



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

**Einsatz, Vermittlung und Förderung von Lernstrategien:
unterrichtspraktische Überlegungen für den
Mathematikunterricht**

Verfasserin

Sandra Schober

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2015

Studienkennzahl lt. Studienblatt: A 190 406 299

Studienrichtung lt. Studienblatt: Lehramtsstudium UF Mathematik &
UF Psychologie und Philosophie

Betreuer: Mag. Dr. Andreas Ulovec

Vorwort

Im Sinne einer besseren Lesbarkeit bitte ich um Verständnis, dass in der vorliegenden Diplomarbeit bei Bedarf die alte Rechtschreibung in direkten Zitaten durch die neue Rechtschreibung angepasst wurde.

Danksagung

An erster Stelle möchte ich mich bei meinen Eltern, Gerlinde und Johann, für die finanzielle und emotionale Unterstützung während meines Studiums bedanken. Ihr habt mir während meiner Ausbildung immer den nötigen Halt gegeben und seid mir immer zur Seite gestanden. Liebe Mama, lieber Papa, *Danke* für eure großartige Unterstützung und euren Stolz, der mich immer wieder aufbaute!

Besonders bedanken möchte ich mich bei meinem Freund Dani, der immer an meine Fähigkeiten glaubte und mich mit seinen Worten stärken konnte. Danke für dein Verständnis und deine Geduld in schweren Situationen! Danke für die Freude, die du immer mit mir teilst! *Vielen Dank!*

Besonderer Dank gilt meiner Schwester Sabine und ihrer Familie! Durch euch habe ich die nötige Ablenkung erfahren, um die emotionalen Belastungen des Studiums zu vergessen. Ihr habt mir immer viel Kraft und Rückhalt gegeben! *Danke!*

Danke auch an Tante Liz und Onkel Walter, dass ihr immer für mich da seid und mich auch während meines Studiums tatkräftig unterstützt habt! *Vielen Dank* dafür!

Ein herzliches Dankeschön an meine Freundinnen, die mich immer wieder aufmuntern und stärken konnten. Durch eure motivierenden und zuversichtlichen Worte habt ihr mir während meines Studiums den nötigen Antrieb gegeben. Liebe Babsi, Carina, Lisa, Martina, Steffi und Tanja, *vielen Dank* dafür!

Ebenfalls möchte ich meinen Studienkolleginnen *Danke* sagen, die die Zeit meines Studiums zu einem besonderen Lebensabschnitt machten. Ihr habt mich während meines Studiums begleitet und mich sowohl fachlich, als auch emotional dabei unterstützt, alle Anforderungen zu meistern. Ein besonders großes Dankeschön an Andrea und Theresa für die wunderschönen und unvergesslichen Momente, die ich mit euch erleben durfte. Danke auch an Carina, Doris, Julia und Vicky für eure Unterstützung!

Vielen Dank an meinen Diplomarbeitsbetreuer Mag. Dr. Andreas Ulovec für die erfolgreiche Zusammenarbeit. Seine kompetente und zuverlässige Unterstützung hat einen wesentlichen Teil zum Gelingen meiner Diplomarbeit beigetragen. Danke für die inspirierenden und hilfreichen Gespräche!

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitende Gedanken	10
2. Lernen.....	12
2.1 Begriffsdefinition „Lernen“	13
2.2 Bedeutungswandel des Begriffs „Lernen“	16
2.2.1 Behavioristische Perspektive	16
2.2.2 Kognitive Perspektive.....	18
2.2.3 Konstruktivistische Perspektive.....	21
3. Lernstrategien.....	31
3.1 Begriffsbestimmung.....	32
3.2 Forschungslinien und Lernstrategiekonzeptionen.....	37
3.2.1 „Approaches to Learning“-Ansätze.....	37
3.2.2 Kognitionspsychologische Konzeptionen	39
3.3 Unterschiedliche Ansätze zur Klassifikation von Lernstrategien	41
3.3.1 Primär- und Stützstrategien.....	41
3.3.2 Oberflächen- und Tiefenorientierung.....	44
3.3.3 Klassifikation von Lernstrategien nach ihrer Funktion für den Prozess der Informationsverarbeitung.....	54
3.3.4 Probleme der Klassifikationen.....	60
3.4 Entwicklung von Lernstrategien während der Schulzeit.....	61
3.5 Förderung von Lernstrategien	69
3.6 Lernstrategien und das Konzept des Selbstregulierten Lernens	74
3.6.1 Begriffsbestimmung Selbstreguliertes Lernen.....	75
3.6.2 Bedeutung von Lernstrategien in Modellen des Selbstregulierten Lernens	79
3.6.3 Bezug zum Lehrplan der AHS.....	90
4. Kognitive, metakognitive und ressourcenbezogene Lernstrategien: Bedeutung für den Mathematikunterricht	99
4.1 Kognitive Lernstrategien und der Einsatz im Mathematikunterricht ..	102
4.1.1 Wiederholungsstrategien	102
4.1.2 Elaborationsstrategien	109

4.1.3 Organisationsstrategien	124
4.1.4 Kritisches Prüfen	135
4.2 Metakognitive Lernstrategien und der Einsatz im Mathematikunterricht	141
4.2.1 Planungsstrategien	142
4.2.2 Überwachungsstrategien	143
4.2.3 Regulationsstrategien	145
4.3 Ressourcenbezogene Lernstrategien und der Einsatz im Mathematikunterricht	146
4.3.1 Internes Ressourcenmanagement	147
4.3.2 Externes Ressourcenmanagement	148
5. Zusammenfassung	155
6. Anhang	156
6.1 Abstract	156
6.2 Arbeitsblätter und Lösungen - Vektoren in $\mathbb{R}^2$ und in $\mathbb{R}^3$	157
7. Literaturverzeichnis	168
8. Abbildungsverzeichnis	173
9. Lebenslauf	177

1. Einleitende Gedanken

Da der gezielte Einsatz von Lernstrategien bei SchülerInnen eine wesentliche Grundlage für erfolgreiche Lernprozesse bildet, stellt die Vermittlung von Lernstrategien durch die Lehrkraft ein grundlegendes Unterrichtsziel dar. Nachdem viele SchülerInnen im Unterrichtsfach Mathematik besonders große Lernprobleme aufweisen, möchte ich mich mit der Förderung von Lernstrategien im Mathematikunterricht beschäftigen, um die Lernfähigkeit und Verstehensprozesse der SchülerInnen zu verbessern.

Die zunehmende Bedeutung der Lernstrategien ist sowohl Folge des gesellschaftlichen Wandels, als auch Konsequenz des Perspektivenwechsels vom Behaviorismus zur Kognitionspsychologie. Aus diesem Grund werde ich zu Beginn der Arbeit einen kurzen Überblick über die historische Entwicklung des Begriffs „Lernen“ geben, um im Anschluss eine genaue Begriffsdefinition und Klassifikation von Lernstrategien vornehmen zu können.

Eine erfolgreiche Vermittlung von Lernstrategien im Mathematikunterricht setzt die Kenntnis und Beachtung wesentlicher didaktischer Konzepte voraus, weshalb auf den theoretischen Grundlagen der pädagogisch-psychologischen und fachdidaktischen Forschung zur Wissensvermittlung zunächst eine theoretische Klärung zum Thema Lernstrategien vorgenommen wird. Dabei werden vor allem unterschiedliche Konzeptionen und Ansätze, sowie Probleme der Klassifikationen beleuchtet. Ebenso werden entwicklungsbedingte Voraussetzungen für die Vermittlung der Strategien näher untersucht.

Angesichts eines rapiden Wissenswandels und der sich schnell verändernden schulischen, beruflichen und gesellschaftlichen Anforderungen gewinnt die Entwicklung selbstständigen (Weiter-)Lernens immer mehr an Bedeutung. Damit hat sich auch die Fähigkeit zum selbstregulierten Lernen als eine Unterrichtsaufgabe entwickelt, wie es auch der Lehrplan der allgemeinbildenden höheren Schulen vorsieht. Nachdem der sichere Umgang mit Lernstrategien den zentralen Kern für selbstreguliertes Lernen bildet, werde ich auch wesentliche theoretische Aspekte des selbstregulierten Lernens beleuchten, um die genannten Strategien in den verschiedenen Modellen der Selbstregulation einzubetten. Diese Ausführungen zum selbstregulierten Lernen sollen im letzten Teil der Arbeit, in dem Lernstrategien für den Mathematikunterricht erarbeitet werden, Berücksichtigung finden.

Auf Basis der theoretischen Auseinandersetzungen zu den Lernstrategien und zu selbstreguliertem Lernen werden in einem praxisnahen Kontext mögliche Unterrichtsvorschläge für das Fach Mathematik herausgearbeitet. Die praxisorientierten Ausführungen zu den Lernstrategien orientieren sich dabei an der weit verbreiteten und anerkannten Systematik von Weinstein und Mayer (1986), sowie an der – durch Pintrich und Garcia (1994) vorgenommenen – Weiterentwicklung, wodurch Lernstrategien in kognitive, metakognitive und ressourcenbezogene Strategien unterteilt werden. Auf Grundlage dieser kognitionspsychologischen Klassifikationen werden mathematische Inhalte in Form von Beispielen vorgestellt, um den situationsgerechten Einsatz der Lernstrategien im Unterricht zu demonstrieren. Da Lernstrategien trainiert werden können, sollen fachdidaktische Möglichkeiten zur Förderung ins Zentrum gerückt werden.

Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt darin, erfolgversprechende Lernstrategien für den Mathematikunterricht zu identifizieren, um mit deren Einsatz das Lernen der SchülerInnen zu unterstützen und Impulse für einen effizienten und nachhaltigen Mathematikunterricht zu geben.

2. Lernen

Da sich die Vorstellungen und Überzeugungen zu erfolgreichen Lernprozessen während des letzten Jahrhunderts stark verändert haben, soll in dem 2. Kapitel zunächst der komplexe Begriff „Lernen“ inklusive seiner historischen Entwicklung herausgearbeitet werden. In der vorliegenden Arbeit wird dazu der Begriffswandel im 20. Jahrhundert betrachtet, da die Veränderungen in dieser Zeitspanne für die weiteren Inhalte von Bedeutung sind.

Aufgrund der Begriffsentwicklung konnten Kenntnisse zu Lernprozessen erforscht werden, welche wiederum eine Basis für die Untersuchung von Lernstrategien bilden. Es sei an dieser Stelle bereits zu erwähnen, dass jede vorgestellte historisch entwickelte Perspektive wertvolle Aspekte enthält und im Rahmen der vorliegenden Arbeit kein allumfassendes Lernkonzept angegeben werden kann.

Da viele Unterrichtsideen aus den nachfolgenden Theorien entstanden sind, soll der ausgewählte historische Zugang neben zentralen Überlegungen der Fachliteratur auch nützliche Denkanstöße für die Unterrichtspraxis liefern.

Aufbauend auf dieser theoretischen Grundlage kann in den weiteren Kapiteln der Diplomarbeit die Thematik der Lernstrategien sehr gründlich analysiert und in einen praxisnahen Kontext eingebaut werden.

2.1 Begriffsdefinition „Lernen“

Um den Begriff „Lernen“ näher zu beschreiben, muss zunächst darauf hingewiesen werden, dass der Prozess des Lernens nicht unmittelbar beobachtet, sondern bloß erschlossen werden kann. Um einen Lernprozess festzustellen, muss an einem Individuum zu mindestens zwei verschiedenen Zeitpunkten beobachtet werden, auf welche Art und Weise es auf eine identische Reizsituation reagiert (siehe Abb. 1): zeigen sich unterschiedliche Reaktionen, so kann möglicherweise auf einen Lernprozess geschlossen werden.

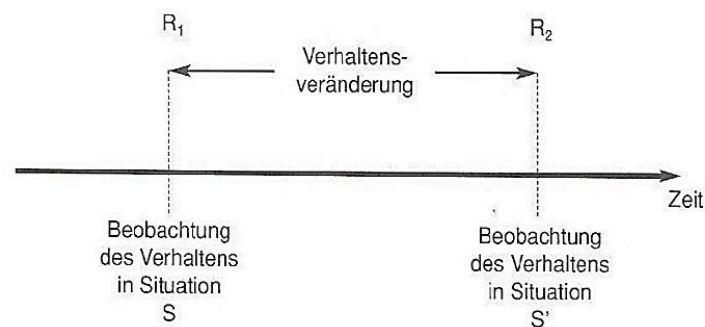


Abb. 1: Ablauf eines Lernprozesses (vgl. Mietzel 2007, S. 33)

Um tatsächlich von Lernen sprechen zu können, muss – infolge bestimmter Erfahrungen – eine „relativ dauerhafte Verhaltens- oder Wissensveränderung“ (Mietzel 2007, S. 33) eintreten. Der Aspekt der relativen Dauerhaftigkeit verdeutlicht, dass kurzzeitige Verhaltensveränderungen (beispielsweise infolge auftretender Müdigkeit) nicht als Lernprozesse aufzufassen sind. Der Begriff „relativ“ beinhaltet ebenso den Aspekt, dass von einer tatsächlichen Dauerhaftigkeit der Verhaltensveränderung aufgrund des Vergessens nicht gesprochen werden kann. Die Bestimmung der Zeitspanne, in der eine Verhaltensänderung stattfinden muss, um von einem Lernergebnis zu sprechen, konnte von LernpsychologInnen noch nicht einstimmig geklärt werden. Auf diesen zeitlichen Aspekt werde ich auch nicht näher eingehen, da er für die weiteren Ausführungen nicht relevant ist. (vgl. Mietzel 2007, S. 33f.)

An dieser Stelle müssen zwei zu berücksichtigende Einschränkungen dieser einführenden Begriffsklärung erwähnt werden. Zum einen möchte ich darauf hinweisen, dass dieses Modell nur im Rahmen *einfacher* Reizsituationen zuverlässige Rückschlüsse auf einen Lernvorgang zulässt und sich die Feststellung eines Lernprozesses im Zuge *komplexer* Reizsituationen deutlich schwieriger gestaltet. Zum anderen soll berücksichtigt werden, dass in der dargestellten Zeitspanne – neben der Messung des beabsichtigten Lernverhaltens – auch weitere Kenntnisse erworben

werden können, welche möglicherweise Auswirkungen und damit einen Einfluss auf den zu ermittelten Lernprozess haben. Da sich eine veränderte Reaktion aufgrund mehrerer Lernvorgänge zeigen kann, ist es schwierig, den tatsächlich zugrundeliegenden und ausschlaggebenden Lernprozess eindeutig zu bestimmen.

Ein weiteres Charakteristikum des Lernprozesses zeichnet sich durch seinen Ursprung in Übungstätigkeiten aus. Aufgrund der notwendig vorhergehenden Erfahrungen stellt sich eine (inter-)aktive Komponente im Rahmen der Lernprozesse heraus: um neue Wissensinhalte aufzunehmen, muss sich der Lernende mit seinen Mitmenschen austauschen und sich ebenso im Hinblick auf kognitive Vorgänge aktiv an der Wissensaneignung beteiligen. (vgl. Mietzel 2007, S. 34)

Obwohl in der Alltagssprache mit dem Begriff „Lernen“ meist der bewusste Akt der Informationsaufnahme gemeint ist, muss neben bewusst ablaufenden Lernprozessen jedoch auch auf mögliche unbewusste Lernvorgänge hingewiesen werden (vgl. Konrad 2011, S. 15). Den Aspekt der Bewusstheit von Lernprozessen veranschaulicht folgende Definition:

„Von Lernen wird gesprochen, wenn es auf der Grundlage von Erfahrung (selbst Erlebtem oder Wahrgenommenem) beabsichtigt oder unbeabsichtigt zu einer relativ dauerhaften Veränderung im Wissen oder Verhalten des Individuums kommt.“ (Hannover et al. 2014, S. 155)

Diese Definition beinhaltet ebenso die bereits angesprochenen wesentlichen Aspekte der notwendigen Erfahrung, der relativen Dauerhaftigkeit, sowie der Wissens- und Verhaltensänderung. Aus diesem Grund halte ich diese Definition auch dafür geeignet, die weiteren Ausführungen zum Lernbegriff auf diese Festlegung zu stützen.

Unabhängig von der Art des Lernprozesses verweist Klaus Konrad auf die notwendige Verknüpfung bestehender Wissensinhalte mit neuen Informationen, um weitere Kenntnisse und Fähigkeiten zu erwerben. Er betont ebenso, dass Lernprozesse Gedächtnisleistungen darstellen und nicht direkt beobachtbar sind. Neben der Feststellung von Verhaltensänderungen sieht Konrad aber auch in der Kommunikation zwischen Lernenden eine Möglichkeit, stattgefundenen Lernprozesse abzuleiten. (vgl. Konrad 2011, S. 15)

Ein weiterer Zugang zu dem komplexen Prozess des Lernens lässt sich durch die Beschreibung zentraler Charakteristika des Lernens schaffen. Klaus Konrad hat dazu die folgenden drei wesentlichen Kernelemente des Lernens zusammengefasst.

(vgl. Konrad 2011, S. 15ff.)

1. Der Begriff des *individuellen Lerngeschehens* beschreibt kognitiv ablaufende Prozesse, welche das Lernen maßgeblich steuern. Dieses Kernstück stellt die Innenperspektive Lernender und deren Kontrolle von Lernprozessen in den Vordergrund (vgl. Brookfield 1984; Beck et al. 1996, zit. nach Konrad 2011, S. 15). Um das aktuelle Lerngeschehen beurteilen und möglicherweise verändern zu können, setzen sich Lernende bestimmte Ziele, an denen sie sich im Laufe des Lernprozesses orientieren können. Um die angestrebten Kriterien zu erfüllen, „überwacht und reguliert das Individuum kognitive, motivationale, verhaltensbezogene oder kontextbezogene Aktivitäten“ (Konrad 2011, S. 16). Dieses Charakteristikum betont damit die Bedeutung der Selbstregulationsstrategien während der Lernprozesse, welche eine Vermittlung zwischen Personen- und Kontextmerkmalen darstellen. Damit wird auch unterstrichen, dass nicht ausschließlich Persönlichkeitsmerkmale, kulturelle Rahmenbedingungen oder Unterrichtsgegebenheiten erfolgreiche Lernaktivitäten beeinflussen, sondern ebenso die Fähigkeit zur Selbstregulation entscheidend ist. Da der Prozess der Selbstregulation einen bedeutenden Zusammenhang zu den Lernstrategien herstellt, wird dem selbstregulierten Lernen im 3. Kapitel „Lernstrategien“ ein eigener Abschnitt gewidmet.
2. Nachdem nicht nur aktuelle Gegebenheiten den Lernprozess bestimmen, verweist Klaus Konrad als weiteres Bestimmungsstück auf die *individuellen Strukturen* der lernenden Person. Damit werden überdauernde Persönlichkeitsmerkmale angesprochen, welche den Lernprozess ebenso mitbestimmen. Als Charakteristika des lernenden Individuums sind beispielsweise Kontrollüberzeugungen, Interessen, Motive, die emotionale Verfassung sowie die Verfügbarkeit von Lern- und Arbeitstechniken zu erwähnen.
3. Als externe Komponente scheint ebenso die *Lernumgebung* eine bedeutende Rolle zu spielen. Die Lernumgebung umfasst Aufgaben und Anforderungen, die von der lernenden Person mithilfe angemessener Fähigkeiten idealerweise erfolgreich zu bewältigen sind. Eine Lernumwelt kann ebenso Charakteristika eines bestimmten

Gegenstandsbereichs/Fachs darstellen und sich beispielsweise in ihrem Grad an Komplexität von anderen unterscheiden.

Diese drei zentralen Komponenten, welche auf den individuellen Lernprozess einwirken, bestimmen die Bewältigung einer Aufgabenstellung und damit auch die (erfolgreiche) Entstehung von Lernergebnissen.

Die entscheidende Frage, wie sich die – bereits angesprochene – beobachtete Verhaltensveränderung im Zuge eines Lernprozesses erklären lässt, wird in den weiteren drei Abschnitten anhand unterschiedlicher Konzeptionen des letzten Jahrhunderts näher beleuchtet. Die dargestellten Perspektiven im Kapitel 2.2 dürfen jedoch nicht als gegensätzliche Konzeptionen aufgefasst werden: vielmehr wird der Lernprozess aus unterschiedlichen Blickwinkeln betrachtet und definiert. (vgl. Mietzel 2007, S. 33ff.)

2.2 Bedeutungswandel des Begriffs „Lernen“

2.2.1 Behavioristische Perspektive

Die zu Beginn des 20. Jahrhunderts etablierte behavioristische Sichtweise geht auf John Watson zurück und stützt sich im Rahmen der Lernprozesse lediglich auf die Erforschung beobachtbaren Verhaltens. Traditionelle Behavioristen konzentrierten sich demnach bloß auf direkt beobachtbare Verhaltensweisen und grenzten davon die Interpretationen und Beschreibungen „innerer Prozesse“ (Mietzel 2007, S. 35) durch den Betroffenen völlig ab: psychische Abläufe des Denkens und Fühlens wurden als zu subjektiv und damit auf wissenschaftlicher Ebene als nicht zugänglich und nicht überprüfbar angesehen. Die Unmöglichkeit einer objektiven Erfassung ließ psychische Vorgänge außer Acht. Menschliches Verhalten konnte demnach nur mit „streng naturwissenschaftlichen Methoden“ (Hannover et al. 2014, S. 156) untersucht werden. (vgl. Mietzel 2007, S. 35; Konrad 2011, S. 28; Hannover et al. 2014, S. 156)

Diesen Überlegungen zufolge spricht die lernpsychologische behavioristische Richtung von Lernen, „wenn eine relativ dauerhafte Veränderung beobachtbaren Verhaltens als Ergebnis von Erfahrungen erfolgt ist“ (Mietzel 2007, S. 35). Damit legte der Erwerb neuer Verhaltensmuster den Prozess des Lernens fest (vgl. Konrad 2011, S. 28).

John Watson vertritt in seiner behavioristischen Theorie die Ansicht, dass für Verhaltenserklärungen weder das Bewusstsein noch der Wille zu beachten ist (vgl. Konrad 2011, S. 24).

Die bereits angesprochenen wesentlichen Kernaussagen des Behaviorismus lassen sich im folgenden Zitat Watsons zusammenfassen:

„Psychology as the behaviourist views it is a purely objective experimental branch of natural science. Its theoretical goal is the prediction and control of behavior. Introspection forms no essential part of its methods, nor is the scientific value of its data dependent upon the readiness with which they lend themselves to interpretation in terms of consciousness.“ (Watson 1913, S. 158, zit. nach Konrad 2011, S. 24)

Verhalten muss dem Behaviorismus zufolge über erworbene „Reiz–Reaktions–Beziehungen“ (Mietzel 2007, S. 35) interpretiert werden: ein Reiz (im englischen: *Stimulus* „S“) löst ein Verhalten und damit eine bestimmte Reaktion (im englischen: *response* „R“) aus. Diese Reiz-Reaktionsbeziehungen stellen beobachtbare und damit – für Behavioristen – relevante Sachverhalte dar. (vgl. Mietzel 2007, S. 35; Konrad 2011, S. 28)

Wie Abbildung 2 zeigt, führte die Konzentration auf rein beobachtbare Verhaltensweisen dazu, dass der menschliche Geist in Form einer „black box“ (Konrad 2011, S. 24) als nicht erforschbar angesehen wurde. Prozesse, welche nicht unmittelbar beobachtet werden können, wurden vom traditionellen Behaviorismus ignoriert (vgl. Seipel 2007, zit. nach Konrad 2011, S. 24): den Prozessen des Lernens, Denkens und Problemlösens wurde nur wenig Aufmerksamkeit geschenkt. (vgl. Konrad 2011, S. 24)

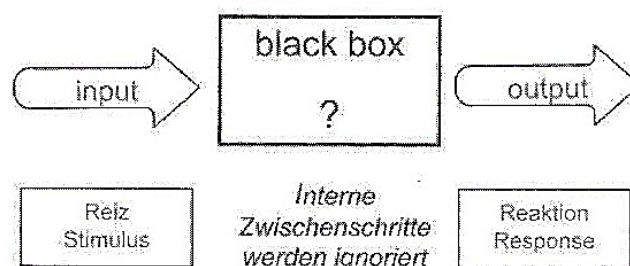


Abb. 2: Der menschliche Geist als "black box" (vgl. Konrad 2011, S. 24)

Dem Behaviorismus zufolge schlüpft ein Lernender in eine passive Rolle, da sowohl sein Verhalten als auch dessen Auslöser als von der Umwelt gesteuert angesehen wird. Als Ursache für Lernprozesse wurden äußere Einflüsse durch die Umwelt angenommen, weshalb nach behavioristischen Gesichtspunkten den SchülerInnen im Unterricht Wissen eingedrillt wurde. (vgl. Mietzel 2007, S. 36; Hannover et al. 2014, S. 155) Die vom Behaviorismus hervorgebrachten Theorien des klassischen und operanten Konditionierens werden nicht näher thematisiert, da diese den Rahmen der Diplomarbeit überschreiten würden. Für eine umfassende Darstellung dieser Konzepte verweise ich auf Hannover et al. 2014.

Die Lernpsychologie bezweifelt, auch komplexere Lernprozesse (wie beispielsweise schlussfolgerndes Denken) auf Erklärungen behavioristischer Ansätze zurückführen zu können (vgl. Schunk 2004, zit. nach Mietzel 2007, S. 36). Diese Überlegung führt nun zu einer weiter entwickelten Perspektive.

2.2.2 Kognitive Perspektive

In den 50er und 60er Jahren des 20. Jahrhunderts entwickelte sich im Rahmen der sog. kognitiven Wende eine neue Konzeption für den Prozess des Lernens: Psychologen wurde der Informationsverarbeitungsprozess eines Computers zwischen dem Input und Output von Daten bewusst. Da sie darin einen Zusammenhang zu den Reiz–Reaktions–Abläufen sahen, wurde diese Erkenntnis auf den Menschen übertragen, wie es Abbildung 3 veranschaulicht. Daraufhin wurde angenommen, dass zwischen dem Reiz und der Reaktion bestimmte Prozesse der Informationsverarbeitung im Gehirn stattfinden müssen. (vgl. Mietzel 2007, S. 36; Konrad 2011, S. 28)

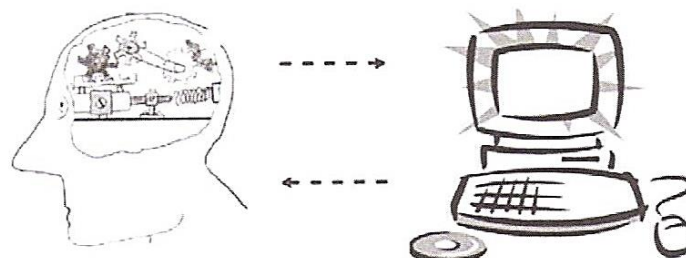


Abb. 3: Gehirn & Computer (vgl. Konrad 2011, S. 25)

Dieser Paradigmenwechsel veranlasste kognitiv orientierte Behavioristen dazu, Prozesse und Komponenten des menschlichen Denkens anzuerkennen, zu erforschen und zu verstehen. Der Fokus wurde auf die im menschlichen Gehirn ablaufende Verarbeitung von Informationen gelegt. Zugrundeliegende geistige Vorgänge, welche unter dem Begriff der „black box“ zusammengefasst wurden, blieben bei den klassischen Behavioristen noch unberücksichtigt. Im Vergleich dazu wird nun die Konzentration auf die Untersuchung „innerer (kognitiv repräsentierter) Prozesse“ (Nückles & Wittwer 2014, S. 227) gelegt. Die Analyse beobachtbarer Verhaltensweisen ermöglicht dabei zuverlässige und nützliche Rückschlüsse auf kognitive Vorgänge und bestehende Gehirnstrukturen. Im Unterschied zum klassischen Behaviorismus wird nun auch das individuelle Erleben als Einflussfaktor auf Lernprozesse angesehen. (vgl. Mietzel 2007, S. 36; Konrad 2011, S. 25ff.; Nückles & Wittwer 2014, S. 227)

Wie bereits erwähnt, lenkt die kognitionstheoretische Position das Augenmerk auf die Untersuchung kognitiver Vorgänge, welche das Wahrnehmen, Vorstellen, Denken, Urteilen, Erinnern, Problemlösen sowie sprachliche Komponenten umfassen. Eine zentrale Bedeutung bekam dabei die aktive Verarbeitung von Informationen durch den Lernenden (vgl. Klauer & Leutner 2007, zit. nach Konrad 2011, S. 29). Das bedeutet, dass der Mensch die Reize aus der Umwelt nicht passiv aufnimmt, sondern aktiv weiterverarbeitet. Dies hatte auch zur Folge, dass menschliche Verhaltensweisen und Reaktionen als Folge von Denkprozessen angesehen wurden und nur zum Teil durch äußere Umweltfaktoren bestimmt werden. Demnach können Menschen auch Handlungen durchführen, deren Auslöser nicht in der Umwelt liegen. Dem Lernen wurde damit die aktive Beschäftigung mit der Umwelt vorausgesetzt. (vgl. Konrad 2011, S. 29f.; Nückles & Wittwer 2014, S. 227)

Damit änderte sich auch die Vorstellung von Unterricht: um Wissen zu erwerben, müssen die Informationen der Lehrkraft von den SchülerInnen aufgenommen, organisiert und gespeichert werden. Lernen wurde damit „als Veränderung des Wissens als Folge von Erfahrungen“ (Mietzel 2007, S. 37) definiert. Im Gegensatz zur klassischen behavioristischen Sichtweise kam dem Lernprozess eine stärkere Eigenaktivität zu: dem Lernenden wurde die Kontrolle über seine kognitiven Prozesse zugeschrieben, wodurch es auch wichtig wurde, „[...] angemessene Lernstrategien zu verwenden“ (Ertmer & Newby 1993, zit. nach Mietzel 2007, S. 37). Demzufolge hängt es von den eingesetzten Lernstrategien ab, wie neue Wissens Elemente aufgenommen werden. (vgl. Mietzel 2007, S. 41)

Neben der Notwendigkeit kognitiver Strategien rückt in diesem Zusammenhang auch die Bedeutung metakognitiver Strategien in den Vordergrund, welche den sinnvollen, effektiven und situationsgerechten Einsatz einzelner Strategien regulieren (vgl. Konrad 2011, S. 26). Die notwendige Verwendung metakognitiver Aktivitäten zur Organisation und Steuerung der Lernprozesse wird in der Forschung immer wieder betont (vgl. Konrad 2008, zit. nach Konrad 2011, S. 26).

Obwohl kognitive Vorgänge in den Mittelpunkt der Forschung rückten, existierte kognitiven Behavioristen zufolge objektives Wissen, welches ein korrektes Abbild der tatsächlichen Wirklichkeit darstellt und sich als unabhängig von individuellen Lernprozessen erweist. Die Vorstellung, dass dieses objektive Wissen an Lernende weitergegeben werden kann, findet ihre Idee abermals in der Beschaffenheit der Computer, bei denen Daten auf sehr einfache Art und Weise mithilfe eines Speichermediums übertragen werden können. Aus diesen Überlegungen folgerten kognitive Behavioristen, dass ein Lernprozess dann eingetreten ist, „wenn das Wissen, das dem Schüler übermittelt worden ist, mit der Wirklichkeit übereinstimmt“ (Mietzel 2007, S. 38). Je nach Ausmaß der Übereinstimmung zwischen Input und Output hat den kognitiven Behavioristen zufolge ein mehr oder weniger erfolgreicher Lernprozess stattgefunden. (vgl. Mietzel 2007, S. 37ff.)

Trotz der bereits angesprochenen aktiven Komponente kognitiver Prozesse müssen Lernende dennoch bei den wesentlichen Aspekten des Lernprozesses – sei es bei der Aktivierung des Vorwissens oder bei der Herstellung neuer Verbindungen – unterstützt werden. Deshalb benötigen Lernende Hilfestellungen durch die Lehrperson, um deren kognitive Fähigkeiten zu erweitern. Aus diesem Grund wird in kognitivistischen Denkrichtungen dem Lernenden eine passive Rolle im Hinblick auf das *Unterrichtsgeschehen* zugeschrieben, während die Lehrkraft durch die Darbietung und Erklärung des Fachwissens eine hohe Aktivität aufweist. Der Lernende wird in seinen Prozessen des Wissenserwerbs von der Lehrperson mithilfe strukturierter Wissensvermittlung angeleitet. Die passive Erscheinung des Lernenden lässt sich durch die Beobachtung seiner äußeren Lernaktivitäten, welche sich beispielsweise durch Zuhören und Beobachten auszeichnen, erklären. Trotz dieser passiven Rolle müssen Lernende die dargebotenen Inhalte der Lehrkraft mithilfe kognitiver Fähigkeiten sinnvoll aufarbeiten. (vgl. Seidel & Reiss 2014, S. 258) Dass die kognitivistisch orientierte Perspektive im Unterricht auch heutzutage noch sehr präsent ist, können Untersuchungen belegen. So konnte herausgefunden werden, dass Lehrkräfte in der Sekundarstufe durchschnittlich 60% bis 80% der Unterrichtszeit für

deren Anleitungen und Erklärungen verwenden (vgl. Seidel 2011, zit. nach Seidel & Reiss 2014, S. 259). Im Gegensatz dazu zeichnen sich Lernende durch Aktivitäten wie Zuhören, Notieren der Inhalte und Beantworten konkreter Fragen aus. Interaktive Tätigkeiten kommen dabei im Unterrichtsalltag nur selten vor. Ein resultierendes Problem dieses Unterrichtsgeschehens ist die – von realen Kontexten und Anwendungen – isolierte Wissensvermittlung. Dies führt zu der Problematik, dass das gelernte theoretische Wissen oft nicht auf Alltagsanwendungen übertragen werden kann. (vgl. Seidel & Reiss 2014, S. 259) Die Auseinandersetzung mit dieser Problematik wird im Abschnitt 2.2.3 unter dem Aspekt „Lernen im Kontext“ nochmals genauer thematisiert.

Der kognitiven Perspektive zufolge sollen komplexe Lerninhalte in einfachere Wissens Elemente zerlegt und dadurch schrittweise vermittelt werden. Die Lernenden sind dazu aufgefordert, die einzelnen Wissensinhalte zusammenzufügen (vgl. Fosnot 1996, zit. nach Mietzel 2007, S. 38). Eine sehr anschauliche Metapher von James Byrnes, der den Wissenserwerb mit einer Ziegelwand verglichen hatte, soll dies verdeutlichen: im Kopf der SchülerInnen soll eine Wand aufgebaut werden, wobei Lehrkräfte im Unterricht „[...] einen weiteren Ziegelstein an die richtige Stelle“ (James Byrnes 2003, zit. nach Mietzel 2007, S. 40) legen. Ein Ziegelstein steht dabei für ein Wissens Element, welches auch mit den anderen Elementen in Verbindung stehen soll. Auch dieses Zitat vermittelt eine passive Rolle Lernender im Unterricht.

2.2.3 Konstruktivistische Perspektive

Die in diesem Abschnitt behandelte konstruktivistische Position findet ihre Wurzeln einerseits in Theorien von Jean Piaget, Lew S. Vygotsky, Jerome S. Bruner, in Forschungen zur Gestaltpsychologie und andererseits in den philosophischen Überlegungen John Dewey's (vgl. Konrad 2011, S. 26).

So fügte beispielsweise der Schweizer Entwicklungspsychologe Jean Piaget grundlegende Elemente kognitivistischer und konstruktivistischer Sichtweisen zusammen. Die wesentliche Kernidee Piagets ist, dass der Mensch über seine biologische Bestimmung hinaus kognitive Strukturen entwickelt, welche es ihm ermöglichen, Umwelterfahrungen zu reflektieren und zu interpretieren. (vgl. Konrad 2011, S. 32 und S. 158f.) Piaget versteht damit unter Wissenskonstruktion zum einen die Fähigkeit, vorliegende Umgebungsfaktoren im Sinne einer Assimilation an ein bereits bestehendes kognitives System anzupassen bzw. zuzuordnen. Zum anderen

beschreibt Piaget – unter dem Begriff der Akkomodation – den Aufbau neuer Wissensinhalte durch die Veränderung vorhandener (Wissens-)Schemata aufgrund modifizierter Umweltfaktoren. (vgl. Piaget 1985, zit. nach Konrad 2011, S. 159) Mit diesen Grundannahmen wurde eine aktive und konstruktive Komponente intellektueller menschlicher Prozesse festgestellt (vgl. Flavell 1992, zit. nach Konrad 2011, S. 32).

Die – für die vorliegende Arbeit entscheidende – konstruktivistische Perspektive entwickelte sich zu Beginn der 1980er Jahre, als Psychologen die behavioristische Vorstellung, das menschliche Gehirn mit einem Computer zu vergleichen, kritisierten. Als Weiterentwicklung des kognitionstheoretischen Zugangs wurde durch die konstruktivistische Perspektive der Schwerpunkt auf den individuellen Aspekt des Lernprozesses verlagert. Aufgrund dieser Idee mussten Lernende berichten, wie sie neue Wissens Elemente aufnehmen und in bereits bestehendes Wissen integrieren. Diese Sichtweise führte zu dem Schluss, dass Lernende auf Basis bestehender Erfahrungen ihr Wissen selbstständig aufbauen, welches jedoch mit der tatsächlichen Wirklichkeit nicht ident sein muss. (vgl. Mietzel 2007, S. 40f.) Aufgrund der Annahme, dass der menschliche Geist vom Individuum selbst konstruiert wird, wurden Erkenntnisgewinn und Wissenserwerb vom handelnden Subjekt abhängig gemacht (vgl. Reusser 2006, S. 152).

Die Kerngedanken der konstruktivistischen Lerntheorie können in der folgenden Definition sehr gut zum Ausdruck gebracht werden:

„Der Konstruktivismus sieht Lernen nicht nur als das Empfangen und Verarbeiten von Informationen, die von Lehrer/innen oder Texten übermittelt werden. Lernen ist die aktive und individuelle Konstruktion von Wissen.“
(Konrad 2011, S. 26)

Da sich das Konzept des Konstruktivismus` in den letzten Jahrzehnten neben vielen anderen Bereichen (wie beispielsweise der Soziologie oder Entwicklungs- und Kognitionspsychologie) auch in der Pädagogik und Didaktik zu einer weit verbreiteten Leitidee entwickelte, wird in Folge noch genauer auf wesentliche Kernelemente eingegangen. Die Etablierung einer neuen Lehr-Lernkultur, sowie die daraus folgenden Ansätze zur Förderung schulpädagogischer Lernprozesse, lassen den Konstruktivismus auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit als wichtig erscheinen. (vgl. Reusser 2006, S. 151) Während das konstruktivistische Leitkonzept dazu

beigetragen hat, das individuelle Lerngeschehen der SchülerInnen in den Vordergrund zu stellen, müssen noch weitere Untersuchungen zur Rolle der Lehrkraft angestrebt werden, um weitere Konsequenzen für die Unterrichtspraxis ziehen zu können. (vgl. Reusser 2006, S. 161)

Radikaler und Gemäßigter Konstruktivismus

Die radikal konstruktivistische Theorie, die unter anderem von dem Psychologen Ernst von Glasersfeld vertreten wurde, nimmt an, dass jedes Individuum sein eigenes Verständnis von der Wirklichkeit entwickelt. Ebenso betont diese radikale Sichtweise, dass es kein exaktes Wissen von der „wirklichen“ Welt geben kann, wodurch aufgrund eines fehlenden Bezugssystems individuelle Wissenskonstruktionen nicht überprüfbar und damit berechtigt wären. Das Anerkennen jeder subjektiv konstruierten Wahrheit würde jedoch eine pädagogisch untragbare Haltung ergeben und den Bildungsauftrag der Schule nicht erfüllen. Pädagogische Psychologen sehen sich deshalb dazu veranlasst, von einem gemäßigten Konstruktivismus auszugehen. (vgl. Mietzel 2007, S. 45f.)

Obwohl auch der gemäßigte Konstruktivismus selbstinitiierte Lernprozesse betont, wird der entscheidende Aspekt anerkannt, dass Lernprozesse ebenso von außen – durch die Lehrkraft – bestimmt und beeinflusst werden können (vgl. Lowyck & Elen 1991, zit. nach Mietzel 2007, S. 46). Es würde sich als unproduktiv herausstellen, wenn Lernende ohne Hilfestellungen der Lehrkraft (wie es die radikale Sichtweise vertritt) ihre individuellen Sinnkonstruktionen erzeugen. Das Zulassen individueller Lernwege und subjektiver Wissenskonstruktionen erfordert damit ebenso eine gewisse Grenzziehung seitens der Lehrkraft. Die Herausforderung besteht somit darin, ein Gleichgewicht zwischen subjektiven SchülerInnenvorstellungen und der fachlichen Vermittlung und Steuerung durch die Lehrkraft herzustellen. (vgl. Mietzel 2007, S. 46; Reusser 2006, S. 165f.)

Da die gemäßigt konstruktivistische Perspektive viele mögliche Wege für die Unterrichtspraxis öffnet, wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf Grundsätze des gemäßigten Konstruktivismus´ Bezug genommen.

Aktive Wissenskonstruktion und die Rolle der Lehrperson

Aufgrund unüberschaubarer Informationsquellen müssen Lernende selbst in der Lage sein, relevante Wissensselemente auszuwählen und zusammenzufügen. Dies bedeutet jedoch, dass Lernende nicht mehr als passive Informationsempfänger betrachtet werden dürfen, denen objektives Wissen weitergegeben wird. Vielmehr müssen SchülerInnen Strategien entwickeln, um Informationen eigenständig zu bewerten und dementsprechend auszuwählen. Die fundamentale Idee besteht darin, dass der Beitrag der lernenden Person großen Einfluss auf ihren individuellen Lernprozess hat. (vgl. Mietzel 2007, S. 41f.; Konrad 2011, S. 30)

Konstruktivisten grenzen sich in ihren Grundsätzen stark von den kognitiv orientierten Behavioristen ab, da ihnen zufolge Reize und Informationen aus der Umwelt nicht passiv aufgenommen, sondern vom Lernenden auf Grundlage seines Vorwissens sinnvoll interpretiert werden. Wissensselemente werden dieser Ansicht nach vom Lernenden selbst konstruiert. Die Idee der Entstehung naturgetreuer Abbilder der Wirklichkeit wird abgelehnt, da Menschen einen Zugang zur realen Welt nur durch die Wahrnehmung erfahren können, welche jedoch Grenzen der Erkenntnis aufweist. (vgl. Henry 1996, zit. nach Mietzel 2007, S. 46) Ebenso spielen bei der Wissenskonstruktion evolutionsbiologische, gesellschaftliche, materiale und kontextuale Rahmenbedingungen eine wichtige Rolle, womit ebenso die Unmöglichkeit einer identen Abbildung erklärt werden kann. Nachdem neues Wissen auf dem bereits bestehenden Wissenshorizont des Individuums aufbaut, wird dieser immer genauer spezialisiert und im Laufe der Zeit erweitert und umstrukturiert, wodurch der Wissenserwerb niemals abgeschlossen, sondern in ständiger Bewegung ist. (vgl. Reusser 2006, S. 154)

Auch Shuell charakterisiert den Lernprozess als *konstruktiv*: neue, unvertraute Informationen müssen, um langfristig gespeichert zu werden, in Beziehung zu bereits bestehenden, vertrauten Wissensinhalten gesetzt werden; der Bezug zum bestehenden Wissensnetz soll auch das Begreifen anspruchsvoller Zusammenhänge ermöglichen. Aufgrund der Tatsache, dass neue Wissensinhalte auf bereits bestehendem Wissen aufbauen, bezeichnet Shuell den Lernprozess ebenso als *kumulativ*. Die Art und Weise des Lernens wird demnach maßgeblich vom bestehenden Vorwissen determiniert. (vgl. Shuell 1988, zit. nach Konrad 2011, S. 31; Nückles & Wittwer 2014, S. 228)

In diesem Zusammenhang soll nochmals eine abgewandelte Form des bildhaften Vergleichs von James Byrnes aufgegriffen werden: nach konstruktivistischer Sicht werden die Ziegelsteine von den Lehrkräften zur Verfügung gestellt und an den Lernenden weitergereicht, der damit selbstständig eine Ziegelmauer aufbaut. (vgl. James Byrnes 2003, zit. nach Mietzel 2007, S. 43)

An dieser Stelle sei jedoch zu erwähnen, dass auch eine konstruktivistisch orientierte Unterrichtspraxis klar strukturierte Inputs und ebenso Vermittlungscharakter durch die Lehrperson aufweisen muss, damit die SchülerInnen auf dieser Basis deren selbstgesteuerte Lernprozesse entfalten können. Erhalten Lernende dabei nicht die notwendigen unterstützenden Maßnahmen, so können SchülerInnen im Unterricht schnell überfordert und desorientiert sein. Vor allem Lernende, die Schwierigkeiten im Wissenserwerb aufweisen, könnten ohne Anleitungen nur geringen Lernerfolg erzielen. (vgl. Seidel & Reiss 2014, S. 260f.)

Aus konstruktivistischer Perspektive betrachtet, soll noch ein Modell zur Aufgabe der Lehrperson erwähnt werden, welches nämlich einen direkten Bezug zu dem Kapitel 3 „Lernstrategien“ herstellt. Der sogenannte „‘cognitive apprenticeship‘“ Ansatz (Collins et al. 1989, zit. nach Reusser 2006, S. 165) liefert hilfreiche Überlegungen zu der Rolle der Lehrperson. Nach diesem Modell können fachliche Wissenserwerbsprozesse durch Lehrkräfte unterstützt werden, indem „kognitive und metakognitive Fertigkeiten (Arbeits-, Lern- und Denkstrategien, Selbststeuerungskompetenzen) mittrainiert werden“ (Reusser 2006, S. 165). Für nähere Informationen zu diesem weit verbreiteten Ansatz verweise ich auf Seidel & Reiss 2014.

Wie bereits erwähnt, werden neue Informationen immer in Abhängigkeit vom bestehenden Vorwissen ins Wissensnetz integriert. Das bedeutet, dass SchülerInnen aufgrund unterschiedlicher individueller Erfahrungen bezüglich des aktuellen Verständnisses stark variieren und dementsprechend idente Wissensinhalte auch unterschiedlich interpretieren. Die individuelle Komponente des Lernens hat damit zur Folge, dass „Lernprozesse verschiedener Personen auch immer unterschiedlich verlaufen“ (Konrad 2011, S. 31). Diese Tatsache soll Lehrkräfte darauf aufmerksam machen, dass bei der Wissensvermittlung Missverständnisse auftreten können. Um Fehldeutungen zu vermeiden, ist die offene Mitteilung subjektiver Interpretationen und Vorstellungen durch die Lernenden besonders wichtig. (vgl. Mietzel 2007, S. 46f.; Konrad 2011, S. 31)

Soziale Komponente

Die Überlegung, ob sich die Wissenskonstruktion als individuelles oder soziales Geschehen erklären lässt, führt zu zwei Varianten des Konstruktivismus' (vgl. Konrad 2011, S. 31), welche die Relation zwischen kontextualen Faktoren und kognitiver Entwicklung aufzuzeigen versuchen. Während der *kognitive Konstruktivismus* die kognitive Entwicklung des Menschen ins Zentrum stellt und vorhandene Umweltfaktoren als nebensächlich betrachtet, wird im Vergleich dazu der *soziale Konstruktivismus* folgendermaßen beschrieben:

„Im Zentrum steht die Beziehung zwischen sozialer Interaktion und individueller kognitiver Entwicklung. Das kognitive Aktivitätssystem umfasst sowohl das Individuum als auch die physikalische, soziale und kulturelle Umwelt sowie deren Relationen.“ (Konrad 2011, S. 31)

Nachdem Befürworter konstruktivistischer Ansätze Lernen als „(weitgehend) soziales Geschehen“ (Konrad 2011, S. 15) betrachten, wird auch in den weiteren Ausführungen diese soziale Komponente beachtet und an dieser Stelle noch näher ausgeführt.

Die Bedeutung sozialer Komponenten im Rahmen der Pädagogik findet sich bereits in Vygotskys Entwicklungstheorie, welche einen erheblichen Einfluss auf weiterführende Überlegungen hatte. Vygotsky war davon überzeugt, dass soziale Faktoren im Zuge des Wissens- und Kompetenzerwerbs entscheidend mehr Bedeutung haben als individuelle Konstruktionsprozesse. (vgl. Reusser 2006, S. 155) Ebenso spricht J. Lave davon, „dass Lernen in einem sozialen Kontext stattfindet“ (Lave 1988, zit. nach Seidel & Reiss 2014, S. 260) und der soziale Austausch zwischen Lernenden und der Lehrkraft einen wesentlichen Einfluss auf den Lernprozess hat (vgl. Seidel & Reiss 2014, S. 260).

Die sozial konstruktivistische Sichtweise zeichnet sich durch eine gemeinsame Wissenskonstruktion aus: Gauvain (2001, zit. nach Mietzel 2007, S. 47) zufolge soll Kommunikation den Lernenden ermöglichen, individuelle Vorstellungen „untereinander zu vergleichen, zu überprüfen, aufeinander abzustimmen“ (Mietzel 2007, S. 47). Der in der sozialen Umwelt stattfindende Austausch und Vergleich unterschiedlicher individueller Konstruktionen kann zu einem tieferen Verständnis der Lernenden führen (vgl. Mietzel 2007, S. 48).

Vor allem individuell bestehende Wissenskonstruktionen machen es notwendig, dass Lernende ihre subjektiven Vorstellungen im Unterricht demonstrieren und begründen, um die vielfältigen Konstruktionen gegenseitig abzustimmen (vgl. Chen 2003, zit. nach Mietzel 2007, S. 47). Dieser soziale Aspekt führt zu einer wichtigen Unterrichtsaufgabe: Lehrkräfte sollten den Austausch von Sichtweisen unterstützen und SchülerInnen zu einer gemeinsamen Problemlösung anregen (vgl. Anderson et al. 2001, zit. nach Mietzel 2007, S. 48). Die Kooperation mit anderen Lernenden kann beispielsweise durch Diskussionen und Argumentationen gefördert werden. Ebenso können kooperative und entdeckende Lernformen eingesetzt werden, um dem sozialen Aspekt gerecht zu werden. Zudem können widersprüchliche und fehlerhafte Aussagen, Meinungsverschiedenheiten und „produktive Lerndialoge“ (Reusser 2006, S. 155) Anlass für einen Lernzuwachs darstellen. Lehrkräfte sollen dabei die Lernenden sowohl in fachlicher Hinsicht als auch auf der Ebene der Lernprozesse begleiten und unterstützen. Wichtig ist vor allem, dass Lernende Gelegenheiten zu konstruktiv-interaktiven Lernprozessen erhalten. Lehrkräfte sollten die Aneignung von Lernstrategien fördern und auch darauf achten, dass SchülerInnen Reflexionen zum eigenen Lernen durchführen. (vgl. Seidel & Reiss 2014, S. 260; Reusser 2006, S. 155 und S. 163f.)

Das Mitteilen individueller Vorstellungen setzt jedoch das Gefühl sozialer Unterstützung und Anerkennung im Unterrichtsgeschehen voraus: SchülerInnen können nur dann ihre eigenen Denkansätze offen darlegen, wenn sie nicht befürchten müssen, von der Lehrkraft und von anderen MitschülerInnen aufgrund fehlerhafter Vorschläge kritisiert zu werden. (vgl. Mietzel 2007, S. 49)

Nach der konstruktivistischen Auffassung sollten Lehrkräfte ebenso dafür sensibilisiert werden, dass deren Erklärungen und Erläuterungen nicht automatisch zum erwünschten Verständnis bei den SchülerInnen führt. Deshalb muss die Aufmerksamkeit verstärkt auf das (möglicherweise mangelhafte) Vorwissen und auf das Schließen vorhandener Verständnislücken gelenkt werden. (vgl. Mietzel 2007, S. 48)

Lernen im Kontext

Die sogenannte „Situiertheitsperspektive“ (Nückles & Wittwer 2014, S. 229), welche sich aufgrund einer kritischen Auseinandersetzung mit der kognitiv-konstruktivistischen Sicht entwickelte, betont die enge Verbundenheit des

Wissenserwerbs mit dem im Lernprozess zugrundeliegenden Kontext. Die Tatsache, dass Denkprozesse in bestimmte bestehende Situationen eingebettet sind, konnte beispielsweise den problematischen Transfer des vorhandenen Wissens auf neue, unbekannte Situationen erklären. Studien können belegen, dass das vermittelte Wissen aus der Schule nur selten zur Bewältigung von Alltagsaufgaben angewendet werden kann. Darunter fallen auch Routineaufgaben aus der Mathematik, die sehr oft in der Praxis nicht eingesetzt werden können, wenn sie – losgelöst von konkreten Anwendungen – vermittelt werden. Die erlernten Wissensinhalte werden demnach nur im schulischen Kontext, zum Beispiel bei Leistungsfeststellungen, genutzt (vgl. Brown et al. 1989, zit. nach Nückles & Wittwer 2014, S. 229). Vorliegende Befunde zeigen, dass „der Erwerb und die Anwendung des Wissens offenbar situativ gebunden sind“ (Nückles & Wittwer 2014, S. 229). In Bezug auf die konstruktivistische Perspektive wurde der fehlende Aspekt des situierten Lernens kritisiert und damit jedoch von großer Bedeutung für die Optimierung der konstruktivistischen Position. (vgl. Nückles & Wittwer 2014, S. 228f.; Seidel & Reiss 2014, S. 260)

Dass der Lernprozess auch im Fach Mathematik situiert und kontextgebunden stattfindet, konnte beispielsweise in einer empirischen Studie von Reusser und Stebler nachgewiesen werden, welche die Bearbeitung von mathematischen Textaufgaben untersuchte. Bei der Aufgabenbearbeitung wurden sehr viele unrealistische Antworten der SchülerInnen gegeben, wodurch festgestellt werden konnte, dass über mathematische Rechenfähigkeiten hinaus kein Wissen zu den konkreten aufgabenspezifischen Sachverhalten eingesetzt wurde. Die Auswertung der Beispiele konnte zeigen, dass von den Lernenden kaum realistische Überlegungen angestellt wurden und Lernende das Fach Mathematik als von der realen Welt abgegrenztes System verstehen. Für weitere Informationen siehe Nückles & Wittwer 2014. (vgl. Nückles & Wittwer 2014, S. 234f.)

Um die Problematik des situierten Lernens im Unterricht zu bewältigen, sollte das Unterrichtsgeschehen die SchülerInnen zu realistischen Ansichten anregen und motivieren. Eine flexible Nutzung bestehender Wissensinhalte könnte durch die Integration unterschiedlicher Anwendungsbereiche in die Unterrichtspraxis erzielt werden. (vgl. Nückles & Wittwer 2014, S. 235f.; Seidel & Reiss 2014, S. 260)

Am Beispiel des Mathematikunterrichts könnte der erwünschte Transfer mathematischer Kenntnisse auf alltagsnahe Situationen folgendermaßen umgesetzt werden: die Umfangsberechnung einer Laufbahn in einem Fußballstadion könnte

beispielsweise die Transferfähigkeit des gelernten Wissens auf den Alltag anregen. Nach einer angefertigten Skizze kann der Lernende erkennen, dass sich die Laufbahn aus einem Rechteck und zwei Halbkreisen zusammensetzt. Der weitere Rechengang setzt natürlich voraus, dass der Schüler/die Schülerin erkennen muss, dass bereits gelernte mathematische Operationen (in diesem Beispiel die Umfangsberechnungen) an dieser Stelle eingesetzt werden können. Eine erstellte Skizze kann die entscheidende Transformation ermöglichen: das vorhandene Wissen zur Umfangsberechnung von Rechteck und Kreis kann nun eingesetzt werden, um das gegebene Anwendungsbeispiel zu lösen. (vgl. Nückles & Wittwer 2014, S. 245f.)

