

MASTERARBEIT | MASTER'S THESIS

Titel | Title

Fake News in der Mathematik
Entlarven von Manipulationen in der Statistik

verfasst von | submitted by

Susanne Hackstock

angestrebter akademischer Grad | in partial fulfilment of the requirements for the degree of
Master of Education (MEd)

Wien | Vienna, 2024

Studienkennzahl lt. Studienblatt |
Degree programme code as it appears on the
student record sheet:

UA 199 520 523 02

Studienrichtung lt. Studienblatt | Degree pro-
gramme as it appears on the student record
sheet:

Masterstudium Lehramt Sek (AB) Unterrichtsfach
Mathematik Unterrichtsfach Physik

Betreut von | Supervisor:

Univ.-Prof. Mag. Dr. Johann Humenberger

Abstrakt

Statistik spielt eine zentrale Rolle in verschiedenen gesellschaftlichen Bereichen wie Politik, Wirtschaft, Wissenschaft, in diversen Studien oder im medizinischen Bereich. Daten können allerdings leicht manipuliert oder geschönt dargestellt werden, insbesondere wenn sie zur Entscheidungsfindung genutzt werden. Deswegen sollte eine kritische Betrachtung von Diagrammen und Erhebungen bereits im Schulunterricht gefördert werden, um eine Verbreitung von statistischen *Fake News* zu verhindern, insbesondere in Zeiten von Social Media.

Im Rahmen dieser Masterarbeit wurde eine Unterrichtsreihe zum Thema *Fake News in der Mathematik* entwickelt. Ziel dieser Masterarbeit ist es einerseits, die Definition von *Fake News* zu beleuchten, historische und mathematische Fallbeispiele zu untersuchen und andererseits durch die Unterrichtsreihe bei Schülerinnen das kritische Denken zu fördern bzw. zu aktivieren, sowie ein Bewusstsein über die wichtige Rolle der Mathematik in unserem Alltag zu schaffen. Ein besonderer Fokus liegt darauf, dass die Lernenden durch die Unterrichtsreihe erlernen, *Fake News* und tendenziös falsch dargestellte Informationen zu entlarven, die möglichen Motive dahinter verstehen und verschiedenen Manipulationsmethoden herausfinden. Dies soll durch selbstorganisiertes Lernen (SOL) erreicht werden. Die Unterrichtskultur des Fachs Mathematik ist nach wie vor frontal geprägt, während die Schülerinnen eine passive Rolle einnehmen. Wesentlich effizienter ist es jedoch, wenn die Kinder und Jugendlichen selbstständig und aktiv arbeiten und die Lehrperson eine leitende und unterstützende Position einnimmt.

Abstract

Statistics play a important role in various societal areas such as politics, economics, science, diverse studies, and the medical field. Data can be easily manipulated or be presented falsely, especially when used for decision making. Therefore, a critical examination of charts and statistics should be encouraged in schools to prevent the spread of statistical fake news, particularly in the era of social media.

As part of this master thesis, series of school lessons on fake news has been developed. We're aiming to correctly define the term *fake news*, examine historical and mathematical case studies, and encourage students to expand their ability of critical thinking. Additionally, the unit seeks to raise awareness of the important role of mathematics in our daily lives. A particular focus lies on enabling students to identify fake news and misleading information, understand the possible motives behind them, and uncover various manipulation techniques. This shall be achieved through self-organized learning (SOL). The culture of mathematics education nowadays still remains predominantly lecture-based, forcing students to take on a passive role. It is much more effective when children work independently and actively, with the teacher taking on a guiding and supportive role.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen Menschen danken, die mich während meines gesamten Studiums begleitet und unterstützt haben. Besonders gilt mein Dank jenen, die mir in meinem Masterstudium und während der intensiven Phase des Schreibens meiner Masterarbeit zur Seite standen.

Ein besonderer Dank ergeht meinem Betreuer, Prof. Hans Humenberger, der mir mit seinen wertvollen Ratschlägen und Hilfestellungen stets den richtigen Weg wies. Ich bedanke mich insbesondere für seine Geduld und sein Engagement, insbesondere bei der Korrektur meiner Arbeit.

Mein tiefster Dank gilt meinen Eltern: Susanne Hackstock-Schollinz und Franz Hackstock, die mir in jeder Lebenslage bedingungslos zur Seite stehen. Sie sind mein fester Rückhalt und Anker. Ihr Glaube an mich hat mich stets vorangetrieben.

Ein spezieller Dank ergeht an Natalie Spiehs, die sich immer liebevoll aber auch mit einer nötigen Schärfe um den Fortschritt meiner Masterarbeit gekümmert hat.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Fake News	8
2.1	<i>Fake News</i> vs. tendenziös dargestellte Falschinformation.....	10
2.2	Historische Entwicklung und Fallbeispiele von <i>Fake News</i>	11
2.2.1	Historische Entwicklung	11
2.2.2	Die Dreyfus-Affäre	12
2.2.3	Protokolle der Weisen von Zion	13
2.2.4	Der Irak-Krieg.....	14
2.3	Tendenziös dargestellte Falschinformationen	15
3	Statistik.....	17
3.1	Statistische Begriffe	18
4	Fake News in der Mathematik.....	27
4.1	Fallbeispiele	28
4.1.1	Tödliche Gefährdung	29
4.1.2	Harry Potter Verkaufszahlen	30
4.1.3	Wissenschaftsskandal Climategate	30
4.2	Manipulationsmethoden in der Mathematik.....	31
4.2.1	Manipulation beim Erheben von Daten	32
4.2.2	Manipulation beim Darstellen von Daten	34
4.2.3	Manipulation beim Interpretieren von Daten	37
5	Unterrichtsreihe „Entlarvung von Manipulationen in der Statistik“	38
5.1	Unterrichtsreihe.....	39
5.1.1	Lehrplanbezug	39
5.1.2	Vorwissen	42
5.2	Datenerhebungsmethode.....	44
5.2.1	Planung und Durchführung	45

5.2.2	Forschungsdesign.....	46
5.3	Didaktische Überlegungen	46
5.4	Methodische Begründungen	48
5.5	Verlaufsplanung	48
6	Praktische Durchführung.....	54
6.1	Kernziele der Unterrichtsreihe.....	54
6.2	Die Unterrichtsreihe	55
6.2.1	Einstieg: Kompetenzcheck.....	56
6.3	Prozente und Bezugsgrößen	58
6.3.1	Aufgabe 1	59
6.3.2	Aufgabe 2	59
6.3.3	Aufgabe 3	60
6.4	Diagramme	61
6.4.1	Aufgabe 1	62
6.4.2	Aufgabe 2	63
6.4.3	Aufgabe 3	63
6.4.4	Aufgabe 4	65
6.5	Mittelwerte und überzogene Genauigkeit.....	66
6.5.1	Aufgabe 1	68
6.5.2	Aufgabe 2	68
6.5.3	Aufgabe 3	69
6.5.4	Aufgabe 4 (Zusatzaufgabe)	69
6.6	Selbstständige Fälschung und Erhebung durch Schülerinnen	70
6.7	Differenzierung im Unterricht	71
7	Auswertung	73
7.1	Kompetenzcheck.....	73
7.2	Prozente und Bezugsgrößen	76
7.3	Diagramme	78

7.4	Mittelwerte und überzogene Genauigkeit.....	85
7.5	Selbstständige Fälschung und Erhebung durch Schülerinnen.....	89
7.6	Kompetenzcheck Abschluss	90
7.7	Direkter Vergleich Ergebnisse.....	94
8	Resümee.....	98
8.1	Ausblick.....	101
9	Abbildungsverzeichnis.....	104
10	Anhang	105
10.1	Unterrichtsreihe.....	105
11	Literaturverzeichnis.....	120
11.1	Online Quellen	123

1 Einleitung

„Es gibt drei Arten von Lügen: gewöhnliche Lügen, infame Lügen und die Statistik“ – Benjamin Disraeli (nicht gesichert)

„Ich traue keiner Statistik, die ich nicht selbst gefälscht habe.“ – Winston Churchill

In diesem Text verwenden wir das generische Femininum zur besseren Lesbarkeit. Dies schließt Männer und andere Geschlechtsidentitäten immer ausdrücklich mit ein.

Klimaexpertinnen, Meeresbiologinnen und Umweltschützerinnen warnen schon seit Jahrzehnten vor den Folgen des Klimawandels. Politik und Gesellschaft kontern mit einem vehementen Schulterzucken. Doch kaum werden Zahlen ins Spiel gebracht, spitzen sämtliche Verantwortliche die Ohren. Insbesondere wenn ihnen vorgerechnet wird, dass die Schäden des Klimawandels 2050 5 % des globalen Bruttoinlandsprodukts ausmachen werden, jedoch wirksame Gegensteuerung nur rund 1 %.¹ Es ist zu beobachten, dass die Bevölkerung auf politische Maßnahmen wartet, die dem Klimaschutz dienen. Der Zusammenhang zwischen Klimawandel und Statistik wird offensichtlich, da statistische Informationen eine bedeutende Rolle insbesondere in politischen Entscheidungsprozessen spielen. Politische Maßnahmen werden maßgeblich durch statistische Methoden beeinflusst, beginnend mit der Datenerfassung zum Klimawandel bis hin zur Analyse und Überwachung dieser Daten. Darunter fallen beispielsweise Daten über Temperaturen, CO₂-Konzentrationen, Meeresspiegelanstiege und vieles mehr. Mit Hilfe der Statistik ist es möglich Trendanalysen zu erstellen. Statistikerinnen können damit zeigen, wie sich globale Temperaturen im Laufe der Jahre ändern, wie sich das Niederschlagsmuster verlagern kann, und können dadurch auf die Zunahme der extremen Wetterereignisse hinweisen. Ziel dabei ist es, dass diese Trends Schlüsselinformationen liefern, die für die Gestaltung einer passenden Klimapolitik beitragen. Gleichmaßen wird anhand statistischer Kennzahlen bewertet, ob politische Maßnahmen, wie etwa die Emissionsreduktion oder die Förderung erneuerbarer Energien, die gewünschte Wirkung zeigen. Die gesammelten Da-

¹ Vgl. Stern, N. (2006). The Economics of Climate Change. Cambridge: Cambridge University Press, S. XV

ten werden von den Verantwortlichen interpretiert. Doch hier ist Vorsicht geboten. James Callaghan formuliert dazu treffend: „*mit Statistik kann alles bewiesen werden – auch das Gegenteil davon*“.

Täglich werden wir mit Tabellen, Grafiken, Zahlen und Parametern konfrontiert, weswegen der Statistik in der heutigen Zeit ein großer Stellenwert zugesprochen wird. Zahlenkolonnen und Diagramme beeinflussen dabei nicht nur unsere Entscheidungen, sondern auch unsere Wahrnehmung der Realität. Doch spiegeln Diagramme immer die Realität wider? Zahlen und Statistiken sind vielseitige Instrumente, die in verschiedenen Kontexten zur Informationsgewinnung, Entscheidungsfindung und Problemlösung eingesetzt werden können, solange diese Werkzeuge nicht missbraucht und die Ergebnisse missinterpretiert werden.

Durch das digitale Zeitalter und durch die starke Nutzung von Social Media treten verstärkt Situationen auf, in denen die Authentizität von Informationen und die Integrität von Daten in Frage gestellt werden. „Die Gefahr der Manipulation bei der Interpretation von statistisch erhobenem Datenmaterial ist sehr groß und besonders leicht zu führen, wenn man die Einzelschritte der Analyse nicht nachvollziehen, bzw. verstehen kann.“, warnt Hochstädter.² Zahlreiche Beispiele, auch aus jüngster Vergangenheit, zeigen, dass die Manipulation von Statistiken keine bloße Theorie ist. Dies reicht von gefälschten Umfrageergebnissen über manipulierte wissenschaftliche Studien bis hin zu verzerrten Wirtschaftsdaten. Als Beispiel kann der Bericht der Organisationen OECD (Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung) und EUIPO (Amt der Europäischen Union für geistiges Eigentum) aus dem Jahr 2023 herangezogen werden. Beispielsweise wird darin berichtet, dass im Jahr 2019 der weltweite Handel mit gefälschten Waren auf zirka 412 Milliarden Euro belief, was 2,5 % des globalen Handels entspricht. Bei den EU-Importen betrug der Anteil an gefälschter Waren jedoch 5,8 % des gesamten EU-Imports. Dies entspricht einen Wert von zirka 119 Milliarden Euro. In der Studie ist nachzulesen, dass gefälschte Produkte häufig durch Drittländer

² Hochstädter, D. (1996). Statistische Methodenlehre: ein Lehrbuch für Wirtschafts- und Sozialwissenschaftler. Frankfurt am Main: Harri Deutsch Verlag, S. 1

importiert werden, wobei es eine starke Verzerrung gibt, die durch falsche Deklarationen und das Fehlen präziser Daten entsteht. Durch diese gefälschten Informationen ist das Ausmaß des Problems gar nicht genau benennbar.³

Es erscheint wichtig, Fehlschlüsse, Lügen und Propaganda zu erkennen und das so früh wie möglich. Der gesamte Alltag wird mit tausenden Informationen überschwemmt. Zugriff zu den Daten und Informationen hat man beinahe rund um die Uhr und meist an jedem Ort. Während man früher Zeitungen las und Nachrichten ansah, erreichen die Menschen heutzutage Informationen ständig aus dem Internet. Es stellt sich die Frage, inwiefern diese gefiltert bzw. auch ungefiltert sind. Dabei wird es schwierig, der Frage nachzugehen, was man glauben kann und wie man am besten die Quellen überprüft. Fähigkeiten, die früher nur Journalisten haben mussten, braucht mittlerweile jede Frau und jedes Kind mit einem Internetzugang. Die Vermutung liegt nahe, dass besonders Schülerinnen lernen sollten, welche Informationen brauchbar sind und welche nicht. In einigen Fällen wirkt es beinahe so, dass *Fake News* sich zu ganzen Verschwörungsmythen auswachsen. Vor allem über Social Media können sich leicht ganze Wellen von *Fake News* verbreiten. Dieses Problem bestätigt auch eine Umfrage, geführt von Kantar TNS, veröffentlicht auf statista, im Jahr 2018, in der gezeigt wird, dass 37 % der über 26.000 befragten Personen täglich auf falsch dargestellte Informationen oder *Fake News* stoßen würden.⁴ Als Medienkonsumentin könnte man oft auf die Problematik stoßen, dass man nicht mehr so recht weiß, was man glauben soll.

Wenn die etablierten, kostenpflichtigen Medien denselben Mechanismen wie in den sozialen Medien unterliegen würden, könnte es sein, dass sie möglicherweise nicht so effektiv darin sind, die gleiche Empörung bei den Menschen auszulösen. Zumindest macht es den Anschein, dass Informationen über Social Media häufig von höheren Emotionen geprägt sind. Dies könnte darauf zurückzuführen sein, dass Informationen in diesen Medien häufig weniger rational verarbeitet werden, sondern stattdessen

³ Vgl. Trade, I. (2023). Why Do Countries Import Fakes? Linkages and correlations with main socioeconomic indicators. Report prepared by OECD and EUIPO. [Why Do Countries Import Fakes? \(euipe.eu\)](https://www.euipe.eu/why-do-countries-import-fakes/)

⁴ Vgl. Kantar TNS (2018). In: statista.com. Umfrage zur Häufigkeit der Wahrnehmung von Fake News in Deutschland und Europa 2018. <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/828766/umfrage/haeufigkeit-der-wahrnehmung-von-fake-news-in-europa/>

emotionaler. Betrachtet man die Zeit während der Corona-Pandemie, konnte man vermehrt Empörung, Emotionalität und Unsicherheit beobachten, was wiederum ein idealer Nährboden für Falschinformationen war. Es war von einem Mythos zu lesen, dass das Corona-Virus aus einem chinesischem Waffenlabor stammt, oder auch davon, dass Donald Trump empfiehlt, sich Desinfektionsmittel zu spritzen, um sich vor dem Coronavirus zu schützen oder auch von dem Verdacht, Bill Gates hätte das Coronavirus initiiert, um die ganze Welt zu impfen. Viele Geschichten und mutmaßliche Falschmeldungen über Corona verbreiteten sich im Internet. Gerade in Ländern, in denen der Populismus stark ausgeprägt ist, finden anscheinend *Fake News* besonders fruchtbaren Boden. Ein Grund dafür könnte die populistische Kommunikation sein, bei der Desinformation ein Stilmittel ist und bestimmte Informationen weggelassen werden oder so gedreht werden, dass sie zum gewünschten Narrativ passen.

Um dieser Flut an *Fake News* entgegenzuwirken, hat die EU mittlerweile eigene Fact-Checking-Sites eingerichtet, die die Verbreitung von Falschinformationen eindämmen⁵ sollen. Die Bekämpfung von Desinformationen hat sich mittlerweile zu einer Staatsangelegenheit entwickelt. Viele Staaten und Behörden rüsten sich mittlerweile mit Faktenportalen, um Falschinformationen entgegenzutreten.

Ganz vortrefflich, wenngleich auch etwas kontrovers, beschreibt dies folgendes Zitat, das einen gewissen Wahrheitswert hat, wenn es darum geht, dass man mit der Statistik alles beweisen kann, was man möchte: „*Die Statistik ist dem Politiker, was die Laterne dem Betrunkenen ist: Sie dient zum Festhalten, nicht der Erleuchtung.*“ – Hermann Josef Abs.

Wie oben bereits erkennbar, gewinnen statistische Angaben und ihre Glaubwürdigkeit in verschiedenen Anwendungsgebieten gleichzeitig an Bedeutung. Die Glaubwürdigkeit der Statistik ist ein entscheidender Faktor für die Verwendung dieser Angaben in praktischen Situationen. Es wird beispielsweise bei Lohnverhandlungen zwischen Arbeitgeberinnen und Arbeitnehmerinnen akribisch auf jede dezimale Veränderung des

⁵ Vgl. EUfactcheck (2023). Project of the European Journalism Training Association (EJTA). <https://eufactcheck.eu/>

offiziellen Preisindexes geachtet. Bei Rechtsstreitigkeiten über unerwünschte Arzneimittelwirkungen sind statistisch signifikante Testergebnisse entscheidend, wenn es um Streitigkeiten zwischen verletzten Patientinnen und Pharmaunternehmen geht. In vielen Ballungsräumen ist der sogenannte „Mietspiegel“ die statistische Grundlage für die Beilegung von Streitigkeiten im Mietbereich. Sparerinnen, die Kapital anlegen möchten, treffen ihre Entscheidungen auf der Grundlage von Risiko- und Ertragsangaben der Banken. Dabei sind sie sich häufig nicht darüber im Klaren, dass es sich hierbei um statistische Informationen handelt, da die von den Banken bereitgestellten Informationen häufig nicht verständlich genug kommuniziert werden. Resultate statistischer Forschungen werden oft als überzeugende Erkenntnisse präsentiert, und es kann vorkommen, dass der statistische Charakter bestimmter Informationen nicht immer klar dargestellt wird.⁶

Sogar im persönlichen Bereich kann Statistik das Selbstbewusstsein stärken. Im Jahr 1990 wurde in der Fachzeitschrift „Psychological Science“ geschrieben, dass der typische Durchschnittswert zum Sex-Appeal beiträgt. D.h. die meisten Menschen finden Gesicht und Körper attraktiv, wenn deren Merkmale wie die Nasenlänge, Nasenwinkel, Augenabstand, Kopfform, Brustumfang, Länder der Arme und Beine usw., möglichst dem Durchschnitt aller Nasen, Augen, Köpfe etc. entsprechen. Nun erscheint eine Antwort von „durchschnittlich“ über das eigene Aussehen seit dieser Entdeckung fast wie ein Kompliment, bedeutet es doch eigentlich, man hat genug Sex-Appeal.⁷

Diese Einleitung hat nun Einblick geboten, wie präsent die Statistik in unserem Leben verankert ist und wie zeitgleich *Fake News* und Desinformation immer mehr an Präsenz gewinnen. Daher erscheint es besonders wichtig zu sein, kritisch zu hinterfragen, was uns präsentiert wird. Je früher mit der Sensibilisierung auf mögliche (bewusst) manipulierte Statistiken begonnen wird, desto eher könnte man Falschinformationen entgegenwirken. Gerade Kinder und Jugendliche stehen vor der Herausforderung sich zukünftig mit vielen verschiedenen globalen Problemen auseinanderzusetzen, wie etwa dem Klimawandel. Daher könnte es umso wichtiger sein, dass bereits im schuli-

⁶ Vgl. Benesch, T. (2013). *Schlüsselkonzepte zur Statistik*. S. 2.

⁷ Vgl. Ebd. S. 3.

schen Umfeld Grundkenntnisse der Statistik vermittelt werden, insbesondere die Fähigkeit zur korrekten Interpretation von Daten, sowie auch das Entlarven manipulierter Daten.

Diese Masterarbeit stellt eine detaillierte Untersuchung der potenziellen Manipulationen von Statistiken dar und bietet gleichzeitig Werkzeuge und Techniken zur Entlarvung dieser Manipulationen. Eingebettet in den schulischen Kontext wurde eine Unterrichtsreihe entwickelt, die die Schülerinnen genau auf dieses Thema sensibilisieren soll. Die vorliegende Masterarbeit ist zweigeteilt, bestehend aus einem theoretischen und einem empirischen Teil, in dem ein didaktisches Unterrichtskonzept untersucht wird.

Zu Beginn wird der Fokus auf die Begriffserklärung von *Fake News* gelegt, insbesondere in Verbindung zur Statistik. Zudem wird darauf eingegangen, worin der Unterschied zwischen Falschinformationen und tendenziös dargestellten Informationen liegt. Des Weiteren wird die historische und aktuelle Entwicklung von Datenmanipulation analysiert, die anhand konkreter Beispiele beleuchtet wird. Um dem Inhalt folgen zu können, werden zudem die wichtigsten statistischen Grundlagen präsentiert.

Der empirische Teil der Arbeit konzentriert sich auf die Entwicklung einer Unterrichtsreihe für die AHS Oberstufe (SEK II), die jedoch auch in berufsbildenden höheren Schulen eingesetzt werden kann. Diese Unterrichtsreihe erstreckt sich über fünf Stunden und kann sowohl im regulären Mathematikunterricht als auch in speziellen Projektarbeiten oder Wahlfächern eingesetzt werden. Der Fokus der Unterrichtsplanungen liegt dabei auf gefälschten Diagrammen und Daten, wobei die Schülerinnen einen aktiven Part übernehmen und selbstständig agieren. Zu Beginn wird das Vorwissen und die eigenen Vorstellungen zum Thema *Fake News* mittels Kompetenzcheck abgefragt. Danach erarbeiten die Lernenden Aufgaben im selbstorganisierten Lernen. Am Ende werden Daten von den Jugendlichen eigenständig erhoben und in einen falschen Zusammenhang gesetzt. Die Erreichung der Lernziele wird mittels abschließenden Kompetenzchecks und Feedbackbogen analysiert.

Durch diese Masterarbeit sollen folgende Forschungsfragen beantwortet werden:

- Ist es möglich, dass Schülerinnen nach Beendigung der Unterrichtsreihe zum Thema „*Fake News in der Mathematik*“ manipulierte Daten besser als zuvor erkennen und bewusste manipulative Fälschungen begründen können?
- Kann dadurch kritisches Denken und Hinterfragen in Bezug auf mathematische *Fake News* aktiviert werden?
- Erkennen Schülerinnen den unverzichtbaren Stellenwert der Mathematik, insbesondere der Statistik, im realen Leben und außerhalb des Schulunterrichts?

