09.013
- Mogasale, V. V., Patil, V. D., Patil, N. M. & Mogasale, V. (2012). Prevalence of Specific Learning Disabilities Among Primary School Children in a South Indian City. *The Indian Journal of Pediatrics*, 79 (3), 342 – 347. DOI: 10.1007/s12098-011-0553-3
- Moll, K., Kunze, S., Neuhoff, N., Bruder, J. & Schulte-Körne, G. (2014). Specific Learning Disorder: Prevalence and Gender Differences. *PLoS one*, 9 (7), 1 – 8. DOI: 10.1371/journal.pone.0103537
- Nelson, J. R., Benner, G. J., Lane, K. & Smith, B. W. (2004). Academic Achievement of K-12 Students With Emotional and Behavioral Disorders. *Exceptional Children*, 71 (1), 59 – 73. DOI: 10.1177/001440290407100104
- Nelson, J. M. & Harwood, H. (2011). Learning Disabilities and Anxiety: A Meta-Analysis. *Journal of Learning Disabilities*, 44 (1), 3 – 17. DOI: 10.1177/0022219409359939
- Passolunghi, M. C. (2011). Cognitive and Emotional Factors in Children with Mathematical Learning Disabilities. *International Journal of Disability, Development and Education*, 58 (1), 61 – 73. DOI: 10.1080/1034912X.2011.547351
- Peter-Koop, A., Hasemann, K., & Klep, J. (2006). *SINUS-Transfer Grundschule. MATHEMATIK. Modul G10: Übergänge gestalten*. Kiel: IPN Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik an der Universität Kiel. Online-Zugriff am 20. August 2016 unter http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/Materialien/ModulG10_Druckversion_08maerz06.pdf
- Petermann, F. & Lemcke, J. (2005). Ursachen und Diagnostik von Rechenstörungen im Kindesalter. *Monatsschrift Kinderheilkunde*, 153 (10), 981 – 990. DOI: 10.1007/s00112-005-1239-6
- Rechtsinformationssystem des Bundeskanzleramts (Hrsg.) (2016). *Gesamte Rechtsvorschrift für Schulorganisationsgesetz, Fassung vom 12.08.2016*. Wien: Bundeskanzleramt Österreich. Online-Zugriff am 12. August 2016 unter <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung/Bundesnormen/10009265/SchOG%2c%20Fassung%20vom%2012.08.2016.pdf>
- Reichel, H.-C., Humenberger, H. (Hrsg.), Litschauer, D., Groß, H. & Aue, V. (2007). *Das ist Mathematik 1. Lehrbuch und Aufgabensammlung für die 1. Klasse der allgemein bildenden höheren Schulen und der Hauptschulen* (1. Auflage). Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG.
- Röhrig, R. (1996). *Mathematik mangelhaft. Fehler entdecken, Ursachen erkennen, Lösungen finden. Arithmasthenie/Dyskalkulie: Neue Wege beim Lernen*. Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag GmbH.

- Rotzer, S., Kucian, K., Martin, E., von Aster, M., Klaver, P. & Loenneker, T. (2008). Optimized voxel-based morphometry in children with developmental dyscalculia. *Neuroimage*, 39 (1), 417 – 422. DOI: 10.1016/j.neuroimage.2007.08.045
- Saß, H., Wittchen, H.-U., Zaudig, M. & Houben, I. (2003). *Diagnostische Kriterien des Diagnostischen und Statistischen Manuals Psychischer Störungen DSM – IV – TR*. Göttingen: Hogrefe Verlag.
- Scherer, P. (2009). Diagnose ausgewählter Aspekte des Dezimalsystems bei lernschwachen Schülerinnen und Schülern. In M. Neubrand (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (805 – 808). Oldenburg: Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Online-Zugriff am 15. Oktober 2016 unter <https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/31503/1/202.pdf>
- Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Schipper, W. (2002). Thesen und Empfehlungen zum schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen. *Journal für Mathematik- Didaktik*, 23 (3 – 4), 243 – 261. DOI: 10.1007/BF03338958
- Schipper, W. (2003). Prävention von Rechenstörungen – Eine schulische Herausforderung. In C. Biermann & W. Schipper (Hrsg.), *Werkstattheft Nr. 29. „Ich erklär’ dir, wie ich rechne“ – Prävention von Rechenstörungen* (25 – 48). Bielefeld: Universität Bielefeld. Online-Zugriff am 13. August 2016 unter <http://www.universitaet-bielefeld.de/idm/serv/werkstattheft29.pdf#page=25>
- Schuchardt, K., Kunze, J., Grube, D. & Hasselhorn, M. (2006). Arbeitsgedächtnisdefizite bei Kindern mit schwachen Rechen- und Schriftspracheleistungen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 20 (4), 261 – 268. DOI: 10.1024/1010-0652.20.4.261
- Schuchardt, K., Maehler, C. & Hasselhorn, M. (2008). Working Memory Deficits in Children With Specific Learning Disorders. *Journal of Learning Disabilities*, 41 (6), 514 – 523. DOI: 10.1177/0022219408317856
- Schulz, A. (2014). *Fachdidaktisches Wissen von Grundschullehrkräften. Diagnose und Förderung bei besonderen Problemen beim Rechnenlernen*. Wiesbaden: Springer Fachmedien.
- Schwarz, M. & Stark-Städele, J. (2005). *Elternratgeber Rechenschwäche*. München: Knaur Ratgeber Verlage.
- Shalev, R. S., Auerbach, J., Manor, O. & Gross-Tsur, V. (2000). Developmental dyscalculia: prevalence and prognosis. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9 (2), 58 – 64. DOI: 10.1007/s007870070009
- Shalev, R. S., Manor, O., Auerbach, J. & Gross-Tsur, V. (1998). Persistence of developmental dyscalculia: What counts? Results from a 3-year prospective follow-up study. *The Journal of Pediatrics*, 133 (3), 358 – 362. DOI: 10.1016/S0022-3476(98)70269-0
- Shalev, R. S., Manor, O. & Gross-Tsur, V. (2005). Developmental dyscalculia: a prospective six-year follow-up. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 47 (2), 121 – 125. DOI: 10.1017/S0012162205000216
- Shalev, R. S., Manor, O., Kerem, B., Ayali, M., Badichi, N., Friedlander, Y. & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental Dyscalculia Is a Familial Learning Disability. *Journal of Learning Disabilities*, 34 (1), 59 – 65. DOI: 10.1177/002221940103400105
- Siegel, L. S. (2003). IQ-Discrepancy definitions and the Diagnosis of LD: Introduction to the Special Issue. *Journal of Learning Disabilities*, 36 (1), 2 – 3. DOI: 10.1177/00222194030360010101
- Simon, H. (2008). *Dyskalkulie – Kindern mit Rechenschwäche wirksam helfen*. Stuttgart: Klett-Cotta.
- Statistik Austria (Hrsg.) (2016). *Bildung in Zahlen. Tabellenband*. Wien: Verlag Österreich GmbH.

- Thomas, K., Schulte-Körne, G. & Hasselhorn, M. (2015). Stichwort - Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 18 (3), 431 – 451. DOI: 10.1007/s11618-015-0642-6
- Tischler, L. & Petermann, F. (2012). Diagnostik von Rechenstörungen. *Monatsschrift Kinderheilkunde*, 160 (10), 1001 – 1012. DOI: 10.1007/s00112-012-2755-9
- Ufer, S. (2009). Der Übergang von der Primarstufe in die Sekundarstufe. In A. Heinze & M. Grüßing. (Hrsg.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht* (87 – 104). Münster: Waxmann Verlag GmbH.
- Verein für Lern- und Dyskalkulietherapie (Hrsg.) (2000). Erarbeitungsmaterial für den Zahlenraum 100. *Österreichisches Rechenschwäche Magazin*, 1 (2), 1 – 10. Online-Zugriff am 5. April 2016 unter http://www.recheninstitut.at/wp-content/uploads/2011/10/magazin2_00.pdf
- Von Aster, M., Schweiter, M. & Weinhold Zulauf, M. (2007). Rechenstörungen bei Kindern. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 39 (2), 85 – 96. DOI: 10.1026/0049-8637.39.2.85
- Wartha, S. & Schulz, A. (2011). *Aufbau von Grundvorstellungen (nicht nur) bei besonderen Schwierigkeiten im Rechnen. Handreichungen des Programms SINUS an Grundschulen*. Kiel: Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik an der Universität Kiel. Online-Zugriff am 15. Oktober 2016 unter <http://www.wl-lang.de/Lernbereich%20Mathematik/Grundsatzliches/Aufbau%20von%20Grundvorstellungen%20SINUS.pdf>
- Wellenreuther, M. (2009). Individualisieren – aber wie?. Individualisiertes Lernen im Spannungsfeld zwischen offenem und lehrergeleiteten Unterricht. *Schulverwaltung NRW*, 20 (3), 71 – 74. Online-Zugriff am 11. August 2016 unter <http://www.martin-wellenreuther.de/content/Individualisieren.pdf>
- Wellenreuther, M. (2010). Fördern im Mathematikunterricht – aber wie?. *Lehren & Lernen*, 26 (4), 20 – 24. Online-Zugriff am 11. August 2016 unter http://www.martin-wellenreuther.de/content/LuL_04_Wellenreuther.pdf
- Wu, S., Amin, H., Barth, M., Malcarne, V. & Menon, V. (2012). Math anxiety in second and third graders and its relation to mathematics achievement. *Frontiers in Psychology*, 3: 162, 1 – 11. DOI: 10.3389/fpsyg.2012.00162
- Wyschkon, A., Kohn, J., Ballaschk, K. & Esser, G. (2009). Sind Rechenstörungen genau so häufig wie Lese-Rechtschreibstörungen?. *Zeitschrift für Kinder- und Jugendpsychiatrie und Psychotherapie*, 37 (6), 499 – 512. DOI: 10.1024/1422-4917.37.6.499
- Zimmermann, K. R. (2010). *Jedes Kind kann rechnen lernen. Rechenschwäche und Dyskalkulie – Wie Eltern helfen können*. Weinheim: Beltz Verlag.

Abbildungsverzeichnis

	Seite
Abb. 1: Erklärungsmodell für die Entstehung einer Rechenstörung	22
Abb. 2: Vier-Ebenen-Modell des Diagnoseprozesses zur Feststellung einer Rechenstörung	39
Abb. 3: Schreiben von Zahlen in der Stellentafel und als Zahl	58
Abb. 4: Rückwärtszählen in Zehnerschritten	59

Tabellenverzeichnis

	Seite
Tab. 1: Auswertung des allgemeinen Tests, Klasse 1A	84
Tab. 2: Auswertung des allgemeinen Tests, Klasse 1B	85

Anhang

Anhang A – Genehmigung des Landesschulrats

LANDESSCHULRAT OBERÖSTERREICH

Sonnensteinstraße 20
4040 Linz

Frau
Carina Schönberger
Lanzerstorf 34
4150 Rohrbach
Mail: carina.schoenberger@hotmail.com

Bearbeiterin:
Fr. Wagner

Tel: 0732 / 7071-2321
Fax: 0732 / 7071-2330
E-Mail: lssr@lssr-ooe.gv.at

Ihr Zeichen	vom	Unser Zeichen	vom
---	3. 5. 2016	B5 - 14/27 - 2016	4. 5. 2016

Untersuchung im Rahmen Ihrer Diplomarbeit zum Thema: Rechenschwäche am Übergang von der Primar- zur Sekundarstufe

Sehr geehrte Frau Schönberger!

Sie haben beim Landesschulrat f. OÖ. um Genehmigung der gegenständlichen Untersuchung an der Neuen Mittelschule Rohrbach angesucht.

Nach Prüfung der Unterlagen genehmigt der Landesschulrat für OÖ Ihre Untersuchung unter folgenden Bedingungen:

- Freiwilligkeit der Teilnahme
- Information und Einverständnis der Erziehungsberechtigten (insbes. bezüglich der Anfertigung von Filmaufnahmen für Auswertungszwecke)
- Verwendung dieser Aufzeichnungen nur für die Auswertung und Vernichtung nach erfolgter Auswertung
- Wahrung der Anonymität / Einhaltung der Datenschutzbestimmungen
- Übermittlung eines Endberichtes an den Landesschulrat für OÖ.

Bei Ihrer Kontaktaufnahme mit der Schule verweisen Sie bitte auf diese Genehmigung.

Mit freundlichen Grüßen

Für den Amtsführenden Präsidenten
Mag. Girzikovsky

Unterschrift zu Geschäftszahl B5-14/0027-allg/2016

Signaturwert	ffbfb9cac4e934c93a962cd43e4bb854c	
	Unterzeichner	Landesschulrat für Oberösterreich
	Datum/Zeit-UTC	04.05.2016 09:19:43
	Aussteller-Zertifikat	CN=a-sign-corporate-light-02, OU=a-sign-corporate-light-02, O=A-Trust Ges. f. Sicherheitssysteme im elektr. Datenverkehr GmbH, C=AT
	Serien-Nr.	276739912331
	Methode	
	Parameter	
Prüfinformation	Informationen zur Prüfung der elektronischen Signatur finden Sie unter: https://www.signaturpruefung.gv.at Informationen zur Prüfung des Ausdrucks finden Sie unter: http://www.lssr-ooe.gv.at/amtssignatur.htm	
Hinweis	Dieses Dokument wurde amtssigniert. Auch ein Ausdruck dieses Dokuments hat gemäß § 20 E-Government-Gesetz die Beweiskraft einer öffentlichen Urkunde.	

Anhang B – Einverständniserklärung für die Eltern

Liebe Eltern!

Ich bin Lehramtsstudentin für die Fächer Mathematik sowie Bewegung und Sport an der Universität Wien und schreibe zur Zeit meine Diplomarbeit. Um im Rahmen dieser Abschlussarbeit eine Untersuchung durchführen zu können, benötige ich Ihre Unterstützung.

In der Diplomarbeit geht es darum herauszufinden, mit welchen Schwierigkeiten Schülerinnen und Schüler am Übergang von der Primar- zur Sekundarstufe im Fach Mathematik konfrontiert sind und welche Fehlvorstellungen beim Thema *Orientierung im Zahlenraum bis zur Million* vorhanden sind. Anhand dieser Untersuchungsergebnisse sollen Methoden entwickelt werden, wie Lehrpersonen diesen Fehlvorstellungen in ihrem Unterricht entgegenwirken können und wie das mathematische Verständnis der Schülerinnen und Schüler gezielt gefördert werden kann.

Bei der Untersuchung werden dem Kind während einer Unterrichtseinheit in einem Einzelgespräch mathematische Aufgaben gestellt, die in der Volksschule erlernt wurden. Um die Denkprozesse und Emotionen des Kindes besser nachvollziehen zu können, werden Audio- und Videoaufzeichnungen gemacht. Diese Aufzeichnungen werden an keine anderen Personen weitergegeben und nach der Auswertung wieder gelöscht. Zudem werden die Daten anonym erhoben und keine personenbezogene Daten Ihres Kindes in der Arbeit vorkommen.

Dieses Vorhaben wurde vom Landesschulrat für Oberösterreich genehmigt und mit dem Direktor der NMS Rohrbach abgesprochen.

Ich würde mich sehr freuen, wenn Sie mich bei meiner Diplomarbeitsuntersuchung unterstützen, indem Sie Ihrem Kind erlauben, daran teilzunehmen.

Ich danke Ihnen für Ihr Verständnis und Ihre Hilfe!

Freundliche Grüße,

(Carina Schönberger)

(Direktor Dipl. Päd. Dirk ANDREAS)

Ich, Frau/Herr _____, bin damit einverstanden, dass meine Tochter/mein Sohn _____ an der Diplomarbeitsuntersuchung von Frau Carina Schönberger teilnimmt. Ich bin darüber informiert, dass Audio- und Videoaufzeichnungen gemacht werden, die Untersuchung anonym durchgeführt wird und keine personenbezogenen Daten in der Arbeit verwendet werden.

Datum

Unterschrift

Anhang C – Aufgaben für den allgemeinen Test

Mein Name ist _____



1. Zahlendiktat: Schreibe die diktierten Zahlen auf!

- a) _____ (1 700)
- b) _____ (8 090)
- c) _____ (13 013)
- d) _____ (605 025)

2. Um 1 mehr als: Wie heißt die Zahl, die um 1 größer ist?

- a) 4 999 _____
- b) 3 799 _____
- c) 59 099 _____
- d) 29 999 _____

3. Um 1 weniger als: Wie heißt die Zahl, die um 1 kleiner ist?

- a) 6 000 _____
- b) 2 900 _____
- c) 75 000 _____
- d) 501 000 _____

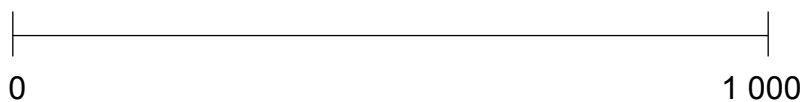
4. Was ist mehr? Setze *kleiner* (<) oder *größer* (>) ein!

- a) 6 999 _____ 7 011
- b) 99 999 _____ 101 104
- c) 411 200 _____ 399 999

5. Zahlenstrahl: Markiere die Zahlen möglichst genau am Zahlenstrahl!

(Das Geodreieck darf dafür verwendet werden.)

a) 739



b) 3 199



c) 199 999



6. Stellen benennen: Zerlege die Zahlen in Stellenwerte!

Beispiel: 3 746 = 3 T 7 H 4 Z 6 E

a) 19 042 = _____

b) 7 235 806 = _____

7. Was ist mehr? Setze *kleiner* (<), *größer* (>) oder *gleich* (=) ein!

a) 1 H _____ 12 Z

b) 20 H _____ 1 T

c) 1 H _____ 10 Z

d) 1 T _____ 14 H

d) 999



e) 758 061



6. Stellen benennen: Zerlege die Zahlen in Stellenwerte!

a) 40 057 _____

d) 1000010 _____

b) 100 910 _____

e) 2018603 _____

c) 702009 _____

7. Was ist mehr? Setze kleiner (<), größer (>) oder gleich (=) ein!

a) 1 T _____ 12 H

d) 14 Z _____ 130 E

b) 11 Z _____ 1 H

e) 1 T _____ 100 Z

c) 10 H _____ 1 T

Anhang E – Transkriptionen der Einzelinterviews

Erklärungen:

Minute ____ ... Minutenanzahl im jeweiligen Video

Aufgabe ____ ... Aufgabe, die in dieser Textpassage gerade gerechnet wurde

I ... Interviewerin

S ... Schüler/in

(Text) ... Anmerkungen oder Gesten, die gemacht wurden

[Zahl] ... Pause in Sekunden

... ... eine Person fällt der anderen Person ins Wort

.. ... beim Reden wurde kurz abgesetzt, aber keine längere Pause gemacht

TEXT ... Wörter, die groß geschrieben sind, wurden besonders betont

[sic] ... Besonderheiten, die von den Schülerinnen und Schülern genau so
gesagt/geschrieben wurden

Anmerkung 1:

Es wurden nur diejenigen Interviewpassagen transkribiert, die für die Auswertung als wichtig und relevant gesehen wurden.

Anmerkung 2:

Die Interviews wurden in oberösterreichischem Dialekt geführt. Aufgrund der besseren Leserlichkeit wurden die Gespräche aber auf Hochdeutsch transkribiert. Dadurch können Satzstellungen entstehen, die grammatikalisch nicht richtig sind.

Interview mit Schülerin 1 (S1):

Minute 00:21 – 01:44

Aufgabe 7. a) Was ist mehr?: 1 T _____ 12 H

I: Lies es dir einfach mal durch und dann fangen wir mit Aufgabe a an.

S1: (liest die Aufgabe, [10]) Eintausend oder zwölfhundert. Ah, (schüttelt Kopf) einhundertzwei. [2] Zwölftausendeinhundert, meine ich.

I: Zwölftausendeinhundert. Was würdest du dann sagen, was wäre hier größer?

S1: (deutet auf 12 H) Das.

I: Mhm. Schreibe es mal hin, genau. Mhm, und jetzt schauen wir nochmal. Ein T, wenn du das in einer Zahl ausdrücken musst, wie viel ist das?

S1: Eintausend.

I: Genau. Wie bist du auf das gekommen? Warum weißt du das?

S1: Weil da T steht für Tausend.

I: Genau, super. Und zwölf H? Was heißt denn das H da?

S1: Zwölf .. Hunderttausend (fragend)?

I: Jetzt müssen wir schauen. Das H steht für ...

S1: Da (zeigt auf die freie Stelle nach dem H) müsste ein T dastehen.

I: Genau, jetzt müssen wir schauen. Das zwölf H, was ist denn das für eine Zahl?

S1: Einhundertzwanzig.

I: Wie bist du auf das gekommen? Was hast du dir dabei gedacht?

S1: Weil ich kann ja nicht bei Hundert zwei Stellen haben.

I: Was meinst du genau mit zwei Stellen?

S1: Da müsste nämlich hinten ein T stehen für Hunderttausend.

Minute 02:08 – 03:29

Aufgabe 7. b) Was ist mehr?: 11 Z _____ 1 H

I: Schauen wir uns das Nächste mal an.

S1: Ahm. Elf und ein Hunderter, einhundert. [6] Das (zeigt, dass 1 H größer 11 Z ist).

I: Mhm, schauen wir mal. Schauen wir uns mal diese Zahl an, elf Z ...

S1: Das ist für ...

I: Was ist das für eine Zahl?

S1: Zehner. Und das ist dann elf, weil Zehn hat ja nur einen vorne und hinten sonst eine Null. Und dann wenn man die Eins dazugibt, ist es elf.

I: Das heißt, du würdest sagen, was ist das für eine Zahl, elf Z?

S1: Das ist elf.

I: Elf. Jetzt gebe ich dir eine andere Aufgabe: Was wäre es für eine Zahl, wenn dastehen würde: ein Z?

S1: [3] Zehn.

I: Zehn, genau. Und kann das dann sein, dass wenn hier steht elf Z, dass die Zahl dann elf ist?

S1: [2] Das müsste 101 sein.

I: Hunderteins. Wie kommst du auf hunderteins?

S1: Weil, das [2] da Zehn und dann noch [4] zehn und die Null dranlassen und den Einser da, also hin.

Minute 04:50 – 05:40

Aufgabe 7. c) Was ist mehr?: 10 H _____ 1 T

I: Ok, dann schauen wir uns das Nächste an.

S1: Dann [3] zehn Hundert [3] ah [5] ja [4] gleich. Weil das sind Tausend (zeigt auf 10 H).
 46 I: Mhm [2]. Warum hast du dir gedacht, dass das Tausend sind, zehn Hunderter?
 S1: Weil das sind .. ist da, wenn man eine Null dran gibt, dann ist es ein Hunderter.
 48 I: Mhm. Kannst du mir vielleicht nochmal genau erklären, was meinst du da mit einer Null dran?
 S1: Weil Hunderter, da sind noch zwei Nullen dran.
 50 I: Das heißt, was hast du mit den zwei Nullen gemacht?
 S1: Die habe ich dran gegeben.
 52 I: Und welche Zahl bekommst du dann raus?
 S1: Tausend.

