MASTERARBEIT | MASTER'S THESIS

Titel | Title

Die Entwicklung und Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens im GZ-Unterricht der AHS

verfasst von | submitted by

Dilan Gürbüz BEd

angestrebter akademischer Grad | in partial fulfilment of the requirements for the degree of

Master of Education (MEd)

Wien | Vienna, 2026

Studienkennzahl lt. Studienblatt | Degree programme code as it appears on the student record sheet:	UA 199 520 525 02
Studienrichtung lt. Studienblatt | Degree programme as it appears on the student record sheet:	Masterstudium Lehramt Sek (AB) Unterrichtsfach Mathematik Unterrichtsfach Psychologie und Philosophie
Betreut von | Supervisor:	Mag. Dr. Andreas Ulovec

Abstract

Die vorliegende Masterarbeit befasst sich mit der Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens von Schüler*innen der 7. Schulstufe im Fach Geometrisches Zeichnen und mit Ansätzen zu seiner gezielten Förderung. Im Rahmen der Intervention wurden vor allem kopfgeometrische Aufgaben innerhalb des digitalen Lernprogramms RIF genutzt. Außerdem wurde untersucht, ob diese Fördermaßnahmen dazu beitragen können, geschlechtsspezifische Leistungsunterschiede zu verringern. Um die Forschungsfrage zu beantworten, wurde ein Pre-Post-Design mit einer Versuchs- und einer Kontrollgruppe verwendet. Zusätzlich wurden auch die subjektiven Einschätzungen der Lernenden zur Aufgabenbearbeitung erfasst.

Die Ergebnisse zeigen, dass in der Versuchsgruppe keine statistisch signifikanten Verbesserungen des räumlichen Vorstellungsvermögens festgestellt wurden. Zwar waren in einigen Teilbereichen geringfügige Verbesserungen zu verzeichnen, diese erwiesen sich jedoch nicht als bedeutsam. In der Kontrollgruppe wurden hingegen in zwei Teilbereichen signifikante Leistungssteigerungen beobachtet, die möglicherweise auf Übungseffekte oder den Einfluss des regulären Unterrichts zurückzuführen sind. Hinsichtlich der Geschlechtsunterschiede ergab sich kein allgemeiner Vorteil zugunsten der Jungen – in bestimmten Teilbereichen erreichten die Mädchen bessere Ergebnisse. Zudem trat in der Versuchsgruppe eine gesteigerte wahrgenommene Sicherheit bei der Aufgabenbearbeitung auf. Insgesamt verdeutlichen die Resultate dieser Studie, wie wichtig es ist, räumliche Kompetenzen im GZ-Unterricht langfristig und mit unterschiedlichen Methoden zu fördern.

Abstract

This master’s thesis examines the develpoment of spatial ability among studient in the 7th grade in the subject *Geometric Drawing* and explores approches for ist targeted promotion. As part of the intervention, mental geometry tasks were primarily implemented usind the digital learning program RIF. In addition, the study investigated whether these instructional measures could help reduce gender-specific performance differences.To address the research question, a pre-post design with an experimental group and a control group was applied. Furthermore, students’ subjective perceptions of task processing were collected.

The results indicate that no statistically significant improvements in spatial ability were found in the experimental group. Although minor improvements were observed in some subdomains, these were not statistically meaningful. In contrast, the control group showed significant performance gains in two subdomains, which may be attributed to practice effects or the influence of regular classroom instruction. Regarding gender differences, no general advantage for boys was identified; in certain subdomains, girls achieved higher results. Additionally, students in the experimental group reported increased perceived confidence in solving the tasks. Overall, the findings highlight the importance of fostering spatial skills in *Geometric Drawing* over the long term and through a variety of instructional approaches.

Inhaltsverzeichnis

Abstract **1**

Inhaltsverzeichnis **2**

1. Einleitung **7**

2. Lehrplanbezug **9**

2.1. Allgemeine Untersuchung nach Schulstufen 10

2.2. Allgemeines Bildungsziel – Übergreifende Themen 11

2.3. Geometrisches Zeichnen – Lehrplan 12

2.4. GZ im Mathematikunterricht 15

3. Modelle der Raumvorstellung **15**

3.1. Definition des räumlichen Vorstellungsvermögens 15

3.2. Die Drei-Faktoren-Hypothese von THURSTONE 20

3.2.1. Spatial Relations (Faktor S_1) 20

3.2.2. Visualization (Faktor S_2) 21

3.2.3. Spatial Orientation (Faktor S_3) 23

3.3. Die Kategorie der Raumvorstellung nach LINN und PETERSEN 24

3.3.1. Spatial Perception 24

3.3.2. Mental Rotation 26

3.3.3. Spatial Visualization 26

3.3.4. Kritik 28

3.3.5. Vergleich mit der Drei-Faktoren-Theorie von Thurstone 28

3.4. Die Komponente räumlich-visueller Qualifikationen nach MAIER 30

3.4.1. Faktor K 32

3.4.2. Veranschaulichung 33

3.4.3. Räumliche Beziehungen 34

3.4.4. Räumliche Orientierung 34

3.4.5. Räumliche Wahrnehmung 36

3.4.6. Mentale Rotation 37

4. Entwicklung der Raumvorstellung 37

4.1. Die Stufentheorie nach STÜCKRATH 40

4.1.1. Der Raum der frühen Kindheit 41

4.1.2. Der Raum im Schulalter 42

4.1.3. Kritik an Stückraths Konzept 44

4.2. Der entwicklungspsychologische Ansatz von PIAGET und INHELDER 44

4.2.1. Die Entwicklung topologischer Beziehungen 46

4.2.2. Die Entwicklung projektiver Beziehungen 48

4.2.3. Die Entwicklung euklidischer Beziehungen 49

4.2.4. Die Hamburger Untersuchung 51

4.2.5. Kritik 52

4.3. Das VAN-HIELE-Modell zum Verständnis geometrischer Begriffe 54

4.3.1. Die fünf Niveaustufen 55

4.3.2. Die Lernprozesse 58

4.4. Visuelle Wahrnehmung als Voraussetzung des räumlichen Vorstellungsvermögens 59

5. Relevanz von Raumvorstellung 64

5.1. Relevanz im schulischen Bereich 64

5.2. Relevanz im Beruf 66

5.3. Relevanz im Alltag 67

5.4. Relevanz im Bereich des Orientierens und Navigierens 68

6. Probleme der Raumvorstellung 70

6.1. Geschlechtsunterschiede 70

6.1.1. Performanz 70

6.1.2. Evolutionstheoretischer Ansatz 74

6.1.3. Biologischer Ansatz 75

6.1.4. Stereotypen – Selbstkonzept 77

6.2. Soziale und kulturelle Unterschiede 79
6.3. Probleme in anderen Schulfächern 80
6.4. Lerntypen 83
6.5. Visuelle Wahrnehmungsstörung 85
7. Förderung der Raumvorstellung 87
7.1. Materialien und Modelle 87
7.1.1. Studien 87
7.1.2. Aufgaben 89
7.2. Spiele 93
7.2.1. Studien 93
7.2.2. Aufgaben 94
7.3. Computereinsatz 97
7.3.1. Studien 97
7.3.2. Computerspiele 102
7.3.3. Aufgaben 104
7.4. Kopfgeometrie 105
7.4.1. Studien 105
7.4.2. Aufgaben 108
7.5. Lösungsstrategien 111
7.5.1. Merkmale der Strategien 114
7.5.2. Aufgabentypen 115
8. Empirische Studie 116
8.1. Forschungsfrage 116
8.2. Methodik 117
8.3. Pretest 119
8.4. Intervention 120
8.5. Posttest 120
8.6. Hypothesen 121

8.7. Aufbereitung 122

9. Ergebnisse 122

9.1. Ergebnisse der Wissensaufgaben 122

9.1.1. Verbesserung der VG, Fortbestehen der KG 122

9.1.2. VG besser als KG 126

9.1.3. Buben besser als Mädchen 128

9.1.4. VG: Nach Intervention verbessern sich Mädchen mehr als Buben 131

9.2. Ergebnisse der geschlossenen Selbstreflexionsfragen 134

9.2.1. VG: Aufgaben sind einfacher 134

9.2.2. VG: Bessere Vorstellung der Figuren 136

9.2.3. VG: Mehr Sicherheit bei der Aufgabenbeantwortung 138

9.2.4. KG: Konstante wahrgenommene Aufgabenschwierigkeit 139

9.2.5. KG: Konstante Vorstellungsfähigkeit der Figuren 141

9.2.6. KG: Wahrgenommene Sicherheit unverändert 143

9.2.7. VG empfindet Aufgaben leichter als KG 145

9.2.8. VG kann Aufgaben besser vorstellen als KG 147

9.2.9. VG größere wahrgenommene Sicherheit als KG 148

9.3. Ergebnisse der offenen Selbstreflexionsfragen 150

9.3.1. Aufgetauchte Probleme 152

9.3.2. Angewendete Strategien 154

9.4. Zusammenfassung der Ergebnisse 157

10. Diskussion 158

10.1. Interpretation der Ergebnisse 158

10.1.1. Leistungsentwicklung der Versuchsgruppe 158

10.1.2. Leistungsentwicklung der Kontrollgruppe 159

10.1.3. Allgemeine Geschlechterunterschiede 160

10.1.4. Geschlechterunterschiede in der VG nach der Intervention 161

10.1.5. Selbsteinschätzung in der Versuchsgruppe 162
10.1.6. Selbsteinschätzung in der Kontrollgruppe 164
10.1.7. Erwähnte Probleme in der Aufgabenbearbeitung 165
10.1.8. Verwendete Strategien 165
10.2. Limitationen 166
10.3. Einordnung in den Forschungskontext 167
10.3.1. Kopfgeometrische Aufgaben 167
10.3.2. Geschlechtsunterschiede 168
10.3.3. Üben mit Feedback 168
10.4. Implikation für Praxis und Forschung 169
11. Fazit 170
Literaturverzeichnis 172
Abbildungsverzeichnis 182
Tabellenverzeichnis 192
Anhang (Fragebogen) 194

1. Einleitung

> *„Raumvorstellung ist ein bedeutsamer Intelligenzfaktor, eine wichtige und zentrale Fähigkeit, die unsere Wahrnehmungen und Vorstellungen von unserer Umwelt und damit die Art und Weise der Interaktion mit ihr nachhaltig beeinflußt. Damit ist uns bei einigen Tätigkeiten oft nicht bewußt, daß visuell-räumliche Wahrnehmungen und Vorstellungen überhaupt vorhanden sind, und daß wir oft in einem hohen Maße davon profitieren.“* (Maier 1999a, S. 123)

Als räumliches Vorstellungsvermögen wird die Fähigkeit bezeichnet, Objekte zu visualisieren und mental mit ihnen zu arbeiten (vgl. Weigand et al. 2018, S. 137). Diese Fähigkeit ist in vielen Bereichen des Lebens von großer Bedeutung, sei es im Alltag beim Einräumen des Kühlschranks (vgl. Maresch 2021, S. 23), beim Lesen von Navigationsgeräten (vgl. Maresch 2021, S. 24) oder im Beruf in den unterschiedlichsten MINT-Bereichen (vgl. Maresch 2021, S. 26). In der Schule gehört das Raumvorstellungsvermögen zu den elementaren Fähigkeiten, die im Mathematikunterricht sowie im Geometrisches-Zeichnen-Unterricht vermittelt werden (vgl. Maresch et al. 2023a, S. 3). Um geometrische Inhalte zu verstehen, müssen die Schüler*innen in der Lage sein, räumliche Objekte mental zu erfassen, zu modifizieren oder sie aus verschiedenen Blickwinkeln zu betrachten (vgl. Maresch 2021, S. 26).

In der praktischen Unterrichtsrealität zeigt sich jedoch oft, dass diese Kompetenzen bei Schüler*innen unterschiedlich ausgeprägt sind und es zu Verständnisschwierigkeiten bei geometrischen Darstellungen kommt (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S 36). In diesem Zusammenhang wird die systematische Förderung räumlicher Fähigkeiten immer wichtiger. Der GZ-Unterricht bietet dabei vielfältige Möglichkeiten, räumliche Vorstellungen durch aktives Beschäftigen mit Figuren und Darstellungen zu entwickeln und zu verankern (vgl. RIS 2025).

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es daher zu untersuchen, wie das Raumvorstellungsvermögen von Schüler*innen durch ausgewählte Fördermaßnahmen im GZ-Unterricht unterstützt werden kann. Dazu wurden in zwei Klassen der 7. Schulstufe der AHS zwei Datenerhebungen vorgenommen. Die erste Erhebung diente der Bestimmung des Ausgangsniveaus, während die zweite

Erhebung, die nach einer gezielten Interventionsphase durchgeführt wurde, mögliche Veränderungen sichtbar machen sollte.

Die Arbeit umfasst im Wesentlichen einen theoretischen und einen empirischen Teil. Der **theoretische Teil** gliedert sich in sechs Kapitel. In **Kapitel 2** wird der Lehrplan für die AHS im Hinblick auf die (Raum-)Geometrie untersucht. Dabei werden die allgemeinen Bildungsziele erörtert sowie der Lehrplan vom Fach Geometrisches Zeichnen genauer ausgeführt.

Im **dritten Kapitel** werden die unterschiedlichen Modelle der Raumvorstellung vorgestellt und ein Definitionsversuch des räumlichen Vorstellungsvermögens gegeben. Dabei wird unter anderem auf die Drei-Faktoren-Hypothese von Thurstone (1950), die Kategorie der Raumvorstellung nach Linn und Petersen (1985) sowie der Komponenten räumlich-visueller Qualifikationen nach Maier (1999) näher eingegangen.

Das **Kapitel 4** umfasst die Entwicklung der Raumvorstellung. Insbesondere wird auf die Stufentheorie nach Stückrath (1955), den entwicklungspsychologischen Ansatz von Piaget und Inhelder (1975) sowie auf das Van-Hiele-Modell zum Verständnis näherer geometrischer Begriffe erläutert. Des Weiteren beschreibt das Kapitel, dass die visuelle Wahrnehmung eine Voraussetzung des räumlichen Vorstellungsvermögens darstellt. Nach Frostig und Maslow (1978) werden dazu fünf Voraussetzungen unterschieden, die ebenfalls in diesem Kapitel behandelt werden.

Zudem wird in **Kapitel 5** die Relevanz von Raumvorstellung im schulischen Bereich, im Beruf, im Alltag und im Bereich des Orientierens und Navigierens geschildert. Um erkennen zu können, wo ein Förderbedarf vonnöten ist, muss dargelegt werden, wo die Probleme der Raumvorstellung liegen.

Diese werden in **Kapitel 6** genau illustriert. Vor allem wird auf verschieden Geschlechtsunterschiede eingegangen sowie auf die sozialen und kulturellen Unterschiede. Auch Probleme, die in anderen Schulfächern auftreten und mit dem räumlichen Vorstellungsvermögen in Relation stehen, werden geschildert. Damit Lehrkräfte ihre Schüler*innen individuell unterstützen können, werden in diesem Kapitel auch die unterschiedlichen Lerntypen dargestellt. Hierbei wird thematisiert, welche Lerntypen für die unterschiedlichen Teilbereiche der Raumvorstellung am wirksamsten sind. Letzten Endes werden auch die visuellen Wahrnehmungsstörungen behandelt.

In **Kapitel 7** werden unterschiedliche Fördermöglichkeiten der Raumvorstellung dargestellt. Dazu gehören unter anderem die Förderung mit Materialien und Modellen, Spielen, die Förderung durch Computereinsatz sowie durch die Kopfgeometrie. Diese verschiedenen Fördermöglichkeiten werden hierbei mit Studien belegt und mit unterschiedlichen Beispielen für den Einsatz und Durchführung im Unterricht gegeben. Darüber hinaus werden Lösungsstrategien dargestellt, die für die Erarbeitung von Raumvorstellungsaufgaben wesentlich sind.

Durch den theoretischen Teil soll eine literarische Grundlage für den anschließenden **empirischen Abschnitt** geschaffen werden. Der empirische Teil verfolgt das Ziel, die Wirkung einer Intervention mit Kopfgeometrie auf das Raumvorstellungsvermögen zu untersuchen. Die Geschlechtsunterschiede werden ebenfalls analysiert. Dabei wird in **Kapitel 8** das methodische Vorgehen im Detail beschrieben. Die Interventionsmaßnahmen in der Versuchs- und Kontrollgruppe sowie die Erhebungs- und Auswertungsmethoden werden neben der Stichprobe und dem Design beschrieben.

In **Kapitel 9** werden die Studienergebnisse präsentiert. Diese werden jeweils pro Hypothese mit deskriptivstatistischen und interferenzstatistischen Analysen illustriert. **Kapitel 10** diskutiert die Ergebnisse der Untersuchung und stellt sie in den Kontext der bisherigen Forschung. Es werden sowohl die Implikationen für die Unterrichtspraxis als auch die Limitationen herausgearbeitet. Mit dem Fazit in **Kapitel 11** wird die Arbeit beendet, indem die wesentlichen Ergebnisse zusammengefasst werden.

2. Lehrplanbezug

In diesem Kapitel wird der Lehrplan der AHS im Hinblick auf die (Raum-)Geometrie untersucht – genauer gesagt wird das Aufkommen dieser Thematik in den einzelnen Schulstufen analysiert. Des Weiteren werden die allgemeinen Bildungsziele erörtert, in denen die fachunabhängige Förderung der Raumgeometrie angeführt ist. Zum Schluss wird der Lehrplan vom Fach Geometrisches Zeichnen genauer ausgeführt.

2.1. Allgemeine Untersuchung nach Schulstufen

In der **Sekundarstufe 1** ist im Fach **Mathematik** das Arbeiten mit Figuren und Körpern in jeder Schulstufe Teil des Jahresstoffes (vgl. RIS 2025). Vor allem stehen ebene Figuren anfangs im Vordergrund und später auch die Körper und deren Eigenschaften (vgl. RIS 2025). Des Weiteren werden auch Begriffe wie Ähnlichkeit und Kongruenz behandelt sowie die Winkel genau thematisiert. Jedenfalls bekommen im Fach Mathematik in der Geometrie Berechnungen sowie Formeln stetig eine wichtigere Rolle, womit der Anteil der Raumvorstellung immer kleiner wird (vgl. Hofer 2020, S. 39).

Aufgrund der zeitlichen Knappheit und der großen Menge an Lehrstoff können im Mathematikunterricht nicht alle geometrischen Thematiken behandelt werden. Aus diesem Grund wird schulautonom ab der 7. Schulstufe das Fach **Geometrisches Zeichnen** eingeführt (vgl. RIS 2025; vgl. Hofer 2020, S. 39). Der Fokus liegt auf der Vertiefung der Geometrie – Figuren und Körper werden nochmals genauer besprochen, Freihandzeichnungen werden geübt und dynamische Softwares öfter eingesetzt, welche meist im Mathematikunterricht zu kurz kommen (vgl. Hofer 2020, S. 39; vgl. RIS 2025). Eine große Rolle spielen auch die Risse und Modellierungsvorgänge, welche wiederum das Raumvorstellungsvermögen fördern sollen (vgl. RIS 2025; vgl. Hofer 2020, S. 39).

In der **Sekundarstufe 2** liegt im Fach **Mathematik** der Schwerpunkt in der Geometrie in den folgenden Themengebieten: Funktionen, Trigonometrie, Vektoren und analytische Geometrie (vgl. RIS 2025). Obwohl besonders diese Themengebiete ein großes Potential für die Raumvorstellungsentwicklung haben, werden diese meist zu theoretisch unterrichtet (vgl. Hofer 2020, S. 39). Die Theorie der Ebenen und Geraden wird oft konzeptartig vermittelt, obwohl es eine gute Raumvorstellungskraft verlangt (vgl. Hofer 2020, S. 39).

Für die Förderung der Raumvorstellung wird in der Oberstufe das Unterrichtsfach **Darstellende Geometrie** eingeführt, jedoch nur als Wahlfach, also nicht verpflichtend für alle Schüler*innen (vgl. RIS 2025). Hier liegen die Schwerpunkte im Modellieren und Arbeiten mit geometrischen Figuren und Körpern. Vor allem Transformationen und

Rotationen werden behandelt, sowie die Booleschen Operationen thematisiert (vgl. RIS 2025).

Kritisch zu hinterfragen ist die Umsetzung der Inhalte, da meist die Themen zu theoretisch unterrichtet werden. Im Vordergrund liegt nicht die Förderung der Raumvorstellung, sondern eher das Bestehen der Prüfung bzw. Schularbeit (vgl. Hofer 2020, S. 40).

Somit kann festgehalten werden, dass das Raumvorstellungsvermögen vor allem in den Fächern Geometrisches Zeichnen und Darstellende Geometrie gefördert werden kann. Diese ermöglichen eine umfassende Behandlung geometrischer Thematiken der räumlichen Wahrnehmung (vgl. Hofer 2020, S. 40).

2.2. Allgemeines Bildungsziel – Übergreifende Themen

> *„Übergreifende Themen bilden wesentliche gesellschaftliche Aspekte ab, die in die unterschiedlichen Unterrichtsgegenstände einfließen und verbindlich aufzugreifen sind. […] Mit der Verankerung der übergreifenden Themen in den Fachlehrplänen werden die fächerübergreifende Kompetenzentwicklung sowie das vernetzte Lernen der Schülerinnen und Schüler über die fachspezifischen Grenzen hinaus unterstützt und mit gesellschaftlich relevanten aktuellen Themen verbunden.“* (RIS 2025)

Somit ermöglichen die übergreifenden Themen eine Förderung der Kompetenzen – in diesem Fall des Raumvorstellungsvermögens – in allen Unterrichtsgegenständen auf und der Unterricht dieser Themen nicht nur im GZ-Unterricht erfolgen (vgl. Zöchbauer 2015, S. 61). Dazu gehören folgende **Themen**:

- **Informatische Bildung:** „Die Vermittlung der Informatischen Bildung soll dabei unter Verwendung der Alltagsprache, aber auch durch die Verwendung der formalisierten Fachsprache erfolgen. Die kurzen Halbwertszeiten technischer Entwicklung bedingen, dass nicht das Bedienen aktueller Hard- und Software Informatische Bildung ausmacht, sondern das Verstehen der Prinzipien und der grundsätzlichen Technologien. Dadurch können auch künftige technische Entwicklungen besser beurteilt und Vorkenntnisse und Fähigkeiten selbstständig weiterentwickelt werden.“ (RIS 2025)

- **Medienbildung:** „Medienbildung ermutigt Schülerinnen und Schüler zu einem kritischen und kreativen Umgang mit Medientechnologien und zur Gestaltung von eigenen Medieninhalten. Indem die Wirkungsmöglichkeiten der einzelnen Medienarten erkannt und genutzt werden, erweitern Schülerinnen und Schüler ihre Selbstwirksamkeit und können verstärkt an der Gesellschaft und ihrer Weiterentwicklung teilhaben.“ (RIS 2025) Das Medienangebot soll kritisch und bewusst ausgewählt werden und Informationen interaktiv genutzt und präsentiert werden (vgl. RIS 2025).

- **Sprachliche Bildung:** „Ziel der Leseförderung ist, dass alle Schülerinnen und Schüler die Kulturtechnik Lesen als Zugang zur Welt der Schrift und zu anderen interpretierbaren Zeichensysteme (wie zB Grafiken, Bilder, Symbole, Filme, Hörtexte etc.) einsetzen können.“ (RIS 2025) Hierbei soll der fachspezifische Wortschatz gefördert werden, um Sachverhalte erklären, begründen und beurteilen zu können (vgl. RIS 2025).

2.3. Geometrisches Zeichnen – Lehrplan

Im Folgenden soll auf den Lehrplan für das Fach Geometrisch Zeichnen (Sek 1) näher eingegangen werden.

Bildungs- und Lehraufgabe

> *„Im Unterrichtsgegenstand Geometrisches Zeichnen werden besonders jene Fähigkeiten und Fertigkeiten geschult, welche die Weiterentwicklung des Raumvorstellungsvermögens und des konstruktiven Raumdenkens zum Ziel haben. […] Ein gut ausgebildetes Raumvorstellungsvermögen und eine solide Fähigkeit zum konstruktiven Raumdenken sind zudem wichtige Voraussetzungen für analoge und digitale Berufsfelder.“* (RIS 2025)

Somit stellt das räumliche Vorstellungsvermögen einerseits eine Voraussetzung für den GZ-Unterricht dar, andererseits soll dieser gefördert und weiterentwickelt werden (vgl. RIS 2025). Wie bereits erwähnt, steht im Vordergrund das

- Erkennen von Strukturen und Eigenschaften geometrischer Objekte,
- Lesen und Herstellen von Rissen räumlicher Objekte,
- Transformieren und Bearbeiten von Objekten,
- Arbeiten mit haptischen Modellen und virtuellen geometrischen Objekten,

- sinnvolle Einsetzen von Freihandskizzen, Konstruktionszeichnungen und Geometrie-Software (vgl. RIS 2025).

Didaktische Grundsätze

Damit das grundlegende Erfassen von räumlichen Beziehungen und Situationen unterstützt werden kann, soll der Unterricht je nach Aufgabenstellung sowie den individuellen Bedürfnissen und Interessen der Schüler*innen mit unterschiedlichen Hilfsmitteln bzw. Methoden gestaltet werden (vgl. RIS 2025). Somit können auch Grundlagen für ein tiefergehendes Verständnis sowie weiterführende geometrische Tätigkeiten geschaffen werden (vgl. RIS 2025).

Folgende **Grundprinzipien** sind für den GZ-Unterricht wichtig:

- *„korrekte Verwendung der geometrischen Fachsprache*
- *Genauigkeit und Sauberkeit bei der Ausführung der Arbeiten*
- *ansprechende grafische Gestaltung der Arbeiten*
- *Korrektheit des computerunterstützten Konstruierens*
- *Förderung von kreativem Arbeiten und selbstständigem Gestalten“* (RIS 2025)

Kompetenzen und Lernziele

Die zentralen fachlichen **Konzepte** für den GZ-Unterricht sind die geometrischen Objekte, Transformationen, Relationen sowie Projektionen und Risse (vgl. RIS 2025). Zu den **Methoden** gehören das Arbeiten mit haptischen Modellen, das Anfertigen von Freihandskizzen und Konstruktionszeichnungen sowie das Modellieren mit Geometrie-Software (vgl. RIS 2025). In der folgenden Tabelle 1 werden diese Konzepte mithilfe von Lernzielen näher beschrieben sowie die jeweiligen Anwendungsbereiche erwähnt – entnommen aus RIS 2025.

Kompetenzbereich	Lernziele	Anwendungsbereich
Geometrische Objekte und ihre Eigenschaften	- Geometrische Objekte analysieren, ihre Eigenschaften erfassen und beschreiben sowie die Verwendung eines bestimmten geometrischen Objekts begründen können. - Unterschiedliche Darstellungsformen von geometrischen Objekten erstellen können. - Die Gestalt von Objekten aus unterschiedlichen Darstellungsformen erkennen und beschreiben können.	- Räumliches kartesisches Koordinatensystem - Punkt, Gerade, Ebene, Polygon, Kreis, Ellipse - Prisma, Pyramide, Polyeder, Kugel, Drehkegel, Drehzylinder
Transformation von Objekten und Relationen zwischen Objekten	- Beziehungen zwischen Objekten, die durch Transformationen und Relationen entstehen, erfassen sowie die Verwendung bestimmter Transformationen und Relationen begründen können. - Objekte mithilfe von Transformationen und Relationen erzeugen und bearbeiten können. - Transformationen und Relationen, durch die Objekte entstehen, erkennen und beschreiben können.	- Transformationen: Schiebung, Drehung, Spiegelung, Streckung - Ebene Schnitte, Boolesche Operationen: Vereinigung, Differenz, Durchschnitt - Maßbestimmungen, Lagebeziehungen
Projektionen und Risse	- Projektionen und Risse und ihre grundlegenden Eigenschaften beschreiben und erkennen sowie die Wahl eines bestimmten Risses begründen können. - Risse herstellen können. - Risse lesen können.	- Parallelprojektion, Zentralprojektion - Grund-, Auf- und Kreuzriss, Frontal- und Horizontalriss, allgemeiner Parallelriss, Zentralriss

Tabelle 1: Lehrstoff für den Fach Geometrisches Zeichnen

2.4. GZ im Mathematikunterricht

Es ist schulautonom auch möglich, Geometrisches Zeichnen nicht als eigenes Fach einzuführen, sondern im Pflichtgegenstand Mathematik zu integrieren (vgl. RIS 2025). Dabei dürfen die 15 Wochenstunden nicht unterschritten werden. Es sind dieselben Kompetenzbeschreibungen und Anwendungsbereiche wie in Tabelle 1 zu vermitteln (vgl. RIS 2025).

In der 3. Klasse sollen folgende Lernziele angestrebt werden:

> *„Grund-, Auf- und Kreuzriss, Schrägrisse und Zentralrisse von geometrischen Objekten lesen, mit unterschiedlichen Methoden herstellen sowie die Raumvorstellung mittels Raumtransformation von geometrischen Objekten weiterentwickeln.“* (RIS 2025)

In der 4. Klasse sollen folgende Lernziele erreicht werden:

> *„Geometrische Objekte in unterschiedlichen Rissen mit Hilfe von Raumtransformationen und Booleschen Operationen unter Verwendung von Konstruktionszeichnungen und 3D-Software erzeugen und bearbeiten sowie die Raumvorstellung stärken.“* (RIS 2025)

3. Modelle der Raumvorstellung

3.1. Definition des räumlichen Vorstellungsvermögens

Der Begriff hat seinen Ursprung in der Intelligenzforschung, die zu Beginn des 20. Jahrhunderts zunehmend an Bedeutung in wissenschaftlichen Untersuchungen gewann (vlg. Andorfer-Plainer 2021, S. 9). Dabei entwickelte sich die Erkenntnis, dass Intelligenz nicht als eine einheitliche Fähigkeit betrachtet werden sollte, sondern aus vielschichtigen und komplexen Teilaspekten besteht. Eine dieser Teilkomponenten, die sich im Laufe der Forschung herauskristallisierte und einen wesentlichen Bestandteil der menschlichen Intelligenz darstellt, ist das räumliche Vorstellungsvermögen (vlg. Andorfer-Plainer 2021, S. 9).

Raumvorstellung, auch als räumliches Vorstellungsvermögen bezeichnet, ist eine kognitive Fähigkeit, die das Handeln im zwei- oder dreidimensionalen Raum ermöglicht. Sie kann sowohl in der Realität als auch in Gedanken stattfinden (vgl. Plath

2014, S. 11). In der Fachliteratur gibt es verschiedene Begriffe für dieses Konzept, wie *„räumliche Fähigkeit, Raumvorstellungsvermögen, Raumanschauung, räumliches Denken, räumliche Intelligenz“* (Plath 2014, S. 11) und im englischen *„spatial ability oder spatial cognition“* (Plath 2014, S. 11).

Die unterschiedlichen Bezeichnungen können jedoch zu Verwirrung führen, da nicht eindeutig ist, ob sie alle dasselbe beschreiben oder je nach wissenschaftlichem Fokus der Autor*innen verschiedene Definitionen und Interpretationen zugrunde liegen (vgl. Plath 2014, S. 11). Es existiert somit keine einheitliche Definition: *„Spatial ability has been defined in such a variety of different ways that it is often difficult to be precise about the meanings which we ascribe to the term.“* (Eliot & Smith 1983, S. 1) Für den alltäglichen Sprachgebrauch ist dieser meist nicht erforderlich, für wissenschaftliche Arbeiten jedoch ist eine präzise Definition von großer Bedeutung, um Missverständnisse zu vermeiden (vgl. Plath, 2014, S. 11).

Rost (1977) beschreibt Raumvorstellung als eine *„Gruppe von Fähigkeiten, die es dem Einzelnen ermöglichen, sich gedanklich im zwei- und dreidimensionalen Raum zu orientieren und zu bewegen.“* (S. 9) Diese Vielfalt an Fähigkeiten zeigt, dass Raumvorstellung ein komplexes Konstrukt ist, das verschiedene Komponenten umfasst. Besonders betont wird dabei der Bezug zur eigenen Position in Relation zu Objekten in der Umgebung (vgl. Plath 2014, S. 11).

Maier (1994) stellt die Raumvorstellung folgendermaßen dar:

> *„Anschaulich kann Raumvorstellung umschrieben werden als die Fähigkeit, in der Vorstellung räumlich zu sehen und räumlich zu denken. Sie geht über die sinnliche Wahrnehmung hinaus, indem die Sinneseindrücke nicht nur registriert, sondern auch gedanklich verarbeitet werden. So entstehen Vorstellungsbilder, die auch ohne das Vorhandensein der realen Objekte verfügbar sind. Dabei ist zu betonen, dass Raumvorstellung sich jedoch nicht darauf beschränkt, diese Bilder im Gedächtnis zu speichern und - in Form von Erinnerungsbildern - bei Bedarf abzurufen. Vielmehr kommt die Fähigkeit, mit diesen Bildern aktiv umzugehen, sie mental umzuordnen und neue Bilder aus vorhanden vorstellungsmäßig zu entwickeln, als wichtige Komponente hinzu“* (zit. nach Andorfer-Plainer 2021, S. 9)

Maier ist nicht der Erste, der die geistige Verarbeitung von Sinneseindrücken thematisiert. Konzepte wie räumliche Orientierung und mentale Rotation wurden

bereits zuvor als wesentliche Aspekte des räumlichen Vorstellungsvermögens beschrieben (vgl. Andorfer-Plainer 2021, S. 9). Die Meinung von Linn und Petersen (1985) fasst die Ansichten mehrerer Experten über räumliches Denken zusammen. Sie beschreiben die räumliche Fähigkeit als den *Prozess der Wahrnehmung, Speicherung, Erinnerung/Abruf, Erstellung, Veränderung und Kommunikation von dreidimensionalen Objekten* (vgl. Husna et al. 2023, S. 2).

Die genannten Definitionen sind in der folgenden Abbildung 1 grafisch zusammengefasst:

Abbildung 1: Zusammenhang der Raumvorstellung

Obwohl sich die Definitionen im Verlauf der Zeit änderten, blieben einige Faktoren konstant und wurden zu wesentlichen Elementen dieses kognitiven Prozesses (vgl. Andorfer-Plainer 2021, S. 9). Tabelle 2 zeigt die Entwicklung des Begriffs und die Bedeutung einzelner Faktoren je nach Autor*in.

Jahr	AutorIn	Faktoren der Raumvorstellung					
Jahr (chronologisch gereiht)	AutorIn	Veranschaulichung (Vizualization)	Räumliche Beziehung (spatial relation)	Räumliche Orientierung (spatial orientation)	Räumliche Wahrnehmung	Mentale Rotation (mental rotation)	Weitere Faktoren
1950	Thurstone, L.L.	•	•	•			
1951	French, J.W.	•		•			
1956	Guilford, J.P.	•		•			
1977	Rost, D.H.	•		•			
1979	Lohman, D.F.	•	•	•			
1979	McGee, M. G.	•		•			
1985	Linn, M.C., Petersen, A.C.	•			•	•	
1988	Lohmann, D.F.	•		•		•	Flexibility of Closure, Spatial Scanning, Perceptual Speed, Serial Integration Visual Memory, Kinestethic
1993	Carroll, J. B.	•	•				Closure Speed, Closure Flexibility, Perceptual Speed Serial Pictoral Integration, Spatial Scanning, Imagery, Length Estimation
1994	Maier, H. P.	•	•	•	•	•	

Tabelle 2: Identifizierte Faktoren der Raumintelligenz von 1950 bis 1994

Im Laufe der Arbeit werden auf die Definitionen und Modelle einiger dieser Expert*innen näher eingegangen. Für die vorliegende Arbeit wird das räumliche Vorstellungsvermögen folgendermaßen definiert:

> *„Raumvorstellung impliziert eine Gruppe von Fähigkeiten, die es möglich machen, in der Vorstellung mentale Bilder von zwei- und dreidimensionalen präsentierten Informationen zu generieren, zu speichern, diese abzurufen, auf vielfältige Weise zu transformieren und neue mentale Bilder zu erzeugen.“* (Plath 2014, S. 13)

Obwohl der Begriff der Raumvorstellung in der Fachliteratur unterschiedlich definiert wird, herrscht weitgehend Einigkeit darüber, dass es sich dabei um eine komplexe Fähigkeit handelt, die verschiedene psychologische Komponenten umfasst. In der Psychologie und Mathematikdidaktik wurden unterschiedliche Modelle zur Beschreibung dieser Fähigkeit entwickelt (vgl. Plath 2014, S. 14).

Bereits seit den 1930er Jahren gibt es viele Untersuchungen zum Thema Raumvorstellung, vor allem im Rahmen faktorenanalytischer und psychometrischer Studien. Dabei entstanden verschiedene Modelle, die sich hinsichtlich Anzahl und Art der Faktoren von Raumvorstellung differenzieren (vgl. Plath 2014, S. 14). Anfangs entstanden Ein-Faktor-Modelle wie zum Beispiel die von Spearman (1904), welche die Raumvorstellung als eine einheitliche Fähigkeit durch einen Faktor beschreibt. Seit den 1960er Jahren gelten diese Theorien jedoch als widerlegt, da die menschliche Intelligenz nicht durch einen einzigen Faktor charakterisiert werden kann, sondern eher durch mehrere unabhängigen Faktoren (vgl. Plath 2014, S. 14). Aus diesem Grund entwickelten sich seither Zwei- und Drei-Faktoren-Modelle, wie jene von Michael et al. (1950, 1951) oder McGee (1979), die bis heute eine zentrale Rolle spielen. Diese Modelle differenzieren zwischen unterschiedlichen Aspekten räumlicher Fähigkeiten, beispielsweise zwischen der Fähigkeit, Objekte zu rotieren, oder sich selbst im Raum zu orientieren (vgl. Plath 2014, S. 14).

Besonders einflussreich sind die Drei-Faktoren-Modelle von Thurstone aus den Jahren 1938 und 1950 und Linn und Petersen (1985). Das Modell von Maier (1985) bezieht sich stark an jene von Thurstone und Linn und Petersen (vgl. Plath 2014, S. 14f.). Da in dieser Arbeit die individuellen Denkweisen der Kinder von großer Bedeutung sind, werden die verschiedenen Faktorenmodelle, die in der fachdidaktischen Forschung hilfreich sind, herangezogen. Im Folgenden werden die Modelle der oben genannten Autoren näher erläutert.

3.2. Die Drei-Faktoren-Hypothese von THURSTONE

Thurstone konzipierte seine Theorie zur Raumvorstellung im Rahmen seiner Arbeiten zur menschlichen Intelligenz (vgl. Plath 2014, S. 14). Dabei identifizierte er im Jahre 1938 13 Faktoren der Intelligenz, von denen er sieben Primärfaktoren als Grundleistung der Intelligenz ansieht und sie als *primary mental abilities* bezeichnet: *verbal* (Sprachverständnis), *word fluency* (Wortflüssigkeit), *numerical* (Rechenfertigkeit), *perceptiual speed* (Wahrnehmungstempo), *space* (räumliches Vorstellungsvermögen), *memory* (Merkfähigkeit) und *reasoning* (logisches oder schlussfolgerndes Denken) (vgl. Plath 2014, S. 15). Den Faktor *„space“* unterteilt er 1950 in drei Subfaktoren, die direkt mit dem räumlichen Vorstellungsvermögen in Verbindung stehen: *spatial relations* (räumliche Beziehungen), *visualization* (Veranschaulichung) und *spatial orientation* (räumliche Orientierung) (vgl. Plath 2014, S. 15).

3.2.1. Spatial Relations (Faktor S_1)

Dieser Faktor beschreibt die Fähigkeit *„[…] to recognize the identity of an object when it is seen from different angels.“* (Thurstone 1950, S. 2, zit. nach Path 2014, S. 15) Dabei sollen beispielsweise verschiedene Ansichten eines Objekts richtig erkannt werden (vgl. Plath 2014, S. 15). Obwohl es primär um das korrekte Erkennen räumlicher Beziehungen zwischen unbewegten Objekten geht, erfolgt die Bearbeitung entsprechender Aufgaben häufig durch gedankliche Transformationen der Objekte. Dabei bleiben diese starr und werden als Ganzes mental verschoben oder gedreht (vgl. Franke 2000, S. 34). Ein bekanntes Testbeispiel ist die Aufgabe *„Cubes“,* bei der verschiedene Würfeldarstellungen verglichen werden müssen, um festzustellen, ob sie denselben Würfel darstellen (siehe Abbildung 2) (vgl. Thurstone 1938, S. 32f., zit. nach Plath 2014, S. 15).

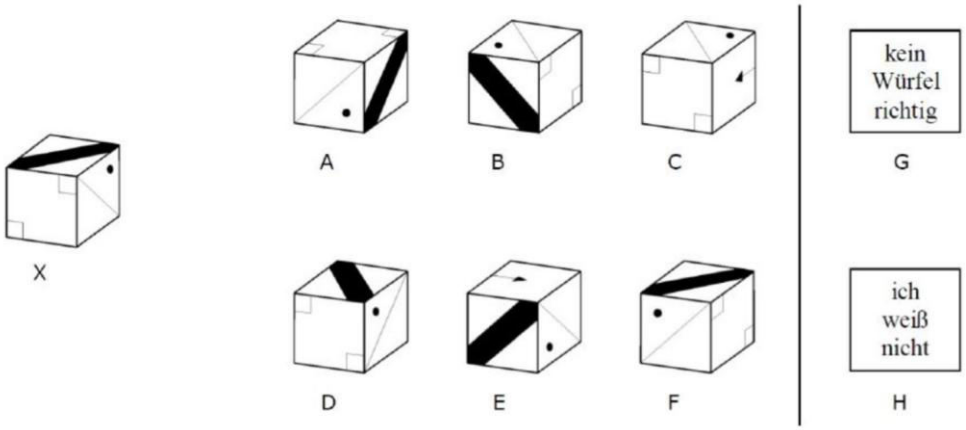


Abbildung 2: Ein Beispiel aus dem dreidimensionalen Würfeltest

Auch im zweidimensionalen Bereich gibt es Aufgaben, bei denen jegliche geometrische Figuren ohne Bedeutung verwendet werden können. Die Abbildung 3 stellt solch eine Aufgabe dar, bei der entschieden werden soll, welche der gedrehten Figuren gleich sind (g ankreuzen) und welche verschieden sind (v ankreuzen) (vgl. Franke 2000, S. 34).

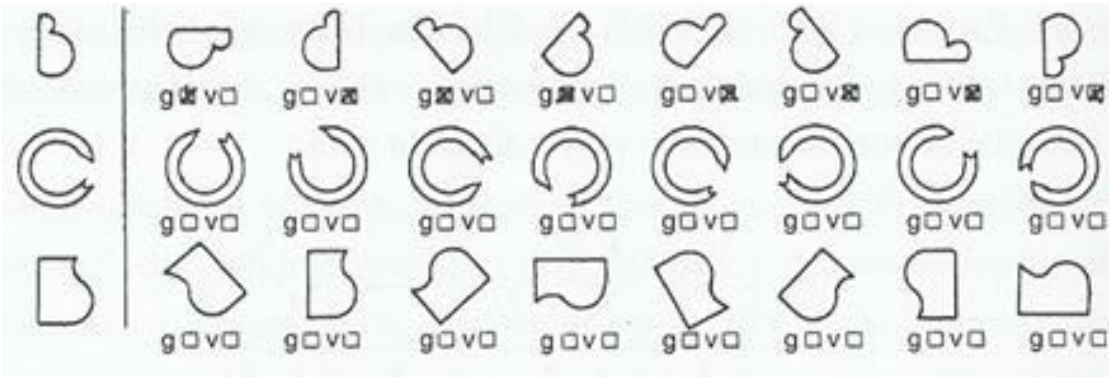


Abbildung 3: Ein Beispiel aus dem zweidimensionalen Bereich

3.2.2. Visualization (Faktor S_2)

Hierbei handelt es sich um die Fähigkeit *„[…] to imagine the movement or internal displacement among the parts of a configuration that one is thinking about.“* (Thurstone 1950, S. 2, zit. nach Plath 2014, S. 16) Dieser Faktor erfordert viele mentale Prozesse unterschiedlicher Arten der Transformation, wie beispielsweise das Zusammensetzen, Zerlegen, Verschieben oder Falten von Objekten, ohne Verwendung anschaulicher

Hilfen (vgl. Franke 2000, S. 35). Aus diesem Grund sprechen Lohman et al. (1987) von *„[…] the most general spatial factor“* (vgl. S. 263, zit. nach Plath 2014, S. 16). Tests wie *‚Form Boards‘* prüfen diese Fähigkeit, welche bei Abbildung 4 und 5 dargestellt sind (vgl. Plath 2014, S. 16).

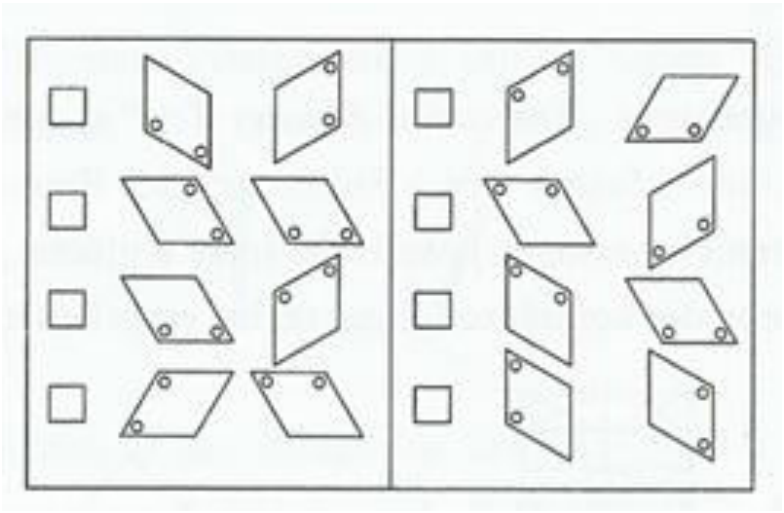


Abbildung 4: Form Boards 1

Bei der Aufgabe von Abbildung 4 sollen die Abbildungen, welche dieselbe Seite der Karte zeigen, mit „+“ gekennzeichnet und all jene, welche die Gegenseite zeigen, mit „-“ markiert werden (vgl. Franke 2000, S. 36).

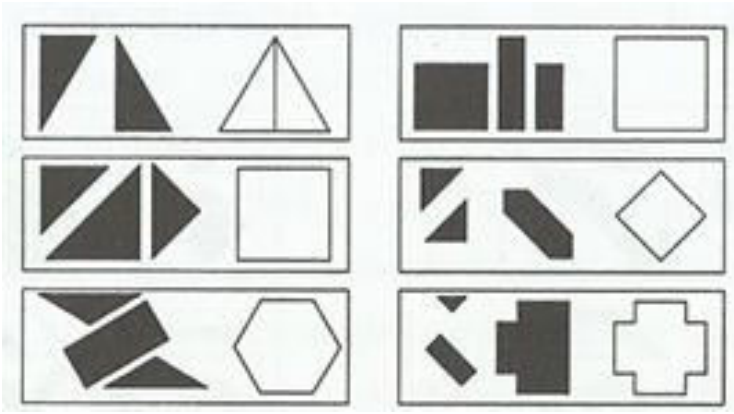


Abbildung 5: Form Boards 2

Bei der nächsten Aufgabe (siehe Abbildung 5) müssen die schwarzen Teile mithilfe gedanklicher Vorstellung in der rechten Figur ausgelegt werden. Dies soll mit Hilfe eines Bleistiftes eingezeichnet werden. Die erste Figur stellt solch eine gelöste Aufgabe dar (vgl. Franke 2000, S. 36).

3.2.3. Spatial Orientation (Faktor S_3)

Diese Fähigkeit umfasst *„[…] those spatial relations in which the body orientation of the observer is an essential part of the problem.“* (Thurstone 1950, S. 2f., zit. nach Plath 2014, S. 16) Sie beschreibt also die Fähigkeit, sich real oder mental im Raum zurechtzufinden. Hierbei wird die räumliche Einordnung der eigenen Person in eine räumliche Situation erfordert (vgl. Franke 2000, S. 36). In diesem Zusammenhang ist somit die Position des Betrachters von großer Bedeutung (vgl. Plath 2014, S. 16). Im Unterschied zum Faktor *spatial relations* (räumlichen Beziehungen) ist hier die Sichtweise auf verschiedene Objekte vom Betrachter abhängig (vgl. Plath 2014, S. 16). Der Standort der Person liegt innerhalb der Aufgabensituation (vgl. Franke 2000, S. 36). Ein klassischer Test ist *„Spatial Orientation“*, bei der die Lage eines Bootes im Zusammenhang zu einer Landschaft im Hintergrund richtig einzuordnen ist (vgl. Guilford & Zimmerman 1947).

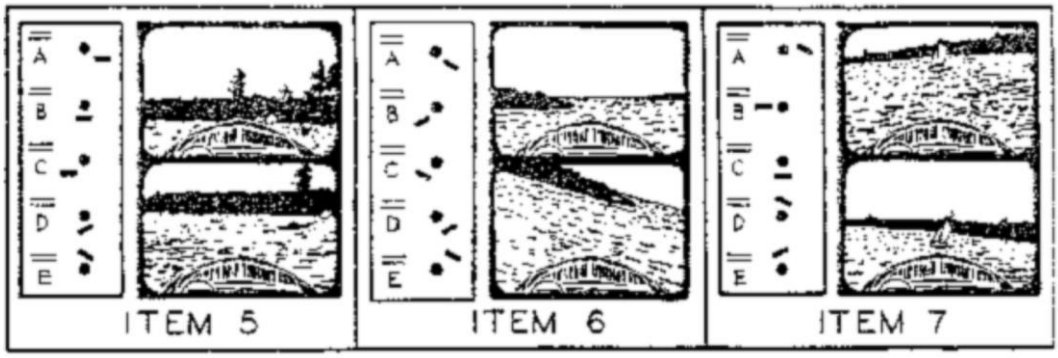


Abbildung 6: Spatial Orientation Test

Abbildung 6 liefert solch eine Aufgabe, in der die Veränderung der Bugposition eines Bootes zwischen zwei Bildern erfasst werden soll. Zunächst wird das obere Bild betrachtet, um die ursprüngliche Fahrtrichtung des Bootes zu erkennen. Anschließend wird das untere Bild angesehen, um die Veränderung der Fahrtrichtung zu bestimmen. Danach muss eines von fünf Diagrammen ausgewählt werden, um die Bewegung des Bootes darzustellen. In den Diagrammen wird ein Punkt zur Markierung der alten Bugposition und ein Strich zur Darstellung der neuen Position verwendet (vgl. Kozhevnikov & Hegarty 2001, S. 756)

Viele Publikationen und Theorien basieren auf den drei Subfaktoren von Thurstone, die teilweise nur anders bezeichnet oder adaptiert wurden (vgl. Franke 2000, S. 32).

Diese kommen auch in den Modellen von Linn und Petersen sowie Maier vor, welche in den nächsten beiden Kapiteln näher erläutert werden.

3.3. Die Kategorie der Raumvorstellung nach LINN und PETERSEN

Linn und Petersen (1985) führten eine umfassende Metaanalyse von 172 Studien zum Thema Raumvorstellung durch. Ihre Forschung gehört nicht zu den klassisch psychometrisch-faktorenanalytischen Ansätzen, wie sie beispielsweise bei Thurstone zu finden sind (vgl. Plath 2014, S. 16). Sie legten besonderes Augenmerk auf *psychometrische*, *strategische*, *differenzierende* und *kognitive Sichtweisen*, um das Konstrukt der Raumvorstellung möglichst umfassend zu beschreiben. Aus diesem Grund sprechen Linn und Petersen nicht von „*Faktoren*“ wie bei Thurstone, sondern teilen räumliche Fähigkeiten in verschiedene ***Kategorien*** ein (vgl. Plath 2014, S. 17).

Der zentrale Aspekt ihrer Arbeit war die Charakterisierung der Geschlechtsdifferenzen beim räumlichen Denken und wie diese Unterschiede altersabhängig ausfallen. Dabei identifizierten sie drei Kategorien: *spatial perception* (räumliche Wahrnehmung)*, mental rotation* (Vorstellungsfähigkeit von Rotationen) und *spatial visualization* (Veranschaulichung) (vgl. Plath 2014, S. 17). Durch diese Einteilung können Leistungsunterschiede bei denselben Aufgaben besser erklärt werden und kognitive Prozesse beim Lösen von räumlichen Aufgaben verständlicher dargelegt werden. Zusätzlich betrachteten sie psychometrische und kognitive Aspekte, um unterschiedliche Studien zur Raumvorstellung vergleichbar zu machen (vgl. Plath 2014, S. 17).

3.3.1. Spatial Perception

Hierbei handelt es sich um die Fähigkeit *„[…] to determine spatial relationships with respect to the orientation of their own bodies, in spite of distracting informations.“* (Linn & Petersen 1985, S. 1482, zit. nach Plath 2014, S. 17) Es geht darum, die räumlichen Beziehungen, wie horizontale und vertikale Ausrichtungen im Raum, in Bezug auf den eigenen Körper oder das Umfeld zu erfassen (vgl. Plath 2000, S. 33). Hinzu kommt, dass meistens ein Distraktor eingeführt wird wie beispielsweise in Form einer Kippung (siehe Abbildung 7 und 8), der die Bestimmung der Horizontalität oder Vertikalität

erschweren soll (vgl. Lohaus et al 1999, S. 15). Typische Beispiele sind der „Water-Level“-Test (Piaget & Inhelder, 1971) oder der „Rod-and-Frame“-Test (Witkin et al., 1962).

Die Abbildung 7 schildert solch eine Wasseraufgabe von Piaget. Gegeben ist ein Glas mit Wasser. Es soll entschieden werden, bei welchem der geneigten Gläser die Wasseroberfläche richtig abgebildet ist (vgl. Franke 2000, S. 33).

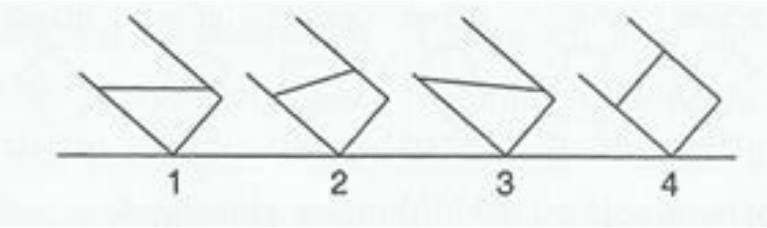


Abbildung 7: Water-Level-Test

Beim Rod-and-Frame-Test sitzt die Versuchsperson in einem dunklen Raum auf einem geneigten Stuhl und blickt auf einen leuchtenden Rahmen, in dem ein Stab sichtbar ist. Mithilfe einer Fernbedienung soll der Stab so eingestellt werden, dass er senkrecht ausgerichtet ist (siehe Abbildung 8) (vgl. Franke 2000, S. 34).

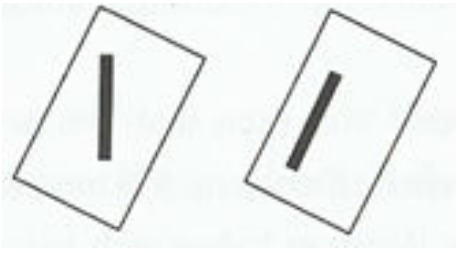


Abbildung 8: Rod-and-Frame-Test

Bei Aufgabentypen wie der Wasserspiegel-Aufgabe wird zusätzlich die Kenntnis physikalischer Prinzipien vorausgesetzt, was beim Rod-and-Frame-Test nicht der Fall ist. Somit unterscheiden sich die Aufgabenlösungen nach dem Grad des zusätzlich notwendigen physikalischen Wissens (vgl. Lohaus et al. 1999, S. 15).

3.3.2. Mental Rotation

Diese Kategorie bezeichnet die Fertigkeit, *„[…] to rotate a two or three dimensional figure rapidly and accurately.“* (Linn & Petersen 1985, S. 1483, zit. nach Plath 2014, S. 17) Dieser Prozess erfordert eine exakte gedankliche Bewegung von zwei- oder dreidimensionalen Objekten sowie eine schnelle Bearbeitungsgeschwindigkeit (vgl. Plath 2014, S. 17). Bekannt dafür sind die Aufgabenstellungen von Shepard und Metzler (1971) (siehe Abbildung 9), bei denen Proband*innen beurteilen müssen, welche der unteren vier rotierten Figuren mit der oberen Standardfigur übereinstimmt (vgl. Franke 2000, S. 37f.).

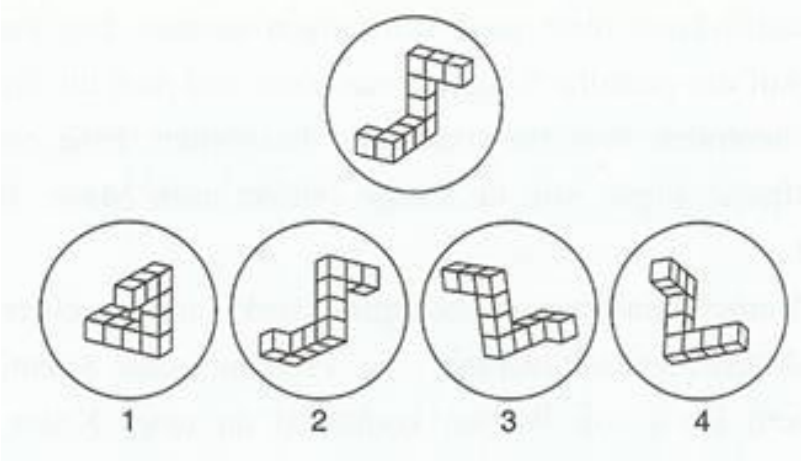


Abbildung 9: Mental Rotation Aufgabe

3.3.3. Spatial Visualization

Im Gegensatz zu den beiden oben genannten Kategorien, kann die Kategorie spatial visualization nicht klar definiert und abgegrenzt werden, denn sie umfasst Aufgaben *„[…] that involve complicated, multistep manipulations of spatially presented information.“* (Linn & Petersen 1985, S. 1484, zit. nach Plath 2014, S. 18) Dabei sind also mehrere gedankliche Schritte nötig, um räumliche Informationen zu verarbeiten. Im Kern handelt es sich um komplexere mentale Vorstellungen und Operationen, die ein planvolles und mehrschrittiges Vorgehen erfordern (vgl. Plath 2014, S. 18). Diese Kategorie ist breiter gefasst als die anderen zuvor genannten Kategorien und kann oft auch deren Aspekte enthalten (vgl. Lohaus et al. 1999, S. 19).

Ein klassisches Beispiel ist die Paper-Folding-Aufgabe von Guilford (1968) (siehe Abbildung 10) (vgl. Plath 2014, S. 18). Bei dieser Aufgabe müssen die Testpersonen sich vorstellen, wie ein Blatt Papier in mehreren Schritten gefaltet wird. Anschließend wird ein Loch an einer bestimmten Stelle durch das gefaltete Papier gestanzt. Ziel dieser Aufgabe ist es zu bestimmen, wie viele Löcher und an welchen Positionen diese nach dem vollständigen Entfalten des Papiers zu sehen seien. Unterhalb der Aufgabe ist eine Erklärung zu den mentalen Lösungsschritten gegeben, welche die Proband*innen selbständig gedanklich erschließen müssen (vgl. Spatial reasoning tests, o. J.).

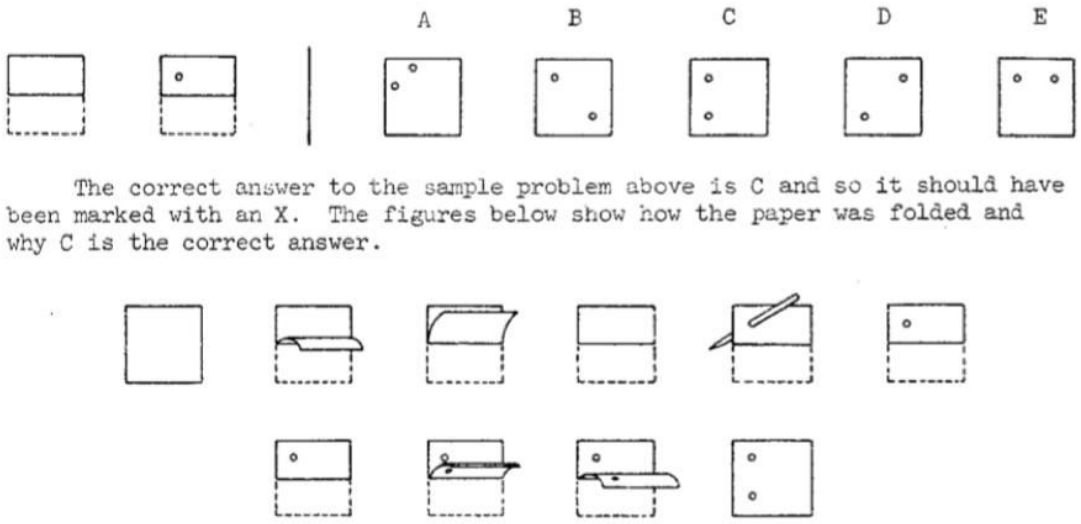


Abbildung 10: Paper-Folding Aufgabe

Auch der Embedded-Figures-Test ist ein typisches Beispiel für diesen Aufgabentyp. Dabei sind einfache Figuren in komplexen Figurenmustern zu identifizieren (siehe Abbildung 11) (vgl. Lohaus et al. 1999, S. 18).

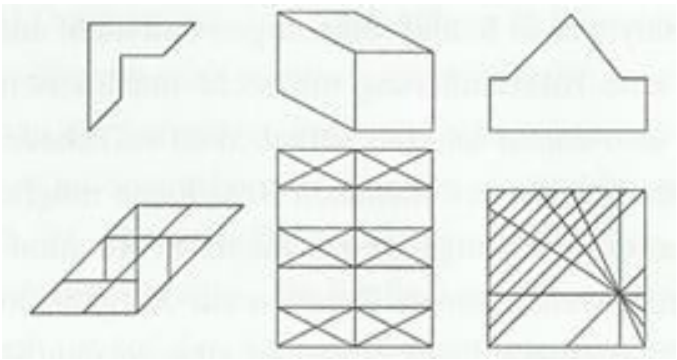


Abbildung 11: Embedded-Figures-Test

3.3.4. Kritik

Bei den oben erwähnten Kategorisierungen und dem Großteil der dargestellten Aufgabentypen muss berücksichtigt werden, dass sie ursprünglich für das Erwachsenenalter konzipiert wurden. Ihre Anwendung im Kindesalter erfolgte erst in einem sekundären Schritt (vgl. Lohaus et al 1999, S. 13).