Für die Unterrichtspraxis ist es sehr entscheidend, Informationen in einen bestimmten Alltagskontext einzubetten, um die Unterrichtsinhalte sinnvoller zu gestalten. SchülerInnen können dabei nämlich ein anderes Verständnis von den dahinterstehenden Rechenoperationen entwickeln, als wenn sie diese Operationen an abstrakten Beispielen durchführen. (vgl. Mietzel 2007, S. 50)

Bedeutung metakognitiven Wissens

Im Vergleich zum traditionellen Behaviorismus, bei dem Lernen als von der Umwelt kontrolliert angesehen wird, bestimmt der Lernende nach konstruktivistischer Auffassung seinen Lernprozess zum Großteil selbst. Dieser Aspekt der Eigenverantwortung führt dazu, dass Lernende Metakognitionen erwerben müssen, um ihre eigenen Lernprozesse steuern und optimal gestalten zu können. (vgl. Mietzel 2007, S. 52)

Nach Jerome S. Bruner sollen neben der Vermittlung des Fachwissens auch Kenntnisse über kognitive Prozesse, sowie die Entwicklung von Problemlösestrategien gefördert werden (vgl. Bruner 1966, zit. nach Seidel & Reiss 2014, S. 260). Dieser Gedanke beinhaltet die wesentliche Idee, SchülerInnen zu befähigen, sich selbstständig Wissen aneignen zu können (vgl. Seidel & Reiss 2014, S. 260). Nach Reusser können sich Lernstrategien jedoch nicht durch direkte Anleitungen entwickeln, sondern müssen in fachlichen Unterrichtskontexten eingebettet werden (vgl. Reusser 2001, zit. nach Reusser 2006, S. 154). Lernende müssen dazu jedoch im Unterricht auch die Chance bekommen, ihre Lernabläufe selber zu bestimmen (vgl. Reusser 2006, S. 154). Diese bedeutende Überlegung wird sowohl im Kapitel 3, als auch im 4. Teil dieser Arbeit noch sehr detailliert aufgearbeitet.

Zum Abschluss dieser Ausführungen soll auf ein Zitat von Salomon hingewiesen werden, welches zusammenfassend die wichtigsten Kernaussagen dieser konstruktivistischen Sichtweise hervorhebt:

„Knowledge is believed to be actively constructed, tightly connected to the individual's cognitive repertoire and to the context within which this activity takes place, hence it is situated.” (Salomon 1998, S. 2, zit. nach Konrad 2011, S. 30)

3. Lernstrategien

Grundlegende Aspekte des Begriffs „Lernen“ wurden bereits ausführlich in Kapitel 2 analysiert. Aufgrund der Tatsache, dass Lernschwierigkeiten sehr häufig ihre Wurzeln im defizitären Lernverhalten finden (vgl. Hurrelmann 1980; Glöckel 2003, zit. nach Beddies 2006, S. 2), ist es für eine Verbesserung von Lernprozessen sowohl für Lehrkräfte als auch für SchülerInnen entscheidend, Kenntnisse über den komplexen Bereich „Lernstrategien“ zu erwerben. Den entscheidenden Grund dafür, die Thematik der Lernstrategien näher zu beleuchten, sehe ich in darin enthaltenen wertvollen fachdidaktischen und schulpädagogischen Schlussfolgerungen. Nachdem sich Lernprozesse mithilfe verschiedener Strategien beeinflussen lassen, soll den SchülerInnen durch die Vermittlung von Lernstrategien das Lernen im Mathematikunterricht erleichtert werden.

Das Hauptinteresse des dritten Kapitels gilt der präzisen Erforschung von Lernstrategien. An geeigneten Stellen kann bereits in diesem Abschnitt eine Verbindung zur Mathematikdidaktik hergestellt werden. Aufbauend auf diesen theoretischen Ausführungen wird im vierten Kapitel ein direkter Bezug zum Mathematikunterricht hergestellt, indem kognitive, metakognitive und ressourcenbezogene Lernstrategien mit theoretischen Grundlagen untermauert und mit praktischen Aufgaben aus dem Unterricht veranschaulicht werden. Nachdem in der wissenschaftlichen Literatur ausdrücklich auf die Problematik einer geringen Beachtung der Lernstrategievermittlung im Unterricht hingewiesen wird (vgl. Beck et al. 1991; Hamman et al. 2000; Moely 1992, zit. nach Beddies 2006, S. 3), soll in der vorliegenden Arbeit das Defizit des Lernstrategieeinsatzes aufgegriffen und im Zusammenhang mit dem Mathematikunterricht aufgearbeitet werden.

Die Darstellung des historischen Kontextes im zweiten Kapitel schien mir wichtig, da sich das wissenschaftliche Interesse an Lernstrategien aufgrund des Orientierungswechsels vom Behaviorismus zur Kognitionspsychologie zunehmend verstärkte. Weinstein und Mayer sahen diese Herausbildung von Lernstrategien im Zuge der historischen Entwicklung als eine „natürliche Folge“ (Friedrich & Mandl 1992, S. 3), wie es folgendes Zitat belegt:

„An interest in learning strategies is the natural outgrowth of a change in orientation from behaviourist theories to cognitive theories of learning.“
(Weinstein & Mayer 1986, S. 316)

Aufgrund dieses Perspektivenwechsels im 20. Jahrhundert (vgl. Kap. 2) wurden Untersuchungen durchgeführt und damit theoretische Grundlagen zu den Lernstrategien gebildet, welche in weiterer Folge detailliert aufgearbeitet werden (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 3f.).

3.1 Begriffsbestimmung

Ein Blick in die wissenschaftliche Literatur zeigt die vielfältigen Variationen von Begriffsbestimmungen zu Lernstrategien und damit die Problematik einer einheitlichen Terminologie. Je nach Forschungsinteresse haben PädagogInnen und PsychologInnen unterschiedliche Schwerpunkte und definierende Merkmale in der Begriffsbestimmung gesetzt. Im Folgenden wird nun ein grober Überblick über jene Begriffsdefinitionen zu Lernstrategien gegeben, welche auch für den weiteren Teil der Arbeit von Bedeutung sind.

Um zunächst den Begriff „Strategie“ zu thematisieren, soll an dieser Stelle an eine Begriffsbestimmung von Friedrich und Mandl hingewiesen werden: „Eine Strategie ist eine Sequenz von Handlungen, mit der ein bestimmtes Ziel erreicht werden soll.“ (Friedrich & Mandl 1992, S. 6) Lernstrategien stellen dieser Auffassung nach Handlungsabfolgen dar, um ein Lernziel zu erreichen (vgl. Klauer 1988, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 6) und zeichnen sich durch deren Flexibilität und Situationsangemessenheit aus (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 6). Sarasin schreibt Lernstrategien die Funktion der Regulation und Unterstützung von Lernvorgängen zu und geht ebenso davon aus, dass sich diese nicht auf einen konkreten Inhalt beziehen, sondern auf unterschiedliche Inhalte des Wissenserwerbs anwenden lassen (vgl. Sarasin 1995, zit. nach Beddies 2006, S. 6).

Neben diesen Begriffsbestimmungen liefern Weinstein und Mayer eine sehr häufig verwendete und weit verbreitete Definition von Lernstrategien: „[...] learning strategies, can be defined as behaviors and thoughts that a learner engages in during learning and that are intended to influence the learner's encoding process.“ (Weinstein & Mayer 1986, S. 315)

Demnach werden nach Weinstein und Mayer unter Lernstrategien sehr allgemein alle inneren und äußeren Verhaltensweisen des Lernenden angesprochen, welche den Lernprozess beeinflussen (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 7). Diese Definition, welche auch den Ausgangspunkt für weitere Begriffsklärungen bildete, legt den Fokus auf

kognitive Informationsverarbeitungsprozesse. Weinstein und Mayer betonen in deren Festlegung vor allem die Bedeutung von Lernstrategien, um sich Lerninhalte anzueignen und um neues Wissen zu konstruieren. Regulationsstrategien im Rahmen der Lernvorgänge werden hingegen in dieser Definition nicht direkt angesprochen und bekommen damit nur eine geringe Aufmerksamkeit. (vgl. Wernke 2013, S. 15)

Eine weitere Begriffsbestimmung von Wild (1998) kann als eine Erweiterung der Definition von Weinstein und Mayer gesehen werden, da ihm zufolge unter Lernstrategien „jene Verhaltensweisen und Kognitionen verstanden werden, die von Lernenden aktiv zum Zweck des Wissenserwerbs eingesetzt werden“ (Wild 1998, S. 309). Im Vergleich zur Definition von Weinstein und Mayer spricht Wild nicht mehr von einem Enkodierungsprozess, sondern verwendet den allgemeinen Begriff „Wissenserwerb“. Neben den kognitiven Komponenten bekommt die aktive Rolle des Lernenden ebenso eine besondere Bedeutung, wodurch auch Steuerungs- und Kontrollprozesse des Lernens in den Vordergrund treten. (vgl. Wernke 2013, S. 16)

Die folgende Begriffsbestimmung, welche von Friedrich und Mandl stammt, definiert Lernstrategien als „jene Verhaltensweisen und Gedanken, die Lernende aktivieren, um ihre Motivation und den Prozess des Wissenserwerbs zu beeinflussen und zu steuern“ (Friedrich & Mandl 2006, S. 1). Im Rahmen des Wissenserwerbs werden sowohl die aktive Bedeutung des Lernenden, als auch motivationale Aspekte und Kontrollprozesse explizit angeführt. Die drei Komponenten *Kognition*, *Metakognition* und *Motivation* werden im Hinblick auf Lernstrategien gleich gewichtet. Damit gelten metakognitive Abläufe (Zielsetzung, motivationsfördernde Aspekte, usw.) ebenso wie kognitive Prozesse (neue Inhalte mit bestehendem Wissen verknüpfen, Inhalte zusammenfassen, usw.) als Lernstrategien. (vgl. Wernke 2013, S. 16f.) Aus diesem Grund bietet diese Definition von Friedrich und Mandl dem Thema der vorliegenden Arbeit bereits eine gute Grundlage.

Lernstrategie versus Lerntechnik

Die von einigen WissenschaftlerInnen durchgeführte Differenzierung in Lernstrategien und Lerntechniken dient einer hierarchischen Unterteilung der zugrundeliegenden Lernprozesse. Während Lerntechniken als Teilaspekte der Strategien verstanden und damit den Lernstrategien untergeordnet werden, liegt der Strategie ein „hierarchiehöhere[r] Prozess“ (Friedrich & Mandl 1992, S. 6) zugrunde. Eine Lerntechnik wird demnach im Zuge einer Lernstrategie eingesetzt, um ein bestimmtes

angestrebtes Ziel zu erreichen (vgl. Derry & Murphy 1986, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 6). Um eine Lernstrategie umzusetzen, stehen dem Lernenden oft unterschiedliche Techniken zur Verfügung, welche er situationsabhängig einsetzen kann. Ballstaedt et al. (1981) zufolge haben Strategien die wichtige Funktion, Lerntaktiken angemessen einzusetzen (vgl. Ballstaedt et al. 1981, zit. nach Beddies 2006, S. 6f.). Das Schaffen einer Eselsbrücke könnte beispielsweise eine Lerntechnik darstellen, welche sich wiederum auf der hierarchisch höheren Ebene der kognitiven Lernstrategien zuordnen lässt. Begriffe wie Lernmethode, Lerntaktik oder Lernprozedur werden in der Literatur oft synonym zum Begriff der Lerntechnik verwendet. (vgl. Wernke 2013, S. 17; Friedrich & Mandl 1992, S. 6f.)

Im Gegensatz zu dieser Differenzierung machen beispielsweise Weinstein und Mayer keinen Unterschied zwischen Strategien und Techniken. Stattdessen verwenden sie den allgemeinen Begriff „Lernstrategie“, um die Beeinflussung unterschiedlicher Lernaspekte durch den Lernenden hervorzuheben: (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 7)

„[...] the goal of any particular learning strategy may be to affect the learner's motivational or affective state, or the way in which the learner selects, acquires, organizes, or integrates new knowledge.” (Weinstein & Mayer 1986, S. 315)

Da die Perspektive des Betrachters dafür ausschlaggebend ist, ob ein kognitiver Prozess als Taktik, Technik oder Strategie bezeichnet wird (vgl. Leopold 2009, S. 12), wird von einer expliziten Unterscheidung der Begriffe im Rahmen der vorliegenden Arbeit abgesehen und für die Regulation von Lernvorgängen lediglich der allgemeine und übergreifende Begriff „Lernstrategie“ verwendet. Eine genaue Unterteilung und Festlegung der einzelnen Begrifflichkeiten erscheint wenig sinnvoll und wird deshalb nicht vorgenommen.

Dennoch sei an dieser Stelle zu erwähnen, dass sich der Begriff „Lernstrategie“ deutlich von den Begrifflichkeiten „Lernstile“ und „kognitive Stile“ unterscheidet: darunter werden nämlich „relativ stabile kognitive und affektive Verhaltensweisen“ (Wild 2000, S. 7) verstanden, welche die Wahrnehmung der Lernumwelt sowie die daraus resultierende Reaktion durch den Lernenden widerspiegeln (vgl. Matthews 1991; Sternberg 1994, zit. nach Wild 2000, S. 7f.). Im Rahmen der Lernstile wird eine beabsichtigte Lernregulation durch den Lernenden kaum beachtet, da die Art und Weise der Informationsverarbeitung aus relativ festgelegten Verhaltensweisen resultiert und von Rahmenbedingungen unabhängig betrachtet wird. Diese relativ

stabilen Verhaltensstile, welche sich aufgrund der Persönlichkeitsmerkmale entwickeln, bestimmten damit den Informationsverarbeitungsprozess. (vgl. Wild 2000, S. 8) Damit wird die aktive, bewusste und absichtliche Steuerung durch den Lernenden ausgeblendet, womit sich auch der entscheidende Unterschied zu den Lernstrategien herausstellt.

Strategiekriterium Bewusstheit

Bezüglich der Frage, ob der Einsatz von Lernstrategien als bewusster oder unbewusster Vorgang kategorisiert wird, gehen die Meinungen in der Literatur stark auseinander. Während manche AutorInnen davon sprechen, dass Lernstrategien nur auf der bewussten Handlungsebene stattfinden, gehen andere wiederum davon aus, dass Lernstrategien auch automatisiert und damit unbewusst ablaufen können, aber grundsätzlich bewusstseinsfähig sind. (vgl. Wernke 2013, S. 17f.) Diese Auffassungsunterschiede bringen verschiedene Ansichten zu dem Kriterium der Bewusstheit hervor und sollen nun in einem kurzen Überblick dargestellt werden.

Paris, Lipson und Wixson sprechen nur dann von einer Strategie, „wenn es sich um bewusste, willentliche Kontrollvorgänge handelt“ (Wernke 2013, S. 17). Im Gegensatz dazu versteht Lompscher „unter Lernstrategien mehr oder weniger komplexe, bewusst oder auch unbewusst eingesetzte Vorgehensweisen zur Erreichung von Lernzielen“ (Lompscher 1992, Internetquelle 1, S. 3), womit der Aspekt der Bewusstheit für das Vorliegen einer Lernstrategie keine notwendige Voraussetzung darstellt. Zwei Jahre später definierte Lompscher den Begriff „Lernstrategie“ noch etwas genauer, indem er Lernstrategien „als mehr oder weniger komplexe und generalisierte, bewusst oder auch unbewusst eingesetzte Prozeduren zur Erreichung von Lernzielen, zur Bewältigung von Lernanforderungen“ (Lompscher 1994, Internetquelle 2, S. 1) bestimmt. Brown et al., welche ebenso unbewusst ablaufende Vorgänge als Lernstrategien zulassen, konnten feststellen, dass automatisch verwendete Lernstrategien meist eine besonders hohe Effektivität aufweisen (vgl. Brown et al. 1983, zit. nach Beddies 2006, S. 6). Die Streitfrage zum Bewusstheitskriterium birgt ebenso die Problematik einer empirisch begründeten Festlegung, ob ein Lernprozess tatsächlich auf der Bewusstseinssebene des Lernenden stattfindet, in sich (vgl. Hasselhorn 1986, zit. nach Beddies 2006, S. 6).

Die Berücksichtigung sowohl bewusster als auch unbewusster Komponenten scheint im Rahmen des Strategiebegriffs sehr angebracht: anfänglich bewusst eingesetzte

Strategien können nämlich aufgrund wiederholter Anwendungen verstärkt automatisiert und damit unter geringerer Anstrengungsbereitschaft angewendet werden (vgl. Ashcraft 1990; Ericsson & Simon 1980; Schneider & Pressley 1997, zit. nach Leopold 2009, S. 16). Ebenso machen Weinstein und Mayer die von ihnen bereits angeführte Definition von Lernstrategien von dem Aspekt der Bewusstheit unabhängig (vgl. Leopold 2009, S. 17).

Die Definition von Artelt, Demmrich und Baumert soll an dieser Stelle noch angeführt werden, da sie die grundsätzliche Bewusstseinsfähigkeit und ebenso die Möglichkeit einer unbewussten Abfolge betont. Ihnen zufolge versteht man unter einer Lernstrategie „eine prinzipiell bewusstseinsfähige, häufig aber automatisierte Handlungsfolge, die unter bestimmten situativen Bedingungen aus dem Repertoire abgerufen und situationsadäquat eingesetzt wird“ (Artelt et al. 2001, S. 272).

Um das Problem der Begriffsbestimmung abzurunden, wird die von Klaus Konrad vorgeschlagene Definition angeführt, welche bedeutsame Kernelemente von Lernstrategien zusammenfasst:

„Lernstrategien sind (zielgerichtete) Handlungspläne zur Steuerung des eigenen Lernens. Sie werden sowohl bewusst als auch unbewusst angewandt. Lernstrategien unterscheiden sich je nach den Erfordernissen des Lerngegenstandes, der allgemeinen Situation, die das Lernen erforderlich macht und den individuellen Lernpräferenzen.“ (Konrad 2011, S. 62)

Obwohl die folgende, abschließende Definition sehr allgemein formuliert ist, unterstreicht sie die fundamentale Idee aller bisherigen Überlegungen: Lernstrategien sind „Verhaltensweisen und Kognitionen zur (aktiven) Unterstützung des Lernprozesses“ (Souvignier & Gold 2004, S. 309, zit. nach Beddies 2006, S. 8).

Zusammenfassend kann von Lernstrategien im Rahmen dieser Arbeit gesprochen werden, wenn von Lernenden kognitive Vorgänge und Handlungen aktiv und bewusst oder unbewusst vollzogen werden, um sowohl deren Wissenserwerb als auch motivationale und affektive Komponenten zu regulieren und zu unterstützen. Sowohl kognitive als auch metakognitive Prozesse werden für die Erreichung eines Lernziels eingebunden. In einem späteren Teil der Arbeit werden auch ressourcenbezogene Strategien miteinbezogen. (in Anlehnung an Wernke 2013; Beddies 2006)

3.2 Forschungslinien und Lernstrategiekonzeptionen

Ebenso wie die komplexe Begriffsbestimmung zu den Lernstrategien unterschiedliche Bedeutungsvariationen und Auffassungstendenzen aufweist, bildeten sich verschiedene Forschungslinien und Konzeptionen von Lernstrategien heraus. Je nach Schwerpunktsetzung der Forschungsgruppen entstanden unterschiedliche Differenzierungsmöglichkeiten von Lernstrategien. Da eine lückenlose und vollständige Darstellung des aktuellen Forschungsstands den Rahmen der vorliegenden Arbeit überschreiten würde, werden in weiterer Folge diejenigen Konzeptionen herausgearbeitet, welche bereits in der Vergangenheit besondere Bedeutung erlangten und ebenso für zukünftige Auseinandersetzungen von großer Bedeutung sein werden. Zwei einflussreiche und dominierende Forschungsrichtungen sollen in den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.2 detailliert angeführt werden: (vgl. Wild 2000, S. 10)

- „Approaches to Learning“-Ansätze, welche ab den 70er Jahren in Schweden durch Ference Marton et al., in Großbritannien durch Gordon Pask und Noel Entwistle et al. und in Australien durch John Biggs hervorgebracht wurden; (vgl. Kap. 3.2.1)
- Kognitionspsychologisch orientierte Konzeptionen, welche in den 80er Jahren vor allem in den Vereinigten Staaten von Weinstein et al., Pintrich und Schmeck entwickelt wurden; (vgl. Kap. 3.2.2) In dem Kapitel 3.3.1 wird deutlich, dass bereits Dansereau in den 70er Jahren einen wesentlichen Grundstein für die kognitionspsychologische Forschung legte.

Im Zuge dieser Forschungslinien haben sich bestimmte Modelle zu den Lernstrategien entwickelt, welche in den Kapiteln 3.3 und 4 erarbeitet werden.

3.2.1 „Approaches to Learning“-Ansätze

Im Rahmen der „Approaches to Learning“-Ansätze werden Lernstrategien nicht als eigenes Konzept betrachtet, sondern in den Bereich von „weiter gefassten Lern-Herangehensweisen“ (Leopold 2009, S. 12f.) impliziert. Im Fokus steht damit die Erforschung und Beschreibung globaler Lernzugänge (*approaches*), welche relativ allgemeine Herangehensweisen beim Lernprozess aufzeigen. Unter dem Begriff *approaches* werden sowohl kognitive, als auch motivationale Aspekte betrachtet. Insgesamt gehen „Approaches to Learning“-Ansätze davon aus, dass den

Lernstrategien mehrere, jedoch unspezifische, kognitive Prozesse zugrunde liegen. Zusammenfassend können „*approaches to learning*“ als umfassende, globale, mehrere kognitive und motivationale Komponenten umfassende Herangehensweisen an Lernaufgaben“ (Leopold 2009, S. 49) beschrieben werden. Wie bereits dieses Zitat zeigt, werden metakognitive Faktoren in den „Approaches to Learning“-Ansätzen nicht explizit erwähnt. (vgl. Leopold 2009, S. 13f. und S. 66)

Der den „Approaches to Learning“-Ansätzen zugrundeliegende phänomenographische Ansatz betrachtet Lernen als eine Art Erfahrung, welche sich zwischen dem Lernenden und der Welt entwickelt (vgl. Leopold 2009, S. 64). Auf diesen Aspekt der phänomenographischen Forschungsperspektive wird in Kapitel 3.3.2 „Tiefen- und Oberflächenorientierung“ noch näher eingegangen. An dieser Stelle ist es dennoch angebracht, eine grundsätzliche Unterscheidung der „Approaches to Learning“-Ansätze anzuführen: bezüglich der Überlegung, ob Lernstrategien zu einer oberflächlichen oder tiefergehenden Lernstoffverarbeitung führen, existieren unterschiedliche Auffassungen. Während bei der oberflächlichen Verarbeitung die Reproduktion der Lerninhalte angestrebt wird, orientiert sich eine tiefergehende Verarbeitung an dem Verstehen des Lernstoffs. (vgl. Biggs 1993; Marton & Säljö 1976a; Entwistle 1988; 1997, zit. nach Leopold 2009, S. 13) Auf diesen Aspekt der Tiefen- und Oberflächenorientierung wird im Abschnitt 3.3.2 noch genauer eingegangen.

Ein wichtiges Kriterium der „Approaches to Learning“-Ansätze ist, dass Lernstrategien nicht als eigenständige Konstrukte beschrieben werden, sondern immer mit der vorhandenen Intention und Motivation des Lernenden verbunden sind (vgl. Biggs 1993; Entwistle 1988; Entwistle & Mc Cune 2004; Marton & Booth 1997, zit. nach Leopold 2009, S. 13). Lernstrategien werden demzufolge meist auf allgemeine Ziele (nämlich ob der Lernstoff verstanden oder reproduziert werden muss) gerichtet.

Die Überlegung, ob Lernstrategien und motivationale Aspekte situationsspezifisch oder situationsübergreifend auftreten, bringt unterschiedliche Ansätze mit sich. Ference Marton betont gemeinsam mit seiner schwedischen Arbeitsgruppe einen kontext- und inhaltsbezogenen Lernvorgang und vertritt deshalb die Ansicht situationsabhängiger Lernstrategien (vgl. Marton 1988; Marton & Säljö 1976a; 1997; Svensson 1977; 1997, zit. nach Leopold 2009, S. 13). Im Gegensatz dazu vertreten die Konzepte von Noel Entwistle und John Biggs die Ansicht, dass Lernstrategien relativ stabile Komponenten sind und sich damit als situations- und inhaltsübergreifend

herausstellen. Ihnen zufolge hängt der Lernstrategieeinsatz nicht von einer konkreten Situation ab, sondern von dem allgemeinen Lernverhalten. Trotz dieser Ansichten wird von Entwistle und Biggs dennoch eine gewisse Kontextabhängigkeit im Lernverhalten eingesehen. Diesbezüglich unterstreicht Biggs, dass auch allgemeine Lernzugänge durch kontextuelle Gegebenheiten beeinflussbar sind (vgl. Biggs 1993, zit. nach Leopold 2009, S. 14). (vgl. Leopold 2009, S. 13f.)

Zuletzt soll darauf hingewiesen werden, dass Ference Marton mit seiner schwedischen Forschungsgruppe einen entscheidenden Beitrag zur Entwicklung der „Approaches to Learning“-Ansätze geleistet hat und auch heutzutage noch eine große Bedeutung in der Lernstrategieforschung einnimmt. So hatten die Konzepte von Marton et al. beispielsweise großen Einfluss auf die von Entwistle und Biggs entwickelten Konzeptionen. (vgl. Wild 2000, S. 12) Da die theoretischen Überlegungen von F. Marton eine wesentliche Basis für die weiteren Ausführungen dieser Arbeit bilden und ebenso für die aktuelle Lernstrategieforschung bedeutsam sind, wird der Ansatz von Marton et al. im Kapitel 3.3.2 „Tiefen- und Oberflächenorientierung“ näher beleuchtet.

3.2.2 Kognitionspsychologische Konzeptionen

Im Gegensatz zu den „Approaches to Learning“-Ansätzen, welche Lernen als eine Erfahrung zwischen der Person und der Welt beschreiben, sehen kognitionspsychologische Perspektiven „Lernen als einen mentalen Prozess an, der innerhalb des Lernenden bzw. seines kognitiven Systems stattfindet“ (Leopold 2009, S. 64).

Der kognitionspsychologischen Perspektive zufolge werden Lernstrategien „als situationsbezogene Lernaktivitäten angesehen, die spezifische Funktionen im Informationsverarbeitungsprozess erfüllen“ (Leopold 2009, S. 16). Im Gegensatz zu „Approaches to Learning“-Ansätzen werden den Lernstrategien nun weitaus differenziertere Verhaltensmuster und kognitive Komponenten zugeschrieben. Die kognitionspsychologische Konzeption weist unterschiedlichen Lernstrategien bestimmte Funktionen im Informationsaufnahmeprozess zu. (vgl. Mayer 1988; Weinstein 1988; Weinstein & Mayer 1986; Wild 2000, zit. nach Leopold 2009, S. 14) Im Zuge dieser Konzeption wurden deshalb sowohl kognitive und motivationale, als auch kognitive und metakognitive Lernkomponenten voneinander getrennt und eigenständig analysiert, wodurch sich ein weitaus differenzierteres Modell von Lernstrategien entwickelte (vgl. Leopold 2009, S. 14 und S. 65).

In kognitionspsychologischen Ansätzen wird jeweils der Bezug zur konkreten Lernsituation hergestellt. So betonen beispielsweise Weinstein und Mayer, dass in Abhängigkeit von der vorliegenden Lernaufgabe unterschiedliche Lernstrategien effektiv eingesetzt werden können (vgl. Weinstein & Mayer 1986; Mayer 1988, zit. nach Leopold 2009, S. 14). Trotz dieser übereinstimmenden Ansicht entwickelten sich innerhalb dieser Forschungslinie einige unterschiedliche Sichtweisen darüber, ob Lernstrategien bewusst oder unbewusst eingesetzt werden. (vgl. Leopold 2009, S. 16) Auf unterschiedliche Zugänge bezüglich des Bewusstheitskriteriums wurde bereits im Abschnitt 3.1 eingegangen.

Der Entwicklungsfortschritt kognitionspsychologischer Grundlagenforschung hatte starke Auswirkungen auf die Vorstellungen und Konzeptionen zum Lernprozess bzw. Wissenserwerb (vgl. z.B. Glaser & Bassok 1989, zit. nach Wild 2000, S. 29): Lernstrategien wurden dadurch als spezifische Vorgänge aufgefasst, welche eine wesentliche Bedeutung für den Informationsverarbeitungsprozess haben und auch sehr genau differenziert werden können (vgl. Leopold 2009, S. 17). In den Kapiteln 3.3 und 4 sollen die daraus entwickelten Konzeptionen näher erläutert werden.

Obwohl die kognitionspsychologische Perspektive viele verschiedene Ansätze hervorbrachte (vgl. Leopold 2009, S. 54), werden für diese Arbeit die folgenden bedeutendsten Sichtweisen erläutert:

- Die von Dansereau entwickelten Primär- und Stützstrategien (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 8) werden im Abschnitt 3.3.1 näher erläutert;
- Die Lernstrategieklassifikation von Weinstein und Mayer wird zunächst im Kapitel 3.3.3 der Vollständigkeit halber in einer verkürzten Ausführung dargelegt und im Kapitel 4 detailliert aufgearbeitet.
- Der Ansatz von Paul Pintrich et al., der auf den Überlegungen der Forschungsgruppe von Weinstein et al. aufbaut (vgl. Wild 2000, S. 29), soll ebenso im Kapitel 4 in Verbindung mit der Klassifikation von Weinstein et al. erarbeitet werden.

Ein weiterer Ansatz von Ronald Schmeck baut ebenso auf einer kognitionspsychologischen Basis auf, orientiert sich jedoch eher an einer persönlichkeitspsychologischen Sichtweise, wodurch Schmecks Forschung von den Überlegungen

Weinsteins und Pintrich's stark abweicht (vgl. Wild 2000, S. 29). Da sein Ansatz für die vorliegende Arbeit nicht entscheidend ist, wird auch in den weiteren Ausführungen nicht näher darauf eingegangen.

3.3 Unterschiedliche Ansätze zur Klassifikation von Lernstrategien

3.3.1 Primär- und Stützstrategien

Die Einteilung der Lernstrategien in Primär- und Stützstrategien, welche auch von Friedrich und Mandl stark vertreten wird, geht auf Dansereau zurück und entstand aus der Überlegung, wie sehr Strategien den Informationsverarbeitungs- und Lernprozess direkt beeinflussen (vgl. Dansereau 1978; 1985, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 8). In den Originalwerken werden die erforschten Strategien von Dansereau et al. als *primary strategies* und *support strategies* bezeichnet (vgl. Kühnl 2008, S. 19). Aufgrund der konkreten Überlegungen bezüglich des Lernprozesses lässt sich die Zuordnung dieser Klassifikation zu den kognitionspsychologischen Ansätzen erklären.

Primärstrategien

Primärstrategien weisen einen direkten Einfluss auf zu erwerbende Wissens Elemente auf und steuern damit unmittelbar den kognitiven Lernprozess. Mithilfe dieser Strategien sollen Informationen besser verstanden, aufgenommen und gespeichert werden. Ebenso sollen damit Prozesse des Abrufens und Transferierens durch den Lernenden besser gelingen, womit ebenso kognitive Strukturen und Prozesse verändert werden. (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 8; Artelt 2000, S. 23)

Beim Lernen anhand von Texten haben sich Primärstrategien als besonders bedeutsam erwiesen (vgl. Kintsch & van Dijk 1978; Schnotz et al. 1981; Brown & Day 1983; Kintsch 1989; Vauras 1991, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 8): so stellen beispielsweise das Zusammenfassen eines Textes in eigenen Worten oder das Zusammenfassen mithilfe bestimmter grafischer Übersichten typische Primärstrategien dar (vgl. Dansereau & Holley 1982; Pflugradt 1985, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 8). Ebenso gehören neben den Textverarbeitungsstrategien auch vielzählige Mnemotechniken und Problemlösestrategien zu den primären Strategien (vgl. Sarasin 1995, zit. nach Beddies 2006, S. 9). In neueren Untersuchungen rückt auch das Schreiben in den Vordergrund der Primärstrategien (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 8).

Stützstrategien

Im Gegensatz zu den Primärstrategien wirken Stützstrategien indirekt auf den Informationsverarbeitungsprozess: sie beeinflussen die „motivationalen und exekutiven Funktionen“ (Friedrich & Mandl 1992, S. 8), wodurch der Lernprozess eingeleitet, aufrechterhalten und gesteuert werden soll. Die Steuerung dieser nicht-kognitiven Komponenten soll zu einer Erleichterung des Lernprozesses führen, indem beispielsweise die Lernsituation optimal gestaltet wird. (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 8; Artelt 2000, S. 24) In seinen Forschungsarbeiten bezeichnet Dansereau (vgl. Dansereau 1978, zit. nach Beddies 2006, S. 9) diejenigen Strategien als Stützstrategien, welche es „den Primärstrategien erlauben, effizient und effektiv abzulaufen“ (Beddies 2006, S. 9).

Als typische Stützstrategien seien beispielsweise selbstmotivierende, aufmerksamkeits- und konzentrationssteuernde Aspekte, sowie die Zeitplanung und ein übersichtlicher Arbeitsplatz zu erwähnen (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 9; Beddies 2006, S. 9). Ebenso spielen vorhandene Emotionen, das Interesse an dem Lerninhalt, sowie volitionale Komponenten (z.B. der Umgang mit ablenkenden Störfaktoren) eine wichtige Rolle beim Ablauf des Lernprozesses (vgl. Wernke 2013, S. 23).

Nach Dansereau zählen ebenso Strategien der metakognitiven Lernkontrolle zu den Stützstrategien (vgl. z.B. Brown 1978, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 9): damit können Lernende selbst überprüfen, ob sie die Wissensinhalte verstanden haben und gegebenenfalls situationsadäquate Techniken und Strategien einsetzen (vgl. Paris et al. 1983, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 9).

Friedrich und Mandl führen in deren Überlegungen ebenso an, dass sich Lernstrategien nach der Bandbreite ihrer Anwendungs- und Einsatzmöglichkeiten einteilen lassen. So können Lernstrategien entlang eines Kontinuums, welches von dem sehr allgemeinen bis zum äußerst speziellen Lernstrategieeinsatz reicht, angeordnet werden. In Verbindung mit Primär- und Stützstrategien steht nach Friedrich und Mandl fest, dass sich Stützstrategien eher den allgemeinen und Primärstrategien eher den spezifischen Lernvorgängen zuordnen lassen. (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 10; Kühnl 2008, S. 20)

Für die Praxis scheint es am wirkungsvollsten zu sein, wenn sowohl Primär- als auch Stützstrategien gefördert werden (vgl. Lethinen 1992; Keller 1992, zit. nach Beddies 2006, S. 10). In dem späteren Kapitel 3.6 „Lernstrategien und das Konzept des Selbstregulierten Lernens“ wird näher darauf eingegangen, dass es im Zuge selbstregulierten Lernens besonders wichtig ist, Rahmenbedingungen von Lernprozessen (wie beispielsweise Zeitplanung oder Aufrechterhaltung der Konzentration) zu regulieren (vgl. Beddies 2006, S. 10).

Insgesamt stellt die Einteilung von Dansereau (1978) eine umfassende Lernstrategieklassifikation dar, da sie sowohl kognitive, als auch metakognitive und motivationale Lernkomponenten beinhaltet. Dennoch weist die von Dansereau hervorgebrachte Klassifikation einen niedrigen Differenzierungsgrad auf, womit die Einteilung spezieller Strategien in eine bestimmte Lernstrategiegruppe nicht immer eindeutig ist. Die folgende Abbildung 4 soll die Unterteilung der Lernstrategien nach Dansereau veranschaulichen, welche in weiterer Folge des Abschnittes 3.3 durch weitere Klassifikationen ergänzt wird.

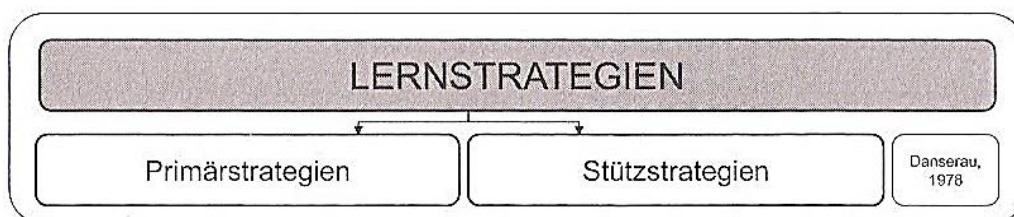


Abb. 4: Einteilung von Lernstrategien nach Dansereau (1978)
(vgl. Wernke 2013, S. 24)

Die Einteilung in Primär- und Stützstrategien findet man auch bei zahlreichen anderen ForscherInnen, teilweise jedoch unter der Verwendung unterschiedlicher Terminologien. So unterscheidet beispielsweise Svensson (vgl. Svensson 1989, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 9) sogenannte *learning activities* von den *studying activities*, wodurch im eigentlichen Sinne ebenso primäre und sekundäre Strategien gemeint sind: *learning activities* bezeichnen diejenigen Informationsverarbeitungsprozesse, welche bei der direkten Wissensaufnahme ablaufen und damit auch kognitive Prozesse verändern; *studying activities* beziehen sich im Gegensatz dazu auf Aktivitäten, welche sich außerhalb des eigentlichen Lernprozesses abspielen, wie beispielsweise das Schaffen geeigneter kontextueller Gegebenheiten. (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 9)

Die Klassifikation in Primär- und Stützstrategien kann als eine Folge des Perspektivenwechsels vom Behaviorismus zur Kognitionspsychologie (vgl. Kap. 2.2) gesehen werden: während behavioristische Ansätze verstärkt einen Lernprozess durch die Umsetzung von Stützstrategien erklärten, sahen kognitionspsychologische VertreterInnen darin keine hinreichende Begründung dafür, tatsächlich von einem Lernvorgang sprechen zu können (vgl. Treiber 1982; Morgan 1985, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 10). KognitionspsychologInnen zufolge kann erst durch ein „akkommodativ-assimilative[s] Wechselspiel zwischen Lernenden und Lehrstoff“ (Friedrich & Mandl 1992, S. 10) von einem „tatsächlichen“ Lernprozess gesprochen werden. (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 9f.)

3.3.2 Oberflächen- und Tiefenorientierung

Untersuchung von Marton und Säljö

Marton et al. legten deren Untersuchungsinteresse darauf, wie Studierende Texte lesen und dabei neues Wissen erwerben. Deren Beobachtungen zeigten sehr starke Differenzen im Textverständnis der StudentInnen. Aus diesen Untersuchungen folgerten Marton et al., dass nicht nur der quantitative Anteil des Verstehens differiert, sondern vor allem „qualitative Unterschiede im Verständnis von Schlüsselbegriffen“ (Leopold 2009, S. 36) seitens der Studierenden vorliegen. (vgl. Wild 2000, S. 12; Leopold 2009, S. 36)

„How can we account for the qualitative differences in the outcome of learning [...]?“ (Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 39) Wie diese Fragestellung verdeutlichen soll, wurde die Erforschung qualitativer Textverständnis-Differenzen sowie die Identifikation der hierfür zugrundeliegenden Ursachen zum Ausgangspunkt der schwedischen Arbeitsgruppe (vgl. Marton & Säljö 1976a; 1976b, zit. nach Wild 2000, S. 12).

Die Analyse dieser Unterschiede wurde unter Bezugnahme konkreter Lernkontexte und Lerninhalte unter die Lupe genommen. Marton et al. bezeichneten den dafür entwickelten Forschungsansatz als „*phenomenography*“ (Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 41), womit Erfahrungen von Lernenden ins Zentrum der Untersuchungen rückten. Nach Marton wird mithilfe des phänomenographischen Ansatzes die Wahrnehmung und Erfahrung bestimmter Aspekte durch den Menschen beschrieben (vgl. Marton 1981, zit. nach Leopold 2009, S. 37). Diese Überlegungen

fürten dazu, Lernprozesse aus der Sichtweise des Lernenden zu betrachten. Die Analyse von Erfahrungen und Wahrnehmungen des Lernenden stellt damit die entscheidende Abgrenzung zu kognitionspsychologischen Sichtweisen dar, welche nämlich zugrundeliegende mentale Vorgänge untersuchen. (vgl. Leopold 2009, S. 36ff.)

Um die qualitativen Differenzen im Textverständnis zu erfassen, wurden von Marton et al. Interviews mit schwedischen Studierenden durchgeführt, um unterschiedliche Herangehensweisen an vorgelegten Texten zu erforschen. Dazu mussten StudentInnen relativ leicht verständliche Zeitungsartikel über eine schwedische Universitätsreform lesen. Es wurden bewusst leicht zu erfassende und verständliche Texte ausgewählt, um den Einfluss des Vorwissens und der Intelligenz auf effektives Lesen auszublenden. Mit diesem Vorgehen schafften Marton et al. natürliche Lernsituationen, indem sie Lernmaterialien auswählten, welche einen Alltagsbezug für die Studierenden aufweisen konnten. Den Studierenden wurde im Vorhinein bloß mitgeteilt, dass sie anschließend Fragen zu den Zeitungsartikeln beantworten müssen. Diese vage Instruktion wurde absichtlich gewählt, um eine große Bandbreite an Lernstrategien herauszufinden. Nach der Textbearbeitung wurden den Studierenden sowohl Fragen zum Inhalt des Textes als auch zu deren Herangehensweise gestellt. Mithilfe der Befragungen sollte herausgefunden werden, wie die Studierenden den gelesenen Text bewältigt und die Lernsituation empfunden haben. (vgl. Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 39ff.; Wild 2000, S. 12f.)

Um das Vorgehen der Textbearbeitung zu erfassen, wurden den Studierenden beispielsweise folgende Fragen (vgl. Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 41) gestellt:

„Could you describe how you went about reading the text?“

“Was there anything that you found difficult?“

“Did you find it interesting or not?“

Diese Fragen zeigen wiederum deutlich, dass „Approaches to Learning“-Ansätze die Erfassung allgemeiner Herangehensweisen erzielen. Ebenso sollen damit die Intention und Motivation des Lernenden berücksichtigt werden. (vgl. Leopold 2009, S. 39) Die durchgeführten Interviews wurden aufgenommen und im Anschluss transkribiert, um diese für die genauere Analyse der Lernstrategien heranziehen zu können (vgl. Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 41). Für die ausführlich

dargestellte Datenanalyse der Interviewtranskriptionen, welche sehr aufwendige Zwischenschritte, Vergleichsprozeden und Modifikationen beinhaltet, möchte ich auf Beiträge von Marton und Säljö (1997, Internetquelle 3) verweisen.

Das Ergebnis dieser intensiven Analyse führte Marton und Säljö zufolge zu einer – überraschenderweise – einfachen Erklärung:

„The main difference we found in the process of learning concerned whether the students *focused on the text in itself or on what the text was about; the author's intention, the main point, the conclusion to be drawn.*“ (Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 43)

Dieses Zitat deutet bereits auf zwei grundsätzlich unterschiedliche Herangehensweisen Lernender im Zuge der Textbearbeitung hin (vgl. Wild 2000, S. 13), welche nun genauer erläutert werden:

Oberflächenorientierung

Bei der *oberflächenorientierten Textbearbeitung* (vgl. Leopold 2009, S. 40), welche mit *surface approach* (vgl. Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 49) bezeichnet wird, wird der Fokus auf das Auswendiglernen und Behalten möglichst vieler Textinformationen gelegt, ohne die eigentliche Bedeutung und die zusammenhängenden Aspekte des Textes zu hinterfragen (vgl. Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 43). Dieser Ansatz lässt sich beispielsweise aus folgender Aussage eines Studenten/einer Studentin aus dem Interview verdeutlichen: „Well I only concentrate on trying to remember as much as possible.“ (Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 43) Da die Erforschung der tieferen Bedeutung des Textes nicht angestrebt wird und damit in den Hintergrund rückt, konzentriert sich der Lernende während der Lesetätigkeit bloß auf die Textoberfläche (vgl. Wild 2000, S. 13), wie es folgende Aussage von Marton und Säljö verdeutlicht:

„These students did not try to understand the text, they tried to memorise it. Their awareness skated along the surface of the text. Their only aim was to be in a position to remember it later when they would be asked questions about it.“ (Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 44)

Nach Wernke stellt beispielsweise das wiederholte Lesen eines Textes, das laute Aufsagen von Gedichten oder das Auswendiglernen von Lateinvokabeln typische Oberflächenstrategien dar (vgl. Wernke 2013, S. 24). Während ich Wernke in den letzten beiden erwähnten Beispielen zustimme, möchte ich jedoch einbringen, dass das wiederholte Lesen eines Textes meiner Meinung nach bereits eine tiefergehende Textbedeutung hervorbringen könnte.

Tiefenorientierung

Im Gegensatz zur Oberflächenorientierung wird die Aufmerksamkeit bei der *tiefenorientierten Textbearbeitung* (vgl. Leopold 2009, S. 41), welche auch als *deep approach* (vgl. Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 49) bezeichnet wird, auf ein tieferes Textverständnis gelegt: „Some students were trying to understand the message. They were not trying to memorise the text and yet they remembered it very well.“ (Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 44)

Die tiefere Bedeutung des Sachverhalts wurde erzielt, indem Verbindungen zu realen Gegebenheiten hergestellt und zusammenhängende Aspekte des Textes analysiert wurden. Mithilfe dieser Vorgehensweisen können Lernende deren Wissen erweitern: Lernende nehmen sich nach Marton und Säljö als „creators of knowledge“ (Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 43) wahr, indem sie ihre eigenen Fähigkeiten zur kritischen Beurteilung, zur logischen Schlussfolgerung und zur Schaffung eigener Ideen einsetzen können (vgl. Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 43). Dementsprechend wenden Lernende Strategien an, welche ein tiefes Textverständnis ermöglichen. Wichtige Textstellen werden identifiziert, gelesene Inhalte werden organisiert, strukturiert und mit dem eigenen Vorwissen verknüpft (vgl. Marton & Booth, 1997; Marton & Säljö 1976a; 1997, zit. nach Leopold 2009, S. 41). Ebenso können zu den Tiefenverarbeitungsstrategien folgende Aktivitäten gezählt werden: Bezüge zu anderen Wissensbereichen herstellen, vorliegende Probleme analysieren und selbstständige Problemlösungen anstreben (vgl. Artelt 2000, S. 53). Als Tiefenverarbeitungsstrategien können auch diejenigen Strategien bezeichnet werden, welche dabei helfen, schwierige und anspruchsvolle Lerninhalte auf ein leichter zu erfassendes und damit verständlicheres Niveau zu bringen (vgl. Wernke 2013, S. 25).

Die folgende Aussage einer Studentin/eines Studenten (Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 44f.) im Rahmen des Interviews soll diese Sichtweise untermauern:

„... or perhaps I stopped and thought about what they were actually saying ... if there was something I thought wasn't right, and so on. You also stop and then (wonder) if that really follows that, sort of, is it really logical, what they've written. That sort of thing is what you stop for.”

Die tiefenorientierte Textverarbeitung beinhaltet neben kognitiven Strategien ebenso metakognitive Strategien, um beispielsweise Textinformationen zu reflektieren (vgl. Marton & Booth 1997, zit. nach Leopold 2009, S. 41). Dieser entscheidende Aspekt, sowie der Unterschied zur oberflächenorientierten Verarbeitung wird im folgenden Zitat erläutert:

„[...] a significant component of a deep approach is that the reader/learner engages in a more active dialogue with the text. It is as if the learner is constantly asking himself questions of the kind 'How do the various parts of the text relate to each other?'; 'Is the argument consistent or are there any logical gaps?'; 'How does this relate to what I already know?'; [...] one of the problems with a surface approach is the lack of such an active and reflective attitude toward the text [...].” (Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 49)

Bezeichnung „levels of processing“ – „approaches to learning“

Die nun vorgestellten Lernzugänge lassen sich mithilfe einer unterschiedlich ausgeprägten „Tiefendimension“ (Wild 2000, S. 14), d.h. mithilfe unterschiedlicher „levels of processing“ (Wild 2000, S. 14) interpretieren. So bezeichneten auch Marton und Säljö in deren anfänglichen Forschungen den oberflächenorientierten Zugang als *surface-level processing* und die tiefenorientierte Vorgehensweise als *deep-level processing* (vgl. Wild 2000, S. 14). Diese Terminologie wurde gewählt, um eine Verbindung zu dem von Craik und Lockhart (1972) hervorgebrachten Ansatz der Verarbeitungstiefe herzustellen. Craik und Lockhart verwendeten für deren Aspekt der Tiefendimension den Begriff „levels of processing“ (Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 45). (vgl. Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 45; Artelt 2000, S. 46)

In späteren Auseinandersetzungen rückten Marton und Säljö von der Bezeichnung „processing“ ab und änderten die Terminologie in „*approaches to learning*“ (Marton & Säljö 1984, S. 44, zit. nach Wild 2000, S. 15). Damit sollten neben differierenden Informationsverarbeitungsprozessen ebenso umfassendere Herangehensweisen, welche beispielsweise auch durch die Intention des Lernenden beeinflussbar sind,

betont werden. Die Terminologie „deep-approach“ (Wild 2000, S. 15) bezeichnet damit die Verwendung von *Tiefenverarbeitungsstrategien*, womit der Lernende ein Verständnis des Lernstoffes anstrebt. Im Vergleich dazu wird für den Einsatz von *Oberflächenverarbeitungsstrategien* der Begriff „surface-approach“ (Wild 2000, S. 16) verwendet, womit das Auswendiglernen der Lerninhalte erzielt wird. (vgl. Wild 2000, S. 15f.)

Zuordnung in Dansereau's Modell

Um eine Verbindung zu der von Dansereau entwickelten Unterteilung herzustellen, sei zunächst zu erwähnen, dass Marton und Säljö in deren Forschungsarbeiten hauptsächlich kognitive Lernkomponenten berücksichtigen, indem sie sich auf die Art und Weise der Lernstoffverarbeitung konzentrieren. Wird diese Überlegung mit dem Konzept von Dansereau verknüpft, so lässt sich Wernke (2013) zufolge feststellen, dass der Ansatz von Marton und Säljö den Primärstrategien zugeordnet werden kann und damit Stützstrategien keine Beachtung finden. Die Unterteilung von Marton und Säljö weist jedoch aufgrund der differenzierteren Unterteilung der Primärstrategien auch einen wesentlichen Vorteil auf. Dennoch kann aufgrund der verstärkten Konzentration auf kognitive Verarbeitungsprozesse in dem Modell von Marton und Säljö nicht von einer lückenlosen Klassifikation gesprochen werden: aufgrund der geringen Beachtung metakognitiver und motivationaler Strategien stellt das Modell von Marton und Säljö keine vollständige und damit nicht zufriedenstellende Einteilung dar. In Verbindung mit der Einteilung von Dansereau kann jedoch von einer Weiterentwicklung der Lernstrategieklassifikation gesprochen werden, da die Primärstrategien nun feingliedriger dargestellt werden. (vgl. Wernke 2013, S. 25) Wernke hat die von Dansereau klassifizierte Konzeption mit der Einteilung von Marton und Säljö in Zusammenhang gebracht: Wernke zufolge lassen sich die Tiefen- und Oberflächenstrategien den Primärstrategien zuordnen. Diese Überlegungen werden nochmals in der Abbildung 5 veranschaulicht. An dieser Stelle soll jedoch darauf hingewiesen werden, dass diese von Wernke vorgenommene Einteilung keinesfalls als beabsichtigte Zuordnung der Tiefen- und Oberflächenstrategien zu den Primärstrategien durch Marton und Säljö interpretiert werden darf.

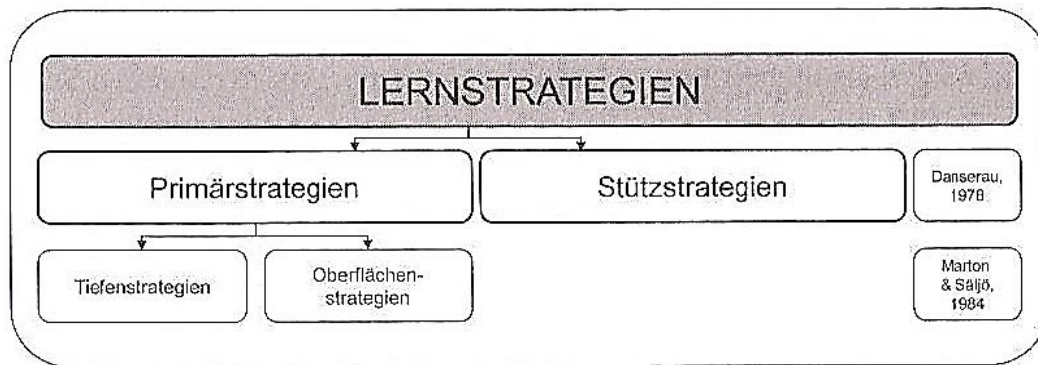


Abb. 5: Einteilung von Lernstrategien nach Dansereau (1978) und Marton & Säljö (1984)
(vgl. Wernke 2013, S. 25)

Abhängigkeit des Lernkontextes

Zuletzt sei noch zu erwähnen, dass Marton und Säljö mit deren Ansatz stets auf eine Lernkontext-Bezogenheit eingesetzter Herangehensweisen hindeuten: ihnen zufolge können Vorgehensweisen je nach Aufgabenstellungen und inhaltlichen Anforderungen variieren. (vgl. Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3; Säljö 1997, zit. nach Leopold 2009, S. 42) Marton und Säljö konnten in ihren Studien feststellen, dass die Zuordnung einer Lernaktivität zu einer tiefen- oder oberflächenorientierten Verarbeitungsweise nicht immer eindeutig ist. Ebenso ist es ihnen zufolge möglich, dass Lernende bei einer Aufgabenlösung sowohl tiefen-, als auch oberflächenorientierte Herangehensweisen einsetzen (vgl. Marton & Säljö 1997, Internetquelle 3, S. 45). In diesem Zusammenhang soll auf die von Kember et al. vertretene Position bezüglich der *approaches* hingewiesen werden: ihnen zufolge werden oberflächen- und tiefenorientierte Lernzugänge nicht als völlig getrennte und entgegengesetzte Kategorien angesehen, sondern auf einem „bipolaren Kontinuum“ (Leopold 2009, S. 67) betrachtet, wodurch zwischen der oberflächen- und tiefengesteuerten Herangehensweise mehrere kombinierte Ausprägungen und Abstufungen möglich sind. (vgl. Kember et al. 1998, zit. nach Leopold 2009, S. 67)

Wie bereits erwähnt, wurde der von Marton und Säljö entwickelte „Approaches to Learning“-Ansatz ebenso von anderen Forschern, wie beispielsweise von Pask, Entwistle und Biggs aufgenommen und in deren Forschungen integriert. Obwohl eine genaue Erläuterung dieser Forschungsarbeiten im Rahmen der vorliegenden Arbeit weder möglich noch erforderlich ist, werde ich die drei Ansätze von Pask, Entwistle und Biggs im Folgenden in einem kurzen Überblick vorstellen.

Weiterentwicklungen des „Approaches to Learning“-Ansatzes

Pask

In Großbritannien beschäftigten sich Pask und seine MitarbeiterInnen ebenfalls mit dem Thema „Lernstrategien“, indem sie in deren Untersuchungen die Studierenden aufforderten, die dargebotenen Lerninhalte einerseits einzuprägen und andererseits auch zu verstehen. Die Forschungsergebnisse brachten Pask et al. dazu, zwei Klassifikationen von Lernstrategien aufzudecken, sowie zwei entscheidende zugehörige Lernstile zu postulieren. Bei der *holistischen* Lernstrategie wird ein globaler und umfassender Lernprozess angestrebt, wodurch mehreren inhaltlichen Komponenten Aufmerksamkeit geschenkt und damit der allgemeine Sachverhalt erschlossen wird und deshalb Details zum Lernstoff kaum beachtet werden. Lernende, welche diese Lernstrategie durchgehend einsetzen, weisen nach Pask et al. den so genannten „*comprehension learning*“-Lernstil auf. Im Vergleich dazu wird von einer *seriellen* Lernstrategie gesprochen, wenn der Lernende einzelne Komponenten und Details des Lernmaterials allmählich und sehr genau erarbeitet. Der konsistente Einsatz dieser Lernstrategie wird Pask et al. zufolge mit einem „*operation learning*“-Lernstil verknüpft. Nach Pask et al. sollten Lernende einen flexiblen Einsatz beider Lernstrategien – abhängig von den Erfordernissen – aufweisen. (vgl. Pask 1976a; 1976b, zit. nach Wild 2000, S. 16f.)

