universität wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Bildungsstandards als vergebliche Liebes-μ?

Eine erste Analyse für den Mathematikunterricht

Verfasserin

Heide Sabine Mrkvicka

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat.)

Wien, 2010

Matrikel-Nummer:	0207429
Studienrichtung:	Lehramtsstudium UF Mathematik & UF Psychologie und Philosophie
	A 190 406 299
Betreuer:	Ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Stefan Götz

Danksagung

Es hat lange gedauert, diese Diplomarbeit zu schreiben und ohne einiger wichtiger Menschen in meinem Leben wäre es mir nicht möglich gewesen.

Mein erster Dank gilt meiner Mutter, die meine Liebe zur Mathematik erkannt hat und die mich auf die Idee gebracht hat, Mathematik zu studieren. *Danke Mami, du bist die Beste!*

Meinen beiden Brüdern möchte ich für kreative Ideen danken und dafür, dass sie die besten Brüder auf der Welt sind. *Danke PhloH und Michi „Stinkerle"!*

Dem Christoph möchte ich dafür danken, dass er mich und meine Launen während der ganzen Zeit des Schaffens ertragen hat und immer für mich da war. *Danke Disi!*

Der Vera möchte ich dafür danken, dass sie seit 26 Jahren meine beste Freundin ist, die immer ein offenes Ohr und aufmunternde, bestärkende Worte für mich hat. *Danke Veruschka!*

Der größte Dank gilt meinem Diplomarbeitsbetreuer, der mich immer unterstützt hat, mir mit Rat und Tat zur Seite gestanden ist und der mir während dieser langen Zeit und vielen lustigen Stunden ein Freund geworden ist. *Danke Stefan!*

Abstract

Die vorliegende Arbeit beschäftigte sich im ersten Teil mit den im Juli 2009 im Gesetz verankerten Bildungsstandards, die ein neues System der Qualitätsentwicklung darstellen. Dabei werden sowohl die Intentionen und Funktionen der Bildungsstandards erörtert, das mathematische Kompetenzmodell vorgestellt, als auch Einblicke in das Testverfahren und eine bereits durchgeführte Probetestung, auch „Baseline-Testung“ genannt gegeben. Außerdem werden sowohl Chancen, als auch Risiken der Bildungsstandars erörtert.

Der zweite Teil meiner Arbeit befasst sich mit der Fragestellung wie die drei Bereiche Bildungsstandards, österreichischer Lehrplan und im Unterricht verwendete Schulbücher zusammenhängen, sowie deren Diskussion. Außerdem werden Überlegungen angeführt, welche Überarbeitungen in den einzelnen Bereichen durchgeführt werden sollten bzw. müssten, um unser Schulsystem nachhaltig zu verbessern.

Das Untersuchen dieser Zusammenhänge hat schließlich gezeigt, dass der österreichische Lehrplan viel mehr fordert als sowohl in den Bildungsstandars als auch in den Schulbüchern implementiert wurde. Die allgemeinen Bildungsziele wie die Vermittlung von Werten, um nur ein Beispiel zu nennen, sind sowohl in den Bildungsstandards als auch in den Schulbüchern kaum verankert. Stattdessen befassen sich diese beiden Bereiche hauptsächlich mit fachspezifischen Themen und können dadurch dem Bildungsauftrag nicht vollständig Rechnung tragen.
Speziell die Schulbücher benötigen Überarbeitung, um sie praxisbezogener und lebensnaher zu gestalten, damit die Schülerinnen und Schüler die festgelegten Bildungsstandards erreichen können und im Endeffekt, denn das ist das Ziel, optimal auf das Leben nach der Schule vorbereitet werden.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Obwohl ich seit ich mich erinnern kann schon immer eine Vorliebe für die Mathematik hatte, war der Weg zum Lehramtsstudium der Mathematik ein längerer. Umso leichter war für mich die Entscheidung meine Diplomarbeit auch im Fach Mathematik zu schreiben, anstatt in meinem Zweitfach Philosphie und Psychologie, da sie mir gegen Ende meines Studiums von meinem Diplomarbeitsbetreuer Herrn Prof. Stefan Götz abgenommen wurde, indem er mir anbot die Diplomarbeit bei ihm zu schreiben.

Da für mich nur ein Thema aus dem Bereich der Fachdidaktik in Frage kam und Herr Prof. Götz auf diesem Bereich tätig ist, habe ich mich schließlich für das von ihm vorgeschlagene und zur Zeit sehr aktuelle Thema „Bildungsstandards" entschieden.
Nach einigen Besprechungen und der Vertiefung in die Materie war das Grundgerüst aufgebaut, an dem ich lange gewerkt habe.

Im ersten Teil meiner Diplomarbeit befasse ich mich deshalb nur mit den Bildungsstandards, erkläre ihre Intention, das dahinter liegende Kompetenzmodell und das Testverfahren. Zusätzlich gehe ich noch auf Chancen und Risiken ein.
Dem zweiten Teil meiner Diplomarbeit liegt die These zu Grunde, dass zwischen den drei Bereichen Bildungsstandards, Lehrplan und Schulbuch ein Zusammenhang besteht, den es aufzudecken und zu untersuchen gilt. Die von mir durchgeführten Analysen sollen einerseits diesen Zusammenhang durchleuchten und anderereseits Aufschluss darüber geben, in wie weit die neu eingeführten Bildungsstandards unser Schul- und Unterrichtssystem bereichern, bzw. was diesbezüglich noch verändert und verbessert werden kann, um unser Bildungssystem nachhaltig zu verbessern.

2 Bildungsstandards

2.1 Bildungsstandards für Mathematik in Österreich

2.1.1 Intention und Funktion der Bildungsstandards

Wenn man sich mit dem Thema Bildungsstandards befasst, stellt man sich unweigerlich die Frage, was die zentrale Intention der Bildungsstandards ist. Die Zielvorstellung bzw. das Vorhaben liegt darin, *„den inputorientierten Lehrplänen ein outputorientiertes Steuerungsinstrument zur Seite zu stellen: Während Lehrpläne Aussagen darüber machen, was im Unterricht behandelt werden soll (Inputsteuerung), sollen Standards festlegen, über welche fachbezogenen Fähigkeiten Schülerinnen und Schüler (...) am Ende einer bestimmten Schulstufe verfügen sollen (Outputsteuerung).“* (siehe [1], S. 3). Unter Outputsteuerung versteht man genauer, dass die Schülerinnen und Schüler durch einen neu konzipierten, neu geplanten und veränderten Unterricht die in den Bildungsstandards festgelegten Fähigkeiten (Kompetenzen) entwickeln. Anhand einer empirischen Überprüfung, der so genannten *Outputkontrolle*, soll schlussendlich getestet werden, ob die Bildungsstandards von den Schülerinnen und Schülern erreicht wurden. Zusätzlich dient diese Outputkontrolle dazu Stärken und Schwächen der Schülerinnen und Schüler sowohl landesweit, als auch schul- bis klassenspezifisch herauszufinden um den Unterricht entsprechend weiter zu entwickeln und ihn in diesem Sinne zu verbessern.

Es geht also erstens darum, allgemein gültige Kompetenzen festzulegen, die von den Schülerinnen und Schülern bis zu einer bestimmten Schulstufe erreicht werden sollen (normative Funktion). Zweitens sollen diese Kompetenzen messbar gemacht werden, um die Ergebnisse der Überprüfung innerhalb von Österreich vergleichbar zu machen (deskriptive Funktion). Außerdem sollen sie zur individuellen Förderung, sowie zur besseren Selbsteinschätzung der Schülerinnen und Schüler dienen. Und drittens stellt die Einführung von Bildungsstandards eine Möglichkeit dar, die regelmäßig umfassenden und objektiv festgestellten Informationen über die Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler als ein Instrument zur *Qualitätssicherung* und *Qualitätsentwicklung* zu verwenden, wodurch mit gezielten Maßnahmen der Unterricht und somit das Schulwesen insgesamt weiterentwickelt und verbessert werden kann. Das gelingt durch die Rückmeldung der Ergebnisse an die Lehrerinnen und Lehrer, Schulleiterinnen und Schulleiter, sowie an die Schulaufsicht (siehe [2], S. 1ff.).

Gesetzlich wurden die Funktionen der Bildungsstandards wie folgt definiert:

„§3.

(1) *Bildungsstandards sollen Aufschlüsse über den Erfolg des Unterrichts und über Entwicklungspotentiale des österreichischen Schulwesens liefern. Darüber hinaus sollen sie*
   1. *eine nachhaltige Ergebnisorientierung in der Planung und Durchführung von Unterricht bewirken,*
   2. *durch konkrete Vergleichsmaßstäbe die bestmögliche Diagnostik als Grundlage für individuelle Förderung sicher stellen und*
   3. *wesentlich zur Qualitätsentwicklung in der Schule beitragen.*

(2) *Zum Zweck der nachhaltigen Ergebnisorientierung in der Planung und Durchführung von Unterricht haben die Lehrerinnen und Lehrer den systematischen Aufbau der zu vermittelnden Kompetenzen und die auf diese bezogenen Bildungsstandards bei der Planung und Gestaltung ihrer Unterrichtsarbeit zu berücksichtigen (...).*

(3) *Die Leistungen der Schülerinnen und Schüler sind in allen Schulstufen unter Zugrundelegung der Bildungsstandards für die 4. bzw. für die 8. Schulstufe besonders zu beobachten und zu analysieren. Auf der Basis des diagnostischen Vergleiches von zu erlangenden und individuell erworbenen Kompetenzen ist eine bestmögliche individuelle Förderung der Schülerinnen und Schüler sicher zu stellen (...).*

(4) *Durch periodische Standardüberprüfungen sind die von den Schülerinnen und Schülern bis zur 4. bzw. zur 8. Schulstufe erworbenen Kompetenzen objektiv festzustellen und mit den angestrebten Lernergebnissen zu vergleichen. Standardüberprüfungen sind (...) für die 8. Schulstufe ab dem Schuljahr 2011/12 (...) durchzuführen und deren Auswertungen sind den Schulen rückzumelden. Die Auswertungen der Standardüberprüfung und deren Rückmeldungen haben so zu erfolgen, dass sie für Zwecke der Qualitätsentwicklung an den Schulen herangezogen werden können. Maßnahmen der Qualitätsentwicklung sind zu dokumentieren und periodisch zu evaluieren (...)“* (siehe [4], S. 1f.).

2.1.2 Bildungstheoretische Orientierung

Lebensvorbereitung und *Anschlussfähigkeit* sind die bildungstheoretischen Anforderungen, an denen sich die Bildungsstandards orientieren.

Unter Lebensvorbereitung versteht man die Aufgabe der Schule die Schülerinnen und Schüler auf eine aktive, emanzipierte, kritische, reflektierte, selbstbestimmte und unbehinderte Teilnahme am Leben in unserer Gesellschaft vorzubereiten und ihnen das dafür notwendige Können und Wissen zu vermitteln (siehe [1], S. 7).

Da die Mathematik in vielen Bereichen des täglichen Lebens auftritt, sei es als Darstellungsform, als Mittel der Verständigung, als Werkzeug zur Problemlösung oder auch nur als Zeichen(folge), müssen die mathematischen Bildungsstandards sowohl auf operative Aspekte der Mathematik, als auch auf kommunikative und konstruktive Aspekte eingehen und die Schülerinnen und Schüler auf eine flexible Anwendung des mathematischen Könnens und Wissens in verschiedenen und vielfältigen Situationen vorbereiten (siehe [1], S. 7).

Im Unterschied dazu wird mit Anschlussfähigkeit der Fokus auf mathematisches Können und Wissen gelenkt, *„die als Grundlage für eine weiterführende mathematische Ausbildung bzw. für die Bewältigung von mathematischen Anforderungen, die über Alltagserfordernisse hinausgehen, hilfreich erscheinen“* (siehe [1], S. 8). Diese Anschlussfähigkeit benötigen die Schülerinnen und Schüler, wenn sie nach der achten Schulstufe eine weiterführende Schule besuchen, eventuell wenn sie eine Berufsausbildung machen oder in ihrem späteren Beruf. Dazu werden im Prinzip keine anderen mathematischen Fähigkeiten gebraucht, als sie schon bei der Lebensvorbereitung benötigt werden. Der Unterschied besteht jedoch darin, dass bei der Anschlussfähigkeit sowohl der Inhalt ein erweiterter ist, als auch mathematische Zusammenhänge und Strukturen deutlicher gemacht werden und spezifische mathematische Tätigkeiten stärker betont werden (siehe [1], S. 8).

2.1.3 Das mathematische Kompetenzmodell

In diesem Modell werden unter Kompetenzen *„längerfristig verfügbare Fähigkeiten verstanden, die von Lernenden entwickelt werden können und sie befähigt, bestimmte Tätigkeiten in variablen Situationen auszuüben, sowie die Bereitschaft, diese Fähigkeiten und Fertigkeiten einzusetzen“* (siehe [1], S. 9).

Unter mathematischen Kompetenzen werden kognitive Fähigkeiten verstanden, die sich auf mathematische Tätigkeiten und Inhalte, sowie auf die Art und Komplexität der erforderlichen Vernetzungen beziehen. Mathematische Kompetenzen bestehen also aus *drei Dimensionen*:

- einer *Handlungsdimension* – dabei geht es darum, was getan wird
- einer *Inhaltsdimension* – womit etwas getan wird
- einer *Komplexitätsdimension* – diese bezieht sich auf die Art und den Grad der Vernetzungen, also auf die Schwierigkeitsstufe

Jede dieser Dimensionen von mathematischen Kompetenzen besitzt unterschiedliche Ausprägungen, da es sowohl unterschiedliche mathematische Handlungen, Inhalte als auch Arten und Grade der Komplexität gibt. Aus diesem Grund werden im mathematischen Kompetenzmodell „verwandte“ Handlungen zu vier Handlungsbereichen (H1 – H4), „verwandte“ Inhalte zu vier Inhaltsbereichen (I1 – I4) und „verwandte“ Arten und Grade von Vernetzungen zu drei Komplexitätsbereichen (K1 – K3) zusammengefasst (siehe [1], S. 9).

Das mathematische Kompetenzmodell:

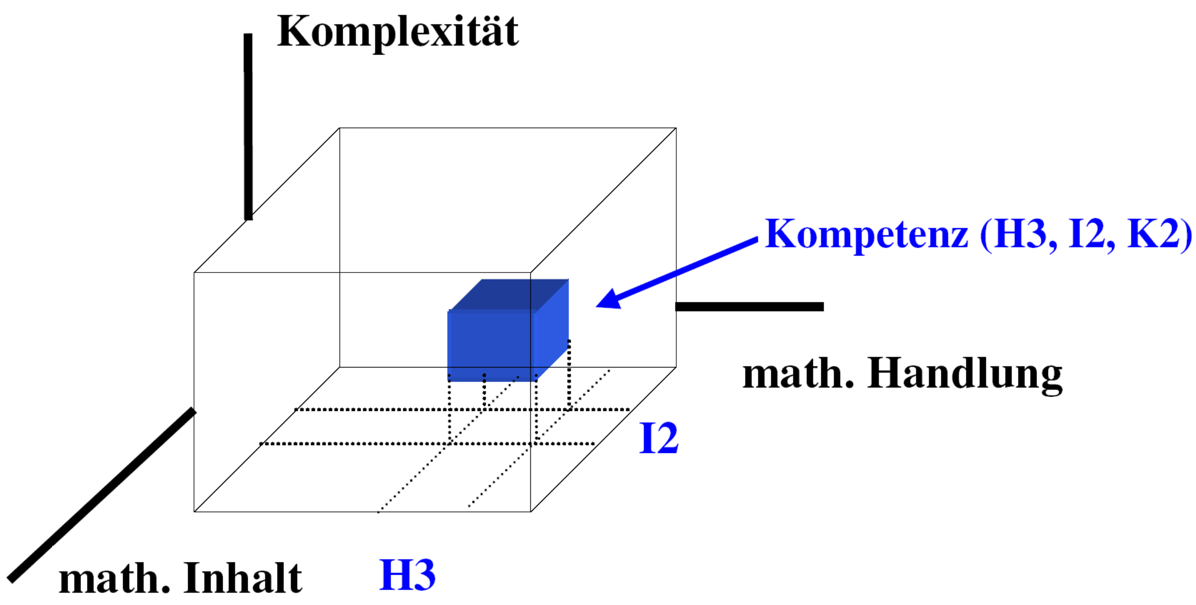


Abb. 1 (siehe [1], S. 9)

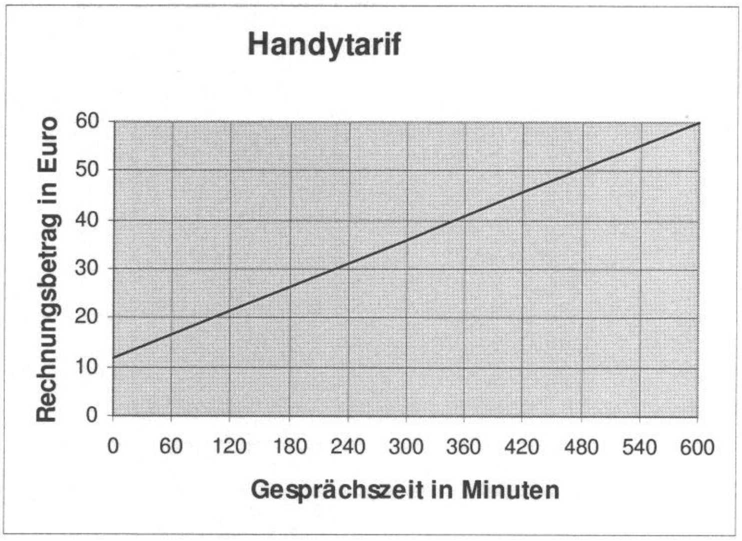
Durch ein *Tripel*, bestehend aus einem bestimmten Handlungs-, Inhalts-, und Komplexitätsbereich, beispielsweise (H3, I2, K2), wird eine spezifische mathematische Kompetenz charakterisiert und definiert, siehe Abbildung 1.

Im Tripel (H3, I2, K2) kann beispielsweise eine spezifische Kompetenz charakterisiert und definiert werden, die für die Fähigkeit zur Interpretation (Handlungsbereich H3) von mathematischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge (Inhaltsbereich I2), wobei zwischen mehreren Begriffen, Darstellungen, Sätzen, Verfahren oder von verschiedenen mathematischen Tätigkeiten in geeigneter Weise eine Verbindung hergestellt werden muss (Komplexitätsbereich K2), steht (siehe [1], S. 12ff.).

Als exemplarische Aufgabe zur Überprüfung dieser spezifischen Kompetenz wäre Aufgabe 20 aus dem Aufgabenpool der Bildungsstandards zu nennen (siehe [1], S. 59f.):

Handytarif

Eine Telefongesellschaft bietet einen neuen Handytarif an. Man kann den Rechnungsbetrag für einen Monat aus untenstehender Grafik (ungefähr) ablesen.



Aufgabe: Wie viel beträgt die Gesprächsgebühr pro Minute?

Lösung: Die Gesprächsgebühr beträgt € …………… pro Minute.

Abb. 2 (siehe [1], S. 59)

In dieser Aufgabe müssen die Schülerinnen und Schüler die Gesprächsgebühr pro Minute als Steigung der eingezeichneten Gerade interpretieren, wofür sie aus der graphischen Darstellung eines mathematischen Zusammenhangs zwei Wertepaare ablesen und diese deuten müssen (Handlungsbereich H3). Inhaltlich gesehen geht es um die graphische Darstellung einer linearen Funktion (Inhaltbereich I2). Außerdem müssen die Schülerinnen und Schüler zwei Punktinformationen in Verbindung bringen und mathematische Berechnungen durchführen (Komplexitätsbereich K2) (siehe [1], S. 60).

Zu betonen bleibt, dass eine Kompetenz, graphisch dargestellt als Punkt („Tripel“) im Raum, nicht durch eine einzelne Aufgabe abgedeckt und überprüft werden kann. Vielmehr soll durch die (Beispiel-)Aufgaben exemplarisch das mathematische Kompetenzmodell konkretisiert und veranschaulicht werden.

2.1.4 Mathematische Standards für die 8. Schulstufe

(Siehe [1], S. 10ff.)

2.1.4.1 Handlungsbereiche

- H1 Darstellen, Modellbilden
- H2 Rechnen, Operieren
- H3 Interpretieren
- H4 Argumentieren, Begründen

H1 Darstellen, Modellbilden

Darstellen meint die Übertragung gegebener mathematischer Sachverhalte in eine (andere) mathematische Repräsentation bzw. Repräsentationsform.
Modellbilden erfordert, über das Darstellen hinaus, in einem gegebenen Sachverhalt die relevanten mathematischen Beziehungen zu erkennen (um diese dann in mathematischer Form darzustellen), allenfalls Annahmen zu treffen, Vereinfachungen bzw. Idealisierungen vorzunehmen u. Ä.

Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.:

- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- einen gegebenen mathematischen Sachverhalt in eine andere Darstellungsform (tabellarisch, grafisch, symbolisch/Rechnersyntax) übertragen; zwischen Darstellungen oder Darstellungsformen wechseln
- Zeichnungen (mit Lineal oder Freihandskizze) einfacher geometrischer Figuren und Körper anfertigen

- problemrelevante mathematische Zusammenhänge identifizieren und mathematisch darstellen
- geeignete mathematische Mittel (Begriffe, Modelle, Darstellungsformen, Technologien) und Lösungswege auswählen
- aus bekannten (z. B. auch elektronisch verfügbaren) mathematischen Modellen neue Modelle entwickeln (modulares Arbeiten)

H2 Rechnen, Operieren

Rechnen im engeren Sinn meint die Durchführung elementarer Rechenoperationen mit konkreten Zahlen, Rechnen in einem weiteren Sinn meint die regelhafte Umformung symbolisch dargestellter mathematischer Sachverhalte.
Operieren meint allgemeiner und umfassender die Planung sowie die korrekte, sinnvolle und effiziente Durchführung von Rechen- oder Konstruktionsabläufen und schließt z. B. geometrisches Konstruieren oder auch das Arbeiten mit bzw. in Tabellen und Grafiken mit ein. Rechnen/Operieren schließt immer auch die verständige und zweckmäßige Auslagerung operativer Tätigkeiten an die verfügbare Technologie mit ein.

Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.:

- elementare Rechenoperationen durchführen, potenzieren, Wurzel ziehen
- Maßeinheiten umrechnen
- in Terme und Gleichungen (Formeln) Zahlen einsetzen, Werte berechnen
- Terme, Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen umformen
- Gleichungen und Ungleichungen lösen
- Ergebnisse abschätzen, sinnvoll runden, näherungsweise rechnen
- mit und in Tabellen oder Grafiken operieren
- elementare geometrische Konstruktionen durchführen

H3 Interpretieren

Interpretieren meint, aus mathematischen Darstellungen Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte erkennen und darlegen sowie mathematische Sachverhalte und Beziehungen im jeweiligen Kontext deuten.

Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.:

- Werte aus Tabellen oder grafischen Darstellungen ablesen, sie im jeweiligen Kontext deuten
- tabellarisch, grafisch oder symbolisch gegebene Zusammenhänge beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten
- Zusammenhänge und Strukturen in Termen, Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen erkennen, sie im Kontext deuten
- mathematische Begriffe oder Sätze im jeweiligen Kontext deuten
- Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten
- tabellarische, grafische oder auch symbolische Rechnerdarstellungen angemessen deuten
- zutreffende und unzutreffende Interpretationen erkennen

H4 Argumentieren, Begründen

Argumentieren meint die Angabe von mathematischen Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/Entscheidung sprechen. Argumentieren erfordert eine korrekte und adäquate Verwendung mathematischer Eigenschaften/Beziehungen, mathematischer Regeln sowie der mathematischen Fachsprache.

Begründen meint die Angabe einer Argumentation(skette), die zu bestimmten Schlussfolgerungen/Entscheidungen führt.

Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.:

- mathematische Argumente nennen, die für oder gegen die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs, eines Modells oder einer Darstellung(sform), für oder gegen einen bestimmten Lösungsweg bzw. eine bestimmte Lösung, für oder gegen eine bestimmte Interpretation sprechen
- die Entscheidung für die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs, eines Modells, eines Lösungsweges, für eine Darstellung(sform), eine bestimmte Lösung oder eine bestimmte Sichtweise/Interpretation argumentativ belegen
- mathematische Vermutungen formulieren und begründen (aufgrund deduktiven, induktiven oder analogen Schließens)
- mathematische Zusammenhänge (Formeln, Sätze) herleiten oder beweisen
- zutreffende und unzutreffende mathematische Argumentationen bzw. Begründungen erkennen; begründen, warum eine Argumentation oder Begründung (un-)zutreffend ist

2.1.4.2 Inhaltsbereiche

- I1 Zahlen und Maße
- I2 Variable, funktionale Abhängigkeiten
- I3 Geometrische Figuren und Körper
- I4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen

I1 Zahlen und Maße

Lehrplanbezug

Folgende Themengebiete sieht der Lehrplan im Bereich „Arbeiten mit Zahlen und Maßen“ für die Sekundarstufe I vor (siehe [5], S. 4ff.):

- Umgang mit natürlichen Zahlen
- Rechnen mit Maßen und Umwandlungen
- Darstellung in Dezimal- und Bruchschreibweise, sowie die eine Darstellung in die andere überführen können
- Rechnen mit rationalen Zahlen und die dafür notwendigen Regeln wissen und anwenden können
- rationale Zahlen in verschiedenen Formen deuten können, sowie deren Darstellung im Koordinatensystem
- Rechnen mit Brüchen und die Rechenregeln dafür begründen können
- grundlegende Sicherheit im Kopfrechnen gewinnen
- Kenntnisse über Umkehroperationen
- Regeln über die Reihenfolge von Rechenoperationen, einschließlich der Klammerregeln anwenden können
- Teilbarkeitsregeln kennen und anwenden können
- Rechnen mit Prozenten
- Maße verwenden und Umwandlungen durchführen können
- Verkettung der vier Grundrechnungsarten und die daraus entstehenden Terme berechnen können
- Potenzschreibweise kennen und anwenden können, sowie Zahlen unter der Verwendung von Zehnerpotenzen darstellen können

Bildungsstandards
Verschiedene Zahlen und Maße (insbesondere auch in lebenspraktischen Anwendungen)

konkret:

- natürliche, ganze, rationale und irrationale Zahlen
- Bruch- und Dezimaldarstellung rationaler Zahlen; Potenzschreibweise (mit ganzzahligen Exponenten), Wurzeln
- Rechenoperationen, Rechengesetze und -regeln
- Anteile, Prozente, Zinsen
- Maßeinheiten (für Längen, Flächeninhalte, Volumina, Massen, Zeiten und zusammengesetzte Größen)

Verglichen mit dem Lehrplan fehlen in den Bildungsstandards folgende Themengebiete:

- Kopfrechnen
- Teilbarkeitsregeln

I2 Variable, funktionale Abhängigkeiten

Lehrplanbezug

Folgende Themengebiete sieht der Lehrplan im Bereich „Arbeiten mit Variablen“ für die Sekundarstufe I vor (siehe [5], S. 5ff.):

- mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben können
- Lösungen einfacher linearer Gleichungen mit einer Unbekannten unter der Verwendung von Umkehroperationen finden und lösen können
- Gleichungen und Formeln aufstellen, anwenden und interpretieren können, auch in Sachsituationen und in der Geometrie, sowie graphische Darstellungen nutzen können
- Formeln (bzw. Terme) umformen und durch Rechenregeln begründen können
- mit einfachen Potenzen arbeiten können
- Sicherheit beim Arbeiten mit Variablen, Termen, Formeln und Gleichungen steigern
- mit einfachen Bruchtermen arbeiten
- lineare Gleichungen mit zwei Variablen sowohl graphisch darstellen, als auch ein lineares Gleichungssystem mittels eines geeigneten Verfahrens lösen können
- durch das Arbeiten mit funktionalen Abhängigkeiten einen intuitiven Funktionsbegriff erarbeiten

Bildungsstandards

Variable, Terme und (Un-)Gleichungen; verschiedene Darstellungen funktionaler Zusammenhänge

konkret:

- Variable und Terme
- einfache Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen
- lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen
- verbale, tabellarische, grafische und symbolische Darstellung funktionaler Zusammenhänge; lineare Funktionen; direkte und indirekte Proportionalität

Verglichen mit dem Lehrplan fehlen in den Bildungsstandards diesbezüglich keine Themengebiete, aber und das gilt auch für die anderen Inhaltsbereiche, sind sie äußerst ungenau beschrieben.

I3 Geometrische Figuren und Körper

Lehrplanbezug

Folgende Themengebiete sieht der Lehrplan im Bereich „Arbeiten mit Figuren und Körpern" für die Sekundarstufe I vor (siehe [5], S. 5ff.):

- geometrische Figuren und Körper, sowie deren Eigenschaften erkennen und beschreiben können
- Kenntnisse über grundlegende geometrische Begriffe gewinnen
- Skizzen anfertigen können, sowohl von zweidimensionalen, als auch von dreidimensionalen Objekten
- Zeichengeräte zum Konstruieren verschiedener geometrischer Figuren anwenden können
- Maßstabszeichungen anfertigen und daraus Längen ermitteln können
- Formeln für Umfangs-, Flächen- und Volumsberechnungen für Rechtecke und Quader aufstellen, anwenden und begründen können
- Winkel skizzieren, einteilen und zeichnen können
- einfache symmetrische Figuren erkennen und herstellen können
- die wesentlichen Eigenschaften von Dreiecken, Vierecken und regelmäßigen Vielecken feststellen und diese konstruieren können
- erkennen von mehrdeutigen Angaben und der Nicht-Konstruierbarkeit eines Objektes

- kongruente Figuren erkennen, herstellen und beschreiben, sowie die Kongruenz begründen können, bzw. Vergrößern und Verkleinern von Objekten
- Eigenschaften von Strecken- und Winkelsymmetralen kennen und zur Konstruktion anwenden können
- Prismen und Pyramiden darstellen können, sowie deren Oberfläche, das Volumen und das Gewicht berechnen können
- Umkehraufgaben lösen können
- Anwendung des Lehrsatzes des Pythagoras für die Berechnung in ebenen Figuren, sowie eine seiner Begründungen verstehen
- Berechnungsmöglichkeiten mit Variablen darstellen
- Schranken für Umfang und Inhalt des Kreises angeben können
- Formeln für die Berechnung von Umfang und Flächeninhalt des Kreises wissen und anwenden können, sowie Formeln für die Länge eines Kreisbogens und für die Flächeninhalte von Kreisteilen herleiten und anwenden können
- Formeln für die Berechnung der Oberfläche und des Volumens von Drehzylindern und Drehkegeln sowie für die Kugel erarbeiten und nutzen können

Bildungsstandards

Grundlegende geometrische Begriffe; einfache geometrische Figuren und Körper, deren Eigenschaften und Darstellung (Zeichnung, Konstruktion)
konkret:

- Punkt, Gerade, Ebene; Strecke, Winkel; Parallele, Normale
- Symmetrie, Ähnlichkeit
- Dreiecke, Vierecke, Kreis
- Würfel, Quader, Prismen, Pyramiden, Zylinder, Kegel, Kugel
- Satz von Pythagoras
- Umfangs-, Flächen-, Oberflächen- und Volumsformeln

Verglichen mit dem Lehrplan fehlen in den Bildungsstandards eigentlich folgende Themengebiete:

- Skizzen anfertigen können
- Maßstabszeichnungen lesen und anfertigen können
- Darstellung von Berechnungsmöglichkeiten mit Variablen

Allerdings muss angemerkt werden, dass diese Tätigkeiten sinngemäß in den Handlungsbereichen H1 und H3 genannt werden. Eine entsprechende Spezifizierung ist dort aber nicht immer gegeben.

I4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen

Lehrplanbezug

Folgende Themengebiete sieht der Lehrplan im Bereich „Arbeiten mit Modellen, Statistik" für die Sekundarstufe I vor (siehe [5], S. 5ff.):

- direkte Proportionalitäten erkennen, entsprechende Fragestellungen finden und Berechnungen durchführen können
- Modelle mit realen Gegebenheiten vergleichen, sowie grundlegende Überlegungen zur Sinnhaftigkeit von Modellen für die Praxis anstellen
- Tabellen und graphische Darstellungen zum Erfassen von Datenmengen verwenden können
- charakteristische Kennzeichen von indirekten und direkten Proportionalitäten an Beispielen angeben können, einfache Fragestellungen dazu formulieren und sie graphisch darstellen und lösen können, sowie Fragen zu sinnvollen Anwendungsbereichen für solche Proportionalitäten stellen
- relative Häufigkeiten ermitteln können, entsprechende graphische Darstellungen lesen, anfertigen und kritisch betrachten können, sowie Manipulationsmöglichkeiten erkennen
- (lineare) Wachstums- und Abnahmeprozesse mit verschiedenen Annahmen untersuchen können
- funktionale Abhängigkeiten erkennen, untersuchen, formelmäßig und graphisch darstellen
- Untersuchen und Darstellen von Datenmengen unter Verwendung statistischer Kennzahlen

Bildungsstandards

Tabellarische und grafische Darstellungen statistischer Daten; Zentralmaße und Streuung; konkret:

- tabellarische Darstellung statistischer Daten
- Stabdiagramm, Kreisdiagramm, Streifendiagramm, Piktogramm, Liniendiagramm; Streudiagramm

- absolute und relative Häufigkeiten
- arithmetisches Mittel, Median, Quartile
- Spannweite, Interquartilabstand

Verglichen mit dem Lehrplan fehlen in den Bildungsstandards folgende Themengebiete:

- Interpretation, Kritik, sowie Vor- und Nachteile von Darstellungen: gehören zu H3 bzw. H4
- lineare Wachstums- und Abnahmeprozesse: diese werden wohl unter I2 fallen.

Wie bereits erwähnt sind die Bildungsstandards äußerst ungenau beschrieben. Es wird dabei auf nichts konkret eingegangen, so dass sie sehr weitläufig interpretierbar sind. Dadurch ist es auch nicht ersichtlich, was unsere Schülerinnen und Schüler tatsächlich beherrschen sollen. Wenn nicht genau definiert ist, was gelehrt werden soll, wird eine einheitliche Überprüfung der Bildungsstandards inpraktikabel sein, denn allgemein formulierte Themengebiete werden von jeder Lehrperson anders interpretiert und jede/jeder Lehrerin/Lehrer wird ihren/seinen Schwerpunkt anders setzen. Gerade die Bildungsstandards sollen doch angeben, über welche fachbezogenen Fähigkeiten (Kompetenzen) Schülerinnen und Schüler verfügen sollen bzw. welche sie entwickelt haben sollen. Wenn diese aber nicht genau festgelegt werden, sondern beliebig und individuell auslegbar sind, kann eine empirische Überprüfung nicht ergeben, ob die festgelegten Bildungsstandards von den Schülerinnen und Schülern erreicht wurden, da ein schulspezifischer, geschweige denn ein landesweiter Vergleich nicht möglich ist. Hier werden wohl erst die ersten Testungen zeigen, welche Fähigkeiten konkret in den Inhaltsbereichen erwartet werden.

2.1.4.3 Komplexitätsbereiche

- K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und Fertigkeiten
- K2 Herstellen von Verbindungen
- K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren

K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und Fertigkeiten

Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten meint die Wiedergabe oder direkte Anwendung von grundlegenden mathematischen Begriffen, Sätzen, Verfahren und Darstellungen. In der Regel ist nur reproduktives mathematisches Wissen und Können oder die aus dem Kontext unmittelbar erkennbare direkte Anwendung von mathematischen Kenntnissen bzw. Fertigkeiten geringer Komplexität erforderlich.

K2 Herstellen von Verbindungen

Das Herstellen von Verbindungen ist erforderlich, wenn der mathematische Sachverhalt und die Problemlösung komplexer sind, sodass mehrere Begriffe, Sätze, Verfahren, Darstellungen bzw. Darstellungsformen (aus verschiedenen mathematischen Gebieten) oder auch verschiedene mathematische Tätigkeiten in geeigneter Weise miteinander verbunden werden müssen.

K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren

Reflektieren meint das Nachdenken über Zusammenhänge, die aus dem dargelegten mathematischen Sachverhalt nicht unmittelbar ablesbar sind. Reflektieren umfasst das Nachdenken über eine mathematische Vorgehensweise (Lösungsweg/Lösung, Alternativen), über Vor- und Nachteile von Darstellungen/Darstellungsformen bzw. über mathematische Modelle (Modellannahmen, Idealisierungen, Aussagekraft, Grenzen des Modells, Modellalternativen) im jeweiligen Kontext sowie das Nachdenken über (vorgegebene) Interpretationen, Argumentationen oder Begründungen.

Reflexionswissen ist ein anhand entsprechender Nachdenkprozesse entwickeltes Wissen über Mathematik. Reflexion(swissen) kann in vielfältiger Weise sichtbar werden: durch Dokumentation von Lösungswegen, durch entsprechende Entscheidungen, oft aber auch durch entsprechende Argumentationen und Begründungen.

2.2 Testverfahren

2.2.1 Wie / Wann wird getestet?

2.2.1.1 Baseline-Testung

Im Frühjahr 2009 wurde in der achten Schulstufe eine so genannte „Baseline-Testung“ durchgeführt, die dem Zweck einer „*objektiven Feststellung des Ist-Standes vorhandener Kompetenzen bei den Schülerinnen und Schülen der 8. Schulstufe*“ dient, (siehe [9], S. 7), und als Vergleichsrahmen für die zukünftigen Standardüberprüfungen herangezogen wird (siehe [11], S. 2). Für die Baseline-Testung wurde eine repräsentative Stichprobe von insgesamt 205 Schulen mit 10.843 Schülerinnen und Schülern ausgewählt, siehe [10], deren Ergebnisse als Vergleichsbasis für die ab dem Schuljahr 2011/2012 regelmäßig stattfindenden und seit Juli

2008 durch den österreichischen Nationalrat gesetzlich verankerten Standardüberprüfungen dienen (siehe S. 11). Zusätzlich ermöglicht die Baseline-Testung Erfahrungen zu sammeln, um allfällige Adaptierungen in Bezug auf den Testablauf und die Rückmeldungen zu unternehmen (siehe [9], S. 7).

Die Ziele der Baseline-Testung sind, wie die der Bildungsstandards auch, auf eine „*langfristige Qualitätssicherung und Qualitätsentwicklung im österreichischen Schulwesen ausgerichtet*“, siehe [10], und geben Informationen zu den folgenden Fragestellungen, siehe [10]:

- *Welchen Kompetenzstand haben die Schüler/innen in den Fächern Englisch, Deutsch und Mathematik?*
- *Wie können den Schulen möglichst "faire und informative Vergleiche" rückgemeldet werden, um die Schulentwicklungsprozesse zu fördern? Unter fairen Vergleichen versteht man den Vergleich von tatsächlich Vergleichbarem, wie z. B. Schulen desselben Typs und ähnlicher Voraussetzungen (städtisch, ländlich, an der Peripherie von Großstädten, mit niedrigem/hohem Migrantenanteil etc.).*
- *Verändern sich durch die Einführung von Standards die Ergebnisorientierung bzw. die pädagogische Praxis des täglichen Unterrichts?*
- *Verändern sich wesentliche schulische Kontexte/Rahmenbedingungen und damit die erzielten Leistungen der Schüler/innen?*
- *Wie wirkt sich die Einführung von Standards in Schulen in ganz unterschiedlicher Situation aus?*

Wichtig für die Baseline-Testung, wie auch für die zukünftigen Standardüberprüfungen, ist die Anonymität. Da bei der Baseline-Testung ausschließlich indirekt personenbezogene Daten erhoben wurden, die nicht auf eine bestimmte Person rückführbar sind und auch alle Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter der BIFIE (Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens, welches mit der Durchführung der Erhebungen zu den Bildungsstandards vom Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur beauftragt wurde) per BIFIE-Gesetz zur absoluten Verschwiegenheit verpflichtet sind, kann ein sorgfältiger und sensibler Umgang mit den Daten gewährleistet werden (siehe [9], S. 7 und [10]).

Bei der Baseline-Testung für Mathematik hatten die Schülerinnen und Schüler 90 Minuten Zeit (mit einer Pause von 10 Minuten), um ein Testheft, von dem es auch mehrere Parallelformen gab, zu bearbeiten. Als Antwortformate gab es am häufigsten Multiple-Choice, aber auch offene und halboffene Antwortformate (siehe [9], S. 8 und [10]). Die Verarbeitung der in den Tests gewonnenen Daten der Multiple-Choice-Formate und Zahlenangaben wurden eingescannt und elektronisch weiterverarbeitet, wohingegen offene bzw. halboffene Antwortformate erst von externen und eigens ausgebildeten Expertinnen und Experten beurteilt und dann elektronisch weiterverarbeitet wurden (siehe [9], S. 8 und [10]).

Die Rückmeldung der Schülerinnen- und Schüler-Leistung basiert auf der so genannten Rasch-Skalierung, einer 500er-Metrik. Diese setzt den Erwartungswert (theoretischer Durchschnittswert) der Schülerinnen und Schüler in allen drei Testfächern auf 500 bei einer Standardabweichung von 100. Diese Punkteskala ermöglicht es die Leistungen der Schülerinnen und Schüler in verschiedenen Fächern, Klassen oder Schulen hinsichtlich eines Leistungsprofils zu vergleichen. Außerdem erlaubt die 500er-Metrik näherungsweise eine Vergleichbarkeit mit Prozenträngen. Das bedeutet 500 Punkte entsprechen einem Prozentrang von 50, d.h. dass 50 % der Schülerinnen und Schüler mit mindestens oder mehr als 500 Punkten und 50 % der Schülerinnen und Schüler mit weniger als 500 Punkten abschneiden. Weitere Beispiele: 600 Punkte entsprechen einem Prozentrang von 84, sodass 84 % der Schülerinnen und Schüler weniger als 600 und 16 % mehr als 600 Punkte erreichen. 400 Punkte entsprechen etwa einem Prozentrang von 16, sodass 16 % der Schülerinnen und Schüler weniger als 400 und 84 % mehr als 400 Punkte erreichen:

$\mathrm{P}(X < 400) = \Phi\left(\frac{400-500}{100}\right) = \Phi(-1) = 1 - \Phi(1) = 1 - 0{,}84134 \approx 0{,}16$, wobei X die erreichte Punkteanzahl auf einer zufällig herausgegriffenen ausgefüllten Testung bedeutet.

Die 500-Metrik ist nach oben und unten offen, wobei nur Punktewerte von 200 bis 700 rückgemeldet werden.

In Mathematik gab es bei der Baseline-Testung sechs verschiedene Testformen mit drei unterschiedlichen Schwierigkeitsniveaus und je einer Parallelform. Die Testformen 1 und 2 wurden für die AHS bzw. erste Leistungsgruppe HS, die Testformen 3 und 4 für die zweite Leistungsgruppe HS und die Testformen 5 und 6 für die dritte Leistungsgruppe HS verwendet. Alle Testhefte hatten gleich viele Aufgaben mit unterschiedlicher Gewichtung an Itemschwierigkeiten, je nach Schwierigkeitsniveau. In Mathematik gehen die vier Handlungsdimensionen gleichgewichtet in das Gesamtergebnis ein.

2.2.1.2 Die Standardüberprüfungen

Wie bereits erwähnt wurden im Juli 2008 vom österreichischen Nationalrat die Bildungsstandards gesetzlich verankert, welche ab dem Schuljahr 2011/2012 periodisch anhand von Standardüberprüfungen für die achte Schulstufe in den Gegenständen Deutsch, Englisch und Mathematik stattfinden (siehe S. 11).

„§ 4. (1) An öffentlichen und mit dem Öffentlichkeitsrecht ausgestatteten Schulen (...) sind hinsichtlich der in § 1 Z 1 und 2 genannten Pflichtgegenstände und Schulstufen im Abstand von drei Jahren Standardüberprüfungen durchzuführen." (siehe [4], S. 2).

Die dabei gewonnenen Ergebnisse werden objektiv festgestellt und mit den festgelegten Standards verglichen. Speziell geschulte Testleiterinnen und Testleiter werden diese Überprüfungen durchführen, wobei im Gegenstand Mathematik ein schriftliches Testverfahren zum Einsatz kommt, siehe [12].

Als Ausgangsmessung für die Standardüberprüfungen dient die im Frühjahr 2009 an achten Schulstufen durchgeführte Baseline-Testung, deren Ergebnisse als Ausgangspunkt für die Beobachtung der Entwicklung der Schülerinnen- und Schülerleistungen dienen. Aufgrund der Erkenntnisse aus diesen Ausgangsmessungen wird die Dauer der ab Schuljahr 2011/2012 beginnenden periodisch stattfindenden Testungen festgelegt, siehe [12].