Linn und Petersen (1985) entwickelten ihre Kategorisierung räumlicher Fähigkeiten auf Grundlage faktorenanalytischer Studien. Dabei fällt auf, dass sie vor allem versuchten, ihre Kategorien durch die Abgrenzung einzelner Zielbereiche rechtzufertigen. Sie wiesen jedoch nicht durch eine Faktorenanalyse eindeutig nach, dass es tatsächlich eine Drei-Faktoren-Struktur erbringt (vgl. Lohaus et al. 1999, S. 19). Sie stützten sich dabei auch unter anderem auf frühere Studien von Linn und Kyllonen (1981) oder Goodenough, Oltman und Cox (1984). Diese konnten wiederum zeigen, dass bestimmte Aufgaben (wie Wasserspiegel-Aufgaben und Rod-and-Frame-Aufgaben) stärker miteinander korrelieren als mit anderen Aufgabenarten (wie Embedded-Figures-Aufgaben). Nichtsdestotrotz gelingt es faktorenanalytisch nur in Teilen, klare Abgrenzungen vorzunehmen. Eine umfassende empirische Bestätigung des Gesamtsystems fehlt (vgl. Lohaus et al. 1999, S. 19).

Außerdem sind Aufgaben, die mehrere verschiedene Komponenten erfordern, problematisch, da sie sich schwer einer Kategorie zuordnen lassen (vgl. Lohaus et al. 1999, S. 19).

3.3.5. Vergleich mit der Drei-Faktoren-Theorie von Thurstone

Thurstone (1938, 1950) unterscheidet in seinem Modell zwischen drei Faktoren: *spatial orientation*, *spatial relations* und *visualization*. Im Vergleich dazu zeigen sich bei Linn und Petersen (1985) einige Gemeinsamkeiten, aber auch Unterschiede:

- Thurstone beschreibt mit *S_3 spatial orientation* die Fähigkeit, sich selbst in einer räumlichen Situation zurechtzufinden. Dabei spielt die eigene Position in der Aufgabe eine zentrale Rolle. Dieser Faktor tritt bei Linn und Petersen nicht auf (vgl. Plath 2014, S. 18).

- Stattdessen führen Linn und Petersen die Kategorie *spatial perception* ein, die sich ebenfalls mit der Körperorientierung beschäftigt – allerdings vor allem mit der Beziehung zwischen Objekten und äußeren Bezugspunkten (vgl. Plath 2014, S. 18).

- Die Kategorie *mental rotation* wird bei Linn und Petersen als eigene, bedeutende Kategorie betrachtet. Thurstone ordnet sie dagegen sowohl den *S_1 spatial relations* als auch der *S_2 visualization* zu (vgl. Plath 2014, S. 18f.).

- Auch die Kategorie *spatial visualization* bei Linn und Petersen ist umfangreicher als bei Thurstone. Sie schließt mehr Aspekte ein und unterscheidet sich dadurch deutlich von seinem gleichnamigen Faktor. Zum Teil werden bei Linn und Petersen und Thurstone dabei die gleichen Aufgaben eingesetzt. Darüber hinaus schließen Linn und Peterson hierbei auch Aufgaben ein, die bei Thurstone dem Faktor S_1 *spatial relations* zugeordnet wurden. Somit sind unter dieser Kategorie auch grundlegende Teile der Faktoren S_1 *spatial relations* und S_2 *visualization* von Thurstone enthalten (vgl. Plath 2014, S. 19).

Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die Subfaktoren nach Thurstone als fundamental betrachtet werden können und durch die Kategorisierung von Linn und Petersen eine bedeutende Ergänzung erfahren haben (vgl. Franke 2000, S. 33). Dieser Meinung ist auch Maier (vgl. Maier 1999a, S. 48f.). Zusammenfassend können fünf Subfaktoren bzw. Teilkomponenten der Raumvorstellung unterschieden werden, bei denen wechselseitige Beziehungen und Abhängigkeiten bestehen (vgl. Franke 2000, S. 33):

- Spatial perception (räumliche Wahrnehmung)
- Spatial relations (räumliche Beziehungen)
- Visualization (Veranschaulichung)
- Spatial orientation (räumliche Orientierung)
- Mental rotation (Vorstellungsfähigkeit von Rotation).

Diese genannten Komponenten kommen auch bei Maier (1999a) vor, die im folgenden Unterkapitel zusammengefasst und mit Aufgaben zu räumlichen Vorstellungsvermögen illustriert werden sollen.

3.4. Die Komponente räumlich-visueller Qualifikationen nach MAIER

Maier (1999a) kombiniert die Modelle von Thurstone sowie Linn und Petersen und entwickelt daraus ein eigenes Konzept aus *„[…] fünf wesentlichen **Komponenten** räumlich-visueller Qualifikationen“* (Maier 1999a S. 51). Dabei verwendet er die Begriffe *Komponente, Teilkomponente, Faktor, Subfaktor* und *Dimension* weitgehend gleichbedeutend (vgl. Maier 1999a, S. 51f.). In seinem Modell beschreibt er zwei Dimensionen, die maßgeblich sind – der Standpunkt der Person sowie die Art und Weise der Denkvorgänge beim Lösen der Aufgaben (vgl. Plath 2014, S. 19):

- Befindet sich die Testperson gedanklich *innerhalb* der Aufgabensituation, sieht sie sich als Teil dieser und denkt sich selbst in die Situation hinein. Dabei nehmen der eigene Standpunkt und die eigene Orientierung eine zentrale Rolle ein (vgl. Plath 2014, S. 19).

- Betrachtet sich die Testperson gedanklich *außerhalb* der räumlichen Situation, dann nimmt sie primär die Rolle eines distanzierten Beobachters ein. Hierbei sind die eigene Position und Körperorientierung zum Lösen der Aufgaben nicht relevant (vgl. Plath 2014, S. 19f.).

Raumvorstellung umfasst verschiedene Denkprozesse, die bei der mentalen Verarbeitung räumlicher Informationen eine Rolle spielen. Grundsätzlich wird dabei zwischen *statischen* und *dynamischen* Denkprozessen unterschieden (vgl. Plath 2014, S. 20). Bei *statischen* Prozessen werden Beziehungen zwischen unbewegten Objekten betrachtet. Hierbei wird auch keine mentale Veränderung am Objekt vorgenommen (vgl. Plath 2014, S. 20).[1] Maier spricht dagegen von *dynamischen* Denkprozessen, die eine mentale Bewegung beinhalten – entweder durch eine Veränderung der Objekte selbst oder durch einen Wechsel der Perspektive der betrachtenden Person (vgl. Plath 2014, S. 20).

[1] Die Bezeichnung „statische Denkvorgänge“ stellt streng genommen einen Widerspruch dar, da Denkprozesse grundsätzlich immer dynamisch sind, also mit Veränderung verbunden sind (vgl. Plath 2014, S. 20). Dieser Begriff wird im Sinne von Maier (1999a) beibehalten, um die theoretische Unterscheidung zu dynamischen Prozessen klar zu kennzeichnen (vgl. Plath 2014, S. 20).

In der folgenden Tabelle 3 werden die fünf Komponenten nach Maier (1999a) im Zusammenhang seiner beiden Dimensionen illustriert:

<table>
<tr><td>Standpunkt der Probanden</td><td>Dynamische Denkvorgänge
Räumliche Relationen am Objekt veränderlich</td><td>Statische Denkvorgänge
Räumliche Relationen am Objekt unveränderlich; Relation der Person zum Objekt veränderlich</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Person befindet sich außerhalb</td><td>Veranschaulichung</td><td>Räumliche Beziehungen</td></tr>
<tr><td colspan="2">Vorstellungsfähigkeit von Rotationen</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Person befindet sich innerhalb</td><td rowspan="2">Räumliche Orientierung</td><td>Räumliche Wahrnehmung</td></tr>
<tr><td>Faktor K</td></tr>
</table>

Tabelle 3: Die Komponenten der Raumvorstellung nach Maier (1999a)

Wie bereits erwähnt, sollen die Teilkomponenten nicht scharf voneinander getrennt betrachtet werden, sondern als Komponenten mit wechselseitigen Beziehungen und Abhängigkeiten (vgl. Maier 1999a, S. 51).

Die Komponenten *Veranschaulichung, räumliche Beziehung* und *Räumliche Orientierung* werden mittels großer Flächen hervorgehoben, da diese laut Maier im privaten, beruflichen und schulischen Bereich bedeutsame Fertigkeiten darstellen (vgl. Plath 2014, S. 20f.).

Bei den verbleibenden Komponenten *mentale Rotation, räumliche Wahrnehmung* und *Faktor K* handelt es sich um spezifische Fähigkeiten, weswegen sie mithilfe kleinerer Flächen veranschaulicht werden (vgl. Plath 2014, S. 21).

Aufgaben zur *mentalen Rotation* und *räumlichen Orientierung* können in einigen Fällen Anteile statischer Denkvorgänge enthalten (vgl. Plath 2014, S. 21). Des Weiteren lässt sich aus der Tabelle 3 schließen, dass die mentale Rotation nach Maier (1999a) der Standpunkt der Person sowohl außerhalb als auch innerhalb sein kann (vgl. S. 51).

3.4.1. Faktor K

Im letzten Punkt taucht der bislang noch nicht erwähnte ***Faktor K*** *(Kinaesthetic Imagery)* auf. Er bezeichnet *„[…] the ability to make rapid left-right discirminations.“* (Lohman et al. 1987, S. 268, zit. nach Plath 2014, S. 21) Hiermit ist also die Fähigkeit beschrieben, schnell zwischen links und rechts zu unterscheiden. Dabei dient die eigene Person als gedanklicher Bezugspunkt, was einen wichtigen Aspekt der räumlichen Orientierung darstellt (vgl. Plath 2014, S. 21). Im Unterschied dazu wird aber beim Faktor K ein statischer Denkvorgang impliziert (vgl. Plath 2014, S. 21).

Maier (1999a) führt den Faktor K zwar gesondert in seinem Modell auf, ordnet ihn jedoch in Anlehnung an Guilford (1964) letztlich der Komponente der räumlichen Orientierung zu, weshalb jener somit fünf Komponenten statt sechs erhält (vgl. Maier 1999a, S. 52). Dies erkennt man an der dünnen „Trennlinie“ oben in der Tabelle 3, welche die Vereinnahmung verdeutlichen soll.

Die Aufgabe *„Hands“* von Thurstone (vgl. Abbildung 12) lässt sich dem Faktor K zuordnen (vgl. Plath 2014, S. 21). Der Testperson werden unterschiedliche Abbildungen von Händen gezeigt, wobei sie beurteilen soll, ob es sich um eine linke oder rechte Hand handelt.

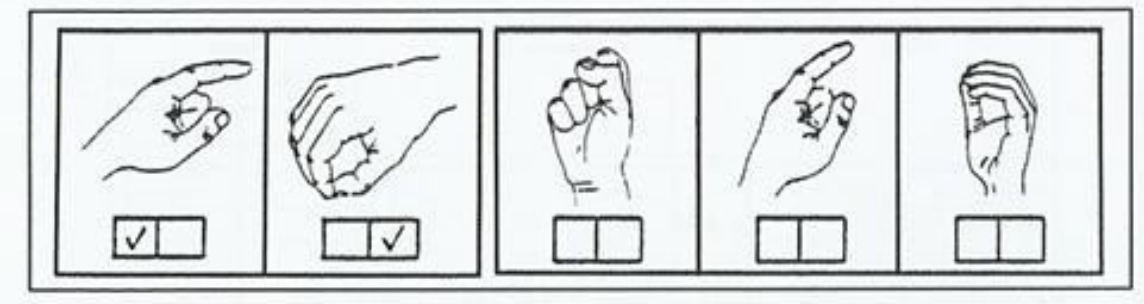


Abbildung 12: Aufgabe Hands

3.4.2. Veranschaulichung

Diese Komponente beschreibt *„die gedankliche Vorstellung von Aktivitäten wie Verschiebungen, Faltungen oder Schnitten von räumlichen Objekten oder Objektteilen.“* (Maier 1999a, S. 35) Es wird ein dynamischer Denkvorgang impliziert und die Testperson befindet sich dabei außerhalb der Aufgabensituation (vgl. Plath 2014, S. 22). In Maiers Arbeit bleibt unklar, ob er sich auf die Kategorie *„Veranschaulichung oder räumliche Visualisierung“* von Linn und Petersen (1985) oder auf Thurstones (1938, 1950) Faktor *„Veranschaulichung S_2“* bezieht (vgl. Hutsteiner 2011, S. 25). Da er jedoch in seiner zusammenfassenden Tabelle 3 lediglich den Begriff *„Veranschaulichung“* verwendet und *„räumliche Beziehungen“* gesondert anführt (nicht wie bei Linn und Petersen, die diese kondensieren), wird in dieser Arbeit angenommen, dass er sich auf Thurstone‘s Konzept bezieht (vgl. Hutsteiner 2011, S. 25).

In der folgenden Abbildung (vgl. Abbildung 13) ist der Test *„Surface Development“* von Thurstone (1938) dargestellt, welcher die oben genannten Fähigkeiten überprüfen soll (vgl. S. 36f.) Die Aufgabe zeigt links einen vollständig beschrifteten Quader und in der Mitte dessen abgewickeltes Netz, wobei viele Beschriftungen fehlen. Ziel ist es die fehlenden Bezeichnungen mental vom Quader auf das Körpernetz zu übertragen und die Tabelle entsprechend zu vervollständigen (vgl. Plath 2014, S. 22).

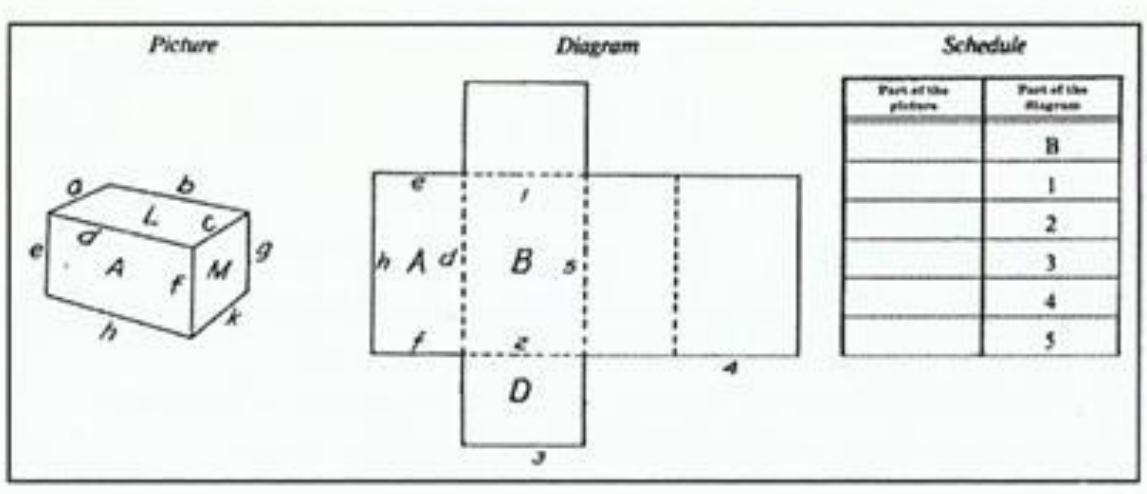


Abbildung 13: Surface Development Test

3.4.3. Räumliche Beziehungen

Bei dieser Komponente handelt es sich um das *„Erfassen räumlicher Konfigurationen zwischen mehreren Objekten und Objektteilen“* (Maier 1999a, S. 38) und die Wahrnehmung ihrer Beziehungen zueinander (vgl. Franke 2000, S. 34). Die Objekte selbst werden nicht bewegt, demnach liegt ein statischer Denkvorgang vor und die Person befindet sich außerhalb der Aufgabensituation (vgl. Plath 2014, S. 25).

Als Beispiel kann die Aufgabe *„Block-counting“* von Thurstone (1938) (vgl. Abbildung 14) herangezogen werden (vgl. S. 31). Dabei sind mehrere gleich große Klötze unterschiedlich aufeinandergestapelt und mit Buchstaben bezeichnet. Die Versuchsperson muss angeben, wie viele der anderen Klötze jeder einzelne berührt (vgl. Plath 2014, S. 25).

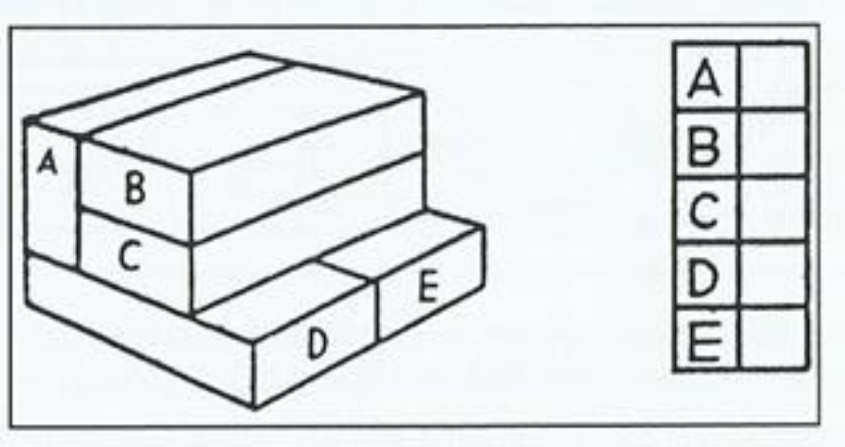


Abbildung 14: Block Counting Test

Der in Thurstones Definition des Faktors *spatial relations* S_s erwähnte *Blickwinkel-Aspekt* spielt bei Aufgaben dieser Art teilweise eine Rolle, wird jedoch vorrangig der Komponente der *räumlichen Orientierung* zugeordnet (vgl. Maier 1999a, S. 38).

3.4.4. Räumliche Orientierung

Die räumliche Orientierung beschreibt jene Komponente, welcher sich mit der Fertigkeit bezüglich des *„Standpunkt[s] der eigenen Person“* und der Veränderung des *„Blickwinkel[s] aus dem heraus etwas betrachtet wird“* (Andorfer-Plainer 2021, S. 12)

beschäftigt. Mit anderen Worten beschreibt diese Kompetenz *„die richtige räumliche Einordnung der eigenen Person in eine räumliche Situation“* (Andorfer-Plainer 2021, S. 12). Aufgaben dieser Teilkomponente erfordern meist dynamische Denkvorgänge und ein Hineinversetzen in die Aufgabensituation (vgl. Plath 2014, S. 25). Aufgaben, bei denen unterschiedliche Ansichten einer Konfiguration einander zugeordnet werden sollen, sind besonders gut geeignet (vgl. Ruwisch 2006, S. 14f.).

Maier führt als typische Aufgabe aus diesem Bereich die Aufgabe *„Arial Orientation“* (vgl. Abbildung 15) von De Lange (1984) an (vgl. Plath 2014, S. 25). Dabei wird auf der linken Seite eine Landkarte eines Küstenabschnitts präsentiert. Die Testperson soll sich vorstellen, dass jemand mit einem Boot an der Küste entlanggefahren ist und dabei Fotos aufgenommen hat, die jedoch in Unordnung geraten sind (vgl. Plath 2014, S. 26). Die Aufgabe besteht darin, die Bilder auf der rechten Seite in die korrekte Reihenfolge der Bootsfahrt zu bringen und anzugeben, wo sich die fotografierende Person jeweils befand (vgl. Plath 2014, S. 26).

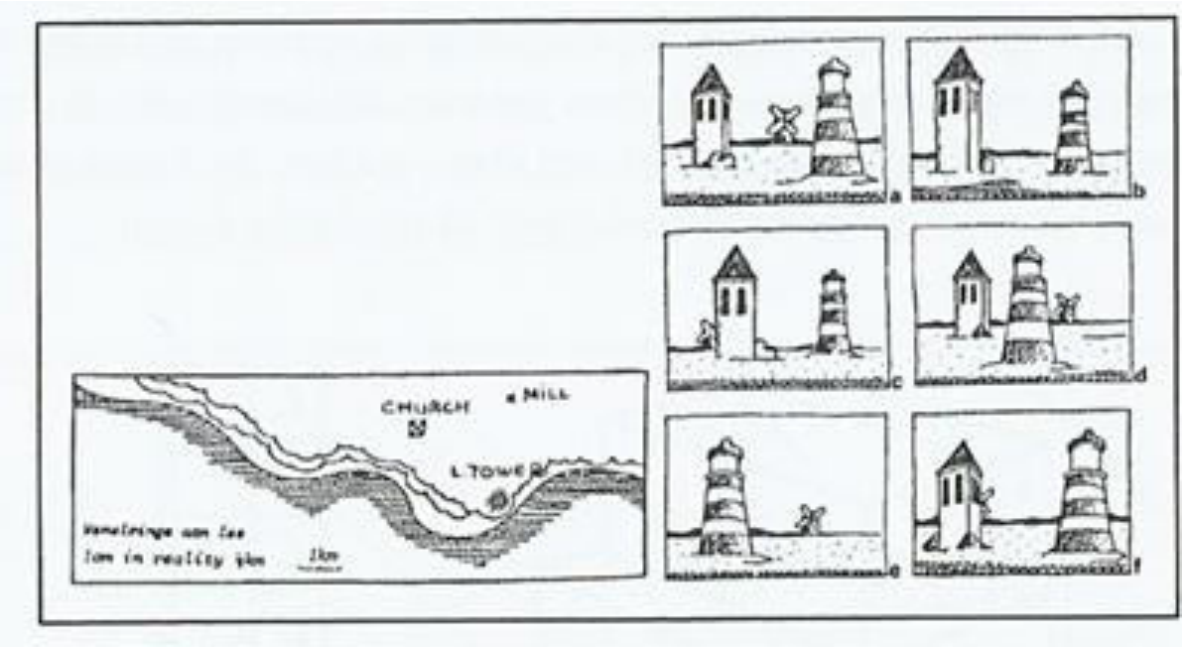


Abbildung 15: Landkarte und Fotos zur Aufgabe Arial Orientation

Ein weiteres Beispiel wird in der Abbildung 16 gezeigt. Sie weist links eine vereinfachte Karte mit mehreren Objekten auf. Die Aufgabe besteht darin, sich gedanklich an eine bestimmte Position – in diesem Fall zur Stopptafel – zu versetzen und von dort in eine bestimmte Richtung zu blicken, nämlich zum Haus (vgl. Andorfer-Plainer 2021, S. 13).

Anschließend soll man aus dieser Perspektive in Richtung der Ampel zeigen. Rechts in der Abbildung wird die Situation schematisch dargestellt: Die Stopptafel bildet den Mittelpunkt eines Kreises, der Blick zum Haus wird durch einen durchgehenden Pfeil dargestellt, die Richtung durch einen gestrichelten (vgl. Andorfer-Plainer 2021, S. 13).

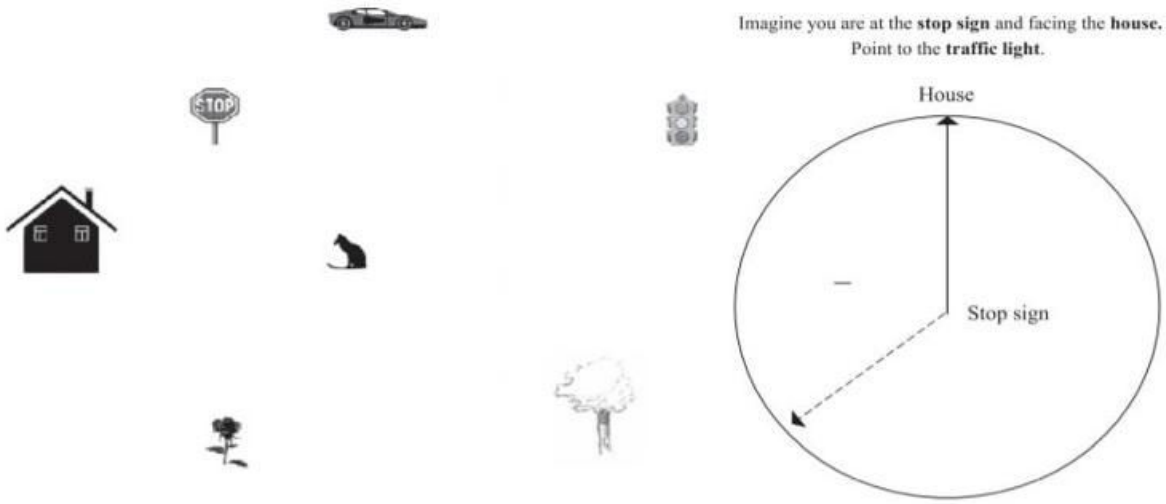


Abbildung 16: Beispiel zur räumlichen Orientierung

3.4.5. Räumliche Wahrnehmung

Die Komponente der räumlichen Wahrnehmung wird in neueren Arbeiten meist der räumlichen Orientierung zugeordnet und nicht mehr als eigener Faktor angeführt (vgl. Andorfer-Plainer 2021, S. 13). Man kann aus der Tabelle 2 entnehmen, dass in der Historie nur Linn und Petersen (1985) diesen Bereich als eigenständige Komponente definiert haben (vgl. Kapitel 5.3.1. oben), worauf später auch Maier im Rahmen seines Fünf-Faktoren-Modells Bezug nahm, dies in Abgrenzung zu Thurstone's (1938, 1950) Faktor S_3 *spatial orientation* (vgl. Andorfer-Plainer 2021, S. 13).

Beim Lösen dieser Aufgabentypen muss Bezug zur eigenen Körperorientierung genommen werden (vgl. Plath 2014, S. 24). Bei diesem Vorgang handelt es sich um statische Denkprozesse, bei denen sich die Untersuchungsperson in die Aufgabensituation hineinversetzen muss. Durch diese Charakterisierung kommen laut Maier (1999a) nicht viele Aufgaben zum Testen allein dieser Fähigkeit in Fragen (vgl. Plath 2014, S. 24). Die in Kapitel 3.3.1. erwähnten Aufgaben wie der *„Water-Level-Test"* werden hier häufig angeführt.

Maier (1999a) bewertet die Unterscheidung zwischen der Kategorie der *räumlichen Wahrnehmung (spatial perception)* nach Linn und Petersen (1985) sowie dem Faktor S_3 *spatial orientation* von Thurstone (1938, 1950) als *„[…] besonders gewinnbringend […]“* (Maier 1999a, S. 49). Dennoch lässt seine Beschreibung vermuten, dass es sich dabei eher um eine analytische Fähigkeit handelt, die auch bei Orientierungsaufgaben eine zentrale Rolle spielt (vgl. Plath 2014, S. 24). Aus diesem Grund ist die Abgrenzung dieser Komponente, vor allem im Hinblick auf etablierte Raumvorstellungsaufgaben, vermutlich nicht so eindeutig, wie das Modell von Maier (1999a) nahelegt (vgl. Plath 2014, S. 25).

3.4.6. Mentale Rotation

Die mentale Rotation wurde von Thurstone vorwiegend im Faktor *visualization* (S_2) und teilweise im Faktor *spatial relations* (S_1) eingeordnet. Ähnlich wie Linn und Petersen hält es Maier hingegen für sinnvoll, diese Fähigkeiten zu separieren und als eigenständige Komponente zu betrachten (vgl. Plath 2014, S. 23). Laut ihm geht es um die *„[…] Fähigkeit sich Rotationen von zwei- oder dreidimensionalen Objekten vorzustellen.“* (Maier 1999b, S. 12). Dabei bleiben die Objekte mental als Ganzes erhalten. Diese Vorgänge sind vorwiegend dynamisch, wobei sich die Person außerhalb der Aufgabensituation befindet (vgl. Plath 2014, S. 23). Dennoch kann es Überschneidungen mit der Komponente der *räumlichen Beziehungen* geben, sodass auch statische Anteile eine Rolle spielen und die Person sich die Anordnung der Umgebung aktiv vorstellt. Auch hierfür wird der bekannteste Aufgabentyp, der „Mental-Rotation-Test“, verwendet (siehe Kapitel 3.3.2) (vgl. Plath 2014, S. 23).

4. Entwicklung der Raumvorstellung

Thurstone (1955) untersuchte im Rahmen seiner Theorie der sieben Primärfaktoren der Intelligenz den Entwicklungsverlauf im Laufe des Lebens (vgl. Unterkapitel 3.2.). In Abbildung 17 sind die jeweiligen Entwicklungsverläufe dieser Primärfaktoren grafisch dargestellt. Besonders auffällig ist dabei die Entwicklung der *räumlichen Fähigkeiten* bzw. *spatial ability* (SA), die die rote Kurve abbildet und sich deutlich von den anderen Intelligenzfacetten unterscheidet.

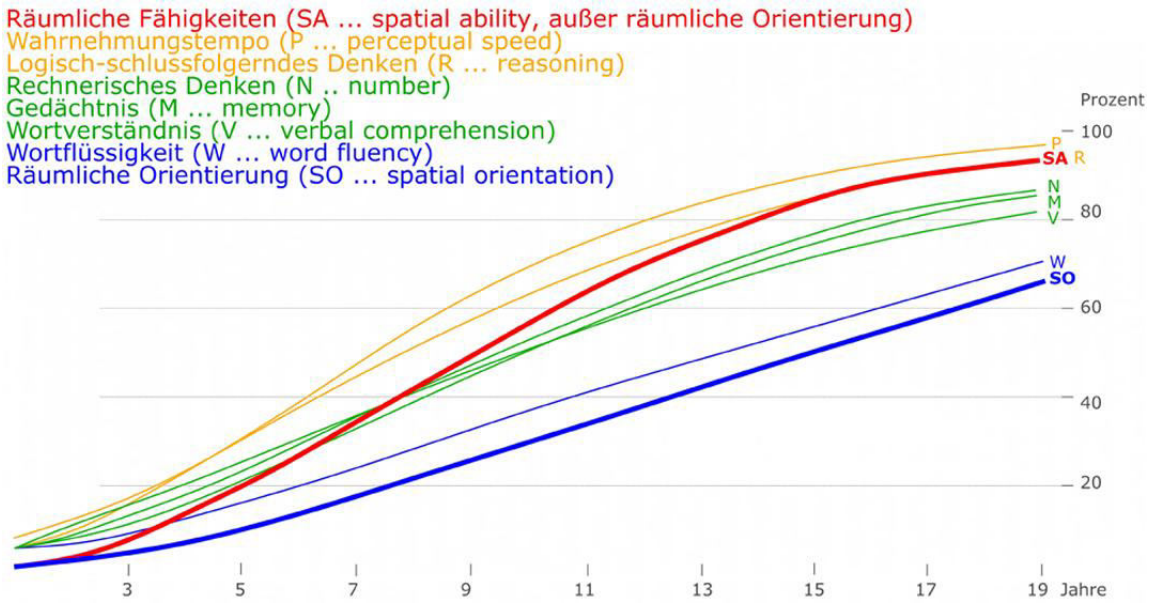


Abbildung 17: Entwicklungsverläufe der sieben Primärfaktoren nach Thurstone mit gesonderter Betrachtung des Raumfaktor räumliche Orientierung

In den ersten Lebensjahren sind die räumlichen Fähigkeiten am schwächsten ausgeprägt (vgl. Maresch 2021, S. 28). Der Raumvorstellungsvermögen entwickelt sich bis zum 9. Lebensjahr um rund 50 % - gemessen an den Leistungen von Erwachsenen (vgl. Rost 1977, S. 47). Somit entwickelt sich der Primärfaktor *spatial ability* innerhalb weniger Jahre von der zunächst schwächsten bis hin zur drittbesten ausgeprägten Intelligenzfacette. Bis zum 14. Lebensjahr steigt dieser Wert auf rund 80 % an (vgl. Rost 1977, S. 47; Maresch 2021, S. 28). Des Weiteren kann aus der Grafik entnommen werden, dass Kinder und Jugendliche zwischen 3 und 15 Jahren das größte Steigerungspotenzial für das *räumliche Denken* haben (vgl. Maresch 2021, S. 28).

Wilhelm und Maresch (2017) konnten in einer vergleichsweise neueren Untersuchung nachweisen, dass der Verlauf der Kurve auf nahezu alle Bereiche des *räumlichen Denkens* übertragebar ist (vgl. Wilhelm & Maresch 2017, S. 22f.). Außerdem konnte festgestellt werden, dass sich der Bereich der *räumlichen Orientierung* deutlich langsamer entwickelt als die anderen drei räumlichen Fähigkeiten – *Veranschaulichung*, *mentale Rotation* und *räumliche Beziehungen* (vgl. Wilhelm & Maresch 2017, S. 23). Dies ist auch in der Grafik (Abb. 17) ersichtlich – die

Entwicklungskurve für die *räumliche Orientierung* (*SO*) ist blau gefärbt und verläuft etwas unterhalb der Kurve W der *Wortflüssigkeit* (vgl. Maresch 2021, S. 28).

Darüber hinaus konnte ermittelt werden, dass die Fähigkeit zur räumlichen Orientierung selbst im Erwachsenenalter noch ein hohes Entwicklungspotenzial aufweist (vgl. Wilhelm & Maresch, S. 23). Erst ab dem 25. Lebensjahr ist die *räumliche Orientierungsfähigkeit* zu fast 100 % entwickelt (vgl. Maresch 2021, S. 28). Dies kann ebenfalls der Abbildung 18 entnommen werden:

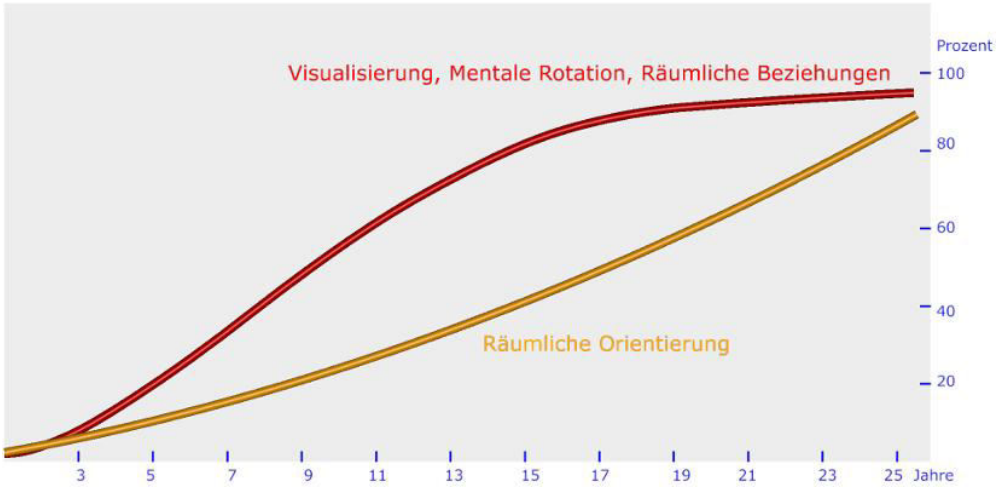


Abbildung 18: Entwicklung der 4 Faktoren des Raumvorstellungsvermögens (rote Kurve nach Thurstone 1955)

Seit der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts wurde verstärkt versucht, den Entwicklungsverlauf räumlicher Fähigkeiten im Kindes- und Jugendalter theoretisch zu erfassen (vgl. Maresch 2021, S. 27). Im weiteren Verlauf werden insbesondere das Stufenmodell von Stückrath (1955) sowie der entwicklungspsychologische Ansatz von Piaget und Inhelder (1975) näher betrachtet, die beide als grundlegende theoretische Beiträge in der Entwicklungspsychologie gelten. Auch wird das van-Hieles-Modell dargestellt, das als Ansatz zur Unterrichtsplanung fungiert. Zuletzt wird die Bedeutung der visuellen Wahrnehmung, die als Vorstufe für das räumliche Vorstellungsvermögen dient, genauer beschrieben.

4.1. Die Stufentheorie nach STÜCKRATH

„Von der Stunde der Geburt an vollzieht sich das Leben des Menschen in einer Raumwelt. Der Raum ist mit allen Aktionen und Reaktionen unmittelbar verknüpft, er ist das tragende Fundament der Welterfahrung.“ (Stückrath 1955, S. 14)

Stückrath (1955) entwarf in seiner Arbeit *Kind und Raum* mithilfe kontrollierter Beobachtung ein Stufenmodell zur Entwicklung räumlicher Fähigkeiten bei Kindern (vgl. Rost 1977, S. 48). Es beschreibt auf anschauliche Weise, wie sich das Verständnis von Raum bei Kindern und Jugendlichen im Verlauf der ersten 14 Lebensjahre entwickelt. Obwohl sein Modell zwar nicht den heutigen Kriterien empirisch-pädagogischer Forschung entspricht, bildet es dennoch eine aufschlussreiche deskriptive Theorie (vgl. Rost 1977, S. 48).

Er gliedert die Entwicklungsphasen des Raumverständnisses von Kindern in sogenannte *Räume* – und zwar in zwei große Abschnitte, nämlich in den ***Raum der frühen Kindheit*** und den ***Raum im Schulalter*** (vgl. Rost 1977, S. 49). Bei beiden nahm er dann anschließend weitere Unterscheidungen vor, die in der Tabelle 4 geschildert werden. Den *Raum in der frühen Kindheit* unterteilt Stückrath in den ***Leibraum*** und den ***Ichraum***. Beim *Raum im Schulalter* klassifiziert er zwischen dem ***Handlungsraum*** und dem ***Laufraum***, die wiederum jeweils drei verschiedene Stufen aufweisen (vgl. Rost 1977, S. 49).

<table>
<tr><th colspan="5">Entwicklungsstufen der Raumorientierung nach STÜCKRATH</th></tr>
<tr><td colspan="2">Der Raum der frühen Kindheit
0 - 6 Jahre</td><td colspan="3">Der Raum im Schulalter
6 - 14 Jahre</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0 - 1 Jahre</td><td rowspan="2">1 - 6 Jahre</td><td>6 - 7 Jahre</td><td>8 - 10 Jahre</td><td>11 - 14 Jahre</td></tr>
<tr><td>I. Stufe</td><td>II. Stufe</td><td>III. Stufe</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Der Leibraum</td><td rowspan="6">Der Ichraum</td><td colspan="3">Der Handlungsraum</td></tr>
<tr><td>Die Dingstruktur des Objekts</td><td>Die Formstruktur des Objekts</td><td>Die geometrische Struktur des Objekts</td></tr>
<tr><td colspan="3">Der Laufraum</td></tr>
<tr><td>Die dynamische Ordnung</td><td>Die gegenständ-liche Ordnung</td><td>Die figurale Ordnung</td></tr>
</table>

Tabelle 4: Stufentheorie der Entwicklung räumlicher Fähigkeiten nach Stückrath

Die nachstehenden Erklärungen geben einen Überblick über die einzelnen Phasen gemäß Stückrath (1955).

4.1.1. Der Raum der frühen Kindheit

Der Leibraum (1. Lebensjahr)

Die erste Phase der räumlichen Entwicklung bezeichnet Stückrath als den sogenannten *Leibraum*. Diese Bezeichnung geht darauf zurück, dass Kinder zunächst ihren eigenen Körper ertasten (vgl. Stückrath 1955, S. 15). *„Das erste Objekt kindlicher Raumerfahrungen ist der eigene Leib.“* (Stückrath 1955, S. 15)

Dieser Raum wird in zwei weitere Unterabschnitte unterteilt: den ***Mundraum*** (auch als ***Urraum*** bezeichnet) sowie den darauffolgenden ***Greifraum***. Der *Mundraum* entsteht durch das Erkunden des eigenen Körpers mit dem Mund (vgl. Stückrath 1955, S. 14). Im weiteren Verlauf entwickelt sich der *Greifraum*, indem Säuglinge mit den Augen und Händen zunehmend Dinge außerhalb ihres eigenen Körpers wahrnehmen und erreichen (vgl. Stückrath 1955, S. 15). Hierbei ergänzt Rost (1977), dass je weiter die körperlichen Bewegungen ausgebildet werden, desto stärker sich auch das Verständnis für räumliche Zusammenhänge entfaltet (vgl. S. 49).

Der Ichraum (2. bis 6. Lebensjahr)

Mit dem Erwerb eigenständiger Fortbewegung, etwa durch Krabbeln, Gehen oder Laufen, beginnt beim Kind eine Erweiterung des Raumerlebens vom körperbezogenen *Leibraum* zum sogenannten *Ichraum* (vgl. Stückrath 1955, S. 16). Durch das aktive Erkunden der Umgebung entdeckt das Kind immer mehr Gebiete und neue unbekannte Räume, wodurch es neue Raumerfahrungen sammelt und seine Fähigkeit zur Raumwahrnehmung steigert. In diesem Zusammenhang lernt es grundlegende Lagebeziehungen wie oben-unten, vorne-hinten oder drinnen-draußen (vgl. Stückrath 1955, S. 17f.). Zu beachten ist, dass in dieser Phase

> *„[..] der Raum in seiner Ausdehnung der Reichweite der kindlichen Bewegung angepaßt ist. […] Das Kind verarbeitet die ständig fließende Verschiebung der Orte und deren Abhängigkeit von der Eigenbewegung und dem persönlichen Standpunkt. […] Der frühkindliche Raum ist*

ichbezogen. Die gesamte Umwelt ist aufgebaut nach der Bedeutsamkeit für das kindliche Ich.“ (Stückrath 1955, S. 16)

Der Raum ist ganz auf den Aktionsradius und die Interessen des Kindes abgestimmt (vgl. Rost 1977, S. 49). Durch Wege zu begehrten Gegenständen wie der Schrank mit Süßigkeiten oder der Schlafplatz entsteht ein immer dichteres Netzwerk von Routen, welches die *„Grundachsen für die erste Orientierung“* bildet (Stückrath 1955, S. 17). Diese Raumerfahrungen stehen noch unverbunden und isoliert nebeneinander dar. Somit existiert der Raum *„noch nicht als übergreifende Ordnung“* (Stückrath 1955, S. 17).

4.1.2. Der Raum im Schulalter

Die Entwicklung im Handlungs- sowie im Laufraum finden während der Schulzeit des Kindes (6 bis 14 Jahre) statt (vgl. Stückrath 1955, S. 28 ff.). Beide Bereiche lassen sich jeweils in drei altersbezogene Stufen gliedern. Dabei ist hervorzuheben, dass sich die beiden Bereiche nicht unabhängig voneinander entwickeln: Ihre Stufen laufen parallel, überlagern sich teilweise und schließen einander nicht aus. Dennoch beginnt die Entwicklung im Handlungsraum auf jeder Stufe in der Regel etwas früher als jene im Laufraum (vgl. Stückrath 1955, S. 28).

Der Handlungsraum (7. bis 15. Lebensjahr)

„Es handelt sich beim Handlungsraum um eine Fortsetzung und Erweiterung des Greifraumes […].“ (Stückrath 1955, S. 18) Er beschreibt, wie Kinder schrittweise die Struktur von Objekten erkennen und verarbeiten (vgl. Stückrath 1955, S. 28).

Zu Beginn (6 bis 7 Jahre) steht die sogenannte ***Dingstruktur*** im Vordergrund: Kinder nehmen Objekte noch ganzheitlich wahr, ohne diese in einzelne Formen oder Merkmale zu zerlegen (vgl. Stückrath 1955, S. 68).

Mit zunehmendem Alter (8 bis 10 Jahre) beginnt die Phase der ***Formstruktur***. Hier werden bereits *„verschiedene Formen, ihre Beziehungen untereinander und ihre Ordnung zu einem Raumganzen“* erfasst. (Stückrath 1955, S. 69) Dennoch ist zu beachten, dass *„[…] die Form an der Körperlichkeit des Dinges haftet und keinesfalls*

schon als gesonderter Gegenstand Bestand und Bedeutung hat.“ (Stückrath 1955, S. 54) Das bedeutet, dass das Kind den Begriff „Kugel“ noch nicht in seiner abstrakten Bedeutung versteht, sondern ihn nur als den konkreten Gegenstand als „Ball“ identifiziert (vgl. Stückrath 1955, S. 19).

Ab dem Alter von etwa 11 Jahren beginnt die Phase der ***geometrischen Struktur***. Nun gelingt es dem Kind geometrische Merkmale wie Länge, Breite oder Winkelgröße unabhängig vom Gegenstand wahrzunehmen und geistig zu verarbeiten (vgl. Stückrath 1955, S. 70). Durch praktisches Handeln wird ein mentales Repertoire an Formen aufgebaut, das flexibel in neuen räumlichen Situationen eingesetzt werden kann. Diese letzte Stufe bildet *„die Voraussetzung für eine spezifische mathematische Betrachtung und Bearbeitung“* (Stückrath 1955, S. 70).

Der Laufraum (7. bis 15. Lebensjahr)

In dieser Stufe entwickelt das Kind die Fähigkeit, sich im Raum zu orientieren und Wege bewusst zu erfassen. Stückrath (1955) spricht hierbei von der *„Orientierung des Kindes in der Landschaft“*.

In der ersten Phase der ***dynamischen Ordnung*** (6 bis 7 Jahre) erinnern sich Kinder an zurückgelegte Wege hauptsächlich anhand besonderer Orte oder Erlebnisse, etwa an einem großen Stein (vgl. Stückrath 1955, S. 46). Die Orientierung ist emotional geprägt, *„naiv“* und noch nicht zielgereichtet planbar, da zeitliche und räumliche Aufeinanderfolgen nicht berücksichtigt werden (vgl. Rost 1977, S. 50; Stückrath 1955, S. 46f.).

In der darauffolgenden Phase der ***gegenständlichen Ordnung*** (8 bis 10 Jahre) wird der Raum als eine Abfolge von Orten und Merkpunkten wahrgenommen, und zwar unabhängig vom erlebenden Subjekt (vgl. Stückrath 1955, S. 48). Aus diesem Grund weist diese Stufe einen gegenständlichen Charakter auf (vgl. Rost 1977, S. 50).

Erst in der letzten Stufe der ***figuralen Ordnung*** (ab 11 Jahren) ist das Kind in der Lage eine mentale Landkarte zu erstellen (vgl. Stückrath 1955, S. 49). Einzelne Orte und Verbindungsstrecken können nun bewusst miteinander verknüpft werden, was eine gezielte Orientierung sowie auch das Finden von Abkürzungen ermöglicht (vgl. Stückrath 1955, S. 49).

4.1.3. Kritik an Stückraths Konzept

Stückraths Stufenmodell der Entwicklungspsychologie liefert eine maßgebende Grundlage zur Beschreibung der Raumentwicklung. Dennoch wurde es in der Forschung mehrfach kritisch hinterfragt, vor allem die teils ungenauen Formulierungen sowie die schwer operationalisierbaren Begriffe wurden bemängelt (vgl. Rost 1977, S. 51). Darüber hinaus fehlen den Darstellungen an präzisen, quantifizierbaren Angaben, wodurch die Zuverlässigkeit und Validität der Interpretationen, etwa von Zeichnungen und sprachlichen Äußerungen, ungeklärt bleiben. Auch grundlegende Daten fehlen; kontrollierte Experimente wurden nicht durchgeführt (vgl. Rost 1977, S. 51). Kritisch anzumerken ist außerdem der anekdotische Charakter der Ausführungen, der den Erkenntnisgewinn kaum über Alltagserfahrungen hinaushebt. Hinzu kommt, dass die Beobachtungen aus dem Jahr 1954 stammen, sodass die angegeben Altersstufen für heutige Verhältnisse unzutreffend sind (vgl. Rost 1977, S. 51).

Trotz aller Mängel darf die theoretische Bedeutung von Stückraths Arbeit (1955) nicht unterschätzt werden. Sie stellt einen frühen Versuch dar, die komplexen und differenzierten Phänomene der Raumentwicklung auf deskriptiv-integrative Weise zu erfassen (vgl. Rost 1977, S. 52). Des Weiteren wurde seine Annahme, dass grundlegende Fähigkeiten des räumlichen Vorstellungsvermögens auf zunehmenden Raumwahrnehmungen und -erfahrungen basieren, in mehreren Studien bestätigt (vgl. Maier 1999a).

4.2. Der entwicklungspsychologische Ansatz von PIAGET und INHELDER

Piaget, Inhelder und ihre Mitarbeiter entwickelten im Jahr 1975 eine umfassende Theorie zur geistigen Entwicklung von Kindern, insbesondere auch zum räumlichen Denken (vgl. Franke 2000, S. 54). Diese Theorie ist eingebettet in Piagets weltbekannten Gesamtwerkt zur Intelligenzentwicklung und ist durch zahlreiche Experimente mit Kindern unterschiedlicher Altersgruppen gestützt. Für Piaget war nicht die richtige Antwort des Kindes maßgebend, sondern vielmehr sein Gedankengang (vgl. Franke 2000, S. 54). In ihrer **Stufentheorie der Intelligenzentwicklung beim Kinde** identifizieren Piaget und Inhelder vier Stadien:

- Sensomotorische Phase (0 – 1 ½ Jahre)
- Präoperationale Phase (1 ½ Jahre – 7 Jahre)
- Konkret-operationale Phase (7 – 11 Jahre)
- Formal-operationale Phase (ab 11 Jahren)

In unterschiedlichen Veröffentlichungen und Übersetzungen kommt es zu geringen Abweichungen der Altersangaben. Diese dienen jedoch nur als Orientierung, da die Entwicklung der heutigen Kinder fortgeschrittener sind (vgl. Franke 2000, S. 54).

Laut Piaget und Inhelder (1975) werden räumliche Beziehungen vom Kind aktiv und schrittweise aufgebaut, nicht bloß durch Wahrnehmung, sondern durch konkretes Handeln mit Objekten (vgl. Franke 2000, S. 54).

> *„Der Wahrnehmung folgt ein Prozess der inneren Nachahmung, also des Handelns mit Vorstellungsbildern. Somit erfolgt die Abstraktion vom einfachen sensomotorischen Tun des Kindes zum inneren systematischen Operieren mit geometrischen Objekten auf einer höheren Stufe.“* (Franke 2000, S. 54f.)

Piaget und Inhelder (1975) unterscheiden im Rahmen ihrer Theorie zur Entwicklung räumlicher Operationen drei Grundformen räumlicher Beziehungen: die ***topologische***, ***projektive*** und ***euklidische Beziehung***. Diese treten im Verlauf der kognitiven Entwicklung nacheinander auf und bauen aufeinander auf, siehe dazu Abbildung 19 (vgl. Franke 2000, S. 55).

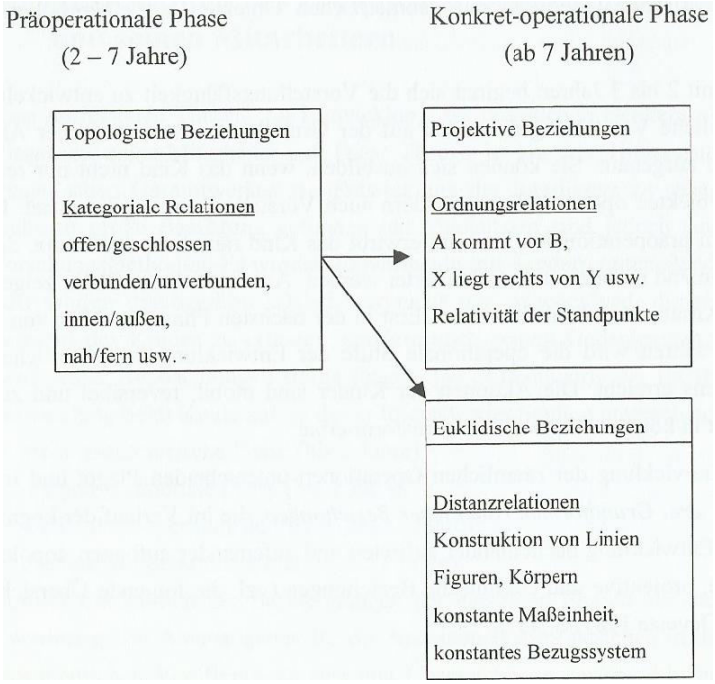


Abbildung 19:Übersicht über die drei Grundformen räumlicher Beziehungen

Im weiteren Verlauf werden die Stufen zu den drei Grundformen näher erläutert und anhand ausgewählter Experimente konkretisiert. Auf eine umfassende Darstellung aller experimentellen Befunde wird verzichtet, da es den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde.

4.2.1. Die Entwicklung topologischer Beziehungen

Bereits im frühen Alter von 2 bis 7 Jahren zeigen Kinder ein grundlegendes Verständnis für topologische Sachverhalte (vgl. Franke 2000, S. 56). Dabei sind sie in der Lage, Merkmale wie offen und geschlossen, begrenzt, benachbart, aufeinanderfolgend etc. zu erkennen und zu unterscheiden (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 19). Zu dieser Erkenntnis gelangten unter anderem Piaget und Inhelder (1975) durch einen Versuch, in denen Kinder verschiedenen Alters bestimmte Modelle (siehe Abb. 20) nachzeichnen mussten (vgl. S. 80ff.). Im Rahmen dieser Untersuchung lag der Fokus entweder auf dem topologischen oder euklidischen Bereich oder einer Kombination aus beiden Arten von Relationen.

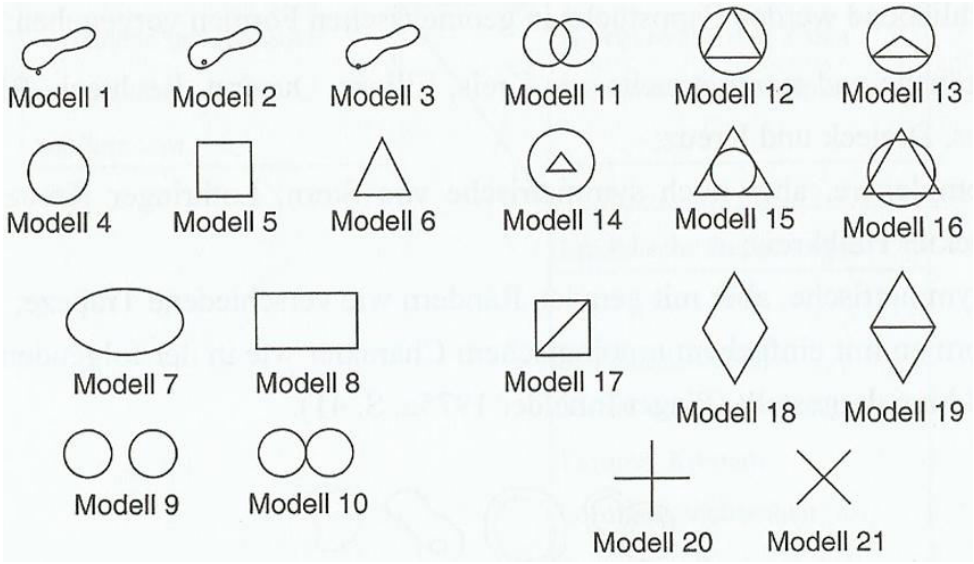


Abbildung 20: Vorlagen zum Versuch: Zeichnen geometrischer Formen

Die Ergebnisse zeigen, dass ab ungefähr 3 Jahren Kinder beginnen, erste Zeichnungen im eigentlichen Sinne anzufertigen (vgl. Abb. 21). Dabei fällt auf, dass

vor allem topologische Relationen korrekt gezeichnet werden, während die Darstellung euklidischer Formen noch Schwierigkeiten bereitet (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 83).

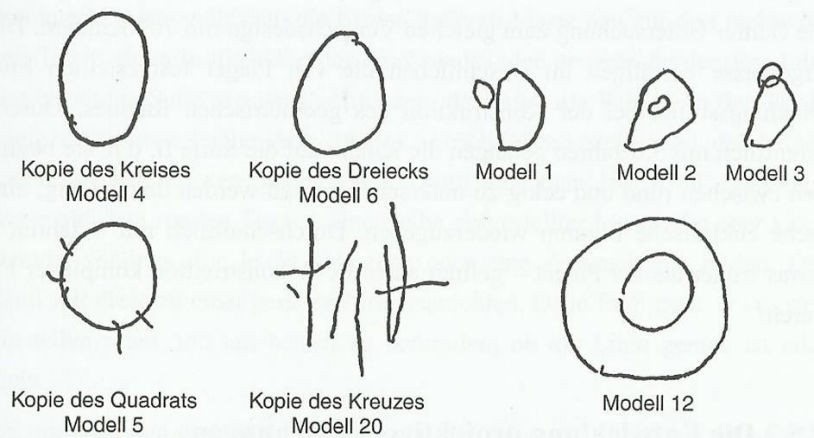


Abbildung 21: Zeichnungen eines Dreijährigen

Ab dem 4. Lebensjahr kann eine zunehmende Differenzierung euklidischer Formen beobachtet werden, wie in der Abbildung 22 ersichtlich ist (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 84ff.). Erst etwa ab 6 ½ Jahren sind Kinder schließlich in der Lage auch zusammengesetzte Figuren (vgl. Abb.20, Figuren 11 bis 16) richtig darzustellen (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 86).

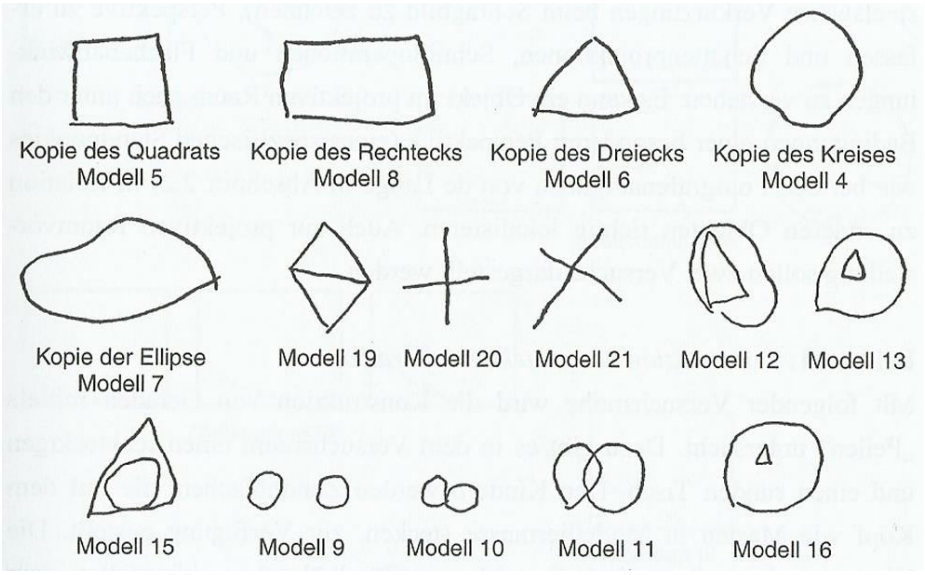


Abbildung 22: Zeichnungen eines Vierjährigen

4.2.2. Die Entwicklung projektiver Beziehungen

Mit dem Schuleintritt, etwa im Alter von 7 Jahren, beginnt das Kind sich zunehmend im projektiven Raum zu orientieren (vgl. Franke 2000, S. 60). Es lernt, projektive Geraden zu konstruieren, etwa durch das Zeichnen von Verkürzungen beim Schrägriss sowie Perspektiven zu erfassen und zu koordinieren (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 187). Darüber hinaus entwickelt es ein Verständnis für Schattenprojektionen, Schnittoperationen und Flächenabwicklungen.

Eines der bekanntesten Versuche zur Untersuchung der projektiven Raumvorstellung ist der *Drei-Berge-Versuch*. Die Grundlage dieses Experiments bildet ein Modell aus Pappe mit drei unterschiedlich hohen (12 – 30 cm), verschiedenfarbigen Bergen (grau, braun, grün), die jeweils charakteristische Merkmale wie etwa ein Gipfelkreuz, ein Häuschen oder Schnee aufweisen (vgl. Abb. 23). Die Versuchsperson befindet sich an einem festen Beobachtungsstandort (A, B, C oder D) und erhält anschließend zehn verschiedene Bilder, die die Berge aus verschiedenen Blickwinkeln zeigen (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 251f.). Zur Unterstützung stehen ihr drei Pappstücke zur Verfügung (in der Farbe der jeweiligen Berge) mit denen sie die Perspektive bei Bedarf nachstellen kann. Danach wird eine Puppe nacheinander an verschiedenen Positionen im Modell platziert. Die Aufgabe besteht darin anzugeben, welcher Standort der Puppe welcher Perspektive und damit welchem Foto entspricht (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 252ff.).

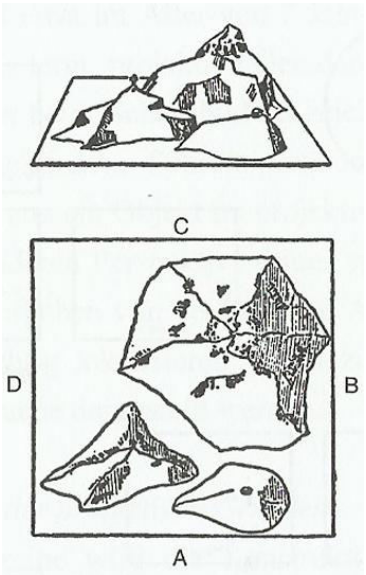


Abbildung 23: Drei-Berge-Versuch

Das Ergebnis zeigt, dass Kinder erst im Alter von etwa 7 bis 11 Jahren in der Lage waren, erfolgreich einen Perspektivenwechsel vorzunehmen (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 254). Jüngere Kinder hingegen wählten meist den Standort, der ihrer eigenen Sichtweise entsprachen (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 253f.).

Die Fähigkeit, verschiedene Perspektiven miteinander zu koordinieren, wie es im Drei-Berge-Versuch gezeigt wird, zeigt einen Übergang vom kindlichen Wahrnehmungsraum hin zum vorgestellten Raum, wie er in der Erwachsenenwelt verstanden wird (vgl. Franke 2000, S. 63).

> *„Wenn man die Existenz des eigenen Blickwinkels entdeckt, so bedeutet dies vielmehr, daß man ihn unter die übrigen einreiht, d.h. eben ihn von den anderen [Blickwinkeln] unterscheidet und mit ihnen koordiniert. Die Wahrnehmung aber ist ihrem Wesen nach unfähig zur Erfüllung dieser Aufgabe, denn sich des eigenen Blickwinkels bewußt werden heißt tatsächlich sich davon befreien, und dazu ist ein System von Operationen im eigentlichen Sinne, d.h. untereinander kombinierbaren und reversiblen Operationen, unentbehrlich."* (Piaget & Inhelder 1975, S. 230)

4.2.3. Die Entwicklung euklidischer Beziehungen

Die euklidische Raumvorstellung entwickelt sich zwischen dem 7. und 12. Lebensjahr, teilweise parallel zur Entwicklung des projektiven Raumes, weil *„sich beide, und zwar unabhängig voneinander, vom topologischen Raum"* herleiten. (Piaget & Inhelder 1975, S. 349) Bereits mit sieben Jahren versteht das Kind, dass sich Objekte durch das Verschieben nicht ändern (vgl. Franke 2000, S. 64). Ab dem Alter von etwa 8 Jahren entwickelt es ein Verständnis für das Messen und erkennt dabei die Invarianz von Größen. Zehnjährige sind in der Lage, mit Distanz bei maßstäblichen Verkleinerungen umzugehen; mit etwa 12 Jahren beherrschen Kinder den Volumenbegriff und können diesen vom Oberflächenbegriff unterscheiden (vgl. Franke 2000, S. 64).