Zur Beantwortung dieser Forschungsfragen wurde als Untersuchungsfeld ein Bundesgymnasium in 2700 Wiener Neustadt gewählt.

2 Fake News

Der Begriff *Fake News* ist nicht neu. Spätestens seit dem US-Wahlkampf im Jahr 2016 wurde der Begriff als fester Bestandteil bei gesellschaftlichen Diskussionen etabliert. Heutzutage scheinen Falschmeldungen, die offensichtlich mit der Absicht verbreitet werden, politische Gegnerinnen zu diffamieren oder zu schädigen, ein wesentlicher Bestandteil des politischen Prozesses zu sein.⁸ Dieser Trend hat besonders in den letzten Jahren an Bedeutung gewonnen, wenngleich es ernsthafte Fragen zu Integrität und Verantwortlichkeit in politischen Auseinandersetzungen aufwirft. Menschen in der Öffentlichkeit oder auch Institutionen verbreiten mitunter irreführende Informationen, oft in tendenziöser Weise, ohne dabei Konsequenzen befürchten zu müssen. Das erweckt den Anschein, dass das Darbieten „alternativer Fakten“ heutzutage akzeptiert, oder zumindest toleriert wird.

In Medien werden als *Fake News* oftmals virale Beiträge bezeichnet, die auf fiktiven Fakten aufbauen und zumeist wie offizielle Berichte oder Nachrichten aussehen. Grundsätzlich gibt es zwei Hauptmotive für die Verbreitung von *Fake News*: finanzielle und ideologische Absichten. Einerseits liefern skandalöse und falsche Berichte, die sich viral⁹ verbreiten – gerade, weil sie skandalös sind – Content-Produzenten Klicks, die in Werbeeinnahmen umgewandelt werden können. Andererseits veröffentlichen andere *Fake News*-Verbreiterinnen falsche Nachrichten, um bestimmte Ideen oder Personen zu fördern, oft indem sie andere diskreditieren. Insbesondere bei gesellschaftlichen Konfliktthemen kommen *Fake News* zum Einsatz. Dabei werden typischerweise Berichterstattungen seriöser Nachrichtenorganisationen herangezogen und mittels gefälschter Daten kritisiert.¹⁰

Im Jahr 2016 wurde „Post-Truth“ vom Oxford English Dictionary zum Wort des Jahres gewählt¹¹, während eine deutsche Jury „Alternative Fakten“ zum Unwort des Jahres

⁸ Vgl. Götz-Votteler, K. & Hespers, S. (2019). Alternative Wirklichkeiten? Wie Fake News und Verschwörungstheorien funktionieren und warum sie Aktualität haben. S. 12.

⁹ Der Begriff "viral" im Sinne von "viral gehen" bezeichnet die schnelle und weite Verbreitung von Inhalten im Internet, insbesondere über Social Media. Virale Inhalte erreichen in kurzer Zeit eine große Anzahl von Menschen und zeichnen sich durch hohe Nutzeraktivität, emotionale Anziehungskraft und einfache Weiterverbreitung aus.

¹⁰ Vgl. Tandoc, Edson C. & Wie Lim, Zheng & Ling, Richard (2017): Defining „Fake News“. A typology of scholarly definitions. S. 137Ü

¹¹ Vgl. Oxford Languages. Word of the Year 2016. <https://languages.oup.com/word-of-the-year/2016/>

2017 ernannte.¹² Diese Ereignisse könnten darauf schließen lassen, dass bewusste Falschaussagen und *Fake News* in einigen Kontexten offensiv eingesetzt werden, was den Wahrheitsgehalt von Fakten insgesamt in Frage stellt. Diese Entwicklung hat Auswirkungen auf die Politik, den Journalismus und auch auf das Vertrauen in die Wissenschaft. Es gibt eine Nivellierung der Grenze zwischen Information und Desinformation, die zu einer Verwischung der Unterschiede zwischen Fakt und Fiktion führt. In der Literatur wird diese Grenze öfter aufgezeigt, Aristoteles betonte zum Beispiel, dass es nicht die Aufgabe der Dichterin sei, zu erzählen, was wirklich passiert ist, sondern was passieren könnte, basierend auf Wahrscheinlichkeit oder Notwendigkeit.¹³ Das Verhältnis zwischen Fakt und Fiktion und die Aufgabenstellung von Wissenschaft und Literatur haben sich seit der Antike weiterentwickelt. Heutzutage suchen viele Menschen nach neuen glaubhaften und visionären Narrativen, um unsere krisenhaft empfundene Umbruchsituation zu bewältigen und sich gegen die Lügengeschichten der Populistinnen zu behaupten. Storytelling wird oft als Werkzeug betrachtet, das diese Nivellierung unterstützt.¹⁴

Mittlerweile leben wir in einem Zeitalter, das gemeinhin als postfaktisch bezeichnet wird. Damit ist gemeint, dass das Interesse der Menschen an objektiven Fakten verringert wurde und stattdessen den Emotionen und Gefühlen gefolgt wird. Im Jahr 2016 wurde eben dieses Wort „postfaktisch“ zum Wort des Jahres in Deutschland gewählt, wobei die Begründung darauf hinwies, dass in der heutigen Zeit Emotionen eine wachsende Rolle spielen, während die Anerkennung von Fakten verringert wird. Das macht deutlich, dass der Großteil der Bevölkerung bereit ist, Fakten bewusst zu ignorieren und sogar offensichtliche Lügen anzunehmen. Anstatt auf den Anspruch auf Wahrheit zu bestehen, wird verstärkt auf die Äußerung der „gefühlten Wahrheit“ gesetzt, was wiederum zum Erfolg führt. D.h. es wird bei der eigenen Meinungsbildung viel mehr auf Gefühle und Stimmungen gesetzt. Wird die gefühlte Wahrheit bei Entscheidungen und Meinungen herangezogen, werden Fakten, die nicht in das gewünschte Weltbild passen, ignoriert und gegebenenfalls sogar durch „alternative Fakten“ ersetzt. Andere

¹² Unwort des Jahres. <https://www.unwortdesjahres.net/unwort/das-unwort-seit-1991/2010-2019/>

¹³ Vgl. Aristoteles. Herausgeber: Höffe, O. (2009). *Poetik*. Berlin: Akademie Verlag GmbH.

¹⁴ Vgl. Weixler, Antonius u.a. (2021). *Postfaktisches Erzählen? Post-Truth – Fake News – Narration*. Berlin: Walter de Gruyter GmbH. S. 1

Erklärungen, die nicht in die eigene Wirklichkeit passen, werden durch eigene Konstruktionen substituiert. Dabei werden auch anderen Menschen, Organisationen und Institutionen ihre Glaubwürdigkeit abgesprochen, wenn die eigene Wirklichkeit von diesen nicht unterstützt wird.¹⁵

2.1 *Fake News* vs. tendenziös dargestellte Falschinformation

Grundsätzlich muss zwischen *Fake News* und tendenziös dargestellten Fehlinformationen unterschieden werden. Beides sind Arten von ungenauen, gefälschten oder irreführenden Informationen, dennoch gibt es Unterschiede zwischen beiden Begriffen, auf die nun eingegangen werden.

Fake News bezieht sich meist auf vollständig erfundene oder auch manipulierte Geschichten oder Fakten. Eine kürzlich durchgeführte Studie definiert *Fake News* als „Nachrichtenartikel, die absichtlich und nachweislich falsch sind und die Leserinnen irreführen könnten“. Diese sollen darauf abzielen, bestimmte Personen oder Gruppen zu diskreditieren oder zu diffamieren oder auch gesellschaftliche Situationen verfälscht darzustellen. Sie werden oft von Online-Quellen oder sozialen Medien verbreitet und können schwerwiegende Auswirkungen auf die Gesellschaft haben, insbesondere wenn sie politische oder soziale Instabilität fördern.¹⁶

Tendenziös dargestellte Fehlinformationen hingegen beziehen sich auf Informationen, die zwar nicht vollständig erfunden sind, aber absichtlich so präsentiert werden, dass sie eine bestimmte Agenda oder Meinung unterstützen. Manchmal sind es auch Halbwahrheiten, diese sind oftmals sehr vage, stark verallgemeinert oder es werden dabei essenzielle Informationen weggelassen.¹⁷ Tendenziöse Fehlinformationen können von politischen Parteien, Lobbygruppen oder Einzelpersonen verbreitet werden, um ihre eigene Botschaft voranzutreiben oder um ihre Gegnerinnen abzuwerten. Diskursiv bezieht sich auf eine Art des Austauschs oder der Analyse von Ideen und Argumenten, bei der eine offene Diskussion und Debatte stattfindet. Der Diskurs zielt da-

¹⁵ Vgl. Götz-Votteler, K. & Hespers, S. (2019). S. 11 & 12.

¹⁶ Vgl. Tandoc, Edson C. & Wie Lim, Zheng & Ling, Richard (2017) . S. 137

¹⁷ Vgl. Weixler, Antonius u.a. (2021). S. 24

rauf ab, unterschiedliche Meinungen und Perspektiven zu berücksichtigen und zu integrieren, um zu einem gemeinsamen Verständnis oder einer Lösung zu gelangen. Im Gegensatz dazu können andere Formen der Meinungsäußerung, wie beispielsweise dogmatische Überzeugungen oder autoritäre Anweisungen, wenig Raum für Diskurs bieten. Der Begriff „diskursiv“ bezieht sich auf die Fähigkeit, komplexe Ideen und Meinungen zu artikulieren und durch offene und kritische Diskussion zu entwickeln und zu verfeinern.¹⁸

Kurz gesagt liegt der Unterschied zwischen *Fake News* und tendenziös dargestellten Fehlinformationen darin, dass bei *Fake News* die Informationen vollständig erfunden oder manipuliert sind, während bei tendenziös dargestellten Fehlinformationen die Informationen auf wahren Fakten basieren können, aber absichtlich so dargestellt werden, dass sie eine bestimmte Meinung unterstützen, um in weiterer Folge ein bestimmtes Ziel zu erreichen.

2.2 Historische Entwicklung und Fallbeispiele von *Fake News*

Die Verbreitung von Falschinformationen und Propaganda ist nicht neu und kann bereits auf eine lange historische Entwicklung zurückblicken. Einige wichtige Meilensteile sowie einzelne interessante Fallbeispiele werden in diesem Kapitel aufgelistet.

2.2.1 Historische Entwicklung

Bereits in der Antike wurden Falschinformationen herangezogen, um die öffentliche Meinung zu beeinflussen. Wenngleich die Verbreitung von *Fake News* damals wesentlich schwieriger war. Genauso wie die Prüfung der Fakten. Bei politischen Auseinandersetzungen im alten Rom wurden beispielsweise gefälschte Briefe und Schriften verbreitet.¹⁹

Fakes und Fälschungen, sowie die damit verbundenen Medienskandale sind nicht auf die heutige Zeit beschränkt. Bereits im 19. Jahrhundert führte man Diskussionen, wel-

¹⁸ Vgl. Weixler, Antonius u.a. (2021). S. 23

¹⁹ Vgl. Barth, V. & Homberg, M. (2018). Fake News: Geschichte und Theorie falscher Nachrichten. In: Geschichte und Gesellschaft. Vol. 44 (4). S. 620.

che Informationen verlässlich und meinungsunabhängig seien oder ob es sich um Betrug und Täuschung handle. In dieser Zeit, während des literarischen Realismus und des aufkommenden Reportage-Journalismus, gab es bereits zahlreiche *Fake News*.²⁰

2.2.2 Die Dreyfus-Affäre

Ein historisches Beispiel für die Verbreitung von *Fake News*, obwohl dies in der damaligen Zeit noch kein gebräuchlicher Begriff war, ist die Dreyfus-Affäre. Hier wurden Fakten manipuliert, um politische und militärische Ziele zu erreichen. Die Dreyfus-Affäre war ein höchst kontroverser, politischer Skandal, der sich im späten 19. und frühen 20. Jahrhundert in Frankreich ereignete. Alfred Dreyfus war ein jüdischer Offizier, der damals fälschlicherweise des Hochverrats beschuldigt wurde. Das Hauptbeweisstück war das sogenannte „Bordereau“, ein geheimes Schriftstück, das angeblich von Dreyfus verfasst wurde. Dieses Schriftstück galt als Beweis für seine Schuld. Darin enthalten waren militärische Informationen mit mathematischen Elementen, die angeblich an die deutsche Botschaft verkauft worden waren. Die Dreyfus-Affäre löste eine Spaltung der französischen Gesellschaft aus. Die eine Hälfte glaubte an die Unschuld von Dreyfus, die anderen hielten an seiner Schuld fest. Die Berichterstattungen entwickelten sich zu einem antisemitischen Angriff auf den jüdischen Offizier. Dreyfus erlebte nach seinem Schuldspruch eine öffentliche Degradierung, bei der er von seinen Kollegen erniedrigt wurde. Obwohl er immer seine Unschuld beteuerte, wurden ihm sein Rangabzeichen von der Uniform gerissen und sein Säbel zerbrochen. Einige Jahre danach, insbesondere aufgrund der Unstimmigkeiten und dem Druck der Öffentlichkeit wurde der Fall neu aufgerollt, bis Dreyfus schließlich 1906 rehabilitiert werden konnte. Es stellte sich heraus, dass die Beschuldigung gegen Dreyfus von hochrangigen Militäroffizieren und Beamten verbreitet wurden, indem sie Beweise manipulierten, um ihn als Sündenbock für vermeintliche Sicherheitslücken in der französischen Armee darzustellen.²¹

²⁰ Vgl. Barth, V. & Homberg, M. (2018). S. 621.

²¹ Vgl. Le Rider, J. (2016). Karl Kraus und die Dreyfus-Affäre. In: *Études germaniques*, 2016, Vol.71. S. 3 ff

2.2.3 Protokolle der Weisen von Zion

Lügen haben eine erstaunlich lange Halbwertszeit. Selbst wenn sie zweifelsfrei als *Fake News* enttarnt wurden. Die Protokolle der Weisen von Zion protokollieren angeblich geheime Treffen jüdischer Führer, bei denen sie die Weltherrschaft planen. Auf dem Friedhof von Prag sollen sich alle hundert Jahre die 12 Stämme einfinden, um zu planen, wie die Weltherrschaft übernommen werden kann. Um die Weltherrschaft an sich zu reißen, kontrollieren sie die Presse, kontrollieren die Wirtschaft und sind für zahlreiche Terroranschläge verantwortlich. So sollen die freiheitsliebenden Völker gezwungen werden, sich dem Judentum zu unterwerfen und deren Diktatur anzuerkennen. Die entsprechenden Protokolle wurden Anfang des 20. Jahrhunderts in Russland vom zaristischen Geheimdienst gefälscht. Der Großteil der Juden galten zum damaligen Zeitpunkt als Staatsfeinde im Zarenreich. Ebenfalls wurden Ideen von Demokratie und Liberalismus unterdrückt. Die Vorlagen lieferte hierfür der deutsche Reaktionär und Journalist Herman Götsche, der unter dem Pseudonym Sir John Retcliffe den Roman „Diaritz“ veröffentlichte. Der russische Zarengeheimdienst bediente sich Götsches Werk und schrieb ein Machwerk, in dem die Juden für Weltwirtschaftskrisen, Kriege und Sonstiges verantwortlich gemacht wurden. Bereits 1921 wies die amerikanische Zeitung „New York Times“ nach, dass die 1903 erschienen Protokolle der Weisen von Zion eine Fälschung waren. Dennoch verbreiteten sie sich über die ganze Welt. Gerade in Deutschland fielen die Protokolle auf besonders fruchtbaren Boden. Bereits vor der Naziherrschaft fanden die Protokolle großen Anklang. Schon 1922 gab es ein erstes Opfer in der Weimarer Republik durch diese *Fake News*. Der jüdische Außenminister Walter Ratenau wurde von einer Vorgängerorganisation der SA (Sturmabteilung) ermordet, die sich auf die Protokolle der Weisen von Zion berief. Auch in der heutigen Zeit werden die Protokolle als Grundlage für antisemitisches Gedankengut genutzt, unter anderem in der radikal islamistischen Hamas sowie im Iran. Die Theorie der Verschwörung des Weltjudentums zur Unterjochung der armen arbeitenden Bevölkerung ist heute allerdings nicht nur im arabischen Raum weit verbreitet, sondern wird auch noch in vielen europäischen Ländern, sowie in Amerika tatkräftig befeuert.²²

²² Vgl. Benz, W. (2019). *Die Protokolle der Weisen von Zion. Die Legende von der jüdischen Weltverschwörung*. S. 73 ff

2.2.4 Der Irak-Krieg

Am 05. Februar 2003 kam es im UN-Sicherheitsrat zu einer historischen Sitzung. Der damalige US-Außenminister Colin Powell erklärte, dass der Irak über Massenvernichtungswaffen verfüge. Colin Powell untermauerte seine Behauptungen mit unscharfen Satellitenbildern, die zeigen sollten, wo das irakische Regime unter Saddam Hussein mobile Waffenlager versteckt haben soll. Einige haben Colin Powells Auftritt als dramatisch empfunden. In einigen Diskussionen wurde spekuliert, dass die damalige US-Regierung unter George W. Bush möglicherweise nach einem Kriegsgrund suchte und diesen in der Öffentlichkeit durch eine aufwendige Inszenierung und möglicherweise gefälschte Beweise bekanntmachen wollte. 2003 behauptete die US-amerikanische Regierung, der Irak besäße Massenvernichtungswaffen. Diese Behauptung wurde als Hauptgrund für die Invasion im Irak eingeführt. In Wahrheit verfolgte die Regierung dabei andere Ziele. Sie war in einem Feldzug gegen den islamischen Terrorismus, wollte sich Zugang zu den Erdölreserven verschaffen und von den eigenen innenpolitischen Problemen, die die USA in den letzten Jahren heimsuchten, ablenken. Am 20. März 2003 begann die US-Armee ihren Kriegszug gegen den Irak. Mit Bodentruppen wurden schnell die großen Städte erobert aber Herr der Lage waren die USA bis zu ihrem Abzug 2011 nie. Die angeblichen Massenvernichtungswaffen wurden nie gefunden. Colin Powell sah seinen Fehler ein und entschuldigte sich für seinen theatralischen Auftritt vor den Vereinten Nationen, den er auch später als seinen Schandfleck in seiner Karriere bezeichnete. Im Zuge der Terroranschläge auf die USA vom 11. September 2001 geriet Saddam Hussein in Verdacht, die Terrororganisation Al-Kaida zu unterstützen und wurde zusammen mit anderen Staaten von den USA zur Achse des Bösen gerechnet. So drohte der im Jahr 2001 neu gewählte US-Präsident Georg W. Bush, den von seinem Vater im Jahr 1991 abgebrochenen Golfkrieg wieder aufzunehmen und forderte von Hussein den UNO-Waffeninspektoren uneingeschränkten Zutritt zu gewähren. Obwohl von den Waffeninspektoren keine Beweise vorgelegt werden konnten, dass der Irak tatsächlich über ABC-Waffen (Atomare, bakteriologische und chemische Waffen) verfügt, griffen die USA und Großbritannien im Frühjahr 2003 den Irak an, obwohl dafür kein ausdrückliches UNO-Mandat vorlag. Die Verbündeten USA und Großbritannien, konnten den Widerstand der irakischen Truppen schon innerhalb weniger Wochen brechen und besetzten die irakische Hauptstadt Bagdad. Bis heute ist fraglich, ob dieser militärische Erfolg die erhoffte politische Wirkung erzielt

hat. Große Teile der irakischen Bevölkerung betrachteten die alliierten Truppen als Besetzer und nicht als Befreier. Dies hatte zur Folge, dass die USA in der globalen Wahrnehmung einen großen Imageschaden erlitten. Aber auch die europäische Idee wurde stark beschädigt, da sich Teile der EU, wie Großbritannien und Polen, auf Seite der USA stellten, andere Unionsmitglieder, wie Frankreich und Deutschland, rückten von den USA ab.²³

2.3 Tendenziös dargestellte Falschinformationen

Die Statistik als Wissenschaft wird immer wieder kritisiert. Unter anderem liegt das daran, dass Daten, Zahlen und Fakten missinterpretiert werden. Manchmal kann man mit Zahlen auch die Wahrheit in eine andere Richtung zurechtbiegen. In den meisten Fällen ist der Grund für falsche, statistische Aussagen nicht das statistische Verfahren selbst, sondern vielmehr die verkürzte Interpretation der Ergebnisse.²⁴

Tendenziös dargestellte Falschinformationen sind in unserer heutigen Welt zu einem weitverbreiteten Problem geworden. Dabei versteht man unter tendenziöser Fehlinformation die Art und Weise, wie Informationen präsentiert werden, um ein bestimmtes Vorhaben zu unterstützen oder eine bestimmte Meinung zu fördern, ohne Rücksicht auf die Wahrheit zu nehmen. Hinter der Verbreitung dieser Falschinformation verbirgt sich meist ein bewusst gesetztes Ziel. Die Verbreitung tendenziöser Fehlmeldungen geschieht hauptsächlich über soziale Medien und Online-Plattformen. Diese Plattformen tragen dazu bei, dass sich Falschinformationen schnell verbreiten und nicht selten viral gehen. Einige Gruppen und Organisationen nutzen diese Plattformen gezielt, um ihre Themen voranzutreiben, indem sie falsche oder irreführende Informationen bewusst verbreiten. Erschwerend hinzu kommt, dass Menschen dazu neigen, gezielt nach Informationen zu suchen und in weiterer Folge zu teilen, die sie in ihren bestehenden Überzeugungen und Meinungen bestätigen, und sind den Informationen gegenüber skeptischer, die ihren Ansichten widersprechen. Dadurch wird die Verbreitung von tendenziös falsch dargestellten Informationen verstärkt.

²³ Vgl. Bierling, S. (2010). *Geschichte des Irakkriegs. Der Sturz Saddams und Amerikas Albtraum im Mittleren Osten*. S. 34 ff.

²⁴ Vgl. Mittag, H.-J. (2011). *Statistik. Eine integrative Einführung*. S. 3

Insgesamt kann gesagt werden, dass tendenziöse Darstellungen von Falschinformationen schwerwiegende Auswirkungen haben können, insbesondere wenn es um Themen wie Gesundheit, Politik und Umwelt geht. Gerade in Bereichen wie der Politik oder auch der Klimakrise werden Statistiken dazu verwendet, bewusst Falschinformationen wiederzugeben, um ein konkretes (politisches) Ziel zu verfolgen.