Die Rückmeldemodalitäten der Standardüberprüfung werden entsprechend der gesetzlichen Bestimmungen an dieselben Zielgruppen wie bei der Baseline-Testung gehen, also an die *Schulleitung*, *Landes*- und *Bezirksinspektorinnen* und *-inspektoren*, *Lehrerinnen* und *Lehrer*, sowie *Schülerinnen* und *Schüler*. Hinzu kommt allerdings, im Gegensatz zur Baseline-Testung, dass den an den Standardüberprüfung teilnehmenden Schulen eine Person (pro Fach) zur Seite gestellt wird, die bei der Interpretation der Ergebnisse der Standardüberprüfung helfen und die Schule so unterstützen soll. Auf der Basis der Auswertung der Standardüberprüfung sollen anschließend Maßnahmen zur Qualitätsentwicklung erfolgen können, sowohl bundes- und landesweit, als auch schulbezogen. Wie auch schon bei de Baseline-Testung wird auch bei der Standardüberprüfung großer Wert auf die Anonymität der Schülerinnen und Schüler gelegt, weshalb die erhaltenen Ergebnisse auch nicht in die Leistungsbeurteilung miteinfließen können und dürfen (siehe [9], S. 10f., [12] und [13]).

2.2.2 Rückmeldemodalität

Die Rückmeldung der Ergebnisse der Baseline-Testung, wie auch dann der Standardüberprüfung ab dem Schuljahr 2011/2012, erfolgt an verschiedene Zielgruppen in unterschiedlichen Formen (siehe [9], S.10ff.).

Schulleiterinnen und *Schulleiter* erhalten nach der Baseline-Testung einen aus vier Teilen bestehenden Schulbericht samt Glossar, da bei dieser alle drei Fächern Deutsch, Englisch und Mathematik überprüft wurden. Zukünftig wird der Schulbericht nur aus zwei Teilen bestehen. Der *erste Teil* beinhaltet die Ergebnisse der jeweiligen Schule in den Fächern Deutsch, Englisch und Mathematik, dargestellt als Mittelwerte. Als Referenzwerte dienen der Österreich-Schnitt, der AHS-Schnitt, sowie der HS-Schnitt, wodurch schulartenübergreifende und schulartenspezifische Leistungsvergleiche und dadurch eine Erkenntnis über die Positionierung der eigenen Schule ermöglicht werden.

Um sich ein Bild über diese Rückmeldungen an die Schulen zu machen, gab das BIFIE im Jänner 2010 einen Musterbericht für Schulleitungen heraus, siehe [9].

Abbildung 3 (siehe S. 29) zeigt die fiktiven Ergebnisse einer Schule nach Fächern im Überblick. Das Symbol $\oplus$ markiert das Ergebnis der getesteten Schule und entspricht dem Punktemittelwert aller an dieser Schule getesteten Schülerinnen und Schüler. Die schwarze Linie, an deren linker Seite sich die österreichische Flagge befindet, zeigt den Durchschnitt aller in der Baseline-8-Studie getesteten Schülerinnen und Schüler (dieser beträgt immer 500, die Ergebnisse werden mit Hilfe der bereits erwähnten Rasch-Skalierung standardisiert, in der der Erwartungswert der getesteten Schülerinnen und Schüler auf 500, bei einer Standardabweichung von 100 gesetzt wird). Die strichlierte orange Linie (HS) entspricht dem Mittel der getesteten Hauptschülerinnen und Hauptschüler. Die strichlierte blaue Linie (AHS) markiert das Mittel der getesteten AHS-Schülerinnen und -Schüler. Die entsprechenden Punktewerte befinden sich unterhalb der Grafik in der Legende. In der letzten Zeile ist der *Prozentrang* der getesteten Schule zu finden, der Aufschluss über die Lage der getesteten Schule im Vergleich zu den anderen Schulen dergleichen Schulart gibt. Erreicht eine Schule beispielsweise den Prozentrang 85 in Mathematik, bedeutet dies, dass 85 % der in der Baseline getesteten Schulen derselben Schulart schlechter und 15 % besser als diese Schule abgeschnitten haben (siehe [9], S. 16f.).

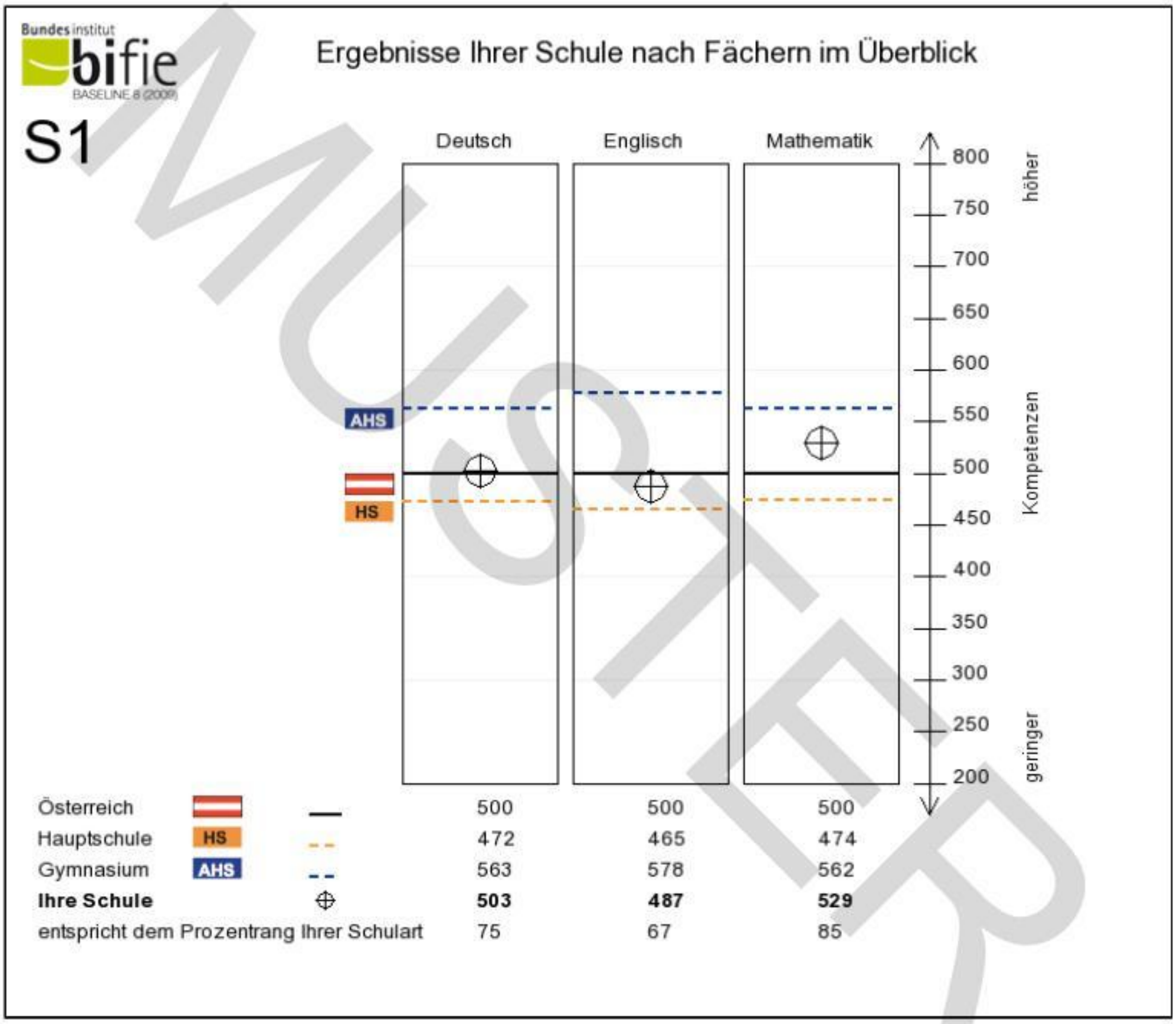


Abb. 3 (siehe [9], S. 16)

Außerdem beinhaltet dieser Teil einen *Erwartungsbereich* der Schule. Darunter versteht man einen errechneten Wert, der sich aus folgenden sieben Kontextvariablen errechnen lässt (siehe [14], S. 8):

- *Schulart (AHS/HS)*
- *Schulstandort (Gemeindegröße differenziert nach: weniger als 3 000 Einwohner, 3 00* [gemeint ist wohl 3001, Ergänzung von H. M.] *–10 000, 10 001–50 000, 50 001–500 000 und mehr als 500 000 Einwohner)*
- *Urbanisierungsgrad (Bevölkerungsdichte und Nähe zu einem städtischen Ballungsraum)*
- *Entfernung zur nächstgelegenen AHS*
- *Anteil der Schüler/innen mit → Migrationshintergrund*
- *Anteil von Mädchen und Burschen an der Schule*
- *sozioökonomischer Status der Eltern*

Aus diesem errechneten Wert entsteht nun durch die mit Unsicherheit behaftete Statistik der getesteten Schülerinnen und Schüler und den Prädikatoren auf Individual- und Schulebene der Erwartungsbereich.

Aus dem Vergleich von Schulen, die einander strukturell ähnlich sind (also mit ähnlichen Erwartungsbereichen), ergibt sich der sogenannte „*faire Vergleich*", siehe Abbildung 4, bei dem also sowohl Standortbedingungen, als auch andere wesentliche Einflussgrößen der Schülerinnen- und Schülerpopulation berücksichtigt werden, im Gegensatz zu den Mittelwerten vorher. Dadurch stellt der Erwartungsbereich, neben den Mittelwerten, eine weitere wesentliche Vergleichsgröße zur Standortbestimmung dar.

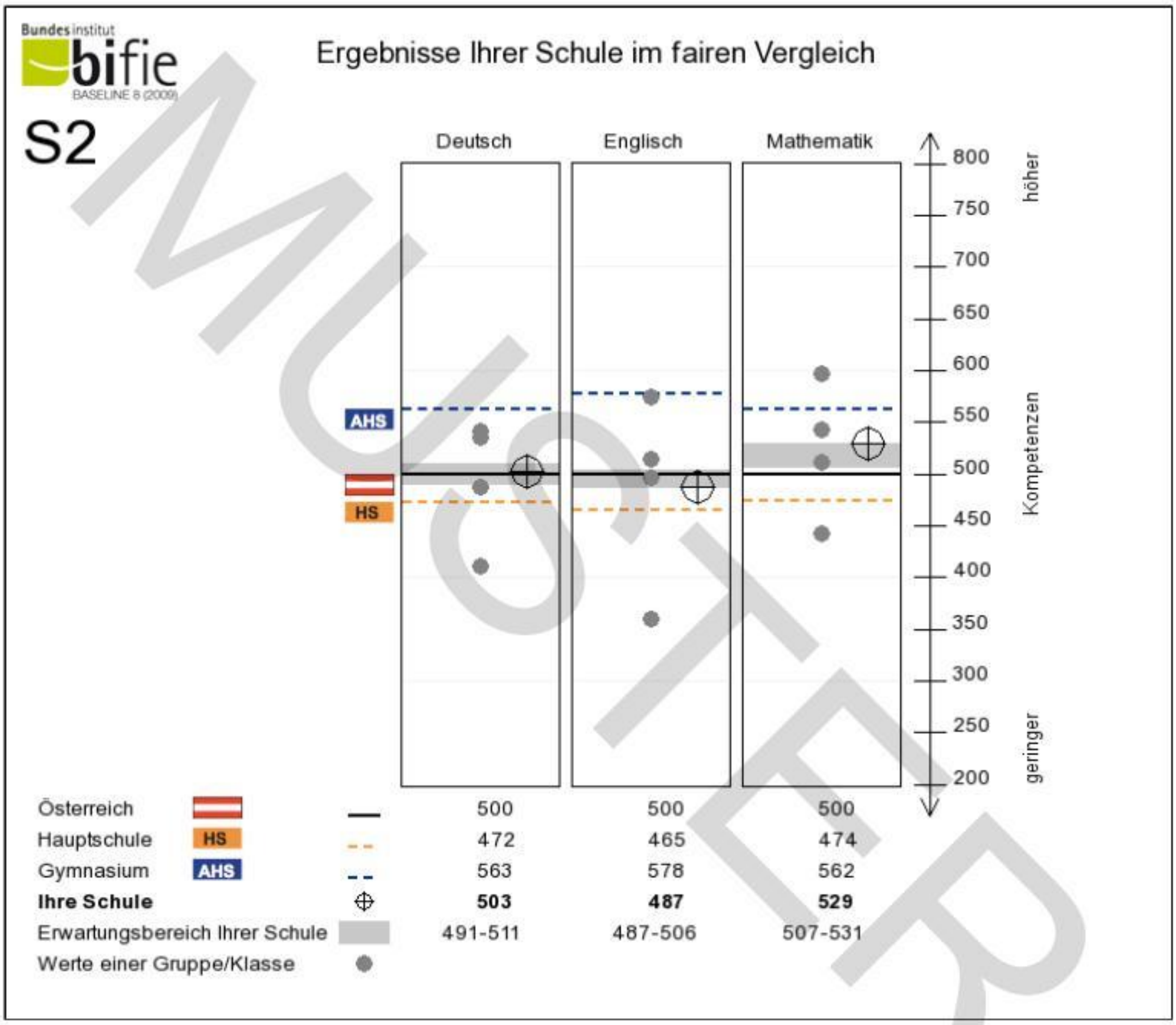


Abb. 4 (siehe [9], S. 18)

Zusätzlich beinhaltet diese Grafik graue Punkte, die die jeweiligen Mittelwerte der an dieser Schule getesteten Gruppen/Klassen repräsentieren.

Im Fokus dieser Grafik stehen also der Erwartungsbereich der Schule, der als grauer Balken ausgewiesen ist und schon vor der Testung feststeht, und die Ergebnisse der einzelnen Gruppen bzw. Klassen, die als graue Punkte aufgetragen sind (siehe [9], S. 18f.).

Zusätzlich beinhaltet der Schulbericht Detailinformationen zu den Ergebnissen der Schule nach *Geschlecht*, siehe Abbildung 5.

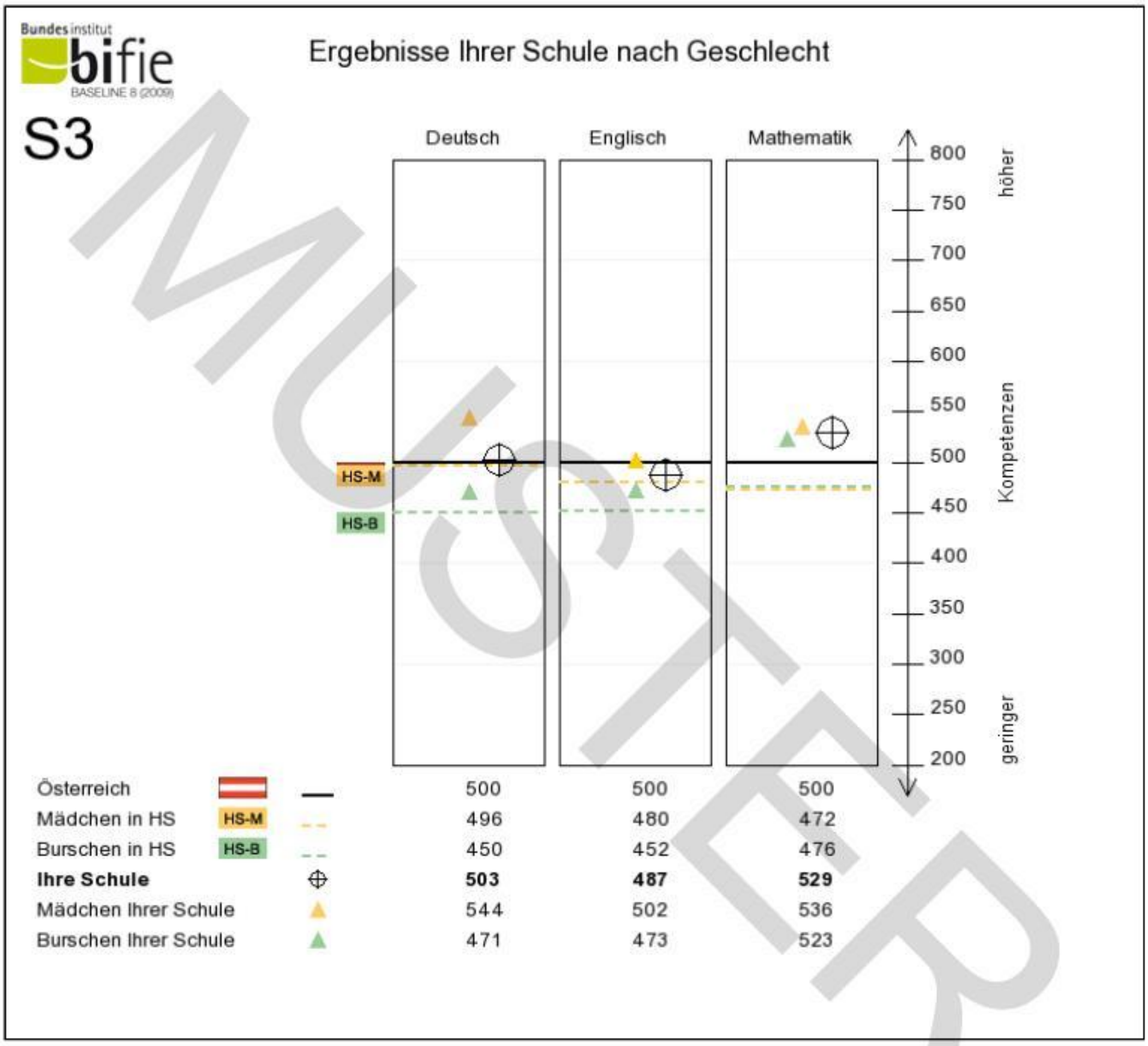


Abb. 5 (siehe [9], S. 20)

Die strichlierte gelbe Linie (HS-M) in Abbildung 5 entspricht dem Mittel aller Mädchen dieser Schulart. Die strichlierte türkise Linie (HS-B) markiert das Mittel aller Burschen dieser Schulart. Die gelben Dreiecke repräsentieren den von den Mädchen der getesteten Schule erreichten Durchschnittswert, während die türkisen Dreiecke jenen der Burschen dieser Schule abbilden. Die Grafik erlaubt den Vergleich zwischen den Leistungen der Mädchen und Burschen der getesteten Schule mit den durchschnittlichen Leistungen aller Schülerinnen und

Schüler dieser Schulart. Die Zuverlässigkeit des Vergleichs ist von der Richtigkeit der Angaben im Schülerfragebogen abhängig (siehe [9], S. 20f.).

Die nachstehende Grafik in Abbildung 6 gibt Datailinformationen bezüglich der *Herkunft* (Nationalität) der Schülerinnen und Schüler und erlaubt dadurch den Vergleich zwischen den Leistungen der Jugendlichen mit und ohne Migrationshintergrund der getesteten Schule mit den durchschnittlichen Leistungen der Schülerinnen und Schüler mit und ohne Migrationshintergrund dieser Schulart. Die Zuverlässigkeit des Vergleichs ist wieder von der Richtigkeit der Angaben im Schülerfragebogen abhängig (siehe [9], S. 22f.).

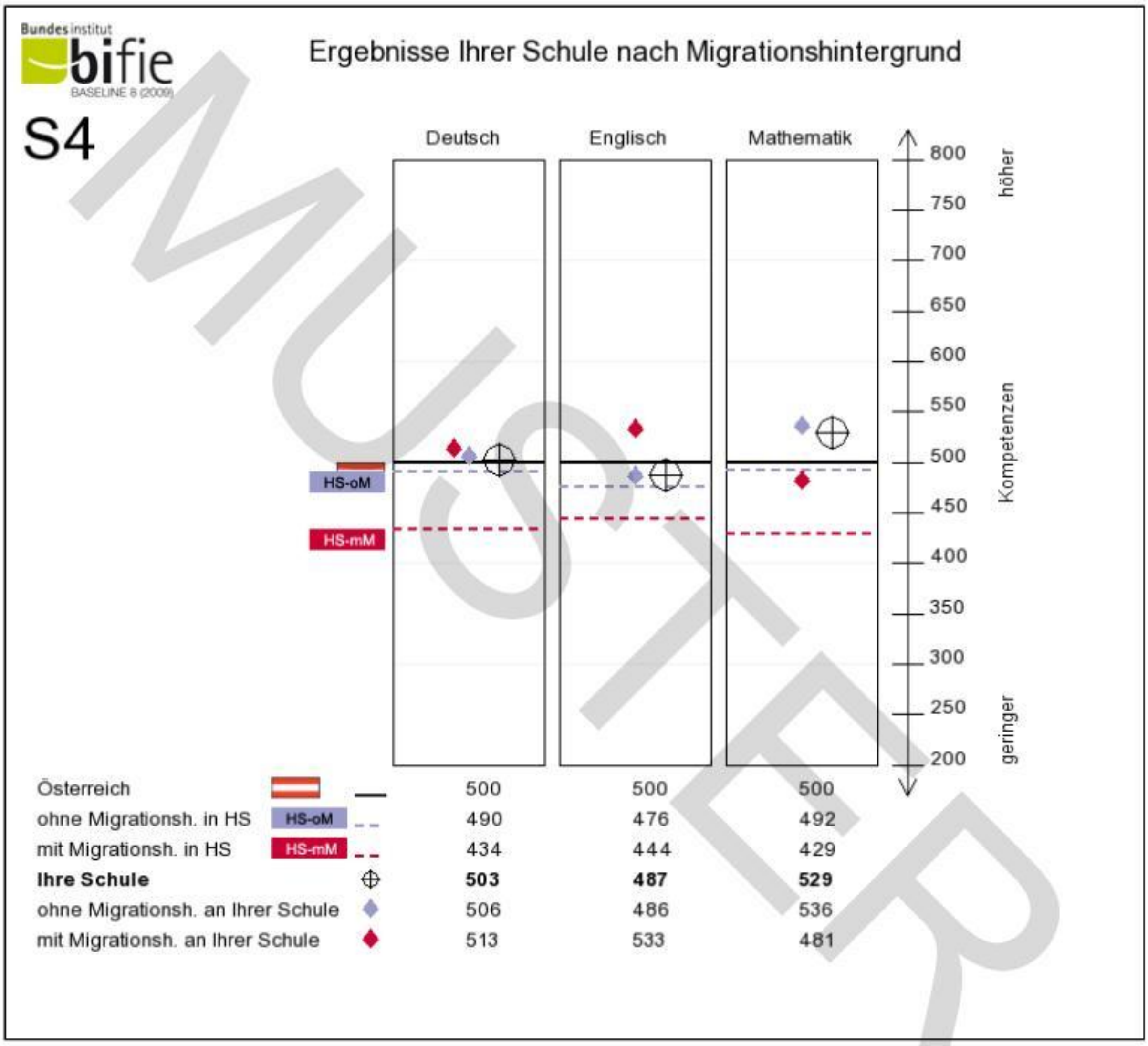


Abb. 6 (siehe [9], S. 22)

Die strichlierte lila Linie (HS-oM) in Abbildung 6 steht für das Mittel aller Schülerinnen und Schüler dieser Schulart ohne Migrationshintergrund (Einheimische). Die strichlierte rote Linie (HS-mM) stellt das Mittel aller getesteten Schülerinnen und Schüler dieser Schulart mit

Migrationshintergrund dar. Die lila Rauten repräsentieren den Mittelwert der Schülerinnen und Schüler der getesteten Schule ohne Migrationshintergrund, während die roten Rauten jenen der Schülerinnen und Schüler dieser Schule mit Migrationshintergrund abbilden. „*Die Definition des Begriffs Migrationshintergrund basiert auf den Richtlinien der OECD. Eine Schülerin/ein Schüler gilt demnach als Jugendliche/r mit Migrationshintergrund, wenn beide Elternteile im Ausland geboren wurden. Ist mindestens ein Elternteil in Österreich geboren, wird die/der Jugendliche als Einheimische/r (ohne Migrationshintergrund) bezeichnet.*“ (siehe [9], S. 23).

Auch eine Grafik für die Leistungen *der 10 % besten Schülerinnen und Schüler* in Deutsch, Englisch und Mathematik der jeweiligen Schule ist im Schulbericht enthalten, siehe Abbildung 7.

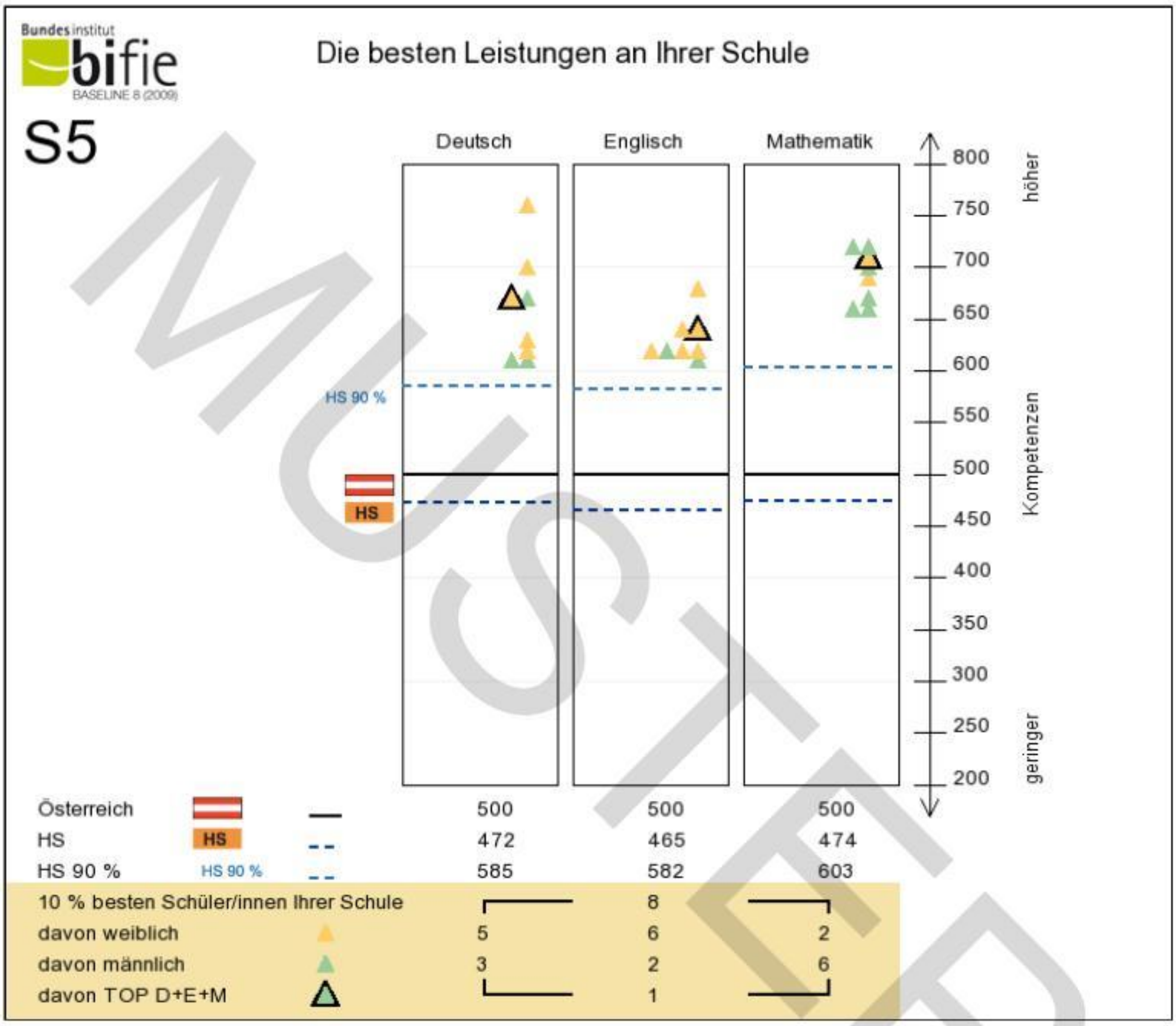


Abb. 7 (siehe [9], S. 24)

Die Dreiecke in Abbildung 7 repräsentieren *die 10 % besten* Schülerinnen und Schüler der getesteten Schule. Die gelben Dreiecke stehen für die Mädchen, die türkisen Dreiecke für die Burschen. Die mit einem schwarzen Rand versehenen Dreiecke repräsentieren jene Schülerinnen und Schüler, deren Ergebnisse in allen drei Testfächern zu den 10 % besten der Schule gehören.

Die strichlierte blaue Linie (HS) markiert den Mittelwert aller in der Baseline-8-Studie getesteten Hauptschülerinnen und Hauptschüler. Die blaue Linie (HS 90 %) zeigt, über welchem Wert die 10 % besten Schülerleistungen an den getesteten Hauptschulen liegen.
Die Tabelle unterhalb der Grafik zeigt auf, wie sich die 10 % besten Schülerinnen und Schüler dieser getesteten Schule in den einzelnen Fächern nach Geschlecht verteilen und wie viele Schülerinnen und Schüler in allen drei Testbereichen zu den 10 % Besten der Schule gehören (siehe [9], S. 24f.).

In den Teilen 2, 3 und 4 des Schulberichts bzgl. der Baseline-Testung werden getrennt nach Gegenständen *Schulmittelwerte* und *Mittelwerte aller an der Schule überprüften Klassen angegeben*, die auch Detailinformationen zu den Ergebnissen in den einzelnen Kompetenzbereichen enthalten, wodurch eine Stärken-Schwäche-Analyse ermöglicht wird, welche unter Umständen als Indikator für eine Schwerpunktsetzung im Unterricht dienen kann. Wie auch schon im ersten Teil gibt es auch in den Teilen 2, 3 und 4 Referenzwerte und Prozentränge, die einen Leistungsvergleich erlauben und Aufschlüsse über die Positionierung der eigenen Schule bzw. Klasse, sowohl schulartenübergreifend als auch schulartenspezifisch geben (siehe [9], S. 10ff.). In den zukünftigen Schulberichten werden die Teile 3 und 4 entfallen, da jedes Jahr nur ein Gegenstand getestet wird.

Die nachstehenden Abbildungen sollen veranschaulichen, wie die Leistungen der Schülerinnen und Schüler bzw. der gesamten Klassen im Fach Mathematik sowohl allgemein, als auch auf die Inhalts- bzw. Handlungsbereiche bezogen grafisch dargestellt ausschauen werden, basierend auf dem fiktiven Ergebnis des Musterberichts (siehe [9], S. 54ff.).

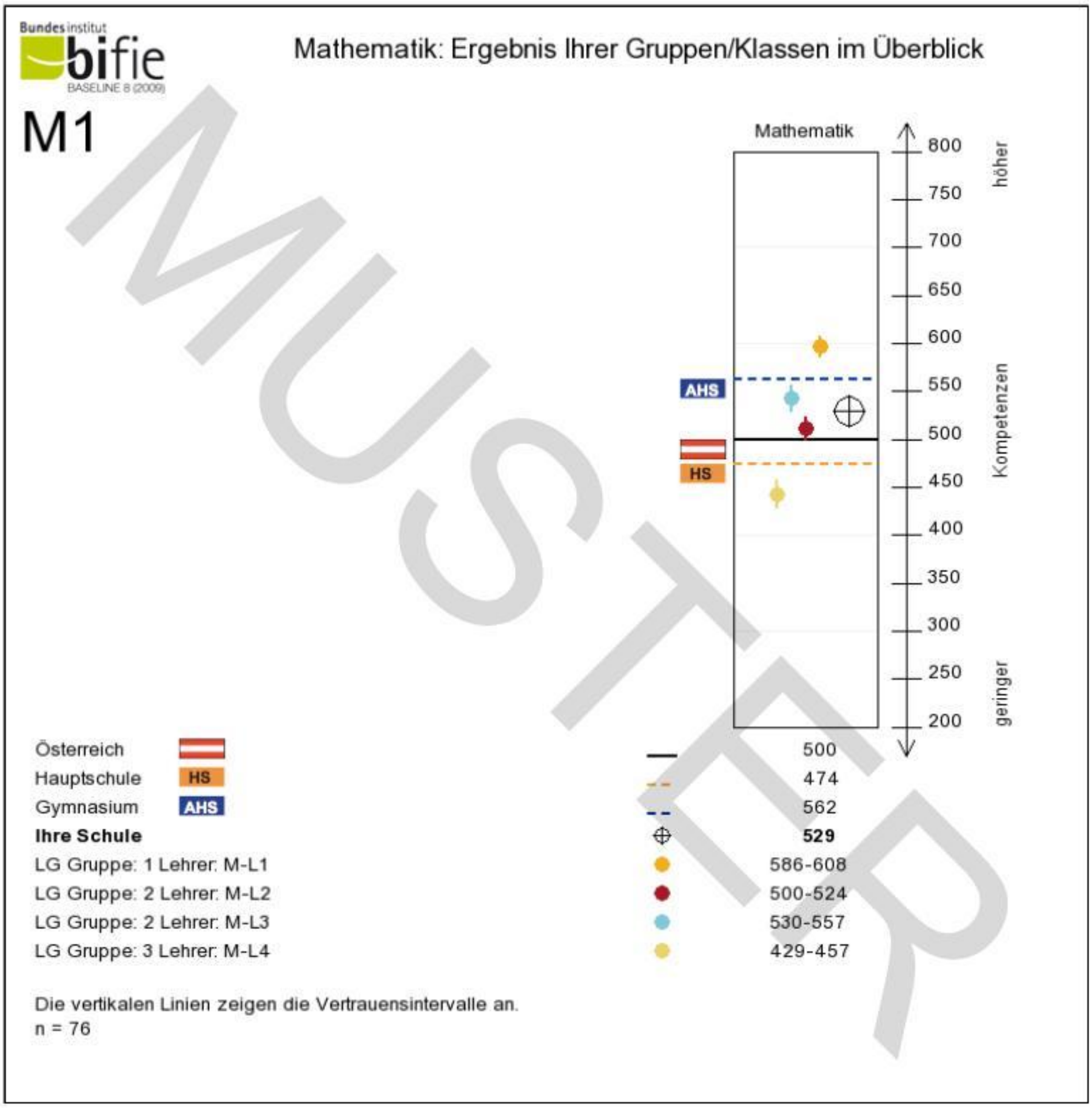


Abb. 8 (siehe [9], S. 54)

Das Symbol ⊕ in Abbildung 8 markiert das Ergebnis *der getesteten Schule* und entspricht dem Punktemittelwert aller an dieser Schule getesteten Schülerinnen und Schüler. Die schwarze Linie an deren linker Seite sich die österreichische Flagge befindet, zeigt den Durchschnitt aller in der Baseline-8-Studie getesteten Schülerinnen und Schüler. Die strichlierte orange Linie (HS) entspricht dem Mittel der getesteten Hauptschülerinnen und Hauptschüler. Die strichlierte blaue Linie (AHS) markiert das Mittel der getesteten AHS-Schülerinnen und -Schüler. Die Farbpunkte repräsentieren *die getesteten Gruppen* bzw. *Klassen* der getesteten Schule. Die Punkte sind von vertikalen Linien durchlaufen, die das *Vertrauensintervall* markieren, also jenen Bereich, innerhalb dessen der erreichte Wert mit Wahrscheinlichkeit 90 % tatsächlich liegt. Gruppen/Klassen, deren Intervalle sich überschneiden, unterscheiden sich in ihrer Leistung nicht (signifikant) voneinander. Die entsprechenden Punktewerte und Intervalle, sowie die Anzahl der getesteten Schülerinnen und Schüler (*n*) in Mathematik befinden sich unter der Grafik (siehe [9], S. 54f.).

Anmerken möchte ich hier, dass es sich bei dem Vertrauensintervall eigentlich um einen Schätzbereich handelt. Das sogenannte Vertrauensintervall ist nämlich wie erwähnt der Bereich, innerhalb dessen das Testergebnis einer Gruppe/Klasse mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % liegt. „*Die Breite des Vertrauensintervalls beträgt auf Lerngruppenebene ca. 30 Punkte. Jedes Ergebnis einer Gruppe/Klasse ist mit einem Messfehler der Testung behaftet. Dieser Messfehler hängt einerseits von der Anzahl der Testaufgaben (Items) und andererseits von der Anzahl der Schüler/innen pro Gruppe/Klasse ab.*“ (siehe [14], S. 18).
Wie bereits erwähnt basiert die Rückmeldung auf der 500er-Metrik (Rasch-Skalierung), die den Erwartungswert der getesteten Schülerinnen und Schüler auf 500 setzt, bei einer Standardabweichung von 100.

Der gesuchte Schätzbereich lässt sich folgendermaßen berechnen:
$\mu = 500$, $\sigma = 100$
$P(\mu - z \cdot \sigma_{\bar{x}} \leq \bar{X} \leq \mu + z \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 2 \cdot \Phi(z) - 1 = 0{,}9$

$2 \cdot \Phi(z) - 1 = 0{,}9 \Rightarrow z = 1{,}645$
$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{100}{\sqrt{30}}$ (bei $n = 30$)
Die Breite des Schätzbereichs ist demnach folgendermaßen zu berechnen:
$2 \cdot z \cdot \sigma_{\bar{x}} = 2 \cdot 1{,}645 \cdot \frac{100}{\sqrt{n}}$. Für $n = 30$ ist $2 \cdot 1{,}645 \cdot \frac{100}{\sqrt{30}} \approx 60$.
Das ergibt eine Breite von ± 30.

n	Wert durch Formel	Wert vom BIFIE
10 (Lerngruppe)	+/- 52	+/- 15 oder +/- 30
20	+/- 37	+/- 11
30	+/- 30	
50	+/- 23	+/- 7
120	+/- 15	

Wie man sehen kann, weichen meine Berechnungen von den veröffentlichten Werten des BIFIE ab. Nachfragen haben gezeigt, dass sich die Abweichungen dadurch ergeben, dass einerseits mit der Standardabweichung von 100 gerechnet wird und andererseits mit dem

Standardfehler für jede Schülerin und jeden Schüler. Die Berechnung für die Schätzfehlervarianz des Mittelwertes ergibt sich aus dem mittleren quadrierten Standardfehler dividiert durch *n*. Das bedeutet, dass die Standardabweichung für jede Schülerin und jeden Schüler extra ermittelt (hängt v. a. von der Anzahl der Items ab) und über die jeweilige Lerngruppe gemittelt wird.

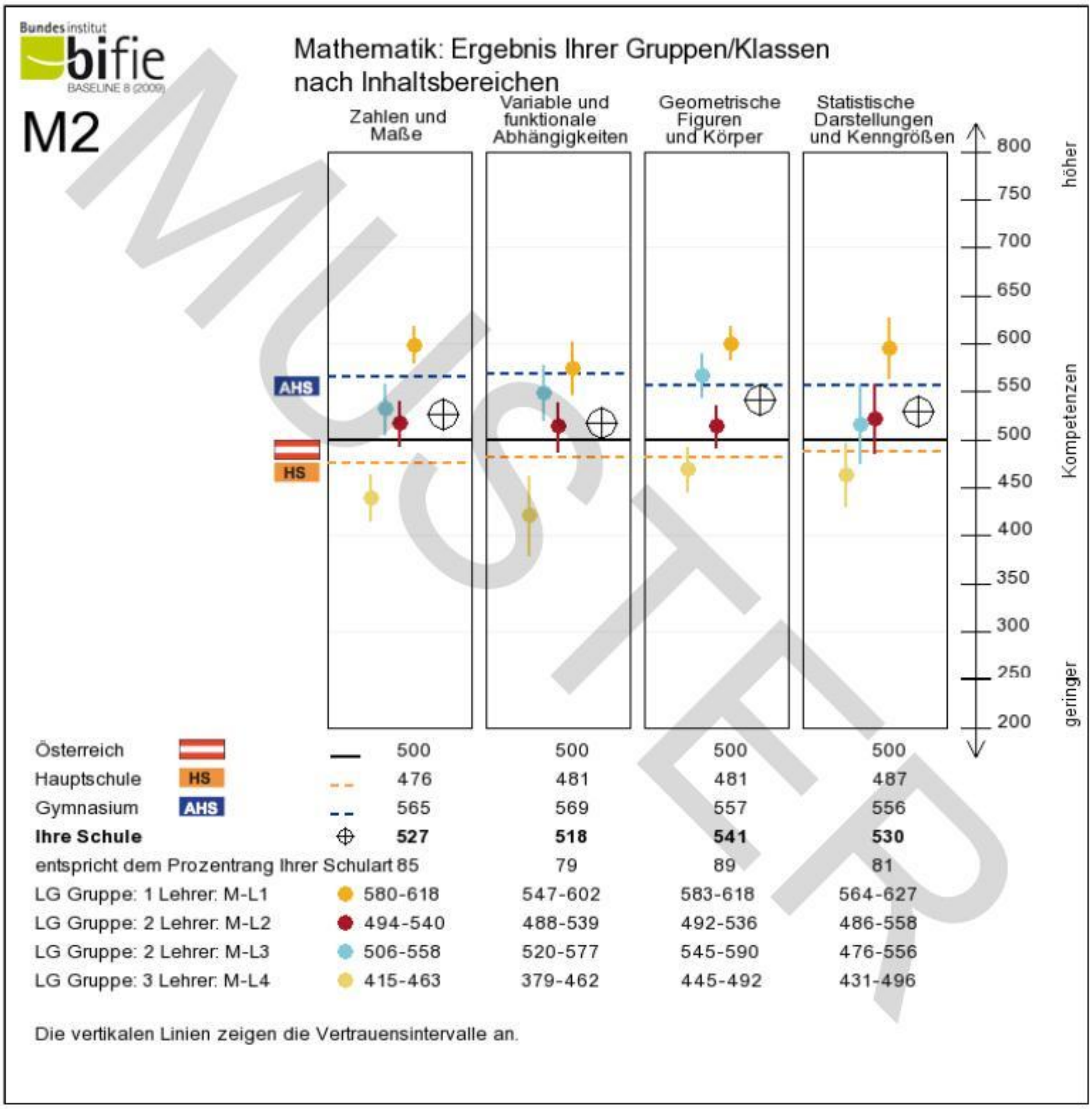
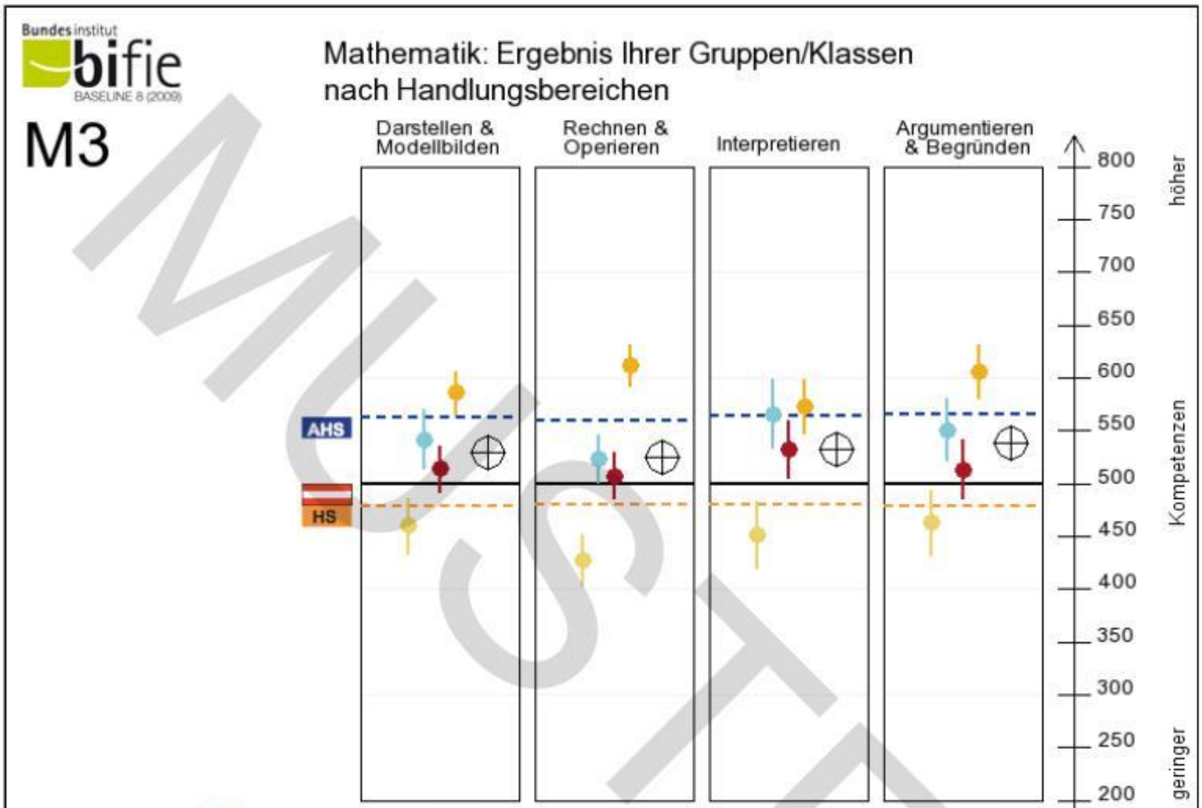


Abb. 9 (siehe [9], S. 56)

Die Grafik in Abbildung 9 zeigt das Ergebnis der getesteten Klassen bzw. Gruppen nach den vier *Inhaltsbereichen* „Zahlen und Maße“, „Variable, funktionale Abhängigkeiten“, „Geometrische Figuren und Körper“ sowie „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“. Zusätzlich ist unter der Grafik der jeweilige Prozentrang der getesteten Schule innerhalb der

Schulart ausgewiesen. Erreicht eine Schule beispielsweise in „Zahlen und Maße“ Prozentrang 85, dann bedeutet dies, dass 85 % aller getesteten Schulen derselben Schulart in Bezug auf diesen Inhaltsbereich schlechter und 15 % besser als die eigene Schule abgeschnitten haben (siehe [9], S. 56f.).