Zur Identifikation der Fähigkeiten von horizontalen und vertikalen Bezugssystemen wurden folgende Versuche durchgeführt:

Zur Überprüfung der ***Horizontalen*** wurde das bekannte Experiment zur Einschätzung der Lage einer Wasseroberfläche in einem geneigten Gefäß durchgeführt (vgl. Piaget & Inhelder 175, S. 442). Den Kindern wurden zwei unterschiedlich geformte Gefäße gezeigt, die jeweils etwa zu einem Viertel mit blau gefärbtem Wasser gefüllt sind.

Zur Untersuchung der ***Vertikalen*** wird zusätzlich auf das Wasser ein kleiner Korken mit einem Zündholz als Mast gesetzt (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 443). Die Aufgabe besteht darin, zeichnerisch anzugeben, in welcher Position das Wasser und der Mast bei verschiedenen Neigungen stehen würde. Anschließend wird das Experiment vor ihren Augen durchgeführt und die Zeichnungen können ggf. korrigiert werden (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 442).

In einem zweiten Experiment wird den Kindern als analoge Aufgabenstellung ein Berg gezeigt, auf dem Pfähle an unterschiedlichen Stellen wie Gipfel oder Nebengelände) platziert werden sollen (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 443). Die Kinder sollen diese Pfähle je nach Position und Ausrichtung in die Zeichnung des Berges korrekt einzeichnen.

Die Abbildung 24 liefert einen Überblick über die Ergebnisse:

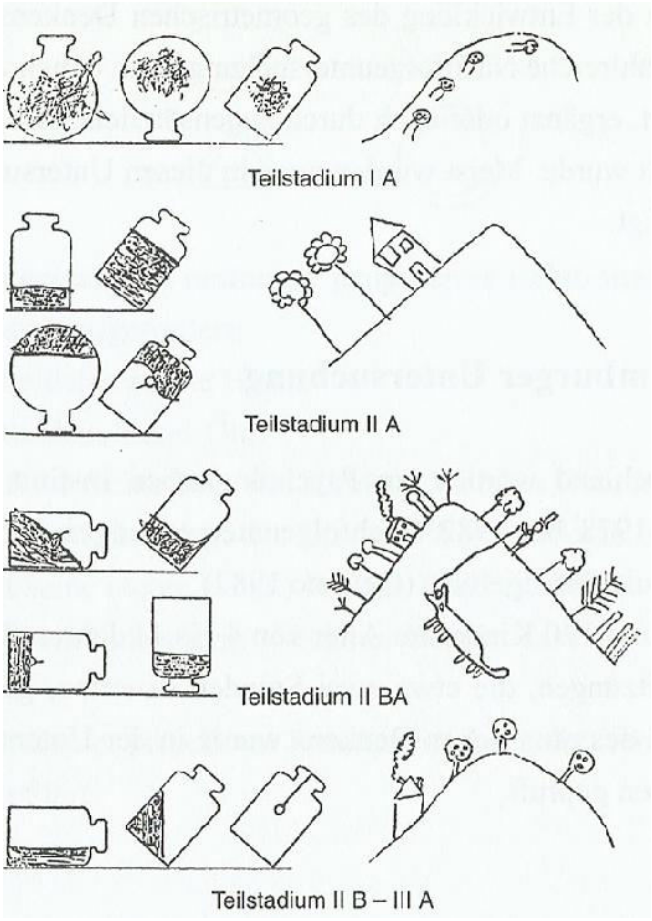


Abbildung 24: Entwicklungsstadien der Horizontalen und der Vertikalen

Im **ersten Stadium** (bis etwa 4 Jahre) gelingt es den Kindern noch nicht, die Wasseroberfläche als eine ebene Fläche darzustellen (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 443f.). Sie zeichnen das Wasser entweder als Gekritzel über den Glasrand hinaus oder als runden Fleck im Glasinneren. Beim Bergbild werden die Bäume parallel zur Bergkante eingezeichnet (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 445).

Im **zweiten Stadium** (ca. 4 bis 7 Jahre) beginnen die Kinder sich zwar an der Form des betrachteten Objekts (Flasche oder Berg) zu orientieren, richten ihre Zeichnungen jedoch noch nicht an einem übergeordneten Bezugssystem aus (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 445). So werden die Pfähle senkrecht zum Hang gezeichnet oder der Wasserspiegel folgt der Form des Flaschenhalses, ohne die tatsächliche Flüssigkeitsmenge zu berücksichtigen.

Ab etwa 7 bis 8 Jahren erkennen Kinder im **dritten Stadium** die Konzepte von Horizontalität und Vertikalität und wenden diese zunehmend richtig an (vgl. Piaget & Inhelder 1975, S. 446). *„Erst ab 11-12 Jahren, d.h. im Stadium der formalen Operationen, werden echte, konventionelle Bezugssysteme konstruiert, die das gleichzeitige Beurteilen der Positionen und der Abstände ermöglichen […]“* (Piaget & Inhelder 1975, S. 480). Sobald diese Entwicklungsphase erreicht ist, sind Kinder in der Regel dazu fähig, abstrakte Zusammenhänge zu erkennen und zu verstehen (vgl. Maresch 2021, S. 27). In diesem Stadium gelingt es ihnen auch erstmals, einfache mathematische Beweise nachzuvollziehen.

4.2.4. Die Hamburger Untersuchung

Zwischen den Jahren 1978 und 1982 wurden am Psychologischen Institut der Universität Hamburg Nachfolgeuntersuchungen nach dem Modell der Genfer Schule von Piaget und seinen Mitarbeitern durchgeführt (vgl. Franke 2000, S. 66). Dabei nahmen 120 Kinder im Alter von 4 bis 11 Jahren teil.

Die Ergebnisse bestätigen Piagets Annahmen weitgehend: Bereits Fünfjährige zeigen ein erstes Verständnis für euklidische Raumbeziehungen (vgl. Franke 2000, S. 67). Ab durchschnittlich 7 Jahren entwickeln Kinder erste Einsichten in projektive Relationen, jedoch zunächst nur in einfache Situationen wie etwa der Unterscheidung von rechts/links aus der Perspektive einer anderen Person (vgl. Franke 2000, S. 68).

Im Gegensatz zu Piagets ursprünglichen Befunden ergaben sich in der Hamburger Studie jedoch Verschiebungen bei komplexen Fähigkeiten: Ein Verständnis für komplizierte euklidische Relationen zeigen sich erst ab 9 Jahren, für multiple projektive Denkprozesse erst ab 10 Jahren (vgl. Franke 2000, S. 68). Bei räumlichen Operationen entwickeln sich die anspruchsvolleren Formen gleicher Grundkonzepte nicht parallel mit den einfachen, sondern treten zeitlich verzögert auf. Die folgende Abbildung 25 zeigt diese Entwicklungshierarchie des Raumkonzepts:

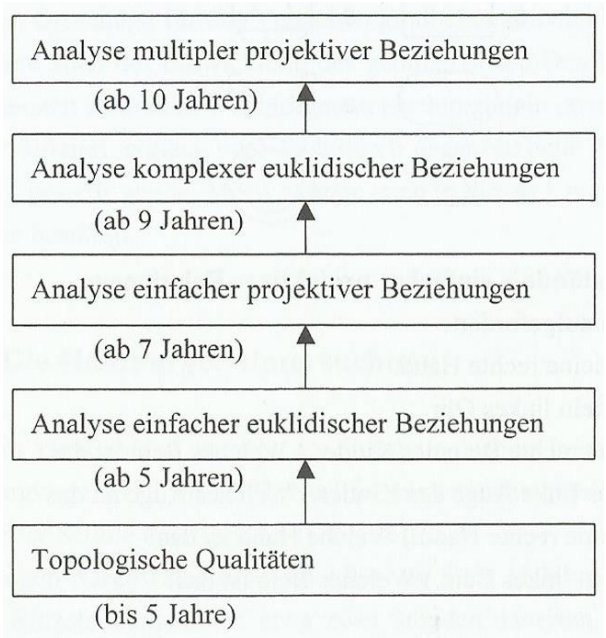


Abbildung 25: Entwicklungshierarchie des Raumkonzepts

4.2.5. Kritik

Die von Piaget und seiner Genfer Schule entwickelten Ansätze sind besonders für die Erziehungswissenschaften von großem Wert. Sein zentraler Verdienst liegt in der Entwicklung einer umfassenden Theorie der kognitiven Entwicklung, die neben den psychologischen auch philosophische, erkenntnistheoretische und pädagogische Aspekte miteinbezieht (vgl. Rost 1977, S. 56).

Trotz dessen gibt es jedoch von verschiedenen Forscher*innen Kritik an den Forschungsmethoden und gegen den Interpretationsrahmen, da sie nicht ausreichend empirisch gesichert sind (vgl. Rost 1977, S. 56). Es wird unter anderem kritisiert, dass nur eine geringe Anzahl an Versuchspersonen einbezogen wurde. Auch die Auswahl

dieser Personen sowie der fehlende Einbezug ihrer sozialen Herkunft werfen methodische Fragen auf (vgl. Rost 1977, S. 56f.; vgl. Franke 2000, S. 69). Darüber hinaus sind die Versuchsbedingungen oft unzureichend beschrieben, sodass Replikationen sehr erschwert werden. Ebenso mangelt es an einer klaren und abgesicherten Auswertung der erhobenen Daten (vgl. Rost 1977, S. 56f.; vgl. Franke 2000, S. 69).

Wie bereits erwähnt, gelten die Altersangaben im Stufenmodell als umstritten und sollten lediglich als grobe Orientierung verstanden werden (vgl. Rost 1977, S. 57.; vgl. Franke 2000, S. 70). Zudem wird das Verhalten stark von Reizen beeinflusst, wobei Reaktionen meist allmählich und kontinuierlich erfolgen (vgl. Rost 1977, S. 57). Der Übergang zwischen einzelnen Entwicklungsstufen verläuft entsprechend fließend und nicht abrupt.

Freudenthal (1973) weist auf die starke verbale Komponente vieler Testaufgaben hin. Seiner Ansicht nach wurden die Fragen von den Kindern häufig nicht richtig verstanden (vgl. Franke 2000, S. 70). Sie haben teilweise selbst darauf ausdrücklich hingewiesen. Zudem kam es in den Tests vereinzelt zu einem fehlerhaften Gebrauch mathematischer Fachbegriffe (vgl. Franke 2000, S. 70).

Des Weiteren hängen die Ergebnisse der Untersuchungen stark von der konkreten Aufgabenstellung ab (vgl. Lohaus et al. 1999, S. 47). Häufig wirken die Aufgaben auf die Kinder schwierig, lebensfern und stehen nicht im Einklang mit ihren persönlichen Erfahrungen. Bereits mit wenigen einfachen Veränderungen und eine Einbettung in vertraute Alltagssituationen können sich die Resultate deutlich verändern, was in der Studie von Borke (1975) gezeigt wurde (vgl. Lohaus et al. 1999, S. 47).

Besonders kritisch zu sehen sind Piagets Schlussfolgerungen, wonach die kognitive Entwicklung vor allem auf eine Verbesserung grundlegender mentaler Fähigkeiten, und damit des *Denkens*, zurückzuführen seien (vgl. Franke 2000, S. 70). Dabei vernachlässigt er den Einfluss von *Wissen*. Heute gilt als gesichert, dass sowohl Denkprozesse als auch Wissenszuwachs die intellektuelle Entwicklung prägen (vgl. Franke 2000, S. 70).

Nichtsdestotrotz gilt Piagets Modell nach wie vor als die wichtigste Theorie der geistigen Entwicklung im Kindes- und Jugendalter (vgl. Franke 2000, S. 68). Es wird bei der Gestaltung von Lehrplänen miteinbezogen, da man eine Über- oder

Unterforderung von Kindern verhindern möchte. Sonst könnte es sich negativ auf ihre Motivation und somit auf den Lernerfolg auswirken (vgl. Franke 2000, S. 69).

Seine Untersuchungen zeigen, dass Kinder anders denken als Erwachsene. *„Nur wenn der Lehrer weiß, wie Kinder denken, kann er das Denken und Verhalten der Kinder beeinflussen.“* (Franke 2000, S. 69)

Piagets Theorie hebt die aktive Rolle des Kindes im Lernprozess hervor. Er zeigt, dass die kognitive Entwicklung durch entsprechende Anregung gefördert werden kann (vgl. Franke 2000, S. 69). Ein ausgewogenes Verhältnis zwischen bekannten Handlungen und neuen, herausfordernden Situationen kann den Aufbau neuer Denkstrukturen anregen (vgl. Franke 2000, S. 69).

4.3. Das VAN-HIELE-Modell zum Verständnis geometrischer Begriffe

Das Ehepaar Pierre und Dina van Hiele (1978) entwickelten eine Theorie, die den mathematischen Lernprozess als Abfolge verschiedener **Denkebenen** beschreibt (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 127 ff.). Im Gegensatz zu früheren Ansätzen (siehe Unterkapitel 6.1. Stückrath, 6.2. Piaget & Inhelder) fokussiert sich ihr Modell nicht primär auf die Entwicklung der Raumvorstellung, sondern bezieht sich umfassender auf die Entwicklung mathematisch-geometrischen Denkens. Des Weiteren betonen die beiden Forscher*innen, dass ihre Theorie nicht aus Stufen aufgebaut ist, wie bei Stückrath (1955) oder Piaget und Inhelder (1975), sondern als vielschichtige Denk- und Lernprozesse zu verstehen ist (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 127 f.):

> *„Wenn wir von Ebenen sprechen, so handelt es sich nicht um Stufen in einer Lernkurve, d.h. um Zeitabschnitte, in denen der Lernprozess zum Stillstand zu kommen scheint. […] Die Denkebenen dagegen sind dem Denkprozeß inhärent und von der angewendeten Methode unabhängig […].“* (van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 127)

Dennoch sind auch enge Verbindungen zum Ansatz von Piaget und Inhelder (1975) vorhanden, wie die Verinnerlichung durch handlungsorientierten Unterricht (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 128):

„Es ist von Wichtigkeit, bei dieser Gelegenheit die These Piagets zu unterstreichen, nach welcher […] der Ursprung fast jeden Gedankens eine Handlung ist, und ein Stoff häufig erst dann intuitiv wird, wenn man mit ihm umgegangen ist.“ (van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 128)

4.3.1. Die fünf Niveaustufen

Die beiden Autor*innen beschreiben **fünf Niveaustufen/Denkebenen**, die bei der Entwicklung des geometrischen/räumlichen Denkens durchlaufen werden. Diese werden hier auch anhand von Beispielen aus der Geometrie veranschaulicht:

0. Ebene (Basisebene): Räumlich-anschauungsgebundenes Denken

Auf dieser Ebene *„werden die Figuren nach ihrem Aussehen beurteilt.“* (van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 128) Die Kinder nehmen geometrische Figuren als Ganzes wahr, ohne deren Bestandteile und Eigenschaften zu erkennen (vgl. Franke 2000, S. 95). Sie können verschiedene Figuren identifizieren, die geometrischen Bezeichnungen erlernen und Figuren entsprechend dieser Begriffe darstellen (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 128). Beispielsweise können Kinder erkennen, welche gegebenen Figuren Rauten und Parallelogramme sind. Aber die Eigenschaften zu diesen Figuren (gegenüberliegende Seiten sind parallel, Raute ist ein Parallelogramm, etc.) bleiben ihnen unbekannt (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 128).

1. Ebene: Geometrisch-analysierendes Denken

Hier sind *„die Figuren die Träger ihrer Eigenschaft.“* (van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 128). Durch Handlungserfahrungen und genaues Beobachten lernen Kinder, die Merkmale geometrischer Objekte zu erkennen, voneinander zu unterscheiden und diese differenzierter zu kategorisieren (vgl. Franke 2000, S. 96). Das heißt, dass sie nun unter anderem das Rechteck nicht mehr nur an seiner Form erkennen, sondern auch daran, dass es vier rechte Winkel hat, dass die Diagonalen gleich lang sind etc. (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 128). Zusammenhänge zwischen verschiedenen Figuren wie Quadrat und Rechteck sind jedoch noch nicht ersichtlich (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 129).

2. Ebene: Geometrisch-abstrahierendes Denken

„Auf der zweiten Ebene ordnen sich die Eigenschaften einander zu." (van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 129). Fähigkeiten, die auf der vorherigen Ebene noch nicht vorhanden waren, beginnen sich nun auszubilden: Die Schüler*innen können Beziehungen zwischen verwandten geometrischen Figuren herstellen (vgl. Franke 2000, S. 96). Sie erkennen gemeinsame oder ähnliche Merkmale bei verschiedenen Formen und Körpern, was ihnen ein erstes Verständnis von Klassifikation ermöglicht. Des Weiteren können sie mit geometrischen Definitionen sowie logischen Schlussfolgerungen umgehen (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 129). Somit erkennen Kinder, dass etwa ein Quadrat auch ein Rechteck ist, weil es alle Eigenschaften eines Rechtecks hat sowie die Definition dazu kennt. Mit dieser Ebene ist der Übergang vom Volksschulunterricht zur Sekundarstufe erreicht (vgl. Franke 2000, S. 97).

3. Ebene: Geometrisch-schlussfolgerndes Denken

Auf dieser Denkebene dienen logische Schlussfolgerungen als Mittel zur Entdeckung geometrischer Zusammenhänge (vgl. Franke 2000, S. 97). Die Bedeutung von Axiomen, Definitionen, Sätzen und Beweisen wird erkannt und verstanden (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 129).

4. Ebene: Strenge, abstrakte Geometrie

„Das Unterrichtsziel auf dieser Ebene wäre, zu analysieren, worin die Tätigkeit des Mathematikers besteht und worin sie sich von der anderer Fächer unterscheidet." (van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 135). Hier werden geometrische Sätze zu Axiomsystemen zusammengeführt, die untereinander verglichen und analysiert werden können (vgl. Franke 2000, S. 97). Allerdings erreichen nicht alle Schüler*innen selbst in der gymnasialen Oberstufe dieses Niveau.

Wie bereits erwähnt, sind diese Denkebenen von den angewandten Unterrichtsmethoden unabhängig. Die Unterrichtsgestaltung sollte sich an der jeweiligen Denkebene der Schüler*innen orientieren, da sonst gewisse Methoden den Zugang zur höheren Denkebene versperren könnten (vgl. van Hiele-Geldof & van

Hiele 1978, S. 129). Somit wären die Denkweisen dieser Ebenen den Schüler*innen nicht zugänglich.

Das Ehepaar von van Hieles erwähnt folgende Punkte, die Lehrkräfte beachten sollen, damit Blockaden bei Schüler*innen verhindert werden können:

- Jede Ebene hat ihre eigenen Begriffe und Symbole (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 129). Aus diesem Grund müssen Begriffe auf jeder Denkstufe neu aufgegriffen, dem jeweiligen kognitiven Niveau angepasst und entsprechend vermittelt werden. So kann ein angemessenes Begriffsverständnis gefördert werden (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 129).

- *„Zwei Menschen, die auf verschiedenen Ebenen denken, können sich nicht verstehen. Dies eben geschieht häufig zwischen Lehrer und Schüler.“* (van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 129f.) Oft gelingt es der Lehrperson und den Schüler*innen nicht, einander gedanklich zu folgen. Der Dialog bleibt nur bestehen, wenn sich die Lehrkraft bemüht, die Denkweise des Lernenden nachzuvollziehen und wenn sie sich darauf einstellt (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 130).

  > *„Einige Lehrer halten ihre Darlegungen auf ihrer eigenen Ebene und erwarten, daß die Schüler auf ihre Fragen antworten. Dies ist jedoch in Wirklichkeit nur ein Monolog […]. Der echte Dialog muß auf der Ebene der Schüler stattfinden.“* (van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 130)

- Das Erreichen der verschiedenen Denkstufen kann durch gezielte didaktische Maßnahmen gefördert werden (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 130). Im Gegensatz zu Piaget (1975) betrachten die van Hieles die Entwicklung der Kinder nicht als Reifeprozess, sondern als Lernprozess. Dieser kann durch geeignete Impulse vonseiten der Lehrkraft angeregt und beschleunigt werden (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 130).

4.3.2. Die Lernprozesse

Darüber hinaus geben die van Hieles (1978) an, welche Lernphasen die Schüler*innen mit Unterstützung der Lehrperson durchlaufen müssen, um zur jeweils höheren Denkebene zu gelangen:

1. **Phase: Die Information:** Die Schüler*innen werden an ein neues Thema mithilfe geeigneter Materialien herangeführt (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 130).

2. **Phase: Die gesteuerte Orientierung:** Die Kinder setzen sich aktiv mit dem Material auseinander. Die Lehrkraft begleitet diesen Prozess und gibt die Richtung an (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 130).

3. **Phase: Die Verdeutlichung:** Erworbene Erfahrungen werden mit Fachausdrücken verbunden, wodurch auch neue Begriffe eingeführt werden. Die Lehrkraft achtet auf die richtige Verwendung der Ausdrücke (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 131).

4. **Die freie Orientierung:** Die Lernenden üben nun, das neue Wissen eigenständig anzuwenden. Sie sollen sich im Thema sicherer fühlen und eigene Lösungswege ausprobieren (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 131).

5. **Die Integration:** Durch Zusammenfassen sollen die Schüler*innen einen Überblick über das Gelernte bekommen und so die nächste Niveaustufe erreichen (vgl. van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 131).

Laut van Hieles (1978) hat die Lehrkraft eine begleitende Rolle und gibt nicht alles vor, sodass die Schüler*innen Wissen selbstständig entdecken können:

> *„Der Lehrer, der sich bewußt bemüht, seine Schüler von einer Ebene zur anderen zu führen, versetzt sie in die Lage, selbst einen Deduktionssystem zu entwickeln und ihre Fehler in einer deduktiven Überlegung aufzudecken. Dabei schreibt er seinen Schülern nicht die Gebiete vor, auf denen das Denken geübt werden soll, sondern hilft ihnen, diese selbst zu bestimmen.“* (van Hiele-Geldof & van Hiele 1978, S. 136)

Mit dem van-Hieles-Modell kann das Denken der Kinder gut beschrieben werden (vgl. Franke 2000, S. 100). Es gilt zu berücksichtigen, dass das Denken kontext- und aufgabenabhängig ist. Das Modell dient lediglich als Grundlage für die Unterrichtsplanung (vgl. Franke 2000, S. 100).

4.4. Visuelle Wahrnehmung als Voraussetzung des räumlichen Vorstellungsvermögens

Das Raumvorstellungsvermögen ist eine rein kognitive Fähigkeit des menschlichen Gehirns (vgl. Maresch 2021, S. 28). Es ermöglicht, sich räumliche Objekte vorzustellen, sie zu drehen, zu spiegeln, zu verschieben und zu zerschneiden. Zudem befähigt es Menschen dazu, sich rein gedanklich an andere Positionen im Raum zu versetzen (vgl. Maresch 2021, S. 28).

Die visuelle Wahrnehmung hingegen ist eine Vorstufe des Raumvorstellungsvermögens (vgl. Maresch 2021, S. 28). Sie bezeichnet das anatomische Vermögen, optische Reize über die Augen und die Retina aufzunehmen und an das Gehirn, insbesondere an den primären visuellen Cortex, weiterzuleiten (vgl. Maresch 2021, S. 29). Dadurch wird schließlich ermöglicht, räumliche Objekte zu erkennen oder neu kennenzulernen.

Die Wahrnehmung ist ein aktiver Prozess, der sich deutlich vom bloßen Sehen unterscheidet. Sie steht in enger Verbindung mit dem Gedächtnis, gespeicherten Erfahrungen, Vorstellungen, dem Denken und der Sprache (vgl. Franke 2000, S. 38). Während des Wahrnehmungsprozesses werden Merkmale eines Objekts erkannt, in Beziehung zueinander gesetzt und miteinander verglichen. Aus diesem Grund ist die visuelle Wahrnehmung nicht klar von der Raumvorstellung abzugrenzen (vgl. Franke 2000, S. 38). Da die Wahrnehmung wiederum maßgeblich die Entwicklung der Raumvorstellung beeinflusst, sollen im Folgenden die einzelnen Komponenten näher betrachtet werden.

Frostig und Maslow (1978) unterscheiden **fünf Bereiche der visuellen Wahrnehmung**:

- Die **visuomotorische Koordination** bezeichnet die Fähigkeit*, „das Sehen mit dem eigenen Körper oder Teilen des Körpers zu koordinieren.“* (Franke 2000, S. 38) Ein typisches Beispiel dafür ist das Fangen eines Balles: Ein Kind kann den Ball zwar

sehen, hat aber möglicherweise noch Schwierigkeiten, die visuelle Wahrnehmung mit den Armen oder beim Fußball mit den Beinen zu koordinieren (vgl. Franke 2000, S. 38). Auch bei Ausschneidaufgaben zeigt sich die Schwierigkeit dieser Koordination bei jüngeren Kindern. Denn es bewegt sich nicht nur die Hand oder der Arm, sondern oft der ganze Körper, bis hin zur mitbewegten Zunge (vgl. Franke 2000, S. 38f.). Außerdem erfordert das Nachfahren oder Durchpausen von Bildern und Formen (siehe Abb. 26) auch eine Koordination zwischen den Augen und der Hand.

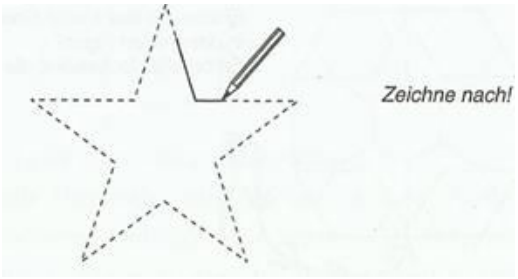


Abbildung 26: Aufgabe zur visuomotorischen Koordination

- Die **Figur-Grund-Diskriminierung** beschreibt die Fähigkeit, *„aus einem komplexen Hintergrund bzw. einer Gesamtfigur eingebettete Teilfiguren zu erkennen und zu isolieren.“* (Franke 2000, S. 39) (vgl. Embedded Figures Test im Kapitel 5.3.3). Diese Fähigkeit ist für Kinder wichtig, um sich beispielswiese auf einer Schulbuchseite zurechtzufinden oder gezielt ein Gegenstand aus einem Werkstattregal zu holen (vgl. Franke 2000, S. 39). Eine typische Aufgabe liefert die Abbildung 27:

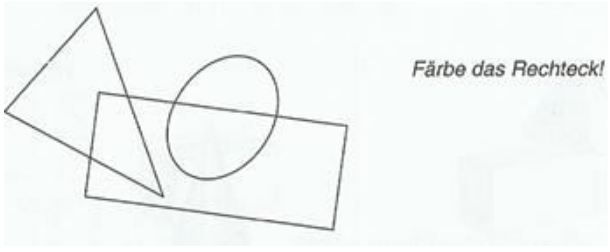


Abbildung 27: Aufgabe zur Figur-Grund-Diskriminierung

- Die **Wahrnehmungskonstanz** ist die Fähigkeit, *„Figuren, in verschiedene Größen, Anordnungen, räumliche Lagen oder Färbungen wiederzuerkennen und von anderen Figuren zu unterscheiden.“* (Franke 2000, S. 39) Hier sind vor allem die

Bereiche der Formen-, Figuren- und Größenkonstanz von Bedeutung. Diese Fähigkeit wird unter anderem beim Sortieren nach der Form, unabhängig von der Größe, oder beim Kennzeichnen von Dingen, die gleich groß sind, benötigt (vgl. Franke 2000, S. 40). Ein anschauliches Beispiel dafür ist in Abbildung 28 zu sehen:

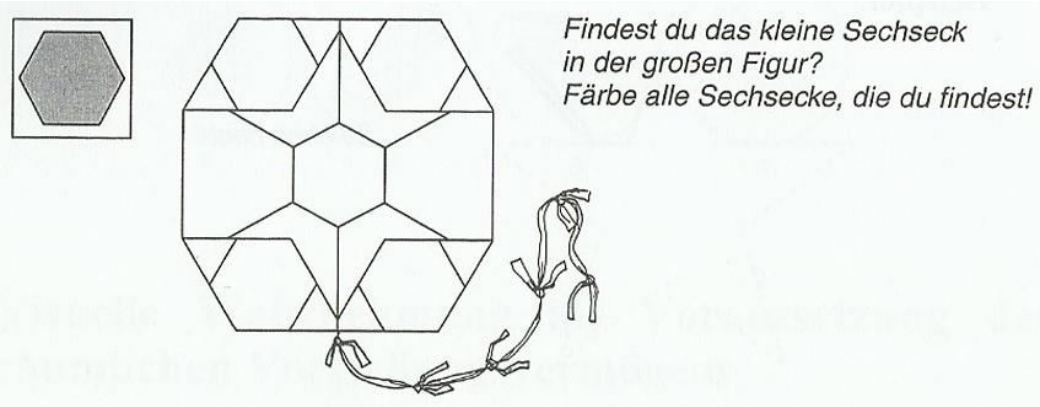


Abbildung 28: Aufgabe zur Wahrnehmungskonstanz

- Die **Wahrnehmung räumlicher Beziehungen** kennzeichnet die Fähigkeit, *„Beziehungen zwischen räumlichen Objekten zu erkennen und zu beschreiben."* (Franke 2000, S. 40) Diese Fähigkeit kommt zum Einsatz, wenn Kinder bei Aufgaben erkennen sollen, ob sich Linien schneiden, Figuren berühren oder überlappen, welches in der Abbildung 29 illustriert wird (vgl. Franke 2000, S. 40).

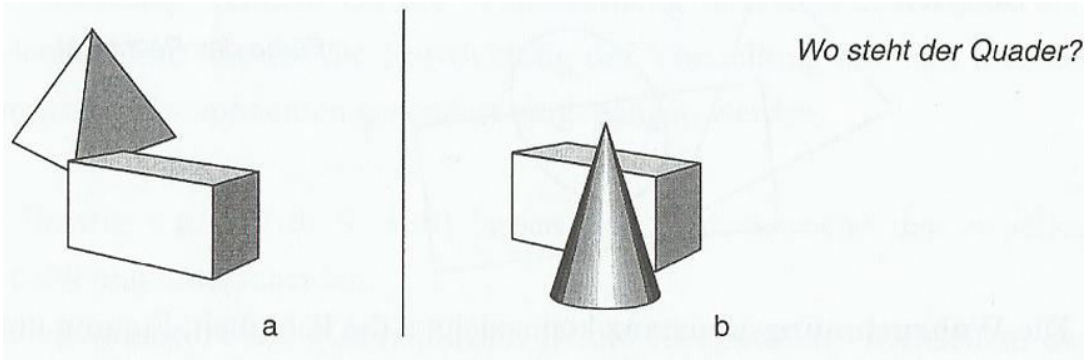


Abbildung 29: Aufgabe zur Wahrnehmung räumlicher Beziehungen

- Die **Wahrnehmung der Raumlage** *„wird erklärt als das Erkennen der Raum-Lage-Beziehung eines Gegenstandes zu dem Standpunkt der Person, die diesen Gegenstand wahrnimmt."* (Franke 2000, S. 40) Es besteht ein enger

Zusammenhang zwischen dieser Komponente und der Wahrnehmung räumlicher Beziehungen (vgl. Franke 2000, S. 40). Der Drei-Berge-Versuch von Piaget (siehe Unterkapitel 4.2.2.) sowie die Testaufgabe von de Lange (siehe Abb. 30) dienen als Beispiele für diese Fähigkeit.

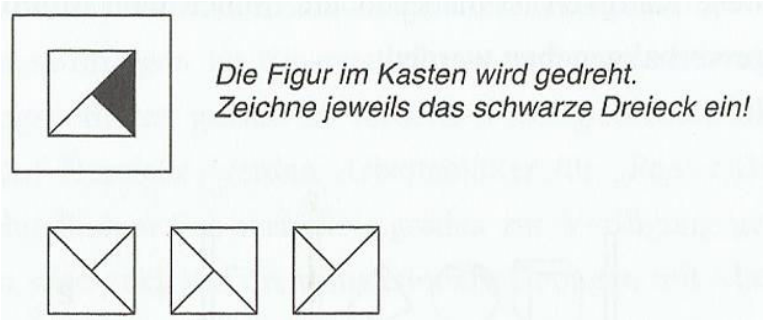


Abbildung 30: Aufgabe zur Wahrnehmung der Raumlage

Hoffer (1977) ergänzt das Modell um zwei zusätzliche Komponenten:

- Unter der **visuellen Unterscheidung** versteht man die Fähigkeit, *„Ähnlichkeit und Unterschiede zwischen Objekten zu erkennen.“* (Franke 2000, S. 41) Das Sortieren und Klassifizieren geometrischer Körper veranschaulicht diese Fertigkeit (vgl. Abb. 31). So ist beispielsweise eine in Alufolie verpackte Ware als auch ein Milchkarton ein Quader. Verpackungen mit dreieckiger oder sechseckiger Grundfläche ähneln zwar äußerlich einem Milchkarten, gehören jedoch zu anderen Körperformen. Wichtig ist es daher diese Merkmale zu erkennen und korrekt einzuordnen (vgl. Franke 2000, S. 41).

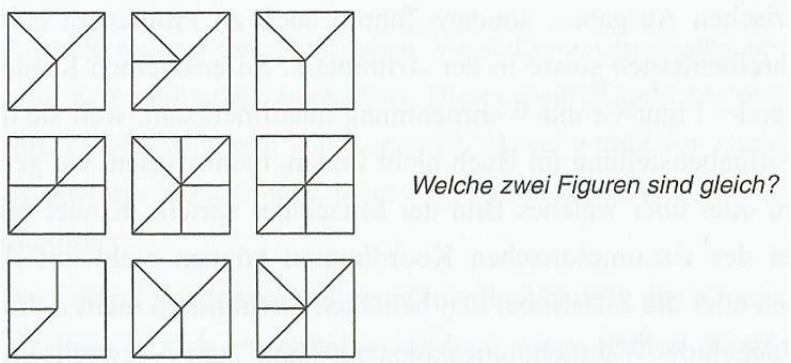


Abbildung 31: Aufgabe zur visuellen Unterscheidung

- Bei dem **visuellen Gedächtnis** wird die Fähigkeit beschrieben, *„charakteristische Merkmale eines nicht mehr präsenten Objektes vorstellungsmäßig auf andere präsente Objekte zu beziehen.“* (Franke 2000, S. 41). Diese Fertigkeit ist unter anderem dann maßgeblich, wenn die Aufgabe verbal gegeben wird, siehe dazu Abbildung 32 (vgl. Franke 2000, S. 42).

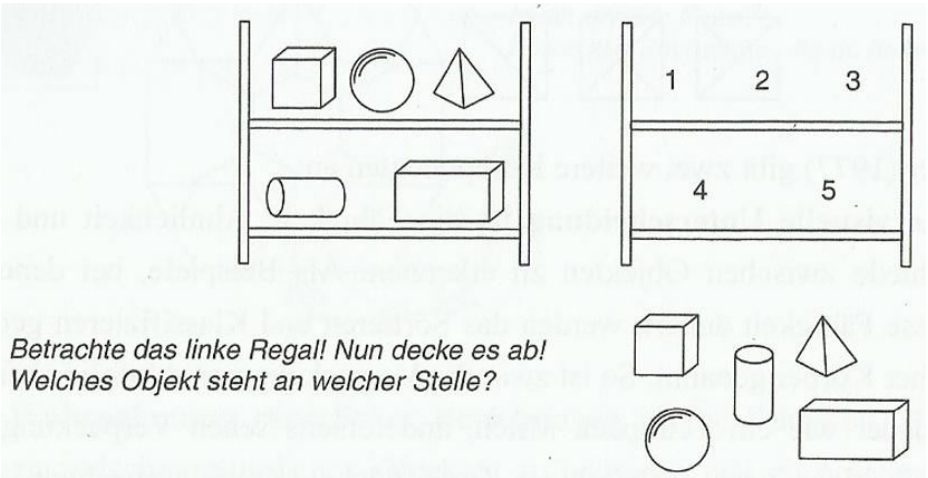


Abbildung 32: Aufgabe zum visuellen Gedächtnis

Schon im frühen Kindesalter zeigt sich, wie bedeutend die visuelle Wahrnehmung für die Entwicklung der Raumvorstellung ist (vgl. Franke 2000, S. 43). Visuelle Wahrnehmungen bilden eine zentrale Grundlage für das räumliche Vorstellungsvermögen und beeinflussen wiederum das individuelle Verhalten im Raum. *„Die Kenntnis der Vorgänge zur Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens aus psychologischer Sicht und das Erkennen von Defiziten bei einzelnen Schülern sind grundlegende Voraussetzungen für pädagogische und didaktische Interventionen.“* (Franke 2000, S. 43)

Die Einteilung visueller Wahrnehmungsaufgaben in fünf unterschiedliche Bereiche eignet sich gut, um unterschiedliche Ausprägungen der visuellen Wahrnehmung von Menschen differenziert erfassen zu können (vgl. Maresch 2021, S. 29). Grundsätzlich richtet sich die visuelle Wahrnehmung an Kinder im Alter von etwa 3 bis 12 Jahren. Jüngere Kinder unter drei Jahren werden im Hinblick auf ihre Fähigkeit zum räumlichen Denken vor allem von der Entwicklungspsychologie untersucht (siehe Unterkapitel 4.1. Stückrath 1955, Kapitel 4.2. Piaget & Inhelder 1975, Kapitel 4.3. van Hiele 1978) (vgl. Maresch 2021, S. 29). Jugendliche ab etwa 12 Jahren wurden hingegen in den letzten

70 Jahren häufig mit faktoranalytischen Methoden erforscht (siehe Kapitel 3.2. Thurstone 1950, Kapitel 3.3. Linn & Petersen 1985, Kapitel 3.4. Maier 199) (vgl. Maresch 2021, S. 29).

5. Relevanz von Raumvorstellung

> *„Das Raumvorstellungsvermögen – als ein wichtiger Aspekt der Intelligenz – hat heute mehr denn je an Bedeutung gewonnen: als Gegenstand der Forschung und als essentielle Kompetenz des Alltags.“* (Zöggeler & Maresch 2018, S. 29)

Selbst für die Orientierung in dieser geometrisch strukturierten Umwelt sind maßgebliche räumliche Fähigkeiten unverzichtbar (vgl. Oberhollenzer 2022, S. 6). Zur Verdeutlichung der Relevanz der Raumvorstellung werden in den folgenden Unterkapiteln konkrete Beispiele aus schulischen, beruflichen und privaten Kontexten dargestellt.

5.1. Relevanz im schulischen Bereich

In vielen Studien konnte ein Zusammenhang zwischen der räumlichen Fähigkeit und dem Lernen in den **MINT-Fächern** festgestellt werden (vgl. Maresch et al. 2023a, S. 3). Vor allem im Bereich **Mathematik** gibt es positive Korrelationen bei Vorschulkindern, im mittleren Kindesalter sowie im Jugend- und frühen Erwachsenenalter. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass Personen, die in räumlichen Aufgaben besser abschneiden, tendenziell bessere mathematische Leistungen erbringen (vgl. Maresch et al. 2023a, S. 3). Dies umfasst nicht nur die Geometrie, sondern auch verschiedene Teilbereiche der Mathematik wie die Arithmetik, Textaufgaben und frühe numerische Fähigkeiten.

Es konnte gezeigt werden, dass die Fähigkeit zur mentalen Transformation Kindern dabei helfen kann, eine numerische Repräsentation aufzubauen (vgl. Maresch et al. 2023a, S. 4). Dies ermöglicht Schüler*innen, den Zahlenstrahl besser zu verstehen. Darüber hinaus gewährt das Raumvorstellungsvermögen den Kindern im Bereich der Arithmetik die Kompetenz, die räumliche Anordnung von Symbolen in mathematischen Gleichungen zu entschlüsseln, etwa bei der Unterscheidung von 15 und 51 (vgl. Maresch et al. 2023a, S. 3). Außerdem erleichtert sie die Bildung mentaler

Repräsentationen mathematischer Aufgaben, wie zum Beispiel sich eine Situation einer Textaufgabe vorzustellen. Für die Schüler*innen gilt dies als entscheidender Schritt im Problemlöseprozess (vgl. Maresch et al. 2023a, S. 3). Ferner dient die mentale Zahlengerade als räumliche Struktur, die das Lösen von Rechenaufgaben unterstützt, unter anderem durch die Verortung des ersten Summanden und das Abzählen bis zum zweiten Summanden (vgl. Maresch et al. 2023a, S. 3). Zudem haben Schüler*innen mit guten räumlichen Fähigkeiten einen Vorteil bei grundlegenden mathematischen Tätigkeiten wie beim Umformen einfacher Terme (vgl. Maresch 2021, S. 26), das Verstehen des Stellenwertes in der Dezimaldarstellung oder beim Ordnen von ganzen und rationalen Zahlen (vgl. Zöggeler & Maresch 2018, S. 32). *„Thus, children with strong spatial skills may find it easier to understand and implement these skills.“* (Maresch et al. 2023a, S. 3).

Auch in der **Physik** hat man mit einer guten Raumvorstellung einen Vorteil in zahlreichen Sachverhalten, unter anderem der methodischen Darstellung physikalischer Prozesse durch Graphen, Diagramme und Modelle (vgl. Zöggeler & Strahl 2020, S. 602). Außerdem ermöglicht es auch das Erkennen von Bewegungen und Geschwindigkeiten sowie das Abschätzen von Größenordnungen (vgl. Zöggeler & Strahl 2020, S. 602). Dies ist beispielsweise bei Bewegungsaufgaben, bei der Beschreibung von Bewegungsgraphen oder der Vorstellung der räumlichen Anordnung der Atome in Molekülen hilfreich.

Nicht nur in der Mathematik und Physik, sondern auch im Allgemeinen erleichtert bzw. ermöglicht sogar das räumliche Vorstellungsvermögen das Lernen in unterschiedlichen Bereichen (vgl. Maresch 2021, S. 26). Im Folgenden werden die Schulfächer und exemplarisch jeweils ein Beispiel genannt, in denen laut Maier (1994) die Raumvorstellung benötigt wird:

- *„**Biologie**: Erfassen tierischer und pflanzlicher Zellen*
- ***Bildende Kunst**: Skizzieren und Darstellungen von Figuren aus unterschiedlichen Perspektiven*
- ***Chemie** und **Physik**: Vorstellungen zur Struktur von Kristallen sowie dem Aufbau von Molekülen*
- ***Deutsch**: Beschreiben von Gegenständen*
- ***Geografie**: Arbeiten mit Landkarten*
- ***Sport**: Werfen und Fangen von Bällen*

- ***Werken** bzw. **Technik**: Zeichnen von Plänen zur Herstellung von Werkstücken“* (zit. nach Oberhollenzer 2022, S. 7)

5.2. Relevanz im Beruf

Maier (1999a) führt an, dass *„die rasante Entwicklung der Technik und ihr Einsatz in allen Bereichen des gesellschaftlichen Lebens den Schwerpunkt beruflicher Arbeit immer mehr von körperlicher Arbeit hin zu geistigen Tätigkeiten verschieben.“* (S. 142) Aus diesem Grund wird ein immer besser entwickeltes Vorstellungsvermögen benötigt (vgl. Maier 1999a, S. 142). Denn eine gut ausgeprägte Fähigkeit zum räumlichen Denken ist eine *der* signifikanten Schlüsselqualifikation für ein erfolgreiches berufliches Wirken in den MINT-/STEM-Bereichen (vgl. Maresch 2021, S. 26). Studienergebnisse zeigen, dass ein Zusammenhang zwischen einem gut ausgebildeten Raumvorstellungsvermögen und erfolgreichen Karrieren im MINT-Bereich nachweisbar sind (vgl. Linzer-Sommer 2022, S. 1). Maresch (2021) erwähnt hierzu viele moderne Bereiche des beruflichen Umfelds, wie zum Beispiel

> *„beim passenden Platzieren von räumlichen Objekten zur Vorbereitung auf einen 3D-Druck, beim Steuern und Navigieren von Drohnen, beim Navigieren von fahrbaren Robotern in Kanälen, bei Operationen am Menschen via minimalinvasiver Eingriffe mithilfe von Minikameras und in der Zahntechnik, wo mit hochpräzisen Verfahren beginnend von 3D-Scans und CAD-gestützter Planung schließlich Implantate, Kronen und Zahnspangen geplant und realisiert werden.“* (S. 24)

Raumvorstellungsaufgaben sind nicht nur auf den schulischen Kontext beschränkt, sondern werden auch bei Assessments für Pilot*innen oder in Aufnahmetests für medizinisches Personal angewendet (vgl. Linzer-Sommer 2022, S. 1). Chirurg*innen benötigen ein hohes Maß an Raumvorstellungsvermögen, um präoperative Röntgen- und MRT-Bilder des Patienten beurteilen zu können und um sich Operationsfeld plastisch-räumlich vorstellen zu können, um die bevorstehende Operation zu planen (vgl. Winkler 2007, S. 43).

In folgenden beruflichen Bereichen wird ein gut ausgeprägtes räumliches Vorstellungsvermögen benötigt:

- **technische Berufe**: z.B. Ingenieur*in, Konstrukteur*in, Architekt*in, Modellbauer*in, Werkzeugdesigner*in
- **naturwissenschaftliche Berufe**: z.B. Botaniker*in, Chemiker*in, Physiker*in, Betriebspsycholog*in
- **künstlerische Berufe**: z.B. Cartoonist*in, Designer*in, Maler*in, Bildhauer*in
- **medizinische Berufe**: z.B. Neurolog*in, Urolog*in, Chirurg*in, Veterinärmediziner*in, Psychiater*in (vgl. Rost 1977, S. 83).

5.3. Relevanz im Alltag

Räumliches Denken ist fest im alltäglichen Handeln und in kognitiven Prozessen verankert (vgl. National Academies of Sciences, Engineering, & Medicine 2006, S. 50). Seine Bedeutung wird oft kaum bewusst wahrgenommen. Obwohl man sich seiner Rolle meist nicht bewusst ist, bildet es die Grundlage zahlreicher selbstverständlicher Tätigkeiten und trägt entscheidend zu deren Gelingen bei (vgl. National Academies of Sciences, Engineering, & Medicine 2006, S. 50). Das räumliche Denken ermöglicht es uns unter anderem, uns sicher in unserer Umgebung zu orientieren, Ziele anzusteuern, Wege zu planen, Entfernungen und Geschwindigkeiten abzuschätzen, die räumliche Anordnung von Objekten zu erkennen, Kühlschränke oder Kofferräume effizient zu packen und sperrige Gegenständige durch Treppenhäuser oder andere Räume zu transportieren (vgl. Maresch 2021, S. 23). Auch bei Aktivitäten des täglichen Lebens wie das Anziehen von Kleidung, Schuhbänder und Krawattenknoten binden, das eigene Kraftfahrzeug lenken, beim Einkaufen und Einordnen von Lebensmitteln, ist das Raumvorstellungsvermögen maßgeblich (vgl. Maier 1999a, S. 147). In der folgenden Passage werden einige Bereiche und Aktivitäten nach Maier (1994) aufgelistet:

- *„Anfertigen verschiedener Knoten*
- *Verwenden eines Kopiergerätes*
- *sportliche bzw. freizeitliche Aktivitäten: Wandern, Orientierungslauf, Drachenflug, Fahrradtouren*

- *Orientierung: Geben von Wegbeschreibungen, Lesen von Landkarten oder Stadtplänen*
- *Straßenverkehr: Lesen von Verkehrsschildern, Schätzen von Entfernungen und Abständen wie z. B. beim Einparken oder Überholen*
- *handwerkliche Tätigkeiten: Zusammenstellen von Möbelstücken und Geräten, Lesen von Konstruktionsplänen*
- *Innendesign eines Raumes unter Einbezug der vorgestellten räumlichen Beziehungen […]*
- *Spiele bzw. Spielzeuge: Baukästen, Bauklötze, Kugelbahnen, Soma-Würfel, Tangram, Ballspiele, Puzzle, Brettspiele […] Schach […]*
- *Computer- und Videospiele: Tetris, […] Simulationsspiele wie z. B. Flugsimulationen […], Minecraft […]"* (zit. nach Oberhollenzer 2022, S. 8f.).

5.4. Relevanz im Bereich des Orientierens und Navigierens

Das Raumvorstellungsvermögen stellt eine grundlegende Fähigkeit zur Bewältigung des Alltags dar, vor allem im Bereich des Orientierens (vgl. Zöggeler & Maresch 2018, S. 30). Die Orientierung ist

> *„[…] im unmittelbar nahen und im entfernteren Raum gefordert, sei es im Verständnis der Umwelt und in der Erfahrung der Zusammenhänge im Umkreis der Welt, sei es beim Zurechtfinden in fremder Umgebung und in der kontinuierlich (zeitlich und räumlich) komplexer werdenden Mobilität."* (Zöggeler & Maresch 2018, S. 30)

Damit Landkarten, Stadt- und Fahrpläne, Arbeitsanleitungen, Skizzen und Ähnliches gelesen und verstanden werden können, wird eine gute Raumvorstellung bzw. räumliches Denken benötigt (vgl. Zöggeler & Maresch 2018, S. 30). Die Navigation stellt eine besondere Form des räumlichen Denkens dar (vgl. Ishikawa & Newcombe 2021, S. 1). Sie setzt voraus, dass man sowohl den eigenen Standort (die aktuelle Position) als auch die Ausrichtung im Raum (die Blick- bzw. Bewegungsrichtung) im Verhältnis zur Umgebung erfassen kann. Mitunter gelingt es, ziemlich genaue mentale Repräsentationen der Umwelt, wie „Karten im Kopf" oder „kognitive Karten", zu entwickeln (vgl. Ishikawa & Newcombe 2021, S. 1). Jedoch haben Menschen meistens Probleme mit der Erstellung solcher kognitiven Karten. Dies ist vor allem im

sogenannten Umgebungsraum der Fall, wenn das Layout nicht aus einem einzigen Standpunkt überblickt werden kann (vgl. Ishikawa & Newcombe 2021, S. 1).

Entgegenwirkend muss die Position durch Bewegung verändert werden und die Informationen, die aus mehreren einzelnen Blickwinkeln bestehen, in einen gemeinsamen Bezugsrahmen integriert werden. Diese Anforderung benötigt eine zusätzliche kognitive Verarbeitung (vgl. Ishikawa & Newcombe 2021, S. 1). Daher können die räumliche Orientierung und Navigation für einige Personen eine Herausforderung sein, auch wenn sie stets Karten oder GPS-Systeme zur Verfügung hätten.

Auch im Allgemeinen beanspruchen Navigationsgeräte gewisse visuelle räumliche Fähigkeiten, selbst wenn sie im Fahrzeug als potenzielle Hilfe wahrgenommen werden, um den besten Weg von A nach B zu finden (vgl. Maresch 2021, S. 24).

> *„Es ist von der Benützerin/vom Benützer unter anderem mit einem zumeist kurzen Blick auf das Gerät zu erkennen, ob das Gerät die tatsächliche Position des Autos in der Umwelt korrekt anzeigt, welche Objekte der realen Umwelt die einzelnen grafischen Elemente am Bildschirm symbolisch darstellen und schließlich welche der realen Abbiegemöglichkeiten in der Umwelt der am Bildschirm angezeigten Fahrroute entspricht. Dieses Übersetzen der sich kontinuierlich bewegenden Symbole am Bildschirm des Navigationsgerätes ist ein kognitiv fordernder Prozess, der ein gut ausgeprägtes Vermögen zum räumlichen Denken voraussetzt.“* (Maresch 2021, S. 24)

Nicht selten gibt es Berichte über Unfälle, wo die angezeigten Routen am Navigationssystem zu Missinterpretationen führte und die nächste befahrbare Seitengasse mit einem Treppenabgang verwechselt wurde (vgl. Maresch 2021, S. 24). Ein Beispiel dafür liefert der Unfall am 17. Juni 2025 (siehe Abb. 33).

Abbildung 33: Beispiel für ein Unfall aufgrund Missinterpretation von Navigationsgeräten

6. Probleme der Raumvorstellung

Im folgenden Kapitel werden die Probleme der Schüler*innen im Bereich der Raumvorstellung analysiert und mögliche Ursachen sowie Förderansätze dargestellt. Dabei nimmt das Unterkapitel zu den Geschlechterunterschieden den größten Umfang ein, da es hierzu in der wissenschaftlichen Literatur zahlreiche Studien und Forschungsergebnisse gibt. Somit wird insbesondere für Lehrkräfte die Problemdarstellung der Schüler*innen sowie die damit verbundenen Herausforderungen im Unterricht vorgestellt, wodurch sie die Lerninhalte und Unterrichtsstile gezielt anpassen, verbessern und gezielt fördern können.

6.1. Geschlechtsunterschiede

6.1.1. Performanz

Bereits in mehreren Studien konnte festgestellt werden, dass vor allem bei Aufgaben zur mentalen Rotation deutliche Geschlechtsunterschiede zugunsten männlicher Personen gibt, unabhängig von der Kultur (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S 36). Im Bereich der räumlichen Visualisierung konnten jedoch keine signifikanten Unterschiede gefunden werden. Des Weiteren wurde gezeigt, dass mit dem Alter die

Unterschiede zwischen den Geschlechtern steigen (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S 36).

Anhand der Ergebnisse von 58 619 vollständig bearbeiteten Aufgabenblöcken der Plattform RaumIntelligenzForschung (RIF) von 2019 bis Mai 2023 konnten folgende Analyseergebnisse präsentiert werden: Jungen im Alter von 12 bis 17 Jahren zeigen leicht bessere Ergebnisse als Mädchen (vgl. Maresch et al. 2023b, S. 254). Im Altersbereich von 18 bis 27 Jahren konnten keine Leistungsunterschiede mehr festgestellt werden (siehe Abb. 34).

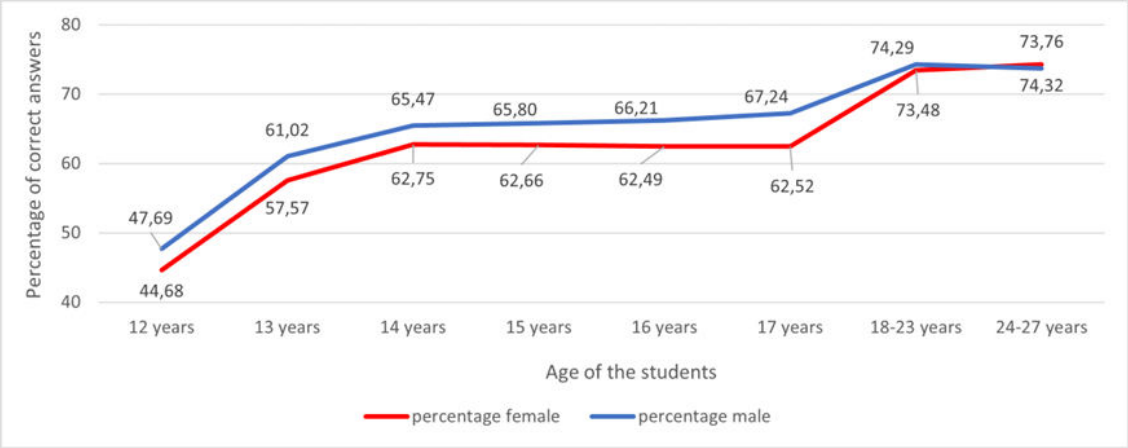


Abbildung 34: Altersabhängige Leistungsentwicklung

Im Bereich der mentalen Rotation schneiden Buben zwischen 12 und 27 Jahren im Durchschnitt um 6,24 % besser ab als Mädchen (vgl. Maresch et al. 2023b, S. 254). Genauer betrachtet, besteht ein Geschlechterunterschied bei 13- und 14-Jährigen von etwa 6 % und bei 15- bis 17-Jährigen von etwa 8 % (siehe Abb. 35). Ab 18 Jahren sind diese Differenzen sehr gering. Insgesamt zeigt sich, dass der größte Unterschied zwischen den Geschlechtern somit bei den 15- bis 17-Jährigen liegt, welche dann mit zunehmendem Alter deutlich abnimmt (vgl. Maresch et al. 2023b, S. 255 f.).

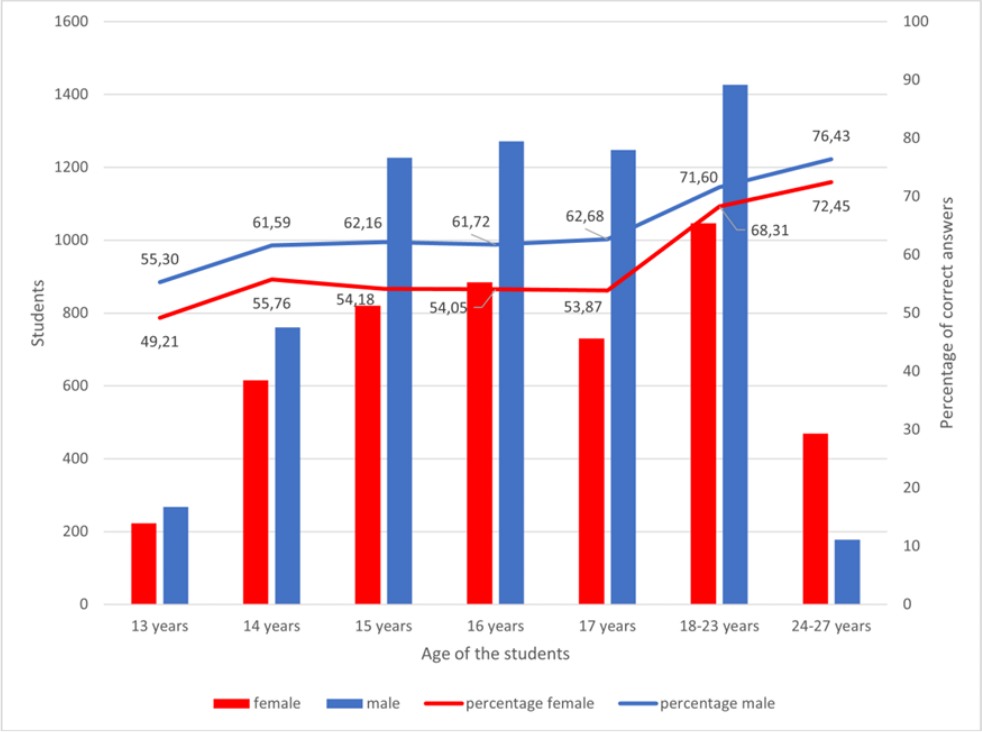


Abbildung 35: Geschlechtsunterschiede im Bereich der mentalen Rotation

Hingegen zeigen Mädchen und Buben in den Bereichen der räumlichen Visualisierung (SV) der räumlichen Relation (SR) und der räumlichen Orientierung (SO) vergleichbare Leistungen (vgl. Maresch et al. 2023b, S. 255). Hier beträgt der durchschnittliche Unterschied nur 1,23 % (siehe Abb. 36).

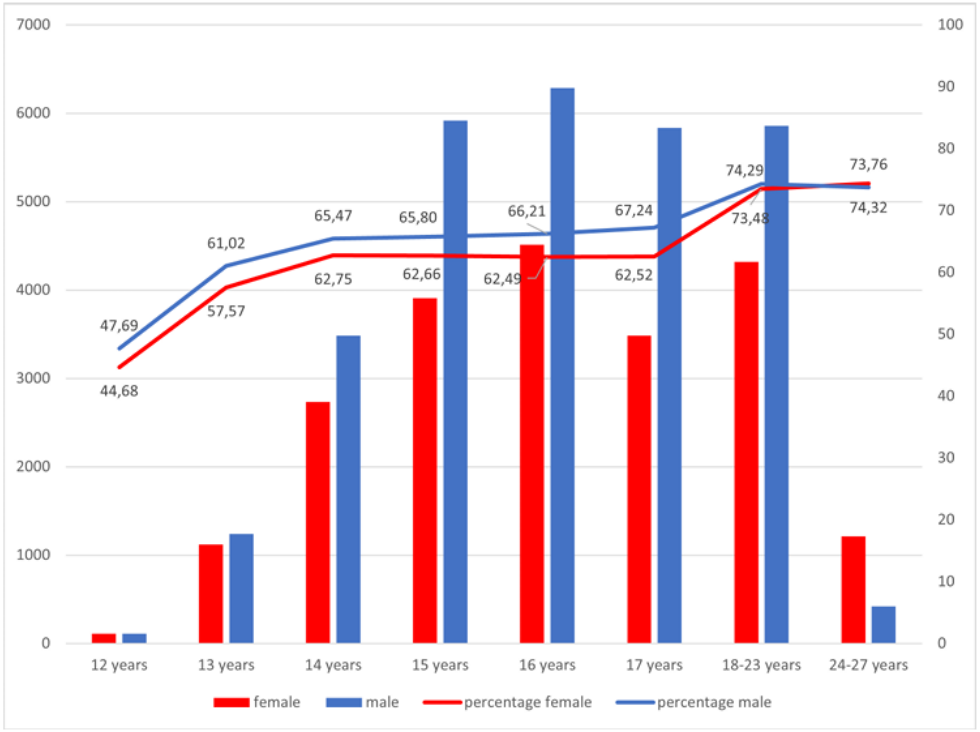


Abbildung 36: Geschlechtsunterschiede im Bereich der SV, SR und SO

Bei der Leistung in Aufgaben zum räumlichen Vorstellungsvermögen lassen sich Geschlechterunterschiede möglicherweise durch den **Einsatz unterschiedlicher Strategien beim Aufgabenlösen** erklären: nämlich durch holistische oder analytische Strategien (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10). Bei der **holistischen Strategie** werden visuelle Informationen als Gesamtes erfasst und manipuliert. Hingegen werden bei der **analytischen Strategie** einzelne Teile der visuellen Information nacheinander betrachtet oder verbale Beschreibungen verwendet, welches sich als weniger effizient und zeitaufwendiger erweist (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10).

Beim Lösen einer Aufgabe können mehrere Strategien gleichzeitig angewendet werden. Nichtsdestotrotz neigen Frauen meist dazu, analytische Strategien zu nutzen, während Männer häufiger holistische Strategien einsetzen, was ihre schnellere und genauere Leistung erklären könnte (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10).

Darüber hinaus konnte ermittelt werden, dass Mädchen tendenziell vorsichtiger antworten als Jungen und dadurch langsamer arbeiten (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10). Bei Tests mit einen **Zeitlimit** schneiden daher Männer durchschnittlich besser ab. Doch beim Wegfall der Zeitvariable oder bei ausreichender Bearbeitungszeit gibt es keine signifikanten Leistungsunterschiede zwischen den Geschlechtern (vgl. Palm 2011, S. 215; vgl. Zhu et al. 2023, S. 10). Dennoch muss erwähnt werden, dass das Entfernen des Zeitfaktors oder zu viel Bearbeitungszeit zu einer weniger genauen Messung räumlicher Fähigkeiten führen könnte, da dann vermehrt analytische Strategien verwendet werden (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10).