Im Sommer 2021 waren in vielen europäischen Ländern die Covid-19-Impfkampagnen bereits weit fortgeschritten, aber es gab auch weiterhin eine Debatte über die Wirksamkeit der Impfung. Häufig wurden Berichte, die die Ansichten der Impfgegnerinnen bekräftigten, weithin geteilt. Als Beispiel kann genannt werden, dass die Israel National News in einem Bericht vom 10.07.2022²⁵ behaupteten, dass Personen mit Booster-Impfung eine wesentlich längere Erholungszeit von einer Covid-19-Infektion benötigen würden als Ungeimpfte. Zudem seien sie längerfristig ansteckender als Nichtgeimpfte. Bei dieser Behauptung wurden Studienergebnisse missinterpretiert, denn sie zeigten keine statistisch signifikanten Unterschiede in Bezug auf die durchschnittliche Dauer der Ansteckung zwischen den Gruppen der ungeimpften, geimpften und geboosterten Personen. Hinzu kommt, dass die Stichprobenanzahl viel zu gering war, um daraus auf die Allgemeinheit schließen zu können.²⁶ Außerdem gab es die Behauptung, dass in Israel 60 Prozent der Corona-Infizierten in Krankenhäusern geimpft waren, was angeblich die Nutzlosigkeit der Impfung beweisen sollte. Allerdings war diese Schlussfolgerung falsch, da sie weder die hohe Impfquote noch die Altersstruktur der Betroffenen berücksichtigte. Es gab mehr Geimpfte als Ungeimpfte, und ein großer Teil davon waren ältere oder vorbelastete Menschen. Obwohl Statistikerinnen wiederholt darauf hingewiesen haben, dass die Impfung das Risiko schwerer Verläufe um mehr als 90 Prozent reduziert, wurden diese Erkenntnisse nicht so weitreichend verbreitet wie die irreführenden Behauptungen von Impfgegnerinnen in sozialen Medien. Diese Beobachtung unterstreicht die Herausforderung, wissenschaftlich fundierte Informationen gegenüber irreführenden Aussagen in Online-Plattformen zu kommunizieren.

²⁵ Vgl. Israel National News (2022). New study: COVID booster significantly delays end of infection.

²⁶ Vgl. The New England Journal of Medicine (2022). Duration of Shedding of Culturable Virus in SARS-CoV-2 Omicron (BA.1) Infection. S. 1 ff

3 Statistik

Die Frage nach der Definition des Begriffs „Statistik“ ist im Allgemeinen nicht leicht zu beantworten. Den Ursprung hat der Begriff selbst im staatlichen Zusammenhang. Früher wurde er dazu verwendet, um den Zustand eines Staates zu beschreiben. Es ist nicht klar, ob das Wort „Statistik“ entweder auf das lateinische Wort „status“, was nichts anderes bedeutet als (Zu)Stand, oder auf die Bezeichnung „Staat“ zurückzuführen ist.²⁷

Mittlerweile gliedert sich die Statistik in verschiedene Bereiche, weswegen eine exakte Definition nahezu unmöglich ist und je nach Bedeutung des Schwerpunkts variieren kann.

Josef Schira versteht unter Statistik *„...die Wissenschaft vom Sammeln, Aufbereiten, Darstellen, Analysieren und Interpretieren von Fakten und Zahlen.“*²⁸ Genauer formulierte es Jochen Schwarze: *„In unserer Sprache hat das Wort ‘Statistik’ zwei, allerdings miteinander verwandte Bedeutungen. Einmal versteht man unter Statistik die Zusammenstellung von Zahlen oder Daten, die bestimmte Zustände, Entwicklungen oder Phänomene beschreiben. [...] Die andere Bedeutung des Begriffs ‘Statistik’ umfasst die Gesamtheit aller Methoden zur Untersuchung von Massenerscheinungen.“*²⁹ Hans-Hermann Stück schreibt dazu: *„Die Statistik untersucht Massenerscheinungen. Ihr stehen Formeln und Verfahren zur Verfügung, die eine Beurteilung bekannter Fakten und eine Abschätzung unbekannter ermöglicht.“*³⁰ Weiters beschreibt er, dass im Vorfeld getroffene Behauptungen (Hypothesen) mit solch einer Auswertung (Analyse) bestätigt oder widerlegt werden können. Dabei dient die Statistik als Beleg einer Ansicht (Theorie). Man kann in weiterer Folge auch Rückschlüsse auf etwaige zukünftige Entwicklungen treffen (Prognose).³¹

Grundsätzlich wird die Statistik in drei verschiedene Teilbereiche untergliedert:

- deskriptive Statistik

²⁷ Vgl. Degen, H. & Lorscheid, P. (2012). Statistik-Lehrbuch. Methoden der Statistik im wirtschaftswissenschaftlichen Bachelor-Studium. München: Oldenbourg Verlag. S. 1

²⁸ Schira, J. (2009). Statistische Methoden der VWL und BWL. Theorie und Praxis. 3. aktualisierte Auflage. München: Pearson Studium. S. 13

²⁹ Schwarze, J. (2009). Grundlagen der Statistik. 1, Beschreibende Verfahren. 11. Ausgabe. Herne: Neue Wirtschafts-Briefe. S. 11

³⁰ Stück, H. (1976). *Statistik. Originalausgabe*. München: Wilhelm Heyne Verlag. S. 15.

³¹ Vgl. Ebd. S. 15.

- induktive Statistik
- explorative Statistik

In manchen Fällen wird Statistik mit Stochastik verwechselt und als Synonym verwendet. Der Unterschied dabei ist, dass Statistik ein Bereich der Mathematik ist, der sich mit der Erfassung, Analyse, Interpretation und Darstellung von Daten beschäftigt. Dabei werden Methoden entwickelt, um aus den gesammelten Informationen Schlussfolgerungen und Trends zu ziehen. Der Anwendungsbereich ist sehr groß und erstreckt sich auf die Bereiche der Wirtschaft bis hin zu Ingenieurwissenschaften. Die Stochastik hingegen umfasst zwei Hauptbereiche: Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik. Die Statistik ist also ein Teilbereich der Stochastik. In der Wahrscheinlichkeitstheorie geht es um die Berechnung und Analyse von Wahrscheinlichkeiten in verschiedenen Situationen. Das reicht von der Modellierung zufälliger Ereignisse bis hin zu Analysen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zur Begutachtung statistischer Eigenschaften bei zufälligen Ereignissen.

Für die vorliegende Masterarbeit werden vorrangig die Grundbegriffe der deskriptiven, oder auch beschreibenden Statistik benötigt.

In der beschreibenden Statistik beschäftigt man sich mit der Erhebung von Daten und der anschließenden Betrachtung eben dieser. Dabei soll Datenmaterial, das meist noch unübersichtlich ist, beschrieben und gegebenenfalls ausgewertet werden. Das Datenmaterial kann in verschiedenen Formen beschrieben und dargestellt werden. Dies kann in Form von Tabellen, Grafiken oder statistischen Kennzahlen erfolgen.

3.1 Statistische Begriffe

Für die Unterrichtsreihe sind einige statistische Begriffe von Bedeutung, welche in diesem Kapitel überblicksmäßig kurz zusammengefasst werden.

Prozentrechnung

Das Wort „Prozent“ stammt aus dem Lateinischen *pro* (für, von) und *centum* (hundert). Genauer betrachtet ist die Prozentrechnung kein mathematisches Gebiet im eigentlichen Sinn. Die Definition des Prozentrechnens ist sehr einfach gehalten, denn es gilt $1 = 100 \%$. Das heißt, es wird der Wert eines Anteils nicht in der Dezimalschreibweise

angegeben, sondern einfach mit 100 multipliziert und danach mit einem % ausgestattet. Beispielsweise wird dann aus einem relativen Anteil von 0,74 einer von 74 %. Der Vorteil in dieser Darstellung liegt darin, dass dadurch eine Anschauung entsteht und man sich sofort eine Stichprobe von 100 Stück oder 100 Personen vorstellen kann.³² Bei der Prozentrechnung bezieht man sich immer auf eine Bezugsgröße, den sogenannten Grundwert (Grundgesamtheit), der mit G abgekürzt wird und immer einem Prozentsatz von 100% entspricht. Neben dem Grundwert kommt der Prozentsatz p % zu tragen, wobei p die Prozentzahl genannt wird. Der Prozentsatz entspricht immer einem Prozentwert und wird entweder mit W oder A abgekürzt.

Wachstumsraten

Das Verständnis von Wachstumsraten gestaltet sich mitunter schwierig. Beispielsweise hört man fast jährlich oder liest man in den Medien, dass die österreichischen Krankenkassen ankündigen, ihre Beitragssätze um beispielsweise 0,6 % zu erhöhen. Diese Aussage ist missverständlich und aus allgemeiner Sichtweise schlichtweg falsch. Tatsächlich steigen die Beitragssätze nicht um 0,6 %, sondern um mehr als 4 %, von etwa 13 % des Bruttoeinkommens auf 13,6 %. Richtig wäre hier zu sagen, dass die Beitragssätze um 0,6 Prozentpunkte wachsen. Offensichtlich wurde hier der Unterschied zwischen absoluten Zuwächsen und Wachstumsraten (von Beitragssätzen) nicht klar herausgearbeitet, was einen erheblichen Unterschied ergibt.

Differenzen beziehungsweise allgemeiner formuliert, Veränderungen von Prozentsätzen werden in Prozentpunkten ausgedrückt. Wachstumsraten von Prozenten werden hingegen wie üblich in Prozent gemessen.³³

Solch ein Missverständnis ergab sich auch bei der Erhöhung der Versicherungssteuer von 5 % auf 7 % im Jahr 1989. Hier war der Unterschied zwischen der falsch angegebenen und der tatsächlichen Wachstumsrate sogar noch drastischer: Diese Steigerung betrug nicht, wie immer wieder in den Medien berichtet wurde, nur geringfügige 2 %, sondern stolze 40 %. Dieses Missverständnis könnte dadurch passiert sein, dass hier Prozentpunkte mit Prozent verwechselt wurde. Solche Verwechslungen treten besonders häufig auf, wenn die Ausgangsdaten bereits in Prozent angegeben sind.

³² Vgl. Arens, T., u.a. (2022). Mathematik. 5. Auflage. Berlin: Springer Verlag GmbH. S. 62

³³ Vgl. Krämer, W. (1992), S. 56 & 57

Nimmt man beispielsweise an, wie weiter oben erwähnt, ein Krankenkassenbeitrag wird von 13 % auf 13,6 % angehoben: 13,6 % minus 13 % ergibt 0,6 %. Jedoch muss hinterfragt werden, welchen Bezug die 0,6 % haben. Wenn in den Medien berichtet wird, dass die Beitragssätze um 0,6 % steigen, könnten hier Prozentpunkte gemeint sein.

Tatsächlich würde eine Erhöhung um 0,6 % des alten Beitragssatzes von 13 % bedeuten:

$$13 \% \cdot 0,006 = 0,078 \%$$

Woraus sich ein neuer Beitragssatz ergibt von:

$$13 \% + 0,078 \% = 13,078 \%$$

Richtig wäre jedoch die Angabe einer Erhöhung um 0,6 Prozentpunkte:

$$13 \% + 0,6 \% = 13,6 \%$$

Um dies als Beispiel zu veranschaulichen wird nun ein durchschnittliches Bruttomonatsgehalt von 2.600 € angenommen. Der Beitragssatz betrug vorher 13 %, somit:

$$2.600 \text{ €} \cdot 0,13 = 338 \text{ €}$$

Eine Erhöhung um 0,6 % zum vorherigen Beitrag, also zu einem Prozentsatz von 13,078 %, würde einen neuen Beitrag ergeben von:

$$2.600 \text{ €} \cdot 0,13078 = 340,03 \text{ €}$$

Woraus sich eine Steigerung um 2,03 € pro Monat beziehungsweise 24,36 € im Jahr ergibt.

Betrachtet man nun die korrekte Erhöhung um 0,6 Prozentpunkte, ergibt sich daraus ein neuer Beitrag von:

$$2.600 \text{ €} \cdot 0,136 = 353,60 \text{ €}$$

Daraus ergibt sich nun eine Erhöhung um 15,60 € pro Monat beziehungsweise 187,20 € im Jahr.

Das Beispiel verdeutlicht, wie leicht es ist, falsche Informationen zu verbreiten und irreführende Angaben zu machen.

Grafiken und Diagramme

In der Statistik gibt es viele Kennzahlen, mit deren Hilfe man selbst aufwendige und komplexe statistische Inhalte genau beschreiben kann. Grafiken und Diagramme sind ein wichtiges Werkzeug, um Daten zu präsentieren. Bei der Ergebnispräsentation von statistischen Untersuchungen ist eine Kombination von Tabelle und Grafik sinnvoll,

um die Kommunikation und Verständlichkeit von statistischen Ergebnissen zu unterstützen. Außerdem trägt die Kombination dazu bei, dass die Informationen für ein breiteres Publikum zugänglich sind.³⁴ Eine grafische Darstellung ist bei der Vorstellung von Ergebnissen jedoch unverzichtbar. Wird dabei eine Grafik um Zahlenangaben erweitert, so gelingt ein optischer Gesamteindruck und eine Genauigkeit der Statistik gleichermaßen.³⁵

Grafiken haben folgende Aufgaben:

- Darstellung von Daten
- Betrachter helfen, Dateninhalt zu verstehen
- Präsentation von vielen Werten auf kleinem Raum
- Sichtbarmachung von Details, die anhand der Urliste oder von Kennzahlen nicht sichtbar wären³⁶

Eine grafische Darstellung ist auf unterschiedliche Arten möglich. Die wichtigsten Diagrammarten werden im Folgenden aufgezählt, wobei hierfür als Quelle Benesch Thomas (2013) verwendet wurde.³⁷

- Säulendiagramm: Diese Art von Diagramm wird für diskrete Merkmalausprägungen verwendet, die durch einzelne, separat stehende Säulen dargestellt werden. Alle Säulen haben dabei die gleiche Breite und sind in gleichmäßigen Abständen angeordnet. Je nach Beschriftung der Achsen kann die Höhe der Säulen entweder absolute oder relative Häufigkeiten darstellen.
- Stabdiagramm: Dieses Diagramm wird nur bei metrischen Merkmalen (können in Form von Zahlenwerten ausgedrückt und auf einer numerischen Skala gemessen werden) genutzt. Dabei werden die Stäbe entlang der x-Achse angeordnet, die den entsprechenden Ausprägungen des Merkmals entsprechen.
- Histogramm: Das ist eine weitere grafische Darstellungsmöglichkeit für metrische Merkmale. Im Gegensatz zum Säulendiagramm schließen die Säulen di-

³⁴ Vgl. Zwerenz, K. (2011). Statistik. Einführung in die computergestützte Datenanalyse. München: Oldenbourg Verlag. S. 23.

³⁵ Vgl. Ebd. S. 27.

³⁶ Vgl. Ebd. S. 36

³⁷ Vgl. Benesch, T. (2013). S. 81, ff.

rekt aneinander an. Die Breiten entsprechen dabei den jeweiligen Klassenbreiten. Variiert die Klassenanzahl, so ändert sich auch das Histogramm. Die Fläche jeder Säule ist dabei proportional zur Anzahl der Beobachtungen in den entsprechenden Klassen.

- Kreisdiagramm: In einem Kreisdiagramm, auch Torten- oder Kuchendiagramm genannt, werden die Häufigkeiten durch Kreissektoren dargestellt. Die Winkel der Sektoren sind proportional zu den dargestellten Häufigkeiten. Man verwendet das Diagramm hauptsächlich, wenn der Anteil im Verhältnis zur Gesamtheit veranschaulicht werden soll. Kreisdiagramme verdeutlichen die Aufteilung eines Ganzen in seine Teile, während Säulendiagramme besser die Rangfolge der Werte darstellen.
- Streudiagramm: Das Streudiagramm wird auch Punktwolke genannt. Dieses Diagramm verwendet man, wenn man zwei statistische Merkmale grafisch darstellen möchte. Dabei werden in ein kartesisches Koordinatensystem Datenpaare eingetragen, wodurch sich eine Punktwolke ergibt. Mithilfe der Grafik kann man einen potentiellen Zusammenhang zwischen den zwei Merkmalen erkennen.

Lageparameter

Die Analyse einer Statistik erfordert Kennzahlen. In der Verteilung von Daten spielen Lageparameter eine wesentliche Rolle, denn sie repräsentieren typische, zentrale Werte. Dabei wird jedoch nichts über den Bereich der Streuung einer Verteilung ersichtlich, dafür werden Streuparameter verwendet. Das Zentrum einer Verteilung, oder auch die Mitte bzw. den Durchschnitt, und somit auch die Lage der Verteilung wird mit Hilfe der Lageparameter charakterisiert. Die Berechnung dieser Kennzahlen kann mittels ungeordneter oder geordneter Urliste oder einer Häufigkeitstabelle erfolgen. Zu den elementarsten Lageparameter zählen das arithmetische Mittel, der Median und der Modus.³⁸

Arithmetisches Mittel

Das arithmetische Mittel oder Mittelwert ist gegeben als die Summe aller Werte, dividiert durch die Anzahl dieser Werte.

³⁸ Vgl. Zwerenz, K. (2011). S. 89

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$\bar{x}$...arithmetisches Mittel

x_i ...einzelne Messwerte (Datenwerte)

n ...Anzahl der Messwerte (Datenwerte)

Das arithmetische Mittel kann als Maß für die „zentrale Ausrichtung“ einer Verteilung verstanden werden und ist insbesondere für eine schnelle Orientierungshilfe geeignet. Wenn eine Verteilung durch einen einzigen Wert, den Mittelwert, beschrieben wird, bringt das auch Nachteile mit sich, denn der Wert reagiert empfindlich auf Ausreißer, die das arithmetische Mittel stark verzerren können. Als Ausreißer bezeichnet man in der Statistik einen Wert, der nicht zur übrigen Datenreihe passt. Deswegen ist bei einer seriösen Interpretation eines Mittelwerts einer Verteilung stets auch ein Streumaß zu beachten. Das arithmetische Mittel wird dann ermittelt, wenn Durchschnittswerte gefragt sind, wie beispielsweise Durchschnittseinkommen oder -umsatz, usw.

Median

Der Median teilt eine geordnete Urliste in zwei gleichgroße Hälften. Er wird oftmals auch als Zentralwert oder der mittlere Wert bezeichnet, denn es ist jener Wert, der in einer geordneten Liste in der Mitte steht. Das heißt, dass sowohl vor als auch nach dem Median die gleiche Anzahl an Daten vorhanden sind. Der Vorteil an dieser Kenngröße ist, dass er unempfindlich gegenüber Ausreißern ist. Der Median wird definiert als x_{med} einer geordneten Datenliste mit

$$x_{med} = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}, & \text{falls } n \text{ ungerade ist,} \\ \frac{1}{2} \left(x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)} \right), & \text{falls } n \text{ gerade ist.} \end{cases}$$

Im ersten Fall, falls eben die Anzahl der Daten ungerade ist, bedeutet $x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$, dass man den Wert an der Position $\frac{n+1}{2}$ in der geordneten Urliste nimmt. In diesem Fall gibt es einen eindeutigen Median. Es ist jener Wert, der genau in der Mitte der geordneten Urliste steht. Ein leichtes Beispiel veranschaulicht die einfache Berechnung. Man nehme folgende Urliste an: 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15. Die Anzahl der Daten ist also $n = 7$. Die Berechnung der Position des Medians ist nun:

$$\frac{7 + 1}{2} = 4$$

Das heißt, der Median befindet sich an der vierten Stelle und der Wert der vierten Stelle ist 9. Somit ist $x_{med} = 9$.

Im zweiten Fall, falls eben die Anzahl der Daten gerade ist, bedeutet $x_{(\frac{n}{2})}$, dass man den Wert an der Position $\frac{n}{2}$ in der geordneten Liste nimmt. Analog bedeutet $x_{(\frac{n}{2}+1)}$, dass man den Wert an der Position $\frac{n}{2} + 1$ nimmt. Das sind die beiden mittleren Positionen der geordneten Datenreihe. Der Median berechnet sich dann aus dem Durchschnitt der beiden Werte. Auch hier soll ein einfaches Beispiel die Berechnung deutlich machen. Man nehme folgende Urliste an: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16. Die Anzahl der Datenwerte ist $n = 8$. Die Berechnung der beiden Positionen ergibt:

$$\frac{8}{2} = 4$$

und

$$\frac{8}{2} + 1 = 5$$

Der Wert an der vierten Stelle beträgt 8 und der Wert an der fünften Stelle beträgt 10. Man bildet nun das arithmetische Mittel dieser Werte. Somit ist $x_{med} = \frac{8+10}{2} = 9$.

Der Median kann nicht als die rechnerische Mitte, sondern als die räumliche Mitte verstanden werden und wird verwendet, wenn beispielsweise die mittlere Altersstufe oder Gehaltsklasse usw. bestimmt werden soll.

Die Vorteile des Medians gegenüber dem Mittelwert sind vielseitig. Der Median erfordert keine komplizierten Berechnungen. Als weiteren Vorteil kann genannt werden, dass der Median selbst bei nicht-metrischen Daten angewandt werden kann. Metrische Daten sind solche, bei denen die Werte von Natur aus Zahlen sind, wie Körpergröße, Gewicht, Einkommen oder Inflationsrate. Dagegen lassen sich qualitative Merkmale nach anderen Kriterien, wie der Religion, Haarfarbe oder auch der Staatsangehörigkeit einordnen. Diese Variablen haben andere Werte als Zahlen. Für solche Merkmale kann das arithmetische Mittel nicht berechnet werden, aber der Median kann auch für gewisse qualitative Merkmale, nämlich solche, die sich nach einem geeigneten Kriterium sortieren lassen (ordinale Merkmale), berechnet werden.³⁹

³⁹ Vgl. Krämer, W. (1992). *Statistik verstehen*. S. 28 ff

Modus

Der häufigste vorkommende Wert einer Datenreihe wird als Modus bezeichnet. Diese Kennzahl wird beispielsweise bei Statistiken verwendet, wenn es um qualitative Merkmale handelt. Qualitative Merkmale, auch als qualitative Variablen bezeichnet, repräsentieren Eigenschaften oder „Qualitäten“, die ein untersuchtes Objekt charakterisieren.⁴⁰ Das kann zum Beispiel häufigste Unfallursache sein oder eine Partei, welche die meisten Stimmen bekommen hat. Der Modus wird nicht berechnet, im Gegensatz beispielsweise zum Mittelwert, sondern ist ein Wert der Datenreihe.

Korrelation

Unter der Korrelation versteht man die „Stärke“ eines linearen Zusammenhangs zwischen zwei Variablen einer statistischen Erhebung, während bei der Regression die Form des Zusammenhangs betrachtet wird.