54 Minute 10:22 – 11:26
 Aufgabe 3. b) Um 1 weniger als: 299 000

56 S1: Von zweihundertneunundneunzigtausend, ahm, habe ich dann zweihundertachtundneunzig ..
 achtundneunzig .. warte, zweihundertachtundneunzigtausendneunhundertneunundneunzig
 58 hingeschrieben.
 I: Genau. Und von dieser Zahl, von
 60 zweihundertachtundneunzigtausendneunhundertneunundneunzig, was wäre hier nochmal um
 eins weniger?
 62 S1: [4] Zweihundertsiebenund [3] nein.
 I: Sonst schreibe einfach die Zahl, die um eins weniger ist, nochmal hier ...
 64 S1: Wie? Von dem eins weniger? (zeigt auf die bereits geschriebene Zahl)
 I: Genau. Von der Zahl, die du da hingeschrieben hast.
 66 S1: (schreibt die richtige Zahl, [10])
 I: Genau, super. Du hast zuerst kurz einmal gesagt: zweihundertsiebenundneunzig. Warum hätte
 68 das nicht stimmen können, wenn ...
 S1: Weil ich dann einen Hunderter weggetan hätte.
 70 I: Sicher einen Hunderter?
 S1: Ah, einen Tausender.

72 Minute 12:27 – 13:33
 Aufgabe 3. d) Um 1 weniger als: 701 000

74 S1: (schreibt und streicht wieder etwas durch, [17]) Nein (streicht wieder etwas durch und schreibt
 richtig darüber: 700 999, [14]). Ahm, hier habe ich [3] da habe ich .. Wenn man eins weggibt,
 76 dann kann ich ja nichts mehr hinschreiben. Also wenn man die Tausender weggibt, dann kann
 ich ja nicht mehr Tausend hinschreiben, eintausend. Und dann habe ich das weggegeben und
 78 dann sind .. dann müsste siebenhundertneunundneunzig ([2], schüttelt den Kopf)
 siebenhunderttausendneunhundertneunundneunzig herauskommen.

80 Minute 14:10 – 16:12
 Aufgabe 3. e) Um 1 weniger als: 1 000 000

82 S1: (überlegt, schreibt: 1 000 000, streicht etwas durch, überlegt, [41]). Das ist eine Million? Nein.
 I: Mhm.
 84 S1: Ja, doch. (schreibt: 1 000 999, überlegt, [7]) Einhunderttau .. ah (streicht etwas durch und
 schreibt: 999 999, [7]) neunhundertneunundneunzigtausendneunhundertneun.
 86 I: Neunhundert? ...
 S1: Neun.
 88 I: Schau mal, hast du wirklich hingeschrieben:
 Neunhundertneunundneunzigtausendneunhundertneun?

90 S1: Ja, weil .. da habe ich Null hingeschrieben.<
 I: Mhm. Aber schau mal, die Zahl, die du jetzt hingeschrieben hast. Lies mir die nochmal vor.
 92 Du hast nämlich etwas anderes hingeschrieben, als ...
 S1: Neunhundertneunundneunzigtausend .. [4] Ach so, das schaut aus wie eine Acht. Weil da habe
 94 ich vorher eine Null gemacht und ich wollte ...
 I: Mhm, was sollen das für Zahlen sein? Das sollen drei Neuner sein und dann?
 96 S1: Und drei Neuner.
 I: Und drei Neuner. Wie heißt die Zahl dann?
 98 S1: Neunhundertneunundneunzigtausendneunhundertneunundneunzig.

Minute 17:57 – 18:26

100 Aufgabe 6. a) Stellen benennen: 40 057
 S1: (hat Lösung schon richtig auf den Zettel geschrieben)
 102 I: Und du hättest zuerst mal hier (zeigt auf das Ende der leeren Antwortzeile) zum Schreiben
 angefangen.
 104 S1: Mhm.
 I: Warum?
 106 S1: Weil ich hätte vorher mit den Einern angefangen.
 I: Was hast du da dann gemacht? Du hättest mit den Einern angefangen. Wie wärest du dann
 108 weitergegangen?
 S1: Dann hätte ich die Zehner hingeschrieben, fünf Zehner. Und dann Hundert, null Hunderter.
 110 Und dann habe ich gesehen, dass das vierzig .. zehntausend sind und dann habe ich aber vorne
 angefangen.

112 Minute 20:00 – 22:01

Aufgabe 6. c) Stellen benennen: 702009
 114 S1: (überlegt, beginnt in der Antwortzeile ganz vorne zu schreiben, schreibt falsch:
 7 ZT 2 T 0 H 0 Z 9 E, [48]) Sieben Zehntausender und zwei Tausender. Das sind [5] das
 116 müssten [5] sieben Zehntausender und das sind dann siebzig und die zwei dazu, das müssen
 dann zweiundsiebzigtausend sein.
 118 I: Mhm, zweiundsiebzigtausend. Jetzt schau mal, steht das auch wirklich dort in der Angabe?
 S1: (schüttelt den Kopf) Siebenhundert .. siebenhundertzwei .. siebenhundertzweitausendneun ..
 120 nullhundertneun.
 I: Genau. Das heißt, stimmt dann das, was du hingeschrieben hast?
 122 S1: (schüttelt den Kopf)
 I: Wie würde es richtig hingeschrieben gehören?
 124 S1: Ahm, sieben [6] ahm, sieben Tau .. Hunderttausender, null Zehntausender und zwei Tausender.

Minute 23:17 – 24:41

126 Aufgabe 6. d) Stellen benennen: 1000010
 S1: (überlegt, schreibt falsch auf: 1 HT 0 ZT 0 T 0 H 1 Z 0 E, [39]) Das sind ein Tausend .. ein
 128 Ta .. ah, Hunderttausendnullhundertzehn.
 I: Mhm, schreib dir das mal her, was du jetzt hingeschrieb .. ah, gesagt hast.
 130 Hunderttausendnullhundertzehn hast du gesagt.
 S1: (schreibt: 100 010, [5])
 132 I: Mhm. Und jetzt vergleiche mal: Ist das die Zahl, die da vorne auch steht?
 S1: [3] Da würde noch eine Null dran gehören.

134 I: Genau, da gehört noch eine Null dran. Jetzt müssen wir schauen, wo gehört die Null dran?
S1: Das (zeigt auf den Einser vor 1 HT) ist eine Million.

Minute 28:40 – 28:56

136 Aufgabe 6. e) Stellen benennen: 2018603
I: Ist es leichter, dass man es (Anmerkung: die Stellenwerte) aus dieser Zahl (zeigt auf 2018603) abliest oder aus der Zahl (zeigt auf 100 910)?
138 S1: Aus der (zeigt auf 100 910).
140 I: Warum ist es oben leichter?
S1: Weil da bei Hunderttausend .. ist es schon auseinandergeschrieben.

Minute 29:36 – 30:03

142 Aufgabe 1. a) Zahlendiktat: 17 012
144 I: Und zwar: Siebzehntausendzweif.
S1: (schreibt: 17 012, [14])
146 I: Mhm. Warum hast du das jetzt so hingeschrieben?
S1: Ahm, weil da gehört für den Hunderter eine Null. Weil es gibt keinen Hunderter.

Minute 31:03 – 31:15

148 Aufgabe 1. c) Zahlendiktat: 302 048
150 I: Ich lese nochmal vor: dreihundertzweitausendachtundvierzig.
S1: (schreibt: 302 08 und fügt dann eine 4 ein: 302 048)

Minute 33:19 – 33:40

152 Aufgabe 1. d) Zahlendiktat: 804 025
154 I: Das heißt, warum hast du hier wieder eine Null eingefügt (zeigt auf die Zehntausender- und Hunderterstelle)?
156 S1: Weil die Hunderttausender fehlen.
I: Mhm. Schau nochmal: Wo ist denn die Hunderttausenderstelle?
158 S1: (zeigt auf die Null an der Zehntausenderstelle) Und da ist die Tausender (zeigt auf den Vierer an der Tausenderstelle).
160 I: Mhm, du hast gesagt, das ist die Tausenderstelle (zeigt auf den Vierer an der Tausenderstelle). Was ist das dann für eine Stelle? (zeigt auf die Null an der Zehntausenderstelle)?
162 S1: Zehntausend.

Minute 37:29 – 38:30

164 Aufgabe 5. a) Zahlenstrahl: 2 435 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 10 000 markieren
S1: (markiert die Zahlen 2 000 und 2 435 mit Hilfe des Geodreiecks richtig am Zahlenstrahl)
166 I: Warum hast du 2 435, den Punkt, genau da markiert (zeigt auf die Markierung)?
S1: Weil fünf .. fünfunddreißig (meint: vierhundertfünfunddreißig), das ist immer da so in der Mitte
168 zwischen dreitaus .. also zwischen drei .. zwischen drei .. ah (dreht das Dreieck) .. ja zwischen dreitaus .. zweitausendfünfhundert .. u .. vierhundert. Zweitausendvierhundertfünfunddreißig ist
170 nämlich da genau dazwischen ah .. zweitausendfünfhundert.
I: Zwischen welchen zwei Zahlen ist es genau?
172 S1: Zwischen zweitausend .. fünf .. zwischen zweitausend [3] vierhundert und zwischen zweitausendfünfhundert.

174 Minute 38:55 – 41:00
Aufgabe 5. b) Zahlenstrahl: 7 799 auf einem Zahlenstrahl von 7 000 bis 8 000 markieren

176 S1: (überlegt lange, verschiebt das Lineal, spricht leise Unverständliches zu sich selbst, wechselt zum Geodreieck, markiert 7 700 und 7 799 mit Hilfe des Geodreiecks richtig, [125])

178 Minute 41:31 – 42:13
Aufgabe 5. b) Zahlenstrahl: 7 799 auf einem Zahlenstrahl von 7 000 bis 8 000 markieren

180 S1: (hat die Punkte 7 700 und 7 799 mit Hilfe des Geodreiecks richtig markiert)

182 I: Genau, du hast ganz richtig gesagt, der Punkt 7 799 liegt da (zeigt auf den markierten Punkt).
Warum liegt der aber jetzt da? Wie bist du auf das gekommen?

184 S1: [2] Ich habe nämlich da (zeigt auf den Anfang des Zahlenstrahls) die Null angelegt (Anmerkung: des Geodreiecks) und dann .. da ist .. also beim Geodreieck ist da dann siebenhundert (zeigt auf Zentimeter sieben am Geodreieck). So hab ich das gemacht. Und da ist dann .. das ist dann neunzig (zeigt auf den Strich am Geodreieck, der neun Millimeter weiter rechts von sieben Zentimetern liegt) und das ganz nahe ist dann neunundneunzig.

186 I: Genau. Was meinst du denn mit ganz nahe?

188 S1: Das heißt, was ganz nahe bei achthundert liegt.

190 Minute 42:19 – 49:44
Aufgabe 5. c) Zahlenstrahl: 99 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 1 000 000 markieren

192 S1: (überlegt lange, markiert 99 999 mit Hilfe des Geodreiecks ganz nahe bei 1 000 000 und beschriftet es mit: 99 999, etwas davor am Zahlenstrahl markiert sie 99 000, [73])

194 I: Mhm, wie bist du auf das gekommen?

196 S1: Ahm .. Das sind da .. das sind .. da (zeigt auf die markierte Zahl) habe ich 99 000 hingeschrieben (zeigt auf ihre Markierung für 99 000). Da sind beim Geodreieck auch 99 000. Dann ganz nahe muss ich dann da (zeigt nahe zu 1 000 000) den Strich machen.

198 I: Mhm. Ganz nahe bei was meinst du da?

200 S1: Bei einer Mill .. ah, ja bei einer Million.

202 I: Mhm, schau mal, du hast da jetzt geschrieben 99 000 (zeigt auf den von ihr markierten Strich).
S1: Ah (schüttelt Kopf)

204 I: Und da (zeigt auf das Ende des Zahlenstrahls) hast du gesagt ist dann eine Million.
S1: (schaut zwischen Angabe und Ende des Zahlenstrahls hin und her, [5]) Da muss ich da (zeigt zu ihrer Markierung von 99 999) noch einen (fügt einen Neuner hinzu, [9]).

206 I: Was hast du da jetzt umgebessert?

208 S1: Da hab ich einen Hunderttausender dran getan.
I: Das heißt, da ganz nahe (zeigt zu 1 000 000) hättest du jetzt da eingezeichnet 999 999.
Der große Strich, der schon eingezeichnet ist, ist was?

210 S1: Eine Million.

212 I: Eine Million. Jetzt schauen wir mal: Haben wir wirklich diese Zahl einzeichnen müssen?
S1: Mhm (schüttelt Kopf). Da (zeigt auf die Angabe).

214 I: Was ist das für eine Zahl? Wie heißt die?

216 S1: 99 999.

218 I: Schauen wir mal: Wo muss dann 99 999 sein?
S1: (nimmt das Lineal und überlegt, [15]) Da (zeigt auf ihren markierten Strich für 999 999) ist mal 90 000.
I: Da hast du aber, schau her, nicht hergeschrieben, 90 000, sondern 999 000 (Anmerkung: meint 999 999).

220 S1: (überlegt, [20]) Das müsste da sein (zeigt auf die Stelle, die ein Zentimeter nach 0 ist, was richtig ist).

I: Warum glaubst du, dass es dort ist?

222 S1: [3] Weil das nicht da (zeigt auf die Markierung nahe bei 1 000 000) sein kann, wenn da 1 000 000 ist.

224 I: Und warum bist du jetzt dann draufgekommen, dass das da (zeigt auf die richtige Markierung) ist? Wie bist du auf das gekommen?

226 S1: Da habe ich beim Neuner auf der Seite (zeigt auf das Geodreieck) angefangen. Und dann habe ich .. da .. nein, das sind nur 900.

228 I: Warum hast du da jetzt den Neuner da (zeigt auf das Geodreieck) hergelegt am Beginn vom Zahlenstrahl?

230 S1: [2] Weil es dann [2] da [6]. Nein, das ist dann, das wäre ja dann 90.

I: Was steht aber hier da am Beginn vom Zahlenstrahl?

232 S1: Null.

I: Null.

234 S1: Wenn ich es auf die Null gebe, dann komme ich da (zeigt auf die Markierung kurz vor 1 000 000) her.

236 I: Dann kommst du da her. Irgendetwas kann hier nicht ganz zusammenstimmen. Schauen wir mal: 99 999. Denk dir eine Zahl, wo liegt denn das zirka?

238 S1: (überlegt, [3])

I: Wenn du sozusagen ...

240 S1: Da (zeigt auf die Mitte des Zahlenstrahls).

I: ... wenn du runden müsstest.

242 S1: Da (zeigt auf die Mitte des Zahlenstrahls).

I: Ja, schau mal, wenn du sagst, zirka da (zeigt in die Mitte des Zahlenstrahls). Wenn wir hier (zeigt auf den Beginn des Zahlenstrahls) und hier (zeigt auf das Ende des Zahlenstrahls) .. eine Million. Was müsste denn da (zeigt in die Mitte des Zahlenstrahls) dann zirka liegen?

244 S1: Fünf .. 500 000.

I: 500 000. Genau. Jetzt schauen wir mal: Ist 99 999 mehr oder weniger wie ...

246 S1: Weniger.

I: Weniger, das heißt, wo muss es dann liegen?

250 S1: Da (zeigt knapp unter 500 000).

I: Wenn es weniger wie 500 000 ist, muss es dann auf der (zeigt auf die linke Seite) Seite vom Zahlenstrahl liegen oder auf der (zeigt auf die rechte Seite)?

252 S1: Der (zeigt auf die linke Seite).

254 I: Auf der irgendwo. Jetzt schauen wir mal: Wie groß ist denn die Zahl zirka, wenn du sie runden müsstest?

256 S1: Ach .. das heißt .. das sind dann 100 000.

I: Genau, 100 000. Jetzt schau mal, ist das eine Erleichterung, wenn du sagst, das sind 100 000 zirka.

258 S1: [6] Wenn das (zeigt auf die Mitte des Zahlenstrahls) 50 000 sind ...

260 I: Warte mal, zuerst hast du gesagt, das da sind ...

S1: 500 000. [3] 500 000 wenn das sind. Und das sind .. das (zeigt auf den Punkt, der einen Zentimeter von 0 entfernt ist) müssten dann 99 000 sein (zeichnet eine Markierung hier ein, [6]).

262 I: Genau, vielleicht beschriftest du mir das noch.

264 S1: (beschriftet die Markierung jetzt richtig, [7])

I: Mhm. Super, das heißt, wenn man sich denkt, das sind zirka 100 000, dann erleichtert es man sich wahrscheinlich ein wenig.

266

Interview mit Schülerin 2 (S2):

Minute 00:48 – 01:31

Aufgabe 1. a) Zahlendiktat: 17 012

I: Ich sage es nochmal: Siebzehntausendzölf.

S2: (hat richtig geschrieben: 17 012, nickt)

I: Wie .. Warum hast du jetzt die Zahl so hingeschrieben? Wie bist du auf das gekommen?

S2: Ahm. Weil Tausender drei Zahlen, also drei Nullen hat und bei .. da muss .. also siebzehn und [2] ja.

I: Mhm. Du hast eine Null hingeschrieben. Warum hast du denn die Null hingeschrieben?

S2: Ahm, weil hier (zeigt auf die letzten drei Stellen) eine dreistellige Zahl ist und dann .. muss man die dritte auch hinschreiben.

I: Muss man die dritte auch hinschreiben. Warum hast du jetzt die Null genau da hingeschrieben? Warum nicht hier (zeigt auf die Zehnerstelle)?

S2: Weil es da dann hundertzwei wäre und nicht siebzehntausendzölf.

Minute 01:58 – 02:22

Aufgabe 1. b) Zahlendiktat: 10 011

S2: (schreibt richtig: 10 011)

I: Ja. Warum hast du da jetzt zwei Nullen eingefügt?

S2: Ahm, weil bei Zehn schon eine Null dabei ist und den muss man dann auch noch ..

I: Mhm. Du meinst beim Zehner ist eine Null dabei. Die (zeigt auf Tausenderstelle) Null?

S2: Ja.

I: Ok. Warum dann die (zeigt auf Hunderterstelle) Null?

S2: Weil das ist wieder so eine dreistellige .. also drei Nullen sind .. und dann muss man den Dritten einfügen.

I: Mhm. Warum hast du jetzt die Null nicht da (zeigt auf Zehnerstelle) hingeschrieben zum Beispiel?

S2: Weil dann wieder hunderteins herauskommen würde.

Minute 02:32 – 03:38

Aufgabe 1. c) Zahlendiktat: 302 048

I: Dreihundertzweitausendachtundvierzig.

S2: (schreibt falsch: 300 248, [5])

I: Ich sage die Zahl nochmal: Dreihundertzweitausendachtundvierzig.

S2: (bessert die vorherige Lösung richtig aus auf: 302 048, [3])

I: Mhm, einmal noch: Dreihundertzweitausendachtundvierzig.

S2: (nickt)

I: Passt so?

S2: Ja.

I: Mhm. Du hast das zuerst anders hingeschrieben und dann wieder durchgestrichen ..

S2: Ich habe es falsch verstanden. Ich habe gedacht, es wäre hier dreihundert .. zweihundert .. zweihunderttausend .. zwei .. achtundvierzig ..

I: Mhm. Das heißt, wie hättest denn du die Zahl vorher hingeschrieben? Kannst du mir das vorlesen, wie du es vorher hingeschrieben hast?

S2: Dreitausendzweihundertachtundvierzig.

I: Mhm, wenn du sagst: dreitausend. Schau einmal ...

S2: Ah, dreihunderttausend.

I: Genau. Dreihunderttausend ...
 46 S2: Zweihundertachtundvierzig.
 I: Und richtig ist – da hast du dich dann eh verbessert – dreihundertzweitausendachtundvierzig.

48 Minute 04:21 – 08:39
 Aufgabe 1. e) Zahlendiktat: 1 053 070

50 I: Und die letzte Zahl: Eine Million ..dreiundfünfzigtausend .. siebzig.
 S2: (schreibt und stockt dann)
 52 I: Ich sage es nochmal: Eine Million .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig.
 S2: (schreibt falsch: 1 000 053)
 54 I: Mhm. Ich sage es nochmal kurz: Eine Million .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig.
 S2: (bessert falsch um auf: 1 000 070)
 56 I: Schauen wir kurz mal: Was hast du jetzt für eine Zahl hergeschrieben? Kannst du sie mir vorlesen?
 58 S2: Ahm [8].
 I: (überprüft Kamera) Lass dich nicht verwirren, ich muss nur kurz schauen, ob eh der Akku noch hält.
 60 S2: Also bei dem bin ich mir jetzt nicht ganz sicher.
 62 I: Mhm, das macht überhaupt nichts. Erkläre mir einfach .. Oder sag mir vielleicht zuerst, was du da für eine Zahl hingeschrieben hast.
 64 S2: Ahm. Also ich glaube, dass es eine Million .. siebzig ist.
 I: Genau, eine Million siebzig. Und jetzt hör nochmal zu, was ich für eine Zahl sage: Eine Million ..
 66 dreiundfünfzigtausend .. siebzig.
 S2: (überlegt, [17])
 68 I: Mhm. Was fehlt dir noch?
 S2: Ahm, ich glaube, eine Null.
 70 I: Mhm. Schauen wir mal ...
 S2: Oder ein Einser hier ...
 72 I: Du hast gesagt ...
 S2: Eine Million .. tausend.
 74 I: Mhm, schau mal, du hast schon hergeschrieben und mir zuerst gesagt: eine Million .. siebzig. Was du da hergeschrieben hast, das stimmt perfekt. Jetzt habe ich aber gesagt: Eine Million ..
 76 dreiundfünfzigtausend .. siebzig. Das heißt, dreiundfünfzigtausend sollten wir noch irgendwie hineinbekommen in die Zahl.
 78 S2: (überlegt, [14]) Vielleicht, wenn man da einen Einser hinmacht oder so.
 I: Mhm, warum meinst du jetzt einen Einser?
 80 S2: Weil Tausend drei Zahlen hat und ..
 I: Ah, ok. So meinst du, und wo würdest du dann dreiundfünfzigtausend hinschreiben?
 82 S2: [2] Vielleicht hinten dran, aber ich glaube nicht.
 I: Mhm. Sonst machen wir es vielleicht mal anders. Schreib in die Seite – kannst eh hier
 84 hinschreiben (zeigt auf leeren Zettel) hier auf den Schmierzettel – nur einmal eine Million. Und sonst nichts.
 86 S2: (schreibt richtig: 1 000 000)
 I: Super. Dann schreibst du vielleicht darunter die Zahl: dreiundfünfzigtausend.
 88 S2: (schreibt richtig: 53 000)
 I: Genau, dreiundfünfzigtausend. Und jetzt haben wir noch siebzig.
 90 S2: (schreibt richtig: 70)

92 I: Genau, die hast du alle vollkommen richtig hingeschrieben. Und jetzt sollen wir noch versuchen, diese in eine Zahl zu schreiben.

S2: (schreibt richtig: 1 053 070)

94 I: Vollkommen richtig. Warum hast du das jetzt so aufgeschrieben?

S2: Ahm, weil ich das da zusammengerechnet habe.

96 I: Zusammengerechnet. Warum ist jetzt da (zeigt auf die Hunderttausenderstelle) eine Null?

S2: Weil da hier, ahm, dreiundfünfzig ist und weil das nur eine zweistellige Zahl ist, bleibt die dritte, also, eine Null.

98 I: Genau. Und warum ist da (zeigt auf die Hunderterstelle) eine Null?

100 S2: Weil, ahm, da hier auch wieder nur so eine zweistellige Zahl ist und da muss man die dritte wieder ...

102 I: Das heißt, für was schreibt man die Nullen hin?

S2: Ahm, dass die Zahl bleibt. Weil sonst wäre es weniger.