Die **Objektdarstellung** in Rotationstests zeigten auch eine signifikante Wirkung:

> *„Waren die Objekte, die gedanklich rotiert werden sollte, in Schwarz-Weiß gehalten, zeigten die Ergebnisse eine größere Geschlechterdifferenz als bei farbigen Objekten. Farbige Objekte verbesserten insgesamt die Leistungen von Personen, die in Bezug auf räumliches Denken ungeübter waren. Ein zusätzliches Fähigkeitstraining vor dem Test für diese ungeübten Personen, wozu vor allem Frauen gehörten, verbesserte die Ergebnisse in den Tests noch einmal erheblich“* (Palm 2011, S. 215).

Das **Üben mit Feedback** wurde ebenfalls als förderlich für die Leistung weiblicher Studierender im räumlichen Denken identifiziert: Sie profitieren stärker davon als

männliche Studierende, welches sich in größeren Fortschritten im räumlichen Vorstellungsvermögen äußerte (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10f.). Zusätzlich verbessert sich die Reaktionszeit nach dem Erhalt von Feedback, da dieses offenbar ihr Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten und Antworten stärkt. Somit kann das Üben mit Feedback als motivationale Strategie verstanden werden, die Leistungsunterschiede zwischen den Geschlechtern verringern kann, indem sie die räumlichen Leistungen von Mädchen verbessert (vgl. Zhu et al. 2023, S. 11).

6.1.2. Evolutionstheoretischer Ansatz

Frauen und Männer orientieren sich im Raum anders: Im Allgemeinen sind Frauen in Aufgaben zum Gedächtnis für Objektlokalisierung besser (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 36).

> *„Männer verlassen sich im Sinne einer mentalen Landkarte dabei eher auf räumliche Beziehungen von Orten zueinander (z.B. über das Beachten von Himmelsrichtungen, Entfernungen, geometrischen Strukturen etc.). Frauen verwenden hingegen eher sogenannte Landmarken (z.B. auffällige Häuser oder Bäume, Straßennamen […]).“* (Krinzinger & Günther 2013, S. 36)

Ein mögliches Erklärungsmodell für die unterschiedlichen Leistungen zwischen den Geschlechtern bei räumlichen Aufgaben sowie zu den unterschiedlichen Orientierungsstrategien im Raum liefert die **Theorie der sexuellen Selektion** (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 36): In der Steinzeit gab es eine Arbeitsteilung der Geschlechter in der Nahrungsbeschaffung, beispielsweise gingen Männer auf die Jagd und Frauen sammelten Beeren. Bei Partnern wurden die Eigenschaften bevorzugt, die Vorteile für diese Tätigkeiten brachten (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 36). Somit wären für die Jagd in Wäldern die räumliche Orientierung anhand von Entfernungen und Himmelsrichtungen vorteilhafter als die Orientierung anhand von Landmarken wie besonderen Bäumen, die eher für die Frauen bei der Beerensammlung vorteilhafter wären. Somit kann diese Vererbung von Eigenschaften auf einen biologischen Geschlechtsunterschied zurückgeführt werden (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 36).

Jedoch kann diese Theorie schwer überprüft werden (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 36). Bis dato legen die archäologischen Fundstücke eher nahe, dass Frauen und

Männer gemeinsam auf die Jagd gingen und gemeinsam pflanzliche Nahrung sammelten (vgl. Palm 2011, S. 223). Auch hier sind noch weitere Untersuchungen erforderlich, um diese Theorie zu verifizieren.

6.1.3. Biologischer Ansatz

Zahlreiche Autor*innen früherer Studien konnten Leistungsunterschiede bei räumlichen Aufgaben zwischen den Geschlechtern **ab der Pubertät** feststellen. Aus diesem Grund wurden in diesem Zusammenhang die **hormonellen Unterschiede** insbesondere während der Pubertät als Erklärungsansatz für die geschlechtsspezifischen Differenzen im räumlichen Vorstellungsvermögen herangezogen (vgl. Maresch, Lagoudaki & Segura Caballero 2023, S. 250f.).

Die Forschungsergebnisse widersprechen sich jedoch, und es gibt bis dato keine klaren Nachweise dafür, dass hormonelle Veränderungen während der Pubertät tatsächlich die Geschlechtsunterschiede verursachen (vgl. Maresch, Lagoudaki & Segura Caballero 2023, S. 251). Außerdem wurden bei Kindern dieselben Tests wie bei den Erwachsenen durchgeführt, welche zu schwer für sie waren (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 36f.). Dies liefert ebenfalls einen Grund, die Ergebnisse älterer Studien kritisch zu betrachten.

Hingegen konnte bei kindgerechten Tests aufgezeigt werden, dass es signifikante Unterschiede zwischen den Leistungen von Mädchen und Jungen bereits **vor der Pubertät** gibt (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 37). Schon ab 4 ½ Jahren konnten signifikante Leistungsunterschiede in *mentalen Rotationsaufgaben* beobachtet werden und mit Hilfe von Blickbewegungsmessungen sogar schon bei 3 und 5 Monate alten Babys festgestellt werden. Dabei konnten mehr Jungen als Mädchen ein rotiertes zweidimensionales Objekt als „bekannt“ erkennen und betrachteten es aus diesem Grund weniger lang als dessen Spiegelbild (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 37).

Nichtsdestotrotz gibt es klare Hinweise auf die **Relevanz von Geschlechtshormonen** im Allgemeinen: *„Sowohl die Östrogenschwankungen während des Zyklus von Frauen […] als auch Schwankungen des Testosteronlevels im Laufe der Jahreszeiten […] oder*

des Tages […] wirken sich auf die Geschwindigkeit bei mentalen Rotation aus.“ (Krinzinger & Günther 2013, S. 37)

Mehrere Studien konnten nachweisen, dass die Testergebnisse zu räumlichen Vorstellungsvermögen bei Frauen mit ihrem **Zyklus** schwanken: Sie erzielten gute Testergebnisse bei niedrigem und schlechtere Ergebnisse bei höherem Östrogenlevel (vgl. Palm 2011, S. 216). Somit kann festgehalten werden, dass die Zyklusphase in die Bedingungen eines Tests miteinbezogen werden sollte. Bei Männern hingegen führt ein niedriger Testosterongehalt zu guten Testergebnissen und bei Frauen ein vergleichsweise höherer Testosterongehalt (vgl. Palm 2011, S. 216).

Studienergebnisse konnten zeigen, dass bei alten Männern oder Transsexuellen eine Testosterongabe deren räumliche Fähigkeiten verbesserte (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 37). Diese Studien machen deutlich, dass für die Untersuchung des Hormoneinflusses auf die Leistung die **geschlechtsspezifische relative Hormonkonzentration** von Bedeutung ist als die absolute (vgl. Palm 2011, S. 216).

Trotz allem muss die Alltagsrelevanz dieser geschlechtsspezifischen Tests zu räumlichen Vorstellungsvermögen hinterfragt werden:

> *„Geschlechtsunterschiede in der kognitiven Leistung beziehen sich immer nur auf die durchschnittliche Leistung oder auf die Extrembereiche in einer Leistungsverteilung der Geschlechtergruppen. Voraussagen über die kognitive Kompetenz eines Individuums allein auf der Basis des Geschlechts sind nicht möglich. Dass eine Geschlechtergruppe für bestimmte Berufe generell besser oder weniger gut geeignet ist, lässt sich aus den Forschungsergebnissen ebenso wenig ableiten." (Hausmann 2009, S. 121, zit. nach Palm 2011, S. 216)*

Trotz der biologischen Ursachen für Geschlechtsunterschiede in räumlichen Fähigkeiten können diese durch Erfahrung und Trainierbarkeit beeinflusst werden (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 37). Es konnte gezeigt werden, dass Erwachsene beim Üben einer räumlichen Aufgabe (mentale Rotation) diese auf die Fähigkeit einer anderen räumlichen Aufgabe (mentaler Papier-Falt-Test) transferieren können und umgekehrt. Des Weiteren konnte bei Kindern im Alter von 6 Jahren nachgewiesen werden, dass Geschlechtsunterschiede in räumlichen Aufgaben verschwanden, als verschiedene Repräsentationsformen und Transformationsmöglichkeiten von Figuren vermittelt wurden (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 37).

Nichtsdestotrotz muss erwähnt werden, dass in der Erforschung der Ursachen für Leistungsunterschiede im Raumvorstellungsvermögen keine strikte Trennung von biologischen Faktoren und kulturellen Faktoren bzw. Erfahrung vorgenommen werden kann (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 36). Es handelt sich vielmehr um eine Wechselwirkung von diesen beiden Faktoren. Laut dem psychobiosozialen Modell nach Halpern (1997) können die Biologie und Umwelt beide als Ursache eines Lernprozesses gesehen werden und sind voneinander untrennbar (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 37).

6.1.4. Stereotypen – Selbstkonzept

Bis heute ist der Ursprung der Geschlechterunterschiede im räumlichen Vorstellungsvermögen nicht eindeutig geklärt. Laut einer aktuellen Metaanalyse können trotz jahrzehntelanger Forschung keine biologischen Ursachen gefunden werden, die diese Unterschiede hinreichend erklärt (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10). Stattdessen könnten Geschlechterrollen, soziale Normen und Stereotype eine entscheidende Rolle bei der Entstehung dieser Unterschiede spielen.

Viele informelle räumliche Aktivitäten, wie etwa Fußball oder Konstruktionsspiele, werden typischerweise als eher für Jungen besser geeignet angesehen (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10).

> *„So betonen einige Studien, dass Jungen und Mädchen durch geschlechtsspezifisches Spielzeug schon früh in Bezug auf räumliches Vorstellungsvermögen gefördert bzw. gehemmt werden. Während Jungen häufig mit Baukästen und vielfältigem technischem Gerät aufwüchsen, die ihr räumliches Vorstellungsvermögen außerordentlich gut trainierten, seien Puppen zu dieser Förderung gänzlich ungeeignet und ließen Mädchen, denen sie rollenstereotyp zugedacht werden, in Bezug auf dieses Vermögen untrainiert“* (Palm 2011, S. 223).

In einer Studie konnte festgestellt werden, dass Frauen mit großer Erfahrung im Bereich von Tätigkeiten, die räumliches Vorstellungsvermögen verlangten, besser in Rotationstests abschnitten als Frauen, die nur geringe diesbezügliche Erfahrung aufwiesen (vgl. Palm 2011, S. 223f.). Des Weiteren konnte aufgezeigt werden, dass Eltern gegenüber Jungen tendenziell häufiger räumliche Sprache verwenden als

gegenüber Mädchen (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10). Aus diesem Grund kann größere frühkindliche Erfahrung mit räumlich komplexen Aktivitäten bei männlichen Schülern einen Vorteil gegenüber weiblichen Schülern bei räumlichen Aufgaben verschaffen.

Dementsprechend sollten Mädchen und Jungen gleichermaßen dazu ermutigt werden, mit räumlich orientierten Spielzeugen (z.B. Bauklötze, Lego, Tangrams, Puzzles) zu spielen und räumliche Aktivitäten wie Sport auszuführen (vgl. Zhu et al. 2023, S. 11, vgl. Hirsch & Maresch 2015, S. 47f.), denn diese legen den Grundstein für die Entwicklung räumlicher Fähigkeiten. Außerdem können geschlechtsspezifische Spielmaterialien wie Basteln, Nähen und Textildesign, die als feminin gelten, ebenfalls eingesetzt werden, da sie auch eine Vielzahl räumlicher Fähigkeiten erfordern (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10). Auch in der Schule wird die Beschäftigung mit haptischen Materialien im Unterricht empfohlen (vgl. Hirsch & Maresch 2015, S. 48). Diese sind *„in einem hohen Maße förderlich für die Entwicklung und Steigerung des Raumvorstellungsvermögens“* (Hirsch & Maresch 2015, S. 48). Vor allem im Mathematik- und Geometrieunterricht sowie in Geografie, Werken, Bildnerische Erziehung und Informatik sollten diese Materialien eingesetzt werden (vgl. Hirsch & Maresch 2015, S. 48).

Weiters ist in der Gesellschaft der Glaube verbreitet, dass Buben besser und fähiger in räumlich komplexen Aktivitäten sind als Mädchen (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10). Solche Überzeugungen können das Selbstkonzept von Mädchen negativ beeinflussen, welches möglicherweise auch ihre Entwicklung räumlicher Fähigkeiten einschränken kann. Infolgedessen sollten gezielte räumliche Fördermaßnahmen, die das räumliche Vorstellungsvermögen und das Selbstvertrauen von Mädchen wirksam unterstützen, eingeführt werden (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10). Bei diesen räumlichen Fördermaßnahmen sollten auch psychologische Faktoren, wie Überzeugungen, Selbstkonzept und Selbstwirksamkeit berücksichtigt werden, da sie einen entscheidenden Einfluss auf die Leistung der Schüler*innen haben (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10).

6.2. Soziale und kulturelle Unterschiede

Neben der Geschlechterkluft stellt der niedrige sozioökonomische Status (SÖS) der Schüler*innen eine Benachteiligung im MINT-Bereich dar (vgl. Zhu et al. 2023, S. 11). Ebenfalls davon betroffen sind die ethnischen Minderheiten und andere marginalisierte Gruppen. Unterrepräsentation kann talentierte Personen, die für Karrieren im MINT-Bereich infrage kommen, einschränken (vgl. Zhu et al. 2023, S. 11). Außerdem kann es das Selbstwirksamkeitserleben marginalisierter Gruppen im MINT-Lernen negativ beeinflussen, weshalb sie anfällig dazu sind, MINT-Programme abzubrechen. Schüler*innen, die unter mehr als einem sozialen Nachteil leiden, etwa aus einer ethnischen Minderheit stammen und gleichzeitig einen niedrigeren sozioökonomischen Hintergrund haben, sind größeren Herausforderungen ausgesetzt, als jene, die nur einem oder keinem sozialen Nachteil ausgesetzt sind (vgl. Zhu et al. 2023, S. 11). Sie haben Schwierigkeiten dabei, ein Interesse an MINT zu entwickeln, Selbstwirksamkeit im MINT-Lernen aufzubauen sowie in MINT-Fächer einzutreten und dort zu bestehen (vgl. Zhu et al. 2023, S. 11).

Etliche Studien konnten die Diskrepanzen in den Leistungen bei räumlichen Aufgaben zwischen den hohen/mittleren und den niedrigen SÖS-Gruppen zeigen (vgl. Zhu et al. 2023, S. 11). Levine et al. (2005) haben festgestellt, dass sowohl bei der Mental-Rotation-Aufgabe als auch bei der Luftkarten-Aufgabe Schüler*innen aus hohen und mittleren SÖS-Gruppen besser abschnitten als jene aus den niedrigen SÖS-Gruppen (vgl. Zhu et al. 2023, S. 11).

Eine andere Studie konnte nachweisen, dass Kinder aus einkommensschwachen Gemeinden schlechtere Leistungen im räumlichen Denken erzielten als Kinder aus wohlhabenderen Gemeinden (vgl. Zhu et al. 2023, S. 11). Dies lässt sich auf verschiedene Faktoren zurückführen, wie der fehlende Zugang zu räumlich herausforderndem Spielzeug oder Spielen, eine geringe Qualität des räumlichen Spiels sowie begrenzte Lerngelegenheiten und Umweltstimuli, die räumliche Praktiken in ihrem unmittelbaren Umfeld fördern (vgl. Zhu et al. 2023, S. 11).

6.3. Probleme in anderen Schulfächern

> *„Im Detail zeigt sich, dass Geschlechtsunterschiede zu Gunsten von Jungen vor allem im Bereich der Geometrie und des (höheren) mathematischen Problemlösens bestehen […], wobei vor allem letzteres meistens erst ab der Pubertät zu finden sind […].“* (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 37)

Mit Hilfe geeigneter Testverfahren können bereits im Grundschulalter und auch schon im Vorschulalter Leistungsvorteile für Jungen in **mathematischen/numerischen Aufgaben** identifiziert werden (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 37). Anhand der Abbildung 37 werden die möglichen Ursachen für die besseren Leistungen von Jungen nach der Pubertät in Textaufgaben (mathematischen Problemlösen) und Geometrie sowie in den ersten Grundschuljahren im Verständnis mehrstelliger Zahlenverarbeitung schematisch illustriert und näher erläutert.

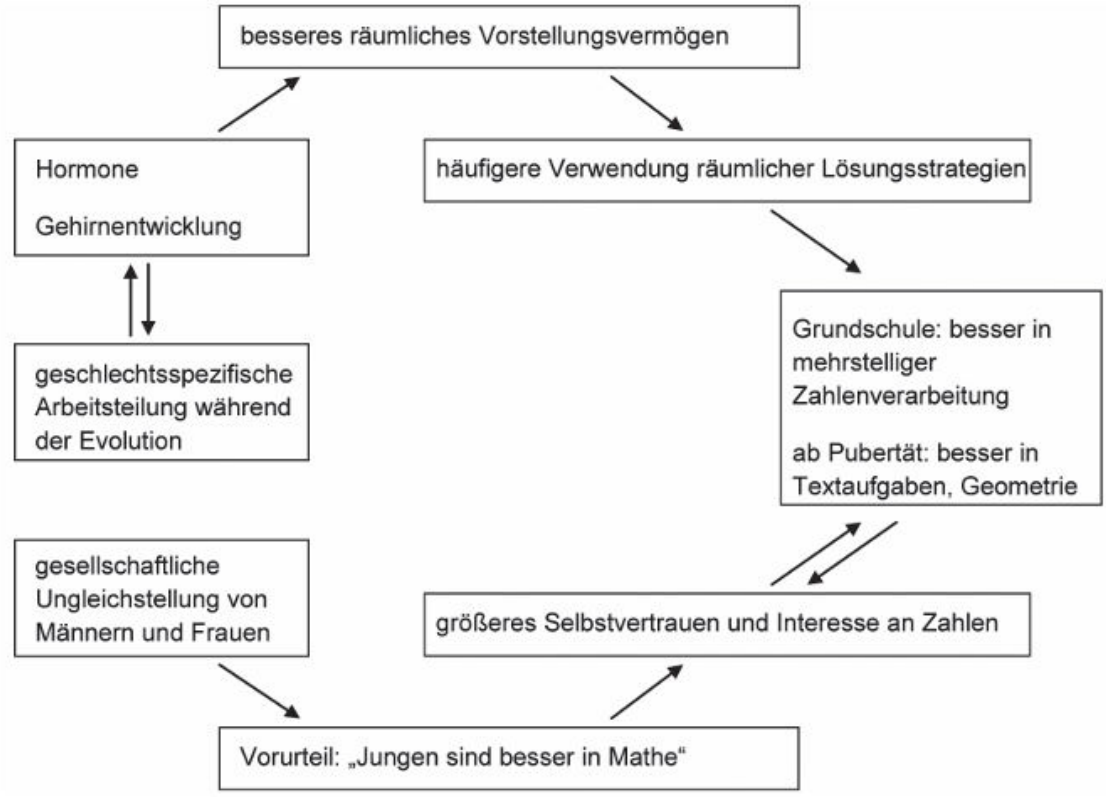


Abbildung 37: Mögliche Einflussfaktoren auf die besseren Leistungen von Jungen in Mathematik

Als Erklärungsansatz für die Leistungsunterschiede in Mathematik werden die Geschlechtsunterschiede in räumlichen Fähigkeiten herangezogen (vgl. Krinzinger &

Günther 2013, S. 38). Bereits im Vorschulalter sind Jungen in manchen räumlichen und mathematischen Aufgaben besser als Mädchen: Jungen ab 7 Jahren sind aufgrund ihrer räumlichen Fähigkeiten besser im Kopfrechnen und im Lösen arithmetischer Probleme (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 38). Bei 13-jährigen männlichen Schülern in den USA konnte festgestellt werden, dass sie durch bessere mentale Rotationsfähigkeit und höherem Selbstvertrauen bezüglich Mathematik besser waren als die weiblichen Schüler (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 38). Des Weiteren weisen Kinder mit visuell-räumlichen Schwierigkeiten schlechtere Größenrepräsentationen von Zahlen auf (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 39).

> *„Sogar bei Studenten mit akademischen Schwierigkeiten konnte gezeigt werden, dass sowohl Rechenfertigkeit als auch mathematisches schlussfolgerndes Denken von räumlichen und verbal-semantischen, jedoch nicht von exekutiv-prozeduralen Fähigkeiten beeinflusst wurden“* (Krinzinger & Günther 2013, S. 39).

Diese Ergebnisse zahlreicher Studien mit unterschiedlichen Altersgruppen zeigen klar, dass ein Zusammenhang zwischen den Geschlechtsunterschieden in räumlichen Fähigkeiten, vor allem der mentalen Rotation, und in mathematischen Leistungen vorhanden ist (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 39).

> *„Welche räumlichen Fähigkeiten im Detail für welche numerischen Fähigkeiten von Bedeutung sind, ist jedoch noch ungeklärt. Dies bedeutet außerdem nicht, dass es keine weiteren Einflussfaktoren gibt. Die möglichen Ursachen für diesen Zusammenhang werden besser verständlich, wenn man die Geschlechtsunterschiede im mathematischen Bereich genauer betrachtet.“* (Krinzinger & Günther 2013, S. 39)

Darüber hinaus gibt es im Jugendalter Leistungsunterschiede im Bereich komplexer **Textaufgaben** zu Gunsten der Jungen. Forschungen ergaben, dass Jungen für das Lösen von Textaufgaben häufiger räumliche Strategien wie räumliches Visualisieren verwenden, Mädchen hingegen häufiger verbale bzw. algorithmische Strategien (wobei räumliche Strategien hier effektiver sind) verwenden (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 39). Mädchen zeigten hingegen beim expliziten Training räumlicher Repräsentationen mathematischer Zusammenhänge stärkere Leistungszuwächse in Textaufgaben als Jungen (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 39).

Auch für die **mehrstellige Zahlenverarbeitung** sind räumliche Strategien effektiver. Es konnte nachgewiesen werden, dass bei Erst- und Zweitklässern eine höhere visuell-räumliche Arbeitsgedächtniskapazität bzw. bessere generelle räumliche Fähigkeiten zu besseren Leistungen in der mehrstelligen Zahlenverarbeitung verhilft (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 39).

> *„Diese Ergebnisse sind vor allem deshalb von besonderer Relevanz, da ebenfalls gezeigt werden konnte, dass ein besseres bzw. früheres Verständnis mehrstelliger Zahlen ein starker Prädiktor für bessere Rechenleistungen im zweistelligen Zahlenraum sowie für eine genauere Größenrepräsentation von Zahlen war“* (Krinzinger & Günther 2013, S. 39).

Des Weiteren kann festgehalten werden, dass Mädchen tendenziell öfter von einer spezifischen Rechenstörung (Dyskalkulie) betroffen sind, als Jungen (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 43). Bei Jungen kann hingegen mindestens so häufig wie bei Mädchen Rechenprobleme in Kombination mit anderen kognitiven Störungen nachgewiesen werden (vgl. Krinzinger & Günther 2013, S. 43).

Allgemein hängt die räumliche Fähigkeit mit dem Erfolg im **Mathematikunterricht** zusammen (vgl. Shawky et al. 2021, S. 183). *„Spatial ability has always been a good predictor for a math learning disability, where students with low spatial ability perform less well on mathematical tasks than their higher spatial ability peers“* (Shawky et al. 2021, S. 183). Es kann anhand der räumlichen Fähigkeit einer Person die Leistung in Mathematik sowie das spätere Fachwissen in den Bereichen Wissenschaft, Technologie und Ingenieurwesen vorhergesagt werden (vgl. Shawky et al. 2021, S. 183). Laut einigen Studien wird die räumliche Fähigkeit nicht nur als ein begleitendes Defizitmerkmal einer Mathematiklernbehinderung angesehen, sondern auch als mögliche Ursache dessen (vgl. Shawky et al. 2021, S. 183f.).

Shawky und weiter Forscher*innen (2021) konnten feststellen, dass eine Mathematiklernbehinderung und die Mathematikleistung stark mit der Fähigkeit zur **mentalen Rotation** zusammenhängen (vgl. S. 193). *„[…] students with math difficulties must have spatial ability (mental rotation) deficits“* (Shawky et al. 2021, S. 193).

Auch die Fähigkeit zur **räumlichen Visualisierung** wird als besonders wichtig für den Mathematikunterricht, vor allem für die Geometrie und das Lösen komplexer Textaufgaben, angesehen (vgl. Shawky et al. 2021, S. 193f.). Aus diesem Grund kann

sie ebenfalls als Ursache für schwache Mathematikleistungen von Schüler*inne mit Mathematiklernbehinderung betrachtet werden. *„On the other side, spatial visualization has been considered to be a very important factor for success in the science, technology, engineering and mathematics domain“* (Shawky et al. 2021, S. 194).

Des Weiteren konnte gezeigt werden, dass sich eine schwache Leistung im Bereich der **räumlichen Orientierung** negativ auf die mathematische Leistung, frühe Lesefähigkeiten sowie auf bestimmte Aspekte der Mathematik, Geometrie, Chemie und Anatomie auswirkt (vgl. Shawky et al. 2021, S. 194). *„[…] spatial orientation is one of the key capacities, which must be mature if a child wants to learn to read and write easily.“* (Shawky et al. 2021, S. 194)

Durch gezieltes Training können räumliche Fähigkeiten jedoch verbessert werden. Somit können die negativen Auswirkungen räumlicher Defizite bei Schüler*innen mit Mathematiklernbehinderung abgemildert werden (vgl. Shawky et al. 2021, S. 194).

6.4. Lerntypen

> *„Each student has their way of solving geometry problems. Students apply the method they prefer the most, and it is considered the most effective way to solve geometry problems. This method is called a learning style.“* (Fadhilah & Masduki 2023, S. 1)

Der Lernstil von Schüler*innen ist einer der Faktoren, die ihre räumliche Denkfähigkeit beeinflusst (vgl. Fadhilah & Masduki 2023, S. 2). Es werden drei Haupttypen von Lernstilen unterschieden: der visuelle, der auditive und der kinästhetische Lernstil. Beim **visuellen Lernstil** ist das Sehen das wichtigste Mittel zu Informationsaufnahme. Beim **auditiven Lernstil** steht das Hören im Vordergrund. Der **kinästhetische Lernstil** beschreibt eine Lernweise, bei der Bewegung, Berührung, Handeln oder praktisches Ausprobieren dominieren (vgl. Fadhilah & Masduki 2023, S. 2).

Je nachdem, welchen Lernstil man hat, beherrscht man spezifische Bereiche der räumlichen Fähigkeit besser oder weniger gut. Forschungen konnten nachweisen, dass Schüler*innen mit visuellem Lernstil die Indikatoren *räumliche Wahrnehmung*, *mentale Rotation* und *räumliche Orientierung* gut beherrschen (vgl. Fadhilah & Masduki 2023, S. 2). Hingegen sind Schüler*innen mit auditivem Lernstil vor allem im

Bereich der *räumlichen Orientierung* stark und Schüler*innen mit kinästhetischem Lernstil in den Bereichen *räumliche Wahrnehmung*, *räumliche Visualisierung* und *räumliche Orientierung* (vgl. Fadhilah & Masduki 2023, S. 2).

Auch in der Studie von Fadhilah und Masduki (2023) konnte dies nachgewiesen werden. In der folgenden Tabelle 5 werden die Ergebnisse ihrer Forschung zusammengefasst.

Indicators	S1	S2	S3
Spatial Visualization Able to visualize an object, correctly name elements of the actual form, change spatial forms into other visual forms, and determine the actual size of the object's visual stimulus	✓	✓	×
Mental Rotation Able to rotate 3-dimensional objects and place elements that are experiencing rotation correctly	✓	×	×
Spatial Orientation Able to understand the position of an object viewed from a certain point of view	✓	×	✓

*Tabelle 5: Vergleich der Indikatoren der räumlichen Denkfähigkeit bei Schüler*innen mit visuellem (S1), auditivem (S2) und kinästhetischem (S3) Lernstil*

Es konnte festgestellt werden, dass Schüler*innen mit visuellem Lernstil vor allem über eine ausgeprägte räumliche Visualisierung und mentale Rotationsfähigkeit verfügen (vgl. Fadhilah & Masduki 2023, S. 7). Diese Personen können Positionen von Objekten bestimmen, die tatsächliche geometrische Figur aus einer bestimmten Perspektive korrekt darstellen, die Größe eines visuellen Stimulus einschätzen sowie geometrische Modelle auf einer Ebene konstruieren und darstellen. Im Gegensatz dazu waren die Schüler*innen mit auditivem und kinästhetischem Lernstil nicht in der Lage, die Rotationsaufgabe korrekt auszuführen (vgl. Fadhilah & Masduki 2023, S. 7).

Weiters gelingt es Schüler*innen mit visuellem und kinästhetischem Lernstil, die Position geometrischer Objekte aus einer bestimmten Perspektive zu verstehen und die Entfernung zwischen zwei Flächen richtig zu berechnen. Zur Lösung dieser Aufgaben verwendeten sie den Faktor der räumlichen Orientierung. Hingegen nutzten auditive Lerntypen bei diesen Aufgaben nicht die räumliche Orientierung.

Zusammengefasst kann festgehalten werden, dass

> *„[…] student with visual learning style was able to master the three indicators of spatial reasoning, namely spatial visualization, mental rotation, and spatial orientation. The student with auditory learning style was only able to master one indicator of spatial reasoning, namely spatial*

visualization. The student with kinesthetic learning style was only able to master one indicator of spatial reasoning, namely spatial orientation.“ (Fadhilah & Masduki 2023, S. 7)

Lehrkräften wird empfohlen, mit diesem Wissen dementsprechend geeignete Unterrichtsmethoden zu entwickeln, um die räumliche Denkfähigkeit der Schüler*innen gezielt zu verbessern (vgl. Fadhilah & Masduki 2023, S. 7). Zudem sollte die räumliche Denkfähigkeit von Schüler*innen auf allen Bildungsstufen gefördert werden.

6.5. Visuelle Wahrnehmungsstörung

Es werden zwei Routen der visuellen Wahrnehmung unterschieden, die jeweils für die Funktion gewisser Areale des Gehirns zuständig sind: die dorsale und die ventrale Route (vgl. Weber et al. 2018, S. 438). Die **dorsale Route** ist für die Analyse von visuell-räumlichen Informationen wie Bewegung, Tiefe und räumliche Lokalisation zuständig. Die **ventrale Route** hingegen analysiert visuelle Merkmale von Objekten und Mustern wie Formen, Farben sowie Gesichtern und ist für die komplexe räumlich-topographischen Szenen verantwortlich (vgl. Weber et al. 2018, S. 438). Zwischen dem Alter von 3 bis 6 Jahren entwickeln sich die räumlich-kognitiven und räumlich-konstruktiven Fähigkeiten sprunghaft und steigen an. Im Gegensatz dazu erreicht die räumliche Wahrnehmung in Bezug auf die Differenzierung von Längen, Winkeln und Größen bereits vor Schuleintritt ein Plateau (vgl. Weber et al. 2018, S. 438).

„Störungen der visuellen Wahrnehmung und Verarbeitung können gravierende Auswirkungen auf die kognitive Entwicklung (Gedächtnis, Aufmerksamkeit, exekutive Funktionen) und die Entwicklung akademischer Fertigkeiten (Lesen, Schreiben, Rechnen) haben und sekundäre sozial-emotionale Probleme bedingen“ (Weber et al. 2018, S. 438)

Im Unterkapitel 6.4 wurden die unterschiedlichen Bereiche der visuellen Wahrnehmung näher erläutert. **Defizite** in einem oder mehreren dieser Bereiche zeigen sich bei geometrischen Aufgaben und in der Arithmetik (vgl. Franke 2000, S. 42). Sie können aber auch zu Problemen beim Lesen- und Schreibenlernen führen. Beispielsweise kann eine unzureichende Figur-Grund-Wahrnehmung dazu führen, die betreffende Aufgabenstellung im Buch nicht zu finden, nicht zu wissen, wo gerade gelesen wird oder über welches Bild gesprochen wird (vgl. Franke 2000, S. 42). Des

Weiteren können Kinder mit Problemen bei der visuomotorischen Koordination nicht auf Zeilen schreiben oder die Ziffern bei den beliebten Suchbildern nicht richtig verbinden. Eine mangelnde Wahrnehmungskonstanz kann beispielsweise zum Verwechseln von den Kleinbuchstaben *b* und *d* führen (vgl. Franke 2000, S. 42). Außerdem können Kinder bei Problemen mit der Raumlage zum Beispiel die Ziffer *3* mit dem griechischen Buchstaben *ε* verwechseln.

Für die **Behandlung** visueller Wahrnehmungsstörungen werden neben therapeutischen und pädagogischen Ansätzen auch eine angemessene Gestaltung des Umfelds benötigt (vgl. Weber et al. 2018, S. 440). Diese sollte von *„pädiatrisch und thematisch spezialisierten Neuropsychologen, Ergotherapeuten oder auch von speziell ausgebildeten Heil- oder Sonderpädagogen durchgeführt werden.“* (Weber et al. 2018, S. 440). Bei Kindern im Alter von 11 bis 17 Jahren konnte nachgewiesen werden, dass ein systematisches Computertraining unter Einsatz metakognitiver Strategien die visuell-räumlichen Fähigkeiten verbesserte (vgl. Weber et al. 2018, S. 441).

Folgende **therapeutische Ansätze** müssen für die Förderung der visuellen Wahrnehmung gegeben sein:

- *„direktes Lernen von Fertigkeiten und Verhalten,*
- *Zugang zu (schulisch) ‚unterstützendem Material‘ gewährleistet z.B. starke Vergrößerungen und hohe Kontraste von Arbeitsblättern,*
- *Behandlungsansätze, die angepasst sind an die individuellen Leistungen des Kindes und durch eine erfolgreiche Bewältigung der Aufgaben das Selbstvertrauen stärken,*
- *Veränderungen im Umfeld des Kindes, damit dieses möglichst selbstständig handeln kann.“* (Weber et al. 2018, S. 441)

Um **sonderpädagogische Förderungen** zu erhalten, muss eine Stellungnahme beim zuständigen Schulamt eingereicht werden, das den Förderbedarf im Förderschwerpunkt „Sehen“ anerkennt (vgl. Weber et al. 2018, S. 441).

> *„Die sonderpädagogischen Maßnahmen umfassen u.a. Anpassung der Lernbedingungen, Auswahl und Anpassung von geeigneten Fördermaterialien, Hilfsmittelanpassungen, Erlernen von Techniken der Orientierung im Raum und lebenspraktischer Fähigkeiten, Formulierung des individuell ausgerichteten Nachteilausgleichs.“* (Weber et al. 2018, S. 441)

Des Weiteren sollten für diese Personen eine differenzierte Gestaltung des Umfelds und der Spiel- und Lernmaterialien gegeben werden. Dabei soll auf die Verbesserung der visuellen Aufmerksamkeit, der räumlichen Orientierung, der Erkennung von Objekten auf Bildern und der Figur-Hintergrund-Unterscheidung fokussiert werden (vgl. Weber et al. 2018, S. 441f.).

7. Förderung der Raumvorstellung

In diesem Kapitel werden unterschiedliche Methoden zur Förderung des Raumvorstellungsvermögens dargestellt. Dabei wird vor allem auf Materialien und Modelle, Spiele, den Computereinsatz sowie die Kopfgeometrie eingegangen. In den jeweiligen Fördermöglichkeiten werden auch einige Aufgaben und Beispiele dargestellt, wonach sich Lehrkräfte orientieren können und diese auch direkt im Unterricht angewendet werden können. Zu Ende des Kapitels werden auch Lösungsstrategien vorgestellt, die den Schüler*innen nähergebracht werden sollen, damit sie komplexe Aufgaben entsprechend einfacher lösen können.

7.1. Materialien und Modelle

7.1.1. Studien

> *„Die Förderung der Raumanschauung ist wie kaum ein anderes Ziel des Mathematikunterrichts auf den handelnden Umgang mit geeignetem Material und Modellen angewiesen, dabei geht es immer um ein Erfassen des Raumes mit möglichst vielen Sinnen und den daraus erwachsenden Aufbau innerer Bilder und Beziehungsgefüge."* (Bendel & Schmidt 2004, S. 29)

Nach Maier (1999a, S. 82f.) eignen sich Aufgaben, in denen physikalische Modelle oder andere Materialien verwendet werden, sehr gut zur Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens. Verschiedene Studien konnten zeigen, dass die Verwendung von physikalischen Modellen einen starken Trainingseffekt erzeugt. Des Weiteren verbessert die handlungsorientierte Aktivität mit Modellen und Medien das Raumvorstellungsvermögen (vgl. Maier 1999a, S. 82f.). Die **Motorik** wird hierbei als zentraler Faktor angesehen, der sowohl bei der Wahrnehmung des Raumes mitwirkt,

als auch bei der Erarbeitung mentaler Visualisierungen (vgl. Oberhollenzer 2022, S. 48). Somit wird dabei die Wahrnehmungsfähigkeit gefördert, die sowohl das Ansehen des Objekts, als auch die mentale Verarbeitung umfasst (vgl. Zöchbauer 2015, S. 26). Demnach ist dies bei der Ausbildung des Raumvorstellungsvermögens wesentlich (vgl. Oberhollenzer 2022, S. 48).

Ein **Erklärungsansatz** dafür ist, dass zwischen Handlungserfahrungen und der Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens eine starke Verbindung herrscht (vgl. Oberhollenzer 2022, S. 48). Aus diesem Grund ist es von zentraler Bedeutung, den Schüler*innen bei Übungseinheiten die Möglichkeit zu geben, selbst Handlungserfahrungen mit konkreten Materialien und Modellen sammeln zu können (vgl. Oberhollenzer 2022, S. 48). *„Durch die Registrierung und mentale Verarbeitung der so erhaltenen sinnlichen Wahrnehmungen können Vorstellungsbilder entstehen, die auch unter Abwesenheit der realen Gegenstände abrufbar sind und mental manipuliert werden können“* (Oberhollenzer 2022, S. 48).

Zu den **handlungsorientierten Tätigkeiten** zählen beispielsweise das Herstellen von zusammengesetzten Körpern oder Würfelmehrlingen, das Skizzieren oder Zeichnen zusammengebauter Körper sowie Aktivitäten wie Falten, Pausen oder Auslegen (vgl. Maier 1999a, S. 82f.) Mit folgenden **Materialien** wird das Lernen unterstützt und Handlungserfahrung gesammelt: *„das Legen mit Formenplättchen oder Stäbchen, das Spannen, Spiegeln und Drehen von Figuren am Geobrett, das Bauen mit Würfeln, das Falten, Schneiden und Formen geometrischer Figuren, das Herstellen von Modellen aus Körpernetzen”* (Senftleben 2011, S. 19f.).

Ebenso ist hervorzuheben, dass das Arbeiten mit Modellen und Materialien auch zur **Vorbereitung für andere Förderungsmöglichkeiten** gehört:

> *„Übungen an zweidimensionalen Darstellungen von räumlichen Objekten, wie man sie häufig in Arbeitsmaterialien, Büchern, Computer-Animationen findet, [sind] erst dann effektiv […], wenn Schüler zuvor über Phasen konkreter Erlebnisse und Handlungen mit realen dreidimensionalen Objekten verfügen und in ihrer Vorstellung ähnliche Objekte aus beliebiger Perspektive erzeugen oder verändern können.”* (Scheid 2013, S. 17)

Somit stellen die Handlungserfahrungen mit Materialien und Modellen eine Voraussetzung für die Kopfgeometrie und Computeranimationen und sind daher maßgebend für den Unterricht (vgl. Brandl 2011, S. 136).

> *„Zur Schulung der Raumvorstellung ist ein fortgesetztes und sich weiterentwickelndes Wechselspiel zwischen dem Handeln an realen Objekten einerseits und den mentalen Operationen andererseits von zentraler Bedeutung. Doch die Loslösung von den (be-)greifbaren Modellen findet für viele Schüler und Schülerinnen häufig zu früh statt.“* (vgl. Vogt 2013, S. 47)

Nichtsdestotrotz weisen Bendel und Schmidt (2004) darauf hin, dass sich die Raumvorstellung nicht von selbst beim „Basteln“ oder bei praktischen Aktivitäten entwickelt. Unter dieser Annahme werden wichtige Unterrichtsaspekte wie die systematische Planung von Lernsequenzen zur Raumgeometrie vernachlässigt (vgl. Bendel & Schmidt 2004, S. 29f.).

Des Weiteren wird das **fehlende Angebot in den Schulbüchern** zur Raumgeometrie und der **Mangel an geeigneten aktivitätsfördernden Lernmitteln** kritisiert (vgl. Bendel & Schmidt 2004, S. 30). Die Schüler*innen erleben ihre Umwelt dreidimensional, daher sollte die Geometrie auch räumlich eingeführt werden (vgl. Bendel & Schmidt 2004, S. 37). *„Dies hat den Vorteil, dass man von Anfang an mit Modellen arbeiten kann, welche die Schüler aus ihrem Alltag selbst mitbringen können. Wenn die Schüler den Zugang zur Geometrie über den Raum gefunden haben, fällt der Übergang zur ebenen Geometrie leicht.“* (Bendel & Schmidt 2004, S. 37)

Aus diesem Anlass werden nachfolgend einige **Aufgaben** mit Modellen und Materialien für den Unterricht präsentiert.

7.1.2. Aufgaben

Zur Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens eignet sich der **Somawürfel** (siehe Abb. 38). Dieser ist ein Würfel, der aus sieben verschiedenen Teilen (Würfelmehrlingen) besteht, die wiederum aus insgesamt 27 kleinen Würfeln zusammengebaut sind (vgl. Sander 2013, S. 18).

Abbildung 38: Der Somawürfel

Diese Würfelmehrlinge bilden unterschiedliche Drillinge oder Vierlinge, die keine Stangen oder Rechteckplatten sein dürfen (siehe Abb. 39) (vgl. Sander 2013, S. 18).

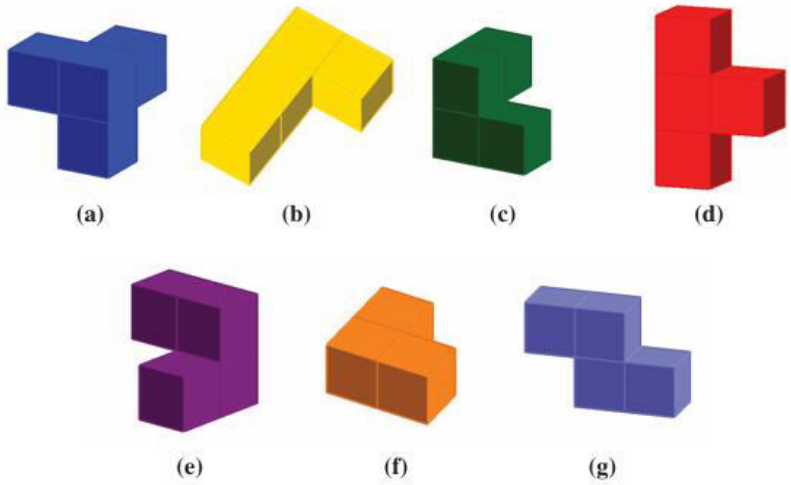


Abbildung 39: Teile des Somawürfels

Der Somawürfel eignet sich ideal für einen handlungsorientierten Unterricht, da daraus eine Vielzahl an Aktivitäten ausgeübt werden kann und somit verschiedene Komponenten der Raumvorstellung gezielt gefördert werden können (vgl. Sander 2013, S. 20). Auch andere Figuren wie eine Maus oder ein Stuhl können aus den Würfelmehrlingen zusammengesetzt werden, wie in der Abbildung 40 illustriert wird (vgl. Sander 2013, S. 24). Dabei werden methodische und soziale Kompetenzen sowie Handlungskompetenzen gefördert.

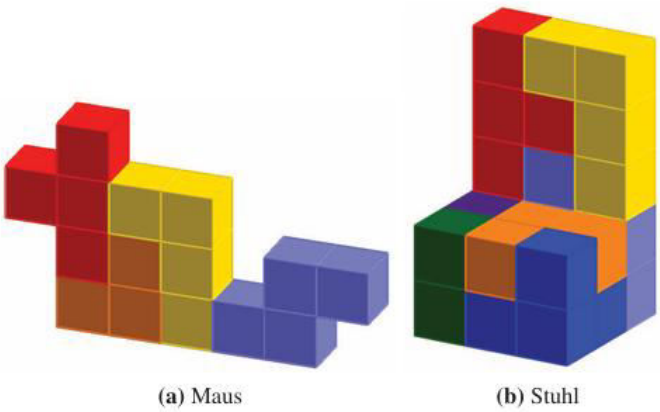


Abbildung 40: Figuren aus Somateilen

Zur Sicherung können diese Figuren anschließend als Schrägriss gezeichnet werden und ggf. eine eigene Bauanleitung dazu erstellt werden (siehe Abb. 41) (vgl. Sander 2013, S. 24f.)

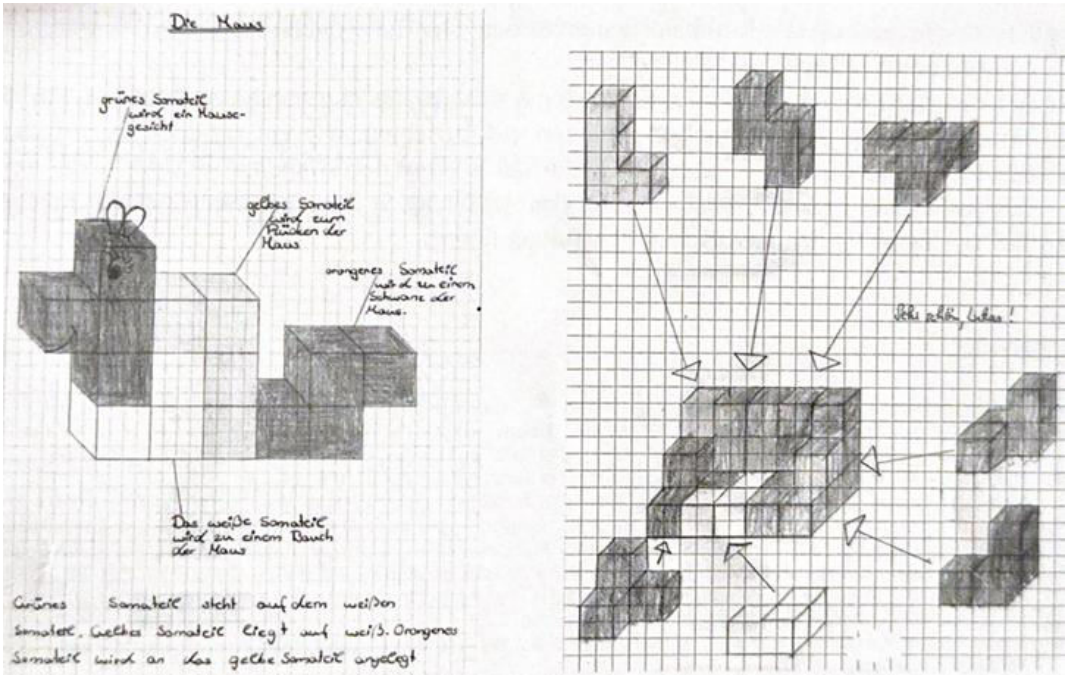


Abbildung 41: Schrägriss und Bauanleitung zur Somafigur

Hauptrisse können hierbei auch gezeichnet werden, welche die mentale Rotation und die räumliche Wahrnehmung fördern (vgl. Sander 2013, S: 22f.). *„Der ständige Wechsel zwischen dem gebauten Somawürfel und seiner zeichnerischen Darstellung als Schrägbild fördert wieder besonders das räumliche Vorstellen und Denken.“* (Sander 2013, S. 22)

Ebenfalls eignet sich der Somawürfel für Kopfgeometrieaufgaben: Dabei wird beispielsweise eine zusammengesetzte Somafigur den Schüler*innen illustriert und anschließend mit einem Tuch verdeckt (vgl Sander 2013, S. 21f.). Nun sollen die Lernenden mental um die Figur wandern, sie sich von allen Seiten vorstellen und die Seitenansichten wörtlich beschreiben (vgl. Sander 2013, S. 22). Danach kann wieder als Sicherung ein Schrägriss oder die Hauptrisse gezeichnet werden. Hierbei werden die Komponenten der räumlichen Wahrnehmung und die mentale Rotation trainiert (vgl. Sander 2013, S. 22).

Ein weiteres Beispiel liefert der **Plexiglaswürfel**, der zur Hälfte mit farbiger Flüssigkeit gefüllt ist (vgl. Vehling & Schmidt 2013, S. 34). Damit können unterschiedliche Flächen, die durch Würfelschnitte entstehen, modellhaft illustriert werden. Wie in der Abbildung 42 dargestellt, entsteht bei der Ausgangsposition des Würfels eine quadratische „Schnittfläche“. Wenn der Würfel auf eine Kante gestellt wird, bildet die Trennfläche ein Rechteck. Wird der Würfel auf einer Ecke gestellt, sodass die Raumdiagonale vertikal ist, entsteht eine sechseckige „Schnittfläche“ (vgl. Vehling & Schmidt 2013, S. 34).

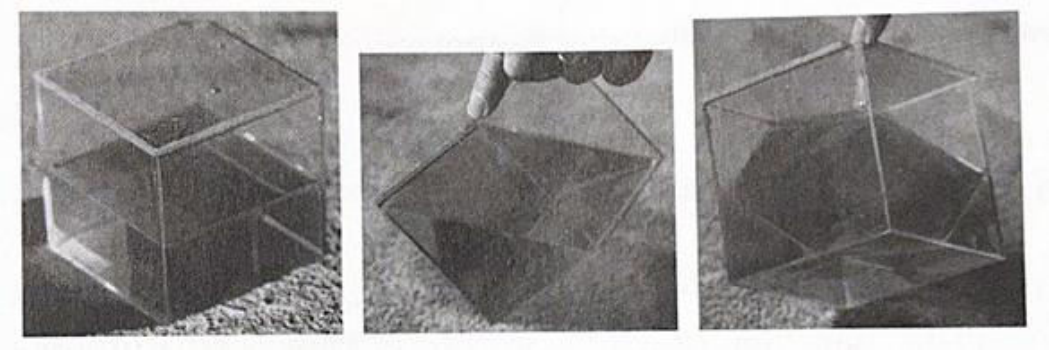


Abbildung 42: "flüssige" Würfelhalbierungen

Ferner eignen sich auch **Magnetbaukästen** ideal für den Unterricht. Es können daraus Würfel, Tetraeder, Oktaeder oder andere Kantenmodelle gebaut werden (vgl. Vehling & Schmidt 2013, S. 35). Doch die daraus folgenden geometrischen Erfahrungen liegen hierbei im Vordergrund, wie beispielsweise über die Stabilität von Tetraedern und Oktaedern gegenüber der Instabilität der Würfel, über die möglichen Höhen von Pyramiden mit verschiedenen Grundflächen u.Ä. Außerdem können auch hier mit Hilfe

von Strohalmen die Schnittflächen eines Würfels eingebaut werden (vgl. Abb. 43) (vgl. Vehling & Schmidt 2013, S. 35).

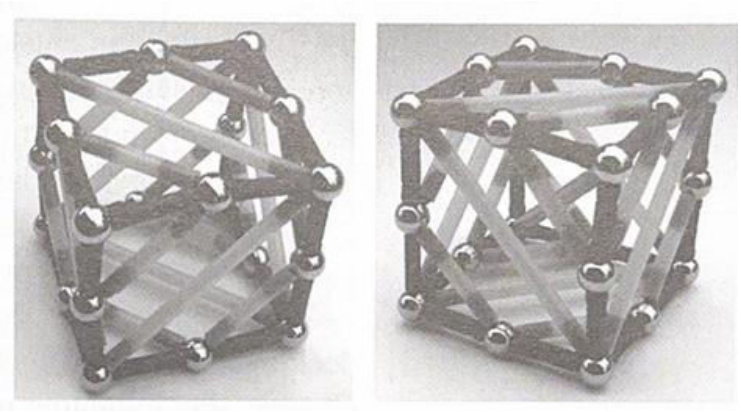


Abbildung 43: Nachbau der Schnittflächen mit einem Magnetbaukasten

7.2. Spiele

7.2.1. Studien

Nicht nur der Einsatz von konkreten Materialien und Modellen zählen zu den handlungsorientierten Tätigkeiten, sondern auch spielerische Tätigkeiten gehören zu dieser Kategorie (vgl. Oberhollenzer 2022, S. 49).

> *„Spielen ist […] eine sehr häufig zu beobachtende Tätigkeit des Kindes und scheint seiner Bedürfnislage besonders zu entsprechen. Es ist daher sinnvoll, die ‚Spielbereitschaft' des Kindes zu nutzen und dadurch für das Förderungsprogramm eine hohe Anfangsmotivation im Sinne einer optimalen Lernvoraussetzung sicherzustellen."* (Rost 1977, S. 119)

Aufgrund kognitiver Defizite können manche Schüler*innen den Schulalltag oder bestimmte Fächer als unangenehm empfinden (vgl. Rost 1977, S. 119f.). Darunter zählen die allgemeine Schulunlust, Schulangst sowie Furcht vor Leistungsversagen, welche eine hinderliche Atmosphäre für schulfachähnliche Trainingsprogramme darstellen (vgl. Rost 1977, S. 119f.). Allerdings wird das „Spielen" an sich kaum als typisch „schulähnlich" erlebt *„und scheint deshalb mit seiner freien und ungezwungenen Atmosphäre besonders geeignet zu sein, optimale*

Rahmenbedingungen für intendierte implizite Lernprozesse zu sichern.“ (Rost 1977, S. 120)

Laut Schöneburg (2016) ist die spielerische Aneignung von Wissen eine ganz natürliche Form des Lernens. Dabei werden neben den soziale-kommunikativen und affektiven Kompetenzen auch kognitive Kompetenzen gestärkt und dies trägt auch zur Entwicklung der eigenen Persönlichkeit bei (vgl. Schöneburg 2016, S. 875).

> *„Im Spielprozess muss der Spielende Entscheidungen treffen, Verantwortung dafür übernehmen und die Konsequenzen dieser Entscheidungen tragen. Auch Fähigkeiten wie Geduld, Ausdauer, Konzentrationsfähigkeit und nicht zuletzt das Einhalten von Regeln sind stets gefragt.“* (Schöneburg 2016, S. 875)

Eine spielbasierte Förderung räumlicher Fähigkeiten gilt laut Rost (1977) als erfolgsversprechend (vgl. Souvignier 2000, S. 57), wie im Kapitel 6.1.4 Stereotypen – Selbstwert bereits erwähnt wurde. Im Folgenden werden einige Lernspiele vorgestellt und deren Förderung der Komponenten der Raumvorstellung erklärt.

7.2.2. Aufgaben

Das Spiel **Potz Klotz** besteht aus fünf Würfeln, aus denen ein Würfelgebäude errichtet werden soll (vgl. Schöneburg 2016, S. 877). Jede*r Spieler*in hat fünf Karten, die andere Würfelgebäude zeigen und die durch das Umsetzen nur eines Würfels nachgebaut werden soll, siehe dazu Abbildung 44 (vgl. Schöneburg 2016, S. 877). Ideal sind dafür 2 – 5 Spieler*innen (vgl. Stahl 2016, S. 116).

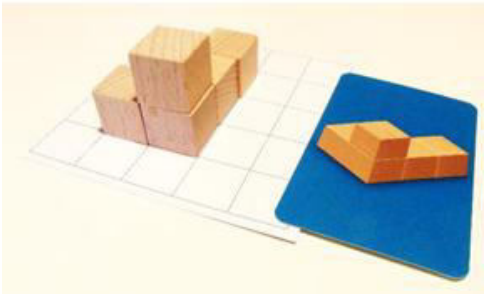


Abbildung 44: Potz Klotz

Bei diesem Spiel werden alle fünf Komponenten der Raumvorstellung trainiert (vgl. Schöneburg 2016, S. 877).

> *„Die räumlichen Beziehungen kommen zum Tragen, wenn die Anordnung der Würfel im Würfelgebäude bzgl. der Spielkarten betrachtet werden, die räumliche Veranschaulichung bei Überlegungen, wie ein Würfel aus dem Gesamtgebilde verändert werden muss, um das neue Würfelgebäude zu erhalten. Je nach Sichtweise wechselt der Spieler dabei seine Betrachtungsposition oder lässt das Würfelgebäude bzw. die Karte mental rotieren. Auch die räumliche Beziehung in Bezug auf den eigenen Körper, was ist in einer Ebene, was ist senkrecht, was ist waagerecht, muss erfasst werden.“* (Schöneburg 2016, S. 877f.)

Beim Spiel **Cubidus** sollen auf Grundlage verschiedener Ansichten ein dreidimensionales Würfelgebäude errichtet werden (vgl. Schöneburg 2016, S. 878). Dabei stehen 27 Würfel zur Verfügung, bei denen die gegenüberliegenden Seiten gleich eingefärbt sind. Auch ein 3x3 Felder großes Spielbrett und Aktionskarten sind vorhanden, die das jeweils zu errichtende Würfelgebäude in verschiedenen Ansichten zeigt (vgl. Abb. 45) (vgl. Schöneburg 2016, S. 878).

Abbildung 45: Cubidus

Hierbei wird vor allem die Komponente der räumlichen Beziehungen gefördert, da die Raum-Lage Beziehung geometrischer Objekte erkennt und hergestellt werden. Auch die Aspekte der mentalen Rotation und räumlichen Orientierung werden trainiert (vgl. Schöneburg 2016, S. 878).

Im Spiel **Triovision** geht es um die Anordnung der Spielsteine, die auf einer Karte zu sehen sind, auf dem Spielplan nachzubilden (siehe Abb. 46). Dazu darf nur ein Spielstein auf ein beliebiges freies Feld des Spielplans versetzt werden (vgl.

Schöneburg 2016, S. 875). Hierbei werden die Komponenten räumliche Beziehung und Orientierung bzw. mentale Rotation gefördert (vgl. Schöneburg 2016, S. 877).

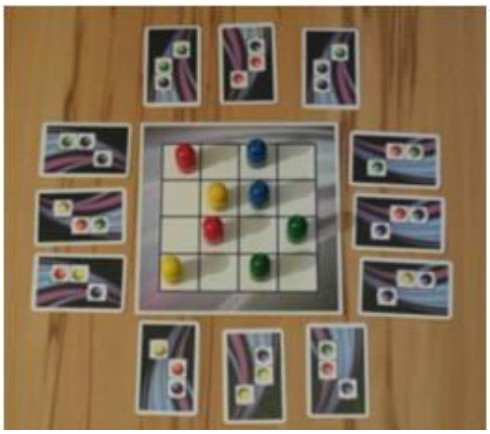


Abbildung 46: Triovision

Pentakuben sind zusammengesetzte geometrische Körper aus fünf Würfeln, bei denen je zwei Würfel immer eine Seitenfläche gemeinsam haben (vgl. Brandl 2011, S. 137). Insgesamt gib es 29 verschiedene Anordnungen von Pentakuben (vgl. Brandl 2011, S. 137).

> *„Eine Übung, die die Raumvorstellung schult, ist das Zeichnen von Pentakuben im gewöhnlichen Schrägbild oder auf Punktepapier. Der Schwierigkeitsgrad dieser Übung lässt sich steigern, wenn die Pentakuben aus dem Gedächtnis gezeichnet oder vor dem geistigen Auge gedreht werden müssen, bevor sie zu Papier gebracht werden. Weiter bieten sich das Bauen von Gebäuden aus Pentakuben […] und das Spiel ‚Pentakubenquartett' als förderliche Übungen an […]. Für die einzelnen Quartette wurde jeweils ein Pentakubenstein aus vier verschiedenen Perspektiven [vgl. Abb. 47] fotografiert. Aufgabe ist es nun, wie beim gewöhnlichen Quartettspiel die vier zusammengehörigen Karten zu finden."* (Brandl 2011, S. 137f)

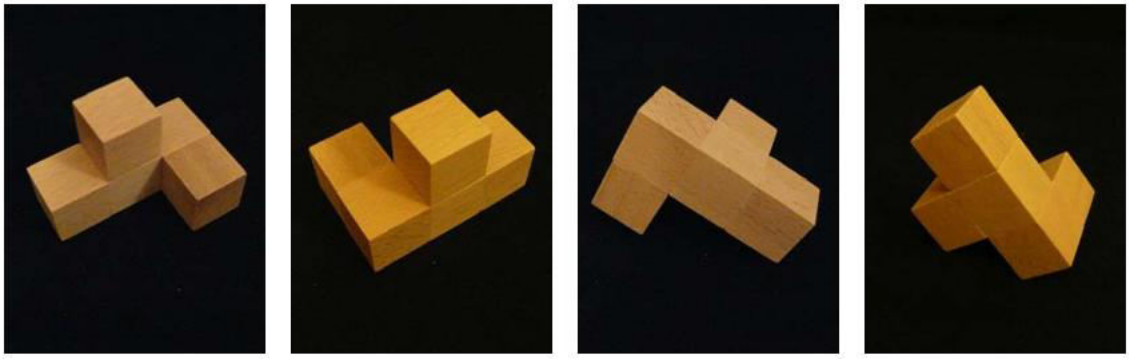


Abbildung 47: Pentakuben

Auch der **Somawürfel** kann als Lernspiel eingesetzt werden, siehe dazu Kapitel *7.1. Materialien und Modelle*.

Ebenfalls können verschiedene Gesellschaftsspiele, Puzzles oder Logikspiele zur Förderung und Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens eingesetzt werden. In der folgenden Tabelle 6 werden diese nach Stahl (2016) kurz vorgestellt:

Spiel	Anzahl an Spieler*innen	Erklärung
Tangram	1	Bei dem Legespiel müssen aus sieben Plättchen verschiedene Figuren gelegt werden. Alle Plättchen müssen verwendet werden, dürfen sich aber nicht überlappen.
Schauen & Bauen	4	Dieses Spiel besteht aus 40 Aufgaben, in der drei Quader in unterschiedlicher Lage vier vorgegebenen Seitenansichten entsprechend auf einem Grundplan aufgestellt werden sollen.
Ubongo	2 – 4	Das Spiel ist eine Pentamino-Variante, die an eine Kombination aus Tangram und Tetris erinnert. Ziel ist es, möglichst schnell vorgegebene Teile zu finden und auf einer Tafel anzuordnen.
Das Körperspiel	5	Das Spiel folgt dem Prinzip von Schauen und Bauen, jedoch werden nicht nur Quader, sondern jeweils zwei Würfel, Quader, Zylinder und Pyramiden verwendet.
Make ‚N' Break	2 – 4	Anhand vorgegebener Baukarten gilt es mit farbigen Holzbauklötzen Bauwerke unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades zu errichten.

