

MAGISTERARBEIT

Titel der Magisterarbeit

„Preis- und Lohnentwicklung in langfristiger Perspektive:
Bauarbeiterlöhne und Weizenpreise in London
1301 – 1913“

Verfasserin

Denise Mannen, Bakk. rer. soc. oec

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Sozial- und Wirtschaftswissenschaften (Mag. rer. soc. oec.)

Wien, 2013

Studienkennzahl lt. Studienblatt:
Studienrichtung lt. Studienblatt:
Betreuer / Betreuerin:

A 066 951
Magisterstudium Statistik
Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing Dr. Erhard Reschenhofer

Einleitung

In dieser Arbeit wurden drei Londoner Zeitreihen behandelt, die Löhne der HandwerkerInnen und die der ArbeiterInnen sowie die Weizenpreise, umgerechnet in Silber. Die Gehälter der ArbeiterInnen und HandwerkerInnen entsprechen Tageslöhnen, es gibt jeweils einen Datenpunkt pro Jahr. Im Kapitel „Datensatz“ wurden Ursprung der Daten und die Auswahl der Jahre erklärt. Im Kapitel „Methoden“ wurden die verwendeten statistischen Methoden zur Analyse der Zeitreihen näher erläutert. Die Analysen der Zeitreihen wurden in R, Version 2.12.1, durchgeführt.

Mich hat die Fragestellung interessiert, ob sich die arbeitenden Menschen mit der Zeit mehr leisten konnten, ob ihre Gehälter stärker gestiegen sind als ihre Lebensunterhaltskosten. Da Brot laut Van Zanden (1999) bei der Arbeiterschicht ein Grundnahrungsmittel war, vergleiche ich die Löhne der HandwerkerInnen und der ArbeiterInnen mit den Weizenpreisen. Weizenpreise wählte ich, da nach Allen (2001) in London hauptsächlich Weizenbrot verspeist wurde und die Ausgaben für Brot der EuropäerInnen nach Van Zanden (1999) mindestens 50 Prozent des Einkommens verschlangen, wobei dieser Prozentsatz im 18. Jhdt. in England niedriger war. Shammas (1990) berichtet von Ausgaben für Getreide im Süden Englands von 66% des Gehalts, wobei er erwähnt, dass Menschen im Süden Englands ihr Gehalt hauptsächlich für Weizenbrot ausgaben. Auch Allen (2001) wählte die Löhne der HandwerkerInnen und ArbeiterInnen, um seine Fragestellungen zu beantworten, da es jene Löhne sind, die in der Preishistorie am regelmäßigsten aufgezeichnet wurden. Die Löhne sind Tagesgehälter, umgerechnet in Silber, gemessen in Gramm. Allen (2001) bemerkte, dass der Lebensstandard von den gearbeiteten Tagen eines Jahres abhängt. Maximal 300 Tage pro Jahr wurden laut Allen (2001) in England im Jahr gearbeitet, die Löhne in London waren um ein Vielfaches höher als jene in anderen tonangebenden europäischen Städten. Dies war ein weiterer Grund, weshalb ich mich für die Zeitreihe der Londoner Bürger entschied. Meine Magisterarbeit behandelt aber nicht die Fragestellung, warum in London die höchsten Gehälter ausgezahlt wurden. Allen (2001) begründete die hohen Gehälter in Großbritannien mit dem Herstellungssektor, der in London am produktivsten war. Nach Van Zanden (1999) wurde England das teuerste Land während des 18. Jahrhunderts. Interessant ist der Anstieg der Gehälter, hat es sich gelohnt in London zu leben?

Inhaltsverzeichnis

EINLEITUNG	1
INHALTSVERZEICHNIS	2
ABBILDUNGSVERZEICHNIS	3
TABELLENVERZEICHNIS	4
METHODEN	5
STATIONÄRE PROZESSE.....	5
EINHEITSWURZELTESTS	5
ERWEITERTER Dickey-FULLER-TEST	5
PHILLIPS-PERRON-TEST	6
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin-Test	6
Zivot&Andrews Einheitswurzeltest	6
Der Hodrick-Prescott-Filter	6
Holt-Winters Verfahren	7
Die empirische Autokovarianz- und Autokorrelationsfunktion	7
Die partielle Autokorrelationsfunktion.....	8
ARMA.....	8
Periodogramm	8
Test auf White-Noise	9
Spektraldichte	9
Kreuzkovarianz und -korrelation	9
Kreuzspektren.....	9
Der Johansen-Test auf Kointegration	10
DATENSATZ	12
FRAGESTELLUNG	12
UNIVARIATE ANALYSE	13
Analyse der Originalzeitreihen.....	13
Analyse der logarithmierten Zeitreihen.....	14
Analyse der differenzierten Zeitreihen.....	19
MULTIVARIATE ANALYSEN	31
Analyse der differenzierten Zeitreihen.....	31
DISKUSSION	38
ANHANG	40
Zusammenfassung	40
Literaturverzeichnis	41
Lebenslauf	43
R-Code.....	44

Abbildungsverzeichnis

ABBILDUNG 1: ORIGINALZEITREIHEN 1301-1913	13
ABBILDUNG 2: LOGARITHMIERTE ZEITREIHEN	14
ABBILDUNG 3: LOGARITHMIERTE ZEITREIHEN MIT LINEAREM TREND.....	15
ABBILDUNG 4: RESIDUEN DES LINEAREN TRENDS DER ZEITREIHEN	16
ABBILDUNG 5: QQ-DIAGRAMME FÜR DIE RESIDUEN DES LINEAREN TRENDS DER ZEITREIHEN.....	16
ABBILDUNG 6: LOGARITHMIERTE ZEITREIHEN MIT HODRICK-PRESCOTT FILTER	18
ABBILDUNG 7: LOGARITHMIERTE ZEITREIHEN MIT HOLT-WINTERS VERFAHREN.....	19
ABBILDUNG 8: EINFACH DIFFERENZIERTER ZEITREIHEN	19
ABBILDUNG 9: QQ-DIAGRAMME DER DIFFERENZIERTEN ZEITREIHEN.....	20
ABBILDUNG 10: PERIODOGRAMM DER DIFFERENZIERTEN HANDWERKERINNENLÖHNE	23
ABBILDUNG 11: PERIODOGRAMM DER DIFFERENZIERTEN ARBEITERINNENLÖHNE	24
ABBILDUNG 12: PERIODOGRAMM DER DIFFERENZIERTEN WEIZENPREISE	24
ABBILDUNG 13: ACF UND PACF DER RESIDUEN DER DIFFERENZIERTEN HANDWERKERINNENLÖHNE.....	25
ABBILDUNG 14: RESIDUEN DES ARMA(4,4)-PROZESSES FÜR DIFFERENZIERTER HANDWERKERINNENLÖHNE.....	25
ABBILDUNG 15: ACF UND PACF DER RESIDUEN DER DIFFERENZIERTEN ARBEITERINNENLÖHNE	26
ABBILDUNG 16: RESIDUEN DES ARMA(4,4)-PROZESSES FÜR DIFFERENZIERTER ARBEITERINNENLÖHNE	27
ABBILDUNG 17: ACF UND PACF DER RESIDUEN DER DIFFERENZIERTEN WEIZENPREISE	27
ABBILDUNG 18: RESIDUEN DES ARMA(4,3)-PROZESSES FÜR DIFFERENZIERTER WEIZENPREISE	28
ABBILDUNG 19: KUMULATIVES PERIODOGRAMM DER DIFFERENZIERTEN ZEITREIHEN.....	29
ABBILDUNG 20: PERIODOGRAMM DER DIFFERENZIERTEN HANDWERKERINNENLÖHNE MIT DANIEL SMOOTHER.....	29
ABBILDUNG 21: PERIODOGRAMM DER DIFFERENZIERTEN ARBEITERINNENLÖHNE MIT DANIEL SMOOTHER	30
ABBILDUNG 22: PERIODOGRAMM DER DIFFERENZIERTEN WEIZENPREISE MIT DANIEL SMOOTHER	30
ABBILDUNG 23: QUADRIERTE KOHÄRENZ UND PHASENSPEKTRUM: HANDWERKERINNEN- UND ARBEITERINNENLÖHNE	31
ABBILDUNG 24: QUADRIERTE KOHÄRENZ UND PHASENSPEKTRUM: HANDWERKERINNEN- UND ARBEITERINNENLÖHNE	32
ABBILDUNG 25: QUADRIERTE KOHÄRENZ UND PHASENSPEKTRUM: HANDWERKERINNENLÖHNE UND WEIZENPREISE	32
ABBILDUNG 26: QUADRIERTE KOHÄRENZ UND PHASENSPEKTRUM: HANDWERKERINNENLÖHNE UND WEIZENPREISE	33
ABBILDUNG 27: QUADRIERTE KOHÄRENZ UND PHASENSPEKTRUM: ARBEITERINNENLÖHNE UND WEIZENPREISE.....	34
ABBILDUNG 28: QUADRIERTE KOHÄRENZ UND PHASENSPEKTRUM: ARBEITERINNENLÖHNE UND WEIZENPREISE.....	35

Tabellenverzeichnis

TABELLE 1: LONDONER NOMINALLÖHNE DER HANDWERKERINNEN UND ARBEITERINNEN NACH ALLEN (2001).....	13
TABELLE 2: LONDONER NOMINALLÖHNE UND WEIZENPREISE DER ARBEITERINNEN NACH VAN ZANDEN (1999).....	14
TABELLE 3: AIC DER JEWEILIGEN ARMA-MODELLE FÜR DIE DIFFERENZIIERTEN HANDWERKERINNENLÖHNE	22
TABELLE 4: AIC DER JEWEILIGEN ARMA-MODELLE FÜR DIFFERENZIIERTE ARBEITERINNENLÖHNE.....	22
TABELLE 5: AIC DER JEWEILIGEN ARMA-MODELLE FÜR DIE DIFFERENZIIERTEN WEIZENPREISE	23
TABELLE 6: P-WERTE DES ADF-TESTS AUF DIE LOGARITHMIERTEN ZEITREIHEN.....	35
TABELLE 7: WERTE DER TESTSTATISTIK UND DER KRITISCHEN WERTE DES JOHANSEN TESTS FÜR K=3.....	36
TABELLE 8: EIGENVEKTOREN STANDARDISIERT AUF DIE ERSTE SPALTE: KOINTEGRIERTE BEZIEHUNGEN.....	36
TABELLE 9: GEWICHTE: GELADENE MATRIX	36
TABELLE 10: WERTE DER TESTSTATISTIK UND DER KRITISCHEN WERTE DES JOHANSEN TESTS FÜR K=5.....	36
TABELLE 11: EIGENVEKTOREN STANDARDISIERT AUF DIE ERSTE SPALTE: KOINTEGRIERTE BEZIEHUNGEN.....	36
TABELLE 12: GEWICHTE: GELADENE MATRIX	37
TABELLE 13: WERTE DER TESTSTATISTIK UND DER KRITISCHEN WERTE DES JOHANSEN TESTS FÜR K=10.....	37
TABELLE 14: EIGENVEKTOREN STANDARDISIERT AUF DIE ERSTE SPALTE: KOINTEGRIERTE BEZIEHUNGEN.....	37
TABELLE 15: GEWICHTE: GELADENE MATRIX	37

Methoden

Stationäre Prozesse

Eine Folge von Zufallsvariablen wird als stochastischer Prozess (Y_t) bezeichnet. Dieser stochastische Prozess (Y_t) heißt schwach stationär, falls $E(Y_t) = \mu$, $Var(Y_t) = \sigma^2$ und $Cov(Y_{t+\tau}, Y_t) = \gamma_\tau$, jeweils für alle t, τ gilt. Das bedeutet, dass ein stochastischer Prozess dann schwach stationär ist, wenn der Erwartungswert konstant ist, die Varianz nicht vom Zeitpunkt abhängt und die Kovarianz nur vom zeitlichen Abstand abhängt.

Einheitswurzeltests

Ein Einheitswurzeltest bzw. Unit-Root Test dient der Überprüfung des Vorliegens einer Einheitswurzel. Als Nullhypothese hat er einen stochastischen Prozess mit Einheitswurzel, die Alternativhypothese wird als Prozess ohne Einheitswurzel formuliert. Wird die Nullhypothese verworfen, die Alternativhypothese somit angenommen, bedeutet dies, dass der stochastische Prozess keine Einheitswurzel besitzt, der Prozess ist somit trendstationär.

Ausgegangen wird von einem simplen Modell mit deterministischer und stochastischer Trendkomponente:

$$(1 - \alpha B)(Y_t - \theta_0 - \theta_1 t) = \varepsilon_t.$$

(Y_t) bezeichnet die Zeitreihe, B den Backshift-Operator und (ε_t) einen White-Noise Prozess, der die Eigenschaften $E(\varepsilon_t) = 0$ und $E(\varepsilon_t^2) = \sigma_\varepsilon^2$ erfüllt.

Falls $|\alpha| < 1$, entspricht das simple Modell einem trendstationären Modell. Das simple Modell wird mit $\mu = \theta_0(1 - \alpha) + \theta_1\alpha$ und $\beta = \theta_1(1 - \alpha)$ umformuliert in

$$Y_t = \mu + \beta t + \alpha Y_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Für $\alpha = 1$ wäre dieses Modell differenzenstationär. Aus $\mu = \theta_0(1 - \alpha) + \theta_1\alpha$ und $\beta = \theta_1(1 - \alpha)$ folgt dann $\mu = \theta_1$ und $\beta = 0$. Das Modell

$$Y_t = \mu + \beta t + \alpha Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

kann nun als

$$Y_t = \theta_1 + \alpha Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

umgeschrieben werden, wobei Y_t ein Random-Walk ist und im Fall von $\theta_1 \neq 0$ sogar ein Random-Walk mit Drift. Der Test auf Differenzenstationarität hat die Nullhypothese $H_0: \alpha = 1$ und die Alternativhypothese $H_1: |\alpha| < 1$. Im Fall von $\alpha > 1$ würde ein explodierender Prozess resultieren, daher kann $\alpha > 1$ a priori ausgeschlossen werden und die Nullhypothese als einfache Hypothese formuliert werden. Für eine ausführlichere Beschreibung siehe Schlittgen (2012, S.97f).

Erweiterter Dickey-Fuller-Test

Der erweiterte Dickey-Fuller-Test (Said und Dickey, 1984) ist ein Einheitswurzeltest, er wird auch kurz ADF-Test genannt. Er geht aus dem Dickey-Fuller-Test (Dickey und Fuller, 1979) durch Berücksichtigung von Autokorrelation in Form eines autoregressiven Modells (siehe S.9) hervor.

Die Ordnung p des autoregressiven Modells wird so gewählt, dass die Residuen Weißes Rauschen ergeben. Z.B. kann das durch die Ljung-Box-Statistik überprüft werden (siehe auch Neusser, 2009, S. 112f).

Der erweiterte Dickey-Fuller-Test hat, wie der Dickey-Fuller-Test, einen stochastischen Prozess mit Einheitswurzel als Nullhypothese und einen stochastischen Prozess ohne Einheitswurzel als Alternativhypothese. Wird die Nullhypothese der Nichtstationarität verworfen, wird die getestete Zeitreihe als stationär angesehen.

Phillips-Perron-Test

Eine Alternative zum erweiterten Dickey-Fuller-Test ist der Phillips-Perron-Test (Phillips und Perron, 1988). Ausgegangen wird von einer Dickey-Fuller-Regression ohne Korrekturterme:

$$X_t = \text{deterministische Variablen} + \varphi X_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Die Nullhypothese und die Alternativhypothese werden beim Phillips-Perron-Test wie beim ADF-Test definiert. Der Phillips-Perron-Test berücksichtigt die Autokorrelationen in den Daten. Anders als beim erweiterten Dickey-Fuller-Test muss $\{\varepsilon_t\}$ nicht mehr Weißes Rauschen sein. Sollte $\{\varepsilon_t\}$ Weißes Rauschen sein, so erhält man den einfachen Dickey-Fuller-Test. Der Vorteil des Phillips-Perron-Tests ist die Ersparnis der genauen Modellierung, da die nicht-parametrische autoregressive Korrektur für allgemeine Prozesse $\{\varepsilon_t\}$ gilt. Allerdings ist der Phillips-Perron-Test dem ADF-Test deswegen nicht vorzuziehen. In der Praxis werden meist beide Tests parallel verwendet (siehe auch Kunst, 2012, S. 12).

Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin-Test

Der Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shins-Test (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt und Shin, 1992), kurz KPSS-Test ist ein weiterer Einheitswurzeltest, dieser Test formuliert jedoch einen trendstationären Prozess als Nullhypothese. Somit ist die Alternativhypothese ein stochastischer Prozess mit Einheitswurzel. Für Details siehe Neusser, 2009, S. 121.

Zivot&Andrews Einheitswurzeltest

Ein weiterer Einheitswurzeltest ist der Test von Zivot und Andrews (1992). Dieser Test hat einen Random-Walk mit Drift, also einen Random-Walk dessen White-Noise-Prozess im Erwartungswert ungleich null ist, ohne exogene Strukturbrüche als Nullhypothese. Als Alternativhypothese wird ein Prozess mit einem Strukturbruch gewählt. Angenommen wird, dass der Zeitpunkt unbekannt ist, allerdings wird dieser Zeitpunkt aus der Zeitreihe so geschätzt, dass der t-Wert für die Nullhypothese am ungelegensten ist (siehe Metz, 2002, S. 348f).

Der Hodrick-Prescott-Filter

Der Hodrick-Prescott-Filter dient der Trendbereinigung von Zeitreihen. Durch diese Bereinigung kann man die sonstigen Charakteristiken, z.B. der Konjunkturzyklen, besser erkennen. Er separiert die zugrundeliegende Zeitreihe $\{X_t\}$ additiv in einen Wachstumsteil $\{G_t\}$ und einen Zyklusteil $\{C_t\}$. Für eine eindeutige Trennung benötigt man zusätzliche Informationen. Der Hodrick-Prescott-Filter basiert für eine Stichprobe $\{X_t\}_{t=1,\dots,T}$ auf dem restringierten Kleinstquadratproblem:

$$\sum_{t=1}^T (X_t - G_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(G_{t+1} - G_t) - (G_t - G_{t-1})]^2 \rightarrow \min_{\{G_t\}}.$$

Diese Zielfunktion setzt sich aus einem datenabhängigen Teil, der über den Grad der Anpassung bestimmt, und einem Teil, der für die Glattheit zuständig, ist zusammen. Der datenabhängige erste Ausdruck der obenstehenden Formel wird für $G_t = X_t$ für alle t minimiert, während der zweite Ausdruck für konstante Änderungen von G_t null wird, das heißt G_t wäre in diesem Fall eine lineare Funktion. Um das Verhältnis zwischen diesen beiden Optimierungen fest zu legen, wird der Multiplikator λ a priori bestimmt. Der Hodrick-Prescott-Filter ist abhängig von der Datenfrequenz. Für die Filterung von Jahresdaten wird $\lambda=10$ empfohlen, wobei nach Metz auch Werte von $\lambda=400$ oder $\lambda=100$ für Jahresdaten gewählt werden. Mit wachsendem λ wird der Trend glatter, bei $\lambda = \infty$ gleicht der Filter einer Geraden. Mit einem klein gewählten λ wird man einen an die Daten gut angepassten Filter erhalten (siehe auch Nesser, 2009, S. 33ff; Metz, 2002, S.230).

Holt-Winters Verfahren

Das Holt-Winters Verfahren ist ein allgemeineres Verfahren des exponentiellen Glättens und dient neben der Glättung der Zeitreihe auch der Vorhersage. Es berücksichtigt die Aktualität der Daten. Je aktueller der Zeitpunkt des Datenpunkts der Zeitreihe ist, desto mehr Gewicht hat dieser im Holt-Winters Verfahren. Extreme Werte haben bei diesem Verfahren eine geringe Auswirkung, dies ist der Vorteil des Holt-Winters Verfahrens. (vgl. Schlittgen, 2012, S. 52ff)

Jene Prognosen, die durch exponentielles Glätten erhalten werden, sind bei einem Aufwärtstrend nach unten und bei einem Abwärtstrend noch oben verzerrt. Das exponentielle Glätten kann zur Identifikation der Richtung des Trends verwendet werden. (vgl. Reschenhofer, 2012, S.1ff)

Ausgehend von einem Modell ohne Saison, $X_t = m_t + \varepsilon_t$, mit einem unterstellten linearen Trend für die glatte Komponente, $m_t = a + bt$, wird beim Holt-Winters Verfahren das Niveau m_t und der Anstieg b rekursiv geschätzt. Für das Niveau der Zeitreihe ergibt sich die Rekursionsbezeichnung

$$\hat{m}_N = (1 - \alpha)x_N + (\hat{m}_{N-1} + \hat{b}_N)$$

und für $\hat{b}_N$, den geschätzten Anstieg von b , wird die Steigung b rekursiv berechnet. Da $b = m_{t-1} - m_{t-2}$, ergibt sich die Formel für $\hat{b}_N$:

$$\hat{b}_N = (1 - \beta)(\hat{m}_{N-1} - \hat{m}_{N-2}) + \beta \hat{b}_{N-1}.$$

Da es $\hat{b}_N$ zur Berechnung von $\hat{m}_N$ bedarf, wird die Differenz der vorigen zwei Niveaus der Zeitreihe berechnet. Mit Hilfe des Holt-Winters Verfahrens resultiert die h-Schritt-Prognose $\hat{x}_{N,h} = \hat{m}_N + h\hat{b}_N$ für Zeitreihen ohne Saisonkomponenten. (vgl. Schlittgen und Streitberg, 1999, S. 48f)

Die empirische Autokovarianz- und Autokorrelationsfunktion

Die Definition der empirischen Autokovarianzfunktion (c_τ) einer Zeitreihe (y_t) lautet:

$$c_\tau = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-\tau} (y_{t+\tau} - \bar{y})(y_t - \bar{y}), \text{ wobei } (\tau \geq 0).$$

Die empirische Autokorrelationsfunktion (r_τ) einer Zeitreihe (y_t), welche mit ACF abgekürzt wird, wird folgendermaßen definiert:

$$r_\tau = \frac{c_\tau}{c_0} \quad (\tau \geq 0).$$

Wobei die empirische Autokovarianzfunktion $c_\tau = c_{-\tau}$ und für die Autokorrelationsfunktion $r_\tau = r_{-\tau}$ für $\tau < 0$ gesetzt wird.