104 I: Sonst wäre es weniger .. Oder, wie könnte es sein, wirklich weniger .. Wenn du zum Beispiel diese Null (zeigt auf die Hunderterstelle) weggibst?

106 S2: Dann wäre es auch eine komplett andere Zahl.

I: Genau, ok. Das verändert dann den Wert von der Zahl.

108 Minute 09:08 – 09:33

Aufgabe 7. a) Was ist mehr?: 1 T _____ 12 H

110 S2: (schreibt richtig: 1 T < 12 H, [9])

I: Wie bist du auf das gekommen, dass ein Tausender kleiner ist als zwölf Hunderter?

112 S2: Ahm, weil .. zwölf Hundert .. also zwölf mal 100 ist 1 200 und das (zeigt auf 1 T) ist nur 1 000, also ist das (zeigt auf 1 T) kleiner.

114 Minute 09:37 – 09:48

Aufgabe 7. b) Was ist mehr?: 11 Z _____ 1 H

116 I: Nummer b.

S2: (schreibt: 11 Z > 1 H)

118 I: Mhm, wie bist du auf das gekommen?

S2: Ahm, weil .. zehn mal zehn ist 100 und dann, weil es elf ist, 110. Und da (zeigt auf 1 H) ein Hunderter.

120

Minute 09:53 – 10:26

122 Aufgabe 7. c) Was ist mehr?: 10 H _____ 1 T

I: Nummer c.

124 S2: (schreibt richtig: 10 H = 1 T) Denn 10 mal 100 ist 1 000, also 10 000 (streicht = wieder durch).

I: Warte mal, du hast gesagt, 10 mal 100 ist?

126 S2: [4] 1 000.

I: Mhm, und warum hast du dann auf einmal gesagt: 10 000?

128 S2: Weil ich dann am Schluss gedacht hätte, 100 mal 100, dann habe ich mich vertan.

I: Ok, das heißt, was gehört da richtig hingeschrieben?

130 S2: Gleich.

Minute 12:42 – 13:18

132 Aufgabe 3. a) Um 1 weniger als: 63 000

S2: (schreibt richtig: 62 999)

134 I: Mhm.

136 S2: Ahm, ich komme auf diese Zahl, weil minus eins, da .. verändert sich die ganze Zahl. Also, außer
der Sechser, der bleibt. Denn da .. 3 000 minus eins ist zum Beispiel zweihundertneunund ..
neunhundertneunundneunzig. Und ..

138 I: Wirklich 299? Du hast gesagt, 3 000 minus eins ..
S2: Ist 2 999. Und dann noch den Sechser.

140 Minute 13:22 – 14:27
Aufgabe 3. b) Um 1 weniger als: 299 000

142 S2: (schreibt richtig: 298 999)
I: Wie bist du auf das gekommen?

144 S2: Ähm, da verändert sich nur diese Zahl (zeigt auf den Neuner an der Tausenderstelle), weil minus
eins ist acht und dann .. also, 9 000 minus eins ist achthundertneunhundert .. neunundneunzig.

146 I: Mhm. Du hast es vollkommen richtig hingeschrieben. Du hast dann gesagt: 9 000 minus eins,
was ergibt das?

148 S2: Achthundert, äh, achttausendneunhundertneunundneunzig.
I: Genau. Warum zum Beispiel nicht: 9 000, wenn du eins weggibst. Geben wir einfach hier (zeigt
auf die Tausenderstelle) einfach eins weg, dann ist es doch 8 000.

150 S2: Ja, aber .. ahm, wenn man jetzt so rechnet .. 10 000 besteht aus lauter Zahlen und wenn man
hier wegrechnet, dann wäre es minus 1 000.

152 Minute 15:30 – 16:10
Aufgabe 3. e) Um 1 weniger als: 1 000 000

154 S2: (schreibt richtig: 999 999)
I: Mhm.

156 S2: Ahm, bei der Zahl verändert sich gleich alles, weil das eine Million oder sowas ist (lacht).
158 Und da ...
I: Stimmt eh, das ist wirklich eine Million, genau.

160 S2: Und dann .. minus .. also. Zum Beispiel zehn minus eins ist neun. Und dann 1 000 minus neun
ist 999 und das .. ja.

162 Minute 16:37 – 17:07
Aufgabe 5. a) Zahlenstrahl: 2 435 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 10 000 markieren

164 S2: (markiert die Zahl 2 435 richtig am Zahlenstrahl, [14]) Ahm bei dem, da ist nämlich da 10 000
(zeigt auf das Ende des Zahlenstrahls) und da kann man mit dem Geodreieck bei, ahm, mit
166 Zentimetern rechnen und .. nur da .. da ist vier (zeigt auf vier Zentimeter am Geodreieck) und bei
35 hab ich mich ein bisschen schwer getan, weil .. das ein wenig schwer geht.

168 Minute 17:54 – 19:42
Aufgabe 5. b) Zahlenstrahl: 7 799 auf einem Zahlenstrahl von 7 000 bis 8 000 markieren

170 S2: (markiert die Zahl 7 799 richtig am Zahlenstrahl, legt dabei das Lineal bei 0 auf den Beginn des
Zahlenstrahls, [24])
172 I: Mhm. Warum glaubst du, dass es genau dort ist? Wie bist du auf das gekommen?
S2: Ich habe hier sieben Zentimeter genommen, weil da 700 ist. Aber das Lineal, also das
174 Geodreieck geht nur sieben Zentimeter und deshalb hab ich das am Schluss, das 99, also fast
acht [4] .. warte (überlegt, [2]). Ahm, geschätzt dann, da so.

176 (... Schülerin erhält Lineal, das bis zehn Zentimeter geht ...)
S2: (markiert nun die Zahl 7 799 genauer, [6])

178 I: Mhm, warum hast du es genau dort eingezeichnet?
S2: Ahm, weil das (zeigt auf 799 in der Angabe) fast 800 sind und ein Millimeter, da muss man ganz
180 genau ..

Minute 19:51 – 21:48

182 Aufgabe 5. c) Zahlenstrahl: 99 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 1 000 000 markieren
S2: (markiert die Zahl 99 999 richtig am Zahlenstrahl, legt dabei das Lineal bei 0 auf den Beginn des
184 Zahlenstrahls und macht eine Markierung bei einem Zentimeter, [51])
I: Mhm. Warum hast du den Punkt jetzt da markiert?
186 S2: Ahm, weil das nicht neunhund .. neunhunderttausendneun .. neunundneunzig. Also, es ist nicht
da (zeigt zu 1 000 000) ganz vorne. Es wird nämlich nicht bald 1 000 000, sondern es wird bald ..
188 also es ist fast bei einem Zentimeter um den einen Millimeter.
I: Mhm. Was bedeutet denn ein Zentimeter da auf dem Zahlenstrahl, wenn man es in einer Zahl
190 ausdrückt?
S2: Also, ahm, das ganze sind insgesamt zehn Zentimeter. Und das ist so, ahm, fast ein Zentimeter.
192 Also um einen Millimeter.
I: Mhm. Und du hast dann gesagt, die zehn Zentimeter sind 1 000 000. Und bei einem Zentimeter?
194 S2: Sind es dann neuntau .. 99 999.
I: Genau, das heißt rund? Zirka?
196 S2: Ein Zentimeter.
I: Genau, ein Zentimeter. Und ein Zentimeter bedeutet da in diesem Fall 100 000.
198 S2: Minus ein Millimeter so.
I: Ein bisschen davor, ja.

200 Minute 21:50 – 26:43

Aufgabe 5. d) Zahlenstrahl: 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 100 000 markieren
202 S2: (markiert die Zahl 999 bei rund einen Zentimeter falsch, [16])
I: Mhm, jetzt schau mal. Du hast gesagt, das ist zirka wieder bei was gewesen?
204 S2: Ahm, bei einem Zentimeter.
I: Jetzt wissen wir: Das Ganze sind wie viele Zentimeter?
206 S2: (misst mit dem Lineal ab, [3]) Zehn und das sind dann 100 000.
I: Genau. Das heißt, ein Zentimeter, welche Zahl ist das dann?
208 S2: Ahm, 999?
I: Mhm, kann das sein? Schau her, zählen wir sozusagen mal nach vor, wenn wir hier anlegen.
210 Das heißt, hier (zeigt auf den markierten Punkt) hätten wir dann 999. Das ist zirka, wenn wir es
runden müssen, die Zahl?
212 S2: 1 000.
I: 1 000. Das heißt, da (zeigt auf einen Zentimeter am Lineal) hätten wir 1 000. Was hätten wir da
214 (zeigt auf zwei Zentimeter am Lineal).
S2: 2 000. 3 000. 4 000. 5 000. 6 000. 7 000. 8 000. 9 000. 100 000.
216 I: Warte mal, jetzt hast du da gesagt 9 000. Und was kommt dann?
S2: (überlegt, [6])
218 I: Da haben wir jetzt aufgehört und da hast du gesagt 9 000. Was müsste denn da (zeigt auf
Zentimeter zehn am Lineal) sein?
220 S2: 100 000.
I: Kann das sein, dass man von 9 000 gleich auf 100 000 springt?
222 S2: [2] Oh, 10 000. Dann habe ich mich da (zeigt auf die markierte Zahl) vertan.

224 I: Genau, ganz richtig. Weil was haben wir denn hier (zeigt auf das Ende des Zahlenstrahls) für eine Zahl, 10 000?
 S2: (schüttelt Kopf) Nein, 100 000.

226 I: Das heißt, wir müssen es uns nochmal anschauen.
 S2: (überlegt und probiert, [48]) Ich weiß es nicht.

228 I: Was überlegst du jetzt? Macht nichts, wenn es nicht gleich beim ersten Mal geht. Halb so schlimm.

230 S2: Ob .. Wie das jetzt geht, dass sich 100 000 ausgeht.
 I: Genau, es muss sich ja 100 000 ausgehen. Jetzt müssen wir schauen: Wir haben sozusagen zehn Schritte und müssen dann auf 100 000 kommen. Überleg dir vielleicht mal einen Schritt, wie viel muss das sein? Welche Zahl muss bei einem Schritt sein? Bei einem Zentimeter?

232 S2: (überlegt, [5], schreibt auf den Schmierzettel)
 I: Du kannst dir eh was aufschreiben, wenn du magst.

234 S2: (dividiert am Schmierzettel schriftlich 100 000 geteilt durch 10, [38]) 100 000 ist ein Zentimeter (lacht). Ach so, das geht nicht.

236 I: Genau, aber schau mal genau, was du da jetzt geschrieben hast.
 S2: [3] 10 000. Dann ist ein Millimeter [3] .. das ist 999 (zeichnet 999 bei einem Millimeter ein). Also ein wenig hinter einem Millimeter.

238 I: Ja genau. Das kann man gar nicht mehr so genau einzeichnen. Warum hast du .. hast du vollkommen richtig gemacht. Warum hast du da dann auf einmal 100 000 durch zehn dividiert?

240 S2: Ahm, weil es zehn Schritte sind. Und da, ich wollte wissen, wie viel das .. ein Schritt ist.

242 I: Genau und dann hast du herausgefunden: ein Schritt, also nach einem Zentimeter, ist wie viel?

244 S2: Ahm, 100 .. 10 000.

246 I: Genau. Und warum hast du dann auf einmal gesagt, bei einem Millimeter sind die 999?
 S2: Weil das 1 000 sind und ein Zentimeter hat zehn Millimeter und 1 000 mal zehn sind 10 000.

248 Minute 26:59 – 29:00
 Aufgabe 5. e) Zahlenstrahl: 758 061 auf einem Zahlenstrahl von 500 000 bis 1 000 000 markieren

250 S2: (markiert die Zahl 758 061 bei etwas mehr als zwei Zentimetern falsch am Zahlenstrahl)

252 I: Mhm. Warum genau bist du da darauf gekommen, dass 758 061, der Punkt genau da markiert ist?

254 S2: Ahm, weil das schon 500 000 sind und dann noch zwei Zentimeter und fünf Millimeter und noch ein bisschen was.

256 I: Mhm, jetzt schauen wir mal. Da (zeigt auf den Anfang des Zahlenstrahls) haben wir 500 000. Da (zeigt auf das Ende des Zahlenstrahls) haben wir

258 S2: 1 000 000.
 I: 1 000 000. Dann schauen wir mal: Genau in der Mitte, was muss da dann liegen? Wenn du die Mitte von 500 000 und 1 000 000 nimmst. Welche Zahl muss da markiert werden?

260 S2: 750. Also siebentause .. fünfz ..

262 I: 750 000 meinst du, glaube ich, oder? Jetzt schau mal, da (zeigt in die Mitte des Zahlenstrahls) müsste 750 000 sein. Kann das dann stimmen, dass 758 061 da (zeigt auf den markierten Punkt) liegt?

264 S2: (schüttelt Kopf)

266 I: Genau, das kann nicht ganz stimmen. Müssen wir es nochmal anschauen.
 S2: (markiert die Zahl 758 061 etwas über der Mitte richtig, [18])

268 I: Genau, was hast du da jetzt zuerst markiert?
 S2: Ahm, das es die Hälfte ist und dann nochmal fünf Millimeter.

270 Minute 29:30 – 30:03
Aufgabe 2. a) Um 1 mehr als: 5 899

272 S2: (schreibt richtig: 5 900, [5])
I: Mhm. Warum hast du gesagt, ist es dann die Zahl, die du hingeschrieben hast?

274 S2: Ahm. Weil 899 plus eins ist 900 und die Zahl dort vorne bleibt, weil es nur plus eins ist. Wenn es eine größere Zahl wäre, also bei Tausend würde es .. bei Hundert würde es noch bleiben.

276 Minute 32:16 – 33:15
Aufgabe 6. a) Stellen benennen: 40 057

278 S2: (schreibt richtig: 4 ZT 0 T 0 H 5 Z 7 E, beginnt bei ZT zu schreiben, [29])
I: Mhm, kannst du mir vielleicht kurz erklären, wie du auf das kommst?

280 S2: Ahm, also 10 000 ist die Zehnerzahl und das sind dann vier. Und das ist die Tausender und das sind null Tausender. Das sind .. also bei der dritten ist eine Null, also null Hunderter. Fünf sind ..

282 also fünf Zehner. Fünfzig sind fünf Zehner. Und sieben sind sieben Einer.

Minute 33:18 – 34:09

284 Aufgabe 6. b) Stellen benennen: 100 910

S2: (schreibt richtig: 1 HT 0 ZT 0 T 9 H 1 Z 0 E, beginnt bei HT zu schreiben, [28]) Ahm. Bei dem (Anmerkung: Beispiel, im Gegensatz zur vorigen Aufgabe) ist die Zahl größer. Da sind dann [2] ein Hunderttausender.

288 I: Wie hast du denn überhaupt gewusst, dass das ein Hunderttausender ist?

S2: Weil hier eine dreistellige Zahl ist und dreistellige Zahlen sind hundert. Und .. da hinten muss dann auch nochmal eine dreistellige Zahl sein.

290

Minute 34:29 – 36:20

292 Aufgabe 6. c) Stellen benennen: 702009

S2: (schreibt richtig: 7 HT 0 ZT 2 T 0 H 0 Z 9 E, [23]) Ahm, bei dem ist es wieder so wie bei dem (zeigt zur vorigen Aufgabe). Also, da ist halt eine (unverständlich). Da mal sieben Hunderttausender, null Zehntausender, zwei Tausender, null Hunderter, null Zehner und neun Einer.

296 I: Mhm, ist es da wichtig, bei dieser Schreibweise (zeigt auf die geschriebene Lösung), wenn man die Stellen benennt, dass du da die Nullen extra anführst?

298 S2: ([2], schüttelt Kopf) Ich glaube nicht.

300 I: Warum glaubst du nicht?

S2: Ahm, weil man .. weil Nullen nicht so .. also weil die nichts tun.

302 I: Mhm. Und bei dieser Schreibweise (zeigt auf die Angabe), wenn man die Zahl so hinschreibt? Kann man da dann nicht die Nullen auch weglassen?

304 S2: Ja, schon.

I: Mhm, lass mal die Nullen weg und schreib dann die Zahl her, die herauskommt.

306 S2: (schreibt: 7 HT 2 T 9 E, [11])

I: Ok. Ja, und ich meine, dass man jetzt da (zeigt auf 702009) einfach die Nullen weglassen könnte? Die Null weg (zeigt auf die Zehntausenderstelle), die Null weg und die Null weg (zeigt auf die Hunderter- und Zehnerstelle). Kommt dann da die gleiche Zahl noch heraus?

308 S2: (schüttelt Kopf) Nein.

I: Nein. Warum nicht? Was würde dann für eine Zahl herauskommen?

312 S2: Dann käme [2] .. Das würde eigentlich überhaupt nicht zusammenpassen, weil vor Hunderttausend noch Zehntausend kommen würde und nicht gleich Tausend.

314 I: Genau, ok ...

Minute 36:25 – 38:47

316 Aufgabe 6. d) Stellen benennen: 1000010

S2: (schreibt die ersten vier Stellenwerte richtig an, [41]) Darf ich nochmal neu anfangen?

318 I: Sicher.

S2: (schreibt richtig: 1 M 0 HT 0 ZT 0 T 0 H 1 Z 0 E, [65])

320 I: Mhm. Warum hast du gesagt, du fängst mit einer Million an?

S2: Ahm, weil das 1 000 010 ist. Weil Tausender sind es .. ahm, zum Beispiel .. mit H sind sechs Zahlen und eine Million sind schon über, also sind schon sieben.

322

I: Mhm, das heißt, du hast es dann abgezählt?

324 S2: Ja.

Interview mit Schülerin 3 (S3):

Minute 00:47 – 03:53

2 Aufgabe 3. a) Um 1 weniger als: 63 000

I: Kennst du dich aus, was zu tun ist?

4 S3: Mhm, ich muss es immer um eins kleiner machen.

I: Ja, genau.

6 S3: Also, nur die Nullen oder dreier .. 63 auch?

I: Lies es dir nochmal durch.

8 S3: (liest nochmal die Angabe und überlegt, [12]) Mhm (flüstert) also immer um eins kleiner machen.

I: Genau, um eins kleiner machen.

10 S3: Also in dem Fall ist das dann 62.

I: Mhm, schreibe es einfach mal hin, was du dir denkst.

12 S3: (schreibt falsch: 62 000, [9])

14 I: Mhm. Jetzt muss ich kurz umtun, weil ich sehe, dass du Rechtshänderin bist (Anmerkung: Kamera ist so gestanden, dass das Geschriebene genau durch die Hand der Schülerin verdeckt wurde). Darf ich das hier herüberstellen? (stellt Kamera auf die andere Seite)

16 S3: Linkshänderin.

18 I: Ah, Linkshänderin, genau. Die, die ich das erste Mal interviewt habe, waren nämlich alle Rechtshänder und deswegen hab ich sie da hergestellt. So [5], warte einmal. Schauen wir mal: Was heißt denn das: um eins kleiner? Wenn man das sozusagen in eine mathematische Rechenoperation umwandeln müsste. Ist das plus, minus, mal, dividiert?

20 S3: Minus (fragend)?

22 I: Minus, genau. Das heißt, wir müssen sozusagen minus eins rechnen. Jetzt schau mal: Hast du wirklich minus eins gerechnet?

24 S3: Da habe ich wahrscheinlich minus 100 gerechnet.

I: Mhm, was wäre denn 63 000 minus 100?

26 S3: (überlegt, atmet tief ein und wieder aus, [8]) Das wären 63 100.

28 I: Überlege nochmal, wenn du sagst, du musst minus rechnen. Und zuerst haben wir schon 63 000 und jetzt hättest du gesagt, das neue wäre dann 63 100. Kann das dann hinkommen?

S3: Nein (schüttelt Kopf).

30 I: Was hast du da gerechnet?

S3: Plus, oder?

32 I: Genau, plus. Das heißt, wir müssen jetzt eins abziehen. Du hättest jetzt 100 abgezogen. Wenn wir nur eins abziehen müssen, dass es um eins kleiner ist?

34 S3: Müsste ich 63 000 minus eins rechnen.

I: Genau, 63 000 minus eins. Überleg mal, was wird das?

36 S3: Das ist dann (überlegt, [7]) 62 999 (fragend)?

I: Genau, super. Wie hast du da jetzt im Kopf überlegt? Was hast du dir da gedacht?

38 S3: Ich habe einfach .. Da (zeigt auf die Angabe 63 000) habe ich mir den Einser darunter gedacht und dann habe ich einfach .. ahm, gedacht, wenn ich da jetzt eins weggebe, dann muss ja die

40 Zahl 63 auch ein wenig kleiner werden.

I: Genau. Hast du, wenn du sagst, du hast einen Einser daruntergeschrieben, hast du dann

42 sozusagen das schriftliche Verfahren, wie man es schriftlich rechnet und untereinander schreibt, im Kopf sozusagen gedacht?

44 S3: Ja (nickt).

Minute 04:24 – 05:28

46 Aufgabe 3. b) Um 1 weniger als: 299 000

I: Schauen wir uns Nummer b an.

48 S3: Das ist jetzt .. zweihundertachtundneunzigneunhundertneunundneunzig.

I: Genau, schreib es mal hin.

50 S3: (schreibt richtig: 298 999, [8])

I: Du hast sie vollkommen richtig aufgeschrieben, die Zahl. Beim Sagen, also wenn du sie

52 ausgesprochen hast, hast du ein bisschen etwas vergessen. Sag es nochmal, wie du es jetzt hingeschrieben hast.

54 S3: Zweitausendachtundneunzig .. neunhundertneunundneunzig.

I: Genau, der letzte Teil der stimmt schon vollkommen. Das ist 999. Jetzt müssen wir schauen.

56 Wenn du das hier .. denk dir da mal drei Nullen (zeigt auf 999), wie wenn hier drei Nullen stehen würden.

58 S3: Das sind 298 000 (grinst).

I: Genau. Und jetzt fügst du das (zeigt auf 999) noch dazu.

60 S3: Das verwechsle ich immer.

I: Genau, aber du hast es jetzt ...

62 S3: 298 999.

Minute 5:29 – 08:40

64 Aufgabe 3. c) Um 1 weniger als: 543 200

I: Machen wir Nummer c.

66 S3: (überlegt, [2]) Das sind 542 199.

I: Schreibe es mal hin.

68 S3: (schreibt falsch auf: 542 199, [9])

I: Und jetzt schauen wir mal: Wie viel hast du denn da abgezogen jetzt?

70 S3: Um eine Zahl weniger, also drei minus eins ist zwei.

I: Mhm. Jetzt schauen wir mal: Da hast du da (zeigt auf den Dreier in 543 200) eins abgezogen.

72 Wenn du sagst drei minus eins. Und dann würde dir hier zwei herauskommen. Warum hast du dann hier aber nicht 200 stehen, sondern 199?

74 S3: (überlegt, [5]) Mhm.

I: Dann hättest du ja da auch noch etwas abgezogen.

76 S3: (überlegt, [29]) Da gehört (flüstert) .. (überlegt, [9]) Ich versteh das gerade nicht.

I: Mhm, schauen wir mal: Wenn .. Wir haben gesagt, wir müssen eins abziehen.

78 S3: Mhm.

I: Das heißt, du hast da gesagt, du ziehst vom Dreier eins ab. Warum ziehst du vom Dreier eins

80 ab?