Entwistle

Entwistle et al. legten in deren umfassendem Forschungsprojekt den Fokus auf die „quantitative Erfassung“ (Wild 2000, S. 17) der von Marton et al. und Pask postulierten Lernherangehensweisen. Die Untersuchung des studentischen Lernverhaltens wurde in bestimmten Lernsituationen untersucht, wobei sich die Studien vor allem auf die tiefen- und oberflächenorientierte Unterscheidung von Marton und Säljö und ebenso auf das von Pask hervorgebrachte stabile Lernstilkonzept stützten (vgl. Marton & Säljö 1976a; 1997; Marton 1988; Pask 1976, zit. nach Leopold 2009, S. 45). Entwistle et al. erstellten in deren Forschungsarbeiten sowohl drei Lernorientierungen (*meaning orientation*, *reproducing orientation*, *achieving orientation*) als auch eine Lernstil-Kategorie in Anlehnung an Pask. Dabei verknüpft jede postulierte Lernorientierung einen bestimmten Motivationszustand des Lernenden (intrinsisch/extrinsisch) mit dessen spezifischem Lernverhalten. Ebenso werden die Charakteristika der unterschiedlichen Lernorientierungen mit den Begrifflichkeiten von Marton et al. und Pask et al. in Beziehung gesetzt. (vgl. Wild 2000, S. 17f.) Zur Veranschaulichung sei die Bedeutungsorientierung (*meaning orientation*) angeführt, welche durch eine

intrinsische Lernmotivation bedingt ist und in Anlehnung an Marton et al. als *deep approach* bezeichnet werden kann (vgl. Germ 2008, S. 49).

Insgesamt kann gesagt werden, dass Entwistle mit seinen MitarbeiterInnen bereits bestehende Terminologien und Konzeptionen anderer Arbeitsgruppen in deren Forschungsprogramm integriert und fortgeführt haben. Zuletzt sei noch zu erwähnen, dass Entwistle seine Untersuchungen nicht auf konkrete Lernaufgaben bezog, sondern das Lernverhalten in „größeren Bereichen“ erforschte und damit auch einen bedeutenden Aspekt im Bereich der Lernstrategien entwickelte. (vgl. Wild 2000, S. 23)

Nachdem eine nähere Erläuterung dieses Forschungsansatzes für die vorliegende Arbeit nicht erforderlich ist, verweise ich für eine ausführlichere Darstellung des Ansatzes nach Entwistle et al. auf Wild 2000.

Biggs

Der in Australien entwickelte Forschungsansatz von John Biggs konzentrierte sich ebenso auf die Erfassung globaler Lernverhaltensweisen von StudentInnen. Biggs stützte sich in seinen Untersuchungen jedoch nicht auf die Konzepte von Marton et al., sondern erstellte einen Lernstrategieansatz, der sowohl das Lernverhalten, als auch motivationale Aspekte und persönlichkeitspsychologische Komponenten beinhaltet. Dennoch weist das von Biggs entwickelte Modell zur Beschreibung von Lernstrategien starke Bezüge und Ähnlichkeiten zu den „Approaches to Learning“-Ansätzen von Marton, Pask und Entwistle auf. (vgl. Biggs 1978a; 1979, zit. nach Wild 2000, S. 23)

Biggs ging in seinen Untersuchungen davon aus, dass Lernende im Laufe der Schulzeit stabile Lernstrategien und Lernmotive entwickeln. In seinen Forschungsarbeiten spricht Biggs von drei Lernorientierungen, von denen zwei die Terminologie der „Approaches to Learning“-Ansätze nach Marton und Säljö aufweisen und ebenso als *surface approach* (Oberflächenorientierung) und *deep approach* (Tiefenorientierung) bezeichnet werden. Bei der dritten Lernorientierung spricht Biggs von *achieving approach*, womit der Aspekt der Erfolgsorientierung gemeint ist (vgl. Wild 2000, S. 23f.). Während die Oberflächen- und Tiefenorientierung einen direkten Bezug zu den Lerninhalten aufweisen, bezieht sich die Erfolgsorientierung darauf, zeitliche und örtliche Gegebenheiten zu regeln (vgl. Biggs 1979, zit. nach Germ 2008, S. 50).

Biggs kam in seinen Studien zu der Einsicht, dass sich jede der Lernorientierungen aus bestimmten motivationalen und kognitiven Komponenten zusammensetzt. Die Verbindung von motivationalen Komponenten mit speziellen Lernstrategien wird dadurch begründet, dass sich der Einsatz bestimmter Strategien als Realisierung der vorliegenden Lernmotivation darstellt (vgl. Biggs 1979, 1985, zit. nach Wild 2000, S. 25). Dieser verknüpfende Charakter soll anhand der Lernorientierung *achieving approach* in Abbildung 6 verdeutlicht werden. (vgl. Wild 2000, S. 24f.)

Achieving Approach	<i>Achieving Motive:</i> Studierende mit hohen Werten auf dieser Skala versuchen bei allen Lernaufgaben, auch wenn sie als uninteressant erlebt werden, die besten Beurteilungen zu erhalten. z.B. „Aus meiner Sicht ist das Streben nach guten Noten so etwas wie ein Konkurrenzspiel, und ich spiele, um zu gewinnen.“	<i>Achieving Strategy:</i> Diese Lernstrategie zeichnet sich durch eine systematische und organisierte Erledigung der Lernaufgaben aus, insofern sie unmittelbar mit den Kursanforderungen verbunden sind. z.B. „Für die meisten Fächer hebe ich mir ordentliche, gut organisierte Notizen auf.“
--------------------	--	--

Abb. 6: Lernorientierung, Lernmotivation und Lernstrategie nach Biggs
(vgl. Wild 2000, S. 24; vollständige Tabelle siehe Wild 2000, S. 24)

Biggs' Anliegen war es, Lernprozesse in größeren Bereichen – wie beispielsweise in der Schule oder in bestimmten Kulturen – zu untersuchen, anstatt konkrete Lernaufgaben zu betrachten (vgl. Biggs 1989; 1993; Biggs et al. 2001, zit. nach Leopold 2009, S. 14 und S. 45).

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass sich Entwistle und Biggs in deren Forschungen verstärkt auf ein stabiles, situationsunabhängiges Lernverhalten konzentrierten und sich damit gegen den situationsspezifischen Aspekt von Marton und Säljö richteten (vgl. Marton & Säljö 1976a; 1997, zit. nach Leopold 2009, S. 45). Biggs und Entwistle untersuchten – im Vergleich zu den qualitativen Forschungen von Marton und Pask – Lernstrategien auf einer quantitativen Ebene (vgl. Wernke 2013, S. 58).

Für eine ausführlichere Darstellung und Datenauswertung der Ansätze von Pask, Entwistle und Biggs verweise ich auf Leopold 2009, sowie auf Wild 2000.

3.3.3 Klassifikation von Lernstrategien nach ihrer Funktion für den Prozess der Informationsverarbeitung

Die Klassifikation von Lernstrategien nach deren Funktion für den Informationsverarbeitungsprozess lässt sich eindeutig der kognitionspsychologischen Forschungsrichtung zuschreiben. Zwei weit verbreitete und theoretisch gut verankerte kognitionspsychologische Konzeptionen wurden einerseits von Weinstein und Mayer und andererseits von der Forschungsgruppe um Pintrich etabliert. (vgl. Weinstein & Mayer 1986; Pintrich & De Groot 1990; Pintrich & Garcia 1993; 1994; Pintrich et al. 1993, zit. nach Germ 2008, S. 52)

In diesem Kapitel werden diese beiden Ansätze nur in groben Zügen erläutert, um der vollständigen Darstellung der Klassifikationsansätze gerecht zu werden (soweit man von einer Vollständigkeit im Rahmen der Lernstrategien überhaupt sprechen kann). Da im vierten Kapitel zu den beiden Ansätzen verstärkt Verbindungen zum Mathematikunterricht hergestellt werden, sollen die Klassifikationen von Weinstein et al. und Pintrich et al. erst im 4. Kapitel detailliert ausgearbeitet werden, um jeweils im Anschluss an jede vorgestellte Strategie einen praktischen Bezug zum Mathematikunterricht herzustellen.

Klassifikation nach Weinstein und Mayer (1986)

Der von Weinstein und Mayer (1986) entwickelte Ansatz brachte eine sehr differenzierte Lernstrategieklassifikation hervor, womit diese Sichtweise einerseits auch für andere Klassifikationen herangezogen wurde (z.B. orientierten sich Pintrich & Garcia an dieser Einteilung; vgl. Kap. 4) und sich andererseits für den praktischen Bezug sehr gut eignet. (vgl. Leopold 2009, S. 54) Zudem trifft die von Weinstein und Mayer entwickelte Klassifikation im Allgemeinen auf eine sehr große Akzeptanz.

Die Klassifikation nach Weinstein und Mayer orientiert sich an der Informationsverarbeitung und teilt Lernstrategien demnach nach ihrer Funktion für den Prozess der Informationsverarbeitung ein. Nach Weinstein und Mayer können Lernstrategien den Prozess der Enkodierung sehr genau beeinflussen: dazu muss der Lernende Lernstrategien aktiv und gezielt einsetzen. Weinstein und Mayer betonen in diesem Zusammenhang, dass eine Lernstrategie auch auf mehrere Komponenten des Enkodierungsprozesses gleichzeitig einen Einfluss nehmen kann. (vgl. Leopold 2009,

S. 54f.) Die einzelnen Komponenten des Enkodierungsprozesses werden im 4. Kapitel erläutert.

Weinstein und Mayer brachten in ihrem kognitionspsychologischen Ansatz die folgenden fünf Lernstrategiegruppen hervor (vgl. Leopold 2009, S. 55):

1. Wiederholungsstrategien
2. Organisationsstrategien
3. Elaborationsstrategien
4. Kontrollstrategien
5. Affektive bzw. motivationale Strategien

Da die ersten drei Strategiegruppen einen direkten Einfluss auf den Wissenserwerb haben (weshalb sie auch als kognitive Lernstrategien bezeichnet werden), werden sie nach ihrer Funktion im Zuge des Lernprozesses klassifiziert. Im Gegensatz dazu kontrollieren und unterstützen die letzten beiden Strategiegruppen den Lernprozess, womit sie den Wissenserwerb indirekt beeinflussen (diese werden im Kapitel 4 ebenso als metakognitive Strategien und als Strategien des Ressourcenmanagements bezeichnet). (vgl. Leopold 2009, S. 55f.)

Weinstein und Mayer gehen in deren Konzeptionen nicht von situationsübergreifenden, stabilen Lernstrategien aus, sondern sie betonen ein situations- und aufgabenbezogenes Lernverhalten (vgl. auch Mayer 1988, zit. nach Leopold 2009, S. 59). Ebenso vertritt der Ansatz von Pintrich et al. eine situationsabhängige Sichtweise (vgl. Germ 2008, S. 43).

In weiterer Folge werden die von Weinstein und Mayer etablierten Lernstrategiegruppen kurz angeführt (vgl. Friedrich & Mandl 1992, zit. nach Wernke 2013, S. 25ff.), um wiederum eine Verbindung zu den bisher genannten Klassifikationen herstellen zu können. Auch an dieser Stelle möchte ich für eine ausführlichere Darstellung der einzelnen Lernstrategien auf Kapitel 4 verweisen.

- *Wiederholungsstrategien*: diese sorgen in erster Linie dafür, dass die Wissensinhalte abgespeichert werden, womit sie sich den Oberflächenstrategien von Marton und Säljö unterordnen lassen.

- *Elaborationsstrategien*: da diese Strategien für ein tiefergehendes Verständnis des Lernmaterials sorgen, können sie mit den Tiefenstrategien von Marton und Säljö verglichen werden. Wernke erwähnt als typische Umsetzungsmöglichkeiten das Finden von Beispielen, sowie Analogiebildungen (vgl. Wernke 2013, S. 26).
- *Organisationsstrategien*: diese Strategien sorgen für die Organisation der Lerninhalte, beispielsweise durch das Notieren von Randbemerkungen oder durch die Erstellung von übersichtlichen Tabellen oder Grafiken. Dass diese Strategien sowohl oberflächliche als auch tiefergehende Verarbeitungskomponenten enthält, wird durch folgendes Beispiel klar: so setzt das Unterstreichen von bestimmten Textstellen zum einen voraus, dass wesentliche und aussagekräftige Aspekte des Textes erkannt werden, womit elaborative Prozesse ablaufen. Andererseits stellen aber die Unterstreichungen auch eine wesentliche Basis für späteres Wiederholen der wichtigsten Textstellen dar. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass Organisationsstrategien hauptsächlich organisierende Abläufe beinhaltet, jedoch ebenso elaborative und wiederholende Prozesse integriert. Damit kann in Verbindung zu den Strategien von Marton und Säljö keine eindeutige Zuordnung der Organisationsstrategien getroffen werden (dies wird ebenso durch die Position der „Organisationsstrategien“ in Abbildung 7 veranschaulicht).
- *Kontrollstrategien*: diese dienen der Steuerung und Überwachung des Lernprozesses. Die Planung des Lernvorgehens, sowie die Festlegung von konkreten Lernzielen können beispielsweise als Kontrollstrategien angeführt werden.

Zusätzlich zu diesen vier Gruppen sprechen Weinstein und Mayer erstmals auch von der Gruppe der affektiven Strategien als weitere Lernstrategiegruppe.

- *Affektive Strategien*: darunter lassen sich beispielsweise die Aufmerksamkeitssteuerung, der Umgang mit Ängsten und Misserfolgen, sowie motivationale Komponenten einordnen.

Kontrollstrategien und affektive Strategien können als feinere Aufgliederung der von Dansereau hervorgebrachten Stützstrategien betrachtet werden (vgl. Wernke 2013, S. 26).

Anhand dieser Ausführungen wird eine – durch Weinstein und Mayer etablierte – feindifferenzierte Klassifikation sichtbar. Die Einteilung der Lernstrategien von Weinstein und Mayer stellt eine fast lückenlose Lernstrategieklassifikation dar und wurde zuvor in noch keiner so detaillierten Unterteilung angeführt. Da kognitive, metakognitive und motivationale Strategien gleichermaßen integriert werden, zählt diese Einteilung von Weinstein und Mayer auch heutzutage noch zu einer häufig zitierten Klassifikation. (vgl. Wernke 2013, S. 25ff.) Die folgende Abbildung 7 soll die Unterteilung der Lernstrategien, sowie deren Zuordnungen in anderen Modellen, veranschaulichen.

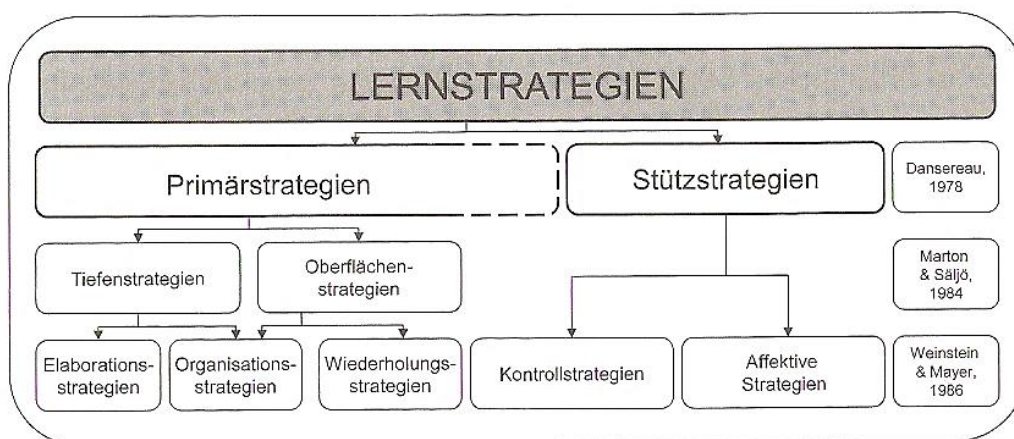


Abb. 7: Einteilung von Lernstrategien nach Dansereau (1978), Marton & Säljö (1984) und Weinstein & Mayer (1986)
(vgl. Wernke 2013, S. 27)

Klassifikation nach Pintrich und Garcia (1994)

Eine Weiterführung des Ansatzes von Weinstein und Mayer lässt Friedrich und Mandl (1992) zufolge eine Unterteilung in *kognitive* und *metakognitive Lernstrategien* entstehen. Dabei lassen sich die kognitiven Strategien mit den Primärstrategien gleichsetzen und umfassen damit Wiederholungs-, Elaborations- und Organisationsstrategien. In diesem Zusammenhang sei zu erwähnen, dass die neue Terminologie „kognitive Lernstrategien“ keine inhaltlichen Ergänzungen oder Änderungen aufweist, sondern lediglich bereits bekannte Unterteilungen zusammenfasst. Aus diesem Grund werden die beiden Ansätze von Weinstein und Mayer, und Pintrich und Garcia im Kapitel 4 überlappend dargestellt und mit praktischen Umsetzungsmöglichkeiten veranschaulicht.

Metakognitive Lernstrategien lassen sich den Stützstrategien zuordnen und integrieren Kontrollstrategien, um den Lernprozess zu regulieren.

Pintrich et al. unterteilen die Lernstrategien ebenso in kognitive und metakognitive Gruppen, nehmen jedoch noch eine weitere Unterteilung vor: sie spalten die affektiven Strategien in die beiden Unterkategorien des internen und externen Ressourcenmanagements (vgl. Pintrich et al. 1993; Pintrich & Garcia 1994, zit. nach Wernke 2013, S. 28).

Das *interne Ressourcenmanagement* wird dabei den affektiven Strategien gleichgesetzt und integriert motivationale Komponenten, um beispielsweise die Konzentration aufrechtzuerhalten oder mit Misserfolgen umgehen zu können. Das *externe Ressourcenmanagement*, welches erstmals durch Pintrich und Garcia berücksichtigt wurde, beinhaltet neben einer günstigen Gestaltung der Lernumwelt auch das Heranziehen zusätzlicher Lernunterlagen und Hilfestellungen. Ebenso können Strategien des externen Ressourcenmanagements bei der Gestaltung kooperativer Lernumwelten behilflich sein. (vgl. Wernke 2013, S. 28)

Da diese Unterteilung in kognitive, metakognitive und ressourcenbezogene Strategien eine anerkannte Lernstrategieklassifikation darstellt (vgl. Wernke 2013, S. 28), soll auf dieser Basis das vierte Kapitel erarbeitet werden. Aufgrund der breiten Akzeptanz dieser Klassifikation stützen sich auch die bekanntesten Erfassungsmethoden für Lernstrategien auf diese Einteilung (LIST – „Inventar zur Erfassung von Lernstrategien im Studium“ von Wild und Schiefele 1994; MSLQ – „Motivated Strategies for Learning Questionnaire“ von Pintrich et al. 1993; vgl. Wernke 2013, S. 28).

Die folgende Abbildung 8 kann nun einen vollständigen Überblick über verschiedene Klassifikationsansätze, deren Aufbau und Zusammenhänge geben.

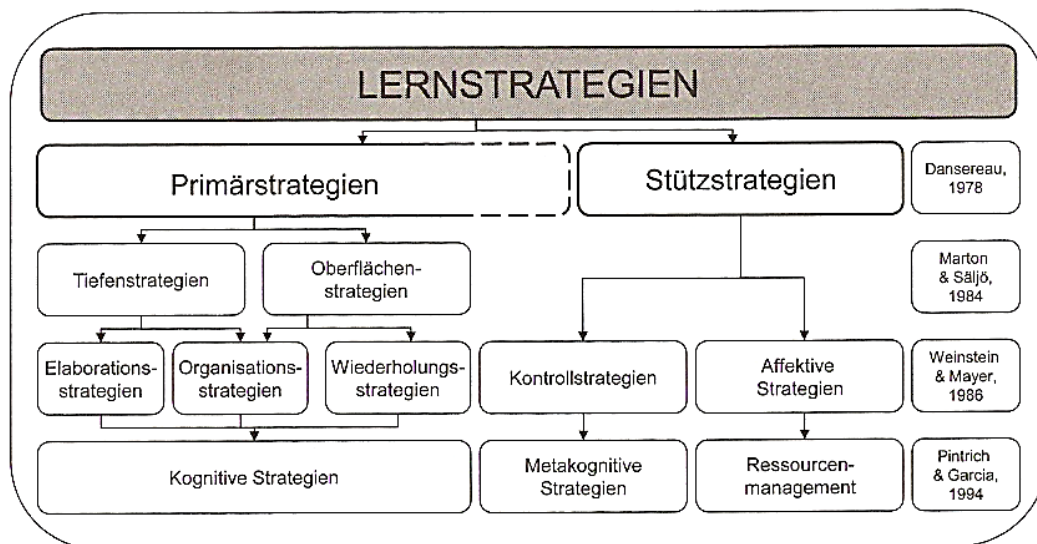


Abb. 8: Einteilung von Lernstrategien nach Dansereau (1978), Marton & Säljö (1984), Weinstein & Mayer (1986) und Pintrich & Garcia (1994) (vgl. Wernke 2013, S. 29)

An dieser Stelle sei noch zu erwähnen, dass auch Wild und Schiefele (1994) eine Unterteilung der Lernstrategien in kognitive, metakognitive und ressourcenbezogene Strategien vornahmen (vgl. z.B. Perels et al. 2005, S. 156f.).

Gemeinsamer Aspekt der „Approaches to Learning“-Ansätze und der kognitionspsychologisch orientierten Konzeptionen

Aufgrund der vorgenommenen Darstellungen der beiden dominierenden Forschungsrichtungen, kann zuletzt noch auf einen gemeinsamen Aspekt hingewiesen werden. Trotz der in den Abschnitten 3.2 und 3.3 herausgearbeiteten Unterschiedlichkeiten der beiden Lernstrategiekonzeptionen konnte mithilfe vielzähliger Untersuchungen folgendes festgestellt werden: sowohl „Approaches to Learning“-Konzeptionen, als auch kognitionspsychologische Perspektiven kamen infolge durchgeführter Studien zu der Einsicht, dass eine – auf das Verstehen konzentrierte – Lernstoffverarbeitung (mithilfe der Elaborations- und Organisationsstrategien) mit einer intrinsischen Lernmotivation einhergeht. Im Vergleich dazu liegt beiden Ansätzen zufolge den oberflächenorientierten Lernaktivitäten (unter Verwendung von Wiederholungsstrategien) eine extrinsische Motivation zugrunde. (vgl. Biggs 1985; Biggs et al. 2001; Kember & Leung 1998; Pintrich et al. 1993; Pintrich & Garcia 1993; Schiefele & Schreyer 1994, zit. nach Leopold 2009, S. 66)

3.3.4 Probleme der Klassifikationen

So einfach und klar die in den Abschnitten 3.3.1 bis 3.3.3 vorgestellten Klassifikationen auch scheinen, bringen diese dennoch gewisse Einschränkungen und Probleme mit sich, welche an dieser Stelle nicht unbeachtet bleiben sollen.

Zunächst ergibt sich ein Problem dadurch, dass bestehende Lernstrategieklassifikationen unmöglich *alle* denkbaren Strategien umfassen, sondern ebenso bedeutsame Strategien unberücksichtigt lassen. So betonen Derry und Murphy, dass keine der bestehenden Klassifikationen die komplette Bandbreite von Lernstrategien abdecken kann (vgl. Derry & Murphy 1986, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 16). Während sich viele Konzeptionen auf Lernstrategien im Zuge der Texterarbeitung oder des Problemlösens eingrenzen, bleiben Strategien im Rahmen des Schreibens noch unerforscht (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 16).

In diesem Zusammenhang möchte ich natürlich darauf hinweisen, dass sich seit der von Derry und Murphy angestellten kritischen Äußerung aus dem Jahr 1986 bestimmt weitere Entwicklungsschritte hinsichtlich der Klassifikation vollzogen haben. Dennoch vertrete ich die Auffassung, dass sich auch in der heutigen Zeit aufgrund der überaus vielfältigen Strategien wohl kaum eine allumfassende Konzeption finden lässt, welche der absoluten Vollständigkeit bestehender Strategien gerecht werden könnte.

Als weitere Einschränkung sei anzumerken, dass sich die Klassifikation von Lernstrategien nicht immer einfach herausstellt: vor allem eine klare Abgrenzung innerhalb der kognitiven Strategien stellt sich mitunter schwierig dar. Während Wiederholungsstrategien deutlich von den Organisations- und Elaborationsstrategien getrennt werden können, ist eine klare Trennung zwischen dem Organisieren und Elaborieren nicht immer möglich. Nach Weinstein und Mayer wird mithilfe der Organisationsstrategie ein interner Zusammenhang zwischen Inhalten im Arbeitsgedächtnis hergestellt, während durch das Elaborieren neue Inhalte in das bestehende Vorwissen integriert und damit externe Verknüpfungen angestellt werden. Trotz dieser theoretisch voneinander getrennter Prozesse, fließen Organisations- und Elaborationsstrategien im Zuge des Wissenserwerbs ineinander, weil sich die Prozesse oftmals gegenseitig unterstützen oder ergänzen und damit ineinander verwoben sind. (vgl. Leopold 2009, S. 67f.)

Weinstein und Mayer gehen beispielsweise beim *Zusammenfassen in eigenen Worten* von einer Elaborationsstrategie aus. Diese Vorgehensweise könnte jedoch ebenso als Organisationsstrategie klassifiziert werden, da mithilfe des Zusammenfassens ebenso die Inhalte strukturiert und geordnet werden (vgl. Friedrich & Mandl 2006, zit. nach Leopold 2009, S. 57). Ebenso könnte das Zusammenfassen als Überwachungsstrategie dienen, wenn mithilfe dieses Vorgehens das eigene Verständnis überprüft werden soll. So kann eine Vorgehensweise zugleich als kognitive und metakognitive Strategie klassifiziert werden. (vgl. Leopold 2009, S. 57)

3.4 Entwicklung von Lernstrategien während der Schulzeit

Grundsätzliche Annahmen

Eine grundsätzliche Einigung verschiedener Forschungsarbeiten besteht darin, dass sich Wissen und Lernstrategien in paralleler Weise entwickeln. Neben der Fähigkeit, angemessene Strategien einsetzen zu können, ist die Verfügbarkeit des jeweils notwendigen (Fach-)Wissens für die Problemlösung entscheidend: Studien konnten sogar belegen, dass eine gute Wissensbasis eine größere Rolle beim Problemlösen einnimmt als die Strategieverwendung (vgl. Friedrich & Mandl 1992, zit. nach Gläser-Zikuda 2001, S. 84). Bestehendes Wissen und der Lernstrategieeinsatz befinden sich in einem ausgleichenden Verhältnis: Lernende, die über geringes Vorwissen verfügen, müssen verstärkt Strategien einsetzen, um bestehende Wissenslücken zu kompensieren (vgl. Baumert 1993a; Knopf 1986, zit. nach Gläser-Zikuda 2001, S. 84f.). Somit stellen bereichsspezifische Wissensinhalte eine notwendige Bedingung für den Erwerb von Lernstrategien dar. (vgl. Gläser-Zikuda 2001, S. 84f.)

Eine weitere prinzipielle Annahme ist die zunächst aufgaben- und bereichsspezifische Strategieentwicklung (vgl. Boekaerts 1997, zit. nach Artelt 2006, S. 345): die flexible, spontane Übertragung auf andere Lernbereiche muss oftmals unterstützt werden und tritt erst ziemlich spät in Erscheinung (vgl. Artelt 2006, S. 345). So gehen beispielsweise Borkowski et al. bei der Entwicklung strategischer Kompetenz zunächst von einem *spezifischen Strategiewissen* aus, welches die Lernenden von Lehrkräften und Eltern vermittelt bekommen. Borkowski zufolge können Lernende konkrete Eigenschaften der Strategien aufgrund der wiederholten Anwendung ableiten. Das spezifische Strategiewissen kann sich weiterhin ausbauen, indem die Lernumwelt des Schülers/der Schülerin sowohl in der Schule als auch im familiären Bereich den Einsatz von Strategien fördert. Im Laufe der Zeit erkennt die lernende Person die

Nützlichkeit eingesetzter Strategien, womit sie diese dann auch in unterschiedlichen Lernbereichen und in Abhängigkeit von den Aufgabenanforderungen einsetzen kann. (vgl. Borkowski & Turner 1990, zit. nach Artelt 2000, S. 62)

So wie viele andere ForscherInnen nehmen auch Chipman und Segal an, dass sich die Lernstrategieentwicklung als langfristiger Prozess herausstellt (vgl. Chipman & Segal 1985, zit. nach Kühnl 2008, S. 22). Auch Baumert untersuchte in seiner Lernstrategiestudie den zeitlichen Aspekt und konnte herausfinden, dass Lernende erst mit ca. 15 Jahren über ein Repertoire differenziert anwendbarer Lernstrategien verfügen. Obwohl ihm zufolge auch bereits vor diesem Alter Strategien unterschiedlich (oft) angewendet werden, geht er dabei noch nicht von einem differenziert einsetzbaren Strategierepertoire aus. Bezüglich der Verwendungshäufigkeit konnte Baumert herausfinden, dass Lernende mit zunehmendem Alter öfter komplexe kognitive und metakognitive Strategien verwenden und Wiederholungsstrategien weniger eingesetzt werden. Die Studien Baumerts konnten damit bestätigen, dass mit zunehmendem Alter immer mehr anspruchsvollere Strategien zum selbstständigen Wissenserwerb angewendet werden. Die späte Entwicklung eines Strategierepertoires begründet Baumert mit der dafür notwendigen Fähigkeit, kognitive, metakognitive, motivationale und verhaltensbezogene Komponenten zu steuern und zu nutzen. Neben vielen anderen ForscherInnen stellt sich damit auch nach Baumert die Erlernung allgemeiner, situationsunabhängiger Strategien als ein langfristiger und notwendigerweise bewusst ablaufender Prozess dar. (vgl. Baumert 1993; Baumert & Köller 1996, zit. nach Artelt 2000, S. 57)

Bedeutung der Grundschulzeit

Vor Beginn des Grundschulalters wird Kindern noch kein Einsatz von Strategien im Zuge des Wissenserwerbs zugesprochen: Strategien wie das Wiederholen, Elaborieren und Kategorisieren können erst ab dem Alter von fünf bis acht Jahren zunehmend festgestellt werden (vgl. Brown et al. 1983, zit. nach Artelt 2006, S. 344). Eine schnell voranschreitende Entwicklung von kognitiven Lernstrategien erfolgt nach dem Eintritt in die Schule und erstreckt sich über die gesamte Grundschulzeit (vgl. Artelt 2000, S. 53). Aufgrund psychologischer Forschungen besteht die Annahme, dass sich die verstärkte Herausbildung von Lernstrategien während der Grundschuljahre aufgrund der spezifischen schulischen Anforderungen an die Gedächtnisaktivität (wie beispielsweise genaues Erinnern) erklären lässt (vgl. Artelt 2006, S. 344; Kühnl 2008, S. 22).

Obwohl Planungs-, Überwachungs- und Kontrollaktivitäten im Zuge des Lernprozesses bereits sehr früh auftreten (vgl. Brown 1984, zit. nach Artelt 2006, S. 345), zeigen sich diese Strategien noch in einer schwach ausgeprägten und sehr spezifischen Art, bevor sie zu stabilen und situationsübergreifenden Lernprozessen heranreifen (vgl. Artelt 2000, S. 56). Lernstrategien werden also schon zu einem sehr frühen Zeitpunkt beobachtet, können aber nur aufgabenspezifisch eingesetzt werden (vgl. Artelt 2006, S. 345). Bezüglich des „frühen“ Kompetenzerwerbs von Strategien sei an dieser Stelle anzuführen, dass Artelt (Artelt 2000; 2006) keine Altersangaben diesbezüglich erwähnt. Artelt spricht lediglich davon, dass die Erforschung des Zeitpunktes des unabhängigen Strategieeinsatzes einen Untersuchungsschwerpunkt in der Lernstrategieforschung darstellt (vgl. Artelt 2006, S. 345).

Nach Hasselhorn können Kinder mit ca. zehn Jahren, also am Ende der Grundschulzeit, ihre eigenen Begabungen, Wissensinhalte und Lernprozesse reflektieren, wodurch ihm zufolge erstmals metakognitive Prozesse ablaufen. Aufgrund metakognitiver Denkvorgänge werden auch erstmals kognitive Lernstrategien spontan eingesetzt (vgl. Hasselhorn 1992a; 1996; 2004, zit. nach Wernke 2013, S. 32f.). Es ist jedoch wichtig, darauf hinzuweisen, dass die Entwicklung metakognitiver Fähigkeiten mit dem Ende der Grundschule keinesfalls abgeschlossen ist: viele Studien konnten bei Jugendlichen und Erwachsenen Defizite in metakognitiven Fertigkeiten feststellen (z.B. Schneider & Pressley 1997, zit. nach Wernke 2013, S. 38). Vor allem bei Aufgaben, die nur selten im Alltag vorkommen oder sich als komplexe Herausforderung darstellen, wurden metakognitive Defizite erfasst (vgl. Hasselhorn 2001, zit. nach Wernke 2013, S. 38). Weitere Entwicklungsschritte während der Grundschulzeit werden im nächsten Abschnitt „Kognitive Strategien“ erläutert.

Kognitive Strategien

Die kognitiven Lernstrategien des *Wiederholens* oder des *kategorialen Organisierens* können bereits beim Schuleintritt (bzw. kurz nach dem Schuleintritt) in einer vereinfachten Form beobachtet werden. So können bereits siebenjährige Kinder einzelne Wörter wiederholen, wobei sich die Anzahl der wiederholten Wörter mit zunehmendem Alter steigert. Während jüngere Kinder jedes Wort für sich alleine wiederholen, bilden Zwölfjährige bereits kleine Gruppen mit drei bis vier Begriffen (vgl. Wessells 1994, zit. nach Artelt 2000, S. 54). Eine typische Wiederholungsstrategie in der Grundschule lässt sich beispielsweise beim Erlernen des Einmaleins

finden, welches sich Lernende durch häufiges Aufsagen der Multiplikationen aneignen. Wiederholungsstrategien stellen für Kinder bedeutsame Strategien dar, weil sie sich damit einerseits zunächst in neue Themen einfinden können und andererseits eine Basis für tiefergehende Prozesse bilden. (vgl. Wernke 2013, S. 44) Diese Überlegung stellt auch eine große Bedeutung für den Mathematikunterricht an mittleren und höheren Schulen dar.

Obwohl auch das Organisieren des Lernmaterials einen altersabhängigen Entwicklungsverlauf zeigt, haben Kail und Hasselhorn einen durchaus späteren Strategieeinsatz des Organisierens beobachtet: während Kinder mit etwa sieben Jahren bereits über Wiederholungsstrategien verfügen, kann ihnen zufolge kategoriales Organisieren erst mit etwa neun oder zehn Jahren festgestellt werden. Kail begründet diese verschiedenen Entwicklungsverläufe durch den unterschiedlichen Grad an Komplexität der Lernstrategien. (vgl. Hasselhorn 1996; Kail 1992, zit. nach Beddies 2006, S. 23)

Mit ca. zehn Jahren kommt es zu einer stärkeren Entwicklung von Tiefenstrategien, vor allem elaborierender Lernprozesse, sowie zu einem spezifischeren Einsatz von Lernstrategien, womit auch andere Strategien eine qualitative Verbesserung erfahren. Obwohl sich tiefenorientierte Lernstrategien mit der Zeit immer besser ausdifferenzieren, können auch bei Erwachsenen Defizite bei solch komplexen Lernstrategien beobachtet werden. Für einen kompetenten Strategieerwerb ist das bewusste Erleben der Anwendungsfolgen eingesetzter Strategien durch den Lernenden entscheidend. (vgl. Artelt 2000, S. 73; Artelt 2006, S. 345)

Bezüglich der Organisationsstrategien kommen unterschiedliche Studien zu widersprüchlichen Ergebnissen. Schneider gibt beispielsweise an, dass der spontane Einsatz der Organisationsstrategien während der Grundschuljahre zunimmt: SchülerInnen der 4. Klasse können bereits die Lerninhalte nach übergeordneten Begriffen kategorisieren und dabei bewusst Organisationsstrategien einsetzen. (vgl. Schneider 1992, zit. nach Artelt 2000, S. 54f.) Im Gegensatz dazu geht Bjorklund in seinen Forschungsarbeiten davon aus, dass das kategoriale Organisieren erst ab dem 13. Lebensjahr bewusst eingesetzt werden kann (vgl. Bjorklund 1987, zit. nach Artelt 2000, S. 55). Bjorklund zufolge werden Organisationsstrategien zufällig durch den Lernenden – aufgrund voranschreitender kognitiver Entwicklungen – entdeckt. Der von Bjorklund vertretene späte Einsatz von Organisationsstrategien wurde jedoch von anderen ForscherInnen kritisiert: so konnten beispielsweise Schneider (1989),

Hasselhorn (1996), sowie Uhlendorf (1990) in deren Untersuchungen zeigen, dass Lernende am Ende der Grundschulzeit auf einer bewussten und wirkungsvollen Ebene bereits strategisch vorgehen können. Hasselhorn kritisiert Bjorklund's Annahme der automatischen Aktivierung von Organisationsstrategien und geht stattdessen davon aus, dass Organisationsprozesse aufgrund deren nützlichen Erfahrung entstehen (vgl. Hasselhorn 1995a; 1996, zit. nach Artelt 2000, S. 56). (vgl. Artelt 2000, S. 53ff.)

Transferfähigkeit und Vermittlung von Lernstrategien

Ob sich spezifische Lernstrategien tatsächlich auf andere Lernsituationen übertragen lassen, hängt einerseits von den kognitiven Fähigkeiten des Lernenden und andererseits von den Umgebungsbedingungen wie etwa der Aufgaben- oder Übungsvielfalt ab (vgl. Pea 1987; Brown et al. 1989, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 23). Der gezielte Strategieeinsatz wird jedenfalls erst ermöglicht, wenn der Lernende verschiedene Aufgabenanforderungen (Lerninhalte wiederholen, verstehen, usw.) erkennt und damit aufgabenspezifische Strategien einsetzt. Lern- und Denkstrategien können erst dann auf neue Aufgaben bzw. Situationen transferiert werden, wenn sie bereits soweit automatisiert sind, dass sie nur noch geringe Aufmerksamkeit benötigen (vgl. z.B. Brown et al. 1983, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 23).

Ein entscheidender Aspekt für die Vermittlung von Lernstrategien in der Unterrichtspraxis ist es, die Strategien anhand bestimmter Aufgaben auch tatsächlich anzuwenden:

„Eine Lernstrategievermittlung muss also Lernstrategien anhand eines konkreten Lerngegenstands darstellen und zur Anwendung kommen lassen. Ein abstrahiertes Erklären des Vorgehens ist ineffektiv.“ (Kühnl 2008, S. 22f.)

Für den Mathematikunterricht bedeutet dies, die Anwendung von Lernstrategien zunächst an konkreten Beispielen oftmals zu wiederholen, um sie in weiterer Folge auch in anderen Aufgaben und Situationen zur Entfaltung kommen zu lassen. In diesem Zusammenhang mit unterrichtspraktischen Überlegungen soll eine Annahme Klauers angeführt werden: ihm zufolge ist es durchaus möglich, dass verschiedene Lernstrategien unterschiedlich schwer zu vermitteln sind und damit auch der Schwierigkeitsgrad des Erlernens von Strategien variiert (vgl. Klauer 1992, zit. nach Kühnl 2008, S. 23). Für die Unterrichtspraxis bedeutet dies, dass manche Strategien

längerfristig durch die Lehrkraft vermittelt werden müssen und andere hingegen sehr schnell von den SchülerInnen erlernt werden können (vgl. Kühnl 2008, S. 23). Für die Lehrkraft ist es demnach wichtig, eine Sensibilität für die von SchülerInnen empfundenen anspruchsvollen und schwer zu erlernenden Strategien zu entwickeln.

Modelle zur Lernstrategieentwicklung

Von den in der Literatur vielzählig erläuterten Modellen zur Entwicklung lernstrategischer Fähigkeiten sollen nun drei Modelle kurz erklärt werden.

Das Modell Hasselhorns, welches die Entwicklung von Lernstrategien bis zur Strategiereife erfasst, unterscheidet die drei entwicklungspsychologischen Phasen *Mediationsdefizit*, *Produktionsdefizit* und *Nutzungsdefizit*, welche im Laufe der Zeit vom Lernenden bewältigt werden müssen, um Lernstrategien effektiv einsetzen zu können (vgl. Wernke 2013, S. 39f.; Landmann et al. 2009, S. 62). In der Phase des Mediationsdefizits sind strategische Prozesse überhaupt noch nicht vorhanden: selbst wenn Lernende in der vorliegenden Situation direkt instruiert und ausdrücklich zu einer Strategie aufgefordert werden, können sie keine strategischen Handlungen durchführen. Nach Hasselhorn haben Kinder bei Schuleintritt bereits diese Phase überwunden und sind damit grundsätzlich fähig, strategische Vorgehensweisen zu erwerben (vgl. Hasselhorn 2007, zit. nach Wernke 2013, S. 40). Im Gegensatz zum Mediationsdefizit kann der Lernende in der Phase des Produktionsdefizits bei konkreter Anleitung bereits Lernstrategien einsetzen, er scheitert jedoch bei der selbstständigen, spontanen Lernstrategieverwendung. Dieser nicht-spontane Einsatz von Strategien wird durch die fehlende Einsicht deren Nützlichkeit erklärt. Diese zweite Defizitphase zeigen Kinder in den ersten Grundschuljahren (vgl. Schneider & Sodian 1997, zit. nach Wernke 2013, S. 40). In der dritten Phase, welche als Nutzungsdefizit bezeichnet wird, können zwar Lernende eine Strategie bereits auf selbstständiger und spontaner Ebene einsetzen, jedoch führen die Lernstrategien noch nicht zu einer Leistungssteigerung, wodurch sich der Lernstrategieeinsatz noch als ineffizient erweist. (vgl. Wernke 2013, S. 41) Als letzte Stufe wird in Hasselhorns Modell die Strategiereife angeführt, welche sich durch einen spontanen und wirksamen Strategieeinsatz charakterisieren lässt (vgl. Artelt 2000, S. 58) und mit einer Leistungssteigerung einhergeht (vgl. Mähler & Hasselhorn 2001a, zit. nach Beddies 2006, S. 18).

Siegler führte im Zuge seiner Untersuchungen zur Lernstrategieentwicklung drei Altersabschnitte (null bis fünf Jahre, fünf bis zehn Jahre und zehn Jahre bis zum Erwachsenenalter) ein. Wie die folgenden Ausführungen zeigen werden, weist sein Modell viele Parallelen zu den Untersuchungen der Lernstrategieentwicklung während der Grundschulzeit auf. Im ersten Altersabschnitt zeigen Kinder kaum eine Verwendung von Lernstrategien und verfügen nur über geringes Wissen zum Gedächtnis. Von fünf bis zehn Jahren bilden sich bereits vielfältige Strategien, wie beispielsweise wiederholende oder organisierende Fähigkeiten heraus. Ebenso erlangen Lernende bessere Kenntnisse über das Gedächtnis. Ab dem Alter von zehn Jahren werden vermehrt Elaborationsstrategien eingesetzt und auch andere Lernstrategien zeigen eine qualitative Verbesserung. Die Zunahme elaborativer Fähigkeiten ab ca. zehn Jahren sollte auch von Lehrkräften in der Sekundarstufe berücksichtigt werden, da mit dieser Kenntnis bereits komplexere Strategien im Unterricht eingesetzt werden können. Der Lernende kann ebenso seinen eigenen Lernprozess zunehmend überwachen und steuern. Siegler spricht in seinen Forschungsarbeiten nicht von einem Stufenmodell, sondern er geht davon aus, dass strategische Kompetenzen innerhalb der einzelnen Stufen stark variieren können, weil auch durch die Erlangung neuer Strategien ebenso ältere Denkmuster im Lernprozess durchdringen können. Deshalb beschreibt Siegler im Zuge dessen die Entwicklung von Lernstrategien in Form von „sich überlappende[n] Wellen“ (Artelt 2000, S. 64), da sich Lernstrategien nicht voneinander ablösen, sondern gleichzeitig und immer wieder auftreten können. Siegler konnte in weiteren Studien erkennen, dass der Erwerb von Lernstrategien nicht in Form eines „Aha-Erlebnisses“ erfolgt, sondern aufgrund deren mehrfacher Verwendung und damit einhergehenden Erfahrungen. Siegler konnte dies in seinen Untersuchungen an mathematischen Aufgaben (zum Addieren) herausfinden (vgl. Hasselhorn 1996, zit. nach Artelt 2006, S. 345). Selbst wenn von Lernenden eine Strategie entdeckt wird, so bedeutet dies nicht, dass auch die Bedeutung der Strategie erkannt wurde. Um eine Strategie wirklich spontan einsetzen zu können, ist es Siegler zufolge wichtig, die Vor- und Nachteile einer Strategieanwendung zu erleben und zu erkennen. (vgl. Artelt 2000, S. 63f.; Artelt 2006, S. 345)

Zuletzt möchte ich noch in einem sehr kurzen Überblick auf ein Modell hinweisen, welches auch für die Unterrichtspraxis von großer Bedeutung ist. Wygotski und Brown kommen in deren Arbeiten zu der entscheidenden Einsicht, dass sich Lernstrategien hauptsächlich „über soziale Interaktionen“ (Artelt 2000, S. 62) entfalten. Die Gestaltung der Lernumwelt, die Aufgabenauswahl, sowie die Kommunikation im Unterricht haben

einen wesentlichen Einfluss auf die Lernstrategiekompetenz. (vgl. Wygotski 1993; Brown 1984; Brown et al. 1981; Brown & Palincsar 1989, zit. nach Artelt 2000, S. 62)

Um dieses Kapitel abzurunden, möchte ich noch darauf hinweisen, dass im Hinblick auf die Untersuchung von Strategien über 99% der Studien als Querschnittsuntersuchungen durchgeführt werden (vgl. Ornstein et al. 1988; Krajewski et al. 2004, zit. nach Beddies 2006, S. 24), wodurch Entwicklungsprozesse zwischen Lernenden *unterschiedlichen Alters* festgestellt werden. Diese Studien kommen zu der Einsicht, dass der Entwicklungsprozess von kognitiven Lernstrategien kontinuierlich verläuft. Es soll jedoch darauf aufmerksam gemacht werden, dass bereits eine Münchner Longitudinalstudie als eine der wenigsten Längsschnittstudien zur Entwicklung von Lernstrategien herausfinden konnte, dass ca. 80% der UntersuchungsteilnehmerInnen beim Erwerb von Lernstrategien ein „Alles-oder-nichts-Prinzip“ (Beddies 2006, S. 24) aufweisen, und sich damit das nicht-strategische Lernverhalten infolge einer sprunghaften und abrupten Veränderung zu strategischem Verhalten ändert. (vgl. Beddies 2006, S. 24; Weinert 1998; Weinert & Schneider 1999; Krajewski et al. 2004, zit. nach Beddies 2006, S. 24)

Trotz eines enormen Lernstrategieerwerbs während der Grundschulzeit konnten die vorgenommenen Ausführungen zeigen, dass sowohl die Strategieentwicklung als auch die Herausbildung metakognitiven Wissens am Ende der Grundschulzeit keinesfalls abgeschlossen ist (vgl. z.B. Artelt 2000, S. 53 und S. 73). Aus diesen Überlegungen zur Lernstrategieentwicklung muss auch an mittleren und höheren Schulen eine angemessene Lernstrategievermittlung und Lernstrategieförderung durch die Lehrkraft angestrebt werden, wobei die folgenden Punkte berücksichtigt werden müssen (vgl. Beddies 2006, S. 24; Klauer 2001b, zit. nach Beddies 2006, S. 34):

- Lernstrategien können in Abhängigkeit von Alter und Vorwissen vom Lernenden unterschiedlich effektiv aufgenommen und angewendet werden.
- Wird eine Strategie vermittelt, welche für den Lernenden zu schwer ist, kann dies zu Überforderung und möglicherweise zu Frustration führen.
- Ist die vermittelte Strategie für den Schüler/die Schülerin zu leicht, so kann dies Langeweile, Demotivation und sogar Leistungsabfall zur Folge haben.

Der entscheidende Aspekt, Lernstrategien den entwicklungsbedingten Voraussetzungen anzupassen und diesbezüglich altersentsprechende Fähigkeiten der Lernenden zu berücksichtigen (vgl. Beddies 2006, S. 34), soll auch in weiterer Folge der Arbeit, vor allem im Kapitel 4, Beachtung finden.

3.5 Förderung von Lernstrategien

„Our first goal is to understand the processes and our ultimate goal is to teach them.“ (Wittrock 1988, S. 289, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 26) Wittrocks Zitat soll bereits den notwendigen Aspekt der Lernstrategieförderung und Vermittlung verdeutlichen. Hinsichtlich der Lernstrategiefördermaßnahmen besteht die weit verbreitete Annahme, dass effizientes und situationsadäquates Lernverhalten eine große Bandbreite unterschiedlicher Lernstrategien voraussetzt (vgl. Dansereau 1985; Brandsford et al. 1986; Levin 1986, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 27). Das Lernstrategietraining sollte demnach „kognitive Primär-, metakognitive Kontroll- und emotional-motivationale Stützstrategien“ (Friedrich & Mandl 1992, S. 27) beinhalten und diese auf die jeweiligen Aufgabenanforderungen abstimmen (vgl. z.B. Sternberg 1983, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 27). Außerdem betonen viele AutorInnen, dass es für Lernende wichtig sei, die Relevanz eingesetzter Strategien zu erfahren (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 27). Auch im Zuge des Strategietrainings Erwachsener wird eine Kombination kognitiver und metakognitiver Strategien als effektiv und erfolgreich angesehen (vgl. Friedrich & Mandl 2006, S. 16).

Hinsichtlich der Art und Weise der Förderung von Lernstrategien stehen grundsätzlich zwei Möglichkeiten zur Verfügung, welche als gegenseitige Ergänzung aufgefasst werden können: die indirekte und die direkte Lernstrategieförderung (vgl. Brown et al. 1983; Derry & Murphy 1986; Mandl et al. 1986, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 29). Während im Zuge der direkten Fördermaßnahme bestimmte Lernprinzipien explizit angeführt und an konkreten Aufgaben umgesetzt werden, wird im Rahmen der indirekten Förderung die Lernsituation derart gestaltet, dass Lernprozesse bestmöglich unterstützt werden, ohne jedoch die zugrundeliegenden Strategien ausdrücklich zu thematisieren (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 29). Die Aufgaben werden deshalb so gewählt, dass sie für deren Bewältigung den Einsatz der erwünschten Lernstrategie erfordern (vgl. Friedrich 1995, S. 16).

Indirekte Lernstrategieförderung

Die indirekte Förderung legt den Schwerpunkt auf die Gestaltung der Lernsituation und kann auf drei unterschiedlichen Ebenen stattfinden. Als größte Ebene sieht die *Makroebene* die bestmögliche Gestaltung von Schulsystemen vor. Die *Mesoebene* hingegen strebt beispielsweise durch einen optimalen Aufbau von Lehrplänen oder durch eine gut gestaltete Unterrichtssituation (z.B. mithilfe einer computergestützten Lernumgebung) eine Optimierung der Lern- und Denktivitäten an. Ebenso kann eine bestimmte Gestaltung von Unterrichtsmaterialien auf der Mesoebene stattfinden. Die *Mikroebene* umfasst konkrete Aspekte der Inhaltsvermittlung, wie beispielsweise das Heranziehen bestimmter Analogien und Modelle, um Verstehensprozesse zu fördern (vgl. Mayer 1989, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 29). Im Rahmen des Textverstehens können auf dieser Ebene beispielsweise Fragen zum Text gestellt werden (vgl. z.B. Ballstaedt et al. 1981, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 29).

Der Kerngedanke der indirekten Lernstrategieförderung ist die Vermittlung inhaltlicher Elemente, wodurch eine konkrete Strategievermittlung in den Hintergrund rückt. Dies hat zum einen den Vorteil, dass Lernende keine Probleme beim Transfer der Strategien auf vorgegebene Aufgaben aufweisen, da die Strategien ohnehin innerhalb des jeweiligen Gegenstandsbereichs gefördert werden. Ein weiterer Vorteil ist die verstärkt wahrgenommene Wissensvermittlung. Bei dieser Fördermaßnahme darf jedoch der folgende Nachteil nicht unberücksichtigt bleiben: aufgrund der indirekten Förderung kann sich die Übertragung bestimmter Strategien auf andere Inhalts- oder Gegenstandsbereiche als problematisch darstellen, da die Lernstrategien an bestimmte Inhalte gebunden sind (vgl. Adams 1989, zit. nach Friedrich 1995, S. 16). Möglicherweise erkennen Lernende im Rahmen der indirekten Fördermaßnahme auch nicht den sinn- und zweckvollen Charakter einer Lernstrategie (vgl. Derry & Murphy 1986, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 30) und bekommen eventuell das Gefühl einer lediglich externen Lernsteuerung vermittelt, womit Lernende die für den Lernprozess notwendige Eigenverantwortung verlieren könnten. (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 30)

Direkte Lernstrategieförderung

Um die individuelle Lernfähigkeit der SchülerInnen zu erhöhen, sollten wirksame Lernstrategien auch direkt vermittelt werden. Dies sollte vor allem aufgrund der Überlegung in Betracht gezogen werden, dass sich auch im beruflichen und alltäglichen Leben viele Aufgaben als komplex und vernetzt herausstellen (vgl. Dörner

1989, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 31). Eine direkte Strategievermittlung scheint vor allem für Lernende mit gering ausgeprägten Lernvoraussetzungen von großer Bedeutung zu sein (vgl. Feuerstein et al. 1985; McKeachie 1988; Adams 1989, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 31). Die direkte Förderung kann dadurch erzielt werden, indem zunächst bestimmte Strategien gezeigt und im Anschluss geübt und reflektiert werden.

Bei der direkten Lernstrategieförderung wird dem Lernenden mitgeteilt, welche Komponenten des Lernprozesses trainiert werden sollen. Ebenso werden Lernende über Effektivität und Vorteile der Lernstrategie informiert. Damit Lernende Strategien verinnerlichen und auch tatsächlich einsetzen, müssen sie von deren Nützlichkeit überzeugt werden (vgl. Aebli & Ruthemann 1987, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 31). Darüber hinaus werden sowohl konkrete Informationen zu den Strategien als auch zu deren Anwendungsvielfalt und Angemessenheit gegeben, bevor die Strategien an vielen geeigneten Aufgaben geübt und dadurch mit der Zeit automatisiert werden. Um einen erfolgreichen Transfer zu gewährleisten, müssen die jeweiligen Strategien in unterschiedlichen Aufgabengebieten eingesetzt werden. (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 31f.)

Im Rahmen des direkten Strategietrainings hat es sich als effektiv erwiesen, die Strategien in einem „*authentischen Nutzungs- bzw. Anwendungskontext*“ (Friedrich 1995, S. 15) zu erlernen. Damit sollen Lernende zum einen die Bedeutung der jeweiligen Strategie erfahren und zum anderen die Übertragung in reale Anwendungsbereiche bewältigen. (vgl. Bransford 1979; Brown et al. 1989, zit. nach Friedrich 1995, S. 15) Der Transfer kann dadurch unterstützt werden, indem Lernstrategien zunächst an einfachen Musterbeispielen und zunehmend an komplexeren und variierenden Aufgabenstellungen geübt werden (vgl. Hasselhorn 1987; Pea 1987, zit. nach Friedrich 1995, S. 15). Für die Unterrichtspraxis ist ebenso zu berücksichtigen, die anfänglich externe Hilfestellung durch die Lehrkraft mit zunehmender Strategiekompetenz der SchülerInnen abzubauen, um damit die Lernverantwortung verstärkt an den Lernenden zu übertragen (in Anlehnung an Brown & Palincsar 1989; Dole et al. 1991; Simons 1992, zit. nach Friedrich 1995, S. 15). Nachdem unterschiedliche Studien positive Auswirkungen von Kleingruppenarbeiten beispielsweise auf die Lernmotivation und auf die Strategieübertragung zeigen konnten (vgl. Resnick 1987a; 1991; Perkins & Salomon 1989; Neber 1993, zit. nach Friedrich 1995, S. 15), sollen diese Kenntnisse auch in der Unterrichtspraxis, im Zusammenhang mit dieser Arbeit vor allem im Mathematikunterricht, berücksichtigt

werden. In dieser Hinsicht haben vor allem Kleingruppenarbeiten einen besonders positiven Einfluss auf die Lernstrategiekompetenz (vgl. z.B. Palincsar & Brown 1984, zit. nach Friedrich 1995, S. 15f.). Im Gegensatz dazu konnten Strategietrainings, welche in der gesamten Klasse durchgeführt wurden, nur geringe Wirksamkeit zeigen (vgl. Hasselhorn 1987, zit. nach Friedrich 1995, S. 16).