Tabelle 6: Übersicht der Lernspiele zum räumlichen Vorstellungsvermögen nach Stahl (2016)

7.3. Computereinsatz

7.3.1. Studien

„In verschiedenen Studien wurde nachgewiesen, dass räumliche Fähigkeiten durch computerunterstütztes Training gefördert werden können. Befunde deuten auch darauf hin, dass die Beschäftigung mit bestimmten Computeranwendungen, v.a. mit Computerspielen und

das Lernen in multimedialen Umgebungen die Raumvorstellung und die räumliche Orientierung verbessern.“ (Quaiser-Pohl et al. 2001, S. 1)

Viele Schüler*innen haben Schwierigkeiten damit, dreidimensionale Figuren mental zu erkennen (vgl. Mjenda et al. 2023, S. 615). Computerunterstützte Lehrmethoden wie Computersimulationen und -animationen stellen eine interaktive und visuelle Darstellung bereit, welche Schüler*innen dabei unterstützen, geometrische Konzepte und Zusammenhänge zu visualisieren (vgl. Mjenda et al. 2023, S. 615). Durch die Integration computerunterstützter Lehrmethoden in den Unterricht kann bei Lernenden ein tieferes geometrisches Verständnis und dessen Anwendung gefördert werden (vgl. Mjenda et al. 2023, S. 615). Mjenda et al. (2023) konnten in ihrer Studie nachweisen, dass Schüler*innen der Sekundarstufe bei computerunterstütztem Unterricht bessere Leistungen in der Raumgeometrie erzielten als bei traditionellen Lehrmethoden (vgl. S. 632).

„The adoption of computer simulations and animations for manipulating 3D figures, therefore, has potential impacts on students' understanding and the application of mathematics and STEM subjects in general. This integration of technology fosters students’ engagement, interest, and overall performance of the topic.“ (Mjenda et al. 2023, S. 632)

Luig und Strässer (2009, vgl. S. 301) führten ebenfalls eine Untersuchung über die Auswirkungen eines gezielten Einsatzes einer räumlichen dynamischen Geometriesoftware im Unterricht auf das Raumvorstellungsvermögen durch. Aufgrund der Vor- und Nachtests kamen sie zur folgenden Erkenntnis:

„Der Einsatz von dynamischer Geometriesoftware könnte nun für die Schulung des Anschauungsvermögens einen wesentlichen Beitrag leisten. Der größte Vorteil gegenüber konventionellen Methoden liegt dabei in der Dynamik selbst. Schüler können aktiv im Raum handeln und sich auf diese Weise die Auswirkungen von Bewegungen und Veränderungen an bestehenden Konfigurationen vor Augen führen.“ (Luig & Strässer 2009, S. 301)

Des Weiteren konnte festgehalten werden, dass sich dabei fast alle Schüler*innen verbesserten. Vor allem die Schüler*innen, die zuvor ein schwaches Vorstellungsvermögen hatten, konnten ihre Leistung deutlich steigern (vgl. Luig & Strässer 2009, S. 303). Die Proband*innen haben bei den Aufgaben den Computer vor

allem als **Anschauungshilfe** verwendet. Infolgedessen konnten sie zusätzliche Erfahrungen der räumlichen Wahrnehmung sammeln und räumliche Informationen besser aktiv verarbeiten (vgl. Luig & Strässer 2009, S. 303f.). Allgemein konnte beobachtet werden, dass *„Personen mit geringen räumlichen Fähigkeiten stärker vom Einsatz einer Animation profitieren als solche mit ausgeprägtem räumlichen Vorstellungsvermögen“* (Nieding et al. 2015, S. 107f.).

Darüber hinaus ließ sich feststellen, dass deutliche Leistungsverbesserungen, insbesondere bei den Testaufgaben zu den Faktoren **Veranschaulichung** und **räumliche Beziehungen,** erzielt wurden (vgl. Luig & Strässer 2009, S. 304). Somit kann hervorgehoben werden, dass **nicht alle Komponenten** des räumlichen Vorstellungsvermögens trainiert werden können. *„Allgemein ist aufgefallen, dass sich die Schüler vor allem in den Raumvorstellungsfaktoren verbessert haben, bei denen dynamische Denkvorgänge gefordert waren. Eine besondere Stärke des Programms liegt also in der Möglichkeit, Bewegungen umsetzten zu können.“* (Luig & Strässer 2009, S. 304)

Auch bei einer Untersuchung der Verwendung der Computersoftware **Google SketchUp** bei Schüler*innen der Sekundarstufe 1 konnte gezeigt werden, dass sie signifikant bessere Ergebnisse bei den Faktoren **räumliche Visualisierung** und **mentaler Rotation** erzielten (vgl. Šafhalter et al. 2022, S. 167; vgl. Kurtulus & Uygan 2010, S. 385).

Huhmann (2007) konnte zeigen, dass der Computer im Geometrieunterricht für die Schüler*innen den Nutzen eines **visuellen Ideengebers** und **dynamischen Visualisierers** hat. Dieser zeigt ihnen, worum es insgesamt geht und wie sie sich räumliche Veränderungsprozesse mental vorstellen können (vgl. Huhmann 2007, S. 840). Es wurden Vor- und Nachtests zu Faltaufgaben untersucht – zunächst auf Papier und anschließend als unterstützende Stufenfolge des Medieneinsatzes (vgl. Huhmann 2007, S. 840).

Die Schüler*innen konnten bei der Benützung von Computeranimationen in die Beobachterrolle eingehen, um in erster Linie dynamisch-räumliche Bilderfahrungen zu sammeln sowie um die gesamten räumlichen Anforderungen zu verstehen (vgl. Huhmann 2007, S. 840). Dieser Prozess erfolgte bereits, bevor die Aufgabenstellung rein mental bearbeitet wurde.

Hingegen konnten andere Schüler*innen die Aufgaben mental bearbeiten und benötigten keine weiteren medial gebotenen Visualisierungshilfen (vgl. Huhmann 2007, S. 841). Diese empfanden den Computereinsatz als eine **zeitliche Behinderung** und somit als **Störelement im Lern- und Arbeitsprozess** (vgl. Huhmann 2007, S. 841). Huhmann (2007) hält Folgendes fest:

1. *„Insgesamt ist der Nutzen abhängig von Lernermerkmalen, wie themenspezifisches Vorwissen, Ausprägung des räumlichen Vorstellungsvermögens, Selbstwirksamkeitserwartungen bzgl. der Medien und Lernmotivation.*
2. *Für Schülerinnen und Schüler mit hoher mentaler Repräsentationsfähigkeit lässt sich kein zusätzlicher Nutzen feststellen – ‚Der Computer ist dann viel zu langsam' und wird sogar als zeitliches Störelement empfunden.*
3. *Vielen Kindern nützt die Computer-Repräsentation als ›Durchlaufstation auf dem Weg zur Vorstellung‹.*
4. *Raumvorstellungsschwächere Schülerinnen und Schüler können durch die dynamische Computer-Visualisierung Orientierung und Unterstützung zum Sammeln von ›dynamisch-räumlichen Bilderfahrungen‹ zum Aufbau mentaler Repräsentationen erhalten."* (Huhmann 2007, S. 841f.)

Außerdem empfiehlt er, Aufgaben auf Papier und auf dem Computer **nicht im „Gleichschritt" durchzuführen** (vgl. Huhmann 2007, S. 841). „*Die Gleichzeitigkeit materiellen Handelns und mentalen Repräsentierens kann eine Überforderung besonders für raumvorstellungsschwächere Kinder darstellen!"* (Huhmann 2007, S. 842)

Wie bereits oben erwähnt wurde, sind einige Kinder dazu fähig, Handlungen mit dem Material durchzuführen sowie sich einzelne Faltprozesse mental vorzustellen. Jedoch sind sie dabei zu sehr mit der Handlung selbst beschäftigt, sodass sie sich selbst dabei nicht beobachten können und somit ihr gesamtes Tun nicht reflektieren können („**Innensicht**") (vgl. Huhmann 2007, S. 842). In der Auseinandersetzung mit dem Material fehlt ihnen die „**Außensicht**" und damit der Überblick über den gesamten Faltprozess (vgl. Huhmann 2007, S. 842).

Die Computeranimationen verhelfen diesen Kindern dabei, diese Außenperspektive zu bilden (vgl. Huhmann 2013, S. 103). Die reine Beobachtung der einzelnen dynamischen Faltprozesse liefert den Kindern einen Überblick über die gesamte

Handlung, ohne darin durch konkretes Handeln involviert zu sein (vgl. Abb. 48) (vgl. Huhmann 2013, S. 103).

> *„Danach können sie aus der Perspektive des Beobachters in die Rolle der ›konkret handelnd-reflektierten Akteure‹ eintreten. Der Computer hat diese Kinder somit als visueller Ideengeber und dynamischer Visualisierer beim Aufbau mentaler Vorstellungen besonders dadurch unterstützt, dass sie zu ihrer ›Innensicht‹ auf den Lerngegenstand eine andere Perspektive, nämlich die ›Außensicht‹ einnehmen können. Die Perspektivwechsel zwischen der Beobachtung und der Durchführung einer (eigenen) Handlung leisten ihnen damit einen Beitrag zum reflektierten Durchführen sowohl konkreter, als auch mentaler Handlungen. Dadurch können sie mehr und mehr die Rolle der ›zielgerichtet mental handelnden Akteure‹ einnehmen.“* (Huhmann 2007, S. 842)

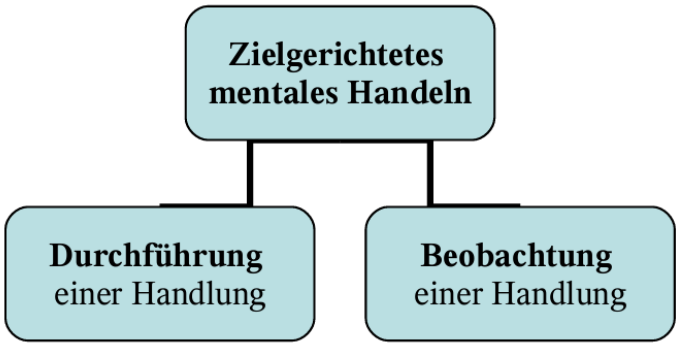


Abbildung 48: Die unterschiedlichen Perspektiven

Darüber hinaus muss erwähnt werden, dass es auch hier geschlechtsspezifische Differenzen beim Lernen mit elektronischen Medien gibt sowie unterschiedliche Computerexpertise (vgl. Nieding et al. 2015, S. 111). Jungen haben durchschnittlich größere Computererkenntnisse als Mädchen. Des Weiteren äußern Jungen positivere Gefühle bezüglich der Computernutzung als Mädchen (vgl. Nieding et al. 2015, S. 111f.). Außerdem sind Jungen verglichen zu Mädchen weniger ängstlich und halten sich für kompetenter im Computerumgang (vgl. Nieding et al. 2015, S. 112). Quaiser-Phol et al. (2001) konnten im Allgemeinen einen Zusammenhang von Computererfahrungen auf verschiedenen Ebenen und Testleistungen nachweisen. Hingegen konnte bei Orientierungsaufgaben keine Zusammenhänge zur Computererfahrung gezeigt werden (vgl Quaiser-Phol et al. 2001, S. 2).

7.3.2. Computerspiele

Huhmann (2013) erwähnt viele Studien, die eine Förderung der räumlichen Fähigkeit mithilfe von Computerspielen nachweisen konnten (vgl. Huhmann 2013, S. 39ff.). Vor allem wurden signifikante Verbesserungen räumlicher Fähigkeiten bei längerer Nutzung über einen Zeitraum von mehreren Tagen festgestellt (vgl. Huhmann 2013, S. 39). Das heißt, dass durch ständige Wiederholungen im Spiel und auch durch die Geschwindigkeit im Spielverlauf das Raumvorstellungsvermögen trainiert wird (vgl. Huhmann 2013, S. 39).

Wichtig ist hierbei die Art des Computerspiels: Untersuchungen konnten eine förderliche Wirkung vor allem durch den Einsatz von 3D-Actionspielen nachweisen (vgl. Huhmann 2013, S. 39). Beispielsweise wurde beim Vergleich der Spiele „Tetris“ und „Medal of Honor“ (Actionspiel) eine signifikante Verbesserung räumlicher Fähigkeiten nur beim 3D-Actionspiel festgestellt (vgl. Huhmann 2013, S. 39).

> *„Um Tetris erfolgreich zu spielen, sind vorwiegend mentale Objektmanipulationen – und damit die Konzentration auf eben dieses jeweilige Objekt notwendig, wohingegen 3-D-Spiele die Aufmerksamkeit auf einen größeren Bereich lenken und es dadurch notwendig machen, die reale und mentale Betrachterperspektive ständig zu wechseln.“* (Huhmann 2013, S. 39f.)

Des Weiteren wurde nachgewiesen, dass Computerspiele insbesondere für jene Proband*innen einen besonderen Nutzen bieten, die anfänglich vergleichsweise schlechtere räumlichen Fähigkeiten aufwiesen (vgl. Huhmann 2013, S. 39).

> *„Ein fördernder Einfluss von Computerspielen auf die Raumvorstellung zeigt sich besonders bei Personen mit wenig Computererfahrung. Die differentielle Bedeutung von bestimmten Spielformen weist darauf hin, dass Spiele, bei denen mit 3-D-Objekten und räumlichen Konstellationen konstruktiv dynamisch umgegangen werden muss, hier besonders förderlich sind.“* (Quaiser-Phol et al. 2001, S. 2)

Jedoch muss angemerkt werden, dass die oben erwähnten Studienergebnisse sich meistens nur auf ein einzelnes Spiel stützen (vgl. Huhmann 2013, S. 40). Bei dem sich rasant entwickelnden Spielmarkt und der sehr unterschiedlichen Spiele muss dies kritisch hinterfragt werden (vgl. Huhmann 2013, S. 40).

Ein Computerspiel, das sehr beliebt bei den jüngeren Jugendlichen ist und sich besonders gut für den Unterricht eignet, ist **Minecraft Education**. Minecraft unterstützt die (mathematischen) Lernziele und fördert die Entwicklung von Geometrie (vgl. The educational benefits of Minecraft, o. J.). *„Minecraft encouraged spatial manipulation of 3D objects and supported the development of transferable spatial skills.“* (The educational benefits of Minecraft, o. J.). Dabei wird die räumliche Manipulation von 3D-Objekten gefördert und die Entwicklung übertragbarer räumlicher Fähigkeiten unterstützt. Aufgrund der Blockbauten wird die mentale Rotationsfähigkeit der Kinder verbessert (vgl. The educational benefits of Minecraft, o. J.).

Ein weiterer Vorteil von Minecraft Education ist, dass Lehrpersonen ihre Schüler*innen im Spiel verwalten können, ihre Positionen sehen können sowie bestimmte Settings wie den Kampfmodus deaktivieren können (vgl. The educational benefits of Minecraft, o. J.).

Folgende Komponenten des Raumvorstellungsvermögens werden gefördert:

- *„**Veranschaulichung**: Zur virtuellen Reproduktion eines Objektes, entweder durch ein gegebenes Modell oder aus der Vorstellung heraus, ist es notwendig bei dieser Übertragung von Modell oder geistigem Bild zum virtuellen Bauwerk im Videospiel, stets das Verständnis dafür zu bewahren, welche Punkte, Linien und Flächen miteinander zu identifizieren sind. Vor allem bei der Translation von einem zweidimensionalen Bild in ein dreidimensionales Konstrukt ist diese Fähigkeit notwendig.*

- ***Räumliche Beziehungen**: Für das Erbauen von verschiedenen Gebäuden im Spiel müssen nicht nur die im vorherigen Punkt genannten Bestimmungsstücke erkannt werden, sondern auch die Relationen in welcher sie zueinanderstehen. Zwar ist das richtige Erkennen und Rekonstruieren von Distanzen und Winkeln eher eine Kompetenz der Grundroutine „Formkonstanz“, doch müssen die Zusammenhänge dennoch zuerst korrekt verstanden werden. So muss zum Beispiel anhand einer Fotografie erkannt werden, welche Linien einer Klasse paralleler Geraden entsprechen, trotz einer möglichen Verzerrung in der Abbildung. […]*

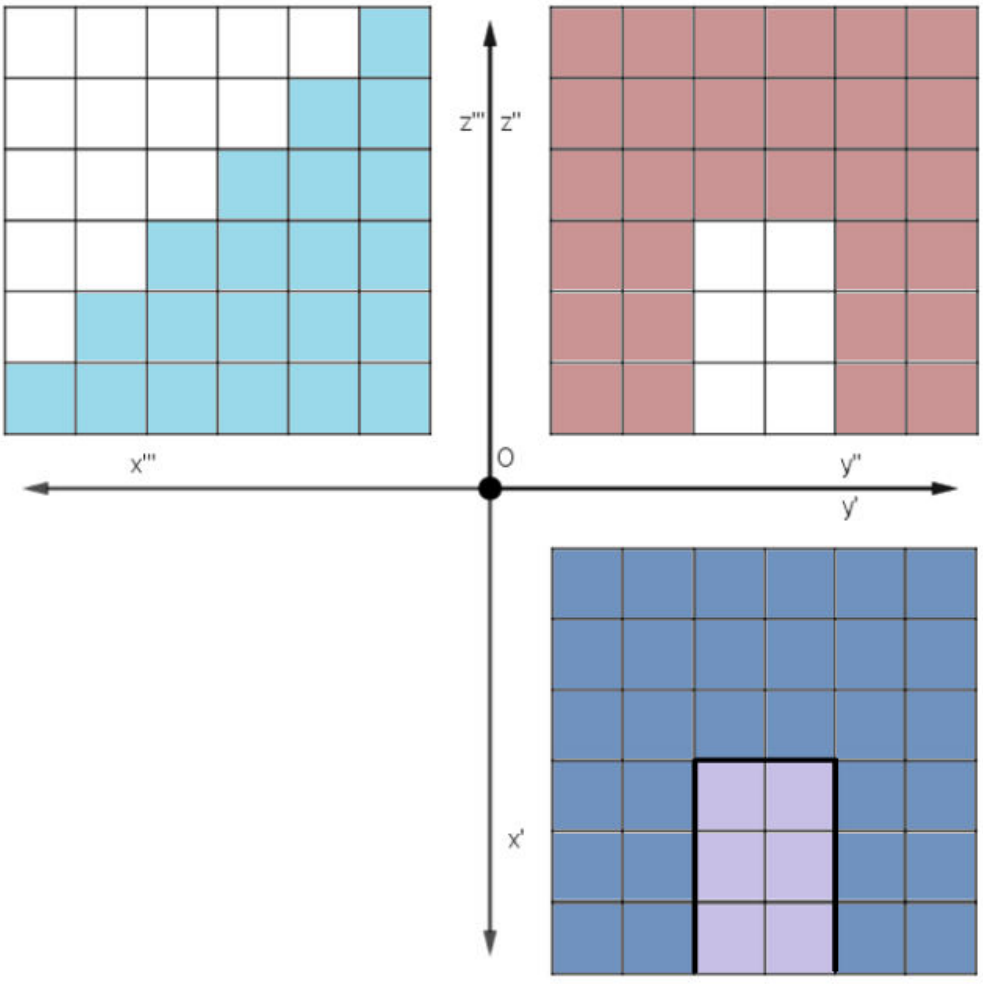
- ***Mentale Rotation**: Dieser Faktor ist nicht bei allen Spielsituationen zu erkennen. Lediglich wenn man im Zuge eines Bauvorhabens ein Objekt konstruieren möchte, welches man vor seinem geistigen Auge sieht, weil es der eigenen Vorstellung entspringt oder weil nur eine Fotografie von einem Blickwinkel vorliegt, ist es notwendig, sich besagtes Objekt mental aus verschiedenen Positionen vorstellen zu können. Wie sehr diese Fähigkeit genutzt und folglich geschult wird, hängt von dem/der jeweiligen Spieler/in ab.“* (Andorfer-Plainer 2021, S. 54f.)

7.3.3. Aufgaben

Nun werden einige Aufgaben für den Geometrieunterricht vorgestellt. Diese sind von Andorf-Plainer (2021, S. 66ff.) übernommen und adaptiert.

Aufgabe Risslesen

Von einem Objekt sind Grund-, Auf- und Kreuzriss gegeben.



Baue dieses Objekt in Minecraft nach und mache anschließend Screenshots. Einmal in einer allgemeinen Ansicht und zusätzlich genau in jenen Ansichten, welche das Objekt den jeweiligen Hauptrissen zeigt.

Die Blöcke können frei gewählt werden.

Aufgabe Hausbau

Konstruiere das abgebildete Haus (siehe unten) oder unser Schulhaus in Minecraft.

Wähle dafür einen geeigneten Maßstab und achte darauf, dass die Relationen richtig wiedergegeben werden. Achte ebenfalls darauf ähnliche Materialien zu verwenden. Mache im Anschluss Screenshot von allen Seitenansichten.

7.4. Kopfgeometrie

7.4.1. Studien

Kopfgeometrische Aufgaben bilden laut Maier (1996) das bedeutendste Mittel zum Training des Raumvorstellungsvermögens (vgl. Oberhollenzer 2022, S. 50).

> *„Bei der Kopfgeometrie geht es um Problemlösungen mit Hilfe von räumlichem Denken. Dabei werden im Kopf ohne Hilfsmittel Operationen an Figuren vorgenommen sowie Wissen und Fähigkeiten in vielfältiger Weise miteinander in Beziehung gesetzt und kombiniert.“* (Weigand et al. 2018, S. 142)

Dabei darf nur auf Vorstellungen und sprachlich formuliertes Wissen über geometrische Objekte zurückgegriffen werden (vgl. Weigand et al. 2018, S. 142; vgl. Weber 2011, S. 887). Damit das möglich ist, werden dafür **Fähigkeiten in Bezug auf (ebene und räumliche) geometrische Figuren** erfordert (vgl. Brandl 2011, S. 136). Diese werden direkt trainiert, müssen aber teilweise bereits vorher erarbeitet oder bereitgestellt werden (vgl. Weigand et al. 2018, S. 142). Es handelt sich dabei unter anderem um folgende Fähigkeiten:

- Vorstellung von Figuren,
- Gedankliche Variation der Lage, Größe und Form von Figuren,
- Kombination von Figuren in der Vorstellung,
- Anwendung von Wissen über Eigenschaften und Beziehungen von Figuren (vgl. Weigand et al. 2018, S. 142).

Bei regelmäßiger Einsetzung entsprechender Aufgaben kann die Kopfgeometrie einen Beitrag zum **Erreichen wesentlicher Ziele** leisten:

- *„Schulung der bewussten Wahrnehmung von geometrischen Figuren,*
- *Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens, Aufbauen und Anwenden von Grundvorstellungen zu geometrischen Begriffen und Sachverhalten,*
- *Sicherung und Vertiefung geometrischer Grundbegriffe sowie deren Eigenschaften und Beziehungen,*
- *Gewinnen von Sicherheit im Erfassen und im Gebrauch der Fachsprache.“* (Weigand et al. 2018, S. 143)

Nach Senftleben (1996) umfasst das **methodische Vorgehen** bei kopfgeometrischen Aufgaben drei Phasen:

1. **Phase:** Die Lehrkraft gibt die Aufgabenstellung.
2. **Phase:** Die Schüler*innen lösen die Aufgabe durch Kopfgeometrie. Es wird räumlich gedacht und im Kopf operiert.
3. **Phase:** Die Schüler*innen präsentieren, diskutieren, begründen und überprüfen ggf. ihre Ergebnisse (vgl. Weigand et al. 2018, S. 143).

Folgende **Beispiele** illustrieren Aufgaben zur Kopfgeometrie:

- *„Die Lehrperson beschreibt die Ausgangsposition eines Würfels (‚Die Drei liegt vorne, die Sechs oben und die Fünf rechts.') und gibt eine Kippfolge vor (z.B. ‚Nun wird der Würfel zuerst nach rechts und dann nach hinten gekippt.'). Die Frage ist nun, welche Zahl am Ende oben liegt."* (Brandl 2011, S. 136)

- *„Der Quader steht auf einer kurzen Seitenfläche. Du drehst ihn nach rechts, dann kippst du ihn nach rechts. Auf welcher Fläche steht er?"* (Stahl 2016, S. 114)

- *„Stelle dir vor: Auf dem Tisch liegen ein Rechteck, ein Kreis, ein Quadrat und ein Dreieck. Der Kreis liegt links vom Rechteck. Das Dreieck liegt zwischen dem Rechteck und dem Quadrat. Das Quadrat liegt rechts außen. In welcher Reihenfolge liegen die Figuren?"* (Franke 2000, S. 50)

Man kann die **Schwierigkeit** der Aufgaben durch Hilfsmittel regulieren, die in der ersten und dritten Phase erlaubt werden (siehe Abb. 49) (vgl. Weigand et al. 2018, S. 143; vgl. Weber 2011, S. 887).

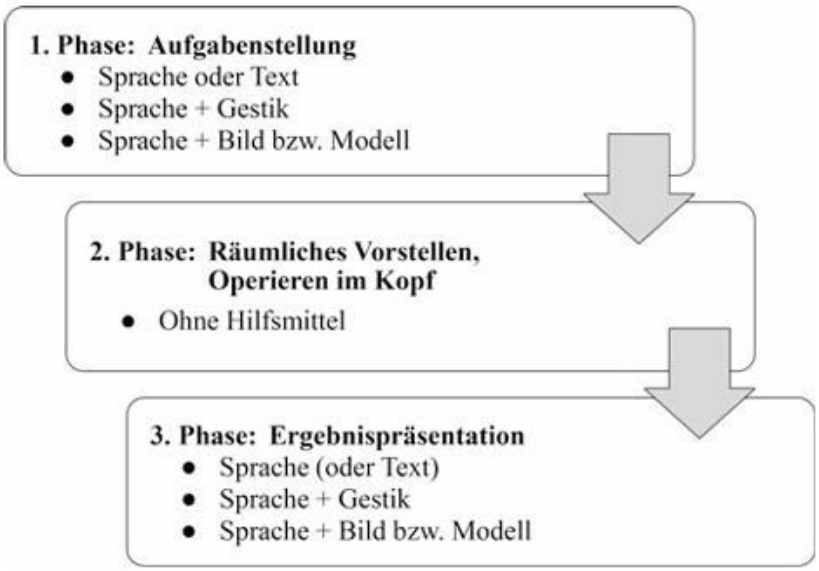


Abbildung 49: Phasen kopfgeometrischer Aufgaben (mit oder ohne erlaubte Hilfsmittel)

Dabei dürfen nicht nur die Sprache, sondern auch Gesten, Skizzen, Bilder oder auch reale Modelle bzw. Materialien eingesetzt werden (vgl. Weigand et al. 2018, S. 143; vgl. Franke 2000, S. 44). Diese sollen die Aufgabenstellung in der ersten Phase verdeutlichen und/oder der (eigenständigen) Überprüfung der Ergebnisse dienen (vgl.

Weigand et al. 2018, S. 144; vgl. Weber 2011, S. 887). Das Lösen selbst muss jedoch immer durch Operieren im Kopf erfolgen (vgl. Franke 2000, S. 44)

Es konnte gezeigt werden, dass Kopfgeometrieaufgaben den Schüler*innen auch Spaß bereiten (vgl. Stahl 2016, S. 113; vgl. Brandl 2011, S. 136). Außerdem trainieren Kopfgeometrieaufgaben nicht nur die Raumvorstellung, sondern auch die Merk- und Konzentrationsfähigkeit (vgl. Brandl 2011, S. 136; vgl. Franke 2000, S. 44), die denkerische Beweglichkeit (vgl. Stahl 2016, S. 113) und verbessern auch die Problemlösekompetenz (vgl. Weber 2011, S. 887). Zudem werden auch andere intellektuelle Fähigkeiten weiterentwickelt, die sprachlichen Kompetenzen verbessert und das soziale Lernen gefördert (vgl. Franke 2000, S. 44ff.).

Es sei darauf hingewiesen, dass Kopfgeometrie nicht nur etwas für den Frontalunterricht ist, sondern auch zum individuellen aktiv-entdeckenden Lernen, zur Differenzierung und somit in allen Sozialformen eingesetzt werden kann (vgl. Weigand et al. 2018, S. 146). Außerdem ist anzumerken, dass Kopfgeometrie kein isoliertes, vom Unterricht losgelöstes Training des räumlichen Vorstellungsvermögens sein sollte, weil sonst viel Potenzial verschenkt werden kann (vgl. Weigand et al. 2018, S. 146).

> *„Stattdessen ist es sinnvoll, Kopfgeometrie so in den Unterricht zu integrieren, dass die Aufgaben auch thematisch passen und beispielsweise die Wiederholung und Explizierung benötigter Eigenschaften geometrischer Figuren oder Vorerfahrungen zu einem Begriff ermöglichen.“* (Weigand et al. 2018, S. 146)

Im Wesentlichen können kopfgeometrische Einheiten in allen Phasen des Lernprozesses eingesetzt werden (vgl. Stahl 2016, 113).

7.4.2. Aufgaben

Weiters folgen dementsprechende **Aufgaben** als Beispiel:

- *„Den Schülerinnen und Schülern werden nacheinander die drei Abbildungen gezeigt […]. Die zugehörige Frage lautet jeweils: Um welchen Viereckstyp kann es sich bei der gezeigten*

Konfiguration handeln? Anschließend schildern die Schülerinnen und Schüler, in welcher Weise sich ihre Vorstellung während des Aufdeckens des Vierecks verändert hat und begründen, warum die jeweils genannten Viereckstypen hier vorliegen können.“ (Weigand et al. 2018, S. 144)

Abbildung 50: Kopfgeometrie: Ein verdecktes Viereck wird nach und nach aufgedeckt

- *„Der abgebildete Quader soll gekippt werden, erst nach rechts, dann nach hinten und schließlich noch zweimal nach rechts: Der Quader ist in der Anfangslage vorn grau, rechts schwarz, hinten grün, links rot, oben weiß und unten gelb. Kippt nun in Gedanken den Quader wie oben beschrieben. Ihr dürft den Quader ansehen, aber nicht in die Hand nehmen. Notiert für jede Zwischenlage und die Endlage die Farben der Flächen vorne, rechts hinten, links, oben und unten.“* (Weigand et al. 2018, S. 145)

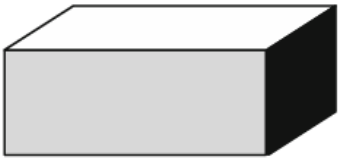


Abbildung 51: Quader kippen

- *„Aus welchen drei Teilen kannst du die Figur auf der linken Seite jeweils zusammensetzen?“* (Franke 2000, S. 51)

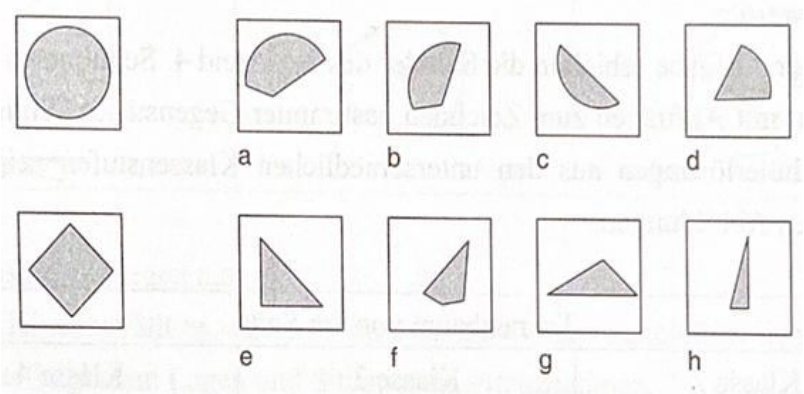


Abbildung 52: Kopfgeometrie: Puzzle

Falls die Anpassungen des Schwierigkeitsgrades über die in der ersten und/oder dritten Phase erlaubten Hilfsmittel nicht ausreichen, müssen noch einmal Aktivitäten mit konkreten Materialien im Unterricht ermöglicht werden (vgl. Weigand et al. 2018, S. 145). Beispielsweise können zu Beginn die Kopfgeometrieaufgaben an Modellen gelöst werden (vgl. Weigand et al. 2018, S. 145).

Wie bereits erwähnt, müssen die Schüler*innen zur **Lösung** derartiger Aufgaben bereits konkrete Erfahrungen mit den beteiligten Figuren gesammelt haben und wesentliche Eigenschaften kennen (vgl. Weigand et al. 2018, S. 144).

> *„Die rein mentale Beschäftigung mit einem geometrischen Körper kann nur dann erfolgen, wenn der Lernende durch Denken räumliche Objekte mental erzeugen kann. Das zu behandelnde Objekt sollte daher aus der Erfahrungswelt der Lernenden sein und bereits durch haptische Erfahrungen bekannt sein.“* (Linzer-Sommer 2022, S. 2f)

Aus diesem Grund ist es nicht möglich, Kopfgeometrie unvorbereitet zu betreiben. Dementsprechend sollten die Schüler*innen zuvor an realen Modellen, Zeichnungen oder durch dynamische Computersimulationen Erfahrungen sammeln und reflektieren (vgl. Weigand et al. 2018, S. 144; vgl. Brandl 2011, S. 136). Hiermit kann eine sinnvolle Bearbeitung der Kopfgeometrieaufgaben ermöglicht werden.

Ein besonders gutes Beispiel dafür liefern Aufgaben zu den Würfeln, -netzen bzw. Hexominos, da dieser zu den geometrischen Grundobjekten zählt, worauf die Lernenden immer zurückgreifen können (vgl. Linzer-Sommer 2022, S. 3; vgl. Brandl 2011, S. 136). Linzer-Sommer (2022) erwähnt hierbei ein Beispiel (siehe Abb. 53), das man je nach Schwierigkeitsgrad im Unterricht adaptieren kann:

> *„**Schwierigkeitsgrad I:** Die Netze werden in Papierform vorgegeben, die Schüler*innen können durch Falten entscheiden, ob es sich um ‚ein Würfelnetz‘ oder ‚kein Würfelnetz‘ handelt.*
>
> ***Schwierigkeitsgrad II (Kombination aus I und III):** Die Schüler*innen erhalten ein Arbeitsblatt und werden aufgefordert, die Aufgabe mental zu lösen. Würfelnetze aus Karton oder Papier werden als Tipp oder als Lösungshilfe für nicht gelöste Aufgaben angeboten.*
>
> ***Schwierigkeitsgrad III:** Die Schüler*innen entscheiden ohne haptische Hilfestellung, ob es sich beim vorgegebenen Hexomino um ein Würfelnetz handelt.“* (Linzer-Sommer 2022, S. 4)

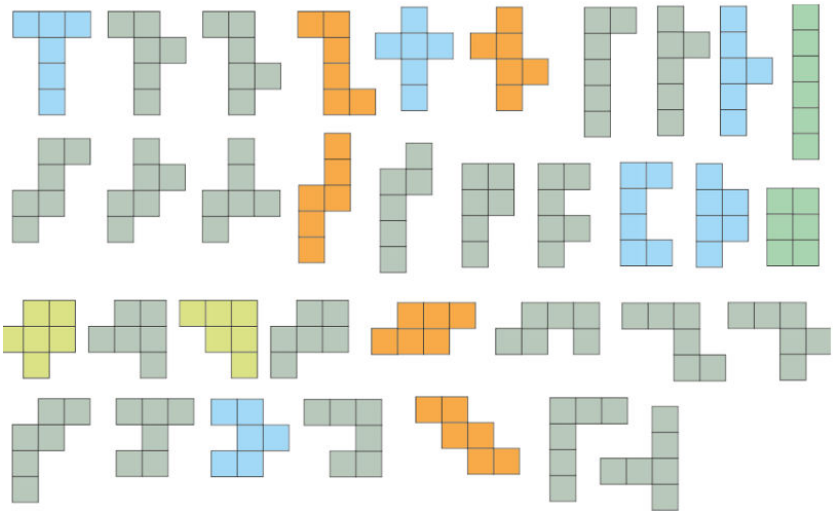


Abbildung 53: Die 35 Hexominos

7.5. Lösungsstrategien

> *„Faktorenbasierte psychometrische Raumvorstellungstests wurden mit der Intention entwickelt, dass ProbandInnen die einzelnen Aufgaben mit möglichst homogenen Überlegungen lösen müssen. Untersuchungsergebnisse deuten nun darauf hin, dass Versuchspersonen ganz im Gegensatz dazu bei der Lösung von Raumvorstellungsaufgaben eine Vielzahl unterschiedlicher Strategien anwenden. Mit dieser Erkenntnis rückte die Erforschung der verschiedenartigen Herangehensweisen beim Lösen von Raumvorstellungsaufgaben in den Vordergrund der Betrachtungen und Untersuchungen.“* (Maresch 2014, S. 7)

Aufgrund interindividueller unterschiedlicher Bearbeitungsstrategien und intraindividueller Strategiewechsel ist ein konsistentes und homogenes Lösungsverhalten nicht möglich (vgl. Maresch 2014, S. 8). Folglich müssen im Geometrieunterricht Modelle geboten werden, wonach sich die Schüler*innen orientieren können und die eine *„Basis für eine ausgewogene Schulung von Bearbeitungsstrategien und damit eines umfassenden Strategierepertoires von geometrischen Aufgaben“* bilden (Maresch 2014, S. 11).

In der Literatur werden für die Bearbeitung und Lösung von Raumvorstellungsaufgaben viele unterschiedliche Strategien erwähnt. In der folgenden Tabelle 7 werden diese zusammengefasst (vgl. Maresch 2014, S. 8f.):

Barrat (1953)	- Key features strategies - Move object strategies - Move self strategies
Just & Carpenter (1985)	- Mentale Rotation um das Weltkoordinatensystem - Mentale Rotation um ein Benutzerkoordinatensystem - Merkmale von Objekten miteinander vergleichen - Perspektivenwechsel
Dünser (2005)	- Man bewegt sich selbst oder man bewegt das Objekt - Konzentration auf Details oder auf das Ganze - Nachdenken und Vorstellen
Schultz (1991)	- Mental rotation strategy - Perspective change strategy - Analytic stategy

Tabelle 7: Beispiele für Lösungsstrategien bei räumlichen Fähigkeiten

Im Folgenden werden **DIE vier relevanten Strategiepaare** erläutert (siehe Abb. 54), die in dieser Großzahl von Publikationen erörtert wurden (vgl. Maresch 2014, S. 8). Sie erheben nicht den Anspruch auf Vollständigkeit.

Abbildung 54: Die vier Paare von Strategien für die Lösung von Raumvorstellungsaufgaben

Holistische (ganzheitliche) Strategie – Analytische Strategie

Die holistische und analytische Strategie wurden bereits im Kapitel *6.1.1 Performanz* näher erläutert. Sie gehören in der Literatur zu den am häufigsten identifizierten Strategiepaaren (vgl. Maresch 2014, S. 9). Die holistische Strategie wird häufig von den Personen angewendet, deren Raumvorstellungsvermögen besser ist (vgl. Maresch 2014, S. 9). Die Anwendung dieser Strategie erfordert verglichen zur analytischen Strategie weniger Zeit, aber dafür eine größere mentale Anstrengung, weil die Informationen komplexer veranschaulicht werden als beim analytischen Vorgehen (vgl. Maresch 2014, S. 9f.). Aus diesem Grund wird *„die Anwendung von holistischen Strategien als ‚echte' Raumvorstellung verstanden"* (Maresch 2014, S. 10).

Räumliches Denken – Flächendenken

Beim räumlichen Denken werden so Aufgaben gelöst, indem ein mentales dreidimensionales Modell bearbeitet – also transformiert, rotiert, geschnitten, gefalten etc. – wird (vgl. Maresch 2014, S. 10). Das heißt, es wird mental im Raum agiert, um auf eine Lösung zu gelangen. Beim Flächendenken hingegen wird ein zweidimensionales Bild mental manipuliert – zumeist gedreht (vgl. Maresch 2014, S. 10). Demnach muss hierbei kein dreidimensionales Objekt mental erzeugt werden. Somit kann die Aufgabe mit *„deutlich weniger komplexen Überlegungen betrachtet und gelöst werden als intendiert"* (vgl. Maresch 2014, S. 10).

Objekte werden bewegt (move object) – Bearbeiter*in bewegt sich (move self)

Für dieses Strategiepaar stellt der Standpunkt der Person das relevante Entscheidungskriterium fest (vgl. Maresch 2014, S. 10). Bei der Lösung der Aufgabe positioniert sich die Person entweder mental außerhalb der Situation und bewegt so die einzelnen Objekte („move object") oder versetzt sich in die Situation und bewegt sich selbst mental darin („move self") (vgl. Maresch 2014, S. 10). Je nach Aufgabentyp können sich diese zwei Standpunkte der Person als unterschiedlich effizient ausweisen (vgl. Maresch 2014, S. 10). Beispielsweise eignet sich bei mentalen Rotationstests die move-object-Strategie am effizientesten, wohingegen bei

räumlichen Orientierungsaufgaben die move-self-Strategie am besten geeignet ist (vgl. Maresch 2014, S. 10).

Verifizierende Strategie – Falsifizierende Strategie

Diese zwei Strategien sind selbsterklärend: Bei der verifizierenden Strategie wird direkt die richtige Lösungsmöglichkeit gewählt und die richtige Lösung aktiv gesucht (vgl. Maresch 2014, S. 10). Im Unterschied dazu werden bei der falsifizierenden Strategie alle falschen Lösungsmöglichkeiten identifiziert und diese Schritt für Schritt ausgeschlossen, bis letztlich die richtige Lösung übrigbleibt (vgl. Maresch 2014, S. 10).

7.5.1. Merkmale der Strategien

Man beachte, dass die oben genannten vier Strategiepaare nicht unabhängig nebeneinanderstehen – es gibt auch **Querverbindungen** zwischen den unterschiedlichen acht Strategien (vgl. Maresch 2014, S. 10). Die Lösungsstrategien bei Raumvorstellungsaufgaben sind von den folgenden **Parametern** abhängig:

1. *„Intrapersonelle Präferenz*
2. *Größe des individuellen Strategierepertoires*
3. *Typ der Aufgabe*
4. *Schwierigkeitsgrad und Komplexität der Aufgabe*
5. *Individuelle Vorerfahrungen bei Lösungen ähnlicher bzw. verwandter Aufgaben“* (Maresch 2014, S. 10).

Strategien kommen oftmals dann zum Einsatz, um die Komplexität der Aufgabe zu reduzieren (vgl. Maresch 2014, S. 10*). „Vor allem bei anspruchsvollen Testaufgaben kommen „Ergänzungs-” und „Ausweichstrategien“ zum Einsatz, die weniger hohe Anforderungen an räumlich-visuelle Qualifikationen stellen und somit oftmals eine erfolgreichere Bearbeitung ermöglichen“* (Maresch 2014, S. 10). Zu den Ausweich- bzw. Ergänzungsaufgaben gehören:

> *„[…] schlussfolgerndes-logisches Denken, verbal analytische Strategien, Verwendung mehrerer Strategien beim Lösen einer Aufgabe, Wechsel der Strategien innerhalb einer Teilaufgabe,*

Betrachten von Teilobjekten anstatt der gesamten Szene oder auch das Reduzieren der Dimension von drei auf zwei, also das Rückführen von dreidimensionalen Aufgaben in zweidimensionale.“ (Maresch 2014, S. 10f.)

Es werden innerhalb eines Beispiels häufig auch mehrere Strategien gleichzeitig angewandt (vgl. Maresch 2014, S. 11). Dies tritt vor allem bei komplexen Aufgaben auf. Demnach muss den Schüler*innen ein *„möglichst großes Strategierepertoire zur Verfügung steht[eh], um situationsadäquat die jeweils ‚optimale‘ Strategie wählen zu können.“* (Maresch 2014, S. 11) Dies bedeutet, dass die Schüler*innen sich metakognitive Prozesse aneignen müssen, *„um auf einer übergeordneten Ebene über die Wahl der bestmöglichen Lösungsfindungsprozesse in einer bestimmten Situation reflektieren, abwägen und entscheiden zu können“* (Maresch 2014, S. 11).

7.5.2. Aufgabentypen

In diesem Unterkapitel wird dargestellt, welche Strategien je nach Aufgabentyp am effizientesten zur Lösungsfindung beitragen.

Laut einer Untersuchung von Maresch (2015) eignet sich bei **dreidimensionalen Würfelstests** am besten die analytische Strategie und das räumliche Denken.

Dasselbe gilt auch für den **Differential Aptitude Test** (vgl. Maresch 2015, S. 50).

Beim **Mental Rotation Test** sind für die Lösungsfindung die holistische Betrachtung des Objekts, das räumliche Denken sowie die Bewegung des Objekts am effizientesten (vgl. Maresch 2015, S. 50).

Bei Aufgaben wie beim **Spatial Orientation Test** sollten die falsifizierende Strategie sowie die Bewegung des Objekts zur Lösung vorangezogen werden (vgl. Maresch 2015, S, 50).

8. Empirische Studie

Im Rahmen dieser Masterarbeit wurde eine empirische Untersuchung vorgenommen. In den nachfolgenden Abschnitten wird die Forschungsfrage, das Forschungsdesign, die Stichprobe sowie die Durchführung der Untersuchung beschrieben.

8.1. Forschungsfrage

In den vorangegangenen Kapiteln wurde bereits dargestellt, dass das räumliche Vorstellungsvermögen ein Aspekt der menschlichen Intelligenz ist, das in den verschiedensten Bereichen des Lebens eine wichtige Rolle spielt (vgl. Maresch & Schreiber 2025, S. 5). In Anbetracht dessen besteht die Aufgabe von Lehrkräften darin, die Schüler*innen beim Erwerb der Kompetenzen zu unterstützen, die für eine erfolgreiche Lebensführung notwendig sind (vgl. RIS 2025). Wie man die Schüler*innen dabei fördern kann, wurde bereits im Kapitel 9 geschildert.

Im Zuge dieser Untersuchung wurden zur Förderung des Raumvorstellungsvermögens kopfgeometrische Aufgaben im Geometrisch Zeichnen (GZ) Unterricht ausgewählt. Insbesondere wurden Aufgaben aus dem Förderprogramm RIF3.0 (https://rif4you.eu/ 2026) ausgewählt, da diese sowohl für Lehrkräfte als auch für Schüler*innen leicht zugänglich sind.

Mit wenig Aufwand können Lehrkräfte damit ihren Unterricht planen und erhalten nach der Durchführung auch eine Übersicht über die Ergebnisse der Klasse (vgl. Maresch & Schreiber 2025, S. 5). Somit können ggf. weitere Maßnahmen gesetzt werden, falls diese notwendig sind. Auch einen Geschlechtervergleich kann den Ergebnissen entnommen werden (vgl. Maresch & Schreiber 2025, S. 6ff.).

Schüler*innen erhalten bei jeder Aufgabe ein Feedback und können somit ihre Fehler einsehen und daraus lernen (vgl. Maresch & Schreiber 2025, S. 6ff.). Wie bereits im *Kapitel 6.1. Geschlechtsunterschiede* geschildert wurde, profitieren Schülerinnen mehr von Feedback als Schüler und können dementsprechend den Leistungsunterschied zwischen den Geschlechtern verringern (vgl. Zhu et al. 2023, S. 10f.). Fraglich ist nun, ob bzw. inwiefern es Leistungsunterschiede zwischen den Geschlechtern gibt, denn in der Literatur gibt es diesbezüglich viele unterschiedliche

Standpunkte. Dennoch kann festgehalten werden, dass die meisten Unterschiede zugunsten der Buben sprechen.

Somit lauten die Forschungsfragen, welche in der vorliegenden Arbeit behandelt werden, wie folgt:

1. Kann das räumliche Vorstellungsvermögen mit Hilfe von Kopfgeometrieaufgaben innerhalb kurzer Zeit gefördert werden?

2. Gibt es Leistungsunterschiede zwischen den Geschlechtern zugunsten männlichen Teilnehmenden?

3. Können Mädchen mit Hilfe von Üben mit Feedback die Leistungsunterschiede verringern oder sogar übertreffen?

4. Wie wirkt sich die Intervention auf die Selbstwahrnehmung der Schüler*innen bezüglich der Schwierigkeit der Aufgaben, Vorstellung von Figuren und Sicherheit der Aufgabenbearbeitung aus?

Die dazugehörigen Hypothesen sind werden im Abschnitt „Hypothesen“ beschrieben.

8.2. Methodik

Forschungsdesign

Diese empirische Untersuchung basiert auf einem quasi-experimentellen Forschungsdesign. Diese Auswahl ist damit zu begründen, weil die Anforderungen an ein experimentelles Design nicht erfüllt werden konnten (keine Randomisierung der Gruppen). Es handelt sich hierbei um ein Zwei-Gruppen-Pretest-Posttest-Design, in der zwei Klassen in Versuchs- und Kontrollgruppen eingeteilt wurden.

Beschreibung der Stichproben

Das Studiendesign beinhaltet zwei Datenerhebungen (Pre- und Posttest), die in den kommenden Kapiteln von Bedeutung sind. Insgesamt nahmen sich $N = 58$

Schüler*innen (zwei Klassen) an der Befragung teil. Davon hatten 29 Schüler*innen (eine Klasse) die Interventionsstunden (siehe Kapitel 8.4. Intervention).

Damit die Ergebnisse als verlässlich gelten konnten, war es nötig, dass die Schüler*innen in allen Unterrichtsstunden, in denen die Intervention durchgeführt wurde, anwesend waren und den Fragebogen vollständig beantworteten. Beim Fehlen von einigen wenigen Schüler*innen wurden diese Einheiten in Supplierstunden nachgeholt.

Die beiden teilnehmenden Klassen besuchten den Zweig des Realgymnasiums mit Schwerpunkt auf MINT-Fächern und befanden sich in der 7. Schulstufe. Der Grund für die Auswahl dieser Schulstufe lag an dem Fach Geometrisches Zeichnen, welches schulautonom in der 7. Schulstufe unterrichtet wird.

Die Klasse 3C war die Versuchsgruppe (VG) und die Klasse 3A die Kontrollgruppe (KG). In der VG befanden sich 13 weibliche und 16 männliche Teilnehmende. In der KG lag dieselbe Geschlechterverteilung vor. Somit nahmen an der Untersuchung insgesamt 26 Mädchen und 32 Buben teil. Folglich bestand in der Stichprobe eine Überrepräsentation an Buben.

Vorbereitung

Die Studie wurde im Bundesgymnasium und -realgymnasium GRg3 Hagenmüllergasse durchgeführt. Aufgrund meiner Tätigkeit in dieser Schule als Lehrkraft, wobei ich auch eine eigene Klasse in Geometrisches Zeichnen (GZ) unterrichtete, entschied die Wahl. Die Genehmigung zur Durchführung der Studie wurde von dem Direktor bereits Anfang des Schuljahres 2025/26 eingeholt. Daraufhin sammelt ich die Einverständniserklärung der Eltern der teilnehmenden Schüler*innen. Eine weitere Kollegin, die auch eine Klasse in GZ lehrte, wurde von der Studie informiert und war bereit, diese mit ihren Schüler*innen durchzuführen (Kontrollgruppe).

Zeitraum der Durchführung

Die Untersuchung wurde im Zeitraum 27.05.2025 – 11.06.2025 durchgeführt.

Am 27.05. wurden in beiden Gruppen die Fragebögen zur ersten Datenerhebung ausgefüllt (Pretest). Danach erhielt die VG am 03.06.2025 eine zweistündige Intervention und am 06.06.2025 eine Förderung für eine halbe Stunde. Die KG hatte während dieser Zeit regulären GZ-Unterricht. Am 11.06.2025 wurden in beiden die Fragebögen für die zweite Datenerhebung ausgefüllt (Posttest). Näheres dazu folgt in den nächsten Unterkapiteln.

8.3. Pretest

Die erste Datenerhebung erfolgte mittels eines Fragebogens im Paper-Pencil-Verfahren. Auf eine digitale Methode wurde verzichtet, um die Tendenz des zufälligen Klickens der Antworten zu verhindern. Mit Hilfe des Pretests konnte der momentane Stand des räumlichen Vorstellungsvermögens der Teilnehmenden erhoben werden.

Der Fragebogen bestand aus zwei Teilen – die Wissensfragen und die Selbstreflexionsfragen. Zu jeder Aufgabe mussten die Schüler*innen mit Hilfe einer 4 bis 5-stufigen Likert-Sakala angeben, inwiefern sie sich bei der Beantwortung der Aufgabe schwergetan haben, wie gut sie sich die Figuren vorstellen konnten und wie sicher sie sich bei der Aufgabenbearbeitung fühlten. Auch zwei offene Fragen zu den genutzten Lösestrategien der Aufgabe sowie die Beschreibung der Schwierigkeit daran waren auch zu beantworten.

Die Wissensfragen bestanden aus 5 Teilbereichen, zu denen es jeweils drei unterschiedliche Aufgaben zu lösen gab. Die Teilbereiche sind untergliedert in Mentale Rotation (TB1), Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern (TB2), Ansichten erkennen (Perspektivenwechsel, TB3), Würfelnetze (TB4) sowie Lagebeziehung und Orientierung im Raum (TB5). Die Wahl dieser Teilbereiche erfolgte, da sie für die Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens von besonderer Bedeutung sind (vgl. Thurstone 1950; Maier 1999a). Darüber hinaus nehmen sie eine zentrale Rolle im Lehrplan der AHS ein (vgl. RIS 2025). Die Aufgaben selbst wurden aus unterschiedlichsten Internetquellen entnommen, die das räumliche Vorstellungsvermögen feststellen sollen (siehe Anhang).

In einem Beta-Test wurde der Fragebogen an einer Einzelperson auf Verständlichkeit und Bearbeitungsdauer geprüft und dementsprechend adaptiert. Die Bearbeitungsdauer betrug in beiden Gruppen 40 bis 45 Minuten.

8.4. Intervention

Nach dem Pretest erhielt die VG im Rahmen des GZ-Unterrichts eine 2½-stündige Intervention, die KG hingegen hatte währenddessen regulären GZ-Unterricht.

Zur Förderung wurde die Lernplattform RaumIntelligenzFörderung (RIF) im Unterricht angewendet. Diese Plattform eignet sich deshalb gut für Schüler*innen und Lehrkräfte, weil sie das Ziel verfolgt, *„qualitativ hochwertige und wissenschaftlich fundierte Bildung im Bereich räumliches Denken kostenlos für alle Interessierten bereitzustellen, unabhängig davon, wo sich die Lernenden auf der Welt befinden.“* (Maresch & Schreiber 2025, S. 5) Zudem bietet die Lernplattform umfangreiche Trainings- und Diagnosemöglichkeiten mit mehr als 1 500 unterschiedlichen Aufgaben (vgl. Maresch & Schreiber 2025, S. 5). Sie beinhaltet neun unterschiedliche Bereiche der räumlichen Denkfähigkeit, mitunter auch die untersuchten fünf Teilbereiche dieser Studie.

Zur Vorbereitung der Intervention wurden Zugangscodes für die Schüler*innen erstellt und Aufgaben zu den passenden Teilbereichen zum Üben freigeschalten. Es wurde der Informatiksaal der Schule für die Durchführung der Intervention gebucht, da dafür der Computer oder ggf. das Handy benötigt wird. Die Teilnehmenden lösten die Übungen selbstständig und erhielten dabei Feedback bei möglichen Fehlern.

8.5. Posttest

Für die zweite Datenerhebung des räumlichen Vorstellungsvermögens wurde ein ähnlicher Fragebogen wie beim Pretest erstellt. Der Posttest ist ebenfalls in zwei Teile gegliedert (Wissensfragen und Selbstreflexionsfragen) mit fünf Teilbereichen zu je drei Aufgaben. Es kamen dieselben Aufgabentypen nur mit anderen Beispielen, Abbildungen und/oder Angaben (siehe Anhang) vor. Mit Hilfe des Posttests sollte analysiert werden, ob die Interventionen in der VG eine Leistungsverbesserung

hervorgebrachte. Dazu soll die Ergebnisse der VG mit der KG verglichen werden, die keine Förderungen bekamen.

Die Bearbeitungsdauer betrug in der VG ungefähr 30 bis 35 Minuten und in der KG ca. 35 bis 40 Minuten. In beiden Gruppen verringerte sich die Bearbeitungsdauer, im Gruppenvergleich am meisten in der VG.

8.6. Hypothesen

Folgende Hypothesen wurden im Rahmen der Untersuchung untersucht:

Hypothesen zu den Wissensfragen:

- **H1:** Die VG hat beim Posttest deutlich bessere Leistungen, da sie gefördert wurde. Bei der KG gibt es beim Posttest keine bis minimale Besserungen, da sie nicht gefördert wurde.
- **H2:** Die VG schneidet beim Posttest besser ab als die KG.
- **H3:** Buben schneiden besser ab als Mädchen.
- **H4:** Nach den Förderungen in der VG gibt es im Posttest keinen signifikanten Leistungsunterschied zwischen Buben und Mädchen bzw. Mädchen schneiden sogar besser ab.

Hypothesen zu den Selbstreflexionsfragen:

- **H5a:** Die VG findet die Aufgaben im Posttest leichter als im Pretest.
- **H5b:** Die VG kann sich im Posttest die Figuren/Situationen besser vorstellen als im Pretest.
- **H5c:** Die VG fühlt sich im Posttest bei der Aufgabenbeantwortung sicherer als im Pretest.
- **H6a:** In der KG zeigt sich zwischen Pre- und Posttest keine Veränderung der wahrgenommenen Aufgabenschwierigkeit.
- **H6b:** In der KG hat sich die Vorstellung der Figuren/Situationen vom Pre- zum Posttest nicht verändert.
- **H6c:** In der KG bleibt die wahrgenommene Sicherheit bei der Aufgabenbearbeitung im Pre- und Posttest gleich.
- **H7a:** Die VG findet die Aufgaben im Posttest leichter als die KG.

- **H7b:** Die VG kann sich im Posttest die Figuren/Situationen besser vorstellen als die KG.
- **H7c:** In der VG ist die wahrgenommene Sicherheit bei der Aufgabenbearbeitung im Posttest höher als bei der KG.

8.7. Aufbereitung

Zur Analyse der Daten kam in dieser Studie die kostenlose Software Jamovi (The jamovi project 2026) sowie Excel zum Einsatz. Zunächst beinhaltete die Analyse eine deskriptive Darstellung der Resultate (tabellarisch oder grafisch), gefolgt von Zweistichproben t-Tests der Hypothesen. Die graphischen Darstellungen der Ergebnisse wurden mit Excel erstellt.

9. Ergebnisse

9.1. Ergebnisse der Wissensaufgaben

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der durchgeführten Studie präsentiert. Dabei wird auf jede Hypothese gesondert eingegangen, wobei die Resultate der deskriptiven und der inferenzstatistischen Auswertung jeweils separat erläutert werden. Zur Überprüfung der Hypothesen und zur Absicherung der Aussagekraft der Ergebnisse kam jeweils ein Zweistichproben-t-Test zum Einsatz.

9.1.1. Verbesserung der VG, Fortbestehen der KG

H1: Die VG hat beim Posttest deutlich bessere Leistungen, da sie gefördert wurde. Bei der KG gibt es beim Posttest keine bis minimale Besserungen, da sie nicht gefördert wurde.

Deskriptivstatistik

In den folgenden Tabellen 8 und 9 sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der einzelnen Teilbereiche (TB1 – TB5) der VG und KG zu entnehmen. Hierbei wird zwischen Pre- und Posttest unterschieden.

	Gruppe	Zeitpunkt	TB1	TB2	TB3	TB4	TB5
Mittelwert	**VG**	**Pre**	1.31	1.97	4.21	4.03	1.93
		Post	1.41	2.14	4.00	3.79	1.83
Standardabweichung		**Pre**	0.967	0.778	0.861	0.944	0.961
		Post	0.867	0.875	1.44	0.978	0.759

Tabelle 8: Deskriptivstatistik der VG des Pre- und Posttests

Die deskriptiven Ergebnisse der VG (Tabelle 8) zeigen vom Pre- zum Posttest lediglich geringe Veränderungen der Mittelwerte. Die Standardabweichungen weisen insgesamt auf eine moderate Streuung der Werte hin. In Bezug auf den Mittelwert zeigt sich in TB1 ein leichter Anstieg von $M = 1{,}31$ (Pre) auf $M = 1{,}41$ (Post). Die Standardabweichung hingegen sinkt von $SD = 0{,}967$ (Pre) auf $SD = 0{,}867$ (Post), was darauf hindeutet, dass die VG im Posttest etwas homogener abschnitt.
In TB2 ist eine Zunahme des Mittelwerts von $M = 1{,}97$ (Pre) auf $M = 2{,}14$ (Post) zu beobachten. Ebenfalls erhöht sich hier die Streuung leicht von $SD = 0{,}778$ im Pretest auf $SD = 0{,}875$ im Posttest. Somit sind in TB1 und TB2 leichte Leistungsverbesserungen erkennbar.

Demgegenüber weisen die übrigen Teilbereichen TB3 bis TB5 geringfügige Leistungsrückgänge aufgewiesen. In TB3 ist ein leichter Rückgang des Mittelwerts von $M = 4{,}21$ im Pretest auf $M = 4{,}00$ im Posttest zu verzeichnen. Die Standardabweichung fällt hier besonders auf – sie steigt deutlich vom Pretest mit SD=0,861 auf den Posttest mit $SD = 1{,}44$. Dies deutet auf eine stärkere Heterogenität der Ergebnisse hin.

Auch in TB4 sinkt der Durchschnittswert von $M = 4{,}03$ (Pre) auf $M = 3{,}79$ (Post). Die Streuung bleibt in TB4 nahezu unverändert ($SD = 0{,}944$ Pre; $SD = 0{,}978$ Post).

In TB5 ist eine leichte Mittelwertabnahme von $M = 1{,}93$ im Pretest auf $M = 1{,}83$ im Posttest zu beobachten. Die Standardabweichung sinkt von $SD = 0{,}961$ (Pre) auf $SD = 0{,}759$ (Post), was ebenfalls auf eine geringe Streuung im Posttest hindeutet.

Zusammenfassend weisen die deskriptiven Ergebnisse der VG auf ein weitgehend konstantes Leistungsniveau zwischen dem Pre- und Posttest hin. Die Standardabweichungen zeigen sich über beide Messzeitpunkte hinweg ebenfalls weitgehend konstant, was auf eine moderate Streuung der Leistungen hinweist.

	Gruppe	Zeitpunkt	TB1	TB2	TB3	TB4	TB5
Mittelwert	**KG**	**Pre**	0.828	2.03	4.31	3.79	2.41
		Post	1.34	2.52	4.17	3.48	1.90
Standardabweichung		**Pre**	0.759	0.731	0.930	1.08	0.628
		Post	1.01	0.688	1.14	0.738	0.817

Tabelle 9: Deskriptivstatistik der KG des Pre- und Posttests

Die deskriptiven Ergebnisse in der KG (Tabelle 9) verweisen in TB1 und TB2 auf einen deutlichen Anstieg der Mittelwerte vom Pre- auf den Posttest. In TB1 steigt der Mittelwert von $M = 0{,}834$ (Pre) auf $M = 1{,}34$ (Post). Die Streuung nimmt in TB1 zu mit $SD = 0{,}76$ im Pretest auf $SD = 1{,}01$ im Posttest zu, was auf eine größere Heterogenität der Leistungen im Posttest hinweist.