S3: Sollte man nicht, oder? Man soll ja von hinten ..

82 I: Genau. Wenn wir eins abziehen: Von welcher Stelle sozusagen müssen wir denn das abziehen?

S3: Von Null (fragend)?

84 I: Ja, in diesem Fall von der Einerstelle. Und jetzt schauen wir mal: Du hast es vom Dreier abgezogen. Was ist denn das für eine Stelle hier? Was für ein Stellenwert, wo der Dreier steht?

86 S3: Ahm (überlegt, [6]). Das ist (flüstert, [2]) .. Also Einer, Zehner, Hunderter, Tausender.

I: Genau, der Dreier steht auf der Tausenderstelle. Wenn du hier (zeigt auf den Dreier in 543 200)

88 einen Einser sozusagen abziehst, dann ziehst du eigentlich nicht einen Einser ab, sondern was ziehst du ab?

90 S3: Tausend.

I: Genau, Tausend. Und wollen wir Tausend abziehen?

92 S3: Nein, wir wollen nur eins abziehen (grinst).

I: Genau, wir wollen nur eins abziehen. Das heißt, wie müssen wir es richtig machen, damit wir nur

94 eins abziehen?

S3: Von der Einerstelle.

96 I: Genau, von der Einerstelle eins abziehen. Hast du das hier gemacht, dass du von der Einerstelle da eins abziehst?

98 S3: (überlegt, schaut aber nicht auf das Aufgabenblatt, [3]) Das weiß ich jetzt momentan nicht. Aber ich glaube schon.

100 I: Ja genau, schau her: Weil du hast gesagt, wir müssen von da (zeigt auf die Einerstelle) eins abziehen. Das heißt, wir müssen uns eigentlich denken, wir müssen von 200 eins abziehen. Das

102 ist 199. Weil da von Null noch eins abziehen, das geht nicht.

S3: Mhm.

104 I: Das heißt, wir ..

S3: Also müsste das 543 199 sein (fragend)?

106 I: Genau.

Minute 08:55 – 16:15

108 Aufgabe 3. d) Um 1 weniger als: 701 000

I: Okay, machen wir Nummer d.

110 S3: Wenn ich .. da jetzt 701 000 .. Und da habe ich dann siebenhunderteintausendnull hab. Ahm, dann muss ich ja .. jetzt von der Tausenderstelle eins weggeben.

112 I: Mhm, schreib ...

S3: Weil von Null kann ich ja nicht noch eins wegtun.

114 I: Genau. Schreib einmal hin, wie du dir denkst.

S3: (schreibt falsch: 700 000, [25])

116 I: Mhm, jetzt kontrollieren wir wieder. Wie viel hast du da jetzt abgezogen?

S3: (überlegt, [3]) Wahrscheinlich wieder mal 1 000 (fragend, grinst)?

118 I: Mhm, glaubst du? Weil du sagst wahrscheinlich? Warum glaubst du, dass du 1 000 abgezogen hast?

120 S3: Weil .. Da sind die einzigen Nullen und da ist ein Einser. Und da kann ich dann nur 1 000 abziehen, wenn es da Null sind (zeigt auf die drei Nullen bei 701 000).

122 I: Genau, du hast da jetzt nämlich 1 000 abgezogen. Und eigentlich wollen wir aber nur eins abziehen.

124 S3: Ja, aber wie kann man von null eins abziehen?

I: Genau, das müssen wir schauen. Du hast gesagt, bei Null .. von der Einerstelle können wir nicht

126 eins abziehen.

S3: Weil es nicht geht.

128 I: Was könnten wir aber machen, dass wir trotzdem von der Zahl 701 000 .. dass wir die um eins kleinere Zahl finden?

130 S3: (überlegt, [2]) Neuner (überlegt, [14]) .. Ah .. Von Null kann man nichts wegtun.
I: Mhm.

132 S3: Normalerweise.
I: Genau, normalerweise. Das heißt, wir müssen uns das .. die Null, der hier steht .. da stehen ja ganz hinten auf der Einerstelle, auf der Zehnerstelle und auf der Hunderterstelle stehen Nullen. Das heißt, wir müssen noch ein bisschen weiter nach vorne denken. Und da dann eins abziehen.

134 S3: Das wären dann 100. Wenn ich jetzt weiter nach vorne denken würde ...
I: Mhm, aber schau her: Wo ist denn die Hunderterstelle hier?

138 S3: Da (zeigt auf die Hunderterstelle) auf der dritten Stelle.
I: Genau, steht da ein Einser?

140 S3: Nein.
I: Nein. Das heißt, was haben wir denn für eine Zahl, wenn wir weiter nach vorne denken?

142 S3: Tausend (fragend)?
I: Genau, wir haben da 1 000. Das heißt, nachdem wir von Null .. steht da .. können wir nicht eins abziehen. Und da auf der Zehnerstelle steht wieder eine Null ...

144 S3: Kann man wieder nichts abziehen.
I: Auf der Hunderterstelle?

146 S3: Kann man auch nichts abziehen.
I: Genau. Das heißt, wir müssen von ...

148 S3: der Tausender ...
I: der Tausenderstelle etwas abziehen. Und was ist von 1 000 eins abgezogen?

150 S3: Null.
I: Warte mal. Von 1 000 nur eins abziehen.

152 S3: Sind 99 .. 999.
I: Genau. Das heißt, wenn du von 1 000 eins abziehst, erhalten wir 999.

154 S3: Dann müsste ich hier jetzt schreiben, 999 000 (fragend)?
I: Nein, nicht 999 000. Sondern 700 000 haben wir am Anfang.

156 S3: Mhm.
I: Und da nehmen wir sozusagen den Tausender, der da steht. Nehmen wir heraus und von dem Eintausender wird eins abgezogen. Da hast ...

160 S3: Also werden das drei Neuner?
I: Genau.

162 S3: Also 709 000. 900 .. (überlegt)
I: Schreibe es mal hin, wie du dir denkst.

164 S3: Mhm, ich denke mir (schreibt, [9]). Sieben, null, neun, weil wir den Tausender herausgenommen haben. Und dann würde ich (überlegt, [5]) 999 (fragend)? (schreibt falsch: 709 999, [3])

166 I: Mhm, jetzt schauen wir es uns nochmal an. Ein kleines Problem haben wir jetzt noch, weil schau her: es heißt ja, um eins weniger soll es werden. Wir haben als erstes die Zahl 701 000 da.
168 Und jetzt hast du dann welche Zahl aufgeschrieben?

S3: Siebentau .. 709 999, kann nicht stimmen.

170 I: Warum kann das nicht stimmen?
S3: Weil das ja mehr geworden ist (grinst), anstatt wieder weniger.

172 I: Genau, weil es wieder mehr geworden ist. Das hast du vollkommen richtig erkannt. Das heißt, eine Kleinigkeit stimmt nicht. Überlege nochmal.

174 S3: Ich glaube, da müssten die drei Neuner durch drei Nullen ersetzt werden. Weil .. Wir haben ja da
den Tausender ersetzt. Und von 900 .. 999 kann man ja wieder neun weggeben. Dann sind es
176 wieder ..

I: Mhm (fragend)? Das weiß ich jetzt gerade nicht, wie du denkst. Erklär es mir nochmal.

178 S3: Also wir haben ja gegen den Tausender 999 ersetzt.

I: Also .. Was heißt ersetzt? Da haben wir eins abgezogen, dann sind wir auf 999 ...

180 S3: ... haben wir eins abgezogen, ja.

I: Dann sind wir auf 999 gekommen. Das heißt ...

182 S3: Ahm, und dann habe ich mir gedacht: Von neun kann ich ja wieder neun weggeben. Dann sind
es wieder null.

184 I: Aber eigentlich müssen wir nicht mehr neun weggeben. Weil wir müssen eins weggeben und
da ...

186 S3: Also müssen wir, das müsste dann ...

I: Und das hast du ja schon weggegeben.

188 S3: ... siebenhundertneuntausendneunundneunzigacht sein.

I: Da hättest du jetzt nochmal eins weggegeben. Schau her, du hast gesagt, den Tausender (zeigt
190 auf die Tausenderstelle), den borge ich mir sozusagen aus und da geben wir eins weg. Dann
bleiben 999 über. Und jetzt schauen wir uns den ersten Teil an: Wenn wir uns den Tausender
192 (zeigt auf die Tausenderstelle) schon ausgeborgt haben .. da haben wir eins weggegeben auf
999. Was muss denn dann am Anfang der Zahl stehen?

194 S3: (überlegt, [2])

I: Den Tausender haben wir uns sozusagen ausgeborgt, der ist jetzt weg.

196 S3: Also .. der ist jetzt komplett weg?

I: Weil statt dem Tausender sind es dann 999. Was passiert aber dann da (zeigt auf 701)?

198 S3: Da muss dann ein Achter stehen, oder? Ja, aber, dann hab ich ja wieder eins weggegeben, das
geht ja gar nicht. Da müsste 709 000 stehen.

200 I: Nein, nicht 709 000, sondern sieben ..

S3: hundert ..

202 I: .. hunderttausendneunundneunzig (Anm.: meint hunderttausendneunhundertneunund-neunzig).

S3: Achso, 700 (grinst). Siebenhundert .. neunundneunzig.

204 I: Genau, 700 999. Schreibe es mal hin.

S3: Mhm, jetzt streiche ich das wieder durch.

206 I: Ja, da kannst du die Null auch ausbessern, genau.

S3: (schreibt 700 999, [9]) Siebenhundert .. neunundneunzig

208 I: Genau. Und ist dir das jetzt klar, warum da eine Null hingehört?

S3: Mhm, weil wir den Tausender ersetzt haben und .. und da kommt ja dann heraus: 999.

210 I: Genau.

S3: Also kann ich da dann nur noch eine Null hinschreiben.

212 I: Genau, das muss ja weniger werden. Weil bei dir waren es ja 709 ...

S3: Statt mehr.

214 I: Genau.

Minute 16:17 – 21:45

216 Aufgabe 3. e) Um 1 weniger als: 1 000 000

I: Okay, schauen wir uns noch das Letzte an.

218 S3: Da haben wir jetzt [3]. Sind das nicht Million (fragend)?

I: (nickt)

220 S3: Eine Millionen .. muss ich eins weggeben.

I: Genau.

222 S3: Aber von Einer, Zehner und Hunderter kann ich nichts mehr weggeben, weil es schon Null sind.
Und dann bei den Hundert .. also bei den Tausendern, Zehntausender und Hunderttausender

224 kann man auch nichts mehr weggeben, weil es auch schon Null ist. Also kann ich nur von
Tausend was weggeben. Das wären dann [3] 900 000 [2] 999.

226 I: Mhm, schreibe das mal hin.

S3: Also wenn ich das jetzt weggeben würde. Das kann nicht stimmen. Also müsste das 9 000 ...

228 I: Warum meinst du, dass das nicht stimmt?

S3: Ja, weil da (zeigt auf die vorige Aufgabe) war es auch falsch.

230 I: Ah, das ist ja eine andere Aufgabe. Schreibe es mal hin, wie du es dir denkst.

S3: Okay (schreibt falsch: 9 000 999, [12]).

232 I: Mhm. Jetzt schau nochmal kurz: Kannst du mir die Zahl vorlesen, die da jetzt dasteht?

S3: (überlegt, [2]) Das ist ja schon wieder mehr als weniger (grinst).

234 I: Genau, das ist schon wieder mehr als weniger. Das heißt, wir müssen noch etwas umändern.

S3: Die dritte Null weggeben wahrscheinlich.

236 I: Okay. Gib die Null mal weg, genau. Du kannst ihn einfach einmal durchstreichen.

S3: (streicht eine Null durch, sodass falsch dort steht: 900 999)

238 I: Genau, was steht jetzt für eine Zahl da?

S3: 900 999.

240 I: Ist das mal weniger wie eine Million?

S3: Ja.

242 I: Ja, genau. Jetzt müssen wir noch schauen: Haben wir jetzt wirklich nur eins abgezogen?

S3: Mehr wahrscheinlich wieder. Wieder 1 000.

244 I: Genau, wir haben wieder mehr abgezogen. Weil schau her: 1 000 000 und jetzt haben wir nur
noch 900 999.

246 S3: Haben wir wieder 1 000 weggegeben. Sollten wir normalerweise nicht.

I: Wir haben mehr als 1 000 sogar weggegeben, genau. Jetzt müssen wir schauen: Du hast ganz

248 richtig gesagt, hier (zeigt auf die letzten drei Stellen bei 1 000 000) können wir nichts abziehen.
Du hast aber auch richtig gesagt, da, da und da (zeigt auf die drei Nullen auf der Tausender,
250 Zehn- und Hunderttausenderstelle) können wir nichts abziehen.

S3: Also muss man nur vom Tausender etwas abziehen können.

252 I: Nicht vom Tausender ...

S3: Ah, vom Hunderter ...

254 I: Sondern, schau mal, was ist das (zeigt auf die Millionenstelle) für eine Stelle?

S3: Eine Millionen.

256 I: Genau, und von da müssen wir jetzt eins abziehen.

S3: Das wären dann Null. Das wären dann sehr viele Nullen.

258 I: Nein, nicht sehr viele Nullen, sondern?

S3: Mhm (überlegt, [8]). Das wären .. dann wenn ich da eins weggebe. Ich habe schon wieder mehr
260 gedacht, als ich denken wollte (lacht).

I: Sonst kannst du wirklich auch mal probieren, dass du es mit dem schriftlichen Verfahren machst.
262 Dass du wirklich hinschreibst, 1 000 000 minus eins und dann den Strich darunter (schreibt dies
mit dem Stift in die Luft) und schriftlich rechnen, wenn du dir hier leichter tust.

264 S3: Mhm, ich probiere es mal.

I: Mhm, du kannst sonst, wenn du willst, auch auf den Schmierzettel schreiben. Oder da hinauf, da
266 hast du auch Platz.

S3: (schreibt: 1 000 000, [9])

268 I: Genau, wie viel müssen wir jetzt abziehen?

S3: Eins (schreibt: minus eins, [2]).

270 I: Vollkommen richtig daruntergeschrieben, super. Auf die Einerstelle, genau. Schau her, falls du ein Lineal brauchst, kannst du dir das hier ausborgen.

272 S3: Der Herr K. hat gesagt, wir dürfen ohne Lineal nichts machen (grinst).

I: Ja, dann schaut es ein wenig schöner aus.

274 S3: Weil da wird der Strich nicht so schön.

I: Genau.

276 S3: Ahm, eins minus null geht nicht. Eins und wie viel ist zehn? Und neun ist zehn.

I: Genau.

278 S3: Bleibt eins. Eins und wie viel ist zehn? Und [2] neun ist zehn. Und eins ist elf.

I: Warte mal, den Einser hast du dir am Anfang schon gemerkt.

280 S3: Ach ja.

I: Du hast ja gesagt: bleibt eins. Und dann hast du gleich gesagt: Eins und wie viel ist zehn?

282 S3: Und neun.

I: Genau. Das gehört hingeschrieben.

284 S3: Neun (grinst).

I: Müssen wir wieder ..

286 S3: Bleibt wieder eins. Eins und wie viel ist zehn? Und neun. Bleibt wieder eins. Sind auch wieder neun. Eins und wie viel ist zehn? Sind auch wieder neun.

288 I: Mhm.

S3: Eins und wie viel ist zehn? Und neun ist zehn. Jetzt habe ich eins und wie viel ist eins. Und null ist eins. Also habe ich 999 999.

290 I: Genau, und das ist die richtige Zahl. Das heißt, wenn wir von einer Million .. Wenn wir die Zahl um eins kleiner machen, um eins weniger, dann kommen wir auf 999 999. Okay?

292 S3: Okay.

294 I: Schreibe es einmal hin.

S3: (schreibt richtig: 999 999, [11])

296 I: Genau. Und du hast nämlich .. ahm nicht nur die Einerstelle um eins kleiner gemacht. Sondern du hast .. ahm auch die .. die zwei Stellen da (zeigt auf Zehn- und Hunderttausenderstelle), da hast du mehr abgezogen, als du sollen hättest, okay?

298 S3: Ja.

300 I: Aber ist dir jetzt klar, wie man auf das kommt?

S3: Mhm (nickt).

302 I: Ja, okay. Super.

Minute 21:45 – 23:01

304 Zwischengespräch

S3: Irgendwie tu ich mir mit dem Schriftlichen viel leichter als mit dem Kopf.

306 I: Als mit dem Kopf?

S3: Mhm.

308 I: Könnt euch ihr in der Schule, wenn ihr irgendetwas rechnen müsst, immer Nebenrechnungen machen?

310 S3: Ja, also, wenn wir .. Der Herr K. hat immer zu mir gesagt, wenn ich mir jetzt im Kopf recht schwer tu und die Anderen können sich halt leichter tun .. hat es geheißen, ich soll es mir nicht im Kopf ausrechnen. Sondern wenn ich mir recht schwer tue, soll ich es einfach auf einen Blockzettel schreiben.

312 I: Genau, das ist dann ein bisschen eine Erleichterung, genau.

314

316 S3: Weil .. weil da sehe ich ja dann die Rechnung wirklich. Und wenn jetzt der Herr K. einfach gesagt hat, ahm .. Zum Beispiel 45 084 .. ahm minus [3] 24 sage ich jetzt einmal.

I: Mhm.

318 S3: Ahm, habe ich mir das nicht im Kopf ausrechnen können. Dann haben es aber schon alle gewusst [3] und ich war die Einzige, die es nicht gewusst hat. Und dann hat die H. (Anmerkung: ihre Volksschullehrerin; Name aus Datenschutzgründen anonymisiert) gesagt, schreibe es dir

320 einfach auf den Blockzettel. Weil wenn dich wer auslacht, gibt ihm dann der Herr K. dann

322 sowieso gleich Gas, weil wir sind halt eine Klassengemeinschaft.

I: Ja, genau, das gehört dazu. Und dann ist es aber leichter, wenn du es dir auf dem Zettel

324 aufgeschrieben hast?

S3: Ja (nickt).

326 Minute 23:02 – 27:17

Aufgabe 7. a) Was ist mehr? 1 T _____ 12 H

328 I: So, schauen wir gleich die nächste Aufgabe an (gibt der Schülerin den Angabezettel). Lies es dir wieder durch.

330 S3: Auweh (grinst).

I: Ah, brauchst nicht auweh sagen, wir schauen uns das gemeinsam an.

332 S3: (liest die Angabe flüsternd) Was ist mehr? Setzte kleiner, größer oder gleich ein (überlegt, [13]). Haben wir in der Schule auch schon gehabt.

334 I: Habt ihr in der Schule auch schon gehabt?

S3: Kleiner, oder größer und gleich (grinst).

336 I: Genau, schauen wir uns mal Nummer a an.

S3: Eintausend hat [2] wie viele Nullen?

338 I: Du kannst dir sonst, wenn du dich leichter tust – weil du gesagt hast, dass du dich leichter tust, wenn du es siehst – kannst du dir sonst auch daneben hinschreiben, was ist das (zeigt auf 1 T) für eine Zahl und was ist das (zeigt auf 12 H) für eine Zahl.

340 S3: Das sind 120 (zeigt auf 12 H).

342 I: Fangen wir vielleicht mal da herüber an (zeigt auf 1 T). Wenn da steht 1 T, was heißt das?

S3: 1 000.

344 I: Genau. Kannst du vielleicht die Zahl einfach daneben hinschreiben.

S3: (schreibt: 1 000, [10])

346 I: Genau, das ist 1 000. Dann schauen wir: 12 H ...

S3: Zwölf Hunderter.

348 I: Genau, zwölf Hunderter, was ergibt denn das für eine Zahl?

S3: 120.

350 I: Mhm, schau her. Jetzt mache ich dir eine Erleichterung. Überleg dir zuerst einmal, 12 E (schreibt auf einen leeren Zettel: 12 E =).

352 S3: Zwölf Einer.

I: Dann zwölf H. Ah, jetzt habe ich dazwischen etwas vergessen: 12 Z (schreibt: 12 Z = und

354 12 H =). Du kannst dir bei den dreien überlegen, wie viel diese jeweils ergeben. Und dann schauen wir, was 12 H dann ist. Fangen wir mit 12 E an, was ergibt das für eine Zahl?

356 S3: [2] Zwölf Einer sind das dann.

I: Genau, und als Zahl ausgedrückt?

358 S3: (überlegt, [3]) Zwölf.

I: Genau, zwölf. Kannst du mal hinschreiben.

360 S3: (schreibt: 12, [3])

I: Dann als Nächstes 12 Z.

362 S3: Zwölf Zehner. Das wären dann 120.
 I: Genau. Wie bist du jetzt auf das gekommen, dass das 120 sind?
 364 S3: Ich habe einfach zwölf .. also ich habe zwölf Zehner und da habe ich mir einfach Zehner gedacht und das habe ich dann zusammengetan. Sind bei mir 120.
 366 I: Mhm, das stimmt auch. Was meinst du mit zusammengetan?
 S3: Ich habe es einfach zusammengerechnet. Also nicht zusammengerechnet, sondern
 368 zusammengezählt .. irgendwie so, ahm, jetzt .. Wenn ich da jetzt zwölf Zehner habe, also so Zehnerstangen .. ahm, da habe ich dann einfach im Kopf .. also halt schnell .. weil das habe ich
 370 von der Volksschule noch gewusst.
 I: Mhm.
 372 S3: Habe ich da einfach die Kugeln so gezählt. Also eine Stange hat zehn Kugeln und da habe ich mir einfach zwölf vorgestellt. Das sind 120.
 374 I: Super, super Erklärung, genau.
 S3: Und zwölf Hunderter, das müssten dann 1 200 sein.
 376 I: Genau, wie hast du da wieder gedacht?
 S3: Da habe ich mir einfach zwölf Hunderter gezählt .. also gedacht. Und eine so Stange hat halt
 378 zehn Kugeln und da habe ich mir noch zwölf Hunderter dazu gedacht. Das sind bei mir 1 200.
 I: Mhm, das mit 1 200 stimmt. Jetzt hast du aber gesagt, du denkst dir Hunderter. Und dann hast
 380 du aber gesagt, eine so Stange sind zehn.
 S3: Ah, einen Hunderter .. ah, wir haben es immer so Hunderterwürfel genannt.
 382 I: Okay.
 S3: Und da habe ich mir zwölf vorgestellt. Habe ich auch von der Volksschule noch gewusst (grinst).
 384 I: Ja, super, passt perfekt. Schreibe es auf.
 S3: (schreibt: 1 200, [4])
 386 I: Das heißt, wenn du jetzt wieder zu Nummer a zurückgehst. Was muss da dann herauskommen?
 S3: Zwölf Hunderter sind größer als ein Tausender.
 388 I: Genau.

Minute 27:22 – 29:49

390 Aufgabe 7. b) Was ist mehr? 11 Z ____ 1 H
 I: Passt, schauen wir uns Nummer b an.
 392 S3: Da denke ich mir wieder elf .. Zehner [2] zehn (überlegt, [8]). Muss ich mir kurz ausrechnen. Zehn und elf sind (überlegt, [8]) 21 (überlegt, [6]).
 394 I: Mhm, wie bist du jetzt auf das gekommen?
 S3: Ich habe da elf Zehner.
 396 I: Mhm.
 S3: Und die Zehnerstangen haben ja jeweils zehn Kugeln. Und da habe ich einfach plus elf
 398 gerechnet.
 I: Mhm, zuerst hast du aber gesagt, wenn du dir da die Zehnerstangen vorstellst sozusagen: eine
 400 Zehnerstange hat wie viele Kugeln?
 S3: Zehn.
 402 I: Wie viele haben denn dann zwei?
 S3: Zwanzig.
 404 I: Drei?
 S3: Dreißig.
 406 I: Ja, wie viele haben dann elf?
 S3: [2] 100 normalerweise. Oder warte mal. Vierzig .. fünfzig .. sechzig .. siebzig .. achtzig ..
 408 neunzig .. hundert. Und dann habe ich noch elf. Hundertzehn.