Weiters sind wieder die Vertrauensintervalle, diesmal berechnet für die einzelnen Inhaltsbereiche, für die einzelnen Klassen/Gruppen angegeben.



		Darstellen & Modellbilden	Rechnen & Operieren	Interpretieren	Argumentieren & Begründen
Österreich		500	500	500	500
Hauptschule	HS	478	480	480	478
Gymnasium	AHS	562	559	564	566
Ihre Schule		**530**	**525**	**533**	**538**
entspricht dem Prozentrang Ihrer Schulart		84	82	87	88
LG Gruppe: 1 Lehrer: M-L1		566-606	593-632	547-599	580-631
LG Gruppe: 2 Lehrer: M-L2		492-536	486-529	505-560	486-541
LG Gruppe: 2 Lehrer: M-L3		514-570	501-546	534-598	522-580
LG Gruppe: 3 Lehrer: M-L4		434-486	403-451	420-483	432-493

Die vertikalen Linien zeigen die Vertrauensintervalle an.

Abb. 10 (siehe [9], S. 58)

In Abbildung 10 zeigt die Grafik das Ergebnis der getesteten Klassen bzw. Gruppen nach den vier *Handlungsbereichen* „Darstellen, Modellbilden“, „Rechnen, Operieren“, „Interpretieren“

sowie „Argumentieren, Begründen“. Zusätzlich ist auch unter dieser Grafik der jeweilige Prozentrang der getesteten Schule innerhalb der Schulart ausgewiesen (siehe [9], S. 58f.), gleiches gilt für die Vertrauensintervalle, diesmal eben nach Handlungsbereichen spezifiziert.

Im Gegensatz zu den Schulleiterinnen und Schulleitern erhalten die *Landes-* und *Schulinspektorinnen* und *-inspektoren* nur den ersten Teil des Schulberichts der getesteten Schulen ihres Zuständigkeitsbereichs zur Information (siehe [9], S. 10).

Für *Lehrerinnen* und *Lehrer* erfolgt die Rückmeldung online. Im jeweilig getesteten Gegenstand erhalten die Lehrkräfte den Mittelwert ihrer Klasse anonymisiert, sowie den Schulmittelwert. Anhand entsprechender Grafiken kann die Streuung der Leistung der Schülerinnen und Schüler ihrer Klasse entnommen werden. Als Referenzwerte dienen, wie schon beim Schulbericht für die Schulleiterinnen und Schulleiter, der Österreich-Schnitt, der AHS-Schnitt und der HS-Schnitt. Anhand eines Diagramms kann der Erwartungsbereich für die eigenen Klassen wieder auf Basis des „fairen Vergleichs“ abgelesen werden (siehe [9], S. 10).

Die *Schülerinnen* und *Schüler* können ihre individuelle Rückmeldung online per Code, den sie bei der Testung erhalten haben, beziehen. Dabei erhalten sie Informationen zum eigenen Ergebnis, wobei als Referenzwerte wieder der Österreich-Schnitt, der AHS-Schnitt und der HS-Schnitt dienen. Bezogen auf die Leistungen aller getesteten Schülerinnen und Schüler und zwar unabhängig von der Schulart, wird zusätzlich für alle Kompetenzbereiche der erreichte Prozentrang angegeben (siehe [9], S. 10).

Im Unterschied zu den zukünftigen Standardüberprüfungen hat die Ergebnisrückmeldung der Baseline-Testung unter anderen Bedingungen stattgefunden, da es sich dabei nur um eine Stichprobe handelt und es daher keine flächendeckende Erhebung ist, weshalb es hier keine externe Rückmeldemoderation geben wird, bei der eine Person die Schulen bei der Interpretation von Ergebnissen der Standardüberprüfung unterstützen wird (siehe [9], S. 11).

2.3 Bildungsstandards: Chancen und Risiken

Die Bildungsstandards stellen ein Instrument zur Qualitätssicherung dar und bergen viele Chancen, aber auch einige Risiken, denn ob sie wirklich zur Entwicklung von Schule und Unterricht beitragen werden, ist eine Frage, die heute noch nicht beantwortbar ist, siehe [LAB, S. 269].

Es gibt viele Befürworter, aber ebenso viele Skeptikerinnen der Bildungsstandards, es gibt Argumente für und gegen die Einführung dieser bzw. noch viele offene Fragen, die sich erst im Laufe der Zeit beantworten lassen werden. In diesem Kapitel möchte ich die für mich interessantesten Aspekte und Denkanstöße zusammenfassen, um jeder Leserin und jedem Leser die Möglichkeit zu geben, selbst abzuwägen, ob und aus welchen Gründen man die Bildungsstandards nun gut heißen möchte oder nicht.

Schon während der Ausschusssitzung des Nationalrates am 19.06.2008 zum Thema „Unterrichtsausschuss: Bildungsstandards werden fixiert“ wurde vom grünen NR-Abgeordneten Dieter Brosz der Zeitpunkt der Überprüfung bekrittelt. „*Eine Überprüfung an den Schnittstellen des österreichischen Bildungssystems, also am Ende der 4. bzw. 8. Schulstufe, sei nicht sinnvoll.*“, siehe [15]. Grund dafür ist die Sorge, dass bei einem Nichterreichen der Ziele nicht mehr oder nur mehr sehr schwer entgegengesteuert werden kann. Ein alternativer Zeitpunkt wäre am Beginn der dritten und siebenten Schulstufe. Auch wurde von Dieter Brosz ein Abänderungsantrag eingebracht, in dem festgehalten wurde, „*dass es sich bei den Bildungsstandards um Mindestanforderungen handeln sollte*.“, siehe [15], damit nicht die gesamte Unterrichtszeit zur Erfüllung dieser aufgewendet werden muss. Hierzu ist zu sagen, dass auch den „Erfindern“ der Bildungsstandards klar gewesen ist, dass diese nur einen Teil des Mathematikunterrichs abbilden, (siehe [1], S. 15f.).

Ein wichtiges Ziel der Bildungsstandards ist es, das Gelernte über einen längeren Zeitraum verfügbar zu machen. Am heutigen Unterricht kann kritisiert werden, dass immer mehr ein „teaching to the test“, also eine Vorbereitung auf die nächsten Schularbeiten und Tests, im Vordergrund steht. Viele Skeptikerinnen und Skeptiker der Bildungsstandards sehen nun ein Risiko darin, dass auch nach deren Einführung „*Unterricht zu einer Vorbereitung auf Tests degradiert wird.*“, siehe [LAB, S. 270], da sich Lehrpersonen eventuell in ihrem Unterricht nur auf das beschränken, was in den Standardüberprüfungen gefordert wird. Dem wollen die Bildungsstandards entgegenwirken, indem nicht das Lösen von Routineaufgaben im Vordergrund steht, sondern ein flexibles Anwenden von Wissen in vielfältigen Situationen und im Alltag. So soll eine neue Aufgaben- und Unterrichtskultur entstehen. Wenn Unterricht wirklich auf die Kompetenzentwicklung im Unterricht abzielt und deren Förderung zum Unterrichtsziel macht, stellt das eine große Chance zur Entwicklung des Unterrichts und zur Qualitätssicherung dar, siehe [LAB, S. 270].

Eine interessante Frage, die sich daraus ergibt, ist die, ob eine Messung auch wirklich zu einer Verbesserung führt. Einen passenden Vergleich zieht Hans Werner Heymann in seinem Artikel zum Thema „Tests und Unterrichtsqualität“, in welchem er schreibt, dass sich aus der überhöhten Temperatur, die das Fieberthermometer anzeigt, kein Hinweis entnehmen lässt, wie die zugrunde liegende Krankheit geheilt werden kann, siehe [16]. Gemeint ist also, dass sich aus einer quantitativ genauen Kennzeichnung der Unterrichtsqualität nicht einfach ableiten lässt, wie sie verbessert werden könnte. Wie können also standardisierte Tests zur Verbesserung von Unterricht beitragen? Befürworterinnen und Befürworter der Bildungsstandards sind der Meinung, dass solche Überprüfungen den Lehrerinnen und Lehrern exakte Informationen über den Leistungsstand sowie die Stärken und Schwächen ihrer Schülerinnen und Schüler liefern, wodurch eine gezielte Schwerpunktsetzung im Unterricht durchgeführt werden kann, siehe [16]. Eine punktuelle Förderung einzelner Schülerinnen und Schüler im Unterricht ist aber durch die Anonymisierung nicht möglich. Die Lehrpersonen erhalten zwar Aufschluss darüber, wie ihre Klasse insgesamt abgeschnitten hat, aber Einsicht in individuelle Ergebnisse bleibt ihnen verwährt (siehe S. 39).
Eine mögliche Antwort auf Hans Werner Heymanns Frage, ob Standardüberprüfungen zur Verbesserung des Unterrichts und der Leistung der Schülerinnen und Schüler beitragen, geben Stefan Götz und Werner Peschek in ihrem Artikel „Festlegung von Bildungsstandards – aber was dann? Versuch über ein Unterstützungssystem“, siehe [19]. Darin formuliert sie, dass es fachdidaktische Expertise, fachdidaktische Beratung, Begleitung und Unterstützung erfordern würde, wenn die Implementierung der Bildungsstandards einen relevanten Beitrag zur Qualitätsentwicklung des Mathematikunterrichts leisten soll. Hierfür schlagen sie vor, „[…] *zwischen zwei grundsätzlich verschiedenen Funktionen, die Standards zukommen und zwischen (mindestens) drei verschiedenen Ebenen, auf denen sie wirksam werden, zu unterscheiden* […]“ (siehe [19], S. 163). Dabei handelt es sich einerseits um die „*normative Funktion*“ der Standards, die auf die Output*steuerung* abzielt, also darauf, wie der Output aussehen sollte. Die normative Funktion ist besonders wegen ihrer „[…] *Wechselwirkung mit anderen äußeren und inneren Einflussfaktoren auf den Mathematikunterricht* […]“ (siehe [19], S. 163) zu berücksichtigen, wie Lehrplan, Schulbücher, Schwerpunktsetzungen, Unterrichtsmethoden, etc. Auf der anderen Seite steht die „*empirisch-diagnostische*

Funktion“, bei der es um die Output*kontrolle* geht und überprüft wird, wie der Output in der Realität aussieht. Dabei geht es nicht nur um „[…] *die Identifizierung, Klassifizierung und Bewertung allfälliger Defizite* […]“ (siehe [19], S. 163), sondern es soll auch versucht werden Ursachen dafür aufzudecken. Bei den drei Ebenen, auf denen die beiden Funktionen wirksam werden, handelt es sich erstens um die *Klassenebene*, auf der Standards einerseits Hinweise auf unverzichtbare Grundkompetenzen, die im Unterricht entwickelt werden müssen, und andererseits Hinweise auf Stärken und Schwächen liefern und auf der didaktische Unterstützung bei der Interpretation und Bewertung der Testergebnisse, sowie bei der Gestaltung eines standards-orientierten Unterrichts helfen kann. Die zweite ist die *Schulebene*, auf der dabei geholfen und beraten werden soll, die Schulergebnisse angemessen zu bewerten und die richtigen Maßnahmen für eine Verbesserung der Schulsituation zu treffen. Die dritte Ebene ist die des Bildungssystems. Hier ist es wichtig, die Bildungsbehörde anhand fachdidaktischer Analysen darüber zu informieren, „[…] *wie die bundesweiten Testergebnisse aus fachdidaktischer Sicht zu lesen, zu interpretieren und zu bewerten sind und welche Maßnahmen gesetzt werden könnten bzw. sollten, um die Situation zu verbessern* […]“ (siehe [19], S. 164). Es ist also wichtig nicht bei der Implementierung der Bildungsstandards stehen zu bleiben, sondern es bedarf laufender Unterstützung auf allen Ebenen, um eine positive Auswirkung auf den Unterricht zu erzielen.

Es ist natürlich auch zu bedenken, dass Schule nicht alleine für die Leistungen der Schülerinnen und Schüler verantwortlich ist, sondern, dass diese auch noch von vielen anderen Faktoren wie Intelligenz, Interesse, häuslichen Bedingungen, Peer-Beziehungen, Freizeitverhalten, Medien, etc. abhängig sind, die nachweislich eine ebenso große Rolle spielen, siehe [LAB, S. 60]. Ein wenig versucht ja der „faire Vergleich“ diesem Aspekt Rechnung zu tragen.

Ein weiterer Kritikpunkt betrifft die Standardüberprüfungen. Es sei davor gewarnt die Rückmeldungen überzubewerten. Bei Tests handelt es sich um punktuelle Messungen, bei denen individuell gesehen leicht Zufallsschwankungen auftreten können. Davon abgesehen misst ein Test immer nur einen kleinen Bereich der geforderten Kompetenzen, kann also nie das gesamte Spektrum abdecken, siehe [16]. Auch ist zu bedenken, dass die Schülerinnen und Schüler motiviert an den Überprüfungen teilnehmen müssen um aussagekräftige Testresultate zu erhalten. Aber wie motiviert man die Schülerinnen und Schüler dazu? Da die Tests nicht benotet werden und auch sonst keinerlei Konsequenzen für die Schülerinnen und Schüler aus den Resultaten gezogen werden, haben sie nur bedingt den Anreiz sich zu bemühen. Gerade in der achten Schulstufe liegt der Interessensschwerpunkt im Allgemeinen nicht im Erwerb von Wissen und dem guten Abschneiden bei Tests.

Um bei einem Test ein gutes Resultat zu erzielen, muss man die Fragen bekanntlich richtig beantworten. Wer aber genau generiert diese Aufgaben? Für die Entwicklung prototypischer Testitems wurde eine Arbeitsgruppe im österreichischen Kompetenzzentrum für Mathematik an der Universität in Klagenfurt beauftragt. Wichtig ist es nun diese Testitems weiterzuentwickeln, da Bildung kein abgeschlossener sondern ein dynamischer Prozess ist und für die Testungen laufend neue Aufgaben benötigt werden. Dafür bedarf es vor allem auch fachdidaktischer Expertise und nicht nur qualifizierter Testexpertinnen und -experten, siehe [19]. Auch sollten Erfahrungsberichte von Lehrerinnen und Lehrern, deren Klassen bereits getestet wurden, miteinbezogen werden, denn diese sehen, bei welchen Aufgaben es vielleicht Schwierigkeiten gegeben hat, oder welche Aufgaben von den Schülerinnen und Schülern gut angenommen wurden. Es sollte also eine Feedbackkultur entstehen, um die Standardüberprüfungen zu optimieren.

Was passiert nun wenn Schülerinnen und Schüler schlecht abschneiden? Wer trägt dafür die Verantwortung und welche Maßnahmen werden anschließend getroffen? Wie bereits erwähnt ist Schule alleine nicht zur Verantwortung zu ziehen, aber die Sorge einiger besteht darin, dass Lehrerinnen und Lehrer zum Sündenbock gemacht werden, sollten die Kinder die Bildungsstandards nicht erreichen, siehe [LAB, S. 60]. Natürlich sollten gewisse Maßnahmen gesetzt werden, wenn schlechte Testresultate vorliegen, aber es muss in diesem Zusammenhang darauf aufmerksam gemacht werden, dass bei einer Überprüfung, die alle drei bis vier Jahre an einer Schule in einem Fach stattfindet, jede Lehrerin und jeder Lehrer durchschnittlich alle neun bis zehn Jahre „überprüft“ wird, also jedes dritte Mal, grob geschätzt. Das bedeutet, dass eine Lehrperson nur vier Mal pro Laufbahn von den Bildungsstandards betroffen sein wird, und ob das wirklich zu einer Verbesserung des Unterrichts und im Endeffekt der Leistungen der Schülerinnen und Schüler führt, ist fraglich.

Auf der anderen Seite könnte der Fall eintreten, dass eine Schülerin oder ein Schüler die Bildungsstandards erfüllt, im Zeugnis jedoch eine negative Note steht. Wie wird damit umgegangen? Prinzipiell könnten die Eltern Einspruch erheben, da ihr Kind die gesetzlich festgelegten Standards erfüllt hat. Mit welcher Begründung wird ihm oder ihr aber nun das Aufsteigen in die nächste Schulstufe, oder sogar der Schulabschluss verwährt?

Generell stellt sich die Frage, ob das traditionelle Instrument des schriftlichen Tests zur Standardüberprüfung nicht ein Veraltetes darstellt. Wenn die Bildungsstandards zu neuen Aufgaben- und Unterrichtskulturen führen, sollten dann nicht auch alternative Testinstrumente zu deren Überprüfung angewendet werden? Eine über einen längeren Zeitraum angesetzte Evaluation, in der nicht nur fachliche Kompetenzen untersucht werden, sondern auch soziale Kompetenzen, die Persönlichkeitsentwicklung, also der erzieherische Bereich, wäre eine mögliche Vorgehensweise. Dies setzt natürlich einen enormen Zeit- und Personenaufwand voraus, von den dafür benötigten finanziellen Mitteln einmal ganz zu schweigen. Aber Schule heutzutage besteht eben nicht mehr alleine aus der Vermittlung des fachlichen Wissens. Bei der Allgemeinbildung, und das ist es schließlich was Schule vermitteln möchte, darf die soziale Komponente nicht vergessen werden. Sie tritt immer mehr in den Vordergrund, wird aber von den Standardüberprüfungen vollkommen außer Acht gelassen, da sie durch schriftliche Tests auch schwer zu überprüfen ist. Generell können Standards nicht alles abtesten, da sich ein wesentlicher Teil mathematischer Qualifizierung und Bildung der Standardisierung entzieht, aber dennoch im Rahmen des Mathematikunterrichts entwickelt werden sollte (siehe [19], S. 168f.). Folglich sollte man bei den Bildungsstandards eher von „fachlichen Leistungsstandards“ sprechen, siehe [3], [17] und [18]. Davon abgesehen wird in den Bildungsstandards nur ein (kleiner) Teil des Lehrplans abgeprüft (siehe Kapitel 3.1). Man könnte sich dadurch berechtigter Weise fragen, ob diese dadurch aussagekräftig sind, bzw. ob etwas daran im Sinne einer Erweiterung verändert werden sollte.

Oft entsteht auch die Befürchtung, dass ein Großteil des Fächerspektrums nicht beachtet wird, da die Standardüberprüfungen bis dato die drei Schularbeitsfächer Mathematik, Deutsch und Englisch abdecken, siehe [18]. Dadurch könnte eine Zweiklassengesellschaft der Fächer entstehen. Auf der einen Seite stehen die bildungsstandards-relevanten Fächer, auf die der Großteil des Augenmerks gelegt wird, auf der anderen Seite die restlichen Fächer, denen dann vielleicht weniger Beachtung und Wertschätzung geschenkt wird.

Das generelle Ziel der Schule ist es, die Schülerinnen und Schüler dazu zu bringen, sich Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten anzueignen, „*die ihnen helfen, selbstständig und verantwortungsbewusst zu handeln und ihr Leben unter den Herausforderungen einer modernen Gesellschaft zu meistern.*“, siehe [18], anstatt ihnen isoliertes und unvernetztes Wissen zu vermitteln, das häufig in Vergessenheit gerät, da es außerhalb der Schule kaum Anwendung findet. Gerade deshalb wird seit geraumer Zeit versucht, den traditionellen

Fächerkanon aufzubrechen um fächerübergreifenden Unterricht zu ermöglichen. Dies wird auch im derzeit gültigen Lehrplan postuliert: *„Im Sinne der gemeinsamen Bildungswirkung aller Unterrichtsgegenstände hat der Unterricht die fachspezifischen Aspekte der einzelnen Unterrichtsgegenstände und damit vernetzt fächerübergreifende und fächerverbindende Aspekte zu berücksichtigen. Dies entspricht der Vernetzung und gegenseitigen Ergänzung der einzelnen Disziplinen und soll den Schülerinnen und Schülern bei der Bewältigung von Herausforderungen des täglichen Lebens helfen.“*, siehe [20]. Bildungsstandards die nur auf bestimmte Fächer abzielen und deshalb auch nur fachspezifische Kompetenzen überprüfen können dem aber genau entgegen wirken.

Im Zusammenhang mit den Bildungsstandards stellt sich auch die Frage über die Lehrerinnen- und Lehrer*fortbildung*. Zwar wird in den Schulen über die neuen Bildungsstandards informiert, aber – und da spreche ich aus eigener Erfahrung – zu wenig. Viele Lehrerinnen und Lehrer sind verunsichert und haben das Gefühl, die Standardüberprüfung von oben herab aufgezwungen bekommen zu haben, anstatt sie als Unterstützung für ihren Unterricht und dessen Gestaltung zu sehen. Sie sollten eigentlich als Chance begriffen werden, um „[…] *mehr Klarheit darüber zu bekommen, zu welchen Ergebnissen der Regelunterricht jedenfalls für (möglichst) viele Schüler(innen) führen soll.*“ (siehe [19], S. 169). Viel Skepsis ist da im Lehrkörper zu spüren, weil anscheinend noch zu wenig Aufklärungsarbeit diesbezüglich geliefert wurde. Die Angst vor Schul- und Lehrerrankings ist vorhanden, und das verunsichert die Betroffenen zum Teil. Es wird zwar von allen Seiten beteuert, dass Testergebnisse nicht zur Beurteilung von Lehrerinnen und Lehrern herangezogen werden und auch zu keinen Schulrankings führen werden, aber das alleine bewahrt vor Missbrauch nicht, und eine Vergleichbarkeit ist durch die Messungen allemal gegeben. In einer Stadt wie Wien, mit einer hohen Dichte an Schulen, die teilweise nahe aneinander liegen, wollen Eltern wissen, welche Schule die „bessere“ für ihr Kind ist und ein Schulranking stellt eine willkommene Entscheidungshilfe dar. Eine Möglichkeit mit dieser Situation umzugehen ist vielleicht die Schaffung einer neuen Kultur der *offenen Differenzen*. Damit ist gemeint, dass Schulen ihre individuellen Schwerpunkte setzen und dadurch auch transparent gemacht wird, dass man schwerpunktbedingt in einem anderen Bereich vielleicht nicht Spitzenreiter ist. Folglich können Schulen nicht mehr direkt miteinander verglichen werden, da jede Schule ihren Fokus auf einen anderen Bereich legt, wodurch auch im Rahmen der Schulautonomie gewünschte Unterschiede der Schulen definiert werden können.

Es wäre auch wichtig in der Lehrerinnen- und Lehrer*ausbildung* die Bildungsstandards zu thematisieren, um Angst und Vorurteile von vornherein abzubauen und einen besseren Zugang zu den Bildungsstandards zu schaffen, d.h. ein adäquates Verständnis für diese.
Befürworterinnen und Befürworter der Bildungsstandards sind der Meinung, dass diese eine bessere Grundlage für eine *Leistungsbeurteilung* bieten, da sie schulübergreifend sind und deshalb ein nationaler Vergleich einfacher möglich ist. Durch dieses „Systemmonitoring" können Hypothesen über die Ursachen von Leistungsunterschieden generiert werden, bzw. wird die Auseinandersetzung mit der Vergleichbarkeit der Leistungsbewertung in einem Fach leichter ermöglicht, siehe [LAB, S. 61 und 193f.].
Es wäre also meines Erachtens wichtig weitere Maßnahmen wie alternative Beurteilungsmethoden, Weiterbildung der Lehrkräfte etc. mit den Bildungsstandards zu verknüpfen, um ihren Einsatz auf diese Weise zu optimieren.

3 Das Spannungsdreieck: Lehrplan – Bildungsstandards – Schulbuch

Schaut man sich diese drei Einflusskomponenten des Unterrichts einzeln an, so fällt einem unweigerlich auf, dass zwischen ihnen ein Zusammenhang herrscht, der durch folgendes Dreieck dargestellt werden kann:

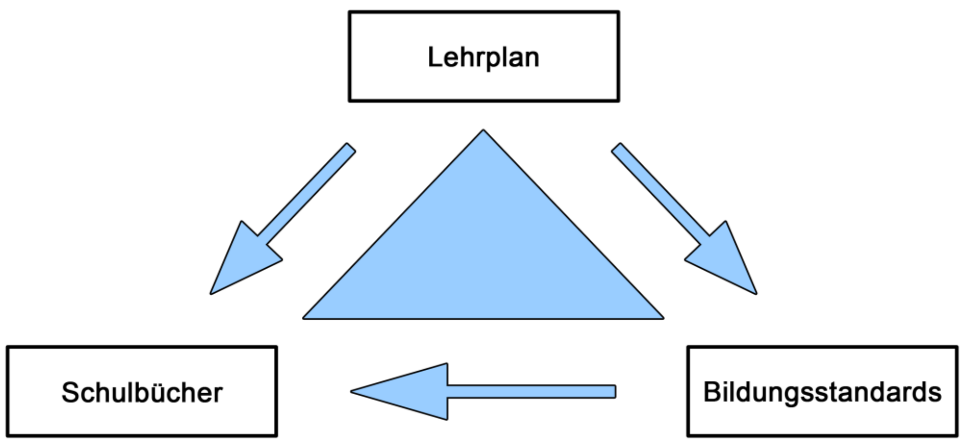


Abb. 11

An der oberen Ecke steht der Lehrplan. Er bildet den Kern bzw. das Grundgerüst des ganzen Systems, denn sowohl Schulbücher als auch Bildungsstandards beziehen sich auf den Lehrplan, der in Österreich die gesetzliche Grundlage des Unterrichts liefert, und integrieren diesen. Zum jetzigen Zeitpunkt haben die Bildungsstandards schon Eingang in manche

Schulbuchreihen gefunden. Einige von ihnen haben sich in ihren neu überarbeiteten Ausgaben bereits auf die Bildungsstandards eingestellt und sie in die Aufgabensammlung einbezogen. Wenn die neu eingeführten Bildungsstandards den erhofften Erfolg bringen, nämlich jenen, dass die mathematischen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler nachhaltig(er) werden, wird sich der Einfluss der Bildungsstandards auf die Schulbücher in den nächsten Jahren sicherlich noch weiter verstärken. Dies könnte dazu führen, dass sich die Beziehungen der drei Einflussdomänen, die zu Beginn ein Dreieck gebildet haben, so hingehend verschieben, dass im Endeffekt folgende Kausalitätskette entstehen könnte:

Abb. 12

Das würde bedeuten, dass der inputorientierte Lehrplan vorgibt, was Schülerinnen und Schüler lernen sollten, die outputorientierten Bildungsstandards interpretieren dies im Sinne von Inhalten und Handlungen auf unterschiedlichem Komplexitätsniveau und geben so den Schulbüchern den notwendigen Input, um alles Notwendige bereitzustellen, damit Schülerinnen und Schüler dazu befähigt sind, das festgesetzte Lernziel zu erreichen.

3.1 Zusammenhang Lehrplan und Bildungsstandards

Da die Bildungsstandards auf dem derzeit gültigen Lehrplan basieren, gilt es diese beiden Bereiche einander gegenüberzustellen und herauszufinden, in wie fern sie einander gleichen bzw. kompatibel sind, welche Unterschiede zwischen ihnen vorliegen und welche eventuellen Überarbeitungen vorzunehmen sein könnten.

Sowohl der österreichische Lehrplan als auch die festgelegten Bildungsstandards gelten für alle am Unterricht Beteiligten, sind also verbindlich.

Vergleicht man die beiden nun miteinander, so sieht man sofort große Unterschiede was die allgemeinen Bildungsziele bzw. didaktischen Grundsätze im Lehrplan und die bildungstheoretische Orientierung in den Bildungsstandards betrifft.

Der Lehrplan lässt sich grob in vier Teile unterteilen, siehe [5] und [20]:

- Allgemeines Bildungsziel
- Allgemeine didaktische Grundsätze
- Schul- und Unterrichtsplanung
- Fachspezifischer Lehrplan (hier für Mathematik)

Im *allgemeinen Bildungsziel* des Lehrplanes ist unter anderem der „gesetzliche Auftrag“ beschrieben, in dem es heißt: „*Die allgemein bildende höhere Schule hat die Aufgabe, den Schülerinnen und Schülern eine umfassende und vertiefte Allgemeinbildung zu vermitteln und sie zugleich zur Hochschulreife zu führen* […]. *Die allgemein bildende höhere Schule hat* […] *an der Heranbildung der jungen Menschen mitzuwirken, nämlich beim Erwerb von Wissen, bei der Entwicklung von Kompetenzen und bei der Vermittlung von Werten. Dabei ist die Bereitschaft zum selbstständigen Denken und zur kritischen Reflexion besonders zu fördern. Die Schülerinnen und Schüler sind in ihrem Entwicklungsprozess zu einer sozial orientierten und positiven Lebensgestaltung zu unterstützen.*“ (siehe [20], S. 1).
Im Abschnitt „*Leitvorstellungen*“ ist zu lesen: „*Akzeptanz, Respekt und gegenseitige Achtung sind wichtige Erziehungsziele insbesondere im Rahmen des interkulturellen Lernens und des Umgangs der Geschlechter miteinander.*“ Des weiteren: „*Die Schülerinnen und Schüler sollen eigene weltanschauliche Konzepte entwerfen und ihre eigenen Lebenspläne und eigenen Vorstellungen von beruflichen Möglichkeiten entwickeln. Die Schülerinnen und Schüler sind sowohl zum selbstständigen Handeln als auch zur Teilnahme am sozialen Geschehen anzuhalten. Im überschaubaren Rahmen der Schulgemeinschaft sollen Schülerinnen und Schüler Fähigkeiten erwerben, die später in Ausbildung und Beruf dringend gebraucht werden, etwa für die Bewältigung kommunikativer und kooperativer Aufgaben.*“, so wie: „*Die Würde jedes Menschen, seine Freiheit und Integrität, die Gleichheit aller Menschen sowie die Solidarität mit den Schwachen und am Rande Stehenden sind wichtige Werte und Erziehungsziele der Schule.*“ (siehe [20], S. 1f.).
Im Lehrplan fallen unter den „*Aufgabenbereich der Schule*“ die Wissensvermittlung als zentrale Aufgabe, der Erwerb von (Sach-, Selbst- und Sozial-)Kompetenzen, so wie die religiös-ethisch-philosophische Bildungsdimension um die Frage nach Sinn und Ziel des Lebens zu beantworten und dessen Bewältigung (siehe [20], S. 2f.).
Schließlich werden in diesem ersten Teil über das allgemeine Bildungsziel noch die einzelnen *Bildungsbereiche* „Sprache und Kommunikation“, „Mensch und Gesellschaft“, „Natur und

Technik“, „Kreativität und Gestaltung“, so wie „Gesundheit und Bewegung“ und deren Ziele beschrieben (siehe [20], S. 3f.).

Im zweiten Teil des Lehplans mit dem Titel „*Allgemein didaktische Grundsätze*“ werden jene Grundsätze angeführt, die zur Planung und Durchführung des Unterrichts zu beachten sind (siehe [20], S. 5ff.):

- Anknüpfen an die Vorkenntnisse und Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler
- Interkulturelles Lernen
- Integration
- Förderung durch Differenzierung und Individualisierung
- Förderunterricht
- Stärken von Selbsttätigkeit und Eigenverantwortung
- Herstellen von Bezügen zur Lebenswelt
- Bewusste Koedukation und Geschlechtssensible Pädagogik
- Sicherung des Unterrichtsertrages und Rückmeldungen; Leistungsbeurteilung

Der Grundsatz „*Interkulturelles Lernen*“ beinhaltet nicht nur das Kennenlernen anderer und neuer Kulturen, vielmehr geht es darum das Interesse an verschiedenen Kulturen zu wecken und deren Werte zu erleben und zu begreifen. Dadurch sollen die Schülerinnen und Schüler gemeinsam Akzeptanz, Respekt und gegenseitige Achtung lernen und auch erleben, sowie den Wert von Vielfalt erfahren (siehe [20], S. 5).
Im Grundsatz „*Förderung durch Differenzierung und Individualisierung*“ geht es um die Aufgabe der Schule „[…] *die Schülerinnen und Schüler zur bestmöglichen Entfaltung ihrer individuellen Leistungspotenziale zu führen. Leistungsfähigkeit und besondere Begabungen sind dabei kontinuierlich zu fördern.*“ (siehe [20], S. 5), da jedes Kind seinem Entwicklungsstand entsprechende unterschiedliche Fähigkeiten besitzt und individuell darauf eingegangen werden muss.
„*Herstellen von Bezügen zur Lebenswelt*“ ist einer der Grundsätze, der im Mathematikunterricht des Öfteren zur Sprache kommt, wenn von Schülerinnen oder Schülern gefragt wird: „Wozu brauche ich das später einmal?“ Laut Lehrplan sollen die Themen im Unterricht möglichst zeit- und lebensnah gewählt werden und durch deren Bearbeitung Einsichten, Kenntnisse, Fähigkeiten, Fertigkeiten und Methoden gewonnen werden, die von den Schülerinnen und Schülern schließlich eigenständig auf strukturverwandte Probleme

übertragen werden können (siehe [20], S. 7). Die Eigenschaft „zeit- und lebensnahe“ ist im Mathematikunterricht leider nicht immer so leicht zu bewerkstelligen.
Der Grundsatz „*Bewusste Koedukation und Geschlechtssensible Pädagogik*“ betrifft die bewusste Auseinandersetzung mit geschlechtsspezifischen Bildern und Vorurteilen. Dabei ist es wichtig, wie schon im Punkt „interkulturelles Lernen“ erwähnt, gegenseitige Achtung zu vermitteln und den Unterricht so zu gestalten, dass er von beiden Geschlechtern gleichermaßen als ansprechend empfunden wird (siehe [20], S. 7).

Der dritte Teil des Lehrplans „*Schul- und Unterrichtsplanung*“ wird unterteilt in (siehe [20], S. 8ff.):

- Unterrichtsplanung der Lehrerinnen und Lehrer
- Kern- und Erweiterungsbereich
- Schulautonome Lehrplanbestimmungen
- Leistungsfeststellung
- Fächerverbindender und fächerübergreifender Unterricht
- Gestaltung der Nahtstellen
- Öffnung der Schule
- Betreuungsplan für ganztägige Schulformen

Für den Vergleich Lehrplan – Bildungsstandards sind sowohl „Unterrichtsplanung der Lehrerinnen und Lehrer“, sowie „Fächerverbindender und fächerübergreifender Unterricht“ von Bedeutung, weil gerade im zweiten Punkt eine Differenz zwischen dem Lehrplan und den Bildungsstandards auftritt. Der Unterricht soll auf Grundlage des Lehrplans geplant werden, wobei neben den sogenannten „Kernbereichen“ auch das allgemeine Bildungsziel und die Bildungs- und Lehraufgabe der einzelnen Unterrichtsgegenstände umgesetzt werden müssen (siehe [20], S. 8). Durch das Auftreten von Aufgaben, die mehreren Unterrichtsgegenständen zuzuordnen sind, ist fächerverbindender und fächerübergreifender Unterricht möglich und auch erwünscht. Er soll den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit bieten sich Wissen in größeren Zusammenhängen selbstständig anzueignen (siehe [20], S. 11). Bei der Überprüfung der Bildungsstandards wird allerdings fachspezifisches Wissen getestet, fächerübergreifende Aufgaben werden nicht gestellt. Es entsteht also eine Diskrepanz, denn einerseits ist fächerübergreifender Unterricht erwünscht, auf der anderen Seite wird aber bei den Standardüberprüfungen nur fachspezifisches Wissen geprüft.

Beim vierten und letzten Teil des Lehrplans handelt es sich nun um den *fachspezifischen Part*, in diesem Fall der für Mathematik, siehe [5]. Auch hier wird auf die Bildungs- und Lehraufgabe und die didaktischen Grundsätze auf fachspezifische Weise eingegangen und zudem wird der Lehrstoff für die erste bis vierte Klasse angegeben. Die „*Unterrichtsziele und Unterrichtsinhalte*“ im Kapitel „*Bildungs- und Lehraufgabe*“ beschreiben die grundlegenden Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten in den Gebieten Arithmetik, elementare Algebra und Geometrie, die die Schülerinnen und Schüler gewinnen sollen. Dabei sind die *mathematischen Grundtätigkeiten* des produktiven geistigen Arbeitens, des Argumentierens und exakten Arbeitens, des kritischen Denkens, sowie des Darstellens und Interpretierens zu entwickeln (siehe [5], S. 1). Der Mathematikunterricht soll den Schülerinnen und Schülern ermöglichen die Welt auf fachbezogene Art wahrzunehmen und zu verstehen und über den Mathematikunterricht hinausgehende Problemlösefähigkeiten zu erwerben (siehe [5], S. 1f.). Dabei soll der Mathematikunterricht zu den fünf bereits erwähnten *Bildungsbereichen* „Natur und Technik“, „Sprache und Kommunikation“, „Mensch und Gesellschaft“, „Kreativität und Gestaltung“ und „Gesundheit und Bewegung“ beitragen (siehe [5], S. 2):

„Natur und Technik“:

- Die Ziele und Aufgaben tragen in ihrer Gesamtheit zu diesem Bildungsbereich bei.

„Sprache und Kommunikation“:

- Beschreiben von Objekten und Prozessen
- Präzision der Sprachverwendung
- Gebrauch und Bedeutung von Definitionen, Vorgänge des Klassifizierens
- Umsetzen von Texten in mathematische Handlungen
- Konzentrieren von Sachverhalten in mathematische Formeln
- Auflösen von Formeln in sprachliche Formulierungen
- Vermitteln und Verwenden einer Fachsprache mit spezifischen grammatikalischen Strukturen

„Mensch und Gesellschaft“:

- Untersuchen von Situationen und Problemen mit Hilfe rationalen Denkens
- Erkennen der Stärken und Grenzen der mathematischen Denkweise

- Aufarbeiten gesellschaftlicher Themen mit mathematischen Methoden (z. B. Statistik)
- kritischer Umgang mit empirischem Datenmaterial
- planmäßiges, sorgfältiges und konzentriertes Arbeiten

„Kreativität und Gestaltung“:

- Entwickeln verschiedener Lösungswege zu mathematischen Fragestellungen
- Nutzen heuristischer Strategien

„Gesundheit und Bewegung“:

- Berechnungen, Statistiken und Auswertungen im Gesundheits- und Ernährungsbereich (Energieverbrauch, Nährwerttabellen, Belastungskurven)

Die *didaktischen Grundsätze* werden unterteilt in (siehe [5], S. 2ff.):

- Jahresplanung
- Systematisches und situationsbezogenes Lernen, verständnisvolles Lernen
- Unterrichtsformen
- Motivierung der Schülerinnen und Schüler
- Unterrichten in Phasen, Vernetzung, Querverbindungen
- Sicherung des Unterrichtsertrages
- Individualisierung und Differenzierung
- Lesen mathematischer Texte, Fachsprache
- Aufgabenstellungen
- Arbeiten mit dem Taschenrechner und dem Computer
- Historische Betrachtungen

„Systematisches und situationsbezogenes Lernen, verständnisvolles Lernen“ bezieht sich auf die Förderung des konstruktiven Verhältnisses der Schülerinnen und Schüler zur Mathematik. Durch das selbstständige aktive Erarbeiten, Erforschen, Darstellen und Reflektieren sollen mathematische Begriffe in das Wissenssystem der Schülerinnen und Schüler eingebaut werden (siehe [5], S. 2).
Ein viel diskutiertes Thema ist die „Motivierung der Schülerinnen und Schüler“. Ziel ist es den Schülerinnen und Schülern die Nützlichkeit der Mathematik in den verschiedensten Lebens- und Wissensbereichen erkennen zu lassen. Dies soll durch Problemstellungen geschehen, die sowohl den Erfahrungen, als auch den Interessen der Kinder entsprechen,

wobei wieder selbstständiges Entdecken und Erfolgserlebnisse einen wesentlichen Beitrag zur Motivation darstellen (siehe [5], S. 3).

Im Kapitel „*Lehrstoff*“ wird der Kernbereich im Fach Mathematik beschrieben (siehe [5], S. 4ff.). Dabei wird betont, dass die Schülerinnen und Schüler grundlegendes mathematisches Wissen und Können erwerben und abstraktes Denken und formale Fähigkeiten entwickeln sollen. Sie sollen im präzisen Arbeiten und Argumentieren ausgebildet werden und mit mathematischen Darstellungsformen vertraut werden. Dabei ist es von Vorteil praxisorientierte Aufgaben zu stellen (siehe [5], S. 4 und soeben). Der Lehrstoff wird pro Klasse jeweils in die vier Bereiche „Arbeiten mit Zahlen und Maßen“, „Arbeiten mit Variablen“, „Arbeiten mit Figuren und Körpern“ und „Arbeiten mit Modellen, Statistik“ gegliedert, wobei detailliert beschrieben wird, was unter den einzelnen Bereichen zu verstehen ist und welche Fertigkeiten sich die Schülerinnen und Schüler aneignen sollen.

Während also im Lehrplan auf vielen Seiten auf die Bildungsziele und Grundsätze eingegangen wird, begnügen sich die Bildungsstandards lediglich mit eineinhalb Seiten unter dem Titel „*Bildungstheoretische Orientierung*“ (siehe [1], S. 7f.), die in Kapitel 2.1.2 bereits erörtert wurden. Zusammenfassend ist an dieser Stelle zu wiederholen, dass sich die „Bildungstheoretische Orientierung“ an zwei einander ergänzenden Anforderungen hält, der *Lebensvorbereitung* und der *Anschlussfähigkeit*. Die Mathematik wird dabei als Kommunikations- und Erkenntnismittel, sowie als Denktechnologie beschrieben, mit der die Schülerinnen und Schüler auf ihr zukünftiges Leben in der Gesellschaft vorbereitet werden sollen (siehe [1], S. 7f.). Diese Anforderungen sind sehr fachspezifisch formuliert, vergleichbar etwa mit dem vierten Teil des Lehrplans, der sich alleine auf den Mathematikunterricht bezieht.
Es gibt nun zwei mögliche Gründe für das Fehlen eines allgemeinen Teils für die Bildungsstandards. Entweder wird dieser Teil als mit dem Lehrplan identisch angesehen, da die Bildungsstandards den Lehrplan ja als Grundlage nutzen, oder ein für alle Fächer gemeinsam geltender Teil ist noch absent.
Vom ersten Fall ausgegangen fällt dennoch auf, dass die Kapitel „Bildungs- und Lehraufgabe“ und „Didaktische Grundsätze“ aus dem Lehrplan wesentlich umfangreicher und allgemeiner formuliert sind, als die „Bildungstheoretische Orientierung“ der Bildungsstandards.
Die vier Inhaltsbereiche, die im Lehrplan schulstufenspezifisch angegeben sind, sind in diesem signifikant expliziter formuliert als die dazu vergleichbaren in den Bildungsstandards.

Die auf wenige übergeordnete Aspekte zusammengefassten Themen/Bereiche machen die Zuordnung von Aufgaben zu den einzelnen Inhaltsbereichen teilweise sehr schwer. Auch werden einige im Lehrplan vorkommende Punkte in den Bildungsstandards ausgelassen, vgl. Kapitel 2.1.4.2.

Etwas präziser wird die „Bildungstheoretische Orientierung“ im Bezug zu den vier Inhaltsbereichen im Kapitel 4 „Konkretisierung der Standards in Aufgaben“ der Bildungsstandards formuliert (siehe [1], S. 15ff.). Dort wird zu jedem Inhaltsbereich noch einmal extra und etwas genauer auf die „Bildungstheoretische Orientierung“ eingegangen, jedoch nicht in Bezug zu den vier Handlungsbereichen. Diese werden teilweise kurz in den vier Inhaltsbereichen angeschnitten, allerdings nur sehr oberflächlich, eine eingehendere Beschreibung wäre wünschenswert, da es hinsichtlich der Lebensvorbereitung und Anschlussfähigkeit wichtig ist zu wissen, welche Handlungsbereiche später einmal wo von Bedeutung sein werden und vor allem warum.
Auf die drei Komplexitätsbereiche wird in der „Bildungstheoretischen Orientierung“ gar nicht eingegangen. Meines Erachtens nach haben aber auch die Komplexitätsbereiche eine große Relevanz für diese, da die mathematischen Anforderungen und die zu ihrer Bewältigung erforderlichen Kompetenzen mit dem Grad der Komplexität steigen bzw. sich ändern. Gerade wenn es um die Lebensvorbereitung und Anschlussfähigkeit geht, ist es von Bedeutung die Wichtigkeit und Relevanz der Komplexitätsdimensionen zu kennen. Als These soll hier formuliert werden, dass der Komplexitätsbereich K3 für beide Komponenten der Bildungstheoretischen Orientierung relevant ist, K1 wohl eher für die Lebensvorbereitung und K2 eher für die Anschlussfähigkeit.