Die partielle Autokorrelationsfunktion

Die partielle Autokorrelationsfunktion (π_τ) eines stationären Prozesses (Y_t) hilft die Abhängigkeit zwischen den Datenpunkten einer Zeitreihe zu verschiedenen Zeitpunkten zu erkennen. Die partielle Autokorrelationsfunktion, welche mit pACF abgekürzt wird, kann den linearen Zusammenhang zwischen zwei zeitlich unterschiedlichen Datenpunkten einer Zeitreihe messen, ohne dass die Werte, die zwischen den beiden Zeitpunkten liegen, einen Einfluss ausüben. Die pACF hängen nur von den Autokorrelationen ab. Man geht von einem stochastischen Prozess (Y_t) aus, einer Folge von partiellen Korrelationen von Y_t und $Y_{t-\tau}$ und den Werten $Y_{t-1}, \dots, Y_{t-\tau+1}$. Hält man die Werte von $Y_{t-1}, \dots, Y_{t-\tau+1}$ fest und betrachtet die Folge der partiellen Korrelationen, so entspricht diese Folge genau der partiellen Autokorrelationsfunktion (π_τ) eines stationären Prozesses. Diese ist null, für einen AR(p)-Prozess mit $|\tau| > p$. Im Fall $\tau = 0$ wird die pACF zum Zeitpunkt null eins gesetzt und für $\tau = 1$ wird sie ρ_1 , der Korrelation zwischen Y_1 und Y_2 , gesetzt. (vgl. Schlittgen, 2012, S. 66)

ARMA

Die wichtigste Modellklasse für stationäre Prozesse sind die autoregressiven „Moving-average“-Prozesse, kurz ARMA-Prozesse. Ein stochastischer Prozess (Y_t) mit $t \in \mathbb{Z}$ wird als ARMA-Prozess der Ordnung (p,q) bezeichnet, sofern er stationär ist und nachfolgende stochastische Differenzgleichung, mit ε_t gleich Weißes Rauschen mit Mittelwert null und Varianz gleich σ_ε^2 und $\alpha_p \beta_q \neq 0$, erfüllt:

$$Y_t - \alpha_1 Y_{t-1} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} = \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}.$$

Ein stochastischer Prozess (Y_t) wird als ARMA(p,q)-Prozess mit Mittelwert μ bezeichnet, wenn $(Y_t - \mu)$ ein ARMA(p,q)-Prozess ist. (siehe Neusser, 2009, S.21)

Man kann den autoregressiven Prozess der Ordnung p, kurz AR(p)-Prozess, als ARMA(p,q)-Prozess schreiben, wenn man q gleich null setzt. Setzt man p gleich null, so ist der ARMA(0,q)-Prozess schlicht ein „Moving-average“-Prozess der Ordnung q. (vgl. Neusser, 2009, S.23)

Periodogramm

Das Periodogramm einer Zeitreihe (y_t) wird über die nachfolgende Funktion definiert

$$I(\lambda) = N \left[\left(\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y}) \cos(2\pi\lambda t) \right)^2 + \left(\sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y}) \sin(2\pi\lambda t) \right)^2 \right].$$

Für das Periodogramm genügt es den Bereich $0 \leq \lambda \leq 0.5$ zu betrachten, da die kleinste entdeckbare Periodizität (P) zwei beträgt, während die größte Periodizität (P) abhängig von der Länge der Reihe ist, für die Periode (P) gilt $2 \leq P < \infty$. Es genügt $I(\lambda)$ über das Intervall $[-0.5, 0.5]$ zu betrachten. Außerdem gilt $I(\lambda) = I(-\lambda)$, daher reicht es das Intervall $[0, 0.5]$ anzusehen. Eine andere Möglichkeit das Periodogramm zu berechnen ist die Verwendung der empirischen Autokovarianzfunktion (c_τ) einer Zeitreihe. Die Funktion hierfür lautet:

$$I(\lambda) = c_0 + 2 \sum_{\tau=1}^{N-1} c_\tau \cos(2\pi\lambda\tau)$$

Eine dritte Möglichkeit zur Berechnung des Periodogramm ist die schnelle Fouriertransformation. Diese ist für Reihen geeignet, deren Länge eine Potenz von zwei

besitzt. Das Periodogramm veranschaulicht das Ausmaß der kürzer- und längerfristigen Vorgänge einer Zeitreihe (siehe Schlittgen, 2012, S. 120f).

Test auf White-Noise

White-Noise wird auch Weißes Rauschen genannt. Es gibt einen Test auf Weißes Rauschen, der auf dem Periodogramm basiert. Die Nullhypothese wird als H_0 : „ (Y_t) ist ein Gaußscher White-Noise-Prozess“ formuliert. Wenn diese Nullhypothese beibehalten wird, hat das kumulierte Periodogramm und eine geordnete Stichprobe aus einer Rechtecksverteilung im Intervall (0,1) die gleiche gemeinsame Verteilung. Die Werte von dem kumulierten Periodogramm streuen um die Winkelhalbierende, wenn die Nullhypothese nicht verworfen wird (siehe auch Schlittgen, 2012, S. 126).

Spektraldichte

Für einen Prozess (Y_t) mit Autokorrelationsfunktion (γ_τ) , für welche $\sum |\gamma_\tau| < \infty$ gilt, lautet die Spektraldichte von (Y_t) , auch Spektrum genannt:

$$f(\lambda) = \gamma_0 + 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} \cos(2\pi\lambda\tau).$$

Die Spektraldichte von (Y_t) ist nicht negativ und stetig, sie hat formale Eigenschaften einer Dichtefunktion. Die Autokovarianzfunktion ist nach Lags geordnet, die Spektraldichtefunktion nach Frequenzen, bis auf diesen Unterschied enthalten beide Funktionen die gleiche Information. Betrachtet man die Fläche unter $f(\lambda)$ zwischen zwei Frequenzpunkten, so entspricht der Anteil dieser Fläche an der gesamten Fläche im Intervall $[0,0.5]$ dem Anteil der Varianz, der auf harmonischen Wellen mit Frequenzen dieses Bereichs basiert. (vgl. Schlittgen, 2012, S. 129)

Kreuzkovarianz und -korrelation

Zwei stationäre Prozesse (X_t) und (Y_t) können auch als Komponenten einer zweidimensionalen Zeitreihe $(X_t, Y_t)'$ betrachtet werden. Da die Abhängigkeiten und speziellen Formen der Interaktion zwischen den beiden Zeitreihen von großem Interesse sind, ist eine gemeinsame Analyse sinnvoll. Mit der Kreuzkovarianz bzw. der Kreuzkorrelation lässt sich der Zusammenhang zwischen den einzelnen Prozessen erfassen. Dafür wird die gemeinsame Stationarität gefordert. Dafür müssen sie einzeln stationär sein und die Kreuzkovarianzen $\gamma_{XY}(\tau) = E((X_{t+\tau} - \mu_X)(Y_t - \mu_Y))$ dürfen nicht vom Zeitpunkt t , sondern allein vom Lag τ abhängen. Die Kreuzkorrelationsfunktion $\rho_{XY}(\tau) = \frac{\gamma_{XY}(\tau)}{\sqrt{\gamma_X(0)\gamma_Y(0)}}$ wird mit CCF abgekürzt. Der Zusammenhang zwischen den zeitlich nicht gegeneinander verschobenen Prozessen (X_t) und (Y_t) wird anhand der Kreuzkorrelation zum Lag 0 gemessen.

Kreuzspektren

Es wird von einem stationären bivariaten Prozess $(X_t, Y_t)'$, den zugehörigen univariaten Autokovarianzfunktionen $\gamma_X(\tau), \gamma_Y(\tau)$ und der Kreuzkovarianzfunktion $\gamma_{XY}(\tau)$ ausgegangen. Die Formel der Spektren lautet:

$$f_X(\lambda) = \gamma_X(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} \gamma_X(\tau) \cos 2\pi\lambda\tau,$$

$$f_Y(\lambda) = \gamma_Y(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} \gamma_Y(\tau) \cos 2\pi\lambda\tau.$$

Die Formel für das Kreuzspektrum $f_{XY}(\lambda)$ bei Erfüllung der vorigen Voraussetzungen lautet:

$$f_{XY}(\lambda) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \gamma_{XY}(\tau) e^{i2\pi\lambda\tau}$$

Weiter wird das Kospektrum $C_{XY}(\lambda)$ wie folgt definiert:

$$C_{XY}(\lambda) = \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} \gamma_{XY}(\tau) \cos 2\pi\lambda\tau.$$

Für das Quadratspektrum $Q_{XY}(\lambda)$ gilt:

$$Q_{XY}(\lambda) = \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} \gamma_{XY}(\tau) \sin 2\pi\lambda\tau.$$

Die Phase $\phi_{XY}(\lambda)$ wird folgend definiert:

$$\phi_{XY}(\lambda) = \tan^{-1}\left(\frac{-Q_{XY}(\lambda)}{C_{XY}(\lambda)}\right).$$

Die Kohärenz $K_{XY}(\lambda)$ wird durch

$$K_{XY}(\lambda) = \frac{\sqrt{C_{XY}(\lambda)^2 + Q_{XY}(\lambda)^2}}{\sqrt{f_X(\lambda)}\sqrt{f_Y(\lambda)}}$$

definiert.

Sowohl die Phase als auch die Kohärenz ergeben sich aus dem Kospektrum und dem Quadratspektrum. Das Kospektrum und das Quadratspektrum lassen sich direkt interpretieren.

Beide Zeitreihen enthalten Wellen, die Phase stellt für jedes λ die Verschiebung dieser Wellen gegeneinander dar. Dadurch kann man die Lag- und Lead-Relationen zwischen den Reihen mit Hilfe der Phase analysieren. Es kann sein, dass die kurzen Wellen der einen Zeitreihe einen Vorlauf gegenüber der Wellen der zweiten Zeitreihe haben, wobei es bei den langen Wellen anders herum ist. Wie stark der Zusammenhang der in beiden Zeitreihen enthaltenen harmonischen Wellen ist, wird mit der Kohärenz für jede Frequenz λ berechnet. Die Kohärenz liegt im Intervall $[0,1]$, je näher die Kohärenz bei eins liegt, desto stärker hängen die beiden Komponenten bei der Frequenz λ linear zusammen. (vgl. Schlittgen, 2012, S. 154f)

Der Johansen-Test auf Kointegration

Beim Kointegrationstest von Johansen muss keine Variable a priori als abhängige Variable deklariert werden. Dieser Test auf Kointegration behandelt alle Variablen symmetrisch, da er auf einem multivariaten AR-Modell basiert. (vgl. Neusser, 2009, S. 225f)

Da der Johansen-Test zu den Likelihood-ratio Tests zählt, gibt es je nach Alternativhypothese zwei Möglichkeiten ihn durchzuführen. Man kann die Nullhypothese $H_0: H(r)$ gegen die Alternativhypothese $H(n)$ testen, diese Art wird "trace"-Test genannt. Oder man testet die Nullhypothese $H_0: H(r)$ gegen die Alternativhypothese $H(r+1)$, diese Möglichkeit wird als "max"-Test bezeichnet. Die zugehörige "Likelihood-ratio"-Teststatistik für den "trace"-Test

ist $-T \sum_{j=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_j) \approx T \sum_{j=r+1}^n \hat{\lambda}_j$, während die “Likelihood-ratio”-Teststatistik für den “max”-Test $-T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \approx T \hat{\lambda}_{r+1}$ ist.

Der in der Praxis übliche Johansen-Test verwendet den “trace”-Test bei festem Signifikanzniveau. Man startet damit, dass die Hypothese $H(0)$ gegen die Alternativhypothese $H(n)$ getestet wird. Wird die Nullhypothese nicht verworfen, so folgert man $r = 0$ und setzt voraus, dass keine Kointegrationsbeziehung vorhanden ist. Wird die Nullhypothese verworfen, so testet man im nächsten Schritt die Nullhypothese $H(1)$ gegen die Alternativhypothese $H(n)$. Wird die Nullhypothese beibehalten, so geht man davon aus, dass eine Kointegrationsbeziehung existiert, also ist $r = 1$. Wird die Nullhypothese verworfen, so wird die nächste Nullhypothese $H(2)$ formuliert und gegen die Alternativhypothese $H(n)$ getestet. Durch diese Vorgehensweise resultiert eine Testsequenz. Man schließt auf r linear unabhängige Kointegrationsbeziehungen, falls die Testsequenz die Hypothese $H(r)$ beibehält.

$$\begin{array}{ccccc}
 H(0) \text{ gegen } H(n) & \xrightarrow{\text{Ablehnung}} & H(1) \text{ gegen } H(n) & \xrightarrow{\text{Ablehnung}} & H(2) \text{ gegen } H(n) \dots \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 r = 0 & & r = 1 & & r = 2
 \end{array}$$

Falls in der Testsequenz $H(r)$ nicht verworfen wird, so kann der “max”-Tests $H(r)$ gegen $H(r + 1)$ getestet werden um sich abzusichern. (vgl. Neusser, 2009, S. 229)

Datensatz

Der Datensatz besteht aus drei ausgewählten Londoner Zeitreihen, den Löhnen der HandwerkerInnen und der ArbeiterInnen, beide im Bauwesen tätig, sowie den Weizenpreisen. Die Löhne sind Tageslöhne, umgerechnet in Silber, gemessen in Gramm, es gibt jeweils einen Datenpunkt pro Jahr. Für die Weizenpreise, welche in Silber in Gramm pro Liter angegeben sind, gibt es ebenfalls einen Datenpunkt pro Jahr. Die Zeitreihe der HandwerkerInnenlöhne beginnt mit 1264 und geht bis inklusive 1913, die ArbeiterInnenlöhne starten 1301 und enden 1913, die Zeitreihe der Weizenpreise beginnt 1264 und geht bis 1914. Die Beschränkung auf die Jahre 1301 bis 1913 ergibt sich daraus, dass in diesem Zeitraum alle Zeitreihen vollständig sind. Der Datensatz ist öffentlich zugänglich und im Internet unter <http://www.iisg.nl/hpw/data.php> abrufbar. Autor ist Robert C. Allen, der Datensatz ist unter „Europe“ zu finden und heißt „Prices and Wages in London & Southern England, 1259-1914“. Die Tabelle ist ebenfalls auf der Webseite des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften der Universität von Oxford verfügbar.

Der Datensatz wird mit Methoden der Zeitreihenanalyse untersucht. Die Resultate werden mit denen der Artikel, auf denen diese Arbeit basiert, verglichen und diskutiert.

Fragestellung

Interessant waren die Fragestellungen, ob sich die arbeitenden Menschen mit der Zeit mehr leisten konnten und ob ihre Gehälter stärker gestiegen sind als ihre Lebensunterhaltskosten. Außerdem ist es interessant den Zusammenhang der drei Zeitreihen zu erforschen. Welche Erkenntnisse lassen sich mit den Methoden der Zeitreihenanalyse erlangen? Haben sie einen gemeinsamen stochastischen Trend oder haben sie sich unabhängig voneinander entwickelt? Wie verhalten sich die Ergebnisse mit denen der Artikel, auf denen diese Arbeit aufbaut?

Univariate Analyse

Analyse der Originalzeitreihen

Der erste Schritt bei der Analyse einer Zeitreihe ist die grafische Darstellung dieser.

In Abbildung 1 sind die Originalzeitreihen abgebildet, eine stärkere Steigung der Gehälter im Vergleich zu der Steigung des Weizenpreises ist ersichtlich. Die Lebenskosten sind offensichtlich weniger stark angestiegen als die Gehälter. Anteilsmäßig musste weniger des Einkommens für Weizen ausgegeben werden. Ein Einbruch im Jahre 1551 zieht sich durch alle drei Zeitreihen, welche offensichtlich nicht stationär sind.

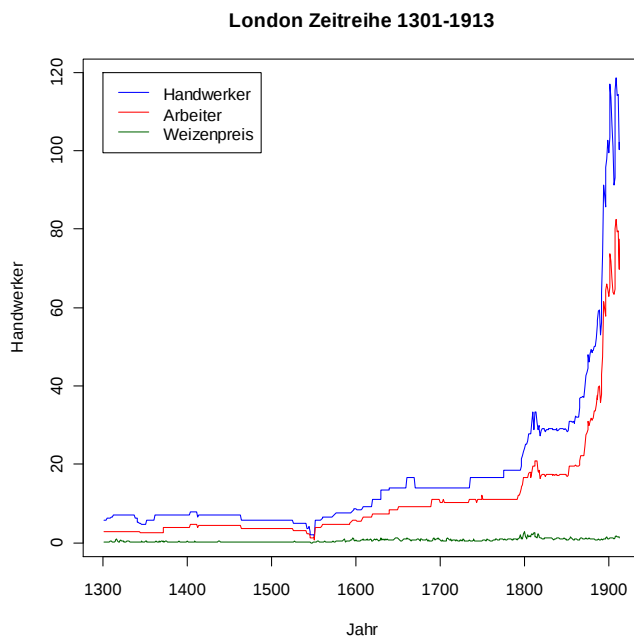


Abbildung 1:Originalzeitreihen 1301-1913

Allen (2001) kompensierte die Möglichkeit der Dateneinbrüche indem er die Zeitreihe der Nominallöhne der HandwerkerInnen und ArbeiterInnen in 50 Jahre zusammenfasste und diese mittelte. Somit fallen einzelne Jahre aus seiner Analyse, siehe Tabelle 1.

Londoner Nominallöhne in Silber(in Gramm) pro Tag von Allen(2001)									
Berufsgruppe/ Jahr	1500- 1549	1550- 1599	1600- 1649	1650- 1699	1700- 1749	1750- 1799	1800- 1849	1850- 1899	1900- 1913
HandwerkerInnen	5.0	6.9	11.3	14.5	14.7	17.8	28.9	48.3	106.4
ArbeiterInnen	3.2	4.6	7.1	9.7	10.5	11.5	17.7	31.2	71.5

Tabelle 1: Londoner Nominallöhne der HandwerkerInnen und ArbeiterInnen nach Allen (2001)

Van Zanden(1999) hingegen schätzte die täglichen Gehälter von ArbeiterInnen für zwanzig Jahreseinheiten. Auch hier sind die Werte gemittelt worden und nicht für einzelne Jahre ausgegeben, außerdem sind nicht alle Jahre zwischen 1500 und 1913 abgedeckt. Die von Van Zanden(1999) geschätzten Preise für Weizen waren in Hektolitern angegeben, da die von mir verwendeten Weizenpreise in Litern angegeben sind, habe ich die Weizenpreise in Literpreise umgerechnet und auf zwei Dezimalstellen gerundet.

Geschätzte Londoner Nominallöhne und Weizenpreise von England in Silber(in Gramm) von Van Zanden(1999)				
Berufsgruppe/Jahr	1500-1520	1600-1620	1680-1700	1780-1800
ArbeiterInnen(pro Tag)	3.65	5.41	8.10	11.60
Weizenpreis(pro Liter)	0.22	0.62	0.71	1.13

Tabelle 2: Londoner Nominallöhne und Weizenpreise der ArbeiterInnen nach Van Zanden (1999)

Analyse der logarithmierten Zeitreihen

Die Daten werden log-transformiert, um sie in eine „linearere“ Zeitreihe zu transformieren.

Abbildung 2 bildet die drei logarithmierten Zeitreihen ab, das Jahr 1551 sticht mit einem rapiden Abfall aller drei Zeitreihen heraus. Ein einfacher linearer Trend ist nicht ersichtlich.