Unter einer Korrelationsrechnung oder Korrelationsanalyse versteht man die Untersuchung, wie zwei Merkmale voneinander abhängen. Prinzipiell wird dabei die „Stärke“ eines Zusammenhangs zwischen den zwei Variablen der statistischen Erhebung untersucht, und falls möglich, die Richtung eines potentiellen Zusammenhangs.⁴¹ Degen und Lorscheid (2012) verstehen unter der Richtung eines Zusammenhangs, wenn man dabei folgender Frage nachgeht:

„Hat die Veränderung des bedingten Merkmals in Richtung der Skalenachse für die bedingten Verteilungen des anderen Merkmals in Richtung der Skalenachse (positive Korrelation) oder entgegen der Skalenachse (negative Korrelation) zur Folge?“⁴²

Ist ein positiver Zusammenhang gegeben, so findet man die Datenpunkte in einem Streudiagramm prinzipiell in der Richtung von links unten bis rechts oben. In umgekehrter Weise findet man sie bei einem negativen Zusammenhang von links oben nach rechts unten. Falls keine Richtung erkennbar ist, ist eine Korrelation fehlend. Ein starker Zusammenhang ist dann gegeben, wenn man eindeutig aufgrund der Bedingungsangabe auf den anderen Wert folgen kann. Grafisch betrachtet würden in einem

⁴⁰ Vgl. Krämer, W. (1992). S. 13

⁴¹ Vgl. Degen, H. & Lorscheid, P. (2012). S. 71

⁴² Ebd. S. 72

Streudiagramm die Datenpunkte einen eindeutigen Verlauf entlang einer Geraden erschließen. Je dichter diese Punkte auf eben dieser Gerade liegen, desto stärker ist der Zusammenhang.⁴³

Ob tatsächlich eine Korrelation vorhanden ist, wird mittels Korrelationskoeffizienten angegeben, der Werte im Intervall von $[-1; +1]$ annehmen kann. Ein positiver Zusammenhang wird mittels positiver Werte und ein negativer Zusammenhang mittels negativer Werte angegeben. Die Extremfälle der perfekten Zusammenhänge werden mit plus bzw. minus Eins angegeben. Eine fehlende Korrelation würde mit einem Koeffizienten von 0 beschrieben werden. Prinzipiell können folgende Werte als Richtwert angenommen werden:

- Wert von 1,0 bis 0,8 – starke positive Korrelation
- Wert von 0,8 bis 0,5 – mittlere positive Korrelation
- Wert von 0,5 bis 0,3 – schwache positive Korrelation
- Wert von 0,3 bis 0 – fehlende Korrelation

Gleiche Werte gelten auch für negative Korrelation:

- Wert von -1,0 bis -0,8 – starke negative Korrelation
- Wert von -0,8 bis -0,5 – mittlere negative Korrelation
- Wert von -0,5 bis -0,3 – schwache negative Korrelation
- Wert von -0,3 bis 0 – fehlende Korrelation

⁴³ Vgl. Degen, H. & Lorscheid, P. (2012). S. 72

4 Fake News in der Mathematik

Nicht immer sind Mittelwerte, Kenngrößen, Trends und Diagramme so, wie sie scheinen. Manchmal stecken mehr Informationen dahinter, manchmal sind aber auch wesentlich weniger vorhanden. Im Alltag sind jedoch statistische Methoden und Angaben notwendig, um Zahlenmassen zu ordnen, darzustellen und analysieren zu können. Es ist erstaunlich, wie viele Menschen mit mathematischen Konzepten und Methoden kämpfen, die grundlegend einfacher sind als viele andere Prinzipien, mit denen sie sich fast täglich beschäftigen. Es ist vermutlich viel einfacher, Prozentsätze zu berechnen und zu bestimmen, als Auto zu fahren.

In der heutigen Zeit ist man unaufhörlich und an jedem Ort Beeinflussungen ausgesetzt, die darauf abzielen, die Gesellschaft oder bestimmte Gruppen zu manipulieren. Hierbei wird die Verwirrung ausgenutzt, die bei einigen Menschen auftritt, wenn sie mit mathematischen Begriffen wie Prozentsätzen, Mittelwerten, Brüchen, Diagrammen, Statistiken und ähnlichem konfrontiert werden. Dabei ist es nicht selten, dass Autorinnen von Statistiken Methoden verwenden, die die Wahrheit nicht widerspiegeln, sondern eine gewisse Wirkung erzielen sollen. Dadurch kann die Leserin in die Irre geführt werden. Häufig nutzen Unternehmen, Interessensverbände, Medien und selbst Regierungen Manipulationen oder tendenziöse bzw. falsch dargestellte Informationen, um ihre Produkte oder Meinungen zu verkaufen. Dabei wird die Mathematik oft missbraucht, indem Rechenschwächen ausgenutzt und verdrehte Schlussfolgerungen oder verzerrte Zahlen verwendet werden.

Grundsätzlich kann man sagen, dass Menschen Fakten eher glauben, wenn sie mit Zahlen untermauert sind. Dabei wird kaum infrage gestellt, ob die Zahlen selbst wahrheitsgemäß sind oder erschwindelt. Woher kommt es, dass ein Urvertrauen in Zahlen gegeben ist? Walter Krämer ist der Meinung, dass die meisten Personen exakten Zahlen mehr Glauben schenken als reinen Schätzungen. Dabei untermauert er diese Behauptung mit einem Beispiel. Fragt man zwei fremde Personen nach dem Weg bis zur nächsten Post und erhält man einerseits als Antwort „So zirka drei Kilometer oder so, dann müssen Sie links“ und andererseits „Gehen sie 2,4 Kilometer gerade aus, dann nach rechts“, für welchen Weg würde sich die Mehrheit entscheiden? Vermutlich für die rechte Seite und die zweite Antwort. Je genauer und je exakter die zusammen-

hängenden Ziffern sind und somit die Zahl ist, desto mehr wird ihnen Vertrauen geschenkt.⁴⁴ Zweiflerinnen überzeugt man am besten mit Zahlen. Die Antwort auf die Frage „Wie viele Menschen gibt es auf der Welt?“ lautet „7 Milliarden, 753 Millionen, 421 Tausend und 906“. Darüber gibt es anscheinend nichts zu diskutieren und die Zweiflerin unterliegt der Autorität der Zahl. Doch diese Angabe ist falsch und das aus mehreren Gründen. Einerseits fehlt die Bezugsgröße, denn es ist nicht klar, wann die angegebene Anzahl an Menschen auf dem Planeten leben oder lebten, andererseits ist die Zahl viel zu exakt. Es ist nicht möglich, die Anzahl der lebenden Personen auf der Erde auf die exakte Einerziffer zu bestimmen. Eine Angabe, dass rund 8 Milliarden Menschen im Jahr 2020 auf der Erde lebten entspricht viel mehr der Wahrheit. Scheinbar exakte Zahlen wie oben, führen zu einer Täuschung der Präzision.⁴⁵

Grundsätzlich ist immer wieder Vorsicht geboten, wenn es um Zahlen, Statistik, Bezugsgrößen, Parameter und optisch eindrucksvolle Diagramme geht. Eine bewusste oder auch unbewusste Manipulation ist schnell passiert. Manchmal sind die Daten selbst unwahr, oder die Darstellung an sich ist einfach trügerisch. Ein anderes Mal werden Zusammenhänge hergestellt, wo es keine gibt und Äpfel mit Birnen verglichen.⁴⁶

Beim Erstellen von Diagrammen zur Präsentation von statistischen Ergebnissen ist es wichtig, einen geeigneten Maßstab zu wählen. Gerade hier kann eine Manipulation stattfinden, wenn man bewusst nur einen Auszug eines bestimmten Sektors wählt, um einen „dramatischen“ Verlauf zu zeigen.⁴⁷

4.1 Fallbeispiele

Oftmals sind schlechte Statistiken auf grundlegende Fehler zurückzuführen. Obwohl es Fälle geben kann, in denen die Leserin bewusst getäuscht wird, handelt es sich meist um unbeabsichtigte Fehler oder Verwechslungen seitens derjenigen, die die Da-

⁴⁴ Vgl. Krämer, W. (2015). So lügt man mit Statistik. S. 18

⁴⁵ Vgl. Krämer, W. (1992). Statistik verstehen. S. 17

⁴⁶ Vgl. Krämer, W. (2015). S.22

⁴⁷ Vgl. Zwerenz, K. (2011). Statistik. Einführung in die computergestützte Datenanalyse. München: Oldenbourg Verlag. S. 33.

ten präsentieren. Mangelndes mathematisches Verständnis betrifft die meisten Menschen und führt oft zu Missverständnissen oder Fehlinterpretationen bei Zahlen und Rechnungen, auch bei Grundrechnungsarten. Sowohl die Erstellerinnen als auch die Vermittlerinnen von Statistiken, wie zum Beispiel Journalistinnen, können davon betroffen sein und einfache Fehler machen. Medien zitieren manchmal originalgetreu und prüfen gegebenenfalls die Berechnungen nicht nach, während Leserin und Zuhörer davon ausgehen, dass die Aussagen korrekt sind. Dadurch können sich falsche Daten verbreiten und Eigenleben entwickeln, selbst wenn ein Fehler bemerkt und korrigiert wurde. Dies kann auf verschiedenen Plattformen und in verschiedenen Medien passieren.

Mathematische Fake News gibt es jedoch nicht erst seit der Geburtsstunde von Social Media. Manipulationen im mathematischen Bereich gab es schon immer. An dieser Stelle sollen nun einige interessante Fallbeispiele angeführt werden:

4.1.1 Tödliche Gefährdung

Obwohl Gewitter eine potenzielle Gefahr darstellen, gibt es viele andere tödliche Risiken, denen wir täglich ausgesetzt sind. Jede von uns hat eine Vielzahl von Wahrscheinlichkeiten, auf unnatürliche Weise zu sterben. Während einige dieser Risiken gering sind, sind andere etwas höher. Vor einigen Jahren wurden viele Frauen beinahe in Todesangst versetzt, als sie medial von dem erschreckend hohen Risiko erfuhr, durch Brustkrebs zu erkranken. Im Januar 1991 verkündete die "American Cancer Society", dass die Wahrscheinlichkeit, an Brustkrebs zu erkranken, für jede Frau bei 1 zu 9 lag. Viele Frauen waren besorgt und befürchteten, dass sie selbst zu dieser einen von neun Frauen gehören könnte. Allerdings war die tatsächliche Wahrscheinlichkeit, an Brustkrebs zu erkranken, nicht dasselbe wie die Befürchtungen, die durch die Veröffentlichung ausgelöst wurden. Wie in der "New York Times" im März 1992 berichtet wurde, war der Zeitraum nicht genau spezifiziert, wodurch die Wahrscheinlichkeitsaussage verzerrt wurde. Die Frauen glaubten verständlicherweise, dass die Wahrscheinlichkeit von 1 zu 9 sich auf einen kurzen Zeitraum von etwa einem Jahr bezog, was jedoch nicht der Fall war. Gemäß des Artikels in der "New York Times" bezog sich die Wahrscheinlichkeit von 1 zu 9 auf die potenzielle Lebensdauer einer Frau von möglicherweise bis zu 100 Jahren. Demnach beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau aufgrund von Brustkrebs stirbt, etwa $1:9 \approx 0,11$. Für Frauen

unter 50 Jahren liegt die Wahrscheinlichkeit, innerhalb der nächsten 12 Monate an Brustkrebs zu erkranken, eher bei 1 zu 1000. Ein Sprecher der "American Cancer Society" wurde von der "New York Times" wie folgt zitiert: "Die Erwähnung des 1-zu-9-Risikos war als Aufrütteln gedacht und sollte nicht wörtlich genommen werden, es war vielmehr als Metapher oder Gleichnis gemeint als genaue Zahl." Allerdings ist diese Metapher auf unangebrachte Weise irreführend.⁴⁸

4.1.2 Harry Potter Verkaufszahlen

Selbst einfache Fehler wie das Verrutschen des Dezimalkommas passieren schnell und oft unbeabsichtigt. Verschiebt sich das Komma nur um eine Stelle nach rechts, so findet man plötzlich das Zehnfache vor sich. Analog in umgekehrte Richtung, verschiebt es sich nach links, so bleibt nur noch ein Zehntel der ursprünglichen Zahl übrig. Die Nachrichtenagentur „Associated Press“ berichtete im Juli 2007 über die Verkaufszahlen des letzten Harry-Potter-Bandes und gab an, dass pro Stunde im Durchschnitt 300.000 Bücher verkauft wurden, dabei wurde sinngemäß geschrieben „*mehr als 50.000 verkaufte Exemplare pro Minute*“. ⁴⁹ Tatsächlich hätte die richtige Zahl 5.000 Bücher pro Minute betragen, aber der offensichtliche Fehler wurde von keiner der beteiligten Journalistinnen oder Redakteurinnen bemerkt. Die falsche Zahl wurde in verschiedenen Zeitungen gedruckt und veröffentlicht, ohne dass eine Person den Rechenfehler erkannte.

4.1.3 Wissenschaftsskandal Climategate

Im November 2009 wurde ein Server der Universität von East Anglia in Großbritannien gehackt. Tausende von E-Mails und Computerdateien der Climate Research Unit (CRU) wurden online veröffentlicht. Viele sahen dies als Beweis an, für eine wissenschaftliche Verschwörung, in der es dabei ging, den anthropogenen, also menschenverursachten, Klimawandel zu leugnen. Insbesondere der vierte Sachstandsbericht des zwischenstaatlichen Gremiums für Klimaänderungen (IPCC) aus dem Jahr 2007 war fehlerhaft und sein Vorsitzender, Rajendra Pachauri, wurde wegen angeblicher

⁴⁸ Vgl. Dewdney, A. K. (1994). 200 Prozent von nichts. Die geheimen Tricks der Statistik und anderen Schwindeleien mit Zahlen, S. 42.

⁴⁹ Vgl. The Associated Press (2007). ['Harry Potter and the Deathly Hallows' sells 8.3 million in first 24 hours \(recordonline.com\)](http://www.recordonline.com)

Interessenskonflikte kritisiert. Ein weiterer Vorwurf war, dass Wissenschaftlerinnen eine Manipulation der Daten durchgeführt hätten, um dabei Kritik zu verhindern. Die betroffenen Forscherinnen wiesen dabei sämtliche Vorwürfe zurück. Sie gaben an, dass die Korrespondenz aus dem Zusammenhang gerissen wurde. Es sei lediglich um einen offenen wissenschaftlichen Austausch gegangen. Diese Vorwürfe wurden zunächst in der Blogosphäre diskutiert und führte in weiterer Folge zur Verbreitung des Begriffs „Climategate“. Die Massenmedien griffen das Thema ebenfalls auf, insbesondere vor Beginn des Klimagipfels in Kopenhagen im Dezember 2009. Der Fall wurde von verschiedenen Untersuchungsausschüssen geprüft. Ein Betrug oder gar wissenschaftliches Fehlverhalten konnte jedoch nicht bewiesen werden. Es wurde gefordert, dass der Zugang zu Daten und Methoden transparent offengelegt wird. Christopher Brooker, ein Kolumnist der britischen Zeitung The Sunday Telegraph, bezeichnete Climategate als einen der schwerwiegendsten Wissenschaftsskandale unserer Generation. Die Debatte rund um diesen Skandal hatte große Auswirkung auf die Glaubwürdigkeit der Klimaforschung. Wissenschaftliche Nachrichten und das Ansehen von Klimawissenschaften litten massiv darunter, während Climategate die Klimaskeptikerinnen befeuert hat. Dies führte dazu, dass besagte Klimaleugnerinnen die Daten und Statistiken missinterpretierten und insbesondere online gegen den menschenverursachten Klimawandel warben.⁵⁰

4.2 Manipulationsmethoden in der Mathematik

Eine alte Erkenntnis besagt „Irren ist menschlich“. Sobald es ein menschliches Zutun gibt, sind Fehler möglicherweise vorhanden. Beispielsweise liefert eine Addition in der Mathematik immer ein exaktes Ergebnis, außer jemand verrechnet sich. In der Statistik sind Fehler genauso möglich, wie in allen anderen Bereichen. Die Manipulation von Statistiken beginnt jedoch dabei, wenn man diese Fehler (vorsätzlich) verschleiern möchte oder bewusst produziert.⁵¹

Zusammenfassend kann man zwischen drei möglichen Manipulationsmethoden in der Statistik unterscheiden:

- Manipulation beim Erheben der Daten

⁵⁰ Vgl. Neverla, I. & Taddicken, M. & Lörcher, I. & Hoppe, I. (2019). *Klimawandel im Kopf. Studien zur Wirkung, Aneignung und Online-Kommunikation*. S. 268 & 269

⁵¹ Vgl. Becker, B. (1993). *Statistik*. S. 87

- Manipulation beim Darstellen der Daten
- Manipulation beim Interpretieren der Daten

4.2.1 Manipulation beim Erheben von Daten

Die Daten- und Informationsgewinnung basiert auf unterschiedlichen Wegen. Grundsätzlich hängt die Datenerhebung einerseits von den Forschungsfragen und andererseits von dem Erkenntnisinteresse der Forscherin ab.

Bei der Datengewinnung gibt es eine grundlegende Unterscheidung, die sich danach richtet, wer die Daten erhebt und zur Verfügung stellt. Wenn die einzelne Forscherin oder das Forscherteam die Befragungen persönlich durchführt bzw. durchführen, spricht man von primärstatistischen Erhebungen. Hingegen erfolgt eine sekundärstatistische Analyse, wenn auf bereits existierende Daten von externen Quellen zurückgegriffen wird.⁵²

Die Primärerhebung kann untergliedert werden in eine einmalige Erhebung und eine laufende Erhebung. Zur einmaligen Erhebung zählen:

- Befragung: Ziel hierbei ist es Informationen zu gewinnen über vergangenes, momentanes, zukünftiges oder auch beabsichtigtes Verhalten. Kurz gesagt wird hier über Einstellungen und Motive geforscht.⁵³
- Beobachtung: Hierbei findet die Auswertung und Informationsgewinnung direkt statt. Dabei werden Reaktionen und Verhaltensmuster des zu analysierenden Merkmals oder Objekts beobachtet. Dabei findet jedoch keinerlei verbale Interaktion zwischen den Forschenden und den Merkmalsträgerinnen statt. Im Gegensatz zur Befragung verzichtet man hierbei vollends auf eine mündliche Interaktion.⁵⁴
- Experiment: Beim Experiment wird eine angenommene und vermutete Verbindung zwischen Ursache und Wirkung überprüft. Dabei ist es wichtig, dass Bedingungen vorher festgelegt und währenddessen kontrolliert werden.⁵⁵

⁵² Vgl. Wagschal, U. (1999). *Statistik für Politikwissenschaftler*. S. 46

⁵³ Vgl. Ebd. S. 47

⁵⁴ Vgl. Ebd. S. 60

⁵⁵ Vgl. Ebd. S. 61

- Inhaltsanalyse: Die Basis der Daten bei einer Inhaltsanalyse sind Reden, Texte und Bilder. Diese werden hinsichtlich ihrer Informationen, also Inhalte und Aussagen untersucht. Das Ziel dabei ist es, aus der Fülle der eigentlichen Informationen eine geordnete und kompaktere Version zu machen.⁵⁶

Manipulationen bei der Datenerhebung können von unterschiedlicher Art sein. Einige Möglichkeiten sollen hier nun beleuchtet werden.

4.2.1.1 Stichproben

Eine leichte Art bei der Datenerhebung zu manipulieren ist es, die Stichprobe nicht zufällig und repräsentativ, sondern gezielt auszuwählen. Möchte man beispielsweise herausfinden, wie aktiv die Bevölkerung ist, und führt ausschließlich in Fitnesscentern die Befragung durch, wird das Ergebnis gefälscht sein. Eine Verzerrung der Stichprobe ist ebenfalls möglich, wenn die Wahl des Erhebungszeitpunkts nicht berücksichtigt wird. Die Stichprobengröße ist ebenso relevant, wenn man genaue Ergebnisse erhalten möchte. Zu kleine Stichproben sind nicht repräsentativ und können viele Ungenauigkeiten beinhalten.

4.2.1.2 Fragestellungen

Fragestellungen können so formuliert werden, dass sie voreingenommen sind. Das heißt, man kann sie so gestalten, dass sie eine gewünschte Antwort begünstigen. Eine Frage wie „Wie sehr hat dich das sehr gute Essen gestern Abend beeindruckt?“ legt bereits eine Antwort nahe und impliziert, dass man davon beeindruckt sein sollte. Die Frage weist also bereits eine Erwartungshaltung auf. Hingegen lässt die Frage „Wie würdest du die Qualität des Essens gestern Abend bewerten?“ Freiraum für eine subjektive Meinung, sodass die Antwort nicht beeinflusst wird. Deswegen ist es wichtig, auf neutrale Formulierungen zu achten, die eine objektive Antwort zulassen. Hilfreich ist dabei auch, ein geeignetes und passendes Antwortformat zu wählen.

⁵⁶ Vgl. Ebd. S. 64

4.2.1.3 Fehlende und gefälschte Daten

Das Erfinden oder Verändern von Datensätzen ist eine klare Form der Manipulation, um ein bestimmtes Ergebnis zu erreichen. Das kann dazu führen, dass die Daten nicht mehr die Realität widerspiegeln und somit nicht mehr vertrauenswürdig sind. Ähnlich ist es beim Weglassen von Informationen. Werden Daten ignoriert oder ausgelassen kann dies zu einer Verzerrung der Ergebnisse führen. Dies gilt insbesondere dann, wenn Datensätze relevante Informationen enthalten, die das Gesamtbild beeinflussen könnten. Das Ergebnis kann so in eine bestimmte Richtung gelenkt werden, was zu falschen Schlussfolgerungen führen kann.

4.2.2 Manipulation beim Darstellen von Daten

Die Art und Weise, wie Daten dargestellt werden, sind wichtig für die Interpretation der Ergebnisse, zumal Bilder und Grafiken die Aufmerksamkeit vieler Leserinnen besonders anziehen. Es ist darauf zu achten, dass die Grafiken transparent und repräsentativ sind. Möchte man jedoch das Ergebnis in eine gewünschte Richtung frisieren, gibt es verschiedene Möglichkeiten mit Grafiken zu manipulieren. Einige Beispiele werden nun angeführt.

4.2.2.1 Achsenabschnitt

Durch das Abschneiden der Achsen kann der Eindruck erweckt werden, dass ein Anstieg oder Abfall dramatischer oder weniger signifikant ist, als es der Realität entspricht.

4.2.2.2 Skalierung

Indem man die Skalen auf den Achsen verändert, kann der Eindruck von Wachstum oder Abnahme verstärkt oder minimiert werden. Je nach gewünschtem Ergebnis ist es möglich, die Achse zu stauchen oder strecken. Eine Grafik mit fehlender oder unvollständiger Skalierung auf einer Achse ist grundsätzlich unseriös und möglicherweise falsch dargestellt. Vor allem beim Auftragen der Zeit auf der x-Achse wird gerne geschwindelt und Zwischenzeiten weggelassen oder passende Zeiträume herausgegriffen oder hervorgehoben. So werden mit der Grafik Verlaufsänderungen erzeugt, die nicht der Realität entsprechen.

4.2.2.3 Beispiel Diagramm

Um mögliche Manipulationstechniken bei Grafiken besser zu veranschaulichen, wird hier nun exemplarisch ein Beispiel gezeigt.

Man nehme an, eine Pressechefin muss die Daten der letzten zehn Jahre einer großen Firma publik machen. In den letzten Jahren stagnierten die Betriebserfolge jedoch, denn der große Gewinn blieb aus, zudem ist das Betriebsklima rau. Das Problem daran ist, dass die Firma von Investorinnen abhängig ist, die die Publikation sehen möchten. Der Firmenvorstand erwartet eine entsprechend schöne Darstellung der (Miss)Erfolge. Nun ist die Pressechefin gefragt, die Zahlen möglichst gut zu präsentieren, viel mehr zu manipulieren. Man nehme folgende Umsätze in Tausend € an:

101 100,5 102 100 101,5 103 102,5 101 101,5 103

Bildet man die Umsätze wahrheitsgemäß und korrekt ab, zeigt sich ein Bild ohne Dynamik und mit einer vorherrschenden Stagnation.