Eine direkte Lernstrategieförderung kann entweder unabhängig von konkreten Lerninhalten oder aber auch in Bezug auf bestimmte Sachverhalte im Rahmen des Unterrichts erfolgen. Bei der Förderung von Strategien, welche losgelöst von konkreten Situationen vermittelt werden, ist es im Anschluss umso wichtiger, den Transfer auf praktische Beispiele zu üben. (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 32) Als ein Vorteil dieser direkten Förderung wird die einfachere Umsetzbarkeit angeführt, weil sie nicht unbedingt in die Wissensvermittlung integriert sein muss. Ein Nachteil dieses Förderansatzes besteht jedoch darin, dass möglicherweise zwischen neu vermittelten und bereits vorhandenen Strategien lernhemmende Effekte auftreten, da bestehende Strategien umgelernt werden müssen (diese Effekte werden in der Literatur als mathemathantische Effekte bezeichnet; vgl. Clark 1989; 1990, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 33 und S. 40). Ein weiterhin angeführtes Problem ist die Integration der direkten Strategieförderung in den Unterricht: diesbezüglich besteht die Ungewissheit, inwieweit *sowohl* Inhalts- *als auch* direkte Strategievermittlung vollzogen werden kann (vgl. Prawat 1991, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 33). Die Kombination beider Anliegen scheint zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht ausreichend erforscht zu sein. Dennoch möchte ich mich für die weiteren Ausführungen der vorliegenden Arbeit an der Idee Weinsteins orientieren, „Inhalts- und Strategieinstruktion miteinander zu vermitteln“ (Friedrich & Mandl 1992, S. 33), was jedoch voraussetzt, dass Lehrkräfte die einzelnen Inhalte des Lehrplans genau untersuchen müssen, um mögliche Anknüpfungspunkte für die Lernstrategie-vermittlung zu finden. (vgl. Weinstein 1988, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 33) Brown et al. (1984) konnten in deren Untersuchungen ebenfalls zeigen, dass eine vernetzte Vermittlung von Wissensinhalten und Lernstrategien positive Auswirkungen auf die Lernergebnisse hat (vgl. z.B. Brown et al. 1984, zit. nach Friedrich 1995, S. 17).

Förderung in der Schule

Friedrich und Mandl erwähnen sehr deutlich, dass es kaum vergleichende Untersuchungen und damit keine eindeutigen Hinweise dafür gibt, ob grundsätzlich eine direkte oder indirekte Förderung zu einem besseren Lernzuwachs bei den Lernenden führt (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 33f.). Die bereits angeführten Vor- und Nachteile weisen darauf hin, eine Kombination beider Fördermöglichkeiten anzustreben (vgl. Friedrich & Mandl 2006, S. 16), womit auch für die weiteren Ausführungen dieser Arbeit auf eine Kombination beider Fördermaßnahmen Wert gelegt wird. Die Förderung soll dabei immer vor dem Hintergrund geschehen, dass einerseits vielzählige Studien die Effektivität von Lernstrategien bereits nachweisen konnten (vgl. Pressley et al. 1989, zit. nach Artelt 2000, S. 165) und andererseits die meisten ForscherInnen davon ausgehen, „dass Strategien lehr- und damit trainierbar sind“ (Artelt 2000, S. 165). Ebenso sollte beachtet werden, dass die Relevanz der metakognitiven Fähigkeiten mit wachsenden schulischen Anforderungen zunimmt (vgl. Hasselhorn & Körkel 1983; Palincsar & Brown 1984; Hasselhorn 1992, zit. nach Artelt 2000, S. 165f.). Auf genauere Details zu Untersuchungen der Lernstrategieförderung (Studien zur Effektivität und Leistungssteigerung sowie zur Widerspiegelung von Lernstrategieanwendung in Lernergebnissen; Angaben zu Trainingsprogrammen) sei an dieser Stelle auf Artelt 2000 und auf Friedrich 1995 zu verweisen.

Erwähnenswert sei noch folgender wesentlicher Aspekt: ein erfolgreicher Lernstrategieerwerb kann nicht mithilfe eines kurzfristigen Strategietrainings bzw. einzelner Unterrichtseinheiten erreicht werden, sondern erfordert eine langfristige – in den Unterricht eingebettete – Vermittlung, um einen erfolgsorientierten Gewohnheitseffekt zu erzielen. (vgl. Friedrich & Mandl 2006, S. 17)

Die Förderung von Lernstrategien muss sich jedenfalls an den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der SchülerInnen orientieren: diese umfassen zum einen unterschiedliche Entwicklungsniveaus, differierende kognitive Begabungen, Vorwissensunterschiede, sowie variierende motivationale Zustände (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 35). Die Herausforderung Lehrender besteht damit – hinsichtlich der Förderung von Strategien – in der Kompensation interindividueller Fähigkeitsunterschiede Lernender. (vgl. z.B. Friedrich & Mandl 1992, S. 35f.) Als Grundsatz können dazu die folgenden Ideen dienen (vgl. Brown et al. 1981; Campione & Armbruster 1985, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 36): Strategien sollten umso konkreter und direkter von der Lehrperson instruiert werden, „je geringer ausgeprägt

die kognitiven Voraussetzungen bzw. der Entwicklungsstand der Adressaten ist“ (Friedrich & Mandl 1992, S. 36). Lernende, die bereits ein höheres Entwicklungsniveau erreicht haben und über günstige Lernvoraussetzungen verfügen, benötigen nur geringe Instruktion und können unter anregenden Lernbedingungen Strategien sogar selbst entdecken. Im Gegensatz dazu benötigen lernschwache SchülerInnen eine konkrete und strukturierte Vermittlung von Lernstrategien. (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 35f.)

3.6 Lernstrategien und das Konzept des Selbstregulierten Lernens

Die eigenständige Aneignung von Wissen wird sowohl im schulischen als auch im beruflichen Leben gefordert und benötigt neben hilfreichen Lernstrategien auch die Fähigkeit zur Selbstregulation. Die Ausführungen in diesem Kapitel werden die Überlegung nahe legen, die Fähigkeit zum selbstregulierten Lernen als eine wesentliche Grundlage eines effizienten und adäquaten Lernstrategieeinsatzes zu betrachten. Gleichzeitig wird anhand der Modelle, welche im Kapitel 3.6.2 vorgestellt werden, auch deutlich gemacht, dass den Lernstrategien ein notwendiger Bestandteil selbstregulierter Lernprozesse zugesprochen wird und diese „als zentrale Komponente[n] selbst gesteuerter Lernprozesse“ (Germ 2008, S. 32) dargestellt werden (vgl. Germ 2008, S. 32).

Allgemein gesprochen können Lernprozesse nur stattfinden, wenn ein Mindestmaß an Selbstregulierung durch die lernende Person vorhanden ist. Die Fähigkeit zu selbstreguliertem Lernen darf jedoch nicht grundsätzlich als gegeben vorausgesetzt werden, sondern muss in Abhängigkeit von den vorhandenen Kenntnissen der SchülerInnen durch die Lehrkraft unterstützt werden. (vgl. Nückles & Wittwer 2014, S. 236)

Zahlreiche empirische Studien (z.B. Zimmerman 1994) konnten zeigen, dass selbst-regulative Fähigkeiten eine besondere Rolle in verschiedenen Lernkontexten einnehmen und zu einer Steigerung der Lernleistung führen (vgl. Landmann et al. 2009, S. 50). Aus diesem Grund soll in diesem Kapitel das Konzept des selbstregulierten Lernens aufgearbeitet werden, indem zunächst eine Begriffsbestimmung unternommen wird, anschließend grundlegende Rahmenmodelle erläutert und Bezüge zum AHS-Lehrplan hergestellt werden. Insbesondere sollen die Funktionen und Einsatzmöglichkeiten der Lernstrategien im Rahmen des

selbstregulierten Lernens und die Bedeutung der vorliegenden Thematiken (Lernstrategien, selbstreguliertes Lernen) im Lehrplan aufgezeigt werden.

3.6.1 Begriffsbestimmung Selbstreguliertes Lernen

Die Auseinandersetzung mit dem pädagogisch-psychologischen Konzept des selbstregulierten Lernens gewann vor allem mit Beginn der 1970er Jahre, als behavioristische Ansätze in den Hintergrund rückten und durch kognitive Perspektiven ersetzt wurden, an Bedeutung (vgl. Konrad 2011, S. 40; Berger 2011, S. 14).

Der Begriff des selbstregulierten Lernens kann auf Basis verschiedenster psychologischer Theorien, wie beispielsweise Motivations- oder Informationstheorien, in seinen umfangreichen Facetten analysiert werden (vgl. Germ 2008, S. 5). Da sich verschiedene Forschungsrichtungen mit dem Konzept des selbstregulierten Lernens beschäftigen, kann Boekaerts zufolge ein breites Spektrum an Zugängen angegeben werden (vgl. Boekaerts 1999, zit. nach Berger 2011, S. 14). Dementsprechend lassen sich in der Literatur verschiedene Definitionen und Terminologien zum selbstregulierten Lernen finden (vgl. Germ 2008, S. 5). Verschiedenste Begriffsbestimmungen zeigen, dass selbstreguliertes Lernen ein vielfältiges und komplexes Gebilde darstellt und mehrere Komponenten beinhaltet (vgl. Boekaerts 1999; Friedrich & Mandl 1997, zit. nach Germ 2008, S. 7). Als Synonym zum selbstregulierten Lernen verwenden viele AutorInnen oftmals Begriffe wie selbstgesteuertes, selbstbestimmtes, selbstorganisiertes oder autonomes Lernen (vgl. Landmann et al. 2009, S. 50). Die zugrundeliegenden Ideen unterscheiden sich jedoch kaum voneinander, womit die verschiedenen Begriffsbestimmungen ineinander übergehen (vgl. Germ 2008, S. 5). Die vielfältigen Definitionen halten die folgenden drei Gruppen von Komponenten selbstregulierten Lernens fest (vgl. Landmann et al. 2009, S. 50; Konrad 2011, S. 40):

- *kognitive Komponenten*: diese umfassen „konzeptionelles und strategisches Wissen“ (Landmann et al. 2009, S. 50) und ebenso die Fähigkeit, angemessene Strategien (wie beispielsweise kognitive Lernstrategien) einzusetzen. Ebenso muss als kognitiver Aspekt das Vorwissen der lernenden Person berücksichtigt werden. An dieser Stelle müssen die Begriffe *konzeptionelles* und *strategisches Wissen* definiert werden, um die kognitiven Komponenten vollständig erfassen zu können:

„Konzeptionelles Wissen ist statisches Wissen über Fakten, Begriffe und Prinzipien.“ (De Jong & Ferguson-Hessler 1996, zit. nach Gruber & Stamouli 2009, S. 37)

„Strategisches Wissen ist metakognitives Wissen über die Gestaltung des eigenen Problemlöseverhaltens und über Handlungspläne.“ (De Jong & Ferguson-Hessler 1996, zit. nach Gruber & Stamouli 2009, S. 37)

- *motivationale Komponenten:* diese umfassen all jene Handlungen, welche Lernprozesse anregen und aufrechterhalten. Dies kann beispielsweise mithilfe selbstmotivierender Gedanken oder volitionaler Steuerungsprozesse unterstützt werden. Ebenso zählen günstige Erfolgs- und Misserfolgs-Attributionen zu diesen Komponenten.
- *metakognitive Komponenten:* diese dienen dazu, die Lernaktivitäten in Abhängigkeit vom Lernziel zu planen, zu beobachten, zu reflektieren und anzupassen, womit ebenso ein angemessener Einsatz von Lern- und Kontrollstrategien als notwendig erscheint.

Ebenso weisen unterschiedlich verwendete Terminologien den gemeinsamen Aspekt der abgrenzenden Fremdregulierung auf, indem selbstreguliertes Lernen – sehr allgemein gesprochen – die Kontrolle und Regulation des Lernvorgangs *durch den Lernenden selbst* meint (vgl. Konrad 2011, S. 40): so spricht beispielsweise Weinert von selbstreguliertem Lernen, wenn der/die Lernende „die wesentlichen Entscheidungen, ob, was, wann, wie und woraufhin gelernt wird, folgenreich beeinflussen kann“ (Weinert 1982, S. 102, zit. nach Germ 2008, S. 6). Diese Begriffserläuterung hebt die vielfältigen Handlungsspielräume des Lernenden (vgl. Brunstein & Spörer 2006, zit. nach Berger 2011, S. 14) hervor: Lernende müssen selbst über Zielsetzung, Lernstoff, Lernzeit und Vorgehensweise entscheiden können (vgl. Niegemann 1998; Weinert 1982, zit. nach Germ 2008, S. 6). Weinert spricht in seiner Begriffsbestimmung auch die aktive Beeinflussung des Lernprozesses durch den Lernenden im Rahmen selbstregulierten Lernens an (vgl. Weinert 1982, zit. nach Germ 2008, S. 6f.). In diesem Zusammenhang darf jedoch keine strikte Trennung von Selbst- und Fremdregulierung vorgenommen werden: selbstreguliertes Lernen muss vielmehr „auf einem Kontinuum zwischen reiner Selbst- und reiner Fremdsteuerung“ (Germ 2008, S. 6) betrachtet werden. Jede Lernaktivität wird nämlich sowohl von dem Lernenden selbst, als auch zu einem gewissen Teil durch externe Gegebenheiten

(Instruktionen, Informationen, usw.) bestimmt (vgl. z.B. Einsiedler et al. 1978, zit. nach Germ 2008, S. 6).

Da die folgende Definition Knowles' (vgl. Straka 2006, S. 390) sehr oft verwendet wird, soll sie an dieser Stelle angeführt werden. Knowles verwendet den Begriff *selbstgesteuertes Lernen* und meint damit einen „Prozess, in dem Individuen die Initiative ergreifen, um mit oder ohne Hilfe anderer ihren Lernbedarf festzustellen, ihre Lernziele zu formulieren, personale und materielle Lernressourcen zu ermitteln, angemessene Lernstrategien auszuwählen und umzusetzen sowie ihre Lernergebnisse zu beurteilen“ (Knowles 1975, S. 18, Übersetzung von G. Straka, zit. nach Straka 2006, S. 390).

Obwohl zu dem Begriff des selbstregulierten Lernens eine Reihe an Definitionen existiert, ist den vielfältigen Begriffsbestimmungen die *aktive* Rolle der lernenden Person gemeinsam (vgl. Schiefele & Pekrun 1996, zit. nach Germ 2008, S. 7), wie es bereits die Definitionen von Weinert und Knowles zeigen konnten. Die Eigenaktivität des/der Lernenden kommt auch in der folgenden Definition von Konrad und Traub zum Ausdruck. Ihnen zufolge wird selbstreguliertes Lernen wie folgt definiert:

„Selbstgesteuertes Lernen ist eine Form des Lernens, bei der die Person in Abhängigkeit von der Art ihrer Lernmotivation selbstbestimmt eine oder mehrere Selbststeuerungsmaßnahmen (kognitiver, volitionaler oder verhaltensmäßiger Art) ergreift und den Fortgang des Lernprozesses selbst (metakognitiv) überwacht, reguliert und bewertet.“ (Konrad & Traub 1999, S. 13, zit. nach Kühnl 2008, S. 35)

Diese Begriffsbestimmung fasst die wesentlichen Aspekte selbstregulierten Lernens zusammen, verdeutlicht die vielfältigen Perspektiven der Selbstregulation und widerspiegelt die zu Beginn des Kapitels 3.6.1 festgelegten Komponenten (kognitiver, metakognitiver und motivationaler Art). In diesem Zusammenhang möchte ich darauf hinweisen, dass die Definition von Konrad und Traub die Lernmotivation als Kern selbstregulierten Lernens betrachtet, von dem alle weiteren Vorgehensweisen beeinflusst werden.

In der folgenden – von Klaus Konrad vorgeschlagenen – Definition wird neben bereits angesprochenen Komponenten (kognitiver, metakognitiver, motivationaler und volitionaler Art) und der Eigenaktivität der lernenden Person deutlich gemacht, dass

im Rahmen selbstregulierter Lernprozesse auch einzelne Teilaspekte des Lernvorgangs immer wieder reflektiert – und gegebenenfalls modifiziert – werden müssen (vgl. Konrad 2011, S. 41):

„Selbstreguliertes Lernen lässt sich als zielorientierter Prozess des aktiven und konstruktiven Wissenserwerbs beschreiben, der auf dem reflektierten und gesteuerten Zusammenspiel metakognitiver, kognitiver und motivational-emotionaler Ressourcen einer Person beruht.“ (Konrad 2011, S. 41)

Auf Grundlage aller bisherigen Überlegungen sollen für die vorliegende Arbeit folgende Charakteristika selbstregulierten Lernens in Betracht gezogen werden:

Selbstreguliertes Lernen liegt vor, wenn Lernende eigenständig und aktiv Lernaktivitäten durchführen, steuern und reflektieren, wobei diese einerseits in Abhängigkeit von den individuell zugrundeliegenden kognitiven, metakognitiven und motivational-emotionalen Faktoren, und andererseits von den jeweiligen externen und damit zum Teil fremdregulierten Umweltkomponenten beeinflusst werden. Der Einsatz von aufgabenadäquaten Lernstrategien scheint im Rahmen selbstregulierter Lernprozesse in jeglicher Hinsicht hilfreich zu sein. Mithilfe selbstregulierter Lernprozesse soll es Lernenden möglich sein, den Wissenserwerb selbstbestimmt zu beeinflussen und den individuellen Fähigkeiten anzupassen, um gesetzte Ziele zu erreichen.

Auf Basis dieser ausführlichen Begriffsbestimmung können auch geeignete Methoden für die Unterrichtspraxis angeführt werden, welche selbstreguliertes Lernverhalten unterstützen und fördern: um Selbstregulation zu ermöglichen, müssen den Lernenden „Wahlmöglichkeiten gegeben werden“ (Landmann et al. 2009, S. 63), beispielsweise durch Projektunterricht, Wochenpläne, Gruppenpuzzles oder Stationenbetriebe. Ebenso kann selbstreguliertes Lernen bei den SchülerInnen gefördert werden, indem Lehrkräfte die erwünschten Selbstregulationsstrategien anwenden und den SchülerInnen vorzeigen: dies lässt sich beispielsweise durch die Formulierung von Lernzielen zu Stundenbeginn oder durch die Demonstration einer Lernstrategie (wie beispielsweise das Erstellen von Übersichtstabellen durch die Lehrperson) umsetzen. (vgl. Landmann et al. 2009, S. 63f.)

Obwohl bereits auf mögliche Synonyme hingewiesen wurde, wird in dieser Arbeit die Terminologie *selbstreguliertes Lernen* bevorzugt, sofern nicht direkte oder indirekte Zitate andere Begrifflichkeiten verlangen.

3.6.2 Bedeutung von Lernstrategien in Modellen des Selbstregulierten Lernens

Ein Blick in die Literatur zeigt vielfältige Ansätze zum selbstregulierten Lernen (vgl. Boekaerts et al. 2000; Zimmerman & Schunk 2001, zit. nach Germ 2008, S. 5), welche den Ablauf selbstregulierter Lernprozesse thematisieren, zugrundeliegende Lernaktivitäten untersuchen und ebenso mögliche Einflussfaktoren analysieren (vgl. Germ 2008, S. 8). Grundsätzlich lassen sich die in den letzten Jahrzehnten entwickelten Selbstregulationsmodelle in zwei Bereiche aufteilen. Zum einen existieren Modelle mit prozessorientiertem Charakter (Prozessmodelle der Selbstregulation, z.B. Zimmermann 2000) und zum anderen wurden Modelle entwickelt, welche mehrere Regulationsebenen berücksichtigen (Schichtenmodelle der Selbstregulation, z.B. Boekaerts 1999). (vgl. Landmann et al. 2009, S. 51) Um die Einsetzbarkeit und Bedeutung von Lernstrategien in bestehenden Modellen zu untersuchen, werden diese grundsätzlichen Rahmenmodelle selbstregulierten Lernens in weiterer Folge vorgestellt.

Prozessmodelle der Selbstregulation

Prozessbezogene Modelle verstehen selbstregulatives Lernverhalten als einen zyklischen Prozess, bei dem der momentane Ist-Zustand mit einem erwünschten Soll-Zustand verglichen wird. Weisen der Ist- und der Soll-Zustand Unstimmigkeiten auf, so werden regulative Aktivitäten durchgeführt, um die aktuelle Lage in den angestrebten Soll-Zustand überzuführen. Dieses zyklische Modell kann sehr gut auf die Lernverhaltensorientierung übertragen werden. (vgl. Landmann et al. 2009, S. 51)

Modell nach Zimmerman (2000)

Ein Prozessmodell selbstregulierten Lernens, welches in der Literatur sehr oft zitiert wird und als Basis für andere Selbstregulationsmodelle dient, stammt von Zimmerman (vgl. Berger 2011, S. 16). Zimmerman konnte anhand empirischer Untersuchungen (z.B. anhand der Studie von Kuhl 1985) zentrale Lernkomponenten in einem Prozessmodell beschreiben, wobei die von ihm postulierten Phasen unterschiedliche Teilhandlungen der Lernenden zusammenfassen und miteinander in Verbindung stehen (vgl. Germ 2008, S. 9; Zimmerman 2000, zit. nach Germ 2008, S. 11).

Abbildung 9 veranschaulicht zunächst in groben Zügen das Phasenmodell von Zimmerman.

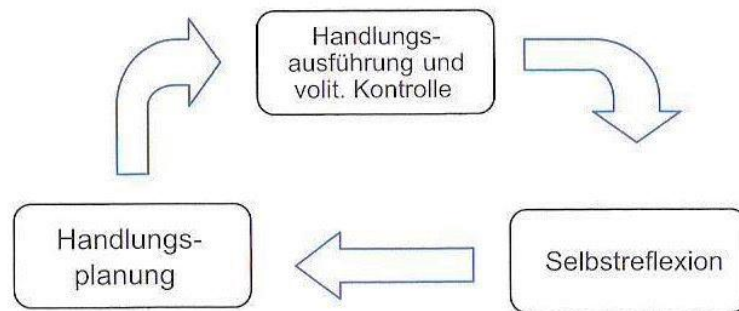


Abb. 9: Zyklisches Selbstregulationsmodell nach Zimmerman (2000)
(vgl. Landmann et al. 2009, S. 52)

In weiterer Folge werden die einzelnen Phasen nun näher erläutert:

- **Handlungsplanung:** nach Zimmerman müssen in dieser ersten Phase realistische Lernziele gesetzt und effektive Lernstrategien (ausgehend von den Anforderungen der vorliegenden Lernaufgabe) überlegt werden, um die gestellten Aufgaben bewältigen zu können. Die Aktivitäten der Planungsphase sind dabei von zugrundeliegenden Motivationen des Lernenden (Erfolgserwartungen, Interessen, usw.) abhängig. Die Handlungsplanung steht Zimmerman zufolge in einer starken Wechselbeziehung mit motivationalen Überzeugungen der lernenden Person: so kann beispielsweise eine stark ausgeprägte Selbstwirksamkeit einen positiven Einfluss auf die Zielsetzung haben und umgekehrt können erfolgreich bewältigte Zwischenziele die Selbstwirksamkeit erhöhen. (vgl. Konrad 2011, S. 82; Zimmerman 2000, zit. nach Germ 2008, S. 12)
- **Handlungsausführung:** in der darauffolgenden Ausführungsphase werden die geplanten Lernaktivitäten tatsächlich umgesetzt. Dazu müssen Lernende bereits über ein angemessenes Lernstrategierepertoire verfügen, um konkrete Strategien anwenden zu können. In dieser Phase können beispielsweise Mnemotechniken, Methoden für eine ausreichende Konzentration und Aufmerksamkeitsfokussierung oder ebenso Strategien zur Selbstinstruktion eingesetzt werden. Während der Ausführungsphase müssen Lernende ebenso deren Lernprozess selbst kontrollieren und beobachten: die dabei gewonnenen Einsichten spiegeln sich in der darauffolgenden Selbstreflexions-Phase wider. (vgl. Konrad 2011, S. 83; Zimmerman 2000, zit. nach Germ 2008, S. 12f.)

- Selbstreflexion: in dieser letzten Phase muss der/die Lernende den bisherigen Lernerfolg reflektieren und bewerten. Die Selbstreflexion kann dabei helfen, erfolgreiche Lernergebnisse auf selbst durchgeführte Handlungen zu beziehen und damit Selbstwirksamkeitsüberzeugungen zu stärken (vgl. Woolfolk 2008, zit. nach Konrad 2011, S. 83). Diese Selbstbewertung umfasst damit Ursachenzuschreibungen (Attributionen) auf erbrachte Leistungen: so kann beispielsweise eine schwache Lernleistung mit geringer Anstrengung attribuiert werden (vgl. Weiner 1979, zit. nach Germ 2008, S. 13).

Neben diesem zyklischen Charakter spricht Zimmerman im Zusammenhang mit selbstregulierten Lernprozessen auch von einer „*triadische[n] Interaktion*“ zwischen personeninternen, verhaltens- und umgebungsbezogenen Komponenten“ (Straka 2006, S. 395). Während Zimmerman unter dem personeninternen Aspekt beispielsweise das bestehende Vorwissen oder die Motivation des Lernenden versteht, wird unter der umgebungsbezogenen Komponente beispielsweise der Schwierigkeitsgrad der Lernaufgabe oder die Beschaffenheit der Lernumgebung verstanden. Zu den verhaltensbezogenen Elementen gehören verschiedene Tätigkeiten des Lernenden im Zuge des selbstregulierten Lernvorgehens, wie beispielsweise eine durchgeführte Selbstreflexion. Diese drei Komponenten stehen in einer ständigen Wechselbeziehung und verändern sich im Laufe des Lernvorgangs. Da das Lernverhalten ständig an die aktuellen Erfordernisse und Bedürfnisse dieser Komponenten angepasst werden muss (vgl. z.B. Schunk 2001, zit. nach Germ 2008, S. 10), wird auch in diesem Sinne von einem „*zyklischen Prozess*“ (Germ 2008, S. 10) ausgegangen. (vgl. Germ 2008, S. 10; Zimmerman 1989; 2000, zit. nach Germ 2008, S. 10)

Zimmerman untersucht damit in seinem Modell auch Wechselwirkungen zwischen Lernaktivitäten und möglichen Einflussfaktoren. Zusammenfassend sei zu Zimmerman's Modell zu sagen, dass Lernstrategien „Schlüsselkomponenten für eine erfolgreiche Durchführung der vielfältigen Aktivitäten beim selbst regulierten Lernen“ (Germ 2008, S. 14) darstellen. Mithilfe der eingesetzten Lernstrategien kann der Lernende – Zimmerman zufolge – sein Lernverhalten im Laufe des Lernprozesses ständig den verändernden individuellen und umgebungsgebundenen Faktoren anpassen. (vgl. Germ 2008, S. 9 und S. 14)

Zuletzt sei noch ein Kritikpunkt an Zimmerman's Ansatz von Straka anzuführen: Straka zufolge wird zwar umweltbezogenen und personeninternen Faktoren ein Einfluss auf

selbstreguliertes Lernen zugesprochen, doch werden diese Komponenten nicht explizit in Zimmerman's Phasenmodell erwähnt. (vgl. Straka 2006, zit. nach Germ 2008, S. 15)

Modell nach Schmitz (2001)

Neben vielen anderen ForscherInnen postulierte auch Schmitz (basierend auf Heckhausen, 1989 und Gollwitzer, 1990) drei unterschiedliche Phasen der Prozessorientierung (präaktional, aktional, postaktional), die als Komponenten seines zyklischen Modells gesehen werden. Dabei werden Ziele der präaktionalen Phase bzw. Strategien der aktionalen Phase in Abhängigkeit von der Bewertung in der postaktionalen Phase für den weiteren Zyklus abgeändert, womit die durchgeführten Handlungen immer wieder an die situativen und individuellen Bedingungen angepasst werden. Die drei Phasen, welche enge Bezüge zu den von Zimmerman postulierten Komponenten aufweisen, sollen nun näher erläutert werden (vgl. Landmann et al. 2009, S. 51f.; Nückles & Wittwer 2014, S. 237ff.; Berger 2011, S. 19ff.):

- *präaktionale Phase*: in dieser (Planungs-)Phase werden die Lernhandlungen zur Erreichung der gesetzten Ziele festgelegt. Diese Lernvorbereitung geschieht in Abhängigkeit von der vorliegenden Aufgabenstellung, den kontextuellen Faktoren sowie von den persönlichen Merkmalen der lernenden Person. Aus diesen Komponenten entwickelt sich ein bestimmter emotionaler und motivationaler Zustand des/der Lernenden. Diese Phase dient einer konkreten und realistischen Zielsetzung, sowie der Überlegung, welche Lernstrategien zur Zielerreichung eingesetzt werden. Damit wird zum einen die vorliegende Aufgabe genau analysiert und zum anderen müssen sich Lernende selbst dazu motivieren, die geforderten Aufgaben zu bewältigen. Der durch diese Phase gesetzte Soll-Zustand wird als Bezugspunkt für alle weiteren Handlungen gesehen.
- *aktionale Phase*: in der darauffolgenden (Durchführungs-)Phase werden die geplanten Lernhandlungen umgesetzt, indem sowohl kognitive als auch metakognitive Lernstrategien eingesetzt werden. Zu den kognitiven Strategien lassen sich vor allem Wiederholungs-, Organisations-, und Elaborationsstrategien zählen. Die aufgebrauchte Lernzeit wird im Zuge des Lernprozesses als „quantitativer Indikator“ (Berger 2011, S. 21) und der Einsatz von Tiefenverarbeitungsstrategien als qualitativer Faktor gesehen (vgl. Schiefele & Schreyer 1994, zit. nach Berger 2011, S. 21). Bedeutsam für die aktionale Phase ist das

sogenannte „Self-Monitoring“ (Berger 2011, S. 21), wodurch der Lernprozess vom Lernenden selbst überwacht werden muss: um erfolgreiches Lernen zu ermöglichen, müssen Lernende während dieser Phase deren Lernverhalten kontrollieren, womit die Selbstbeobachtung große Bedeutung erlangt. Volitionale Strategien (z.B. Konzentrationskontrolle, erhöhte Anstrengungsbereitschaft) sollen dabei die Lernaktivitäten aufrechterhalten und bestenfalls optimieren. Der Lernerfolg wird durch das Ausmaß effektiv genutzter Lernzeit, sowie durch den adäquaten Strategieeinsatz bestimmt.

- *postaktionale Phase*: in dieser (Bewertungs-)Phase werden erreichte Handlungs- und Lernergebnisse reflektiert und bewertet, wobei ein Bezug auf die – aus der präaktionalen Phase – gesetzten Ziele hergestellt wird und damit auch ein Vergleich zwischen dem momentanen Ist-Zustand und dem gesetzten Soll-Zustand stattfindet. Dabei sollen auch erfolgreich eingesetzte Strategien festgestellt werden. Dieser Bewertungsprozess bringt positive bzw. negative Gefühlszustände bei der lernenden Person hervor (vgl. Schmitz & Wiese 1999, zit. nach Berger 2011, S. 21). Diese Phase hat zur Folge, dass Konsequenzen für weitere Handlungen gezogen und neue Lernziele formuliert werden, wodurch die Handlungsplanung in der präaktionalen Phase des folgenden Zyklus´ (im Sinne einer Lernstrategie- oder Zielabwandlung) beeinflusst wird. Damit wird nochmals der zyklische Charakter von Selbstregulationsprozessen deutlich.

Die folgende Abbildung 10 veranschaulicht das Prozessmodell der Selbstregulation nach Schmitz (2001).

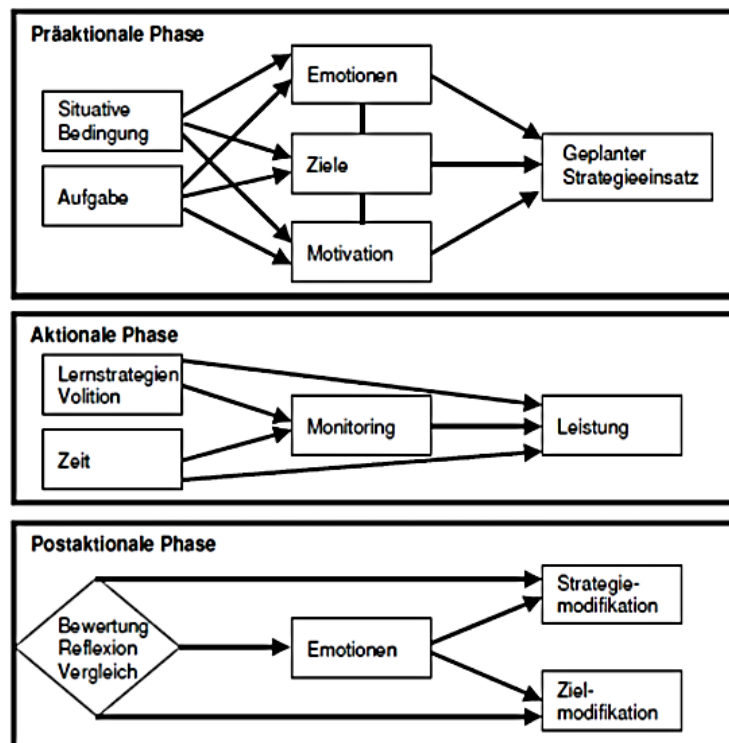


Abb. 10: Prozessmodell der Selbstregulation nach Schmitz (2001)
(vgl. Schmitz 2001, S. 183, zit. nach Berger 2011, S. 20)

Eine weitere Abbildung (Abb. 11) gibt einen Überblick über die zyklischen Phasen und Komponenten selbstregulierten Lernens in Anlehnung an Landmann und Schmitz (2007), sowie an Zimmerman (2002). In diesem Zusammenhang möchte ich auf den notwendigen Einsatz von Lernstrategien in der aktionalen Phase aufmerksam machen.



Abb. 11: Phasen selbstregulierten Lernens nach Landmann & Schmitz (2007)
und Zimmerman (2002)
(vgl. Nückles & Wittwer 2014, S. 237)

Schichtenmodelle der Selbstregulation

Im Vergleich zu den Prozessmodellen legen Schichtenmodelle nicht den Fokus auf den Verlauf der Handlungsregulationen, sondern auf verschiedene Regulations Ebenen. Obwohl zahlreiche Schichtenmodelle entwickelt wurden, scheint das *Drei-Schichten-Modell* von Boekaerts (1999) besondere Bedeutung zu erlangen.

Drei-Schichten-Modell nach Boekaerts (1999)

Boekaerts charakterisiert selbstreguliertes Lernen durch ein komplexes und wechselseitiges Zusammenspiel kognitiver, metakognitiver und motivationaler Regulationskomponenten, die auf drei verschiedene „Regulationsgegenstände“ (Landmann et al. 2009, S. 54), welche in ihrem Modell als konzentrische Ellipsen veranschaulicht werden, einwirken können. So stehen kognitive, metakognitive und motivationale Aspekte immer in Beziehung zu Tätigkeiten des selbstregulierten Lernens und damit zu verschiedenen Informationsverarbeitungskomponenten (vgl. z.B. Boekaerts 1996, zit. nach Germ 2008, S. 22; Boekaerts 1999, zit. nach Straka 2006, S. 394). Boekaerts entwickelte ihr Modell in Anlehnung an die Konzeption von Pintrich und Garcia (1994) und postulierte dabei die folgenden drei Regulationsbereiche (vgl. Boekaerts 1999, zit. nach Landmann et al. 2009, S. 54; Boekaerts 1999, zit. nach Germ 2008, S. 22f.; Boekaerts 1999, zit. nach Straka 2006, S. 394; Boekaerts 1999, zit. nach Wernke 2013, S. 29f.; Berger 2011, S. 15):

- Regulation des Verarbeitungsmodus: diese innerste Ellipse (siehe Abb. 12) repräsentiert den eigentlichen Informationsverarbeitungsprozess während des selbstregulierten Lernens. Für die Aufgabenbewältigung muss der Lernende über Faktenwissen und über eine adäquate Anwendbarkeit von Wissen verfügen, sowie kognitive Strategien – in Abhängigkeit von den Aufgabenanforderungen – angemessen auswählen und zum Einsatz bringen. Zu den kognitiven Strategien zählt Boekaerts Elaborations-, Wiederholungs- und Organisationsstrategien. Ihr zufolge haben bestehende Lernorientierungen (wie beispielsweise die Orientierung zu einer Tiefen- oder Oberflächenverarbeitung; vgl. Kap. 3.3.2) einen wesentlichen Einfluss auf die Auswahl und Anwendung der Lernstrategien. Der zugrundeliegende Regulationsgegenstand dieser Ebene ist die Informationsverarbeitung.
- Regulation der Lernprozesse: die mittlere Regulationsebene (siehe Abb. 12) schließt sowohl metakognitives Wissen, als auch metakognitive Strategien mit ein,

wodurch eingesetzte kognitive Strategien vom Lernenden kontrolliert werden sollen. Damit kann der Lernende seinen Lernprozess selbst planen, überwachen und steuern. Boekaerts fasst diese Aktivitäten unter dem Begriff der Kontrollstrategien zusammen. Sie betont aber ausdrücklich, dass nicht jeder/jede Lernende völlig selbstständig den Lernprozess steuern kann, sondern möglicherweise auf Hilfestellungen zurückgreifen muss. Der Bedarf nach externen Anleitungen kann Boekaerts zufolge große Variationen zwischen den Lernenden aufweisen. Als Regulationsgegenstand kann in diesem Fall der gesamte Lernvorgang betrachtet werden: dies wird auch in dem Modell deutlich, indem die zweite Ellipse die erste vollkommen einschließt.

- Regulation des Selbst: die äußerste Ebene (siehe Abb. 12) thematisiert die Regulation des Selbst, womit auch motivationale und volitionale Aspekte (und damit auch individuelle Bedürfnisse) im Rahmen selbstregulierten Lernens Berücksichtigung finden. Diese Schicht repräsentiert die Wahl von Zielen und Ressourcen der lernenden Person. Um dieser Regulationsschicht gerecht zu werden, müssen vom Lernenden zum einen konkrete Zielsetzungen erfolgen und zum anderen Ressourcen, wie beispielsweise genügend Ausdauer, zur Verfügung stehen. Diese Regulationsebene sorgt dafür, dass ein Lernverhalten begonnen wird (vgl. Boekaerts 2007, zit. nach Berger 2011, S. 15), aufrechterhalten bleibt und schließlich beendet wird, was Kuhl zufolge zusammenfassend als Volition bezeichnet werden kann (vgl. Kuhl 2001, zit. nach Berger 2011, S. 15f.). Tiaden fasst die drei Schichten Boekaerts' als Hierarchieebenen auf und sieht in der *Regulation des Selbst* die höchste Hierarchiestufe, da diese Regulationsschicht die beiden anderen Schichten umfasst und beeinflusst (vgl. Tiaden 2007, zit. nach Germ 2008, S. 26).

Die folgende Abbildung 12 zeigt eine übersichtliche Darstellung der drei Schichten des selbstregulierten Lernens nach Boekaerts.

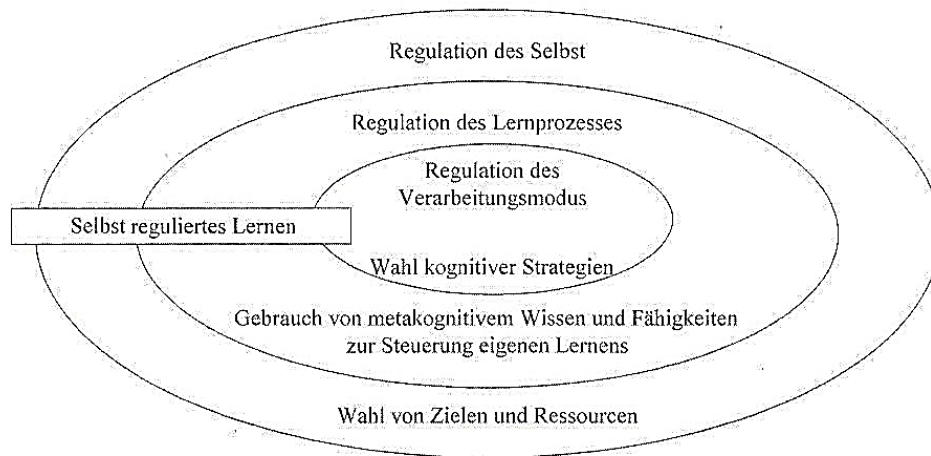


Abb. 12: Drei-Schichten-Modell des selbstregulierten Lernens nach Boekaerts (1999)
(vgl. Straka 2006, S. 394)

An dieser Stelle muss noch erwähnt werden, dass die drei Ebenen eng miteinander verknüpft sind und sich gegenseitig beeinflussen: beispielsweise kann die Lernmotivation (Regulation des Selbst) die Lernvorgehensweise (Regulation des Lernprozesses) erheblich beeinflussen. (vgl. Wernke 2013, S. 30) Lernstrategien können diesem Modell zufolge „als zentrale Komponenten sowohl zur Durchführung und Regulation kognitiver Prozesse der Informationsverarbeitung als auch zur motivationalen und volitionalen Kontrolle“ (Germ 2008, S. 26) charakterisiert werden.

Die folgende Abbildung 13 veranschaulicht den Zusammenhang zwischen Boekaerts' Konzept und den Lernstrategie-Klassifikationen aus Kapitel 3.3. Diese Einteilung wurde von Wernke (2013) vorgenommen, um das Konzept des selbstregulierten Lernens mit bedeutsamen Lernstrategieansätzen in Verbindung zu bringen.

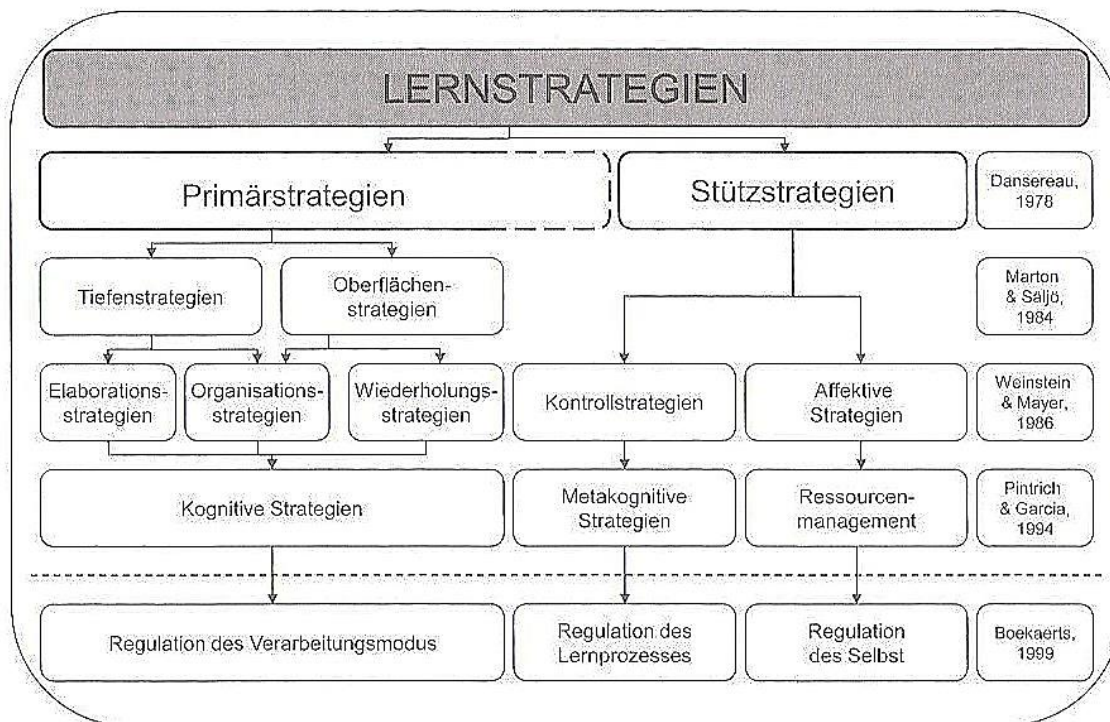


Abb. 13: Einteilung von Lernstrategien nach Dansereau (1978), Marton & Säljö (1984), Weinstein & Mayer (1986) und Pintrich & Garcia (1994) in Verbindung zum Drei-Schichten-Modell des selbstregulierten Lernens nach Boekaerts (1999) (vgl. Wernke 2013, S. 31)

Die Rolle der Lernstrategien in selbstregulierten Lernprozessen

Die bereits dargestellten Ansätze selbstregulierten Lernens machen den notwendigen Einsatz von Lernstrategien deutlich. Kognitive Strategien werden in allen Modellen als wesentliche Komponente erachtet, um den Informationsverarbeitungsprozess überhaupt zu ermöglichen. Ebenso werden metakognitive Strategien zur Überwachung und Steuerung von Lernprozessen als eine notwendige Voraussetzung erfolgreichen Lernens betont. Vor allem Zimmerman hebt in seinem Modell Überlegungen zu geeigneten Zielsetzungen während der Planungsphase hervor, was ihm zufolge eine wichtige Voraussetzung für erfolgreiches Lernen ist (vgl. Zimmerman 2000, zit. nach Germ 2008, S. 33). Ebenso werden Strategien zur motivationalen und volitionalen Lernprozessregulierung als wichtig erachtet, wie es beispielsweise Boekaerts' Modell aufzeigt (vgl. z.B. Boekaerts 1999, zit. nach Germ 2008, S. 33). Zusammenfassend kann also behauptet werden, dass der Lernstrategieeinsatz eine wichtige Rolle im Zuge selbstregulierten Lernens einnimmt. (vgl. Germ 2008, S. 33f.)

Lernstrategien lassen sich auch (unabhängig von den bereits angesprochenen Ansätzen) sehr allgemein in das Konzept des selbstregulierten Lernens einordnen.

Dazu muss eine Unterscheidung der Begrifflichkeiten *Struktur-* und *Prozesskomponenten* nach Friedrich und Mandl vorgenommen werden (vgl. Friedrich & Mandl 1997, zit. nach Germ 2008, S. 34):

- *Strukturkomponenten* umfassen stabile Lernvoraussetzungen sowohl kognitiver als auch motivationaler Art und sind damit bereits vor der eigentlichen Lernaktivität festgelegt. Beispielsweise lassen sich bestehendes Vorwissen oder Interesse als solche Komponenten anführen. (vgl. Germ 2008, S. 35f.)
- Im Gegensatz dazu kommen *Prozesskomponenten* erst innerhalb des aktuellen Lerngeschehens zum Ausdruck. Zu diesen Komponenten lassen sich neben kognitiven Aspekten auch „volitionale, motivationale und affektive Lernermerkmale“ (Germ 2008, S. 35) einordnen (vgl. z.B. Boekaerts 1999, zit. nach Germ 2008, S. 35). Lernstrategien können – den Überlegungen von Friedrich und Mandl folgend – als prozessbezogene Bestandteile in Form bestimmter Verhaltensweisen während des aktuellen Lernvorgangs klassifiziert werden (vgl. Friedrich & Mandl 1997, zit. nach Germ 2008, S. 35). Als weitere Prozesskomponenten werden Gegebenheiten der Lernumwelt, wie beispielsweise vorhandene Hilfestellungen, angeführt (vgl. z.B. Boekaerts 1999, zit. nach Germ 2008, S. 35).

Diese von Friedrich und Mandl hervorgebrachten Komponenten lassen sich ebenso in den Modellen von Zimmerman, Schmitz und Boekaerts finden, da auch in deren Ansätzen sowohl Komponenten der Lernvoraussetzungen als auch Komponenten im Zuge des tatsächlichen Lernvorgangs – wenn auch nur implizit – erwähnt werden (in Anlehnung an Germ 2008, S. 35).

In der folgenden Abbildung 14 sollen – dem Ansatz von Friedrich und Mandl folgend – die vielfältigen Komponenten selbstregulierten Lernens nochmals veranschaulicht und die zentrale Position der Lernstrategien verdeutlicht werden. Ebenso soll die Abbildung das notwendige Zusammenspiel zwischen Struktur- und Prozesskomponenten (vgl. Germ 2008, S. 35) aufzeigen.

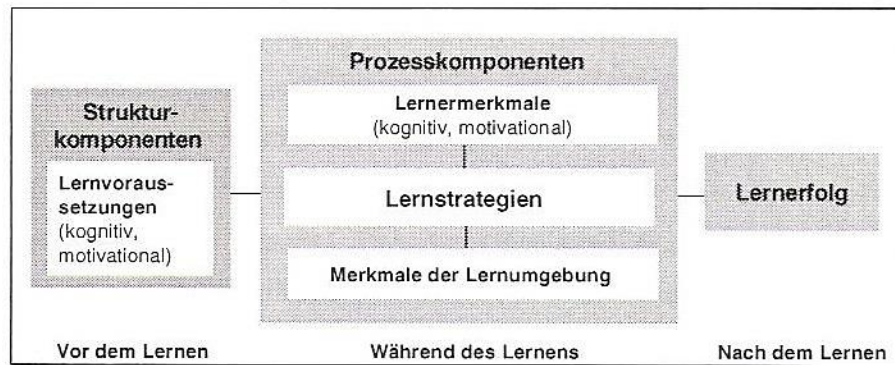


Abb. 14: Lernstrategien als zentrale Prozesskomponenten im Rahmen selbstregulierten Lernens (vgl. Germ 2008, S. 36)

Abbildung 14 lässt erkennen, dass Lernstrategien als „zentrale und notwendige Prozesskomponenten“ (Germ 2008, S. 36) im Rahmen selbstregulierten Lernens angesehen werden und – anstatt einer isolierten Betrachtung – in einer ständigen Beziehung zu Struktur- und weiteren Prozesskomponenten stehen (vgl. Germ 2008, S. 36).

Zusammenfassend kann behauptet werden, dass der Lernstrategieeinsatz ein wesentliches Kernstück für erfolgreiches selbstreguliertes Lernen darstellt (vgl. z.B. Simons 1992, zit. nach Kühnl 2008, S. 35). Deshalb sollen auch im Rahmen der unterrichtspraktischen Lernstrategievermittlung relevante Aspekte und Überlegungen des selbstregulierten Lernens berücksichtigt werden (in Anlehnung an Kühnl 2008, S. 35).

3.6.3 Bezug zum Lehrplan der AHS

Aufbau des AHS-Lehrplans

Der allgemeine Teil des AHS-Lehrplans betrifft die gesamte AHS und besteht aus den drei Bereichen *Allgemeines Bildungsziel*, *Allgemeine Didaktische Grundsätze*, sowie *Schul- und Unterrichtsplanung* und bestimmt damit „Verbindlichkeiten, Verantwortlichkeiten und Freiräume bei der Umsetzung des Lehrplans“ (Internetquelle 5, S. 1). Das *Allgemeine Bildungsziel* umfasst beispielsweise unterschiedliche Bildungsbereiche (Sprache und Kommunikation, Mensch und Gesellschaft, usw.). Die *Allgemeinen Didaktischen Grundsätze* beinhalten beispielsweise grundlegende Vorgaben zum Förderunterricht oder allgemeine Richtlinien zur Leistungsbeurteilung. Der dritte Teil, *Schul- und Unterrichtsplanung*, bestimmt beispielsweise sehr konkret die Inhalte des Kern- und Erweiterungsbereiches. Eine

Ergänzung spezifischer Inhalte für die AHS-Oberstufe ermöglichte es, den allgemeinen Teil des Lehrplans in der aktuell bestehenden Form sowohl für die Unterstufe als auch für die Oberstufe gültig zu machen. An dieser Stelle soll darauf hingewiesen werden, dass in der originalen Verfassung des allgemeinen Lehrplans sämtliche Ergänzungen für die AHS-Oberstufe (aus dem Jahr 2004) in gelber Farbe hervorgehoben sind. (vgl. Internetquelle 4) Diese gelben Markierungen werden jedoch in den folgenden Textauszügen nicht übernommen, da einerseits diese Neuerungen für den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit nicht relevant sind und andererseits die – für diese Arbeit – wesentlichen Inhalte mit grauer Texthervorhebungsfarbe markiert werden. Um Missverständnisse und unübersichtliche Textmarkierungen zu vermeiden, werden deshalb in weiterer Folge lediglich diejenigen Stellen des Lehrplans farblich hervorgehoben, welche für die Thematiken „selbstreguliertes Lernen“ und „Lernstrategien“ entscheidend sind. Wie in einem späteren Abschnitt dieses Kapitels deutlich wird, gibt vor allem der allgemeine Teil des Lehrplans zahlreiche Hinweise auf das Konzept des *Selbstregulierten Lernens*, als auch auf den notwendigen Einsatz von *Lernstrategien*.

Auf diesen allgemeinen Teil des Lehrplans folgt der 4. Teil, welcher die Stundentafeln (Autonomiestundentafeln und subsidiäre Stundentafeln) aller Schulformen der Unter- und Oberstufe festlegt und damit das Stundenausmaß der Unterrichtsgegenstände bestimmt (vgl. Internetquelle 4). Da dieser Teil des Lehrplans für die Inhalte der vorliegenden Arbeit keine relevanten Aspekte beinhaltet, wird auf eine ausführliche und aktuelle Übersicht der Stundentafeln auf Dokumente der Internetquelle 4 verwiesen.

Alle weiteren Inhalte des Lehrplans müssen aufgrund variierender Aspekte für die Unterstufe und Oberstufe getrennt betrachtet werden.

AHS-Unterstufe

Der für die AHS-Unterstufe folgende 5. Teil des Lehrplans (Lehrpläne für den Religionsunterricht) weist keinen relevanten Bezug zu der vorliegenden Arbeit auf, weshalb auch an dieser Stelle für eine nähere Erläuterung auf Internetquelle 4 und die darin enthaltenen Dokumente verwiesen wird.

Der letzte Teil des Lehrplans der AHS-Unterstufe (6. Teil) umfasst die Lehrpläne der einzelnen Unterrichtsgegenstände, wobei die zahlreichen Lehrpläne den folgenden Bereichen (A-E) zugeordnet werden (vgl. Internetquelle 4):

- A) Lehrpläne für die Pflichtgegenstände (z.B. Chemie, Deutsch, Mathematik, usw.): der Unterstufen-Lehrplan für den Pflichtgegenstand *Mathematik* wird in einem späteren Teil dieses Kapitels herangezogen, um darin enthaltene Aspekte zum selbstregulierten Lernen und zu Lernstrategien zu erläutern.
- B) verbindliche Übungen (Berufsorientierung)
- C) Freigegegenstände (z.B. Geometrisches Zeichnen)
- D) unverbindliche Übungen (wie Freigegegenstände, ausgenommen sind jedoch „Fremdsprachen“ und „Geometrisches Zeichnen“)
- E) Lehrpläne für die Pflichtgegenstände der Sonderformen-Unterstufe (z.B. Gymnasium unter bes. Berücksichtigung der musischen Ausbildung: Musikerziehung – Chor)

AHS-Oberstufe

Dem bereits erwähnten 4. Teil des Lehrplans (Studentafeln) folgen die zahlreichen Lehrpläne der einzelnen Unterrichtsgegenstände der AHS-Oberstufe. Ebenso wie die Lehrpläne der AHS-Unterstufe, weisen auch die Fach-Lehrpläne der AHS-Oberstufe folgende Komponenten auf (vgl. Internetquelle 7):

- **Titel** (Bezeichnung des Unterrichtsgegenstands): Pflichtgegenstand oder Wahlpflichtgegenstand
- **Bildungs- und Lehraufgabe:** dieser Teile beschreibt vor allem wesentliche Ziele, welche Lernende in dem Unterrichtsfach erreichen sollen.
- **Didaktische Grundsätze:** diese Bestimmungen geben fachspezifische Hinweise für Lehrkräfte, wie beispielsweise didaktische Anmerkungen zur Unterrichtsgestaltung.
- **Lehrstoff:** dieser wird nach Schulstufen (5., 6., 7., und 8. Klasse) bzw. nach fachspezifischen Themenbereichen/Kapiteln strukturiert. Die Vorgaben des Lehrstoffs verdeutlichen die zu erreichenden Lernziele der SchülerInnen, wobei die zeitliche Gewichtung und die konkrete Lehrstoffumsetzung von den Lehrkräften vorgenommen werden.