Zusammengefasst bleibt zu sagen, dass beim Vergleich des Lehrplans mit der Outputkontrolle, also den Bildungsstandards, massive Unterschiede festzustellen sind. Ein allgemeiner, fächerverbindender Teil, der die allgemeinen Bildungsziele festlegt, wurde in den Bildungsstandards entweder bewusst weggelassen, oder es gibt ihn eben in diesem Konzept nicht. Die mit dem fachspezifischen Teil des Lehrplans (exklusive konkreter Lehrstoffbeschreibung) für den Mathematikunterrricht vergleichbare „Bildungstheoretische Orientierung“ ist im Vergleich zu eben diesem weitaus allgemeiner, ungenauer und wesentlich kürzer formuliert. Dies trifft ebenso auf die einzelnen Inhaltsbereiche zu, die Handlungs- und Komplexitätsbereiche werden kaum thematisiert.

Ich als Lehrerin würde mir eine Kombination aus Lehrplan und Bildungsstandards wünschen. Auf diesem Wege würden alle fehlenden, unvollständig, und nicht exakt formulierten Bereiche aus den Bildungsstandards beseitigt werden. Eine solche Vereinigung würde meiner Meinung nach eine Vereinfachung in der Umsetzung für alle Betroffenen, insbesondere für die Lehrerinnen und Lehrer darstellen.
Eine Verknüpfung der beiden Bereiche Input (Lehrplan) und Output (Bildungsstandards) wäre dahingehend auch von Bedeutung, da sie unterschiedliche Intentionen verfolgen. Der Input ist inhaltsbezogen und orientiert sich an den Unterrichtsthemen, während der Output ergebnisorientiert ist. Eine Kombination aus beiden würde damit das gesamte Spektrum abdecken und könnte so zu einem besseren Unterricht führen.

3.2 Zusammenhang zwischen Input- und Outputorientierung: Schulbücher und Bildungsstandards

3.2.1 Von der Outputorientierung zur Inputorientierung

Durch die erst kurze Existenz der erlassenen Bildungsstandards gilt es den Zusammenhang zwischen diesen und den Schulbüchern herauszuarbeiten und festzulegen. Die gemeinsame Grundlage beider Bereiche ist der Lehrplan. Während, wie bereits erwähnt, Bildungsstandards Teile des Lehrplans interpretieren, wird dieser von Schulbüchern umgesetzt. Das bedeutet gleichzeitig aber auch, dass Schulbücher nicht nur auf den Lehrplan, sondern auch auf die festgelegten Bildungsstandards eingehen sollten und müssen.

Die Frage, die sich nun unweigerlich stellt ist, ob Schulbücher dieser Anforderung jetzt schon entsprechen oder ob ein Handlungsbedarf besteht. Um dies herauszufinden gilt es die Aufgaben aus den Bildungsstandards, die zur Konkretisierung der Standards vorhanden sind mit denen in den heute gängigen Schulbüchern zu vergleichen, um festzustellen, ob durch ihre Verwendung im Unterricht die vorgeschriebenen Bildungsstandards überhaupt erreicht werden können, oder ob es einer adaptierten bzw. komplett neu geschriebenen Auflage bedarf.

Im Folgenden werden die in den Bildungsstandards vorkommenden Aufgaben aus dem Aufgabenpool mit vier Schulbuchreihen, welche sich bereits auf die festgelegten Bildungsstandards beziehen und diese schon teilweise in die Bücher integriert haben, verglichen. Dabei soll Folgendes aufgezeigt werden:

- Ob bei der Kontrolle der Bildungsstandards am Ende der achten Schulstufe nur auf Themengebiete der achten Schulstufe abgezielt wird und dadurch die der fünften bis siebenten Schulstufen vernachlässigt werden, was ich nicht als vorteilhaft empfände, denn schließlich sollen unsere Schülerinnen und Schüler nicht nur den Stoff der letzten Schulstufe, die sie besucht haben beherrschen, sondern wenn möglich ein Wissen über alle Vorhergegangenen besitzen. Es geht ja um die Überprüfung der Nachhaltigkeit des Wissens der Schülerinnen und Schüler.
- Des weiteren wird untersucht, ob durch die Arbeit der Schülerinnen und Schüler mit den jetzigen, teilweise schon überarbeiteten Schulbüchern, die von den Bildungsstandards festgelegten Handlungs- und Inhaltsbereiche ausreichend bedient werden bzw. ob und im gegebenen Fall wo Handlungsbedarf besteht.

Bei den vier von mir untersuchten, im öbv- bzw. Veritas-Verlag erschienenen Schulbuchreihen handelt es sich um:

- Das ist Mathematik 1-4 (Die vorerst für die 3. und 4. Klasse in dieser Reihe konzipierten eigenen Standards-Seiten konnten im Folgenden noch nicht berücksichtigt werden.)
- Lebendige Mathematik 1-4
- Mach mit – Mathematik 1-4
- MathematiX 1-4

Es bleibt zu beachten, dass natürlich noch eine Fülle an anderen Schulbuchreihen existiert. Leider konnten diese für die Arbeit nicht in Betracht gezogen werden, da es von manchen Reihen noch keine Neuüberarbeitung gibt, in denen Bildungsstandards miteinbezogen wurden und bei anderen neu erschienenen Reihen erst zwei bis drei Bände existieren, jedoch alle vier benötigt werden würden, um damit arbeiten zu können.

Im Aufgabenpool der Bildungsstandards sind 48 Aufgaben vorgegeben, aus denen ich elf als exemplarisch gewählt habe. Entscheidend bei meiner Auswahl war, dass jeder Inhalts-, Handlungs- und Komplexitätsbereich mindestens einmal vorkommen muss. Außerdem habe ich anhand der Auswertung der Pilottestung, siehe [6] und [7], versucht, Aufgaben zu wählen, bei denen die Schülerinnen und Schüler unterschiedlich gut abgeschnitten haben. Das bedeutet, dass ich beispielsweise vier Aufgaben aus den Inhaltsbereichen eins bis vier so gewählt habe, dass die erste Aufgabe von möglichst vielen Schülerinnen und Schülern gelöst wurde, die zweite Aufgabe schon von weniger, bishin zur vierten Aufgabe, bei der nur noch ganz wenige richtige Antworten gegeben wurden. Damit möchte ich versuchen herauszufinden, ob die fehlerfreie Beantwortung der Fragen damit zu begründen ist, dass ähnliche Aufgaben schon in den Schulbüchern behandelt wurden, weil diese dort häufiger vorkommen und deshalb von den Schülerinnen und Schüler gekonnt werden, sowie ob ein Grund für falsche Antworten darin liegt, dass ähnliche Aufgaben für die Schülerinnen und Schüler ungewohnt sind und sie weniger damit anfangen können, da diese selten oder gar nicht in Schulbüchern behandelt werden.

Bei den von mir ausgewählten Aufgaben (siehe [1], S. 19ff.) handelt es sich um folgende:

- Aufgabe 1 - Darstellungen einer Zahl: (I1, H1, K1), S. 19f.
- Aufgabe 2 - Messbecher: (I1, H1, K2), S. 21f.
- Aufgabe 3 - Zinsen: (I1, H2, K1), S. 25f.
- Aufgabe 4 - Mädchen in der Überzahl: (I2, H3, K3), S. 61f.
- Aufgabe 5 - Binomische Formel: (I2, H4, K1), S. 63f.
- Aufgabe 6 - Gardasee: (I3, H1, K2), S. 73f.
- Aufgabe 7 - Wasserfarbendruck: (I3, H2, K2), S. 79f.
- Aufgabe 8 - Kegel: (I3, H3, K2), S. 85f.
- Aufgabe 9 - Tippfehler: (I4, H2, K3), S. 107f.
- Aufgabe 10 - PISA-Ergebnisse: (I4, H3, K3), S. 113f.
- Aufgabe 11 - Durchschnittliches Monatsgehalt: (I4, H4, K3), S. 119f.

Wie man sehen kann, habe ich mich bemüht, eine repräsentative Auswahl an Aufgaben zu treffen, bei der möglichst alle Inhalts-, Handlungs- und Komplexitätsbereiche gleich oft vertreten sind, und aus der man möglichst allgemein gültige Schlüsse ziehen kann.

Zu jeder von mir ausgewählten Aufgabe habe ich eine Musterlösung angegeben.

Beim Vergleich der Aufgaben aus dem Aufgabenpool der Bildungsstandards mit den Aufgaben aus den Schulbüchern habe ich folgende Einteilung getroffen:

- **passt genau** – wenn in den Schulbüchern die fast gleichen bis exakt gleichen Aufgaben zu finden sind und dadurch die Schülerinnen und Schüler im Stande sind die von den Bildungsstandards festgelegten Handlungs- und Inhaltsbereiche auszuführen bzw. zu bearbeiten, also die Aufgaben dort zu lösen.
- **passt nicht genau** – wenn in den Schulbüchern ähnliche, bzw. auf mehrere Aufgaben aufgeteilte Aufgaben vorkommen, wodurch die Schülerinnen und Schüler von ihrem Können und Wissen her in der Lage wären, die Aufgabe aus den Bildungsstandards zu lösen, es aber nicht gewohnt sind, die dazu benötigten Handlungs- und Inhaltsbereiche miteinander zu verknüpfen oder Analogien herzustellen. Außerdem fallen in diese Kategorie jene Aufgaben, bei denen eine eventuell andere bzw. für die Schülerinnen und Schüler ungewohnte Fragestellung auftritt, wodurch sie unter Umständen nicht in der Lage sind, die Aufgabe korrekt zu lösen.
- **bereitet vor** – wenn Aufgaben vorkommen, wodurch die Schülerinnen und Schüler in der Lage sind, Teile einer Aufgabe aus dem Aufgabenpool der Bildungsstandards zu lösen, aber keine vollständige Lösung liefern können, da die dazu benötigten Handlungs- und Inhaltsbereiche erst in einer höheren Schulstufe innerhalb der Sekundarstufe I gelernt werden.
- **gibt es nicht** – wenn in den Schulbüchern keinerlei analoge oder ähnliche Aufgaben zu finden sind, wodurch es leicht passieren kann, dass die Schülerinnen und Schüler nicht in der Lage sind, die vorgelegte Aufgabe im Zuge einer Standardtestung zu lösen.

Nach dem Vergleich füge ich jeweils das Auswertungsergebnis und die Fehleranalyse der Pilottestung hinzu, die ich im Fazit berücksichtige um meine, die Aufgabe betreffenden Schlüsse zu ziehen.

3.2.1.1 Aufgabe 1 - Darstellungen einer Zahl

Darstellungen einer Zahl

Gegeben ist die Zahl 0,035.

Aufgabe: Kreuze jene zwei Zahlen an (☒), die der gegebenen Zahl 0,035 entsprechen!

Lösung:

- ☐ $\frac{35}{1000}$
- ☐ $\frac{35}{100}$
- ☐ 35%
- ☐ 3,5%
- ☐ 0,35%

Abb. 13 (siehe [1], S. 19)

Musterlösung

Anzukreuzen sind 0,035 = $\frac{35}{1000}$ und 0,035 = 3,5 %.

Das ist Mathematik 1

bereitet vor

Da im Lehrplan die Prozentrechnungen erst für die sechste Schulstufe vorgesehen sind, können die Schülerinnen und Schüler der fünften Schulstufe die Aufgabe 1 noch nicht komplett lösen. Mit Brüchen bzw. das speziell für diese Aufgabe nötige Umrechnen von Bruchzahlen auf Dezimalzahlen und umgekehrt, wird in dieser Reihe schon in der fünften Schulstufe durchgenommen, siehe [RHLGA1, S. 158f.]. Anhand von einigen Aufgaben lernen die Schülerinnen und Schüler mit diesem Schulbuch das Umrechnen von Dezimalzahlen in Brüche und wären somit in der Lage, zumindest einen Teil der Aufgabe 1 zu lösen.

Das ist Mathematik 2

passt nicht genau

In diesem Schulbuch wird das Umrechnen von Brüchen auf Dezimalzahlen und umgekehrt noch einmal in einem Kapitel durchgenommen, und anhand von einigen Aufgaben können die

Schülerinnen und Schüler das bereits Gelernte wiederholen, siehe [RHLGA2, S. 39f.]. In einem späteren Kapitel werden Prozentrechnungen eingeführt, und durch mehrere im Schulbuch vorkommende Aufgaben können die Schülerinnen und Schüler das Umrechnen von Prozentangaben in Brüche und Dezimalzahlen üben, siehe [RHLGA2, S. 122ff.]. Sie sind dadurch in der Lage, die in den Bildungsstandards vorkommende Aufgabe 1 zu lösen, da die Schülerinnen und Schüler nun über die nötigen Handlungs- und Inhaltsbereiche verfügen.
Das einzige Problem, das ich sehe, stellt die Aufgabenstellung dar, bei der die Schülerinnen und Schüler dazu aufgefordert werden, die richtigen Antworten anzukreuzen. Eine derartige Form der Aufgabenstellung kommt kein einziges Mal in dieser Schulbuchreihe vor, weshalb die Schülerinnen und Schüler daran auch nicht gewöhnt werden. Es wäre also eine Überlegung wert, in der Schulbuchreihe ähnliche Fragestellungen mit diesem Antwortformat zwischendurch einzubauen, um die Schülerinnen und Schüler optimal auf die Testung der Bildungsstandards vorzubereiten.

Lebendige Mathematik 1

bereitet vor

Wie schon vorhin erwähnt, sind die Schülerinnen und Schüler dieser Schulstufe noch nicht im Stande, die Aufgabe 1 vollständig zu lösen, da der Lehrplan die Prozentrechnung erst in der sechsten Schulstufe vorsieht. Durch einige Aufgaben in diesem Schulbuch, siehe [WWWR1, S. 128ff. und S. 134f.], werden die Schülerinnen und Schüler aber darauf vorbereitet, Dezimalzahlen in Dezimalbrüche (damit sind Bruchzahlen gemeint, deren Nenner eine Zehnerpotenz mit natürlichem Exponenten sind) umzuwandeln und sind somit in der Lage einen Teil der Aufgabe 1 zu lösen.

Lebendige Mathematik 2

passt nicht genau

Auch in diesem Schulbuch wird das Umrechnen von Brüchen auf Dezimalzahlen noch einmal wiederholt und geübt, siehe [WWWR2, S. 96ff. und S. 101] und in einem späteren Kapitel, in dem Prozentrechnungen eingeführt werden, siehe [WWWR2, S. 196f. und S. 201], bekommen die Schülerinnen und Schüler das notwendige Werkzeug, um die Aufgabe 1 lösen zu können.
Prinzipiell sind die Schülerinnen und Schüler also in der Lage, die Aufgabe 1 zu lösen, aber wie schon in der vorhergehenden Schulbuchreihe kommt eine Aufgabenstellung wie in Aufgabe 1 nicht vor. Die Schülerinnen und Schüler werden durch das Schulbuch – damit ist

nicht nur dieses spezielle gemeint – daran gewöhnt, gesagt zu bekommen was in der Aufgabe zu tun ist. Beispielsweise steht in einer Aufgabe: *„Schreibe in Dezimal- und Bruchschreibweise!“*, siehe [WWWR2, S. 196, Aufgabe 1001] und anschließend wird ein Prozentsatz angegeben. In Aufgabe 1 hingegen wird den Schülerinnen und Schüler nicht dezidiert gesagt, was zu tun ist, sie müssen selbstständig denken und sich überlegen, worum es geht und was getan werden muss. Ich glaube, dass eine derartige Aufgabenstellung hilfreich für die Schülerinnen und Schüler ist, weil es ihr selbstständiges Denken und Handeln fördert. Es wäre also zu überlegen, auch in dieser Schulbuchreihe ein derartiges Frageformat einzubauen.

Lebendige Mathematik 3

passt nicht genau

Zu Beginn diese Buches werden noch einmal die Bruchzahlen wiederholt und anhand von einigen Aufgaben zu dieser Thematik geübt, siehe [WWWR3, S. 13], und in einem späteren Kapitel wird die Umrechnung von Brüchen auf Prozentschreibweise, sowohl bei der Berechnung von Prozentanteilen angewendet, als auch die Bruch-, Dezimal- und Prozentschreibweise und deren Umrechnungen geübt, siehe [WWWR3, S. 196f.].

Mach mit Mathematik 1

bereitet vor

Aufgabe 1 kann wieder nur teilweise gelöst werden, da nur das Umrechnen von Bruch- auf Dezimalschreibweise geübt wird, siehe [FFFG1, S. 152ff.].

Mach mit Mathematik 2

passt nicht genau

Wie schon in den vorhergegangenen Schulbuchreihen widmet sich ein Kapitel wieder den Bruchzahlen, wobei das Umrechnen von Brüchen in Dezimalschreibweise und umgekehrt wiederholt und geübt wird, siehe [FFFG2, S. 100ff.]. Auch das Umrechnen von Brüchen auf Prozentschreibweise wird geübt, siehe [FFFG2, S. 179ff. und S. 197ff.]. Was jedoch in nur einer einzigen Aufgabe geübt wird ist das Umrechnen von Bruch- und Prozentschreibweise in Dezimalschreibweise, siehe [FFFG2, S. 183, Aufgabe 1511] und auch das „nur“ in englischer Sprache. In der Jahresstoffkontrolle am Ende des Buches werden anhand von einer Aufgabe doch noch drei Brüche in Dezimalzahlen angeschrieben, siehe [FFFG2, S. 246, Aufgabe W1952]. Natürlich lernen die Schülerinnen und Schüler das schon in der fünften Schulstufe,

aber zwecks Wiederholung wäre es unter Umständen hilfreich auch das noch einmal mittels Aufgaben aus dem Buch zu üben.
Auch in dieses Schulbuch könnte die ungewohnte Fragestellung von Aufgabe 1 eingebaut werden, um die Schülerinnen und Schüler darauf vorzubereiten und ihr selbstständiges Denken und Handeln zu fördern.

Mach mit Mathematik 3 und Mach mit Mathematik 4

passt nicht genau

Hier gibt es einige Aufgaben zum Thema zur Wiederholung, aber eine Aufgabenstellung konkret wie in Aufgabe 1 kommt wieder nicht vor.

MathematiX 1

bereitet vor

Im ersten Kapitel über Dezimalzahlen, siehe [BHLP1, S. 144ff.] wird anhand von einigen Aufgaben das Umwandeln von Dezimalbrüchen in Dezimalzahlen geübt, wodurch die Schülerinnen und Schüler wieder nur in der Lage sind, einen Teil der Aufgabe 1 zu lösen, was aber eben wegen des Lehrplans auch gar nicht anders möglich ist.

MathematiX 2

passt nicht genau

Die Bruch- und Dezimalschreibweise wird in diesem Schulbuch wieder anhand von einigen Aufgaben wiederholt und kann so geübt werden, siehe [BHLP2, S. 72ff]. Was in dieser Schulbuchreihe auffällt ist, dass es zum Umformen von Brüchen und Dezimalzahlen in Prozentzahlen keine einzige Aufgabe gibt. Lediglich zu Beginn des Kapitels Prozentrechnung wird gesagt, dass 1 % = $\frac{1}{100}$ = 0,01 entspricht und dass sich Prozentrechnungen mit Hilfe von Bruchrechnungen einfacher durchführen lassen, wofür sechs Beispiele angegeben werden, siehe [BHLP2, S. 160]. Dabei handelt es sich nicht einmal um Brüche mit einer Zehnerpotenz im Nenner, sondern schon um gekürzte Brüche. Deshalb kann man daran zweifeln, ob Schülerinnen und Schüler verstehen, wie man einen Bruch bzw. eine Dezimalzahl als Prozentzahl und umgekehrt angibt, da dies in keiner einzigen Aufgabe geübt werden kann, sondern gleich der Prozent- und Grundwert berechnet werden soll, siehe [BHLP2, S. 160ff.]. Ich bezweifle daher stark, dass Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Buch arbeiten, genügend auf die Aufgabe 1 vorbereitet werden.

Positiv bleibt aber zu vermerken, dass in diesem Buch im so genannten Ferienprogramm eine ähnliche Aufgabenstellung wie in Aufgabe 1 zu finden ist, siehe [BHLP2, S. 203ff.]. Auch wenn es sich dabei um ein anderes Thema handelt, werden die Schülerinnen und Schüler doch in eine andere Art der Aufgabenstellung eingeführt, indem sie aus vier möglichen Antworten die Richtige auswählen müssen.

MathematiX 3 und MathematiX 4

passt nicht genau

Hier werden wieder einige Aufgaben zur Wiederholung angeboten, wodurch den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit geboten wird das schon Gelernte zu wiederholen. Am Ende des vierten Bandes gibt es einen so genannten Fitnesscheck und Fitnesscheck Spezial in denen die wichtigsten Rechenfertigkeiten der fünften bis achten Schulstufe wiederholt und gefestigt werden können, siehe [BHLP4, S. 193ff.].

Auswertungsergebnis und Fehleranalyse der Pilottestung

53,7 % der Schülerinnen und Schüler, die an der Pilottestung teilnahmen, konnten diese Aufgabe richtig lösen. Häufig wurde mit $\frac{35}{1000}$ eine der beiden richtigen Zahlen gefunden, dann aber keine weitere Zahl. Oft wurde auch mit 0,35 % oder 35 % eine falsche Zahl angekreuzt. Ein weiterer häufig aufzufindender Fehler war $0{,}035 = \frac{35}{100}$ (siehe [7], S. 1 und [8], S. 2).

Fazit

Aufgabe 1 zielt auf die sechste Schulstufe ab.

Aus meiner Sicht werden Schülerinnen und Schüler durch die untersuchten Schulbücher prinzipiell schon auf die Aufgabe 1 vorbereitet, da sie die dafür notwendigen Handlungs- und Inhaltsbereiche anhand der Schulbücher erlernen können. Einzig die Form und Formulierung der Aufgabenstellung könnte ein Problem darstellen, welches von mir bereits erörtert wurde, weshalb ich es für sinnvoll halten würde, ähnliche Fragestellungen vermehrt in die Schulbücher einzubauen, um die Schülerinnen und Schüler optimal vorzubereiten und dadurch ihr selbstständiges Denken und Handeln zu fördern.

Wie man anhand der Auswertung und Fehleranalyse der Pilottestung sehen kann, konnten nur knapp über die Hälfte der Schülerinnen und Schüler die Aufgabe 1 richtig lösen. Durch die Tatsache, dass oft nur eine einzige Zahl als richtige Antwort angekreuzt wurde, kann man schließen, dass die Schülerinnen und Schüler mit der Aufgabenstellung Probleme hatten. Das bestärkt mich in der Ansicht, dass in den Schulbüchern vermehrt Multiple Choice Aufgaben mit mehreren richtigen Antwortmöglichkeiten gestellt werden sollten, bei denen verschiedene Handlungs- und Inhaltsbereiche miteinander verknüpft werden.

3.2.1.2 Aufgabe 2 - Messbecher

Messbecher

Für die Zubereitung eines Backteiges werden $\frac{3}{4}$ l Wasser benötigt.

Aufgabe: Die benötigte Wassermenge wird in einen Messbecher gefüllt. Markiere, wie hoch das Wasser im Messbecher steht!

Lösung:

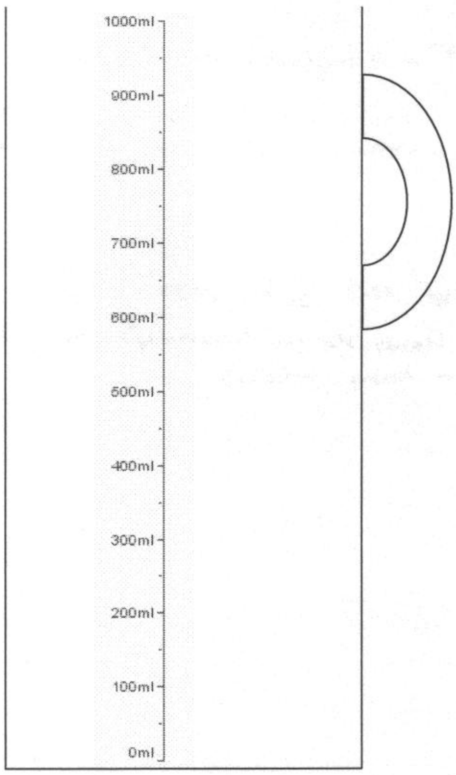


Abb. 14a (siehe [1], S. 21)

Musterlösung

Hier gibt es mehrere Lösungsmöglichkeiten, wie die Schülerinnen und Schüler zu der gesuchten Lösung kommen, spielt aber keine Rolle. Eine Möglichkeit besteht darin den Zähler durch den Nenner zu dividieren und das Ergebnis von Liter auf Milliliter umzuwandeln, wobei zu erwähnen ist, dass das Umrechnen von Maßeinheiten schon zum Handlungsbereich H2 zählen würde. Dadurch käme man auf das Ergebnis 750 ml und dieses kann dann auf dem Zahlenstrahl eingezeichnet werden. Eine andere Möglichkeit wäre den Zahlenstrahl auf dem Messbecher als eine Einheit zu betrachten, diese in vier Teile zu teilen und nach der dritten Einheit, also bei $\frac{3}{4}$ der Strecke ein Kreuz zu machen, siehe Abbildung 14b. Dabei ist keine Umrechnung notwendig.

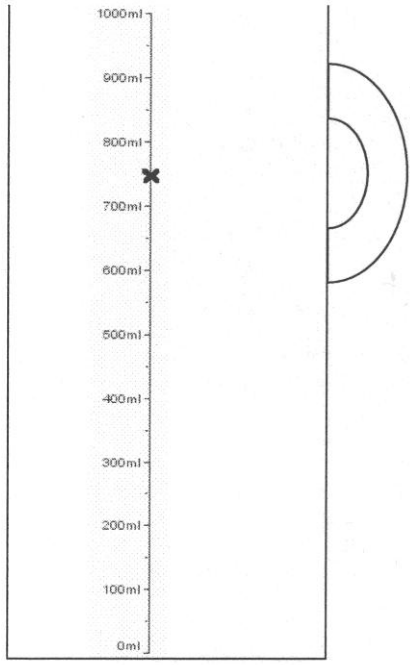


Abb. 14b (siehe [1], S. 22)

Das ist Mathematik 1

passt nicht genau

Die Schwierigkeit bei der Aufgabe 2 besteht darin, dass die Schülerinnen und Schüler eine Aufgabe zu lösen haben, bei der sie mehrere Handlungs- bzw. Inhaltsbereiche miteinander verknüpfen müssen. Dabei handelt es sich um das Übertragen in andere Darstellungsformen als Handlungsbereich, sowie um die Darstellung von Zahlen und das Umrechnen von Maßeinheiten als Inhaltsbereiche. Die Komplexität der Aufgabe ist also eine höhere, nämlich Komplexitätsbereich K2, da die Schülerinnen und Schüler sowohl zwischen Maßeinheiten als auch zwischen Zahlenschreibweisen wechseln müssen und diese Zahl auf einer Skala als Punkt darstellen müssen.

Sowohl dem Umformen von einem Bruch in eine Dezimalzahl, siehe [RHLGA1, S. 158f.], als auch dem Umrechnen von Liter auf Milliliter, siehe [RHLGA1, S. 262f.], werden Aufgaben in diesem Buch gewidmet. Das Einzeichnen einer Bruch- bzw. Dezimalzahl auf dem

Zahlenstrahl kommt immer wieder als Aufgabe vor, weshalb ich der Ansicht bin, dass Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Buch arbeiten schon jetzt in der Lage sein müssten, die Aufgabe 2 zu lösen, auch wenn sie zumindest bei einem Lösungsweg auf einen Inhaltsbereich abzielt, nämlich das Umformen von Bruch- in Dezimalschreibweise, der erst für die sechste Schulstufe vorgesehen ist. Leider gibt es in diesem Buch keine vergleichbare Aufgabe in der, wie bei Aufgabe 2, mehrere Handlungsbereiche auf diese Weise miteinander verknüpft werden.

Das ist Mathematik 2

passt nicht genau

In diesem Buch für die sechste Schulstufe wird anhand von einem Beispiel gezeigt, wie man den Bruch $\frac{3}{4}$ in eine Dezimalzahl umrechnet, siehe [RHLGA2, S. 39], und auch das Umrechnen von Liter auf Milliliter wird noch einmal anhand von Aufgaben wiederholt, siehe [RHLGA2, S. 159ff.]. Im Prinzip wird also der aus der fünften Schulstufe gelernte Stoff noch einmal auf die gleiche Art und Weise wiederholt. Eine Verknüpfung der beiden Handlungsbereiche, nämlich das Umrechnen zwischen Schreibweisen, das Umrechnen zwischen Maßeinheiten und das grafische Darstellen auf einer Messskala und somit eine Steigerung der Komplexität fehlt, wäre allerdings wünschenswert, da auch in diesem Band keine vergleichbare Aufgabe zur Aufgabe 2 zu finden ist. Da die Schülerinnen und Schüler schon durch den ersten Band in der Lage sind, die Aufgabe 2 korrekt zu lösen, bliebe also die Zeit, sich in der sechsten Schulstufe mit Aufgaben höherer Komplexität auseinander zu setzen und entsprechende Aufgaben in das Buch einzubauen.

Lebendige Mathematik 1

bereitet vor

Das notwendige Werkzeug zum Lösen der Aufgabe 2 erlangen die Schülerinnen und Schüler nur teilweise durch die Verwendung dieses Schulbuches. Für die Aufgabe 2 muss nämlich der Bruch $\frac{3}{4}$ in eine Dezimalzahl umgeformt werden, um diese anschließend in eine andere Einheit umzurechnen. Leider lernen die Schülerinnen und Schüler mit diesem Schulbuch nur die Umrechnung von einem Dezimalbruch in eine Dezimalzahl, siehe [WWWR1, S. 128ff.] und sind somit noch nicht in der Lage, $\frac{3}{4}$ in eine Dezimalzahl umzuformen. Auf der anderen Seite kommen einige Aufgaben im Buch vor, bei denen die Schülerinnen und Schüler Bruchzahlen auf einem Zahlenstrahl einzeichnen müssen, siehe [WWWR1, S. 113ff.]. Dadurch wären sie vielleicht im Stande daraus zu schließen das Kreuz bei einem $\frac{3}{4}$ der Länge der Messskala einzuzeichnen, wodurch die Aufgabe 2 richtig gelöst wäre, auch wenn sie eventuell auf mehr abzielen würde, nämlich das Umrechnen von Bruchzahlen (Angabe) in Dezimalzahlen. Das Umrechnen von Liter auf Milliliter (Skala am Messbecher) kann von den Schülerinnen und Schülern anhand von ein paar Aufgaben geübt werden.

Wenn die Aufgabe 2 darauf abzielt, dass die Schülerinnen und Schüler den Bruch in eine Dezimalzahl umformen, um diese schließlich in eine andere Maßeinheit umzurechnen, bin ich der Meinung, dass sie mit diesem Schulbuch für die fünfte Schulstufe noch nicht – im Gegensatz zu anderen Schulbüchern für diese Klasse – im Stande sind die Aufgabe 2 zu lösen. Da das Überführen der Bruch- in die Dezimaldarstellung aber auch erst Stoff der sechsten Schulstufe ist, stellt das prinzipiell kein Problem dar.

Lebendige Mathematik 2

passt nicht genau

Mit diesem Buch für die sechste Schulstufe sind die Schülerinnen und Schüler eigentlich auf die Aufgabe 2 vorbereitet, da nun das Umformen von Brüchen auf Dezimalzahlen gelernt und geübt werden kann, siehe [WWWR2, S. 98ff.]. Auch das Markieren einer Bruch- bzw. Dezimalzahl auf dem Zahlenstrahl wird bei einigen Aufgaben wiederholt, siehe [WWWR2, S. 97 und S. 100f]. Bleibt sich nur noch zu fragen ob die Schülerinnen und Schüler in der Lage sind, zu erkennen, was sie alles tun müssen, um die Aufgabe 2 richtig und vollständig zu lösen. Leider kommt keine vergleichbare Aufgabe im Buch vor, bei der mehrere Handlungsbereiche verknüpft werden, nämlich wie schon erwähnt das Umrechnen zwischen Schreibweisen, das Umrechnen zwischen Maßeinheiten und das grafische Darstellen auf einer Messskala. Prinzipiell glaube ich aber schon, dass die Aufgabe 2 von den meisten Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Buch arbeiten, gelöst werden kann. Es wäre also gut, auch in diesem Schulbuch mehr Aufgaben einzubauen, bei denen mehrere Handlungsbereiche, wie z. B. die eben genannten, miteinander verknüpft werden, um so die Aufgaben schwieriger und komplexer, aber auch lebensnäher zu gestalten.

Mach mit Mathematik 1

bereitet vor

Wie im Schulbuch „Lebendige Mathematik 1“ wird auch in diesem nur das Umrechnen von Dezimalbrüchen auf Dezimalzahlen gelehrt, siehe [FFFG1, S. 152ff.], weshalb die Schülerinnen und Schüler durch die Arbeit mit diesem Schulbuch noch nicht in der Lage sind die Aufgabe 2 vollständig zu lösen. Da auch das Einzeichnen von Bruchzahlen in einen Zahlenstrahl bzw. in eine Messskala etwas kurz gehalten wird, siehe [FFFG1, S. 158ff.], werden aus meiner Sicht die Schülerinnen und Schüler auch nicht in der Lage sein, ein Kreuz bei $\frac{3}{4}$ der Skala einzuzeichnen, um sich so das Umrechnen zu ersparen. Zum Umrechnen von Maßeinheiten wären die Schülerinnen und Schüler dieser Schulstufe schon im Stande, da es im Buch viele Aufgaben dazu zur Übung gibt, siehe [FFFG1, S. 234ff.].

Mach mit Mathematik 2

passt nicht genau

Auch hier ähnelt das Buch dem Band aus „Lebendige Mathematik 2". Die Schülerinnen und Schüler lernen jetzt das Umrechnen von Brüchen auf Dezimalzahlen und umgekehrt, siehe [FFFG2, S. 100ff.], und können anhand von einigen Aufgaben das Markieren von Bruch- bzw. Dezimalzahlen in einer Skala üben, siehe [FFFG2, S. 96, Aufgabe Ü825, S. 100, Aufgabe 865 und S. 102, Aufgabe Ü893]. Mittels einiger weniger Aufgaben können die Schülerinnen und Schüler auch das Umrechnen der Volumseinheiten für Flüssigkeiten wiederholen und üben, siehe [FFFG2, S. 227f]. Leider ist auch hier keine zur Aufgabe 2 vergleichbare Aufgabe zu finden. Wieder werden die einzelnen Handlungsbereiche getrennt voneinander geübt. Trotzdem bin ich der Meinung, dass Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Schulbuch arbeiten, in der Lage sind, die Aufgabe 2 richtig zu lösen. Eine Aufnahme von Aufgaben die die Verknüpfung verschiedener Inhalts- bzw. Handlungsbereiche beinhalten, wie z.B. die für diese Aufgaben notwendigen Bereiche des Umrechnens zwischen Schreibweisen, des Umrechnens zwischen Maßeinheiten und des grafische Darstellens auf einer Messskala, wäre auch für dieses Schulbuch wünschenswert.

MathematiX 1

bereitet vor

Durch einige in diesem Schulbuch vorkommende Aufgaben lernen die Schülerinnen und Schüler Bruchzahlen auf einem Zahlenstrahl einzuzeichnen, siehe [BHLP1, S. 121ff.], wodurch sie in der Lage wären, die Aufgabe durch das Eintragen von $\frac{3}{4}$ auf der Messskala zu lösen. Den Umrechnungsfaktor von Liter auf Milliliter, der benötigt wird, um die Aufgabe auf eine andere Art zu lösen, bekommen die Schülerinnen und Schüler leider einfach nur vorgesetzt, siehe [BHLP1, S. 237ff.], und können ihn auch nur in zwei Aufgaben anwenden und üben. Trotzdem bin ich der Meinung, dass die Schülerinnen und Schüler eventuell in der

Lage wären diese Aufgabe 2 schon in der fünften Schulstufe zu lösen. Ob die Schülerinnen und Schüler durch dieses Buch den Bruch $\frac{3}{4}$ in eine Dezimalzahl umwandeln können bezweifle ich ein wenig. Zwar wird in einer Aufgabe auf einmal verlangt, einen Bruch in eine Dezimalzahl umzurechnen, siehe [BHLP1, S. 149, Aufgabe 785], wie das jedoch genau gemacht wird, wird nur anhand von einem Beispiel gezeigt. Dabei wird jedoch nicht genau erklärt, wie vorzugehen ist. Da bis zu diesem Zeitpunkt nur das Umrechnen von Dezimalbrüchen auf Dezimalzahlen anhand von einigen Beispielen gezeigt wird und durch einige Aufgaben geübt werden kann, siehe [BHLP1, S. 144ff.], bezweifle ich, dass alle Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Buch arbeiten, schon am Ende der fünften Schulstufe die Aufgabe 2 lösen können.

MathematiX 2

passt nicht genau

Da keine zu Aufgabe 2 vergleichbare Aufgabe in diesem Schulbuch vorkommt, bin ich der Meinung, dass die Schülerinnen und Schüler am Ende der sechsten Schulstufe diese Aufgabe 2 zwar lösen können müssten, aber ähnliche Aufgaben zur Unterstützung vermehrt in das Buch aufgenommen werden sollten. Es wird „nur“ gelernt, wie man Brüche in Dezimalzahlen umwandelt, siehe [BHLP2, S. 72ff.], das Umrechnen von Raum- und Hohlmaßen wird anhand von einigen Aufgaben wiederholt, siehe [BHLP2, S. 188, Aufgabe 1013 und S. 191, Aufgabe 1030 und S. 197], wobei ich mir hier die Frage stelle, warum in keiner einzigen Aufgabe von Milliliter auf Liter umgerechnet werden muss, dafür aber die anderen Einheiten des Öfteren vorkommen. Es wird doch immer von Praxis- und Alltagsbezug gesprochen, deshalb würde ich vorschlagen einige Aufgaben, bei denen von Deziliter auf Liter, oder ähnliches umgerechnet werden muss vermehrt gegen solche auszutauschen, bei denen von Liter auf Milliliter umgerechnet werden muss, da diese Einheiten im Alltag, beispielsweise in Kochbüchern, viel öfter vorkommen und gebraucht werden. Trotzdem sollte die Umrechnung in Deziliter natürlich genannt werden, um sie zu kennen. Das Einzeichnen von Zahlen auf dem Zahlenstrahl wird auch immer wieder wiederholt, siehe [BHLP2, S. 43, S. 73 und S. 75]. Eine Verknüpfung von mehreren Handlungsebenen kommt aber leider nicht vor. Dies wäre aber meines Erachtens nach sinnvoll, da die Schülerinnen und Schüler dadurch nicht immer nur nach einem vorgegebenen Beispiel die Aufgaben nachrechnen, oder ein bestimmtes „Schema F“ anwenden, sondern selber dazu gebracht werden sich zu überlegen was zu tun ist.

Auswertungsergebnis und Fehleranalyse der Pilottestung

89,8 % der Schülerinnen und Schüler, die an der Pilottestung teilnahmen, konnten diese Aufgabe richtig lösen. Bei der Fehleranalyse traten keine Auffälligkeiten auf (siehe [7], S. 1 und [8], S. 2).

Fazit

Aufgabe 2 zielt auf die sechste Schulstufe ab.

Ich glaube aufgrund meiner Schulbuchanalyse, dass der Großteil der Schülerinnen und Schüler die Aufgabe 2 richtig lösen kann und die Auswertung der Pilottestung gibt mir dabei Recht, da fast 90 % der Schülerinnen und Schüler eine richtige Antwort abgaben. Nur stelle ich erneut fest, dass in keinem der Bücher eine ähnliche, schon gar nicht die gleiche Aufgabe zu finden war. Das nötige Rüstzeug zum Lösen der Aufgabe besitzen die Schülerinnen und Schüler, aber das selbstständige Arbeiten und Denken wird ihnen leider immer abgenommen, indem man ihnen vorgibt was bei den einzelnen Aufgaben zu tun ist, anstatt sie selber darüber nachdenken zu lassen. Deshalb sollte man sich überlegen, ob an den Schulbüchern in diese Richtung nicht noch etwas verändert werden soll, um die Schülerinnen und Schüler besser auf derartige Aufgaben vorzubereiten und ihre Selbstständigkeit zu fördern. Es wäre also von Vorteil, mehr Aufgaben in die Schulbücher aufzunehmen, bei denen die unterschiedlichen Handlungs- und Inhaltsbereiche, in dieser Aufgabe waren es beispielweise das Umrechnen zwischen Schreibweisen, das Umrechnen zwischen Maßeinheiten und das grafische Darstellen auf einer Messskala, verknüpft werden. Dadurch würden die Aufgaben komplexer und lebensnäher werden, und die Schülerinnen und Schüler so zum Verknüpfen der einzelnen Handlungs- und Inhaltsbereiche animiert.

3.2.1.3 Aufgabe 3 - Zinsen

Zinsen

Ein Kapital von € 8.500,- wird mit 3,5% jährlich verzinst.

Aufgabe: Berechne die Zinsen für ein Jahr!

Lösung: Die Zinsen für ein Jahr betragen € ………………

Abb. 15 (siehe [1], S. 25)

Musterlösung
Die Zinsen für ein Jahr betragen € 297,50 (ohne KESt).

Das ist Mathematik 2
bereitet vor
Im Prinzip lernen die Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Buch arbeiten, schon in der sechsten Schulstufe, wie man den Anteil eines Grundwertes berechnet, siehe [RHLGA1, S. 126ff.], und sind dadurch eigentlich in der Lage die Aufgabe 3 zu lösen. Schwierigkeit könnte nur die Formulierung mit sich bringen, da in dieser Schulstufe noch keine Jahreszinsen behandelt werden, sondern nur Grundwerte, Prozentsätze und Prozentanteile. Ich glaube aber schon, dass viele Schülerinnen und Schüler mit diesem Schulbuch schon in der sechsten Schulstufe diese Aufgabe lösen können.

Das ist Mathematik 3
passt genau
In diesem Schulbuch kommt Aufgabe 3 mehrfach nur mit anderen Werten vor, siehe [RLG1, S. 68 Aufgabe 274], weshalb ich der Meinung bin, dass die meisten Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Buch arbeiten, die Aufgabe 3 vollständig lösen können.

Lebendige Mathematik 2
bereitet vor
Auch durch die Arbeit mit diesem Buch sind die Schülerinnen und Schüler schon in der sechsten Schulstufe in der Lage 3,5 % von 8500 € zu berechnen, siehe [WWWR2, S. 202ff., S. 214f. und S. 262], also prinzipiell dazu fähig die Aufgabe 3 zu lösen. Für ein paar Schülerinnen und Schüler könnte erneut nur die Formulierung ein Problem in dieser Schulstufe darstellen.

Lebendige Mathematik 3
passt genau
Die Aufgabe 3 wird auch in diesem Schulbuch mehrmals nur mit anderen Werten gestellt, siehe [WWWR3, S. 204f. und S. 211], weshalb die Schülerinnen und Schüler auch durch das Arbeiten mit diesem Buch in der Lage sein sollten die Aufgabe 3 richtig zu beantworten.

Für **Mach mit Mathematik 2-3** und **MathematiX 2-3** gilt das Gleiche wie bei den vorangegangenen Schulbüchern.

Auswertungsergebnis und Fehleranalyse der Pilottestung

62,7 % der Schülerinnen und Schüler die an der Pilottestung teilnahmen konnten diese Aufgabe richtig lösen. Bei der Fehleranalyse traten keine großen Auffälligkeiten auf, teilweise konnten die falschen Antworten auf fehlerhafte Formeln zurückgeführt werden (siehe [7], S. 1 und [8], S. 2).

Fazit

Laut Lehrplan zielt die Aufgabe 3 auf die sechste Schulstufe ab, Jahreszinsen werden aber in allen vier Schulbuchreihen erst in den Büchern der siebenten Schulstufe behandelt. Egal mit welchem untersuchten Schulbuch die Schülerinnen und Schüler arbeiten, die Aufgabe 3 kommt mit veränderten Werten in allen diesen Schulbüchern für die siebente Schulstufe vor, weshalb ich der Meinung bin, dass eigentlich der Großteil der Schülerinnen und Schüler die Aufgabe 3 lösen können sollten, wenn sie mit diesen Schulbüchern arbeiten. Um so interessanter fand ich das Ergebnis der Pilottestung, bei der nur 62,7 % der Schülerinnen und Schüler die Aufgabe 3 richtig lösen konnten. Gerade Aufgabe 3 hat einen sehr großen Bezug zum Alltag, handelt es sich dabei doch um eine Aufgabe, die im täglichen Leben öfter mal vorkommen kann und wird. Um so wichtiger scheint es mir da, dass diese Stoffgebiete gut gekonnt werden. Wenn nicht einmal $\frac{2}{3}$ der getesteten Schülerinnen und Schüler Zinsen berechnen können, dann ist das für mich ein Zeichen dafür, dass etwas nicht verstanden wurde.