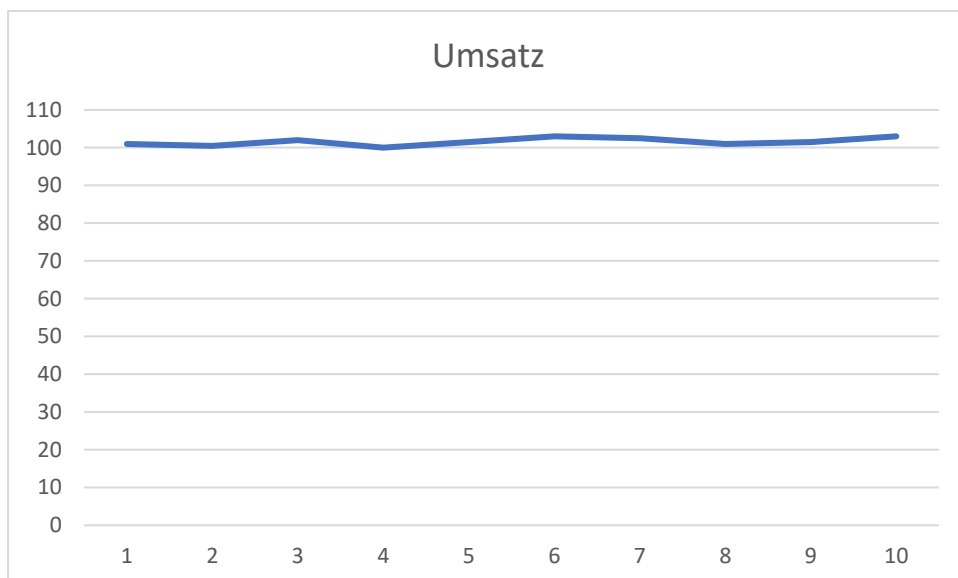


Abbildung 1: korrekte wahrheitsgemäße Umsatzdarstellung

Sehr häufig wird die y-Achse abgeschnitten, zumeist um Platz zu sparen. Das ist grundsätzlich auch akzeptabel, solange man erkennen kann, dass ein Abschnitt entfernt wurde. Fehlt diese Information, besteht die Gefahr der Manipulation.

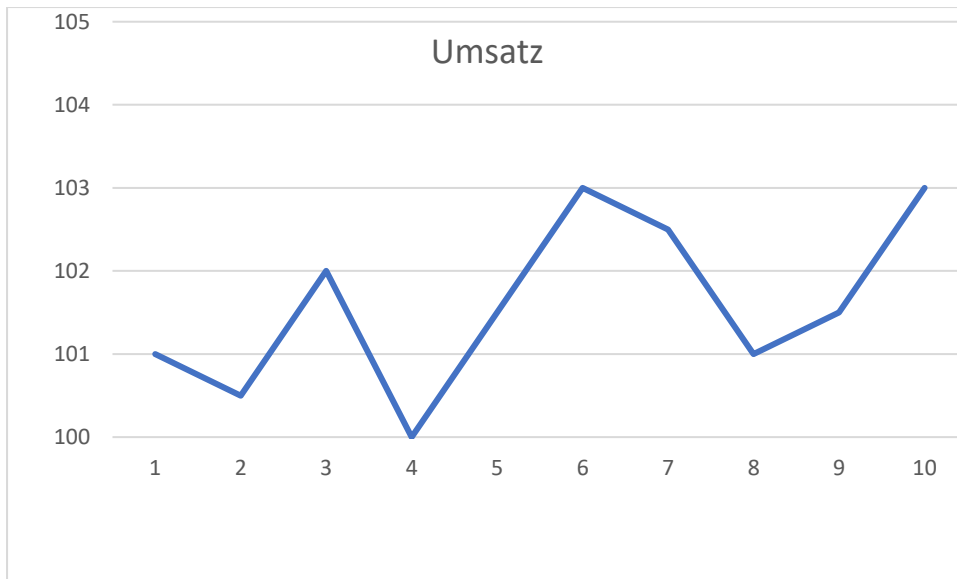


Abbildung 2: Beschneidung der y-Achse

Um die Umsätze nun dynamischer gestalten zu können, kann nun die senkrechte Achse gestreckt werden. Außerdem ist es möglich ein Umsatzjahr auszublenden und die Beschriftung der y-Achse generell weg zu lassen.



Abbildung 3: Gestreckte y-Achse ohne Beschriftung und ausgeblendetes Umsatzjahr

Dieses manipulierte Diagramm würde nun suggerieren, dass nach einem kleinen „auf und ab“ – nun ein starker Anstieg prognostiziert wird. Im Vergleich zum ursprünglichen Diagramm, dass eine Stagnation zeigt, ist nun ersichtlich, wie einfach es ist, Umsatzzahlen so darstellen zu lassen, dass sie ins (Unternehmens-)Konzept passen.

4.2.2.4 Manipulation von Flächen und Symbolen

Die Manipulation von Flächen und Symbolen, insbesondere frisierte Piktogramme ist ebenfalls eine Manipulationstechnik in der Datendarstellung. Dabei wird bewusst die Größe, Form oder Anordnung von Piktogrammen in Grafiken verändert, um einen bestimmten Eindruck zu erwecken. Das können sowohl Flächen im zweidimensionalen Raum aber auch Volumen im dreidimensionalen Raum sein. Beispielsweise kann aus „doppelt so viel“ eine vierfache Fläche oder achtfache Volumen werden.



Abbildung 4: Irreführend – aus "doppelt so viel" wird die Fläche viermal und das Volumen achtmal so groß

4.2.3 Manipulation beim Interpretieren von Daten

Eine Studie oder auch eine Darstellung von Ergebnissen sollte immer objektiv interpretiert werden. Nichtsdestotrotz kommt es vor, dass Fehlinterpretationen (bewusst) abgegeben werden, um bestimmte Ziele zu erreichen oder bestimmte Interessen zu fördern. Bei der Manipulation von Dateninterpretationen zählt auch, wer eine Umfrage oder Studie in Auftrag gegeben hat. Es herrscht ein Interessenkonflikt, wenn jemand eine Studie in Auftrag gibt, der ein persönliches Interesse an den Ergebnissen hat.

Falls sich bei den Daten eine statistische Abweichungen oder Messungenauigkeit ergeben, so sollten diese immer transparent dargestellt werden. Deswegen sollten etwaige Schwankungen immer angegeben werden, da dies sonst irreführend auf die Leserin wirken kann.

5 Unterrichtsreihe „Entlarvung von Manipulationen in der Statistik“

Laut Biehler und Engel ist es nicht leicht, Stochastik und somit Statistik zu unterrichten. Das hängt insbesondere damit zusammen, dass man sich hierbei nicht auf das Lernen von Verfahren und Schema zum Lösen von Aufgaben beschränken kann. Es ist wichtig, die Fähigkeit zu stärken, begründen und argumentieren zu können sowie die Entwicklung von richtigen Intuitionen zu fördern.⁵⁷ Aus diesem Grund wurde die Unterrichtsreihe zum Thema „*Fake News in der Mathematik*“ entwickelt. Es ist essentiell die Schülerinnen so früh wie möglich mit dem Thema vertraut zu machen und auch den Blickwinkel zu tendenziös falsch dargestellten Informationen zu erweitern. Eigene Beobachtungen haben gezeigt, dass *Fake News* oftmals nur im Zuge von falschen Nachrichten in Verbindung gebracht werden, jedoch nicht in Bezug auf Zahlen, Daten und Statistiken. Als Grobziel kann die Vermittlung von Wissen und das Erlernen von Fähigkeiten zum Thema „*Manipulationen in der Statistik*“ definiert werden. Die Schülerinnen sollen diesbezüglich sensibilisiert werden und lernen, nicht jeder Statistik blind Vertrauen zu schenken, sondern auch Ergebnisse zu hinterfragen.

Sollen Lernprozesse erfolgreich verlaufen und Wissen sinnvoll erworben werden, spielen sowohl kognitive, als auch motivationale Faktoren zusammen. Dabei ist die Eigeninitiative der Lernenden unabdingbar. Um die angebotenen Lerninhalte erfolgreich zu nutzen, muss das Individuum sie selbstständig in seine eigene kognitive Wahrnehmung aufnehmen und verarbeiten.⁵⁸ Bei der Unterrichtsplanung wurde darauf geachtet, dass unter anderem gelenktes Entdecken vorhanden ist, bei dem Schülerinnen wichtige Ansätze vorgegeben werden und Hilfe bereitgestellt wird. Dies soll insbesondere durch die Lehrperson erfolgen. Außerdem gibt es eine Option, die Schülerinnen selbstständig Lerninhalte entdecken zu lassen. Hier liegt der Fokus auf der Eigeninitiative der zu Unterrichtenden.

Die vorliegende Unterrichtsreihe wurde selbst durchgeführt, erprobt und evaluiert.

⁵⁷ Vgl. Biehler, R. & Engel, J. (2010). *Stochastik: Leitidee Daten und Zufall*. In: Weigand, H. (Hrsg.). *Handbuch der Mathematikdidaktik*. S. 235

⁵⁸ Vgl. Hammer, C. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik*. S. 43.

5.1 Unterrichtsreihe

In diesem Abschnitt wird die Planung der Unterrichtsreihe vorgestellt. Zu Beginn werden der Lehrplanbezug und das Vorwissen der Schülerinnen thematisiert. Im Anschluss wird auf die didaktischen Überlegungen und methodischen Begründungen eingegangen. Am Ende wird eine mögliche Verlaufsplanung demonstriert.

Die Unterrichtsreihe eignet sich ideal für die 6. sowie 7. Klasse Oberstufengymnasium (Sekundarstufe II) oder aber auch für berufsbildende höhere Schulen in der ersten und zweiten Klasse. Diese Unterrichtsideen können sowohl im regulären Mathematikunterricht als auch in spezifischen Projektarbeiten sowie in Wahlpflichtfächern eingesetzt werden. Genauere Informationen zum Forschungsfeld findet die Leserin im Kapitel 6.

5.1.1 Lehrplanbezug

Der Lehrplan legt Ziele und Inhalte fest, die in einem bestimmten Fach behandelt werden sollen. Im österreichischen Lehrplan für das Fach Mathematik erkennt man, dass bereits in der Unterstufe „Statistik“ ein zentrales Thema ist. Dies wird durch folgenden Auszug aus dem Mathematik-Lehrplan für AHS (Stand: Juni 2022) für allgemein bildende höhere Schulen ersichtlich⁵⁹.

„1.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik

- *Modelle mit realen Gegebenheiten vergleichen,*
- *grundlegende Überlegungen zur Sinnhaftigkeit von Modellen für die Praxis anstellen,*
- *Tabellen und graphische Darstellungen zum Erfassen von Datenmengen verwenden können.*

2.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik

- *entsprechende graphische Darstellungen lesen, anfertigen und kritisch betrachten können,*
- *Manipulationsmöglichkeiten erkennen.*

⁵⁹ Vgl. Rechtsinformationssystem des Bundes (2022)

3.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik

- Untersuchen und Darstellen von Datenmengen.

4.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik

- Untersuchen und Darstellen von Datenmengen unter Verwendung statistischer Kennzahlen (zB Mittelwert, Median, Quartil, relative Häufigkeit, Streudiagramm).“

Statistiken sind ein häufig genutztes Mittel, um Aussagen und Meinungen in den Medien zu transportieren. Schülerinnen lernen im schulischen Rahmen, wie diese Statistiken genutzt werden können, um Meinungen zu beeinflussen. Die kritische Auseinandersetzung mit statistischen Methoden kann dazu beitragen, ein tieferes Verständnis für die Erhebung und Darstellung von Daten zu entwickeln. Das kann als Ausgangspunkt genutzt werden, um sich intensiv mit den Herausforderungen und Fragestellungen bei der Erhebung und Interpretation von statistischen Daten zu befassen.⁶⁰ Um sich eine Meinung bilden zu können, muss man jedoch mit Daten umgehen können. Indem man genau dies tut, verleiht man den leblosen Zahlenkolonnen Leben, liest Informationen aus ihnen heraus und stützt Aussagen auf der Grundlage von Daten. Daraus ergibt sich der Anspruch an die Statistik, die Schülerinnen kritikfähig zu machen.⁶¹ Genau aus diesem Grund ist es von großer Bedeutung bereits in der Sekundarstufe I einen fundamentalen Grundstein zu legen. Wobei bereits in der Primarstufe ein Grundverständnis entwickelt werden sollte. In weiterer Folge soll der mathematische Kernbereich „Statistik“ in der Sekundarstufe II systematisch ausgebaut und intensiviert werden.

Im österreichischen Lehrplan ist die Stochastik im Oberstufen-AHS Bereich von der 6. bis zur 8. Klasse verankert. Der Statistik kommt insbesondere in der 6. Klasse eine tragende Rolle zu. Folgender Auszug findet sich bei der 6. Klasse im 4. Semester beziehungsweise 4. Kompetenzmodul⁶²:

⁶⁰ Vgl. Eichler, A. & Vogel, M. (2013). *Leitidee Daten und Zufall. Von konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik*. S. 2

⁶¹ Vgl. Ebd., S. IX

⁶² Rechtsinformationssystem des Bundes (2022)

„Beschreibende Statistik; Wahrscheinlichkeit

- *Darstellungen und Kennzahlen der beschreibenden Statistik kennen und damit arbeiten können*
- *Die Begriffe Zufallsversuch, Ereignis und Wahrscheinlichkeit kennen; Methoden zur Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten kennen: Bestimmung eines relativen Anteils, Ermittlung einer relativen Häufigkeit durch eine Versuchsserie, Angabe des subjektiven Vertrauens; wissen, dass diese Methoden nur näherungsweise bzw. unsichere Ergebnisse liefern*
- *Den Zusammenhang zwischen relativen Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten kennen*
- *Mit Wahrscheinlichkeiten rechnen können (Baumdiagramme; Additions- und Multiplikationsregel)*
- *Bedingte Wahrscheinlichkeiten und (stochastische) Unabhängigkeit von Ereignissen kennen*
- *Den Satz von Bayes kennen und anwenden können*

Sicherung der Nachhaltigkeit

- *Notwendiges Vorwissen für die Kompetenzbereiche dieses Moduls wiederholen und aktivieren*
- *Grundlagen für die Kompetenzbereiche dieses Moduls ergänzen und bereitstellen*
- *Grundkompetenzen nachhaltig sichern“*

Falls nach Kompetenzmodulen unterrichtet wird, so ist dieser Auszug relevant⁶³.

„7. Semester – Kompetenzmodul 7 („Stochastik“)

Beschreibende Statistik

- *Werte aus tabellarischen und elementaren grafischen Darstellungen ermitteln und im jeweiligen Kontext interpretieren : Stabdiagramm (bzw. Säulendiagramm, Balkendiagramm), Kreisdiagramm, Liniendiagramm, Prozent-*

⁶³ Rechtsinformationssystem des Bundes (2022)

streifen, Piktogramm, Stängel-Blatt-Diagramm, Kastenschaubild, Histogramm (mit gleichen Klassenbreiten), Streudiagramm (bzw. Punktwolken-diagramm)

- *Tabellen und elementare statistische Grafiken erstellen, zwischen Darstellungsformen wechseln*
- *Stärken, Schwächen und Manipulationsmöglichkeiten elementarer statistischer Grafiken nennen und in Anwendungen berücksichtigen*
- *Statistische Kennzahlen für einfache Datensätze ermitteln und im Kontext interpretieren : absolute und relative Häufigkeiten, arithmetisches Mittel, Median, Modus, Quartile, Spannweite, empirische Varianz und Standardabweichung*
- *Definition und wichtige Eigenschaften des arithmetischen Mittels und des Medians angeben und nutzen, die Entscheidung für die Verwendung einer bestimmten Kennzahl begründen“*

Die Verankerungen der Statistik in der 7. und 8. Klasse sind für die vorliegende Arbeit weniger von Bedeutung, weswegen auf eine Auflistung dieser verzichtet wird. Zu finden ist der Lehrplan für die AHS Unter- als auch Oberstufe auf der Homepage des Rechtsinformationssystem des Bundes.

Das Zusammenspiel zwischen Statistik und Wahrscheinlichkeit wird hier deutlich aufgezeigt. Der Stoffinhalt schließt direkt an dem Vorwissen der Unterstufe an. Die bereits erworbenen Kompetenzen werden benötigt um darauf statistische Fähigkeiten und Fertigkeiten aufbauen zu können. Die Kategorie „Sicherung der Nachhaltigkeit“ lässt für Lehrerinnen einen gewissen Spielbereich offen, weswegen es möglich ist, Schwerpunkte zu setzen und individuell zu handeln.

5.1.2 Vorwissen

Wie bereits im Abschnitt 5.1.1 beschrieben, kann auf das Vorwissen der Schülerinnen aufgebaut werden. Dabei sollten die Lernenden folgende Kompetenzen erreicht haben:

Schülerinnen ...

...berechnen Median und arithmetisches Mittel und kennen deren Definition.

...kennen verschiedene Darstellungsformen von Diagrammen und können diese erstellen.

...entnehmen Informationen aus Diagrammen.

...wenden Grundbegriffe des Prozentrechnens an und können damit rechnen.

...deuten mathematische Aufgabenstellungen im gegebenen Kontext.

Der Stochastikunterricht in den 5. und 6. Schulstufe soll eine Brücke zwischen dem Unterricht in der Primarstufe und der Sekundarstufe I bilden. In der Sekundarstufe wird die Grundlage für nahezu alle Bereiche des stochastischen Verständnisses und Handelns gelegt. Dazu zählen die Analyse stochastischer Situationen, das Durchführen und Auswerten statistischer Untersuchungen sowie die Darstellung von Daten in Tabellen und Diagrammen. Auch die inhaltlichen Vorstellungen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs werden vermittelt, in Österreich aber erst in der 7. und 8. Schulstufe.

Gerade in der 5. und 6. Schulstufe sollen Schülerinnen gelernt haben, wie man Daten selbst erfasst und auswertet, indem sie geeignete Diagramme zur Aufbereitung von Daten nutzen und lernen, diese sachgerecht auszuwählen und zu interpretieren. Ihr Verständnis für die bekannten Diagramme aus der Primarstufe wird vertieft. Sie lernen, das arithmetische Mittel und den Median zur Auswertung von statistischen Daten anzuwenden und diese Kenngrößen im Sachkontext zu interpretieren.⁶⁴

In den Schulstufen 7 und 8 erlernen die Schülerinnen einen intuitiven Wahrscheinlichkeitsbegriff und schätzen Wahrscheinlichkeiten, insbesondere durch die Häufigkeitsinterpretation. Sie sind in der Lage, Wahrscheinlichkeiten anhand von relativen Häufigkeiten zu bestimmen, ebenso bei Ereignissen mit gleich wahrscheinlichen Ausgängen. Weiters können sie damit erste Berechnungen durchführen.

Dabei ist das langfristige Ziel des Stochastikunterrichts in der Sekundarstufe I, dass die Schülerinnen lernen, eigenständige statistische Untersuchungen zu planen, durchzuführen und auszuwerten. Dabei sollen auch die Herausforderungen bei der Definition der Grundgesamtheit thematisiert werden. Zumindest jedoch sollen sie darauf vorbereitet werden, um darauf in der Sekundarstufe II aufbauen zu können. Die Auswertungsmethoden werden vertieft, indem sie im Vergleich von Häufigkeitsverteilun-

⁶⁴ Vgl. Krüger, K. & Sill, H. & Sikora, C. (2015). *Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I*. S. 27

gen betrachtet werden. Das erworbene Wissen und Können zur beschreibenden Statistik kann schließlich im Rahmen der explorativen Datenanalyse genutzt und problemorientiert vertieft werden.⁶⁵

5.2 Datenerhebungsmethode

In der Forschung unterscheidet man zwischen quantitativer und qualitativer Forschung.

Quantitative Forschung ist eine Art der empirischen Forschung, die sich darauf konzentriert, Messungen und Zahlen zu sammeln und zu analysieren, um Trends, Muster und Verbindungen zu identifizieren. Die Daten werden in der Regel mit statistischen Verfahren ausgewertet, um Ergebnisse zu generalisieren und Schlussfolgerungen zu ziehen. Quantitative Forschung ist oft strukturiert und systematisch und verwendet standardisierte Instrumente, um Daten zu sammeln.⁶⁶

Qualitative Forschung hingegen ist eine Art der empirischen Forschung, die sich auf die Erforschung subjektiver Erfahrungen, Perspektiven und Bedeutungen konzentriert. Qualitative Daten werden in der Regel durch offene Fragen, Diskussionen, Beobachtungen oder Dokumentenanalysen gesammelt und können in Form von Text, Audio oder Video vorliegen. Qualitative Forschung ist oft explorativ und interpretativ und konzentriert sich auf die Erforschung von Vorgängen in ihrem natürlichen Umfeld.⁶⁷

Selbstorganisiertes Lernen oder auch exploratives Lernen ist eine pädagogische Methode, die in der empirischen Forschung als qualitative Methode angesehen wird. In der empirischen Forschung wird schülerinnenbasiertes Lernen oft durch qualitative Forschungsmethoden wie beispielsweise Interviews, Beobachtungen oder auch Fokusgruppen erforscht. Der Fokus liegt dabei darauf, dass man die Meinungen der Schülerinnen versteht. Beim selbstorganisierten Lernen ist dies der Fall, da sie hier

⁶⁵ Vgl. Krüger, K. & Sill, H. & Sikora, C. (2015), S. 101

⁶⁶ Vgl. Döring, N. & Bortz, J. (2016). *Forschungsmethoden und Evaluation*, S. 15.

⁶⁷ Vgl. Döring, N. & Bortz, J. (2016), S. 16.

eigenständig mathematische Konzepte und Problemlösungsstrategien entwickeln und sich selbst mit dem Thema auseinandersetzen.

Quantitative Forschungsmethoden hingegen sind darauf ausgerichtet, numerische Daten zu sammeln und zu analysieren. Zu Forschungszwecken wird diese Methodik gerne verwendet, um Hypothesen zu testen oder eine potentielle Korrelationen zwischen Variablen zu untersuchen. Grundsätzlich stehen bei der vorliegenden Unterrichtsreihe die individuellen Erfahrungen und persönlichen Perspektiven der Lernenden im Fokus, die sich nicht immer in numerische Daten abbilden lassen. Dies ist auch bei den offenen Fragestellungen der Fall, wenn nichtnumerische Daten vorhanden sind, also ausschließlich im Textformat geantwortet werden kann. Hingegen gibt es auch Aufgabenstellungen, die sehr wohl quantitative Werte beinhalten und somit auch quantitative Forschungsaspekte miteinfließen lassen. Eine strikte Trennung der Art der Datenerhebung ist also nicht möglich. Dies wird auch als Mixed-Methods-Forschung bezeichnet. Das bedeutet, dass in dieser Methode sowohl quantitative, als auch qualitative Forschungsstrategien innerhalb einer Studie bzw. eines Projekts kombiniert und angewandt werden.

Die beiden Datentypen werden zusammengeführt, um eine umfassende und konvergente Sichtweise auf die Problematik zu ermöglichen. Die Kombination von qualitativen und quantitativen Methoden in der Mixed-Methods-Forschung ermöglicht es den Forschenden, die Stärken beider Ansätze zu nutzen. Durch die Integration von qualitativen und quantitativen Daten kann die Mixed-Methods-Forschung zu einer umfassenderen und aussagekräftigeren Forschung beitragen, indem sie verschiedene Perspektiven und Dimensionen eines Forschungsproblems berücksichtigt.⁶⁸ Aufgrund der Vorteile, die diese Forschungsmethode mit sich bringt, aber insbesondere aufgrund dessen, dass sich dieser Ansatz ideal mit der Unterrichtsreihe deckt, wurde beschlossen, die empirische Forschung dahingehend auszulegen.