I: Genau, das heißt, elf Zehner ergibt ...

410 S3: 110.

I: Genau. Wenn du willst, kannst du das in der Seite wieder hinschreiben.

412 S3: Okay.

I: Genau.

414 S3: (flüstert) Ich habe auch noch nie mit einem Kugelschreiber schreiben dürfen.

I: Dürft ihr ansonsten nicht mit einem Kugelschreiber schreiben?

416 S3: Nein, in der Schule nicht.

I: Mit Füllfeder nur?

418 S3: Genau. Und radierbaren Stiften.

I: Ah, mit denen dürft ihr auch schreiben? Bei der Schularbeit auch?

420 S3: Ja.

I: Wirklich? Okay.

422 S3: Weil bei der Schularbeit musst du sonst so viel killern, wenn du Fehler machst.

I: Ja, ist eh klar. So, dann schauen wir uns das an. Ein H.

424 S3: Ein H ist kleiner. Weil ein Hunderter, das ist ja ein Hunderterwürfel, 100 Kugeln. Aber da haben wir 110, also sind es um Zehn mehr.

426 I: Genau. Das heißt, wie musst du dann das Zeichen machen?

S3: Genau umgekehrt (Anmerkung: als bei der vorigen Aufgabe).

428 I: Genau umgekehrt, super. Passt. Dann ...

S3: Wir haben immer Krokodilmaul dazu gesagt (zeigt mit den Händen ein Kleiner-/Größer-Zeichen, lacht).

430 I: Ah stimmt, so kann man es sich auch merken, genau.

432 Minute 29:51 – 30:46

Aufgabe 7. c) Was ist mehr? 10 H _____ 1 T

434 S3: Mhm, ein Tausender haben wir da wieder und zehn Hunderter. Ein Tausender [2] hat drei Nullen wie da oben (zeigt auf Beispiel a).

436 I: Das kannst du dir, wenn du willst, wieder hinschreiben, wenn du dir leichter tust.

S3: Mhm. Nein, passt schon. Und zehn Hunderter. Das wären [2] zehn Hunderter. Das wären dann

438 100 .. 200 .. 300 .. 400 .. 500 .. 600 .. 700 .. 800 .. 900 .. 2 000 (überlegt, [3]). 200.

I: Zähl nochmal. Du hast dann gesagt: 800 .. 900.

440 S3: 900 .. zweihu .. tau .. 1 000 (grinst und nickt).

I: Genau.

442 S3: Ist gleich.

I: Genau, ist gleich. Super.

444 Minute 30:55 – 31:55

Aufgabe 7. d) Was ist mehr? 14 Z _____ 130 E

446 S3: 14 Zehner. Wir haben bei elf Zehner gesagt, dass es 110 sind. Also wird .. werden 14 Zehner wieder mehr sein. 110 [2] und vier dazu wahrscheinlich. Sind dann 114 [2]. Warte kurz. (flüstert)

448 Zehn, 20, 30, 40 .. sagen wir, jetzt sind wir bei 100.

I: Mhm.

450 S3: Dann 110 .. 120 .. 130 .. 140 (nickt). Das sind dann 140 Kugeln.

I: Mhm.

452 S3: Und da haben wir 130 einzelne [2]. 130 sind aber weniger als 140 (schreibt richtig: >).

I: Mhm, super.

454 Minute 31:55 - 34:40
Aufgabe 7. e) Was ist mehr? 1 T _____ 100 Z

456 I: Passt, und dann noch das Letzte.
S3: 1 000 und zehn .. also 100 Zehner.

458 I: Mhm.
S3: Das sind dann hundert Zehner [2], jetzt sind wir wieder bei 100. Dann zehn dazu, sind wir auf
460 200 [2]. Also .. hundert Zehner [2] plus zehn. Hä (verwirrt)? 1 000 .. hundert Zehner [4].
100 Zehner sind weniger als 1 000.

462 I: Warum glaubst du, dass es weniger sind?
S3: Weil [4] 1 000 hat drei Nullen und 100 Zehner (überlegt, [2])? Aija, wenn ich 100 Zehner .. jetzt
464 habe ich wieder komplett anders gedacht. 100 Zehner (überlegt, [10]). Wenn ich jetzt bei
90 Zehner bin [3] und ich gebe nochmal zehn dazu, bin ich auf 100. Dann habe ich aber schon
466 100 dazugetan, oder?

I: (überlegt, [4]) Mhm. Sonst stell es dir wieder vor. Zehner hast du gesagt, sind so Stangen mit ...
468 S3: Zehn Kugeln.
I: Mhm. Das heißt, du hast solche Stangen da liegen und wie viele Stangen hast du da liegen?
470 S3: Hundert.
I: Hundert. Jetzt musst du rechnen: Du hast 100 solche Stangen da liegen und auf einer Stange
472 sind zehn oben.
S3: Mal hundert, oder (atmet tief ein)? Zehn mal 100 rechne ich mir kurz aus .. 100 mal zehn.
474 Kann ich nicht mehr so weit errechnen. Das wären dann [5] 1 000.
I: Wie bist du auf das gekommen? Das ist vollkommen richtig.

476 S3: Ich habe einfach gerechnet: 1 000 mal zehn. Und wenn ich da ...
I: 100 mal zehn?
478 S3: Ja, 100 mal zehn. Ahm, da .. wenn ich den Einservorteil rechne, dann rechne ich jetzt: ein mal
null ist null und dann die ganze Zeit so weiter. Und dann ein mal eins ist eins.

480 I: Das heißt, du hast dir das, wie du es schriftlich rechnen würdest, wieder im Kopf gedacht.
Stimmt das?
482 S3: Mhm (nickt).
I: Okay. Das heißt, 100 Zehner haben wir gesagt sind ...

484 S3: 1 000. Und 1 000 ist gleich.
I: Genau, das ist gleich.

486 Minute 34:45 – 42:42
Aufgabe 5. a) Zahlenstrahl: 2 435 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 10 000 markieren

488 I: So, dann schauen wir uns als Nächstes kurz etwas mit dem Zahlenstrahl an.
S3: Oh Gott (lässt die Schultern fallen).

490 I: (lacht) Du musst nicht sagen oh Gott. Das ist halb so schlimm. Wir fangen mal mit Nummer a an.
S3: 2 435.

492 I: Genau. Du kannst auch, wenn du dir leichter tust, ein Geodreieck verwenden.
S3: Boah, ist das groß (Anmerkung: Geodreieck ist etwas größer als die für die Schule normalen
494 Geodreiecke).
I: Mhm, das ist groß.

496 S3: Sehr groß.
I: Das stimmt (grinst).

498 S3: Und da muss ich auf 10 000 kommen?
I: [2] Genau. Du sollst jetzt diese Zahl, 2 435 ...

500 S3: Ungefähr einschätzen.

I: ... auf diesem Zahlenstrahl eintragen, genau. So genau wie möglich.

502 S3: Wenn da jetzt Null ist da (zeigt auf den Anfang des Zahlenstrahls) und da (zeigt auf das Ende
des Zahlenstrahls) 10 000. Dann ist da ungefähr zwei (zeigt auf die Markierung rund zwei
504 Zentimeter nach 0). Ungefähr in der Mitte .. also ungefähr da (zeigt auf die Mitte des
Zahlenstrahls) ist .. oder da ist 50 [2]. Und wenn ich dann so weiterrechne, dann dürfte das
506 ungefähr da (zeigt auf die Markierung für ca. 8 000) liegen .. ungefähr.

I: Mhm, zeichne das mal ein, wo du glaubst.

508 S3: [3] Und wie messe ich das eigentlich mit dem Geodreieck da?

I: Du kannst .. kannst ganz genau wieder bei Null .. genau .. ganz richtig .. anlegen (Anmerkung:
510 Schülerin legt inzwischen die Null auf dem Geodreieck auf die Null am Zahlenstrahl). Ich habe
nur das große Geodreieck genommen, weil beim kleinen Geodreieck ist es nur bis sieben
512 angeschrieben.

S3: Ja.

514 I: Jetzt wollte ich es euch erleichtern.

S3: Da ist zehn (zeigt auf die Markierung für zehn Zentimeter), da ist zwei (zeigt auf die Markierung
516 für zwei Zentimeter). Also wird [2] 2 435 ungefähr (flüstert vor sich hin, überlegt, [10]). Also
schätze ich [2] .. Wenn ich bei 10 000 sein muss .. 10 000 ist VIEL (überlegt, [20]). Da ist zu
518 wenig (zeigt am Zahlenstrahl knapp nach Null, überlegt, [7]). Das wird ungefähr da (zeigt auf die
Markierung für rund 9 000) sein. Ungefähr, einmal grob geschätzt.

520 I: Zeichne das mal ein. Und warum glaubst du das, dass es zirka da liegt?

S3: (zeichnet die Markierung genau in die Mitte des Zahlenstrahls) Weil Null ist ja SEHR weit weg
522 von 10 000. Und wenn ich da jetzt bei Null .. zähle ich ja eins, zwei. Und zwei ist ungefähr da
(zeigt am Zahlenstrahl knapp nach Null), sage ich jetzt einmal. Und das wäre ein bisschen weit
524 weg von 10 000.

I: Mhm, jetzt schau mal. Du hast da jetzt, wenn man sich das anschaut (legt das Lineal an den
526 Zahlenstrahl), du hast den Strich genau in der Mitte gemacht. Vom Anfangspunkt und vom
Endpunkt, genau in der Mitte hast du den Strich gemacht. Was müsste denn genau in der Mitte
528 für eine Zahl sein, wenn der Zahlenstrahl bei Null anfängt und bei 10 000 ...

S3: Wahrscheinlich 500.

530 I: Warte mal, bis 10 000 geht es. Was muss in der Mitte dann für eine Zahl sein?

S3: 50 (überlegt, [3]). Nein, 550 (überlegt, [2]).

532 I: Wenn es bis 10 000 geht, was muss dann genau in der Mitte sein? Zwischen Null und 10 000.

S3: Kann ich jetzt einmal ausgehen von Nu .. von Null bis zehn? Weil in der Mitte steht ...

534 I: Was ist da in der Mitte?

S3: Fünf.

536 I: Genau, dann gehen wir vielleicht aus: Was steht in der Mitte von Null und 100?

S3: 50.

538 I: Was steht in der Mitte von Null und 1 000?

S3: 500.

540 I: Mhm, und was steht in der Mitte von Null und 10 000?

S3: 5 000.

542 I: Genau, zeichne dir das mal ein, dass das (zeigt auf die Markierung in der Mitte des
Zahlenstrahls) da 5 000 ist.

544 S3: Soll ich da jetzt ...

I: Kannst einfach unten drunter oder drüber schreiben. Genau, 5 000.

546 S3: (schreibt: 5 000, [3])

I: Genau, jetzt schauen wir: Die Zahl, die wir markieren sollen, ist 2 435.

548 S3: Dann wird die ein bisschen drunter liegen, unter 5 000.

I: Genau, unter 5 000. Jetzt schauen wir: Wenn du sagst, darunter, dann muss sie irgendwo ...
550 S3: Da sein (zeigt auf die erste Hälfte des Zahlenstrahls).
I: Da liegen. Jetzt schau mal: Können wir uns das vielleicht von Null bis 5 000 noch geschickt
552 unterteilen?
S3: (überlegt, [2]) Die Hälfte vielleicht?
554 I: Zum Beispiel mal die Hälfte. Zeichne mal die Hälfte ein.
S3: Sind 250. Nein, 2 500.
556 I: Genau. Zeichne das mal ein.
S3: (misst mit dem Lineal ab, [7]) 25 .. da ist das .. und 25 ist ungefähr da (zeigt auf die Markierung
558 für 2 000), weil da ist die Mitte.
I: Warte, schau nochmal. 25 hast du gesagt.
560 S3: 25 ist da (zeigt am Lineal auf 25 Millimeter).
I: Genau, zeichne das mal ein. Und der Punkt, hast du gesagt, ist welche Zahl? Also, der wird ..
562 welche Zahl wird da markiert?
S3: Ahm, zwei .. sind ...
564 I: Genau in der Mitte von Null und 5 000 liegt welche Zahl?
S3: 250 [2] 2500.
566 I: Genau, markiere das einmal.
S3: (schreibt: 2 500, [5])
568 I: Genau.
S3: Ich meine immer .. weil ich habe immer die Angst in der Volksschule gehabt .. dass ich jetzt, ..
570 ahm. Ich denke richtig und sage es auch ab und zu richtig. Deswegen sage ich immer
zweitausend .. fünfhundert (fragend). Weil ich mir in der Schule immer gefürchtet habe, dass ich
572 irgendein Ergebnis sage, das von mir aus richtig ist. Und dass das von den Anderen jetzt auch
richtig ist. Dass ich etwas Falsches sag und dann lachen mich alle aus.
574 I: Ah, hat dich da in der Volksschule wer ausgelacht?
S3: Nein, aber verspottet haben sie mich ab und zu.
576 I: Schon (erschrocken)?
S3: (nickt)
578 I: Das ist aber auch gemein.
S3: Ja, schon recht.
580 I: Aber du brauchst dich überhaupt .. überhaupt nicht sorgen, dass du irgendetwas falsches sagst.
Und schon gar nicht hier. Das sieht niemand Anderer, das weiß alles nur ich, okay. Und schau
582 her, wir erarbeiten das ja eh gemeinsam. Dem Einen liegt halt vielleicht mehr, dass .. die
Sprachen. Dem Anderen liegt halt mehr die Mathematik, okay. Es kann nicht Jeder der
584 Allergescheiteste in Mathematik sein. Du machst das wirklich gut, wir erarbeiten es ja eh
gemeinsam.
586 S3: Die Oma sagt immer: Es ist noch nie ein Meister vom Himmel gefallen (lacht).
I: Genau. Und durch Übung kann man viel .. kann man viel lernen. Jetzt schauen wir weiter: Wir
588 haben jetzt 2 435. Und du hast da 2 500 eingezeichnet. Wo muss denn die Zahl (zeigt auf 2 435)
dann liegen?
590 S3: Ein bisschen weiter unten.
I: Genau, ein bisschen weiter unten, das heißt .. Zeichne es ein.
592 S3: Nur ganz ein kleines bisschen.
I: Genau, ganz ein kleines bisschen.
594 S3: (misst ab, [5]) Von da jetzt müsste das .. ungefähr da (zeigt auf 2 435 richtig knapp unter 2 500)
liegen.
596 I: Mhm, mache mal einen Strich dort hin.

S3: Aber das sind ja nur 15, das ist nur ein bisschen entfernt.

I: Genau, ein kleines bisschen. Das heißt, wo muss es dann liegen?

S3: Da ungefähr (markiert 2 435 richtig knapp unter 2 500).

I: Genau. Und jetzt ist es vollkommen richtig dort.

Minute 43:06 – 43:42

Zwischengespräch

S3: (schreibt von der vorigen Aufgabe noch 2 435 unter die Markierung am Zahlenstrahl) Ich glaube, dir ist schon aufgefallen, dass ich immer .. ahm .. also wenn ich 25 schreibe .. nicht, dass ich von vorne schreibe.

I: Das macht aber nichts, das macht überhaupt nichts.

S3: Der Herr K. (Anmerkung: ihr Volksschullehrer; Name aus Datenschutzgründen anonymisiert) fragt mich auch immer, warum schreibe ich von hinten .. nach vorne? Und nicht von vorne nach hinten.

I: Wenn du dich da leichter tust, ist das vollkommen in ...

S3: Weil ich sage ja 25 und nicht 52.

I: Mhm, genau. Da muss man aufpassen, dass man es nicht verdreht. Aber wenn du dich so leichter tust, ist das auch voll in Ordnung.

S3: Ich hab das von allen Anfang .. war das schon so. Ich schreibe 25 und nicht 52.

I: Genau. Ahm [2] mehr oder weniger so ...

S3: Ich schreibe es so, wie ich es auch sage.

I: Genau, okay.

Minute 43:51 – 46:14

Aufgabe 1. a) Zahlendiktat: 17 012

I: Lies dir das kurz durch.

S3: (liest, [10]) Die direkten Zahlen soll ich aufschreiben?

I: Warte mal, nicht die direkten, sondern die (zeigt auf die Angabe) ...

S3: Die (liest nochmal das Wort: diktierten, [5]).

I: Diktierten.

S3: Was ist das nochmal?

I: Das heißt, ich werde dir ...

S3: Man sagt ab und zu Diktat, oder?

I: Genau. Ein Diktat ist sozusagen immer eine Ansage.

S3: Wir sagen schon immer .. Der Herr K. hat uns auf den Gängen immer Sätze hingemacht und da hat er immer dazugesagt: Schleichdiktat. Weil wir auf den Gängen nicht laut sein dürfen (grinst).

I: Aha, okay. Und ich werde dir jetzt auch da, ahm, Zahlen ansagen. Das heißt, ich werde die Zahl zweimal sagen. Dann kannst du sie aufschreiben, die Zahl, die ich dir gesagt habe und dann wiederhole ich sie nochmal, damit du sie überprüfen kannst.

S3: Okay.

I: Okay. Also Nummer a. Gut zuhören. Siebzehntausendzwölf.

S3: (schreibt richtig: 17 012, [5])

I: Mhm, ich wiederhole nochmal. Siebzehntausendzwölf.

S3: Okay.

I: Mhm, warum hast du .. Stimmt vollkommen, wie du die Zahl hingeschrieben hast. Warum hast du die Zahl jetzt so hingeschrieben? Warum hast du eine Null eingefügt? Ich habe ja gar keine Null gesagt.

642 S3: Ja, aber .. ahm. Der Herr K. hat früher immer gesagt .. da hat er auch immer gesagt,
 644 siebzehntausendnullzwölf, sage ich jetzt einmal. Und durch das habe ich mir das schon so
 eingeprägt, dass man null - zwölf schreibt. Und nicht siebzehntausendzwölf.

I: Mhm. Und warum hast du da jetzt aber gewusst .. Ich habe ja nur gesagt siebzehntausendzwölf.
 646 Warum hast du da gewusst, dass man da theoretisch auch sagen könnte,
 siebzehntausendnullzwölf?

648 S3: Ahm [3]. Ich habe mir das im Kopf so gedacht: Du hast gesagt, siebzehntausendzwölf. Und dann
 habe ich wieder gedacht: Der Herr K. hat da gesagt siebzehntausendnullzwölf. Also muss da in
 650 der Mitte eine Null sein.

I: Mhm. Hätte das einen Unterschied gemacht, wenn du die Null jetzt nicht da (zeigt auf die Null
 652 auf der Hunderterstelle) hergeschrieben hättest? Sondern zum Beispiel den Einser und die Null
 vertauscht hättest?

654 S3: Ja. Weil sonst wäre einhundertzwei herausgekommen.

I: Perfekt, super erklärt.

656 Minute 46:16 – 46:50
 Aufgabe 1. b) Zahlendiktat: 10 011

658 I: Wir machen die Nächste, Nummer b. Zehntausendelf.

S3: (schreibt richtig: 10 011, [7])

660 I: Mhm, ich wiederhole sie nochmal. Zehntausendelf.

S3: Okay, ich bin mir jetzt nicht sicher, ob das so stimmt (grinst).

662 I: Mhm, es ist aber vollkommen richtig. Warum hast du da jetzt zwei Nullen hineingegeben?

S3: Weil du zehntausendgesagt hast [2]. Und dann elf. Und ich habe mir dann deswegen wieder
 664 gedacht, da gehört nochmal eine Null dazu.

I: Mhm, super.

666 Minute 47:45 – 50:32
 Aufgabe 1. e) Zahlendiktat: 1 053 070

668 I: Wir machen gleich Nummer e. Nummer d lassen wir aus.

S3: Mhm.

670 I: Eine Million .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig.

S3: (überlegt, [3])

672 I: Ich sage es nochmal: Eine Million .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig.

S3: (schreibt falsch auf: 153070, [10]) Eine Million. Fünfhundertdreißigtausendsiebzig.

674 I: Hör nochmal zu, wie ich es sage: Eine Million .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig.

S3: (überlegt, [3]) Dreiundfünfzigtausend, da gehört ja hinten nochmal eine Null dran (überlegt, [3]).
 676 Ja, da bin ich mir sicher (überlegt, [3]). Ich glaube .. Nein, da gehört keine Null dazwischen. Eine
 Million .. dreiundfünfzigtausend [2]. Hab .. Ich habe fünfhundertdreißigtausend geschrieben. Die
 678 Null gehört weg (streicht eine Null durch, sodass falsch dort steht: 153070). Eine Million ..
 dreiundfünfzigtausend [2] null – siebzig. Also hätte die Null schon gestimmt, ich hätte sie nur ein
 680 wenig weiter nach vorne schreiben müssen.

I: Schreibe sie nochmal hin, die Null.

682 S3: (schreibt falsch: 153070, [2])

I: Genau. Jetzt müssen wir noch schauen: Es heißt: Eine Million .. dreiundfünfzigtausendsiebzig.
 684 Stimmt es jetzt so, wie du es hingeschrieben hast?

S3: Ich glaube schon. Eine Millionen ...

686 I: Schauen wir mal: Was ist denn das für eine Stelle, wenn du diese Stelle (zeigt auf die
 Einerstelle) ...

688 S3: Einerstelle.
I: Genau (zeigt auf die Zehnerstelle, dann auf die Hunderterstelle).

690 S3: Zehnerstelle, Hunderterstelle, Tausenderstelle [2], Zehntausenderstelle, Hunderttausenderstelle
(die Interviewerin zeigt dann auf den Einser, der eigentlich eine Million darstellen sollte).

692 I: Ich habe aber gesagt: Eine ...
S3: Eine Millionen (grinst).

694 I: Genau. Das heißt, irgendwo fehlt etwas.
S3: Da würde wahrscheinlich noch eine Null dazwischen gehören.

696 I: Schreibe mal die Null dazwischen.
S3: (schreibt richtig: 1053070, [2])

698 I: Und jetzt sagst du nochmal die Zahl, die jetzt dasteht.
S3: (überlegt, [3]) Sagt man da zehntausend Millionen, oder?

700 I: Ah, nein. Schau her, du hast jetzt gesagt, lies es dir nochmal durch. Das ist welche Stelle (zeigt
auf die Einerstelle)?

702 S3: Einerstelle (zeigt selber mit dem Stift die Stellen mit) Zehner, Hunderter, Tausender, Hun ..
Hunderttausender.

704 I: Warte mal, nach Tausender kommt?
S3: Zehntausender, Hunderttausender und Million.

706 I: Genau, das heißt, an der Millionenstelle steht ein Einser. Das heißt, wie sagt man dann?
S3: Eine Million .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig.