Die falschen Antworten bei der Pilottestung wurden teilweise auf fehlerhafte Formeln zurückgeführt, was für mich ein Indiz dafür ist, dass die Schülerinnen und Schüler während des Unterrichts die Formeln auswendig gelernt haben, aber die Sinnhaftigkeit, Nützlichkeit und Wichtigkeit dieses Themengebietes nicht mit ihren Vorstellungen adäquat verknüpft haben. Ich habe das Gefühl, dass dies durch die bei uns verbereitete „Kultur des Formelauswendiglernens“ leider oft passiert, was auch die Pilottestung zum Teil wiederspiegelt. Vielleicht ist der Zugang zur Prozentrechnung für die Schülerinnen und Schüler nicht geeignet. In drei von vier Büchern müssen die Schülerinnen und Schüler zu Beginn der Prozentrechnung Prozentangaben als Bruch oder Dezimalzahlen darstellen und bald darauf wird die Formel $A = \frac{G \cdot p}{100}$ eingeführt, die oft nur auswendig gelernt, aber nicht verstanden wird. Ein anderer Grund dafür, dass das Prozentrechnen den Kindern so oft Schwierigkeiten bereitet, könnte auch darin bestehen, dass die Schülerinnen und Schüler in diesem Alter, in dem die Prozentrechnung eingeführt wird, noch nicht in der Lage sind, vom Alltag her die Bedeutung zu verstehen. Die Prozentrechnung ist aber ein Gebiet der Mathematik, das in der Anwendung verstanden werden sollte. Und unter verstanden werden ist nicht ein Auswendiglernen der benötigten Formeln gemeint, die dann gleich wieder vergessen werden. Verstanden werden bedeutet hier, dass ich ohne das Anschreiben der Formel einen Prozentsatz in einer gegebenen konkreten Situation berechnen kann.

Es wäre daher vielleicht überlegenswert, die Kapitel zur Prozentrechnung dahingehend zu verändern, dass es den Schülerinnen und Schülern leichter fällt, ein Verständnis in der Anwendung für die Materie zu entwickeln und sie nicht damit beginnen zu lassen, eine Formel auswendig zu lernen. Ein intuitiver Zugang, der ihrem Alter und noch wichtiger, ihren Interessen entsprechend angepasst ist, wäre sicher eine besserer Methode. Gerade in der heutigen Zeit verbringen die Schülerinnen und Schüler viel Zeit vor dem Computer, speziell im Internet oder mit Videospielen. Es werden Musiklieder, Filme, etc. heruntergeladen und bei diesen Downloads steht auch immer der Fortschritt in Prozenten angegeben. Wie wäre es also, wenn man die Schülerinnen und Schüler die bereits heruntergeladenen Datengröße berechnen lässt? Ein anderer Zugang könnte durch das Einkaufen von preisreduzierter Ware entstehen oder dem prozentuellen Fettgehalt bei Nahrungsmittel, was noch dazu wunderbar für fächerübergreifenden Unterricht verwendet werden kann, wenn in Biologie über Ernährung gesprochen wird.

Es gibt sicher noch viele andere für die Schülerinnen und Schüler ansprechende Zugänge zum Thema Prozentrechnungen, sie müssen nur im Unterricht besprochen werden.

3.2.1.4 Aufgabe 4 - Mädchen in der Überzahl

Mädchen in der Überzahl

In einer Schule sind die Mädchen deutlich in der Überzahl. In jeder einzelnen Klasse gilt sogar:

$M > B \cdot 2$ M……Anzahl der Mädchen
B…….Anzahl der Buben

Aufgabe: Wenn in einer Klasse 8 Buben sind, welche der folgenden Aussagen über die Anzahl der Mädchen dieser Klasse wird durch die Ungleichung ausgedrückt?

Lösung:
- ☐ Es sind mindestens 15.
- ☐ Es sind höchstens 15.
- ☐ Es sind mindestens 16.
- ☐ Es sind höchstens 16.
- ☐ Es sind mindestens 17.
- ☐ Es sind höchstens 17.

Abb. 16 (siehe [1], S. 61)

Musterlösung

Als richtige Lösung wäre „Es sind mindestens 17.“ anzukreuzen.

Das ist Mathematik 1

passt nicht genau

Die meisten Aufgaben in diesem Schulbuch verlangen als Lösung einer Ungleichung eine Lösungsmenge, siehe [RHLGA1, S. 90ff.]. Eine Aufgabe konnte ich finden, in der die Schülerinnen und Schüler Texten Ungleichungen zuordnen mussten, siehe [RHLGA1, S. 92, Aufgabe 508], was eine immer noch etwas andere Aufgabenstellung ist wie die in Aufgabe 4. Prinzipiell aber müsste ein Großteil der Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Buch arbeiten, die Aufgabe 4 richtig lösen können. Probleme könnten durch die Formulierungen wie „höchstens“ oder „mindestens“ in Verbindung mit einem „größer als“ Symbol auftreten. Das verbale Deuten könnte also zu Fehlern und falschen Antworten führen, mehr dazu im Fazit.

Lebendige Mathematik 1

bereitet vor

Der Begriff „Ungleichung“ wird in diesem Schulbuch für die fünfte Schulstufe nicht einmal erwähnt. Zwar werden die Zeichen für „größer“ und „kleiner“ kurz beim Kapitel „Vorgänger und Nachfolger“ eingeführt, siehe [WWWR1, S. 12f.], und im späteren Kapitel über die Brüche noch einmal verwendet um anzugeben welcher Bruch größer oder kleiner ist, siehe [WWWR1, S. 117f.], aber Ungleichungen lösen, speziell in Verbindung mit Variablen, kommt nicht vor. Deshalb bin ich der Ansicht, dass dieses Buch bestenfalls auf die Aufgabe 4 vorbereitet, die Schülerinnen und Schüler aber nicht in der Lage wären alleine aufgrund des Buches die Aufgabe 4 ordnungsgemäß zu beantworten.

Lebendige Mathematik 2

bereitet vor

Auch im zweiten Band dieser Schulbuchreihe kommen keine Ungleichungen vor. Zwar werden einige Aufgaben gestellt in denen die Schülerinnen und Schüler im Kapitel „Variablen – Gleichungen“ zu Texten passende Gleichungen aufstellen müssen, siehe [WWWR2, S. 36ff.], aber von Ungleichungen fehlt jede Spur. Man kann natürlich davon ausgehen, dass die Schülerinnen und Schüler sowohl das Zeichen „>“ kennen und deuten können, als auch wissen wie man Werte für Variablen einsetzt. Dadurch kann ich mir schon vorstellen, dass auch durch das Arbeiten mit diesem Buch einige Schülerinnen und Schüler die Aufgabe 4 richtig lösen können, aber ich denke der Großteil wird sich vor allem aufgrund der anderen Art der Aufgabenstellung und der ungewohnten Formulierung schwer tun. Daher finde ich, dass der Begriff „Ungleichung“ nicht nur für die Aussagen „größer“ und „kleiner“, sondern auch für „größer gleich“ und „kleiner gleich“ essentiell ist, was in dieser Schulbuchreihe nur im Anhang als Symbole bei den mathematischen Zeichen und Formeln angeführt wird, siehe [WWWR1, S. 272], [WWWR2, S. 272], [WWWR3, S. 270] und [WWWR4, S. 2]. Es sollte in einem Schulbuch bzw. einer ganzen Schulbuchreihe ein solch wichtiger Begriff nicht fehlen, denn auch in den Büchern für die siebente und achte Schulstufe sind keine Ungleichungen mehr zu finden.

Mach mit Mathematik 1

passt nicht genau

In dem ersten Buch dieser Schulbuchreihe gibt es ein ganzes Kapitel zum Thema „Ungleichungen“, siehe [FFFG1, S. 59ff.]. Es ist zwar keine zur Aufgabe 4 äquivalente Angabe zu finden, aber zumindest müssen die Schülerinnen und Schüler Texte in Ungleichungen umwandeln, oder Lösungsmengen zu Ungleichungen finden. Multiple Choice Fragen sind in den Schulbüchern, wie schon bereits erwähnt, generell Mangelware und alleine deshalb lässt sich keine ähnliche Aufgabenstellung finden.

Der wesentliche Unterschied bei den Aufgaben aus diesem Schulbuch zur Aufgabe 4 besteht meiner Ansicht nach darin, dass in Aufgabe 4 auf beiden Seiten der Ungleichung Variablen vorkommen, wo hingegen bei den Aufgaben in dieser oder in der „Das ist Mathematik"-Schulbuchreihe immer nur eine Variable vorkommt, entweder links, oder rechts vom Ungleichungszeichen, oder in der Mitte einer Ungleichungskette.
Das Problem mit dem verbalen Deuten könnte auch hier auftreten. Es wird zwar zu Beginn des Kapitels kurz erwähnt was „mindestens gleich" und „höchstens gleich" in Verbindung mit den Ungleichungszeichen „≤" und „≥" bedeutet, siehe [FFFG1, S. 59], aber es gibt nur eine Hand voll Aufgaben in denen auch wirklich diese Art der Formulierung angewendet wird und gerade die Aufgabe 4 fordert eine exakte Deutung der Formulierung, weshalb man sich hier keine Fehler erlauben darf. Es sollte also auch in diesem Buch mehr Wert auf die Formulierung und verbale Deutung gelegt werden, um den kleinen aber feinen Unterschied deutlich und vor allem bewusst zu machen.

Mach mit Mathematik 2

passt nicht genau

Zur Wiederholung und Vertiefung gibt es im Buch für die zweite Klasse wieder ein Kapitel zum Thema Ungleichungen, in denen diesmal sogar eine zu Multiple Choice ähnliche Aufgabenstellung zu finden ist. Bei zwei Aufgaben müssen die Schülerinnen und Schüler aus vier vorgegebenen Zahlen diejenigen durch Einsetzen in eine Ungleichung finden, für die die Ungleichung passt, siehe [FFFG2, S. 46 Aufgabe 400 und S. 48 Aufgabe Ü433]. Diese Aufgaben sind der Aufgabe 4 schon sehr ähnlich, wenn auch wieder nur eine, anstatt zwei Variablen, in der Ungleichung vorkommt. Ich denke also, dass dieses Schulbuch die Schülerinnen und Schüler einigermaßen gut auf die Aufgabe 4 vorbereitet, problematisch ist nur wie im vorherigen Band auch schon, dass mehr Augenmerk auf die Verbalisierung mathematischer Ausdrücke gelegt werden sollte. In diesem Fall hier wird diese Problematik gar nicht berücksichtigt, wodurch sich erneut Fehler beim Lösen der Aufgabe 4 einschleichen können.

MathematiX 1

bereitet vor

Die Zeichen „>" und „<" werden auch in diesem Schulbuch anhand der ganzen Zahlen eingeführt, siehe [BHLP1, S. 7ff.], und beim Vergleichen von Brüchen erneut angewendet, siehe [BHLP1, S. 121ff.]. Leider konnte ich auch diesmal kein Kapitel zum Thema

„Ungleichungen“ finden, auch die Zeichen „≥“ und „≤“ werden noch nicht eingeführt. Positiv zu vermerken ist aber, dass im Kapitel zu den einfachen Gleichungen Textaufgaben mit teilweise auch mehreren Variablen vorkommen, die von den Schülerinnen und Schülern in Gleichungen umgewandelt werden sollen, siehe [BHLP1, S. 108ff.]. Das ist eine gute Vorbereitung und zeigt den Kindern, dass in Gleichungen und in weiterer Folge natürlich auch in Ungleichungen mehrere Variablen vorkommen können.

MathematiX 2

passt nicht genau

In der Fortsetzung werden nun in einem eigenen Kapitel Ungleichungen eingeführt, siehe [BHLP2, S. 63ff.]. Zwar gibt es wieder keine zur Aufgabe 4 analoge Aufgabe, aber dafür sind einige andere gute Aufgaben enthalten, die den notwendigen Stoff recht gut vermitteln. Leider konnte ich auch hier keine Multiple Choice Aufgabe finden. Was aber noch folgenschwerer sein könnte ist, dass in diesem Schulbuch gar kein Augenmerk auf die verbale Formulierung gelegt wird. Die Wörter „mindestens“ und „höchstens“ kommen in diesem Kapitel gar nicht vor, da in allen Textaufgaben nur die Ausdrücke „größer/kleiner“ oder „größer/kleiner gleich“ verwendet werden. Ich glaube deshalb, dass sich die Schülerinnen und Schüler mit der Aufgabe an sich nicht schwer tun würden, aber die ungewohnten Formulierungen in den möglichen Antworten könnten fatal sein.

Auswertungsergebnis und Fehleranalyse der Pilottestung

Nur 37,9 % der Schülerinnen und Schüler, die an der Pilottestung teilnahmen, konnten diese Aufgabe richtig lösen. Die Fehleranalyse ergab, dass ungefähr $\frac{2}{3}$ aller fehlerhaften Lösungen die Antwort „mindestens 16“ angekreuzt haben. Die Ursache könnte darin liegen, dass das „echt größer“ vernachlässigt wurde (siehe [7], S. 1 und [8], S. 5).

Fazit

Aufgabe 4 zielt auf die fünfte Schulstufe ab.

Wie bereits erwähnt, liegt aufgrund der Schulbuchanalyse die Schwierigkeit in der Aufgabe 4 im Verbalen, was auch von der Fehleranalyse bestätigt wird. Prinzipiell muss zum Lösen der Aufgabe ein Wert in eine Variable eingesetzt werden und die Ungleichung abgelesen werden. Das möglicherweise Verfängliche liegt in der Formulierung der Antwortmöglichkeiten. Die Ausdrücke „höchstens“ und „mindestens“ entsprechen normalerweise den Symbolen „≤“ oder „≥“. In Aufgabe 4 kommt aber das Symbol für „größer als“ vor, also „>“ und ich denke, dass hier Probleme auftreten könnten, da viele Schulbücher die verbale Deutung vernachlässigen oder sogar komplett auslassen. Wichtig wäre es also beim Thema Ungleichungen auch auf die Formulierungen, sowie verbalen Interpretationen einzugehen, damit hier keine Missverständnisse entstehen und die Unterschiede für die Schülerinnen und Schüler deutlich gemacht werden.

Ich finde es auch erschreckend, dass in der Schulbuchreihe „Lebendige Mathematik“ der Thematik „Ungleichung“ so gut wie keine Beachtung zugeschrieben wird. Dieses Wort ist einfach nicht zu finden, ganz zu schweigen davon, dass die Symbole „≤“ und „≥“ nicht eingeführt werden. Diese sind zwar für die Aufgabe 4 nicht direkt essentiell, dennoch sind sie aber ein wichtiger Bestandteil von Ungleichungen, gerade im Zusammenhang mit verbalen Formulierungen.

Wenn man die Schulbuchreihen miteinander vergleicht, so fällt auch auf, dass alleine die Reihe „Das ist Mathematik“ schon im ersten Band das Thema Ungleichungen ausreichend erarbeitet.

In den verbleibenden zwei Reihen können die Schülerinnen und Schüler die Aufgabe 4 wenn überhaupt erst in der sechsten Schulstufe lösen, obwohl sie auf die fünfte abzielt.

Man sieht also, dass hier noch viel Handlungsbedarf existiert.

3.2.1.5 Aufgabe 5 - Binomische Formel

Binomische Formel

Bei der Herleitung einer „binomischen Formel“ werden viele Umformungsschritte benötigt, einen davon sieht man hier:

$$\ldots = a \cdot a + b \cdot a + a \cdot b + b \cdot b \;=\; a \cdot a + a \cdot b + a \cdot b + b \cdot b = \ldots$$

***Aufgabe*:** Warum ist dieser Umformungsschritt erlaubt?

Lösung:

Abb. 17 (siehe [1], S. 63)

Musterlösung

Dieser Umformungsschritt ist erlaubt, da das Kommutativgesetz (oder Vertauschungsgesetz) der Multiplikation gilt.

Das ist Mathematik 1

passt nicht genau

Das Kommutativgesetz der Multiplikation wird in diesem Schulbuch nur zu Beginn des Kapitels erklärt, siehe [RHLGA1, S. 71f.], und anschließend in den Aufgaben angewendet. Ich konnte keine ähnliche Aufgabe finden. Ich glaube, dass viele Schülerinnen und Schüler zumindest wissen, dass bei einer Multiplikation die Faktoren vertauscht werden dürfen, also das Kommutativgesetz angewendet werden darf, aber das Bilden der korrekten mathematischen Formulierung wird doch zu einigen Problemen führen, da sie von ihnen nicht oft verwendet wird. Die meisten Aufgaben verlangen Ergebnisse und keine Argumentationen. Es wäre also überlegenswert, Aufgaben in das Buch aufzunehmen, bei denen die Schülerinnen und Schüler nicht nur mathematisches Wissen anwenden können, sondern auch dazu aufgefordert werden Sätze in der Sprache der Mathematik korrekt zu formulieren, denn Mathematik besteht nicht nur aus Zahlen, Formeln und Variablen.

Lebendige Mathematik 1

passt nicht genau

In diesem Buch verhält es sich wie in der vorherigen Schulbuchreihe. Das Kommutativgesetz wird zwar eingeführt und auch angegeben, dass es hilfreich beim Kopfrechnen ist, da man sich in manchen Fällen leichter tun kann, siehe [WWWR1, S. 38ff.], aber eine analoge Aufgabe zur Aufgabe 5 war nicht zu finden. Der Anwendung von korrekten mathematischen Formulierungen wird keine Beachtung geschenkt, so dass ich glaube, dass sich die Schülerinnen und Schüler auch mit diesem Schulbuch nicht optimal auf die Aufgabe 5 vorbereiten können.

Mach mit Mathematik 1

passt (nicht) genau

Genau wie schon in den vorangegangenen Büchern für die fünfte Schulstufe wird auch hier das Kommutativgesetz für die Multiplikation eingeführt, siehe [FFFG1, S. 88ff.], nur konnte ich in diesem Buch zwei Aufgaben finden, die der Aufgabe 5 sehr ähnlich sind, siehe [FFFG1, S. 93, Aufgabe Ü709 und Ü710]. Sie sind zu ihr zwar nicht 100 % identisch, aber die

Schülerinnen und Schüler werden darin aufgefordert anzugeben, welches Rechengesetz sie erkennen können bzw. müssen sie angeben, welches Rechengesetz sie verwenden. Bei den beiden Aufgaben kommen zwar keine Variablen wie in Aufgabe 5 vor, aber zumindest müssen die Kinder „mathematische Vokabeln“ verwenden. Im Vergleich zu den vorigen Schulbüchern komme ich daher hier zu der Meinung, dass dieses Buch besser auf die Aufgabe 5 vorbereitet. Wenn man sich dieses Schulbuch genauer anschaut, so erkennt man, dass öfter solche Aufgaben vorkommen, bei denen die Schülerinnen und Schüler angeben müssen welche Rechengesetze angewendet wurden. Es wird also versucht, die Kinder dazu zu bringen, das Fachvokabular zu verwenden, was ich für sehr wichtig halte.

MathematiX 1

passt nicht genau

Obwohl dieses Schulbuch den Schulbuchreihen „Das ist Mathematik“ und „Lebendige Mathematik“ ähnelt, was die Herangehensweise an das Kommutativgesetz angeht, so liegt der auffallende Unterschied für mich darin, dass in diesem Buch das Wort „Kommutativgesetz“ nur in Verbindung mit der Addition von natürlichen, siehe [BHLP1, S. 54], und der Addition von Dezimalzahlen, siehe [BHLP1, S. 156], verwendet wird. Sobald es um das Multiplizieren von Zahlen geht, wird nur noch „Vertauschungsgesetz“ geschrieben. Das finde ich sehr verwunderlich, denn es wäre meines Erachtens nach besser immer das gleiche Wort zu verwenden, also entweder das deutsche oder das lateinische, damit die Schülerinnen und Schüler nicht verwirrt sind. Wenn beide Ausdrücke eingeführt werden, müssen auch immer beide verwendet werden, damit die Schülerinnen und Schüler wissen, dass es sich um das Gleiche handelt. Lateinische Begriffe kommen in unserem Sprachgebrauch oft vor. Jeder und jedem der oder dem der Blinddarm bzw. Wurmfortsatz entfernt wurde, weiß z. B., dass der lateinische Ausdruck dafür „Appendix“ ist, und genau so verhält es sich auch in der Mathematik, auch hier muss man manchmal Vokabeln lernen.

Auswertungsergebnis und Fehleranalyse der Pilottestung

Nur 42,9 % der Schülerinnen und Schüler, die an der Pilottestung teilnahmen, konnten diese Aufgabe richtig lösen. Die Fehleranalyse ergab, dass die Schülerinnen und Schüler oft nicht richtig argumentieren konnten (siehe [7], S. 1 und [8], S. 5).

Fazit

Aufgabe 5 zielt auf die fünfte Schulstufe ab.

Nicht einmal die Hälfte der Schülerinnen und Schüler konnten die Aufgabe 5 richtig lösen. Häufige Ursache war die Unfähigkeit richtig zu argumentieren. Das ist genau das, was ich auch an den Büchern zu bemängeln habe. In nur einer Reihe wird nach dem Fachvokabular bzw. dem Namen von Rechenregeln gefragt. Die Schülerinnen und Schüler sind es einfach nicht gewohnt, die „mathematischen Fremdwörter“ zu verwenden, sie werden nicht dazu aufgefordert zu argumentieren. Und wie in einer Fremdsprache ist es auch hier wichtig Fremdwörter bzw. Vokabeln oft zu gebrauchen, sonst vergisst man sie. Rechenregeln werden oft genug gebrauchen, dazu gibt es in den Schulbüchern genügend Aufgaben, deshalb wissen die Schülerinnen und Schüler bei der Überprüfung der Bildungsstandards auch noch, dass die Faktoren einer Multiplikation vertauscht werden dürfen, aber sie können es nur durchführen und nicht bezeichnen.

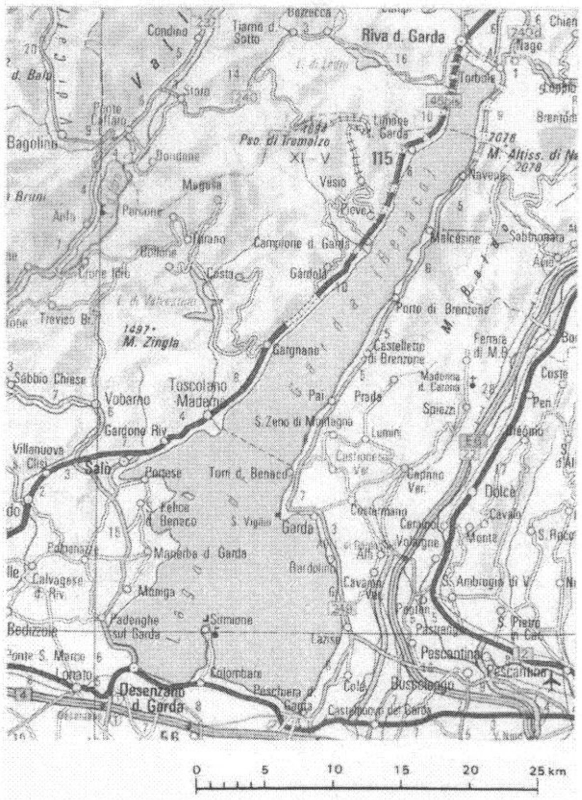
Egal ob nun der deutsche oder lateinische Ausdruck eingeführt wird, der Begriff muss für die Schülerinnen und Schüler handhabbar sein, das heißt sie müssen ihn beispielshalber zum Argumentieren verwenden können.

Wie man also sieht und auch schon bei der vorherigen Aufgabe 4 sehen konnte, müssen die Schulbücher mehr Wert auf das Argumentieren und Ausdrücken legen, denn auch das sind Teile der Mathematik.

3.2.1.6 Aufgabe 6 - Gardasee

Gardasee

Im Ausschnitt einer Karte ist der Gardasee (Italien) zu erkennen:



***Aufgabe*:** Schätze mit Hilfe des Maßstabes den Flächeninhalt des Gardasees! (*Hinweis:* Du kannst in der Karte zeichnen, wenn dir dies bei deiner Schätzung hilft.)

Lösung: Der Flächeninhalt des Gardasees beträgt ca. ………………. km^2.

Abb. 18a (siehe [1], S. 73)

Musterlösung

Durch das Zerlegen des „Gardasees“ in einfache geometrischen Figuren die den Schülerinnen und Schüler bekannt sind, in diesem Fall handelt es sich z. B. um zwei Rechtecke, lässt sich der Flächeninhalt mittels bekannter Flächeninhaltsformeln leicht berechnen (siehe Abbildung 18b, S. 83).

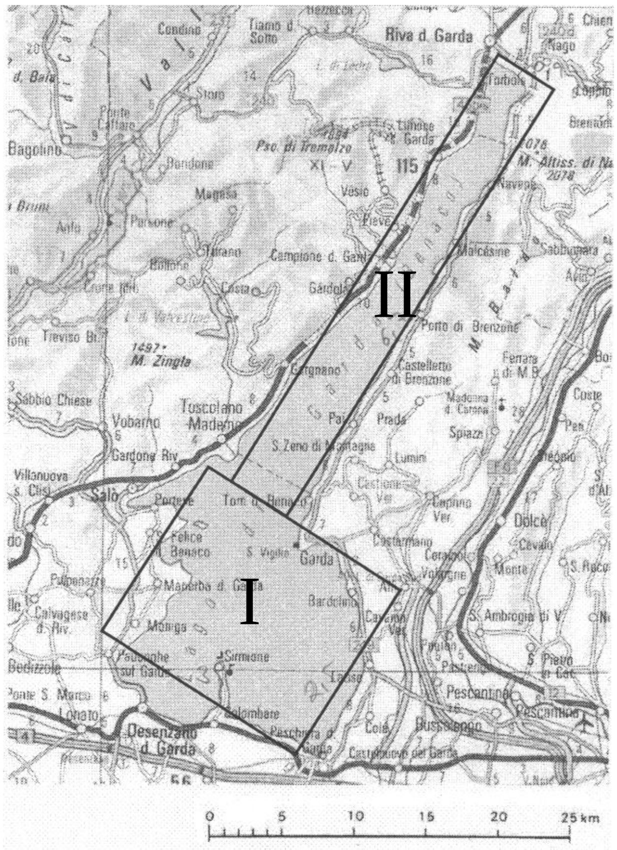


Abb. 18b (siehe [1], S. 74)

Die Seitenlängen der Rechtecke können durch den gegebenen Maßstab leicht abgelesen werden (Abbildung 18b).

Rechteck I: a = 3 cm (entspricht ~15,8 km), b = 2,6 cm (entspricht ~13,7 km), wodurch sich der Flächeninhalt $A_I \approx 216,5$ km² ergibt.

Rechteck II: a = 0,9 cm (entspricht ~4,7 km), b = 6,7 cm (entspricht ~35,3 km), wodurch sich der Flächeninhalt $A_{II} \approx 165,9$ km² ergibt.

Im Endeffekt erhält man durch Addition der beiden einzelnen Flächeninhalte einen gesamten Flächeninhalt von rund 380 km² für den Gardasee. Es reicht natürlich aus, einen gerundeten Wert anzugeben, da es sich hierbei ja nur um eine Schätzung handelt. Geringe Abweichungen werden selbstverständlich toleriert.

Das ist Mathematik 1

passt genau

Um die Aufgabe 6 zu lösen, müssen mehrere Schritte durchgeführt werden. Als Erstes muss der Flächeninhalt mittels einer einfachen geometrischen Figur abgeschätzt werden. Weiters müssen Maßstabsangaben angewendet und schließlich Teil- und Gesamtflächen berechnet werden. Das Berechnen des Flächeninhaltes von Rechtecken kann in diesem Schulbuch anhand von vielen Aufgaben geübt werden, siehe [RHLGA1, S. 228ff.]. Auch maßstäbliches Zeichnen, bzw. das Ablesen von Größen aus Plänen kann von den Schülerinnen und Schülern mittels dieses Schulbuches anhand von Aufgaben geübt werden, siehe [RHLGA1, S. 238ff.]. Das nötige Wissen, um die Aufgabe 6 zu lösen, ist also vorhanden. In diesem Schulbuch gibt es sogar die gleiche Aufgabe, nur mit einem anderen See, bei der die Schülerinnen und Schüler aus drei Antwortmöglichkeiten auswählen können und sogar dazu angewiesen werden, ihre Vorgehensweise zu erklären. Ich finde es sehr gut, dass dieses Schulbuch eine analoge Aufgabe aufgenommen hat. Bei der Aufgabe 6 handelt e sich um eine komplexere, da mehrere Handlungen durchgeführt werden müssen . Ich befürchte daher, dass sich viele Schülerinnen und Schüler beim Lösen schwer tun werden. Dadurch, dass mehrere Schritte erforderlich sind, gibt es auch einige Möglichkeiten für Fehlerquellen. Zum einen müssen die Schülerinnen und Schüler geeignete Modelle zum Abschätzen ermitteln, also zwei geeignete Rechtecke finden die die Fläche möglichst gut abdecken. Zum anderen könnte der Maßstab eine Fehlerquelle sein, da sich viele Schülerinnen und Schüler in ihrer Vorstellung damit schwer tun.

So positiv ich es auch finde, dass in diesem Schulbuch die Aufgabe 6 fast identisch vorkommt, so muss ich doch anmerken, dass es vielleicht noch besser wäre, weitere derartige Aufgaben zu stellen, in denen die Kinder mehrere Handlungsschritte hintereinander durchführen, also verschiedene mathematische Tätigkeiten miteinander in Verbindung bringen müssen.

Lebendige Mathematik 1

passt nicht genau

Um die Aufgabe 6 richtig zu lösen, muss man mehrere Schritte setzen, die in den Schulbüchern in verschiedenen Kapiteln erläutert werden. In diesem Fall handelt es sich um die Maßstabsrechnung und die Flächeninhaltsberechnung von Rechtecken. Beides wird in diesem Schulbuch, wie auch schon in der vorangegangenen Schulbuchreihe, getrennt voneinander behandelt. Beim Kapitel Maßstab, siehe [WWWR1, S. 106ff.], konnte ich zwei Aufgaben finden, die für das Lösen der Aufgabe 6 sehr hilfreich sein können, da die Schülerinnen und Schüler dabei Längen aus einer Maßstabszeichnung abmessen und in die wahre Länge umrechnen müssen, also ähnlich wie in Aufgabe 6, bei der die Seitenlängen der eingetragenen Rechtecke abgemessen werden müssen, siehe [WWWR1, S. 108 Aufgabe 426 und Aufgabe 428]. Ich halte solche Aufgaben für sehr hilfreich, da sie auch für die alltägliche Anwendung relevant sind. Es ist wichtig, Schülerinnen und Schülern zu zeigen, wofür

Mathematik gebraucht werden kann, da sich viele häufig fragen, wozu sie bestimmte Lehrstoffe vermittelt bekommen.
Bei der Flächeninhaltsberechnung von Rechtecken, siehe [WWWR1, S. 212ff.], wird zwar versucht, einen Bezug zum Alltag einzubauen, indem sich die Schülerinnen und Schüler ausrechnen sollen wie viel Wandfarbe sie zum Ausmalen, oder wie viel m² Parkett sie benötigen um ein Zimmer neu zu gestalten, jedoch handelt es sich hierbei lediglich um Aufgaben, bei denen die Schülerinnen und Schüler den Flächeninhalt von vorgegebenen Rechtecken berechnen müssen, manchmal auch von Figuren, die aus zwei bis drei Rechtecken zusammengesetzt werden.
Leider konnte ich keine Aufgabe finden, die der Aufgabe 6 entspricht. Auch in diesem Buch kommt es zu keinen „themenübergreifenden“ Aufgaben, wie es bei Aufgabe 6 der Fall ist, weshalb die Schülerinnen und Schüler auch sicher mit diesem Schulbuch Schwierigkeiten beim Lösen der Aufgabe 6 haben werden. Es sollte also generell vermehrt alltagsbezogene Aufgaben geben, speziell solche, bei denen mehrere mathematische Themen bzw. Handlungen in einer Aufgabe behandelt werden müssen.

Mach mit Mathematik 1

passt nicht genau

Prinzipiell ist dieses Schulbuch dem vorherigen sehr ähnlich. Der Flächeninhalt von Rechtecken wird weitgehend von vorgegebenen Rechtecken, oder von Figuren aus zusammengesetzten Rechtecken berechnet. Auch in diesem Buch wird versucht einen Bezug zum Alltag herzustellen, siehe [FFFG1, S. 213ff.], eben ähnlich wie im Buch der Reihe „Lebendige Mathematik“.
Auch das Kapitel „Maßstab“, siehe [FFFG1, S. 43ff.], ist ähnlich aufgebaut wie im vorherigen Schulbuch. Ich konnte wieder zwei Aufgaben finden, in denen von den Schülerinnen und Schüler verlangt wird, Längen aus Karten abzumessen und in die wahre Länge umzurechnen, siehe [FFFG1, S. 45 Aufgabe 281 und Aufgabe 282], wobei bei der Aufgabe 282 auch noch die Wegzeit zu berechnen ist. Es wird also wieder versucht eine Alltagsaufgabe einzubauen, leider wieder keine die der Aufgabe 6 ähnelt. Wie schon im vorherigen Buch fehlen auch in diesem die themenübergreifenden Aufgaben, bei denen die Schülerinnen und Schüler selber überlegen müssen, was zu tun ist und ihnen nicht immer alles vorgegeben wird.

MathematiX 1

passt nicht genau

Beim Berechnen der Flächeninhalte von Rechtecken kommen in diesem Schulbuch nicht nur Figuren vor die aus allgemeinen Rechtecken zusammengesetzt werden, sondern auch solche, die halbe Quadrate (an der Diagonale halbiert) enthalten, siehe [BHLP1, S. 174ff.]. Bereits diesen Aspekt halte ich für einen guten Ansatz, da die Schülerinnen und Schüler sich so mehr Gedanken zu den Aufgaben machen müssen und eigentlich auch schon auf die Formel für den Flächeninhalt rechtwinkeliger Dreiecke vorbereitet werden.

Auch zum Thema „Maßstab“ haben sich die Autoren anscheinend einige Gedanken gemacht, siehe [BHLP1, S. 198ff.]. So wird den Schülerinnen und Schüler gezeigt, wie man die Entfernungen anhand einer vorgegebenen Karte berechnen kann, siehe [BHLP1, S. 198], was sie anhand einer etwas schwierigeren Aufgabe noch einmal selber üben können, siehe [BHLP1, S. 206 Aufgabe 1108], um sie anschließend in einigen Aufgaben die Atlanten auspacken zu lassen, damit sie etwas berechnen können, siehe [BHLP1, S. 206 Aufgabe 1109, Aufgabe 1110 und Aufgabe 1114]. Das sind schöne Aufgaben, bei denen die Schülerinnen und Schüler nicht einfach eine Karte vorgesetzt bekommen, sondern ihren Atlas aus Geografie benutzen müssen und mit einer geeigneten Karte, die sie selber auswählen, arbeiten können, so wie man es zuhause auch gelegentlich tut.

Auch wenn ich finde, dass dieses Buch wirklich versucht die Schülerinnen und Schüler optimal vorzubereiten, so fehlen auch hier Aufgaben, wie die Aufgabe 6, bei denen mehrere Themengebiete miteinander verknüpft angewendet werden müssen, um auf die richtige Lösung zu kommen.

Auswertungsergebnis und Fehleranalyse der Pilottestung

Lediglich 22,2 % der Schülerinnen und Schüler, die an der Pilottestung teilnahmen, konnten diese Aufgabe richtig lösen. Die Fehleranalyse ergab, dass bei vielen falschen Lösungen die Fehler nicht nachvollziehbar waren. Von einigen Schülerinnen und Schüler wurde anscheinend versucht die Fläche mit nur einem Rechteck abzuschätzen. Auch Maßstabsfehler traten auf (siehe [7], S. 2 und [8], S. 6).

Fazit

Aufgabe 6 zielt auf die fünfte Schulstufe ab.

Nicht einmal ein Viertel der Schülerinnen und Schüler der Pilottestung konnten die Aufgabe 6 richtig lösen, was ich sehr erschreckend finde, da die Aufgabe „Gardasee“ für meine Begriffe eine sehr gute Aufgabe ist, die viel Alltagsbezug hat. Aber genau diesen habe ich bei den Schulbüchern auch bemängelt. Es wird zwar versucht, mehr alltägliche Aufgaben einzubauen, aber in diesen Fällen wird meistens alles vorgegeben. Die Schülerinnen und Schüler müssen gar nicht mehr nachdenken, was zu tun ist. Meistens weiß man, dass es sich bei der Fläche um ein Rechteck handelt, die Seitenlängen sind immer vorgegeben, also wird man wohl den Flächeninhalt berechnen müssen. Die Schülerinnen und Schüler werden dadurch nicht zum Denken animiert. Aufgaben, bei denen eine beliebige Fläche einfach nur abgeschätzt werden soll, also solche Aufgaben bei denen man sich überlegen muss, was man tun könnte, um auf eine Lösung zu kommen, bei denen selbstständiges Denken und Handeln gefragt sind und bei denen es verschiedene Lösungswege gibt, sind rar, obwohl diese doch dem Alltag am nächsten sind.

Es sollte daher vermehrt alltagsbezogene Aufgaben geben und solche, bei denen mehrere mathematische Themen bzw. Handlungen in einem behandelt werden müssen, um die Schülerinnen und Schüler davon abzubringen, immer nur stur nach einem „Schema F“ zu rechnen, das sie vor fünf Minuten von der Lehrerin oder vom Lehrer mit anderen Zahlen vorgerechnet bekommen haben. Im späteren Job ist schließlich auch vermehrt Ideenreichtum gefragt. Es gibt meist nicht nur einen richtigen Weg zur Lösung, man muss kreativ sein und sein ganzes Wissen einsetzen, nur so hat man Erfolg! Und genau das ist es, was solche Aufgaben wie Aufgabe 6 versuchen zu vermitteln.

Es sollten sich eigentlich alle vier Schulbuchreihen überlegen, wie man die Schulbücher dahingehend verbessern könnte, dass mehr als nur 22,2 % der 14- und 15-jährigen erfahren würden, wie man sich die Fläche eines Sees aus einer maßstäblichen Karte ungefähr berechnen kann.

3.2.1.7 Aufgabe 7 - Wasserfarbendruck

Wasserfarbendruck

Anna hat vor sich auf dem Schreibtisch ein aufgeschlagenes Heft liegen. Auf die linke Seite des Heftes malt sie mit Wasserfarben ein Dreieck (siehe Abbildung). Noch vor dem Eintrocknen der Farben schließt sie das Heft und öffnet es gleich darauf wieder. Auf der rechten Heftseite ist nun der Abdruck des Dreiecks erkennbar.

Aufgabe: Konstruiere das Dreieck auf der rechten Heftseite!

Lösung:

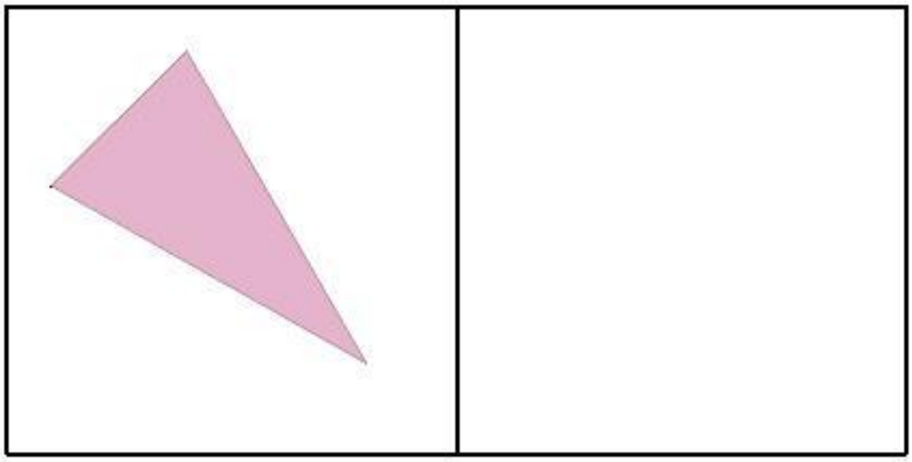


Abb. 19a (siehe [1], S. 79)

Musterlösung

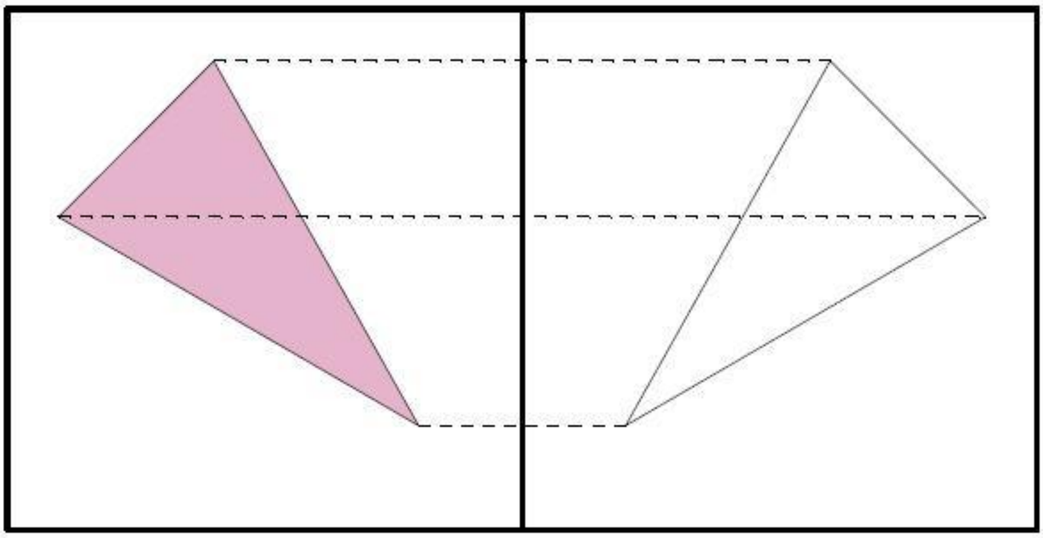


Abb. 19b (siehe [1], S. 80)

Das ist Mathematik 1

passt nicht genau

Was diese Aufgabe verlangt, ist das Spiegeln eines Dreiecks an einer Geraden. Das bedeutet die Schülerinnen und Schüler müssen eine symmetrische Figur geometrisch konstruieren. Im Kapitel „Symmetrische Figuren“, siehe [RHLGA1, S. 198ff.], wird versucht den Schülerinnen und Schülern zu zeigen, was man unter Symmetrie versteht, indem sie beispielsweise dazu aufgefordert werden, symmetrische Figuren aus zusammengefalteten Blättern Papier zu schneiden, bei denen die Faltlinie die Symmetrieachse bildet, siehe [RHLGA1, S. 198]. Auch wird gleich am Anfang gezeigt, wie man zu einer Geraden symmetrisch liegende Punkte konstruiert, und anhand von einigen Aufgaben kann dies selbstständig von den Schülerinnen und Schülern ausprobiert und geübt werden, oder sie werden dazu aufgefordert, symmetrische Figuren zu vervollständigen, siehe [RHLGA1, S. 200 Aufgabe 1071 und Aufgabe 1072]. Das sind alles gute Übungen, aber eine ähnliche Aufgabe zur Aufgabe 7, in der eine gesamte Figur an einer Geraden gespiegelt werden muss und diese auch nicht berührt, war nicht zu finden. Ich glaube aber trotzdem, dass dieses Buch diesbezüglich genügend Aufgaben zum Üben bietet und die Schülerinnen und Schüler zum größten Teil keine Probleme mit der Aufgabe 7 haben werden.

Das ist Mathematik 2

passt genau

In diesem Buch für die sechste Schulstufe widmet sich noch einmal ein ganzes Kapitel der Thematik „Symmetrie“, siehe [RHLGA2, S. 175ff.], wodurch die Schülerinnen und Schüler ihr Wissen aus der fünften Schulstufe noch einmal auffrischen können. Diesmal wird sogar anhand eines Beispieles gezeigt, wie man ein Dreieck an einer Geraden spiegelt, siehe [RHLGA2, S. 177], und das kann anschließend direkt bei einigen Aufgaben geübt werden. Also befinden sich einige sehr ähnliche Aufgaben in diesem Buch, die die Schülerinnen und Schüler optimal auf die Aufgabe 7 vorbereiten.