5.2.1 Planung und Durchführung

Nach Döring und Bortz (2016) ist es wichtig, sich vor der Durchführung einer empirischen Forschung gründlich auf sie vorzubereiten. Dies umfasst sowohl inhaltliche als

⁶⁸ Kuckartz, U. (2014). Mixed Methods. Methodologie, Forschungsdesigns und Analyseverfahren. S. 17

auch methodische Aspekte. Inhaltlich bedeutet dies, dass sinnvolle und überprüfbare Forschungsfragen oder -hypothesen anhand des aktuellen Forschungsstandes formuliert werden müssen und dafür eine gründliche Literaturrecherche und Theoriearbeit erforderlich sind. Methodisch bedeutet dies, dass ein geeignetes Forschungsdesign und ein Stichprobenplan ausgewählt, ein zum Forschungsproblem passender Interviewleitfaden, ein standardisierter Fragebogen oder ein inhaltsanalytisches Kategoriensystem entwickelt und überprüft werden müssen. Dies kann beispielsweise durch die Entwicklung eigener Instrumente erfolgen.⁶⁹ In diesem Fall handelt es sich um die selbstständig entworfene und durchgeführte Unterrichtsreihe, die auf die Forschungsfragen abgestimmt wurde.

5.2.2 Forschungsdesign

Um die gestellten Forschungsfragen adäquat beantworten zu können, ist es notwendig, ein entsprechendes Forschungsdesign zu wählen.

Unter einem Forschungsdesign versteht man die Gesamtstruktur und den Plan einer durchgeführten Studie. Dabei ist es auch wichtig, die Methodenauswahl zu treffen, eingesetzte Instrumente zu überprüfen, eine Stichprobe festzulegen und die Datenerhebung vorzubereiten. Grundsätzlich wird dabei der Rahmen festgelegt, wie die Forschungsfragen beantwortet werden sollen und auch wie die Daten gesammelt und analysiert werden. Das Forschungsdesign ist entscheidend für die Validität und Zuverlässigkeit der Ergebnisse einer Studie.⁷⁰

5.3 Didaktische Überlegungen

Die Unterrichtsreihe wird direkt mit einem Kompetenzcheck gestartet. Die Schülerinnen beantworten die Fragen, ohne sich vorab bewusst mit Manipulationen im mathematischen Bereich befassen zu haben. Die mathematischen Hintergründe sind dabei jedoch bekannt. Vorrangig befassen sich die Schülerinnen mit der Grundkompetenz WS 1 „Beschreibende Statistik“.⁷¹

⁶⁹ Vgl. Döring, N. & Bortz, J. (2016). S. 22

⁷⁰ Vgl. Ebd. S. 49

⁷¹ [Mathematik \(matura.gv.at\)](https://matura.gv.at) (Letzter Zugriff am 17.05.2022)

Durch die ersten Fragen soll eine Sensibilität zum Thema *Fake News* und ein persönlicher Bezug geschaffen werden. Dadurch ist eine Interessensensibilisierung für ein aktuelles Thema geplant. Die weiteren Aufgaben befassen sich mit den Operatoren „begründen“ und „beurteilen“.

Dies hat den Hintergrund, dass Kompetenzorientierung bereits fixer Bestandteil im österreichischen Schulsystem ist. Als Operatoren werden Verben bezeichnet, die eine durchzuführende Handlung charakterisieren. Im Aufgabenkontext bedeutet dies eine Handlungsanweisung. Möchte man ergebnisorientierte Lernziele beschreiben, werden Operatoren herangezogen, um kompetenzorientierte Lernzielformulierungen festzulegen.⁷² Weiglhofer bietet eine gute Übersicht über verwendbare Operatoren. Dabei wird unter „begründen“ folgende Definition angeführt:

„Sachverhalte auf Regeln und Gesetzmäßigkeiten bzw. kausale Beziehungen von Ursachen und Wirkung zurückführen“⁷³

Der Operator „beurteilen“ wurde hingegen folgendermaßen definiert:

„Sachverhalte und Aussagen an geeigneten Kriterien auf ihre Richtigkeit prüfen und unter Verwendung von Fachwissen bzw. moralischen Werten eine Aussage bzw. persönliche Stellungnahme formulieren“⁷⁴

Diese Operatoren sprechen demnach Problemlösungen an. Die Schülerinnen sind aufgefordert, Probleme und Inhalte zu beleuchten, Hypothesen aufzustellen, diese zu überprüfen und Lösungswege zu finden. Im Idealfall wird das Ergebnis reflektiert und auf ihre Richtigkeit überprüft. Dadurch wird das Finden von Lösungsstrategien gefördert und eine Anwendung gelernter Inhalte auf relevanten Alltagsbezug hergestellt.

Grundsätzlich eignet sich diese Unterrichtseinheit sowohl zur Einbettung in den regulären Unterricht als auch als Arbeitsmaterial für ein mathematisches Wahlpflichtfach. Die einzelnen Unterrichtsstunden sind nach Themen strukturiert. Die geplanten Stunden können individuell an Klassen angepasst werden. Aufgabenstellungen können hinzugefügt oder auch weggelassen werden. Da besonders im regulären Unterricht die zeitliche Komponente eine wesentliche Rolle spielt, kann hier als Alternative die Erstellung der eigenständigen Erhebung oder Fälschung weggelassen bzw. lediglich Teilaspekte entnommen werden.

⁷² Vgl. Beese et al. (2014), S. 28

⁷³ Weiglhofer (2013), S.2

⁷⁴ ebd., S.2

Die jeweiligen Aufgabenstellungen wurden durch Beispiele aus dem Buch von Walter Krämer, „So lügt man mit Statistik“, inspiriert, weswegen es Ähnlichkeiten geben wird.

5.4 Methodische Begründungen

Die Unterrichtsreihe wurde an forschendes Lernen bzw. selbstorganisiertes Lernen (kurz: SOL) angepasst. SOL wird beim Erwerb von Handlungskompetenzen eingesetzt und ist ein strukturiertes und systematisches Vorgehen. Dabei ist dieses Lernen in einen Ordnungsrahmen eingebunden, der sowohl von der Lehrperson als auch von den Lernenden frei gestaltet werden kann. Die heutige Welt wird stetig zunehmend komplexer. Schülerinnen müssen Entscheidungen treffen, Zusammenhänge verstehen und Eigenständigkeit zeigen. Durch SOL werden Lernweisen vermittelt, wodurch Eigenständigkeit gefördert wird und nicht nur passives Lernen von bereits Vorstrukturiertem im Fokus steht. Es geht vielmehr darum, Inhalte gemeinsam und kooperativ zu erarbeiten, dadurch wird ein ziel- und zweckorientiertes Lernen bewirkt.⁷⁵

Der Umgang mit *Fake News* ist zu einem wichtigen Thema geworden. Gerade im Bereich des Mathematikunterrichts sollte eine Problemlösungsstrategie entwickelt werden. Umso wichtiger erscheint es, ein solch sensibles Thema durch selbstorganisiertes Lernen von den Schülerinnen erarbeiten zu lassen. Die Lehrperson nimmt dabei eine beratende Rolle ein und unterstützt die Lernenden bei ihrem Lernprozess. Durch die Aufgabenstellungen ist eine Richtung vorgegeben, jedoch ist der Lösungsweg (in den meisten Fällen) individuell. Zudem wird Selbstständigkeit gefördert, welche in der weiteren beruflichen und schulischen Laufbahn unabkömmlich ist.

5.5 Verlaufsplanung

Zunächst wurde eine grobe Gliederung verfasst.

1. Stunde: Kompetenzcheck 20 Minuten sowie Prozente und Bezugsgrößen
2. Stunde: Manipulation von Diagrammen
3. Stunde: Mittelwerte, Überzogene Genauigkeit
4. Stunde: Selbstständige Fälschung und Erhebung durch Schülerinnen

⁷⁵ Vgl. Landherr, B. & Bürger, M. (2019), S. 8

5. Stunde: Präsentation und Kompetenzcheck

Dabei muss jedenfalls berücksichtigt werden, dass gerade beim selbstorganisierten Lernen manche Schülerinnen ein höheres Tempo haben und manche mehr Zeit zur Lösungsfindung benötigen. Diese Zeit sollte grundsätzlich gegeben werden. Es muss auch bedacht werden, dass hier die grobe Gliederungsplanung vom tatsächlichen Unterricht abweichen kann. Leistungsschwächere werden durch die Lehrperson coacht und bekommen Hilfestellungen. Leistungsstärkere können Leistungsschwächere unterstützen und Impulse geben. Keinesfalls sollten leistungsstärkere Schülerinnen mit zusätzlichen (Pflicht)Aufgaben überhäuft werden; optional können solche Aufgaben jedoch angeboten werden. Idealerweise erhalten diese auch Feedback von der Lehrperson, können gegebenenfalls eine Eigenreflexion erstellen oder erhalten Impulse für weitere Verknüpfungen.

Unterrichtsplanung

Unterrichtsphase	Unterrichtsschritte	Sozialform	Medien/ Materialien
1. Stunde			
Einstieg	Einstiegsimpuls durch Kompetenzcheck „Konfrontation mit <i>Fake News</i> “ Erarbeitung erster Beispiele ohne sich vorab mit dem Thema beschäftigt zu haben.	Einzelarbeit	Kompetenzcheck
Überleitung	Die Lehrperson erklärt den weiteren Verlauf der Stunde und gibt Ausblick auf die nächsten Einheiten. Das Konzept des selbstständigen Erarbeitens wird erklärt. Tipps zum Lösen der Aufgaben werden erteilt.	Lehrer-Schüler-Gespräch	Präsentation
Erarbeitung I	Aufgaben zum Thema Prozente und Bezugsgrößen werden von den SchülerInnen bearbeitet. Die Lehrperson dient als Lerncoach und unterstützt die Lernenden. Lernschwächere SchülerInnen profitieren von differenziertem Unterstützungsmaterial.	Einzel- oder Partnerarbeit	Aufgaben Prozentrechnung und Bezugsgrößen / Lernhilfen (Informationskarten zum Thema)
Zwischensicherung	In Kleingruppen (3er oder 4er Gruppen) werden die Ergebnisse präsentiert. Die Lehrperson klärt offengebliebene Fragen.	Gruppenarbeit	
2. Stunde			
Einleitung	Verbindung zur letzten Stunde. Präsentation einer Grafik als Einstieg.	Lehrer-Schüler-Gespräch	Präsentation, Grafik

	Lehrperson macht darauf aufmerksam, dass Grafiken (Diagramme) allgegenwärtig sind.		
Erarbeitung II	Die Schülerinnen analysieren Grafiken hinsichtlich ihrer Seriosität und hinterfragen mögliche Manipulationsabsichten. Es werden Hilfskarten bei Bedarf zur Verfügung gestellt.	Einzel- oder Partnerarbeit	Aufgaben zu Diagrammen, Hilfskarten
Zwischensicherung	SchülerInnen präsentieren ihre Ergebnisse im Plenum. Wichtige Erkenntnisse werden an der Tafel notiert.	Lehrer-Schüler-Gespräch	Tafel
3. Stunde			
Überleitung/ Einleitung	Klärung offener Fragen der letzten Stunde. Impulsfrage: „Wie viel Glauben schenkt ihr Zahlen? Wirken Zahlen einschüchternder als Worte?“	Lehrer-Schüler-Gespräch	
Erarbeitung III	Aufgaben zu Mittelwerten, überzogene Genauigkeit werden bearbeitet. Die Lehrperson unterstützt den Lernprozess.	Einzel- oder Partnerarbeit	Aufgaben zu Mittelwerten und überzogene Genauigkeit
Zwischensicherung	Persönliche Reflexion zur Stunde: Was ist gut gelungen, was nicht? In kurzen Sätzen notieren. Für die nächste Stunde wird den Schülerinnen ein Arbeitsauftrag mitgegeben. Diese sollen in Pausen MitschülerInnen an der gesamten Schule Fragen zu einem Fragebogen stellen und die Antworten ausfüllen. (Ca. 10 ausgefüllte Fragebogen pro SuS)	Einzelarbeit	Fragebogen

	<i>Alternativ: Personen im privaten Umfeld</i>		
4. Stunde			
Einleitung	Verbindung zu den letzten Einheiten werden hergestellt. Nun erstellen Schülerinnen gefälschte <i>Fake News</i> und Zusammenhänge.	Lehrer-Schüler-Gespräch	
Erarbeitung IV	Die Kinder werden in Gruppen aufgeteilt. Die Schülerinnen haben Antworten zu dem Fragebogen gesammelt. Es wird eine eigenständige Manipulation statistischer Daten erstellt. Die Schülerinnen sollen die Antworten in falsche oder sinnbefreite Zusammenhänge stellen, Grafiken erstellen und Schlagzeilen erfinden. Grundsätzlich können sich die Schülerinnen kreativ frei entfalten. Für Gruppen, die eine Hilfestellung benötigen, gibt die Lehrkraft entsprechende Impulse.	Gruppenarbeit	Ausgefüllte Fragebögen, Laptop
5. Stunde			
Präsentation	Die Gruppen präsentieren ihre Ergebnisse im Plenum. Zeigen ihre manipulierten Diagramme und ausgedachten Schlagzeilen, die in einem falschen Zusammenhang stehen.	Gruppenarbeit	Präsentation
Vertiefung	Der gleiche Kompetenzcheck, der auch zu Beginn der Unterrichtsreihe durchgeführt wurde, wird nochmals einzeln von den Schülerinnen bearbeitet.	Einzelarbeit	Kompetenzcheck
Abschluss	Feedback zum Unterricht wird eingeholt.	Einzelarbeit	Feedbackbogen

Alternative zur Zwischensicherung:

Schülerinnen dokumentieren nach jeder Stunde ihren Fortschritt, persönliche Erkenntnisse, etc. in ein Lerntagebuch und haben so Raum und Möglichkeit zur Eigenreflexion. Hier soll im Fokus der individuelle Lernfortschritt stehen, den die Schülerinnen in eigenen Worten zusammenfassen. Dabei können alle Aspekte miteinfließen: gemachte Fehler, vorhandene Ideen, hochkommende Emotionen bei den Aufgaben, Gedankenblitze etc.

In einem Lerntagebuch sollten folgende Aspekte vorhanden sein:

- Was möchte man herausfinden?
- Ideen dazu
- Vorgehensweise
- Lösungsstrategien (Versuche zum Lösen einer Aufgabe)
- Ergebnisse (Lösungswege)
- Fehler
- Gefühle beim Bearbeiten der Aufgabe
- Sonstige Vermutungen und Informationen⁷⁶

Ob ein Lerntagebuch als Teil der Mitarbeitsnote beurteilt werden kann, ist pauschal nicht zu beantworten. Ein Punkt, der dafür spricht, ist, dass Schülerinnen dadurch das Tagebuch ordnungsgemäß führen und es auch als Teil der Notengebung anerkennen. Ein Punkt, der dagegen spricht, ist, dass dadurch die Offenheit des individuellen Lernprozesses darunter leiden kann. Für die Lehrperson selbst ist es jedoch ein gutes Diagnosemittel um Informationen zu dem momentanen Leistungsstand der jeweiligen Schülerin zu erhalten und etwaige Schwierigkeiten herauszufiltern.⁷⁷

⁷⁶ Vgl. Bärbel, B., Büchter, A., Leuders, T. (2018), S. 130

⁷⁷ Vgl. Ebd. S.135

6 Praktische Durchführung

Die Unterrichtsreihe wurde in einem Gymnasium in Wiener Neustadt mit Einverständnis der Direktion in einer 6. Klasse durchgeführt. Im Juni 2022 gab es einen Probegang, welcher bereits hervorragend funktionierte. Die Aufgaben wurden im Anschluss mit Hilfe von Schülerinnen-Feedback adaptiert. Dadurch konnte die Unterrichtsreihe optimiert werden.

Im September 2022 wurde die Unterrichtsreihe nochmals durchgeführt. Insgesamt wurden drei Unterrichtsstunden herangezogen bzw. von der Mathematiklehrkraft zur Verfügung gestellt. Die Anzahl der Schülerinnen variierten während dieser Stunden. Die Klasse war vollzählig mit insgesamt 16 Schülerinnen und 10 Schüler, was eine gesamte Anzahl von 26 Lernenden ergibt. In der ersten Stunde waren 22, in der zweiten Stunde 20 und in der dritten Stunde lediglich 8 Jugendliche anwesend. Die geringe SchülerInnenanzahl in der letzten Stunde ergab sich dadurch, da Proben für ein schulinternes Event stattgefunden haben. Die Anzahl der Lernenden fluktuierte somit stark während Unterrichtssequenz. Trotzdem konnte eine gründliche Analyse der Unterrichtsplanung und eine Feststellung zur Erreichung der Lernziele durchgeführt werden.

Die Autorin kannte die Klasse vor der Durchführung nicht. Die Mathematiklehrerin der Klasse gab jedoch folgende Information im Vorfeld preis: Das allgemeine Leistungsniveau der Klasse ist inhomogen. Explizit wurde darauf hingewiesen, dass sie das selbstständige Erarbeiten von Themen nicht gewohnt sind. Das Interesse an neuen Inhalten ist jedoch größtenteils vorhanden.

6.1 Kernziele der Unterrichtsreihe

Statistiken prägen die Gesellschaft. Man schlägt früh morgens die Zeitung auf, oder besucht Webseiten und in beiden Fällen wird man von Grafiken, Zahlen und Prognosen überhäuft. Die eindrucksvollen Diagramme und exakte Zahlenspielergebnisse werden oft ungeprüft hingenommen. Doch dabei können oftmals wichtige Informationen vernachlässigt werden. Dabei passiert es, dass Achsen abgeschnitten und verzerrt werden, Prozentzahlen haben manchmal eine merkwürdige Bezugsgröße und der Frage nach der Auftraggeberin einer Untersuchung wird oft nicht nachgegangen. Dabei spielt die Statistik eine große und essentielle Rolle, beispielsweise damit man wichtige wissenschaftliche Erkenntnisse kurz und übersichtlich hervorbringt. Aufgrund dieser

Hauptargumente ist die Unterrichtsreihe primär nach folgenden Zielen ausgerichtet, die Schülerinnen am Ende erreichen sollten:

Sie

- analysieren kritisch Statistiken und prüfen die Daten auf ihre Richtigkeit
- kennen Manipulationstechniken in der Statistik
- untersuchen und interpretieren Daten und statistische Angaben auf ihre Genauigkeit und mögliche Manipulationen
- schlussfolgern, dass Daten und Grafiken manipuliert werden können
- erkennen manipulierte Diagramme und nennen die jeweilige Manipulationstechnik
- erkennen, die Wichtigkeit seriöser Statistiken im Alltag
- erstellen statistische Grafiken
- planen statistische Erhebungen und können gesammelte Daten bewusst falsch (tendenziös) darstellen.

Laut Waldenfels bildet die Konfrontation mit dem Neuen die Grundlage für Lernprozesse und dient als „Initialzündung für einen Prozess der Sinnbildung“.⁷⁸

6.2 Die Unterrichtsreihe

Zahlreiche Erkenntnisse aus aktuellen Bildungsplänen und neueren Erkenntnissen aus der Lernforschung unterstreichen die Wichtigkeit und Notwendigkeit für selbstständiges beziehungsweise eigenverantwortliches Lernen. Im Schulunterricht sollte aktives, interaktives und konstruktives Arbeiten und Lernen in verschiedenen Ausprägungen im Fokus stehen. Das Ziel dabei ist die kognitive Aktivierung. Die Forschungen bestätigen, dass effektivste Lernmethode für die meisten Schülerinnen darin besteht, eigenständig zu denken, mental zu konstruieren, frei zu sprechen, manuell zu arbeiten und einprägsame Handlungsschemata zu entwickeln. Die Nachhaltigkeit der sozialen und motivationalen Kompetenzentwicklung der Schülerinnen hängt maßgeblich von der Qualität der aktiven Lernzeit ab. Nichts desto trotz bringt selbstständiges Lernen auch viele Herausforderungen mit sich. Autonomes Lernen ist komplex und beinhaltet vielfältige Anforderungen. Das selbstständige und selbstgesteuerte Lernen benötigt

⁷⁸ Vgl. Waldenfels, B. (2002): *Bruchlinien der Erfahrung. Phänomenologie – Psychoanalyse – Phänomenotechnik*. S. 26.

auf Seiten der Schülerinnen ein hohes Maß an persönlicher Souveränität, Eigeninitiative, Motivation, Routine und Interaktion. Diese Souveränität ist jedoch jene, die bei vielen Lernenden gegenwärtig noch fehlt.⁷⁹ Um diese fehlende Souveränität zu entdecken und entfalten zu können, wurde die Unterrichtsreihe so aufgebaut, dass die Jugendlichen viel selbstständige erarbeiten und problemlösungsorientiert agieren müssen.

In den nachfolgenden Kapiteln wird auf die jeweiligen Aufgabenstellungen eingegangen. Die gesamte Unterrichtsreihe findet man im Anhang.

6.2.1 Einstieg: Kompetenzcheck

Der Einstieg in das Thema wird gegen die alltägliche Schulroutine gewählt, um einen anderen Impuls zu erhalten und wie oben erwähnt, neue Lernmethoden vermittelt zu bekommen. Mittels Kompetenzcheck erhalten die Lernenden einen Impuls zu *Fake News*. Die nachfolgenden Fragen dienen dazu, einen persönlichen Zugang zu schaffen und die momentane Meinung der Lernenden zum Thema *Fake News* zu erfragen:

1. *Was stellst du dir unter Fake News vor? Was sind Fake News?*
2. *Hast du bereits Erfahrungen mit Fake News gesammelt? Gib ein Beispiel an.*
3. *Welche Motive könnte es deiner Ansicht nach geben, um Fake News zu verbreiten?*

Die Einstiegsfragen sind so gewählt, um einen umfassenden Einblick in den persönlichen Zugang der Lernenden sowie ihren individuellen Wissensstand zu Beginn der Unterrichtsreihe zu erhalten. Selbige Fragen werden ihnen auch am Ende nochmals gestellt um einen Vergleich zu erhalten.

Im Anschluss bekommen die Lernenden drei weitere Aufgaben mit mathematischen Kontexten. Hier ist bereits grundlegendes mathematisches Vorwissen erforderlich. Ziel dieser Aufgaben ist es herauszufinden, ob sie in der Lage sind, einen mathematischen Zusammenhang im Kontext von *Fake News* zu erkennen. Folgende Aufgabenstellungen werden an die Schülerinnen gestellt:

⁷⁹ Vgl. Klippert, H. (2023). *Selbstständiges Lernen fördern*. In: *Pädagogik* 9/2023. S. 40 & 41.

1. Betrachte folgende Abbildung. Erkläre, was an der Darstellung falsch ist. Gib an, welchen Eindruck die tendenziös falsch dargestellte Grafik bewirken soll.