Im Folgenden soll die Einteilung der Lehrpläne in größere Bereiche verdeutlicht werden (vgl. Internetquelle 7):

- **Lehrpläne für die Pflichtgegenstände:** z.B. Geographie und Wirtschaftskunde, Mathematik, Physik, Psychologie und Philosophie, usw. Der Oberstufen-Lehrplan für den Pflichtgegenstand *Mathematik* wird in einem späteren Abschnitt dieses Kapitels genauer analysiert, um darin enthaltene Komponenten zum selbstregulierten Lernen und zu Lernstrategien herauszuarbeiten.
- **Lehrpläne für die Wahlpflichtgegenstände (Zusätzlich als alternative Pflichtgegenstände in der Oberstufe):** z.B. Lebende Fremdsprache, Informatik, Darstellende Geometrie, usw.
- **Zur Vertiefung und Erweiterung des Bildungsinhaltes von Pflichtgegenständen:** z.B. Deutsch, Mathematik, Biologie und Umweltkunde, Psychologie und Philosophie, usw.
- **Freigegenstände/Unverbindliche Übungen:** z.B. Lebende Fremdsprache, Griechisch, usw.
- **Unverbindliche Übung:** Deutsch als Zweitsprache
- **Lehrpläne für ausgewählte Pflichtgegenstände der Sonderformen:** z.B. Werkschulheim (Mechatronik/Werkstätte), Gymnasium unter bes. Berücksichtigung der musischen Ausbildung (Musikerziehung – Oberstufe), usw.

Das Konzept des Selbstregulierten Lernens und die Berücksichtigung von Lernstrategien im Lehrplan der AHS

In diesem Abschnitt werden sowohl der allgemeine Teil der Lehrplans, als auch der Unterstufen- und Oberstufenlehrplan für den Pflichtgegenstand *Mathematik* analysiert, um darin enthaltene Forderungen zum selbstregulierten Lernen und ebenso zum Lernstrategieeinsatz zu untersuchen. Die dafür aussagekräftigen Textstellen des Lehrplans werden in grauer Farbe hervorgehoben.

Allgemeiner Teil des Lehrplans

Bei der genauen Analyse des allgemeinen Teils des Lehrplans kann im ersten Abschnitt *Allgemeines Bildungsziel* der 3. Punkt „Leitvorstellungen“ (Internetquelle 5, S. 1) im Hinblick auf selbstreguliertes Lernen genauer betrachtet werden. Dieser Bereich betont die Förderung selbstregulierten Lernens, wie es folgendes Zitat belegt:

„Die Wahrnehmung von demokratischen Mitsprache- und Mitgestaltungsmöglichkeiten in den unterschiedlichen Lebens- und Gesellschaftsbereichen erfordert die Befähigung zur sach- und wertbezogenen Urteilsbildung und zur Übernahme sozialer Verantwortung. Zur Entwicklung dieser Fähigkeiten ist in hohem Maße Selbstsicherheit sowie selbst bestimmtes und selbst organisiertes Lernen und Handeln zu fördern.“ (Internetquelle 5, S. 2)

Obwohl in diesem Textauszug die Begriffe „selbst bestimmtes“ und „selbst organisiertes“ Lernen verwendet werden, können diese Aussagen – mit dem Hintergrundwissen oftmals verwendeter Synonyme zum selbstregulierten Lernen (vgl. Kap. 3.6.1) – auf die vorliegende Thematik *selbstregulierten Lernens* übertragen werden.

Der 4. Aspekt „Aufgabenbereiche der Schule“ (Internetquelle 5, S. 2) fordert im Rahmen der *Wissensvermittlung* ebenso die Fähigkeit der eigenständigen und aktiven Wissensaneignung, wie es folgender Lehrplanauszug verdeutlicht:

„Zur Vermittlung fundierten Wissens als zentraler Aufgabe der Schule sollen die Schülerinnen und Schüler im Sinne eines lebensbegleitenden Lernens zur selbstständigen, aktiven Aneignung, aber auch zu einer kritisch-prüfenden Auseinandersetzung mit dem verfügbaren Wissen befähigt und ermutigt werden.“ (Internetquelle 5, S. 2)

Ein weiterer Auszug dieses Aufgabenbereichs verdeutlicht ebenso (wenn auch nicht explizit) die Notwendigkeit der selbstregulierten Lernsteuerung. Vor allem der Hinweis auf die Kontrolle des Lernerfolgs lässt einen Zusammenhang mit den Konzepten zum selbstregulierten Lernen aus dem Abschnitt 3.6.2 erkennen:

„Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, in altersadäquater Form Problemstellungen zu definieren, zu bearbeiten und ihren Erfolg dabei zu kontrollieren.“ (Internetquelle 5, S. 2)

Der zweite Teil des allgemeinen Lehrplans, welcher unter *Allgemeine Didaktische Grundsätze* zusammengefasst wird, führt als 6. Punkt „Stärken von Selbsttätigkeit und Eigenverantwortung“ (Internetquelle 5, S. 6) an. Diese Forderung des Lehrplans kann das Kernstück der vorliegenden Arbeit untermauern und soll in den folgenden Ausschnitten belegt werden:

„Auch durch bloße Übernahme von Erfahrungen anderer können das Wissen, Können und Erleben erweitert werden. Im Unterricht ist durch das Schaffen einer entsprechenden Lernatmosphäre - nicht zuletzt auf Grund der wachsenden Bedeutung dynamischer Fähigkeiten - die selbsttätige und selbstständige Form des Lernens besonders zu fördern. Dafür bieten sich auch projektartige und offene Lernformen an.“ (Internetquelle 5, S. 6)

„Die Vermittlung von Lerntechniken ist eine unabdingbare Voraussetzung für selbsttätiges Erarbeiten von Kenntnissen und Fertigkeiten, dient aber auch dem Zweck, eine Basis für den lebensbegleitenden selbstständigen Bildungserwerb zu legen. Bei der Gestaltung des Unterrichts ist darauf zu achten, dass für die Präsentation individuellen Wissens Möglichkeiten geboten werden.“ (Internetquelle 5, S. 6)

„Schülerinnen und Schüler sind in zunehmendem Ausmaß zu befähigen, adäquate Recherchestrategien anzuwenden und Schulbibliotheken, öffentliche Bibliotheken sowie andere Informationssysteme real und virtuell zur selbstständigen Erarbeitung von Themen in allen Gegenständen zu nutzen.“ (Internetquelle 5, S. 6)

Der dritte Teil des allgemeinen Lehrplans *Schul- und Unterrichtsplanung* beinhaltet neben vielen weiteren Aspekten auch Angaben zum „Betreuungsplan für ganztägige Schulformen“ (Internetquelle 5, S. 12). Dabei wird unter anderem folgender Aspekt gefordert:

„Die Schülerinnen und Schüler sollen durch gezielte individuelle Förderung, durch partnerschaftliche Lernformen sowie durch die Vermittlung von Lerntechniken in ihrer Lernbereitschaft und Lernmotivation gefördert werden, [...]“ (Internetquelle 5, S. 12)

In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, dass Lerntechniken als Teilkomponenten von Lernstrategien verstanden und den Strategien untergeordnet werden (vgl. Kap. 3.1). Damit lässt sich auch das zuletzt genannte Zitat auf die Thematik der Lernstrategien übertragen.

AHS-Lehrplan für den Pflichtgegenstand „Mathematik“ – Unterstufe

Neben dem allgemeinen Teil des Lehrplans kann auch der Unterstufen-Lehrplan für den Unterrichtsgegenstand *Mathematik* auf mögliche Hinweise selbstregulierten Lernens bzw. auf die Notwendigkeit des Lernstrategieeinsatzes untersucht werden. Auszüge aus dem Lehrplan sollen wesentliche Aspekte verdeutlichen, welche wiederum mit grauer Farbe hervorgehoben sind.

Der folgende Textauszug aus dem Bereich *Bildungs- und Lehraufgabe* betont einerseits die Notwendigkeit selbstständig durchgeführter Lernprozesse (wodurch ein Zusammenhang zum selbstregulierten Lernen besteht) und andererseits wird darin erstmals der Begriff „Lernstrategien“ explizit angeführt:

„Die Schülerinnen und Schüler sollen

- in Verfolgung entsprechender Lernziele produktives geistiges Arbeiten, Argumentieren und exaktes Arbeiten, kritisches Denken, Darstellen und Interpretieren als mathematische Grundtätigkeiten durchführen, wobei sie dazu hingeführt werden sollen, Lernprozesse selbstständig zu gestalten;
- durch das Benutzen entsprechender Arbeitstechniken, Lernstrategien und heuristischer Methoden Lösungswege und -schritte bei Aufgaben und Problemstellungen planen und in der Durchführung erproben;“
(Internetquelle 6, S. 1)

Die darin geforderte selbstständige Gestaltung von Lernprozessen kann sehr gut mit den bereits dargestellten Überlegungen selbstregulierten Lernens erfüllt werden. Ebenso wird an dieser Stelle des Lehrplans erstmals ausdrücklich auf den Einsatz von Lernstrategien hingewiesen.

Ein weiterer Aspekt „Systematisches und situationsbezogenes Lernen, verständnisvolles Lernen“ (Internetquelle 6, S. 2) aus dem Bereich *Didaktische Grundsätze* soll an dieser Stelle erwähnt und zitiert werden:

„Ein konstruktives Verhältnis der Schülerinnen und Schüler zur Mathematik soll gefördert werden. Verständnisvolles Lernen ist ein individueller, aktiver und konstruktiver Prozess. Die Schülerinnen und Schüler sind nicht Konsumierende eines fix vorgegebenen Wissens, sondern Produzierende ihres Wissens, mit Betonung auf aktives Erarbeiten, Erforschen, Darstellen, Reflektieren. Mathematische Begriffe und Verfahren werden durch die eigenen Aktivitäten von den Schülerinnen und Schülern in ihr Wissenssystem eingebaut.“ (Internetquelle 6, S. 2)

Die in diesem Absatz erwähnte Eigenaktivität der lernenden Person lässt sich mit der notwendigen aktiven Komponente selbstregulierter Lernprozesse, wie sie in den Definitionen von Weinert, Knowles, Konrad und Traub in Kapitel 3.6.1 erläutert wurde, in Verbindung bringen.

AHS-Lehrplan für den Pflichtgegenstand „Mathematik“ – Oberstufe

In dem Bereich *Bildungs- und Lehraufgabe* werden im Lehrplan der Oberstufe unterschiedliche „Aspekte der Mathematik“ (Internetquelle 8, S. 1) angeführt, wobei unter dem nun angeführten Gesichtspunkt die notwendige Förderung und Vermittlung von Strategien und Arbeitstechniken ausdrücklich erwähnt wird:

„Schöpferisch - kreativer Aspekt:

Mathematik ist eine Schulung des Denkens, in der Arbeitstechniken vermittelt, Strategien aufgebaut, Phantasie angeregt und Kreativität gefördert werden“ (Internetquelle 8, S. 1)

Auch wenn in diesem Textauszug nicht wortwörtlich auf Lernstrategien hingewiesen wird, kann die Vermittlung von Arbeitstechniken und der Aufbau von Strategien in den Bereich der Lernstrategieaneignung eingeordnet werden.

Ebenso wie die *Didaktischen Grundsätze* im Lehrplan der Unterstufe die Eigenaktivität der Lernenden betont, stellt auch der folgende letzte Auszug aus dem Bereich

Didaktische Grundsätze aus dem Oberstufen-Lehrplan den Aspekt der Eigenaktivität in den Vordergrund. Der folgende Ausschnitt aus dem Oberstufen-Lehrplan weist starke Parallelen zu dem Textauszug des Unterstufen-Lehrplans (siehe S. 97) auf:

„Im Mathematikunterricht soll verständnisvolles Lernen als individueller, aktiver und konstruktiver Prozess im Vordergrund stehen. Die Schülerinnen und Schüler sollen durch eigene Tätigkeiten Einsichten gewinnen und so mathematische Begriffe und Methoden in ihr Wissenssystem einbauen.“
(Internetquelle 8, S. 2)

Die in diesem Kapitel 3.6.3 erläuterten Vorgaben und Forderungen des Lehrplans zeigen nachweislich die Relevanz von Lernstrategien und die Notwendigkeit selbstregulierter Lernprozesse in der Unterrichtspraxis und sollen bei der Gestaltung des Unterrichts durch die Lehrkraft Berücksichtigung finden.

4. Kognitive, metakognitive und ressourcenbezogene Lernstrategien: Bedeutung für den Mathematikunterricht

Da die Einteilung in kognitive, metakognitive und ressourcenbezogene Lernstrategien eine sehr übersichtliche und anerkannte Klassifikation von Lernstrategien darstellt, soll diese Systematik nun als Ausgangsbasis des praxisorientierten Zugangs dienen.

In dem Kapitel 3.3.3 wurden deshalb bereits die beiden kognitionspsychologischen Klassifikationen von Weinstein und Mayer (1986), sowie von Pintrich und Garcia (1994) in groben Zügen vorgestellt. In diesem 4. Kapitel wird der Schwerpunkt darauf gelegt, zugrundeliegende theoretisch vielversprechende Lernstrategien in der Praxis sichtbar zu machen, indem praktische Bezüge zum Mathematikunterricht hergestellt werden: dies soll durch die Demonstration geeigneter Unterrichtsbeispiele erreicht werden. Das Kapitel 4 ist grundsätzlich nach der Einteilung von Pintrich und Garcia aufgebaut (kognitive, metakognitive und ressourcenbezogene Lernstrategien) und beinhaltet in den einzelnen Abschnitten die entsprechenden klassifizierten Lernstrategien nach Weinstein und Mayer. Die folgende Abbildung 15 soll diese kognitionspsychologischen Klassifikationen für die weitere inhaltliche Auseinandersetzung nochmals in Erinnerung rufen.

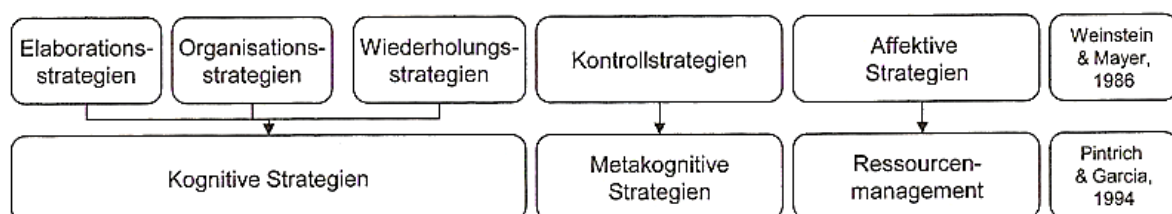


Abb. 15: Übersicht der Lernstrategien nach Weinstein & Mayer (1986) und Pintrich & Garcia (1994)

(vgl. Wernke 2013, S. 29)

Wie bereits im Kapitel 3.3.3 angedeutet wurde, sprechen Weinstein und Mayer davon, dass Lernstrategien den Enkodierungsprozess beeinflussen (vgl. Weinstein & Mayer 1986, S. 316). Der Enkodierungsprozess fasst ihnen zufolge diejenigen Lernvorgänge zusammen, welche im Zuge der Informationsverarbeitung stattfinden (vgl. Leopold 2009, S. 54f.): „Encoding process – including internal cognitive processes during learning such as how the learner selects, organizes, and integrates new information.“ (Weinstein & Mayer 1986, S. 316) Dementsprechend gliedert sich die Enkodierung in die Selektion, Aneignung, Konstruktion und Integration von Informationen (vgl. Weinstein & Mayer 1986, S. 317).

Die *Informationsselektion* sorgt für eine relevante Auswahl an Informationen, welche von den Sinnesrezeptoren in das Arbeitsgedächtnis übertragen werden. Im Vergleich dazu besteht die *Informationsaneignung* (Speicherung) darin, dass die lernende Person aktiv die Informationen vom Arbeitsgedächtnis in das Langzeitgedächtnis transferiert. Die aktive Verknüpfung der Informationen wird unter dem Prozess der *Konstruktion* beschrieben: damit sollen die Inhalte des Arbeitsgedächtnisses untereinander zusammengefügt werden, indem sich beispielsweise „Organisationseinheiten oder Schemata“ (Wild 2000, S. 30) entwickeln. Zuletzt stellt die *Informationsintegration* die wichtige Aufgabe dar, zwischen neuen Informationen (aus dem Arbeitsgedächtnis) und bereits vorhandenen Wissenselementen (im Langzeitgedächtnis) aktiv Beziehungen und Verbindungen herzustellen. (vgl. Weinstein & Mayer 1986, S. 317)

Um den Anforderungen der einzelnen Enkodierungskomponenten gerecht zu werden, wurden von Weinstein und Mayer die bereits angesprochenen Kategorien von Lernstrategien entwickelt (vgl. Kap. 3.3.3). Während sich Wiederholungsstrategien vor allem auf die Selektion und Speicherung von Informationen beziehen, richten sich Organisations- und Elaborationsstrategien hauptsächlich auf die Konstruktion und Integration der Inhalte. Kontrollstrategien und affektive bzw. motivationale Lernstrategien sind Weinstein und Mayer zufolge bei allen vier Komponenten des Enkodierungsprozesses entscheidend. (vgl. Weinstein & Mayer 1986, S. 317)

Wird die Klassifikation von Weinstein und Mayer genauer unter die Lupe genommen, so lässt sich feststellen, dass jeweils eine der drei Verarbeitungsformen (Wiederholungs-, Elaborations-, und Organisationsstrategie) mit der Komplexität der Aufgabenstellung kombiniert wird (vgl. Wild 2000, S. 30). Weinstein und Mayer unterscheiden dabei einfache und komplexe Lernaufgaben. Als einfache Aufgabe wird beispielsweise das Auswendiglernen von Vokabeln oder Jahreszahlen angeführt (vgl. Germ 2008, S. 53). Da Untersuchungen bereits zeigen konnten, dass das reine Reproduzieren von gelernten Inhalten leicht fällt, kann somit in dieser Hinsicht das reine Reproduzieren von mathematischen Formeln zu den einfachen Lernaufgaben gezählt werden. Als komplexe Lernaufgabe wird hingegen beispielsweise das Lernen mit Sachtexten oder die Auseinandersetzung mit umfangreichen Aufgabenstellungen erwähnt, welche auch ein Verstehen der Lerninhalte fordern (vgl. Germ 2008, S. 53; Wild 2000, S. 30). Als komplexe Aufgaben des Mathematikunterrichts können beispielsweise Textaufgaben erwähnt werden. Bei den Kontrollstrategien, sowie affektiven bzw. motivationalen Strategien kann diese Unterteilung nach der

Komplexität der Aufgabe nicht vorgenommen werden, da sich diese Strategiegruppen nicht direkt auf den Wissenserwerb beziehen, sondern den gesamten Lernprozess unterstützen (vgl. Wild 2000, S. 30).

Die folgende Abbildung 16 soll einen Überblick über die von Weinstein und Mayer (1986) postulierten Lernstrategien geben und kann als eine Vervollständigung zu den in Kapitel 3.3.3 erläuterten Strategiegruppen gesehen werden.

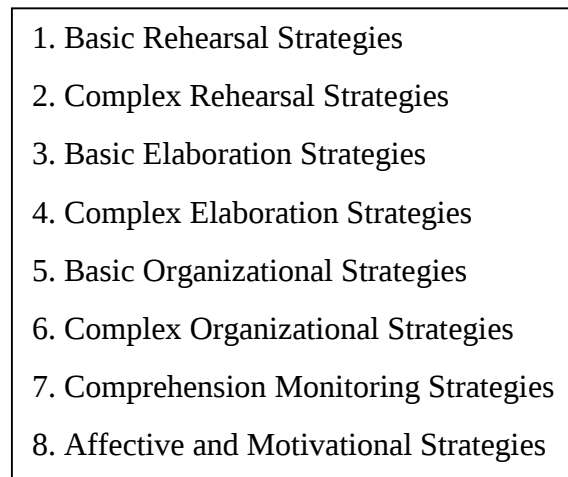
- 
1. Basic Rehearsal Strategies
 2. Complex Rehearsal Strategies
 3. Basic Elaboration Strategies
 4. Complex Elaboration Strategies
 5. Basic Organizational Strategies
 6. Complex Organizational Strategies
 7. Comprehension Monitoring Strategies
 8. Affective and Motivational Strategies

Abb. 16: Acht Kategorien von Lernstrategien nach Weinstein & Mayer (1986)
(vgl. Weinstein & Mayer 1986, S. 316)

An dieser Stelle soll bereits darauf hingewiesen werden, dass im deutschsprachigen Raum Wild und Schiefele (1994) die Konzeption von Pintrich et al. in deren Forschung integrierten und den Fragebogen „Inventar zur Erfassung von Lernstrategien im Studium (LIST)“ (Artelt 2000, S. 22) erstellten, um kognitive, metakognitive und ressourcenbezogene Lernstrategien zu untersuchen (vgl. Artelt 2000, S. 22; Germ 2008, S. 58f.; Landmann et al. 2009, S. 56).

In den folgenden Abschnitten wird zunächst jede klassifizierte Lernstrategie detailliert beschrieben, bevor Beispiele für den Mathematikunterricht angeführt werden.

4.1 Kognitive Lernstrategien und der Einsatz im Mathematikunterricht

In Anlehnung an die Konzeption von Weinstein und Mayer unterscheiden auch Pintrich et al. Wiederholungsstrategien, Organisationsstrategien und Elaborationsstrategien, fügen jedoch die Kategorie „kritisches Denken“ hinzu (vgl. Pintrich et al. 1993, zit. nach Leopold 2009, S. 59). Diese zusätzliche Kategorie wird in der Literatur oft mit dem Begriff „kritisches Prüfen“ bezeichnet, welcher auch für die vorliegende Arbeit übernommen wird. Ob diese Lernstrategie der kognitiven oder metakognitiven Strategiegruppe zugeordnet wird, kann nicht eindeutig geklärt werden: während Pintrich et al. „kritisches Prüfen“ einerseits unter den kognitiven Strategien anführen, ordnen sie diese Strategiegruppe in einem anderen Werk den metakognitiven Strategien zu (vgl. Leopold 2009, S. 60). Diese Uneinigkeit erklärt möglicherweise auch, warum Wernke (2013) in seiner Zuordnung die Kategorie „kritisches Prüfen“ nicht erfasst. An dieser Stelle soll darauf aufmerksam gemacht werden, dass die Abbildungen 7, 8 und 15 die Kategorie „kritisches Prüfen“ nicht beinhalten. Die Lernstrategie „kritisches Prüfen“ wird in der Literatur nicht eindeutig klassifiziert, soll jedoch im Rahmen der vorliegenden Arbeit den kognitiven Lernstrategien zugeordnet werden.

4.1.1 Wiederholungsstrategien

Wiederholungsstrategien, welche Weinstein und Mayer als „Basic/Complex Rehearsal Strategies“ (Weinstein & Mayer 1986, S. 316) bezeichnen, werden dann praktiziert, wenn konkrete Informationen von der lernenden Person aktiv wiederholt werden, indem sie bestimmte Inhalte beispielsweise immer wieder (innerlich oder laut) vor sich hersagt. Auch das mehrfache Abschreiben relevanter Informationen kann als Wiederholungsstrategie angeführt werden. Aufgrund zahlreicher Wiederholungen wird es ermöglicht, neue Wissensinhalte aus dem Arbeitsgedächtnis in das Langzeitgedächtnis zu übertragen. (vgl. Beddies 2006, S. 12; Friedrich & Mandl 1992, S. 11) Aus den Überlegungen des Kapitels 3. 4 „Entwicklung von Lernstrategien während der Schulzeit“ kann geschlossen werden, dass Wiederholungsstrategien bereits in der AHS-Unterstufe angewendet und ebenso in der AHS-Oberstufe gefördert werden sollten.

Wiederholungsstrategien dienen einer möglichst genauen Speicherung von Informationen und sorgen weniger für ein Verständnis der Lerninhalte (vgl. Wernke

2013, S. 19). Wiederholungsstrategien werden deshalb vor allem bei einfachen Lernaufgaben als sinnvoll erachtet (vgl. Wild 2000, S. 37). Um Verbindungen zwischen Lerninhalten herzustellen bzw. um neue Inhalte in bereits bestehendes Wissen zu integrieren, sind Wiederholungsstrategien nicht geeignet (vgl. Pintrich et al. 1991, zit. nach Wild 2000, S. 37). Obwohl Wiederholungsstrategien aufgrund deren Oberflächenorientierung in der Didaktik oftmals wenig geschätzt werden, soll an dieser Stelle ein wichtiger Hinweis von Steiner angeführt werden: ihm zufolge sind die meisten Lernvorgänge auf wiederholende Lernaktivitäten angewiesen. (vgl. Steiner 2006, S. 101) Den Wiederholungsstrategien wird demnach eine wesentliche Rolle zugesprochen, da sie das Fundament für komplexe, elaborative Lernaktivitäten bilden (vgl. Wernke 2013, S. 19). Die Effektivität von Wiederholungsstrategien konnte bereits in einer Untersuchung im Jahr 1983 erforscht werden: dabei wurde festgestellt, dass der vermehrte Einsatz von Wiederholungsstrategien zu einer Verbesserung der Gedächtnisleistung führt (vgl. Brown et al. 1983, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 12). Diese Überlegungen haben auch relevante Bedeutung für die in weiterer Folge angeführten Definitionen, Sätze und Formeln aus dem Mathematikunterricht: um komplexe Mathematikaufgaben erfolgreich zu lösen, müssen Definitionen, Sätze und Formeln von den SchülerInnen problemlos herangezogen werden können.

Lernen von Definitionen im Mathematikunterricht

Bei einfachen Anforderungen – wie beispielsweise beim Vokabellernen – kann das wiederholte Benennen der Vokabeln als Wiederholungsstrategie angeführt werden. Als Wiederholungsstrategie kann ebenso das mehrfache Aufsagen bedeutsamer Definitionen dienen (vgl. Nückles & Wittwer 2014, S. 238). Da Definitionen im Mathematikunterricht einen besonderen Stellenwert haben und diese von den SchülerInnen verinnerlicht werden müssen, werden an dieser Stelle exemplarisch vier Definitionen aus dem Mathematikunterricht der AHS-Oberstufe angeführt. In diesem Zusammenhang scheint eine direkte Förderung von Wiederholungsstrategien angebracht, was bedeutet, dass die Lehrkraft die SchülerInnen auf regelmäßiges und häufiges Wiederholen der Definitionen aufmerksam machen muss. Bei den folgenden angeführten Definitionen muss man stets die Anmerkung von Steiner im Hinterkopf behalten, dass wiederholende Lernaktivitäten die notwendige Basis für komplexe Aufgabenstellungen bilden: um beispielsweise Textaufgaben zur Differentialrechnung lösen zu können, müssen den SchülerInnen die Definitionen des Differenzen- und Differentialquotienten soweit vertraut sein, dass sie mit deren Hilfe vorliegende Aufgaben lösen können.

Definition: $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$

Die Definitionen von $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ und $\tan \alpha$ werden in der 5. Klasse AHS eingeführt. Da diese Definitionen für viele weitere Inhalte (z.B. für Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken, Figuren und Körpern) verwendet werden, müssen diese von den SchülerInnen mit den genannten Wiederholungstechniken (häufiges Aufsagen und/oder mehrmaliges Abschreiben der Definition) besonders gut eingeprägt werden.

Definition In einem rechtwinkligen Dreieck mit dem Winkelmaß α , der Hypotenusenlänge H , der Gegenkathetenlänge G und der Ankathetenlänge A setzt man:

$$\sin \alpha = \frac{G}{H}, \quad \cos \alpha = \frac{A}{H}, \quad \tan \alpha = \frac{G}{A}$$

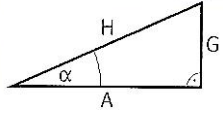


Abb. 17: Definition von $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ und $\tan \alpha$
(vgl. Malle et al. 2010a, S. 83, 5.Klasse)

Definition: reelle Funktion

In der 5. Klasse AHS wird der Themenbereich „Reelle Funktionen“ aufgearbeitet. Da der Begriff der Funktion im Allgemeinen für den Mathematikunterricht sehr wichtig ist und von der 5. bis zur 8. Klasse AHS in verschiedensten Situationen Anwendung findet, soll auch die Definition einer reellen Funktion an dieser Stelle angeführt werden.

Definition Sei A eine Menge von reellen Zahlen. Wird jeder Zahl $x \in A$ genau eine Zahl $y \in \mathbb{R}$ zugeordnet, so heißt diese Zuordnung (reelle) Funktion.

Abb. 18: Definition reelle Funktion (vgl. Malle et al. 2010a, S. 126, 5. Klasse)

Definition: Logarithmus

Da auf dem Begriff des Logarithmus, der in der 6. Klasse AHS zum ersten Mal eingeführt wird, viele weitere Anwendungen im Mathematikunterricht aufbauen (z.B. Logarithmusfunktionen), ist es von großer Bedeutung, dass die SchülerInnen mit diesem Begriff vertraut werden und sich die folgende Definition gut einprägen.

Definition Seien $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $a \neq 1$. Die Hochzahl, mit der man a potenzieren muss, um b zu erhalten, heißt **Logarithmus von b zur Basis a** und wird mit ${}^a\log b$ bezeichnet.

Abb. 19: Definition Logarithmus (vgl. Malle et al. 2010b, S. 28, 6. Klasse)

Definition: Differenzenquotient, Differentialquotient

Zuletzt wird noch auf die Definitionen des Differenzenquotienten und des Differentialquotienten hingewiesen, welche in der 7. Klasse AHS vermittelt werden. Da diese Definitionen das Fundament für die Differentialrechnung in der 7. Klasse bilden, müssen SchülerInnen diese beiden Grundbegriffe problemlos definieren können. Auf den Begriffen „Differenzenquotient“ und „Differentialquotient“ bauen viele weitere Überlegungen, wie beispielsweise der *Begriff der Differenzierbarkeit* oder der *Mittelwertsatz der Differentialrechnung*, auf.

Definition Es sei $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ eine reelle Funktion und $[a; b] \subseteq A$.

- Die Zahl $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ heißt **Differenzenquotient** oder **mittlere Änderungsrate** von f in $[a; b]$.
- Der Grenzwert $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$ heißt **Differentialquotient** von f an der Stelle x oder **Änderungsrate** von f an der Stelle x .

Abb. 20: Definition Differenzen- und Differentialquotient

(vgl. Malle et al. 2011c, S. 15, 7. Klasse)

Lernen von Formeln im Mathematikunterricht

Neben dem Lernen von Definitionen scheinen Wiederholungsstrategien im Mathematikunterricht vor allem Anwendung zu finden, um Formeln auswendig zu lernen: mithilfe aktiver Wiederholungen sollen sich SchülerInnen Formeln einprägen (vgl. Wild & Schiefele 1994, zit. nach Landmann et al. 2009, S. 57). Dabei können Wiederholungsstrategien vor allem durch die wiederholte *Anwendung* von Formeln umgesetzt werden. Leichte Änderungen der wiederholenden Lernaktivitäten können dabei den Transfer der Lerninhalte auf verschiedene Lernsituationen fördern. (vgl. Steiner 2006, S. 104) An dieser Stelle sind entscheidende Überlegungen von Aebli und Steiner anzuführen: Aebli zufolge müssen neue Wissensinhalte *mehrfach* und vor allem auf *qualitativ unterschiedlichem Niveau* aufgebaut werden. Nach Aebli erweist es sich als günstig, die neuen Inhalte zuerst auf direkte Art und in weiterer Folge unter veränderten Bedingungen zu erwerben. (vgl. Aebli 1983, zit. nach Steiner 2006, S. 104) Steiner sieht einen wichtigen Aspekt darin, im Rahmen wiederholender Lerntätigkeiten verschiedene Übungskontexte einzubauen und Lernaufgaben in deren Schwierigkeitsgrad zu variieren (vgl. Steiner 2006, S. 107f.).

Damit SchülerInnen mit Formeln vertraut werden, scheinen diese Überlegungen für den Mathematikunterricht von großer Bedeutung zu sein. Da die kleine und die große Lösungsformel im Mathematikunterricht der AHS-Oberstufe für viele Themengebiete

besondere Relevanz haben und in unterschiedlichsten Kontexten eingesetzt werden müssen, soll nun beispielhaft die kleine Lösungsformel mithilfe der angeführten Überlegungen erarbeitet werden (Aufarbeitung der großen Lösungsformel kann analog erfolgen). In weiterer Folge wird zunächst die kleine Lösungsformel angegeben und im Anschluss werden Unterrichtsbeispiele angeführt, welche den Forderungen von Aebli und Steiner gerecht werden.

Kleine Lösungsformel

Satz „Kleine Lösungsformel“: Für eine quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$ mit $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \geq 0$ gilt:

$$x^2 + px + q = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Abb. 21: Kleine Lösungsformel (vgl. Malle et al. 2010a, S. 69, 5. Klasse)

Die wiederholte Anwendung, welche sich auch durch eine Steigerung des Schwierigkeitsgrades auszeichnet, kann anhand der folgenden Beispiele umgesetzt werden.

a) $x^2 + 30x + 225 = 0$ $x^2 - 6x + 54 = 0$ $x^2 - 11x + 24 = 0$	b) $-9x^2 - 3x + 2 = 0$ $2x^2 - 3x + 5 = 0$
c) $x^2 = 0$ $7x^2 - 28 = 0$ $x^2 + 2x = 0$ $(x - 6)^2 = 0$	d) $(x + 4)(x - 7) + 10x = -40$ $(x - 3)^2 + (x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 2$ $2(x + 2)(x + 3) + (x - 1)(5 - x) = -53$

Abb. 22: Beispiele - Kleine Lösungsformel
(vgl. Malle et al. 2010a, S. 69, 5. Klasse)

Während die Gleichungen in Aufgabe a) normiert sind und damit sofort mithilfe der kleinen Lösungsformel gelöst werden können, müssen die Gleichungen aus Aufgabe b) zunächst normiert werden, um p und q abzulesen. In den Beispielen der Aufgabe c) und d) lassen sich p und q ebenfalls nicht auf den ersten Blick ablesen: die Gleichungen müssen ausmultipliziert bzw. quadriert werden, um p und q zu erhalten. In den ersten drei Beispielen der Aufgabe c) könnte für SchülerInnen die Schwierigkeit bestehen, $p=0$ und/oder $q=0$ anzunehmen. Die Gleichungen der Aufgabe d) müssen zudem noch so umgeformt werden, dass auf der rechten Seite der Gleichung „=0“

steht. Mithilfe solcher Aufgaben soll die kleine Lösungsformel geübt und damit in unterschiedlichen Variationen angewendet und wiederholt werden. Die Förderung dieser Wiederholungsstrategie erfolgt auf indirektem Weg, da die SchülerInnen zu wiederholtem Üben auf unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen aufgefordert werden.

Einsatz von Lernkärtchen im Mathematikunterricht

Beim Lernen mit Kärtchen, welches Steiner (vgl. Steiner 2001, zit. nach Steiner 2006, S. 110) vor allem im Rahmen verbaler Lernaufgaben – wie beispielsweise beim Vokabellernen – vorsieht, können Wiederholungsstrategien realisiert werden. Abgesehen vom Vokabellernen können auch beim Erlernen anderer Inhalte Lernkärtchen verwendet werden: so können beispielsweise Definitionen oder Sätze der Mathematik mithilfe von Lernkärtchen eingeprägt werden. Beim Einsatz dieser Lernstrategie muss die lernende Person die Definition bzw. den Satz zunächst aufsagen, bevor sie das Kärtchen umdreht und ihre Aussage mit der Lösung auf der Rückseite vergleicht. Bei falschen oder unvollständigen Aussagen sollen die Lernenden weitere Wiederholungen durchführen. Durch wiederholtes Üben können die Inhalte besser abgerufen werden. Wichtig ist jedoch, die Kärtchen immer wieder durchzumischen und in „beide Richtungen“ zu üben: einerseits sollen Lernende bestimmte Wissensinhalte selbst wiedergeben und andererseits sollen sie anhand einer Definition/mathematischen Aussage das zu definierende Merkmal richtig erkennen. (in Anlehnung an Steiner 2006, S. 110) Diese Strategien können von der Lehrperson direkt gefördert werden, indem sie die SchülerInnen auf die wiederholenden Lernvorgänge aufmerksam macht. Diese Vorgehensweise verfolgt auch das Ziel, dass Lernende deren Lernprozess selbst kontrollieren können.

Exemplarisch für diese Wiederholungsstrategie wurden im Rahmen der Diplomarbeit Lernkärtchen zu den wichtigsten Definitionen und Sätzen der Kegelschnitte (Ellipse, Hyperbel, Parabel) erstellt: dabei stellen die Kärtchen der linken Spalte jeweils die Vorderseite des Lernkärtchens und die Kärtchen der rechten Spalte die jeweilige Rückseite dar.

Definition Ellipse: ell = ... F, F' ... gegebene Punkte	$\dots = \{X \in \mathbb{R}^2 \mid \overline{FX} + \overline{F'X} = 2a\}$
Ellipse: Zusammenhang der Halbachsenlängen a und b und der Brennweite e	$e^2 = a^2 - b^2$
Ellipse, 1. Hauptlage: $(x y) \in \text{ell} \Leftrightarrow \dots$ a, b ... Halbachsenlängen	$\dots \Leftrightarrow b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
Ellipse, 2. Hauptlage: $(x y) \in \text{ell} \Leftrightarrow \dots$ a, b ... Halbachsenlängen	$\dots \Leftrightarrow a^2x^2 + b^2y^2 = a^2b^2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$
Gleichung der Tangente in einem Punkt $P = (p_1 p_2)$ der Ellipse $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$	$b^2p_1x + a^2p_2y = a^2b^2$
Definition Hyperbel: hyp = ... F, F' ... gegebene Punkte	$\dots = \{X \in \mathbb{R}^2 \mid \overline{FX} - \overline{F'X} = 2a\}$
Hyperbel: Zusammenhang der Halbachsenlängen a und b und der Brennweite e	$e^2 = a^2 + b^2$
Hyperbel, 1. Hauptlage: $(x y) \in \text{hyp} \Leftrightarrow \dots$ a, b ... Halbachsenlängen	$\dots \Leftrightarrow b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
Hyperbel, 2. Hauptlage: $(x y) \in \text{hyp} \Leftrightarrow \dots$ a, b ... Halbachsenlängen	$\dots \Leftrightarrow -a^2x^2 + b^2y^2 = a^2b^2 \Leftrightarrow -\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$
Gleichungen der Asymptoten der Hyperbel $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$	$y = \frac{b}{a} \cdot x \quad \text{und} \quad y = -\frac{b}{a} \cdot x$
Gleichung der Tangente in einem Punkt $P = (p_1 p_2)$ der Hyperbel $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$	$b^2p_1x - a^2p_2y = a^2b^2$
Definition Parabel: par = ... F ... geg. Punkt; l ... geg. Gerade $F \notin l$	$\dots = \{X \in \mathbb{R}^2 \mid \overline{FX} = \overline{Xl}\}$
Parabel, 1. Hauptlage: $(x y) \in \text{par} \Leftrightarrow \dots$ p ... Parameter	$\dots \Leftrightarrow y^2 = 2px$
Parabel, 2. Hauptlage: $(x y) \in \text{par} \Leftrightarrow \dots$ p ... Parameter	$\dots \Leftrightarrow x^2 = 2py$
Gleichung der Tangente in einem Punkt $P = (p_1 p_2)$ der Parabel $y^2 = 2px$	$p_2y = px + pp_1 = p \cdot (x + p_1)$

Abb. 23: Lernkärtchen - Kegelschnitte
(vgl. Malle et al. 2011c, S. 138ff., 7. Klasse)

Um eine komplexe und umfangreiche Aufgabe (z.B. einen vorliegenden Text) zu erarbeiten, wird neben dem lauten Aufsagen der Informationen auch das Notieren und Unterstreichen wichtiger Textstellen als Wiederholungsstrategie (Complex Rehearsal Strategie) angeführt (vgl. Weinstein & Mayer 1986, S. 316 und S. 318). Da diese Strategien vor allem bei der Bearbeitung eines Textes Anwendung finden, werden diesbezüglich keine Beispiele für den Mathematikunterricht angegeben.

4.1.2 Elaborationsstrategien

Elaborationsstrategien, welche von Weinstein und Mayer als „Basic/Complex Elaboration Strategies“ (Weinstein & Mayer 1986, S. 316) bezeichnet werden, liegen dann vor, wenn die Integration neuer Informationen in das bestehende Wissen unterstützt wird (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 12). Elaboratives Lernverhalten wird als ein aktiver Prozess bezeichnet, der Informationen anreichern und abspeichern soll (vgl. Ziegler 1996, zit. nach Kühnl 2008, S. 18).

Mithilfe von Elaborationsstrategien können zwei Arten von Verbindungen zwischen Lerninhalten hergestellt werden (vgl. z.B. Bransford et al. 1981; zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 12): einerseits müssen sachliche Verbindungen innerhalb der neuen Lerninhalte hergestellt werden (interne Verknüpfung) und andererseits ist es notwendig, Bezüge zwischen neuen und bereits gespeicherten Inhalten aufzubauen (externe Verknüpfung). Mithilfe elaborativer Strategien können (neue) Inhalte besser verstanden und behalten werden, da dieses Lernvorgehen zu einer Vernetzung neuer und bekannter Sachverhalte führt (vgl. Reder 1985, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 12).

Erstellen interner Verknüpfungen

Das Erstellen *interner* Verknüpfungen bringt eine tiefergehende Lernstoffverarbeitung und damit auch eine intensive Auseinandersetzung mit dem Lernmaterial mit sich, was dazu führt, dass die vorliegenden Wissens Elemente besser abgerufen werden können. Im Folgenden werden einige Beispiele/Inhalte aus dem Mathematikunterricht vorgestellt, die sich besonders gut dafür eignen, Beziehungen innerhalb der Lerninhalte herzustellen.

Beziehungen zwischen Sinus, Cosinus und Tangens

In der 5. Klasse AHS können mithilfe der Definitionen von Sinus, Cosinus und Tangens deren Beziehungen hergestellt werden: in der folgenden Aufgabe müssen die SchülerInnen die Definitionen von $\sin \varphi$, $\cos \varphi$ und $\tan \varphi$ anwenden, um die Beweise durchführen zu können.

Beweise mit Hilfe der Definitionen von $\sin \varphi$, $\cos \varphi$ und $\tan \varphi$ für $0^\circ < \varphi < 90^\circ$:

1) $\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \tan \varphi$

3) $\sin(90^\circ - \varphi) = \cos \varphi$

2) $(\sin \varphi)^2 + (\cos \varphi)^2 = 1$

4) $\cos(90^\circ - \varphi) = \sin \varphi$

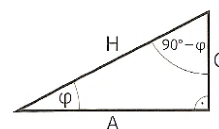


Abb. 24: Beziehungen zwischen Sinus, Cosinus und Tangens

(vgl. Malle et al. 2010a, S. 98, 5. Klasse)

Die folgenden Lösungen lassen die internen Verbindungen mathematischer Inhalte erkennen: in allen vier Lösungsschritten mussten die Definitionen von $\sin \varphi$, $\cos \varphi$ und $\tan \varphi$ eingesetzt werden. Beweise dieser Art sollten im Mathematikunterricht mit den SchülerInnen durchgeführt werden, um grundlegende Beziehungen zwischen verschiedenen Sachverhalten bewusst zu machen.

1) $\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\frac{G}{H}}{\frac{A}{H}} = \frac{G}{A} = \tan \varphi$

2) $(\sin \varphi)^2 + (\cos \varphi)^2 = \left(\frac{G}{H}\right)^2 + \left(\frac{A}{H}\right)^2 = \frac{G^2}{H^2} + \frac{A^2}{H^2} = \frac{G^2 + A^2}{H^2} = \frac{H^2}{H^2} = 1$

3) $\sin(90^\circ - \varphi) = \frac{A}{H} = \cos \varphi$

4) $\cos(90^\circ - \varphi) = \frac{G}{H} = \sin \varphi$

Abb. 25: Beweise von Beziehungen zwischen Sinus, Cosinus und Tangens

(vgl. Malle et al. 2010a, S. 98, 5. Klasse)

Quadratische Gleichungen und der Satz von Vieta

Damit SchülerInnen in der 5. Klasse AHS interne Beziehungen zwischen quadratischen Gleichungen und dem Satz von Vieta erkennen, scheinen Aufgabenstellungen folgender Art angebracht.

x_1 und x_2 seien Lösungen der quadratischen Gleichung $x^2 + px + q = 0$. Ergänze die Tabelle!				
$x^2 + px + q = 0$	p	q	x_1	x_2
$(x - 3) \cdot (x + 5) = 0$				
$x^2 + 4x + \underline{\hspace{1cm}} = 0$			7	
$\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 0$		2		
$x^2 - \underline{\hspace{1cm}}x + 12 = 0$				3

Abb. 26: Quadratische Gleichungen und der Satz von Vieta
(vgl. Malle et al. 2010a, S. 76, 5. Klasse)

Um diese Tabelle zu ergänzen, müssen die SchülerInnen den Satz von Vieta anwenden, welcher die Größen p und q in Beziehung zu den Lösungen x_1 und x_2 der quadratischen Gleichung setzt. Mithilfe solcher Beispiele sollen SchülerInnen interne Verbindungen mathematischer Sachverhalte herstellen können. Der Vollständigkeit halber wird in der nächsten Abbildung noch der Satz von Vieta angeführt.

Satz von Vieta: Sind x_1 und x_2 Lösungen der quadratischen Gleichung $x^2 + px + q = 0$ (wobei $x_1 = x_2$ sein kann), so gilt: (1) $x^2 + px + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ (2) $x_1 + x_2 = -p$ (3) $q = x_1 \cdot x_2$		
--	--	--

Abb. 27: Satz von Vieta (vgl. Malle et al. 2010a, S. 74, 5. Klasse)

Verbindungen zwischen mehreren Möglichkeiten erkennen

Die SchülerInnen lernen im Zuge des Kapitels „Reelle Funktionen“, welches in der 5. Klasse AHS vermittelt wird, verschiedene Arten kennen, um eine reelle Funktion anzugeben. Um die Zusammenhänge dieser Möglichkeiten zu verdeutlichen, scheint das gegebene Beispiel in der folgenden Tabelle hilfreich zu sein.

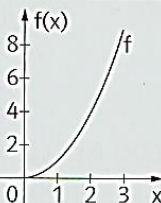
	Wertetabelle		Zuordnungs- vorschrift	Term- darstellung	Graph	Funktions- gleichung
Beispiel	x	x^2				
	1	1	$f: x \mapsto x^2$	$f(x) = x^2$		$y = x^2$
	2	4				
	3	9				

Abb. 28: Reelle Funktionen darstellen (vgl. Malle et al. 2010a, S. 139, 5. Klasse)

Untersuchen von Polynomfunktionen

In der 7. Klasse AHS werden Polynomfunktionen in deren Eigenschaften genauer untersucht (u.a. Monotonie, Extremstellen, Krümmung, Wendestellen, Graphen skizzieren). Um die Einsicht interner Beziehungen zwischen diesen Sachverhalten zu gewinnen, werden exemplarisch zwei Aufgabenstellungen zu diesem Thema angeführt.

Kreuze an, was unter den angegebenen Bedingungen gelten muss!

	$f(0) = 0$	$f(0) \neq 0$	$f'(0) = 0$	$f'(0) \neq 0$	$f''(0) = 0$	$f''(0) \neq 0$
0 ist lokale Extremstelle von f.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
0 ist globale Extremstelle von f.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
0 ist Sattelstelle von f.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
0 ist Wendestelle von f.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
0 ist Nullstelle von f.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
$(0 5)$ ist Wendepunkt.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
$(0 -1)$ ist Sattelpunkt.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
$(0 0)$ ist Tiefpunkt.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
f ist symmetrisch bezüglich der 2. Achse.	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Abb. 29: Untersuchen von Polynomfunktionen

(vgl. Malle et al. 2011c, S. 58, 7. Klasse)

Die Lösungen sind der folgenden Tabelle zu entnehmen.

	$f(0) = 0$	$f(0) \neq 0$	$f'(0) = 0$	$f'(0) \neq 0$	$f''(0) = 0$	$f''(0) \neq 0$
0 ist lokale Extremstelle von f.	☐	☐	☒	☐	☐	☐
0 ist globale Extremstelle von f.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
0 ist Sattelstelle von f.	☐	☐	☒	☐	☒	☐
0 ist Wendestelle von f.	☐	☐	☐	☐	☒	☐
0 ist Nullstelle von f.	☒	☐	☐	☐	☐	☐
$(0 5)$ ist Wendepunkt.	☐	☒	☐	☐	☒	☐
$(0 -1)$ ist Sattelpunkt.	☐	☒	☒	☐	☒	☐
$(0 0)$ ist Tiefpunkt.	☒	☐	☒	☐	☐	☐
f ist symmetrisch bezüglich der 2. Achse.	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Abb. 30: Untersuchen von Polynomfunktionen - Lösungen

(vgl. Malle et al. 2012, S. 31, 7. Klasse)

Die folgende Aufgabe fordert von den SchülerInnen, die Beziehung zwischen einer Funktion und ihrer Ableitungsfunktion in deren grafischer Darstellung zu erkennen.

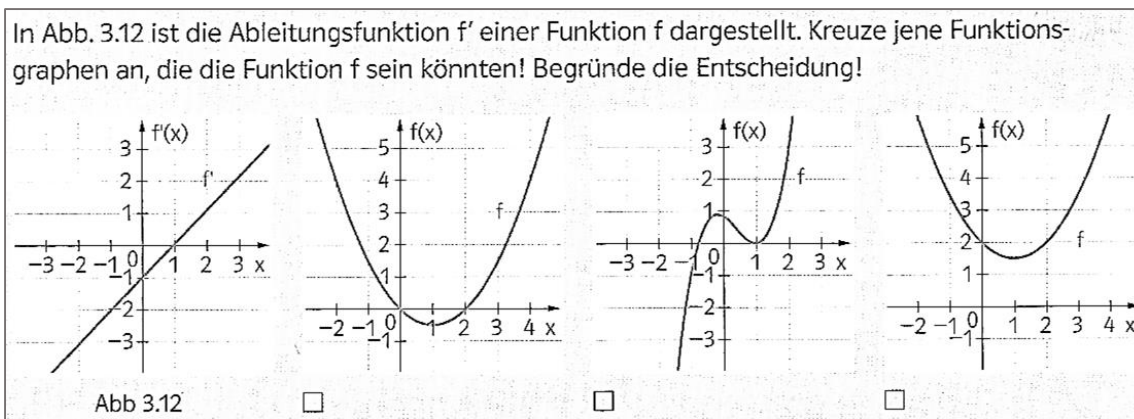


Abb. 31: Beziehung zwischen einer Funktion und ihrer Ableitungsfunktion
(vgl. Malle et al. 2011c, S. 81, 7. Klasse)

Die zugehörige Lösung kann aus folgender Abbildung entnommen werden.

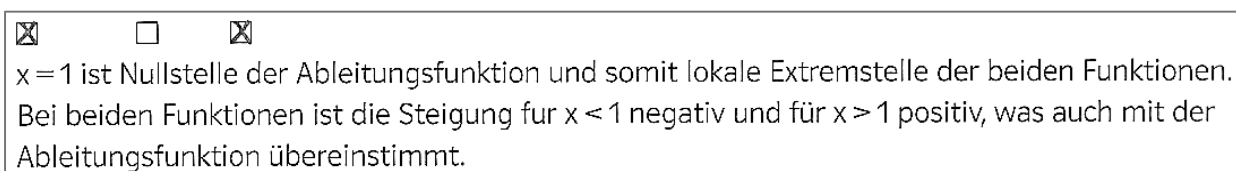


Abb. 32: Beziehung zwischen einer Funktion und ihrer Ableitungsfunktion - Lösung
(vgl. Malle et al. 2012, S. 40, 7. Klasse)

Zusammenhang zwischen Differenzen- und Differentialquotient

Bei der Vermittlung der Differentialrechnung in der 7. Klasse AHS sollen die SchülerInnen den Differenzenquotienten und den Differentialquotienten verstehen und interpretieren können. Um den Lernenden den Zusammenhang zwischen diesen beiden Begriffen zu verdeutlichen, können Aufgabenstellungen folgender Art hilfreich sein.

Fülle die Tabelle fertig aus!

x	f(x)	$\frac{f(z)-f(x)}{z-x}$	$\lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z)-f(x)}{z-x}$
zurückgelegter Weg (in km)	verbrauchte Benzin- menge nach x km (in l)		
		mittlere Geschwindig- keit im Zeitintervall [x; z] (in km/h)	Geschwindigkeit zum Zeitpunkt x (in km/h)
Zeit (in h)		durchschnittliche Wachstumsgeschwin- digkeit einer Bakterien- kultur im Zeitintervall [x; z]	
Höhe (in m)	Luftdruck in der Höhe x (in hPa)		
	Wassertiefe (in m) eines Kanals nach x m (in m)		Änderungsrate der Wassertiefe nach x m (in m/m)

Abb. 33: Zusammenhang zwischen Differenzen- und Differentialquotient
(vgl. Malle et al. 2011c, S. 17, 7. Klasse)

Lösung:

x	f(x)	$\frac{f(z)-f(x)}{z-x}$	$\lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z)-f(x)}{z-x}$
zurückgelegter Weg (in km)	verbrauchte Benzin- menge nach x km (in l)	mittlere Änderungsrate des Benzinverbrauchs im Wegintervall [x; z] (in l/km)	Änderungsrate des Benzinverbrauchs bei x km (in l/km)
Zeit (in h)	Ort zum Zeitpunkt t (in km)	mittlere Geschwindig- keit im Zeitintervall [x; z] (in km/h)	Geschwindigkeit zum Zeitpunkt x (in km/h)
Zeit (in h)	Flächeninhalt der Bakte- rienkultur zum Zeitpunkt x (in mm ²)	durchschnittliche Wachstumsgeschwin- digkeit einer Bakterien- kultur im Zeitintervall [x; z] (in mm ² /h)	Wachstumsgeschwin- digkeit der Bakterien- kultur zum Zeitpunkt x (in mm ² /h)
Höhe (in m)	Luftdruck in der Höhe x (in hPa/m)	mittlere Änderungsrate des Luftdrucks im Höhenintervall [x; z] (in hPa/m)	Änderungsrate des Luftdrucks in der Höhe x (in hPa/m)
Entfernung vom Kanalangang (in m)	Wassertiefe eines Kanals nach x m (in m)	mittlere Änderungsrate der Wassertiefe im Intervall [x; z] (in m/m)	Änderungsrate der Wassertiefe nach x m (in m/m)

Abb. 34: Zusammenhang zwischen Differenzen- und Differentialquotient - Lösung
(vgl. Malle et al. 2012, S. 6, 7. Klasse)

Erstellen externer Verknüpfungen

Um eine *externe* Verknüpfung herzustellen, ist es entscheidend, das Vorwissen zu aktivieren, um mit neuen Wissensinhalten an bestehendes Wissen anknüpfen zu können. Viele Untersuchungen (z.B. Schmidt et al. 1991) konnten die positive Auswirkung der Vorwissens-Aktivierung auf den Lernprozess belegen. (vgl. Friedrich 1995, S. 6ff.) Lehrkräfte haben dabei die wichtige Aufgabe, das Vorwissen der SchülerInnen anzuregen, vor allem dann, wenn neue Unterrichtsinhalte vermittelt

werden (vgl. Mietzel 2007, S. 248). David Ausubel spricht in diesem Zusammenhang von der Methode der „vorangestellte[n] Organisationshilfe“ (Mietzel 2007, S. 249), welche Lernende auf neue Lerninhalte vorbereiten und dazu deren Vorwissen aktivieren soll. Die sogenannte Organisationshilfe stellt dazu ausreichend Informationen bereits bekannter Inhalte zur Verfügung, um neue Wissensinhalte zu erarbeiten. Damit sollen auch Beziehungen zwischen neuem und bereits bekanntem Wissen hergestellt werden. (vgl. Ausubel 1963; 2000, zit. nach Mietzel 2007, S. 249). Eine Organisationshilfe lässt sich beispielsweise durch einen Vergleich neu aufzuarbeitender Inhalte mit bereits Bekanntem realisieren (vgl. Bulgren et al. 2000, zit. nach Mietzel 2007, S. 249f.). Wie es die Terminologie „Organisationshilfe“ nahe legt, könnte diese Strategie auch bei den Organisationsstrategien in Kapitel 4.1.3 angeführt werden.