708 I: Und jetzt hast du es auch vollkommen richtig hingeschrieben.
S3: Juhu (grinst).

710 Minute 50:42 – 52:55
Aufgabe 5. b) Zahlenstrahl: 7 799 auf einem Zahlenstrahl von 7 000 bis 8 000 markieren

712 I: Schau her, dann machen wir beim Zahlenstrahl Nummer b.
S3: (schaut sich die Aufgabe an, atmet tief ein, [7]) Siebenhun .. sieben .. 7 799. Zwischen 7 000 und
714 800 000. Das ist nicht viel entfernt von 7 000, 7 799. Was anderes wäre es, wenn da
Achthundertirgendwas stehen würde [2]. Muss ich da jetzt vom Siebener ausgehen (zeigt auf
716 den Siebener auf dem Lineal)? Oder wieder von Null?

I: Mhm. Du musst davon ausgehen, dass da am Anfang des Zahlenstrahls 7 000 ist und am Ende
718 8 000. Und du musst die Zahl 7 799 eintragen.

S3: Ja, dann müsste ich es wahrscheinlich da hergeben (legt die Sieben-Zentimeter-Markierung des
720 Lineals auf den Beginn des Zahlenstrahls). Den Siebener auf den Siebentausender. Weil dann
ist ja 800 gleich da.

722 I: Mhm (fragend), zeichne es mal ein, wie du dir denkst.
S3: (überlegt, legt das Lineal um, [8]) Ich zeichne mir die Mitte wieder mal ein, oder? Kann ich das
724 auch machen?

I: Mhm, kannst du auch machen.

726 S3: (legt das Lineal richtig an und misst fünf Zentimeter ab, flüstert, [8]) Die Mitte ist da (zeichnet die
Mitte richtig ein, [3]).

728 I: Was liegt da in der Mitte?
S3: Zwischen 7 000 und 8 000 steht (flüstert, [3]) siebentau .. sendneunhundertneunundneunzig ..
730 (laut) Nein, 7 050 .. 500.

I: Genau, zeichne mir das noch ein. Und dann sag mir noch – weil es schon geläutet hat ..
732 Genau, beschrifte das noch – wo das (zeigt auf 7 799) dann liegen muss?

734 S3: Das liegt ein bisschen weiter oben (deutet nach rechts) von 7 500.
I: Okay. Das reicht. Ich muss dich gehen lassen, weil sonst kommst du zu spät in die nächste Stunde.

Interview mit Schüler 4 (S4):

Minute 02:12 – 02:32

2 Aufgabe 1. a) Zahlendiktat: 17 012

I: Die erste Zahl bei a: Siebzehntausendzölf.

4 S4: (schreibt richtig: 17 012, [2])

I: Mhm, ich lese nochmal vor: siebzehntausendzölf.

6 S4: Mhm (nickt).

I: Warum hast du diese Zahl jetzt so hingeschrieben? Da steht eine Null dort, den habe ich ja gar nicht ...

8 S4: Weil null Hunderter sind, also siebzehntausend. Sonst würde es tausendsiebenhundertzölf heißen.
10

Minute 02:35 – 03:04

12 Aufgabe 1. b) Zahlendiktat: 10 011

I: Nächste Aufgabe, b: zehntausendelf.

14 S4: (schreibt richtig: 10 011, [4])

I: Mhm, ich lese sie nochmal vor: zehntausendelf.

16 S4: (nickt)

I: Mhm, wie bist du auf das gekommen?

18 S4: Ich habe mir gedacht, also .. zehntausend, das sind ja drei Nullen hinten dran bei zehn Tausender. Und dann Null muss ich ja noch nach vorne setzen, weil sonst würde es
20 tausendnullelf heißen.

Minute 03:05 – 03:44

22 Aufgabe 1. c) Zahlendiktat: 302 048

I: Nummer c: dreihundertzweitausendachtundvierzig.

24 S4: (schreibt richtig: 302 048, [7])

I: Ich lese sie nochmal vor, aber du brauchst sie eigentlich eh nur zweimal und nicht dreimal.

26 S4: Mhm.

I: Dreihundertzweitausendachtundvierzig.

28 S4: Mhm (nickt).

I: Mhm, warum hast du da jetzt Nullen genau an diese Stellen hingesetzt?

30 S4: Weil, wenn ich dreihundertzwanzigtausend .. also wenn ich da (zeigt auf die ersten drei Ziffern 302) nicht eine Null hingeben würde und da einen Zweier und da die Null hintäte, dann würde es
32 dreihundertzwanzigtausend heißen. Und da .. und sonst jetzt heißt es dreihundertzweitausend.
Und da (zeigt auf die Null an der Hunderterstelle) die Null davor, weil das ist der Hunderter und
34 wir haben null Hunderter.

Minute 05:01 – 05:15

36 Aufgabe 1. e) Zahlendiktat: 1 053 070

I: Du hast am Beginn (Anmerkung: bei Aufgabe a: 17 012) angefangen, dass du sozusagen immer
38 ein wenig Abstand lässt (Anmerkung: bei 17 012 zwischen 7 und 0).

S4: Mhm, und da (zeigt zu Aufgabe e: 1 053 070) habe ich es dann zusammengeschrieben.

I: Mhm, hat das einen besonderen Grund?

S4: (schüttelt den Kopf) Eigentlich nicht, aber ich .. bei 17 000, das sieht man dann besser, wenn man die Hunderter auseinander gibt.

Minute 05:33 – 06:46

Aufgabe 2. a) Um 1 mehr als: 5 899

I: Lies dir die Aufgabe durch, ob alles klar ist. Und dann kannst du schon losstarten mit Nummer a.

S4: (liest und überlegt, [13]) Also das Doppelte ist das dann da, wenn es um eins mehr ist?

I: Lies es dir nochmal durch. Um eins mehr als, und wie heißt dann die Frage?

S4: (flüstert) Wie heißt die Zahl, die um eins größer ist? (überlegt, [3]) Ach so, immer eins dazu?

I: (nickt)

S4: (scheibt richtig: 5 900, [5])

I: Mhm, darf ich nochmal kurz nachfragen: Warum hast du am Anfang gedacht, dass du das Doppelte nehmen musst?

S4: (lacht) Weiß ich selber nicht.

I: Mhm, hast du ungenau gelesen oder gar nicht durchgelesen und losgestartet?

S4: Nein, ich habe nicht gewusst, was eins größer ist. Ich habe mir gedacht, eins entweder dazu oder eins .. eins .. das ganze Mal rechnen.

I: Okay. Warum hast du jetzt gesagt: 5 900?

S4: Weil .. also 5 000 passt ja eh. 899, wenn du da eins dazugibst, sind es 900.

I: Mhm.

Minute 07:22 – 07:45

Aufgabe 2. d) Um 1 mehr als: 109 999

S4: (schreibt richtig: 110 000, [8]) 110 000. Da habe ich jetzt wieder eins dazugetan. Und dann .. und dann sind es 1 000 wieder geworden. Und .. ah, 1 000 plus auf .. 9 000 dazu, sind es dann 10 000.

I: Okay.

S4: Und dann sind es 110 000.

Minute 08:11 – 08:46

Aufgabe 3. a) Um 1 weniger als: 63 000

S4: (schreibt richtig: 62 999, [11])

I: Mhm, wie bist du auf das gekommen?

S4: 63 000 minus eins .. sind es einmal 62 000, weil ich da nichts mehr habe, bei den Nullen oder bei den Hundertern .. also bei den Hundertern und bei den Zehnern und bei den Einern. Darum muss ich halt einen Tausender weggeben. Und eins weniger .. also wenn ich jetzt einen Tausender weggebe und eins weggebe, sind es 999.

Minute 08:48 – 09:08

Aufgabe 3. b) Um 1 weniger als: 299 000

S4: (schreibt richtig: 298 999, [6]) Das ist jetzt genau wieder dasselbe. Jetzt muss man wieder einen ganzen Tausender anfangen. Und dann eins weggeben, dann sind es 298 999.

Minute 09:09 – 09:33

Aufgabe 3. c) Um 1 weniger als: 543 200

S4: (schreibt richtig: 543 199, [8], hustet)

82 I: Mhm.
S4: Jetzt habe ich wieder eins, weil wir da hinten schon einen Zweihunderter haben. Jetzt muss ich
84 mit dem Zweihunderter anfangen. Und dann eins .. einen Hunderter haben wir dann noch und
99 Einzelne, also ..
86 I: Bleiben noch über.
S4: Neun Zehner und neun Einzelne, genau.
88 I: Mhm, passt.

Minute 09:34 – 10:10

90 Aufgabe 3. d) Um 1 weniger als: 701 000
S4: (schreibt richtig: 700 999, [5]) Da habe ich auch wieder eins weggegeben. Da habe ich auch
92 wieder beim Tausender angefangen. Und dann .. eins weggegeben. Und dann sind es 999.
I: Mhm, warum hast du aber nicht 701 hier hingeschrieben? Also 701 999?
94 S4: Weil man dann .. das wäre dann schon zu viel. Weil 701 000 .. 701 000 haben wir hier stehen
und ich will eins weggeben. Dann wäre es ja, warte .. Dann wäre es ja 999 dazu.

96 Minute 10:36 – 10:42

Aufgabe 5. a) Zahlenstrahl: 2 435 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 10 000 markieren
98 I: Wir machen als Nächstes etwas mit dem Zahlenstrahl.
S4: (lacht) Da bin ich nicht gut.

100 Minute 10:57 – 12:35

Aufgabe 5. a) Zahlenstrahl: 2 435 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 10 000 markieren
102 S4: (flüstert) 2 435 (spricht laut) 2500 (setzt das Geodreieck an, [4]). Das sind zehn. Dann sind es
bei fünf die Mitte.
104 I: Du kannst das auch ruhig einzeichnen, wenn du magst.
S4: Da ist fünf hier die Mitte (zeichnet dies ein). Und dann ist von fünf zweieinhalb die Mitte.
106 Und ungefähr zweieinhalb ist es. (zeichnet 2 435 richtig ein, [5]) Ich hätte gesagt da.
I: Mhm, zeichne .. also beschrifte es, dass dort 2 435 ist.
108 S4: (beschriftet, [3])
I: Warum hast du gesagt, wie du da die Mitte eingezeichnet hast bei fünf, dass ungefähr bei ..
110 bei zwei Komma fünf Zentimeter, dass es ungefähr da ist?
S4: Mhm. Weil das war zehn Zentimeter lang. Und die Hälfte davon .. sind es fünf Zentimeter.
112 Und ungefähr sind es zweieinhalb. Also das ist nochmal die Hälfte von der Hälfte.
I: Mhm, warum sind es ungefähr zweieinhalb?
114 S4: Weil 2 500 ist .. ah .. ein Viertel von 10 000.
I: Mhm. Und warum hast du überhaupt gesagt 2 500?
116 S4: (überlegt, [2]) Weil das so knapp bei .. ah 2 500 ist.
I: Genau. Vollkommen ...
118 S4: Weil es nur noch .. 65 fehlt.
I: Genau, super.

120 Minute 12:42 – 13:58

Aufgabe 5. b) Zahlenstrahl: 7 799 auf einem Zahlenstrahl von 7 000 bis 8 000 markieren
122 S4: (misst den Zahlenstrahl ab) Auch wieder zehn Zentimeter sind es da. (flüstert zu sich selbst)
Ahm, 7 799. Dann müsste es ziemlich am Anfang .. Nein, nein, nein, nein. Es geht ja nur bis
124 8 000. (misst ab und zeichnet 7 799 richtig ein, beschriftet die Markierung, [32])
I: Wie bist du auf das gekommen?

126 S4: Das ist wieder zehn Zentimeter lang. Und das sind fast 800 .. ah 7 800. Und ich habe den
 128 Achthunderter genommen. Indem es zehn Zentimeter lang ist, dann nehme ich es acht
 Zentimeter lang, dann geht es sich aus, dass zehn Zentimeter 1 000 sind. Und dann habe ich es
 abgemessen, dass es da so stimmt.

130 Minute 14:00 – 15:09
 Aufgabe 5. c) Zahlenstrahl: 99 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 1 000 000 markieren

132 S4: Von Null bis 1 000 000. Das sind 100 000. (misst ab und zeichnet 99 999 richtig ein, beschriftet
 die Markierung, [25])

134 I: Mhm, wie kommst du auf das, dass das (zeigt auf die Markierung) jetzt 99 999 ist?

136 S4: Hier sind es wieder zehn Zentimeter. Und ich stelle mir einfach vor, dass das da [2]. Nein, eine
 Million ist das und das ist zehn Zentimeter lang. 99 999 ist fast 100 000, also 100 000 sagen wir.
 Und indem dass es zehn lang ist geht sich eine Million aus, wenn ein Zentimeter 100 000 ist.
 138 Und dann messe ich ab, dann muss ein Zentimeter 100 000 sein.

I: Super!

140 Minute 15:11 – 16:33
 Aufgabe 5. d) Zahlenstrahl: 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 100 000 markieren

142 S4: (misst ab, überlegt, [25]) Also ein Zentimeter sind 10 000. Dann muss ein Strich .. (zählt am
 Geodreieck die Millimeterstriche ab, [6]) Ja, dann muss ein Strich [2] 1 000 sein, oder nicht?

144 (zeichnet 999 richtig ein, beschriftet die Markierung, [6]) Jetzt bin ich so drauf gekommen: Weil
 ein Zentimeter, da sind es 10 000. Und wenn ich 10 000 .. also das ist ein Zentimeter. Und es
 146 sind zehn Striche, also zehn Millimeter hat ein Zentimeter. Und ein Millimeter ist ein Tausender ..
 gleichzeitig 1 000. Und indem dass 1 000 ein Strich ist, habe ich beim ersten Strich einen Strich
 148 hingemacht.

I: Mhm, eine Markierung. Super!

150 Minute 16:35 – 22:20
 Aufgabe 5. e) Zahlenstrahl: 758 061 auf einem Zahlenstrahl von 500 000 bis 1 000 000 markieren

152 I: Und das letzte.

154 S4: (misst ab, überlegt, [17]) Ich mache mir da mal die Mitte her (markiert die Mitte des
 Zahlenstrahls). (überlegt, markiert 758 061 bei rund 7,5 Zentimetern falsch, [52])

I: Mhm, erkläre mir das bitte kurz.

156 S4: Jetzt bin ich so draufgekommen: Weil ein .. also 58 000 .. ist .. also 758 000 .. bis eine Million
 geht es [2] .. Ach so, nein, das stimmt jetzt nicht. Von 500 000 weg. (überlegt, [6]) Nein, das
 158 stimmt nicht.

I: Super, dass du da draufgekommen bist.

160 S4: 500 000 (überlegt, misst ab, markiert 758 061 bei rund 2,5 Zentimetern falsch, [27]).

I: Mhm, schauen wir es uns nochmal an. Du hast ganz am Anfang hier in der Mitte einen Strich
 162 gemacht.

S4: Mhm.

164 I: Was kennzeichnet denn der Strich hier?

S4: Weil ich habe das nicht geseht gelesen, dass da, 500 000. Und dann wollte ich mir die Mitte
 166 einzeichnen. Da bin ich von Null ausgegangen. Und da hätte das glaube ich schon gestimmt von
 Null.

168 I: Genau, wenn es Null gewesen ...

S4: Aber ...

170 I: ... hätte es vollkommen gestimmt, genau.

172 S4: Aber indem dass man von 500 000 anfängt, muss er vor dem sein natürlich (zeigt auf die Markierung in der Mitte). Weil ich soll dann, wenn man .. höher schon am Anfang ist, muss er weiter vorn sein.

174 I: Mhm.

S4: Und ...

176 I: Schau dir vielleicht nochmal diesen Strich hier an (zeigt auf die Markierung in der Mitte) und schreibe her, was der Punkt hier markiert, welche Zahl.

178 S4: Der markiert (überlegt, [10]) .. Der markiert, mhm, das ist da eh wieder falsch. Der markiert 750 000 da (schreibt dies richtig zur Markierung in der Mitte des Zahlenstrahls, [3]).

180 I: Mhm, und wie bist du auf das gekommen?

S4: Weil zwei, warte. Ja, 250 000 ist die Hälfte von 500 000. Und ahm, da in der Mitte muss ich es teilen, weil jetzt hat [2]. Weil jetzt hat .. da sind 500 000 und da ist 1 000 000 (zeigt an den Anfang und das Ende des Zahlenstrahls). Bis da her (zeigt auf die Markierung in der Mitte) sind es 750 000, weil 250 000 .. 250 000 die Hälfte von 500 000 sind. Weil da (zeigt auf die zweite Hälfte des Zahlenstrahls) brauchen wir ja auch noch 250 000.

186 I: Mhm.

S4: Und das ist die Hälfte und da (zeigt auf die Mitte des Zahlenstrahls) gehört 750 000 her. Also gehört die Zahl (zeigt auf die Angabe: 758 061) ungefähr da her (zeichnet die Markierung für 758 061 knapp über 750 000 ein).

188 I: Genau, perfekt. Und jetzt sind wir da, wo wir hinmüssen, okay. Kannst du mir auch noch sagen – das ist eine Zusatzaufgabe jetzt noch. Du hast mir sonst immer gesagt: ein Zentimeter, wie viel das markiert. Kannst du mir das bei diesem Zahlenstrahl auch sagen, was da ein Zentimeter markiert?

192 S4: (überlegt, [5])

I: Das ist eine Zusatzaufgabe.

196 S4: (misst ab, [3]) Ein Zentimeter von 500 000 markiert [2] 50 000.

I: Super, perfekt.

198 S4: Soll ich das da herschreiben?

I: Ja, genau, du kannst noch hinschreiben, was dass dann für eine Zahl ist.

200 S4: (schreibt, [7])

I: Wie bist du auf das gekommen?

202 S4: Weil .. bei 500 000 fangen wir an .. auf 1 000 000. So, wenn du jetzt immer zählst .. du hast zehn Zentimeter zur Verfügung und ein Zentimeter muss dann .. wenn du zählst 50, 100 000, 150, 200 000, 250, 300 000, 350 000, 400, 450 000, 500 000 (zählt mit Fingern an den Händen mit). Dann sind zehn Zentimeter 500 000. Und von 500 000 auf 1 000 000 fehlen genau 500 000.

206 I: Perfekt.

Minute 22:24 – 24:29

208 Aufgabe 6. a) Stellen benennen: 40 057

I: Wir machen mit Nummer sechs weiter.

210 S4: (flüstert) Stellen benennen. Zerlege die Zahlen in Stellenwerte (überlegt, flüstert Unverständliches zu sich selber, [16]). Ach so (setzt Stift am Ende der Zeile an, springt dann an den Anfang und springt dann wieder zum Ende, [7]). Ach so, man fängt ja vorne an (setzt den Stift am Anfang der Zeile an, überlegt, schreibt richtig: 4 Z T 0 T 0 H 5 Z 7 E, [31]).

214 I: Vollkommen richtig. Jetzt würde mich noch interessieren: Warum hättest du zuerst hier (zeigt auf das Ende der Zeile) angefangen und dann hast du gesagt, ah man fängt ja vorne an?

216 S4: Weil ich .. habe mich leichter getan, wenn ich hinten anfangen (unverständlich) .. tu ich mir halt
 218 ein wenig leichter. Aber wenn ich da .. da hätte ich angefangen, dann hätte ich da
 hinausgeschrieben (deutet auf die Angabe: 40 057).
 I: Mhm. Und warum sagst du überhaupt, dass du hinten anfängst? Dass du dich leichter tust?
 220 S4: Ahm, weil bei Null .. weil wenn ich eine große Zahl habe wie da (zeigt auf Aufgabe e: 2018603)
 222 zweihundert .. ah, warte .. zwei Millionen .. 18 603, wenn ich da solche großen Zahlen habe,
 fange ich lieber von hinten an, das Schreiben. Weil dann für mich das einfach leichter ..
 irgendwie ist.
 224 I: Mhm. Und von hinten anfangen – meinst du da, dass du von hinten die Stellenwerte zählst?
 S4: Ja, genau.
 226 I: Das heißt, es ist leichter, wenn man von hinten anfängt, als wenn man da gleich sehen müsste,
 dass das (zeigt auf den Vierer an der Zehntausenderstelle) der Zehntausender ist.
 228 S4: Ja, genau, das ist für mich leichter.

Minute 25:30 – 26:01

230 Aufgabe 6. b) Stellen benennen: 100 910
 (hat die Aufgabe bereits richtig notiert und sie wurde auch schon besprochen; nun eine Zusatzfrage)
 232 I: Muss man die Nullen überhaupt hinschreiben (Anmerkung: in der Stellenwertschreibweise)?
 S4: [3] Nein, ich glaube, die Nullen muss man nicht hinschreiben.
 234 I: Genau, bei der Schreibweise müsste man sie gar nicht unbedingt hinschreiben. Kann man da
 (zeigt auf die Angabe: 100 910) die Nullen weglassen? Dass man einfach sagt, die Null streicht
 236 man weg, und die und die (zeigt auf die drei Nullen in dieser Zahl)?
 S4: Nein, das geht nicht.
 238 I: Warum nicht?
 S4: Weil wenn ich dort hinten eine Null hinschreibe .. wegstreiche, da eine Null weggebe und da,
 240 dann heißt die Zahl 191.
 I: Genau, das heißt hier würde es den Wert der Zahl verändern.

Minute 26:07 – 27:34

Aufgabe 6. d) Stellen benennen: 1000010
 244 S4: (überlegt und schreibt: 1 M 0 HT, [25]) Ach so, das muss ich ja gar nicht hinschreiben.
 I: Genau, kannst du dir aussuchen, ob du es hinschreibst oder nicht.
 246 S4: (schreibt: 1 M 1 Z 0 E, [9]) Und die Null schreibe ich schon hin.
 I: Mhm, warum schreibst du die Null jetzt noch extra hin?
 248 S4: Weil, wenn ich jetzt .. 1 000 000 und zehn .. Für mich sind das nicht ein Zehner und null Einer,
 sondern zehn Einer für mich ehrlich gesagt. Für mich ...
 250 I: Ah, dass du dir nicht hinschreibst, ein Zehner null einer, sondern dass du das ausdrückst hinten
 als zehn Einer.
 252 S4: Genau.
 I: Okay, wäre aber theoretisch eigentlich dasselbe. Wenn man Stellenwerte benennt .. wenn man
 254 Stellen benennt, dann macht man es aber eher in der Schreibweise, wie du es jetzt gemacht
 hast.
 256 S4: Mhm, okay.
 I: Warum hast du gewusst, dass das hier (zeigt auf den Einser der Millionenstelle) die
 258 Millionenstelle benennt, der Einser?
 S4: Weil ich gedacht habe, am Anfang, 100 000 heißt das. Und dann hab ich mir aber gedacht, nein,
 260 das geht ja gar nicht. Da ist mir eine Null zu viel und dann muss das Million sein.

Minute 27:56 - 30:22

262 Aufgabe 6. e) Stellen benennen: 2018603

S4: (überlegt und schreibt richtig: 2 M 0 HT 1 ZT 8 T 6 H 0 Z 3 E, [59])

264 I: Mhm, da kenne ich mich schon aus. Passt perfekt. Jetzt habe ich noch eine Frage: Du hättest da am Anfang hergeschrieben, statt 1 ZT 8 T, 18 T.

266 S4: Ahm, mich hat es am Anfang .. 100 000 .. da hat es mich irgendwie verwirrt. Und dann ist mir
268 aber aufgefallen, dass zuerst die Zehntausender kommen und dass es nicht 18 Zehntausender
gibt, sondern dass das die Tausender da sind. Darum habe ich jetzt den Achter weggestrichen
und ein Z dazugeschrieben, dass ein Zehntausender und acht Tausender habe ich dann
270 geschrieben.