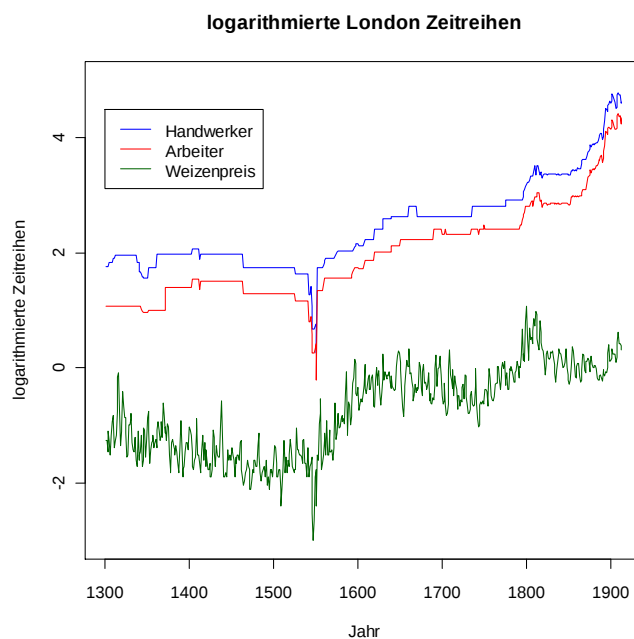


Abbildung 2: Logarithmierte Zeitreihen

Trotzdem wird vollständigkeithalber ein linearer Trend für alle drei Zeitreihen separat geschätzt und geplottet. Wie in Abbildung 3 erkennbar ist, ist dieser nicht optimal, um den Trend dieser Zeitreihen zu beschreiben.

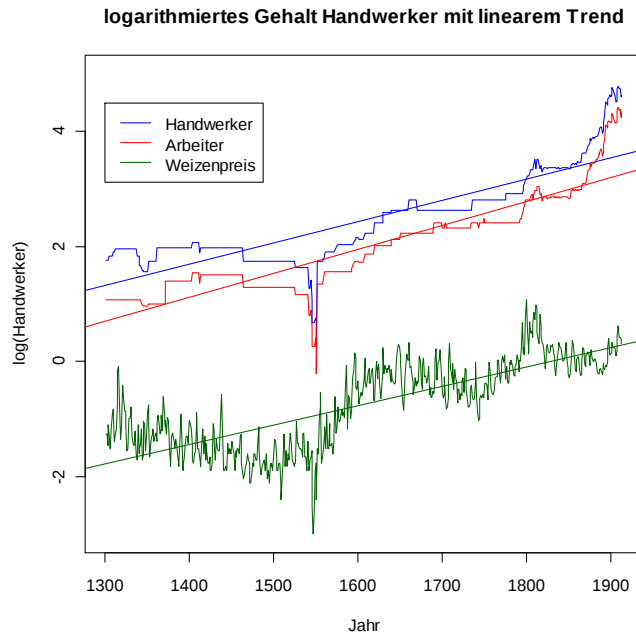


Abbildung 3: logarithmierte Zeitreihen mit linearem Trend

Anschließend werden die Residuen des linearen Trends auf Stationarität getestet. Der Phillips-Perron-Test gibt für die HandwerkerInnenlöhne einen p-Wert von 0.7174 aus, das bedeutet, die Residuen des linearen Trends der HandwerkerInnenlöhne sind nicht stationär. Auch der erweiterte Dickey-Fuller-Test mit einem p-Wert von 0.9198 und der Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin Test, kurz KPSS-Test, mit einem p-Wert von 0.01 kommen zum Ergebnis, dass die Residuen nicht stationär sind.

Der Phillips-Perron-Test gibt für die Residuen des linearen Trends der ArbeiterInnenlöhne einen p-Wert von 0.635 aus, das bedeutet, die Residuen des linearen Trends der ArbeiterInnenlöhne sind nicht stationär. Auch der erweiterte Dickey-Fuller-Test mit einem p-Wert von 0.914 und der KPSS-Test mit einem p-Wert von 0.01 kommen zum Ergebnis, dass die Residuen nicht stationär sind.

Der Phillips-Perron-Test gibt für die Residuen des linearen Trends des Weizenpreises einen p-Wert von 0.01 aus, das heißt, die Residuen des linearen Trends des Weizenpreises sind stationär. Der erweiterte Dickey-Fuller-Test mit einem p-Wert von 0.1702 und der KPSS-Test mit einem p-Wert von 0.01 kommen zum Resultat, dass die Residuen nicht stationär sind.

In Abbildung 4 sind die Residuen der einzelnen Zeitreihen gegen die Zeit geplottet.

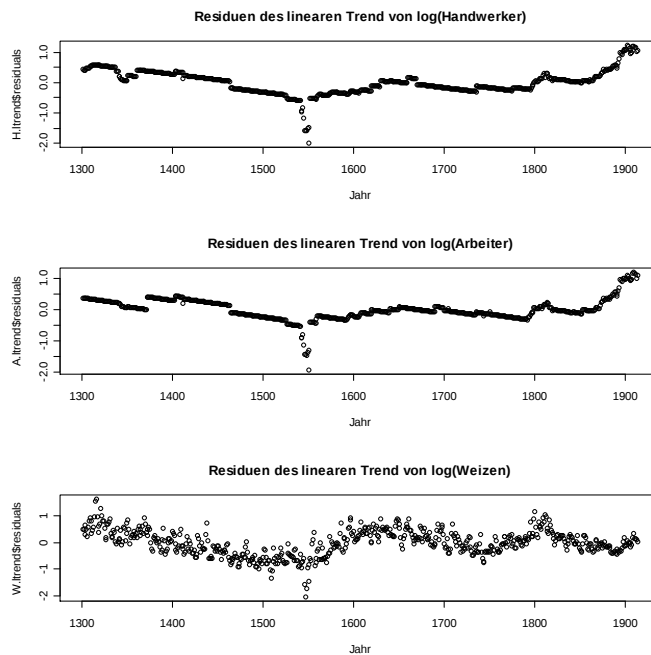


Abbildung 4: Residuen des linearen Trends der Zeitreihen

Abbildung 5 zeigt, dass keiner der drei linearen Trends normalverteilte Residuen aufweist.

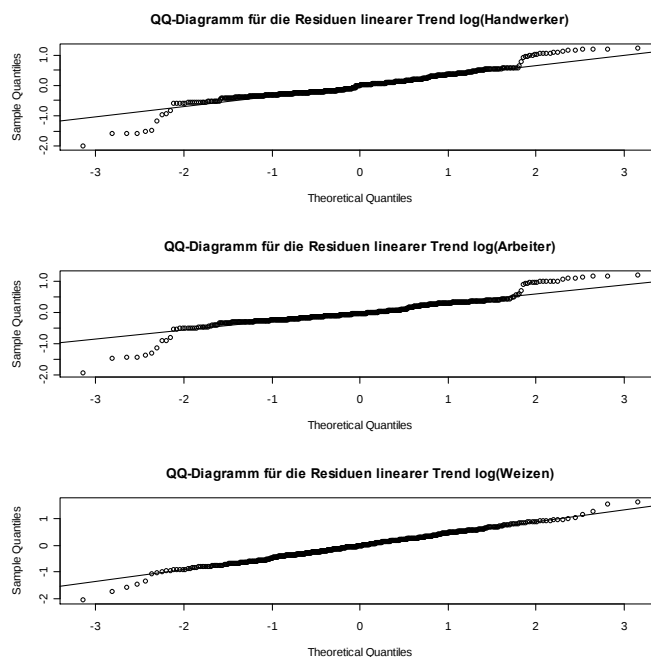


Abbildung 5: QQ-Diagramme für die Residuen des linearen Trends der Zeitreihen

Vollständigkeitshalber werden noch die logarithmierten Daten auf Stationarität getestet. Nur beim erweiterten Dickey-Fuller-Test können verschiedene Lags verwendet werden. k ist bei Default auf $\text{trunc}((\text{length}(x)-1)^{(1/3)})$ gesetzt.

Der Phillips-Perron-Test gibt für die logarithmierten HandwerkerInnenlöhne einen p-Wert von 0.7174 aus, das heißt, dass die logarithmierten HandwerkerInnenlöhne nicht stationär sind. Auch der erweiterte Dickey-Fuller-Test mit verschiedenen Lags kommt zum gleichen Ergebnis. Mit einem Lag von null ergibt sich ein p-Wert von 0.6274, mit einem Lag von vier ergibt sich ein p-Wert von 0.7809 und bei einem Lag von acht, der vom Programm

automatisch gewählt wurde, erhält man 0.9198 für den p-Wert. Der KPSS-Test mit einem p-Wert von 0.01 kommt auch zum Ergebnis, dass die logarithmierten HandwerkerInnenlöhne nicht stationär sind.

Der Phillips-Perron-Test gibt für die logarithmierten ArbeiterInnenlöhne einen p-Wert von 0.635 aus, das bedeutet, dass die logarithmierten HandwerkerInnenlöhne nicht stationär sind. Auch der erweiterte Dickey-Fuller-Test mit verschiedenen Lags kommt zum gleichen Resultat, dass die Zeitreihe nicht stationär ist. Mit einem Lag von null kommt ein p-Wert von 0.5108 heraus, mit einem Lag von vier zeigt sich ein p-Wert von 0.8162 und bei einem Lag von acht, der vom Programm automatisch gewählt wurde, ergibt sich ein p-Wert von 0.914, in allen drei Fällen wird die Nullhypothese eines stochastischen Prozesses mit Einheitswurzel beibehalten, die Zeitreihe ist nicht stationär. Der KPSS-Test mit einem p-Wert von 0.01 kommt auch zum Schluss, dass die logarithmierten ArbeiterInnenlöhne nicht stationär sind.

Der Phillips-Perron-Test gibt für die logarithmierten Weizenpreise einen p-Wert von 0.01 aus, das sagt aus, dass die Zeitreihe der Weizenpreise stationär ist. Auch der erweiterte Dickey-Fuller-Test mit den Lags null und vier kommt zum gleichen Ergebnis, dass die Zeitreihe stationär ist. Mit einem Lag von null erhält man einen p-Wert von 0.01, mit einem Lag von vier ergibt sich ein p-Wert von 0.01547, und bei einem Lag von acht, der vom Programm automatisch gewählt wurde, beträgt der p-Wert 0.1702. Mit Hilfe des KPSS-Tests resultiert ein p-Wert von 0.01, die Nullhypothese der Prozess hat keine Einheitswurzel wird verworfen, das bedeutet die Zeitreihe der logarithmierten Weizenpreise nicht stationär ist.

Alle drei Tests auf Stationarität ergeben, dass die logarithmierten Daten der HandwerkerInnen- und ArbeiterInnenlöhne keine Einheitswurzel haben und daher nicht stationär sind. Bei der Zeitreihe der Weizenpreise kommen nur der erweiterte Dickey-Fuller-Test mit einem automatisch gewähltem Lag von acht und der KPSS-Test zum Ergebnis, dass die Weizenpreise nicht stationär sind. Die anderen Tests besagen, dass die Zeitreihe der logarithmierten Weizenpreise stationär ist.

Für den Zivot & Andrews Einheitswurzeltest der logarithmierten HandwerkerInnenlöhne mit Lag null ergibt sich der Wert -4.3548 für die Teststatistik und der kritische Wert ist -4.82 für ein Signifikanzniveau von 0.1, die Nullhypothese eines Random-Walks mit Drift ohne strukturelle Veränderung wird nicht verworfen, die Zeitreihe ist nicht stationär. Bei einem Lag von vier ändert sich die Teststatistik auf -3.5795, der kritische Wert ist -4.82 für das Signifikanzniveau von 0.1, auch hier wird die Nullhypothese beibehalten, die Zeitreihe ist nicht stationär. Auch für einen Lag von acht ändert sich das Ergebnis nicht. Die Teststatistik ist -2.8503, der kritische Wert -4.82 für ein Signifikanzniveau von 0.1.

Für den Zivot & Andrews Einheitswurzeltest der logarithmierten ArbeiterInnenlöhne mit Lag null beträgt der Wert der Teststatistik -4.1125, der kritische Wert ist -4.82 für ein Signifikanzniveau von 0.1, die Nullhypothese eines Random-Walks mit Drift ohne strukturelle Veränderung wird nicht verworfen, die Zeitreihe ist nicht stationär. Bei einem Lag von vier ändert sich die Teststatistik auf -3.3392, der kritische Wert ist -4.82 für das Signifikanzniveau von 0.1, auch hier wird die Nullhypothese beibehalten, die Zeitreihe ist nicht stationär. Auch für einen Lag von acht ändert sich das Ergebnis nicht. Die Teststatistik ist -3.0406, der kritische Wert -4.82 für ein Signifikanzniveau von 0.1.

Für den Zivot & Andrews Einheitswurzeltest der logarithmierten Weizenpreise mit Lag null erhält man den Wert -10.7618 für die Teststatistik und einen kritischen Wert von -5.57 für ein

Signifikanzniveau von 0.01, die die Nullhypothese eines Random-Walks mit Drift ohne strukturelle Veränderung wird verworfen, die Zeitreihe wird als stationär gewertet. Bei einem Lag von vier ändert sich die Teststatistik auf -7.0436, der kritische Wert ist -5.57 für das Signifikanzniveau von 0.01, auch hier wird die Nullhypothese verworfen, die Zeitreihe ist stationär. Auch für einen Lag von acht ändert sich das Ergebnis nicht. Die Teststatistik ist -5.7975, der kritische Wert -5.57 für ein Signifikanzniveau von 0.01. In diesem Fall wird noch ein Zivot & Andrews Einheitswurzeltest mit Lag zwölf durchgeführt, der auf einen Bruchzeitpunkt im linearen Trend testet. In diesem Fall ergibt die Teststatistik -3.0838 und der kritische Wert ist -4.11 für ein Signifikanzniveau von 0.1. Die Einheitswurzel wird beibehalten, die Zeitreihe als nicht stationär gewertet.

Die Abbildung 6 zeigt die logarithmierten Zeitreihen mit einem Hodrick-Prescott-Filter, mit Lamda gleich 50000. Der Lamda Wert wurde demensprechend hoch gewählt, um eine ausreichende Glättung der logarithmierten Zeitreihen zu erzielen.

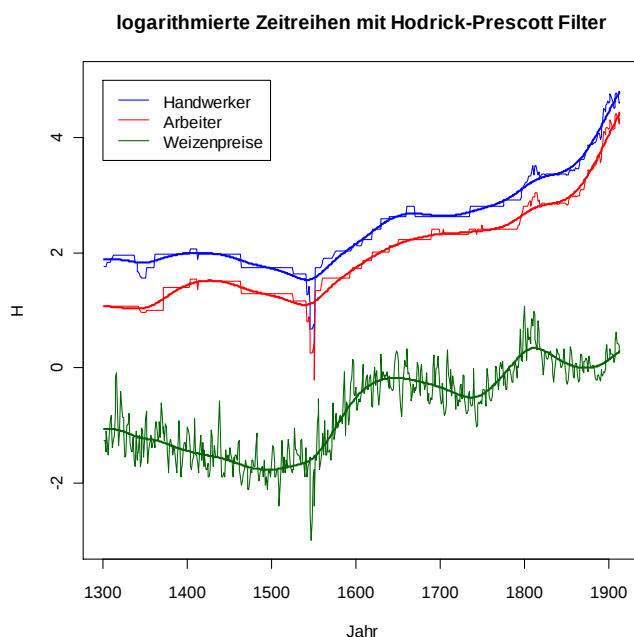


Abbildung 6: Logarithmierte Zeitreihen mit Hodrick-Prescott Filter

Abbildung 7 zeigt die logarithmierten Datensätze mit dem Holt-Winters-Verfahren exponentiell geglättet.

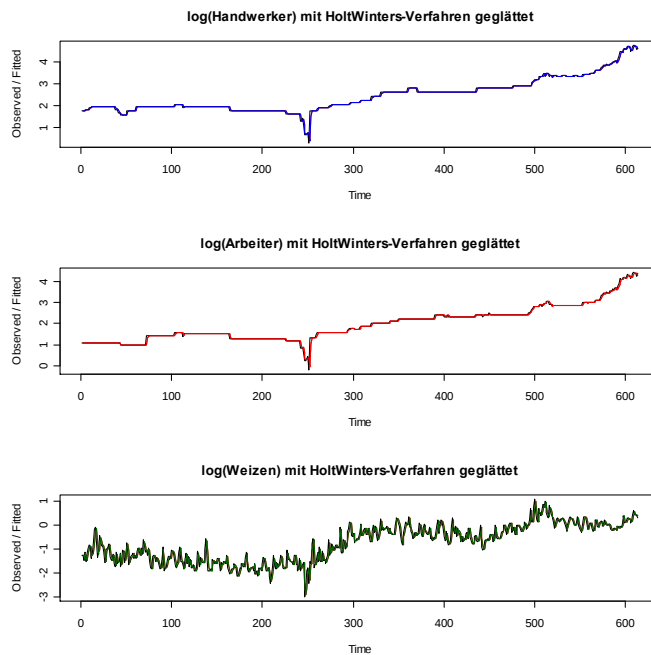


Abbildung 7: Logarithmierte Zeitreihen mit Holt-Winters Verfahren

Analyse der differenzierten Zeitreihen

Um stationäre Zeitreihen zu erhalten, wird im nächsten Schritt jede logarithmierte Datenreihe einfach differenziert.

Abbildung 8 zeigt die einfach differenzierten Zeitreihen. Durch den Ursprung wurde eine x-Achse gelegt, um die Unterschiede zu null besser zu erkennen. Man erkennt, dass die Gehälter im Vergleich zu der Zeitreihe der Weizenpreise wenig schwanken.

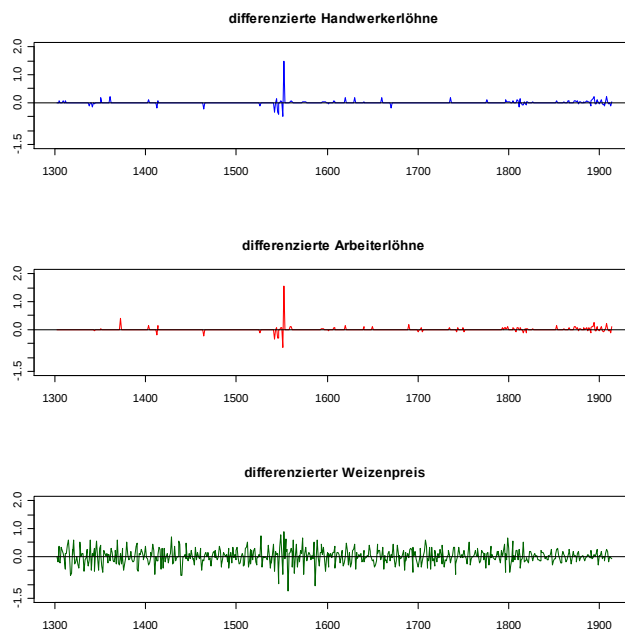


Abbildung 8: Einfach differenzierte Zeitreihen

Der p-Wert des Shapiro-Wilk Normalverteilungstest der logarithmierten und danach einfach differenzierten HandwerkerInnenlöhne und auch für die ArbeiterInnenlöhne ist $2.2 \cdot 10^{-16}$, also null. Der p-Wert für die logarithmierten und danach einfach differenzierten Weizenpreise beträgt 0.000004914.

Der p-Wert aller drei differenzierten Zeitreihen ist somit kleiner als 0.05. Somit wird die Nullhypothese, nach der die Daten einer Normalverteilung folgen, abgelehnt. Dies erkennt man grafisch anhand des nachfolgenden QQ-Diagramms oder rechnerisch anhand des Shapiro Wilk Tests auf Normalverteilung.

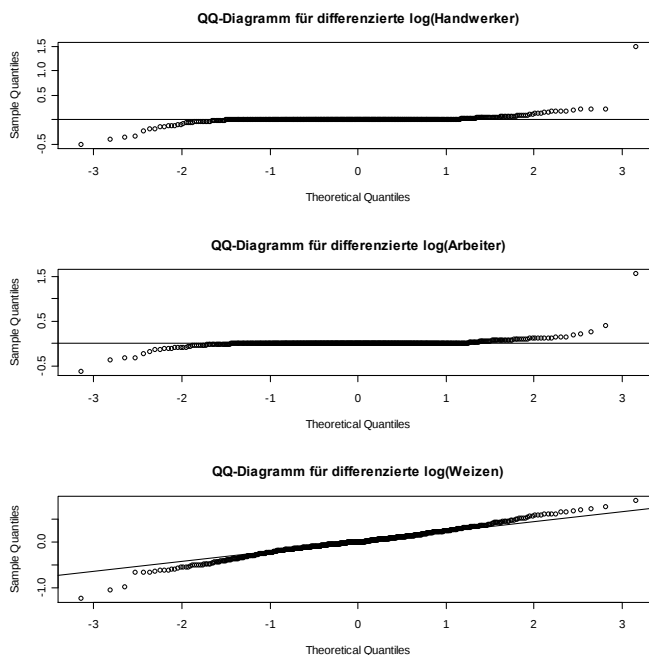


Abbildung 9: QQ-Diagramme der differenzierten Zeitreihen

Die nachfolgenden Tests auf Stationarität kommen alle zum Ergebnis, dass die differenzierten Zeitreihen eine Einheitswurzel haben und somit stationär sind.