Vektoren in R^2 und in R^3

Auf diesen grundlegenden Ideen der *externen* Verknüpfung, sowie auf den wesentlichen Überlegungen von David Ausubel wurde im Rahmen der Diplomarbeit ein fünfseitiges Arbeitsblatt zu Vektoren in R^2 und in R^3 erstellt. Dieses Arbeitsblatt ist für die 6. Klasse AHS vorgesehen, um die Vektoren in R^3 zu erarbeiten. Dabei sind die hellgrün eingefärbten Kästchen von den SchülerInnen auszufüllen. Die Arbeitsblätter verdeutlichen, dass auf den Kenntnissen der Vektoren aus dem R^2 aufgebaut und damit das Vorwissen der Lernenden aktiviert wird. Da die Erstellung der Arbeitsblätter auf Grundlage der „Organisationshilfe“ von Ausubel erfolgte, beinhalten die Arbeitsblätter auch ausreichend Informationen über Vektoren in R^2 , um den SchülerInnen einen Vergleich der mathematischen Sachverhalte in R^2 und in R^3 zu ermöglichen. Eine ausführlichere Betrachtung der Vektoren in R^3 erfolgt durch deren Veranschaulichung, sowie durch deren Einsatz in Beispielen. Dabei dienen die Inhalte aus dem R^2 der Anknüpfung, sowie dem Vergleich neuer und bekannter Inhalte. Aufgrund deren ausführlicher und umfangreicher Gestaltung wurden die Arbeitsblätter als Anhang eingefügt. Damit soll die Störung des Leseflusses vermieden werden.

Sowohl für einfache als auch für komplexe Aufgabenstellungen können folgende Lerntätigkeiten als Elaborationsstrategien (Basic/Complex Elaboration Strategies) eingesetzt werden: Zusammenfassung und Beschreibung neu gelernter Inhalte mit eigenen Worten, Beantwortung von Fragen, Bilden von Analogien, sowie das Generieren bildlicher Vorstellungen (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 12; Leopold 2009, S. 56; Wild 2000, S. 31).

Zusammenfassung und Beschreibung neu gelernter Inhalte

Die Zusammenfassung und Beschreibung neuer Inhalte mit eigenen Worten kann im Mathematikunterricht prinzipiell nach jedem Inhaltsbereich vorgenommen werden. So werden beispielsweise in den Schulbüchern „Mathematik verstehen“ von Malle et al. (5. bis 8. Klasse AHS) jeweils am Ende eines Kapitels zur Kontrolle des Grundwissens und der Grundkompetenzen selbst erstellte Zusammenfassungen von den SchülerInnen verlangt (vgl. z.B. Malle et al. 2010a, S. 35, 5. Klasse).

Beschreibung und Verbalisierung mathematischer Inhalte

Die Elaborationsstrategie „Zusammenfassen und Beschreiben neu gelernter Inhalte mit eigenen Worten“ wird in weiterer Folge etwas abgewandelt und den Anforderungen des Mathematikunterrichts angepasst. Für die weiteren Unterrichtsbeispiele kann als Elaborationsstrategie das *verbale Beschreiben mathematischer Inhalte* hilfreich sein. Das Beschreiben der Sachverhalte „mit eigenen Worten“ kann bei den folgenden Beispielen nicht sinnvoll umgesetzt werden, weshalb die in der Literatur gestellte Forderung „mit eigenen Worten“ im Zusammenhang mit den folgenden Aspekten des Mathematikunterrichts ausgeblendet wird.

Da für die Angabe von Funktionen verschiedene Schreibweisen gebräuchlich sind, ist es wichtig, beispielsweise im Rahmen des Kapitels „Reelle Funktionen“ die variierenden Sprechweisen zu den jeweiligen mathematischen Schreibweisen explizit mit den SchülerInnen zu besprechen und diese z.B. in Form einer Tabelle aufzulisten.

Schreibweise	Sprechweise
$f: A \rightarrow \mathbb{R}$	f ist eine Funktion von A nach $\mathbb{R}$
$f: A \rightarrow \mathbb{R} \mid x \mapsto f(x)$	f ist eine Funktion von A nach $\mathbb{R}$ mit x wird zugeordnet f von x
$f: x \mapsto f(x)$	f x wird zugeordnet f von x
$f: x \mapsto y$	f x wird zugeordnet y
$x \mapsto f(x)$	x wird zugeordnet f von x
$f: y = f(x)$	f mit y gleich f von x

Abb. 35: Angabe von Funktionen (vgl. Malle et al. 2010a, S. 127, 5. Klasse)

Zur verbalen Beschreibung neu gelernter Inhalte werden nun aus der 6. Klasse AHS exemplarisch die Rechenregeln für Potenzen mit Exponenten aus $\mathbb{N}^*$ angeführt. Wie Abbildung 37 aus dem Mathematik-Schulbuch „Mathematik verstehen“ zeigt, scheint die Verbalisierung der mathematischen Sachverhalte zur Beschreibung der Inhalte notwendig zu sein.

Rechenregeln für Potenzen mit Exponenten aus $\mathbb{N}^*$	
Rechenregeln für Potenzen mit gleicher Basis: Für alle $a \in \mathbb{R}$ und alle $m, n \in \mathbb{N}^*$ gilt:	
(1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	
(2a) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (für $a \neq 0$ und $m > n$)	(2b) $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ (für $a \neq 0$ und $m < n$)
(3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	

Abb. 36: Rechenregeln für Potenzen mit Exponenten aus $\mathbb{N}^*$
(vgl. Malle et al. 2010b, S. 7, 6. Klasse)

In Worten kann man diese Regeln so aussprechen:
(1) Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert.
(2) Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert.
(3) Man potenziert eine Potenz, indem man die Exponenten miteinander multipliziert.

Abb. 37: Rechenregeln für Potenzen mit Exponenten aus $\mathbb{N}^*$ - verbale Beschreibung
(vgl. Malle et al. 2010b, S. 7, 6. Klasse)

Um ein weiteres Beispiel zur Verbalisierung neuer Inhalte anzugeben, werden an dieser Stelle Definitionen zu den *Änderungsmaßen von Funktionen* angeführt. Die zugrundeliegenden Ideen der folgenden Definitionen, welche den SchülerInnen in der 6. Klasse AHS vermittelt werden, sollen durch eine verbale Formulierung der Definitionen erkannt werden. Damit soll auch das mathematische Verständnis gefördert werden.

Definition Sei f eine auf einem Intervall $[a; b]$ definierte reelle Funktion. Die reelle Zahl	
■ $f(b) - f(a)$ heißt absolute Änderung (oder kurz Änderung) von f in $[a; b]$, ■ $\frac{f(b) - f(a)}{f(a)}$ heißt relative Änderung von f in $[a; b]$, ■ $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ heißt mittlere Änderungsrate (oder Differenzenquotient) von f in $[a; b]$, ■ $\frac{f(b)}{f(a)}$ heißt Änderungsfaktor von f in $[a; b]$.	
In Worten:	
■ Die absolute Änderung ist gleich der Differenz der Funktionswerte. ■ Die relative Änderung ist gleich dem Verhältnis der Änderung der Funktionswerte zum Ausgangsfunktionswert. ■ Die mittlere Änderungsrate (der Differenzenquotient) ist gleich dem Verhältnis der Änderung der Funktionswerte zur Änderung der Argumente. ■ Der Änderungsfaktor gibt an, mit welchem Faktor der Ausgangsfunktionswert multipliziert wird, um den Endfunktionswert zu erhalten. [Es gilt nämlich: $f(a) \cdot \frac{f(b)}{f(a)} = f(b)$]	

Abb. 38: Definitionen - Änderungsmaße von Funktionen, verbale Formulierung
(vgl. Malle et al. 2010b, S. 49, 6. Klasse)

Beantwortung von Fragen

Obwohl im Mathematikunterricht natürlich ständig Fragen an die SchülerInnen gestellt werden, so weisen Fragestellungen der folgenden Art eine besondere Bedeutung auf, da sie nicht nur das Wiedergeben der Sachverhalte fordern/fördern, sondern das Verständnis der SchülerInnen prüfen und zum reflektierten Umgang mit bestehendem Wissen anregen.

Verständnisfragen zu reellen Funktionen

Die Elaborationsstrategie „Beantwortung von Fragen“ wird exemplarisch anhand des Kapitels „Reelle Funktionen“ aus der 6. Klasse AHS vorgestellt. Bei der folgenden Aufgabenstellung wird ersichtlich, dass die SchülerInnen für die Beantwortung der Fragen über ein tiefergehendes Verständnis der Inhalte verfügen müssen.

- Falls f monoton steigend in M ist, muss f dann auch streng monoton steigend in M sein? Begründe oder widerlege durch ein Gegenbeispiel!
- Falls f monoton fallend in M ist, muss f dann auch streng monoton fallend in M sein? Begründe oder widerlege durch ein Gegenbeispiel!

Abb. 39: Verständnisfragen zu reellen Funktionen

(vgl. Malle et al. 2010b, S. 41, 6. Klasse)

Lösung:

- Nein. Gegenbeispiel: Eine in M konstante Funktion f ist monoton steigend in M , aber nicht streng monoton steigend in M .
- Nein. Gegenbeispiel: Eine in M konstante Funktion f ist monoton fallend in M , aber nicht streng monoton fallend in M .

Abb. 40: Verständnisfragen zu reellen Funktionen - Lösungen

(vgl. Malle et al. 2011b, S. 17, 6. Klasse)

Ebenso lässt sich die Auseinandersetzung mit folgenden Fragen den elaborativen Lerntätigkeiten zuordnen.

Sei $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ eine reelle Funktion und $M \subseteq A$ ein Intervall.

- a) Ist jede globale Extremstelle von f in M auch eine lokale Extremstelle von f ?
- b) Ist jede lokale Extremstelle von f auch eine globale Extremstelle von f in M ?

Lösung:

- a) Nein. Wenn die Extremstelle p am Rand von M liegt, dann ist sie keine lokale Extremstelle von f , weil es keine Umgebung $U(p)$ gibt, die ganz in M liegt.
- b) Nein. Ist p eine lokale Extremstelle von f , so kann es Stellen $x \in M$ mit $f(x) > f(p)$ geben.

Abb. 41: Verständnisfragen zu reellen Funktionen

(vgl. Malle et al. 2010b, S. 44, 6. Klasse)

Neben der Beantwortung gestellter Fragen kann auch die Erstellung von Fragen durch den Lernenden selbst als Elaborationsstrategie angesehen werden (vgl. z.B. Baumert 1993, zit. nach Germ 2008, S. 61). Auch in den Mathematik-Schulbüchern „Mathematik verstehen“ werden selbst formulierte Fragestellungen immer wieder gefordert, wie es beispielsweise folgende Aufgabe zu „reellen Funktionen“ in der 5. Klasse AHS verdeutlicht.

Nenne einige typische Fragestellungen im Zusammenhang mit Funktionen!

Abb. 42: Fragestellung selbst formulieren (vgl. Malle et al. 2010a, S. 141, 5. Klasse)

Bilden von Analogien

Die Elaborationsstrategie „Bilden von Analogien“ wurde bereits bei der Erstellung des Arbeitsblattes „Vektoren in $\mathbb{R}^2$ und in $\mathbb{R}^3$ “ (siehe Anhang) umgesetzt: auf den Arbeitsblättern wird an entsprechenden Stellen immer wieder darauf hingewiesen, dass Sachverhalte aus dem $\mathbb{R}^3$ analog zu den Inhalten aus dem $\mathbb{R}^2$ gebildet werden können. Für eine genauere Auseinandersetzung mit dieser Elaborationsstrategie möchte ich auf die Arbeitsblätter im Anhang verweisen.

Generieren bildlicher Vorstellungen

Lineare und quadratische Ungleichungen

Um diese Elaborationsstrategie zu verdeutlichen, werden zunächst exemplarisch zwei Aufgaben aus der 6. Klasse AHS zu dem Kapitel „Ungleichungen“ vorgestellt: dabei sollen die Lösungsmengen von linearen bzw. quadratischen Ungleichungen ermittelt und grafisch dargestellt werden. Die grafische Darstellung soll in diesem Fall für das Generieren bildlicher Vorstellungen sorgen. Dies soll den SchülerInnen dabei helfen, ein mathematisches Verständnis von Ungleichungen aufzubauen. Damit soll den SchülerInnen auch die Einsicht erleichtert werden, dass im Vergleich zu einer linearen Gleichung (die genau eine Lösung besitzt) eine lineare Ungleichung mehrere Lösungen und sogar unendlich viele Lösungen aufweisen kann (vgl. Malle et. al 2010b, S. 35). In den folgenden zwei Beispielen kann auch eine interne Verknüpfung erkannt werden, da SchülerInnen sowohl mit dem rechnerischen als auch mit dem grafischen Lösungsweg vertraut werden und beide Möglichkeiten in Verbindung bringen.

Während das erste Beispiel den Lösungsweg einer *linearen* Ungleichung zeigt, verdeutlicht das zweite Beispiel die Lösung einer *quadratischen* Ungleichung. In beiden Fällen werden bildliche Vorstellungen generiert.

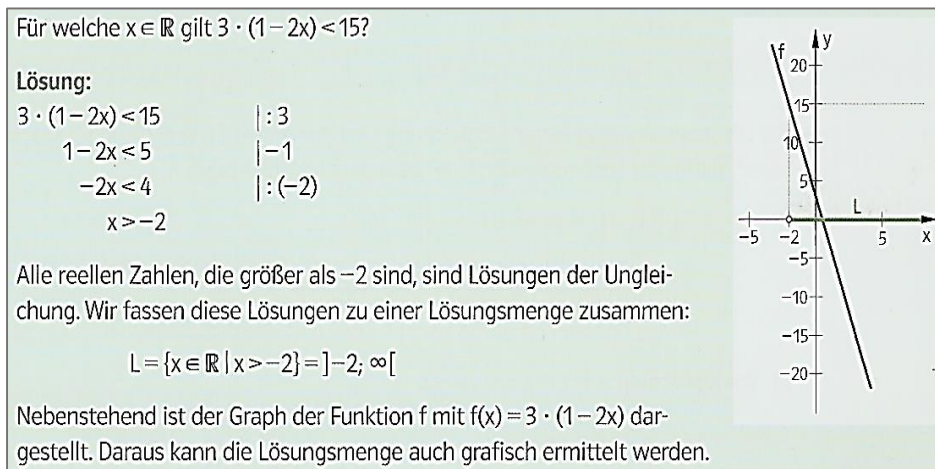


Abb. 43: Lösungsweg und grafische Darstellung einer linearen Ungleichung (vgl. Malle et al. 2010b, S. 35, 6. Klasse)

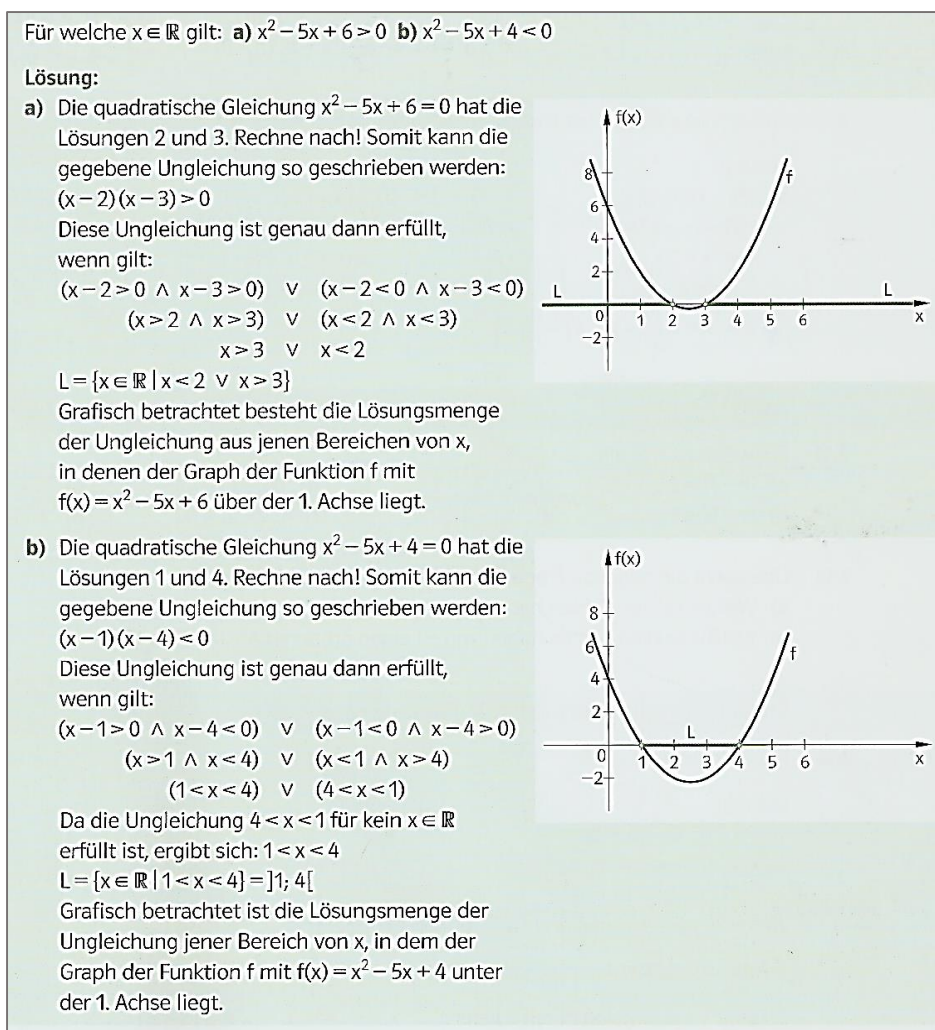


Abb. 44: Lösungsweg und grafische Darstellung einer quadratischen Ungleichung (vgl. Malle et al. 2010b, S. 38, 6. Klasse)

Differentialquotient als Tangentensteigung

In der 7. Klasse AHS müssen SchülerInnen im Rahmen des Kapitels „Grundbegriffe der Differentialrechnung“ den Differentialquotienten als Tangentensteigung deuten. Eine Möglichkeit dazu soll in weiterer Folge vorgestellt werden. Zunächst wird jedoch die dazu notwendige Definition der Tangente/Steigung einer Funktion angeführt.

Definition Es sei f eine reelle Funktion und $f'(x)$ ihr Differentialquotient an der Stelle x . Die Gerade durch den Punkt $X = (x | f(x))$ mit der Steigung $f'(x)$ bezeichnet man als **Tangente** an den Graphen von f im Punkt X . Die Steigung $f'(x)$ dieser Tangente heißt auch **Steigung der Funktion** f an der Stelle x .

Abb. 45: Definition - Differentialquotient als Tangentensteigung

(vgl. Malle et al. 2011c, S. 22, 7. Klasse)

Diese Definition kann verdeutlicht werden, indem die drei möglichen Fälle der Tangentensteigungen unterschieden und bildlich dargestellt werden. Mithilfe der bildlichen Vorstellungen soll es SchülerInnen ermöglicht werden, den Begriff des Differentialquotienten besser zu verstehen und als Tangentensteigung zu interpretieren.

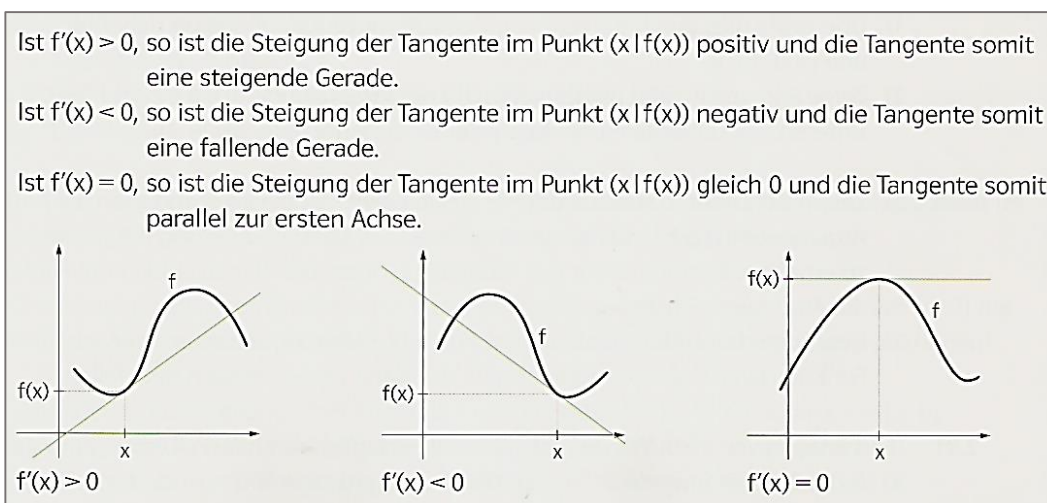


Abb. 46: Bildliche Darstellungen der Tangentensteigung

(vgl. Malle et al. 2011c, S. 22, 7. Klasse)

Beispiele selbst erfinden

Nach Nückles und Wittwer können auch selbst erfundene Beispiele elaborative Lernprozesse darstellen (vgl. Nückles & Wittwer 2014, S. 238). Diese Strategie lässt sich im Mathematikunterricht sehr gut umsetzen, wie es folgende Aufgabenstellungen aus der 5. und 6. Klasse AHS zeigen.

Quadratische Gleichungen und deren Sonderfälle

Damit SchülerInnen die wichtigsten Sonderfälle quadratischer Gleichungen kennenlernen und besser verstehen, können zu den jeweiligen Sonderfällen Beispiele von den SchülerInnen selbst erfunden werden. Zunächst wird die Definition einer quadratischen Gleichung (5. Klasse AHS) angeführt, um im Anschluss das Erfinden von Beispielen zu verdeutlichen.

Definition Eine Gleichung der Form $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ heißt **quadratische Gleichung in der Variablen x**. Die Zahlen a, b und c nennt man **Koeffizienten**.

Abb. 47: Definition einer quadratischen Gleichung
(vgl. Malle et al. 2010a, S. 66, 5. Klasse)

1. Sonderfall: Gleichungen der Form $a \cdot x^2 = 0$ ($a \neq 0, b = 0, c = 0$)		
Allgemein: $a \cdot x^2 = 0 \quad : a$ $x^2 = 0$ $x = 0$	$\bullet \quad 12 \cdot x^2 = 0 \quad : 12$ $x^2 = 0$ <u>$x = 0$</u>	$\bullet \quad (-4) \cdot x^2 = 0 \quad : (-4)$ $x^2 = 0$ <u>$x = 0$</u>
2. Sonderfall: Gleichungen der Form $a \cdot x^2 + b \cdot x = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0, c = 0$)		
Allgemein: $ax^2 + bx = 0$ $x \cdot (ax + b) = 0$ $x = 0 \vee ax + b = 0$ $x = 0 \vee x = -\frac{b}{a}$	$\bullet \quad 4x^2 - 32x = 0$ $x \cdot (4x - 32) = 0$ $x = 0 \vee 4x - 32 = 0$ <u>$x = 0$</u> $\vee$ <u>$x = 8$</u>	$\bullet \quad x^2 + 5x = 0$ $x \cdot (x + 5) = 0$ $x = 0 \vee x + 5 = 0$ <u>$x = 0$</u> $\vee$ <u>$x = -5$</u>
3. Sonderfall: Gleichungen der Form $a \cdot x^2 + c = 0$ ($a \neq 0, b = 0, c \neq 0$)		
Allgemein: $ax^2 + c = 0$ $ax^2 = -c$ $x^2 = -\frac{c}{a}$ $\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow x = \sqrt{-\frac{c}{a}} \vee x = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$ $\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow$ keine Lösung in $\mathbb{R}$	$\bullet \quad 4x^2 + 16 = 0$ $4x^2 = -16$ $x^2 = -4$ <u>keine Lösung in $\mathbb{R}$</u>	$\bullet \quad 4x^2 - 16 = 0$ $4x^2 = 16$ $x^2 = 4$ <u>$x = \sqrt{4} \vee x = -\sqrt{4}$</u> <u>$x = 2 \vee x = -2$</u>

Abb. 48: Quadratische Gleichungen - Beispiele selbst erfinden
(vgl. Malle et al. 2010a, S. 66f., 5. Klasse)
(die Beispiele wurden von mir gewählt und gelöst)

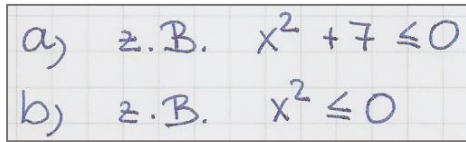
Quadratische Ungleichungen

Ebenso können Lernende zu den quadratischen Ungleichungen, welche in der 6. Klasse AHS unterrichtet werden, Beispiele selbst erfinden, wie es folgende Aufgabenstellung zeigt.

Gib eine quadratische Ungleichung an, die a) keine, b) genau eine Lösung hat!

Abb. 49: Quadratische Ungleichungen - Beispiele selbst erfinden
(vgl. Malle et al. 2010b, S. 39, 6. Klasse)

Lösung: (die Beispiele wurden von mir gewählt)



The image shows two handwritten examples on a grid background. The first example is labeled 'a)' and shows the inequality $x^2 + 7 \leq 0$. The second example is labeled 'b)' and shows the inequality $x^2 \leq 0$.

Abb. 50: Quadratische Ungleichungen - Lösung

Verknüpfung mit der persönlichen Erfahrungswelt

Ebenso werden hergestellte Verknüpfungen der Lerninhalte mit der persönlichen Erfahrungswelt als elaborative Prozesse bezeichnet (vgl. Pintrich et al. 1993, zit. nach Leopold 2009, S. 60).

Diese Elaborationsstrategie lässt sich beispielsweise in dem Kapitel „Aussagen und Mengen“ der 5. Klasse AHS umsetzen. Die SchülerInnen lernen in diesem Kapitel bedeutende Elemente der mathematischen Sprache kennen und sollen diese mit der persönlichen Erfahrungswelt (in diesem Zusammenhang mit der Umgangssprache) in Beziehung setzen und vor allem auch die wesentlichen Unterschiede erkennen. Sehr viele Begriffe und Wörter werden in der Mathematik mit einer anderen Bedeutung verwendet als in der Umgangssprache. Dazu werden nun exemplarisch vier Begriffe mit deren mathematischer Bedeutung angeführt. Die folgende Abbildung 51 verdeutlicht die Unterschiedlichkeit zwischen mathematischer Sprache und Umgangssprache. Solch ein Vergleich sprachlicher Elemente sollte mit den SchülerInnen unbedingt im Unterricht thematisiert werden, um sprachliche Unklarheiten zu vermeiden.

Und Die Und-Verknüpfung ist in der Mathematik kommutativ: $A \wedge B = B \wedge A$. Im Alltag hat das Wort „und“ häufig die Bedeutung von „und dann“, beinhaltet also eine zeitliche Aufeinanderfolge und ist deshalb nicht kommutativ. Der Satz „Ich ärgerte ihn und er wurde böse“ ist nicht gleichbedeutend mit „Er wurde böse und ich ärgerte ihn“.	Wenn ..., dann ... Diese Wendung wird im Alltag oft im Sinne von „genau dann ..., wenn ...“ verwendet. Beispielsweise folgt in der Mathematik aus $A \Rightarrow B$ nicht die Aussage $\neg A \Rightarrow \neg B$, wohl aber meist im Alltag. Der Satz „Wenn die Schularbeit gut ausfällt, gehen wir ins Kino.“ beinhaltet selbstverständlich auch „Wenn die Schularbeit nicht gut ausfällt, gehen wir nicht ins Kino.“ In der Mathematik ist $A \Rightarrow B$ aber gleichbedeutend mit $\neg B \Rightarrow \neg A$. Das gilt nicht unbedingt im Alltag. Der Satz „Wenn du nach Australien fliegen willst, buchst du einen Flug.“ ist nicht gleichbedeutend mit „Wenn du keinen Flug buchst, willst du nicht nach Australien fliegen.“
Oder $A \vee B$ wird in der Mathematik stets im nichtausschließenden Sinn verwendet, dh. von den Aussagen A und B muss mindestens eine wahr sein, es können aber auch beide wahr sein. Im Alltag ist es oft anders. Wenn bei einem Menü „Leberknödelsuppe oder Frittatensuppe“ angeboten wird, kann der Gast eine dieser beiden Suppen wählen, aber sicher nicht beide.	Ein Dieses Wort bedeutet in der Mathematik stets „mindestens ein“, im Alltag aber häufig „genau ein“. Mit dem Satz „Ein Kind der Familie Müller war ein musikalisches Genie.“ meint man gewöhnlich nicht, dass auch weitere Kinder dieser Familie musikalische Genies waren.

Abb. 51: Mathematische Sprache und Umgangssprache
(vgl. Malle et al. 2010a, S. 27, 5. Klasse)

Die in diesem Abschnitt erläuterten elaborativen Lernvorgänge können von den Lehrkräften bei den SchülerInnen indirekt gefördert werden, indem den Lernenden beispielsweise die angeführten Aufgabenstellungen zur Ausarbeitung vorgelegt werden.

4.1.3 Organisationsstrategien

Organisationsstrategien, welche Weinstein und Mayer als „Basic/Complex Organizational Strategies“ (Weinstein & Mayer 1986, S. 316) bezeichnen, gelten als „(informations)reduzierende Strategien“ (Friedrich & Mandl 1992, S. 12f.), da sie komplexe, detaillierte Informationen in zusammenfassende und damit in kognitiv leichter integrierbare Inhalte strukturieren (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 12f.). Organisationsstrategien werden hauptsächlich dann eingesetzt, wenn interne Zusammenhänge, also Verbindungen innerhalb des zu erwerbenden Lernmaterials, erstellt werden (vgl. Nückles & Wittwer 2014, S. 237). Dieses Lernvorgehen hilft dabei, die vorliegenden Inhalte leichter verständlich zu machen, was ebenso zu einer besseren Behaltens- und Abrufleistung führt (vgl. Wernke 2013, S. 19).

Um beispielsweise einen Text zusammenzufassen, können verschiedene Methoden als Organisationsstrategien eingesetzt werden (vgl. z.B. Kintsch & van Dijk 1978, zit. nach Friedrich & Mandl 1992, S. 13): wesentliche Textelemente müssen herausgearbeitet und geordnet werden, um wichtige Textinhalte miteinander zu verbinden (vgl. Wild 2000, S. 32). Dazu können Textmarkierungen und notierte Randbemerkungen zur Organisation der Lerninhalte beitragen. Die Organisation des Lernstoffs setzt jedoch eine selbstständige, aktive und intensive Auseinandersetzung mit den Lerninhalten voraus, um die wesentlichen Zusammenhänge erkennen zu können, wodurch auch elaborative Lernvorgänge notwendig sind. (vgl. Wernke 2013, S. 19) Wie bereits im Abschnitt 3.3.4 erwähnt wurde, können deshalb Elaborations- und Organisationsstrategien nicht immer strikt auseinandergehalten werden.

Erstellen von Tabellen

Um einfache Anforderungen zu bewältigen, können beispielsweise Begriffe nach bestimmten Kriterien gruppiert und in einer Tabelle geordnet werden (Basic Organizational Strategies). Dazu können auch Oberbegriffe oder Begriffshierarchien gebildet werden (vgl. Kühnl 2008, S. 19; Konrad 2011, S. 42).

Im Mathematikunterricht sind Tabellen vor allem dann hilfreich, wenn bestimmte Zusammenhänge von Sachverhalten in knapper und leicht verständlicher Form festgehalten werden sollen.

Darstellungsmöglichkeiten reeller Zahlen

Exemplarisch soll deshalb zunächst eine Übersichtstabelle aus dem Mathematikunterricht der 5. Klasse AHS angeführt werden, welche die Darstellungsmöglichkeiten reeller Zahlen in präziser Form zusammenfasst.

	reelle Zahlen	
	rationale Zahlen	irrationale Zahlen
Bruchdarstellung	möglich	nicht möglich
Dezimaldarstellung	endlich oder periodisch	unendlich, aber nicht periodisch

Abb. 52: Darstellungsmöglichkeiten reeller Zahlen
(vgl. Malle et al. 2010a, S. 43, 5. Klasse)

Interpretation von k und d bei linearen Funktionen

Als weiteres Beispiel einer Organisationsstrategie lässt sich ebenso ein Themengebiet der 5. Klasse AHS angeben: in dem Kapitel „Lineare Funktionen“ müssen SchülerInnen die Parameter k und d in Anwendungskontexten interpretieren können. Als Organisationsstrategie könnte die folgende Tabelle dienen, da sie komplexe Informationen auf das Wesentliche reduziert und diese in einer zusammenfassenden und gut strukturierten Form darstellt.

Zusammenfassung: k und d in Anwendungssituationen		
Funktion $f: x \mapsto k \cdot x + d$	k	d
Lineare Zeit-Ort-Funktion	Geschwindigkeit	Entfernung vom Ausgangsort zum Zeitpunkt 0
Lineare Kostenfunktion	Kostenzuwachs pro Einheit	Fixkosten
Lineare Gebührenfunktion (Tariffunktion)	Gebührenzuwachs pro Einheit	Grundgebühr (Grundtarif)

Abb. 53: Interpretation der Parameter k und d

(vgl. Malle et al. 2010a, S. 154, 5. Klasse)

Veränderung von Funktionsgraphen

Eine präzise Zusammenfassung wesentlicher mathematischer Sachverhalte kann beispielsweise auch bei dem Themenbereich „Veränderung von Funktionsgraphen“ aus dem Kapitel „reelle Funktionen“ der 6. Klasse AHS mithilfe einer Tabelle erreicht werden. Die folgende Tabelle strukturiert die wesentlichen Kenntnisse zu „Veränderung von Funktionsgraphen“ in einer geordneten Übersicht und ermöglicht damit einen Überblick über die zahlreichen Varianten.

	Für $c > 0$ geht der Graph von g aus dem Graphen von f so hervor:
$g(x) = c \cdot f(x)$	Streckung bzw. Stauchung mit dem Faktor c normal zur 1. Achse (Streckung für $c > 1$, Stauchung für $0 < c < 1$)
$g(x) = -c \cdot f(x)$	Streckung bzw. Stauchung mit dem Faktor c normal zur 1. Achse und anschließende Spiegelung an der 1. Achse
$g(x) = f(x) + c$	Verschiebung um c parallel zur 2. Achse nach oben
$g(x) = f(x) - c$	Verschiebung um c parallel zur 2. Achse nach unten
$g(x) = f(x - c)$	Verschiebung um c parallel zur 1. Achse nach rechts
$g(x) = f(x + c)$	Verschiebung um c parallel zur 1. Achse nach links
$g(x) = f(c \cdot x)$	Streckung bzw. Stauchung mit dem Faktor $1/c$ normal zur 2. Achse (Stauchung für $c > 1$, Streckung für $0 < c < 1$)

Abb. 54: Veränderung von Funktionsgraphen

(vgl. Malle et al. 2010b, S. 51, 6. Klasse)

Um komplexe Themengebiete übersichtlich darzustellen, werden in der Literatur beispielsweise auch erstellte Definitionslisten als organisierende Strategien angeführt (vgl. Beddies 2006, S. 16).

Definitionslisten

Da sich im Mathematikunterricht der 7. Klasse AHS in dem Kapitel „Wahrscheinlichkeitsverteilungen“ besonders viele wichtige Definitionen anhäufen, wurde im Rahmen der Diplomarbeit für dieses Kapitel eine Definitionsliste erstellt. Diese soll es den SchülerInnen ermöglichen, einen Überblick über die vielfältigen Begrifflichkeiten und Definitionen zu bewahren. Auf der nächsten Seite sind die wesentlichen Definitionen zu dem Kapitel „Wahrscheinlichkeitsverteilungen“ aufgelistet.

Die Definitionen wurden dem Schulbuch „Mathematik verstehen 7“ entnommen, neu formatiert und in Form einer Definitionsliste strukturiert, um den Forderungen der Organisationsstrategien gerecht zu werden.

Definitionsliste Wahrscheinlichkeitsverteilungen 7. Klasse

Definition	Eine Zufallsvariable ordnet jedem Ausfall eines Zufallsversuchs eine reelle Zahl zu.
Definition	Sei X eine Zufallsvariable, welche die (endlich oder unendlich vielen) Werte $a_1, a_2, a_3, \dots$ annehmen kann. Wird jedem Wert a_i eine Wahrscheinlichkeit $P(X = a_i)$ zugeordnet, so bezeichnet man diese Zuordnung als Wahrscheinlichkeitsverteilung von X .
Definition	Es sei $x_1, x_2, \dots, x_n$ eine Liste von reellen Zahlen. Man nennt
■	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ den Mittelwert der Liste
■	$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$ die empirische Varianz der Liste
■	$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$ die empirische Standardabweichung der Liste
Definition	Es sei X eine Zufallsvariable mit den Werten $a_1, a_2, \dots, a_k$, die mit den Wahrscheinlichkeiten $p_1, p_2, \dots, p_k$ angenommen werden. Dann nennt man $\mu = E(X) = a_1 \cdot p_1 + a_2 \cdot p_2 + \dots + a_k \cdot p_k$ den Erwartungswert von X .
Definition	Es sei X eine Zufallsvariable mit den Werten $a_1, a_2, \dots, a_k$, die mit den Wahrscheinlichkeiten $p_1, p_2, \dots, p_k$ angenommen werden. Dann nennt man $\sigma^2 = V(X) = (a_1 - \mu)^2 \cdot p_1 + (a_2 - \mu)^2 \cdot p_2 + \dots + (a_k - \mu)^2 \cdot p_k$ die Varianz von X . Die Zahl $\sigma = \sqrt{V(X)}$ heißt Standardabweichung von X .
Definition	Fakultät (Faktorielle) Für $n \in \mathbb{N}^*$ setzt man: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$ [sprich: n Fakultät oder n -Faktorielle] Ergänzend setzt man: $0! = 1$
Definition	Binomialkoeffizienten: Für $n, k \in \mathbb{N}^*$ mit $k \leq n$ setzt man: $\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \cdot \dots \cdot 1} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ [sprich: n über k] Ergänzend setzt man: $\binom{n}{0} = 1$ Die Zahlen $\binom{n}{k}$ nennt man Binomialkoeffizienten .
Definition	Binomialverteilung: Sei H eine Zufallsvariable mit den möglichen Werten $0, 1, 2, \dots, n$. Wird jedem Wert k die Wahrscheinlichkeit $P(H = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad (\text{mit } 0 \leq k \leq n \text{ und } 0 \leq p \leq 1)$ zugeordnet, dann bezeichnet man die dadurch festgelegte Wahrscheinlichkeitsverteilung als Binomialverteilung mit den Parametern n und p . Die Zufallsvariable H nennt man binomialverteilt mit den Parametern n und p .
Definition	Hypergeometrische Verteilung: Sei X eine Zufallsvariable mit den möglichen Werten $0, 1, 2, \dots, N$. Wird jedem Wert k die Wahrscheinlichkeit $P(X = k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}} \quad (\text{mit } 1 \leq M \leq N, 1 \leq n \leq N, 0 \leq k \leq n, n-k \leq N-M)$ zugeordnet, dann bezeichnet man die dadurch festgelegte Wahrscheinlichkeitsverteilung als hypergeometrische Verteilung mit den Parametern N, M und n . Die Zufallsvariable X nennt man hypergeometrisch verteilt mit den Parametern N, M und n .

Abb. 55: Definitionsliste Wahrscheinlichkeitsverteilungen
(vgl. Malle et al. 2011c, S. 186ff., 7. Klasse)

Veranschaulichung einer Textaufgabe

Allgemein muss festgehalten werden, dass es bei der Erarbeitung von Textaufgaben sehr hilfreich ist, die Sachverhalte bildlich darzustellen. Nach Swing et al. (vgl. Swing et al. 1988, zit. nach Mietzel 2007, S. 324) können SchülerInnen eine Textaufgabe weitaus besser verstehen, wenn sie „begriffliche Formulierungen in schematische Zeichnungen [...] übersetzen“ (Mietzel 2007, S. 324). Dieser Ansatz wird damit begründet, dass das Arbeitsgedächtnis bei verbal gestellten Lernaufgaben sehr schnell überbeansprucht, jedoch bei der Übertragung in eine bildliche Darstellung wiederum entlastet wird (vgl. Mietzel 2007, S. 324). Auch Wild und Schiefele betonen als Organisationsstrategie, Informationen aus einem Textbeispiel in eine Skizze zu übertragen (vgl. Wild & Schiefele 1994, zit. nach Landmann et al. 2009, S. 57).

Veranschaulichung einer Extremwertaufgabe

In der 7. Klasse AHS werden in dem Kapitel „Untersuchen von Polynomfunktionen“ auch Extremwertaufgaben behandelt: die Formulierung solch einer Aufgabenstellung verlangt zumeist eine bildliche Darstellung der in dem Text beinhalteten Informationen, um die Extremwertaufgabe in eine kognitiv leichter verständliche Form zu bringen. Vor allem der Lösungsansatz (Festlegen der Zielgröße, Aufsuchen der Nebenbedingung, Angabe des Definitionsbereiches) kann oftmals aus einer angefertigten Skizze gewonnen werden. Exemplarisch wird an dieser Stelle eine Extremwertaufgabe angegeben, welche mithilfe des Strahlensatzes gelöst werden kann.

Einem gleichschenkeligen Dreieck mit der Basislänge c und der Höhe h soll ein Rechteck eingeschrieben werden, dessen eine Seite auf der Basis des Dreiecks liegt. Wie müssen die Seitenlängen des Rechtecks gewählt werden, damit dessen Flächeninhalt maximal wird?

Lösung:

■ $A(x, y) = x \cdot y$

■ Nebenbedingung: $x : c = (h - y) : h$ (Strahlensatz)
 $xh = ch - cy$
 $y = \frac{h}{c} \cdot (c - x)$

■ $A(x) = x \cdot \frac{h}{c} \cdot (c - x)$
($0 \leq x \leq c$ unter Einbeziehung der Extremfälle $x = 0$ und $x = c$)

Setze selbst fort! Es ergibt sich: Das Rechteck mit den Seitenlängen $x = \frac{c}{2}$ und $y = \frac{h}{2}$ hat den größten Flächeninhalt.

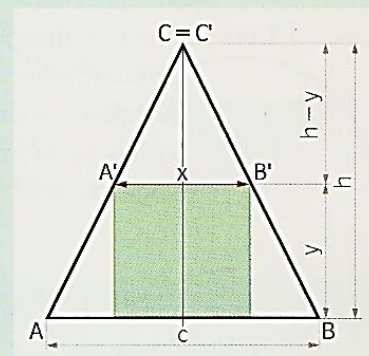


Abb. 56: Veranschaulichung einer Textaufgabe

(vgl. Malle et al. 2011c, S. 71, 7. Klasse)

Mind Map

Um umfangreiche und komplexe Informationen auf das Wesentliche zu reduzieren, werden Mind Maps und Concept Maps als Organisationsstrategien angeführt: damit können Verbindungen zwischen Begrifflichkeiten erarbeitet und visuell verdeutlicht werden. Während bei Mind Maps von einem zentralen Begriff mehrere (immer dünner werdende) Äste ausgehen und keine expliziten Beziehungen zwischen den Begrifflichkeiten angegeben werden, werden in Concept Maps zugrundeliegende Wissensbestände (hierarchisch) geordnet, wobei auch die Beziehungen zwischen den einzelnen Begriffen explizit notiert werden. (vgl. Nückles et al. 2004, zit. nach Germ 2008, S. 60; Nückles & Wittwer 2014, S. 238 und S. 249f.; Renkl & Nückles 2006, S. 136f.)

Bei dem Einsatz derartiger Visualisierungen wird Lehrkräften nahegelegt, die Lernenden zunächst über die Visualisierungstechnik zu informieren, indem Vor- und Nachteile und ebenso Anwendungsmöglichkeiten vermittelt werden (vgl. Paris et al. 1983, zit. nach Renkl & Nückles 2006, S. 143). Nach Chang et al., sowie Fischer und Mandl kann es hilfreich sein, den Lernenden unvollständige (oder sogar bereits fertig gestellte) Mind/Concept Maps vorzulegen, welche von ihnen „nur noch“ ergänzt werden müssen (vgl. Chang et al. 2002; Fischer & Mandl 2000, zit. nach Renkl & Nückles 2006, S. 144). Eine selbstständige Erstellung von Mind/Concept Maps durch die Lernenden kann bei ausreichendem Verständnis der Technik erfolgen (vgl. Renkl & Nückles 2006, S. 144).

Um den Einsatz einer Mind Map als Organisationsstrategie zu verdeutlichen, wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein unvollständiges Mind Map zu dem Thema „Potenzfunktionen“ aus der 6. Klasse AHS als Arbeitsblatt erstellt, welches von den SchülerInnen im Unterricht ergänzt werden muss. Die im Anschluss bereitgestellte Lösung der Mind Map könnte ebenso in dieser (bereits vollständig ausgefüllten) Form den SchülerInnen vorgelegt werden. Wie bereits erwähnt, muss bei der gewählten Vorgangsweise immer darauf geachtet werden, inwieweit die SchülerInnen mit solchen Organisationsstrategien bereits vertraut sind. Die Idee einer Mind Map zu dem Thema „Potenzfunktionen“ stammt aus dem Werk „Mathematik Methodik“ (vgl. Barzel et al. 2007, S. 185) und wurde jedoch im Rahmen der Diplomarbeit in einer neuen und erweiterten Form erarbeitet. Für die verwendeten mathematischen Aspekte vgl. Malle et al. 2010b, S. 45f., 6. Klasse.

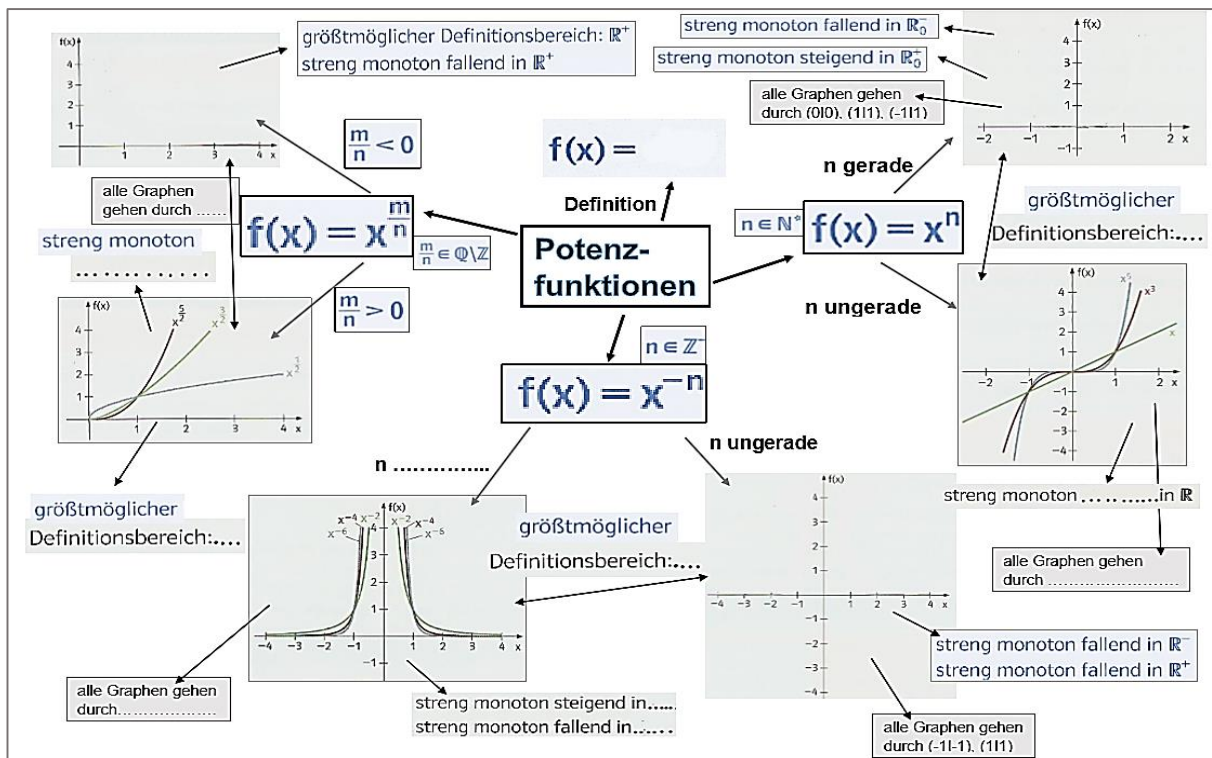


Abb. 58: Arbeitsblatt „Potenzfunktionen“
(vgl. Malle et al. 2010b, S. 45f., 6. Klasse)

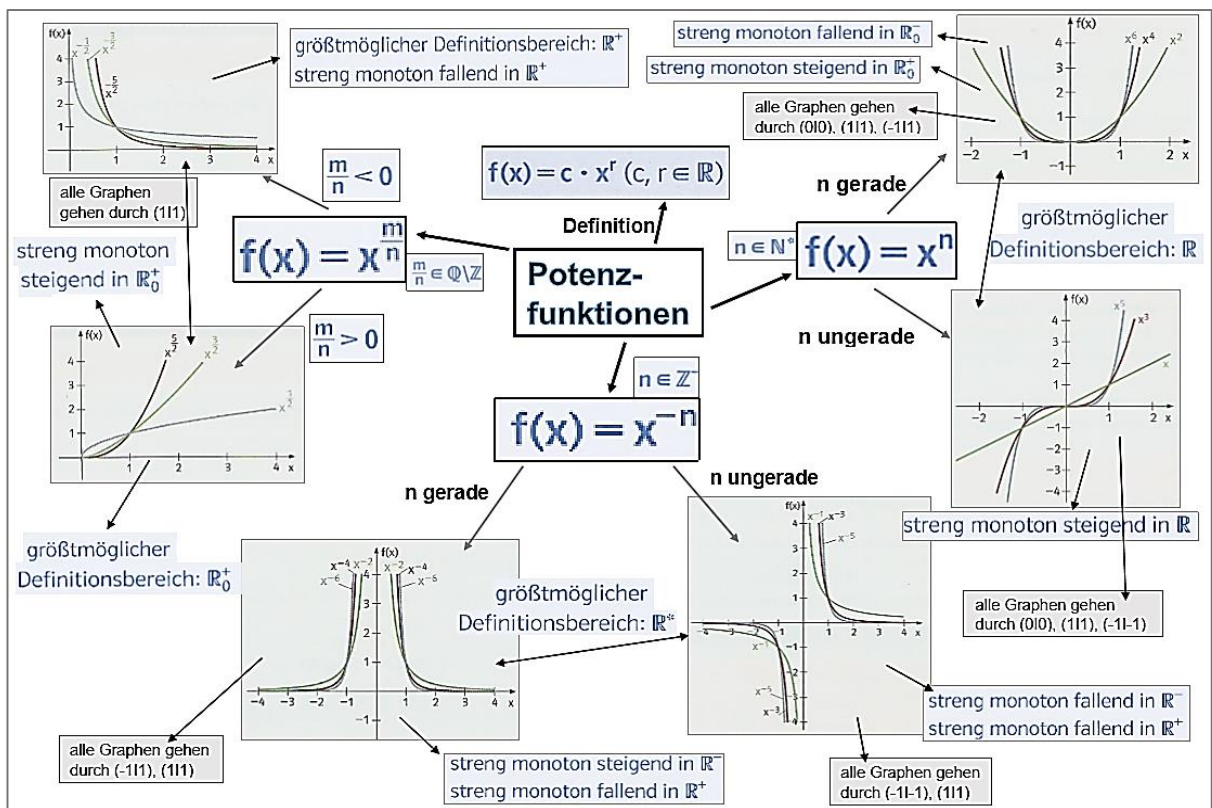


Abb. 57: Lösungen „Potenzfunktionen“
(vgl. Malle et al. 2010b, S. 45f., 6. Klasse)

Weitere Visualisierungstechniken

Für den Mathematikunterricht bieten sich weitere zahlreiche Visualisierungstechniken als Organisationsstrategien an, um mathematische Sachverhalte in eine leichter zu verarbeitende und verständlichere Form zu übertragen.

Mengendiagramme

Beispielsweise können Mengendiagramme (Venn-Diagramme) erstellt werden, um die Verknüpfung von Mengen zu visualisieren (in Anlehnung an Nückles & Wittwer 2014, S. 250f.). Exemplarisch für diese Visualisierungstechnik zeigt die folgende Tabelle in der linken Spalte jeweils die Definition einer Verknüpfung von Mengen und die zugehörige rechte Spalte visualisiert diese Verknüpfung durch ein Mengendiagramm.

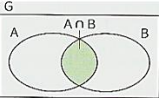
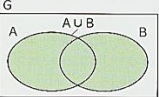
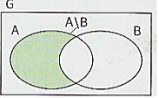
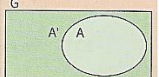
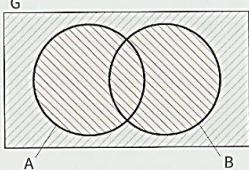
Definition Es seien A und B Teilmengen einer „Grundmenge“ G.	
$A \cap B = \{x \in G \mid x \in A \wedge x \in B\}$ heißt Durchschnitt von A und B.	
$A \cup B = \{x \in G \mid x \in A \vee x \in B\}$ heißt Vereinigung von A und B.	
$A \setminus B = \{x \in G \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ heißt Differenz von A und B. [Lies: A ohne B]	
$A' = G \setminus A$... Komplementärmenge von A in G	

Abb. 59: Mengendiagramme - Verknüpfung von Mengen
(vgl. Malle et al. 2010a, S. 29, 5. Klasse)

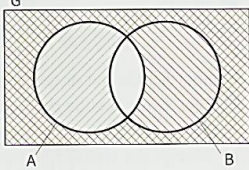
Ebenso können Mengendiagramme dabei helfen, Gesetze für Mengen mithilfe eines grafischen Lösungsweges zu beweisen (vgl. Malle et al. 2010a, 5. Klasse, S. 32), wie es die folgende Abbildung 60 zeigt.

Die Mengen A und B seien Teilmengen einer Grundmenge G.
 Beweise: $(A \cup B)' = A' \cap B'$

Lösung:
 Wir zeichnen für beide Seiten der Gleichung je ein Venn-Diagramm, wobei wir einige Mengen durch Schraffieren darstellen. Wir sehen, dass sich zum Schluss auf beiden Seiten dieselbe Menge ergibt.



$A \cup B$
 $(A \cup B)'$



A'
 B'
 $A' \cap B'$

Abb. 60: Mengendiagramme - Gesetze für Mengen
(vgl. Malle et al. 2010a, S. 32, 5. Klasse)

Lineare Funktionen mithilfe von Graphen visualisieren

Cox zufolge können lineare Graphen Lernende dabei unterstützen, zugrundeliegende mathematische Sachverhalte zu erkennen (vgl. Cox 1999, zit. nach Renkl & Nückles 2006, S. 140). Beispielsweise kann die Visualisierung in der folgenden Aufgabenstellung dabei helfen, die Zahlen k und d in der Termdarstellung $f(x) = k \cdot x + d$ zu deuten.

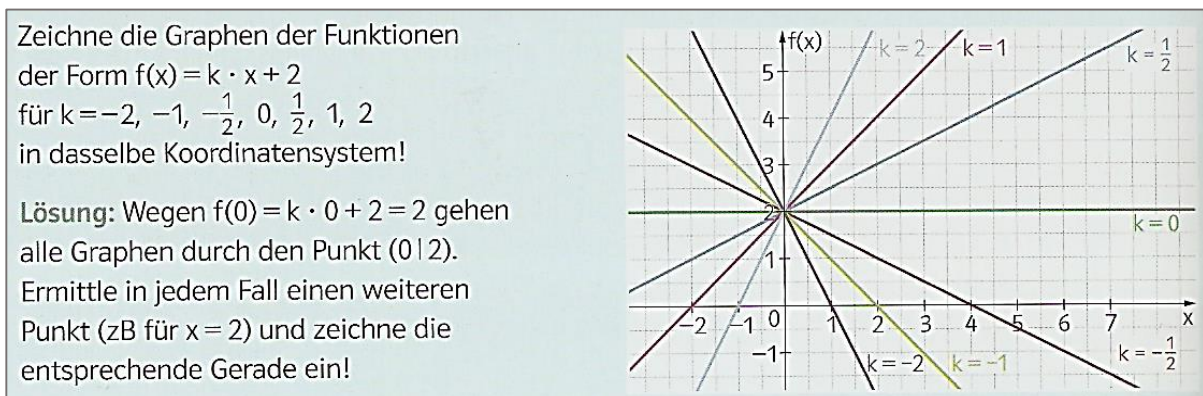


Abb. 61: Visualisierung linearer Funktionen

(vgl. Malle et al. 2010a, S. 146, 5. Klasse)

Aufgrund dieser Aufgabenstellung kann die Bedeutung der beiden Zahlen k und d folgendermaßen zusammengefasst und interpretiert werden.