Der Mittelwert nimmt in TB2 von $M = 2{,}03$ im Pretest auf $M = 2{,}52$ im Posttest zu. Die Streuung bleibt nahezu unverändert ($SD = 0{,}73$ Pre; $SD = 0{,}69$ Post).

Hingegen ist in TB3 ein leichter Rückgang des Mittelwerts von $M = 4{,}31$ (Pre) auf $M = 4{,}17$ (Post) zu verzeichnen. Jedoch steigt die Standardabweichung leicht von $SD = 0{,}93$ (Pre) auf $SD = 1{,}14$ (Post).

Auch in TB4 sinkt der Mittelwert leicht von $M = 3{,}79$ (Pre) auf $M = 3{,}48$ (Post). Deutlich ist die Abnahme der Streuung vom Pre- ($SD = 1{,}01$) zum Posttest ($SD = 0{,}74$).

Eine klare Abnahme des Mittelwerts ist in TB5 zu beobachten: im Pretest von $M = 2{,}41$ auf $M = 1{,}90$ im Posttest. Hierbei ist ein Anstieg der Standardabweichung von $SD = 0{,}63$ (Pre) auf $SD = 0{,}82$ (Post) zu verzeichnen.

Insgesamt sind in der KG, vor allem in TB1 und TB2, deutliche Leistungssteigerungen zwischen Pre- und Posttest festzustellen, während in TB5 ein spürbarer Leistungsabfall zu verzeichnen ist. In TB3 und TB4 ist eine konstante Leistung bzw. ein leichter Rückgang der Leistung feststellbar. Die Standardabweichungen lassen auf eine weitgehend konstante Leistungsstreuung innerhalb der KG schließen.

Inferenzstatistik

Nun werden zur Überprüfung der Leistungsentwicklung innerhalb der Gruppen die Ergebnisse der unabhängigen t-Tests zwischen Pre- und Posttest analysiert. Die Resultate sind in den nächsten zwei Tabellen 10 und 11 entnehmbar.

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1	**Student's t**	0.429	56.0	0.335	0.103	0.241	Cohens d	0.113
TB2	**Student's t**	0.793	56.0	0.216	0.172	0.218	Cohens d	0.208
TB3	**Student's t**	-0.664	56.0	0.745	-0.207	0.311	Cohens d	-0.174
TB4	**Student's t**	-0.956	56.0	0.829	-0.241	0.252	Cohens d	-0.251
TB5	**Student's t**	-0.455	56.0	0.675	-0.103	0.227	Cohens d	-0.119

Anmerkung. H_a $\mu_{Post} > \mu_{Pre}$

Tabelle 10: Einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben der VG zwischen Pre- und Posttest

Die t-Test-Ergebnisse (Tabelle 10) belegen, dass in der VG in keinem der getesteten Teilbereiche statistisch signifikante Leistungsunterschiede zwischen Pre- und Posttest festgestellt werden können (alle $p > 0{,}05$). Die Effektstärken nach Cohens d liegen durchgehend im sehr kleinen Bereich ($|d| \leq 0{,}25$). Demnach kann für die VG keine statistisch signifikante Leistungssteigerung infolge der durchgeführten Fördermaßnahmen belegt werden, somit stellen auch die beobachteten Mittelwertunterschiede praktisch keine Bedeutung auf.

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1	**Student's t**	2.205	56.0	0.016	0.517	0.235	Cohens d	0.579
TB2	**Student's t**	2.590	56.0	0.006	0.483	0.186	Cohens d	0.680
TB3	**Student's t**	-0.506	56.0	0.693	-0.138	0.273	Cohens d	-0.133
TB4	**Student's t**	-1.276	56.0	0.896	-0.310	0.243	Cohens d	-0.335
TB5	**Student's t**	-2.703	56.0	0.995	-0.517	0.191	Cohens d	-0.710

Anmerkung. H_a $\mu_{Post} > \mu_{Pre}$

Tabelle 11: Einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben der KG zwischen Pre- und Posttest

Hingegen können in der KG in TB1 $(t(56) = 2.205;\ p = 0.016;\ d = 0{,}058)$ und TB2 $(t(56) = 2{,}590;\ p = 0{,}006;\ d = 0{,}68)$ signifikante Leistungssteigerungen vom Pre- zum Posttest festgestellt werden. Die Effektstärken weisen hierbei auf mittlere Effekte hin, was auf einen deutlichen Leistungszuwachs im Posttest hindeutet.

Im Gegensatz dazu weisen in TB3 bis TB5 keine signifikanten Verbesserungen auf $(p > 0{,}05)$. In diesen Teilbereichen sind die mittleren Differenzen entweder negativ oder klein (siehe Tabelle 11) und die Effektstärken nach Cohens d reichen von $-0{,}13$ bis $-0{,}71$, was keinen Hinweis auf eine Leistungsverbesserung gibt.

Somit können die vorliegenden Ergebnisse die Hypothese **H1 nicht bestätigen**. Unerwarteterweise traten in der VG keine signifikanten Leistungsverbesserungen zwischen Pre- und Posttest auf. Hingegen verzeichnete die KG signifikante Verbesserungen in einzelnen Testbereichen (TB1 und TB2).

9.1.2. VG besser als KG

H2: Die VG schneidet beim Posttest besser ab als die KG.

Inferenzstatistik

In der nachfolgenden Tabelle 12 können die Ergebnisse des unabhängigen t-Tests für den Posttest zwischen der VG und der KG entnommen werden. Die deskriptiven Kennwerte der VG und KG im Posttest wurden bereits im vorherigen Abschnitt näher

erläutert und gelten genauso für die nächsten Analysen. Diese werden nochmals in der Abbildung 55 zusammengefasst.

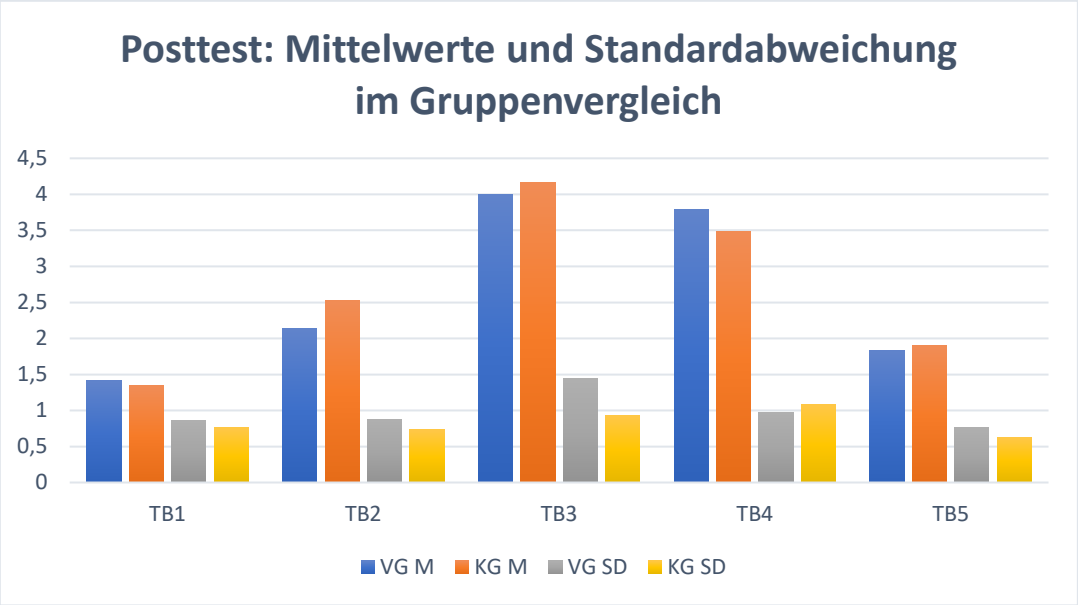


Abbildung 55: Deskriptivstatistik im Gruppenvergleich im Posttest

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1	**Student's t**	-0.279	56.0	0.391	-0.0690	0.247	Cohens d	-0.0733
TB2	**Student's t**	1.835	56.0	0.964	0.3793	0.207	Cohens d	0.4819
TB3	**Student's t**	0.506	56.0	0.693	0.1724	0.340	Cohens d	0.1330
TB4	**Student's t**	-1.365	56.0	0.089	-0.3103	0.227	Cohens d	-0.3584
TB5	**Student's t**	0.333	56.0	0.630	0.0690	0.207	Cohens d	0.0875

Anmerkung. H_a $\mu_{KG} < \mu_{VG}$

Tabelle 12: Einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben im Gruppenvergleich im Posttest

Den Ergebnissen zufolge konnten in keinem der fünf Teilbereiche im Posttest ein statistisch signifikanter Unterschied zwischen VG und KG festgestellt werden (alle $p > 0{,}05$). Die Effektstärke gemäß Cohens d sind größtenteils sehr klein bis klein ($|d| < 0{,}133$), was auf praktisch kaum relevante Unterschiede zwischen den Gruppen hinweist.

Obwohl sich in TB2 ein moderater Effekt zugunsten der VG ($d = 0{,}48$) zeigt, ist dieser Wert statistisch nicht signifikant ($t(56) = 1{,}835$; $p = 0{,}964$). Auch in TB4 trat ein

kleiner, zugunsten der KG wirkender Effekt ($d = -0{,}36$) auf, der sich jedoch ebenfalls nicht statistisch signifikant erweist ($t(56) = -1{,}365; p = 0{,}089$).

Aus diesem Grund kann die Hypothese **H2** auf Basis der durchgeführten Analysen **nicht bestätigt** werden.

9.1.3. Buben besser als Mädchen

H3: Buben schneiden besser ab als Mädchen.

Für die Analyse der dritten Hypothese wurden die Ergebnisse aus beiden Gruppen im Pretest vorangezogen. Nun folgt in Tabelle 13 die entsprechende Deskriptivstatistik für beide Geschlechter männlich (m) und weiblich (w), die näher erläutert werden. Teilnehmende, die als Geschlecht „divers“ angaben oder für die keine Geschlechtszuordnung vorlag, wurden in den geschlechtsspezifischen Auswertungen nicht miteinbezogen. Aufgrund der sehr geringen Fallzahlen in diesen Kategorien (jeweils 1-2 Personen) wäre eine statistisch aussagekräftige Analyse nicht möglich.

Deskriptivstatistik

	Geschlecht m/w	Zeitpunkt	TB1	TB2	TB3	TB4	TB5
Mittelwert	**m**	**Pre**	1.00	1.93	4.26	3.56	2.04
	w		1.14	2.07	4.29	4.21	2.25
Standardabw.	**m**		0.920	0.829	0.984	1.05	0.854
	w		0.891	0.663	0.810	0.876	0.844

Tabelle 13: Deskriptivstatistik beider Geschlechter im Pretest

Die deskriptivstatistischen Ergebnisse des Pretests beider Gruppen zeigen, dass Mädchen in den meisten Teilbereichen höhere Mittelwerte als Buben aufweisen. Vor allem in TB4 ist dieser Unterschied deutlich zu erkennen ($M_m = 3{,}56;\ M_w = 4{,}21$). In TB1, TB2, TB3 und TB5 sind dagegen nur geringe Mittelwertunterschiede zwischen den Geschlechtern vorhanden (siehe Tabelle 13).

Die Standardabweichungen sind in beiden Gruppen im vergleichbaren Bereich, was auf eine ähnliche Streuung der Leistungen hindeutet. Die Streuungswerte in TB1 sind ähnlich mit $SD_m = 0{,}92$ und $SD_w = 0{,}89$. Die Schülerinnen weisen in TB2 ($SD_w = 0{,}66$; $SD_m = 0{,}83$), TB3 ($SD_w = 0{,}81$; $SD_m = 0{,}98$) und TB4 ($SD_w = 0{,}88$; $SD_m = 1{,}05$) geringere Standardabweichungen auf als Schüler, was auf eine etwas homogenere Leistungsstruktur hindeutet. Die Standardabweichung in beiden Gruppen sind in TB5 fast gleich mit $SD_w = 0{,}84$ und $SD_m = 0{,}85$.

In der Abbildung 56 werden die Ergebnisse der Deskriptivstatistik zusammengefasst.

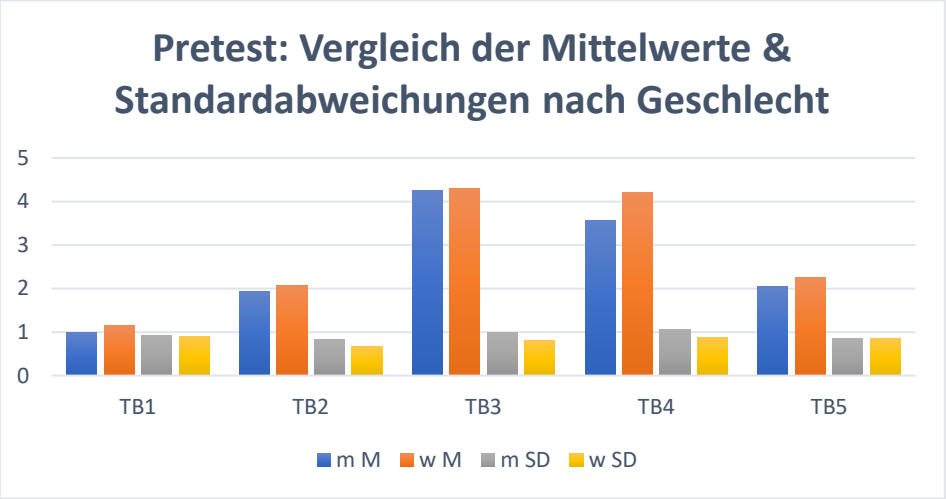


Abbildung 56: Deskriptivstatistik beider Geschlechter im Pretest

Inferenzstatistik

In der folgenden Tabelle 14 sind die Ergebnisse vom einseitigen t-Test (H_a: $\mu_m > \mu_w$) der Geschlechterunterschiede abgebildet.

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1	**Student's t**	-0.585	53.0	0.720	-0.1429	0.244	Cohens d	-0.1578
TB2	**Student's t**	-0.721	53.0	0.763	-0.1455	0.202	Cohens d	-0.1943
TB3	**Student's t**	-0.109	53.0	0.543	-0.0265	0.243	Cohens d	-0.0294
TB4	**Student's t**	-2.530	53.0	0.993	-0.6587	0.260	Cohens d	-0.6824
TB5	**Student's t**	-0.930	53.0	0.822	-0.2130	0.229	Cohens d	-0.2508

Anmerkung. H_a $\mu_m > \mu_w$

Tabelle 14: Einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben im Geschlechtervergleich im Pretest

Hier gibt es in TB1, TB2, TB3 und TB5 keinen statistisch signifikanten Unterschied ($p > 0{,}05$) und die Effektstärken liegen jeweils im vernachlässigbaren bis kleinen Bereichen ($|d| \leq 0{,}25$). Somit können keine Leistungsunterschiede zwischen den Geschlechtern festgestellt werden.

In TB4 ($t(53) = -2{,}53;\ p = 0{,}993, d = -0{,}6824$) zeigen die Ergebnisse sogar das Gegenteil: Mädchen sind tendenziell deutlich besser als Buben mit einem mittleren bis großen Effekt. Sie erreichen jedoch nicht das Signifikanzniveau. Auch die mittlere Differenz mit $-0{,}66$ fällt deutlich zugunsten der weiblichen Teilnehmenden aus.

Zur Überprüfung wurde auch ein zweiseitiger t-Test durchgeführt (H_a: $\mu_m \neq \mu_w$), um zu zeigen, ob es allgemein einen Unterschied zwischen Buben und Mädchen gibt (siehe Tabelle 15).

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1	**Student's t**	-0.585	53.0	0.561	-0.1429	0.244	Cohens d	-0.1578
TB2	**Student's t**	-0.721	53.0	0.474	-0.1455	0.202	Cohens d	-0.1943
TB3	**Student's t**	-0.109	53.0	0.914	-0.0265	0.243	Cohens d	-0.0294
TB4	**Student's t**	-2.530	53.0	0.014	-0.6587	0.260	Cohens d	-0.6824
TB5	**Student's t**	-0.930	53.0	0.357	-0.2130	0.229	Cohens d	-0.2508

Anmerkung. H_a $\mu_m \neq \mu_w$

Tabelle 15: Zweiseitiger t-Test für unabhängige Stichproben im Geschlechtervergleich im Pretest

Die unabhängigen t-Tests im Pretest zeigen in TB4 einen interferenzstatistisch signifikanten Leistungsunterschied zwischen Jungen und Mädchen in ($t(53) = -2{,}53;\ p = 0{,}014$). Die mittlere Differenz beträgt $-0{,}66$, was auf höhere erzielte Werte zugunsten der weiblichen Teilnehmenden hinweist. Die Effektstärke nach Cohens d deutet mit $-0{,}68$ auf einen mittleren bis großen Effekt zugunsten der Mädchen hin (wie in Tabelle oben zu sehen).

In den anderen Teilbereichen (TB1, TB2, TB3 und TB5) können keine signifikanten Unterschiede in der Leistung festgestellt werden ($p > 0{,}05$). Die Effektstärken gemäß

Cohens d liegen jeweils im kleinen bis vernachlässigbaren Bereich $(-0{,}25 < d < -0{,}03)$.

Demzufolge kann die Hypothese **H3 nicht bestätigt** werden.

9.1.4. VG: Nach Intervention verbessern sich Mädchen mehr als Buben

H4: Nach den Förderungen in der VG gibt es im Posttest keinen signifikanten Leistungsunterschied zwischen Buben und Mädchen bzw. Mädchen schneiden sogar besser ab.

Deskriptivstatistik

	Geschlecht m/w	Zeitpunkt	TB1	TB2	TB3	TB4	TB5
Mittelwert	**m**	**Post**	1.26	2.30	3.70	3.52	1.85
	w		1.54	2.39	4.39	3.79	1.79
Standardabweichung	**m**		1.02	0.823	1.44	1.01	0.770
	w		0.838	0.786	1.10	0.738	0.787

Tabelle 16: Deskriptivstatistik beider Geschlechter im Posttest

Im deskriptiven Vergleich zeigen die Mädchen in allen Teilbereichen, mit Ausnahme von TB5, höhere Mittelwerte als die Buben. In TB5 haben die Schüler einen höheren Mittelwert $(M = 1{,}85)$ als die Schülerinnen $(M = 1{,}79)$. Der größte Unterschied der Mittelwerte ist in TB3 mit $M = 4{,}39$ bei den Mädchen und $M = 3{,}70$ bei den Buben.

Die Ergebnisse beider Geschlechter weisen insgesamt je nach Teilbereich unterschiedliche Streuungen auf (siehe Tabelle 16). Die größte Streuung zeigt sich bei den Buben in TB3 mit $SD = 1{,}44$, hingegen bei den Mädchen in TB1 mit $SD = 0{,}838$. Die geringste Streuung ist bei den Buben mit $SD = 0{,}77$ feststellbar und bei den Mädchen mit $SD = 0{,}738$.

Die folgende Abbildung 57 verdeutlicht die Unterschiede der Mittelwerte und Standardabweichungen der beiden Geschlechter im Posttest.

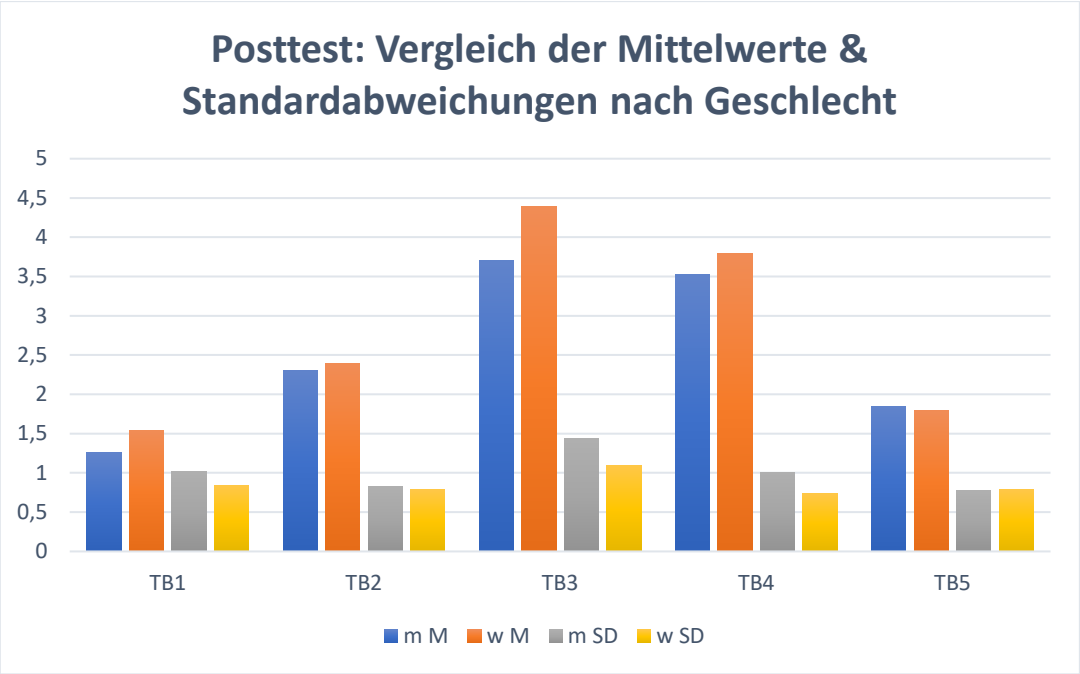


Abbildung 57: Deskriptivstatistik beider Geschlechter im Posttest

Interferenzstatistik

Für die Überprüfung der vierten Hypothese wurden wieder zwei unabhängige t-Tests untersucht. Zuerst wird der zweiseitige t-Test (H_a: $\mu_m \neq \mu_w$ siehe Tabelle) analysiert, der zeigen soll, ob es allgemein einen Leistungsunterschied zwischen den beiden Geschlechtern gibt.

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1	**Student's t**	-1.460	25.0	0.157	-0.4890	0.335	Cohens d	-0.562
TB2	**Student's t**	-1.058	25.0	0.300	-0.3626	0.343	Cohens d	-0.408
TB3	**Student's t**	-2.632	25.0	0.014	-1.3407	0.509	Cohens d	-1.014
TB4	**Student's t**	-1.846	25.0	0.077	-0.6813	0.369	Cohens d	-0.711
TB5	**Student's t**	-0.335	25.0	0.741	-0.0934	0.279	Cohens d	-0.129

Anmerkung. H_a $\mu_m \neq \mu_w$

Tabelle 17: Zweiseitiger t-Test für unabhängige Stichproben beider Geschlechter im Posttest

Die Resultate (Tabelle 17) weisen darauf hin, dass in TB3 ein statistisch signifikanter Leistungsunterschied zwischen den Geschlechtern besteht ($t(25) = -2{,}632$; $p =$

$0{,}014$), wobei Mädchen signifikant bessere Leistungen erbrachten. Hierbei zeigt die Effektstärke nach Cohen $d = -1{,}014$, dass es sich um einen großen Effekt handelt. Weiters zeigt sich in TB4 kein signifikanter Unterschied ($t(25) = -1{,}846;\ p = 0{,}077$), weist aber eine mittlere bis große Effektstärke ($d = -0{,}711$) auf, die zugunsten der Mädchen spricht.

Die übrigen Teilbereichen TB1, TB2 und TB5 zeigen keine geschlechtsspezifische Leistungsunterschiede von statistischer Signifikanz ($p > 0{,}05, |d| \leq 0{,}56$), wobei sich die Effekte im kleinen bis mittleren Bereich befinden.

Zur Überprüfung wird ergänzend der einseitige t-Test (H_a: $\mu_m < \mu_w$) zugunsten der Mädchen analysiert (siehe Tabelle 18).

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1	**Student's t**	-1.460	25.0	0.078	-0.4890	0.335	Cohens d	-0.562
TB2	**Student's t**	-1.058	25.0	0.150	-0.3626	0.343	Cohens d	-0.408
TB3	**Student's t**	-2.632	25.0	0.007	-1.3407	0.509	Cohens d	-1.014
TB4	**Student's t**	-1.846	25.0	0.038	-0.6813	0.369	Cohens d	-0.711
TB5	**Student's t**	-0.335	25.0	0.370	-0.0934	0.279	Cohens d	-0.129

Anmerkung. H_a $\mu_m < \mu_w$

Tabelle 18: Einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben beider Geschlechter im Posttest

Dabei zeigen die Ergebnisse in TB3 einen statistisch signifikanten Unterschied zugunsten der Mädchen ($t(25) = -2{,}632;\ p = 0{,}007$) mit einer sehr großen Effektstärke ($d = -1{,}014$).

Auch in TB4 kann ein signifikanter Unterschied festgestellt werden ($t(25) = -1{,}846;\ p = 0{,}038$), wobei die Effektstärke nach Cohen auf einen mittleren bis großen Effekt hindeutet ($d = -0{,}711$).

Schließlich können in TB1, TB2 und TB5 keine signifikanten Unterschiede festgestellt werden ($p > 0{,}05$), wobei in TB1 und TB2 Tendenzen zugunsten der Mädchen erkennbar sind ($d = -0{,}562$ und $d = -0{,}408$).

Folglich kann die Hypothese **H4 bestätigt** werden. Es gibt keinen signifikanten Leistungsunterschied zwischen den Geschlechtern in TB1, TB2, und TB5. Mädchen sind in TB3 statistisch signifikant besser als Buben und in TB4 deutet sich ein geschlechtsspezifischer Unterschied zugunsten der Mädchen an.

9.2. Ergebnisse der geschlossenen Selbstreflexionsfragen

Im folgenden Abschnitt werden die geschlossenen Selbstreflexionsfragen der Schüler*innen mit Hilfe der Deskriptivstatistik und Inferenzstatistik analysiert. Es soll untersucht werden, ob sich die Selbsteinschätzung der VG vom Pretest zum Posttest verbessert hat und in der KG gleichgeblieben ist. Da es drei geschlossene Fragen im Fragebogen dazu gab, werden jeweils drei unterschiedliche Hypothesen pro Gruppe formuliert und geprüft.

9.2.1. VG: Aufgaben sind einfacher

H5a: Die VG findet die Aufgaben im Posttest leichter als im Pretest.

Deskriptivstatistik

	Gruppe	Zeitpunkt	TB1 Schwierigkeit	TB2 Schwierigkeit	TB3 Schwierigkeit	TB4 Schwierigkeit	TB5 Schwierigkeit
Mittelwert	**VG**	**Pre**	8.21	9.79	10.2	9.21	9.03
		Post	8.55	10.6	10.9	9.10	9.93
Standardabweichung		**Pre**	2.37	2.29	1.71	2.81	2.44
		Post	2.18	2.11	1.92	2.26	2.30

Tabelle 19:Deskriptivstatistik der VG des Pre- und Posttests zur Frage "Schwierigkeit"

In TB1, TB2, TB3 und TB5 wurden leichte Anstiege der Mittelwerte vom Pre- zum Posttest verzeichnet (siehe Tabelle 19), was auf eine geringe Zunahme der subjektiven Schwierigkeit hindeutet. Hingegen nimmt die Streuung in TB1, TB2 und TB5 leicht vom Pre- zum Posttest ab (siehe Tabelle 19). Dies deutet auf eine etwas homogenere Wahrnehmung der Schwierigkeit im Posttest hin. Demgegenüber erhöht sich in TB3 die Standardabweichung geringfügig von $SD = 1{,}71$ (Pre) auf $SD = 1{,}92$ (Post).

Verglichen dazu konnten in TB4 ein sehr geringer Rückgang der wahrgenommenen Schwierigkeit von $M = 9{,}21$ (Pre) auf $M = 9{,}10$ (Post) festgestellt werden, was auf eine minimale Verbesserung hindeutet. Die Streuung verringert sich dazu deutlich von $SD = 2{,}81$ im Pretest auf $SD = 2{,}26$ im Posttest.

Zusammenfassend weisen die deskriptiven Daten darauf hin, dass in der VG in den meisten Teilbereichen (TB1, TB2, TB3 und TB4) eine leichte Zunahme der wahrgenommenen Schwierigkeit der einzelnen Aufgaben im Posttest zu beobachten ist. Hingegen bleibt die Einschätzung in TB4 weitgehend konstant. Die Werte der Standardabweichungen zeigen eine moderate Streuung der Einschätzungen zwischen Pre- und Posttest, Somit gibt es keine starken Ausreißer, die die Mittelwerte verzerren.

Inferenzstatistik

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1 Schwierig-keit	**Student's t**	0.577	56	0.283	0.345	0.598	Cohens d	0.1515
TB2 Schwierig-keit	**Student's t**	1.371	56	0.088	0.793	0.579	Cohens d	0.3600
TB3 Schwierig-keit	**Student's t**	1.518	56	0.067	0.724	0.477	Cohens d	0.3986
TB4 Schwierig-keit	**Student's t**	-0.155	56	0.561	-0.103	0.669	Cohens d	-0.0406
TB5 Schwierig-keit	**Student's t**	1.440	56	0.078	0.897	0.623	Cohens d	0.3781

Anmerkung. H_a $\mu_{Post} > \mu_{Pre}$

Tabelle 20: Einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben der VG zur Frage "Schwierigkeit"

Nach den inferenzstatistischen Ergebnissen (Tabelle 20) gibt es in allen fünf Teilbereichen keine signifikanten Verbesserungen der wahrgenommenen Schwierigkeit ($p > 0{,}05$). Die Effektstärken nach Cohen ($0{,}15 < d < -0{,}41$) liegen im kleinen bis mittleren Bereich, was sich nicht verlässlich für eine praktische Aussage erweist. Die positiven mittleren Differenzen deuten auf eine zunehmende subjektive Schwierigkeit (siehe Tabelle 20) hin. In TB4 zeigt sich sogar eine negative mittlere Differenz ($-0{,}103$) sowie Effektstärke ($d = -0{,}041$), was auf keine Verbesserung oder leichte Verschlechterung hinweist.

Alles in allem kann die Hypothese **H5a nicht bestätigt** werden. Die Intervention konnte nicht zu einer messbaren Verringerung der wahrgenommenen Schwierigkeit führen, sondern haben das Gegenteil bewirkt.

9.2.2. VG: Bessere Vorstellung der Figuren

H5b: Die VG kann sich im Posttest die Figuren/Situationen besser vorstellen als im Pretest.

Deskriptivstatistik

	Gruppe	Zeit-punkt	TB1 Vorstel-lung	TB2 Vorstel-lung	TB3 Vorstel-lung	TB4 Vorstel-lung	TB5 Vorstel-lung
Mittelwert	**VG**	**Pre**	7.38	7.38	7.86	6.76	6.66
		Post	7.90	7.90	8.14	6.52	7.34
Standard-abweichung		**Pre**	1.66	1.66	1.46	2.18	1.91
		Post	1.54	1.54	1.43	2.13	1.91

Tabelle 21: Deskriptivstatistik der VG des Pre- und Posttests zur Frage "Vorstellung"

Bei den deskriptiven Daten (siehe Tabelle 21) zeigen die Mittelwerte in TB1, TB2, TB3 und TB5 leichte Verbesserungen der Vorstellungsfähigkeit im Posttest. Hingegen wird in TB4 ein leichter Rückgang und somit eine minimale Verschlechterung der Vorstellung von Figuren/Situationen vom Pretest ($M = 6{,}76$) zum Posttest ($M = 6{,}52$) erfasst.

Die Standardabweichungen weisen in allen Testbereichen auf eine weitgehend konstante Streuung der Werte hin, wobei in einzelnen Teilbereichen eine geringfügige Verringerung der Streuung im Posttest erkennbar ist (siehe Tabelle 21).

Inferenzstatistik

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1 Vorstellung	**Student's t**	1.230	56	0.112	0.517	0.420	Cohens d	0.323
TB2 Vorstellung	**Student's t**	1.230	56	0.112	0.517	0.420	Cohens d	0.323
TB3 Vorstellung	**Student's t**	0.727	56	0.235	0.276	0.379	Cohens d	0.191
TB4 Vorstellung	**Student's t**	-0.426	56	0.664	-0.241	0.566	Cohens d	-0.112
TB5 Vorstellung	**Student's t**	1.372	56	0.088	0.690	0.503	Cohens d	0.360

Anmerkung. H_a $\mu_{Post} > \mu_{Pre}$

Tabelle 22: Einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben der VG zur Frage "Vorstellung"

Verglichen dazu können inferenzstatistisch (siehe Tabelle 22) in allen fünf Teilbereichen keine statistisch signifikanten Verbesserungen der Vorstellungsfähigkeit von Figuren oder Situationen festgestellt werden ($p > 0{,}05$). Die Effektstärken von Cohen ($0{,}19 < d < 0{,}36$) zeigen einen kleinen bis mittleren Effekt auf, was praktisch schwach relevant ist. In TB4 können sogar eine negative mittlere Differenz ($-0{,}241$) und eine sehr kleine Effektstärke ($d = -0{,}112$) beobachtet werden. Dies bedeutet, dass keine Verbesserung vorhanden ist.

Wenn man die Deskriptiv- und Inferenzstatistik miteinander vergleicht, kann die Hypothese **H5b nicht bestätigt** werden. Die Intervention führte nicht zu einer statistisch gesicherten Verbesserung der Fähigkeit, sich die Figuren/Situationen vorzustellen.

9.2.3. VG: Mehr Sicherheit bei der Aufgabenbeantwortung

H5c: Die VG fühlt sich im Posttest bei der Aufgabenbeantwortung sicherer als im Pretest.

Deskriptivstatistik

	Gruppe	Zeitpunkt	TB1 Sicherheit	TB2 Sicherheit	TB3 Sicherheit	TB4 Sicherheit	TB5 Sicherheit
Mittelwert	**VG**	**Pre**	7.34	6.69	7.34	6.83	6.45
		Post	8.10	7.72	8.10	6.66	7.17
Standard-abweichung		**Pre**	1.47	1.79	1.47	1.79	1.97
		Post	1.23	1.69	1.23	1.86	1.79

Tabelle 23: Deskriptivstatistik der VG des Pre- und Posttests zur Frage "Sicherheit"

Der Tabelle 23 sind die deskriptiven Ergebnisse zu entnehmen. Sie weisen in allen Teilbereichen (bis auf TB4) auf eine deutliche Zunahme der Mittelwerte hin und somit auf eine erhöhte der wahrgenommenen Sicherheit in der VG im Posttest. Lediglich in TB4 ist ein minimaler Rückgang des Gefühls der Sicherheit zu beobachten ($M = 6{,}83$ Pre; $M = 6{,}66$ Post). Die Standardabweichungen sind verglichen zum Pre- und Posttest ähnlich bzw. nehmen geringfügig ab, was auf eine konstante Streuung der Antworten hindeutet.

Inferenzstatistik

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1 Sicherheit	**Student's t**	2.128	56	0.019	0.759	0.357	Cohens d	0.5587
TB2 Sicherheit	**Student's t**	2.261	56	0.014	1.034	0.458	Cohens d	0.5937
TB3 Sicherheit	**Student's t**	2.128	56	0.019	0.759	0.357	Cohens d	0.5587
TB4 Sicherheit	**Student's t**	-0.360	56	0.640	-0.172	0.479	Cohens d	-0.0944
TB5 Sicherheit	**Student's t**	1.462	56	0.075	0.724	0.495	Cohens d	0.3838

Anmerkung. H_a $\mu_{Post} > \mu_{Pre}$

Tabelle 24: Einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben der VG zur Frage "Sicherheit"

Der Anstieg der wahrgenommenen Sicherheit kann in TB1 ($t(56) = 2{,}128;\ p = 0{,}019$), TB2 ($t(56) = 2{,}261;\ p = 0{,}014$) und TB3 (wie TB1) auch inferenzstatistisch signifikant bestätigt werden. Hierbei wurden mittlere Effektstärken erzielt ($0{,}56 < d < 0{,}59$).

In TB4 und TB5 können keine signifikanten Veränderungen festgestellt werden ($p > 0{,}05$, siehe Tabelle 24) und es können keine relevanten Effekte beobachtet werden ($d = -0{,}09$ und $d = 0{,}38$).

Aufgrund der geschilderten Ergebnisse kann die Hypothese **H5c teilweise bestätigt** werden. Die Förderung hatte einen positiven Einfluss auf die wahrgenommene Sicherheit in der VG, allerdings nur in TB1, TB2 und TB3.

Alles in allem hat sich die Selbsteinschätzung in der VG nach der Intervention nicht verbessert. Lediglich in drei Teilbereichen (TB1-TB3) kann eine größere wahrgenommene Sicherheit beobachtet werden.

9.2.4. KG: Konstante wahrgenommene Aufgabenschwierigkeit

In den folgenden Seiten wird untersucht, ob die Selbsteinschätzung der KG vom Pre- zum Posttest unverändert blieb, da diese Gruppe keine Interventionen erhielt. Auch hier wird zwischen drei Hypothesen (H6a – H6c) unterschieden. Für die Analyse wurden t-Tests für unabhängige Stichproben durchgeführt. Die Alternativhypothese basierte auf einem zweiseitigen Test (H_a: $\mu_{Post} \neq \mu_{Pre}$).

H6a: In der KG zeigt sich zwischen Pre- und Posttest keine Veränderung der wahrgenommenen Aufgabenschwierigkeit.

Deskriptivstatistik

	Gruppe	Zeitpunkt	TB1 Schwierigkeit	TB2 Schwierigkeit	TB3 Schwierigkeit	TB4 Schwierigkeit	TB5 Schwierigkeit
Mittelwert	**KG**	**Pre**	7.86	9.79	9.72	8.59	9.62
		Post	8.52	10.4	10.1	8.41	9.07
Standardabweichung		**Pre**	2.05	1.90	1.98	2.44	2.13
		Post	1.94	1.50	2.39	3.04	2.78

Tabelle 25: Deskriptivstatistik der KG des Pre- und Posttests zur Frage "Schwierigkeit"

Die deskriptiven Daten (siehe Tabelle 25) weisen darauf hin, dass es bei TB1 bis TB3 leichte Anstiege der Mittelwerte gibt, was auf eine geringe Zunahme der subjektiven Schwierigkeit hindeutet. Hingegen konnten in TB4 und TB5 ein minimaler Rückgang der wahrgenommenen Schwierigkeit beobachtet werden. Aufgrund der sehr kleinen Mittelwertunterschiede zwischen Pre- und Posttest gibt es deskriptiv keine klare systematische Änderung der Schwierigkeit. Die Standardabweichungen sind im Posttest (TB3 bis TB5) teilweise größer als im Pretest. Dies deutet auf mehr Streuung hin, jedoch kann kein klarer Trend festgestellt werden.

Inferenzstatistik

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effektstärke
TB1 Schwierigkeit	**Student's t**	1.251	56	0.216	0.655	0.524	Cohens d	0.3285
TB2 Schwierigkeit	**Student's t**	1.306	56	0.197	0.586	0.449	Cohens d	0.3430
TB3 Schwierigkeit	**Student's t**	0.598	56	0.552	0.345	0.576	Cohens d	0.1571
TB4 Schwierigkeit	**Student's t**	-0.238	56	0.813	-0.172	0.724	Cohens d	-0.0625
TB5 Schwierigkeit	**Student's t**	-0.849	56	0.399	-0.552	0.650	Cohens d	-0.2230

Anmerkung. H_a $\mu_{Post} \neq \mu_{Pre}$

Tabelle 26: Zweiseitiger t-Test für unabhängige Stichproben der KG zur Frage "Schwierigkeit"

Die Ergebnisse aus der Tabelle 26 zeigen, dass es in allen fünf Teilbereichen keinen inferenzstatistischen signifikanten Unterschied in der wahrgenommenen Schwierigkeit zwischen Pre- und Posttest in der KG gibt ($p > 0{,}05$). Ebenfalls fallen alle Effektstärken nach Cohen ($0{,}06 < |d| < 0{,}34$). durchgehend klein bis vernachlässigbar aus, was auf eine stabile Einschätzung der Aufgaben hinweist.

Somit konnte **H6a bestätigt** werden – die wahrgenommene Aufgabenschwierigkeit zwischen Pre- und Posttest blieb in der KG unverändert.

9.2.5. KG: Konstante Vorstellungsfähigkeit der Figuren

H6b: In der KG veränderte sich die Vorstellung der Figuren/Situationen vom Pre- zum Posttest nicht verändert.

Deskriptivstatistik

	Gruppe	Zeit-punkt	TB1 Vorstellung	TB2 Vorstellung	TB3 Vorstellung	TB4 Vorstellung	TB5 Vorstellung
Mittelwert	**KG**	**Pre**	7.59	7.59	7.45	6.21	7.38
		Post	7.59	7.59	7.55	5.97	6.31
Standard-abweichung		**Pre**	1.59	1.59	1.45	2.16	1.80
		Post	1.66	1.66	1.72	2.34	2.35

Tabelle 27: Deskriptivstatistik der KG des Pre- und Posttests zur Frage "Vorstellung"

Den Ergebnissen der Deskriptivstatistik (siehe Tabelle 27) ist Folgendes zu entnehmen: In den TB1 und TB2 gibt es keine Mittelwertveränderungen zwischen Pre- und Posttest (TB1 = TB2: $M = 7{,}59$). Die Standardabweichungen nehmen kaum zu, somit ist eine vergleichbare Streuung feststellbar (TB1 = TB2: $SD = 1{,}59$ Pre; $SD = 1{,}66$ Post).

In TB3 sind sowohl bei den Mittelwerten als auch bei der Standardabweichung zwischen Pre- und Posttest sehr geringe Steigerungen sichtbar (Pre: $M = 7{,}45$ $SD = 1{,}45$ Post: $M = 7{,}55$ $SD = 1{,}72$).

Hingegen kann in TB4 eine leichte Abnahme der durchschnittlichen Vorstellung der Figuren entnommen werden. Der Mittelwert sinkt von $M = 6{,}21$ im Pretest auf $M = 5{,}97$ im Posttest. Die Standardabweichung nimmt leicht zu – auch hier gibt es vergleichbare Werte (Pretest: $SD = 2{,}16$ Posttest: $SD = 2{,}34$).

Die stärkste Veränderung kann in TB5 gezeigt werden. Hier gibt es einen Rückgang der mittleren Vorstellungsfähigkeit von Figuren und Situationen von $M = 6{,}38$ im Pretest auf M=6,31 im Posttest. Gleichzeitig nimmt die Streuung der Ergebnisse im Posttest zu (von $SD = 1{,}80$ auf $SD = 2{,}35$).

Laut den deskriptiven Ergebnissen kann insgesamt eine überwiegend stabile Vorstellungsfähigkeit der Figuren und Situationen zwischen Pre- und Posttest in der KG angenommen werden. Nur in TB5 ist eine merkliche Abnahme der Mittelwerte zu erkennen.

Inferenzstatistik

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1 Vorstellung	**Student's t**	0.000	56	1.000	0.000	0.427	Cohens d	0.0000
TB2 Vorstellung	**Student's t**	0.000	56	1.000	0.000	0.427	Cohens d	0.0000
TB3 Vorstellung	**Student's t**	0.247	56	0.806	0.103	0.419	Cohens d	0.0649
TB4 Vorstellung	**Student's t**	-0.408	56	0.685	-0.241	0.591	Cohens d	-0.1072
TB5 Vorstellung	**Student's t**	-1.946	56	0.057	-1.069	0.549	Cohens d	-0.5110

Anmerkung. H_a $\mu_{Post} \neq \mu_{Pre}$

Tabelle 28: Zweiseitiger t-Test für unabhängige Stichproben der KG zur Frage "Vorstellung"

Inferenzstatistisch ergaben sich in TB1 und TB2 keine signifikanten Unterschiede in der Vorstellungskraft von Figuren zwischen Pre- und Posttest ($t(56) = 0, p = 1$). Dementsprechend treten auch keine Effekte auf (Cohens $d = 0$).

Genauso konnte in TB3 kein signifikanter Unterschied festgestellt werden ($t(56) = 0{,}247, p = 0{,}806$). Mit einem Wert von $d = 0{,}06$ ist die Effektstärke vernachlässigbar gering.

Auch in TB4 ist kein signifikanter Unterschied zwischen dem Pre- und Posttest zu erkennen ($t(56) = -0{,}408, p = 0{,}685$). Die Effektstärke zeigt mit $d = -0{,}11$ einen sehr kleinen Effekt an.

Hingegen wurde in TB5 ein Unterschied festgestellt, der nicht statistisch signifikant ist, aber an der Grenze liegt mit $t(56) = -1946$ und $p = 0{,}057$. Die Effektstärke befindet sich mit $d = -0{,}51$ im mittleren Bereich, was auf eine inhaltlich relevante Abnahme der Vorstellungskraft von Figuren und Situationen im Posttest hinweist.

Zusammenfassend zeigen die inferenzstatistischen Ergebnisse, dass es in der KG zwischen Pre- und Posttest keine signifikanten Veränderungen in der Vorstellung von Figuren und Situationen gibt. Die Hypothese **H6b** kann somit **bestätigt** werden.

9.2.6. KG: Wahrgenommene Sicherheit unverändert

H6c: In der KG bleibt die wahrgenommene Sicherheit bei der Aufgabenbearbeitung im Pre- und Posttest gleich.

Deskriptivstatistik

	Gruppe	Zeitpunkt	TB1 Sicherheit	TB2 Sicherheit	TB3 Sicherheit	TB4 Sicherheit	TB5 Sicherheit
Mittelwert	**KG**	**Pre**	7.03	6.90	7.03	6.21	6.86
		Post	7.14	7.14	7.14	5.79	6.31
Standard-abweichung		**Pre**	1.74	1.72	1.74	2.01	1.71
		Post	2.05	1.55	2.05	2.34	2.19

Tabelle 29: Deskriptivstatistik der KG des Pre- und Posttests zur Frage "Sicherheit"

Anhand der deskriptivstatistischen Ergebnisse in Tabelle 29 ist in TB1 und TB3 die Zunahme der wahrgenommenen Sicherheit bei der Beantwortung von Aufgaben sehr gering. In beiden Teilbereichen erhöht sich der Mittelwert von $M = 7.03$ im Pretest auf $M = 7{,}14$ im Posttest. Gleichzeitig nimmt die Standardabweichung mit $SD = 1{,}74$ im

Pretest auf $SD = 2{,}05$ im Posttest zu, was auf eine größere Streuung der Einschätzung innerhalb der KG hinweist.

In TB2 zeigt sich ebenfalls ein geringfügiger Zuwachs der durchschnittlichen Sicherheit. Der Mittelwert steigt vom Pretest mit $M = 6{,}90$ auf den Posttest mit $M = 7{,}14$. Die Standardabweichung hingegen nimmt von $SD = 1{,}72$ im Pretest auf $SD = 1{,}55$ im Posttest leicht ab, was auf eine geringere Streuung der Einschätzung im Posttest hindeutet.

Im Gegensatz dazu sind in TB4 und TB5 Rückgänge der wahrgenommenen Sicherheit zu beobachten. In TB4 verringert sich der Mittelwert von $M = 6{,}21$ im Pretest auf $M = 5{,}79$ im Posttest. Demgegenüber steigt die Standardabweichung in TB von $SD = 2{,}01$ im Pretest auf $SD = 2{,}34$ im Posttest, was auf eine größere Streuung der Einschätzung hinweist. TB5 zeigt ebenfalls eine Abnahme der Mittelwerte von $M = 6{,}86$ auf $M = 6{,}31$ und eine Zunahme der Heterogenität der Einschätzung ($SD = 1{,}71$ im Pretest, $SD = 2{,}19$ im Posttest).

Somit deuten die deskriptiven Ergebnisse auf eine minimale Veränderung der wahrgenommenen Sicherheit der Aufgabenbearbeitung in der KG hin, wobei pro Teilbereich leichte Zu- oder Abnahmen zu beachten sind. Es kann kein einheitlicher Trend beobachtet werden.

Inferenzstatistik

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1 Sicherheit	**Student's t**	0.207	56	0.837	0.103	0.499	Cohens d	0.0544
TB2 Sicherheit	**Student's t**	0.561	56	0.577	0.241	0.430	Cohens d	0.1474
TB3 Sicherheit	**Student's t**	0.207	56	0.837	0.103	0.499	Cohens d	0.0544
TB4 Sicherheit	**Student's t**	-0.724	56	0.472	-0.414	0.572	Cohens d	-0.1900
TB5 Sicherheit	**Student's t**	-1.071	56	0.289	-0.552	0.515	Cohens d	-0.2811

Anmerkung. H_a $\mu_{Post} \neq \mu_{Pre}$

Tabelle 30: Zweiseitiger t-Test für unabhängige Stichproben der KG zur Frage "Sicherheit"

Die inferenzstatistischen Daten in der Tabelle 30 zeigen in allen fünf Teilbereichen keinen signifikanten Unterschied zwischen Pre- und Posttest ($-1{,}07 < t(56) < 0{,}56;\ p > 0{,}05$) und somit der wahrgenommenen Sicherheit. Auch die Effektstärken nach Cohen liegen im vernachlässigbar kleinen Bereich ($0{,}05 < |d| < 0{,}28$).

Insgesamt zeigen die inferenzstatistischen Analysen keine signifikanten Unterschiede der wahrgenommenen Sicherheit bei der Beantwortung der Aufgaben zwischen Pre- und Posttest in der KG. Somit kann die Hypothese **H6c bestätigt** werden.

Es kann festgehalten werden, dass die Selbsteinschätzung der KG im Posttest gleichgeblieben ist. Die wahrgenommene Aufgabenschwierigkeit blieb unverändert, die Vorstellungsfähigkeit der Figuren und Situationen in den Aufgaben blieb gleich sowie auch die Sicherheit bei der Aufgabenbearbeitung veränderte sich nicht.

9.2.7. VG empfindet Aufgaben leichter als KG

Im folgenden Abschnitt wird die Selbsteinschätzung der VG und der KG miteinander verglichen. Da in der VG Fördermaßnahmen durchgeführt wurden, wird erwartet, dass die Schüler*innen der VG die Aufgaben im Posttest leichter empfinden, sich die Figuren und Situationen besser vorstellen können und sich bei der Aufgabenbearbeitung sicherer fühlen als jene der KG. Auch hier werden die Annahmen anhand von drei Hypothesen (H7a – H7c) überprüft. Die interferenzstatistische Analyse erfolgt mittels einseitigen t-Tests für unabhängige Stichproben ($H_a: \mu_{KG} < \mu_{VG}$). Die bereits erläuterten deskriptivstatistischen Ergebnisse von den vorherigen Unterkapiteln gelten auch für die folgenden Untersuchungen. Diese werden in der nachstehenden Abbildung 58 zur Übersicht zusammengefasst.

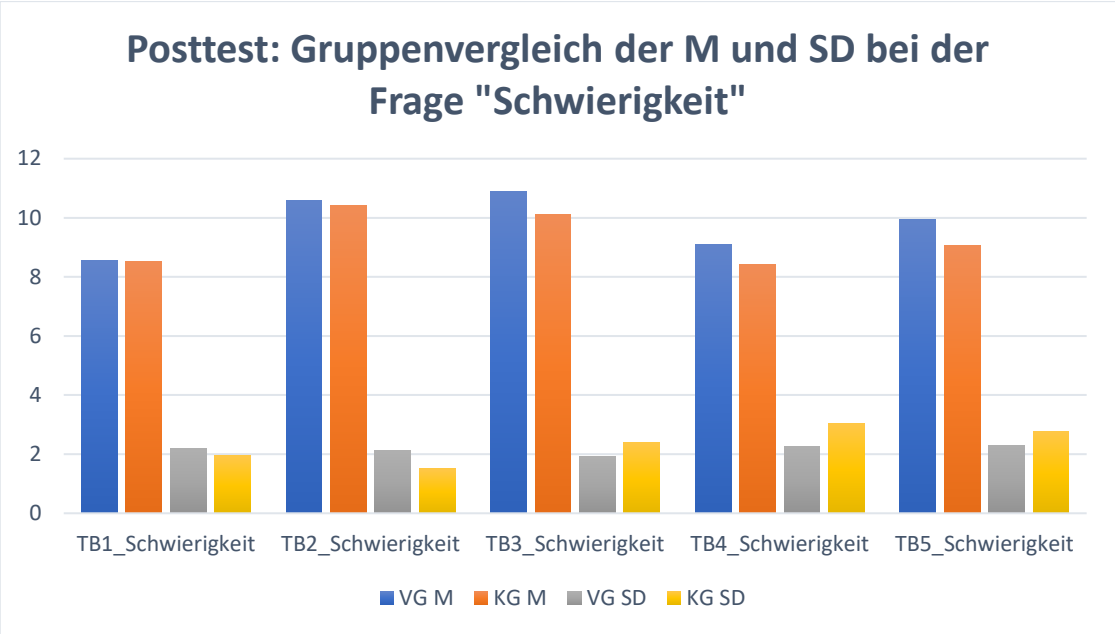


Abbildung 58: Deskriptivstatistik beider Gruppen im Posttest zur Frage "Schwierigkeit"

H7a: Die VG findet die Aufgaben im Posttest leichter als die KG.

Inferenzstatistik

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1 Schwierig-keit	**Student's t**	-0.0636	56	0.475	-0.0345	0.542	Cohens d	-0.0167
TB2 Schwierig-keit	**Student's t**	-0.4301	56	0.334	-0.2069	0.481	Cohens d	-0.1130
TB3 Schwierig-keit	**Student's t**	-1.4554	56	0.076	-0.8276	0.569	Cohens d	-0.3822
TB4 Schwierig-keit	**Student's t**	-0.9805	56	0.166	-0.6897	0.703	Cohens d	-0.2575
TB5 Schwierig-keit	**Student's t**	-1.2881	56	0.102	-0.8621	0.669	Cohens d	-0.3383

Anmerkung. H_a $\mu_{KG} < \mu_{VG}$

Tabelle 31: Einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben der Gruppen zur Frage "Schwierigkeit"

Aus den interferenzstatistischen Ergebnissen aus Tabelle 31 ist in allen fünf Teilbereichen kein signifikanter Unterschied zwischen der VG und KG hinsichtlich der wahrgenommenen Aufgabenschwierigkeit im Posttest zu erkennen ($-1{,}46 < t(56) < -0{,}06$; $p > 0{,}05$). Die Effektstärken liegen in TB1, TB2 und TB4 liegen mit $-0{,}26 < d < -0{,}02$ in sehr kleinen vernachlässigbaren Bereichen. In TB5 liegt die Effektstärke mit $d = -0{,}34$ im kleinen bis mittleren Bereich und in TB3 liegt sie mit $d = -0{,}38$ im mittleren Bereich, welches auf einen mittleren Effekt zugunsten der VG hinweist. Sie erreichen jedoch nicht das Signifikanzniveau.

Alles in allem können keine statistisch signifikanten Unterschiede bei der wahrgenommenen Schwierigkeit der Aufgaben im Posttest zwischen VG und KG festgestellt werden. Zwar deuten in TB3 und TB5 die mittleren Differenzen und Effektstärken auf tendenzielle Vorteile der VG hin, diese sind jedoch nicht signifikant, womit kann **H7a nicht bestätigt** werden.

9.2.8. VG kann Aufgaben besser vorstellen als KG

H7b: Die VG konnte sich im Posttest die Figuren/Situationen besser vorstellen als die KG.

Zur Übersicht werden die deskriptivstatistischen Ergebnisse der beiden Gruppen im Posttest zu den Vorstellungen der Figuren/Situationen in der unteren Abbildung 59 dargestellt.

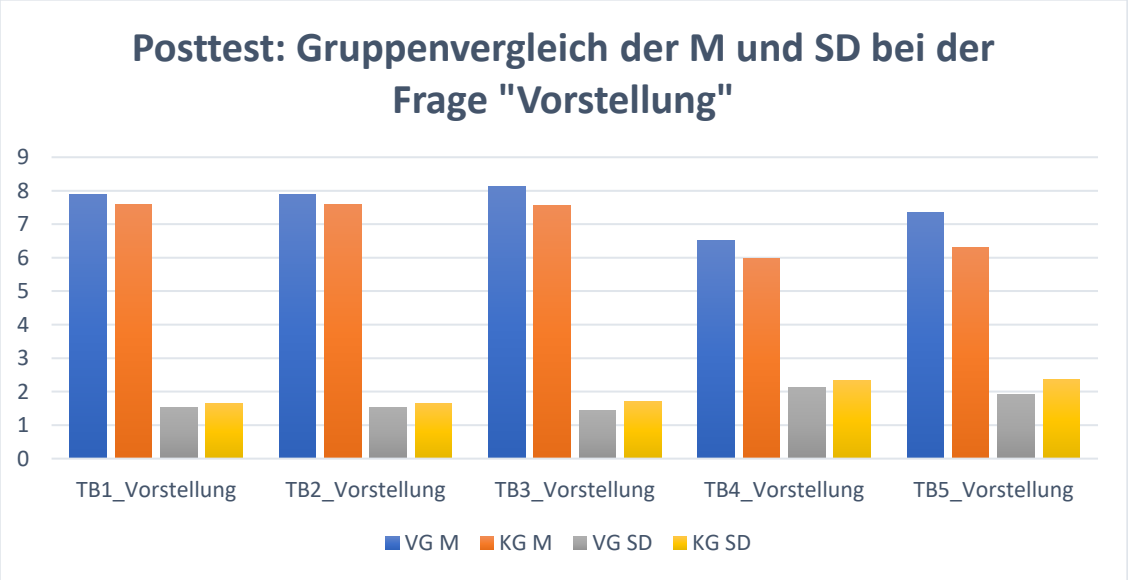


Abbildung 59: Deskriptivstatistik beider Gruppen im Posttest zur Frage "Vorstellung"

Interferenzstatistik

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1 Vorstellung	**Student's t**	-0.738	56	0.232	-0.310	0.421	Cohens d	-0.194
TB2 Vorstellung	**Student's t**	-0.738	56	0.232	-0.310	0.421	Cohens d	-0.194
TB3 Vorstellung	**Student's t**	-1.409	56	0.082	-0.586	0.416	Cohens d	-0.370
TB4 Vorstellung	**Student's t**	-0.939	56	0.176	-0.552	0.587	Cohens d	-0.247
TB5 Vorstellung	**Student's t**	-1.840	56	0.036	-1.034	0.562	Cohens d	-0.483

Anmerkung. H_a $\mu_{KG} < \mu_{VG}$

Tabelle 32: Einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben der Gruppen zur Frage "Vorstellung"

Nach den Ergebnissen, die in der Tabelle 32 dargestellt werden, gibt es keine interferenzstatistischen signifikanten Unterschiede in TB1 bis TB4 ($-1{,}41 < t(56) < -0{,}73;\ p > 0{,}05$). Die Effektstärken in TB1, TB2 und TB4 liegen im geringen Bereich ($-0{,}25 < d < -0{,}194$), wohingegen in TB3 die Streuung im mittleren Bereich ist ($d = -0{,}37$). Dies deutet darauf hin, dass es in TB3 eine tendenzielle Verbesserung zugunsten der VG gibt ($MD = -1{,}41$).

Hingegen kann in TB5 ein signifikanter Unterschied zugunsten der VG gezeigt werden ($t(56) = -1{,}84;\ p = 0{,}036, MD = -1{,}03$). Auch hier liegt die Effektstärke nach Cohen $d = -0{,}48$ im mittleren Bereich.

Daher kann die Hypothese **H7b** nur **teilweise bestätigt** werden: In den meisten Teilbereichen zeigen sich keine signifikanten Unterschiede, während in TB5 die VG einen eindeutigen Vorteil bei den Vorstellungen von Figuren und Situationen aufweist. Darüber hinaus deuten die mittleren Differenzen in TB3 auf eine tendenzielle Verbesserung zugunsten der VG hin.

9.2.9. VG größere wahrgenommene Sicherheit als KG

H7c: In der VG ist die wahrgenommene Sicherheit bei der Aufgabenbearbeitung im Posttest höher als bei der KG.

Die deskriptivstatistischen Ergebnisse der beiden Gruppen im Posttest zur wahrgenommenen Sicherheit der Aufgabenbearbeitung wurden bereits in den vorherigen Kapiteln genauer erläutert. Diese werden in der nachstehenden Abbildung 60 zur Übersicht illustriert.

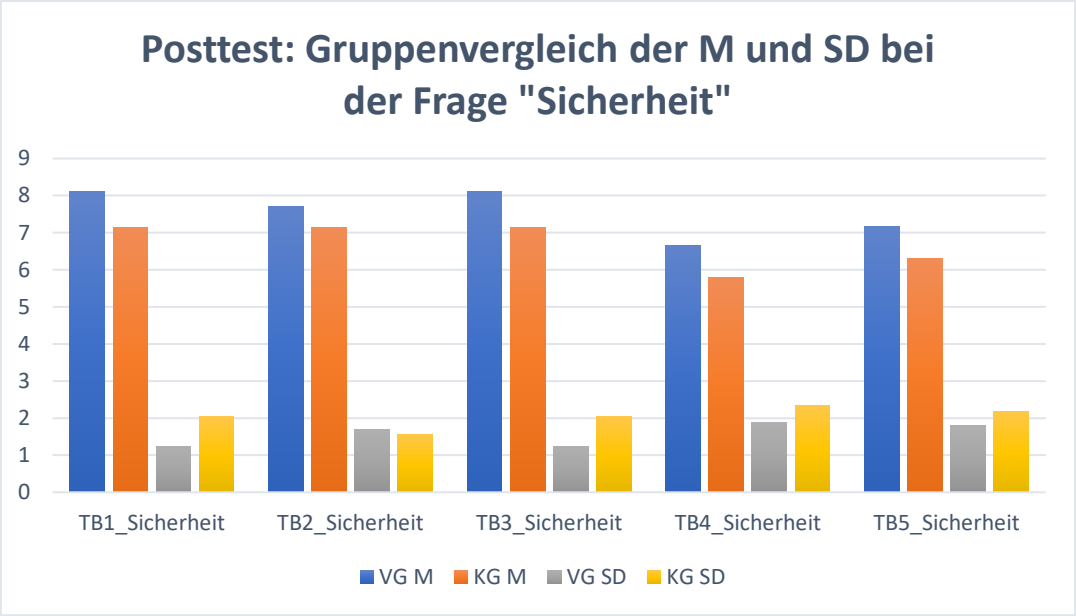


Abbildung 60: Deskriptivstatistik beider Gruppen im Posttest zur Frage "Sicherheit"

Inferenzstatistik

		Statistik	df	p	Mittlere Differenz	Std.-fehler der Differenz		Effekt-stärke
TB1 Sicherheit	**Student's t**	-2.17	56	0.017	-0.966	0.444	Cohens d	-0.571
TB2 Sicherheit	**Student's t**	-1.38	56	0.087	-0.586	0.426	Cohens d	-0.362
TB3 Sicherheit	**Student's t**	-2.17	56	0.017	-0.966	0.444	Cohens d	-0.571
TB4 Sicherheit	**Student's t**	-1.56	56	0.063	-0.862	0.554	Cohens d	-0.409
TB5 Sicherheit	**Student's t**	-1.64	56	0.053	-0.862	0.526	Cohens d	-0.431

Anmerkung. H_a $\mu_{KG} < \mu_{VG}$

Tabelle 33: Einseitiger t-Test für unabhängige Stichproben der Gruppen zur Frage "Sicherheit"

Der Tabelle 33 ist zu entnehmen, dass in TB1 und TB3 idente interferenzstatistische Ergebnisse vorherrschen. In diesen zwei Teilbereichen wird ein signifikanter Unterschied zwischen der VG und KG gezeigt ($t(56) = -2{,}17;\ p = 0.017$). Dabei beträgt die mittlere Differenz $-0{,}97$ und die Effektstärke liegt mit $d = -0{,}57$ im mittleren Bereich. Die übrigen Teilbereiche TB2, TB4 und TB5 weisen keine statistisch signifikanten Unterschiede ($-1{,}64 < t(56) < -1{,}38;\ p > 0{,}05$) auf. Die Effektstärken liegen hierbei im leichten bis mittleren Bereich mit $-0{,}362 < d < -0{,}43$, welche auf einen tendenziellen Unterschied zugunsten der VG hindeutet.