Der Phillips-Perron-Test gibt für die differenzierten HandwerkerInnenlöhne einen p-Wert von 0.01 aus, das bedeutet, dass die Zeitreihe stationär ist. Auch der erweiterte Dickey-Fuller-Test mit den Lags 0,4 und 8 ergibt einen p-Wert von 0.01, das zeigt, dass die Zeitreihe stationär ist. Mit einem Lag von null erhält man einen p-Wert von 0.01, bei einem Lag von vier erhält man einen p-Wert von 0.01 und bei einem Lag von acht, der vom Programm automatisch gewählt wurde, ergibt sich ein p-Wert von 0.01, somit wird die Nullhypothese der Nichtstationarität nicht verworfen. Der KPSS-Test mit einem p-Wert von 0.1 kommt zum Ergebnis, dass die Zeitreihe der differenzierten HandwerkerInnenlöhne trendstationär ist, da die Nullhypothese der Trendstationarität nicht verworfen wird.

Der Phillips-Perron-Test gibt für die differenzierten ArbeiterInnenlöhne einen p-Wert von 0.01 aus, das bedeutet, dass die Zeitreihe stationär ist. Auch der erweiterte Dickey-Fuller-Test mit den Lags null, vier und acht ergibt einen p-Wert von 0.01, das heißt, dass die Zeitreihe stationär ist. Mit einem Lag von null kommt ein p-Wert von 0.01 heraus, mit einem Lag von vier erhält man einen p-Wert von 0.01 und bei einem Lag von acht, der vom Programm automatisch gewählt wurde, ergibt sich ein p-Wert von 0.01, somit wird die Nullhypothese der Nichtstationarität nicht verworfen. Der KPSS-Test mit einem p-Wert von 0.1 kommt zum

Resultat, dass die Zeitreihe der differenzierten ArbeiterInnenlöhne trendstationär ist, da die Nullhypothese der Trendstationarität nicht verworfen wird.

Der Phillips-Perron-Test gibt für die differenzierten Weizenpreise einen p-Wert von 0.01 aus, das sagt aus, dass die Zeitreihe stationär ist. Auch der erweiterte Dickey-Fuller-Test mit den Lags null, vier und acht ergibt einen p-Wert von 0.01, das zeigt an, dass die Zeitreihe stationär ist. Mit einem Lag von null beträgt der p-Wert, mit einem Lag von vier kommt ein p-Wert von 0.01 heraus und bei einem Lag von acht, der vom Programm automatisch gewählt wurde, ergibt sich ein p-Wert von 0.01, somit wird die Nullhypothese der Nichtstationarität nicht verworfen. Der KPSS-Test mit einem p-Wert von 0.1 kommt zum Ergebnis, dass die Zeitreihe der differenzierten Weizenpreise trendstationär ist, da die Nullhypothese der Trendstationarität nicht verworfen wird.

Der Zivot & Andrews Einheitswurzeltest wird nun für alle drei differenzierten Zeitreihen und drei verschiedenen Lags durchgeführt. Das Modell des Zivot und Andrews Einheitswurzeltests wird so gewählt, dass sowohl auf einen Bruchzeitpunkt im Intercept als auch im linearen Trend getestet wird. Der Zivot & Andrews Einheitswurzeltest kommt zum Ergebnis, dass alle drei differenzierten Zeitreihen stationär sind.

Durch Zivot & Andrews Einheitswurzeltest für die Zeitreihe der logarithmierten und anschließend differenzierten HandwerkerInnenlöhne mit Lag null ergibt sich der Wert -30.0931 für die Teststatistik und der kritische Wert ist -5.57 für ein Signifikanzniveau von 0.01, die Nullhypothese eines Random-Walks mit Drift ohne strukturelle Veränderung wird verworfen, die Zeitreihe ist stationär. Bei einem Lag von vier ändert sich die Teststatistik auf -10.8125, der kritische Wert ist -5.57 für das Signifikanzniveau von 0.01, auch hier wird die Nullhypothese verworfen, die Zeitreihe ist stationär. Auch für einen Lag von acht ändert sich das Ergebnis nicht. Die Teststatistik ist -9.6151, der kritische Wert -5.57 für ein Signifikanzniveau von 0.01. Alle drei Möglichkeiten führen zum Schluss, dass die Zeitreihe der differenzierten HandwerkerInnenlöhne stationär ist.

Mit Hilfe des Zivot & Andrews Einheitswurzeltests für die Zeitreihe der logarithmierten und anschließend differenzierten ArbeiterInnenlöhne mit Lag null ergibt sich der Wert -31.8785 für die Teststatistik und der kritische Wert ist -5.57 für ein Signifikanzniveau von 0.01, die Einheitswurzel wird verworfen, die Zeitreihe wird als stationär gewertet. Bei einem Lag von vier ändert sich die Teststatistik auf -11.1229, der kritische Wert ist -5.57 für das Signifikanzniveau von 0.01, auch hier wird die Nullhypothese eines Random-Walks mit Drift ohne strukturelle Veränderung verworfen, die Zeitreihe ist stationär. Auch für einen Lag von acht ändert sich das Resultat nicht. Die Teststatistik ist -9.4623, der kritische Wert -5.57 für ein Signifikanzniveau von 0.01. Alle drei Möglichkeiten führen zum Ergebnis, dass die Zeitreihe der differenzierten ArbeiterInnenlöhne stationär ist.

Der Zivot & Andrews Einheitswurzeltest für die Zeitreihe der logarithmierten und anschließend differenzierten Weizenpreise mit Lag null ergibt den Wert -26.5366 für die Teststatistik und der kritische Wert ist -5.57 für ein Signifikanzniveau von 0.01, die Nullhypothese eines Random-Walks mit Drift ohne strukturelle Veränderung wird verworfen, die Zeitreihe ist stationär. Bei einem Lag von vier ändert sich die Teststatistik auf -16.4142, der kritische Wert ist -5.57 für das Signifikanzniveau von 0.01, auch hier wird die Nullhypothese verworfen, die Zeitreihe ist stationär. Auch für einen Lag von acht ändert sich das Ergebnis nicht. Die Teststatistik ist -13.374, der kritische Wert -5.57 für ein Signifikanzniveau von 0.01. In diesem Fall wird noch ein Zivot & Andrews

Einheitswurzeltest mit Lag zwölf und das Modell so gewählt, dass auf einen Bruchzeitpunkt im linearen Trend getestet wird. In diesem Fall ergibt die Teststatistik -10.4599 und der kritische Wert ist -4.93 für ein Signifikanzniveau von 0.01. Die Nullhypothese wird verworfen, die Zeitreihe als stationär gewertet.

Um das passende ARMA-Modell für die jeweilige differenzierte Zeitreihe zu finden, wird das AIC (Akaike, 1973) für verschiedene ARMA-Modelle berechnet. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 3 bis 5 abzulesen. Das AIC ist ein Kriterium zur Bestimmung des besten Modells.

Für die differenzierte Zeitreihe der HandwerkerInnenlöhne ist das AIC des ARMA(4,4)-Modells, des ARMA(2,2)-Modells und des ARMA(3,2)-Modells am niedrigsten, und diese sind somit die besten Modelle. Das AIC für das ARMA(4,4)-Modell ist -1426.867, das AIC für das ARMA(2,2)-Modell beträgt -1416.232 und das AIC für das ARMA(3,2)-Modell ist -1414.601.

ARMA(p,q))	q				
p	0	1	2	3	4
0	-1383.226	-1400.792	-1398.801	-1401.591	-1400.676
1	-1399.830	-1398.797	-1396.795	-1400.272	-1398.679
2	-1399.457	-1398.628	-1416.232	-1414.595	-1412.651
3	-1398.875	-1397.800	-1414.601	-1412.490	-1411.196
4	-1397.755	-1396.397	-1412.634	-1411.241	-1426.867

Tabelle 3: AIC der jeweiligen ARMA-Modelle für die differenzierten HandwerkerInnenlöhne

Für die differenzierte Zeitreihe der ArbeiterInnenlöhne ist das AIC des ARMA(4,4)-Modells, des ARMA(3,2)-Modells und des ARMA(2,3)-Modells am niedrigsten, und diese sind somit die besten Modelle. Das AIC für das ARMA(4,4)-Modell ist -1377.146, das AIC für das ARMA(3,2)-Modell beträgt -1371.668 und das AIC für das ARMA(2,3)-Modell ist -1371.498.

ARMA(p,q))	q				
p	0	1	2	3	4
0	-1335.790	-1368.336	-1366.996	-1368.807	-1367.217
1	-1367.513	-1366.752	-1366.679	-1367.140	-1365.228
2	-1367.368	-1366.462	-1369.561	-1371.498	-1369.727
3	-1366.815	-1365.631	-1371.668	-1369.676	-1368.077
4	-1365.326	-1363.898	-1369.679	-1368.626	-1377.146

Tabelle 4: AIC der jeweiligen ARMA-Modelle für differenzierte ArbeiterInnenlöhne

Für die differenzierte Zeitreihe der Weizenpreise ist das AIC des ARMA(4,3)-Modells, des ARMA(4,4)-Modells und des ARMA(0,3)-Modells am niedrigsten, und diese sind somit die besten Modelle. Das AIC für das ARMA(4,3)-Modell ist -11.860919, das AIC für das ARMA(4,4)-Modell beträgt -9.887715 und das AIC für das ARMA(0,3)-Modell ist -9.411682.

ARMA(p,q))	q				
p	0	1	2	3	4
0	106.137510	101.476624	10.449119	-9.411682	-7.412207
1	105.192780	13.405735	-4.481811	-7.411978	-6.860920
2	68.301030	-9.175368	-7.467666	-7.153081	-7.586890
3	33.173220	-7.611796	-6.007913	-5.276569	-5.631704
4	21.982560	-6.791621	-4.791686	-11.860919	-9.887715

Tabelle 5: AIC der jeweiligen ARMA-Modelle für die differenzierten Weizenpreise

Abbildung 10 zeigt das Periodogramm der differenzierten Zeitreihe der HandwerkerInnenlöhne mit den Spektraldichten der drei besten ARMA-Modelle. Das ARMA(4,4)-Modell passt sich am besten an das Periodogramm an. Das ARMA(2,2)- und ARMA(3,2)-Modell unterscheiden sich kaum und passen sich dem Periodogramm weniger gut an.

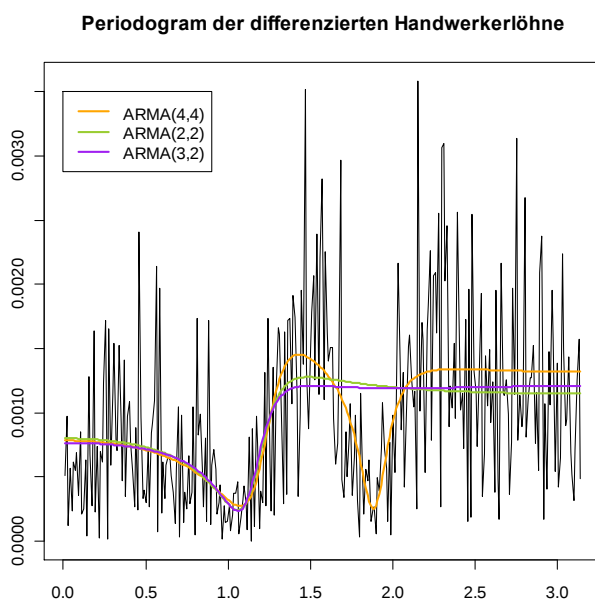


Abbildung 10: Periodogramm der differenzierten HandwerkerInnenlöhne

Abbildung 11 zeigt das Periodogramm der differenzierten Zeitreihe der ArbeiterInnenlöhne mit den Spektraldichten der drei besten ARMA-Modelle. Das ARMA(4,4)-Modell passt sich am besten an das Periodogramm an. Das ARMA(3,2)- und ARMA(2,3)-Modell unterscheiden sich kaum und passen sich dem Periodogramm weniger gut an.

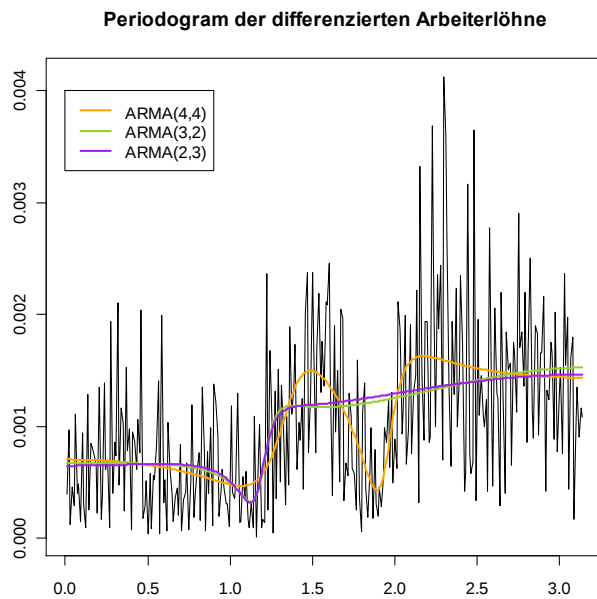


Abbildung 11: Periodogramm der differenzierten ArbeiterInnenlöhne

Abbildung 12 zeigt das Periodogramm der differenzierten Zeitreihe der Weizenpreise mit den Spektraldichten der drei besten ARMA-Modelle. Das ARMA(4,3)- und ARMA(4,4)-Modell unterscheiden sich kaum und passen sich besser an das Periodogramm an als die Spektraldichte des ARMA(0,3)-Modells.

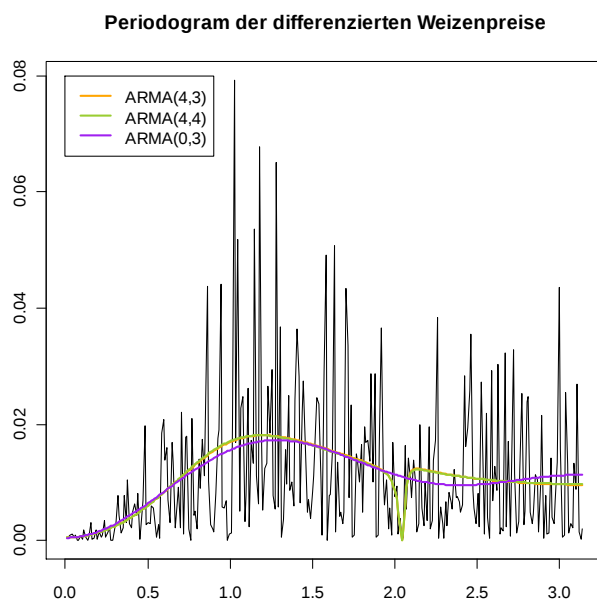


Abbildung 12: Periodogramm der differenzierten Weizenpreise

In Abbildung 13 sind die ACF und die pACF der Residuen des ARMA(4,4)-Prozesses für die Zeitreihe der HandwerkerInnen zu sehen. Sie bleiben stets innerhalb des 95%-Konfidenzintervalls.

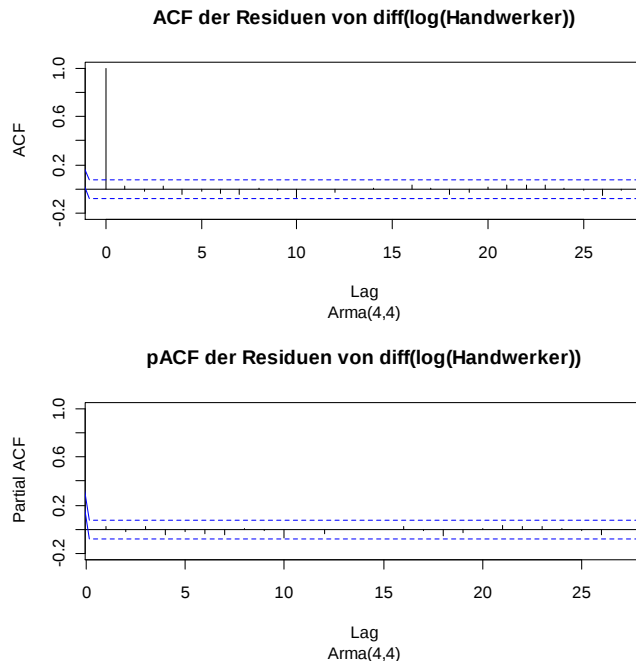


Abbildung 13: ACF und pACF der Residuen der differenzierten HandwerkerInnenlöhne

Der Shapiro-Wilks Normalverteilungstest für die Residuen des ARMA(4,4)-Prozesses für die differenzierte Zeitreihe der HandwerkerInnenlöhne ergibt einen p-Wert kleiner als $2.2 \cdot 10^{-16}$, also null, das bedeutet, dass die Residuen nicht normalverteilt sind, da die Nullhypothese der Normalverteilung verworfen wird.

Abbildung 14 zeigt die Residuen des ARMA(4,4)-Prozesses für die differenzierte Zeitreihe der HandwerkerInnenlöhne. Diese weichen nur kaum und selten von null ab.

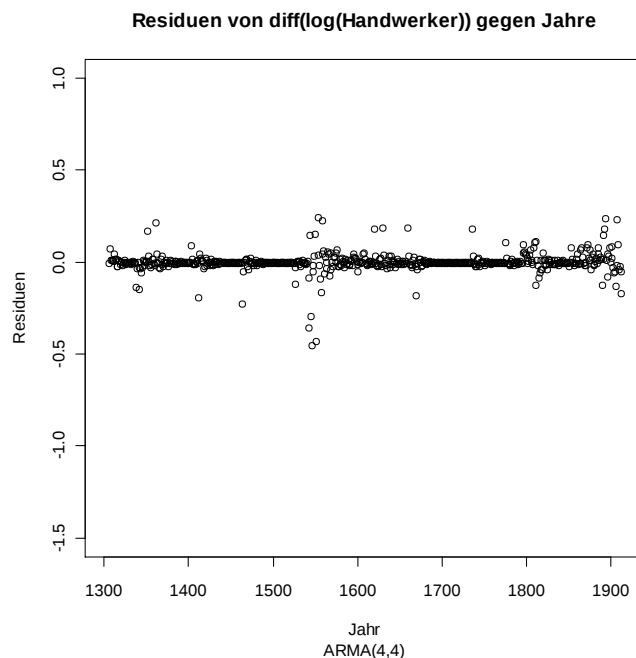


Abbildung 14: Residuen des ARMA(4,4)-Prozesses für differenzierte HandwerkerInnenlöhne

Der Ljung-Box Test für die Residuen des ARMA(4,4)-Prozesses für die differenzierte Zeitreihe der HandwerkerInnenlöhne gibt einen p-Wert von 0.5321 aus. Die Nullhypothese kann daher nicht verworfen werden.

In Abbildung 15 sind die ACF und die pACF der Residuen des ARMA(4,4)-Prozesses für die Zeitreihe der ArbeiterInnen zu sehen. Sie bleiben stets innerhalb des 95%-Konfidenzintervalls.

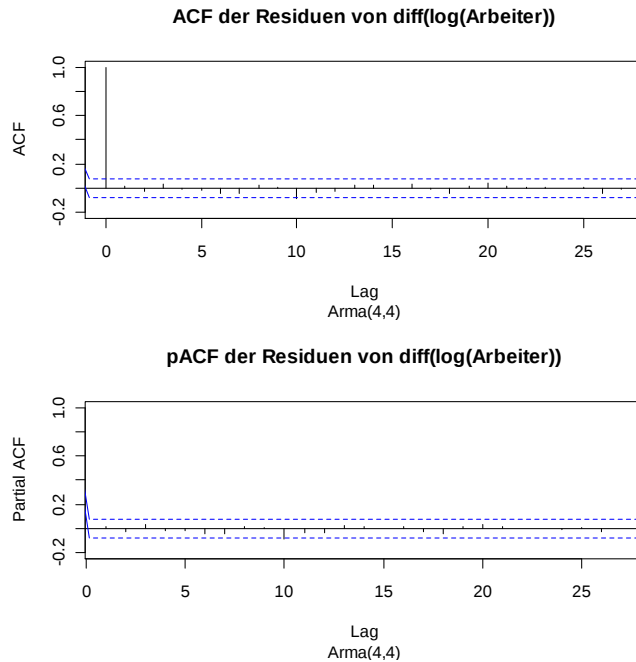


Abbildung 15: ACF und pACF der Residuen der differenzierten ArbeiterInnenlöhne

Der Shapiro-Wilks Normalverteilungstest für die Residuen des ARMA(4,4)-Prozesses für die differenzierte Zeitreihe der ArbeiterInnenlöhne ergibt einen p-Wert kleiner als $2.2 \cdot 10^{-16}$, also null. Das bedeutet, dass die Residuen nicht normalverteilt sind, da die Nullhypothese der Normalverteilung verworfen wird.

Abbildung 16 zeigt die Residuen des ARMA(4,4)-Prozesses für die differenzierte Zeitreihe der ArbeiterInnenlöhne. Diese weichen nur kaum und selten von null ab, ausgenommen die Jahre 1540 bis 1560.