Deutung von d:	Es ist $f(0) = k \cdot 0 + d = d$. Die Zahl d ist also der Funktionswert von f an der Stelle 0 . Der Graph von f schneidet die zweite Achse im Punkt $(0 d)$.
Deutung von k:	Man erkennt, dass sich der Graph von f mit steigendem k im Gegenuhrzeigersinn dreht. Die Zahl k ist also ein Maß dafür, wie stark der Graph von f steigt bzw. fällt. (Ist $k > 0$, so steigt die Gerade; ist $k < 0$, so fällt sie.) Man bezeichnet k als Steigung der Funktion f (bzw. Steigung der Geraden).

Abb. 62: Deutung von k und d

(vgl. Malle et al. 2010a, S. 146, 5. Klasse)

Ebenso lassen sich lineare Funktionszusammenhänge mithilfe von Graphen veranschaulichen: beispielsweise kann eine Visualisierung dabei helfen, die Kosten zweier Mobilfunkanbieter zu untersuchen, indem der Schnittpunkt zweier entsprechender Geraden gezeichnet wird (in Anlehnung an Nückles & Wittwer 2014, S. 250f.). Um diese Organisationsstrategie zu verdeutlichen, wird exemplarisch ein Beispiel zu dem Thema „Kosten- und Gebührenfunktionen“ der 5. Klasse AHS angeführt, das sich ebenso dem Kapitel der linearen Funktionen unterordnen lässt. Die graphische Visualisierung des folgenden Beispiels lässt die internen Zusammenhänge der Funktionen $K(x)$, $E(x)$ und $G(x)$ erkennen.

In einem Betrieb werden Rohre erzeugt. Die monatlichen Fixkosten für diese Produktion betragen 10 000 €, die variablen Kosten betragen 5 € pro Meter erzeugten Rohres. Beim Verkauf von 1 m Rohr ergibt sich ein Erlös von 10 €.

- 1) Wie viel Meter Rohr müssen verkauft werden, damit der Erlös die Produktionskosten übersteigt? Löse rechnerisch und grafisch!
- 2) Die Gewinnfunktion G ordne jeder produzierten Rohrlänge x den Gewinn $G(x)$ zu. Gib eine Termdarstellung dieser Funktion an und zeichne deren Graphen!
- 3) Für welche x ist der Gewinn positiv, für welche negativ? Was bedeutet ein negativer Gewinn?

Lösung:

- 1) Die Kosten für die Produktion von x m Rohr betragen: $K(x) = 10\,000 + 5 \cdot x$
 Beim Verkauf von x m Rohr beträgt der Erlös: $E(x) = 10 \cdot x$
 Wir untersuchen, für welches x sich $E(x) > K(x)$ ergibt: $10x > 10\,000 + 5x \Rightarrow x > 2\,000$

Es müssen also mehr als 2 000 m Rohr erzeugt werden, damit der Erlös die Produktionskosten übersteigt.

Zur grafischen Lösung zeichnen wir die Graphen der Erlösfunktion E und der Kostenfunktion K . Aus der Abbildung kann dann dieselbe Lösung abgelesen werden.

- 2) Gewinn = Erlös – Kosten
 $G(x) = E(x) - K(x) = 5 \cdot x - 10\,000$
- 3) Für $x > 2\,000$ ist der Gewinn positiv, für $x < 2\,000$ negativ. Negativer Gewinn bedeutet Verlust.

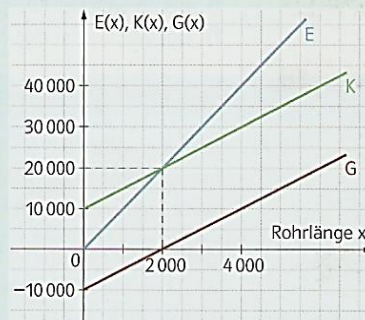


Abb. 63: lineare Funktionszusammenhänge visualisieren

(vgl. Malle et al. 2010a, S. 161, 5. Klasse)

Da Renkl und Nückles zufolge Informationen aus visuellen Darstellungen leichter abgelesen werden können (vgl. Renkl & Nückles 2006, S. 135f.), stellen derartige graphische Visualisierungen eine wesentliche Unterstützung zum Verständnis der Inhalte dar.

Polynomfunktionen mithilfe von Graphen visualisieren

Bereits in der 6. Klasse AHS werden Polynomfunktionen eingeführt, welche anschließend in der 7. Klasse AHS mithilfe höherer Ableitungen genauer untersucht werden. Aufgrund der tiefergehenden Auseinandersetzungen mit Polynomfunktionen in der 7. Klasse AHS scheint es für SchülerInnen sehr hilfreich zu sein, einen Überblick über typische Formen der Graphen von Polynomfunktionen zu bewahren. Aus diesem Grund wird die nächste Abbildung vorgelegt, welche typische Formen von Polynomfunktionen durch Graphen visualisiert. Die folgende Abbildung kann dem informationsreduzierenden und zusammenfassenden Aspekt von Organisationsstrategien durchaus gerecht werden.

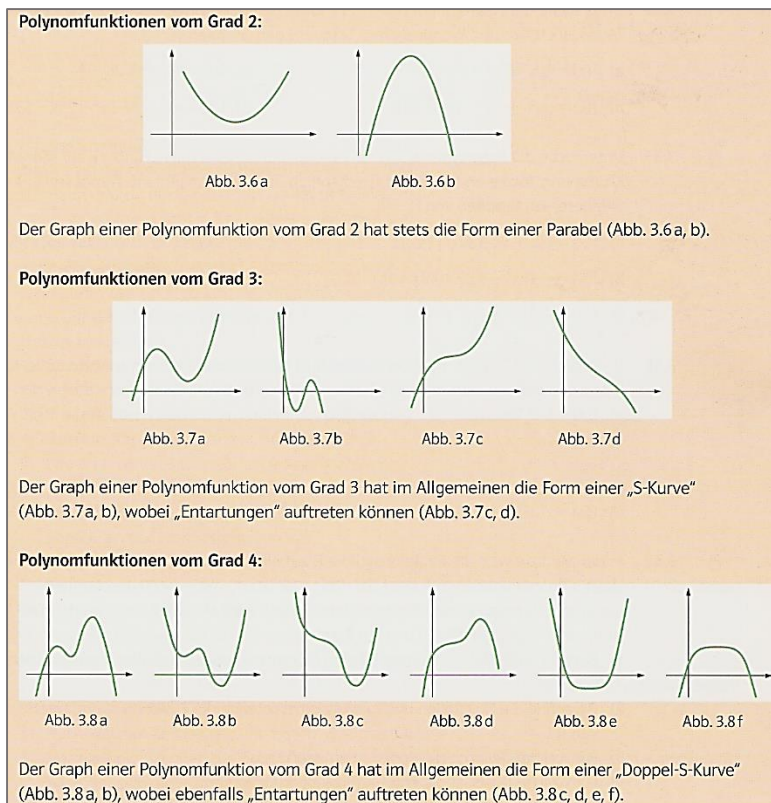


Abb. 64: Polynomfunktionen visualisieren

(vgl. Malle et al. 2011c, S. 55, 7. Klasse)

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Erstellung externer Visualisierungen zum einen eine tiefere Verarbeitung der Lerninhalte bewirkt und zum anderen zu neuen Kenntnissen führt (vgl. z.B. Renkl 1997, zit. nach Renkl & Nückles 2006, S. 135f.).

4.1.4 Kritisches Prüfen

Die Lernstrategie „Kritisches Prüfen“ sorgt dafür, dass neue Wissens Elemente mit bereits bestehendem Wissen verglichen und auf Grundlage des Vorwissens bewertet werden (vgl. Germ 2008, S. 57; Leopold 2009, S. 60). Strategien zum kritischen Prüfen sorgen für ein tiefergehendes Verständnis der Lerninhalte und dienen ebenso einer langfristigen Speicherung der Informationen (vgl. z.B. Pintrich et al. 1991; zit. nach Germ 2008, S. 61). Mithilfe dieser Strategien sollen die neuen Wissensinhalte kritisch betrachtet werden: dies kann umgesetzt werden, indem die lernende Person vorliegende Informationen mit anderen Informationen in Beziehung setzt und dabei einen Vergleich anstellt. Ebenso können Schlussfolgerungen auf deren Richtigkeit überprüft werden. (vgl. Wild & Wild 2002, zit. nach Germ 2008, S. 61) Mithilfe dieser

Strategien werden – wenn auch nicht explizit – Zusammenhänge zwischen verschiedenen Wissensselementen hergestellt.

Beweise im Mathematikunterricht

Das Durchführen mathematischer Beweise im Unterricht kann als eine typische Strategie des kritischen Prüfens betrachtet werden, da neue Wissensbestände auf Basis des Vorwissens überprüft werden. Einerseits werden bei der Beweisführung mathematischer Sachverhalte bereits bekannte Wissensselemente eingebaut und andererseits werden mithilfe durchgeführter Beweise bestimmte mathematische Schlussfolgerungen kontrolliert. Zudem können die einzelnen Beweisschritte für ein tiefergehendes Verständnis bei den SchülerInnen sorgen, da mathematische Inhalte nachvollziehbar werden.

Beziehungen und Verknüpfungen von Aussagen beweisen

Das Kapitel „Aussagen und Mengen“ aus der 5. Klasse AHS bietet sich beispielsweise an, um aufgestellte Beziehungen zwischen Aussagen kritisch zu prüfen. In der folgenden Abbildung wird ersichtlich, dass dies durch einen Vergleich mathematischer Aussagen (in diesem Fall der Vergleich orange eingefärbter Wahrheitswerte) erfolgt.

$A \Leftrightarrow B$ ist gleichbedeutend mit $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$.

Beweis:

A	B	$A \Leftrightarrow B$	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$
w	w	w	w	w	w
w	f	f	f	w	f
f	w	f	w	f	f
f	f	w	w	w	w

Man sieht, dass die orange eingetragenen Wahrheitswerte der beiden Aussagen übereinstimmen. Somit sind diese gleichbedeutend. ☐

Abb. 65: Beziehungen zwischen Aussagen beweisen
(vgl. Malle et al. 2010a, S. 23, 5. Klasse)

Ebenso können mithilfe dieser Strategie Verknüpfungen von Aussagen kritisch betrachtet und bewiesen werden. Exemplarisch wird deshalb an dieser Stelle der anschauliche Beweis der „Gesetze von de Morgan“ mithilfe einer Wahrheitswerttabelle angeführt. Auch dabei werden die orange eingefärbten Wahrheitswerte miteinander verglichen und in Beziehung zueinander gesetzt. Um jedoch die orange gefärbten Wahrheitswerte überhaupt erst zu erhalten, müssen SchülerInnen bereits bekanntes Wissen beispielsweise über „ $A \wedge B$ “ und „ $A \vee B$ “ einsetzen.

Gesetze von de Morgan: (1) $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$ (2) $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

Beweis (1)

A	B	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$
w	w	w	f	f	f	f
w	f	f	w	f	w	w
f	w	f	w	w	f	w
f	f	f	w	w	w	w

(2)

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$
w	w	w	f	f	f	f
w	f	w	f	f	w	f
f	w	w	f	w	f	f
f	f	f	w	w	w	w

Abb. 66: Verknüpfungen von Aussagen beweisen
(vgl. Malle et al. 2010a, S. 24, 5. Klasse)

Rechenregeln für Potenzen beweisen

Um die Rechenregeln für Potenzen in der 6. Klasse AHS zu überprüfen, können ebenso Beweise mit den SchülerInnen durchgeführt werden. Die Beweise dienen damit einer kritischen Betrachtung der vorgelegten Rechenregeln: dabei müssen die SchülerInnen wiederum bereits vorhandenes Wissen über Potenzen einsetzen, um die Beweise korrekt durchführen zu können. Exemplarisch werden an dieser Stelle vier kurze Beweise für die Rechenregeln für Potenzen mit Exponenten aus $\mathbb{N}^*$ angeführt.

Beweis:

(1) $a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{(m+n)} = a^{m+n}$

(2a) $\frac{a^m}{a^n} = \frac{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m}{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n} = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{(m-n)}$ (2b) $\frac{a^m}{a^n} = \frac{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m}{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n} = \frac{1}{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{(n-m)}}$

(3) $(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_n = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot \dots \cdot a) \cdot \dots \cdot (a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ Klammern zu je } m \text{ Faktoren}} = a^{m \cdot n}$

Abb. 67: Rechenregeln für Potenzen beweisen
(vgl. Malle et al. 2010b, S. 7, 6. Klasse)

Schlussfolgerungen auf deren Richtigkeit überprüfen

Wie bereits erwähnt und veranschaulicht wurde, können Beweise dabei helfen, mathematische Rechengesetze/Rechenregeln auf deren Richtigkeit zu überprüfen. Abgesehen von der Durchführung von Beweisen, soll an dieser Stelle betont werden, dass im Mathematikunterricht auch alle durchgeführten „Proben“ dazu dienen, (Rechen)Ergebnisse (und damit auch Schlussfolgerungen) auf deren Richtigkeit zu überprüfen.

An dieser Stelle sollen noch einige weitere Beispiele aus dem Mathematikunterricht angeführt werden, welche explizit die SchülerInnen dazu auffordern, gegebene Sachverhalte kritisch zu prüfen.

Schlussfolgerungen bei Ungleichungen kritisch prüfen

Die folgende Aufgabenstellung aus der 6. Klasse AHS bietet sich beispielsweise gut an, um Schlussfolgerungen zu dem Thema „Ungleichungen“ kritisch zu beleuchten.

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Wähle zur Überprüfung einige Zahlenbeispiele!

- (1) Für alle Zahlen $a, b \in \mathbb{R}$ gilt: $a < b \Rightarrow a^2 < b^2$
- (2) Für alle Zahlen $a, b \in \mathbb{R}^*$ gilt: $a < b \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$
- (3) Für alle Zahlen $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ gilt: $a < b \wedge c < d \Rightarrow a + c < b + d$
- (4) Für alle Zahlen $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ gilt: $a < b \wedge c < d \Rightarrow a \cdot c < b \cdot d$

Abb. 68: Schlussfolgerungen bei Ungleichungen kritisch prüfen

(vgl. Malle et al. 2010b, S. 39, 6. Klasse, Lösung (3))

Schlussfolgerungen bei Exponentialfunktionen kritisch prüfen

In der folgenden Aufgabenstellung aus der 6. Klasse AHS zu dem Themenbereich „Exponential- und Logarithmusfunktionen“ wird ebenso die Strategie des kritischen Prüfens realisiert. Die SchülerInnen müssen dabei die aufgestellte Behauptung kritisch hinterfragen und herausfinden, in welchem Aspekt der Aussage der Trugschluss liegt. Derartige Aufgabenstellungen regen SchülerInnen an, Aussagen kritisch zu prüfen. Ebenso kann die Auseinandersetzung mit solchen Aufgaben zu einem tiefergehenden Verständnis bei den SchülerInnen beitragen.

Wo liegt der Trugschluss? In einer Halbwertszeit zerfallen 50 % einer radioaktiven Substanz, daher in zwei Halbwertszeitlängen 100 %.

Abb. 69: Wo liegt der Trugschluss? (vgl. Malle et al. 2010b, S. 81, 6. Klasse)

Lösung:

Bei exponentiellen Zerfallsprozessen sind Zerfallsdauer und zerfallene Menge nicht zueinander direkt proportional. In zwei Halbwertszeitlängen zerfallen nicht 100 %, sondern 75 % (50 % + 50 % von 50 %) der Ausgangsmenge.

Abb. 70: Wo liegt der Trugschluss? - Lösung

(vgl. Malle et al. 2011b, S. 42, 6. Klasse)

Schlussfolgerungen bei reellen Funktionen kritisch prüfen

Auch aus dem Kapitel „Reelle Funktionen“ der 6. Klasse AHS eignen sich Beispiele, um vorliegende Sachverhalte zu überprüfen, wie es folgende Aufgabenstellung zeigt.

- Welche der folgenden Aussagen gilt für eine Potenzfunktion $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^r$ ($r \in \mathbb{R}$)?
- A) ☐ $r > 0 \Rightarrow f$ ist streng monoton steigend. C) ☐ $r < 0 \Rightarrow f$ ist streng monoton steigend.
B) ☐ $r > 0 \Rightarrow f$ ist streng monoton fallend. D) ☐ $r < 0 \Rightarrow f$ ist streng monoton fallend.

Abb. 71: Schlussfolgerungen bei reellen Funktionen kritisch prüfen

(vgl. Malle et al. 2010b, S. 274, 6. Klasse, Lösung (A), (D))

Schlussfolgerungen bei Textaufgaben kritisch prüfen

Zuletzt wird noch eine Textaufgabe zu Exponentialfunktionen aus der 6. Klasse AHS angegeben, um zu verdeutlichen, dass auch im Zuge von Textbeispielen das kritische Prüfen der Ergebnisse große Bedeutung hat. Dazu wurde das folgende Beispiel von „Ötzi“ gewählt, da dieses durch die Aufgabenstellung 2) die SchülerInnen direkt dazu auffordert, die Schlussfolgerung von Aufgabenstellung 1) kritisch zu betrachten.

Im Jahr 1991 wurde im Gletschereis die Mumie des Mannes vom Hauslabjoch – genannt „Ötzi“ – gefunden. Eine erste Analyse von Gewebeproben ergab, dass vom ursprünglichen C-14-Anteil nur mehr 57 % vorhanden waren.

- 1) Vor wie vielen Jahren ist der „Ötzi“ ungefähr gestorben?
- 2) Die Halbwertszeit von C-14 wird oft mit 5730 Jahren ± 30 Jahre angegeben. Wie wirkt sich diese Unsicherheit auf die Berechnung des Alters von „Ötzi“ aus?



Abb. 72: Schlussfolgerungen bei Textaufgaben kritisch prüfen

(vgl. Malle et al. 2010b, S. 67, 6. Klasse)

Lösung:

- 1) Der Ötzi starb etwa im Jahr 2660 v.Chr.
- 2) Ötzis Sterbejahr liegt ungefähr zwischen 2680 v.Chr. und 2630 v.Chr.

Abb. 73: Schlussfolgerungen bei Textaufgaben kritisch prüfen - Lösung

(vgl. Malle et al. 2011b, S. 33, 6. Klasse)

Bewertung mathematischer Sachverhalte

Bei der Vermittlung reeller Funktionen in der 5. Klasse AHS sollen SchülerInnen auch kritisch bewerten können, unter welchen Bedingungen tatsächlich eine Funktion vorliegt. Dazu können die beiden folgenden Aufgabenstellungen herangezogen werden.

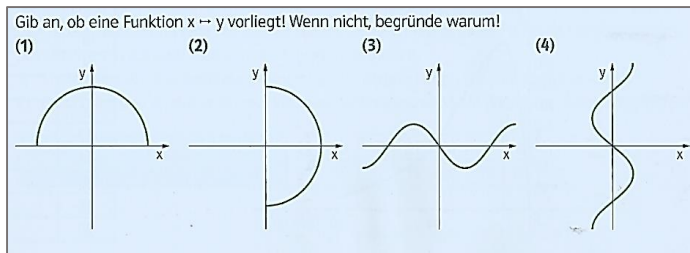


Abb. 74: Liegt eine Funktion vor?

(vgl. Malle et al. 2010a, S. 130, 5. Klasse)

Lösung:

(1) und (3): Es liegt eine Funktion vor.

(2) und (4): Es liegt keine Funktion vor, da manchen Argumenten x mehrere Zahlen y zugeordnet werden.

Abb. 75: Liegt eine Funktion vor? - Lösungen

(vgl. Malle et al. 2011a, S. 49, 5. Klasse)

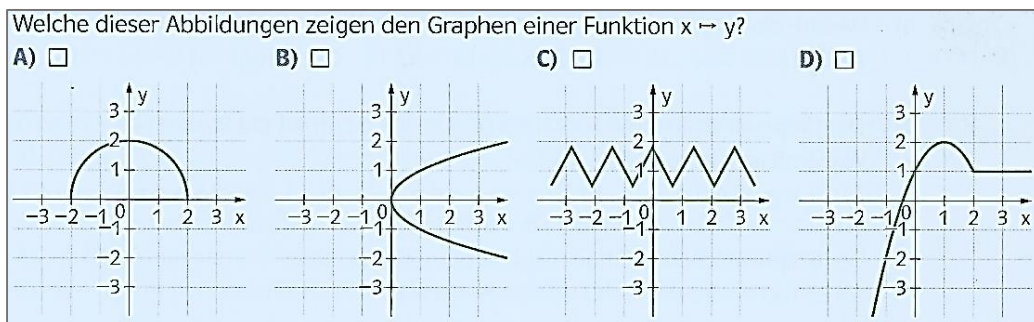


Abb. 76: Graph einer Funktion?

(vgl. Malle et al. 2010a, S. 277, 5. Klasse, Lösung: (A), (C), (D))

Ebenso kann die folgende Aufgabenstellung aus der 6. Klasse AHS zu dem Thema „Exponential- und Logarithmusfunktionen“ exemplarisch herangezogen werden, um die Bewertung mathematischer Sachverhalte zu verdeutlichen.

Von einer Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ kennt man einige Werte. Kann f eine Exponentialfunktion der Form $f(x) = c \cdot a^x$ sein? Wenn ja, gib eine Termdarstellung an! Wenn nicht, begründe, warum dies nicht sein kann!

a) $f(1) = 2$; $f(-2) = 0,25$; $f(3) = 8$

b) $f(-1) = 0,1$; $f(0) = 0,3$; $f(2) = 3$

c) $f(0) = 1$; $f(1) = 2$; $f(3) = 10$

d) $f(1) = 6$; $f(2) = 9$; $f(3) = 13,5$

Abb. 77: Exponentialfunktion - Bewertung mathematischer Sachverhalte

(vgl. Malle et al. 2010b, S. 63, 6. Klasse)

Lösungen:

- a) Ja, $f(x) = 2^x$
- b) f ist keine Exponentialfunktion. Denn wäre f eine Exponentialfunktion mit $f(-1) = 0,1$ und $f(0) = 0,3$, so hätte f die Termdarstellung $f(x) = 0,3 \cdot 3^x$. Daraus würde sich $f(2) = 2,7$ ergeben, was ein Widerspruch zur Angabe $f(2) = 3$ ist. Daher kann f keine Exponentialfunktion sein.
- c) f ist keine Exponentialfunktion. Denn erhöht man x ausgehend von 0 um 1, so verdoppelt sich der Funktionswert. Erhöht man x ausgehend von 1 um 3, so müsste sich der Funktionswert vervierfachen, falls f eine Exponentialfunktion wäre. Das ist aber nicht der Fall.
- d) $f(x) = 4 \cdot 1,5^x$

Abb. 78: Exponentialfunktion - Bewertung mathematischer Sachverhalte - Lösungen (vgl. Malle et al. 2011b, S. 30, 6. Klasse)

Da Strategien zum kritischen Prüfen eine starke Ähnlichkeit zu elaborativen Strategien aufweisen (vgl. Wild 2000, zit. nach Germ 2008, S. 61), werden sie oftmals in der Literatur nicht als eigene Strategiegruppe angeführt, sondern den Elaborationsstrategien zugeordnet (vgl. Friedrich & Mandl 1992; 1997, zit. nach Germ 2008, S. 61; Nückles & Wittwer 2014, S. 238).

4.2 Metakognitive Lernstrategien und der Einsatz im Mathematikunterricht

Den von Pintrich und Garcia klassifizierten metakognitiven Strategien entsprechen die Kontrollstrategien von Weinstein und Mayer, welche als „Comprehension Monitoring Strategies“ (Weinstein & Mayer 1986, S. 316) bezeichnet werden.

Metakognitive Lernstrategien können im Vergleich zu den kognitiven Strategien auf einer hierarchisch höheren Schicht betrachtet werden (siehe auch Drei-Schichten-Modell in Abb. 12), da der/die Lernende dabei den eigenen Lernprozess überwacht (vgl. Konrad 2011, S. 43). Die Bezeichnung *metakognitive* Lernstrategien lässt sich damit erklären, dass „es sich um Kontrollprozesse höherer Ordnung handelt, die dazu dienen, die eigenen Informationsverarbeitungsprozesse zu regulieren“ (Friedrich & Mandl 1992, S. 13). Damit sind diejenigen Strategien gemeint, welche es der lernenden Person ermöglichen, den eigenen Lernprozess zu planen, zu kontrollieren und zu bewerten, um damit auch die Lernergebnisse kontinuierlich überprüfen zu können. (vgl. Friedrich & Mandl 1992, S. 13; Wild 2000, S. 32) Aufgrund deren vielfältigen Funktionen wirken sich Kontrollstrategien auf den gesamten Enkodierungsprozess aus (vgl. Weinstein & Mayer 1986, S. 317).

Nach Pintrich et al. werden als metakognitive Strategien Planungs-, Monitoring- und Selbstregulationsstrategien unterschieden (vgl. Pintrich et al. 1993, zit. nach Leopold 2009, S. 60). Auch Wernke nimmt in Anlehnung an Pintrich et al. eine ähnliche Klassifizierung vor und unterteilt die Kontrollstrategien in die folgenden drei Kategorien: Planungs-, Überwachungs- und Regulationsstrategien (vgl. Wernke 2013, S. 20). Die in weiterer Folge vorgeschlagenen Unterrichtsmethoden beziehen sich in Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit auf den Mathematikunterricht, lassen sich jedoch ebenso in vielen anderen Unterrichtsgegenständen umsetzen. Da eine genaue Ausführung der vorgeschlagenen Methoden den Rahmen der Diplomarbeit weitaus überschreiten würde, werden mögliche Methoden zur Unterrichtsgestaltung ohne themenbezogene Ausarbeitung angegeben.

4.2.1 Planungsstrategien

Planungsstrategien werden noch vor dem Lernprozessbeginn eingesetzt, um die Vorgehensweise (z.B. Auswahl von Lernstrategien, Formulierung realistischer Lernziele) genau zu überlegen, um möglichen Komplikationen während des Lernens vorzubeugen (vgl. Wernke 2013, S. 20; Nückles & Wittwer 2014, S. 238). Dazu wird die vorliegende Aufgabe genau analysiert und bestehendes Vorwissen und metakognitive Fähigkeiten werden aktiviert (vgl. Pintrich 1989; 2000, zit. nach Leopold 2009, S. 60).

Vorbereitung auf eine Prüfung

Im Mathematikunterricht können derartige Planungsstrategien eingesetzt werden, wenn sich SchülerInnen beispielsweise auf eine Schularbeit oder auf die schriftliche bzw. mündliche Reifeprüfung vorbereiten. Dazu können auch im Unterricht gemeinsam mit der Lehrkraft (kognitive) Lernstrategien überlegt werden, wie SchülerInnen den Lernstoff am besten erarbeiten. Ebenso sollte von den SchülerInnen im Zuge einer Prüfungsvorbereitung eine realistische Zeiteinteilung getroffen werden.

Stationenbetrieb und Freiarbeit

Planungsstrategien können im Unterricht zum Einsatz kommen, wenn beispielsweise ein Stationenbetrieb durchgeführt wird: dabei müssen die Lernenden vor Beginn der Durchführung die Vorgehensweise genau planen, um alle Anforderungen des Stationenbetriebs zu bewältigen. Zur Planung der Herangehensweise können sich Lernende an dem von der Lehrperson vorgegebenen Arbeitsplan orientieren, der alle

wichtigen Forderungen (z.B. Anzahl und Beschreibung der Stationen, Arbeits- und Sozialform) beinhaltet. Anhand dieser Vorgaben können sich die SchülerInnen eine für sie praktische Vorgangsweise überlegen. Ebenso sollte noch vor der Handlungsausführung eine vorläufige Entscheidung getroffen werden, in welcher Reihenfolge die Stationen erarbeitet und welche Wahlstationen ausgesucht werden. Des Weiteren sollten die SchülerInnen eine zeitliche Einteilung, sowie die Wahl bevorzugter Arbeits- und Sozialformen noch vor Beginn des Stationenbetriebs festlegen. Da SchülerInnen im Rahmen eines Stationenbetriebs ihre „individuellen Lernwege beschreiten und eigene Schwerpunkte setzen“ (Barzel et al. 2007, S. 198), scheint die Umsetzung von Planungsstrategien notwendig zu sein.

Ebenso kann die Unterrichtsmethode der Freiarbeit dazu dienen, Planungsstrategien der SchülerInnen zu fördern. Da Lernende dabei selbst über die Wahl der Lernmaterialien, sowie über den Zeitpunkt der Erarbeitung entscheiden können (vgl. Barzel et al. 2007, S. 76), scheint eine Planung des Lernvorgehens bei dieser Unterrichtsmethode äußerst sinnvoll zu sein.

4.2.2 Überwachungsstrategien

Mithilfe von Überwachungsstrategien (welche in der Literatur oftmals als Monitoringstrategien bezeichnet werden) sollen Lernende während des Lernprozesses zum einen überprüfen, ob sie die geplante Vorgangsweise auch tatsächlich umsetzen, und zum anderen sollen sie reflektieren, ob sie die Lerninhalte verstanden haben (vgl. Wernke 2013, S. 20). Mithilfe der Überwachungsstrategien sollen Lernende kontinuierlich überprüfen, ob die eingesetzten Lernstrategien zum Lernerfolg führen (vgl. z.B. Schreblowski & Hasselhorn 2006, zit. nach Germ 2008, S. 64). Den Lernfortschritt können Lernende damit überprüfen, indem sie sich beispielsweise selbst Kontrollfragen zu den erworbenen Inhalten stellen (vgl. Wild & Schiefele 1994, zit. nach Germ 2008, S. 64).

Einsatz von Lernkärtchen

Diese Lernstrategien lassen sich im Mathematikunterricht beispielsweise mithilfe der in Kapitel 4.1.1. erstellten Lernkärtchen (Ellipse, Hyperbel, Parabel) umsetzen: dabei müssen SchülerInnen nämlich selbst kontinuierlich überprüfen, ob sie die Lerninhalte verstanden haben und gegebenenfalls die Inhalte der Lernkärtchen mehrmals wiederholen.

Durchführung einer „Selbstkontrolle“

SchülerInnen können deren Lernerfolg ebenso kontrollieren, indem sie beispielsweise die Aufgabenstellungen zur „Selbstkontrolle“ in den Schulbüchern „Mathematik verstehen“ selbstständig zu lösen versuchen (vgl. z.B. Malle et al. 2011c, S. 253, 7. Klasse). In dem Anhang „Selbstkontrolle“ werden zu allen Kapiteln Multiple Choice-Aufgaben gestellt. Da sich die Lösungen ebenfalls in den Schulbüchern befinden (vgl. z.B. Malle et al. 2011c, S. 261, 7. Klasse) können die SchülerInnen deren Ergebnisse (und damit auch den Lernfortschritt) selbst kontrollieren und bei falschen Antworten die entsprechenden Lerninhalte nochmals wiederholen. Exemplarisch wird an dieser Stelle die „Selbstkontrolle“ zu dem Thema „Grundbegriffe der Differentialrechnung“ aus der 7. Klasse AHS angeführt.

2 Grundbegriffe der Differentialrechnung

1) Der Differenzenquotient von f in $[a; b]$ gibt an:

A) ☐ die Änderung der Funktionswerte in $[a; b]$

B) ☐ das Verhältnis der Änderung der Funktionswerte zur Änderung der Argumente in $[a; b]$

C) ☐ den Unterschied zwischen den Funktionswerten und den Argumenten in $[a; b]$

D) ☐ die mittlere Änderung der Funktionswerte pro Argumenteinheit in $[a; b]$

2) Die mittlere Geschwindigkeit in einem Zeitintervall $[t_1; t_2]$ ist gleich

A) ☐ der Änderung des Ortes in $[t_1; t_2]$.

B) ☐ der Änderung der Geschwindigkeit in $[t_1; t_2]$.

C) ☐ der mittleren Änderungsrate des Ortes in $[t_1; t_2]$.

D) ☐ der Ableitung des Ortes nach der Zeit in $[t_1; t_2]$.

3) Ist der Differenzenquotient von f in $[a; b]$ positiv, dann ist

A) ☐ f monoton steigend in $[a; b]$. C) ☐ $f(a) > f(b)$.

B) ☐ die Sekantenfunktion von f in $[a; b]$ D) ☐ $f(x) > 0$ für alle $x \in [a; b]$.
streng monoton steigend.

4) Die Ableitung $f'(x)$ einer Polynomfunktion f ist näherungsweise gleich

A) ☐ dem Differenzenquotienten von f in einem sehr kleinen Intervall um x .

B) ☐ der mittleren Änderungsrate von f in einem sehr kleinen Intervall um x .

C) ☐ der mittleren Änderungsrate von f in einem beliebigen, aber sehr kleinen Intervall.

D) ☐ der Änderungsrate der Ableitung von f in $[a; b]$.

5) Eine Wanne wird gleichmäßig mit Wasser gefüllt. Für das Wasservolumen (in Liter) nach t Minuten gelte: $V(t) = 30 \cdot t + 50$. Kreuze die richtigen Aussagen an!

A) ☐ Zu Beginn sind 30 Liter in der Wanne und pro Minute fließen 50 Liter zu.

B) ☐ Die Volumszunahmegeschwindigkeit beträgt zu jedem Zeitpunkt 30 l/min.

C) ☐ Die mittlere Volumszunahme pro Minute beträgt 30 l.

D) ☐ Die mittlere Volumszunahmegeschwindigkeit beträgt 30 l/min.

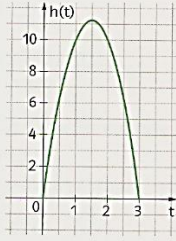
6) Nebenstehend ist die Höhe eines nach oben geworfenen Steins in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Kreuze die richtigen Aussagen an!

A) ☐ Die Geschwindigkeit des Steins ist zum Zeitpunkt $t = 1,5$ am größten.

B) ☐ $\frac{dh}{dt}$ gibt die Geschwindigkeit des Steins zum Zeitpunkt t an.

C) ☐ Die Steigung der Tangente an den Graphen an einer Stelle t gibt den Winkel an, den die Tangente zum Zeitpunkt t mit der positiven 1. Achse einschließt.

D) ☐ Die Geschwindigkeit ist zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 3$ am kleinsten.



✓

Auswertung: Ich habe _____ von 10 möglichen Punkten erreicht.

Abb. 79: Durchführung einer Selbstkontrolle
(vgl. Malle et al. 2011c, S. 253, 7. Klasse)

Stationenbetrieb und Freiarbeit

Überwachungsstrategien finden ebenso Anwendung bei der Durchführung eines Stationenbetriebs bzw. einer Freiarbeit. Da die Lernenden bei diesen Methoden häufig die Kontrolle deren Lerntätigkeiten selbstständig durchführen müssen, können sie deren Lernerfolg eigenständig kontrollieren und damit eine Rückmeldung über deren Lernfortschritt erhalten. Ebenso müssen SchülerInnen bei diesen Methoden die Einhaltung des vorgegebenen inhaltlichen und zeitlichen Rahmens kontinuierlich überwachen. Da SchülerInnen vor allem bei der Freiarbeit Eigenverantwortung über deren Lernprozess übernehmen (vgl. Barzel et al. 2007, S. 76), scheint es umso wichtiger zu sein, das individuelle Lernvorgehen ständig zu überprüfen.

Laufdiktat

Überwachungsstrategien können ebenso im Rahmen eines Laufdiktats realisiert werden: die SchülerInnen müssen dabei die Informationsblätter so oft durchlesen, bis sie die darin enthaltenen Informationen vollständig und fehlerfrei in deren Heft notiert haben. Am Ende des Laufdiktats müssen die Lernenden deren Aufzeichnungen mit den Informationsblättern vergleichen und damit deren Lernaktivität kontrollieren.

4.2.3 Regulationsstrategien

Auf Einsichten bezüglich des Lernprozesses/Lernerfolgs, welche aufgrund der Überwachungsstrategien gewonnen wurden, kann mithilfe der Regulationsstrategien adäquat reagiert werden: so können Lernstrategien nach deren Wirksamkeit bewertet und den vorliegenden Anforderungen und auftretenden Schwierigkeiten angepasst werden. Ebenso können fehlerhafte Vorstellungen korrigiert werden. Regulationsstrategien können umgesetzt werden, indem beispielsweise anspruchsvolle Lerninhalte nochmals wiederholt werden, der Lernstoff überarbeitet oder das Lerntempo angepasst wird. (vgl. Leopold 2009, S. 61; Wernke 2013, S. 21 und S. 26) Regulationsstrategien stehen zwar in enger Verbindung zu den Überwachungsstrategien, haben jedoch die wichtige Funktion, auf die Selbstprüfung des erworbenen Verständnisses zu reagieren und das Lernverhalten entsprechend zu ändern (vgl. Wild 2000, S. 38).

Stationenbetrieb und Freiarbeit

Auch im Zusammenhang mit Regulationsstrategien können wiederum der Stationenbetrieb und die Freiarbeit erwähnt werden. Je nach Fortschritt der Kenntnisse sollen SchülerInnen selbst über Wahlstationen bzw. Lernmaterialien entscheiden: so können sie bei Verständnisschwierigkeiten eines bestimmten mathematischen Aspekts eine entsprechende Wahlstation beim Stationenbetrieb bestimmen, um die Schwierigkeiten zu beheben und Wissenslücken auszugleichen. Durch das selbstständige Wählen der Aufgaben können Regulationsstrategien bei beiden Unterrichtsmethoden sehr gut realisiert werden. Im Zuge dieser Methoden müssen SchülerInnen ebenso deren Lerntempo den gegebenen Anforderungen und dem individuellen Lernfortschritt anpassen. Möglicherweise müssen die SchülerInnen aufgrund der Einsicht, dass sie bestimmte Inhalte nicht verstanden haben, manche Teilaspekte der Lernmaterialien nochmals wiederholen. Die selbstständige Kontrolle der Lernergebnisse erlaubt es den Lernenden, Korrekturen eigenständig vorzunehmen und mögliche Verständnisschwierigkeiten auszugleichen.

4.3 Ressourcenbezogene Lernstrategien und der Einsatz im Mathematikunterricht

Die von Weinstein und Mayer bezeichnete Gruppe der affektiv-motivationalen Strategien (vgl. Weinstein & Mayer 1986, S. 316) fassen Pintrich und Garcia unter dem Begriff „Ressourcenmanagement“ zusammen (vgl. Abb. 8 in Kap. 3.3.3). Zu den affektiven Strategien zählen nach Weinstein und Mayer die Anstrengungsbereitschaft, sowie die Fähigkeit, Interesse für den Lernstoff zu entwickeln und Freude am Lernprozess zu empfinden. Diese Strategien sollen Lernenden dabei helfen, mit ablenkenden Faktoren umgehen zu können. Nach Wernke haben affektive Strategien eine zentrale Bedeutung für den Lernprozess, da diese dafür ausschlaggebend sind, ob der Lernvorgang aktiviert wird bzw. ob er über längere Zeit fortgesetzt werden kann. Ebenso soll mithilfe affektiver Strategien Prüfungsangst reduziert werden, worauf jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden kann. (vgl. Weinstein & Mayer 1986, S. 317; Wernke 2013, S. 22 und S. 27)

Auf Basis der Lernstrategiekonzeption von Pintrich et al. sprechen Wild und Schiefele (1994) von internen und externen Ressourcenstrategien: während innere Ressourcen die personeninternen Lernbedingungen beschreiben, bezieht sich das externe Ressourcenmanagement auf äußere Rahmenbedingungen (vgl. Wild & Wild 2002,

zit. nach Germ 2008, S. 65). Diese beiden Kategorien werden nun näher erläutert und dienen als theoretische Grundlage für den praktischen Unterrichtsbezug.

4.3.1 Internes Ressourcenmanagement

Personeninterne Ressourcen umfassen ein individuelles Zeitmanagement, Methoden zur Aufmerksamkeits- und Anstrengungsregulierung (vgl. Germ 2008, S. 65), sowie Strategien zur Förderung der Konzentration und Motivation (vgl. Beddies 2006, S. 17). Die Anstrengungsregulation ist vor allem deshalb wichtig, um Lernvorgänge aufrecht zu erhalten, auch wenn die zugrundeliegenden Aufgaben nicht vollkommen mit den Interessen der lernenden Person übereinstimmen (vgl. Germ 2008, S. 66). Lernende müssen deshalb daran bemüht sein, die Lernbereitschaft aufrecht zu erhalten und Langeweile zu vermeiden (vgl. z.B. Pintrich & Garcia 1993, zit. nach Germ 2008, S. 57). Aus diesem Grund wird das interne Ressourcenmanagement auch als motivationales Ressourcenmanagement bezeichnet (vgl. Wild et al. 1992, zit. nach Artelt 2000, S. 22): um einen Lernprozess zu beginnen, benötigen Lernende motivationale Strategien, wodurch sie zum Lernen angeregt werden sollen (vgl. Wernke 2013, S. 21). Die Aufmerksamkeitssteuerung soll dafür sorgen, dass relevante Informationen aus zahlreichen Wissensquellen herausgefiltert werden (vgl. Brünken & Seufert 2006, zit. nach Germ 2008, S. 67), was beispielsweise durch Unterstreichungen und farbigen Markierungen ermöglicht wird (vgl. z.B. Leutner et al. 2001, zit. nach Germ 2008, S. 67).

Im Rahmen des (Mathematik-)Unterrichts können personeninterne Ressourcen lediglich auf *indirektem* Weg gefördert und angeregt werden, indem der Unterricht derart gestaltet wird, dass Lernende am Lernstoff interessiert sind und Lernbereitschaft zeigen. Beispielsweise können Spiele (z.B. Domino, Memory, Puzzle) dafür sorgen, dass sich Lernende für den Mathematikunterricht motivieren und begeistern können. Diese Unterrichtsvorschläge sind jedoch aufgrund der Gestaltung äußerer Rahmenbedingungen dem externen Ressourcenmanagement sehr nahe, weshalb erst in dem nächsten Kapitel „Externes Ressourcenmanagement“ ein Domino für den Mathematikunterricht angeführt wird. An dieser Stelle soll betont werden, dass das Domino als *exemplarische* Unterrichtsgestaltung gesehen werden muss und noch viele weitere Möglichkeiten bestehen, um interne Ressourcen der SchülerInnen anzuregen.

4.3.2 Externes Ressourcenmanagement

Im Vergleich zu den internen Ressourcen werden unter dem externen Ressourcenmanagement eine günstige Gestaltung des Lernumfelds (z.B. optimale Gestaltung des Arbeitsplatzes), sowie der Gebrauch von externen Ressourcen (z.B. Büchereien) angeführt (vgl. Artelt 2000, S. 22). Bei der Nutzung vorhandener Ressourcen sei vor allem auf den „Einsatz und Gebrauch verschiedener Medien und Hilfsmittel“ (Wernke 2013, S. 22) hinzuweisen (vgl. Wernke 2013, S. 22).

Förderung interner Ressourcen durch externe Hilfsmittel

Wie bereits erwähnt, können interne Ressourcen der SchülerInnen nur indirekt – nämlich mithilfe externer Ressourcen – gefördert werden.

Spiele im Mathematikunterricht

Damit SchülerInnen Freude, Begeisterung und Interesse am Unterrichtsgeschehen zeigen, können beispielsweise Spiele im Mathematikunterricht eingesetzt werden. Deshalb wird an dieser Stelle in Abbildung 80 exemplarisch ein Domino zu dem Thema „Trigonometrie“ für die 5. Klasse AHS als mögliche Unterrichtsgestaltung angeführt, welches als externes Hilfsmittel die internen Ressourcen der Lernenden begünstigen und damit die Motivation, Konzentration und Lernbereitschaft erhöhen soll.

Start	$(\sin x)^2 + (\cos x)^2$	1	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
$\cos x$	$\frac{\sin x}{\cos x}$	$\tan x$	0
$\sin(0^\circ)$	$\frac{\cos x}{\sin x}$	$\frac{1}{\tan x}$	$\sin x$
$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$	$\cos(90^\circ - x)$	$\sin x$	$\cos(\frac{\pi}{3})$
$\frac{1}{2}$	$\sin(180^\circ + x)$	$-\sin x$	$\tan x$
$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$	$\frac{\pi}{6}$	30°	$\cos x$
$\sin(90^\circ - x)$	1	$\tan(45^\circ)$	∞
$\tan(\frac{\pi}{2})$	2π	360°	$\sin(45^\circ)$
$\cos(\frac{\pi}{4})$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos(30^\circ)$	$\cos(180^\circ + x)$
$-\cos(x)$	$\tan(-x)$	$-\tan x$	$\frac{3\pi}{2}$
270°	$\cos(3\pi)$	-1	$\frac{5\pi}{6}$
150°	$\tan(240^\circ)$	$\sqrt{3}$	Ende

Abb. 80: Domino „Trigonometrie“ (vgl. ACDCA, 2006)

Nachdem derartige Spiele in Kleingruppen umgesetzt werden, lässt sich auch der zugrundeliegende soziale Aspekt als externe Strategie anführen: Konrad zufolge werden nämlich auch bestimmte soziale Lernformen, wie beispielsweise das Lernen in Gruppen/mit MitschülerInnen, als externe Strategien angeführt (in Anlehnung an Konrad 2011, S. 43). Germ erfasst ebenso unter den externen Ressourcen die soziale Unterstützung, da ihr zufolge Hilfestellungen von anderen zu den äußeren Ressourcen gezählt werden müssen (vgl. Germ 2008, S. 65).

GeoGebra als externe Ressource

Um den Lernprozess der SchülerInnen zu unterstützen, lässt sich im Zuge des Mathematikunterrichts als externes Hilfsmittel die Software „GeoGebra“ einsetzen.

Exemplarisch werden nun drei Unterrichtsbeispiele aus der 6. Klasse AHS vorgestellt, um den Einsatz und die Nützlichkeit dieser Ressource zu verdeutlichen. Die Ideen und Beispiele wurden dem Schulbuch „Mathematik verstehen 6. Technologietraining“ (vgl. Ableitinger et al. 2015) entnommen und mithilfe der GeoGebra-Software selbst ausgearbeitet.

Ungleichungen mithilfe von GeoGebra lösen und interpretieren

Die folgende Ausarbeitung eines Beispiels zu dem Thema „Ungleichungen“ kann mit den SchülerInnen im Unterricht der 6. Klasse AHS mithilfe der GeoGebra-Software erarbeitet werden. Durch den GeoGebra-Einsatz sollen SchülerInnen mit Ungleichungen vertraut werden und diese lösen, sowie geometrisch interpretieren können. Die folgende Abbildung 81 zeigt zunächst die Aufgabenstellung.

Lösen einer linearen Ungleichung

Bestimme die Lösungsmenge der Ungleichung $3 \cdot (4x - 3) < 15$ und veranschauliche sie im Grafikfenster!

Abb. 81: Aufgabenstellung - Ungleichung

(vgl. Ableitinger et al. 2015, S. 8, 6. Klasse)

Abbildung 82 verdeutlicht, dass zunächst die lineare Ungleichung im CAS-Fenster eingegeben und mithilfe eines entsprechenden Werkzeugs gelöst wird (vgl. Ableitinger et al. 2015, S. 8).

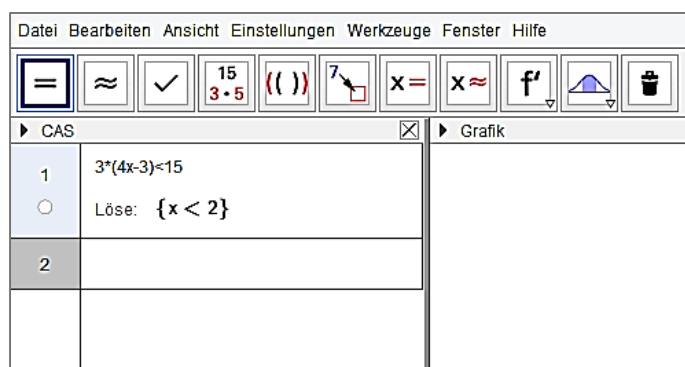


Abb. 82: Lösung der linearen Ungleichung im CAS-Fenster

(vgl. Ableitinger et al. 2015, S. 8, 6. Klasse)

In weiterer Folge werden nun zwei Möglichkeiten vorgestellt, um die Lösungsmenge im Grafikfenster grafisch darzustellen. Dabei stellt die erste Möglichkeit in Abbildung 83 die Lösungsmenge als grün markierte Halbebene dar.

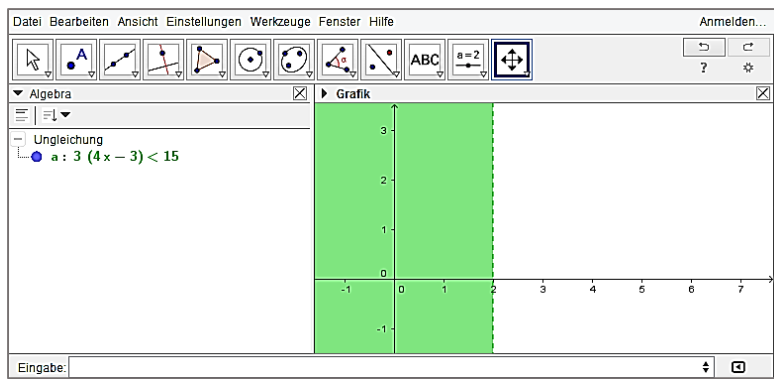


Abb. 83: grafische Darstellung der Lösungsmenge - 1. Möglichkeit
(vgl. Ableitinger et al. 2015, S. 8, 6. Klasse)

Im Vergleich dazu wird für die grafische Lösungsmenge der zweiten Möglichkeit in Abbildung 84 zunächst ein (der Ungleichung entsprechender) Funktionsgraph gezeichnet und mit der 1. Achse geschnitten. Die Lösungsmenge beinhaltet die „Menge aller Stellen auf der 1. Achse, denen ein negativer Funktionswert zugeordnet wird“ (Ableitinger et al. 2015, S. 9). Die Lösungsmenge wird in der Abbildung 84 als pink eingefärbter Strahl gekennzeichnet.

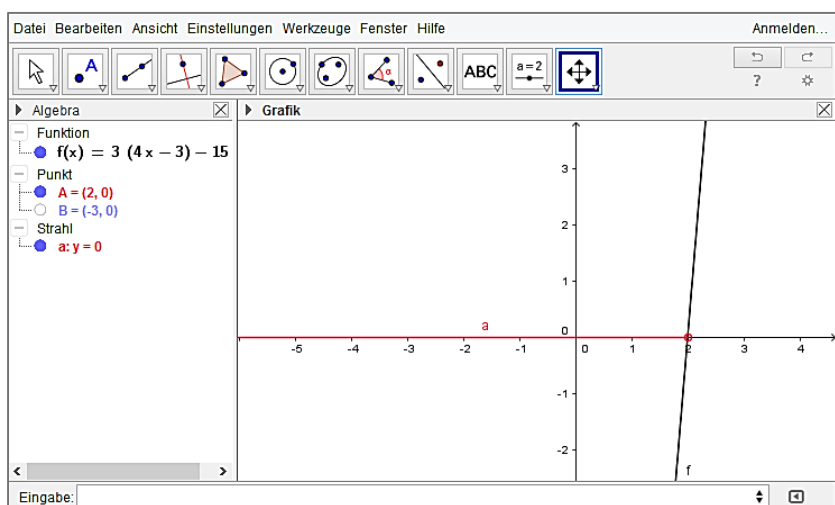


Abb. 84: grafische Darstellung der Lösungsmenge - 2. Möglichkeit
(vgl. Ableitinger et al. 2015, S. 9, 6. Klasse)

Graphen von Potenzfunktionen mithilfe von GeoGebra veranschaulichen

Die folgende Aufgabenstellung in Abbildung 85 soll mithilfe des GeoGebra-Einsatzes verdeutlichen, wie sich der Graph von Potenzfunktionen in Abhängigkeit des Parameters „n“ ändert.

Graphen von Potenzfunktionen

Wie hängt der Graph einer Funktion der Form $f(x) = x^n$ von n ab, wenn n ganzzahlige Werte annehmen kann? Visualisiere mit GeoGebra und erkläre das Verhalten des Graphen in Abhängigkeit von n!

Abb. 85: Aufgabenstellung - Potenzfunktion

(vgl. Ableitinger et al. 2015, S. 18, 6. Klasse)

Die folgenden Abbildungen (Abb. 86 und 87) können verdeutlichen, wie der Graph der Funktion $f(x) = x^n$ von n abhängt (n nimmt in diesem Fall ganzzahlige Werte zwischen -10 und 10 an). Die verschiedenen Graphen können mithilfe von GeoGebra visualisiert werden und sollen den SchülerInnen dabei helfen, eine Vorstellung von Potenzfunktionen zu gewinnen. Die beiden Abbildungen (Abb. 86 und 87) sollen exemplarisch vier mögliche Fälle verdeutlichen: mithilfe eines Schiebereglers (für n) können alle möglichen entsprechenden Funktionsgraphen gezeichnet und von den SchülerInnen interpretiert werden.

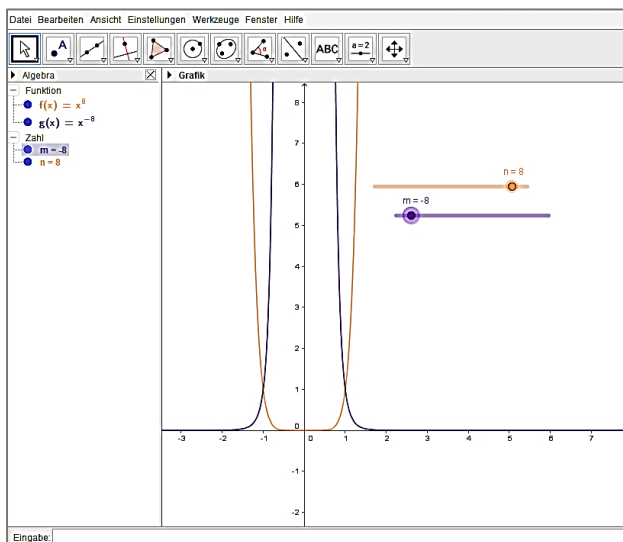


Abb. 86: Graphen von Potenzfunktionen visualisieren

(vgl. Ableitinger et al. 2015, S. 18, 6. Klasse)

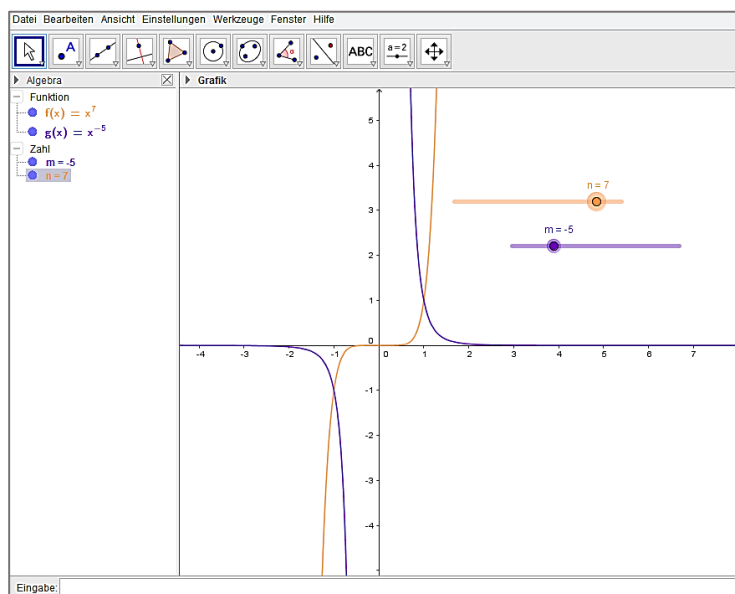


Abb. 87: Graphen von Potenzfunktionen visualisieren
(vgl. Ableitinger et al. 2015, S. 18, 6. Klasse)

Lage von drei Ebenen mithilfe von GeoGebra bestimmen

Mithilfe des GeoGebra-Einsatzes kann auch sehr schnell die Lage dreier Ebenen ermittelt werden, wie es folgendes Beispiel aus der 6. Klasse AHS verdeutlicht.

Ermitteln der Lage dreier Ebenen im 3D-Grafikfenster		
Bestimme die gegenseitige Lage und den Durchschnitt der Ebenen E_1 , E_2 und E_3 im 3D-Grafikfenster!		
$E_1: x - 2z = -2,$	$E_2: x + 16y + 22z = 14,$	$E_3: -3x + 11y - 7z = -42$

Abb. 88: Aufgabenstellung - Lage dreier Ebenen ermitteln
(vgl. Ableitinger et al. 2015, S. 74, 6. Klasse)

Um diese Aufgabenstellung mithilfe der GeoGebra-Software zu lösen, müssen zunächst alle drei Ebenengleichungen eingegeben und unterschiedlich eingefärbt werden. Im Anschluss werden je zwei Ebenen miteinander geschnitten, um die Schnittgeraden zu erhalten. Zuletzt müssen zwei der drei Schnittgeraden miteinander geschnitten werden, um so den gemeinsamen Schnittpunkt $A = (2 \mid -2 \mid 2)$ zu erhalten. (vgl. Ableitinger et al. 2015, S. 74) Abbildung 89 zeigt die Ermittlung des Schnittpunktes mithilfe der GeoGebra-Software.