Zusammenfassend verdeutlichen die Ergebnisse, dass die VG in TB1 und TB3 im Posttest eine signifikant höhere Wahrnehmung von Sicherheit bei der Aufgabenbearbeitung aufweist als die KG. In den übrigen Teilbereichen TB2, TB4 und TB5 sind keine statistisch signifikanten Unterschiede beobachtbar, jedoch weisen die mittleren Differenzen und Effektstärken auf tendenzielle Vorteile der VG hin. Folglich kann die Hypothese **H7c** nur **teilweise bestätigt** werden.

Insgesamt zeigen die Untersuchungen, dass die Fördermaßnahmen vor allem die wahrgenommene Sicherheit der Schüler*innen beeinflussen. Die Effekte auf die wahrgenommene Schwierigkeit sowie auf das Bild der Figuren und Situationen sind weniger konsistent.

9.3. Ergebnisse der offenen Selbstreflexionsfragen

Pro Aufgabe wurden jeweils zwei offene Selbstreflexionsfragen gestellt, die wie folgt lauteten:

1. Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig? **(„Probleme“)**

2. Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe? **(„Strategien“)**

Die Antworten dieser Fragen wurden in mehrere Kategorien eingeteilt und über den ganzen Fragebogen hinweg verglichen. Für die Auswertung wurde die Anzahl der Nennungen der einzelnen Kategorien getrennt nach Pre- und Posttest erfasst. Die offenen Fragen wurden jeweils unabhängig voneinander inhaltlich analysiert und in

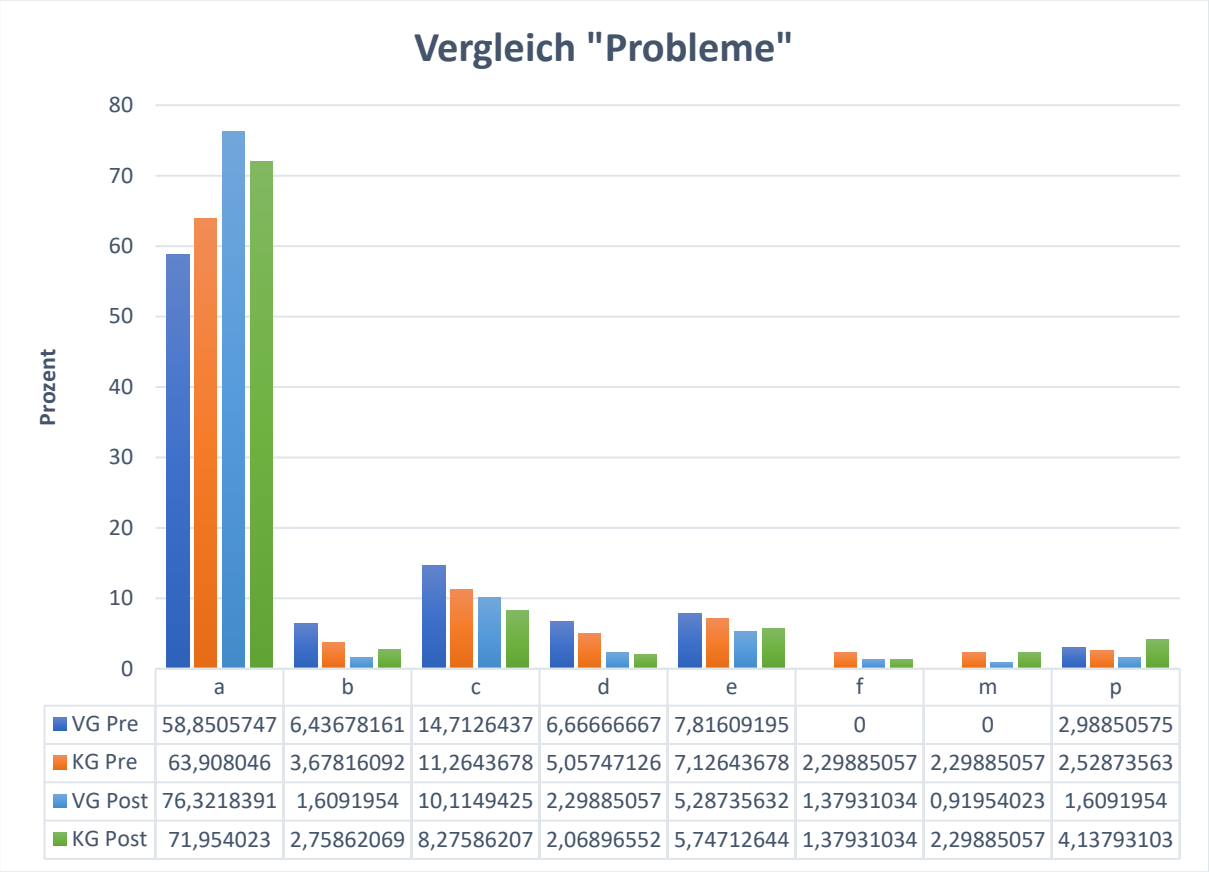
kategoriespezifische Codes umgewandelt (siehe Tabelle 34). Wichtig zu erwähnen ist, dass identische Buchstabencodes, die in den beiden unterschiedlichen Fragen verwendet werden, keine inhaltliche Gleichsetzung darstellen. Sie beziehen sich jeweils ausschließlich auf die jeweilige Fragestellung.

Kategorien	
a	Nichts/Nein
b	Mental drehen/kippen/falten/zusammensetzen
c	Vorstellung/Nachdenken
d	Anordnung der Farben/Muster kompliziert („Probleme“) bzw. Orientierung anhand Farbe/Muster/Buchstabe („Strategie“)
e	Aufgabe nicht verstanden / Bilder schlecht zu erkennen
f	Unsichtbare Würfel vorstellen („Problem“) / zählen („Strategie“)
g	Würfelmodell (Augen zusammenzählen)
h	Behandelter GZ-Unterricht Stoff
i	Blatt drehen
j	In Lage versetzen
k	Ausschlussprinzip
l	Skizzieren/Markieren
m	Würfel zählen/rechnen („Strategie“) / verzählt („Problem“)
n	Sich an Schornstein/Hund/Mensch/Bezugspunkt orientieren
o	Raten
p	Zu viele ähnliche Figuren/Antwortmöglichkeiten

Tabelle 34: Kategorien zu den genannten Problemen und Strategien

9.3.1. Aufgetauchte Probleme

Im Folgenden werden diese Ergebnisse pro Frage getrennt nach Gruppe und Messzeitpunkt deskriptiv beschrieben. In der nachstehenden Grafik 61 sind die Resultate der ersten Frage (Probleme) dargestellt.



	a	b	c	d	e	f	m	p
VG Pre	58,8505747	6,43678161	14,7126437	6,66666667	7,81609195	0	0	2,98850575
KG Pre	63,908046	3,67816092	11,2643678	5,05747126	7,12643678	2,29885057	2,29885057	2,52873563
VG Post	76,3218391	1,6091954	10,1149425	2,29885057	5,28735632	1,37931034	0,91954023	1,6091954
KG Post	71,954023	2,75862069	8,27586207	2,06896552	5,74712644	1,37931034	2,29885057	4,13793103

Abbildung 61: Prozentuelle Anteile der Problemkategorien beider Gruppen

Das Säulendiagramm zeigt die prozentuale Verteilung der unterschiedlichen Problemkategorien a bis p (siehe Tabelle 34) im Pre- und Posttest der beiden Gruppen.

Sowohl in der VG als auch in der KG ist die **Kategorie a** *„Nichts/Nein“* zu allen Messzeitpunkten klar dominant. Hierbei haben die Schüler*innen bei der Frage, welche Schwierigkeiten sie beim Lösen hatten, entweder „nein“ angegeben oder leer gelassen. Schon im Pretest zeigt diese Kategorie den höchsten Anteil in der VG mit etwa $59\ \%$ und in der KG mit etwa $64\ \%$. Im Posttest erhöht sich der Anteil in beiden Gruppen, wobei der Anstieg in der VG ausgeprägter ist (VG: $\sim 76\ \%$, KG: $\sim 72\ \%$).

Die **Kategorien c** *„Probleme bei der Vorstellung / beim Nachdenken“*, **d** *„Anordnung der Farben / Muster kompliziert“* sowie das Problem **e** *„Angabe nicht verstanden / Bilder schlecht zu erkennen“* sind im Pretest noch im moderaten Bereich. Im Posttest zeigt sich jedoch in beiden Gruppen ein Rückgang dieser Problemarten, wobei die Abnahme in der VG tendenziell ausgeprägter ist.

Dies ist insbesondere in der Kategorie **c** der Fall: Ungefähr $15\ \%$ der Teilnehmenden der VG hatten im Pretest Schwierigkeiten bei der Vorstellung oder beim Nachdenken, im Posttest hingegen waren es nur noch $\sim 10\ \%$. Demgegenüber herrschte in der KG eine prozentuelle Abnahme der Schwierigkeit in der Vorstellung von ca. $11\ \%$ im Pretest auf $8\ \%$ im Posttest.

Die prozentuelle Verteilung der Antwort *„Anordnung der Farben bzw. Muster kompliziert“* (Kategorie **d**) lag im Pretest bei ungefähr $7\ \%$ (VG) bzw. $5\ \%$ (KG), im Posttest hingegen in beiden Gruppen bei $\sim 2\ \%$.

Vergleichbare Werte sind in der Kategorie **e** gegeben. Im Pretest hatten etwa $8\ \%$ (VG) bzw. $7\ \%$ (KG) der Schüler*innen Schwierigkeiten dabei, die Angabe zu verstehen oder die Abbildungen zu erkennen. Der Wert betrug wiederum im Posttest $\sim 5\ \%$ (VG) bzw. $\sim 6\ \%$ (KG).

Die **Kategorien b und p** erschienen insgesamt weniger häufig. Ein einheitliches Muster lässt sich für diese Problemkategorien nicht erkennen. Die stärkste prozentuelle Abnahme ist in der VG beim Problem des *mentalen Drehens / Kippens / Faltens / Zusammensetzens* (Kategorie **b**) zu erkennen: Dieses nahm von $\sim 6\ \%$ im Pretest auf $\sim 2\ \%$ im Posttest deutlich ab. Im Vergleich dazu nahm er in der KG minimal von etwa $4\ \%$ (Pre) auf $3\ \%$ (Post) ab.

Sowohl im Pretest als auch im Posttest berichteten fast gleich viele Teilnehmende der VG, dass sie bei den Aufgaben zu viele ähnliche Figuren bzw. Antwortmöglichkeiten wahrnahmen (Kategorie **p**). Zwischen den beiden Messzeitpunkten zeigten sich kaum prozentuale Veränderungen ($\sim 3\ \%$). Demgegenüber ist in der KG ein geringfügiger Anstieg zu beobachten ($\sim 2\%$ Pre, $\sim 4\ \%$ Post).

Für die **Kategorien f und m** zeigen sich durchgehend sehr geringe prozentuale Anteile. Der Problemtyp f umfasst Fälle, in denen die Schüler*innen Herausforderungen beim Vorstellen von unsichtbaren Würfeln bei den Würfelgruppen

hatten (Kategorie **f**). Dieser betrug im Pretest 0 % (VG) bzw. ca. 2 % (KG) und im Posttest ca. 1 % (in beiden Gruppen). Während in der VG ein Anstieg verzeichnet wird, zeigt sich in der KG eine geringe Abnahme.

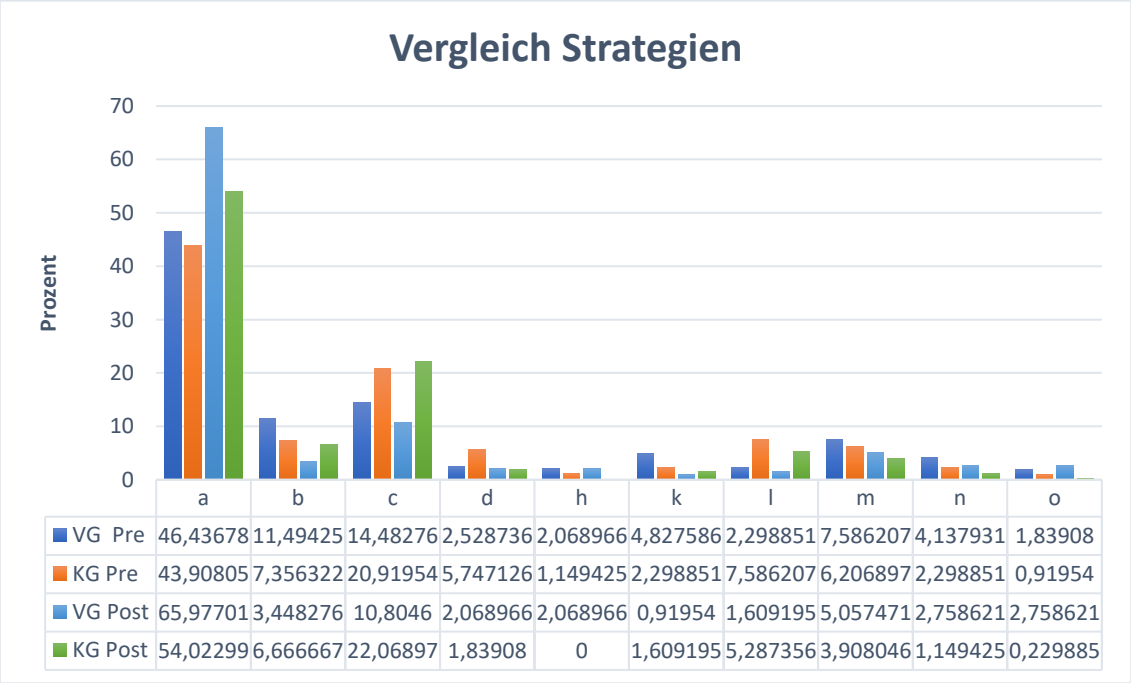
Ähnliche Werte weist die Kategorie **m**, bei der sich die Schüler*innen in den Würfelgruppen ständig verzählt hatten, auf. Im Pretest waren dies bei 0 % (VG) bzw. ca. 3 % (KG) der Teilnehmenden der Fall. Im Posttest hingegen betrug dieser Anteil in beiden Gruppen ungefähr 3 %. Somit ist in der VG eine Zunahme zu beobachten, während in der KG dieser unverändert blieb.

Einige Kategorien (**g, h, j, l, n**) treten nur vereinzelt oder gar nicht auf und haben dementsprechend einen geringfügigen Einfluss auf die Gesamtverteilung.

Bemerkenswert ist außerdem, dass die seltenen Problemkategorien im Posttest beider Gruppen insgesamt stabil niedrig bleiben oder weiter abnehmen. Kleine Zuwächse, wie etwa die Kategorie p in der KG (Post), liegen prozentual gesehen im sehr geringen Bereich und sind für das Gesamtbild von untergeordneter Relevanz.

9.3.2. Angewendete Strategien

Die folgende Abbildung 62 stellt die Ergebnisse der zweiten Frage (Strategien) getrennt nach Gruppen und Messzeitpunkt dar.



	a	b	c	d	h	k	l	m	n	o
VG Pre	46,43678	11,49425	14,48276	2,528736	2,068966	4,827586	2,298851	7,586207	4,137931	1,83908
KG Pre	43,90805	7,356322	20,91954	5,747126	1,149425	2,298851	7,586207	6,206897	2,298851	0,91954
VG Post	65,97701	3,448276	10,8046	2,068966	2,068966	0,91954	1,609195	5,057471	2,758621	2,758621
KG Post	54,02299	6,666667	22,06897	1,83908	0	1,609195	5,287356	3,908046	1,149425	0,229885

Abbildung 62: Prozentuelle Anteile der Strategiekategorien beider Gruppen

Auch hier wird ein Säulendiagramm abgebildet, dass die prozentuale Verteilung unterschiedlicher Strategiekategorien a bis p (siehe Tabelle) im Pre- und Posttest für die VG sowie die KG zeigen soll.

Wie bei der vorherigen Fragestellung zu den Problemen in der Aufgabenbearbeitung dominiert auch hier in beiden Gruppen die **Kategorie a** „Nichts/Nein“ zu allen Messzeitpunkten. Somit gaben etwa 46 % (VG) bzw. 44 % (KG) der Schüler*innen im Pretest an, keine Lösungsstrategie angewendet zu haben oder ließen die Frage aus. Dieser prozentuale Anteil steigt im Posttest deutlich in beiden Gruppen mit ~ 66 % (VG) bzw. ~ 54 %, wobei die größte Zunahme in der VG zu beobachten ist.

Die **Strategiekategorien b und c** weisen moderate Werte auf. Ungefähr 14 % (VG) bzw. 21 % (KG) der Teilnehmenden gaben im Pretest als Antwort *„Vorstellung / Nachdenken“* an (Kategorie **c**), im Posttest hingegen waren es ~ 11% (VG) bzw. ~ 22 % (KG), somit ist keine einheitliche Verteilung feststellbar: In der VG nahm der Anteil deutlich ab, wohingegen dieser in der KG leicht anstieg.

Die prozentuale Verteilung der Kategorie **b** *„Mentales Drehen / Kippen / Falten / Zusammensetzen von Figuren“* zeigt in der VG eine deutliche Abnahme von ~ 11 % (Pre) auf ~ 3 % (Post). Demgegenüber fällt sie in der KG minimal von ~ 7,4 % (Pre) auf ~ 6,7 %.

Die **Kategorien d, k, l und m** traten insgesamt wenig auf. Zu beobachten ist, dass die Strategieanwendung vom Pre- zum Posttest abnahm. Etwa 8 % (VG) bzw. 6 % (KG), gaben im Pretest an, in den Aufgaben zu den Würfelgruppen die einzelnen Würfel gezählt oder gerechnet zu haben (Kategorie **m**). Der Anteil dieser Strategiekategorie nahm in beiden Gruppen ab (VG: 6 %; KG: 4 %).

Auch in der Kategorie **m** *„Würfel zählen / rechnen“* in den Würfelmodell-Aufgaben ist eine prozentuale Abnahme zu beobachten, die in der VG stärker ausfällt: Sie sank von etwa 8 % (Pre) auf 5 % und in der KG von rund 6 % auf 4 %.

Dasselbe gilt auch bei der Antwortkategorie **l** *„Skizzieren / Markieren“*, wobei diese Antwort in der KG öfter gegeben wurde: Im Pretest betrugt dies ungefähr 2,3 % in der VG und ~ 7,6 % in der KG, im Posttest ~ 1,6 % in der VG und ~ 5,3 % in der KG.

Eine stärkere Abnahme vom Pretest zum Posttest ist im Gruppenvergleich beim *Ausschlussprinzip* (Strategie **k**) festzustellen. Diese sank in der VG von etwa 5 % (Pre) auf 1 % (Post) und in der KG von ~ 3 % (Pre) auf ~ 2 % (Post).

Die **Strategien h und n** liegen insgesamt auf sehr niedrigem Niveau (unter 3 %) und zeigen nur geringe Schwankungen. Während in der VG der Anteil der Beantwortung *„bereits im GZ-Unterricht behandelt“* (Kategorie **h**) zwischen beiden Messzeitpunkten unverändert blieb (ungefähr 2 %), sank dieser in der KG von ca. 1 % (Pre) auf genau 0 % (Post).

Ähnliche Werte weist die Strategie **n** auf, bei dem sich die Teilnehmenden insbesondere in Aufgaben des Teilbereichs TB5 an einen Bezugspunkt (Schornstein / Hund / Mensch) orientierten. Im Pretest lag er bei ~ 4% (VG) bzw. ~ 3 % (KG), im Posttest hingegen war dieser bei rund 2 % (VG) bzw. 1 % (KG) der Fall.

Aufgrund der kaum vertretenden Kategorien (e, f, g, i, j, o, p) und des damit geringfügigen Einflusses auf die Gesamtverteilung, wird auf diese nicht näher eingegangen.

9.4. Zusammenfassung der Ergebnisse

Zur Übersicht sind die Ergebnisse der Hypothesenanalysen in der Tabelle 35 zusammengefasst.

Nummer	Hypothese	Ergebnis
H1	Die VG hat beim Posttest deutlich bessere Leistungen, da sie gefördert wurde. Bei der KG gibt es beim Posttest keine bis minimale Besserungen, da sie nicht gefördert wurde.	**Nicht bestätigt**
H2	Die VG schneidet beim Posttest besser ab als die KG.	**Nicht bestätigt**
H3	Buben schneiden besser ab als Mädchen.	**Nicht bestätigt**
H4	Nach den Förderungen in der VG gibt es im Posttest keinen signifikanten Leistungsunterschied zwischen Buben und Mädchen bzw. Mädchen schneiden sogar besser ab.	**Bestätigt**
H5a	Die VG findet die Aufgaben im Posttest leichter als im Pretest.	**Nicht bestätigt**
H5b	Die VG kann sich im Posttest die Figuren/Situationen besser vorstellen als im Pretest.	**Nicht bestätigt**
H5c	Die VG fühlt sich im Posttest bei der Aufgabenbeantwortung sicherer als im Pretest.	**Teilweise bestätigt**
H6a	In der KG zeigt sich zwischen Pre- und Posttest keine Veränderung der wahrgenommenen Aufgabenschwierigkeit.	**Bestätigt**
H6b	In der KG hat sich die Vorstellung der Figuren/Situationen vom Pre- zum Posttest nicht verändert.	**Bestätigt**
H6c	In der KG bleibt die wahrgenommene Sicherheit bei der Aufgabenbearbeitung im Pre- und Posttest gleich.	**Bestätigt**
H7a	Die VG findet die Aufgaben im Posttest leichter als die KG.	**Nicht bestätigt**
H7b	Die VG kann sich im Posttest die Figuren/Situationen besser vorstellen als die KG.	**Teilweise bestätigt**
H7c	In der VG ist die wahrgenommene Sicherheit bei der Aufgabenbearbeitung im Posttest höher als bei der KG.	**Teilweise bestätigt**

Tabelle 35: Zusammenfassung der Ergebnisse

10. Diskussion

Die vorliegende Masterarbeit untersuchte den Einfluss von kopfgeometrischen Aufgaben, insbesondere jener im Lernprogramm RIF (https://rif4you.eu/ 2026) auf die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens. Ziel der Studie war es, zu überprüfen, inwiefern das Raumvorstellungsvermögen durch gezielten Einsatz kopfgeometrischer Aufgaben gefördert werden kann. Darüber hinaus wurde untersucht, ob dadurch bestehende Leistungsunterschiede zwischen den Geschlechtern reduziert werden können, da insbesondere weibliche Lernende von Feedback mehr profitieren als männliche.

10.1. Interpretation der Ergebnisse

10.1.1. Leistungsentwicklung der Versuchsgruppe

Die deskriptiven Ergebnisse zeigen in der VG nur geringe Veränderungen zwischen Pre- und Posttest. Die Aufgaben zur *mentalen Rotation* ($M_{Pre} = 1{,}31;\ M_{Post} = 1{,}41$) sowie zum *Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern* ($M_{Pre} = 1{,}97;\ M_{Post} = 2{,}14$) verzeichnen leichte Mittelwertsteigerungen. Diese sind jedoch quantitativ gering. Hingegen sind in den anderen Teilbereichen *Perspektivenwechsel, Würfelnetze* sowie *Lagebeziehung und Orientierung im Raum* sogar leichte Abnahmen der Mittelwerte zu beobachten.

Die Überprüfung durch t-Tests im Rahmen einer Interferenzstatistik zeigt, dass keiner dieser Unterschiede statistisch signifikant ist (alle $p > 0{,}05$). Auch die Effektstärken nach Cohen ($|d| \leq 0{,}25$) befinden sich durchgehend im sehr kleinen Bereich. Dies deutet darauf hin, dass die festgestellten Unterschiede zwischen den Mittelwerten weder statistisch noch praktisch relevant sind.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass für die VG keine signifikante Leistungssteigerung als Folge der Fördermaßnahme nachgewiesen werden kann. Kopfgeometrische Aufgaben im Lernprogramm RIF führten folglich nicht zu einer quantifizierbaren Verbesserung der getesteten Teilbereiche des räumlichen Vorstellungsvermögens. Grund dafür könnte die kurze Dauer der Intervention sein. Die

Schüler*innen der VG wurden insgesamt 2 ½ Stunden in allen fünf Teilbereichen gefördert. Möglicherweise war die Bearbeitungszeit pro Teilbereich nicht ausreichend, um nachhaltige Lernprozesse im Bereich des räumlichen Vorstellungsvermögens zu initiieren. Es könnte daher für zukünftige Studien sinnvoll sein, pro Teilbereich mindestens 30 – 45 Minuten einzuplanen, um eine intensivere kognitive Auseinandersetzung mit den Aufgaben zu ermöglichen.

10.1.2. Leistungsentwicklung der Kontrollgruppe

Die Mittelwerte in der KG verändern sich teilweise deutlich zwischen Pre- und Posttest. Die Ergebnisse der Deskriptivstatistik zeigen überraschenderweise im Teilbereich der *mentalen Rotation* eine Erhöhung der Mittelwerte von $M = 0{,}83$ (Pre) auf $M = 1{,}34$ (Post). Bei den Aufgaben zum *Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern* ist ebenfalls eine Steigerung von $M = 2{,}03$ (Pre) auf $M = 2{,}25$ (Post) festzustellen. Die Erhöhung der Mittelwerte lassen deskriptiv auf Leistungsverbesserung in diesen beiden Teilbereichen schließen. Die Überprüfung mit t-Tests zeigt unerwarteterweise, dass die Leistungssteigerungen in TB1 *mentale Rotation* ($t(56) = 2{,}205$; $p = 0{,}016$; $d = 0{,}58$) und TB2 *Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern* ($t(56) = 2{,}590$; $p = 0{,}006$; $d = 0{,}68$) statistisch signifikant sind. Die Effektstärken befinden sich im mittleren Bereich, was auf praktisch bedeutsame Leistungszuwächse in diesen beiden Teilbereichen hinweist.

Im Gegensatz dazu sind in den Teilbereichen TB3 bis TB5 geringfügige bis ausgeprägte Leistungsrückgänge zu beobachten. Bei den Aufgaben zum *Perspektivenwechsel* verringert sich der Mittelwert von $M = 4{,}31$ (Pre) auf $M = 4{,}17$ (Post). Auch im Teilbereich *Würfelnetze* ist eine Reduktion von $M = 3{,}79$ auf $M = 3{,}48$ festzustellen. Besonders ausgeprägt ist der Rückgang in *Lagebeziehung und Orientierung im Raum* ($M_{Pre} = 2{,}41$; $M_{Post} = 1{,}90$). In diesen drei Teilbereichen wurden keine signifikanten Unterschiede zwischen Pre- und Posttest festgestellt (alle $p > 0{,}05$). Obwohl die Effektstärken hier klein bis moderat negativ sind, liefern sie keinen statistisch fundierten Hinweis auf systematische Leistungsverschlechterungen.

Insgesamt deuten die Standardabweichungen auf eine moderate Streuung hin. In TB1 (*mentale Rotation*) steigt die Streuung im Posttest ($SD_{Pre} = 0{,}76$; $SD_{Post} = 1{,}01$), was

auf eine größere Leistungsheterogenität hindeutet. In TB4 (*Würfelnetze*) hingegen verringert sich die Streuung im Posttest, was auf homogenere Leistungen hindeutet.

Alles in allem kann festgehalten werden, dass in der KG in den Teilbereichen *mentale Rotation* sowie *Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern* signifikante Leistungssteigerungen nachgewiesen werden konnten, während in den anderen Bereichen (TB3 – TB5) keine statistisch bedeutsamen Veränderungen zu beobachten sind.

Die signifikanten Leistungsverbesserungen der KG in TB1 und TB2 können durch verschiedene Faktoren bedingt sein. Es ist denkbar, dass die Teilnahme am Pretest Übungseffekte mit sich bringt, die besonders bei leichteren Aufgaben zu Leistungssteigerungen führen können. Auf der anderen Seite könnte im regulären Geometrieunterricht relevantes Wissen vermittelt worden sein, das in diesen Teilbereichen zum Ausdruck kommt. Zusätzlich könnte die höhere Streuung in TB1 schließlich darauf hindeuten, dass einige Schüler*innen besonders starke Fortschritte gemacht haben, was zu einem signifikanten Anstieg des Mittelwerts führte, obwohl keine gezielte Förderung stattfand.

10.1.3. Allgemeine Geschlechterunterschiede

Die Ergebnisse der Pretests zeigen in deskriptiver Hinsicht, dass Mädchen in den meisten Teilbereichen tendenziell höhere Mittelwerte als Buben aufweisen. Der Unterschied in TB4 Würfelnetze sticht besonders hervor: Mädchen erzielten im Durchschnitt 4,21 Punkte, während Jungen 3,56 Punkte erreichten. In den anderen Teilbereichen TB1, TB2, TB3 sowie TB5 sind die Mittelwertunterschiede hingegen gering.

Die Standardabweichungen sind für beide Geschlechter ähnlich, wobei Mädchen in TB2 *Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern* ($SD_w = 0{,}663$; $SD_m = 0{,}829$) und TB4 *Würfelnetze* ($SD_w = 0{,}876$; $SD_m = 1{,}05$) leicht homogenere Ergebnisse aufweisen, was auf eine gleichmäßigere Leistungsstruktur hindeutet.

Die Ergebnisse der interferenzstatistischen Untersuchungen mithilfe einseitiger und zweiseitiger t-Tests weisen darauf hin, dass in TB1 bis TB3 sowie TB5 keine signifikanten geschlechtsspezifischen Unterschiede vorliegen (alle $p > 0{,}05$). Die

Effektstärken gemäß Cohen befinden sich im kleinen bis vernachlässigbaren Bereich ($|d| \leq 0{,}25$), was darauf hindeutet, dass keine praktisch bedeutsamen Unterschiede bestehen.

In TB4 zeigt sich jedoch ein statisch signifikanter Unterschied zugunsten der Mädchen ($t(53) = -2{,}53;\ p = 0{,}014;\ d = -0{,}68$). Die mittlere Differenz von -0,66 deutet auf einen mittleren bis großen Effekt zugunsten der weiblichen Teilnehmenden hin. Im Teilbereich *Würfelnetze* weisen Mädchen somit messbar bessere Ergebnisse als Buben auf.

Insgesamt widersprechen die Ergebnisse deutlich der Hypothese H3, nämlich dass Buben bessere Leistungen erbringen als Mädchen. Es wird vielmehr deutlich, dass Mädchen insbesondere im Teilbereich *Würfelnetze* überlegen sind, während in den anderen Teilbereichen keine signifikanten Leistungsunterschiede zu verzeichnen sind. Dies legt den Schluss nahe, dass Unterschiede im räumlichen Vorstellungsvermögen zwischen den Geschlechtern nicht verallgemeinert werden können, sondern sich auf spezifische Teilbereiche konzentrieren.

10.1.4. Geschlechterunterschiede in der VG nach der Intervention

Im Posttest zeigen die deskriptiven Ergebnisse in der VG, dass Mädchen in fast allen Teilbereichen höhere Mittelwerte erzielen als Buben. Ausgenommen davon ist TB5 *Lagebeziehung und Orientierung im Raum*, in dem Jungen leicht bessere Werte erzielen ($M_m = 1{,}85;\ M_w = 1{,}79$). Der Unterschied ist jedoch minimal.

Besonders ausgeprägt ist der Mittelwertunterschied in TB3. Hier erreichen die Mädchen einen Mittelwert von $M = 4{,}39$, während der Wert bei den Buben $M = 3{,}70$ beträgt. Die Analyse mittels zweiseitigem t-Test zeigt in TB3 *Perspektivenwechsel* einen signifikanten Leistungsunterschied zwischen den Geschlechtern mit einer sehr großen Effektstärke ($t(25) = -2{,}632;\ p = 0{,}014;\ d = -1{,}014$). Mädchen erzielen hierbei signifikant bessere Ergebnisse als Jungen.

In TB1 ($M_m = 1{,}26;\ M_w = 1{,}54$), TB2 ($M_m = 2{,}30;\ M_w = 2{,}39$), und TB4 ($M_m = 3{,}70;\ M_w = 3{,}79$) sind ebenfalls moderate Vorteile zugunsten der Mädchen zu verzeichnen. In TB4 *Würfelnetze* wird das zweiseitige Signifikanzniveau knapp nicht erreicht ($p = 0{,}077$), aber die Effektstärke deutet mit $d = -0{,}711$ auf einen mittleren

bis großen Effekt zugunsten der Mädchen hin. Ein einseitiger Zusatztest zeigt in TB4 einen signifikanten Unterschied zugunsten der Mädchen ($p = 0{,}038$).

In den übrigen Teilbereichen TB1, TB2 und TB5 sind keine statistisch signifikanten Unterschiede zu beobachten ($p > 0{,}05$). Die Effektstärken sind hier gering bis mittel, wobei in TB1 und TB2 Tendenzen zugunsten der Mädchen zu beobachten sind.

Die Streuungsmaße zeigen, dass die Heterogenität innerhalb der Gruppe der Buben teilweise höher ist, insbesondere in TB3 ($SD_m = 1{,}44$; $SD_w = 0{,}738$). Die Leistungen der Mädchen wirken in mehreren Teilbereichen homogener, was auf eine stabilere Leistungsstruktur hindeuten könnte.

Insgesamt erbringen Mädchen nach der Intervention in mehreren Teilbereichen bessere Leistungen, wobei insbesondere im *Perspektivenwechsel* ein deutlicher und statistisch bestätigter Vorteil zu verzeichnen ist. Genauso wird in TB4 *Würfelnetze* ebenfalls ein erheblicher Effekt zugunsten der Mädchen abgebildet. In den übrigen Teilbereichen sind Buben nicht überlegen – hier gibt es keinen statistisch signifikanten Unterschied. Somit konnten die Mädchen ihre Leistungen aufholen und den Geschlechterunterschied reduzieren.

Hiermit kann die Hypothese H4 bestätigt werden: Nach der Intervention bestehen keine signifikanten Leistungsunterschiede zugunsten der Buben. Vielmehr werden in einzelnen Teilbereichen signifikante oder zumindest deutliche Vorteile für die Mädchen festgestellt. Die Ergebnisse könnten darauf hinweisen, dass die angewandten Fördermaßnahmen, vor allem die Beschäftigung mit kopfgeometrischen Aufgaben und integriertem Feedback, Mädchen besonders zugutekamen.

10.1.5. Selbsteinschätzung in der Versuchsgruppe

Nicht nur die objektive Leistungsentwicklung der Gruppen wurden untersucht, sondern auch die subjektive Wahrnehmung der Aufgabenbearbeitung zwischen Pre- und Posttest. Hierzu wurden drei Dimensionen erfasst:

1. Wahrgenommene Schwierigkeit
2. Vorstellungsfähigkeit von Figuren und Situationen sowie
3. Wahrgenommene Sicherheit bei der Aufgabenbearbeitung.

Die Resultate sind unterschiedlich. Die Annahme H5a erwies sich als falsch: Die Aufgaben wurden im Posttest der VG nicht als weniger schwierig wahrgenommen. Die positiven Mittelwertdifferenzen in mehreren Teilbereichen weisen sogar auf eine leichte Zunahme der subjektiv wahrgenommenen Schwierigkeit hin. Jedoch sind diese Unterschiede interferenzstatistisch nicht signifikant ($p > 0{,}05$). Obwohl die Effektstärken im kleinen bis mittleren Bereich liegen ($0{,}0406 \leq |d| \leq 0{,}3986$), sind sie nicht ausreichend, um von einer verlässlichen Veränderung zu sprechen. Die Intervention führte also nicht zu einer Verringerung der wahrgenommenen Aufgabenschwierigkeit.

Dasselbe Ergebnis liefert auch die Analyse der Hypothese H5b – es wurden keine statistisch signifikanten Verbesserungen der Vorstellungsfähigkeit von Figuren und Situationen festgestellt. Obwohl die Deskriptivstatistik in mehreren Teilbereichen einen leichten Anstieg der Mittelwerte zeigt, sind diese jedoch inferenzstatistisch nicht signifikant (alle $p > 0{,}05$). Die Effektstärken nach Cohen sind gering ($0{,}112 \leq |d| \leq 0{,}360$) und deuten nicht auf eine wesentliche Verbesserung der subjektiv wahrgenommenen Vorstellungsfähigkeit hin.

Demgegenüber können bei der wahrgenommenen Sicherheit (H5c) in den Teilbereichen *mentale Rotation* ($t(56) = 2{,}128;\ p = 0{,}019;\ d = 0{,}5587$), *Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern* ($t(56) = 2{,}261;\ p = 0{,}014;\ d = 0{,}5937$) sowie *Perspektivenwechsel* ($t(56) = 2{,}128;\ p = 0{,}019;\ d = 0{,}5587$) signifikante Zuwächse mit mittleren Effektstärken beobachtet werden. Im Teilbereich TB4 und TB5 sind keine signifikanten Unterschiede zu verzeichnen und die Effektstärken nach Cohen liegen im kleinen Bereich. Trotz der Tatsache, dass sich die objektiven Leistungen der Schüler*innen nicht signifikant verbessert haben, fühlen sie sich nach der Intervention in den Teilbereich TB1 – TB3 bei der Aufgabenbearbeitung sicherer.

Zusammenfassend kann festgehalten werden:

1. Die Aufgaben werden im Posttest nicht einfacher wahrgenommen.
2. Die Vorstellungsfähigkeit von Figuren und Situationen verbessert sich nicht.
3. Die wahrgenommene Sicherheit nimmt in mehreren Teilbereichen (TB1-TB3) zu.

Ein Grund für dieses Resultat könnte sein, dass das Arbeiten mit kopfgeometrischen Aufgaben und das dazugehörige Feedback das Vertrauen in die eigene Fähigkeit zur Problemlösung gestärkt hat, ohne dass dies messbare Leistungssteigerungen zur

Folge hatte. Außerdem könnten die Schüler*innen während der Intervention ein differenziertes Verständnis für die Anforderungen der Aufgaben entwickelt haben. Auf diese Weise waren sie in der Lage, Aufgaben kritischer einzuschätzen, während ihr Vertrauen in die eigene Bearbeitungskompetenz gleichzeitig zunahm.

10.1.6. Selbsteinschätzung in der Kontrollgruppe

In Bezug auf die wahrgenommene Schwierigkeit der Aufgaben (H6a) stellen die deskriptiven Analysen nur geringe Schwankungen der Mittelwerte dar. Leichte Anstiege sind in TB1 *mentale Rotation* ($M_{Pre} = 7{,}03;\ M_{Post} = 7{,}14$), TB2 *Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern* ($M_{Pre} = 6{,}90;\ M_{Post} = 7{,}14$) sowie TB3 *Perspektivenwechsel* ($M_{Pre} = 7{,}03;\ M_{Post} = 7{,}14$) zu verzeichnen. Hingegen können in TB4 *Würfelnetze* ($M_{Pre} = 6{,}21;\ M_{Post} = 5{,}79$) und TB5 L*agebeziehung und Orientierung im Raum* ($M_{Pre} = 6{,}86;\ M_{Post} = 6{,}31$) leichte Rückgänge der Mittelwerte beobachtet werden. Allerdings zeigen die interferenzstatistischen Auswertungen, dass in keinem Teilbereich signifikante Unterschiede bestehen ($0{,}197 \leq p \leq 0{,}813$). Die Effektstärken befinden sich ebenfalls im kleinen Bereich ($|d| \leq 0{,}35$). Die Schwierigkeitseinschätzung in der KG bleibt somit insgesamt unterändert.

Die Vorstellungsfähigkeit von Figuren und Situationen (H6b) stellt ein ähnliches Bild dar. Es sind keine Veränderungen zwischen Pre- und Posttest in TB1 und TB2 sichtbar ($M_{Pre} = M_{Post} = 7{,}59$). In den anderen Teilbereichen sind die Unterschiede ebenfalls gering und somit nicht signifikant ($p > 0{,}05$). Nur in TB5 ist ein Rückgang zu beobachten, der statistisch nicht signifikant ist, aber inhaltlich von Bedeutung ($t(56) = -1{,}95;\ p = 0{,}057;\ d = -0{,}51$). Jedoch wird das Signifikanzniveau nicht erreicht, weshalb insgesamt eine stabile Vorstellungsfähigkeit angenommen werden kann.

Auch hinsichtlich der wahrgenommenen Sicherheit (H6c) zeigen sich keine signifikanten Veränderungen in allen Teilbereichen zwischen Pre- und Posttest ($0{,}289 \leq p \leq 0{,}837$). Die Effektstärken nach Cohen liegen mit $|d| \leq 0{,}30$ im kleinen Bereich. Obwohl es deskriptiv betrachtet geringe Zu- oder Abnahmen in einzelnen Teilbereichen gibt, lässt sich kein einheitlicher Entwicklungstrend feststellen.

Alles in allem verdeutlichen die Resultate der KG eine hohe Stabilität in der Selbsteinschätzung zwischen Pre- und Posttest. Die wahrgenommene Schwierigkeit

der Aufgabe, die Vorstellungsfähigkeit von Figuren und Situationen sowie die wahrgenommene Sicherheit in der Aufgabenbearbeitung blieben unverändert. Diese Befunde sind erwartungsgemäß, da in der KG keine spezifischen Fördermaßnahmen umgesetzt wurden.

10.1.7. Erwähnte Probleme in der Aufgabenbearbeitung

Besonders hervorstechend ist die Kategorie *„Nichts/Nein“* in beiden Gruppen zu beiden Messzeitpunkten. Die Zunahme dieser Problemkategorie im Posttest, vor allem in der VG, lässt darauf schließen, dass ein größerer Teil der Schüler*innen keine expliziten Schwierigkeiten mehr wahrnahm. Dieses Resultat könnte als Indiz für eine wachsende Vertrautheit mit dem Aufgabenformat gedeutet werden.

Zugleich sind im Posttest die Kategorie der *mentalen Vorstellung* und des *mentalen Drehens / Kippens / Zusammensetzens* tendenziell rückläufig, insbesondere in der VG. Diese Entwicklung korrespondiert inhaltlich mit dem Ziel der Intervention, kopfgeometrische Kompetenzen zu fördern. Nichtsdestotrotz treten diese Veränderungen ebenfalls, lediglich etwas schwächer, in der KG auf. Aus diesem Grund ist es nicht möglich, die beobachteten Effekte eindeutig auf die Fördermaßnahme zurückzuführen.

Insgesamt treten sehr niedrige Häufigkeiten in vielen Problemkategorien auf, die ziemlich stabil oder rückläufig im Posttest sind. Dies deutet darauf hin, dass keine neuen oder verstärkten Schwierigkeiten aufgetreten sind. Es scheint vielmehr so, dass sich die Problemlage insgesamt auf einem niedrigen Niveau stabilisiert.

10.1.8. Verwendete Strategien

Auch bei den angewendeten Strategien ist die Kategorie *„Nichts/Nein“* in beiden Gruppen die häufigste. Der markante Anstieg dieser Antwort im Posttest, vor allem in der VG, könnte zum einen auf eine Automatisierung von Denkprozessen hindeuten, bei der Strategien nicht mehr bewusst reflektiert oder benannt werden. Zum anderen könnten die Schüler*innen die eigene Vorgehensweise nicht so differenziert in Worte fassen.

Eine auffällige Entwicklung stellt die Abnahme der Strategien des *mentalen Drehens* oder des *Zählens bzw. Rechnens von Würfeln* im Posttest dar, insbesondere in der VG. Grund dafür könnte sein, dass bestimmte Vorgehensweisen weniger als bewusste Strategien wahrgenommen werden. Allerdings treten in der KG ähnliche, wenn auch nicht so stark ausgeprägte Entwicklungen auf.

Zusammenfassend bieten die qualitativen Auswertungen keine klaren Hinweise auf Veränderungen, unterstützen jedoch die quantitative Beobachtung einer insgesamt stabilen Entwicklung beider Gruppen.

10.2. Limitationen

Im folgenden Kapitel werden Einschränkungen der vorliegenden Studie geschildert, die bei der Interpretation der Ergebnisse berücksichtigt werden sollten.

Die **geringe Stichprobengröße** stellt eine wesentliche Limitation dar, da sie die statistische Aussagekraft der Ergebnisse begrenzt. Mit größeren Stichproben wären die Resultate besser generalisierbar.

Des Weiteren liegt eine weitere potenzielle Einschränkung der Studie im **kurzen Zeitraum der Intervention**. Wie oben bereits erwähnt wurde, ist es denkbar, dass die Förderungsdauer nicht ausreichte, um größere oder nachhaltigere Veränderungen in den Leistungen und Selbstwahrnehmungen zu bewirken.

Eine **Selektionsbias** kann nicht ausgeschlossen werden, da die Zuweisung der Teilnehmenden zu den Versuchs- und Kontrollgruppen nicht randomisiert war. Aus diesem Grund könnten die Ergebnisse teilweise von Unterschieden in der Motivation oder den Vorerfahrungen der Gruppen beeinflusst worden sein.

Zuletzt besteht die Möglichkeit, dass ein Teil der beobachteten Leistungszunahmen auf **Übungseffekte** oder der **Vertrautheit mit dem Testformat** zurückzuführen sind, da Pre- und Posttest ähnliche Aufgabe enthalten. Dies kann nicht ausschließlich auf die Intervention zurückgeführt werden.

10.3. Einordnung in den Forschungskontext

10.3.1. Kopfgeometrische Aufgaben

Kopfgeometrische Aufgaben sind wesentliche Mittel, um das räumliche Vorstellungsvermögen zu trainieren (vgl. Oberhollenzer 2022, S. 50). Fähigkeiten wie die Vorstellung von Figuren, gedankliche Variation der Lage, Größe und Form von Figuren sowie die Kombinationen von Figuren in der Vorstellung werden dabei gefördert (vgl. Weigand et al. 2018, S. 142). Wesentliche Ziele, wie die Schulung der bewussten Wahrnehmung von geometrischen Figuren, das Aufbauen und Anwenden von Grundvorstellungen zu geometrischen Begriffen und Sachverhalten sowie das Gewinnen von Sicherheit im Erfassen und im Gebrauch der Sprache, können bei regelmäßiger Anwendung entsprechender kopfgeometrischer Aufgaben erreicht werden (vgl. Weigand et al. 2018, S. 143). Darüber hinaus konnten Studien zeigen, dass Kopfgeometrie-Aufgaben auch die Problemlösekompetenz verbessern (vgl. Weber 2011, S. 133).

In der vorliegenden Studie ergaben sich, im Gegensatz zu den genannten Befunden, keine signifikanten Unterschiede zwischen Versuchs- und Kontrollgruppe. Nach der Intervention, bei der Kopfgeometrie gezielt eingesetzt wurde, zeigte sich in der Versuchsgruppe keine signifikante Verbesserung in den untersuchten Teilbereichen des räumlichen Vorstellungsvermögens. In der Versuchsgruppe reduzierte sich die Anzahl der aufgetretenen Probleme vom Pre- zum Posttest. Jedoch kann dieser Rückgang nicht eindeutig auf die Fördermaßnahme zurückgeführt werden, da auch in der Kontrollgruppe, wenn auch in geringerem Ausmaß, eine Abnahme zu verzeichnen ist.

Ein Grund für dieses Ergebnisse könnte sein, dass der zeitliche Rahmen der Intervention dafür nicht ausgereichte. Der **regelmäßige Einsatz** von kopfgeometrischen Aufgaben ist vonnöten, um signifikante Leistungsunterschiede hervorzubringen (vgl. Weigand et al. 2018, S. 143). Des Weiteren sollte die Kopfgeometrie nicht als isoliertes Training des räumlichen Vorstellungsvermögens betrachtet werden, sondern losgelöst vom Unterricht sein und passend zum jeweiligen behandelten Stoffgebiet integriert werden (vgl. Weigand et al. 2018, S. 146). Dies wurde in der Intervention nicht berücksichtigt.

10.3.2. Geschlechtsunterschiede

Basierend auf den Resultaten von bearbeiteten Aufgabenblöcken der Platt RIF zwischen 2019 und 2023 konnte festgestellt werden, dass Jungen im Alter von 12 bis 17 Jahren leicht bessere Ergebnisse erzielen als Mädchen (vgl. Maresch et al. 2023b, S. 254). Bei näherer Betrachtung zeigt sich, dass der Geschlechterunterschied in der mentalen Rotation bei 13- und 14-jährigen etwa $6\ \%$ zugunsten der Buben beträgt (vgl. Maresch et al. 2023b, S. 254). Gegenüber diesem Umstand weisen Mädchen und Jungen in den Feldern der räumlichen Visualisierung, der räumlichen Relation sowie der räumlichen Orientierung ähnliche Leistungen auf (vgl. Maresch et al. 2023b, S. 255). Der durchschnittliche Unterschied liegt hier bei nur $1{,}23\ \%$.

Entgegen diesen Befunden zeigten die in dieser Masterarbeit durchgeführten Analysen, dass Mädchen deskriptiv betrachtet tendenziell bessere Werte erzielt hatten als Buben. Ein signifikanter Leistungsunterschied zugunsten der Mädchen konnte lediglich im Teilbereich *Würfelnetze* beobachtet werden. In den übrigen Teilbereichen – einschließlich der mentalen Rotation – ergaben sich hingegen keine signifikanten Geschlechterunterschiede.

Ein möglicher Erklärungsansatz hierfür könnte sein, dass es weder beim Pretest noch beim Posttest kein Zeitlimit vorgegeben war und alle Schüler*innen ausreichend Bearbeitungszeit erhielten. Wie bereits bei Palm (2011) sowie Zhu et al. (2023) gezeigt wurde, treten beim Wegfall der Zeitbegrenzung keine signifikanten Leistungsunterschiede zwischen den Geschlechtern auf.

10.3.3. Üben mit Feedback

In einer Untersuchung von Zhu et al. (2023) konnte festgestellt werden, dass weiblicher Studierende mehr vom Üben mit Feedback profitieren als männliche Studierende, was somit das räumliche Denkvermögen förderten (vgl. Zhu et al 2023, S. 10f.). Auch die Reaktionszeit nach dem Erhalt von Feeback verbesserte sich, da dieses offensichtlich ihr Vertrauen in ihre eigenen Fähigkeiten und Antworten stärkte. Daher kann das Üben mit Feedback als eine motivierende Maßnahme angesehen werden, die dazu beiträgt, Leistungsdifferenzen zwischen den Geschlechtern zu

reduzieren, indem es die räumlichen Leistungen von Mädchen verbessert (vgl. Zhu et al. 2023, S. 11).

Diese Variable wurde auch in im Rahmen der vorliegenden Masterarbeit untersucht. Während der Intervention erhielten die Schüler*innen im Lernprogramm RIF bei der Bearbeitung der Aufgaben jeweils Feedback zu ihren Lösungen. Die Ergebnisse des Posttests stützen die zuvor dargestellten Befunde: In einzelnen Teilbereichen zeigten sich signifikante bzw. zumindest deutliche Vorteile zugunsten der Mädchen. Es konnten keine signifikanten Unterschiede zugunsten der Buben festgestellt werden.

Darüber hinaus zeigte sich in der Versuchsgruppe im Posttest eine Zunahme der wahrgenommenen Sicherheit bei der Aufgabenbearbeitung in mehreren Teilbereichen. Dies unterstützt die Annahme, dass das Üben mit Feedback das Vertrauen in die eigenen Antworten stärkt.

10.4. Implikation für Praxis und Forschung

Aus den Ergebnissen der vorliegenden Untersuchung lassen sich folgende Implikationen ableiten:

Implikationen für die Praxis

Die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens mit der Kopfgeometrie allein reicht nicht aus. Eine Kombination aus verschiedenen Ansätzen scheint vielmehr sinnvoll zu sein. Zusätzlich zu kopfgeometrischen Aufgaben sollten spielerische Elemente sowie reale Modelle und Materialien vermehrt in den Unterricht eingebaut werden (vgl. Weigand et al. 2018, S. 143; vgl. Franke 2000, S. 44).

Darüber hinaus sollten kopfgeometrische Aufgaben nicht isoliert vom Unterricht behandelt werden. Eine Kombination aus digitalem Training, beispielsweise durch Programme wie RIF, und dem Unterricht in regelmäßiger Behandlung erscheint sinnvoll.

Im Geometrisch-Zeichnen-Unterricht sollte ausreichend Zeit für die Aufgabenbearbeitung eingeplant werden, da ein Verzicht auf Zeitdruck geschlechtsspezifische Leistungsunterschiede verringern kann. In

Leistungssituationen wie schriftliche Wiederholungen stellt dies allerdings eine Herausforderung dar.

Die Resultate belegen außerdem, dass es möglich ist, die subjektiv erlebte Sicherheit bei der Auseinandersetzung mit Aufgaben durch eine zielgerichtete Rückmeldung im Fach Geometrisches Zeichnen zu steigern. Aus diesem Grund ist es wichtig, dass Lehrkräfte regelmäßig hilfreiche und lernförderliche Rückmeldungen zu den erbrachten Leistungen geben.

Implikationen für die Forschung

In zukünftigen Studien sollte untersucht werden, inwiefern eine längere Interventionsdauer zu nachhaltigeren Effekten auf die einzelnen Teilbereiche des räumlichen Vorstellungsvermögens führen kann. Die Förderungen sollten nicht isoliert behandelt werden, sondern regelmäßig in die entsprechenden Stoffgebiete eingebettet werden.

Des Weiteren wäre es wünschenswert, die Studie mit einer größeren Stichprobe zu replizieren, um die Generalisierbarkeit der Ergebnisse zu erhöhen.

Darüber hinaus wäre es sinnvoll, die Auswirkungen verschiedener Förderzugänge, wie die Kombination aus Kopfgeometrie mit realen Modellen, Spielen sowie digitalen Trainingsprogrammen, zu vergleichen. Die differenzierte Bewertung der jeweiligen Effekte wäre sehr interessant.

11. Fazit

Die vorliegende Masterarbeit hatte das Ziel, die Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens von Schüler*innen im Rahmen des Geometrisch-Zeichnen-Unterrichts zu erforschen und gezielte Fördermöglichkeiten aufzuzeigen. Zur Analyse der Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens wurden als Interventionsmaßnahme insbesondere kopfgeometrische Aufgaben ausgewählt, speziell im Kontext des digitalen Lernprogramms RIF. Zusätzlich wurde untersucht, ob die verwendeten Fördermaßnahmen geschlechtsspezifische Leistungsunterschiede verringern können.

Die Resultate verdeutlichen, dass in der Versuchsgruppe keine statistisch signifikanten Leistungsverbesserungen beobachtet wurden. Obwohl in einigen spezifischen Teilbereich geringfügige Verbesserungen festzustellen sind, haben sich diese als nicht relevant herausgestellt. Zugleich wurden in der Kontrollgruppe signifikante Leistungszuwächse in zwei Teilbereichen verzeichnet, die möglicherweise auf Übungseffekte oder Einflüsse des regulären Unterrichts zurückzuführen sind. Insgesamt kann kein eindeutiger Effekt der Intervention auf die objektive Leistungsentwicklung nachgewiesen werden.

In Bezug auf die Geschlechterunterschiede zeigen die Ergebnisse ein differenziertes Bild. Gegen die weit verbreitete Annahme konnten keine allgemeinen Vorteile zugunsten der Jungen festgestellt werden. Im Gegenteil – in bestimmten Teilbereichen lagen die Ergebnisse der Mädchen über denen der Buben. Darüber hinaus war in der Versuchsgruppe die wahrgenommene Sicherheit der Aufgabenbearbeitung erhöht, was auf einen positiven Einfluss des integrierten Feedbacks hindeuten könnte.

Bei der Auswertung der Ergebnisse sind vor allem die kurze Dauer der Intervention, die kleine Stichprobengröße sowie potenzielle Übungseffekte zu beachten. Für die praktische Umsetzung im Unterricht kann abgeleitet werden, dass kopfgeometrische Aufgaben sinnvoll sind, jedoch regelmäßig und in Verbindung mit anderen methodischen Ansätzen eingesetzt werden sollten.

Literaturverzeichnis

Andorfer-Plainer, C. (2021). *Auswirkung von Videospielen auf die Entwicklung von Raumverständnis* (Masterarbeit). Universität Graz

Asperl, A., Gems, W., Podenstorfer, E. & Wischounig, M. (2017). *Raumgeometrie pur* (4. Aufl.). Veritas-Verlag.

Barratt, B. S. (1953): An analysis of verbal reports of solving problems as an aid in defining spatial factors. *The Journal of Psychology, 36*.

Bendel, N., & Schmidt, G. (2004). Förderung der Raumanschauung im Geometrieunterricht der Orientierungsstufe - Ist der Computer ein willkommenes Werkzeug? *Der Mathematikunterricht, 50*(1–2), 29–46.

Borke, H. (1975). Piaget's mountains revisited: Changes in the egocentric landscape. In: *Developmental* Psychology, 11, S. 240–243.

Brandl, B. (2011). Das räumliche Vorstellungsvermögen im Mathematikunterricht fördern. R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011*, 135–138. WTM-Verlag. https://doi.org/10.17877/DE290R-907

De Lange, J. (1984). Geometry for all or: no Geometry at all? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 3*, 90–97.

Dünser, A. (2005). *Trainierbarkeit der Raumvorstel lung mit Augmented Reality* (Dissertation). Universität Wien.

Eliot, J. & Smith, I. M. (1983). *An international directory of spatial tests.* NFER-Nelson.

Fadhilah, M. N., & Masduki. (2023). Exploring students' spatial reasoning ability in solving geometry problems based on the learning style. *AIP Conference Proceedings, 2727*(1), Article 020076. https://doi.org/10.1063/5.014142

Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum Akademischer Verlag.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematik als pädagogische Aufgabe*. Klett-Verlag

Frostig, M. & Maslow, P. (1978). *Lernprobleme in der Schule*. Hippokrates Verlag

Gam3d. (2014, Juni 9). *Gam3d.at*. https://www.gam3d.at/ (Abruf am 16.11.2025)

Goodenough, D. R., Oltman, P. K., & Cox, P. W. (1984). The nature of individual differences in spatial ability. R. J. Sternberg (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence*, Vol. 2, 255–340. Erlbaum.

Guilford, J. P. & Zimmerman, W. S. (1947). Some a.a.f. findings concerning aptitude factors. *Occupations*, *26*, 154–159.

Guilford, J. P. (1964). *Persönlichkeit – Logik, Methodik und Ergebnisse ihrer quantitativen Forschung*. Beltz.

Guilford, J. P. (1968). *Intelligence, creativity and their educational appplications*. Robert R. Knapp.

Halpern, D. F. (1997). Sex differences in intelligence. Implica tions for education. *American Psychologist, 52*, 1091–1102.

Hirsch, M., & Maresch, G. (2015). Wer denkt räumlicher? Zocker oder Sportler? *Informationsblätter der Geometrie*, 34(2), 44–48. https://doi.org/10.25598/ibdg/2015-2-9

Hofer, M. (2020). *Untersuchung zu den Grundroutinen des räumlichen Denkens und Handelns* (Masterarbeit). Universität Salzburg.

Hoffer, A. (1977). *Geometry and Visualization. Mathematics Resource Project*. Creative Publications.

Huhmann, T. (2007). Wie nützt der Computer zur Förderung der Raumvorstellung in der Grundschule? *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007*, 839–842. WTM Verlag. https://doi.org/10.17877/DE290R-6074

Huhmann, T. (2013). *Einfluss von Computeranimationen auf die Raumvorstellungsentwicklung*. 37–66. Springer Fachmedien.

Husna, A. L., Sudarmilah, E., Anggono, A. D., Sidiq, Y., Fikriyah, V. N., & Ishartono, N. (2023). Analysis of spatial reasoning ability in geometry viewed from students' cognitive style. *AIP Conference Proceedings*, *2727*(1). https://doi.org/10.1063/5.0141426

Hutsteiner, M. (2011). *Die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens im Geometrieunterricht der AHS und seine Förderung mittels Dynamischer Geometrie-Software* (Masterarbeit). Universität Wien.

Ishikawa, T., & Newcombe, N. S. (2021). Why spatial is special in education, learning, and everyday activities. *Cognitive research: Principles and Implications*, *6*(1), Article 20. https://doi.org/10.1186/s41235-021-00274-5

Just, M. A. & Carpenter, P. A. (1985). Cognitive Coordinate Systems: Accounts of Mental Rotation and Individual Differences in Spatial Ability. *Psycho logical Review,* 92.

Kozhevnikov, M., & Hegarty, M. (2001). A dissociation between object manipulation spatial ability and spatial orientation ability. *Memory & Cognition, 29*(5), 745–756. https://doi.org/10.3758/BF03200477

Krinzinger, H., & Günther, T. (2013). Lesen, Schreiben, Rechnen – gibt es Unterschiede zwischen den Geschlechtern? *Lernen und Lernstörungen, 2*(1), 35–49. https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000029

Kurtulus, A., & Uygan, C. (2010). The effects of Google Sketchup based geometry activities and projects on spatial visualization ability of student mathematics teachers. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *9*, 384–389. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.169

Levine, S. C., Vasilyeva, M., Lourenco, S. F., Newcombe, N. S., Huttenlocher, J. (2005). Socioeconomic status modifies the sex difference in spatial skill. *Psychological Science*, 16, S. 841–845. https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2005.01623.x

Linn, M. C., & Kyllonen, P. C. (1981). Theories of cognitive abilities. *Review of Educational Research*, 51(4), 393–416.

Linn, M. C. & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: a meta-analysis. *Cognitive Brain Research, 1*, 241–255.