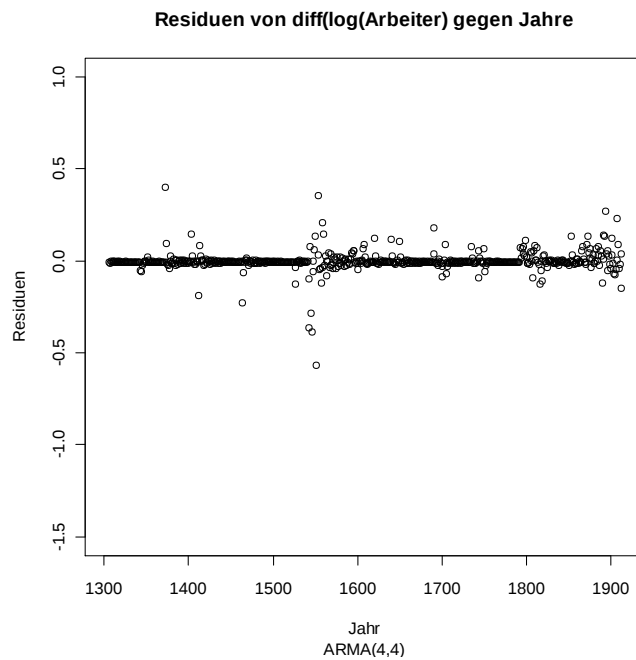


Abbildung 16: Residuen des ARMA(4,4)-Prozesses für differenzierte ArbeiterInnenlöhne

Der Ljung-Box Test für die Residuen des ARMA(4,4)-Prozesses für die differenzierte Zeitreihe der ArbeiterInnenlöhne gibt einen p-Wert von 0.5321 aus. Die Nullhypothese kann daher nicht verworfen werden.

In Abbildung 17 sind die ACF und die pACF der Residuen des ARMA(4,3)-Prozesses für die Zeitreihe der Weizenpreise zu sehen. Sie bleiben stets innerhalb des 95%-Konfidenzintervalls.

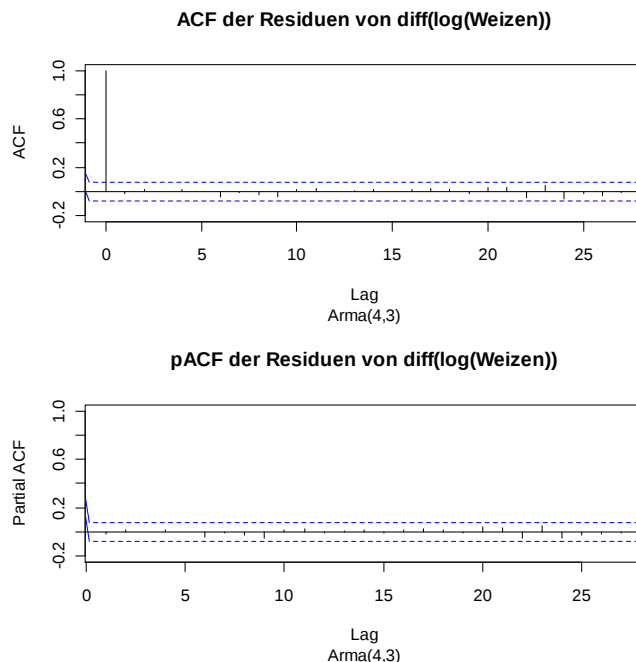


Abbildung 17: ACF und pACF der Residuen der differenzierten Weizenpreise

Der Shapiro-Wilks Normalverteilungstest für die Residuen des ARMA(4,3)-Prozesses für die differenzierte Zeitreihe der Weizenpreise ergibt einen p-Wert von 0.0001865, das bedeutet, dass die Residuen nicht normalverteilt sind, da die Nullhypothese der Normalverteilung verworfen wird.

Abbildung 18 zeigt die Residuen des ARMA(4,3)-Prozesses für die differenzierte Zeitreihe des Weizenpreises. Diese streuen um null.

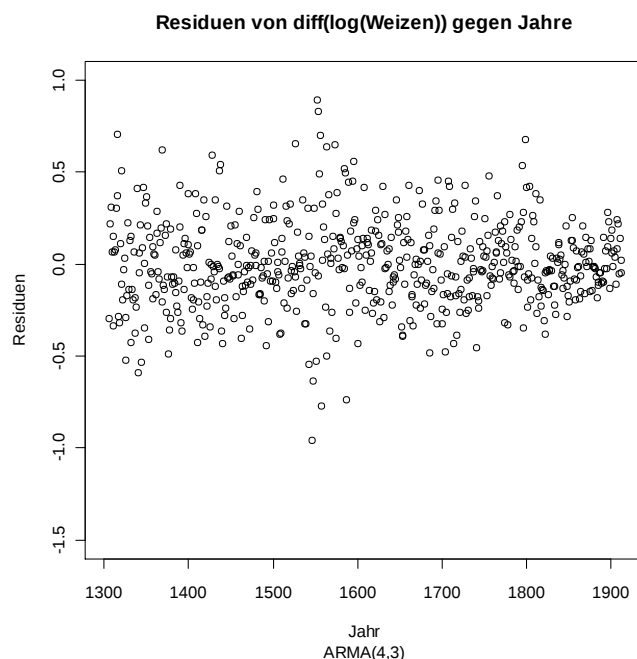


Abbildung 18: Residuen des ARMA(4,3)-Prozesses für differenzierte Weizenpreise

Der Ljung-Box Test für die Residuen des ARMA(4,3)-Prozesses für die differenzierte Zeitreihe des Weizenpreises ergibt einen p-Wert von 0.6214. Die Nullhypothese kann daher nicht verworfen werden.

Aus Gründen der Vollständigkeit habe ich das kumulative Periodogramm berechnet. Im Falle eines White-Noise-Prozesses bleibt der Streckenzug des kumulierten Periodogramms in den gestrichelt eingezeichneten Grenzen. Keiner der drei analysierten Datensätze ist ein White-Noise-Prozess.

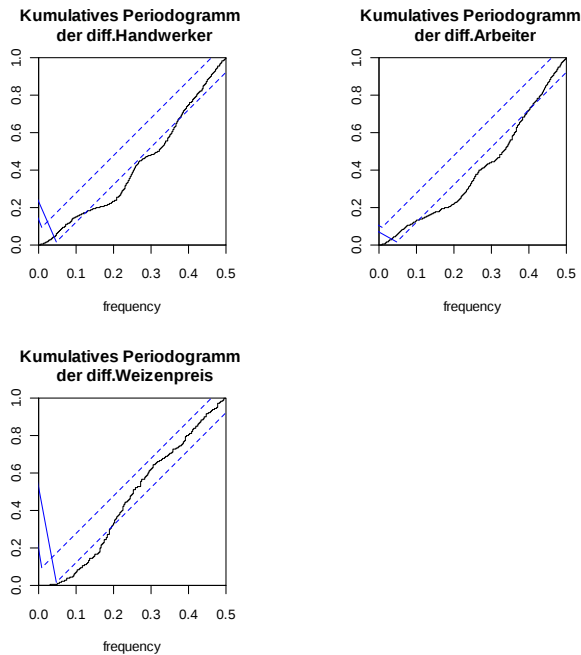


Abbildung 19: Kumulatives Periodogramm der differenzierten Zeitreihen

Das Periodogramm der differenzierten Zeitreihe der HandwerkerInnenlöhne mit einem Daniell smoother mit Span 25 und 50 ist in Abbildung 20 zu sehen. Während der Daniell smoother mit einem Span von 25 angepasster an das Periodogramm ist, ist der Daniell smoother mit Span 50 besser zum Glätten des Periodogramms geeignet.

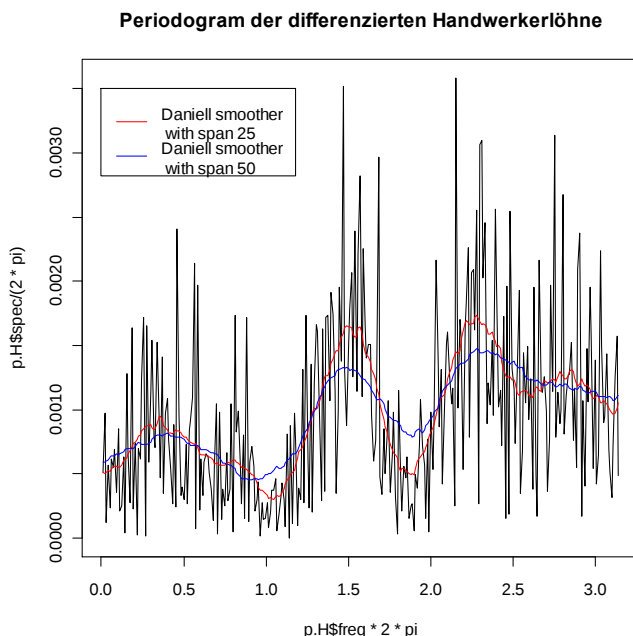


Abbildung 20: Periodogramm der differenzierten HandwerkerInnenlöhne mit Daniel smoother

Das Periodogramm der differenzierten Zeitreihe der ArbeiterInnenlöhne mit einem Daniell smoother mit Span 25 und 50 ist in Abbildung 21 zu sehen. Während der Daniell smoother mit einem Span von 25 angepasster an das Periodogramm ist, ist der Daniell smoother mit Span 50 besser zum Glätten des Periodogramms geeignet.

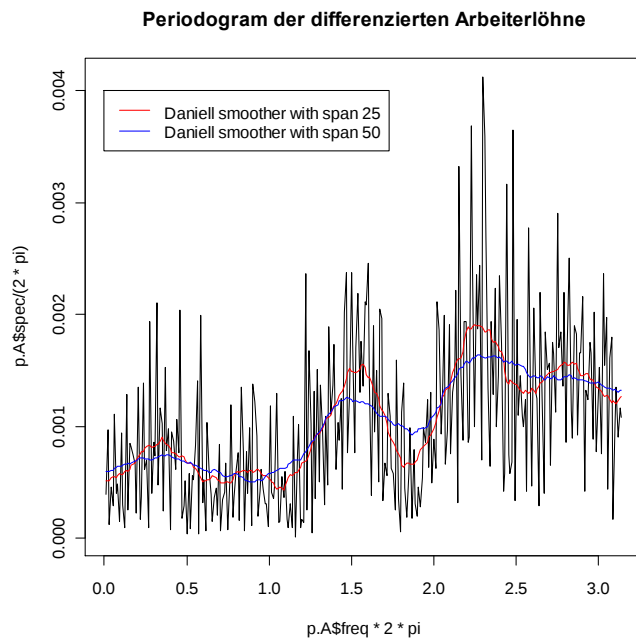


Abbildung 21: Periodogramm der differenzierten ArbeiterInnenlöhne mit Daniel smoother

Das Periodogramm der differenzierten Zeitreihe der Weizenpreise mit einem Daniell smoother mit Span 25 und 50 ist in Abbildung 22 zu sehen. Der Daniell smoother ist ein nichtparametrischer Ansatz der Glättung. Während der Daniell smoother mit einem Span von 25 angepasster an das Periodogramm ist, ist der Daniell smoother mit Span 50 besser zum Glätten des Periodogramms geeignet.

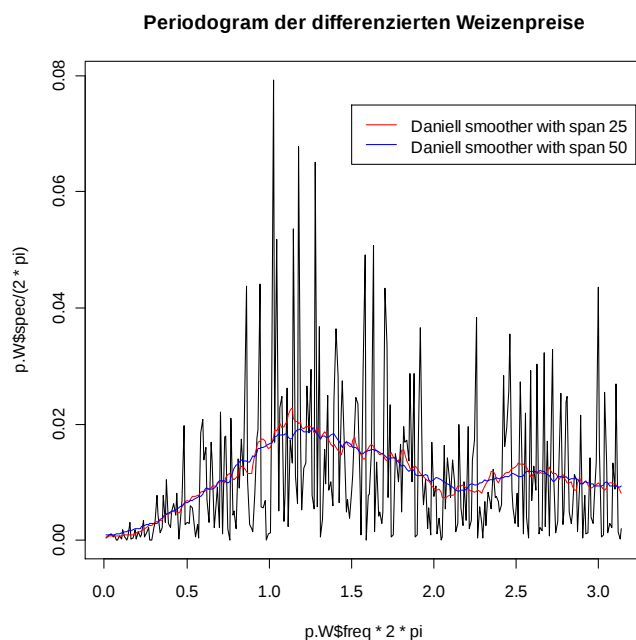


Abbildung 22: Periodogramm der differenzierten Weizenpreise mit Daniel smoother

Multivariate Analysen

Analyse der differenzierten Zeitreihen

Abbildung 23 zeigt die quadrierte Kohärenz und das Phasenspektrum der differenzierten Zeitreihe der HandwerkerInnen- mit ArbeiterInnenlöhnen. Die quadrierte Kohärenz der beiden ist hoch und schwankt bei einem Span von 25 stark, während die quadrierte Kohärenz der beiden Zeitreihen langsam ansteigt. Dies weist auf eine mögliche lineare Beziehung der zwei Zeitreihen bei höheren Frequenzen hin. Das Phasenspektrum wird nur für jene Frequenzen interpretiert, in der die zwei Zeitreihen eine lineare Beziehung haben. Bei höheren Frequenzen, wo die quadrierte Kohärenz groß ist, ist das Phasenspektrum annäherungsweise linear mit einer positiven Steigung.

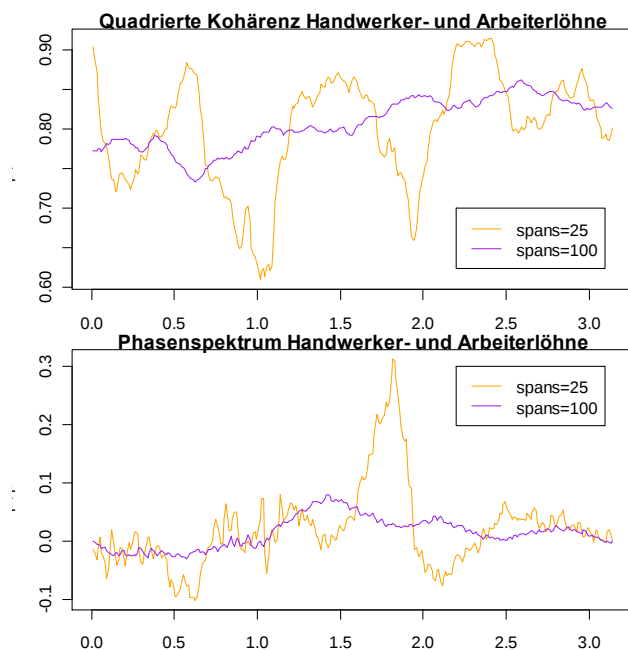


Abbildung 23: Quadrierte Kohärenz und Phasenspektrum: HandwerkerInnen- und ArbeiterInnenlöhne

Um die Beziehung zwischen der Veränderung der HandwerkerInnenlöhne und Veränderung der ArbeiterInnenlöhne mit parametrischen Methoden zu beschreiben, wird die Spektraldichte eines vektoriellen autoregressiven Prozesses berechnet und geplottet.

Die quadrierte Kohärenz aus Abbildung 24 bildet die lineare Beziehung zwischen der differenzierten Zeitreihe der HandwerkerInnen- mit den ArbeiterInnenlöhnen ab. Sie steigt mit höheren Frequenzen. Zum Vergleich ist die quadrierte Kohärenz einmal mit einer Spektraldichte eines AR(2)-Prozesses und einmal mit einem AR(4)-Prozesses berechnet worden. Der AR(4)-Prozess ist wesentlich volatiler als der AR(2)-Prozess. Die lineare Beziehung zwischen den beiden Zeitreihen ist bei höherer Frequenz am stärksten. Das Phasenspektrum, welches ebenfalls in Abbildung 24 ersichtlich ist und mit einer Spektraldichte eines AR(2)-Prozesses berechnet wurde, zeigt einen stetig leichten Anstieg, um ab Frequenz 2 wieder gegen null zu sinken. Für das Phasenspektrum, welches mit einer Spektraldichte eines AR(4)-Prozesses berechnet wurde, ergeben sich ein gleichmäßiger Abfall und danach ein symmetrischer Anstieg.

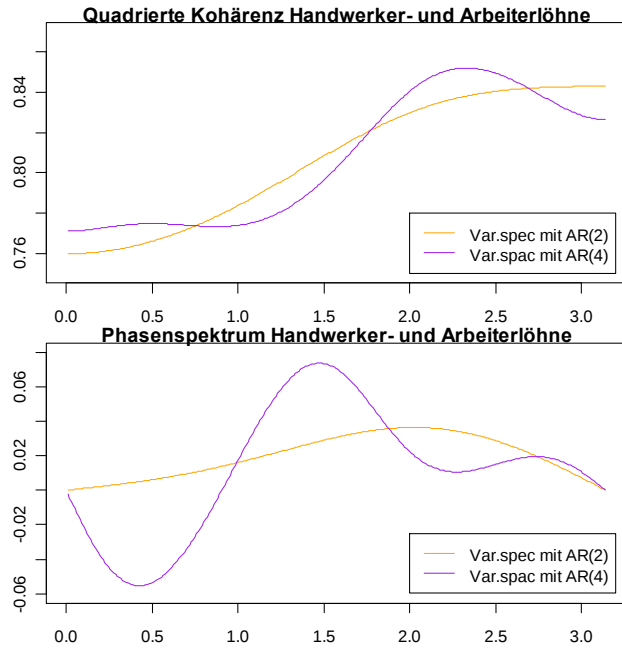


Abbildung 24: Quadrierte Kohärenz und Phasenspektrum: HandwerkerInnen- und ArbeiterInnenlöhne

Abbildung 25 zeigt die quadrierte Kohärenz und das Phasenspektrum der differenzierten Zeitreihe der HandwerkerInnenlöhne mit dem Weizenpreis. Die quadrierte Kohärenz der beiden bei einem Span von 25 steigt zu Beginn und fällt danach gegen null, ein zeitweiser Anstieg, der zum Ende hin immer stärker wird, ist ersichtlich. Die quadrierte Kohärenz für einen Span von 100 ist gering, fällt zu Beginn ab und erholt sich gegen Ende wieder. Dies weist auf eine mögliche lineare Beziehung der zwei Zeitreihen bei niedriger und hoher Frequenz hin. Das Phasenspektrum wird nur für jene Frequenzen interpretiert, wo die zwei Zeitreihen eine lineare Beziehung haben. Bei niedrigen und hohen Frequenzen, wo die quadrierte Kohärenz größer ist, ist das Phasenspektrum annäherungsweise linear mit einer positiven Steigung, wobei das Phasenspektrum für einen Span von 25 wesentlich volatiler ist und bei einer Frequenz von 2.6 rapide fällt.

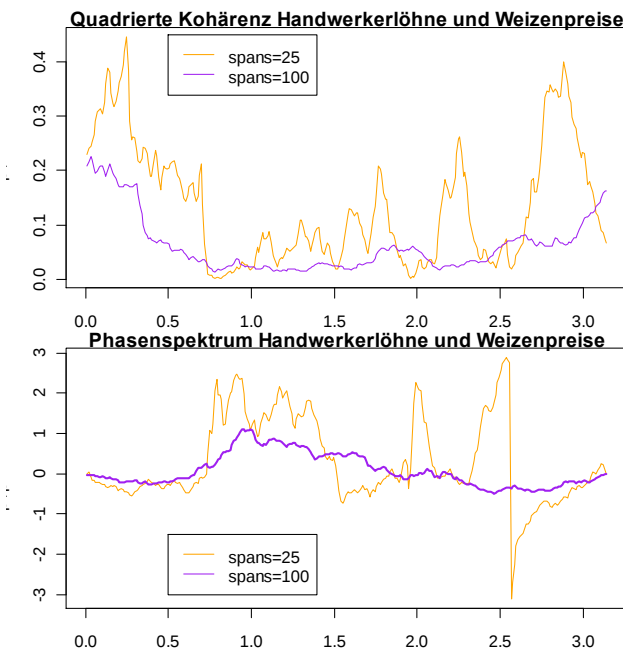


Abbildung 25: Quadrierte Kohärenz und Phasenspektrum: HandwerkerInnenlöhne und Weizenpreise

Die quadrierte Kohärenz aus Abbildung 26 bildet die lineare Beziehung zwischen der differenzierten Zeitreihe der HandwerkerInnenlöhne mit den Weizenpreisen ab. Sie fällt zu Beginn und steigt mit höheren Frequenzen wieder an. Zum Vergleich ist die quadrierte Kohärenz einmal mit einer Spektraldichte eines AR(2)-Prozesses und einmal mit einem AR(4)-Prozesses berechnet worden. Der AR(4)-Prozess ist wesentlich volatiler als der AR(2)-Prozess. Die lineare Beziehung zwischen den beiden Zeitreihen ist am stärksten bei niedriger Frequenz. Das Phasenspektrum, welches ebenfalls in Abbildung 26 ersichtlich ist und mit einer Spektraldichte eines AR(2)-Prozesses berechnet wurde, zeigt einen stetigen leichten Anstieg, um ab Frequenz 1.5 zu sinken. Für das Phasenspektrum, welches mit einer Spektraldichte eines AR(4)-Prozesses berechnet wurde, ergibt sich ein anderes Bild. Erst ab einer Frequenz von zirka 0.8 beginnt das Wachstum, um danach rasch zu fallen und sich ab Frequenz 2.4 zu erholen.