I: Mhm. Und wäre es richtig gewesen, wenn du statt ein Zehntausender und acht Tausender
272 geschrieben hättest, 18 Tausender, so wie du es am Anfang gehabt hast?

S4: [2] Das wäre falsch gewesen.

274 I: Warum glaubst du, dass das falsch gewesen wäre?

S4: 18 000, also 18 Zehntausender sind ...

276 I: Nein, du hättest ja eh nicht geschrieben gehabt, 18 Zehntausender. Sondern du hast am Anfang
geschrieben gehabt, 18 T, also 18 Tausender.

278 S4: Tausend. Ah, weil, dann hätte ich im Prinzip [2]. Nein, wäre im Prinzip eh richtig gewesen.
Aber bis zehn tut man es .. bis zehn tut man es und dann geht man schon wieder eine Stelle
280 weiter eigentlich.

I: Genau, aber es wäre theoretisch eigentlich nicht falsch gewesen, acht .. ahm, 18 Tausender ist
282 dasselbe, wie wenn du sagst ein Zehntausender und acht Tausender.

Minute 30:32 – 31:24

284 Aufgabe 7. a) Was ist mehr? 1 T _____ 12 H

I: Nächste Aufgabe.

286 S4: Was ist mehr? Setze kleiner, größer oder gleich (lacht). Das mag ich.

I: Das magst du (lacht)?

288 S4: (schreibt sofort richtig: 1 T < 12 H)

I: Mhm, wie bist du auf das gekommen? Und vor allem, wie bist du so schnell auf das gekommen?

290 S4: Ahm, ich habe nämlich gleich gesehen, ein Tausender sind zehn Hunderter. Und zwölf
Hunderter sind mehr wie ein Tausender.

292 I: Okay, du rechnest es so. Warum hast du gewusst, dass ein Tausender zehn Hunderter sind?

S4: (überlegt, [3]) Ah (lacht). Wieso habe ich das gewusst?

294 I: Das ist oft gar nicht so leicht, stimmt das, dass man sagt, warum man das weiß.

S4: Ja, weil .. weil der Papa und die Mama haben sich ein neues Bett gekauft und da haben sie auch
296 2 000 Euro so gezahlt. Und dann haben sie ihnen 20 Hunderter gegeben.

I: Ah, du rechnest es mit Geld um.

298 S4: (nickt)

Minute 31:26 – 32:11

300 Aufgabe 7. b) Was ist mehr? 11 Z _____ 1 H

S4: Elf Zehner (überlegt und schreibt richtig: 11 Z > 1 H, [3]).

302 I: Wie bist du jetzt auf das gekommen?

S4: Weil zehn Zehner ist ein Hunderter, das wäre dann gleich gewesen. Aber indem dass ich
304 elf Zehner habe, ist das mehr wie ein Hunderter.

I: Mhm. Warum hast du gewusst, dass zehn Zehner ein Hunderter ist?

306 S4: (lacht) Ahm [2] weil wenn ich .. weil wenn die Mama einkauft .. also das kleine Geld tut Mama
 308 immer aus der Geldtasche heraus. Und da hat sie halt einmal so viele Zehner beieinander
 310 gehabt, dass sie einen Einkauf, also 100 Euro gezahlt hat mit Zehner. Und irgendwie weiß ich
 das einfach (lacht).
 I: Dass sich das mit zehn Zehnern ausgegangen ist?
 S4: Ja genau.

312 Minute 32:13 – 33:00
 Aufgabe 7. c) Was ist mehr? 10 H _____ 1 T
 314 I: Mhm, Nummer c.
 S4: (überlegt und schreibt richtig: 10 H = 1 T, [11])
 316 I: Mhm. Wie bist du auf das gekommen?
 S4: Weil das ist .. Da (zeigt auf Aufgabe a: 1 T < 12 H) war die Frage genau .. im Prinzip .. zwölf
 318 Hunderter war ja da mehr wie ein Tausender. Und da ist eigentlich die gleiche Frage gewesen,
 nur dass da zehn Hunderter waren. Und zehn Hunderter ist ein Tausender.
 320 I: Warum weißt du, dass zehn Hunderter dasselbe ist wie ein Tausender?
 S4: (grinst) Das weiß ich jetzt nicht.
 322 I: Ich frage blöd nach, stimmt das (lacht)?
 S4: (lacht) Das weiß ich jetzt nicht, wie ich das weiß.

324 Minute 33:04 – 33:26
 Aufgabe 7. d) Was ist mehr? 14 Z _____ 130 E
 326 S4: (schreibt sofort richtig: 14 Z > 130 E)
 I: Mhm, warum ...
 328 S4: Da habe ich es jetzt gewusst, weil 14 Zehner .. wenn ich eine Null von den Einern .. wenn ich
 eine Null weggeben würde von den Einern, dann wären es 13 Zehner und 14 Zehner. Und wenn
 330 ich da (zeigt auf 14 Z) eine dazugeben würde, wären es 140 Einer und das wären 130 Einer.

Minute 33:26 – 34: 48
 332 Aufgabe 7. e) Was ist mehr? 1 T _____ 100 Z
 I: Und Nummer e noch.
 334 S4: (schreibt richtig: 1 T = 100 Z, [5]) Da habe ich jetzt so gerechnet, dass .. weil zehn Zehner ist ein
 Hunderter. Und zehn mal [2] zehn mal zehn sind 100. Und darum habe ich mir gedacht, dass es
 336 so stimmt (lacht).
 I: Mhm, das heißt, ein Tau .. ein T ist in einer Zahl ausgedrückt was?
 338 S4: Ein Tausender.
 I: Und warum .. Oder was ist 100 Z in einer Zahl ausgedrückt?
 340 S4: Ahm, das ist ein Tausender, weil wenn ich die Null hinten weggebe (hält bei 100 Z die letzte Null
 mit den Fingern zu), das wären Einer [2]. Nein. [2] Ach so, ja sicher, das wären Zehner,
 342 Hunderter (hält die zweite Null bei 100 Z zu) und das wäre dann ein Tausender der Einer
 (hustet).
 344 I: Mhm, das musst du mir jetzt nochmal kurz erklären, da bin ich jetzt nicht mitgekommen.
 100 Zehner, warum dass das ein Tausender ist?
 346 S4: Jetzt sind wir mal bei der Zehnerstelle (hält die letzte Null bei 100 Z zu). Dann tust du die Null
 vom Zehner mal weg. Dann tust du den Hunderter vom Nu .. also der Hunderter, da steht eine
 348 Null da (zeigt auf die mittlere Null von 100 Z). Und die gebe ich auch weg. Und nach dem
 Hunderter kommt ein Tausender, das ist dann der Einer.
 350 I: Okay, so denkst du.

Minute 35:05 – 35:55

352 Aufgabe 4. a) Was ist mehr? 7 999 _____ 8 011

S4: (schreibt sofort richtig: $7\,999 < 8\,011$)

354 I: Warum ist das größer?

S4: (grinst) Weil das habe ich klar am ersten Blick gesehen. Ich schaue immer gleich auf den
356 Tausender. Und da sehe ich gleich acht. Und darum sehe ich gleich, dass das das Größere ist.

I: Aber schau her: Das ist zwar vollkommen richtig, was du gesagt hast. Aber da stehen ja 999
358 (zeigt auf 7 999) und da stehen nur 11 (zeigt auf 8 011).

S4: Ja, aber da (zeigt auf 7 999), wenn du jetzt da eins dazugeben würdest, wären es 8 000. Aber da
360 habe ich einen Elfer stehen noch.

I: Okay.

362 S4: Weil der da .. vielleicht wären einmal 799 gestanden. Und er hat halt zwölf dazurechnen müssen.
Und da steht jetzt 8 011. Und da steht noch 799.

364 I: 7 999?

S4: 7 999.

366 Minute 35:56 – 36:28

Aufgabe 4. b) Was ist mehr? 9 999 _____ 10 101

368 S4: (schreibt sofort richtig: $9\,999 < 10\,101$) Und da ist es genau dasselbe. Da habe ich auch gleich
gesehen, dass da .. dass das (zeigt auf 10 101) größer ist.

370 I: Mhm, du hast ja gesagt, beim Ersten (Anmerkung: bei der ersten Aufgabe) hast du dir die
Tausenderstelle angeschaut. Wenn du dir beim zweiten die Tausenderstelle anschaust, dann
372 steht ja da (zeigt auf 9 999) ein Neuner und da (zeigt auf 10 101) steht aber nur eine Null.
Warum sagst du aber dann trotzdem, dass das größer ist?

374 S4: Weil da hier (zeigt auf 10 101) .. das ist dann schon .. das ist dann schon größer, weil das ein
Zehntausender schon wieder ist der Einser. Und das wären dann .. zehn Tausender.

376 I: Mhm.

S4: Und zehn Tausender sind mehr wie neun. Das ist eh im Prinzip knapp, aber trotzdem.

Interview mit Schülerin 5 (S5):

Minute 00:25 – 02:23

2 Aufgabe 7. a) Was ist mehr? 1 T _____ 12 H

I: Lies es dir einfach mal durch. Und dann machen wir gleich Nummer a, okay?

4 S5: (liest sich die Aufgabe durch, [7])

I: Kennst du dich aus, was zu tun ist?

6 S5: Mhm.

I: Ja genau, dann kannst du mit Nummer a anfangen.

8 S5: (schreibt richtig: $1\,T < 12\,H$, [4])

I: Mhm, vollkommen richtig. Wie bist du auf das gekommen, dass zwölf Hunderter größer sind wie
10 ein Tausender?

S5: [2] Weil .. ah, ein Tausender .. weil 12 000 mehr als 1 000 ist.

12 I: Mhm, das heißt, du hast gesagt: 1 T, was ist das für eine Zahl?

S5: 1 000.

14 I: 1 000, genau. Und 12 H, was ist das für eine Zahl?

S5: 12 000.

16 I: 12 000? Schau, da musst du aufpassen ...

S5: Zwölf 100 000.

18 I: Ah [3], ja. Schau her, ich gebe dir jetzt nochmal etwas anderes. Wir machen es mal so:
 20 Überlegen wir zuerst gemeinsam, was 12 E sind, dann was 12 Z sind und dann was .. ah, jetzt
 22 habe ich mich verschrieben. Und dann was 12 Hunderter sind (schreibt diese Aufgaben auf
 einen extra Zettel). Du kannst vielleicht da herschreiben, auf diese Seite. 12 E, wenn du das als
 Zahl schreibst?

S5: Sind zwölf Einer.

24 I: Genau, das sind zwölf Einer. Und als Zahl ausgedrückt?

S5: (überlegt, [5], flüstert) Das sind ganz normal zwölf.

26 I: Genau, normal zwölf.

S5: (schreibt 12 auf den extra Zettel)

28 I: Ah, schreibt er nicht mehr (Anmerkung: der Stift)? Genau. Dann 12 Z.

S5: 12 Z. Das Z ist Zehner.

30 I: Genau.

S5: Das sind dann 120.

32 I: Super, genau. Und wenn wir jetzt dann haben 12 H?

S5: H ist für 100.

34 I: Genau. Und was ergibt das für eine Zahl?

S5: Zwölf Hundert ist dann .. 1 200.

36 I: Genau, 1 200. Das heißt, jetzt wissen wir: Das (zeigt auf 12 H) ergibt 1 200 und das (zeigt auf
 1 T) ist 1 000. Und du hast vollkommen richtig das Zeichen eingesetzt.

38 Minute 02:24 – 04:55

Aufgabe 7. b) Was ist mehr? 11 Z _____ 1 H

40 I: Okay, schauen wir uns Nummer b an.

S5: (überlegt, schreibt falsch: 11 Z < 1 H, [10])

42 I: Mhm. Schau mal: 1 H, was ergibt das für eine Zahl?

S5: (überlegt, [4]) 1 H.. warte.

44 I: Genau, was ist das für eine Zahl dann?

S5: ([4], flüstert) 100.

46 I: 100, genau. Wenn du willst, kannst du das auf die Seite hinschreiben, wenn du dich dann
 leichter tust. Und dann haben wir noch 11 Z. Was ist das für eine Zahl dann?

48 S5: (flüstert) 110.

I: Das sind 110, genau. Was ist dann größer?

50 S5: Elf Zehner (grinst).

I: Genau, ändere das vielleicht kurz um.

52 S5: Soll ich es einfach durchstreichen?

I: Genau, du kannst es durchstreichen und daneben hinschreiben, das ist halb so wild. Genau.
 54 Und warum hast du jetzt gewusst, dass 11 Z jetzt 110 ist? [2] Wie bist du auf das gekommen?

S5: Weil wegen .. es gibt .. Man kann, wenn man sich nicht auskennt, auch eine Tabelle machen.
 56 Dann ist Einer als letztes, dann Zehner, Hunderter [2]. Ja, Tausender, Zehntausender,
 Hunderttausender.

58 I: Mach dir vielleicht kurz diese Tabelle. Du kannst sie hier (zeigt auf den extra Zettel)
 aufschreiben.

60 S5: (fertigt die Tabelle an, [11])

I: Genau, du musst gar nicht alles hinschreiben, wenn .. genau.

62 S5: Da ist Hunderttausend und dann kommt eine Million.

64 I: Genau, dann kommt eine Million. Und wie hast du das jetzt dann verknüpft? Was hast du da mit den 11 Z und mit der Tabelle gemacht?

S5: Ich muss noch die Striche machen (zeichnet die Spalten in die Tabelle ein, [4]).

66 I: Mhm.

S5: Ah, die elf, die 11 Z zeichne ich ein [3]. Hier hinten fange ich an: eins hier (schreibt unter Z einen Einser) und dann eins hier vorne (schreibt unter H auch einen Einser). Und dann hier mache ich noch eine Null (macht eine Null unter E).

68 I: Genau. Und so bist du dann auf die Zahl 110 gekommen?

70 S5: (nickt)

72 I: Vollkommen richtig, super. Jetzt habe ich noch eine Frage: Du hast es vollkommen richtig gemacht. Aber warum hast du beim Elfer .. warum hast du den Einser auf diese Stelle geschrieben, auf die Zehnerstelle? Du hast gesagt, du fängst immer hinten an, warum?

74 S5: Weil hier ja .. ah .. weil ich hier den Zehner .. von hinten den Zehner anfangen soll. Und wenn es jetzt so E wäre, dann müsste ich von E hinten anfangen.

76 I: Okay.

78 Minute 04:56 – 05:29

Aufgabe 7. c) Was ist mehr? 10 H _____ 1 T

80 I: Nummer c.

S5: (überlegt, vergleicht mit der vorher angefertigten Tabelle, [4]) Das ist gleich.

82 I: Mhm, warum hast du gesagt, dass es gleich ist?

S5: [2] Weil die Hunderter .. ich schreibe ja die Null bei dem Hunderter (trägt eine Null unter H ein) und den Einser bei Tausend (trägt einen Einser unter T ein). Und dann noch (flüstert etwas Unverständliches, füllt die Zehner- und Einerstelle mit Nullen auf).

84 I: Genau. Und das da herüben, 1 T?

86 S5: Das ist auch 1 000.

88 I: Genau, das heißt, es ist ...

S5: Gleich.

90 I: Genau, richtig.

Minute 05:30 – 06:03

92 Aufgabe 7. d) Was ist mehr? 14 Z _____ 130 E

I: Nummer d.

94 S5: [3] Das sind 140 (zeigt auf 14 Z).

I: Mhm.

96 S5: Und das sind normal 130 (zeigt auf 130 E).

I: Mhm.

98 S5: Also ist 140 größer.

I: Wie hast du dir das wieder überlegt?

100 S5: ([3], grinst) Ich habe es wieder so mit der Tabelle gemacht. Also ich habe einfach hinten eine Null drangedacht.

102 I: Mhm.

S5: Wenn hier E wäre (zeigt auf 14 Z).

104 I: Ja, super. Und wenn du jetzt die Tabelle nicht extra hingeschrieben hättest, hättest du dir die Tabelle sozusagen im Kopf gedacht?

106 S5: (nickt) Mhm.

I: Okay, super.

108 Minute 07:00 – 07:59
Aufgabe 2. a) Um 1 mehr als: 5 899

110 I: Genau, du kannst dir einfach mal wieder die Angabe durchlesen.
S5: (liest, [7], flüstert) Um eins mehr (schreibt richtig: 5 900, fängt aber von hinten zu schreiben
112 an, [15]).
I: Mhm, gut. Wie bist du auf das gekommen?
114 S5: Wenn ich jetzt den Fünfer .. ah, den Fünfer .. wegdenke, dann kann ich einfach 899 plus eins
rechnen, das ist 900. Dann schreibe ich einfach 900 her und dann bloß den Fünfer noch.
116 I: Mhm. Und warum hast du von hinten zu Schreiben begonnen?
S5: Mhm (überlegt, grinst).
118 I: Gibt es da einen besonderen Grund?
S5: Weil .. wenn man vorne beginnt, wird es auch nicht richtig sein. Naja ..
120 I: Okay (fragend)?

Minute 08:00 – 08:56

122 Aufgabe 2. b) Um 1 mehr als: 79 099
I: Machen wir mal Nummer b.
124 S5: (schreibt falsch: 80 100, beginnt bei 100 zu schreiben und schreibt dann vorne 80, [12])
I: Mhm, wie hast du hier jetzt gedacht?
126 S5: Ich habe .. mhm [2] .. wieder so gerechnet, wie ich hier (zeigt auf die vorige Aufgabe) gerechnet
habe.
128 I: Mhm.
S5: Und dann 100 [2] .. 100 (überlegt, [8], blickt zur Interviewerin grinsend auf). Ich muss da .. ah 79
130 herschreiben.
I: Genau, 79. Super, dass du selber darauf gekommen bist. Warum hast du jetzt gewusst, dass du
132 79 hinschreiben musst?
S5: Weil hier (zeigt auf die Hunderterstelle) kein Neuner war. Sondern bei .. bei dem 79.
134 I: Genau.

Minute 08:58 – 09:22

136 Aufgabe 2. c) Um 1 mehr als: 99 999
I: Super, wir machen Nummer c. Da wird es dann ein wenig anders sein, genau.
138 S5: Das ist .. ah .. 100 000. 100 000.
I: Super, warum hast du das so schnell gewusst?
140 S5: (schreibt richtig: 100 000, [3]) Weil .. da überall Neuner sind (lacht). Wenn man plus eins rechnet,
ist dann .. 100 000.
142 I: Okay.
S5: Weil wenn bei neun nur plus eins ist, dann wird es zehn.

Minute 09:23 – 11:25

144 Aufgabe 2. d) Um 1 mehr als: 109 999
I: Nummer d.
146 S5: (überlegt, [5]) Einhundert .. hunde .. tau .. hunderttausendzehnhundert.
148 I: Mhm, schreibe es einfach mal hin.
S5: (schreibt richtig: 110.000 [sic], [7])
150 I: Genau, wie heißt die Zahl?
S5: [3] Einhunderttausendzehn.

152 I: Ah, nicht ganz. Schau nochmal die Zahl an, die du hingeschrieben hast. Diese ist vollkommen
richtig, wie du sie geschrieben hast.

154 S5: (überlegt, [4])
I: Wenn du die aussprichst, diese Zahl, wie heißt die dann?

156 S5: (überlegt, [8]) 110 000.
I: Genau, 110 000. Und wie .. was hast du dir dabei gedacht, wie .. wie du auf 110 000 kommst?

158 S5: Mhm (überlegt, [4], grinst).
I: Das ist gar nicht so leicht, dass man das erklärt, wie man da darauf kommt, oder?

160 S5: (lacht, [3]) Mhm. Ich habe da einfach plus eins gerechnet.
I: Mhm.

162 S5: Ähm [3].
I: Hast du dir das im Kopf gedacht, dass du plus eins rechnest? Oder hast du irgendwie eine
164 Rechenstrategie, dass du dir im Kopf was denkst, wie man das aufschreiben würde? Oder wie
machst du das?

166 S5: [5] Ich weiß ja, wenn man neun plus eins rechnet, dass dann Null gehört und immer eins weiter.
Und dann bis da her (zeigt auf die Null an der Zehntausenderstelle). Das wäre jetzt dann vier
168 Nullers und dann noch eins weiter. Dann null und eins ist eins und dann wieder eins.
I: Mhm, super. Das heißt, du hast dir ein bisschen .. wie man es aufschreibt, wie man es schriftlich
170 macht. Da schreibt man ja dann 109 999 und darunter eins und dann einen Strich. Und das hast
du dir ein wenig im Kopf gedacht, stimmt das?

172 S5: Mhm (nickt).
I: Okay, ja super.

174 Minute 11:26 – 11:55
Aufgabe 2. e) Um 1 mehr als: 899 999

176 I: Okay, dann machen wir noch Nummer e.
S5: (schreibt richtig: 900.000 [sic], fängt von hinten zu schreiben an, [12])

178 I: Super, genau. Wie hast du da jetzt gedacht?
S5: (grinst, [2]) Da habe ich auch .. ahm .. wieder plus eins gerechnet. Wieder mit dem eins weiter.

180 I: Mhm. Und deshalb hast du auch von hinten angefangen?
S5: Ja (nickt).

182 I: Okay, super.

Minute 14:14 – 17:26
Aufgabe 1. c) Zahlendiktat: 302 048

184 I: Nummer c. Dreihundertzweitausendachtundvierzig.
S5: (schreibt, [5])

186 I: Dreihundertzweitausendachtundvierzig.
S5: (schreibt falsch: 302.840 [sic])

188 I: Mhm, ich sage es noch einmal. Dreihundertzweitausendachtundvierzig (bemüht sich,
190 achtundvierzig besonders exakt und verständlich auszusprechen).
S5: (überlegt, [14])

192 I: Soll ich es noch einmal wiederholen?
S5: (schüttelt den Kopf, flüstert) Glaube, es passt so.

194 I: Mhm. Ich sage es nochmal .. schau nochmal gut hin. Dreihundertzweitausendachtundvierzig.
S5: (überlegt, [12])

196 I: Sonst lies du mir mal die Zahl vor, die du hingeschrieben hast.
S5: (überlegt, [5]) Drei .. hundert .. zweitausend .. achthundertvierzig.

198 I: Genau, du hast gesagt: achthundertvierzig. Und jetzt hör nochmal gut zu, wie ich es sage:
Dreihundertzweitausend .. acht .. UND .. vierzig.

200 S5: (überlegt, [10]) Ich komm nicht drauf (schüttelt den Kopf, grinst).

I: Schau her, du hast ja jetzt geschrieben: Wenn wir uns nur die .. ah Einer, die Zehner und die
202 Hunderterstelle anschauen, hast du geschrieben: Achthundertvierzig. Acht .. hundert .. vierzig
hast du vollkommen richtig hingeschrieben, wenn es achthundertvierzig wäre. Ich habe aber
204 gesagt: acht .. UND .. vierzig. Wie müsste es man denn dann richtig machen?

S5: Ah (merkt den Unterschied).

206 I: Das ist schwer zu verstehen, der Unterschied, das stimmt.

S5: Ähm .. Der Zweier sollte hier sein und der Achter ...

208 I: Nein, der erste Teil stimmt. Das heißt dreihundertzweitausend, das stimmt vollkommen. Und hier
heißt es dann acht .. UND .. vierzig.