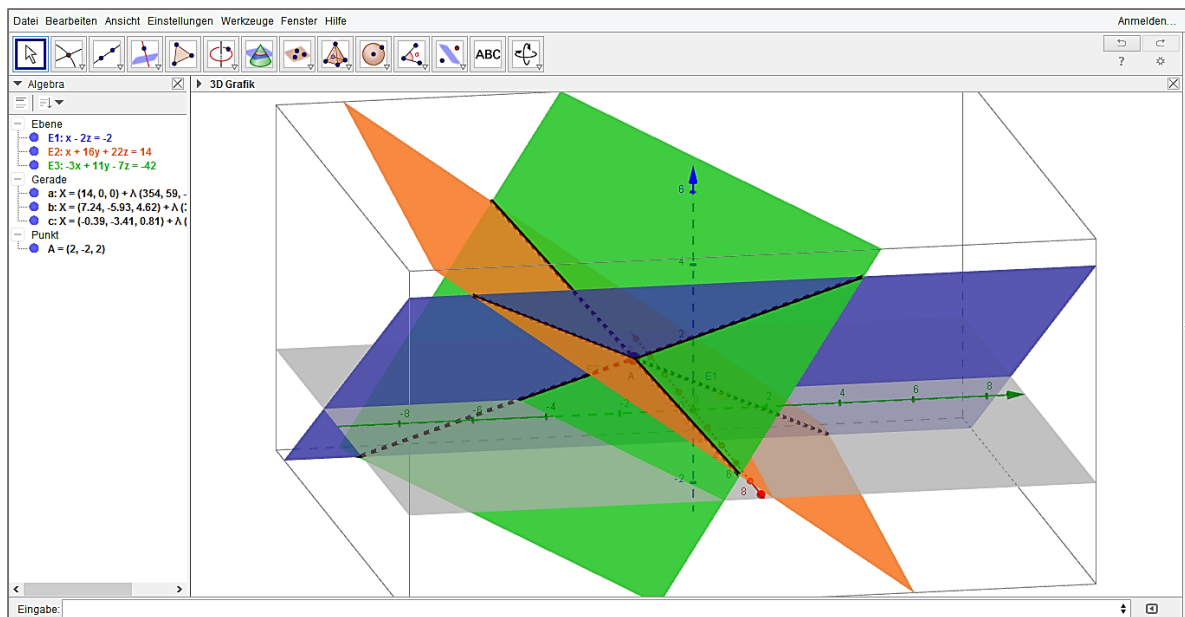


Abb. 89: Lage von drei Ebenen visualisieren
(vgl. Ableitinger et al. 2015, S. 74, 6. Klasse)

Die Ausarbeitung des Kapitels 4.3 soll zeigen, dass die Bereitstellung externer Ressourcen im Mathematikunterricht (z.B. mithilfe der Software „GeoGebra“) sehr gut umgesetzt werden und zudem einen großen Beitrag zum Verständnis mathematischer Inhalte leisten kann. Der Einsatz externer Ressourcen scheint ebenso für die Förderung interner Ressourcen besondere Relevanz zu haben und sollte deshalb im Mathematikunterricht Anwendung finden.

5. Zusammenfassung

Da SchülerInnen im Mathematikunterricht häufig Lernschwierigkeiten aufweisen, war das Ziel der vorliegenden Diplomarbeit eine intensive Auseinandersetzung mit Lernstrategien, welche den Lernprozess der SchülerInnen unterstützen sollen.

Um den Einsatz von Lernstrategien im Mathematikunterricht zu analysieren, war es zu Beginn der Arbeit notwendig, anerkannte Konzepte und Klassifikationen, sowie aktuelle Forschungsergebnisse zu Lernstrategien darzustellen. Aufbauend auf dieser ausführlichen theoretischen Grundlage war es möglich, praktische und situationsgerechte Umsetzungsmöglichkeiten für den Mathematikunterricht der AHS vorzustellen und auszuarbeiten: die konkrete Anwendung von Lernstrategien im Mathematikunterricht zeigte die Relevanz und Notwendigkeit von Lernstrategien auf und wurde damit zum Schwerpunkt dieser Arbeit.

Die Umsetzung und Vermittlung *kognitiver* Lernstrategien wurde anhand exemplarischer Beispiele aus dem Mathematikunterricht der AHS demonstriert: dabei stellte sich heraus, dass Wiederholungs-, Elaborations- und Organisationsstrategien, sowie Strategien des Kritischen Prüfens im Mathematikunterricht häufig eingesetzt werden können. Zur Umsetzung *metakognitiver* Lernstrategien wurden unterrichtspraktische Rahmenbedingungen in Form geeigneter Unterrichtsmethoden angeführt, welche den Aspekten metakognitiver Perspektiven gerecht werden. Die Erarbeitung *ressourcenbezogener* Lernstrategien stellte im Zusammenhang mit dem Mathematikunterricht vor allem externe Ressourcen in den Vordergrund und wurde durch den Einsatz der GeoGebra-Software verdeutlicht. Um SchülerInnen den Lernprozess zu erleichtern, wurden auch im Zusammenhang ressourcenbezogener Lernstrategien konkrete Beispiele aus dem Mathematikunterricht angeführt.

Die ausführliche Darstellung unterrichtspraktischer Maßnahmen soll vor allem Lehrkräfte dazu anregen, die Vermittlung und gezielte Förderung von Lernstrategien im Unterricht zu integrieren, um Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht erfolgreich entgegenzuwirken. Die Inhalte der vorliegenden Arbeit sollen zum Ausdruck bringen, dass Lernstrategien im Mathematikunterricht für die Unterstützung effektiver Lernprozesse einen besonderen Stellenwert einnehmen.

6. Anhang

6.1 Abstract

Since students often have learning difficulties in Mathematics the aim of this thesis was an intensive study of learning strategies to support the learning progress of students.

In order to analyse the use of learning strategies in Mathematics, it was necessary to start working on known concepts and classifications, as well as representing the latest results of research. Based on this detailed theoretical foundation, it was possible to present practical and appropriate implementation possibilities for teaching Mathematics in high school: the concrete application of learning strategies in Mathematics showed the relevance and need of learning strategies and became focus of this thesis.

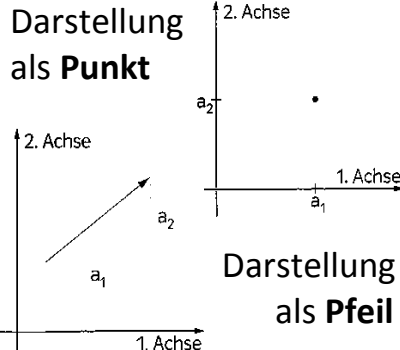
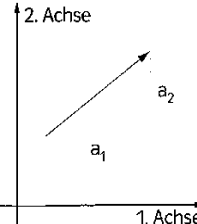
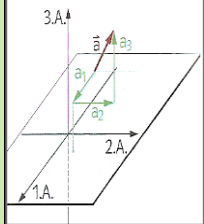
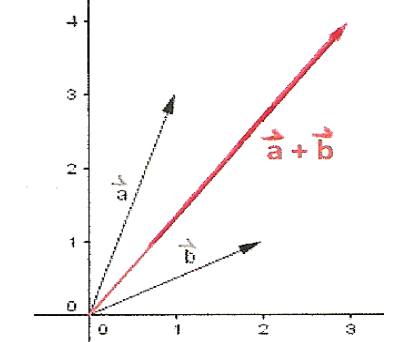
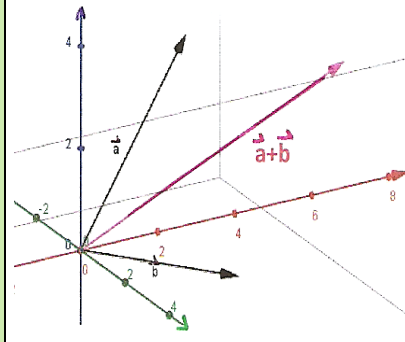
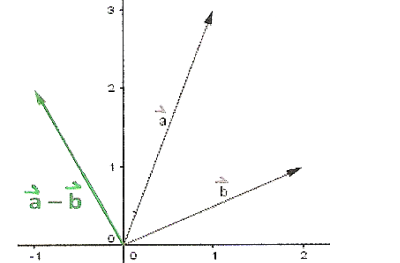
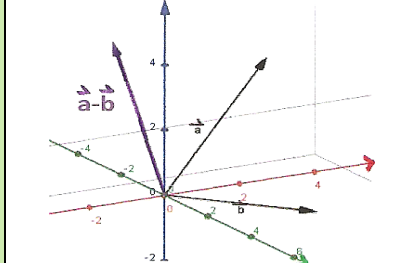
The implementation and conveyance of cognitive learning strategies has been demonstrated using examples from mathematical education in high school: it turned out that strategies of repetition, elaboration and organisation as well as strategies of critical testing can be used very often in mathematical education. To implement metacognitive learning strategies, basic conditions of practical teaching were cited, which fulfils the aspects of metacognitive perspectives. The development of learning strategies based on resources foregrounded especially external resources in the context of mathematical education and was illustrated by the application of the GeoGebra-Software. To ease the process of learning for students, concrete examples, which occur in mathematical education and are related to learning strategies based on resources, were cited.

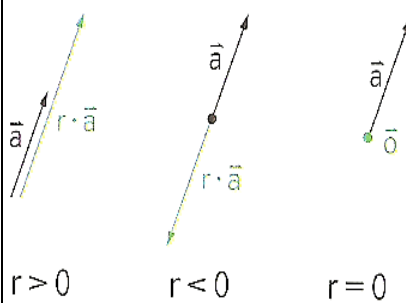
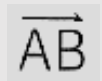
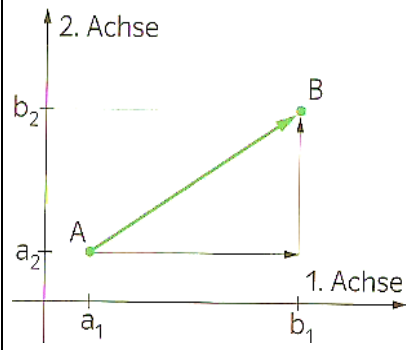
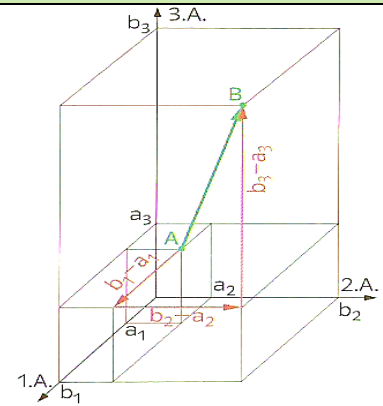
The detailed exposition of methods, which are practical for education, should encourage teachers to integrate conveyance and specific support of learning strategies in their teaching practice to counteract learning difficulties in Mathematics successfully. All in all the content of this thesis should express that learning strategies in Mathematics have a significant worth in supporting effecting learning processes.

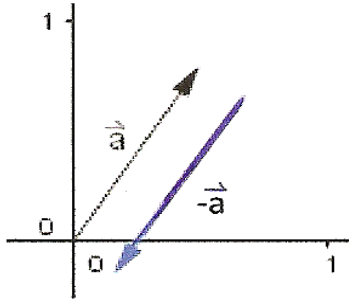
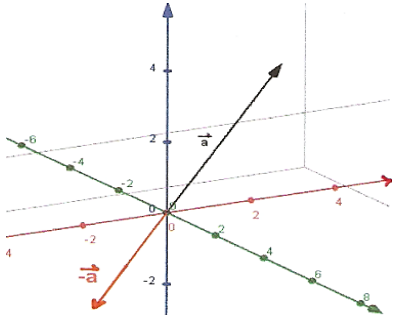
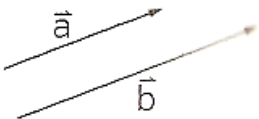
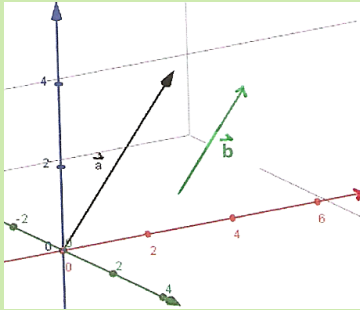
6.2 Arbeitsblätter und Lösungen - Vektoren in $\mathbb{R}^2$ und in $\mathbb{R}^3$

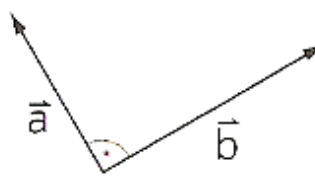
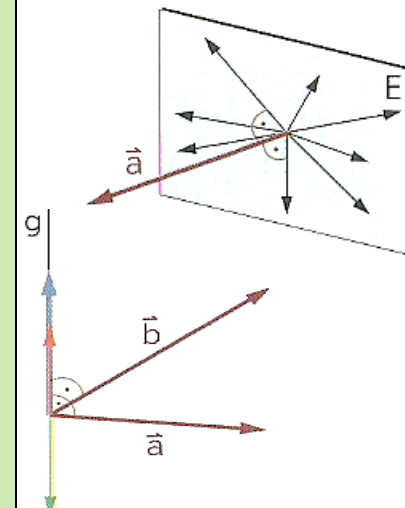
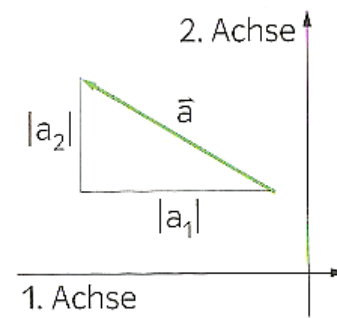
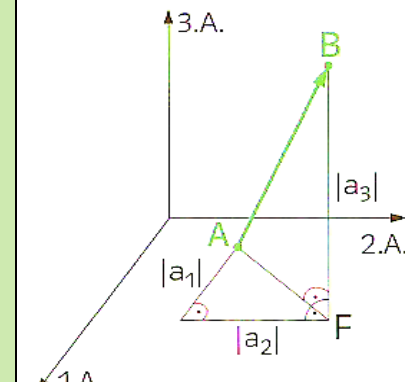
Die Arbeitsblätter „Vektoren in $\mathbb{R}^2$ und in $\mathbb{R}^3$ “ des Kapitels 4.1.2 „Elaborationsstrategien“, sowie die zugehörigen Lösungen befinden sich auf den folgenden Seiten.

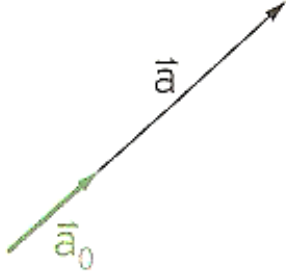
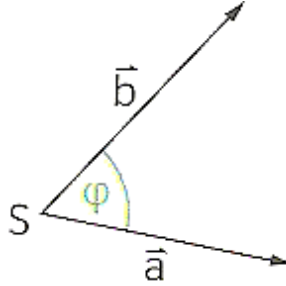
Arbeitsblätter: Vektoren in $\mathbb{R}^2$ und in $\mathbb{R}^3$

BEGRIFF	$\mathbb{R}^2$	Veranschaulichung in $\mathbb{R}^2$	$\mathbb{R}^3$	Veranschaulichung in $\mathbb{R}^3$	Beispiele in $\mathbb{R}^3$
Vektor	Ein Zahlenpaar $(a_1 a_2) \in \mathbb{R}^2$ bezeichnet man auch als Vektor mit den Koordinaten a_1 und a_2	Darstellung als Punkt  Darstellung als Pfeil 	Ein Zahlentripel bezeichnet man auch als Vektor mit den Koordinaten	Darstellung als  Darstellung als	z.B.: (Vektor als Punkt) (Vektor als Pfeil)
Summe von Vektoren	$A + B = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$		analog zu $\mathbb{R}^2$; es kommt jeweils eine 3. Koordinate hinzu $A + B =$		$A = (3 \mid -4 \mid 0)$ $B = (-7 \mid 2 \mid -6)$ $A + B =$
Differenz von Vektoren	$A - B = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix}$		analog zu $\mathbb{R}^2$; es kommt jeweils eine 3. Koordinate hinzu $A - B =$		$A = (3 \mid -4 \mid 0)$ $B = (-7 \mid 2 \mid -6)$ $A - B =$

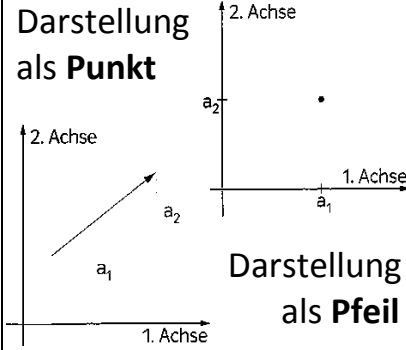
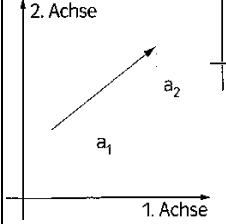
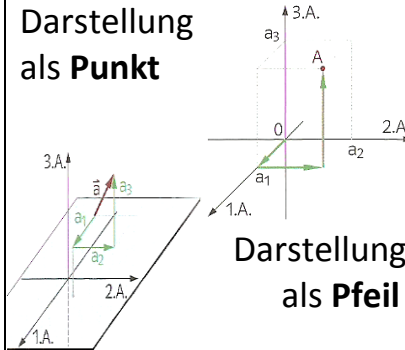
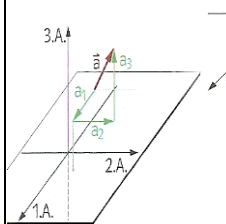
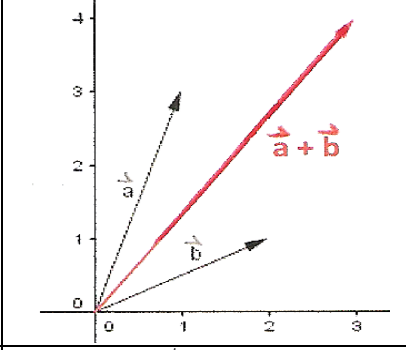
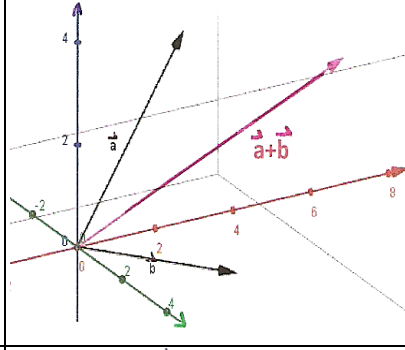
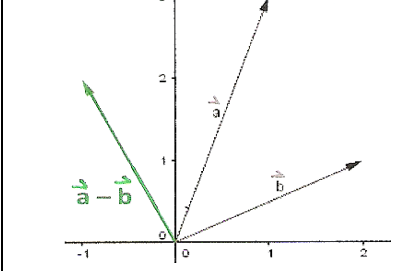
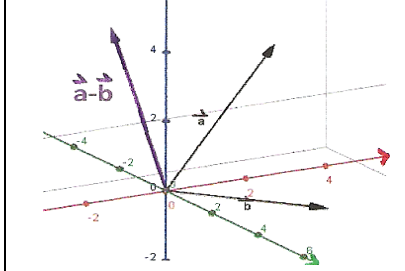
Vielfache von Vektoren	$r \in \mathbb{R}$ $r \cdot A = \begin{pmatrix} r \cdot a_1 \\ r \cdot a_2 \end{pmatrix}$	 $r > 0$ $r < 0$ $r = 0$	analog zu $\mathbb{R}^2$ es kommt jeweils eine 3. Koordinate hinzu $r \cdot A =$		$\vec{a} = (3 \mid -4 \mid 0)$ $r = 2$ $r \cdot \vec{a} = \dots\dots\dots$
Vektor als Pfeil  vom Punkt A zum Punkt B	$\overrightarrow{AB} = B - A =$ $= \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \end{pmatrix}$		analog zu $\mathbb{R}^2$ $\overrightarrow{AB} = \dots\dots\dots$		$A = (3 \mid -4 \mid 0)$ $B = (-7 \mid 2 \mid -6)$ $\overrightarrow{AB} =$
Null- vektor	Vektor $\mathbf{0} = (0 \mid 0)$	Bei der Punktdarstellung entspricht der Nullvektor dem Nullpunkt des Koordinatensystems. Als Nullpfeil hat der Nullvektor die Länge 0 – er weist keine Richtung auf.	analog zu $\mathbb{R}^2$ Vektor $\mathbf{0} = \dots\dots\dots$	Bei der Punktdarstellung entspricht der Nullvektor dem des Koordinatensystems. Als Nullpfeil hat der Nullvektor die Länge – er weist auf.	---

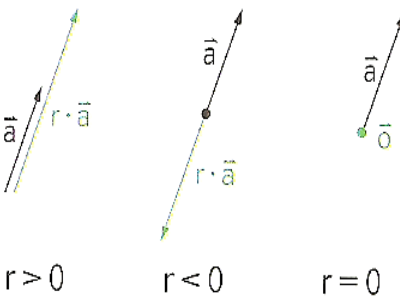
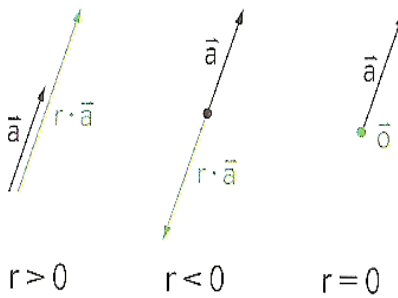
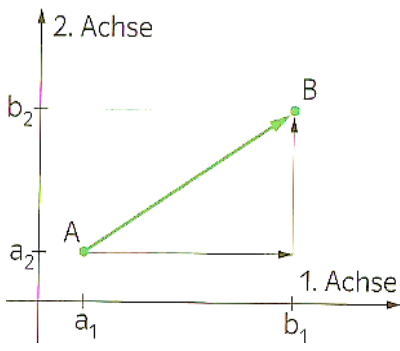
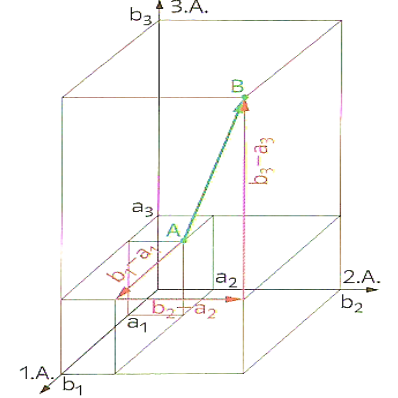
Gegenvektor	Gegenvektor von $A = (a_1 a_2)$: $-A = (-a_1 -a_2)$ (inverser Vektor zu A)		analog zu $\mathbb{R}^2$... Gegenvektor von $A = (a_1 a_2 a_3)$: $-A = \dots\dots\dots$ ($\dots\dots\dots$ Vektor zu A)		z. B.: $A = (2 4 0,8)$ $-A = \dots\dots\dots$
Skalarprodukt	$A \cdot B = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} =$ $= a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$ Das Skalarprodukt ist eine reelle Zahl.	---	analog zu $\mathbb{R}^2$... $A \cdot B = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$ Das Skalarprodukt ist eine reelle Zahl.	---	$A = (2 3 -1)$ $B = (7 -1 9)$ $A \cdot B =$ $\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$
Parallele Vektoren	Zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus $\mathbb{R}^2$ sind zueinander parallel wenn die zugehörigen Pfeile zueinander parallel sind	 $\vec{a}$ und $\vec{b}$ müssen vom Nullvektor verschieden sein. Man schreibt: $\vec{a} \parallel \vec{b}$	analog zu $\mathbb{R}^2$ zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus $\mathbb{R}^3$ sind zueinander parallel - wenn $\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$	 $\vec{a}$ und $\vec{b}$ müssen vom Nullvektor verschieden sein.	Gib zwei verschiedene Vektoren an, die zum Vektor $\vec{a} = (2 3 7)$ parallel sind.

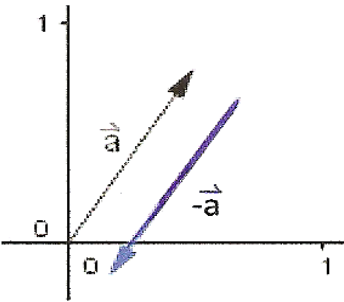
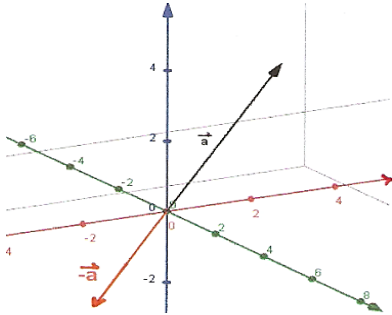
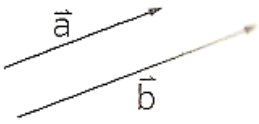
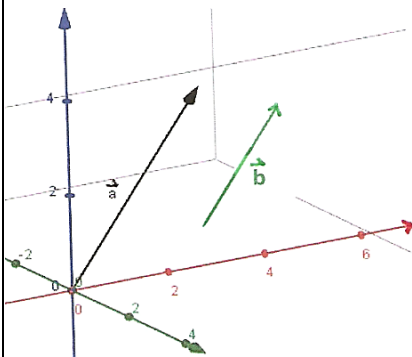
	wenn es ein $r \in \mathbb{R}^*$ mit $\vec{b} = r \cdot \vec{a}$ gibt		wenn es ein $r \in \mathbb{R}^*$ mit gibt	Man schreibt:	
Normalvektoren	Zwei vom Nullvektor verschiedene Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus $\mathbb{R}^2$ sind zueinander normal, wenn die zugehörigen Pfeile normal stehen.	 Man schreibt: $\vec{a} \perp \vec{b}$	Normale Vektoren zu $\vec{a}$ liegen in einer zu dem zu $\vec{a}$ gehörigen Pfeil. Vektoren, die zu $\vec{a}$ und zu $\vec{b}$ normal sind, liegen auf einer zu den roten Pfeilen.		Berechnung eines Normalvektors, der zu $\vec{a}$ und zu $\vec{b}$ normal ist: $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$ (Vektorprodukt) $\vec{a} = (4 \mid -5 \mid -2)$ $\vec{b} = (3 \mid 3 \mid -1)$ $\vec{a} \times \vec{b} =$
Betrag eines Vektors	$ \vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ geometrisch: Länge eines dem Vektor zugeordneten Pfeils		analog zu $\mathbb{R}^2$ $ \vec{a} =$ geometrisch: 		$\vec{a} = (3 \mid 0 \mid -4)$ $ \vec{a} =$

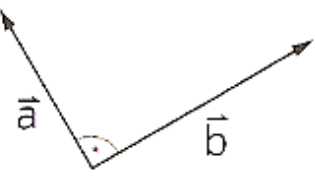
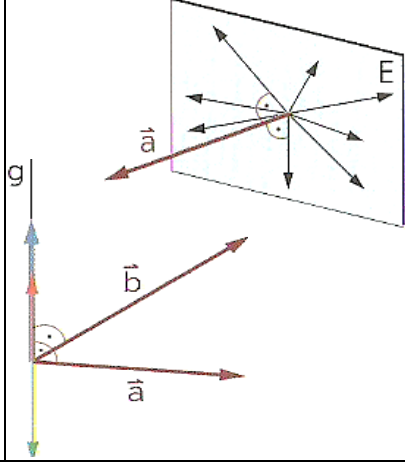
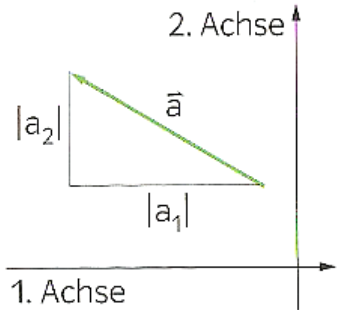
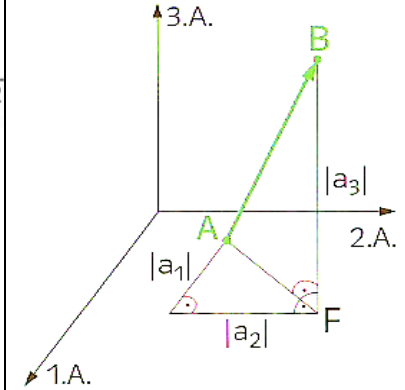
Einheits- vektor	$\vec{a}_0 = \frac{1}{ \vec{a} } \cdot \vec{a}$ $\vec{a}_0$ ist zu $\vec{a}$ parallel und gleich gerichtet und hat den Betrag 1	 $\vec{a}$ muss vom Nullvektor verschieden sein	analog zu $\mathbb{R}^2$ $\vec{a}_0 =$ $\vec{a}_0$ ist zu $\vec{a}$ und und hat den Betrag	$\vec{a}$ muss vom Nullvektor verschieden sein	$\vec{a} = (5 \mid 0 \mid 0)$ $\vec{a}_0 =$
Winkel zwischen zwei Vektoren	$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} }$ Die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ müssen vom Nullvektor verschieden sein.		analog zu $\mathbb{R}^2$ $\cos \varphi =$ Die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ und sein.		$A = (3 \mid -4 \mid 0)$ $B = (7 \mid 2 \mid -6)$ $\cos \varphi =$

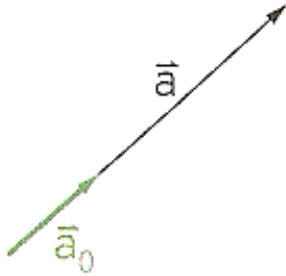
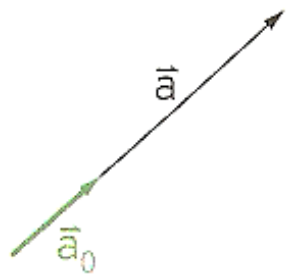
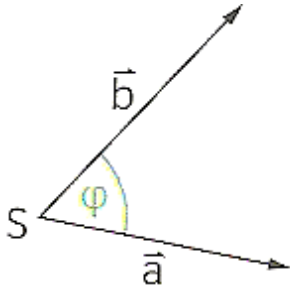
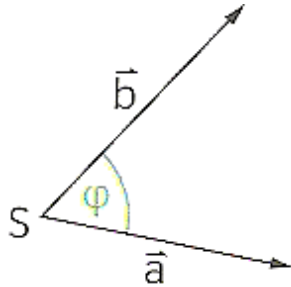
Lösungen: Vektoren in $\mathbb{R}^2$ und in $\mathbb{R}^3$

BEGRIFF	$\mathbb{R}^2$	Veranschaulichung in $\mathbb{R}^2$	$\mathbb{R}^3$	Veranschaulichung in $\mathbb{R}^3$	Beispiele in $\mathbb{R}^3$
Vektor	Ein Zahlenpaar $(a_1 a_2) \in \mathbb{R}^2$ bezeichnet man auch als Vektor mit den Koordinaten a_1 und a_2	Darstellung als Punkt  Darstellung als Pfeil 	Ein Zahlentripel $(a_1 a_2 a_3) \in \mathbb{R}^3$ bezeichnet man auch als Vektor mit den Koordinaten a_1, a_2 und a_3	Darstellung als Punkt  Darstellung als Pfeil 	z.B.: $A = (3 -4 0)$ (Vektor als Punkt) $\vec{b} = (5 3 -9)$ (Vektor als Pfeil)
Summe von Vektoren	$A + B = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$		analog zu $\mathbb{R}^2$: es kommt jeweils eine 3. Koordinate hinzu $A + B = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$		$A = (3 -4 0)$ $B = (-7 2 -6)$ $A + B = \begin{pmatrix} 3-7 \\ -4+2 \\ 0-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix}$
Differenz von Vektoren	$A - B = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix}$		analog zu $\mathbb{R}^2$: es kommt jeweils eine 3. Koordinate hinzu $A - B = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix}$		$A = (3 -4 0)$ $B = (-7 2 -6)$ $A - B = \begin{pmatrix} 3-(-7) \\ -4-2 \\ 0-(-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}$

Vielfache von Vektoren	$r \in \mathbb{R}$ $r \cdot A = \begin{pmatrix} r \cdot a_1 \\ r \cdot a_2 \end{pmatrix}$	 $r > 0$ $r < 0$ $r = 0$	analog zu $\mathbb{R}^2$ es kommt jeweils eine 3. Koordinate hinzu $r \cdot A = r \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot a_1 \\ r \cdot a_2 \\ r \cdot a_3 \end{pmatrix} \quad r \in \mathbb{R}$	 $r > 0$ $r < 0$ $r = 0$	$\vec{a} = (3 -4 0)$ $r = 2$ $r \cdot \vec{a} = (6 -8 0)$
Vektor als Pfeil  vom Punkt A zum Punkt B	$\overrightarrow{AB} = B - A = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \end{pmatrix}$		analog zu $\mathbb{R}^2$... $\overrightarrow{AB} = B - A = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$		$A = (3 -4 0)$ $B = (-7 2 -6)$ $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -7 - 3 \\ 2 - (-4) \\ -6 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix}$
Null- vektor	Vektor $\mathbf{0} = (0 0)$	Bei der Punktdarstellung entspricht der Nullvektor dem Nullpunkt des Koordinatensystems. Als Nullpfeil hat der Nullvektor die Länge 0 – er weist keine Richtung auf.	analog zu $\mathbb{R}^2$... Vektor $\mathbf{0} = (0 0 0)$	Bei der Punktdarstellung entspricht der Nullvektor dem Nullpunkt des Koordinatensystems. Als Nullpfeil hat der Nullvektor die Länge 0 – er weist keine Richtung auf.	---

Gegenvektor	Gegenvektor von $A = (a_1 a_2)$: $-A = (-a_1 -a_2)$ (inverser Vektor zu A)		analog zu $\mathbb{R}^2 \dots$ Gegenvektor von $A = (a_1 a_2 a_3)$: $-A = (-a_1 -a_2 -a_3)$ (inverser Vektor zu A)		z. B.: $A = (2 4 0,8)$ $-A = (-2 -4 -0,8)$
Skalarprodukt	$A \cdot B = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} =$ $= a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$ Das Skalarprodukt ist eine reelle Zahl.	---	analog zu $\mathbb{R}^2 \dots$ $A \cdot B = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} =$ $= a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$ Das Skalarprodukt ist eine reelle Zahl.	---	$A = (2 3 -1)$ $B = (7 -1 9)$ $A \cdot B =$ $2 \cdot 7 + 3 \cdot (-1) + (-1) \cdot 9 = 2$
Parallele Vektoren	Zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus $\mathbb{R}^2$ sind zueinander parallel wenn die zugehörigen Pfeile zueinander parallel sind	 $\vec{a}$ und $\vec{b}$ müssen vom Nullvektor verschieden sein. Man schreibt: $\vec{a} \parallel \vec{b}$	analog zu $\mathbb{R}^2$ zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus $\mathbb{R}^3$ sind zueinander parallel wenn die zugehörigen Pfeile zueinander parallel sind		Gib zwei verschiedene Vektoren an, die zum Vektor $\vec{a} = (2 3 7)$ parallel sind.

	wenn es ein $r \in \mathbb{R}^*$ mit $\vec{b} = r \cdot \vec{a}$ gibt		wenn es ein $r \in \mathbb{R}^*$ mit $\vec{b} = r \cdot \vec{a}$ gibt	$\vec{a}$ und $\vec{b}$ müssen vom Nullvektor verschieden sein. Man schreibt: $\vec{a} \parallel \vec{b}$	z.B.: $\vec{b} = 4 \cdot (2 3 7) = (8 12 28)$ $\vec{c} = 0,5 \cdot (2 3 7) = (1 1,5 3,5)$
Normalvektoren	Zwei vom Nullvektor verschiedene Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus $\mathbb{R}^2$ sind zueinander normal , wenn die zugehörigen Pfeile normal stehen .	 Man schreibt: $\vec{a} \perp \vec{b}$	Normale Vektoren zu $\vec{a}$ liegen in einer Normalebene zu dem zu $\vec{a}$ gehörigen Pfeil. Vektoren, die zu $\vec{a}$ und zu $\vec{b}$ normal sind, liegen auf einer Normalgeraden g zu den roten Pfeilen.		Berechnung eines Normalvektors , der zu $\vec{a}$ und zu $\vec{b}$ normal ist: $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$ (Vektorprodukt) $\vec{a} = (4 -5 -2)$ $\vec{b} = (3 3 -1)$ $\vec{n} = (11 -2 27)$
Betrag eines Vektors	$ \vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ geometrisch: Länge eines dem Vektor zugeordneten Pfeils		analog zu $\mathbb{R}^2$ $ \vec{a} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ geometrisch: Länge eines dem Vektor zugeordneten Pfeils		$\vec{a} = (3 0 -4)$ $ \vec{a} = \sqrt{3^2 + 0^2 + (-4)^2} = 5$

Einheits- vektor	$\vec{a}_0 = \frac{1}{ \vec{a} } \cdot \vec{a}$ $\vec{a}_0$ ist zu $\vec{a}$ parallel und gleich gerichtet und hat den Betrag 1	 $\vec{a}$ muss vom Nullvektor verschieden sein	analog zu $\mathbb{R}^2$ $\vec{a}_0 = \frac{1}{ \vec{a} } \cdot \vec{a}$ $\vec{a}_0$ ist zu $\vec{a}$ parallel und gleich gerichtet und hat den Betrag 1	 $\vec{a}$ muss vom Nullvektor verschieden sein	$\vec{a} = (5 0 0)$ $\vec{a}_0 = \frac{1}{\sqrt{5^2 + 0^2 + 0^2}} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $= \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
Winkel zwischen zwei Vektoren	$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} }$ Die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ müssen vom Nullvektor verschieden sein.		analog zu $\mathbb{R}^2$ $\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} }$ Die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ müssen vom Nullvektor verschieden sein.		$\vec{a} = (3 -4 0)$ $\vec{b} = (7 2 -6)$ $\cos \varphi = \frac{13}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{89}}$ $\varphi \cong 74^\circ$

7. Literaturverzeichnis

- Ableitinger, Christoph; Dorner, Christian; Embacher, Franz; Ulovec, Andreas (2015): Mathematik verstehen 6. Technologietraining. Wien: öbv Verlag.
- Artelt, Cordula (2000): Strategisches Lernen. Münster [u.a.]: Waxmann Verlag.
- Artelt, Cordula (2006): Lernstrategien in der Schule. In: Mandl, Heinz; Friedrich, Helmut F. (Hrsg.): Handbuch Lernstrategien. Göttingen [u.a.]: Hogrefe Verlag.
- Artelt, Cordula; Demmrich, Anke; Baumert, Jürgen (2001): Selbstreguliertes Lernen. In: Baumert, Jürgen [u.a.]: Pisa 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske+Budrich Verlag.
- Barzel, Bärbel; Büchter, Andreas; Leuders, Timo (2007): Mathematik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II“. Wien: Cornelsen Verlag.
- Beddies, Kerstin (2006): Vermittlung von Lernstrategien in der Grundschule. München: Martin Meidenbauer Verlag.
- Berger, Barbara (2011): Selbstreguliertes Lernen unter der Lupe. Lernstrategien und motivationale Komponenten geschlechts-, alters- und domänenspezifisch analysiert. Diplomarbeit an der Universität Wien.
- Friedrich, Helmut Felix (1995): Analyse und Förderung kognitiver Lernstrategien. Konzepte und Ergebnisse angewandter Kognitionsforschung. Tübingen: DIFF Verlag (Deutsches Institut für Fernstudienforschung).
- Friedrich, Helmut F.; Mandl, Heinz (1992): Lern- und Denkstrategien – ein Problemaufriß. In: Friedrich, Helmut F.; Mandl, Heinz: Lern- und Denkstrategien. Analyse und Intervention. Göttingen [u.a.]: Hogrefe Verlag für Psychologie.
- Friedrich, Helmut F.; Mandl, Heinz (2006): Lernstrategien: Zur Strukturierung des Forschungsfeldes. In: Mandl, Heinz; Friedrich, Helmut F. (Hrsg.): Handbuch Lernstrategien. Göttingen [u.a.]: Hogrefe Verlag.

- Germ, Melanie (2008): Einsatz von Lernstrategien beim selbst gesteuerten Lernen im virtuellen Hochschulseminar. Eine Feldstudie. Berlin: Logos Verlag.
- Gläser-Zikuda, Michaela (2001): Emotionen und Lernstrategien in der Schule. Eine empirische Studie mit Qualitativer Inhaltsanalyse. Weinheim [u.a.]: Beltz Verlag.
- Gruber, Hans; Stamouli, Elena (2009): Intelligenz und Vorwissen. In: Wild, Elke; Möller, Jens (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. Heidelberg: Springer Verlag.
- Hannover, Bettina; Zander, Lysann; Wolter, Ilka (2014): Entwicklung, Sozialisation und Lernen. In: Seidel, Tina; Krapp, Andreas (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. 6., vollständig überarbeitete Auflage. Weinheim [u.a.]: Beltz Verlag.
- Konrad, Klaus (2011): Wege zum erfolgreichen Lernen. Ansatzpunkte, Strategien, Beispiele. Weinheim [u.a.]: Beltz Juventa Verlag.
- Kühnl, Iris (2008): Vermittlung von Lernstrategien. Ist-Stand und Zukunftsperspektiven. Berlin: Wissenschaftlicher Verlag.
- Landmann, Meike; Perels, Franziska; Otto, Barbara; Schmitz, Bernhard (2009): Selbstregulation. In: Wild, Elke; Möller, Jens (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. Heidelberg: Springer Verlag.
- Leopold, Claudia (2009): Lernstrategien und Textverstehen. Spontaner Einsatz und Förderung von Lernstrategien. Münster [u.a.]: Waxmann Verlag.
- Malle, Günther; Woschitz, Helge; Koth, Maria; Salzger Bernhard (2010a): Mathematik verstehen 5. Wien: öbv Verlag.
- Malle, Günther; Woschitz, Helge; Koth, Maria; Salzger Bernhard (2010b): Mathematik verstehen 6. Wien: öbv Verlag.
- Malle, Günther; Woschitz, Helge; Koth, Maria; Salzger Bernhard (2011a): Mathematik verstehen 5. Lösungen. Wien: öbv Verlag.
- Malle, Günther; Woschitz, Helge; Koth, Maria; Salzger Bernhard (2011b): Mathematik verstehen 6. Lösungen. Wien: öbv Verlag.

Malle, Günther; Woschitz, Helge; Koth, Maria; Salzger Bernhard (2011c): Mathematik verstehen 7. Wien: öbv Verlag.

Malle, Günther; Woschitz, Helge; Koth, Maria; Salzger Bernhard (2012): Mathematik verstehen 7. Lösungen. Wien: öbv Verlag.

Mietzel, Gerd (2007): Pädagogische Psychologie des Lernens und Lehrens. 8., überarbeitete und erweiterte Auflage. Göttingen [u.a.]: Hogrefe Verlag.

Nückles, Matthias; Wittwer, Jörg (2014): Lernen und Wissenserwerb. In: Seidel, Tina; Krapp, Andreas (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. 6., vollständig überarbeitete Auflage. Weinheim [u.a.]: Beltz Verlag.

Perels, Franziska; Schmitz, Bernhard; Bruder, Regina (2005): Lernstrategien zur Förderung von mathematischer Problemlösekompetenz. In: Artelt, Cordula; Moschner, Barbara (Hrsg.): Lernstrategien und Metakognition. Implikation für Forschung und Praxis. Münster [u.a.]: Waxmann Verlag.

Renkl, Alexander; Nückles, Matthias (2006): Lernstrategien der externen Visualisierung. In: Mandl, Heinz; Friedrich, Helmut F. (Hrsg.): Handbuch Lernstrategien. Göttingen [u.a.]: Hogrefe Verlag.

Reusser, Kurt (2006): Konstruktivismus – vom epistemologischen Leitbegriff zur Erneuerung der didaktischen Kultur. In: Baer, Matthias; Fuchs, Michael; Füglistner, Peter; Reusser, Kurt; Wyss, Heinz (Hrsg.): Didaktik auf psychologischer Grundlage. Von Hans Aebli's kognitionspsychologischer Didaktik zur modernen Lehr- und Lernforschung. Bern: hep Verlag.

Seidel, Tina; Reiss, Kristina (2014): Lerngelegenheiten im Unterricht. In: Seidel, Tina; Krapp, Andreas (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. 6., vollständig überarbeitete Auflage. Weinheim [u.a.]: Beltz Verlag.

Steiner, Gerhard (2006): Wiederholungsstrategien. In: Mandl, Heinz; Friedrich, Helmut F. (Hrsg.): Handbuch Lernstrategien. Göttingen [u.a.]: Hogrefe Verlag.

- Straka, Gerald A. (2006): Lernstrategien in Modellen selbst gesteuerten Lernens. In: Mandl, Heinz; Friedrich, Helmut F. (Hrsg.): Handbuch Lernstrategien. Göttingen [u.a.]: Hogrefe Verlag
- Weinstein, Claire E.; Mayer, Richard E. (1986): The teaching of Learning Strategies. In: Wittrock, Merlin C.: Handbook of research on teaching. New York: Macmillan Verlag.
- Wernke, Stephan (2013): Aufgabenspezifische Erfassung von Lernstrategien mit Fragebögen. Eine empirische Untersuchung mit Kindern im Grundschulalter. Münster [u.a.]: Waxmann Verlag.
- Wild, Klaus-Peter (1998): Lernstrategien und Lernstile. In: Rost, Detlef H. (Hrsg.): Handwörterbuch Pädagogische Psychologie. Weinheim: Beltz Psychologie Verlags Union.
- Wild, Klaus-Peter (2000): Lernstrategien im Studium. Strukturen und Bedingungen. Münster [u.a.]: Waxmann Verlag.

Internetquellen

1. Lompscher, Joachim (1992): Zum Problem der Lernstrategien. Lern- und Lehrforschung, LLF – Berichte Nr. 1. Potsdam: Universität Potsdam.
<http://opus.kobv.de/ubp/volltexte/2005/417/pdf/ZUMPROBL.pdf>, 17.04.2015.
2. Lompscher, Joachim (1994): Lernstrategien. Zugänge auf der Reflexions- und Handlungsebene, LLF – Berichte Nr. 9. Potsdam: Universität Potsdam.
<http://opus.kobv.de/ubp/volltexte/2005/459/pdf/LOMLERNS.pdf>, 24.04.2015.
3. Marton, Ference; Säljö, Rogers (1997): Approaches to Learning. In: Marton, F.; Hounsell, D.; Entwistle, N. (Eds.): The experience of learning. Implications for teaching and studying in higher education (pp. 39-58). Edinburgh: Scottish Academic Press.
http://www.docs.hss.ed.ac.uk/iad/Learning_teaching/Adademic_teaching/Resources/Experience_of_learning/EoLChapter3.pdf, 29.04. 2015.

4. Allgemeine Informationen zum AHS-Lehrplan:
https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_unterstufe.html,
01.06.2015.
5. Allgemeiner Teil des AHS-Lehrplans:
https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/11668_11668.pdf?4dzgm2,
01.06.2015.
6. Lehrplan „Mathematik“ AHS-Unterstufe:
https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2,
01.06.2015.
7. Lehrplan AHS-Oberstufe:
https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_oberstufe.html,
01.06.2015.
8. Lehrplan „Mathematik“ AHS-Oberstufe:
https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_neu_ahs_07_11859.pdf?4dzgm2,
01.06.2015.

CD-Quelle

ACDCA - Austrian Center for Didactics of Computer Algebra (2006): Elektronische Lernmedien im Mathematikunterricht. Projekt CA5. Forschungsprojekt des bm:bwk (2003 – 2005). Hollabrunn.

8. Abbildungsverzeichnis

Abb. 1:	Ablauf eines Lernprozesses.....	13
Abb. 2:	Der menschliche Geist als "black box"	17
Abb. 3:	Gehirn & Computer	18
Abb. 4:	Einteilung von Lernstrategien nach Dansereau (1978)	43
Abb. 5:	Einteilung von Lernstrategien nach Dansereau (1978) und Marton & Säljö (1984)	50
Abb. 6:	Lernorientierung, Lernmotivation und Lernstrategie nach Biggs	53
Abb. 7:	Einteilung von Lernstrategien nach Dansereau (1978), Marton & Säljö (1984) und Weinstein & Mayer (1986)	57
Abb. 8:	Einteilung von Lernstrategien nach Dansereau (1978), Marton & Säljö (1984), Weinstein & Mayer (1986) und Pintrich & Garcia (1994)	59
Abb. 9:	Zyklisches Selbstregulationsmodell nach Zimmerman (2000)	80
Abb. 10:	Prozessmodell der Selbstregulation nach Schmitz (2001)	84
Abb. 11:	Phasen selbstregulierten Lernens nach Landmann & Schmitz (2007) und Zimmerman (2002)	84
Abb. 12:	Drei-Schichten-Modell des selbstregulierten Lernens nach Boekaerts (1999)	87
Abb. 13:	Einteilung von Lernstrategien nach Dansereau (1978), Marton & Säljö (1984), Weinstein & Mayer (1986) und Pintrich & Garcia (1994) in Verbindung zum Drei-Schichten-Modell des selbstregulierten Lernens nach Boekaerts (1999)	88
Abb. 14:	Lernstrategien als zentrale Prozesskomponenten im Rahmen selbstregulierten Lernens	90
Abb. 15:	Übersicht der Lernstrategien nach Weinstein & Mayer (1986) und Pintrich & Garcia (1994)	99
Abb. 16:	Acht Kategorien von Lernstrategien nach Weinstein & Mayer (1986)	101
Abb. 17:	Definition von $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ und $\tan \alpha$	104
Abb. 18:	Definition reelle Funktion	104
Abb. 19:	Definition Logarithmus	104
Abb. 20:	Definition Differenzen- und Differentialquotient	105
Abb. 21:	Kleine Lösungsformel	106
Abb. 22:	Beispiele - Kleine Lösungsformel	106
Abb. 23:	Lernkärtchen - Kegelschnitte	108
Abb. 24:	Beziehungen zwischen Sinus, Cosinus und Tangens	110
Abb. 25:	Beweise von Beziehungen zwischen Sinus, Cosinus und Tangens	110
Abb. 26:	Quadratische Gleichungen und der Satz von Vieta	111
Abb. 27:	Satz von Vieta	111
Abb. 28:	Reelle Funktionen darstellen	111
Abb. 29:	Untersuchen von Polynomfunktionen	112

Abb. 30: Untersuchen von Polynomfunktionen - Lösungen.....	112
Abb. 31: Beziehung zwischen einer Funktion und ihrer Ableitungsfunktion.....	113
Abb. 32: Beziehung zwischen einer Funktion und ihrer Ableitungsfunktion - Lösung	113
Abb. 33: Zusammenhang zwischen Differenzen- und Differentialquotient.....	114
Abb. 34: Zusammenhang zwischen Differenzen- und Differentialquotient - Lösung	114
Abb. 35: Angabe von Funktionen	116
Abb. 36: Rechenregeln für Potenzen mit Exponenten aus $\mathbb{N}^*$	117
Abb. 37: Rechenregeln für Potenzen mit Exponenten aus $\mathbb{N}^*$ - verbale Beschreibung	117
Abb. 38: Definitionen - Änderungsmaße von Funktionen, verbale Formulierung	117
Abb. 39: Verständnisfragen zu reellen Funktionen	118
Abb. 40: Verständnisfragen zu reellen Funktionen - Lösungen	118
Abb. 41: Verständnisfragen zu reellen Funktionen	118
Abb. 42: Fragestellung selbst formulieren	119
Abb. 43: Lösungsweg und grafische Darstellung einer linearen Ungleichung.....	120
Abb. 44: Lösungsweg und grafische Darstellung einer quadratischen Ungleichung	120
Abb. 45: Definition - Differentialquotient als Tangentensteigung	121
Abb. 46: Bildliche Darstellungen der Tangentensteigung	121
Abb. 47: Definition einer quadratischen Gleichung	122
Abb. 48: Quadratische Gleichungen - Beispiele selbst erfinden.....	122
Abb. 49: Quadratische Ungleichungen - Beispiele selbst erfinden.....	123
Abb. 50: Quadratische Ungleichungen - Lösung.....	123
Abb. 51: Mathematische Sprache und Umgangssprache.....	124
Abb. 52: Darstellungsmöglichkeiten reeller Zahlen.....	125
Abb. 53: Interpretation der Parameter k und d	126
Abb. 54: Veränderung von Funktionsgraphen	126
Abb. 55: Definitionsliste Wahrscheinlichkeitsverteilungen	128
Abb. 56: Veranschaulichung einer Textaufgabe.....	129
Abb. 57: Lösungen „Potenzfunktionen“	131
Abb. 58: Arbeitsblatt „Potenzfunktionen“	131
Abb. 59: Mengendiagramme - Verknüpfung von Mengen	132
Abb. 60: Mengendiagramme - Gesetze für Mengen.....	132
Abb. 61: Visualisierung linearer Funktionen.....	133
Abb. 62: Deutung von k und d	133
Abb. 63: lineare Funktionszusammenhänge visualisieren.....	134
Abb. 64: Polynomfunktionen visualisieren	135
Abb. 65: Beziehungen zwischen Aussagen beweisen	136
Abb. 66: Verknüpfungen von Aussagen beweisen	137
Abb. 67: Rechenregeln für Potenzen beweisen	137

Abb. 68: Schlussfolgerungen bei Ungleichungen kritisch prüfen.....	138
Abb. 69: Wo liegt der Trugschluss?.....	138
Abb. 70: Wo liegt der Trugschluss? - Lösung	138
Abb. 71: Schlussfolgerungen bei reellen Funktionen kritisch prüfen	139
Abb. 72: Schlussfolgerungen bei Textaufgaben kritisch prüfen	139
Abb. 73: Schlussfolgerungen bei Textaufgaben kritisch prüfen - Lösung	139
Abb. 74: Liegt eine Funktion vor?	140
Abb. 75: Liegt eine Funktion vor? - Lösungen	140
Abb. 76: Graph einer Funktion?	140
Abb. 77: Exponentialfunktion - Bewertung mathematischer Sachverhalte.....	140
Abb. 78: Exponentialfunktion - Bewertung mathematischer Sachverhalte - Lösungen	141
Abb. 79: Durchführung einer Selbstkontrolle	144
Abb. 80: Domino „Trigonometrie“	149
Abb. 81: Aufgabenstellung - Ungleichung	150
Abb. 82: Lösung der linearen Ungleichung im CAS-Fenster.....	150
Abb. 83: grafische Darstellung der Lösungsmenge - 1. Möglichkeit	151
Abb. 84: grafische Darstellung der Lösungsmenge - 2. Möglichkeit	151
Abb. 85: Aufgabenstellung - Potenzfunktion	152
Abb. 86: Graphen von Potenzfunktionen visualisieren.....	152
Abb. 87: Graphen von Potenzfunktionen visualisieren.....	153
Abb. 88: Aufgabenstellung - Lage dreier Ebenen ermitteln	153
Abb. 89: Lage von drei Ebenen visualisieren.....	154

9. Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Sandra Schober
Geburtsdatum	09. Mai 1990
Geburtsort	Mistelbach
Staatsbürgerschaft	Österreich
Wohnort	Sommerseite 4, 2225 Loidesthal
Familienstand	ledig
Eltern	Gerlinde und Johann Schober
Geschwister	Sabine Weiland

Schul- und Ausbildung

seit Oktober 2010	Lehramtsstudium Mathematik, Psychologie und Philosophie an der Universität Wien
2008 – 2010	Pharmazie – Studium an der Universität Wien (Wechsel zur Lehramtsausbildung)
2004 – 2008	Bundesoberstufenrealgymnasium in Mistelbach Schwerpunkt: Instrumentalmusik
2000 – 2004	Hauptschule Zistersdorf
1996 – 2000	Volksschule Zistersdorf

Praktische Erfahrungen

2007 – 2013	jährlich einmonatiges Praktikum in der Apotheke Zistersdorf
2007 – 2011	jährlich einwöchige Ferienbetreuung Stadtgemeinde Zistersdorf
07 / 2006	ADEG Rein in Niederabsdorf