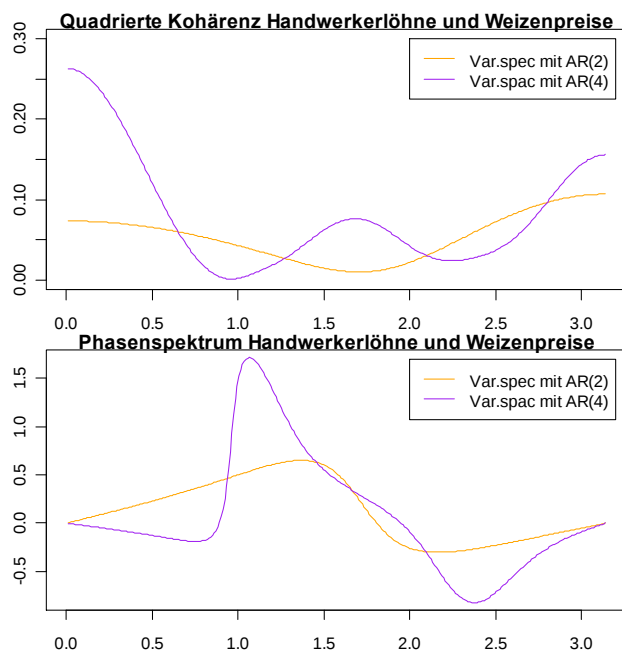


Abbildung 26: Quadrierte Kohärenz und Phasenspektrum: HandwerkerInnenlöhne und Weizenpreise

Abbildung 27 zeigt die quadrierte Kohärenz und das Phasenspektrum der differenzierten Zeitreihe der ArbeiterInnenlöhne mit dem Weizenpreis. Die quadrierte Kohärenz der beiden bei einem Span von 25 steigt zu Beginn und fällt danach gegen null, ein zeitweiser Anstieg, der zum Ende hin immer stärker wird, ist ersichtlich. Die quadrierte Kohärenz für einen Span von 100 ist gering, fällt zu Beginn ab und erholt sich gegen Ende wieder. Dies weist auf eine mögliche lineare Beziehung der zwei Zeitreihen bei niedriger und hoher Frequenz hin. Das Phasenspektrum wird nur für jene Frequenzen interpretiert, in der die zwei Zeitreihen eine lineare Beziehung haben. Bei niedrigen und hohen Frequenzen, in der die quadrierte Kohärenz größer ist, ist das Phasenspektrum annäherungsweise linear mit einer positiven Steigung, wobei das Phasenspektrum für einen Span von 25 wesentlich volatiler ist und bei einer Frequenz von 2.6 rapide fällt.

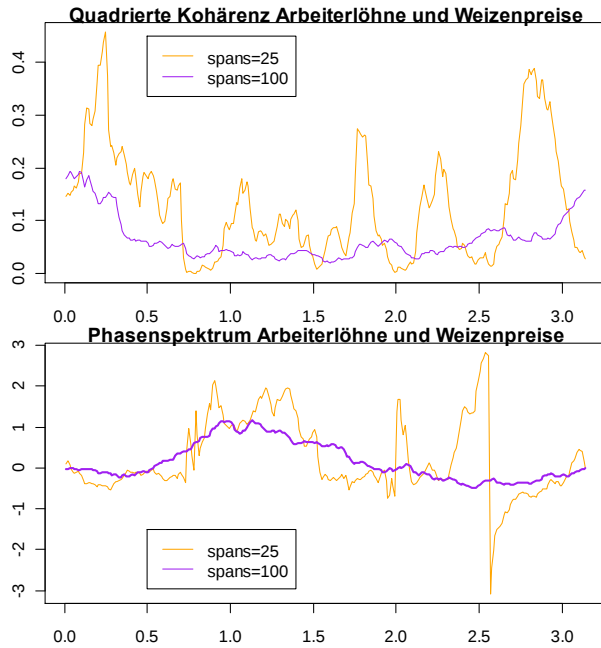


Abbildung 27: Quadrierte Kohärenz und Phasenspektrum: ArbeiterInnenlöhne und Weizenpreise

Die quadrierte Kohärenz aus Abbildung 28 bildet die lineare Beziehung zwischen der differenzierten Zeitreihe der HandwerkerInnenlöhne mit den Weizenpreisen ab. Sie fällt zu Beginn und steigt mit höheren Frequenzen wieder an. Zum Vergleich ist die quadrierte Kohärenz einmal mit einer Spektraldichte eines AR(2)-Prozesses und einmal mit einem AR(4)-Prozesses berechnet worden. Der AR(4)-Prozess ist wesentlich volatiler als der AR(2)-Prozess. Das Phasenspektrum, welches ebenfalls in Abbildung 26 ersichtlich ist und mit einer Spektraldichte eines AR(2)-Prozesses berechnet wurde, zeigt einen stetigen leichten Anstieg, um ab Frequenz 1.5 zu sinken. Für das Phasenspektrum, welches mit einer Spektraldichte eines AR(4)-Prozesses berechnet wurde, ergibt sich ein anderes Bild. Erst ab einer Frequenz von zirka 0.8 beginnt das Wachstum, um danach rasch zu fallen und sich ab Frequenz 2.4 zu erholen.

Die quadrierte Kohärenz aus Abbildung 28 bildet die lineare Beziehung zwischen der differenzierten Zeitreihe der ArbeiterInnenlöhne mit den Weizenpreisen ab. Sie steigt mit höheren Frequenzen. Zum Vergleich ist die quadrierte Kohärenz einmal mit einer Spektraldichte eines AR(2)-Prozesses und einmal mit einem AR(4)-Prozesses berechnet worden. Der AR(4)-Prozess ist wesentlich volatiler als der AR(2)-Prozess. Die lineare Beziehung zwischen den beiden Zeitreihen ist am stärksten bei niedrigen und bei höheren Frequenzen. Das Phasenspektrum, welches ebenfalls in Abbildung 28 ersichtlich ist und mit einer Spektraldichte eines AR(2)-Prozesses berechnet wurde, zeigt einen stetigen Anstieg, um ab Frequenz 1.5 zu sinken. Für das Phasenspektrum, welches mit einer Spektraldichte eines AR(4)-Prozesses berechnet wurde, zeigt einen leichten Abfall, einen starken Anstieg und einen steten Abfall, der sich ab Frequenz 2.4 langsam erholt.

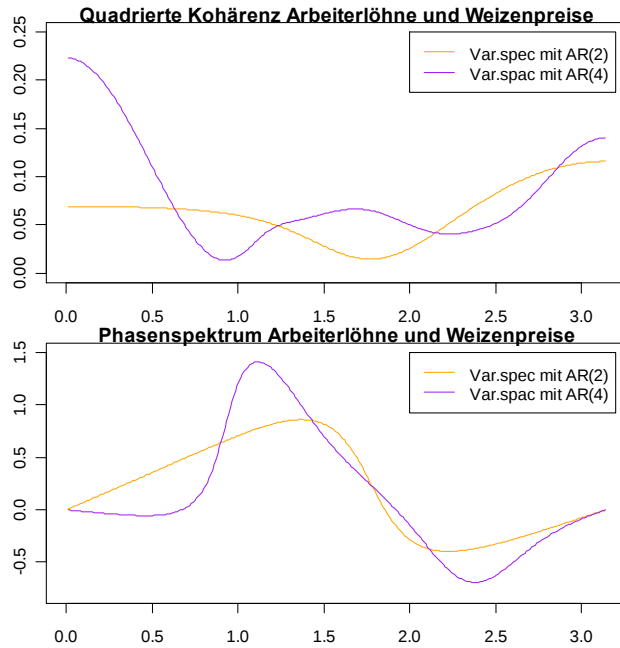


Abbildung 28: Quadrierte Kohärenz und Phasenspektrum: ArbeiterInnenlöhne und Weizenpreise

Die Johansen Prozedur wird auf die logarithmierten Zeitreihen angewendet. Dazu wurden die logarithmierten Zeitreihen der HandwerkerInnen und der ArbeiterInnenlöhne, sowie der Weizenpreise, spaltenweise in eine Matrix nebeneinander zusammengestellt. Zur Erinnerung sind die Ergebnisse, auf vier Kommastellen gerundet, des ADF-Tests der jeweiligen logarithmierten Zeitreihen in Tabelle 6 abgebildet. Die logarithmierten Zeitreihen der HandwerkerInnen- und ArbeiterInnenlöhne sind eindeutig nicht stationär, während die Weizenpreise erst bei einem Lag von acht nicht stationär sind und für einen Lag von null oder vier die Nullhypothese der Nichtstationarität verworfen wird. Erst nach diesen Resultaten darf die Johansen Prozedur auf die Matrix der logarithmierten Zeitreihen angewendet werden.

	p-Wert für Lag=0	p-Wert für Lag=4	p-Wert für Lag=8
log.HandwerkerInnenlöhne	0.6274	0.7809	0.9198
log.ArbeiterInnenlöhne	0.5108	0.8162	0.9140
log.Weizenpreise	0.0100	0.0155	0.1702

Tabelle 6: p-Werte des ADF-Tests auf die logarithmierten Zeitreihen

Die Johansen Prozedur in R gibt neben den Werten der Teststatistik und den kritischen Werten, siehe Tabelle 7, auch die Eigenvektoren, siehe Tabelle 8, und die Gewichte, siehe Tabelle 9, aus. In Tabelle 7 ist der Johansen Test mit einer Lag Ordnung von 3 abgebildet. Es ist ersichtlich, dass eine kointegrierende Beziehung vorhanden ist und der Datensatz somit zwei stochastische Trends besitzt. Dies erkennt man daran, dass die Hypothese $r=0$ mit der Teststatistik von 32.92 größer ist als der kritische Wert mit 25.75 (1pct) und somit verworfen wird. Die Hypothese $r \leq 1$ wird nicht verworfen, da der kritische Wert 19.19 (1pct) beträgt und somit größer als der Wert der Teststatistik mit 8.95 ist. Ebenso wird die Hypothese $r \leq 2$ nicht verworfen, da der kritische Wert 11.65 (1pct) größer als der Wert der Teststatistik mit 0.88 ist.

	test	10pct	5pct	1pct
$r \leq 2$	0.88	6.50	8.18	11.65
$r \leq 1$	8.95	12.91	14.90	19.19
$r = 0$	32.92	18.90	21.07	25.75

Tabelle 7: Werte der Teststatistik und der kritischen Werte des Johansen Tests für K=3

Tabelle 8 enthält die kointegrierten Beziehungen standardisiert auf die erste Spalte, also die logarithmierten HandwerkerInnenlöhne.

Eigenvektoren	HandwerkerInnen.3	ArbeiterInnen.3	Weizen.3
HandwerkerInnen.3	1.0000000	1.0000000	1.0000000
ArbeiterInnen.3	-0.1257628	-0.9260539	11.7063660
Weizen.3	-1.1678035	0.0107603	-3.2196530

Tabelle 8: Eigenvektoren standardisiert auf die erste Spalte: Kointegrierte Beziehungen

Tabelle 9 bildet die Gewichte der geladenen Matrix ab.

Gewichte	HandwerkerInnen.3	ArbeiterInnen.3	Weizen.3
HandwerkerInnen.3	-0.0079402	-0.0206099	0.0003289
ArbeiterInnen.3	-0.0040468	0.0101220	0.0003586
Weizen.3	0.1093217	-0.0603878	0.0004044

Tabelle 9: Gewichte: Geladene Matrix

Die Johansen Prozedur in R gibt neben den Werten der Teststatistik und den kritischen Werten, siehe Tabelle 10, auch die Eigenvektoren, siehe Tabelle 11, und die Gewichte, siehe Tabelle 12, aus. In Tabelle 10 ist der Johansen Test mit einer Lag Ordnung von 5 abgebildet. Es ist ersichtlich, dass keine kointegrierende Beziehung vorhanden ist. Dies erkennt man daran, dass die Hypothese $r=0$ mit der Teststatistik von 14.72 kleiner ist als der kritische Wert mit 25.75 (1pct) und somit die Hypothese nicht verworfen wird. Die Hypothese $r \leq 1$ wird auch nicht verworfen, da der kritische Wert 19.19 (1pct) beträgt und somit größer als der Wert der Teststatistik mit 11.88 ist. Ebenso wird die Hypothese $r \leq 2$ nicht verworfen, da der kritische Wert 11.65 (1pct) größer als der Wert der Teststatistik mit 0.60 ist.

	test	10pct	5pct	1pct
$r \leq 2$	0.60	6.50	8.18	11.65
$r \leq 1$	11.88	12.91	14.90	19.19
$r = 0$	14.72	18.90	21.07	25.75

Tabelle 10: Werte der Teststatistik und der kritischen Werte des Johansen Tests für K=5

Tabelle 11 enthält die kointegrierten Beziehungen standardisiert auf die erste Spalte, also die logarithmierten ArbeiterInnenlöhne.

Eigenvektoren	HandwerkerInnen.5	ArbeiterInnen.5	Weizen.5
HandwerkerInnen.5	1.0000000	1.0000000	1.0000000
ArbeiterInnen.5	1.6265310	-0.8717908	-15.3788480
Weizen.5	-4.1486480	-0.0581464	5.8474130

Tabelle 11: Eigenvektoren standardisiert auf die erste Spalte: Kointegrierte Beziehungen

Tabelle 12 bildet die Gewichte der geladenen Matrix ab.

Gewichte	HandwerkerInnen.5	ArbeiterInnen.5	Weizen.5
HandwerkerInnen.5	-0.0009655321	-0.0231430900	-0.0002774239
ArbeiterInnen.5	-0.0006176893	0.0150553600	-0.0002956000
Weizen.5	0.0204418579	-0.0356123900	-0.0003215758

Tabelle 12: Gewichte: Geladene Matrix

Die Johansen Prozedur in R gibt neben den Werten der Teststatistik und den kritischen Werten, siehe Tabelle 13, auch die Eigenvektoren, siehe Tabelle 14, und die Gewichte, siehe Tabelle 15, aus. In Tabelle 13 ist der Johansen Test mit einer Lag Ordnung von 10 abgebildet. Es ist ersichtlich, dass keine kointegrierende Beziehung vorhanden ist. Dies erkennt man daran, dass die Hypothese $r=0$ mit der Teststatistik von 13.09 kleiner ist als der kritische Wert mit 25.75 (1pct) und somit nicht verworfen wird. Die Hypothese $r \leq 1$ wird ebenfalls nicht verworfen, da der kritische Wert 19.19 (1pct) beträgt und somit größer als der Wert der Teststatistik mit 5.11 ist. Ebenso wird die Hypothese $r \leq 2$ nicht verworfen, da der kritische Wert 11.65 (1pct) größer als der Wert der Teststatistik mit 0.39 ist.

	test	10pct	5pct	1pct
$r \leq 2$	0.39	6.50	8.18	11.65
$r \leq 1$	5.11	12.91	14.90	19.19
$r = 0$	13.09	18.90	21.07	25.75

Tabelle 13: Werte der Teststatistik und der kritischen Werte des Johansen Tests für K=10

Tabelle 14 enthält die kointegrierten Beziehungen standardisiert auf die erste Spalte, also die logarithmierten Weizenpreise.

Eigenvektoren	HandwerkerInnen.10	ArbeiterInnen.10	Weizen.10
HandwerkerInnen.10	1.00000000	1.00000000	1.00000000
ArbeiterInnen.10	-0.8984944	0.5823423	1.3717390
Weizen.10	-0.0395986	-3.1676502	-1.4517670

Tabelle 14: Eigenvektoren standardisiert auf die erste Spalte: Kointegrierte Beziehungen

Tabelle 15 bildet die Gewichte der geladenen Matrix ab.

Gewichte	HandwerkerInnen.10	ArbeiterInnen.10	Weizen.10
HandwerkerInnen.10	-0.025732970	-0.001833604	0.001603767
ArbeiterInnen.10	0.014526570	-0.001351673	0.001791375
Weizen.10	-0.080083160	0.012282412	0.002994465

Tabelle 15: Gewichte: Geladene Matrix

Diskussion

Die durchgeführte Analyse der Originaldaten ergab, dass die Gehälter eindeutig stärker gestiegen sind als der Weizenpreis. Da Brot das Hauptnahrungsmittel der Arbeiterschicht in London war, lässt sich daher schließen, dass prozentuell weniger Geld für Ernährung aufgewendet werden musste und sich die Arbeiterschicht mit der Zeit mehr leisten konnte. Allen (2001) merkte an, dass die Nominallöhne der ArbeiterInnen und HandwerkerInnen in London, welche die höchsten in ganz Europa waren, stetig stiegen. Zu diesem Ergebnis kam auch meine Berechnung. Allen (2001) betrachtete auch Reallöhne, welche über die Zeit hinweg schwankten. Im 16. Jahrhundert ging der Reallohn in England zurück und stieg dann bis ins frühe 19. Jahrhundert an. Der Reallohn resultiert aus dem Nominallohn, dividiert durch den Verbraucherpreisindex. Dieser Index hat laut Allen (2001) keine absolute Interpretationskraft. Reallöhne stiegen laut Allen (2001) viel langsamer, da der Verbraucherpreisindex fast genau so schnell wie der Nominallohn stieg. Allens (2001) Schlussfolgerung war, dass die Wirtschaft mit der Population Schritt hielt und in Großbritannien der Lebensstandard der höchste von ganz Europa war. Van Zanden (1999) hingegen entdeckte keine klare Beziehung zwischen der Wirtschaftsentwicklung und der Veränderung des Lebensstandards in Europa zwischen 1500 und 1800, wobei die Reallöhne in dieser Zeit fielen. Dies würde nach Van Zanden (1999) eine Senkung des Lebensstandards bedeuten, da der Lebensstandard und der Reallohn einhergehen. Man musste härter oder mehr arbeiten, wenn der Reallohn sank, um die gleichen Konsumgüter beziehen zu können. Dies bedeutete eine Einschränkung der Freizeit, die ebenfalls ein Konsumgut darstellte. Van Zanden (1999) argumentierte, dass mit Hilfe der Analyse der Reallöhne die langfristigen Veränderungen offen gelegt werden können. Doch sind, meiner Ansicht nach, die Nominallöhne entscheidender, da der Verbraucherpreisindex mit den zur Verfügung stehenden Daten nicht aussagekräftig gewesen wäre. Zu viele fehlende Werte hätten Schätzmethode erfordert, welche eben nur Schätzungen sind. Van Zanden (1999) gruppierte seine Daten wohl deshalb in zwei Dekaden, wobei er nur ausgewählte Jahresgruppen offenlegte. Mit den Nominallöhnen und der Zeitreihe der Weizenpreise lässt sich eine fundierte Aussage über die Entwicklung des Lebensstandards treffen, wenn man auf die Tatsache aufbaut, dass in London Weizenbrot das Hauptnahrungsmittel war und der Großteil des Lohns dafür aufgewendet wurde, wie Van Zanden (1999) berichtete. Van Zanden (1999) untersuchte auch Silberlöhne und Getreidelöhne in seiner Analyse, doch konnte keine Verbindung zwischen der Entwicklung der Getreidelöhne, des Lebensstandards und des Wirtschaftswachstums in Europa hergestellt werden. Van Zanden (1999) selbst bemerkte, dass Löhne eine wichtige Informationsquelle für den Lebensstandard sind. Ein klarer Zusammenhang zwischen der Wirtschaftsentwicklung und den Silberlöhnen konnte Van Zanden (1999) erkennen.

Da beide Autoren stets die Originaldaten analysierten, ist eine weitere Verbindung zwischen meinen Ergebnissen und den Artikeln der beiden Autoren nicht möglich. Jedoch konnte die Fragestellung der Entwicklung der Löhne im Vergleich zu den Weizenpreisen durch meine Analyse beantwortet werden. Auch konnte ich den Vergleich zwischen den Artikeln und meinen Ergebnissen für die Originaldaten ziehen. Im Weiteren interessierte mich die grundlegende Beschaffenheit der drei Zeitreihen. Die Originaldaten zeigten keinen linearen Zusammenhang, außerdem waren sie nicht stationär. Im nächsten Schritt logarithmierte ich die Zeitreihen, um Stationarität herzustellen, welche für weitere Methoden Voraussetzung war. Die logarithmierten Zeitreihen der HandwerkerInnen und der ArbeiterInnen waren eindeutig nicht stationär. Die Ausnahme bildete die logarithmierte Weizenpreiszeitreihe,

welche nur für den KPSS-Test und den erweiterten Dickey-Fuller-Test mit einem Lag von acht nicht stationär waren. Daher wendete ich auch den Zivot und Andrews Einheitswurzeltest auf die logarithmierten Zeitreihen an. Die HandwerkerInnen- und ArbeiterInnenlöhne sowie die Weizenpreise für Lag gleich zwölf waren nicht stationär. Um stationäre Daten zu erzeugen, wurden die logarithmierten Zeitreihen differenziert. Danach waren alle drei Zeitreihen stationär, auch der Zivot & Andrews Einheitswurzeltest mit verschiedenen Lags kam zu diesem Ergebnis. Erwähnenswert ist noch die Wahl des ARMA-Modells, die ich für jede Zeitreihe generierte und nach AIC auswählte. Ein ARMA(4,4)-Modell stellte sich für die Reihe der HandwerkerInnenlöhne und ArbeiterInnenlöhne als geeignetstes Modell heraus, das ARMA(4,3)-Modell war nach AIC das passendste Modell für die Weizenpreiszeitreihe. Das Periodogramm veranschaulicht das Ausmaß der kürzer- und längerfristigen Vorgänge einer Zeitreihe. Zum jeweiligen Periodogramm wurde die Spektraldichte der jeweils besten ARMA-Modelle geschätzt. Zusätzlich überprüfte ich, ob die differenzierten Zeitreihen ein White-Noise Prozess sind, dem nicht so war. Interessant sind noch die multivariaten Analysen der Kointegration. Bei einem Lag von drei, resultierte eine linear abhängige kointegrierte Beziehung zwischen den drei Zeitreihen. Die Daten wiesen also zwei stochastische Trends auf. Jedoch ergab der Johansen-Test auf Kointegration für einen Lag gleich fünf und zehn, dass keine linear abhängige kointegrierte Beziehung vorhanden ist und alle drei Zeitreihen einen eigenen stochastischen Trend haben.