Lebendige Mathematik 1

bereitet vor

Auf lediglich zwei Seiten wird in diesem Schulbuch erklärt was symmetrische Figuren sind, was man unter einer Symmetrieachse versteht und was symmetrische Punkte sind, siehe [WWWR1, S. 104f.]. Ich halte das für zu wenig, wenn man bedenkt, dass der Lehrplan für die fünfte Schulstufe vorgibt, dass die Schülerinnen und Schüler einfache symmetrische Figuren erkennen und herstellen können sollen. Ich finde, es sollte zumindest gezeigt werden, wie man einen Punkt an einer Symmetrieachse spiegelt, und dies wiederum soll anhand von Aufgaben von den Schülerinnen und Schülern geübt werden können. Symmetrische Figuren zu vervollständigen und Symmetrieachsen einzeichnen zu lassen mag eine gute Vorbereitung und Übung sein, aber ich bezweifle, dass die Schülerinnen und Schüler dadurch in der Lage sind, eine symmetrische Figur selbst geometrisch zu konstruieren, wie es die Aufgabe 7 verlangt.

Lebendige Mathematik 2

passt nicht genau

Im zweiten Band dieser Schulbuchreihe wird die Symmetrie in einem Kapitel noch einmal wiederholt, siehe [WWWR2, S. 62ff.], wobei dabei hauptsächlich wieder nur Symmetrieachsen einzuzeichnen sind oder symmetrische Figuren vervollständigt werden sollen. Hinzu kommt, dass die Streckensymmetrale eingeführt wird. Wirklich erklärt wie man einen Punkt an einer Geraden spiegelt wird nicht und es gibt auch keine Aufgabe die dazu auffordert. Dafür konnte ich im nächsten Kapitel, in dem es ums Koordinatensystem geht, einige Aufgaben finden, die der Aufgabe 7 sehr ähnlich sind. Dabei müssen Figuren, die in einem Koordinatensystem liegen, an einer Geraden gespiegelt werden, siehe [WWWR2, S. 67ff.]. Warum das Ganze erst im Kapitel zum Koordinatensystem passiert, ist mir zwar rätselhaft, aber besser spät als nie. Trotzdem finde ich, dass das Kapitel über die Symmetrie etwas kurz und unausführlich ausfällt, hier bedarf es meiner Meinung nach einiger Verbesserungen und Adaptionen.

Mach mit Mathematik 1

bereitet vor

Auch in diesem Buch für die fünfte Schulstufe wird den Schülerinnen und Schülern nicht gezeigt, wie man einen Punkt an einer Geraden spiegelt. Es kann zwar anhand von vielen unterschiedlichen und auch guten Aufgaben, bei denen Dinge aus dem Alltag verwendet werden, geübt werden eine Symmetrieachse einzuzeichnen bzw. symmetrischer Figuren vervollständigt werden, siehe [FFFG1, S. 115ff.], aber das richtige geometrische Konstruieren bleibt aus. Ich glaube deshalb nicht, dass Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Buch arbeiten, für die Aufgabe 7 genug gerüstet sind.

Mach mit Mathematik 2

passt nicht genau

Dieses Buch verhält sich ähnlich wie das aus der Reihe „Lebendige Mathematik“, wobei hier gleich zu Beginn des Kapitels „Symmetrie – Strecken- und Winkelsymmetrale“, siehe [FFFG2, S. 66ff.], von den Schülerinnen und Schülern verlangt wird, Figuren im Koordinatensystem an Geraden zu spiegeln. Erklärt wie man dabei vorgeht wird anhand eines einzigen Satzes, der da lautet: *„Die Verbindungsstrecke symmetrisch liegender Punkte steht normal auf die Symmetrieachse und wird von dieser halbiert.“*, siehe [FFFG2, S. 66]. Das ist ein wunderschön mathematisch formulierter Satz und so sehr ich es auch unterstütze, dass sich die Schülerinnen und Schüler das Fachvokabular und die Ausdrucksweise in der Mathematik aneignen, so denke ich doch, dass eine Zeichnung ihnen besser weiterhelfen würde, in der gezeigt wird, wie ein Punkt an einer Geraden gespiegelt wird. Man sollte sich also meiner Ansicht nach auch in dieser Schulbuchreihe Gedanken machen, ob das Kapitel zum Thema Symmetrie nicht einiger Adaptionen und Veränderungen bedarf.

MathematiX 1

passt genau

Im Kapitel „Achsensymmetrie“, siehe [BHLP1, S. 88ff.] erhalten die Schülerinnen und Schüler eine wirklich gute Einführung in die Thematik und zu meiner Freude wird auch noch anhand von Zeichnungen Schritt für Schritt erklärt, wie man einen Punkt an einer Geraden spiegelt, siehe [BHLP1, S. 89]. Außerdem befinden sich sehr viele gute und unterschiedliche Aufgaben zum Üben in diesem Buch. Ich bin mir sicher, dass die meisten der Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Buch arbeiten, keine Probleme mit der Aufgabe 7 haben werden.

MathematiX 2

passt genau

Auch die „Fortsetzung“ ist den Autoren gut gelungen. Es wird das Wichtigste zu Beginn noch einmal zusammengefasst und erklärt und anhand einiger Aufgaben haben die Schülerinnen und Schüler wieder genügend Möglichkeiten zum Üben. Auch diesmal wird wieder versucht Aufgaben zu finden, die im Alltag vorkommen. Das finde ich sehr gut, da die Schülerinnen und Schüler so einen besseren Bezug zur Thematik haben.

Auswertungsergebnis und Fehleranalyse der Pilottestung

70,7 % der Schülerinnen und Schüler, die an der Pilottestung teilnahmen, konnten diese Aufgabe richtig lösen. Die Fehleranalyse ergab, dass von vielen Teilnehmerinnen und Teilnehmern eine zu ungenaue Konstruktion angefertigt wurde und deshalb die Aufgabe nicht als korrekt eingestuft wurde. Von einigen anderen Schülerinnen und Schüler wurde anstatt der Spiegelung eine Translation durchgeführt (siehe [7], S. 2 und [8], S. 6).

Fazit

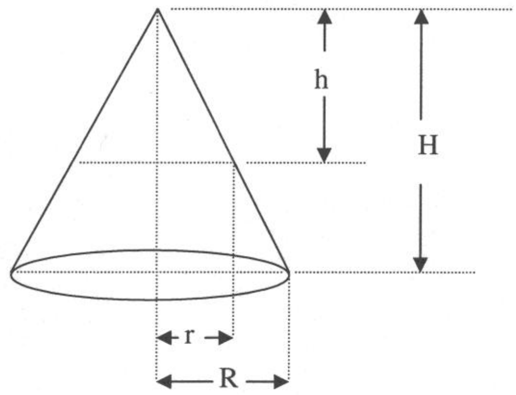
Aufgabe 7 zielt auf die fünfte Schulstufe ab.

Auch wenn ich der Meinung bin, dass zwei von vier Schulbuchreihen die Symmetrie etwas zu ungenau und vielleicht nicht 100 % vollständig erklären, so denke ich doch, dass die meisten Schülerinnen und Schüler in der Lage sein sollten, eine symmetrische Figur zu konstruieren. Was mir in den meisten Schulbüchern noch aufgefallen ist, ist die Tatsache, dass meist Figuren gespiegelt werden sollen, die die Symmetrieachse berühren, es kommen kaum Aufgaben vor, bei denen, wie in Aufgabe 7, eine „alleinstehende“ Figur gespiegelt werden soll. In dieser Differenz könnte eine Irritationsursache von Schülerinnen und Schülern bei dieser Aufgabe liegen. Wie man durch die Fehleranalyse auch sehen kann, liegt ein häufiger Grund für die nicht richtige Konstruktion in der Ungenauigkeit der Zeichnung. Das ist eine Sache der Übung und auch der Überprüfung durch die Lehrkraft. In meiner Tätigkeit als (Nachhilfe-)Lehrerin sind mir schon oft Kinder untergekommen, die das Geodreieck nicht ganz im rechten Winkel anlegen, sondern ungefähr und genauso verhalten sie sich folglich auch beim Parallelverschieben. Das ist also eine Sache, die eher in der Hand der Lehrerinnen und Lehrer liegt, denn genaues Zeichnen können einem Schulbücher nicht beibringen.

3.2.1.8 Aufgabe 8 - Kegel

Kegel

Die angegebene Figur zeigt einen Kegel.



Aufgabe: Was wird durch $\frac{\pi}{3} \cdot (R^2 \cdot H - r^2 \cdot h)$ berechnet?

Lösung: Berechnet wird ……………………………………………………………..

Abb. 20 (siehe [1], S. 85)

Musterlösung

Berechnet wird das Volumen des Kegelstumpfes mit der Höhe *H-h*.

Das ist Mathematik 4

passt nicht genau

Wenn man sich dieses Schulbuch genau ansieht, dann findet man zwar einige Aufgaben zum Thema „Drehkegel“, siehe [RLG2, S. 212ff.], und auch die in Aufgabe 8 angewendete Formel zur Berechnung des Volumens eines Kegels wird angeführt, siehe [RLG2, S. 212], aber abgeänderte Formen der Formel, oder ähnliche Aufgaben wie Aufgabe 8 sind leider nicht zu finden.

Zu Beginn des Kapitels wird anhand eines Versuches erklärt, wie man auf die Volumsformel einer Pyramide kommen kann, indem man Wasser oder Sand aus der Pyramide in ein Prisma mit gleicher Grundfläche und Höhe wie die der Pyramide leert. Dadurch ist erkennbar, dass das Volumen der Pyramide ein Drittel des Volumens des Prismas beträgt, siehe [RLG2, S. 181]. Dieser Versuch ist genauso für Drehkegel und Zylinder anwendbar. Das ist eine gute Art

den Schülerinnen und Schülern eine Formel näher zu bringen, da Versuche meist eindringlicher wirken als bloße Mitteilungen. Ob der Versuch allerdings wirklich im Unterricht durchgeführt wird, ist fraglich, und ich bezweifle, dass sich die Schülerinnen und Schüler die Stelle im Buch eigenständig durchlesen werden.
Das Wort „Kegelstumpf" ist nirgends zu finden. Ich glaube daher, dass sich die meisten Schülerinnen und Schüler sehr schwer tun werden mit dieser Aufgabe. Durch das bloße Auswendiglernen der Formeln geraten diese schnell in Vergessenheit und dann auch noch eine abgeänderte Form einer Formel, da werden viele Schülerinnen und Schüler nichts damit anfangen zu wissen, da solche Aufgaben wie Aufgabe 8 im Schulbuch nicht zu finden sind. Es wäre meiner Meinung nach überlegenswert Aufgaben in das Schulbuch einzubauen, in denen Formeln wie in Aufgabe 8 nicht in ihrer Ursprungsform dargestellt werden bzw. Aufgaben, in denen die Schülerinnen und Schüler nicht stupide die Angaben in die auswendig gelernten Formeln einsetzen müssen um schließlich zum Ergebnis zu kommen. Gut finde ich, dass versucht wird zu erklären, warum man das Volumen eines Drehkegels so berechnet, siehe [RLG2, S. 212], nämlich dass ein Drehkegel an eine regelmäßige Pyramide erinnert, aber diese Ausführungen sind meiner Meinung nach ein wenig kurz und dürftig und für die Schülerinnen und Schüler auch nicht interessant dargeboten. Der Wiedererkennungseffekt wird so nicht genügend angesprochen. Deshalb glaube ich auch nicht, dass sich die Schülerinnen und Schüler diese Begründungsversuche durchlesen und ausprobieren werden, sondern einfach nur die Formeln auswendig lernen werden. Aber gerade das Ausprobieren wäre wichtig, da man sich später eher daran und eventuell auch an die dabei entstandene Formel erinnert und Rückschlüsse für die Aufgabe 8 ziehen kann.

Lebendige Mathematik 4

passt nicht genau

Dieses Schulbuch ähnelt sehr dem vorangegangenen. Auch hier wird das Volumen eines Drehkegels als Grenzfall einer Pyramide mit vielen Seitenkanten dargestellt, siehe [WWWR4, S. 197], aber mehr auch nicht. Die Aufgaben verlangen wieder nur das Einsetzen der Angabe in die Formel, gelegentlich müssen die Schülerinnen und Schüler auch noch die Masse des Drehkegels berechnen, siehe [WWWR4, S. 197f.], aber eine Art Aufgabe 8 konnte ich nicht finden.
Da ja der Kegel anhand der Pyramide erklärt wird, habe ich wieder untersucht, wie denn das Volumen der Pyramide hergeleitet wird. Diesmal werden die Schülerinnen und Schüler in einer Aufgabe dazu aufgefordert anhand eines Versuches zu überprüfen, wie oft der Inhalt

einer quadratischen Pyramide in einen Quader (mit gleicher Grundfläche und Höhe wie die der Pyramide) passt, um die angegebene Formel für das Volumen einer quadratischen Pyramide zu „beweisen“, siehe [WWWR4, S. 122, Aufgabe 707]. Leider wird nicht angegeben wie die Schülerinnen und Schüler diesen Versuch durchführen sollen. Im Anhang würde sich ein Faltmodell für eine Pyramide befinden, den dazu passenden Quader müssten die Schülerinnen und Schüler selbstständig basteln. Als Füllmaterial könnte man z. B. Sand (erhältlich in der Zoohandlung) verwenden. Der Ansatz dieser Aufgabe ist wirklich sehr gut, aber die Durchführung lässt leider zu wünschen übrig, da ich bezweifle, dass die Schülerinnen und Schüler diesen Versuch selbstständig durchführen werden, wenn nicht alle notwendigen Faltmodelle zur Verfügung stehen.
Auch in diesem Schulbuch wird das Wort „Kegelstumpf“ nicht eingeführt und ich frage mich wieder: Warum nicht? Man könnte doch auch Aufgaben stellen, in denen die Schülerinnen und Schüler das Volumen eines Kegelstumpfes berechnen müssen, oder sogar eine Aufgabe, in der die Schülerinnen und Schüler dazu aufgefordert werden die Formel zur Berechnung für das Volumen des Kegelstumpfes herzuleiten. Man sollte viel mehr Aufgaben einbauen in denen die Kinder nicht immer nur einsetzen müssen, sondern sich vielleicht auch einmal überlegen müssen, wie sie eine Formel verändern, oder mit einer anderen in Verbindung bringen müssen, um zu einem vorgegebenen Ergebnis zu kommen.
Ich glaube also auch hier, dass dieses Schulbuch die Schülerinnen und Schüler nicht optimal auf die Aufgabe 8 vorbereitet und dass man hier noch einiges verbessern könnte.

Mach mit Mathematik 4

passt nicht genau

Was mir an diesem Buch besonders gefällt, ist die Art und Weise, wie das Volumen des Drehkegels eingeführt wird, nämlich anhand einer Aufgabe. Prinzipiell geht es darum, dass der Drehkegel ein Grenzfall der Pyramide mit sehr vielen Ecken ist, aber diesmal müssen die Schülerinnen und Schüler selbst überlegen wie die Formel für das Volumen eines Kegels aussehen könnte, wenn der Radius und die Höhe oder der Durchmesser und die Höhe gegeben sind, siehe [FFFG4, S. 184, Aufgabe 1591]. Neben der Aufgabe ist noch die Formel für das Volumen des Drehkegels mit $V = \frac{G \cdot h}{3}$ angegeben, wobei ich es besser finden würde, wenn die Schülerinnen und Schüler auch diese Formel selber angeben müssten, da sie schließlich die Formel für das Volumen jeder Pyramide ist, um schließlich den Radius oder den Durchmesser einzusetzen, indem sie die Grundfläche spezifizieren.

Da der Drehkegel durch die Pyramide eingeführt wird, hab ich mir auch angeschaut, wie denn das Volumen für die Pyramide eingeführt wird und da haben sich die Autoren etwas Tolles einfallen lassen. Anhand einer Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler ausprobieren, wie oft der Inhalt einer mit Sand gefüllten Pyramide in ein Prisma passt, mit der gleichen Grundfläche und Höhe wie die der Pyramide, siehe [FFFG4, S. 139, Aufgabe 1252]. Schon im Buch für die siebente Schulstufe wird so das Volumen der Pyramide eingeführt und dazu gibt es im Anhang auch noch die passenden Körpermodelle zum Anfertigen, siehe [FFFG3, S. 240 und Anhang II]. So können die Schülerinnen und Schüler selbstständig herausfinden, dass das Volumen einer Pyramide gleich einem Drittel des Volumens eines Prismas mit gleicher Höhe und Grundfläche wie die der Pyramide ist. Gerade solche „Spielereien“ dienen dazu, dass sich die Schülerinnen und Schüler Formeln merken und sie auch später wieder abrufen können, anstatt sie einfach nur auswendig zu lernen. Und dadurch dass die Schülerinnen und Schüler in einer Aufgabe zu diesem Versuch aufgefordert werden und auch alle notwendigen Faltmodelle im Anhang enthalten sind, ist die Aufgabe leichter für die Schülerinnen und Schüler durchführbar, als im vorangegangenen Schulbuch, bei dem ein Faltmodell gefehlt hat.
Leider muss ich sagen, dass ich keine zur Aufgabe 8 äquivalente Aufgabe finden konnte und auch in diesem Schulbuch nicht erklärt wird, was ein „Kegelstumpf“ ist, geschweige denn wie sein Volumen zu berechnen wäre.
So gut ich auch die Einführung und Herleitung in diesem Buch zu diesem Thema finde, so glaube ich trotzdem, dass auch hier wieder zu oft nur in Formeln eingesetzt werden muss und sich die Schülerinnen und Schüler, wenn sie nur auf dieses Buch zurückgreifen, mit einer Aufgabe 8 daher eher schwer tun würden.

MathematiX 4

passt nicht genau

Genau wie in den anderen Schulbüchern wird auch in diesem das Volumen des Drehkegels eingeführt, siehe [BHLP4, S. 164ff.], und wie in den anderen Schulbüchern konnte ich auch in diesem keine ähnliche Aufgabe zur Aufgabe 8 finden. Da auch dieses Buch das Volumen des Drehkegels anhand der Pyramide erklärt, war es für mich interessant wie das Volumen für diese eingeführt wird. Im Buch der siebenten Schulstufe konnte ich dann die Erklärung finden, in der die Schülerinnen und Schüler dazu aufgefordert werden, eine Pyramide mit Wasser zu füllen, dieses in ein Prisma mit gleicher Grundfläche und Höhe wie die der Pyramide zu schütten und diesen Vorgang dreimal zu wiederholen, siehe [BHLP3, S. 207]. Dadurch kommt das Buch dann zum Ergebnis, dass das Volumen des Prismas dreimal so groß ist wie das der Pyramide. Auch dieses Buch hat also eine nette Einführung, wenn auch nicht in einer Aufgabe verpackt und ohne mitgelieferten Körpermodellen zum Ausschneiden. Ich glaube auch, dass das Umfüllen von Trinkwasser im Klassenraum schief gehen kann, wenn beispielshalber etwas ausgeschüttet wird. Außerdem muss man vorher geeignete Modelle besorgen, die wasserfest und stabil sind. Bei der Verwendung von Sand muss man diesen zwar vorher auftreiben, aber er ist leichter handzuhaben. Die Idee ist ansonsten wirklich sehr gut.

Zu meiner Freude konnte ich in diesem Schulbuch endlich einige Aufgaben zu den Kegelstümpfen finden. Für das Volumen wird nicht die in Aufgabe 8 vorkommende Formel angewendet, sondern es wird erklärt, dass man das Volumen des kleinen Kegels, der (oben) abgeschnitten wird, vom Volumen des großen Kegels abziehen muss, um auf das gesuchte Ergebnis zu kommen, siehe [BHLP4, S. 171]. Schön wäre es, wenn die Schülerinnen und Schüler anhand einer Aufgabe selber an einer Formel für das Volumen eines Kegelstumpfes arbeiten könnten, aber zumindest wissen sie mit diesem Buch, was ein Kegelstumpf ist.

Ich glaube daher, dass sich Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Buch arbeiten, mit der Aufgabe 8 leichter tun würden, als Schülerinnen und Schüler die mit einem anderen Buch arbeiten, trotzdem wird es meines Erachtens nach sicher einige Schülerinnen und Schüler geben, die ihre Schwierigkeiten mit der Aufgabe 8 haben werden, da ähnliche Aufgaben auch in diesem Buch nicht vorkommen.

Auswertungsergebnis und Fehleranalyse der Pilottestung

17,9 % der Schülerinnen und Schüler, die an der Pilottestung teilnahmen, konnten diese Aufgabe richtig lösen. Die Fehleranalyse ergab, dass der Großteil der Schülerinnen und Schüler mit falschen Antworten angaben, dass es sich bei der Formel um das „Volumen“ oder das „Volumen des Kegels“ handelt (siehe [7], S. 2 und [8], S. 7).

Fazit

Aufgabe 8 zielt auf die achte Schulstufe ab.

Ich glaube, dass es sich bei der Aufgabe 8 um eine für die Schülerinnen und Schüler sehr schwierige Aufgabe handelt, da sie in dieser Form auch in keinem Schulbuch zu finden war. Das Auswertungsergebnis gibt mir hierbei auch Recht, da nur 17,9 % diese Aufgabe richtig lösen konnten. Das ist nicht einmal ein Fünftel.

Da in nur einem von vier Schulbüchern erklärt wird, was ein Kegelstumpf ist und wie dieser berechnet wird, liegt hier glaube ich schon das erste Problem. Wenn man noch nie einen Kegelstumpf gesehen hat, bzw. davon gehört hat, wird es einem schwer fallen, das Volumen eines solchen berechnen zu können. Es wäre also hilfreich, Ergänzungen in den entsprechenden Schulbüchern vorzunehmen.

Ein weiteres Problem sehe ich in dem Umgang mit Formeln. Es wird in den Schulbüchern versucht, die Formel zur Berechnung des Volumens von einer Pyramide, wodurch man in weiterer Folge zum Volumen eines Kegels kommt, anhand eines Versuches für die Schülerinnen und Schüler nachvollziehbarer zu machen. Einige Bücher erklären den Versuch nur zu Beginn des Kapitels. Ich glaube nicht, dass sich viele Schülerinnen und Schüler diese Passagen durchlesen und ob Lehrerinnen und Lehrer im Allgemeinen darauf Bezug nehmen weiß ich nicht. Aus eigener Erfahrung kann ich aber sagen, dass dies meist nicht der Fall ist. Andere Bücher bauen diesen Versuch in Aufgaben ein, um es die Schülerinnen und Schüler wirklich selber probieren zu lassen. Davon abgesehen, dass das Buch aus der Reihe „Lebendige Mathematik“ die Aufgabenstellung verbessern und Hilfsmittel wie Faltmodelle zur Verfügung stellen könnte, ist das eine sehr gute Methode den Schülerinnen und Schüler eine Formel näher zu bringen und sie „begreifbarer“ zu machen, wodurch sie merkbarer wird. Ich glaube nämlich, dass es ein großes Problem ist, dass viele Schülerinnen und Schüler Formeln einfach auswendig lernen. Danach geraten sie oft in Vergessenheit und wenn sie, wie in Aufgabe 8, auch noch in veränderter Art und Weise vorkommen, wissen die Schülerinnen und Schüler damit nichts anzufangen, sie erkennen sie nicht wieder. Es wäre also schön, wenn in diese Richtung noch mehr in den Büchern unternommen werden würde.

Mehr Aufgaben in denen Formeln von Schülerinnen und Schüler selber hergeleitet werden müssen und ähnliche Aufgaben wären hilfreich, um sich Formeln besser merken zu können und diese auch zu verstehen. Solche Aufgaben könnten aussehen wie die Herleitungsaufgaben aus „Das ist Mathematik 3“ zum Thema Flächeninhalt von Dreiecken (siehe [RLG1], S. 180, Aufgaben 757 – 761 und Abbildung 21, S. 99). In diesen Aufgaben müssen die Schülerinnen und Schüler in Gruppen entweder Herleitungen von Flächeninhaltsformeln erklären, oder sie sogar selber herleiten. Wenn man einmal die Herleitung einer Formel verstanden bzw. sogar selber eine Formel hergeleitet hat, ist es in den meisten Fällen viel einfacher, sich diese Formel zu merken. Und selbst wenn man sich später einmal nicht mehr an die Formel erinnern kann, so wird man trotzdem wieder in der Lage sein, die benötigte Formel herzuleiten.

Aufgaben 757 – 761: Arbeitet **in Gruppen**!

757 Erklärt, wie beim Herleiten der Flächeninhaltsformel für das Dreieck ABC in Fig. 125 vorgegangen worden ist!

$A(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot A(\square EBDC) + \frac{1}{2} \cdot A(\square AECF) =$

$= \frac{1}{2} \cdot A(\square ABDF) =$

$= \mathbf{\frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c}$

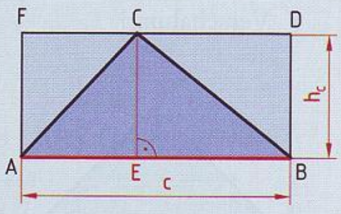


Fig. 125

758 Erklärt die einzelnen Schritte beim Herleiten der Flächeninhaltsformel für das stumpfwinklige Dreieck ABC (→ Fig. 126)!

$A(\triangle ABC) = A(\triangle AEC) - A(\triangle BEC) =$

$= \frac{1}{2} \cdot A(\square AECF) - \frac{1}{2} \cdot A(\square BECD) =$

$= \frac{1}{2} \cdot A(\square ABDF) =$

$= \mathbf{\frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c}$

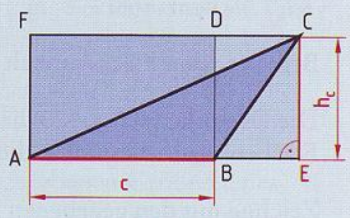


Fig. 126

759 Leitet die Formel $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$ für den Flächeninhalt eines beliebigen Dreiecks ABC folgendermaßen her (→ Fig. 127):

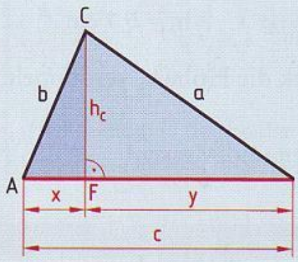


Fig. 127

1) Teilt das Dreieck ABC wie in Fig. 127 in zwei rechtwinklige Dreiecke! Gebt für jedes der beiden Dreiecke eine Flächeninhaltsformel an!

2) Erklärt die folgenden Umformungen!

$A(\triangle ABC) = A(\triangle AFC) + A(\triangle FBC) =$

$= \frac{1}{2} \cdot x \cdot h_c + \frac{1}{2} \cdot y \cdot h_c =$

$= \frac{1}{2} \cdot h_c \cdot (x + y) =$

$= \frac{1}{2} \cdot h_c \cdot c =$

$= \mathbf{\frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c}$

Welche Rechengesetze wurden angewandt?

760 Leitet die Formel **a)** $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$, **b)** $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b$ für den Flächeninhalt des Dreiecks wie in Aufgabe 759 her! Verwendet geeignete Skizzen!

761 Leitet für ein stumpfwinkliges Dreieck ABC wie in Fig. 128 die Flächeninhaltsformel $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$ folgendermaßen her:

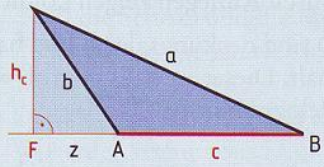


Fig. 128

$A(\triangle ABC) = A(\triangle FBC) - A(\triangle FAC) =$

$= \frac{1}{2} \cdot (c + z) \cdot h_c - \frac{1}{2} \cdot z \cdot h_c =$

$= \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c + \frac{1}{2} \cdot z \cdot h_c - \frac{1}{2} \cdot z \cdot h_c =$

$= \mathbf{\frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c}$

Erklärt die einzelnen Rechenschritte!

Abb. 21 (siehe [RLG1, S. 180])

Zum Thema Formeln ist auch noch zu sagen, dass die meisten Aufgaben daraus bestehen, dass die Schülerinnen und Schüler die Zahlen aus der Angabe einfach nur in eine bestimmte Formel einsetzen müssen, manchmal muss dazu die Formel erst umgeformt werden, aber das war es dann auch schon. Selten gibt es Aufgaben, in denen nur mit Variablen gerechnet wird, oder in denen veränderte und zusammengesetzte Formeln vorkommen. Es wäre also gut einen Teil der Aufgaben auch dahingehend zu verändern, dass nicht nur das Einsetzen in eine Formel erforderlich ist. Die Aufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler zum selbstständigen Kreieren von Formeln anregen.
Als letzten Punkt möchte ich noch anführen, dass man ohne Weiteres Aufgaben in die Schulbücher aufnehmen könnte, die wie Aufgabe 8 sind. Es sind in jedem Buch Aufgaben zu finden, bei denen man das Volumen von zusammengesetzten Körpern zu berechnen hat. Dabei könnte man doch auch abgeschnittene Körper wie den Kegelstumpf einbauen und nicht nur Kegeln auf Prismen setzen. Damit würden den Schülerinnen und Schüler die Aufgabe 8 vielleicht auch weniger Schwierigkeiten bereiten.

3.2.1.9 Aufgabe 9 - Tippfehler

Tippfehler

Laura hat auf ihrem PC zehn Zahlen eingetippt und mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms das arithmetische Mittel dieser zehn Zahlen berechnet: Der angezeigte Wert beträgt 4260.
Leider hat sich Laura bei der Zahleneingabe bei einer Zahl vertippt und statt 2100 den Wert 1200 eingegeben.

Aufgabe: Kreuze an, welche der folgenden Aussagen für die richtigen zehn Zahlen zutreffend ist.

Lösung:

- ☐ Das arithmetische Mittel ist 3360.
- ☐ Das arithmetische Mittel ist 4170.
- ☐ Das arithmetische Mittel ist 4260.
- ☐ Das arithmetische Mittel ist 4350.
- ☐ Das arithmetische Mittel ist 5160.
- ☐ Man kann nicht sagen, welchen Wert das arithmetische Mittel hat.

Abb. 22 (siehe [1], S. 107)

Musterlösung

Das arithmetische Mittel ist 4350.

Da eine der zehn Zahlen um 900 zu klein ist, ist somit die Summe der zehn Zahlen um 900 zu klein und dadurch das arithmetische Mittel um 90:

$(10 \cdot 4260 + 900) : 10 = 4350$

Das ist Mathematik 1 – 3

bereitet vor

In allen drei Bänden kommen Aufgaben zum Thema Mittelwert vor und schon im Buch der fünften Schulstufe wird darauf hingewiesen, dass der Mittelwert der in den Aufgaben berechnet wird das „arithmetische Mittel" genannt wird und es noch andere Mittelwerte gibt, siehe [RHLGA1, S. 133ff.]. In den meisten Aufgaben wird das Wort „Mittelwert" zur Bezeichnung des arithmetischen Mittels verwendet, vielleicht wäre es sinnvoll gleich damit zu Beginn die richtige Benennung zu gebrauchen, um nicht in der achten Schulstufe wieder einen anderen Begriff einzuführen. Ich denke, dass das nämlich für Verwirrung sorgen könnte. Im Buch für die sechste Schulstufe wird nur kurz wiederholt, was der Mittelwert ist, siehe [RHLGA2, S. 12f], und im Buch für die siebente Schulstufe werden auch noch der Modalwert, Zentralwert und das gewichtete Mittel eingeführt, siehe [RLG1, S. 152ff.]. Was so ziemlich alle Aufgaben aus den drei Büchern gleich haben ist, dass die Schülerinnen und Schüler das arithmetische Mittel aus mehreren angegebenen Einzelwerten zu berechnen haben. In keinem der drei Bücher kommt eine zu Aufgabe 9 ähnliche Angabe vor. Meiner Meinung nach bereiten sie die Schülerinnen und Schüler auf die Aufgabe 9 vor, lösbar ist sie für die Kinder aber vermutlich aufgrund der Bücher alleine noch nicht.

Das ist Mathematik 4

gibt es nicht

Im Buch für die achte Schulstufe wird nun in den Aufgaben die Bezeichnung „arithmetisches Mittel" verwendet, siehe [RLG2, S. 123ff.]. Wenn man sich die Aufgaben ansieht, dann ist keine ähnliche zu Aufgabe 9 darin zu finden. Ich kann mir auch gut vorstellen, dass viele Schülerinnen und Schüler die in diesem Buch gestellten Aufgaben uninteressant und nicht ansprechend finden. Oft ist viel Text zu lesen, der teilweise verständlicher geschrieben sein könnte. Es sind meist Werte aus Tabellen zu entnehmen, um das arithmetische Mittel aus diesen zu berechnen, aber lebensnahe Aufgaben sucht man vergebens. Ich kann mir auch gut vorstellen, dass die zu berechnenden Werte nicht aussagekräftig für die Schülerinnen und

Schüler sind, denn beispielsweise wie viele Plätze es durchschnittlich pro Reihe in einem Kino gibt, ist nicht wirklich interessant oder brauchbar für sie.

Auch konnte ich keine Aufgaben finden, in denen schon arithmetische Mittel gegeben sind und damit weitergerechnet werden muss, sondern es ist meist immer das arithmetische Mittel von Einzelwerten zu berechnen. Ich glaube daher, dass sich die Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Buch arbeiten, mit der Aufgabe 9 sehr schwer tun werden. Die Aufgabe ist ungewohnt, und ich kann mir auch vorstellen, dass vielen Schülerinnen und Schüler der Begriff Tabellenkalkulation unbekannt ist, wenn nicht z. B. der Computeranhang des Buches angesehen wird, in dem erklärt wird, was unter einer Tabellenkalkulation zu verstehen ist und wie bzw. wofür man sie verwenden kann, siehe [RLG2, S. 241ff.].

Und es wäre auch wichtig mehr Aufgaben aufzunehmen, zu denen die Schülerinnen und Schüler einen Bezug haben, die also Dinge behandeln, mit denen sie etwas anfangen können. Deshalb möchte ich noch drei zusammenhängende Aufgaben aus diesem Buch erwähnen, in denen es um Autos in Österreich geht, siehe [RLG2, S. 128, Aufgaben 511 – 513]. Dabei sollen die Schülerinnen und Schüler angeregt werden, sich auch Gedanken zu machen, was die Ergebnisse für ihre Bundesländer aussagen und es wird versucht, die Schülerinnen und Schüler anzuleiten über Probleme wie Umweltbelastung, Stadtentwicklung, Kosten und dergleichen nachzudenken. Ich finde diese Aufgaben gut, da in ihnen neben der Mathematik auch noch andere Fächer und Bereiche angesprochen werden und die Schülerinnen und Schüler die von ihnen berechneten Werten reflektieren und darüber nachdenken sollen, was es eigentlich bedeutet, was sie gerade berechnet haben. Das ist wichtig, denn oft wird ein Wert ausgerechnet, hingeschrieben und die Schülerinnen und Schüler haben teilweise keine Ahnung was sie gerade berechnet haben.

Wenn es noch mehr solcher Aufgaben geben würde und auch Aufgaben in denen nicht immer stupide das arithmetische Mittel berechnet werden muss, sondern mit ihm weitergerechnet werden muss, wäre das sich besser für die Schülerinnen und Schüler, in dem Sinne, als dass sonst schwer zu erkennen und zu begreifen ist, wozu das arithmetische Mittel verwendet werden kann und was dieser Wert eigentlich meint.

Lebendige Mathematik 1 – 3

bereitet vor

Auch in dieser Schulbuchreihe bereiten die Schulbücher der fünfte bis siebente Schulstufe die Schülerinnen und Schüler auf die Aufgabe 9 vor, lösen könnten sie die Aufgabe meines Erachtens aber aufgrund des Buches alleine noch nicht. Im Buch der fünften Schulstufe wird das arithmetische Mittel, meist bezeichnet durch den „Mittelwert“ oder den „Durchschnitt“, aus Einzelwerten berechnet, siehe [WWWR1, S. 233f.]. Auch im Buch der sechsten Schulstufe wird so gerechnet und es werden die gleichen Bezeichnungen verwendet, siehe [WWWR2, S. 230ff.]. Dafür wird die Tabellenkalkulation für das Auswerten von Daten und zur grafischen Darstellung eingeführt, siehe [WWWR2, S. 226]. Die Aufgaben im Buch der siebenten Schulstufe werden nicht viel anspruchsvoller, dafür wird jetzt die Bezeichnung „arithmetisches Mittel“ verwendet, siehe [WWWR3, S. 217ff.]. In einer Aufgabe ist davon die Rede, dass die Schülerinnen und Schüler „den Mittelwert“ bestimmen sollen, siehe [WWWR3, S. 217, Aufgabe 1226], wobei ich mir hier die Frage stelle was denn jetzt genau mit „dem Mittelwert“ gemeint ist. In anderen Aufgaben wird gefragt welcher Mittelwert sinnvoll für die Aufgabe ist, also können sich die Schülerinnen und Schüler zwischen dem arithmetischen Mittel, dem Zentralwert und dem Modalwert entscheiden, aber in dieser besagten Aufgabe wird uneindeutig formuliert, was in einem Schulbuch nicht passieren sollte.

Lebendige Mathematik 4

gibt es nicht

Leider wird auch der Schwierigkeitsgrad im Buch der achten Schulstufe nicht erhöht und auch die Aufgabenstellungen sind immer die gleichen. Dabei werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, aus einer Reihe von Einzelwerten das arithmetische Mittel zu berechnen, siehe [WWWR4, S. 177ff.]. Der Alltagsbezug ist meiner Meinung nach für die Schülerinnen und Schüler nicht gegeben, und ich halte es auch nicht für sinnvoll, sie ständig 20 verschiedene Zahlen in den Taschenrechner tippen zu lassen, um das arithmetische Mittel zu berechnen. Das ist langwierig, oft passieren Tippfehler (siehe Aufgabe 9!), das frustriert dann viele Schülerinnen und Schüler und sie fragen sich, wozu sie das die ganze Zeit machen müssen, denn Aussagekraft hat so gut wie keine der Aufgaben. Deshalb glaube ich, dass es kaum Schülerinnen und Schüler geben wird, die (nur) mit diesem Buch arbeiten, die Aufgabe 9 lösen können. Es gibt nicht einmal annähernd eine ähnliche Aufgabenstellung in diesem Schulbuch und eigentlich müssen die Schülerinnen und Schüler in jeder Aufgabe das gleiche tun.

In diesem Buch kommt das Thema Tabellenkalkulation in drei Aufgaben vor, diese befassen sich jedoch mit Jahreszinsen, siehe [WWWR4, S. 244 und S. 256], und nicht mit dem arithmetischen Mittel.

Ich finde dieses Kapitel gehört noch einmal gründlich überarbeitet in dem Sinne, dass Aufgaben, die ansprechend und sinnvoll für die Schülerinnen und Schüler sind, vorkommen, also Aufgaben, bei denen sie sich Gedanken über das Ergebnis machen können und verstehen müssen, was sie berechnen. Und vor allem fehlen Aufgaben, die von der Aufgabenstellung „Berechne das arithmetische Mittel von *n* Zahlen“ verschieden sind, denn sonst lernen die Schülerinnen und Schüler bloß ein „Schema F“ zur Berechnung auswendig und wissen erst recht nicht, was sie gerade berechnet haben und warum. Das kann nicht Sinn der Sache sein.

Mach mit Mathematik 1 – 3

bereitet vor

Wie schon in den zwei anderen Schulbuchreihen, bereiten auch diese ersten drei Bände auf die Aufgabe 9 vor. Im Buch der fünften Schulstufe muss der „Mittelwert“, also das arithmetische Mittel aus Einzelwerten berechnet werden, siehe [FFFG1, S. 251ff.]. Im Buch für die sechste Schulstufe wird das Gleiche verlangt, siehe [FFFG2, S. 205ff.], nur wird hier in einem weiteren Kapitel, das unter dem Titel „Preisbewusst kaufen“ läuft, das arithmetische Mittel als „mittlerer Preis“ bezeichnet und die Schülerinnen und Schüler müssen sich diesen aus vorgegebenen Preisen berechnen, siehe [FFFG2, S. 236ff.]. Ich frage mich hier, worin der Sinn darin bestehen soll? Wenn es um das Vergleichen von Preisen geht, schaut man auf das Preis-Leistungs-Verhältnis, oder nur auf den Preis, indem man z. B. das billigste Produkt nimmt. Wozu dient es, die prozentuelle Abweichung vom „mittleren Preis“ für ein Produkt zu berechnen, und wie hängt das mit preisbewusstem Einkaufen zusammen? Ich finde, hier wird krampfhaft versucht, einen Alltagsbezug herzustellen, der nicht existiert und deshalb bin ich der Meinung, dass diese Aufgaben aus dem Buch genommen werden sollten, oder zumindest sollten sie umgeschrieben werden.

Im Buch für die siebente Schulstufe kommen nur noch wenige Aufgaben vor, in denen das arithmetische Mittel berechnet werden muss, siehe [FFFG3, S. 166 und S. 248], alle nicht vergleichbar mit der Aufgabe 9. Dafür gibt es eine Aufgabe, in der die Schülerinnen und Schüler den Mittelwert mittels Tabellenkalkulation berechnen sollen, siehe [FFFG3, S. 218, Aufgabe 1903].

Mach mit Mathematik 4

gibt es nicht

In dieser Schulbuchreihe wird erst jetzt die Bezeichnung „arithmetisches Mittel“ für den Mittelwert eingeführt, aber nicht verwendet, siehe [FFFG4, S. 217ff.]. Ansonsten muss auch hier nur das arithmetische Mittel aus Einzelwerten berechnet werden, eine (ähnliche) Aufgabe 9 ist nicht zu finden. Es wird auch hier versucht, Aufgaben zu stellen, die einen Bezug zum

Alltag herstellen, aber ich glaube nicht, dass die Schülerinnen und Schüler etwas mit den Aufgaben anfangen können, oder einen Sinn dahinter sehen. Beispielsweise wird bei einer Aufgabe der Benzinverbrauch gemessen, siehe [FFFG4, S. 217, Aufgabe 1838]. Welches 14- bis 15- jährige Kind interessiert der Benzinverbrauch, wenn sie noch nicht einmal Autofahren dürfen? Wozu sollen sie also den mittleren Benzinverbrauch berechnen können?
Tabellenkalkulationen kommen bei diversen Aufgaben vor, leider nicht zur Berechnung des arithmetischen Mittels.
Wie schon in den anderen Schulbüchern sollte auch in diesem versucht werden, abwechslungsreiche Aufgaben zu stellen, mit denen die Schülerinnen und Schüler etwas anfangen können und die für sie auch einen Sinn ergeben.

MathematiX 1

bereitet vor

Auch in diesem Buch wird in den meisten Aufgaben von den Schülerinnen und Schülern verlangt, dass sie den „Mittelwert“ bzw. den „Durchschnitt“ aus vorgegebenen Einzelwerten berechnen, siehe [BHLP1, S. 228ff.]. Im Unterschied zu den anderen Büchern konnte ich hier aber auch noch einige Umkehraufgaben finden, in denen beispielsweise der Mittelwert von drei Zahlen und zwei der drei Zahlen gegeben sind und die Schülerinnen und Schüler die dritte Zahl berechnen müssen, siehe [BHLP1, S. 230, Aufgaben 1261, 1262, 1265 und S. 1269, Aufgabe 1269]. Das sind gute Übungen, denn dadurch müssen die Schülerinnen und Schüler umdenken und sich neu überlegen, wie man auf die Lösung kommen kann, anstatt mühsam immer nur die Summe aus verschiedenen Zahlen zu bilden, um sie anschließend durch die Anzahl der Zahlen zu dividieren. In manchen dieser Aufgaben gibt es auch mehrere Lösungen und dadurch wird der Mittelwert, so glaube ich, greifbarer für die Schülerinnen und Schüler.

MathematiX 2 – 3

bereitet vor

In diesen beiden Büchern kommen sehr viele Aufgaben vor, in denen einfach nur der Mittelwert aus Einzelwerten berechnet werden muss, aber zum Unterschied zu den anderen Schulbuchreihen wird in diesem Buch gezeigt, wie man dies mittels Tabellenkalkulation am Computer einfacher durchführen kann, siehe [BHLP2, S. 144ff.] und [BHLP3, S. 188ff.]. Ich finde es sehr gut, dass dieses Schulbuch den Computer mit einbezieht, da dieser aus dem Alltag nicht wegzudenken ist (Lebensbezug!) und gerade wenn es um große Datenmengen geht ist es unsinnig, mit einem einfachen Taschenrechner zu arbeiten. Deshalb ist es gut, dass die Kinder schon hier lernen wie man für solche Aufgaben den PC verwenden kann, denn später in der Arbeitswelt, in den entsprechenden Branchen, werden sie dies auch tun müssen.