210 S5: (überlegt, [7])

I: Du hast jetzt geschrieben: Acht .. HUNDERT .. vierzig. Wenn es nur heißen soll: acht .. UND ..
212 vierzig?

S5: (überlegt, [8])

214 I: Schreib mal achtundvierzig auf.

S5: (schreibt: 840 auf den extra Zettel)

216 I: Ah, schau her, du hast da achtHUNDERTvierzig. Und achtUNDvierzig?

S5: Ach so (schlägt sich mit der Hand auf die Stirn und grinst).

218 I: Genau (unverständlich).

S5: (schreibt: 48, grinst)

220 I: Genau, 48. Das ist lei .. schwer zu verstehen, das stimmt. Und wie gehört es jetzt in diese Zahl
richtig geschrieben? Wenn es heißt: dreihundertzweitausendachtundvierzig.

222 S5: (schreibt richtig: 302.048 [sic], flüstert) Dreihundertzwei .. null.

I: Genau.

224 Minute 17:35 – 20:45
Aufgabe 1. d) Zahlendiktat: 804 025

226 I: Nummer d. Achthundertviertausendfünfundzwanzig.

S5: (schreibt: 480)

228 I: Achthundertviertausend .. fünfundzwanzig.

S5: (schreibt falsch: 480.025 [sic])

230 I: Ich wiederhole es nochmal: Achthundertviertausendfünfundzwanzig.

S5: (schaut die Zahl nochmal an, nickt, [4])

232 I: Mhm. Lies mal die Zahl vor, die du jetzt hingeschrieben hast.

S5: (überlegt, grinst, [5]) Vierhundert .. achtundvierzig [3] vierhundertacht .. achtzig [3].

234 I: Genau, du hast geschrieben: Vierhundertachtzigtausendfünfundzwanzig.

S5: Und du hast achthundert ...

236 I: Viertausendfünfundzwanzig.

S5: Tausendfünfundzwanzig (spricht gleichzeitig mit der Interviewerin).

238 I: Genau, was gehört da umgeändert?

S5: Die Null gehört weg.

240 I: Ja, hör nochmal gut zu: AchthundertVIERtausend.

S5: (überlegt, [10])

242 I: Sonst kannst du daneben auf den Zettel einfach mal schreiben: achthundertvier.

S5: (schreibt auf den extra Zettel: 804)

244 I: Genau. Und achthundertviertausend?

S5: (schreibt auf den extra Zettel: 4.800 [sic], [6])

246 I: Ja, jetzt hast du geschrieben ...

S5: Viertausend ...

248 I: Genau, viertausendachthundert.

S5: (schreibt auf den extra Zettel: 8.400 [sic], [3])

250 I: Mhm, jetzt heißt die Zahl: achttausendvierhundert. Wenn es heißt .. Schau mal, du hast da ganz richtig geschrieben: achthundertvier (zeigt auf die Zahl 804 auf den extra Zettel). Und wenn es

252 dann heißen soll: achthundertvierTAUSEND, muss man hinten noch ...

S5: Eine Null dazu.

254 I: Nein, nicht nur eine, sondern?

S5: Zwei (überlegt, [9])?

256 I: Wenn man die Zahl eintausend schreibt, wie viele Nullen sind denn da hinten dran?

S5: Vier.

258 I: Warte mal, wenn man eintausend schreibt, wie viele NULLEN?

S5: Drei.

260 I: Genau. Und wenn man nicht einTAUSEND hat, sondern achthundertvierTAUSEND, wie viele Nullen gehören dann hinten dran?

262 S5: Drei.

I: Genau, drei. Und jetzt haben wir achthundertviertausend. Und wenn wir wollen:

264 achthundertviertausendfünfundzwanzig, wie schaut die Zahl dann aus?

S5: (schreibt richtig auf: 804.025)

266 I: Genau.

Minute 20:53 – 22:26

268 Aufgabe 1. e) Zahlendiktat: 1 053 070

I: Ja, super. Und die letzte, Nummer e. Eine Million .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig. Eine Million

270 .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig.

S3: (schreibt: 1.530. [sic], [17])

272 I: Soll ich es nochmal sagen? Eine Million .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig.

S5: (schreibt falsch: 1.530.070 [sic], [9], überprüft nochmal) Der (zeigt auf die Null) gehört nach

274 vorne.

I: (flüstert) Genau, super.

276 S5: (bessert richtig aus auf: 1.053.070 [sic])

I: Genau, jetzt kontrollieren wir nochmal: Eine Million .. dreiundfünfzigtausend .. siebzig.

278 S5: (nickt)

I: Warum hast du da jetzt gewusst, dass die eine Null da jetzt nach vorne gehört? Vor den Fünfer

280 und nicht hinter den Dreier?

S5: Weil sonst wäre es eine Million .. fünfhundertdreißig.

282 I: Genau, super. Und für welche Stelle steht hier (zeigt auf die Hunderttausenderstelle) jetzt die Null?

284 S5: [3] Für den Hunderter.

I: Für den Hundert? ...

286 S5: Tausender.

I: Genau, super. Passt.

Minute 22:30 – 24:04

288 Aufgabe 6. a) Stellen benennen: 40 057

290 I: So .. als Nächstes machen wir [5] Aufgabe 6.

S5: (liest sich die Aufgabe durch, [6]) Ach so, ich soll die in Tausender, Einer ...
 292 I: Genau, genau.
 S5: (beginnt von hinten zu zählen, schreibt die Stellenwerte von vorne auf: 4 ZT, [15]) Soll ich den
 294 null Tausender dazuschreiben?
 I: Muss man ihn extra dazuschreiben?
 296 S5: [2] Eigentlich nicht.
 I: Genau, eigentlich muss es nicht unbedingt sein.
 298 S5: (schreibt richtig: 4 ZT 5 Z 7 E, [9])
 I: Mhm, sehr gut. Wie bist du jetzt auf das Ergebnis gekommen?
 300 S5: (überlegt, [3]) Ich habe hier .. hier ahm .. mir die Tabelle im Kopf gedacht. Ah, hier Einer (zeigt
 auf die Einerstelle), Zehner, Hun .. Einer, Zehner, Hunderter, Tausender und Zehntausender.
 302 I: Genau, super. Warum hast du dann hinten zum Zählen begonnen und nicht vorne beim Vierer?
 S5: Weil .. der .. einer .. Weil der Einer eigentlich immer Letzter ist.
 304 I: Ja, genau.
 S5: Weil der Einer kleiner ist.

306 Minute 24:05 – 25:32

Aufgabe 6. b) Stellen benennen: 100 910

308 I: Nummer b.
 S5: (schreibt richtig: 1 HT 9 H 1 Z, [25])
 310 I: Mhm, sehr gut. Wie bist du auf das gekommen?
 S5: [4] Da habe ich auch die Tabelle im Kopf gedacht.
 312 I: Mhm. Ahm .. Hier (zeigt auf die Stellenwertschreibweise) haben wir ja gesagt, muss man, wenn
 man es so aufschreibt in dieser Schreibweise, die Nullen nicht unbedingt schreiben, okay.
 314 Weil die braucht man da nicht unbedingt. Kann man dann hier (zeigt auf die Zahl 100 910) auch
 einfach die Null wegstreichen und die Null und die (zeigt auf die drei Nullen in 100 910)?
 316 Muss man sie in dieser Schreibweise hinschreiben, die Nullen?
 S5: Ja (nickt).
 318 I: Warum? Kann ich das nicht einfach weglassen?
 S5: Nein.
 320 I: Und warum nicht?
 S5: Weil ich habe ja hier, ah .. einen .. 100 000 eigentlich.
 322 I: Mhm.
 S5: Und wenn ich es ohne Nullen gemacht hätte, dann wäre es dann 1 000 [2]. Nein, 100, das eine
 324 wär dann Hunderter. Der Neuner wäre ein Zehner und der Einser wäre ein Einer.
 I: Genau, und das wäre dann eine ganz andere Zahl.

326 Minute 25:33 – 26:16

Aufgabe 6. c) Stellen benennen: 702009

328 I: Nummer c.
 S5: (zählt die Stellen, macht einen Punkt zwischen 702 und 009, schreibt richtig: 7 HT 2 T 9 E, [26])
 330 I: Mhm, super. Warum hast du dir da so einen Punkt hingemacht?
 S5: Mhm [2], damit ich weiß, dass es 100 000 ist. Oder 100 000 (flüstert).
 332 I: Das heißt, du hast dir immer drei abgeteilt?
 S5: Mhm (nickt).
 334 I: Mhm, super.

Minute 26:23 – 27:21

336 Aufgabe 6. d) Stellen benennen: 1000010

I: Nummer d.

338 S5: (zählt die Stellen, macht einen Punkt nach immer drei Stellen von hinten, schreibt richtig:
1 M 1 Z, [24])

340 I: Mhm, super. Wie bist du auf das gekommen?

S5: Auf eine Million bin ich .. äh gekommen, weil .. hier .. mhm [3] naja (überlegt, [2]). Weil es eine
342 Eine-Million-Zahl ist (lacht).

I: Mhm, wie siehst du, dass es eine Eine-Million-Zahl ist?

344 S5: Ah, die Punkte .. die drei Punkte, die ich gemacht hatte .. immer nach den drei .. hätte ich
eigentlich nicht gewusst. Aber es ist .. eine Million (unverständlich).

346 I: Mhm.

S5: Und es ist leichter, wenn man da auch so die Punkte dazu macht.

348 I: Mhm, genau, super.

Minute 30:44 – 32:06

350 Aufgabe 5. b) Zahlenstrahl: 7 799 auf einem Zahlenstrahl von 7 000 bis 8 000 markieren

I: Nummer b.

352 S5: (überlegt, legt das Lineal ein paar Mal an, [27]) Hier gibt es eigentlich keine Mitte.

I: Hier gibt es keine Mitte? Warum gibt es da keine Mitte?

354 S5: Weil ahm .. es geht .. es geht nur bis zu 8 000 (schüttelt den Kopf). Eigentlich schon. Das wäre
dann [2] 7 500.

356 I: Genau, super. Die Mitte wäre 7 500.

S5: (zeichnet 7 500 richtig ein und beschriftet die Markierung, legt das Lineal bei Null an und zählt
358 bei sechs Zentimeter weiter, [20]) Wenn ich jetzt hier zu dem Sechser gehe, wären das 7 600.
Hier 7 700 (zeigt auf dem Lineal auf sieben Zentimeter). Und 7 800 (zeigt auf acht Zentimeter auf
360 dem Lineal und macht hier eine Markierung). Das muss eigentlich hier sein. Weil wenn ich da
eins dazu rechne, ist es ja 7 800.

362 I: Mhm, super. Super erklärt.

Minute 32:12 – 33:39

364 Aufgabe 5. c) Zahlenstrahl: 99 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 1 000 000 markieren

S5: (legt das Lineal bei Null an, misst die Mitte richtig ab, [6]) Da ist die Mitte. 50 000 (markiert die
366 Mitte, [5]). Da habe ich dann wieder .. also eine Million. Ah, dividiert durch zwei ausgerechnet.

I: Mhm. Überprüfe das nochmal kurz.

368 S5: (überlegt, grinst, [4]) 500 000.

I: Genau. Halb so schlimm, wenn ein Fehler passiert. Super, dass du das selber noch
370 ausge bessert hast, genau.

S5: (legt das Lineal wieder an, flüstert etwas Unverständliches, [13]) Wenn wir so, ahm,
372 zurückgehen, wo die fünf .. vier .. drei gehen (zeigt auf dem Lineal von Zentimeter fünf auf vier,
drei zurück). Dann müssten wir zurück zu .. Null. Weil (lacht) da ist eigentlich null.

374 I: Mhm.

S5: Und wenn wir vorne (zeigt auf einen Zentimeter nach null) zu eintausend gehen, wäre es fast
376 richtig. Weil plus eins (zeigt auf 99 999) ist ja auch 1 000.

I: Warte, ist das dann wirklich 1 000? Plus eins?

378 S5: Ah, nein. 100 000.

I: Genau. Du hast das richtige gedacht, glaube ich.

380 S5: (markiert 99 999 richtig am Zahlenstrahl)
 I: Genau.

382 Minute 33:47 – 36:26
 Aufgabe 5. d) Zahlenstrahl: 999 auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 100 000 markieren

384 I: Nummer d.
 S5: (flüstert) Diesmal ist es aber schon wie 1 000.

386 I: Genau (grinst).
 S5: (markiert die Mitte richtig mit 50 000, [10]) Da müssen wir auch wieder zurück zu Null. Und der
 388 Strich gehört .. bei Null so (spricht etwas Unverständliches, macht eine Markierung etwa bei
 einem Zentimeter von Null entfernt).

390 I: Mhm, welche Zahl markiert dieser Strich hier?
 S5: Der, ah (unverständlich).

392 I: Mhm, schau mal. Da ist 50 000 (zeigt auf die Markierung in der Mitte des Zahlenstrahls). Was ist
 das dann für ein Strich (zeigt auf die Markierung einen Zentimeter von Null entfernt)?

394 S5: [5] Das wäre der Strich für 999.
 I: Mhm, rechne nochmal zurück. Hier haben wir 50 000 (zeigt auf die Mitte des Zahlenstrahls).
 396 Was wäre hier (zeigt auf dem Lineal, das am Nullpunkt angelegt ist, auf Zentimeter vier)?
 S5: 40 000. 30 000, 20 000, 10 000 (Interviewerin zeigt auf Zentimeter drei, zwei und eins am
 398 Lineal).
 I: Schreib das mal her, dass da 10 000 ist.

400 S5: (schreibt über die Markierung für einen Zentimeter: 10 000, [7])
 I: Und jetzt schauen wir: Wenn hier der Strich 10 000 ist (zeigt auf die Markierung bei einem
 402 Zentimeter), kann dann dieser Strich (zeigt auf die Markierung ganz knapp davor), dieser Punkt,
 999 markieren?

404 S5: (schüttelt den Kopf und grinst) Nein.
 I: Was würde dieser Punkt hier (zeigt auf die Markierung ganz knapp vor einem Zentimeter)
 406 markieren?
 S5: Dieser Punkt würde dann 9 999 ...

408 I: Genau. Jetzt müssen wir noch schauen: Wo ist dann 999?
 S5: (überlegt, zeichnet die Markierung richtig bei rund einem Millimeter ein, [28])

410 I: Mhm. Warum hast du jetzt gewusst, dass der da .. Du hast da bei einem Millimeter eine
 Markierung gemacht. Warum hast du ge .. gewusst, dass das genau da sein muss?

412 S5: [4] Weil hier (zeigt auf die Markierung für 9 999) ja 9 999. Wenn man hier .. also zum Fünfer geht
 (zeigt auf die Markierung am Lineal für fünf Millimeter), dann ist da 5 000. Wenn man zum Einser
 414 geht (zeigt auf die Markierung am Lineal für einen Millimeter) ist ja da dann 1 000. Dann ist das
 999 zwischen null und eins (Anmerkung: meint zwischen null und einem Millimeter am Lineal).

416 I: Genau.

Minute 36:34 – 42:33

418 Aufgabe 5. e) Zahlenstrahl: 758 061 auf einem Zahlenstrahl von 500 000 bis 1 000 000 markieren
 I: Und Nummer e.

420 S5: (zeigt auf die Mitte des Zahlenstrahls) Hier ist die Mitte. 5 000 .. 5 000 .. 550 (überlegt, [7])
 I: Zeichne dir die Mitte mal ein.

422 S5: (markiert die Mitte des Zahlenstrahls, [4])
 I: Und dann überleg dir: Was ist da die Mitte?

424 S5: (überlegt, [70])
 I: Was glaubst du, dass die Mitte ist?

426 S5: (überlegt, [23], flüstert etwas Unverständliches)
 I: Bitte? Jetzt habe ich es nicht verstanden.

428 S5: Acht .. ah 7 000 .. fünf?
 I: Du bist schon ziemlich gut dabei. Schau mal: Wie könntest du dir denn das erleichtern?
 430 Hier haben wir 500 000 (zeigt auf den Anfang des Zahlenstrahls) und da haben wir 1 000 000
 (zeigt auf das Ende des Zahlenstrahls). Das sind ziemlich große Zahlen. Wenn du dir da jetzt
 432 eher unsicher bist, was da in der Mitte liegt zwischen 500 000 und 1 000 000 .. Wie könnte man
 sich da .. das Denken ein bisschen vereinfachen?

434 S5: (überlegt, [8])
 I: Schau mal, ich gebe dir einen Tipp: Streiche hier (zeigt auf 500 000) mal die drei Nullen weg und
 436 hier (zeigt auf 1 000 000) die drei Nullen. Dann hast du da vorne die Zahl?
 S5: 500.
 438 I: Genau. Und hinten die Zahl?
 S5: 500.
 440 I: 500 und?
 S5: 1 000.
 442 I: 1 000, genau. Kannst du dir von 500 und 1 000 die Mitte berechnen?
 S5: [2] Das wäre dann fünf .. (überlegt, [16]).
 444 I: Die Mitte von 500 und 1 000?
 S5: Siebentau .. Siebenhundert .. sie .. fünfu .. fünfzigtausend (fragend)?
 446 I: Du bist fast dabei. Was ist mal die Mitte von 500 und 1 000?
 S5: Sie .. 700 000. Nein, 700 .. 1 000.
 448 I: 700?
 S5: 50 000.
 450 I: Genau, das heißt, was liegt da in der Mitte?
 S5: (flüstert) 750 000.
 452 I: Genau, das kann man markieren. 750 000.
 S5: (markiert den Punkt in der Mitte mit 750 000, [6])
 454 I: Genau. Jetzt schauen wir mal: Welche Zahl müssen wir .. markieren am Zahlenstrahl?
 S5: Sieben .. hundert .. fünfund [2] .. fünfundsiebzig .. tausend .. 758 061.
 456 I: Genau, wo liegt die Zahl dann?
 S5: (markiert einen Punkt etwas zu nahe bei 800 000, [57]) Hier könnte die .. (spricht etwas
 458 Unverständliches).
 I: Mhm, du hast ganz richtig gesagt, es gehört ein bisschen mehr als 750 000. Den Strich, den du
 460 da gemacht hast, der ist ein bisschen zu weit vorne. Hier (zeigt knapp nach 750 000 mit dem
 Stift hin) würde der Strich hingehören, okay. Aber du hast ganz richtig gesagt: ein bisschen
 462 größer als 750 000.

Minute 44:26 – 46:33

464 Aufgabe 3. b) Um 1 weniger als: 299 000
 I: Nummer b.
 466 S5: (schreibt falsch auf: 288.999 [sic], [15], überlegt noch einmal, [13], bessert um auf: 198.999)
 I: Mhm, schau dir das nochmal gut an.
 468 S5: (überlegt, grinst, [10]) Zweiundneunzig gehört da her.
 I: Genau (fragend) .. statt .. was gehört da umgeändert?
 470 S5: Der Einser.
 I: Genau. Wie bist du auf das gekommen? Du kannst eh mal umbessern, genau.

472 S5: Ich habe .. Kontrolliert habe ich einfach .. ich habe plus eins gerechnet. Dann wäre ja
474 einhundertneunundneu .. dann wäre dasselbe rausgekommen, außer hier (zeigt auf die
Hunderttausenderstelle) wäre ein Einser.
I: Mhm.
476 S5: Da wäre dann 100 000 gestanden.
I: Mhm. Das heißt, die Kontrolle hast du .. plus eins dazugerechnet. Und wie bist du auf eins
478 weniger gekommen?
S5: (überlegt und grinst, [9]) Eins weniger .. naja ich würde (flüstert etwas Unverständliches) und
480 dann minus eins weggetan. Dann wäre es acht. Dann habe ich nicht gut nachgedacht (wirkt
sauer auf sich selbst) und hab mir nach dem Neuner eine Eins geschrieben.
482 I: Aber macht nichts, du bist da selber darauf gekommen, okay. Das kann passieren. Super, dass
du dann nachgerechnet hast und dann selber .. selber darauf gekommen bist.

Anhang F – Abstract

Abstract in Deutsch:

Eine österreichische Studie von Landerl und Moll aus dem Jahr 2010 kam zu dem Ergebnis, dass 6.1 % der untersuchten Kinder im Alter von rund sieben bis zwölf Jahren von einer Rechenstörung betroffen sind. Diese Ausführungen machen deutlich, dass Rechenstörungen ein ernst zu nehmendes und gegenwärtiges Thema sind und Lehrpersonen für Mathematik oft mit Kindern, die rechnerische Beeinträchtigungen aufweisen, zu tun haben.

In dieser Diplomarbeit wird der Fokus auf Rechenstörungen am Übergang von der Primar- zur Sekundarstufe gelegt.

Diese Arbeit ist in zwei Teile gegliedert: einem Literaturteil und einem empirischen Untersuchungsteil. Der Literaturteil widmet sich den theoretischen Grundlagen zum Thema Rechenstörungen am Übergang von der Primar- zur Sekundarstufe. Es werden dabei die Ursachen und die Diagnose einer Lernstörung in Mathematik behandelt und Präventions-, Förderungs- und Interventionsmöglichkeiten erklärt. Dieses Kapitel soll für Eltern und Lehrpersonen eine Hilfe darstellen, um Rechenstörungen bei Kindern frühzeitig erkennen und geeignete Unterstützungsmaßnahmen einleiten zu können. Danach werden mögliche Auswirkungen von Rechenstörungen auf den Mathematikunterricht behandelt. Das letzte Kapitel des wissenschaftlichen Literaturteils widmet sich den Fehlvorstellungen beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million. Für den empirischen Teil dieser Arbeit wurden qualitative Interviews mit Schülerinnen und Schülern durchgeführt, bei denen die Fehlvorstellungen am Übergang von der Primar- zur Sekundarstufe beim Thema Orientierung im Zahlenraum bis zur Million untersucht wurden. Durch das Nachvollziehen der Denkprozesse der interviewten Kinder konnten interessante Erkenntnisse darüber gewonnen werden, welche Defizite bei den Schülerinnen und Schülern vorhanden sind und wie diese Fehlvorstellungen zustande kommen.

Abstract in English:

An Austrian study by Landerl and Moll from the year 2010 concluded that 6.1 % of the analyzed children aged between seven and twelve years are affected by dyscalculia. These observations make clear that dyscalculia is a serious and current issue and that maths teachers often have to deal with children with a mathematical impairment.

The focus of this diploma thesis is dyscalculia at the transition from primary to secondary level.

This work is divided into two parts: a literature section and an empirical research part. The literature part is devoted to the theoretical foundations on dyscalculia at the transition from primary to secondary level. In this section the causes and diagnosis of a mathematical learning disorder are discussed and possibilities for prevention, promotion and intervention are explained. This chapter is intended to help parents and teachers to diagnose dyscalculia at an early stage and to initiate appropriate support measures. Then, the possible effects of dyscalculia on giving mathematics lesson are mentioned. The last chapter of the scientific literature part describes misconceptions in the orientation in the numerical space up to the million. For the empirical part of this thesis, qualitative interviews with pupils were conducted, in which the misconceptions at the transition from primary to secondary level in the area of orientation in the numerical space up to a million were investigated. By understanding the thinking processes of the interviewed children, interesting insights were gained about the deficits existing among these pupils and how these misapprehensions come about.

Anhang G – Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich eidesstattlich, dass ich die Diplomarbeit selbstständig verfasst, keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt und mich auch sonst keiner unerlaubten Hilfe bedient habe. Diese Diplomarbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt.

Wien, 2017

(Carina Schönberger)