Anhang

Zusammenfassung

Die Grundlage des Themas bildeten drei Artikel, die sich näher mit dem Thema der Entwicklung der Löhne und des Lebensstandards auseinander setzten. Ich habe mich auf eine Stadt festgelegt und, anders als die zwei Autoren der drei Artikel, mich auf London konzentriert. Auch habe ich die üblichen Methoden der Zeitreihenanalyse auf die Londoner Zeitreihen angewandt, was in den Artikeln nicht gemacht wurde. Sie beschränkten sich auf die Originaldaten und betrachteten die Unterschiede zwischen den einzelnen Städten und Regionen Europas. Robert Allen ist der Autor der von mir analysierten Daten, diese Arbeit baut auf zwei seiner Artikel zu diesem Thema auf. Ich wählte die Nominallöhne, welche in Silber, gemessen in Gramm, pro Tag erfasst waren. Um sie angemessen vergleichen zu können, wählte ich die Weizenpreise in Silber pro Liter. Ich konzentrierte mich auf den Zeitraum 1301 bis 1913, in dem die drei Zeitreihen vollständig waren. Eine Fragestellung, die mich interessiert hat, war die Entwicklung der Löhne im Vergleich zu den Preisen. Konnte man auf einen steigenden oder fallenden Lebensstandard schließen? Zudem interessant war die Beschaffenheit der Daten.

Eine meiner Fragestellungen ließ sich damit beantworten, dass die Gehälter eindeutig stärker gestiegen sind als der Weizenpreis. Wenn man davon ausgeht, dass der Großteil des Gehalts eines Menschen der Arbeiterschicht für Brot ausgegeben wurde und dieses in London aus Weizen produziert wurde, so blieb den Menschen prozentuell mehr Geld übrig für andere Güter und der Lebensstandard stieg somit. Allens (2001) Schlussfolgerung lautet, dass die Wirtschaft mit der Population Schritt hielt und in Großbritannien der Lebensstandard der höchste in ganz Europa war. Van Zanden (1999) hingegen erkannte keine klare Beziehung zwischen der Wirtschaftsentwicklung und der Veränderung des Lebensstandards in Europa zwischen 1500 und 1800.

Zusätzlich interessant war die grundlegende Beschaffenheit der drei Zeitreihen. Die Originaldaten zeigten keinen linearen Zusammenhang, außerdem waren sie nicht stationär. Daher wurden sie logarithmiert, um Stationarität herzustellen, welche für weitere Methoden Voraussetzung war. Die logarithmierten Zeitreihen der HandwerkerInnen und der ArbeiterInnen waren eindeutig nicht stationär, die logarithmierte Weizenpreiszeitreihe nicht. Um stationäre Daten zu erzeugen, wurden die logarithmierten Zeitreihen differenziert, danach waren alle drei Zeitreihen stationär. Nun konnte ein ARMA-Modell für jede Zeitreihe generiert werden, welche nach AIC ausgewählt wurde. Das Periodogramm veranschaulicht das Ausmaß der kürzer- und längerfristigen Vorgänge einer Zeitreihe. Zum jeweiligen Periodogramm wurde die Spektraldichte der jeweils besten ARMA-Modelle geschätzt. Die multivariaten Analysen ergaben, dass bei einem Lag von drei eine linear abhängige kointegrierte Beziehung zwischen den drei Zeitreihen vorhanden ist, die Daten also zwei stochastische Trends aufweisen. Jedoch ergab der Johansen-Test auf Kointegration für einen Lag gleich fünf und zehn, dass keine linear abhängige kointegrierte Beziehung vorhanden ist und alle drei Zeitreihen einen eigenen stochastischen Trend haben. Somit konnte auch die Fragestellung nach der Struktur der Daten erklärt werden.

Literaturverzeichnis

Akaike, Hirotugu: Information theory as an extension of the maximum likelihood principle, in B. N. Petrov and F. Csaki, editors. Second international symposium on information theory, Akademiai Kiado, Budapest 1973

Allen, Robert C.: Progress and poverty in early modern Europe, Publikation aus der Economic History Society 2003, Blackwell Publishing

Allen, Robert C.: The Great Divergence in European Wages and Prices from Middle Ages to the First World War, Publikation aus der Academic Press, <http://stuff.mit.edu/afs/athena.mit.edu/course/14/14.731/papers/greatdivergence.pdf>, Stand: 3.11.2012

Dickey, D. und W.A. Fuller: Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root, Journal of the American Statistical Association, 1979

Johansen, S.: Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autoregressive models, Econometrica, 1991

Kwiatkowski, D., P. C. Phillips, P. Schmidt und Y. Shin: Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. How sure are we that economic time series have a unit root?, Journal of Econometrics, 1992

Kunst, Robert M.: Ökonomische Zeitreihenanalyse – Teil 2, Online Publikation, <http://homepage.univie.ac.at/robert.kunst/ts2.pdf>, Stand: 20.10.2012

Metz, Rainer: Trend, Zyklus und Zufall, Bestimmungsgründe und Verlaufsformen langfristiger Wachstumsschwankungen, Franz Steiner Verlag, 1.Auflage, Stuttgart 2002

Neusser, Klaus: Zeitreihenanalyse in den Wirtschaftswissenschaften, Vieweg+Teubner, 2.Auflage, Wiesbaden 2009

Phillips, P. C. B. und P. Perron: Testing for a unit root in time series regressions, Biometrika, 1988

Reschenhofer, Erhard: http://homepage.univie.ac.at/erhard.reschenhofer/lecture_notes.html, Stand: 3.11.2012

Sachs, Lothar und Hedderich, Jürgen: Angewandte Statistik, Methodensammlung mit R, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 13. Auflage, Kiel 2009

Said, S. E. und D. A. Dickey: Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order, Biometrika, 1984

Schlittgen, Rainer und Streitberg, Bernd H.J.: Zeitreihenanalyse, R. Oldenbourg Verlag München Wien, 8.Auflage, München 1999

Schlittgen, Rainer: Zeitreihenanalyse mit R, Oldenbourg Verlag München, 2.Auflage, München 2012

Shammas, Carole: The pre-industrial Consumer in England and America, Clarendon Press, Oxford 1990

Van Zanden, Jan L.: Wages and the standard of living in Europe, 1500 – 1800, Publikation aus der European Review of Economic History, Cambridge University Press, Utrecht 1999

Zivot, E. und D. W. Andrews: Further evidence on the great crash, the oil-price shock, and the unit-root hypothesis, Journal of Business and Economic Statistics, 1992

Lebenslauf

Schulbildung:

09.1997 – 06.2005 Gymnasium Oberpullendorf
10.2005 – 04.2009 Bakkalaureatsstudium in Statistik Universität Wien
04.2009 – 10.2012 Magisterstudium Statistik Universität Wien

Bakkalaureatsarbeitsthemen:

„Gewalt an Schulen“ bei Dr. Radoslava Mirkov im Fach Economic and Finance

„Grundlagen der Zeitreihenanalyse am Beispiel des Real Private Fixed Invest“ bei Ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Erhard Reschenhofer im Fach Statistisches Modellieren und Datenmanagement

R-Code

```
# Denise Mannen 05051530
```

```
# Magisterarbeit
```

```
# Pfad
```

```
setwd(„C:/Users/Nisi/Documents/Magarbeit“)
```

```
# Librarys laden
```

```
library(tseries);library(fUnitRoots);library(TTR);library(mFilter)
```

```
# Daten in R einlesen
```

```
London.Preis <- read.csv(file=„londonprices.csv“,sep=„;“,dec=„,“,header=TRUE,skip=6)
```

```
dim(London.Preis)
```

```
London.Gehalt <- read.csv(file=„londonwages.csv“,sep=„;“,dec=„,“,header=TRUE,skip=6)
```

```
dim(London.Gehalt)
```

```
London.Gehalt <- London.Gehalt[1:656,]
```

```
dim(London.Gehalt)
```

```
# head(London.Gehalt)
```

```
Jahr <- London.Gehalt[,1]
```

```
Handwerker <- London.Gehalt[,16] # ab 1264
```

```
Arbeiter <- London.Gehalt[,17] # ab 1301
```

```
Weizen <- London.Preis[,70] # ab 1259
```

```
which(is.na(Handwerker))
```

```
which(is.na(Arbeiter))
```

```
which(is.na(Weizen))
```

```
Jahr <- Jahr[43:655]; N <- length(Jahr) # Alle Daten von 1301:1913 ohne fehlende Werte
```

```
Handwerker <- Handwerker[43:655]
```

```
Arbeiter <- Arbeiter[43:655]
```

```
Weizen <- Weizen[43:655]
```

```
# Bild der Originaldaten
```

```
win.graph()
```

```
plot(Jahr, Handwerker, type=„l“, col=„blue“, main=„London Zeitreihe 1301-1913“, lwd=1)
```

```
lines(Jahr, Arbeiter, col=„red“, lwd=1)
```

```
lines(Jahr, Weizen, col=„darkgreen“, lwd=1)
```

```
legend(1300,120, legend = c(„Handwerker“,„Arbeiter“,„Weizenpreis“),  
col=c(„blue“,„red“,„darkgreen“), lwd=1)
```

```
win.graph()
```

```
plot(Jahr, Handwerker, type=„l“, xlim=c(1540,1555),ylim=c(-0.5,7),col=„blue“,  
main=„London Zeitreihe 1540-1555“, lwd=1)
```

```
lines(Jahr, Arbeiter, col=„red“, lwd=1)
```

```
lines(Jahr, Weizen, col=„darkgreen“, lwd=1)
```

```
legend(1540,7, legend = c(„Handwerker“,„Arbeiter“,„Weizenpreis“),  
col=c(„blue“,„red“,„darkgreen“), lwd=1)
```

```
H <- log(Handwerker); A <- log(Arbeiter); W <- log(Weizen)
```

```
# TREND
```

```
# Bild der logarithmierten Daten
win.graph()
plot(Jahr, H, type="l", col="blue", main="logarithmierte London Zeitreihen", lwd=1,
ylim=c(-3,5),ylab="logarithmierte Zeitreihen",xlab="Jahr")
lines(Jahr, A, col="red", lwd=1)
lines(Jahr, W, col="darkgreen", lwd=1)
legend(1300,4.5, legend = c(„Handwerker“,„Arbeiter“,„Weizenpreis“),
col=c(„blue“,„red“,„darkgreen“), lwd=1)
```

```
# 1540-1555 - was war 1551?
win.graph()
plot(Jahr, H, type="l", col="blue", main="logarithmierte London Zeitreihen 1540-1555",
lwd=1, xlim=c(1540,1555),ylim=c(-3,5),ylab="logarithmierte Zeitreihen",xlab="Jahr")
lines(Jahr, A, col="red", lwd=1)
lines(Jahr, W, col="darkgreen", lwd=1)
legend(1540,4.5, legend = c(„Handwerker“,„Arbeiter“,„Weizenpreis“),
col=c(„blue“,„red“,„darkgreen“), lwd=1)
```

```
# Bilder der logarithmierten Daten mit linearem Trend
win.graph()
H.ltrend <- lm(H~Jahr)
A.ltrend <- lm(A~Jahr)
W.ltrend <- lm(W~Jahr)
plot(Jahr, H, ylim=c(-3,5),type="l", main="logarithmiertes Gehalt Handwerker mit linearem
Trend",col="blue")
abline(H.ltrend, col="blue")
lines(Jahr, A, type="l", main="logarithmiertes Gehalt Arbeiter mit linearem Trend",
col="red")
abline(A.ltrend, col="red")
lines(Jahr, W, type="l", main="logarithmierte Weizenpreise mit linearem Trend",
col="darkgreen")
abline(W.ltrend, col="darkgreen")
legend(1300,4.5, legend = c(„Handwerker“,„Arbeiter“,„Weizenpreis“),
col=c(„blue“,„red“,„darkgreen“), lwd=1)
```

```
attributes(H.ltrend)
names(H.ltrend)
```

```
# Residuen auf Stationarität testen
pp.test(H.ltrend$residuals,alternative="stationary")
adf.test(H.ltrend$residuals)
kpss.test(H.ltrend$residuals)
```

```
pp.test(A.ltrend$residuals,alternative="stationary")
adf.test(A.ltrend$residuals)
kpss.test(A.ltrend$residuals)
```

```
pp.test(W.ltrend$residuals,alternative="stationary")
adf.test(W.ltrend$residuals)
kpss.test(W.ltrend$residuals)
```

```

# Residuen vs Zeit plotten
win.graph()
par(mfrow=c(3,1))
plot(Jahr,H.ltrend$residuals,      main="Residuen des linearen Trend von
log(Handwerker)",xlab="Jahr")
plot(Jahr,A.ltrend$residuals,      main="Residuen des linearen Trend von
log(Arbeiter)",xlab="Jahr")
plot(Jahr,W.ltrend$residuals, main="Residuen des linearen Trend von log(Weizen)")

# QQ-Plot für die Residuen

win.graph()
par(mfrow=c(3,1))
qqnorm(H.ltrend$residuals, main="QQ-Diagramm für die Residuen linearer Trend
log(Handwerker)")
qqline(H.ltrend$residuals)
qqnorm(A.ltrend$residuals, main="QQ-Diagramm für die Residuen linearer Trend
log(Arbeiter)")
qqline(A.ltrend$residuals)
qqnorm(W.ltrend$residuals, main="QQ-Diagramm für die Residuen linearer Trend
log(Weizen)")
qqline(W.ltrend$residuals)

# Stationarität der logarithmierten Daten-Check
# vollständigkeitshalber gemacht
# Unit root tests
# Phillips-Perron Test mit konstantem und linearen Trend
pp.test(H,alternative="stationary")
# Augmented Dickey-Fuller test with constant and linear trend:
adf.test(H,k=0)
adf.test(H,k=4)
adf.test(H)
# Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test
kpss.test(H,null="Trend")

pp.test(A,alternative="stationary")
adf.test(A,k=0)
adf.test(A,k=4)
adf.test(A) kpss.test(A,null="Trend")

pp.test(W,alternative="stationary")
adf.test(W,k=0)
adf.test(W,k=4)
adf.test(W)
kpss.test(W,null="Trend")

# Zivot & Andrews unit root test with a break both in intercept & lin. trend
h <- ur.za(H,model="both",lag=0); summary(h) # -4.3548>-4.82 (0.1) UR okay
h <- ur.za(H,model="both",lag=4); summary(h) # -3.5795>-4.82 (0.1) UR okay

```

```

h <- ur.za(H,model="both",lag=8); summary(h) # -2.8503>-4.82 (0.1) UR okay

h <- ur.za(A,model="both",lag=0); summary(h) # -4.1125>-4.82 (0.1) UR okay
h <- ur.za(A,model="both",lag=4); summary(h) # -3.3392>-4.82 (0.1) UR okay
h <- ur.za(A,model="both",lag=8); summary(h) # -3.0406>-4.82 (0.1) UR okay

h <- ur.za(W,model="both",lag=0); summary(h) # -10.7618<-5.57 (0.01) UR rej.
h <- ur.za(W,model="both",lag=4); summary(h) # -7.0436<-5.57 (0.01) UR rej.
h <- ur.za(W,model="both",lag=8); summary(h) # -5.7975<-5.57 (0.01) UR rej.
h <- ur.za(W,model="trend",lag=12); summary(h) # -2.8503>-4.82 (0.1) UR okay

# Hodric Presoce Filter, hp Filter ohne lag Länge, sondern mit Gewichten symmetrisch glätten
lambda <- 50000
hp.H<-hpfilter(H,type="lambda",freq=lambda)
hp.A<-hpfilter(A,type="lambda",freq=lambda)
hp.W<-hpfilter(W,type="lambda",freq=lambda)

plot(Jahr, H, type="l",main="logarithmierte Zeitreihen mit Hodrick-Prescott
Filter",col="blue",ylim=c(-3,5))
lines(Jahr,hp.H$trend,col="blue", lwd=2)
lines(Jahr, A, type="l",col="red")
lines(Jahr,hp.A$trend,col="red", lwd=2)
lines(Jahr, W, type="l",col="darkgreen")
lines(Jahr,hp.W$trend, lwd=2,col="darkgreen")
legend(1300,5,legend=c(„Handwerker“,„Arbeiter“,„Weizenpreise“),col=c(„blue“,„red“,„dark
green“),lwd=1)

# exponentielle Glättungen von log(Daten) mit HoltWinters()
## Non-Seasonal Holt-Winters
m.H <- HoltWinters(H, alpha=NULL, gamma= FALSE, beta = FALSE)
m.A <- HoltWinters(A, alpha=NULL, gamma= FALSE, beta = FALSE)
m.W <- HoltWinters(W, alpha=NULL, gamma= FALSE, beta = FALSE)
win.graph()
par(mfrow=c(3,1))
plot(m.H, main="log(Handwerker) mit HoltWinters-Verfahren geglättet")
lines(fitted(m.H)[,1],col="blue")
plot(m.A, main="log(Arbeiter) mit HoltWinters-Verfahren geglättet")
lines(fitted(m.A)[,1],col="red")
plot(m.W, main="log(Weizen) mit HoltWinters-Verfahren geglättet")
lines(fitted(m.W)[,1],col="darkgreen")

# Differenzierte Zeitreihen
H <- ts(data=H,start=1301)
A <- ts(data=A,start=1301)
W <- ts(data=W,start=1301)

n <- N-1; t <- Jahr[2:N]
dH <- H[2:N]-H[1:n]; dA <- A[2:N]-A[1:n]; dW <- W[2:N]-W[1:n]
dH <- ts(data=dH,start=1302)
dA <- ts(data=dA,start=1302)

```

```

dW <- ts(data=dW,start=1302)

# Plot der differenzierten logarithmierten Daten
win.graph()
par(mfrow=c(3,1))
plot(dH,xlab="",ylab="",ylim=c(-1.5,2),main="differenzierte
HandwerkerInnenInnenlöhne",col="blue")
abline(h=0)
plot(dA,xlab="",ylab="",ylim=c(-1.5,2),main="differenzierte ArbeiterInnenlöhne",col="red")
abline(h=0)
plot(dW,xlab="",ylab="",ylim=c(-1.5,2),main="differenzierter
Weizenpreis",col="darkgreen")
abline(h=0)
# Datentabelle
dH
dA
dW

# Test auf Normalverteilung
win.graph()
par(mfrow=c(3,1))
qqnorm(dH, main="QQ-Diagramm für differenzierte log(Handwerker)")
qqline(dH)      # nicht normalverteilte Daten
qqnorm(dA, main="QQ-Diagramm für differenzierte log(Arbeiter)")
qqline(dA)      # nicht normalverteilte Daten
qqnorm(dW, main="QQ-Diagramm für differenzierte log(Weizen)")
qqline(dW)      # nicht normalverteilte Daten

shapiro.test(dH) # nicht normalverteilt
shapiro.test(dA) # nicht normalverteilt
shapiro.test(dW) # nicht normalverteilt

# Stationarität der differenzierten logarithmierten Daten-Check
# Unit root tests
# Phillips-Perron test with constant and linear trend:
pp.test(dH,alternative="stationary")
# Augmented Dickey-Fuller test with constant and linear trend:
adf.test(dH,k=0)
adf.test(dH,k=4)
adf.test(dH)
# Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test
kpss.test(dH,null="Trend")

pp.test(dA,alternative="stationary")
adf.test(dA,k=0)
adf.test(dA,k=4)
adf.test(dA)
kpss.test(dA,null="Trend")

pp.test(dW,alternative="stationary")