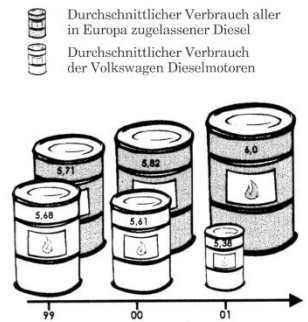


Abbildung 5: Quelle: Universität Bayreuth Skriptum, S. 14

2. Gibt man die Einwohnerzahl von Österreich in eine Suchmaschine ein, so spucken seriöse Quellen verschiedene Zahlen aus. Die Datenbank der Statistik Austria gab bekannt, dass am 01.01.2021 8,93 Millionen Menschen in Österreich lebten. In der Statistik von countrymeters.info findet sich für den 01.01.2021 eine Einwohnerzahl für Österreich von 9.045.673. Ein Freund von dir behauptet, dass es richtiger wäre zu sagen, dass in Österreich ungefähr 9 Millionen Menschen leben.

Gib an, welche Einwohnerzahl deiner Einschätzung nach die sinnvollste ist. Begründe deine Antwort.

3. Das Bruttojahreseinkommen der unselbständig erwerbstätigen Männer betrug laut Statistik Austria (Quelle: https://www.statistik.at/web_de/statistiken/menschen_und_gesellschaft/soziales/personen-einkommen/jaehrliche_persoenen_einkommen/index.html) im Jahr 2020 im Mittel (gemeint ist hier das bekannte arithmetische Mittel) 41.678 €. Der Median wurde jedoch mit 36.465 € angegeben.

Begründe, ob mit dem arithmetischen Mittel oder mit dem Median ein klareres Bild eines „typischen“ Einkommen eines unselbstständigen erwerbstätigen Mannes angegeben wird.

Die erste Aufgabe fördert das kritische Denken, da die Lernenden nicht nur ihre mathematischen Fähigkeiten einsetzen müssen, sondern auch ihre analytischen Fähigkeiten gefragt sind. Sie werden sensibilisiert, dass in visuellen Darstellungen ebenso Manipulationen auftreten können, in diesem Fall um eine gewünschte Wirkung zu erzielen. Dazu nutzt die Firma eine falsche Relation zwischen den Volumina der einzelnen Tonnen und der angegebenen Maßzahl. Zudem wird ein realistischer Zugang zu Alltagsthemen geschaffen. Die Schülerinnen erkennen und transferieren dadurch die Inhalte in den Alltag.

Bei der zweiten Aufgabe soll vorrangig gezeigt werden, dass man tendenziell exakten und genauen Zahlen mehr Glauben schenkt, als gerundeten Werten. Die Aufgabe zielt

darauf ab, ein Verständnis von statistischen Schwankungen zu bekommen. Daten können ständig variieren. Ebenso geben unterschiedliche Quellen verschiedene Schätzungen an. Eine richtig wahre Aussage gibt es hier nicht. Wenngleich eine genaue Angabe auf die Einerziffer in dieser Aufgabe irreführender ist, als eine ungefähre Zahl.

Die dritte Aufgabe und somit der Abschluss des Kompetenzchecks ermöglicht den Schülerinnen, die Unterschiede zwischen dem arithmetischen Mittel und dem Median zu verstehen. Sie werden dazu angeregt über die jeweiligen Merkmale nachzudenken. Zudem wird gezeigt, dass verschiedene statistische Kennzahlen unterschiedliche Perspektiven auf die Daten bieten und unterschiedliche Informationen über die Verteilung liefern können. Es soll verdeutlichen, dass das arithmetische Mittel durch Ausreißer beeinflusst werden kann. Dadurch wird ein ungenaues Bild des typischen Einkommens geliefert. Hingegen teilt der Median die Datenreihe genau in der Mitte und wird daher weniger von extremen Werten beeinflusst.

Die verschiedenen Einstiegsaufgabenstellungen sollen aufzeigen, dass Manipulation von Daten in verschiedenen Arten und Formen vorkommen können. Dadurch soll ein Bewusstsein geschaffen und kritisches Denken gefördert werden. Zudem werden die Schülerinnen angeregt, eine eigene Meinung zu bilden.

6.3 Prozente und Bezugsgrößen

Die Bedeutung und Wichtigkeit der Prozentrechnung reicht weit über das Klassenzimmer hinaus. Im Alltag benötigen wir die Prozentrechnung, sei es beim Einkaufen im Supermarkt, bei Finanzentscheidungen oder bei Rabattaktionen. Auch in wirtschaftlichen Überlegungen spielen Prozentangaben eine Schlüsselrolle. Doch die Prozentrechnung stellt Informationen in einer verdichteten Form dar. Während auf der einen Seite Zähler und Nenner, also zwei Zahlen, in die Berechnung eingehen, erscheint auf der anderen Seite nur eine einzige Zahl, der Prozentsatz. Diese Verdichtung kann zwar den Überblick erleichtern, aber sie kann auch dazu führen, dass Unterschiede in den absoluten Werten weniger offensichtlich werden. Die Quotienten $1/5$, $7/35$ oder auch $117/585$ ergeben zum Beispiel alle 20 Prozent, obwohl Zähler und Nenner sehr unterschiedlich sind. Daher ist es wichtig, Prozentangaben im Kontext zu betrachten und bei Bedarf die zugrundeliegenden absoluten Werte zu berücksichtigen, um ein vollständiges Bild zu erhalten.

Nunmehr werden jene Beispiele analysiert, die den Lernenden zu Manipulationstechniken in der Prozentrechnung aufgegeben wurden.

6.3.1 Aufgabe 1

„Ein Landwirt besitzt Tiere, die sich aus 57 Prozent Kühen, 14 Prozent Schafen und 29 Prozent sonstigen Tieren zusammensetzen.

Finde drei verschiedene absolute Zahlen, die diesen Prozentsätzen entsprechen.

Beurteile, welchen Eindruck diese Aussage hinterlässt.“

Für diese Aufgabe müssen die Lernenden die Prozentrechnung beherrschen. Sie sollen aus den angegebenen Prozentsätzen die entsprechenden absoluten Zahlen berechnen. Das fördert das Verständnis für die Umrechnung von Prozenten in absolute Werte. Durch das Finden absoluter Zahlen erkennen sie, dass es mehrere Möglichkeiten gibt, dieselben Prozentsätze durch unterschiedliche absolute Zahlen auszudrücken. Dadurch werden die Jugendlichen angeregt, selbstständig Lösungswege zu entwickeln. Ziel ist es, dass sie verstehen, dass eine Prozentangabe ohne den Bezug zu absoluten Zahlen im jeweiligen Kontext irreführend sein kann. Denn 57 Prozent hört sich nach einem hohen Anteil an, aber die absoluten Zahlen – zum Beispiel vier Kühe, ein Schaf und zwei andere Tiere – sind nicht wahnsinnig beeindruckend. Es wird deutlich, dass in solchen Fällen gerne eine genauere Information vermieden wird, um einen besseren Eindruck zu hinterlassen.

6.3.2 Aufgabe 2

„Kaufhäuser, Baumärkte und Möbelgeschäfte werben oft mit dem Angebot „Mehrwertsteuer geschenkt!“. Um das Angebot zu untermauern, steht oft „-20% MWSt“ dabei (siehe Abbildung). Jemand sagt: „Die Mehrwertsteuer von 20% sind im Kaufpreis bereits enthalten. Deswegen beträgt die Mehrwertsteuer auch 20% des Kaufpreises.“



Abbildung 6: Quelle: Eigenkreation

Stimmt dieser Aussage? Hat sich ein Fehler eingeschlichen? Rechne nach und gib an, worauf bei solchen Angeboten zu achten ist.“

Diese Aufgabenstellung bringt den Lernstoff in einen praxisnahen Kontext. Dadurch wird direkt eine Verknüpfung zum Alltag der Schülerinnen gestellt. Um diese Aufgabenstellung lösen zu können, müssen sie verstehen, wie man eine Mehrwertsteuer berechnet. Außerdem wird mit dieser Aufgabe die Analyse von Werbeaussagen gefördert. Die Schülerinnen werden dazu animiert, Werbeaussagen kritisch zu hinterfragen. Es soll gezeigt werden, dass mit Informationen und Angeboten sorgfältig umgegangen werden muss, um auf keine „Falle“ hineinzutappen. Im Idealfall erkennen sie, dass Werbungen oftmals manipulative Techniken verwenden, um Kunden für sich zu gewinnen. Die Grafik soll die visuelle Repräsentation der Aufgabenstellung darstellen. So kann bei Schülerinnen ein Denkprozess angeregt werden und beim Finden von Lösungen hilfreich sein.

6.3.3 Aufgabe 3

„In den sozialen Medien wird seit zirka 2010 immer wieder dieses Bild gepostet. Die Zahlen verwenden auch gerne Klimawandelkritiker.

Sind die Daten korrekt? Falls nein, wo liegt der Fehler? Falls ja, warum handelt es sich dann hier um Fake News? Analysiere diese Information kritisch in alle Richtungen (mathematisch, physikalisch, gesellschaftlich etc).“



Abbildung 7: Quelle: Facebook, Freie Medien, 16.07.2019

Diese Aufgabenstellung ist anspruchsvoller und deckt verschiedene Bereiche ab. Mathematisch betrachtet ist die angegebene Berechnung aus mehreren Gründen nicht richtig. Die Lösung dieser Aufgabe ist komplex, und die Schülerinnen haben die Möglichkeit, auf verschiedene Aspekte einzugehen, welche im Folgenden nun aufgeschlüsselt werden.

1. Der Beitrag des Menschen an CO_2 wurde ins Verhältnis zur gesamten Luft gesetzt und nicht zu den 0,038 Prozent des CO_2 -Vorkommens. Der Einfluss der CO_2 -Emissionen des Menschen ist 0,00152 Prozent der gesamten Luft (100 %) und nicht 0,00152 Prozent des in der Luft enthaltenen CO_2 . Der Anteil der menschlichen CO_2 -Emissionen am gesamten CO_2 beträgt etwa 4 Prozent.

2. Auch wenn der CO_2 -Anteil an der Luft vergleichsweise nicht sehr hoch ist, kann bereits eine kleine Änderung eine große Wirkung haben. Die momentane (Stand: 2020) CO_2 -Konzentration liegt bei zirka 414 ppm (Teile pro Million). Das mag nicht sehr hoch wirken, jedoch lag dieser Wert noch vor der Industrialisierung bei 277 ppm. Dadurch ist die globale Durchschnittstemperatur um ca. $1^\circ C$ gestiegen.
3. Die Daten sind bereits veraltet, wurden jedoch zur damaligen Zeit exakt übernommen. Hier wurde nicht manipuliert. Im Gegenteil: die CO_2 -Emission des Menschen wird wissenschaftlich meist mit 3 Prozent angegeben (Recherche).
4. Auch die Angabe, dass Deutschland mit nur 0,00004712 Prozent zum CO_2 -Gehalt der Luft beiträgt, ist nicht richtig. Da sich auch dieser Wert wieder ebenfalls auf die gesamte Luft und nicht auf das enthaltene CO_2 bezieht.
5. Auch wenn alle Zahlen richtig wären und auch die Berechnungen richtig durchgeführt würden, ist die Überlegung zum CO_2 -Ausstoß nicht richtig. Denn der natürliche CO_2 -Ausstoß bleibt nicht in der Atmosphäre, sondern wird auf verschiedene Arten gespeichert bzw. umgewandelt (Kohlenstoffzyklus).

Die Lernziele hierbei sind sehr breitgefächert. Die Aufgabe lässt sich auch sehr gut fächerübergreifend integrieren. Die Schülerinnen sollen dabei ein grundlegendes Verständnis für den Klimawandel und die Rolle von CO_2 in der Atmosphäre entwickeln. Sie werden dazu angeregt, Informationen kritisch zu analysieren, Fehler zu erkennen und tendenziös falsch dargestellte Inhalte zu entlarven. Der Kontextbezug macht deutlich, wie die Mathematik in gesellschaftlichen Themen verankert ist. Durch den Bezug zu Social Media erhalten die Lernenden zudem einen persönlichen Zugang und sollen dahingehend sensibilisiert werden, dass Falschinformationen gerade über solche Kanäle schnell verbreitet werden.

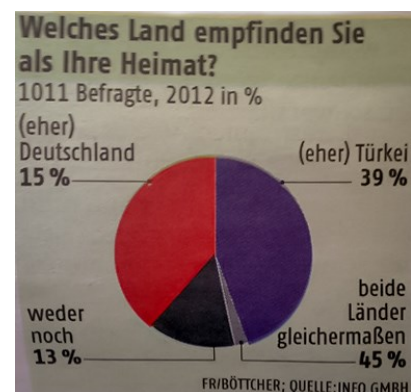
6.4 Diagramme

Auf die Wichtigkeit von Diagrammen und die Manipulationsmöglichkeit beim Darstellen von Daten wurde bereits in vorangegangenen Kapiteln eingegangen. Gerade für Jugendliche, die ihre Informationen aus Bildern und Visualisierungen ziehen, ist dieser Punkt von wichtiger Bedeutung. In dieser Unterrichtsreihe soll den Schülerinnen gezeigt werden, wie eine Manipulation beim grafischen Darstellen auftreten kann. Auch

hier ist es wieder erforderlich, dass sie sich selbst mit den Problemen beschäftigen und eigenständige Lösungen kreieren. Die Schülerinnen sollen erkennen, dass, obwohl man Diagrammen gerne blind vertraut, da sie komplexe Inhalte auf einen Blick veranschaulichen, man dennoch stets kritisch hinterfragen sollte. Diagramme können bewusst oder unbewusst mit verschiedenen Methoden manipuliert werden. Folgende Aufgabenstellungen wurden gewählt, damit sich die Lernenden mit diesem Thema auseinandersetzen.

6.4.1 Aufgabe 1

Im August 2012 veröffentlichte die „Frankfurter Rundschau“ im Artikel „Leben zwischen den Welten“ folgendes Diagramm:



Begründe welcher Eindruck hier erweckt wird.

Beurteile das Diagramm auf Seriosität. Was fällt dir auf?

Dieses Diagramm kann einen bestimmten Eindruck suggerieren, von dem Menschen/Firmen etc., die gegen Menschen mit Migrationshintergrund sind, profitieren können. Bei genauerer Betrachtung wird deutlich, dass die Zahlen mit den jeweiligen Sektoren des Kreisdiagramms nicht übereinstimmen. Beispielsweise wurde „Beide Länder gleichermaßen“ von 45% der Befragten angegeben, jedoch wird dieser Prozentsatz als kleinster Sektor grafisch dargestellt. Ob das Diagramm tendenziös falsch dargestellt wurde oder einem einfachen Darstellungsfehler unterliegt, ist nicht überprüfbar. Weiters sollte ein Augenmerk darauf gelegt werden, dass eine Befragung von 1011 Personen nicht zu einer repräsentativen allgemeinen Aussage führen kann. Die Schülerinnen haben bei dieser Aufgabenstellung mehrere Möglichkeiten, das Diagramm zu analysieren und zu hinterfragen. Sie sollen darauf aufmerksam gemacht werden, dass eine Manipulation auf den ersten Blick nicht gleich erkennbar ist, erst bei genauer Auseinandersetzung mit dem Inhalt können Fehlinformationen entdeckt werden. Die Aufgabenstellungen machen die Lernenden auf etwaige Fehlerquellen aufmerksam. Zudem wird hier ein zentrales, aber auch kritisches Thema angesprochen, mit dem sich die Lernenden auseinandersetzen.

6.4.2 Aufgabe 2

Bei „turi2“ handelt es sich um einen deutschen Kommunikationsclub, welcher am 04.12.2015 Folgendes postete:

Überlege, ob dieses Diagramm manipuliert wurde. Falls ja, wie und welchen Zweck hätte diese Manipulation?

Hierbei handelt es sich um ein frisiertes Piktogramm. Das Verhältnis von den angegebenen Zahlen zur Fläche und Höhe stimmt nicht überein. „Bild“ hat sich selbst um ca. 30 % vergrößert dargestellt. Hierbei handelt es sich vermutlich um Marketingzwecke. Der Leserin wird ein tendenziös falsch dargestellter Eindruck vermittelt. Die Schülerinnen sollen dahinter mögliche Begründungen entdecken, warum Manipulationstechniken eingesetzt werden und welchen Zweck sie verfolgen. Zudem wird durch die Analyse des frisierten Piktogramms mathematische Kompetenzen gefördert, wie das Erkennen von Proportionen, das Vergleichen von (Flächen-)Größen und das Interpretieren von Daten.

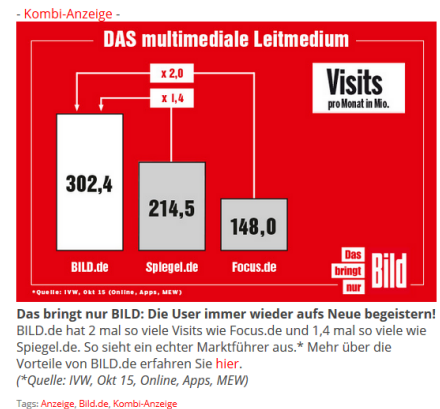


Abbildung 8: Quelle: <https://twitter.com/turi2/>

6.4.3 Aufgabe 3

Ein berühmter Automobilhersteller stellt in der Wirtschaftszeitung seinen Umsatz der letzten 10 Jahre grafisch dar. Die erste Achse gibt die Zeit in Jahren und die zweite Achse den Umsatz in Tausend € an. Ein hausinterner Statistiker ist beauftragt, die Daten dementsprechend zu gestalten. Dafür legt er folgende Diagramme der Betriebsleitung vor.

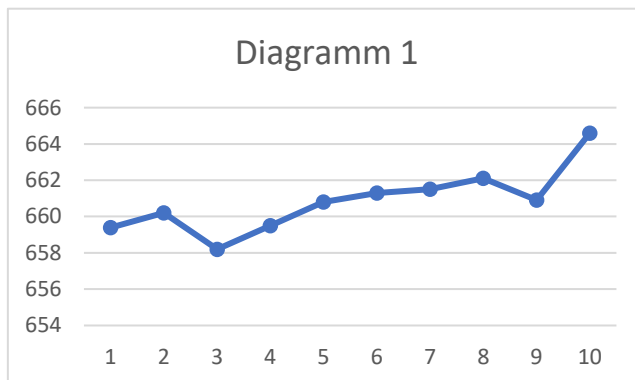


Abbildung 10: Quelle: Eigenkreation

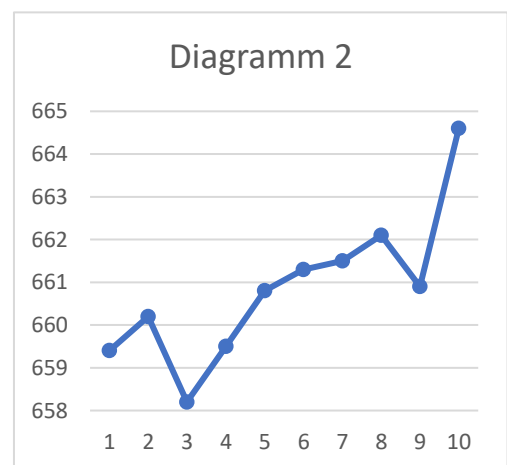


Abbildung 9: Quelle: Eigenkreation

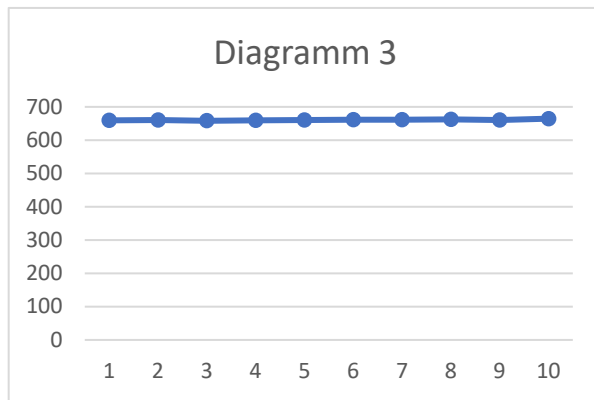


Abbildung 12: Quelle: Eigenkreation

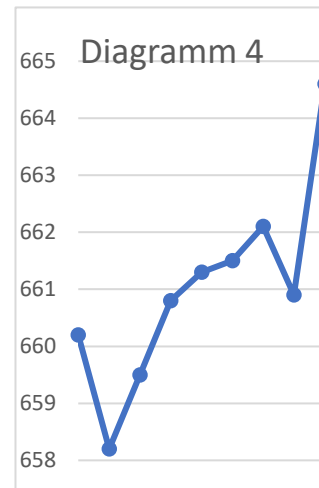


Abbildung 11: Quelle: Eigenkreation

Beschreibe, wie sich die Diagramme verändern. Du kannst dabei folgende Daten als Hilfestellung verwenden:

Tag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Umsatz in Tausend €	659,4	660,2	658,2	659,5	660,8	661,3	661,5	662,1	660,9	664,6

Begründe, welches Diagramm einen wahrheitsgemäßen Eindruck des Umsatz widerspiegelt und am besten einen Gesamteindruck vermittelt.

Begründe, für welches Diagramm sich die Betriebsleitung entscheiden wird. Gib Vor- und Nachteile für diese Auswahl an.

Das Beispiel bringt den Lernenden die Vielfalt der Manipulationstechniken beim Erstellen von Grafiken näher. Das erste Diagramm startet dabei nicht beim Koordinatenursprung. Beim zweiten Diagramm wird die y-Skalierung weiter verkürzt, wodurch man eine optische Streckung bewirkt. Das dritte Diagramm zeigt eine ordnungsgemäße Skalierung und beginnt beim Koordinatenursprung. Beim vierten Diagramm wird in die y-Richtung gestreckt und die Beschriftung der x-Achse wird entfernt. Den besten Gesamteindruck, der auch die Realität widerspiegelt, vermittelt das dritte Diagramm, da hier die Achsen richtig skaliert sind, keine Streckungen oder Stauchungen ersichtlich sind, der gesamte Ausschnitt vorhanden ist und beide Achsen beschriftet sind. Das vierte Diagramm erweckt den besten Eindruck für die Firma. Allerdings ist diese Darstellung auch am stärksten manipuliert. Durch das Analysieren dieser Grafiken erkennen die Schülerinnen, welche Möglichkeiten es zur irreführenden Darstellung gibt. Andererseits wird durch diesen Lernansatz der Praxisbezug hergestellt und eine realistische Situation geschaffen. In der Praxis stellt ein Unternehmen regelmäßig sowohl

intern als auch extern Daten oder Umsätze grafisch dar. Dabei wird deutlich, dass statistische Konzepte in der Wirtschaft unverzichtbar sind. Zusätzlich entwickeln die Schülerinnen Fähigkeiten in der Interpretation von Grafiken und im Verständnis von Achsenskalen. Ähnlich wie in den anderen Aufgabenstellungen wird auch hier das kritische Denken angeregt. Denn die Schülerinnen müssen den Text eigenständig und sinnerfassend lesen, anschließend die Grafik interpretieren und gegebenenfalls Informationen aus der Tabelle ablesen, wodurch verschiedene Aspekte des Verständnisses gefördert werden. Das wesentliche Ziel besteht darin, dass die Schülerinnen lernen, dass selbst vermeintlich objektive Diagramme manipuliert bzw. bewusst falsch dargestellt werden können.

6.4.4 Aufgabe 4

Ein Pressechef der Wirtschaftskammer Österreich muss die alljährliche Jahresbroschüre im Bereich der Außenhandelsstatistik erstellen und die Entwicklung der Ausfuhr des österreichischen Gesamthandels 2011 bis 2018 grafisch darstellen. Die Daten der letzten Jahre liegen ihm vor und sind in der nachstehenden Tabelle angeführt. Für das Erstellen des Diagramms engagiert er dich.