MathematiX 4

gibt es nicht

Prinzipiell unterscheiden sich die Aufgaben in diesem Buch nicht von denen aus dem Buch für die siebente Schulstufe. Auch hier wird wieder Tabellenkalkulationen verwendet, um damit auf schnellerem und einfacherem Weg das „arithmetische Mittel“ auszurechnen, dessen korrekte Bezeichnung nun eingeführt wird. Leider ist auch in dieser Schulbuchreihe keine „Aufgabe 9“ zu finden und auch wenn ich finde, dass diese Reihe alltagsnäher und für die Schülerinnen und Schüler ansprechender mit dem Thema „arithmetisches Mittel“ umgeht, glaube ich, dass die meisten Schülerinnen und Schüler, die nur mit diesen Büchern arbeiten, die Aufgabe 9 nicht korrekt lösen können. Es gibt zwar viele gute Ansätze in dieser Schulbuchreihe, da sowohl der Computer eingebaut wird, als auch versucht wird Umkehraufgaben zu stellen, aber trotzdem sollte hier noch ein wenig mehr getan werden.

Auswertungsergebnis und Fehleranalyse der Pilottestung

Nur 7,1 % der Schülerinnen und Schüler, die an der Pilottestung teilnahmen, konnten diese Aufgabe richtig lösen. Die Fehleranalyse ergab, dass ca. 35 % der falschen Antworten und damit die Mehrheit „Man kann nicht sagen, welchen Wert das arithmetische Mittel hat.“ angekreuzt haben. Mehr als ein Viertel der falschen Antworten gaben an, dass „5160“ die richtige Antwort sei. Auf diesen Wert kommt man, wenn man 4260 + 2100 – 1200 = 5160 rechnet. Die Werte „4170“ und „4350“ wurden hingegen selten als Antwort gewählt (siehe [7], S. 2 und [8], S. 8).

Fazit

Aufgabe 9 zielt auf die achte Schulstufe ab.

Wie ich schon vermutet hatte, taten sich die Schülerinnen und Schüler der Pilottestung mit dieser Aufgabe schwer, denn gerade einmal 7 von 100 Schülerinnen und Schüler konnten die Aufgabe richtig lösen. Das zeigt, dass sie nicht verstanden haben, worum es bei dem Thema „Mittelwert“ geht in dem Sinne, wie sich Änderungen der Daten auf das arithmetische Mittel auswirken. Ich glaube, dass das unter anderem daran liegt, dass sie in den meisten Aufgaben, die in den Schulbüchern vorkommen, einfach nur stupide viele Zahlen in den Taschenrechner tippen müssen, ohne zu wissen, was sie eigentlich tun, oder was sie gerade berechnen. Oft kommt auch vor, dass sie mit dem Endergebnis nichts anfangen können. Und man hat auch anhand der Schulbücher gesehen, dass Aufgaben, die der Aufgabe 9 entsprechen, nicht zu finden sind.

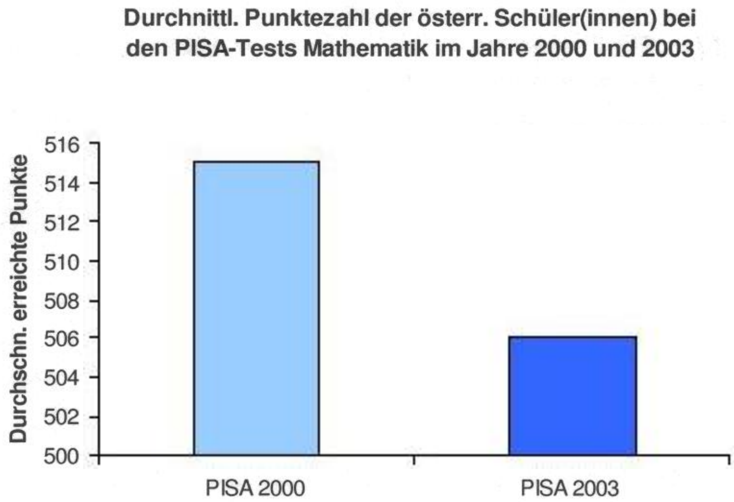
Häufig wird zwanghaft versucht Aufgaben zu konstruieren, die einen Alltagsbezug beinhalten sollen, aber dieser ist dann an den Haaren herbeigezogen. Ich kann mir gut vorstellen, dass viele Kinder mit den gegebenen Aufgaben zu diesem Thema aus den Schulbüchern nichts anfangen können und deshalb höchstens auswendig gelernt wird, wie das arithmetische Mittel zu berechnen ist. Sobald eine Aufgabe nur etwas vom Gewohnten abweicht, finden sich dann viele Schülerinnen und Schüler schon nicht mehr zurecht und können die Aufgabe nicht lösen. Es muss also in allen Schulbuchreihen diesbezüglich viel getan werden. Es müssen für die Schülerinnen und Schüler gerade bei diesem Thema wirklich interessante Aufgaben eingebaut werden, bei denen ein Alltagsbezug für Schülerinnen und Schüler vorherrscht. Außerdem sollten sich die Aufgaben voneinander unterscheiden und nicht immer dasselbe berechnet werden müssen. Umkehraufgaben oder der Aufgabe 9 ähnliche Aufgaben müssen eingebaut werden. Schön sind auch Aufgaben über die man anschließend noch diskutieren kann und die auch oft ein wenig fächerübergreifend wirken. Den Schülerinnen und Schülern muss begreifbar gemacht werden, was das arithmetische Mittel ist, wozu es dient, was es aussagt, wie sinnvoll und aussagekräftig es auf die Aufgabe bezogen überhaupt ist, und so weiter.

Es gibt also meiner Meinung nach viel zu tun, denn wie die Pilottestung zeigt sind unsere Schülerinnen und Schüler nicht gut vorbereitet und mit dieser Materie nicht genügend vertraut.

3.2.1.10 Aufgabe 10 - PISA-Ergebnisse

PISA-Ergebnisse

Das folgende Diagramm zeigt, dass die von österreichischen Schülerinnen und Schülern beim PISA-Test Mathematik im Jahre 2003 durchschnittlich erzielten Punkte geringer waren als die im Jahre 2000 erzielten Punkte:



Unter Verweis auf obige Grafik sprachen österreichische Tageszeitungen nach Bekanntwerden der Testergebnisse 2003 von einem katastrophalen „Absturz", einem „PISAster".

Aufgabe: Warum ist eine derartige Interpretation der angegebenen Grafik nicht angemessen?

Lösung:

Abb. 23 (siehe [1], S. 113)

Musterlösung

Da die Einheiten auf der y-Achse nicht bei 0, sondern bei 500 beginnen und so der (geringe) Unterschied zwischen 515 Punkten von 2000 und 506 Punkten von 2003 relativ groß erscheint, kann von keinem „Absturz" oder „PISAster" die Rede sein. Das Stabdiagramm stellt nicht die tatsächlichen Größenverhältnisse dar.

Das ist Mathematik 1

bereitet vor

Schon in der fünften Schulstufe werden die Schülerinnen und Schüler mit diesem Buch in die Statistik eingeführt und lernen, was ein Diagramm ist und wie man es erstellt, siehe [RHLGA1, S. 132ff.]. Zum Üben sind einige Aufgaben im Buch vorhanden, das dadurch eine gute Vorbereitung auf die Materie bietet. Im Computeranhang wird den Schülerinnen und Schüler auch noch gezeigt, wie man Aufgaben aus der Statistik graphisch darstellt, wodurch sie auch schon Balkendiagramme am PC erstellen können, siehe [RHLGA1, S. 272f.]

Das ist Mathematik 2

passt (nicht) genau

In diesem Buch lernen die Schülerinnen und Schüler nun im Kapitel „Statistik", wie man graphische Darstellungen interpretiert und auch kritisch betrachtet, siehe [RHLGA2, S. 144ff.]. Es ist die Aufgabe 10 zwar nicht eins zu eins im Buch zu finden, aber viele sehr ähnliche Aufgaben, bei denen die Schülerinnen und Schüler Unterschiede von graphischen Darstellungsmöglichkeiten herausarbeiten müssen und auch beurteilen müssen, ob eine bestimmte Darstellungsform gut ist, das heißt ob sie eine Statistik richtig wiedergibt oder sie verfälscht. Dadurch haben die Schülerinnen und Schüler viele Übungsmöglichkeiten und sind gut auf die Aufgabe 10 vorbereitet.

Auch in diesem Buch wird im Computeranhang gezeigt, wie man Statistiken graphisch darstellt und wie der Diagramm-Assistent zu verwenden ist, siehe [RHLGA2, S. 267ff.]. Ich finde das sehr gut und wichtig, weil diese Anwendung in der heutigen Zeit oft und vielenorts gebraucht wird.

Lebendige Mathematik 1

bereitet vor

Auch in diesem Band für die fünfte Schulstufe werden die Schülerinnen und Schüler bereits in die Statistik eingeführt und lernen, was Diagramme sind, siehe [WWWR1, S. 228ff.]. Dadurch werden die Kinder bereits in dieser Schulstufe auf die Materie vorbereitet.

Lebendige Mathematik 2

passt (nicht) genau

Im Kapitel „Auswertung von Daten – Graphische Darstellungen“ lernen die Schülerinnen und Schüler die verschiedenen Darstellungsformen von Statistiken und können diese auch unter der Verwendung von Computern erstellen, siehe [WWWR2, S. 224ff.]. Anhand einer Aufgabe werden die Schülerinnen und Schüler dann auch noch in die Manipulationsmöglichkeiten graphischer Darstellungen eingeführt, die anschließend auch noch einmal zusammengefasst aufgelistet werden, siehe [WWWR2, S. 232f.], und die anhand einiger Aufgaben vertieft werden können. Es sind zwar nur wenige Aufgaben gegeben, die sich mit der Manipulation von Graphiken beschäftigen, aber dafür werden die Schülerinnen und Schüler dazu aufgefordert selber Statistiken zu manipulieren, was meiner Meinung nach sehr interessant und einprägsam für die Schülerinnen und Schüler sein kann.

Ich konnte die Aufgabe 10 zwar auch in diesem Schulbuch nicht genau auf diese Art und Weise wieder finden, aber doch ein paar sehr ähnliche Aufgaben, wenn auch für meinen Geschmack etwas zu wenige.

Mach mit Mathematik 1

bereitet vor

Diesmal werden die Schülerinnen und Schüler im Kapitel „Mathematik im Alltag“ in das Erheben und Darstellen von Daten eingeführt, in dem es auch viele Aufgaben zum Zeichnen von Balkendiagrammen gibt, siehe [FFFG1, S. 249ff.]. Auch dieses Schulbuch bereitet die Schülerinnen und Schüler bereits in der fünften Schulstufe auf die Statistik vor.

Mach mit Mathematik 2

passt (nicht) genau

Wie auch schon im Band aus der Schulbuchreihe „Lebendige Mathematik“ sollen die Schülerinnen und Schüler auch in diesem anhand einer Aufgabe erkennen, welche Möglichkeiten der Manipulation bei graphischen Darstellungen existieren, siehe [FFFG2, S. 203ff.]. Diese sind auch in diesem Buch zusammengefasst aufgelistet, so dass sie jederzeit nachlesbar sind. Leider sind nicht einmal eine Hand voll Aufgaben zum Üben gegeben, aber eine davon habe ich als sehr gut empfunden, siehe [FFFG2, S. 207, Aufgabe 1689]. Dabei sollen die Schülerinnen und Schüler graphische Darstellungen von statistischem Zahlenmaterial aus Zeitungen, Prospekten, oder Ähnlichem sammeln, welche anschließend diskutiert werden. Das finde ich eine wirklich gute Übung, da die Schülerinnen und Schüler so lernen mit veröffentlichten Statistiken kritisch umzugehen. Wie bereits erwähnt bietet dieses Schulbuch meines Erachtens nach leider zu wenige Übungsmöglichkeiten, weshalb ich befürchte, dass die Manipulationsmöglichkeiten schnell in Vergessenheit geraten werden.

MathematiX 1

bereitet vor

Eine sehr gute Einführung in Diagramme bietet dieses Schulbuch. Gleich zu Beginn lernen die Schülerinnen und Schüler wie Tabellenkalkulationen bei der Darstellung von Datenmengen helfen können und wie der Diagramm-Assistent verwendet wird, siehe [BHLP1, S. 22ff.]. Anhand vieler Aufgaben können dies die Schülerinnen und Schüler anschließend selber ausprobieren und üben. Ich finde dieses Buch bereitet die Kinder sehr gut auf die Aufgabe 10 vor.

MathematiX 2

passt (nicht) genau

Anhand von fünf Aufgaben müssen die Schülerinnen und Schüler in diesem Buch selbstständig erarbeiten, welche Manipulationsmöglichkeiten von graphischen Darstellungen existieren könnten, siehe [BHLP2, S. 148f.]. Leider bietet dieses Buch keine schriftliche Zusammenfassung und geht meiner Meinung nach zu wenig auf diese wichtige und im Alltag sehr oft vorkommende Thematik ein. Man sollte daher vielleicht versuchen, mehr Augenmerk auf diesen Punkt zu legen, damit die Schülerinnen und Schüler, die mit diesem Buch arbeiten, die Aufgabe 10 zum Großteil lösen können, denn bei Beibehalten des jetzigen Ausmaßes, so glaube ich, werden sich einige dabei schwer tun.

Auswertungsergebnis und Fehleranalyse der Pilottestung

37,3 % der Schülerinnen und Schüler, die an der Pilottestung teilnahmen, konnten diese Aufgabe richtig lösen. Die Fehleranalyse ergab, dass sich viele der fehlerhaften Begründungen nicht auf mathematische Sachverhalte, sondern auf Dinge außerhalb der Mathematik bezogen haben (siehe [7], S. 2 und [8], S. 9).

Fazit

Aufgabe 10 zielt auf die sechste Schulstufe ab.

Dass nicht einmal 40 % der Schülerinnen und Schüler aus der Pilottestung diese Aufgabe richtig lösen konnten, finde ich ein wenig bedenklich. Eigentlich wird in allen vier Schulbuchreihen auf Manipulationsmöglichkeiten eingegangen, in zwei Reihen sind diese auch schriftlich zusammengefasst. Was ich mir gut vorstellen kann ist, dass viele Schülerinnen und Schüler durch den zeitlichen Abstand einfach vergessen haben, wie man Statistiken manipulieren kann. Schließlich lernen sie bereits in der sechsten Schulstufe über die Möglichkeiten und danach werden sie selten wiederholt, so dass sich viele Kinder zum Zeitpunkt der Testung vielleicht nicht mehr daran erinnern können. Das würde auch erklären, warum viele die Begründung anhand von nicht-mathematischen Sachverhalten abgegeben haben.

Da Statistik in allen vier Schulstufen vorkommt, sollte man sich daher vielleicht überlegen auch in der siebenten und achten Schulstufe noch einmal die wichtigsten Grundlagen zum Thema, wie zum Beispiel die Manipulationsmöglichkeiten, zu wiederholen, da diese sonst einfach in Vergessenheit geraten. Und gerade das Verfälschen von graphischen Darstellungen ist etwas, das uns täglich betrifft, denn keine (Boulevard)-Zeitung und kaum eine Berichterstattung im (Privat)-Fernsehen kommt ohne Statistiken aus, die oft (auch aus Unwissenheit heraus) manipuliert bzw. verfälschend dargestellt werden. Daher ist es essentiell, dass unsere Schülerinnen und Schüler schon von Beginn an lernen, damit kritisch umzugehen, um nicht aus jeder Statistik ohne genauere Betrachtung voreilige Schlüsse ziehen.

3.2.1.11 Aufgabe 11 - Durchschnittliches Monatsgehalt

Durchschnittliches Monatsgehalt

Für die sieben Mitarbeiter(innen) eines Betriebes fallen monatlich folgende Bruttogehälter (in €) an:

1.240,- 980,- 8.760,- 950,- 1.200,- 1.120,- 1.500,-

Aufgabe: Die Berechnung des arithmetischen Mittels dieser Bruttogehälter liefert einen um mehr als € 1.000,- höheren Wert als der Median. Kreuze an, welche Gründe es dafür geben könnte.

Lösung:

	trifft zu	**trifft nicht zu**
Beim arithmetischen Mittel werden alle Gehälter addiert, daher muss das arithmetische Mittel immer größer sein als der Median.		
Beim Median wirkt sich der hohe Wert 8.760,- nicht sehr stark aus, beim arithmetischen Mittel hingegen schon.		
Beim Median wirken sich die beiden niedrigen Gehälter (unter € 1.000,-) sehr stark aus.		
Da der Median den zufällig in der Mitte stehenden Wert (hier 950,-) angibt, kann der Median auch ein (im Vergleich zu den anderen Werten) sehr niedriger Wert sein.		

Abb. 24 (siehe [1], S. 119)

Musterlösung

„Beim Median wirkt sich der hohe Wert 8.760,- nicht sehr stark aus, beim arithmetischen Mittel hingegen schon.“ ist die einzige Argumentation, die zutreffend ist.

Das ist Mathematik 4

passt genau

Für diese Aufgabe 11 ist es notwendig zu wissen, was das arithmetische Mittel und was der Median ist, genauso so wie zu wissen ist was die beiden voneinander unterscheidet. In diesem Schulbuch für die achte Schulstufe wird sowohl das arithmetische Mittel, als auch der Median ausführlich beschrieben und kann anhand von vielen Aufgaben von den Schülerinnen und Schüler berechnet werden, siehe [RLG2, S. 123ff.]. Ich konnte sogar die Aufgabe 11 etwas abgeändert finden, siehe [RLG2, S. 130, Beispiel C]. Bei diesem Beispiel wird gezeigt, wie man sowohl das arithmetische Mittel, als auch den Zentral- und Modalwert berechnet und anschließend erklärt, was der Unterschied ist bzw. wann es sinnvoller ist, den einen oder anderen einzusetzen. Also prinzipiell stehen dort teilweise die möglichen Antworten aus Aufgabe 11 geschrieben. Anschließend gibt es ein paar Aufgaben, bei denen die Schülerinnen und Schüler begründen müssen, weshalb es sinnvoll ist einen bestimmten Mittelwert zur Berechnung zu nehmen, bzw. es muss begründet werden, weshalb einige Mittelwertaussagen ein falsches Bild abgeben, siehe [RLG2, S. 130f.].

Der Unterschied zu der Aufgabe 11 ist der, dass die Schülerinnen und Schüler bei den Aufgaben aus dem Schulbuch stets selber eine Antwort formulieren müssen, wo hingegen bei Aufgabe 11 vier Aussagen vorgegeben sind und die Schülerinnen und Schüler angeben müssen, ob diese zutreffend sind oder nicht. Ich glaube, dass diese für die Schülerinnen und Schüler eher ungewohnte Art der Aufgabenstellung Probleme bereiten könnte. Es kommen zwar im Buch zwischendurch ein paar Aufgaben vor, bei denen die Schülerinnen und Schüler ankreuzen müssen, ob eine Aussage wahr oder falsch ist, aber eben nur selten.

Grundsätzlich bin ich aber der Meinung, dass dieses Schulbuch die Materie gut erklärt. Es könnten vielleicht mehr Aufgaben aufgenommen werden, um noch mehr Übungsmöglichkeiten bzw. Wiederholungsmöglichkeiten zu bieten, anhand derer die Schülerinnen und Schüler die Unterschiede der einzelnen Mittelwerte voneinander wiederholen können. Und wie schon bei einigen Aufgaben aus den Bildungsstandards könnte es Probleme mit der Art der Aufgabenstellung geben, weshalb es überlegenswert wäre einige Aufgaben in diese Richtung zu überarbeiten, aber im Großen und Ganzen bereitet das Buch die Schülerinnen und Schüler gut auf die Aufgabe 11 vor und dazu ähnliche Aufgaben sind auch noch darin enthalten.

Lebendige Mathematik 3

bereitet vor

In dieser Schulbuchreihe wird bereits im Buch der siebenten Schulstufe der Median eingeführt, siehe [WWWR3, S. 217ff.], aber nur zur Berechnung. Welche Eigenschaften er hat, wird noch nicht erklärt. Das arithmetische Mittel wird bereits im Buch der fünften Schulstufe eingeführt und wird in diesem Buch auch wiederholt, siehe [WWWR3, S. 217ff.], dies wurde von mir in Aufgabe 9 schon abgehandelt.

Lebendige Mathematik 4

passt genau

Im Buch für die achte Schulstufe werden die verschiedenen Mittelwerte wiederholt, siehe [WWWR4, S. 177ff.], und es gibt auch in diesem Buch zur Aufgabe 11 ähnliche Aufgaben, siehe [WWWR4, S. 178ff.], mit dem Unterschied, dass die Antworten von den Schülerinnen und Schülern wieder selber zu formulieren sind und diese nicht schon vorgegeben sind und nur noch anzukreuzen ist, ob sie zutreffend sind oder nicht. Was ich zu bemängeln habe ist, dass ich in diesem Buch nirgends finden konnte, worin die Eigenschaften der einzelnen Mittelwerte liegen. Jetzt kann man argumentieren, dass die Schülerinnen und Schüler durch das Arbeiten mit den Mittelwerten selber deren Eigenschaften und daraus resultierenden Anwendungsmöglichkeiten erarbeiten sollen, aber zumindest in der Zusammenfassung wäre es meines Erachtens nach gut, die Unterschiede anzuführen, damit sie irgendwo festgehalten sind. Ansonsten finde ich, dass dieses Schulbuch die Schülerinnen und Schüler gut auf die Aufgabe 11 vorbereitet. Wie auch schon bei der vorangegangenen Schulbuchreihe könnte man auch bei dieser noch monieren, dass die Antwortmöglichkeiten variieren könnten, damit sich Schülerinnen und Schüler an andere Aufgabenstellungen und Antwortmöglichkeiten gewöhnen können.

Mach mit Mathematik 4

gibt es nicht

Leider konnte ich in diesem Schulbuch keine Aufgabe finden, die der Aufgabe 11 auch nur annähernd ähnlich ist. Es wird zwar der Median eingeführt und er muss von den Schülerinnen und Schülern anhand einiger Aufgaben berechnet werden, siehe [FFFG4, S. 218ff.], aber weder werden Eigenschaften der Mittelwerte beschrieben, noch müssen sie von den Schülerinnen und Schüler selbstständig erarbeitet werden. Ich glaube nicht, dass Schülerinnen

und Schüler, die nur mit diesem Schulbuch arbeiten, fähig sind die Aufgabe 11 richtig zu lösen, davon einmal abgesehen, dass ihnen die Art der Fragestellung fremd erscheinen wird.
Es sollte daher meiner Meinung nach dieses Kapitel neu überarbeitet werden, da es durch lückenhaften Inhalt die Schülerinnen und Schüler nicht ausreichend auf solche Fragestellungen vorbereitet.

MathematiX 4

gibt es nicht

Wie auch schon im Buch der achten Schulstufe aus der Reihe „Mach mit Mathematik“ konnte ich auch in diesem keine Aufgabe analog oder wenigstens ähnlich zu Aufgabe 11 finden. Der Median wird zwar anhand eines Beispiels eingeführt, kann aber nur mittels sehr weniger Aufgaben von den Schülerinnen und Schülern in seiner Bedeutung erkannt werden, siehe [BHLP4, S. 175ff.]. Auch werden die Unterschiede der einzelnen Mittelwerte nicht erörtert und in manchen Aufgaben ist auch nur die Rede davon, dass „der Mittelwert“ zu berechnen ist, wobei nicht klar ausgedrückt wird welcher damit gemeint wird.
Im Großen und Ganzen betrachtet wird meiner Meinung nach das Arbeiten nur mit diesem Schulbuch die Schülerinnen und Schüler nicht dazu führen die Aufgabe 11 richtig zu lösen. Es sollte also auch hier über eine Überarbeitung nachgedacht werden, da wesentliche Inhalte meines Erachtens nach fehlen.

Auswertungsergebnis und Fehleranalyse der Pilottestung

7,1 % der Schülerinnen und Schüler, die an der Pilottestung teilnahmen, konnten diese Aufgabe richtig lösen. Die Fehleranalyse ergab, dass es hier einen Unterschied zwischen den Schülerinnen und Schüler der AHS und denen der Hauptschulen gab. Bei den Schülerinnen und Schüler der AHS kam es bei den fehlerhaften Lösungen oft vor, dass nur eine der vier vorgegebenen Aussagen als falsch bewertet wurde. Die richtige Aussage „Beim Median wirkt sich der hohe Wert nicht stark aus, beim arithmetischen Mittel hingegen schon.“ wurde nur selten als zutreffende Aussage gefunden. Die Schülerinnen und Schüler der Hauptschulen verteilten hingegen die fehlerhaften Bewertungen über alle Aussagen (siehe [7], S. 2 und [8], S. 9).

Fazit

Aufgabe 11 zielt auf die achte Schulstufe ab.

Wenn man die Schulbücher durchforstet wundert es einen nicht, dass nur wenige Schülerinnen und Schüler die Aufgabe 11 richtig beantworten konnten, da nicht einmal die Hälfte der von mir durchgesehenen Schulbücher ausreichend Inhalt und Aufgaben dafür bieten. Auch wenn ich ähnliche Aufgaben wie die Aufgabe 11 in zwei Schulbuchreihen finden konnte, so wird nur in der Reihe „Das ist Mathematik“ erörtert, was die Unterschiede, also die Eigenschaften der einzelnen Mittelwerte sind. In der anderen Schulbuchreihe, in der ich zur Aufgabe 11 vergleichbare Aufgaben finden konnte, müssen die Unterschiede von den Schülerinnen und Schüler selbstständig erarbeitet werden, was sehr gut ist, da Selbstständigkeit zur Nachhaltigkeit des Wissens beiträgt. Man sollte aber trotzdem zumindest eine Zusammenfassung der Unterschiede am Ende des Kapitels anführen. Es ist also in drei von vier Schulbuchreihen eine Überarbeitung diesbezüglich zu bedenken.

Dass dann aber nur 7,1 % die Aufgabe 11 richtig lösen konnten, verwunderte mich doch ein wenig. Vielleicht lässt sich diese geringe Quote zum Teil auch dadurch erklären, dass, wie bereits des Öfteren erwähnt, die Art der Aufgabenstellung für die Schülerinnen und Schüler eine ungewohnte ist. Vorgegebene Antworten, bei denen ihr Wahrheitsgehalt festzustellen ist, sind Mangelware in Schulbüchern. Dieser Aspekt betrifft alle Schulbuchreihen und wurde von mir auch schon in vorangegangenen Aufgaben diskutiert.

Wie auch schon die Aufgabe 9 gehört auch die Aufgabe 11 dem Inhaltsbereich 4 an, der sich mit statistischen Darstellungen und Kenngrößen beschäftigt. Wenn man sich die Auswertungen aller Aufgaben die diesen Inhaltsbereich betreffen ansieht, so kann man feststellen, dass hier die meisten falschen Antworten vorkamen, denn keine einzige Aufgabe aus dem Inhaltsbereich 4 wurde von mehr als 38 % der Schülerinnen und Schüler richtig beantwortet. Das gibt einem zu bedenken und lässt mich, nachdem ich die Schulbücher dahingehend untersucht habe, darauf schließen, dass diese die betreffenden Themengebiete nicht ausreichend bearbeiten und deshalb noch einmal gründlich in diese Richtung modifiziert werden sollten.

3.2.1.12 Résumé

Durch den Vergleich der in den Bildungsstandards vorkommenden Aufgaben aus dem Aufgabenpool mit den vier Schulbuchreihen sollte aufgezeigt werden, ob einerseits bei der Kontrolle der Bildungsstandards am Ende der achten Schulstufe versucht wird alle bisher vorgekommenen Themen der einzelnen Inhaltsbereiche zu überprüfen, oder ob die Testung nur auf Gebiete der achten Schulstufe abzielt und dadurch die der fünften bis siebenten Schulstufen vernachlässigt werden. Andererseits sollte überprüft werden, ob die Schülerinnen und Schüler durch die Arbeit mit den jetzigen, teilweise schon überarbeiteten Schulbüchern auf die von den Bildungsstandards festgelegten Handlungs- und Inhaltsbereiche ausreichend vorbereitet werden bzw. ob und im gegebenen Fall wo Handlungsbedarf besteht.

Meine Vermutung, dass die Aufgaben aus den Bildungsstandards nur auf Inhaltsgebiete der achten Schulstufe zielen, wurde *nicht* bestätigt. Die folgende Tabelle zeigt die Zuordnung aller 48 Aufgaben zu den vier Schulstufen, inklusive der Zuordnung zu den einzelnen Inhaltsbereichen:

Schulstufe	**I1**	**I2**	**I3**	**I4**	**Summe**
5	3	2	4	1	**10**
6	4	1	3	5	**13**
7	4	3	3	1	**11**
8	1	6	2	5	**14**
gesamt	12	12	12	12	48

Wie man anhand der Tabelle sehen kann, decken die Aufgaben aus den Bildungsstandards die vier Schulstufen recht gleichmäßig ab. Eine regelmäßige Verteilung auf der Ebene der Inhaltsbereiche ist für eine bestimmte Schulstufe nicht gegeben. Für die achte Schulstufe gibt es lediglich eine Aufgabe die dem Inhaltsbereich 1 „Zahlen und Maße“ zuzuordnen ist, aber gleich sechs Aufgaben zum Inhaltsbereich 2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten“.

Die folgende Tabelle zeigt auch noch die Zuordnung der 48 Aufgaben aus den Bildungsstandards auf die vier Schulstufen bezüglich der Halndlungsbereiche.

Schulstufe	**H1**	**H2**	**H3**	**H4**	**Summe**
5	3	3	3	1	**10**
6	6	2	3	2	**13**
7	2	2	2	5	**11**
8	1	5	4	4	**14**
gesamt	12	12	12	12	48

Auffallend in dieser Tabelle sind vor allem die Handlungsbereiche 1 und 4, die vorwiegend bei Aufgaben vorkommen, die der fünften und sechsten, bzw. siebenten und achten Schulstufe zuordenbar sind.

Auch für die Komplexitätsbereiche habe ich so eine Zuordnung durchgeführt und anhand der folgenden Tabelle dargestellt.

Schulstufe	K1	K2	K3	Summe
5	3	3	4	**10**
6	6	3	4	**13**
7	2	5	4	**11**
8	5	5	4	**14**
gesamt	16	16	16	48

Bis auf den Komplexitätsbereich 1 sind die Aufgaben gleichmäßig auf die vier Schulstufen aufgeteilt.

Wie man also gut sehen kann ist es sehr schwierig, Aufgaben zu konstruieren, die sowohl die Inhaltsbereiche, als auch die Handlungs- und Komplexitätsbereiche möglichst gleichermaßen auf die vier Schulstufen verteilen.

Auf Grund dessen gehe ich auch davon aus, dass bei den Standardüberprüfungen nicht alle Inhalts-, Handlungs- und Komplexitätsbereiche gleichermaßen überprüft werden. Da zum jetzigen Zeitpunkt der technische Bericht zur Baseline-Testung noch nicht vollständig veröffentlicht wurde, speziell das Kapitel 3 „Testinstrumente“, in dem auf die Testinstrumente, deren Entwicklung, Erprobung und Zusammenstellung in den Testheften eingegangen wird, siehe [21], kann ich weder sagen, wie und nach welchem System, bzw. nach welchen Kriterien die Aufgaben in den Testheften für die Standardüberprüfungen zusammengestellt werden, noch wie viele Aufgaben aus welchen Bereichen von den Schülerinnen und Schülern in den 90 Minuten zu lösen sein werden.

Nach meiner Analyse der vier Schulbuchreihen komme ich zu dem Ergebnis, dass die meisten von ihnen einiger Überarbeitungen bedürfen, da ich bezweifle, dass Schülerinnen und Schüler durch die Arbeit mit ihnen alleine die Bildungsstandards erreichen können. Dafür gibt es mehrere Gründe, die ich teilweise schon bei den einzelnen Aufgaben angeführt habe.
Aufgaben, die sowohl in den Bildungsstandards als auch in Schulbüchern vorkommen, sind Mangelware. Zwar bieten einige Schulbuchreihen extra Übungshefte oder andere Lernmaterialien zu den Bildungsstandards an, aber aus Erfahrung weiß ich, dass es so schon schwer genug ist den Lehrplan vollständig durchzunehmen, also wird für ein Zusatzheft kaum Zeit bleiben. Es wäre also wichtig ähnliche Aufgaben in die Schulbücher zu integrieren.

Ein zweiter Grund für das Nicht-Erreichen der Bildungsstandards könnte sowohl an der Art der Aufgabenstellungen, als auch an deren Formulierungen liegen. In den Schulbüchern wird den Schülerinnen und Schülern oft vorgesagt was zu tun ist, anstatt sie erst selber darüber nachdenken zu lassen welchen Lösungsweg es geben könnte. Es wäre also wichtig Aufgaben umzuschreiben, so dass das selbstständige Denken der Schülerinnen und Schüler gefördert wird, denn auch die Bildungsstandards zielen darauf ab. Genauso wäre es von Bedeutung die Aufgaben in den Schulbüchern dahingehend zu überarbeiten, dass dabei unterschiedliche Handlungs- und Inhaltsebenen verknüpft werden, um die Komplexität zu steigern und so zu einer gewissen Realitätsnähe zu kommen.

In vielen Schulbüchern wird auch die verbale Deutung vernachlässigt oder sogar komplett ausgelassen. Fachvokabular wird selten angeführt, weshalb die Schülerinnen und Schüler vielleicht wissen, wie sie eine Aufgabe zu lösen haben, aber dies nicht formulieren können. Es wäre also auch angebracht auf das Argumentieren und Formulieren in den Schulbüchern mehr Wert zu legen.

Was bei der Untersuchung auch noch auffällig war ist, dass Formeln oft einfach nur eingeführt werden. Dadurch entsteht eine Kultur des Auswendiglernens, aber nicht des Verstehens. Formeln, die auswendig gelernt wurden, werden schnell wieder vergessen, wenn sie nicht ständig angewendet werden. Ist man jedoch im Stande, eine Formel selbstständig herzuleiten, wird man immer fähig sein diese wieder anzuwenden, wenn sie benötigt wird. In manchen Schulbüchern wird anhand eines Versuches eine bestimmte Formel motiviert, aber leider viel zu selten. Es wäre also wichtig in den Schulbüchern mehr Herleitungen und Versuche einzubauen, in denen die Schülerinnen und Schüler selbstständig etwas herleiten bzw. „entdecken“ können.

Oft fragen Schülerinnen und Schüler wozu sie dieses oder jenes aus der Mathematik einmal brauchen werden. Anhand alltagsbezogener Aufgaben in den Schulbüchern wird versucht, ihnen die Mathematik näher zu bringen und zu zeigen, dass Mathematik überall ist und durchaus immer verwendet wird. Leider sind diese alltagsbezogenen Aufgaben oft an den Haaren herbeigezogen, realitätsfremd oder nicht interessens- und/oder altersadäquat. Es wird bei vielen dieser Aufgaben krampfhaft versucht einen Alltagsbezug herzustellen, der in Wirklichkeit (!) leider nicht vorhanden ist. Auch dahingehend sollte man die Schulbücher noch einmal überarbeiten.

Die Antwortmöglichkeiten bei den Bildungsstandards variieren von offenen Fragen über Multiple-Choice bis zu richtig/falsch Antworten. In den Schulbüchern ist eine solche Vielfalt nicht zu finden. Wie bereits erwähnt könnten die Schülerinnen und Schüler von ungewohnten

Antwortmöglichkeiten irritiert werden, weshalb es wichtig wäre auch solche in die Schulbücher einzubauen.

Wie man sehen kann gibt es viele Desiderata bei den Schulbüchern, um sie besser an die Bildungsstandards anzupassen, bei manchen bedarf es mehr und bei manchen weniger Adaptionen, generell gesehen können jedoch alle mit unterschiedlichem Aufwand optimiert werden.

3.2.2 Von der Inputorientierung zur Outputorientierung

Um zu erkennen, ob die Schülerinnen und Schüler mit den heute gängigen Schulbüchern die Bildungsstandards erreichen können, oder ob ein diesbezüglicher Handlungsbedarf besteht, wurden im vorangegangenen Kapitel zu den in den Bildungsstandards angeführten Aufgaben ähnliche in den Schulbüchern gesucht.

In diesem Kapitel wird nun die *umgekehrte Richtung* analysiert. Es wird ein Kapitel/Inhaltsbereich aus den Schulbüchern herangezogen und dessen Aufgaben den vier Handlungsbereichen der Bildungsstandards, also „Darstellen, Modellbilden“, „Rechnen, Operieren“, „Interpretieren“ sowie „Argumentieren, Begründen“, zugeordnet, um das prozentuelle Auftreten der einzelnen Handlungsbereiche in den Schulbüchern zu vergleichen. Das soll Aufschluss darüber geben, wie die Handlungsbereiche in den Schulbüchern verteilt sind und ob auch hier noch Handlungsbedarf besteht, da einem Handlungsbereich eventuell zu wenige Aufgaben zugestanden werden.

Anhand eines *Querschnitts* werden die prozentuellen Verteilungen der vier Handlungsbereiche innerhalb von vier Schulbüchern aus unterschiedlichen Schulbuchreihen derselben Schulstufe miteinander verglichen. Ein *Längsschnitt* über vier Bände einer einzelnen Schulbuchreihe wird die prozentuelle Verteilungen und Veränderungen der Handlungsbereiche in den vier Schulstufen aufzeigen.

Ich habe mich dafür entschlossen den Inhaltsbereich 4 „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“ für meine Untersuchungen zu verwenden, da dies der Bereich war, in dem die Schülerinnen und Schüler die bei der Pilottestung mitgemacht haben am schlechtesten abgeschnitten haben (siehe [6], S. 7f.). In der Querschnittsuntersuchung vergleiche ich die

Schulbücher der siebenten Schulstufe miteinander und für die Längsschnittuntersuchung habe ich die Schulbuchreihe „Das ist Mathematik“ gewählt, da diese weitverbreitet in den österreichischen Schulen ist.

Zur Demonstration der Zuordnung der Aufgaben zu den Handlungsbereichen habe ich folgende Aufgabe gewählt, siehe [RHLGA2, S. 148, Aufgabe 694]:

Würfelt mit einem Spielwürfel 12-mal, 36-mal, 60-mal, 120-mal, 180-mal!

1) *Notiert jeweils in einer Tabelle, wie oft ihr jede Augenzahl gewürfelt habt!*
2) *Berechnet jeweils die relativen Häufigkeiten der geworfenen Augenzahlen!*
3) *Schreibt für jede Augenzahl die relativen Häufigkeiten bei 12, 36, 60, 120 und 180 Würfen in einer Tabelle auf! Könnt ihr einen Trend erkennen? Wenn ja, beschreibt diesen mit eigenen Worten!*

(Teil-)Aufgabe 1 verlangt das Eintragen erhobener Daten in eine Tabelle und zählt daher zum Handlungsbereich 1 „Darstellen, Modellbilden“, da ein gegebener (mathematischer) Sachverhalt, in diesem Fall tabellarisch, dargestellt werden soll.
Bei (Teil-)Aufgabe 2 müssen die relativen Häufigkeiten berechnet werden und deshalb zählt diese Aufgabe zum Handlungsbereich 2 „Rechnen, Operieren“, da elementare Rechenoperationen mit konkreten Zahlen durchgeführt werden.
(Teil-)Aufgabe 3 besteht wiederum aus zwei Teilen. Einerseits müssen die berechneten Daten in eine Tabelle eingetragen werden, was wieder dem Handlungsbereich 1 zugeordnet wird. Andererseits werden die Schülerinnen und Schüler dazu aufgefordert, etwas mit eigenen Worten zu beschreiben, also einen Sachverhalt zu interpretieren und das fällt in den Handlungsbereich 3 „Interpretieren“, da aus mathematischen Darstellungen Sachverhalte zu erkennen und darzulegen sind und diese gedeutet werden müssen.
Zusammenfassend kann diese exemplarische Aufgabe also drei Handlungsbereichen zugeordnet werden, nämlich H1, H2 und H3. Wenn in einer Aufgabe ein Handlungsbereich in mehreren Teilaufgaben auftritt, wird dieser nur einmal für die gesamte Aufgabe gezählt. Aufgrund dieser Mehrfachzuordnungen sind Anteile an den vier Handlungsbereichen deutlich über 25 % wünschenswert.
Wie hoch diese Anteile genau sein sollten ist ein durchaus diskutables Thema. Da die vier Handlungsbereiche als gleich bedeutsam festgehalten werden, könnte man daraus schließen, dass das Ziel Aufgaben sind, in denen alle vier Handlungsbereiche angesprochen werden. Ich

glaube jedoch nicht, dass das generell möglich ist, da in der Mathematik z.B. oft gewisse Rechenoperationen geübt werden müssen. Deshalb wird es vermutlich nie eine gleichmäßige Verteilung der Aufgaben zu den vier Handlungsbereichen geben. Jedoch könnte man daraus ableiten, dass die Anteile der Aufgaben an den einzelnen Handlungsbereichen auch bei 40 %, wenn nicht noch höher liegen sollten.

Anmerken möchte ich noch die Problematiken, die bei der Zuordnung von Aufgaben zu den verschiedenen Inhaltsbereichen entstanden sind.

Wie bereits erwähnt werden die vier Inhaltsbereiche in den Bildungsstandards sehr ungenau und schlagwortartig formuliert und sie werden in übergeordneten Themen/Bereichen zusammengefasst, so dass sie im Endeffekt teilweise Raum für Interpretationen lassen. Das erschwert natürlich eine Zuordnung zu den einzelnen Inhaltsbereichen, da bei vielen Aufgaben durch die ungenaue Definition eine Mehrfachzuordnung möglich ist.

Ich möchte nun anhand einiger Aufgaben die Schwierigkeiten verdeutlichen.

Aufgabe 1, siehe [RLG1, S. 119, Aufgabe 539]:

> *Schreibe zunächst die jeweilig angesprochene Formel an! Forme dann so um, dass du die gefragten Größen berechnen kannst!*
>
> *Flächeninhalt des Rhombus mit den Diagonalen e und f:*
>
> *(1) A = ?   (2) e = ?   (3) f = ?*

Einerseits kann diese Aufgabe zum Inhaltsbereich 3 „Geometrische Figuren“ gezählt werden, da sowohl Vierecke, als auch Flächeninhaltsformeln in diesen Bereich fallen. Auf der anderen Seite ist diese Aufgabe im Kapitel „Gleichungen und Formeln“ des Buches zu finden, da die Schülerinnen und Schüler das Umformen von Formeln üben sollen. Dies würde wiederherum in den Inhaltsbereich 2 „Variable, funktioniale Abhängigkeiten“ fallen, da dort „einfache Gleichungen (Formeln)“ zu finden sind. Wie man sehen kann, ist es berechtigt, diese Aufgabe beiden Inhaltsbereichen zuzuordnen.

Aufgabe 2, siehe [WWWR3, S. 141, Aufgabe 857]:

> *Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms!*
>
> *a) $a = 82$ m, $h_a = 50$ m*
>
> *b) $b = 14,3$ m , $h_b = 35,4$ m*
>
> […]

Diese Aufgabe kann genau genommen sogar drei Inhaltsbereichen zugeordnet werden. Sie würde in den Inhaltsbereich 1 „Zahlen und Maße“ fallen, da nur mit ganzen, bzw. rationalen Zahlen gerechnet werden muss. In den Inhaltsbereich 2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten“ würde sie auch fallen, da dort das Rechnen mit Formeln aufgelistet wird. Außerdem kann man diese Aufgabe dem Inhaltsbereich 3 „Geometrische Figuren“ zuordnen, da sowohl Vierecke als auch Flächeninhaltsformeln zu diesem Bereich gehören.

Aufgabe 3, siehe [FFFG3, S. 109, Aufgabe 975]:

Schreib als Potenz!

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$ *b)* $z \cdot z \cdot z \cdot z \cdot z \cdot z =$ *c)* $10 \cdot 10 \cdot 10 =$

Die Potenzschreibweise (mit ganzzahligen Exponenten) fällt dem Inhaltsbereich 1 „Zahlen und Maße“ zu. Da in dieser Aufgabe aber auch Variablen vorkommen, kann sie genauso dem Inhaltsbereich 2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten“ zugeordnet werden.

Wie man sehen kann, ist es in vielen Fällen äußerst schwierig eine Aufgabe nur einem Inhaltsbereich zuzuordnen. Eine detailliertere Beschreibung der vier Inhaltsbereiche in den Bildungsstandards, ähnlich wie der im Lehrplan, würde die Zuordnung vielleicht manchmal erleichtern. Trotzdem wird es immer Aufgaben geben, die nicht eindeutig zuzuordnen sind, da sie auf mehrere Inhaltsbereiche zutreffen. Vielleicht wäre es auch gut vermehrt Aufgaben zu stellen, in denen mehrere Inhaltsbereiche eingebaut werden, um die Komplexität der Aufgaben zu steigern und Verknüpfungen zu erstellen. Bei den Handlungsbereichen vertrete ich die Meinung, dass um den Bildungsstandards gerecht zu werden in allen Aufgaben möglichst viele Handlungsbereiche zum Tragen kommen sollten. Auf die Inhaltsbereiche würde ich diese Überlegung nicht eins zu eins übertragen. Ich glaube, dass es wichtig ist die vier Inhaltsbereiche zunächst möglichst getrennt voneinander kennenzulernen und erst anschließend einige Aufgaben zu stellen, die mehrere Inhaltsbereiche miteinander verknüpfen. Eine sofortige Verknüpfung verschiedener Inhalts- und Handlungsbereiche ließe kaum Aufgaben zum Komplexitätsbereich 1 zu, und auch der Komplexitätsbereich 3 erfordert für gewisse Indikationen inhaltlich eindeutig zuordenbare Aufgaben.