```

```

adf.test(dW,k=0)
adf.test(dW,k=4)
adf.test(dW)
kpss.test(dW,null="Trend")

# Zivot & Andrews unit root test with a break both in intercept & lin. trend
h <- ur.za(dH,model="both",lag=0); summary(h) # -30.0931 <-5.57(0.01) UR rej.
h <- ur.za(dH,model="both",lag=4); summary(h) # -10.8125 <-5.57 (0.01) UR rej.
h <- ur.za(dH,model="both",lag=8); summary(h) # -9.6151 < -5.57 (0.01) UR rej.

h <- ur.za(dA,model="both",lag=0); summary(h) # -31.8785 < -5.57 (0.01) UR rej.
h <- ur.za(dA,model="both",lag=4); summary(h) # -11.1229 < -5.57 (0.01) UR rej.
h <- ur.za(dA,model="both",lag=8); summary(h) # -9.4623 < -5.57 (0.01) UR rej.

h <- ur.za(dW,model="both",lag=0); summary(h) # -26.5366 <-5.57 (0.01) UR rej.
h <- ur.za(dW,model="both",lag=4); summary(h) # -16.4142 <-5.57 (0.01) UR rej.
h <- ur.za(dW,model="both",lag=8); summary(h) # -13.374 <-5.57 (0.01) UR rej.
h <- ur.za(dW,model="trend",lag=12); summary(h) # -10.4599 < -4.93 (0.01) UR rej.

# ACF der diff(log(Daten))
win.graph()
par(mfrow=c(3,1))
acf(dH,main="ACF der differenzierten log(Handwerker)",ylim=c(-0.2,1))
acf(dA,main="ACF der differenzierten log(Arbeiter)",ylim=c(-0.2,1))
acf(dW,main="ACF der differenzierten log(Weizen)",ylim=c(-0.2,1))

# ACF und pACF der diff(log(Daten))
# diff(log(Handwerker))
win.graph()
par(mfrow=c(2,1))
acf(dH,main="ACF der differenzierten log(Handwerker)",ylim=c(-0.2,1))
pacf(dH,main="pACF der differenzierten log(Handwerker)",ylim=c(-0.2,1))

# diff(log(Arbeiter))
win.graph()
par(mfrow=c(2,1))
acf(dA,main="ACF der differenzierten log(Arbeiter)",ylim=c(-0.2,1))
pacf(dA,main="pACF der differenzierten log(Arbeiter)",ylim=c(-0.2,1))

# diff(log(Weizen))
win.graph()
par(mfrow=c(2,1))
acf(dW,main="ACF der differenzierten log(Weizen)",ylim=c(-0.2,1))
pacf(dW,main="pACF der differenzierten log(Weizen)",ylim=c(-0.2,1))
par(mfrow=c(1,1))

# ARMA
Haic <- Aaic <- Waic <- matrix(0,nrow=5,ncol=5); hh <- 0:4
for (p in hh)
  for (q in hh)

```

```

    { h <- arima(dH,order=c(p,0,q)); Haic[p+1,q+1] <- AIC(h)
      h <- arima(dA,order=c(p,0,q)); Aaic[p+1,q+1] <- AIC(h)
      h <- arima(dW,order=c(p,0,q)); Waic[p+1,q+1] <- AIC(h)
    }
Haic; Aaic; Waic # best: H 44 22 32 A 44 32 23 W 43 44 03

# ARMA Spektraldichte
arma.spec <- function(f,phi,p,theta,q,s2) {
# arma.spec calculates spectral density at frequencies f
nf <- length(f)
im <- complex(real=0,imaginary=1)
a <- s2/(2.*pi)
sp <- rep(a,nf)
if (q>0) for (i in 1:nf) {
  sp[i] <- sp[i]*(Mod(1. +sum(theta*exp(im*f[i]*(1:q))))))^2
}
if (p>0) for (i in 1:nf) {
  sp[i] <- sp[i]/(Mod(1.-sum(phi*exp(im*f[i]*(1:p))))))^2
}
return(sp)
}

# best: H 44 22 32
# Periodogram der differenzierten HandwerkerInnenlöhne
#par(mfrow=c(1,1),mar=c(2,4,0.5,0.5),oma=c(1,1,1,1))
win.graph()
m <- floor(n/2); f <- (2*pi/n)*(1:m) # vector of m Fourier frequencies
h <- fft(dH); h <- h[2:(m+1)]; p <- (1/(2*pi*n))*(Mod(h))^2
plot(f,p,type="l",xlab="",ylab="",main="Periodogram der differenzierten
HandwerkerInnenlöhne")
p <- 4; q <- 4; h <- arima(dH,order=c(p,0,q))
sp <- arma.spec(f,h$model$phi,p,h$model$theta,q,h$sigma)
lines(f,sp,lwd=2,col="orange")
p <- 2; q <- 2; h <- arima(dH,order=c(p,0,q))
sp <- arma.spec(f,h$model$phi,p,h$model$theta,q,h$sigma)
lines(f,sp,lwd=2,col="yellowgreen")
p <- 3; q <- 2; h <- arima(dH,order=c(p,0,q))
sp <- arma.spec(f,h$model$phi,p,h$model$theta,q,h$sigma)
lines(f,sp,lwd=2,col="purple")
legend(0,0.0035,legend=c(,"ARMA(4,4)","ARMA(2,2)","ARMA(3,2)"),
      col=c("orange","yellowgreen","purple"),lwd=2)

# best: A 44 32 23
# Periodogram der differenzierten ArbeiterInnenlöhne
#par(mfrow=c(1,1),mar=c(2,4,0.5,0.5),oma=c(1,1,1,1))
win.graph()
m <- floor(n/2); f <- (2*pi/n)*(1:m) # vector of m Fourier frequencies
h <- fft(dA); h <- h[2:(m+1)]; p <- (1/(2*pi*n))*(Mod(h))^2
plot(f,p,type="l",xlab="",ylab="",main="Periodogram der differenzierten
ArbeiterInnenlöhne")

```

```

p <- 4; q <- 4; h <- arima(dA,order=c(p,0,q))
sp <- arma.spec(f,h$model$phi,p,h$model$theta,q,h$sigma)
lines(f,sp,lwd=2,col="orange")
p <- 3; q <- 2; h <- arima(dA,order=c(p,0,q))
sp <- arma.spec(f,h$model$phi,p,h$model$theta,q,h$sigma)
lines(f,sp,lwd=2,col="yellowgreen")
p <- 2; q <- 3; h <- arima(dA,order=c(p,0,q))
sp <- arma.spec(f,h$model$phi,p,h$model$theta,q,h$sigma)
lines(f,sp,lwd=2,col="purple")
legend(0,0.004,legend=c("ARMA(4,4)", "ARMA(3,2)", "ARMA(2,3)"),
      col=c("orange", "yellowgreen", "purple"),lwd=2)

# best: W 43 44 03
# Periodogram der differenzierten Weizenpreise
#par(mfrow=c(1,1),mar=c(2,4,0.5,0.5),oma=c(1,1,1,1))
win.graph()
m <- floor(n/2); f <- (2*pi/n)*(1:m) # vector of m Fourier frequencies
h <- fft(dW); h <- h[2:(m+1)]; p <- (1/(2*pi*n))*(Mod(h))^2
plot(f,p,type="l",xlab="",ylab="",main="Periodogram der differenzierten Weizenpreise")
p <- 4; q <- 3; h <- arima(dW,order=c(p,0,q))
sp <- arma.spec(f,h$model$phi,p,h$model$theta,q,h$sigma)
lines(f,sp,lwd=2,col="orange")
p <- 4; q <- 4; h <- arima(dW,order=c(p,0,q))
sp <- arma.spec(f,h$model$phi,p,h$model$theta,q,h$sigma)
lines(f,sp,lwd=2,col="yellowgreen")
p <- 0; q <- 3; h <- arima(dW,order=c(p,0,q))
sp <- arma.spec(f,h$model$phi,p,h$model$theta,q,h$sigma)
lines(f,sp,lwd=2,col="purple")
legend(0,0.08,legend=c("ARMA(4,3)", "ARMA(4,4)", "ARMA(0,3)"),
      col=c("orange", "yellowgreen", "purple"),lwd=2)

# Handwerker
arma.H.4.4 <- arima(dH,order=c(4,4))
summary(arma.H.4.4)
win.graph()
par(mfrow=c(2,1))
acf(residuals(arma.H.4.4),na.action=na.remove,main="ACF der Residuen von
diff(log(Handwerker))",sub="Arma(4,4)",ylim=c(-0.2,1))
pacf(residuals(arma.H.4.4),na.action=na.remove,main="pACF der Residuen von
diff(log(Handwerker))",sub="Arma(4,4)",ylim=c(-0.2,1))
shapiro.test(arma.H.4.4$residuals) # nicht normalverteilte Residuen
# Residuen vs Jahre geplottet
win.graph()
plot(Jahr[-1],arma.H.4.4$residuals, main="Residuen von diff(log(Handwerker)) gegen Jahre",
sub="ARMA(4,4)",ylim=c(-1.5,1),ylab="Residuen",xlab="Jahr")
# Ljung-Box Test für die Residuen: H0: independence in a given time series
Box.test(arma.H.4.4$residuals,type="Ljung-Box") # p-value = 0.5321

# Arbeiter
arma.A.4.4 <- arima(dA,order=c(4,4))

```

```

summary(arma.A.4.4)
win.graph()
par(mfrow=c(2,1))
acf(residuals(arma.A.4.4),na.action=na.remove,main="ACF der Residuen von
diff(log(Arbeiter))",sub="Arma(4,4)",ylim=c(-0.2,1))
pacf(residuals(arma.A.4.4),na.action=na.remove,main="pACF der Residuen von
diff(log(Arbeiter))",sub="Arma(4,4)",ylim=c(-0.2,1))
shapiro.test(arma.A.4.4$residuals) # nicht normalverteilte Residuen
# Residuen vs Jahre geplottet
win.graph()
plot(Jahr[-1],arma.A.4.4$residuals, main="Residuen von diff(log(Arbeiter) gegen Jahre",
sub="ARMA(4,4)",ylim=c(-1.5,1),ylab="Residuen",xlab="Jahr")
# Ljung-Box Test für die Residuen: H0: independence in a given time series
Box.test(arma.H.4.4$residuals,type="Ljung-Box") # p-value = 0.5321

# Weizen
arma.W.4.3 <- arma(dW,order=c(4,3))
summary(arma.W.1.1)
win.graph()
par(mfrow=c(2,1))
acf(residuals(arma.W.4.3),na.action=na.remove,main="ACF der Residuen von
diff(log(Weizen))",sub="Arma(4,3)",ylim=c(-0.2,1))
pacf(residuals(arma.W.4.3),na.action=na.remove,main="pACF der Residuen von
diff(log(Weizen))",sub="Arma(4,3)",ylim=c(-0.2,1))
par(mfrow=c(1,1))
shapiro.test(arma.W.4.3$residuals) # nicht normalverteilte Residuen
# Residuen vs Jahre geplottet
win.graph()
plot(Jahr[-1],arma.W.4.3$residuals, main="Residuen von diff(log(Weizen)) gegen Jahre",
sub="ARMA(4,3)",ylim=c(-1.5,1),ylab="Residuen",xlab="Jahr")
# Ljung-Box Test für die Residuen: H0: independence in a given time series
Box.test(arma.W.4.3$residuals,type="Ljung-Box") # p-value = 0.6214

# Kumulatives Periodogramm
win.graph()
par(mfrow=c(2,2))
cpgram(dH, main="Kumulatives Periodogramm \n der diff.Handwerker")
cpgram(dA, main="Kumulatives Periodogramm \n der diff.Arbeiter")
cpgram(dW, main="Kumulatives Periodogramm \n der diff.Weizenpreis")

# Periodogram der differenzierten logarithmierten Zeitreihen auf Fourier Frequenz

p.H <- spec.pgram(dH,taper=0,detrend=F,fast=F,plot=F)
win.graph()
plot(p.H$freq*2*pi,p.H$spec/(2*pi),type="l",main="Periodogram der differenzierten
HandwerkerInnenlöhne")
D25.H <- spec.pgram(dH, taper= 0, detrend = F, fast = F, plot=F,spans=25)
D50.H <- spec.pgram(dH, taper= 0, detrend = F, fast = F, plot=F,spans=50)
lines(D25.H$freq*2*pi, D25.H$spec/(2*pi), col="red")
lines(D50.H$freq*2*pi, D50.H$spec/(2*pi), col="blue")

```

```
legend(0,0.0035, legend = c("Daniell smoother \n with span 25","Daniell smoother \n with span 50"), col=c("red","blue"), lwd=1)
```

```
p.A <- spec.pgram(dA,taper=0,detrend=F,fast=F,plot=F)
win.graph()
plot(p.A$freq*2*pi,p.A$spec/(2*pi),type="l",main="Periodogram der differenzierten ArbeiterInnenlöhne")
D25.A <- spec.pgram(dA, taper= 0, detrend = F, fast = F, plot=F,spans=25)
D50.A <- spec.pgram(dA, taper= 0, detrend = F, fast = F, plot=F,spans=50)
lines(D25.A$freq*2*pi, D25.A$spec/(2*pi), col="red")
lines(D50.A$freq*2*pi, D50.A$spec/(2*pi), col="blue")
legend(0,0.004, legend = c("Daniell smoother with span 25","Daniell smoother with span 50"), col=c("red","blue"), lwd=1)
```

```
p.W <- spec.pgram(dW,taper=0,detrend=F,fast=F,plot=F)
win.graph()
plot(p.W$freq*2*pi,p.W$spec/(2*pi),type="l",main="Periodogram der differenzierten Weizenpreise")
D25.W <- spec.pgram(dW, taper= 0, detrend = F, fast = F, plot=F,spans=25)
D50.W <- spec.pgram(dW, taper= 0, detrend = F, fast = F, plot=F,spans=50)
lines(D25.W$freq*2*pi, D25.W$spec/(2*pi), col="red")
lines(D50.W$freq*2*pi, D50.W$spec/(2*pi), col="blue")
legend(1.5,0.075, legend = c("Daniell smoother with span 25","Daniell smoother with span 50"), col=c("red","blue"), lwd=1)
```

```
# Multivariate Analysen
```

```
tH <- ts(H,start=Jahr[1]); tA <- ts(A,start=Jahr[1]); tW <- ts(W,start=Jahr[1])
dtH <- ts(dH,start=t[1]); dtA <- ts(dA,start=t[1]); dtW <- ts(dW,start=t[1])
```

```
var.spec <- function(fr,X.p) {
# fr ... vector of frequencies
# X.p ... AR(p) model estimated by R base function ar
p <- X.p$order; nf<-length(fr)
im <- complex(real=0,imaginary=1)
sigma <- X.p$var.pred; k <- length(sigma[1,])
Id <- diag(1,nrow=k,ncol=k)
sp <- array(dim=c(nf,k,k))
for (w in 1:nf)
{ A <- Id
for (l in 1:p) A <- A-X.p$ar[l,]*exp(-im*fr[w]*l)
A <- solve(A)
sp[w,,] <- A%*%sigma%*%t(Conj(A))/(2*pi)
}
return(sp)
}
```

```
win.graph()
par(mfrow=c(2,1),mar=c(2,3,1,1),oma=c(1,1,1,1))
# diff.Handwerker + diff.Arbeiter
```

```

h <- cbind(dtH,dtA)
p <- spec.pgram(h,taper=0,detrend=F,fast=F,plot=F,spans=25)
q <- spec.pgram(h,taper=0,detrend=F,fast=F,plot=F,spans=100)
plot(p$freq*2*pi,p$coh,type="l",col="orange",main="Quadrierte Kohärenz Handwerker- und
ArbeiterInnenlöhne")
lines(q$freq*2*pi,q$coh,type="l",col="purple")
legend(2.2,0.7,legend=c("spans=25","spans=100"),col=c("orange","purple"),lwd=1)
plot(p$freq*2*pi,p$phase,"l",col="orange",main="Phasenspektrum Handwerker- und
ArbeiterInnenlöhne")
lines(q$freq*2*pi,q$phase,"l",col="purple")
legend(2.2,0.3,legend=c("spans=25","spans=100"),col=c("orange","purple"),lwd=1)
fr <- p$freq*2*pi
# VAR
win.graph()
par(mfrow=c(2,1),mar=c(2,2,1,1),oma=c(1,1,1,1))
h <- cbind(dtH,dtA)
h1 <- ar(h,order.max=2,aic=F); h1 <- var.spec(fr,h1)
h2 <- ar(h,order.max=4,aic=F); h2 <- var.spec(fr,h2)
plot(fr,Mod(h1[,1,2])^2/(h1[,1,1]*h1[,2,2]),type="l",ylim=c(0.75,0.87),col="orange",main="
Quadrierte Kohärenz Handwerker- und ArbeiterInnenlöhne")
lines(fr,Mod(h2[,1,2])^2/(h2[,1,1]*h2[,2,2]),type="l",col="purple")
legend(2,0.78,legend=c("Var.spec mit AR(2)","Var.spec mit
AR(4)"),col=c("orange","purple"),lwd=1)
plot(fr,Arg(h1[,1,2]),type="l",ylim=c(-0.06,0.08),col="orange",main="Phasenspektrum
Handwerker- und ArbeiterInnenlöhne")
lines(fr,Arg(h2[,1,2]),col="purple")
legend(2,-0.025,legend=c("Var.spec mit AR(2)","Var.spec mit
AR(4)"),col=c("orange","purple"),lwd=1)

# diff.Handwerker + diff.Weizen
win.graph()
par(mfrow=c(2,1),mar=c(2,3,1,1),oma=c(1,1,1,1))
h <- cbind(dtH,dtW)
p <- spec.pgram(h,taper=0,detrend=F,fast=F,plot=F,spans=25)
q <- spec.pgram(h,taper=0,detrend=F,fast=F,plot=F,spans=100)
plot(p$freq*2*pi,p$coh,type="l",col="orange",main="Quadrierte Kohärenz
HandwerkerInnenlöhne und Weizenpreise")
lines(q$freq*2*pi,q$coh,type="l",col="purple")
legend(0.5,0.45,legend=c("spans=25","spans=100"),col=c("orange","purple"),lwd=1)
plot(p$freq*2*pi,p$phase,"l",col="orange",main="Phasenspektrum HandwerkerInnenlöhne
und Weizenpreise")
lines(q$freq*2*pi,q$phase,"l",col="purple",lwd=2)
frHW <- p$freq*2*pi
legend(0.5,-1.5,legend=c("spans=25","spans=100"),col=c("orange","purple"),lwd=1)
# VAR
win.graph()
par(mfrow=c(2,1),mar=c(2,2,1,1),oma=c(1,1,1,1))
h <- cbind(dtH,dtW)
h1 <- ar(h,order.max=2,aic=F); h1 <- var.spec(fr,h1)
h2 <- ar(h,order.max=4,aic=F); h2 <- var.spec(fr,h2)

```

```

plot(fr,Mod(h1[,1,2])^2/(h1[,1,1]*h1[,2,2]),ylim=c(0,0.3),type="l",col="orange",main="Quadrierte Kohärenz HandwerkerInnenlöhne und Weizenpreise")
lines(fr,Mod(h2[,1,2])^2/(h2[,1,1]*h2[,2,2]),type="l",col="purple")
legend(2,0.3,legend=c("Var.spec mit AR(2)","Var.spac mit AR(4)"),col=c("orange","purple"),lwd=1)
plot(fr,Arg(h1[,1,2]),ylim=c(-0.8,1.7),type="l",col="orange",main="Phasenspektrum HandwerkerInnenlöhne und Weizenpreise")
lines(fr,Arg(h2[,1,2]),col="purple")
legend(2,1.7,legend=c("Var.spec mit AR(2)","Var.spac mit AR(4)"),col=c("orange","purple"),lwd=1)

```

```

# diff.Arbeiter + diff.Weizen
win.graph()
par(mfrow=c(2,1),mar=c(2,3,1,1),oma=c(1,1,1,1))
h <- cbind(dtA,dtW)
p <- spec.pgram(h,taper=0,detrend=F,fast=F,plot=F,spans=25)
q <- spec.pgram(h,taper=0,detrend=F,fast=F,plot=F,spans=100)
plot(p$freq*2*pi,p$coh,type="l",col="orange",main="Quadrierte Kohärenz ArbeiterInnenlöhne und Weizenpreise")
lines(q$freq*2*pi,q$coh,type="l",col="purple")
legend(0.5,0.45,legend=c("spans=25","spans=100"),col=c("orange","purple"),lwd=1)
plot(p$freq*2*pi,p$phase,"l",col="orange",main="Phasenspektrum ArbeiterInnenlöhne und Weizenpreise")
lines(q$freq*2*pi,q$phase,"l",col="purple",lwd=2)
legend(0.5,-1.5,legend=c("spans=25","spans=100"),col=c("orange","purple"),lwd=1)
frAW <- p$freq*2*pi
# VAR
win.graph()
par(mfrow=c(2,1),mar=c(2,2,1,1),oma=c(1,1,1,1))
h <- cbind(dtA,dtW)
h1 <- ar(h,order.max=2,aic=F); h1 <- var.spec(fr,h1)
h2 <- ar(h,order.max=4,aic=F); h2 <- var.spec(fr,h2)
plot(fr,Mod(h1[,1,2])^2/(h1[,1,1]*h1[,2,2]),ylim=c(0,0.25),type="l",col="orange",main="Quadrierte Kohärenz ArbeiterInnenlöhne und Weizenpreise")
lines(fr,Mod(h2[,1,2])^2/(h2[,1,1]*h2[,2,2]),type="l",col="purple")
legend(2,0.25,legend=c("Var.spec mit AR(2)","Var.spac mit AR(4)"),col=c("orange","purple"),lwd=1)
plot(fr,Arg(h1[,1,2]),ylim=c(-0.8,1.5),type="l",col="orange",main="Phasenspektrum ArbeiterInnenlöhne und Weizenpreise")
lines(fr,Arg(h2[,1,2]),col="purple")
legend(2,1.5,legend=c("Var.spec mit AR(2)","Var.spac mit AR(4)"),col=c("orange","purple"),lwd=1)

```

```

# Johansen Prozedur
h <- cbind(tH,tA,tW)
Jo <- ca.jo(h,K=3); summary(Jo)
Jo <- ca.jo(h,K=5); summary(Jo)
Jo <- ca.jo(h,K=10); summary(Jo)

```