Linzer-Sommer, I. (2022). Raumvorstellungsvermögen als Prädiktor für Karrieren im MINT-Bereich: Förderung der Raumvorstellung im Geometrieunterricht. *R&E-SOURCE, Sonderausgabe 23*. https://doi.org/10.53349/resource.2022.iS23.a1092

Lohaus, A., Schumann-Hengsteler, R., & Kessler, T. (1999). *Räumliches Denken im Kindesalter*. Hogrefe Verlag.

Lohman, D. F., Pellegrino, J. W., Alderton, D. L. & Reagian, J. W. (1987). Dimensions and components of individual differences in spatial abilities. S. H. Irvine & S. E. Newstead (Hrsg.). *Intelligence and Cognition: Contemporary frames of reference*. Nijhoff, 253–312.

Luig, K., & Strässer, R. (2009). Förderung ausgewählter Aspekte der Raumvorstellung mit dynamischer Geometriesoftware. In M. Neubrand (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009*, 301–304. WTM-Verlag. https://doi.org/10.17877/DE290R-13295

Maier, P. H. (1994). *Räumliches Vorstellungsvermögen: Komponenten, geschlechtsspezifische Differenzen, Relevanz, Entwicklung und Realisierung in der Realschule*. Peter Lang.

Maier, P. H. (1996). Kopfgeometrie - handlungsorientierte und visuelle Aufgabenstellungen. *Mathematik in der Schule, 34*(5), 276–284.

Maier, P. H. (1999a). *Räumliches Vorstellungsvermögen. Ein theoretischer Abriß des Phänomens räumliches Vorstellungsvermögen. Mit didaktischen Hinweisen für den Unterricht*. Auer Verlag.

Maier, P. H. (1999b). Raumgeometrie mit Raumvorstellung – Thesen zur Neustrukturierung des Geometrieunterrichts. *Der Mathematikunterricht*. 45(3), 4–18.

Maresch, G. (2014). Strategien für die Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben. *Informationsblätter der Geometrie (IBDG)*, 33, 7-12.

Maresch, G. (2015). Wie kann die Raumintelligenz gefördert werden? Faktoren, Strategien und geschlechtsspezifische Befunde. *Mathematik im Unterricht, 6*, 36–55. Universität Salzburg.

Maresch, G. (2021). Räumliches Denken. In*formationsblätter der Geometrie (IBDG), 40*(1), 23–36. https://doi.org/10.25598/ibdg/2021-1-7

Maresch, G. & Scheiber, K. (2025). Lernplattform RIF – aktuelle Nutzungszahlen und geplante Neuerungen. *Informationsblätter der Geometrie (IBDG), 44*, 5–7.

Maresch, G., Segura-Caballero, N., Lagoudaki, E., Zhu, C., Leung, C. O.-Y., Velho, M., Jolles, D., Duffy, G., Pagkratidou, M., & Klapwijk, R. (2023a). *Fostering spatial ability development in and for authentic STEM learning. Frontiers in Education, 8*, Article 1138607. https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1138607

Maresch, G., Lagoudaki, E., & Segura Caballero, N. (2023b). Evaluations of the data from the spatial thinking platform RIF show a clear trend: Girls and boys have equally good spatial thinking skills, *Journal for Geometry and Graphics, 27*(2), 249–262. Heldermann Verlag.

McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin, 86*(5), 889–918.

Michael, W. B., Zimmerman, W. S. & Guilford, J. P. (1950). An investigation of two hypotheses reagrding the nature of the spatial-realtions and visualization factors. *Educational and Psychological Measurement*, *10*, 187–213.

Michael, W. B., Zimmerman, W. S. & Guilford, J. P. (1951). An investigation of the nature of the spatial-relations and visualization factors in two high school samples. *Educational and Psychological Measurement*, *11*, 561–577.

Mjenda, M., Mutarutinya, V., & Owiti, D. (2023). Assessing the effectiveness of computer-aided instructional techniques in enhancing students' 3D geometry

spatial visualization skills among secondary school students in Tanzania. *International Journal of Learning Teaching and Educational Research*, *22*(6), 613–637. https://doi.org/10.26803/ijlter.22.6.31

National Academies of Sciences, Engineering, & Medicine. (2006). Spatial thinking in everyday life, at work, and in science. *Learning to think spatially*., The National Academies Press. 49–93. https://doi.org/10.17226/11019

Nieding, G., Ohler, P., & Rey, G. D. (2015). *Lernen mit Medien*. UTB. 106–113.

Oberhollenzer, J. (2022). *Eine Gegenüberstellung der Ausprägung des räumlichen Vorstellungsvermögens von Lernenden aus Fachoberschulen mit technologischer und wirtschaftlicher Schwerpunktsetzung*. Universität Innsbruck.

Palm, K. (2011). Räumliches Vorstellungsvermögen – von Natur aus Männersache? Kritische Anmerkungen zu biologischen Forschungen über geschlechtsspezifische Kompetenzen. In W. Wentzel, S. Mellies & B. Schwarze (Hrsg.), *Generation Girls'Day.* Budrich Uni Press. 211–231. https://doi.org/10.25595/237

Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde* (1. Aufl.). Klett.

Plath, M. (2014). *Räumliches Vorstellungsvermögen im vierten Schuljahr: Eine Interviewstudie zu Lösungsstrategien und möglichen Einflussbedingungen auf den Strategieeinsatz*. Franzbecker.

Quaiser-Pohl, C., Lehmann, W., Jordan, K., & Schirra, J. (2001). Zum Einfluss des Computers auf die Raumvorstellung – eine differenzielle Analyse bei Studierenden von Computerwissenschaften. In *Abstractband der 6. Arbeitstagung der Fachgruppe Psychologie, Persönlichkeitspsychologie und Psychologische Diagnostik der Deutschen Gesellschaft für Psychologie*, 111–112. Leipziger Universitätsverlag.

Rif4you.eu. (O. J.). https://rif4you.eu/ (Abruf am 08.02.2026)

RIS - Lehrpläne – allgemeinbildende höhere Schulen - Bundesrecht konsolidiert, Fassung vom 23.11.2025. (o. J.). https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568 (Abruf am 08.12.2025)

Rost, D. H. (1977). *Raumvorstellung: psychologische und pädagogische Aspekte* (1. Aufl.). Beltz.

Ruwisch, S. (2006). Die Komponenten des Raumvorstellungsvermögens. Aufgabenstellungen zur Anbahnung und Vertiefung. *Grundschulmagazin*, *74*(5), 13–15.

Šafhalter, A., Glodež, S., Šorgo, A., & Ploj Virtič, M. (2022). Development of spatial thinking abilities in engineering 3D modeling course aimed at lower secondary students. *International Journal of Technology and Design Education, 32*(1), 167–184. https://doi.org/10.1007/s10798-020-09597-8

Sander, K. (2013). Der Somawürfel hat es in sich! Aktivitäten zur Entwicklung der Raumvorstellung—Ein Beitrag aus der Schulpraxis. *Der Mathematikunterricht, 59*(3), 18–26.

Scheid, O. (2013). Trainierbarkeit der Raumanschauung – Lernzuwächse erfahrbar machen. *Der Mathematikunterricht, 59*(3), 4–17.

Schöneburg, S. (2016). Wer spielt, gewinnt und lernt – Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens durch den Einsatz von Lernspielen. In Institut für Mathematik und Informatik der Pädagogischen Hochschule Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. 875–878). WTM-Verlag. https://doi.org/10.17877/DE290R-17299

Schultz, K. (1991). The contribution of solution strategy to spatial performance. *Canadian Journal of Psychology 45*.

Senftleben, H.-G. (1996): Erkundungen zur Kopfgeometrie (unter besonderer Beachtung der Einbeziehung kopfgeometrischer Aufgaben in den Mathematikunterricht der Grundschule). *JMD 17*(1), 49–72.

Senftleben, H.-G. (2011). Wege zur Kopfgeometrie: Grundlagen und Lernvoraussetzungen. *Mathematik lehren: Erfolgreich unterrichten: Konzepte und Materialien, 167*, 19–24.

Shawky, A., Elbiblawy, E., & Maresch, G. (2021). *Spatial ability differences between students with a math learning disability and their other normal colleagues. Journal of Humanities and Applied Social Sciences, 3*(3), 182–198. https://doi.org/10.1108/JHASS-01-2020-0016

Shepard, R. N. & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *Science*, *171*, 701–703.

Souvignier, E. (2000). *Förderung räumlicher Fähigkeiten: Trainingsstudien mit lernbeeinträchtigten Schülern*. Waxmann.

Spearman, C. (1904). „General Intelligence“ – objectively determined and measured. *American Journal of Psychology*, *15*, 201–293.

Stahl, T. (2016). Raum und Form: Eine differenzierte und handlungsorientierte Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens mit Hilfe von Sprache in einer 5. Klasse (HS-Lehrplan). *Praxis Sprache*, *61*(2), 110–118. https://doi.org/10.2443/skv-s-2016-56020160206

Stückrath, F. (1955). Kind und Raum: *psychologische Voraussetzungen der Raumlehre in der Volksschule* (1. Aufl.). Kösel.

The educational benefits of Minecraft. (o. J.). *Minecraft.net.* https://education.minecraft.net/content/dam/education-edition/learning-experiences/research_folder/Minecraft%20Educational%20Benefits%20Whitepaper.pdf (Abruf am 16.11.2025)

The jamovi project. (2026). *jamovi* (Version 2.5). https://www.jamovi.org

Thurstone, L. L. (1938). Primary mental abilities. Chicago, London: The University of Chicago Press.

Thurstone, L. L. (1950). Some primary abilities in visual thinking. *Psychometric Laboratory Research Report No. 59.* University of Chicago Pres.

van Hiele-Geldof, D., & van Hiele, P. M. (1978). Die Bedeutung der Denkebenen im Unterrichtssystem nach der deduktiven Methode. In H.-G. Steiner (Hrsg.), *Didaktik der Mathematik. Wege der Forschung* (Bd. 361, S. 127–139). Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Vehling, R., Schmidt, G. (2013). Eine Reise durch den Würfel – Eine Objektstudie zur Förderung der Raumanschauung von der Grundschule bis zum Abitur. *Der Mathematikunterricht, 59*(3), 27–38.

Vogt, T. (2013). Raumvorstellung und Mathematikunterricht—Aktivitäten mit Hand und Verstand. *Der Mathematikunterricht, 59*(3), 39–50.

Weber, C. (2011). Kopfgeometrie ein Aufgabenformat wandelt sich. In R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011* (S. 887–890). WTM-Verlag. https://doi.org/10.17877/DE290R-13736

Weber, P., John, R., Konrad, K., von Livonius, B., Lorenz, B., Ruple, B., Stock Mühlnickel, S., Karch, D., & Schroeder, A. (2018). Visuelle Wahrnehmungsstörungen. *Monatsschrift Kinderheilkunde, 166*, 437–444. https://doi.org/10.1007/s00112-018-0462-x

Weigand, H.-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B., & Wittmann, G. (2018). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (3. Aufl.). Springer Spektrum. 142–147.https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8

Wilhelm, M., & Maresch, G. (2017). Wie ausgeprägt ist meine räumliche Orientierungsfähigkeit? Entwicklung des neuen Messverfahrens SMART durch reale Bewegung im Raum. *Informationsblätter der Geometrie (IBDG)*, *36*(1), 21–23. https://doi.org/10.25598/ibdg/2017-1-8

Winkler, P. (2007). *Die praktische Relevanz von Raumvorstellung* (Masterarbeit) Universität Wien.

Witkin, H. A., Dyk, R. B., Faterson, H. F., Goodenough, R. D. Richard, D. Karp, S. A. (1962). *Psychological differentiation. Studies of development.* John Wiley & Sons.

Zhu, C., Leung, Chloe O., Lagoudaki, E., Velho, M., Segura-Caballero, N., Jolles, D., Duffy, G., Maresch, G., Pagkratidou, M., Klapwijk, R., (2023). Fostering spatial ability development in and for authentic STEM learning. *Frontiers in Education, 8*, Article 1138607. https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1138607

Zöchbauer, J. (2015). *Räumliches Vorstellungsvermögen im Mathematikunterricht* [Diplomarbeit, Johannes-Kepler-Universität Linz. https://epub.jku.at/obvulihs/download/pdf/501658?originalFilename=true

Zöggeler, M. & Maresch, G. (2018). Raumvorstellungsvermögen und mathematische Kompetenzen: Vorstellung einer Studie bei zweitsemestrigen Lehramt-Mathematik-Studierenden. In G. Maresch, K.-J. Fuchs, S. Plang & M. Zöggeler, (Hrsg.), *Mathematik im Unterricht* (Bd. 9, S. 29–38.). Universität Salzburg. https://doi.org/10.25598/miu/2018-9-4

Zöggeler, M., & Strahl, A. (2020). Komponenten der Raumvorstellung in physikalischen Sachverhalten. In S. Habig (Hrsg.), *Naturwissenschaftliche Kompetenzen in der Gesellschaft von morgen. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik, Jahrestagung in Wien 2019*. Universität Duisburg-Essen. 601–604.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Plath, M. (2014). *Räumliches Vorstellungsvermögen im vierten Schuljahr: Eine Interviewstudie zu Lösungsstrategien und möglichen Einflussbedingungen auf den Strategieeinsatz*. Franzbecker. 13.

Abbildung 2: Feichtner, D. J. (2018). Drei methodisch-didaktische Abwandlungen des Mental Rotations Test und deren Auswirkung auf die Leistungen von TestteilnehmerInnen. *Mathematik im Unterricht*, *9*, 95. https://doi.org/10.25

Abbildung 3: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 34.

Abbildung 4: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 36.

Abbildung 5: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 36.

Abbildung 6: Kozhevnikov, M., & Hegarty, M. (2001). A dissociation between object manipulation spatial ability and spatial orientation ability. *Memory & Cognition, 29*(5), 756. https://doi.org/10.3758/BF03200477

Abbildung 7: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 33.

Abbildung 8: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 34.

Abbildung 9: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 38.

Abbildung 10: Spatial reasoning tests. (o. J.). *Spatial Reasoning Games*. https://spatialreasoninggames.weebly.com/spatialtests.html (Abruf am 02.05.2025).

Abbildung 11: Lohaus, A., Schumann-Hengsteler, R., & Kessler, T. (1999). *Räumliches Denken im Kindesalter*. Hogrefe Verlag. 18.

Abbildung 12: Plath, M. (2014). *Räumliches Vorstellungsvermögen im vierten Schuljahr: Eine Interviewstudie zu Lösungsstrategien und möglichen Einflussbedingungen auf den Strategieeinsatz*. Franzbecker. 21.

Abbildung 13: Plath, M. (2014). *Räumliches Vorstellungsvermögen im vierten Schuljahr: Eine Interviewstudie zu Lösungsstrategien und möglichen Einflussbedingungen auf den Strategieeinsatz*. Franzbecker. 22.

Abbildung 14: Plath, M. (2014). *Räumliches Vorstellungsvermögen im vierten Schuljahr: Eine Interviewstudie zu Lösungsstrategien und möglichen Einflussbedingungen auf den Strategieeinsatz*. Franzbecker. 25.

Abbildung 15: De Lange, J. (1984). Geometry for all or: no Geometry at all? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *3*, 93.

Abbildung 16: Andorfer-Plainer, C. (2021). *Auswirkung von Videospielen auf die Entwicklung von Raumverständnis* (Masterarbeit). Universität Graz. 12.

Abbildung 17: Maresch, G. (2021). Räumliches Denken. *Informationsblätter der Geometrie (IBDG), 40*(1), 28. https://doi.org/10.25598/ibdg/2021-1-7

Abbildung 18: Wilhelm, M., & Maresch, G. (2017). Wie ausgeprägt ist meine räumliche Orientierungsfähigkeit? Entwicklung des neuen Messverfahrens SMART durch reale Bewegung im Raum. *Informationsblätter der Geometrie (IBDG)*, *36*(1), 23. https://doi.org/10.25598/ibdg/2017-1-8

Abbildung 19: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 56.

Abbildung 20: Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde* (1. Aufl.). Klett. 81.

Abbildung 21: Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde* (1. Aufl.). Klett. 84.

Abbildung 22: Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde* (1. Aufl.). Klett. 85.

Abbildung 23: Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde* (1. Aufl.). Klett. 251.

Abbildung 24: Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde* (1. Aufl.). Klett. 444.

Abbildung 25: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 68.

Abbildung 26: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 39.

Abbildung 27: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 39.

Abbildung 28: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 40.

Abbildung 29: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 40.

Abbildung 30: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 41.

Abbildung 31: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 41.

Abbildung 32: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 42.

Abbildung 33: ORF. (2025, Juni 17). Instagram. https://www.instagram.com/p/DLAso2Lt5Po/ (Abruf am 20.08.2025).

Abbildung 34: Maresch, G., Lagoudaki, E., & Segura Caballero, N. (2023b). Evaluations of the data from the spatial thinking platform RIF show a clear trend: Girls and boys have equally good spatial thinking skills, *Journal for Geometry and Graphics, 27*(2), 255. Heldermann Verlag.

Abbildung 35: Maresch, G., Lagoudaki, E., & Segura Caballero, N. (2023b). Evaluations of the data from the spatial thinking platform RIF show a clear trend: Girls and boys have equally good spatial thinking skills, *Journal for Geometry and Graphics, 27*(2), 255. Heldermann Verlag.

Abbildung 36: Maresch, G., Lagoudaki, E., & Segura Caballero, N. (2023b). Evaluations of the data from the spatial thinking platform RIF show a clear trend: Girls and boys have equally good spatial thinking skills, *Journal for Geometry and Graphics, 27*(2), 256. Heldermann Verlag.

Abbildung 37: Krinzinger, H., & Günther, T. (2013). Lesen, Schreiben, Rechnen – gibt es Unterschiede zwischen den Geschlechtern? *Lernen und Lernstörungen, 2*(1), 38. https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000029

Abbildung 38: Zöchbauer, J. (2015). *Räumliches Vorstellungsvermögen im Mathematikunterricht* (Diplomarbeit) Universität Linz. 27.

Abbildung 39: Zöchbauer, J. (2015). *Räumliches Vorstellungsvermögen im Mathematikunterricht* (Diplomarbeit) Universität Linz. 28.

Abbildung 40: Zöchbauer, J. (2015). *Räumliches Vorstellungsvermögen im Mathematikunterricht* (Diplomarbeit) Universität Linz. 28.

Abbildung 41: Sander, K. (2013). Der Somawürfel hat es in sich! Aktivitäten zur Entwicklung der Raumvorstellung—Ein Beitrag aus der Schulpraxis. *Der Mathematikunterricht, 59*(3), 25.

Abbildung 42: Vehling, R., Schmidt, G. (2013). Eine Reise durch den Würfel – Eine Objektstudie zur Förderung der Raumanschauung von der Grundschule bis zum Abitur. *Der Mathematikunterricht, 59*(3), 34.

Abbildung 43: Vehling, R., Schmidt, G. (2013). Eine Reise durch den Würfel – Eine Objektstudie zur Förderung der Raumanschauung von der Grundschule bis zum Abitur. *Der Mathematikunterricht, 59*(3), 35.

Abbildung 44: Schöneburg, S. (2016). Wer spielt, gewinnt und lernt – Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens durch den Einsatz von Lernspielen. In Institut für Mathematik und Informatik der Pädagogischen Hochschule Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. 877). WTM-Verlag. https://doi.org/10.17877/DE290R-17299

Abbildung 45: Schöneburg, S. (2016). Wer spielt, gewinnt und lernt – Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens durch den Einsatz von Lernspielen. In Institut für Mathematik und Informatik der Pädagogischen Hochschule Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. 878). WTM-Verlag. https://doi.org/10.17877/DE290R-17299

Abbildung 46: Schöneburg, S. (2016). Wer spielt, gewinnt und lernt – Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens durch den Einsatz von Lernspielen. In Institut für Mathematik und Informatik der Pädagogischen Hochschule Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. 877). WTM-Verlag. https://doi.org/10.17877/DE290R-17299

Abbildung 47: Brandl, B. (2011). Das räumliche Vorstellungsvermögen im Mathematikunterricht fördern. R. Haug & L. Holzäpfel (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011* (S. 138). WTM-Verlag. https://doi.org/10.17877/DE290R-907

Abbildung 48: Huhmann, T. (2007). Wie nützt der Computer zur Förderung der Raumvorstellung in der Grundschule? *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007* (S. 842). WTM Verlag. https://doi.org/10.17877/DE290R-6074

Abbildung 49: Weigand, H.-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B., & Wittmann, G. (2018). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (3. Aufl.). 143. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8

Abbildung 50: Weigand, H.-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B., & Wittmann, G. (2018). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (3. Aufl.). 144. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8

Abbildung 51: Weigand, H.-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B., & Wittmann, G. (2018). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (3. Aufl.). 145. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8

Abbildung 52: Franke, M. (2000). *Didaktik der Geometrie*. Spektrum, Akademischer Verlag. 51.

Abbildung 53: Linzer-Sommer, I. (2022). Raumvorstellungsvermögen als Prädiktor für Karrieren im MINT-Bereich: Förderung der Raumvorstellung im Geometrieunterricht. *R&E-SOURCE, Sonderausgabe 23.* 4. https://doi.org/10.53349/resource.2022.iS23.a1092

Abbildung 54: Maresch, G. (2014). Strategien für die Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben. *Informationsblätter der Geometrie (IBDG)*, *33*, 9.

Abbildung 55: eigene Darstellung

Abbildung 56: eigene Darstellung

Abbildung 57: eigene Darstellung

Abbildung 58: eigene Darstellung

Abbildung 59: eigene Darstellung

Abbildung 60: eigene Darstellung

Abbildung 61: eigene Darstellung

Abbildung 62: eigene Darstellung

Abbildungen aus dem Anhang:

Abbildung 63: Würfelaufgaben. (2022, September 1). *Der Testknacker*. https://dertestknacker.de/einstellungstest/raeumliches-denken/wuerfelaufgaben/ (Abruf am 22.05.2025).

Abbildung 64: Hellotest B.V. (2024, Juli 6). *Möchtest du dein räumliches Vorstellungsvermögen üben? Trainiere noch heute mit Hellotest*. https://www.hellotest.de/einstellungstest/raeumliches-vorstellungsvermoegen/ (Abruf am 22.05.2025).

Abbildung 65: Hans-Dieter Sill (2007, 5. Februar). *Probleme und Möglichkeiten zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.* (PowerPoint-Folien). Universität Rostock.

Abbildung 66: Hellotest B.V. (2024, Juli 6). *Möchtest du dein räumliches Vorstellungsvermögen üben? Trainiere noch heute mit Hellotest*. https://www.hellotest.de/einstellungstest/raeumliches-vorstellungsvermoegen/ (Abruf am 22.05.2025).

Abbildung 67: Geometrie: Würfelgebäude aus 8 bis 19 Würfel online lösen. (o.J.). *Matheaufgaben.net.* https://www.matheaufgaben.net/mathe-online/?Aufgabentyp=Raeumliches-Vorstellungsvermoegen (Abruf am 22.05.2025).

Abbildung 68: Sill H. D. (2007, 5. Februar). *Probleme und Möglichkeiten zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.* (PowerPoint-Folien). Universität Rostock.

Abbildung 69: Bekar Ö. (2025, 29. September). Einstellungstest räumliches Vorstellungsvermögen: Abwicklungen. *Einstellungstest*

Trainingscenter. https://www.einstellungstest-fragen.de/einstellungstest-raumliches-vorstellungsvermogen-abwicklungen/ (Abruf am 22.05.2025).

Abbildung 70: Asperl, A., Gems, W., Podenstorfer, E. & Wischounig, M. (2017). *Raumgeometrie pur* (4. Aufl.). Veritas-Verlag. 109.

Abbildung 71: Sill H. D. (2007, 5. Februar). *Probleme und Möglichkeiten zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.* (PowerPoint-Folien). Universität Rostock.

Abbildung 72: Mathe Arbeitsblätter / Übungsblätter zum Ausdrucken. (o.J.). *Matheaufgaben.net.* https://www.matheaufgaben.net/arbeitsblaetter/ (Abruf am 26.05.2025).

Abbildung 73: Würfelnetze Arbeitsblätter. (o.J.). *Matheaufgaben.net.* https://www.matheaufgaben.net/arbeitsblaetter/wuerfelnetze/ (Abruf am 26.05.2025).

Abbildung 74: Hellotest B.V. (2024, Juli 6). *Möchtest du dein räumliches Vorstellungsvermögen üben? Trainiere noch heute mit Hellotest*. https://www.hellotest.de/einstellungstest/raeumliches-vorstellungsvermoegen/ (Abruf am 22.05.2025).

Abbildung 75: Typische Musteraufgaben. (o.J.). *Rif4you.eu.* https://rif4you.eu/de/pdf/RIF30_Musteraufgaben_06-09.pdf (Abgerufen am 26.05.2025).

Abbildung 76: Typische Musteraufgaben. (o.J.). *Rif4you.eu.* https://rif4you.eu/de/pdf/RIF30_Musteraufgaben_06-09.pdf (Abgerufen am 26.05.2025).

Abbildung 77: Typische Musteraufgaben. (o.J.). *Rif4you.eu.* https://rif4you.eu/de/pdf/RIF30_Musteraufgaben_06-09.pdf (Abgerufen am 26.05.2025).

Abbildung 78: Würfelaufgaben. (2022, September 1). *Der Testknacker*. https://dertestknacker.de/einstellungstest/raeumliches-denken/wuerfelaufgaben/ (Abruf am 08.06.2025).

Abbildung 79: Testtraining. (o.J.). *Bws-horgen.ch.* https://www.bws-horgen.ch/testtraining13/wuerfel/index.html (Abruf am 08.06.2025).

Abbildung 80: Sill H. D. (2007, 5. Februar). *Probleme und Möglichkeiten zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.* (PowerPoint-Folien). Universität Rostock.

Abbildung 81: Hellotest B.V. (2024, Juli 6). *Möchtest du dein räumliches Vorstellungsvermögen üben? Trainiere noch heute mit Hellotest*. https://www.hellotest.de/einstellungstest/raeumliches-vorstellungsvermoegen/ (Abruf am 08.06.2025).

Abbildung 82: Geometrie: Würfelgebäude aus 8 bis 19 Würfel online lösen. (o.J.). *Matheaufgaben.net.* https://www.matheaufgaben.net/mathe-online/?Aufgabentyp=Raeumliches-Vorstellungsvermoegen (Abruf am 08.06.2025).

Abbildung 83: Geometrie: Würfelgebäude aus 8 bis 19 Würfel online lösen. (o.J.). *Matheaufgaben.net.* https://www.matheaufgaben.net/mathe-online/?Aufgabentyp=Raeumliches-Vorstellungsvermoegen (Abruf am 08.06.2025).

Abbildung 84: Bekar Ö. (2025, 29. September). Einstellungstest räumliches Vorstellungsvermögen: Abwicklungen. *Einstellungstest Trainingscenter.* https://www.einstellungstest-

fragen.de/einstellungstest-raumliches-vorstellungsvermogen-abwicklungen/ (Abruf am 08.06.2025).

Abbildung 85: Asperl, A., Gems, W., Podenstorfer, E. & Wischounig, M. (2017). *Raumgeometrie pur* (4. Aufl.). Veritas-Verlag. 93.

Abbildung 86: Sill H. D. (2007, 5. Februar). *Probleme und Möglichkeiten zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.* (PowerPoint-Folien). Universität Rostock.

Abbildung 87: Mathe Arbeitsblätter / Übungsblätter zum Ausdrucken. (o.J.). *Matheaufgaben.net.* https://www.matheaufgaben.net/arbeitsblaetter/ (Abruf am 08.06.2025).

Abbildung 88: Würfelnetze Arbeitsblätter. (o.J.). *Matheaufgaben.net.* https://www.matheaufgaben.net/arbeitsblaetter/wuerfelnetze/ (Abruf am 08.06.2025).

Abbildung 89: Hellotest B.V. (2024, Juli 6). *Möchtest du dein räumliches Vorstellungsvermögen üben? Trainiere noch heute mit Hellotest*. https://www.hellotest.de/einstellungstest/raeumliches-vorstellungsvermoegen/ (Abruf am 08.06.2025).

Abbildung 90: Typische Musteraufgaben. (o.J.). *Rif4you.eu.* https://rif4you.eu/de/pdf/RIF30_Musteraufgaben_06-09.pdf (Abgerufen am 08.06.2025).

Abbildung 91: Typische Musteraufgaben. (o.J.). *Rif4you.eu.* https://rif4you.eu/de/pdf/RIF30_Musteraufgaben_06-09.pdf (Abgerufen am 08.06.2025).

Abbildung 92: Typische Musteraufgaben. (o.J.). *Rif4you.eu.* https://rif4you.eu/de/pdf/RIF30_Musteraufgaben_06-09.pdf (Abgerufen am 08.06.2025).

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: RIS - Lehrpläne – allgemeinbildende höhere Schulen – Bundesrecht konsolidiert, vom 23.11.2025. (o. J.). *Bka.gv.at.* https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568 (Abruf am 08.12.2025)

Tabelle 2: Pomberger, T., & Maresch, G. (2018). Geschlechterspezifische Unterschiede beim Raumvorstellungsvermögen. In G. Maresch (Hrsg.), *Mathematik im Unterricht* (Bd. 9, S. 64). Universität Salzburg.

Tabelle 3: Hutsteiner, M. (2011). *Die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens im Geometrieunterricht der AHS und seine Förderung mittels Dynamischer Geometrie-Software* (Masterarbeit). Universität Wien. 27.

Tabelle 4: Maier, P. H. (1999a). *Räumliches Vorstellungsvermögen. Ein theoretischer Abriß des Phänomens räumliches Vorstellungsvermögen. Mit didaktischen Hinweisen für den Unterricht*. Auer Verlag. 74.

Tabelle 5: Fadhilah, M. N., & Masduki. (2023). Exploring students' spatial reasoning ability in solving geometry problems based on the learning style. *AIP Conference Proceedings, 2727*(1), Article 020076. 6. https://doi.org/10.1063/5.014142

Tabelle 6: Stahl, T. (2016). Raum und Form: Eine differenzierte und handlungsorientierte Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens mit Hilfe von Sprache in einer 5. Klasse (HS-Lehrplan). *Praxis Sprache*, *61*(2), 116. https://doi.org/10.2443/skv-s-2016-56020160206

Tabelle 7: Maresch, G. (2014). Strategien für die Bearbeitung von Raumvorstellungsaufgaben. *Informationsblätter der Geometrie (IBDG)*, 33, 8.

Tabelle 8: eigene Darstellung

Tabelle 9: eigene Darstellung

Tabelle 10: eigene Darstellung

Tabelle 11: eigene Darstellung

Tabelle 12: eigene Darstellung

Tabelle 13: eigene Darstellung

Tabelle 14: eigene Darstellung

Tabelle 15: eigene Darstellung

Tabelle 16: eigene Darstellung

Tabelle 17: eigene Darstellung

Tabelle 18: eigene Darstellung

Tabelle 19: eigene Darstellung

Tabelle 20: eigene Darstellung

Tabelle 21: eigene Darstellung

Tabelle 22: eigene Darstellung

Tabelle 23: eigene Darstellung

Tabelle 24: eigene Darstellung

Tabelle 25: eigene Darstellung

Tabelle 26: eigene Darstellung

Tabelle 27: eigene Darstellung

Tabelle 28: eigene Darstellung

Tabelle 29: eigene Darstellung

Tabelle 30: eigene Darstellung

Tabelle 31: eigene Darstellung

Tabelle 32: eigene Darstellung

Tabelle 33: eigene Darstellung

Tabelle 34: eigene Darstellung

Tabelle 35: eigene Darstellung

Anhang (Fragebogen)

1. Datenerhebung
Fragebogen zur Erhebung des Raumvorstellungsvermögens

Allgemeine Information

- Dieser Fragebogen dient zur Erhebung des Raumvorstellungsvermögens. Bitte beantworte alle Aufgaben ehrlich und so gut du kannst.
- Zu jeder Aufgabe gibt es einen kurzen Fragebogen zur Selbsteinschätzung – bitte kreuze ihn direkt nach der jeweiligen Aufgabe an.
- Offene Fragen müssen nicht alle beantwortet werden.
- Am Ende gib bitte beide Bögen ab, indem du den Selbsteinschätzungsbogen in den Umschlag des Aufgabenbogens legst.

Vielen Dank für deine Mitarbeit! ☺

Sozioökonimische Fragen

1. Frage: Wie alt bist du?

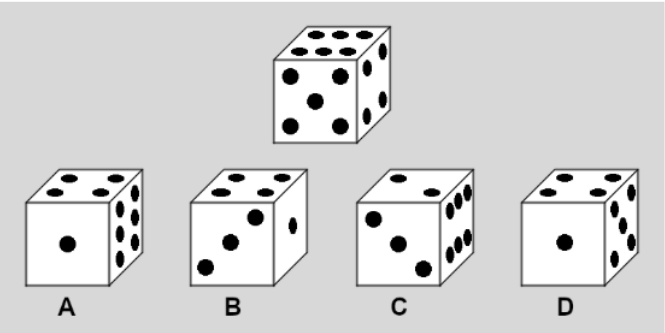
- ☐ 12 Jahre
- ☐ 13 Jahre
- ☐ 14 Jahre
- ☐ 15 Jahre
- ☐ Anderes: _____

2. Frage: Welches Geschlecht hast du?

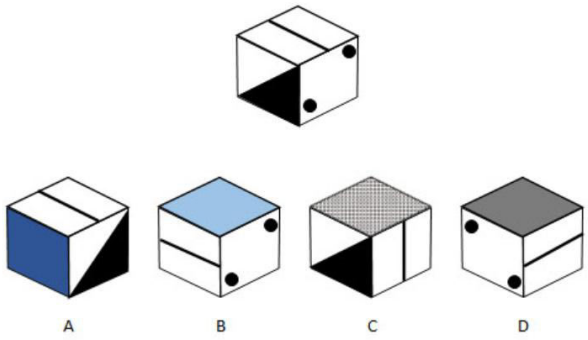
- ☐ Weiblich
- ☐ Männlich
- ☐ Divers
- ☐ Möchte ich nicht angeben

Teilbereich 1: Mentale Rotation

Aufgabe 1: Welcher der vier abgebildeten Würfel passt durch Drehen und/oder Kippen zum Ausgangswürfel? Kreuze an.



Aufgabe 2: Welcher der vier abgebildeten Würfel passt durch Drehen und/oder Kippen zum Ausgangswürfel? Kreuze an.

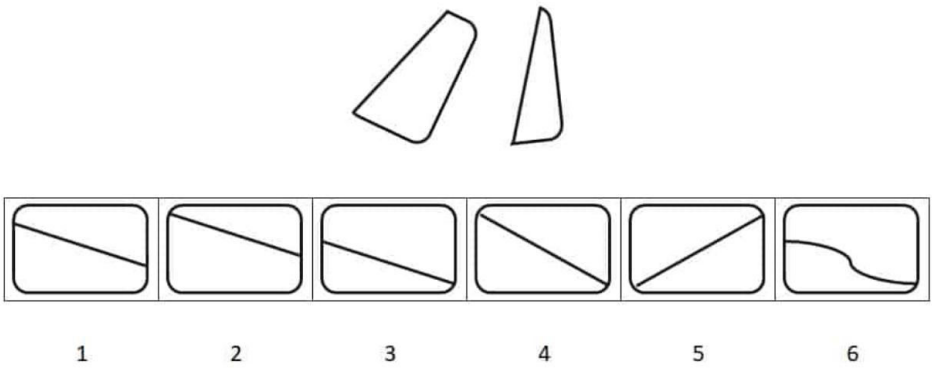


Aufgabe 3: Es ist hier dreimal derselbe Würfel abgebildet. Auf den Flächen des Würfels befinden sich die Buchstaben A, B, C, D, E, und F. Welcher Buchstabe befindet sich auf der Fläche, die der Fläche mit dem Buchstaben **E** gegenüber liegt?

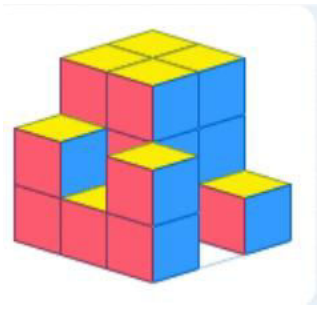
Lösung: _____

Teilbereich 2: Zerlegen & Zusammensetzen von Körpern

Aufgabe 1: Auf der Abbildung sind oben zwei Formen gegeben. In welcher der unteren Abbildungen sind die Formen richtig zusammengesetzt? Kreuze an.

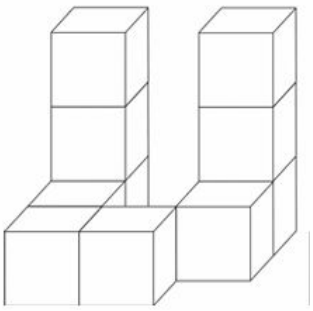


Aufgabe 2: Wie viele der kleinen Würfel sind im Bild zu erkennen? (Auch die unsichtbaren Würfel mitzählen!)



Lösung: _____

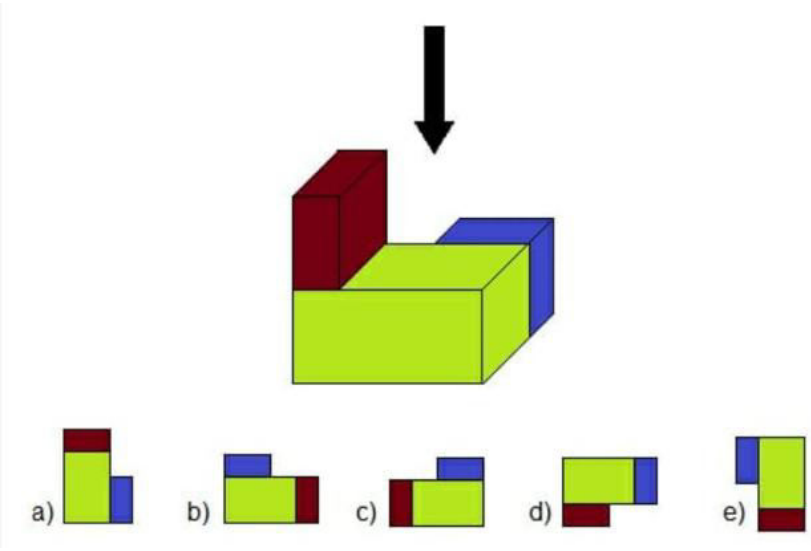
Aufgabe 3: Wie viele kleine Würfel braucht man, um das Würfelbauwerk zu einem großen Würfel zu ergänzen?



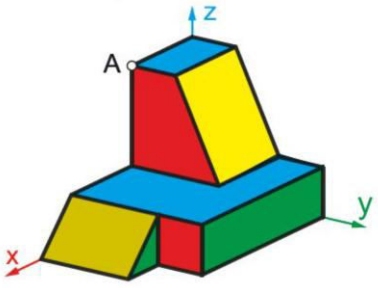
Lösung: _____

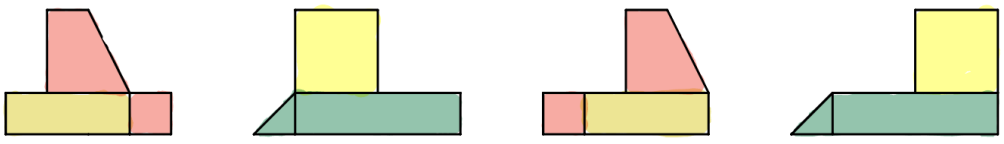
Teilbereich 3: Ansichten erkennen (Perspektivenwechsel)

Aufgabe 1: Wie sieht die Figur aus, wenn man diese aus der angegebenen Pfeilrichtung betrachtet? Kreuze an.



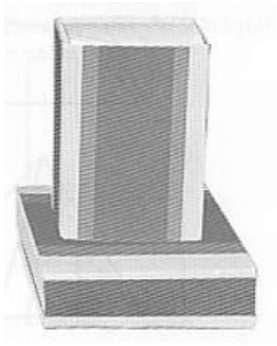
Aufgabe 2: Du siehst eine Obersicht eines Körpermodells. Welche der vier Seitenansichten ist richtig? Kreuze an.





☐ ☐ ☐ ☐

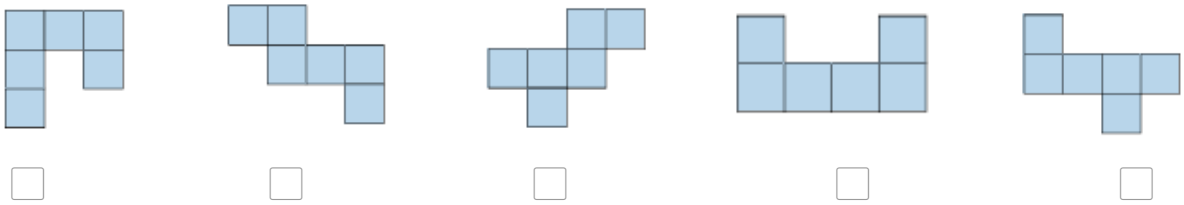
Aufgabe 3: Zwei gleich große Schachteln sind wie folgt aufgestellt worden. Skizziere jeweils die Ansicht von vorne, von oben und von rechts.



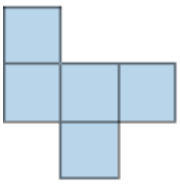
Vorne	Oben	Rechts

Teilbereich 4: Würfelnetze

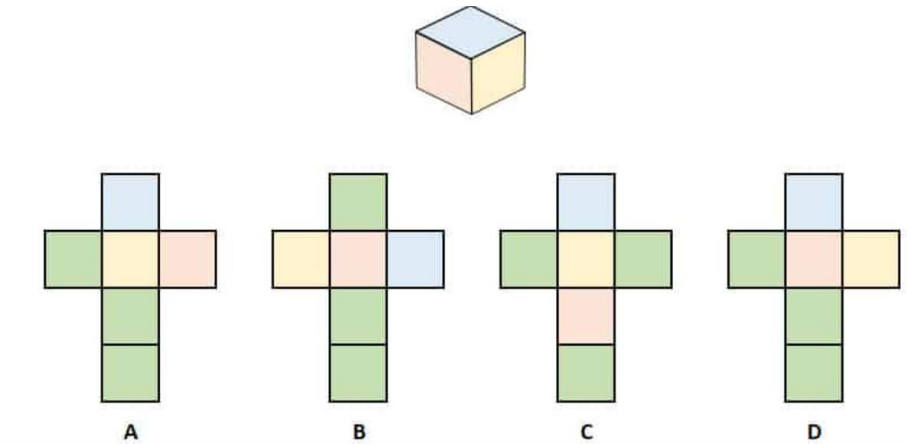
Aufgabe 1: Es werden fünf verschiedene Würfelnetze gezeigt. Nur drei davon ergeben einen echten Würfel. Kreuze sie an.



Aufgabe 2: Im folgenden Würfelnetz fehlt ein Quadrat. Zeichne ein mögliches korrektes Netz.

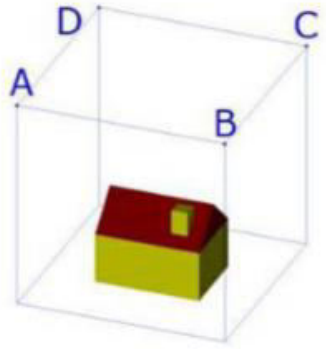


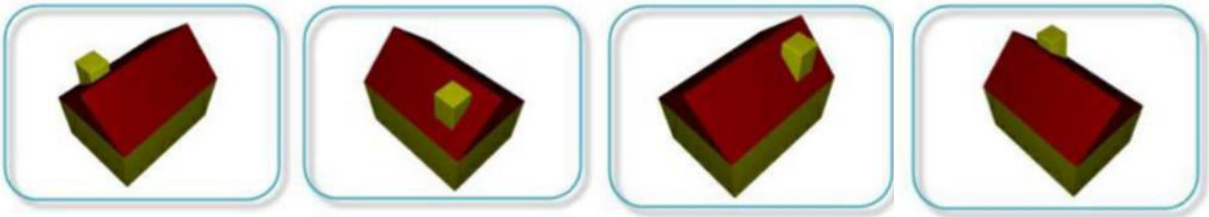
Aufgabe 7: Kreuze das richtige Würfelnetz des gegebenen Würfels an.



Teilbereich 5: Lagebeziehung & Orientierung im Raum

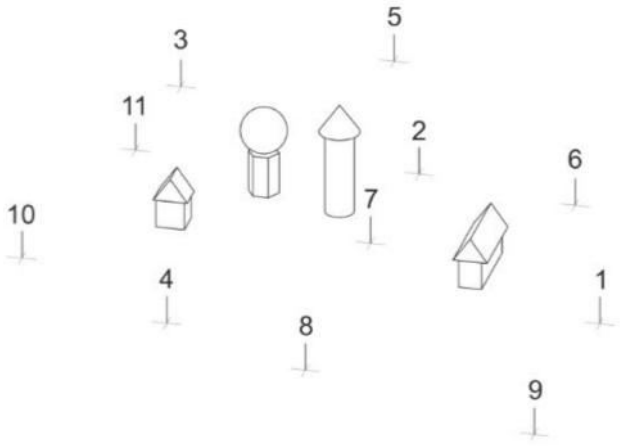
Aufgabe 1: Ein Haus wurde aus den Raumecken A, B, C und D fotografiert. Kreuze jenes Foto an, dass von der Ecke **D** aus aufgenommen wurde.

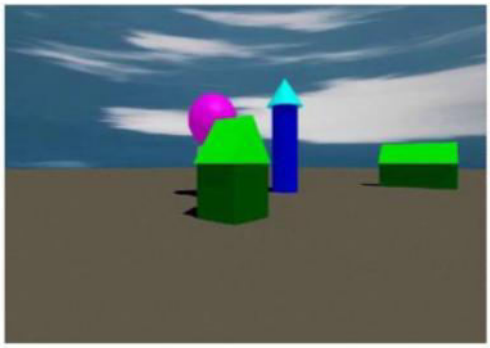




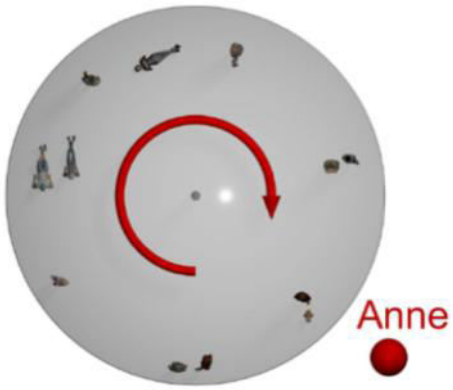
☐ ☐ ☐ ☐

Aufgabe 2: Aus unterschiedlichen Standpunkten (1 bis 11) werden Fotos von vier Objekten aufgenommen. Von welchem Standpunkt wurde das färbige Foto geschossen? Kreuze die richtige Nummer an.





Aufgabe 3: Das Bild oben zeigt eine hellgraue Plattform von oben, auf welcher sich einige Personen und ein Hund befinden. Anne beobachtet von ihrem Standpunkt aus (roter Punkt rechts unten am Bild) die Plattform, während diese sich in Richtung des roten Pfeiles dreht. Mit ihrer Kamera schießt sie dabei Fotos von der Plattform. Welches der beiden Bilder hat Anne zuerst geschossen? Kreuze an.



○ A

○ B

Fragebogen zur Selbsteinschätzung

Teilbereich 1: Mentale Rotation

Aufgabe 1:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 2:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 3:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Teilbereich 2: Zerlegen & Zusammenlegen von Körpern

Aufgabe 1:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 2:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 3:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Teilbereich 3: Ansichten erkennen (Perspektivenwechsel)

Aufgabe 1:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 2:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 3:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Teilbereich 4: Würfelnetze

Aufgabe 1:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 2:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 3:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Teilbereich 5: Lagebeziehung & Orientierung im Raum

Aufgabe 1:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 2:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 3:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

2. Datenerhebung
Fragebogen zur Erhebung des Raumvorstellungsvermögens

Allgemeine Information

- Dieser Fragebogen dient zur Erhebung des Raumvorstellungsvermögens. Bitte beantworte alle Aufgaben ehrlich und so gut du kannst.
- Zu jeder Aufgabe gibt es einen kurzen Fragebogen zur Selbsteinschätzung – bitte kreuze ihn direkt nach der jeweiligen Aufgabe an.
- Offene Fragen müssen nicht alle beantwortet werden.
- Am Ende gib bitte beide Bögen ab, indem du den Selbsteinschätzungsbogen in den Umschlag des Aufgabenbogens legst.

Vielen Dank für deine Mitarbeit! ☺

Sozioökonimische Fragen

1. Frage: Wie alt bist du?

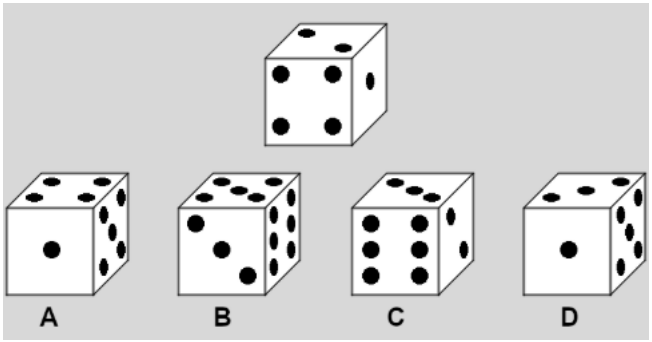
- ☐ 12 Jahre
- ☐ 13 Jahre
- ☐ 14 Jahre
- ☐ 15 Jahre
- ☐ Anderes: _____

2. Frage: Welches Geschlecht hast du?

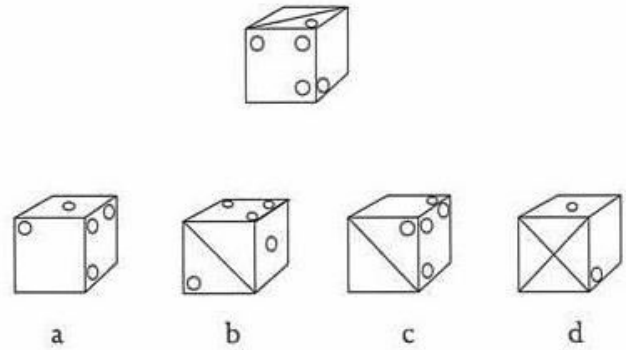
- ☐ Weiblich
- ☐ Männlich
- ☐ Divers
- ☐ Möchte ich nicht angeben

Teilbereich 1: Mentale Rotation

Aufgabe 1: Welcher der vier abgebildeten Würfel passt durch Drehen und/oder Kippen zum Ausgangswürfel? Kreuze an.



Aufgabe 2: Welcher der vier abgebildeten Würfel passt durch Drehen und/oder Kippen zum Ausgangswürfel? Kreuze an.



Aufgabe 3: Es ist hier dreimal derselbe Würfel abgebildet. Auf den Flächen des Würfels befinden sich die Buchstaben A, B, C, D, E, und F. Welcher Buchstabe befindet sich auf der Fläche, die der Fläche mit dem Buchstaben **B** gegenüber liegt?

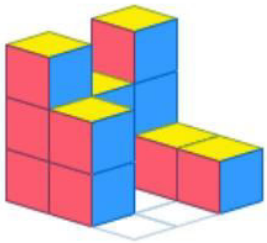
Lösung: _____

Teilbereich 2: Zerlegen & Zusammensetzen von Körpern

Aufgabe 1: Auf der Abbildung sind oben zwei Formen gegeben. In welcher der unteren Abbildungen sind die Formen richtig zusammengesetzt? Kreuze an.

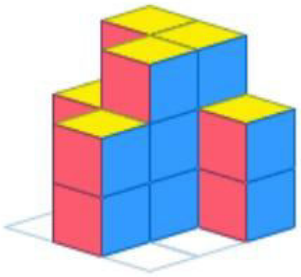
1 2 3 4 5 6

Aufgabe 2: Wie viele der kleinen Würfel sind im Bild zu erkennen? (Auch die unsichtbaren Würfel mitzählen!)



Lösung: _____

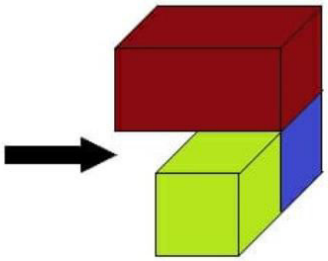
Aufgabe 3: Wie viele kleine Würfel braucht man, um das Würfelbauwerk zu einem großen Würfel zu ergänzen?

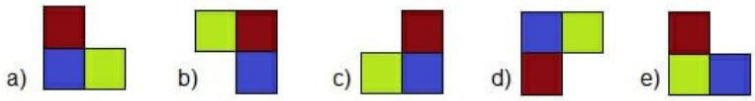


Lösung: _____

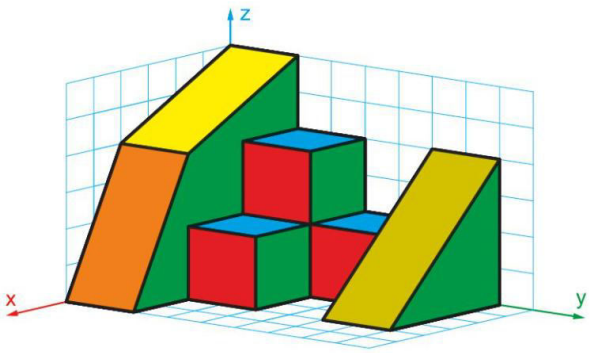
Teilbereich 3: Ansichten erkennen (Perspektivenwechsel)

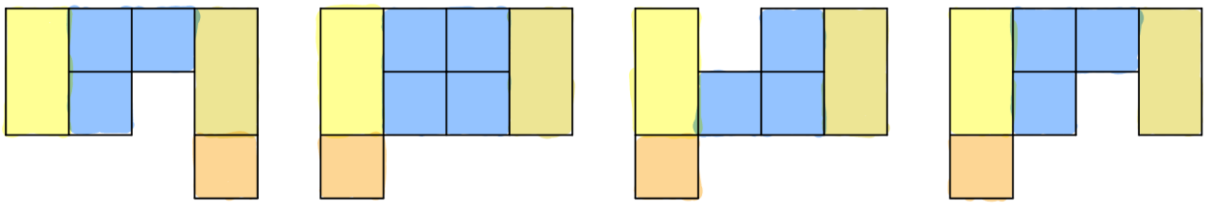
Aufgabe 1: Wie sieht die Figur aus, wenn man diese aus der angegebenen Pfeilrichtung betrachtet? Kreuze an.





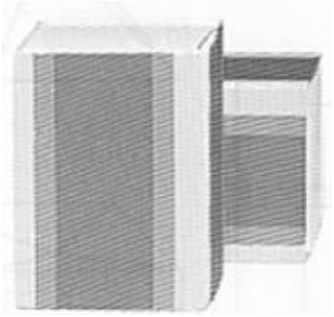
Aufgabe 2: Du siehst ein Schrägriss eines Körpermodells. Welche der vier Obersichten ist richtig? Kreuze an.





☐ ☐ ☐ ☐

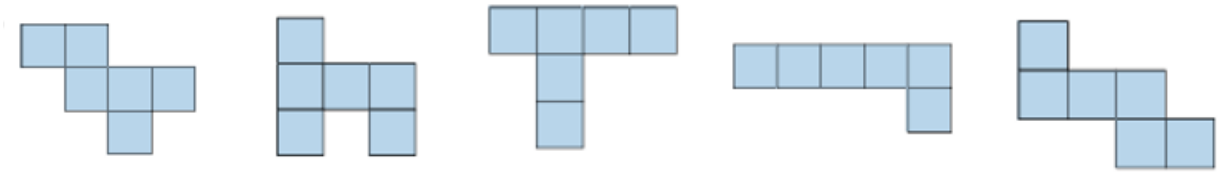
Aufgabe 3: Zwei gleich große Schachteln sind wie folgt aufgestellt worden. Skizziere jeweils die Ansicht von vorne, von oben und von rechts.



Vorne	Oben	Rechts

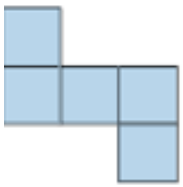
Teilbereich 4: Würfelnetze

Aufgabe 1: Es werden fünf verschiedene Würfelnetze gezeigt. Nur drei davon ergeben einen echten Würfel. Kreuze sie an.

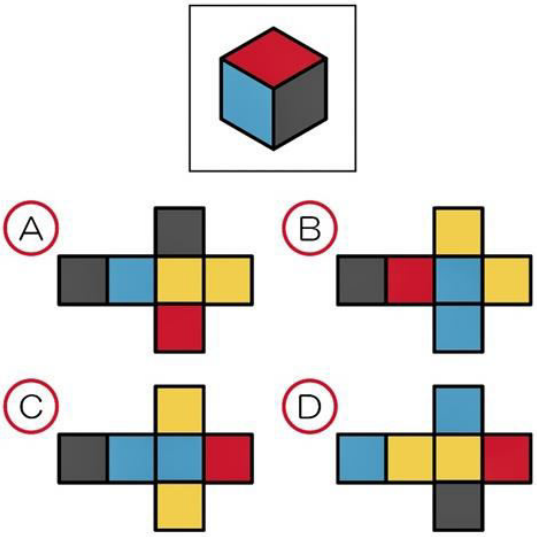


☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Aufgabe 2: Im folgenden Würfelnetz fehlt ein Quadrat. Zeichne ein mögliches korrektes Netz.

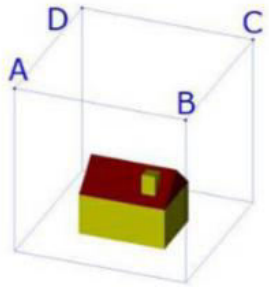


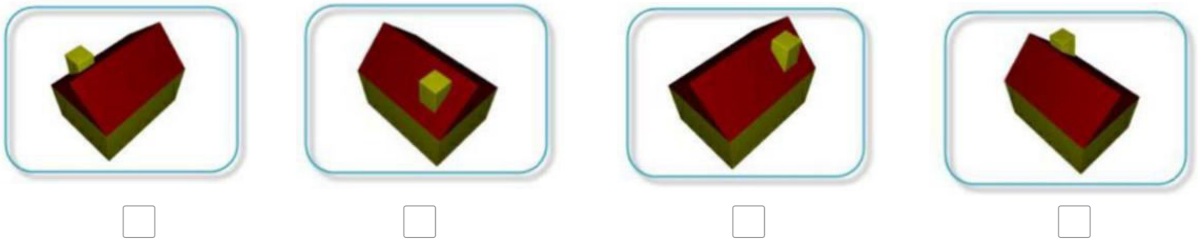
Aufgabe 3: Kreuze das richtige Würfelnetz des gegebenen Würfels an.



Teilbereich 5: Lagebeziehung & Orientierung im Raum

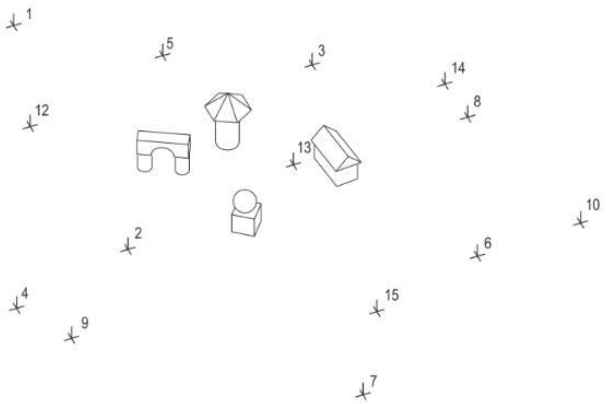
Aufgabe 1: Ein Haus wurde aus den Raumecken A, B, C und D fotografiert. Kreuze jenes Foto an, dass von der Ecke **A** aus aufgenommen wurde.

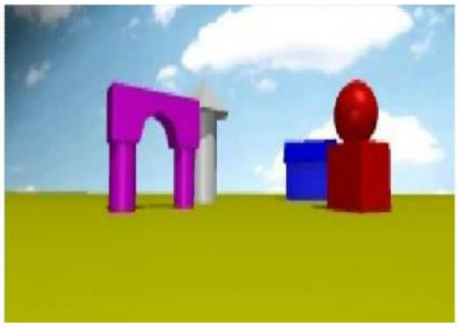




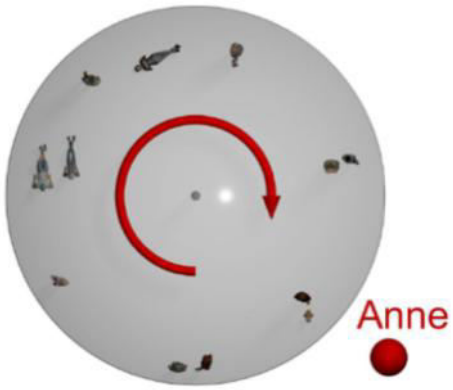
☐ ☐ ☐ ☐

Aufgabe 2: Aus unterschiedlichen Standpunkten (1 bis 15) werden Fotos von vier Objekten aufgenommen. Von welchem Standpunkt wurde das färbige Foto geschossen? Kreuze die richtige Nummer an.





Aufgabe 3: Das Bild oben zeigt eine hellgraue Plattform von oben, auf welcher sich einige Personen und ein Hund befinden. Anne beobachtet von ihrem Standpunkt aus (roter Punkt rechts unten am Bild) die Plattform, während diese sich in Richtung des roten Pfeiles dreht. Mit ihrer Kamera schießt sie dabei Fotos von der Plattform. Welches der beiden Bilder hat Anne zuerst geschossen? Kreuze an.



○ A

○ B

Fragebogen zur Selbsteinschätzung

Teilbereich 1: Mentale Rotation

Aufgabe 1:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 2:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 3:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Teilbereich 2: Zerlegen & Zusammensetzen von Körpern

Aufgabe 1:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 2:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 3:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Teilbereich 3: Ansichten erkennen (Perspektivenwechsel)

Aufgabe 1:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 2:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 3:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Teilbereich 4: Würfelnetze

Aufgabe 1:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 2:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 3:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Teilbereich 5: Lagebeziehung & Orientierung im Raum

Aufgabe 1:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 2:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____

Aufgabe 3:

- Wie schwer war die Aufgabe für dich?

  ☐ sehr leicht ☐ eher leicht ☐ mittel ☐ eher schwer ☐ sehr schwer

- Konntest du dir die Figur gut vorstellen?

  ☐ ja ☐ eher ja ☐ eher nein ☐ nein

- Wie sicher warst du dir bei deiner Antwort?

  ☐ sehr sicher ☐ eher sicher ☐ unsicher ☐ sehr unsicher

- Was war für dich bei dieser Aufgabe schwierig?

  _____

- Was hat dir geholfen, die Aufgabe zu lösen? Hattest du eine bestimmte Strategie bei dieser Aufgabe?

  _____