Andere Personen, die diese Quer- und Längsschnittsuntersuchungen durchführen, würden aufgrund der nicht immer eindeutigen Zuordbarkeit der Aufgaben zu den Inhaltsbereichen vermutlich zu Ergebnissen kommen, die von meinen leicht abweichen.

3.2.2.1 Querschnitt

Auffallend in allen vier Schulbüchern der siebenten Schulstufe ist, dass der Inhaltsbereich 4 nur einen sehr kleinen Teil der Aufgaben einnimmt. In dem Buch „Das ist Mathematik 3“, siehe [RLG1], gibt es insgesamt 964 zu lösende Aufgaben. Lediglich 25 davon fallen auf den Inhaltsbereich 4, das entspricht gerade einmal 2,6 % aller Aufgaben. Im Buch „Lebendige Mathematik 3“, siehe [WWWR3], nimmt der Inhaltsbereich 4 mit 30 von 1444 Aufgaben sogar nur 2,1 % ein, in „Mach mit Mathematik 3“, siehe [FFFG3], sind es mit 30 von 2144 Aufgaben nur mehr 1,4 % und im Buch „MathematiX 3“, siehe [BHLP3], sind von 1158 lediglich 19 Aufgaben dem Inhaltsbereich 4 zuzuordnen, das enspricht einem Prozentsatz von 1,6 %. Wie man anhand dieser Auswertung gut sehen kann, wird dem Inhaltsbereich 4 nur sehr wenig Platz in den Schulbüchern der siebenten Schulstufe eingeräumt. Da ist es nicht verwunderlich, dass unsere Schülerinnen und Schüler bei den entsprechenden Aufgaben in der Pilottestung schlecht abgeschnitten haben, da anderen Inhaltsbereichen viel mehr Aufmerksamkeit gewidmet wird. Wenn es Ziel der Bildungsstandards ist, den vier Inhaltsbereichen die gleiche Gewichtung zukommen zu lassen, und davon gehe ich aus, so ist es wichtig, dass die Autorinnen und Autoren der Schulbücher diesen Gedanken aufnehmend die Schulbücher dementsprechend adaptieren.

Betrachtet man die Verteilung der dem Inhaltsbereich 4 zugeordneten Aufgaben auf die vier Handlungsbereiche, so ist auch ein deutlicher Trend zu sehen, nämlich, dass dem Handlungsbereich 4 „Argumentieren, Begründen“ in drei von vier Schulbüchern die wenigsten Aufgaben zugeordnet werden konnten und auch der Handlungsbereich 3 „Interpretieren“ nimmt in drei von vier Schulbüchern einen prozentuellen Anteil von unter 25 % der Aufgaben ein. Natürlich ist in der Mathematik Rechnen und Operieren, sowie Darstellen und Modellbilden enorm wichtig, aber gerade die Bildungsstandards setzen ihr Augenmerk verstärkt auf Verständnis, Argumentation und Interpretation. Das bedeutet, es ist nicht mehr so wichtig, dass unsere Schülerinnen und Schüler lange und komplizierte Rechnungen durchführen können, vielmehr sollen sie anhand numerisch bzw. algebraisch nicht so komplexer Aufgaben verstehen und begründen können, was zu tun ist und warum. Um diesen Anforderungen nachzukommen ist es aber notwendig, gerade diesen Handlungsbereichen mehr Aufmerksamkeit, also mehr Aufgaben in den Schulbüchern einzuräumen, denn auch Interpretieren, Argumentieren und Begründen will gelernt und vor allem geübt sein.

Die nachstehende Tabelle und Grafik geben genauen Aufschluss über die prozentuelle Verteilung der vier Handlungsbereiche in den Schulbüchern der siebenten Schulstufe, bezogen auf den Inhaltsbereich 4.

Das ist Mathematik 3

	25 Aufgaben	
H1	19	76,0 %
H2	13	52,0 %
H3	11	44,0 %
H4	4	16,0 %

Lebendige Mathematik 3

	30 Aufgaben	
H1	26	86,7 %
H2	21	70,0 %
H3	2	6,7 %
H4	4	13,3 %

Mach mit Mathematik 3

	30 Aufgaben	
H1	27	90,0 %
H2	30	100,0 %
H3	7	23,3 %
H4	0	0,0 %

MathematiX 3

	19 Aufgaben	
H1	11	57,9 %
H2	14	73,7 %
H3	4	21,1 %
H4	5	26,3 %

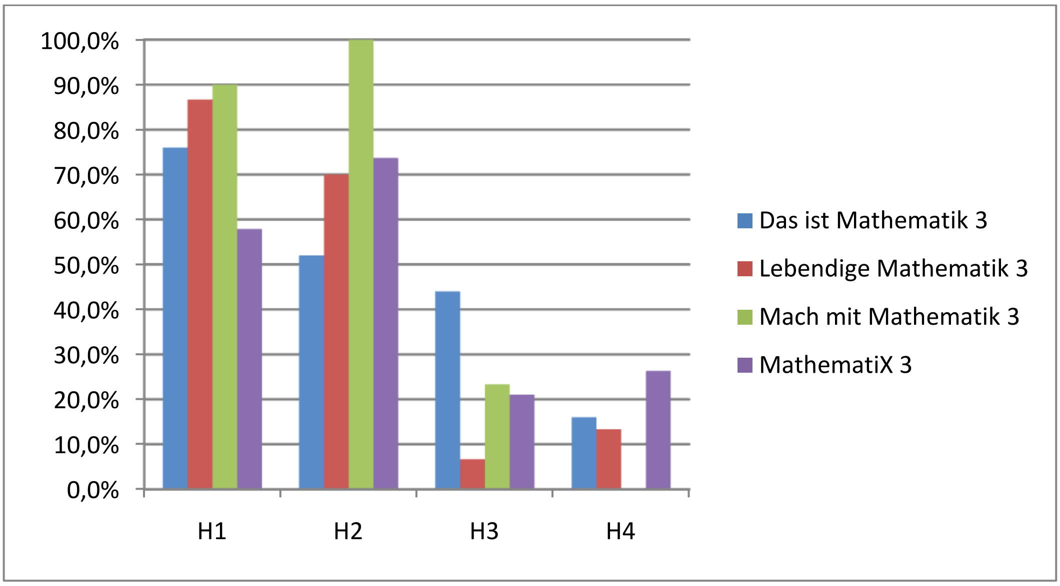


Abb. 25

Zusammengefasst gesagt zeigt die Querschnittsstudie deutlich, dass der Inhaltsbereich 4 im Vergleich zu den drei anderen Bereichen viel zu kurz kommt und dies ein Grund sein könnte, warum unsere Schülerinnen und Schüler bei der Pilottestung gerade in diesem Bereich schlecht abgeschnitten haben. Es wäre also wichtig die Schulbücher dahingehend zu verändern, dass den vier Inhaltsbereichen annähernd gleich viele Aufgaben zugeteilt werden.

Was die Handlungsbereiche betrifft, so sollte man betonen, dass das häufige Auftreten des Handlungsbereichs 1 inhaltsspezifisch ist. Aus diesem Grund habe ich zusätzlich einen anderen Inhaltsbereich, den Inhaltsbereich 2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten" untersucht, um die beiden Inhaltsbereiche miteinander vergleichen zu können.

Das ist Mathematik 3

	301 Aufgaben	
H1	105	34,9 %
H2	242	80,4 %
H3	22	7,3 %
H4	46	15,3 %

Lebendige Mathematik 3

	437 Aufgaben	
H1	151	34,6 %
H2	422	96,6 %
H3	22	5,0 %
H4	9	2,1 %

Mach mit Mathematik 3

	549 Aufgaben	
H1	153	27,9 %
H2	538	98,0 %
H3	29	5,3 %
H4	7	1,3 %

MathematiX 3

	354 Aufgaben	
H1	137	38,7 %
H2	326	92,1 %
H3	13	3,7 %
H4	1	0,3 %

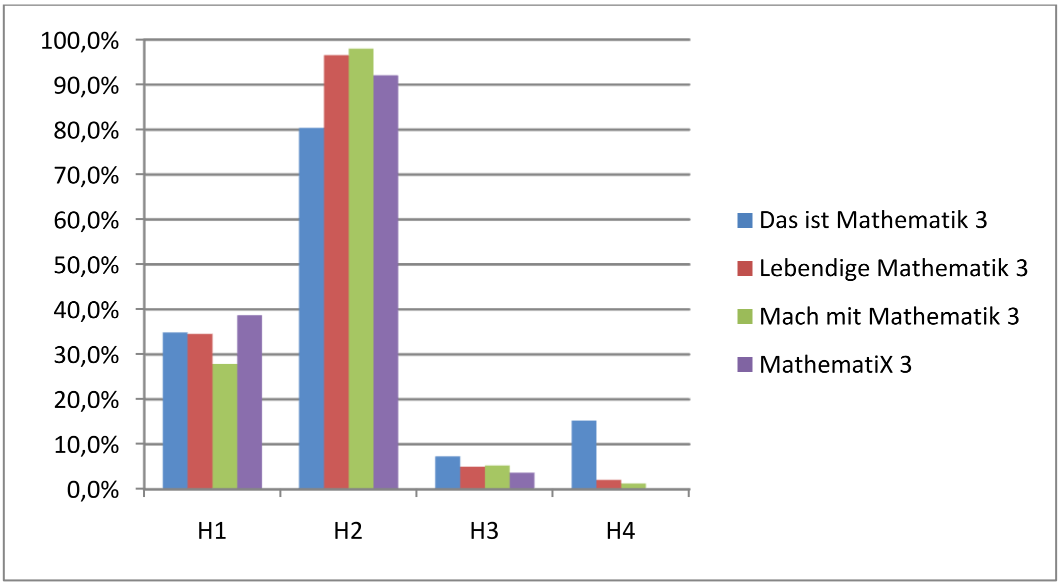


Abb. 26

Es fällt dabei auf, dass auch im Inhaltsbereich 2 der Handlungsbereich 2 sehr stark vertreten ist. Betrachtet man jedoch die anderen drei Handlungsbereiche, so fällt auf, dass sich diese fast alle mehr als halbiert haben, im Vergleich zum Inhaltsbereich 4. Man sieht deutlich worauf ich aufmerksam machen wollte, nämlich dass das prozentuelle Vorkommen des

Handlungsbereichs 1 deutlich geringer im Vergleich zu dem aus dem Inhaltsbereich 4 ist. Für die beiden Handlungsbereiche 3 und 4 ist das Ergebnis noch schlechter ausgefallen. Schon im Inhaltsbereich 4 sind sie viel zu kurz gekommen, im Inhaltsbereich 2 sind sie kaum noch vorhanden.

Es wäre also wichtig auch diesbezüglich einige Adaptionen vornehmen, da jedenfalls die beiden Handlungsbereiche 3 und 4 im Vergleich zu den anderen viel weniger oft in den Aufgaben vorkommen. Doch gerade auf diese Handlungsbereiche sollte verstärkt Fokus gelegt werden, da sie in der Philosophie der Bildungsstandards eine wesentliche Rolle spielen. Auf den Handlungsbereich 1 wird zwar in den Schulbüchern mehr eingegangen im Vergleich zu den Handlungsbereichen 3 und 4, jedoch könnte auch er in einigen Inhaltsbereichen ausgebaut werden, um ein besseres Verhältnis zwischen den vier Handlungsbereichen zu erhalten.

3.2.2.2 Längsschnitt

Die Querschnittsstudie hat gezeigt, dass der Inhaltsbereich 4 in den vier Schulbüchern der siebenten Schulstufe nur einen sehr geringen Prozentteil annimmt.
Die Längsschnittsuntersuchung zeigt, wie sich der prozentuelle Anteil des Inhaltsbereichs 4 an der Gesamtanzahl der Aufgaben im Laufe der vier Jahre AHS-Unterstufe bzw. Hauptschule verändert. Im Buch der ersten Schulstufe, siehe [RHLGA1], können 21 der 1353 Aufgaben dem Inhaltsbereich 4 zugeordnet werden, was 1,6 % entspricht. Im Buch der darauffolgenden Klasse steigt der Prozentanteil mit 28 von 1167 Aufgaben aus dem Inhaltsbereich 4 auf 2,4 %, siehe [RHLGA2]. Im Buch der siebenten Schulstufe nehmen die Aufgaben aus dem Inhaltsbereich 4 wie schon erwähnt 2,6 % ein und im letzten Buch für die achte Schulstufe „springt“ der Anteil mit 51 von 865 Aufgaben auf 5,9 %. Wie man also sehen kann, sind es nicht nur die Bücher der siebenten Schulstufe, bei denen dem Inhaltsbereich 4 nur sehr wenig Raum zugeteilt wird. Auch in den Büchern der anderen Schulstufen herrscht eine ähnliche Situation.

Was man anhand dieser Auswertung auch sehen kann ist, dass die Anzahl der Aufgaben in den ersten drei Büchern ziemlich ähnlich ist, nämlich um die 25 Stück, jedoch in dem Buch für die achte Schulstufe auf ca. das Doppelte ansteigt. Mit 5,9 % der gesamten Aufgaben nimmt dieser Inhaltsbereich aber noch immer einen viel zu kleinen Teil ein.

Betrachtet man die Verteilung der dem Inhaltsbereich 4 zugeordneten Aufgaben auf die vier Handlungsbereiche, so sieht man, dass im Buch für die fünfte Schulstufe keine einzige Aufgabe aus dem Handlungsbereich 4 vorkommt und auch der Handlungsbereich 3 gerade einmal in einem Drittel der Aufgaben zu finden ist. Im Buch für die sechste Schulstufe ist eine bessere Verteilung der vier Handlungsbereiche zu finden. Jeweils zwei Drittel der 28 Aufgaben fallen auf die Handlungsbereiche H1 und H2. Diesmal beinhalten fast die Hälfte der Aufgaben den Handlungsbereich 3 und endlich gibt es auch ein paar Aufgaben, leider nur sechs Stück, bei denen die Schülerinnen und Schüler das Argumentieren und Begründen üben können. Auffallend ist die Verteilung der Handlungsbereiche im Buch für die achte Schulstufe. Dort fallen lediglich nur mehr knapp ein Viertel der Aufgaben auf den Handlungsbereich 1, der damit am seltensten vorkommt, wo hingegen der Handlungsbereich 4 in diesem Buch deutlich zunimmt und bei 18 von 51 Aufgaben auftritt, das enspricht 35,3 %.

Wie bereits in der Querschnittsstudie thematisiert, möchte ich noch einmal darauf aufmerksam machen, dass das relativ häufige Auftreten des Handlungsbereichs 1 inhaltsspezifisch ist und für die drei anderen Inhaltsbereiche nicht zutreffend ist.

Die nachstehende Tabelle und Grafik geben wieder genauen Aufschluss über die prozentuelle Verteilung der vier Handlungsbereiche in den Schulbüchern der vier Schulstufen, bezogen auf den Inhaltsbereich 4.

Das ist Mathematik 1

	21	Aufgaben
H1	14	66,7%
H2	16	76,2%
H3	7	33,3%
H4	0	0,0%

Das ist Mathematik 2

	28	Aufgaben
H1	18	64,3%
H2	19	67,9%
H3	13	46,4%
H4	6	21,4%

Das ist Mathematik 3

	25	Aufgaben
H1	19	76,0%
H2	13	52,0%
H3	11	44,0%
H4	4	16,0%

Das ist Mathematik 4

	51	Aufgaben
H1	12	23,5%
H2	35	68,6%
H3	20	39,2%
H4	18	35,3%

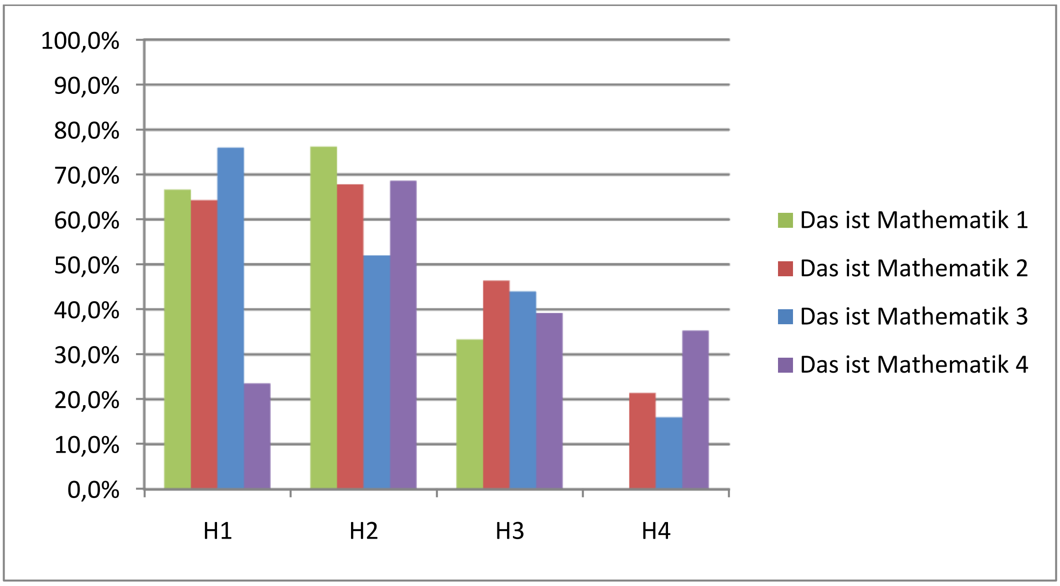


Abb. 27

Zusammengefasst gesagt zeigt sich auch in der Längsschnittsstudie, dass dem Inhaltsbereich 4, verglichen zu den anderen drei, wenige Aufgaben zuzuordnen sind. Wie schon bereits erwähnt könnte dies ein Grund für das schlechte Abschneiden unserer Schülerinnen und Schüler für diesen Inhaltsbereich in der Pilottestung sein.

Auch die Längsschnittsstudie zeigt, dass im Inhaltsbereich 4 mehr Augenmerk auf den Handlungsbereich 4 gelegt werden sollte, da dieser im Vergleich zu den anderen viel seltener behandelt wird (Ausnahme: achte Schulstufe).

Fazit

Im Ganzen betrachtet würde es also noch einiger Adaptionen bedürfen, um vor allem den vier Inhaltsbereichen eine gleiche Gewichtung zukommen zu lassen. Ob es möglich ist auch den vier Handlungsbereichen eine ähnliche Anzahl an Aufgaben zukommen zu lassen, ist fraglich. Fest steht, dass heutzutage im Mathematikunterricht vor allem der Handlungsbereich 2, also das Rechnen und Operieren im Vordergrund steht. Es gibt kaum eine Aufgabe, in der der Handlungsbereich 2 nicht wenigstens indirekt eine Rolle spielt, weshalb das Rechnen und Operieren auch immer dominant bleiben wird. Der Handlungsbereich 1, das Darstellen und Modellbilden tritt an zweithäufigster Stelle auf. Es sollte aber, um den Bildungsstandards gerecht zu werden, sowohl in den Schulbüchern als auch im Unterricht versucht werden, eine entsprechende Umverteilung dahingehend vorzunehmen, dass der Handlungsbereich 2 zurückgedrängt wird, um damit den drei anderen Handlungsbereichen, aber vor allem den

Bereichen „Interpretieren“ und „Argumentieren, Begründen“ mehr Aufmerksamkeit zu widmen. Denn gerade diese Bereiche haben durch die Bildungsstandards an Bedeutung gewonnen.

3.3 Zusammenhang zwischen Lehrplan und Schulbüchern

Zum Schluss gilt es nun noch den Zusammenhang zwischen dem Lehrplan und den Schulbüchern zu untersuchen.

Der Lehrplan selber wurde von mir schon in Kapitel 3.1 beschrieben. Prinzipiell kann er in zwei Teile aufgespalten werden, nämlich in den *allgemeinen* und in den *fachspezifischen* Teil, der sich in diesem Fall auf Mathematik bezieht.

Der allgemeine Teil wiederum gliedert sich, wie bereits erwähnt, in drei Teile, dem *allgemeinen Bildungsziel*, den *allgemeinen didaktischen Grundsätzen* und der *Schul- und Unterrichtsplanung*.
Bei dem Vergleich dieser drei Teile mit den Schulbüchern stellt man fest, dass Übereinstimmungen in der Gewichtung eher selten vorkommen. Viele Themenbereiche aus dem allgemeinen Teil werden in den Schulbüchern nicht oder nur mangelhaft umgesetzt. Ich möchte hier nur exemplarisch einige Punkte nennen, da dieses Thema Stoff genug für eine eigenständige Diplomarbeit bieten würde.
Der gesetzliche Auftrag des Lehrplans gibt vor, dass Schule unter anderem bei der *Vermittlung von Werten* mitwirken soll (siehe [20], S. 1). Leider hat die Untersuchung gezeigt, dass die von mir verwendeten Schulbücher kaum bis gar nicht auf diesen gesetzlichen Auftrag eingehen. Auch die geforderte Bereitschaft zum selbstständigen Denken und zur kritischen Reflexion (siehe [20], S. 1) kommt in den untersuchten Schulbüchern oft viel zu kurz, da in vielen Aufgaben das Denken den Schülerinnen und Schülern abgenommen wird, weil oft exakt vorgegeben wird was zu tun ist.
Die Gleichheit aller, Akzeptanz und Respekt gegenüber anderen, sowie der emanzipierte Umgang mit dem Geschlecht (siehe [20], S. 1f.) sind natürlich nicht einfach in Mathematikschulbüchern zu realisieren. Mittlerweile wird in manchen Büchern versucht unterschiedliche Kulturen miteinzubeziehen, indem Namen verwendet werden die nicht „typisch österreichisch“ sind und genauso wird versucht Mädchen- und Burschennamen gleichermaßen zu verwenden. Das ist ein guter Anfang, aber noch nicht genug.

Der Forderung nach *neuen Technologien* wird versucht entgegenzutreten, indem in einigen Schulbüchern der Einsatz von Computern in manchen Aufgaben forciert wird.

Fächerübergreifende und *fächerverbindende* Aspekte (siehe [20], S. 2) werden nur selten in den Schulbüchern berücksichtigt. Am häufigsten werden physikalische Aufgaben in die Schulbücher aufgenommen, teilweise werden naturwissenschaftliche Themen zu Beginn eines Kapitels erwähnt, um damit eine neues Themengebiet einzuführen. Aber eine tiefe Vernetzung zweier Fächer wird in keiner Aufgabe geboten.

Auch sind in den Schulbüchern die verschiedenen *Bildungsbereiche* kaum vertreten (siehe [20], S. 3f.). Speziell die Bildungsbereiche „Mensch und Gesellschaft" sowie „Gesundheit und Bewegung" sind schwer im Mathematikunterricht zu berücksichtigen und vielleicht deshalb in den Schulbüchern auch nicht explizit vorkommend.

Dass speziell die Mathematik an *Vorkenntnisse* anknüpfen muss, ist klar und wird deshalb auch in den Schulbüchern umgesetzt.

Interkulturelles Lernen (siehe [20], S. 5) hingegen ist ein Themengebiet, dass in den Schulbüchern nicht berücksichtigt wird.

Der Lehrplan fordert eine Förderung der Schülerinnen und Schüler durch *Differenzierung* und *Individualisierung*. Prinzipiell gehen die Schulbücher darauf ein, da es zu jedem Themengebiet leichtere und schwerere Aufgaben zur Auswahl gibt. Es liegt also an der Lehrperson zu entscheiden welche Schülerin und welcher Schüler welche Aufgabe zu rechnen hat.

Verschiedene *Lerntechniken* werden in den Schulbüchern leider nicht angeboten, auch wenn der Lehrplan die Vermittlung dieser fordert (siehe [20], S. 6).

Wie bereits in Kapitel 3.2 des Öfteren erwähnt wurde, wird in vielen Schulbüchern versucht, alltagstypische Aufgaben zu stellen, die einen Bezug zur Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler haben sollen, da dies vom Lehrplan verlangt wird (siehe [20], S. 7). Dieses Vorhaben scheitert leider meist kläglich, viele dieser Aufgaben sind für die Schülerinnen und Schüler eben *nicht lebensnahe* und nehmen auch nicht auf Probleme Bezug, die für sie von Relevanz wären.

Dass die Schulbücher den Lehrpersonen dienen um den Unterricht zu planen und durchzuführen, ist unumstritten. Gerade im Mathematikunterricht stellt das Schulbuch ein unerlässliches Arbeitsmittel dar.

Wie man anhand der von mir angeführten exemplarischen Punkte sehen kann, wird der *allgemeine Teil* des Lehrplans nur fragmentär in die Schulbücher für den Mathematikunterricht integriert.

Der Vergleich des *fachspezifischen Teils* des Lehrplans mit den Schulbüchern zeigt leider ebenfalls, dass der Lehrplan mehr fordert, als von den Schulbüchern umgesetzt wird.
Auch in diesem Teil des Lehrplans wird die Forderung nach lebensnahen und alltagstypischen Aufgaben erhoben, damit die Schülerinnen und Schüler ihr mathematisches Können und Wissen in verschiedenen Bereichen ihres Lebens anwenden können (siehe [5], S. 1 und S. 3). Wie ich bereits mehrfach festgestellt habe, sind diesbezüglich große Mängel in den Schulbüchern festzustellen.

Ein zweiter Punkt der auffällt ist der, dass in den Schulbüchern ein Überangebot des Operierens herrscht. Das bedeutet, dass die Schülerinnen und Schüler in fast allen Aufgaben etwas zu berechnen haben. Das klingt erst einmal einsichtig, da es sich schließlich um Mathematik handelt, aber durch das viele Operieren kommt das Interpretieren und Argumentieren zu kurz, obwohl auch diese Tätigkeiten in der Mathematik von großer Bedeutung sind. Meine Querschnittsstudie untermauert diese Problematik deutlich. Betrachtet man den Inhaltsbereich 2, so sieht man, dass der Handlungsbereich 2 „Rechnen, Operieren" in mindestens 80 % der Aufgaben aus den untersuchten Schulbüchern vorkommt. Im Gegensatz dazu liegt das Auftreten der Inhaltsbereiche 3 „Interpretieren" und 4 „Argumentieren, Begründen" durchschnittlich weit unter der 10 %-Marke. Die Schulbücher sollten also den verschiedenen mathematischen Grundtätigkeiten, wie sie im Lehrplan genannt werden oder den verschiedenen Handlungsbereichen, wie es in den Bildungsstandards heißt, eine mehr gleichgewichtete Bedeutung zukommen lassen.

Zusammengefasst bleibt zu sagen, dass der Lehrplan viel fordert was in den Schulbüchern nicht vorhanden ist. Vor allem allgemein gesetzte Bildungs- und Lehrziele werden von den untersuchten Schulbüchern oft nicht genügend bis gar nicht umgesetzt. Hinzu kommt, dass in allen Schulbüchern das Operieren im Vordergrund steht und andere genauso wichtige mathematische Handlungsbereiche vernachlässigt werden, siehe [22].

4 Résumé

Wie sind nun die Bildungsstandards zu bewerten? Sind sie ein Segen oder ein Fluch? Bieten sie Chancen oder stellen sie ein Risiko dar? Werden sie unser Bildungssystem positiv verändern, oder sollten sie selber vielleicht noch verbessert werden? Beinhalten sie alle wichtigen Themen und Werte, die wir unseren Schülerinnen und Schülern mitgeben wollen und reicht es sie zu etablieren oder bedarf es Aufklärungsarbeit? Sind die drei Komponenten Lehrplan, Bildungsstandards und Schulbuch, die den Unterricht stark beeinflussen und wesentlich mittragen, gut aufeinander abgestimmt, oder sollte vielleicht die eine oder andere Komponente verändert werden? All das sind Fragen die sich im Laufe dieser Diplomarbeit gestellt haben und auf die ich versucht habe Antworten zu finden.

Ob sich die Bildungsstandards positiv auf unser Bildungssystem auswirken werden, ist eine Frage, die sich zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht beantworten lässt. Fest steht, dass es sowohl Befürworterinnen als auch Skeptiker der Bildungsstandards gibt und ich selbst habe mich nach der intensiven Befassung mit dieser Materie noch für keine Seite entschieden. Ich teile einige der Kritikpunkte, wie dass der Zeitpunkt der Testung zu spät angesetzt ist bzw. teile ich die Befürchtung, dass durch die Bildungsstandards ein „teaching to the test" entstehen könnte und die Überprüfungen überbewertet werden könnten. Aber das passiert bei Schularbeiten oder Prüfungen jetzt auch.

Ich sehe auch die Chancen, die uns die Bildungsstandards bieten, sofern sie auf die richtige Art und Weise etabliert werden. Das bedeutet, dass sich sowohl die Lehrerinnen- und Lehreraus- und fortbildung verbessern muss, als auch ein Unterstützungssystem entwickelt werden muss, das zur Qualitätssicherung der und durch die Standards beiträgt. Nur durch eine ständige Weiterentwicklung und die Unterstützung der Lehrerinnen und Lehrer, sowie der Schulen kann ein Unternehmen, wie es die Bildungsstandards darstellen, funktionieren und dadurch zur Verbesserung unseres Schulsystems führen.

Die Frage die ich mir zu Beginn dieser Diplomarbeit gestellt habe war die, wie die drei Faktoren Bildungsstandards, Lehrplan und Schulbuch zusammenhängen und einander beeinflussen und wo mögliche Probleme auftreten könnten bzw. was unter Umständen verändert werden müsste um unser Bildungssystem zu verbessern.

Zusammengefasst hat meine Arbeit ergeben, dass die alleinige Etablierung der Bildungsstandards ein bereits vorhandenes System nicht verbessern wird. Die von mir herausgearbeiteten Zusammenhänge der einzelnen Faktoren haben gezeigt, dass jede einzelne Komponente noch modifiziert werden muss, um ein besseres Zusammenspiel zu ermöglichen.
Die Untersuchung des Zusammenhangs Lehrplan – Bildungsstandards hat ergeben, dass der Lehrplan noch zu wenig in den Bildungsstandards eingebunden ist. Die Bildungsstandards sind inhaltlich oft vage und ungenau formuliert. Speziell bei der Formulierung der bildungstheoretischen Orientierung zeigt sich, dass viele wichtige Punkte aus dem Lehrplan ihren Einzug in die Bildungsstandards nicht gefunden haben. Generell sind die Bildungsstandards sehr fachspezifisch ausgerichtet und aufgebaut, weshalb allgemeine Lehrziele oder Werte die den Schülerinnen und Schülern vermittelt werden sollen viel zu kurz kommen oder gänzlich fehlen. Auch eine Verknüpfung verschiedener Fächer kann in diesem Konzept kaum verwirklicht werden.

Die Untersuchung der vier Schulbuchreihen ergab, dass auch hier noch viel Arbeit vor uns liegt. Es sollten vermehrt ähnliche Aufgaben wie jene aus den Bildungsstandards in die Bücher einfließen, Aufgabenstellungen, sowie Antwortformate sollten variieren, um so die Schülerinnen und Schüler zum selbstständigen Denken zu animieren. Außerdem muss versucht werden, die Aufgaben dahingehend zu verändern, dass erstens der Handlungsbereich „Rechnen, Operieren“ nicht mehr so dominant ist, sondern mehr Augenmerk auf die anderen Bereiche gelenkt wird, wie zum Beispiel das Interpretieren oder Argumentieren. Und zweitens müssen mehr lebenspraktische Aufgaben kreiert werden, zu denen die Schülerinnen und Schüler einen wirklichen Bezug aufbauen können, sodass ihr Interesse an der Mathematik geweckt und gesteigert wird.

Die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen dem Lehrplan und den Schulbüchern ergab, dass letztere ersteren nicht vollständig umsetzen. Auch an den Schulbüchern ist zu bekritteln, dass allgemeine Bildungsziele wie Wertvorstellungen, Respekt vor anderen und Gleichberechtigung durch die Schulbücher nicht vermittelt werden. Wie auch schon die Bildungsstandards sind die Schulbücher rein fachspezifisch ausgerichtet, Angebote zur Verknüpfung mehrerer Fächer fehlen weitgehend.

Wie man also sehen kann gibt es bei allen drei Faktoren einige Punkte, die noch der einen oder anderen Überarbeitung bedürfen. Eine von mir vorgeschlagene Kombination aus

Lehrplan und Bildungsstandards könnte vielleicht einige der erwähnten Probleme bzw. Kritikpunkte beseitigen und würde auch eine Vereinfachung für alle am Unterricht Beteiligten darstellen.

Es gibt viele Fragen, die es zu beantworten gilt und einige davon haben sich erst im Zuge des Schreibens dieser Diplomarbeit entwickelt. Ein paar von ihnen wurden durch diese Arbeit beantwortet, andere noch nicht, denn diese Antworten wird uns erst die Zukunft liefern.

5 Anhang

Zum Abschluss möchte ich noch einige Aufgaben vorstellen, die ich im Schuljahr 2009/10 bei Schularbeiten in einer zweiten bzw. vierten Klasse AHS gestellt habe und bei denen ich Elemente des Bildungsstandardskonzepts realisiert habe.

2. Klasse

Aufgabe 1

Kreuze an welche Aussagen zutreffend sind und welche nicht:

	Trifft zu	Trifft nicht zu
Jeder Winkel im Halbkreis beträgt 90°.		
Die Punkte *U*, *H* und *I* liegen immer auf der Euler'schen Gerade.		
Im gleichseitigen Dreieck misst jeder Winkel 80°.		

Aufgabe 2

In einer Klasse befinden sich *m* Mädchen und *b* Buben. Es besteht der Zusammenhang: $m = b + 6$. Drücke diesen Zusammenhang mit eigenen Worten aus!

Aufgabe 3

Gib an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und begründe deine Aussage mithilfe der Teilbarkeitsregeln!

a) $4 \mid 3128$
b) $9 \mid 275$
c) $2 \mid 3466$

4. Klasse

Aufgabe 1a

Leite die Formel für den Flächeninhalt des Kreissektors her!

$$A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$$

Aufgabe 1b

Leite die Formel für die Berechnung der Länge des Kreisbogens her!

$$b = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180}$$

6 Literaturverzeichnis

Bücher

[BHLP1] Boxhofer, E., Huber, F., Lischka, U. und Panhuber, B.: mathematiX 1. Veritas, Linz 2008

[BHLP2] Boxhofer, E., Huber, F., Lischka, U. und Panhuber, B.: mathematiX 2. Veritas, Linz 2008

[BHLP3] Boxhofer, E., Huber, F., Lischka, U. und Panhuber, B.: mathematiX 3. Veritas, Linz 2008

[BHLP4] Boxhofer, E., Huber, F., Lischka, U. und Panhuber, B.: mathematiX 4. Veritas, Linz 2008

[FFFG1] Floderer, M., Fischer, C., Floderer, S. und Gross, P.: Mach mit 1. Mathematik für die 1. Klasse der Hauptschulen und der allgemein bildenden höheren Schulen. öbvhpt, Wien 2005

[FFFG2] Floderer, M., Fischer, C., Floderer, S. und Gross, P.: Mach mit 2. Mathematik für die 2. Klasse der Hauptschulen und der allgemein bildenden höheren Schulen. öbvhpt, Wien 2006

[FFFG3] Floderer, M., Fischer, C., Floderer, S. und Gross, P.: Mach mit 3. Mathematik für die 3. Klasse der Hauptschulen und der allgemein bildenden höheren Schulen. öbvhpt, Wien 2007

[FFFG4] Floderer, M., Fischer, C., Floderer, S. und Gross, P.: Mach mit 4. Mathematik für die 4. Klasse der Hauptschulen und der allgemein bildenden höheren Schulen. öbvhpt, Wien 2008

[LAB] Labudde, P. (Hrsg.): Bildungsstandards am Gymasium. Korsett oder Katalysator? h.e.p. verlag ag, Bern 2007

[RHLGA1] Reichel, H., Humenberger, H., Litschauer, D., Groß, H. und Aue, V.: Das ist Mathematik 1. Lehrbuch und Aufgabensammlung für die 1. Klasse der allgemein bildenden höheren Schulen und der Hauptschulen. öbv, Wien 2007

[RHLGA2] Reichel, H., Humenberger, H., Litschauer, D., Groß, H. und Aue, V.: Das ist Mathematik 2. Lehrbuch und Aufgabensammlung für die 2. Klasse der allgemein bildenden höheren Schulen und der Hauptschulen. öbv, Wien 2008

[RLG1] Reichel, H., Litschauer, D. und Groß, H.: Das ist Mathematik 3. Lehrbuch und Aufgabensammlung für die 3. Klasse der allgemein bildenden höheren Schulen und der Hauptschulen. öbvhpt, Wien 2007

[RLG2] Reichel, H., Litschauer, D. und Groß, H.: Das ist Mathematik 4. Lehrbuch und Aufgabensammlung für die 4. Klasse der allgemein bildenden höheren Schulen und der Hauptschulen. öbvhpt, Wien 2007

[WWWR1] Wiltsche, H., Wiltsche, E., Wiltsche, H., Ramusch, A. und Fritzka, E.: Lebendige Mathematik 1 für die 1. Klasse der Hauptschulen und der allgemein bildenden höheren Schulen. öbv, Wien 2005

[WWWR2] Wiltsche, H., Wiltsche, E., Wiltsche, H. und Ramusch, A.: Lebendige Mathematik 2 für die 2. Klasse der Hauptschulen und der allgemein bildenden höheren Schulen. öbv, Wien 2006

[WWWR3] Wiltsche, H., Wiltsche, E., Wiltsche, H. und Ramusch, A.: Lebendige Mathematik 3 für die 3. Klasse der Hauptschulen und der allgemein bildenden höheren Schulen. öbv, Wien 2007

[WWWR4] Wiltsche, H., Wiltsche, E., Wiltsche, H. und Ramusch, A.: Lebendige Mathematik 4 für die 4. Klasse der Hauptschulen und der allgemein bildenden höheren Schulen. öbv, Wien 2009

Internetquellen

[1] Peschek, W., Heugl, H.: Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe, Version 4/07, Hrsg: Institut für Didaktik der Mathematik – Österreichisches Kompetenzzentrum für Mathematikdidaktik – Fakultät für interdisziplinäre Forschung und Fortbildung, Alpen-Adria-Universität Klagenfurt, Klagenfurt 2007 http://www.uni-klu.ac.at/idm/downloads/Standardkonzept_Version_4-07.pdf (21.4.2009)

[2] Erläuterung zum Gesetzestext zur Änderung des Schulunterrichtsgesetztes, Hrsg: Österreichischer Nationalrat, 8. August 2008 http://www.bifie.at/sites/default/files/Gesetzestext_Bildungsstandards_Erlaeuterungen. pdf (21.4.2009)

[3] Siller, H.: Bildungsstandards im Fach Mathematik – Das mathematische Kompetenzmodell – eine (kompakte) Handreichung für Lehrer/innen, Version 2 (2008), Hrsg: Pädagogische Hochschule Salzburg, Salzburg 2008 http://schule.salzburg.at/e3pi/ahs/ahshandreichungen/Bildungsstandards_in_Mathematik_V2.pdf (22.4.2009)

[4] Gesetzestext zur 1. Verordnung der Bundesministerin für Unterricht, Kunst und Kultur über Bildungsstandards im Schulwesen, Hrsg: Österreichischer Nationalrat, 2. Jänner 2009 http://www.bmukk.gv.at/medienpool/17533/bgbl_ii_nr_1_2009.pdf (23.4.2009)

[5] Lehrplan für Mathematik für die Sekundarstufe I http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf (23.4.2009)

[6] Pilottestung der Standard-Orientierungsaufgaben - Ergebnisse http://www.uni-klu.ac.at/idm/downloads/Pilottestung_der_Standard-Orientierungsaufgaben_-_Ergebnisse.pdf (6.09.2009)

[7] Pilottestung der Standard-Orientierungsaufgaben - Übersicht Lösungshäufigkeiten http://www.uni-klu.ac.at/idm/downloads/Pilottestung_der_Standard-Orientierungsaufgaben_-_UEbersicht_Loesungshaeufigkeiten.pdf (6.09.2009)

[8] Pilottestung der Standard-Orientierungsaufgaben – Fehleranalyse http://www.uni-klu.ac.at/idm/downloads/Pilottestung_der_Standard-Orientierungsaufgaben_-_Fehleranalyse.pdf (6.09.2009)

[9] Ergebnisrückmeldung Baseline 8 – Musterbericht mit fiktiven Daten http://www.bifie.at/sites/default/files/bist-baseline-schulbericht-muster.pdf (23.01.2010)

[10] Überprüfung der Bildungsstandards in der 8. Schulstufe http://www.bifie.at/ueberpruefung-bildungsstandards-8-schulstufe (23.01.2010)

[11] Bildungsstandards Baseline-Testung 8. Schulstufe http://www.bifie.at/sites/default/files/folder/2009-02-05_bist-2009.pdf (23.01.2010)

[12] Standardüberprüfungen http://www.bifie.at/standardueberpruefungen (23.01.2010)

[13] Zusammenfassende Informationen zu den Bildungsstandards http://www.bifie.at/zusammenfassende-informationen-zu-den-bildungsstandards (23.01.2010)

[14] Ergänzendes Glossar zum Schulbericht
http://www.bifie.at/sites/default/files/bist-baseline-schulbericht-glossar.pdf (07.03.2010)

[15] Ausschusssitzung des Nationalrates. Unterrichtsausschuss: gesetzliche Fixierung der Bildungsstandards
http://www.parlament.gv.at/PG/PR/JAHR_2008/PK0596/PK0596.shtml (14.03.2010)

[16] H. W. Heymann: Tests zur Unterrichtsqualität – Einführung in den Themenschwerpunkt
forum-kritische-paedagogik.de/start/request.php?54 (02.03.2010)

[17] H. W. Heymann: Mehr als nur rechnen ... – Unterrichtskultur im Grundschul-Mathematikunterricht
http://geonext.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienIPN/Heymann_Vortrag_Apolda_Folien.pdf (02.03.2010)

[18] H. W. Heymann: Besserer Unterricht durch Sicherung von „Standards“?
http://bscw.avmz.uni-siegen.de/pub/bscw.cgi/d3042310/Heymann%20Hintergrundtext%20zu%20Vorlesung%204%20Bildungsstandards.pdf (02.03.2010)

[19] Götz, S. und Peschek, W.: Festlegung von Bildungsstandards – aber was dann? – Versuch über ein Unterstützungssystem
http://www.mathematikimunterricht.at/Newsletter/Newsletter_einzeln/Newsletter3/10.pdf (01.04.2010)

[20] Verordnung der Bundesministerin für Bildung, Wissenschaft und Kultur, mit der die Verordnung über die Lehrpläne der allgemein bildenden höheren Schulen geändert wird; Bekanntmachung der Lehrpläne für den Religionsunterricht
http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11668/11668.pdf (05.04.2010)

[21] Baseline-Testung 2009: Technischer Bericht
http://www.bifie.at/technischer-bericht-bildungsstandards-baseline-8 (07.03.2010)

[22] Götz, S. und Maaß, J.: Das österreichische Standards-Konzept in Bezug zu Lehrplan und Schulbüchern
http://www.mathematikimunterricht.at/Newsletter/Newsletter_einzeln/Newsletter3/3.pdf (18.06.2010)

7 Lebenslauf

Persönliche Daten:

Name	Heide Sabine Mrkvicka
Geburtsdatum	22. Februar 1984
Geburtsort	Wien
Religion	Evangelisch
Staatsbürgerschaft	Österreich
Eltern	Johanna und Rudolf Mrkvicka
Geschwister	Florian und Michael Mrkvicka

Schullaufbahn:

1990 – 1994	Volksschule, Wr. Neudorf
1994 – 1998	Bundesgymnasium Bachgasse, Mödling
1998 – 1999	Sportrealgymnasium, Maria Enzersdorf
2000	Auslandsaufenthalt an einer Highschool in den USA (Ohio)
2000 – 2002	Bundesrealgymnasium, Wien 18
7. Juni 2002	Matura mit ausgezeichnetem Erfolg bestanden
WS 2002/03	Beginn des Diplomstudiums Mathematik an der Universität Wien
WS 2004/05	Wechsel der Studienrichtung auf Lehramtsstudium der Mathematik und Darstellende Geometrie an der TU Wien
WS 2005/06	Wechsel der Studienrichtung auf Lehramtsstudium der Mathematik und Psychologie/Philosophie an der Universität Wien
6. März 2007	Erste Diplomprüfung bestanden

Sonstige Tätigkeiten:

April 2008 – Oktober 2010	Lehrerin für Mathematik an einem Nachhilfeinstitut
Seit 27. Oktober 2009	Sondervertragslehrerin für Mathematik am GRG2, Kleine Sperlgasse 2c, 1020 Wien