Jahr	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Ausfuhr Ö Gesamthandel in Mrd. €	121,7	131,9	131,8	128,11	131,5	131,1	141,9	150,1

Erstelle ein Diagramm, das die Ausfuhr des österreichischen Gesamthandels möglichst beeindruckend darstellt. (Du kannst das Diagramm auch digital erstellen: Excel, GeoGebra etc.)

Neben dem Effekt, dass dieses Beispiel auf realistischen Daten basiert und einen relevanten Alltagsbezug hat, werden die Schülerinnen hierbei kreativ. Die Lernenden fälschen bei diesem Beispiel erstmals ein Diagramm selbst. Ihrer Kreativität zur bewussten Manipulation sind keine Grenzen gesetzt.

Das Beispiel hat einen praktischen Anwendungsbezug zur statistischen Analyse und Darstellung. Dabei wird deutlich, dass Statistik in verschiedenen Berufsfeldern eingesetzt wird, was wieder die Relevanz für das zu lernende Wissen verdeutlicht. Außerdem soll den Schülerinnen bewusst gemacht werden, dass man Zahlen und Darstellungen nicht immer blind vertrauen sollte. Eine kritische Hinterfragung ist stets von

Vorteil. Insbesondere werden sie ermutigt, erstellte Diagramme gründlich zu überprüfen und mögliche Verzerrungen herauszufiltern. Durch das selbst erstellte Diagramm mit falscher Darstellung werden Schülerinnen im Idealfall auf die wichtigen Merkmale aufmerksam, die eine wahrheitsgemäße bzw. objektive („saubere“) grafische Darstellung aufweist. Das Erstellen von Diagrammen haben sie bereits in der Unterstufe erlernt, jedoch kann man nunmehr, je nach Schulform, verschiedene Programme verwenden. Vorhandene Kompetenzen werden somit gefestigt und neue im Bereich der digitalen Bildung hinzugefügt.

6.5 Mittelwerte und überzogene Genauigkeit

Spricht man im Alltag von Durchschnitt, so ist meist das arithmetische Mittel gemeint. Fast jede Frau kann mit dem Begriff „Durchschnitt“ etwas anfangen. Es ist möglich viele große Zahlen in einer einzigen kompakten Zahl zusammenzufassen. Jedoch geht hierbei auch einiges an Informationen verloren. An dieser Stelle könnten viele Beispiele genannt werden (durchschnittliches Einkommen, durchschnittlicher Bierkonsum, etc), in welcher Hinsicht Mittelwerte einen alltagsrelevanten Bezug aufweisen und dennoch manipuliert bzw. tendenziös gefälscht werden können, das würde allerdings den Rahmen der vorliegenden Masterarbeit überschreiten. Ein Beispiel sei hier jedoch erwähnt.

Die tägliche Lufttemperatur in Plymouth, England, beträgt im Durchschnitt 13 Grad Celsius. Dieser Wert entspricht somit derjenigen in Minneapolis, USA. Auch wenn das arithmetische Mittel gleich ist, so deutet das keinesfalls auf ein gleiches Klima an beiden Orten hin. In Plymouth gibt es eine geringe Schwankungsbreite der Temperaturen über das Jahr hinweg. Weder Frost noch extreme Hitze sind dort üblich. Die Bäuerinnen in Minneapolis hingegen sehnen sich nach solchen Bedingungen, da der Winter kühl und eisig ist, im Sommer hingegen ist jedoch Hitze vorherrschend. Obwohl zwischen den beiden Ortschaften kaum ein größerer Unterschied vorhanden sein könnte, so zeigt der Mittelwert keine Abweichung. Ein Mittelwert ist also nur dann aussagekräftig, wenn eine Streuung angegeben ist. Um einem Durchschnitt Glauben schenken zu können, ist es wichtig, dass ein Maß für die Abweichung davon angegeben ist. Andernfalls ist Vorsicht geboten.⁸⁰

⁸⁰ Vgl. Krämer, W. (2015). *So lügt man mit Statistik*. S. 64

Bei exakten Zahlen und Daten haben wir die Angewohnheit ihnen ohne weitere Überprüfung zu glauben. Doch zumeist ist diese Genauigkeit überzogen und ein Bluff. Exakte Zahlen sollen Glaubwürdigkeit vermitteln und beeindrucken, meist um das Vertrauen der Leserinnen/Käuferinnen/Menschen zu erhaschen. Oftmals sind exakte Zahlen jedoch ein gutes Manipulationswerkzeug, denn die meisten Zahlen sind grob geschätzt. Man spricht hier gerne von „Illusion der Präzision“.

Beispielsweise wurde im Jänner 2016 von der österreichischen Bundesregierung eine Obergrenze für die Aufnahme von Flüchtlingen verkündet. Die Obergrenze für 2016 betrug 37 500 Asylanträge. Die damalige Innenministerin Johanna Mikl-Leitner begründete diese Obergrenze im Sinne einer Ressourcengrenze innerhalb des Landes. Es ginge um beschränkte Unterbringungsmöglichkeiten, die Bewahrung der Sozialsysteme und vorhandene Bildungsplätze. Hier handelte es sich um einen beliebten Trick einer genauen Zahl. Die exakte Zahl von 37 500 sollte vermutlich bewirken, dass die Regierung genau überprüfte, wie viele Menschen auf der Flucht man tatsächlich noch aufnehmen könne. Das Ergebnis war nicht 30 000 oder 40 000, sondern exakt 37 500. Es scheint so, als wäre die Zahl willkürlich gewählt, denn möchte man solch eine Zahl ermitteln, so müssten bestimmte Bedingungen genannt werden. Beispielsweise müsste man begründen können, dass eine gewisse Anzahl von Flüchtlingen in Kasernen, Sozialwohnungen, Fremdenzimmern etc. Platz hätten und in weiterer Folge bedarf es einer Erklärung, warum nicht weitere Möglichkeiten geschaffen werden hätte können, wo man Personen kurzfristig unterbringen könnte wie Container, Turnhallen und dergleichen. Diese Erklärung blieb von der damaligen Innenministerin aus und offenbar kamen diesbezüglich auch wenig oder kaum Nachfragen.⁸¹

Das Kapitel Mittelwerte und überzogene Genauigkeit hat somit eine wesentliche Berechtigung, in der vorhandenen Unterrichtsreihe dabei zu sein. Die Schülerinnen sollen lernen, dass Manipulationen und gefälschte Daten in unterschiedlichen Formen auftreten können. Gerade bei diesem Kapitel ist es wichtig, auf die Details zu achten und zu hinterfragen, wie genau man Informationen sinnvoll angeben kann. Manchmal ist eine grobe Schätzung richtiger als exakte Werte. Wie in den vorherigen Themen der Unterrichtsreihe sollen die Lernenden auf die Realität der heutigen Informationsgesellschaft vorbereitet werden. Dazu wurden folgende Aufgabenstellungen gegeben.

⁸¹ Bosbach, G. & Korff J. (2017). *Echt gelogen*. Wer uns mit Statistiken manipuliert und wie wir die Zahlentricks durchschauen. München: Wilhelm Heyne Verlag. S. 27

6.5.1 Aufgabe 1

Die Schneebergbahn „Salamander“ in Puchberg am Schneeberg bringt ihre Touristen innerhalb von zirka 40 Minuten zum Bergbahnhof „Hochschneeberg“ auf zirka 1800 m Seehöhe. Das Touristenbüro möchte für eine Förderungseinreichung beim Land NÖ ein möglichst positives Bild über die Anzahl der Fahrgäste vermitteln. Deswegen möchten sie einen guten Mittelwert der letzten fünf Jahre angeben.

Jahr	2017	2018	2019	2020	2021
Fahrgäste in Tausend	85,3	86,9	90,2	67,5	79,8

Berechne das arithmetische Mittel der Fahrgäste der letzten 5 Jahre. Überlege und berechne, wie der Mittelwert durch das Weglassen eines Wertes verbessert werden kann.

Dieses Beispiel stellt einen exakten Bezug zur näheren Umgebung dar. Da die Unterrichtsreihe in einer Schule in Wiener Neustadt, Niederösterreich, durchgeführt wurde, bot es sich an, den Tourismus am Schneeberg zu beleuchten, da der höchste Berg Niederösterreichs den meisten Kindern bekannt ist. Wieder wird deutlich, welchen Stellenwert die Statistik im Alltag und zu verschiedenen Bereichen hat. Dieses erste Beispiel soll die Lernenden für Ausreißer beim arithmetischen Mittel sensibilisieren. Sie sollen erforschen, wie sich der Mittelwert entwickelt und verändert, wenn Daten weggelassen werden. Ein tiefergehendes Ziel ist es, dass sie dadurch auch Manipulationsmöglichkeiten erkennen und welchen Nutzen dies für Unternehmer/Personen/Gemeinden etc. haben kann.

6.5.2 Aufgabe 2

In einem kleinen idyllischen Dorf gibt es jeweils 9 Bauern und Bäuerinnen. Dabei beherbergt ein Hof 40 Kühe und ein anderer 5. Die anderen haben keine Kühe.

- *Berechne das arithmetische Mittel.*
- *Berechne den Median.*
- *Vergleiche die berechneten Zahlen im Kontext. Beschreibe, welche Kennzahl einen falschen Eindruck erweckt und welche Kennzahl die Realität besser widerspiegelt.*

Bei diesem Beispiel müssen die Schülerinnen verschiedene Berechnungen durchführen und anschließend einen Vergleich ziehen. Dies fördert die eigenständige Analyse und Lösung von mathematischen Problemen und in weiterer Folge auch die Interpretation. Beim Interpretieren von mathematischen Erkenntnissen können sich Lernende oftmals schwer tun. Um dies zu üben, eignet sich diese Aufgabe sehr gut. Zudem ist ein angestrebtes Ziel, dass sie die berechneten Kennzahlen reflektieren und feststellen, welche die Situation genauer beschreibt. Im Mittel hätte jeder Bauer in diesem Beispiel 5 Kühe. Tatsächlich haben aber ganze 7 von 9 Bauern gar keine Kühe. Es wird also deutlich, dass in diesem Fall der Median aussagekräftiger ist, da hier die Mehrheit (sozusagen ein „typischer“ Hof) besser widergespiegelt wird. Dadurch, dass die Lernenden dazu aufgefordert werden, ihre Erkenntnisse zu beschreiben, wird die (mathematische) Kommunikationsfähigkeit gestärkt.

6.5.3 Aufgabe 3

Du gehst für deine Eltern zu einem Lebensmittelladen und erhältst eine Rechnung über exakt 40,00 €.

Sie fragen dich „Wie viel hast du denn bezahlt?“. Du antwortest „40 €“. Sie fragen dich nochmals „Aber wie viel hast du genau bezahlt?“.

Erkläre warum deine Antwort nicht glaubwürdig erscheint.

Eine natürliche Zahl wirkt bei Rechnungen manchmal merkwürdig. Der Betrag von 40,00 € erscheint gerundet, auch wenn er es in diesem konkreten Fall nicht ist. Die Eltern würden einer Summe von beispielsweise 38,96 € mehr Glauben schenken, da solche Rechnungen mehr dem Alltag entsprechen. Bei einer Finanzüberprüfung wirkt ein Betrag von 87,23 € plausibler, als genau 90,00 €. Jedoch ist nicht jede „krumme Zahl“ automatisch korrekt. Die Schülerinnen sollen bei dieser Aufgabe genau diese Zusammenhänge erkennen. Im Idealfall erkennen sie, dass Schätzungen in vielen Fällen sogar genauer sind als exakte Zahlen. Hier wird ein Grundstein für die Bedeutung von Schätzung und Genauigkeiten bei Zahlen im anwendungsbezogenen Kontext gelegt.

6.5.4 Aufgabe 4 (Zusatzaufgabe)

Mark Twain sagte einst:

*„Binnen 170 Jahren hat sich der untere Mississippi um 240 Meilen verkürzt.
Das macht im Durchschnitt $1\frac{1}{3}$ Meile pro Jahr. Daher sieht jeder Mensch,*

es sei denn, er ist blind oder ein Idiot, dass vor einer Million Jahren der untere Mississippi mehr als eine Million dreihunderttausend Meilen lang gewesen ist und in den Golf von Mexiko hinausragte wie ein Angelstock. Genauso sieht man sofort, dass heute in 742 Jahren der untere Mississippi nur noch eine Meile und drei Viertel messen wird.“⁸²

Analysiere Mark Twains Berechnungen und begründe, ob es sich hierbei um eine logische Schlussfolgerung handelt oder ob hier eine gefälschte Information (bewusst oder unbewusst) vorliegt?

In diesem Beispiel wurde ein Trend extrapoliert. Auch wenn die Logik richtig erscheint, so ist die Annahme jedoch falsch. Mark Twain nimmt hierbei an, dass der Mississippi schon immer geschrumpft ist und setzt so seine Annahme ohne zeitliches Limit fort. Das entspricht nicht der Realität, denn der Mississippi verkleinerte sich nicht immer. Es wird offensichtlich, dass wir Menschen Trends gerne fortsetzen ohne dabei einen möglichen zeitlichen Rahmen zu betrachten. Tatsächlich wird jedoch mit jedem Tag, der vergeht, ein aktueller Trend immer weniger brauchbar. In sehr seltenen Fällen ist ein Trend bis in alle Zeiten aktuell.

Dieses Beispiel wurde deswegen als Zusatzaufgabe gewählt, da die Lernenden kombinieren und auf neue Folgerungen gelangen müssen, um dieses Problem zu lösen. Kritisch zu analysieren ist hier Grundvoraussetzung.

Darüber hinaus stellt die Aufgabe eine Verbindung zur Geschichte her. Mark Twain ist eine bekannte historische Figur. Bereits damals wurden Fehlinformationen verbreitet.

6.6 Selbstständige Fälschung und Erhebung durch Schülerinnen

Bei dieser Aufgabe wenden die Schülerinnen das erworbene Wissen rund um Fälschungen in der Statistik an. Durch die vorherigen Beispiele haben sie gelernt, welche Möglichkeiten es gibt, Statistiken zu manipulieren und wie facettenreich eine Manipulation bzw. tendenziös falsch dargestellte Information sein kann. Nun sollen sie direkt erproben, wie einfach es ist, mit Zahlen zu jonglieren und aus Zufallsergebnissen scheinbare Zusammenhänge zu knüpfen. Ziel dabei ist es, dass sie statistische Zusammenhänge belegen, die es offenkundig nicht gibt. In der Aufgabenstellung wird als Beispiel „Kleine Menschen sind Katzenliebhaber“ genannt.

⁸² Krämer (2015), S. 85

Die Lernenden erheben Daten mit einer selbst durchgeführten Umfrage unter ihren Mitschülerinnen bzw. im privaten Umfeld und ziehen daraus Schlüsse. Am Ende sollen sie aus harmlosen Fragestellungen wie „Was ist dein Sternzeichen?“ Zusammenhänge schlussfolgern, die mathematisch keinen Sinn ergeben. Zusätzlich sollen sie aussagekräftige Schlagzeilen formulieren.

Folgende Fragen wurden für die Umfrage vorbereitet, wobei das je nach Klasse variiert und adaptiert werden kann. Alternativ können höhere Klassenstufen auch die Formulierung der Fragen selbst übernehmen.

1. Welches Sternzeichen hast du?
2. Wie groß bist du?
3. Welchem Geschlecht fühlst du dich zugehörig?
4. Bist du eher ein Katzen- oder Hundefreund?
5. Wie alt bist du?

Die Auswertung erfolgt in Gruppen. Im Anschluss werden die Ergebnisse präsentiert.

Diese Aufgabe kombiniert nicht nur mathematische Fähigkeiten und das Wissen über *Fake News* in der Mathematik, sondern fördert auch kreatives Denken, sensibilisiert für die Gefahr bewusster und unbewusster Manipulation und stärkt die Teamfähigkeit. Die Schülerinnen erhalten außerdem einen Einblick in die Arbeit als Statistikerin und lernen den Ablauf

- Daten erheben
- Daten darstellen
- Daten interpretieren

kennen.

6.7 Differenzierung im Unterricht

Für eine potentielle leistungsinhomogene Gruppe werden für alle Aufgaben Hilfestellungen als Karteikärtchen angeboten. Die Schülerinnen haben so die Möglichkeit sich selbst Hilfe zu organisieren und das notwendige mathematische Fachwissen aufzufrischen. Dadurch können sie ihren individuellen Lernweg selbst gestalten und Hilfe in Anspruch nehmen. Auch andere seriöse Literaturquellen sind bei der Erarbeitung der

Aufgaben erlaubt. Durch diese Form des Lernprozesses können sie Strategien zur Problemlösung entwickeln. Dadurch wird das selbstständige Arbeiten gefördert.

Die Lehrperson begleitet die Schülerinnen während ihres gesamten Lernprozesses und fungiert als Coach. Sie soll dabei die Lernenden unterstützen und ihnen helfen, ihre Fortschritte zu erkennen. Durch etwaige gezielte Fragen und Impulse kann die Lehrperson in die richtige Richtung lenken oder auch einen Perspektivenwechsel erzielen.

Im nächsten Kapitel werden die Ergebnisse der Schülerinnen ausgewertet und interpretiert.

7 Auswertung

7.1 Kompetenzcheck

Aufgabe 1 bis 3

Bei der ersten Aufgabe gaben die Schülerinnen an, dass *Fake News* falsche Informationen sind, die als wahr dargestellt werden. Außerdem werden sie zumeist absichtlich verbreitet. Die Wörter „*Manipulation*“, „*manipulieren*“ wurden immer wieder verwendet. Man kann daraus schließen, dass die Schülerinnen mit *Fake News* die Beeinflussung von Menschen bzw. deren Meinungen und/oder Handlungen in Verbindung bringen. Die Verbreitung würde häufig über Social Media und das Internet erfolgen, was folgende Antwort unterstreicht:

„Fake News sind Nachrichten, die falsch verbreitet werden, jedoch so realistisch, dass man sie vielleicht glaubt. Man findet Fake News vor allem über Social Media.“

Das deutet darauf hin, dass die Lernenden sich dessen bewusst sind, dass digitale Plattformen eine Bühne für Falschinformationen bieten. Dies wird bei der zweiten Frage erneut verdeutlicht. Die Schülerinnen geben häufig an, dass sie mit *Fake News* insbesondere über Instagram, YouTube und Facebook konfrontiert wurden. Insgesamt gaben alle an, bereits mit *Fake News* zu tun gehabt zu haben. Als Themen werden hauptsächlich aktuelle Ereignisse genannt, insbesondere im Zusammenhang mit der COVID-19 Pandemie sowie politische Inhalte wie zB Ukraine-Krieg oder Trump im politischen Amt, als auch Tratsch und Klatsch über Prominente. Auffällig ist, dass *Fake News* fast ausschließlich mit diesen Themen kombiniert werden. Ein mathematischer Zusammenhang, im Sinne dessen, dass die Schülerinnen bereits bewusst mit manipulierten Statistiken oder gefälschten Zahlen und Diagrammen konfrontiert wurden, wurde nicht angegeben. Möglicherweise fehlt auch noch das Bewusstsein dafür, so dass sie *Fake News* nicht mit Statistik in Verbindung bringen und ihnen nicht bewusst ist, dass tendenziös falsch dargestellte Informationen auf falschen Daten und manipulierten statistischen Erhebungen basieren können. Einige betonten zudem noch, dass die Falschinformationen sehr realistisch bzw. glaubwürdig erscheinen können, wie auch in der obigen Antwort erkennbar ist. Dies kann daraufhin deuten, dass die Schülerinnen es als Herausforderungen ansehen, Falschinformationen auch wirklich immer entlarven zu können.

Die Motive für die Verbreitung der Falschinformationen sind sehr vielfältig. Einer der am häufigsten genannten Beweggründe ist die Manipulation. Dabei wurde angegeben, dass *Fake News* oft verbreitet werden, um die Meinung der Bevölkerung gezielt zu beeinflussen. Das verdeutlichen zwei exakte Beispielantworten der Schülerinnen: „*Das Manipulieren der Gesellschaft zu seinem Gunsten*“ und „*Die Meinung der breiten Masse zu ändern*“.

Auch Propaganda wird ebenfalls gerne als Motiv genannt. Es wurde angeführt, dass *Fake News* genutzt werden, um politische oder ideologische Ziele zu verfolgen. Schülerinnen benannten dies in ihren Antworten mit „*Propaganda*“ und „*Manipulation, Rache, Propaganda*“. Das macht deutlich, dass die Lernenden ein Verständnis darüber haben, dass *Fake News* auch vorsätzlich verwendet werden, und es sich somit um tendenziös falsch dargestellte Informationen handelt.

Weitere Schlüsselworte für Motive zur Verbreitung von *Fake News*, die mehrfach erwähnt wurden, sind „*Aufmerksamkeit*“ und „*Profit*“. Das deutet darauf hin, dass die Lernenden erkennen, dass falsche Nachrichten oftmals dazu dienen, um Aufsehen zu erregen oder aber auch mehr Klicks zu erhalten, um dadurch finanziellen Gewinn zu generieren. Zwei Schülerinnen schrieben dazu: „*Aufmerksamkeit (im Internet) Klicks – besseres Einkommen*“ und „*Manche Fake News könnten viel Aufmerksamkeit bekommen*“. Dies deutet auf wirtschaftliche Anreize der Verbreiterinnen von falschen Nachrichten hin.

Aus den Antworten „*Neid, Hass, Eifersucht, dass man jemanden Schaden möchte*“ und „*Vielleicht Hass gegen bestimmte Leute zu errichten*“ folgt, dass auch Hass und Neid als Beweggründe vorkommen. Das lässt vermuten, dass die Verbreitung von *Fake News* durchaus auch aufgrund feindseliger Absichten erfolgen kann. Hier besteht auch eine Verbindung zu den Schlüsselworten „*Rache*“ und „*persönliche Motive*“. Dies macht unter anderem die Antwort „*Um jemanden schlecht zu reden oder selbst einen Nutzen zu ziehen*“ sehr deutlich.

Als letzter essentieller Beweggrund wird „*Unwissenheit*“ genannt. Hier zeigt sich, dass für die Lernenden *Fake News* nicht immer absichtlich und mit persönlichem Vorwand verbreitet werden, sondern es durchaus auch an mangelndem Wissen liegen kann.

Aufgabe 4

Bei der vierten Frage wurden die Schülerinnen zum ersten Mal mit einer falsch dargestellten Grafik und mit falschen Informationen mit mathematischem Bezug konfrontiert. Insgesamt wurden unterschiedliche Beobachtungen und Interpretationen angegeben.

Viele Lernende erkannten, dass die Größenverhältnisse der Fässer in der Grafik falsch dargestellt sind, und gaben an, dass die Fässer, die den durchschnittlichen Verbrauch von VW-Dieselmotoren darstellen, im Vergleich zu den Fässern für den durchschnittlichen Verbrauch aller in Europa zugelassenen Dieselmotoren wesentlich kleiner erscheinen, obwohl der tatsächliche Unterschied nicht signifikant ist. Einige beanstandeten die fehlende Skalierung und Einheit. Eine genaue Analyse der Antworten zeigte, dass viele eine Manipulation dahinter erkannten, mit der Absicht, dass der Verbrauch von VW-Dieselmotoren positiv dargestellt werden soll. Manche interpretierten hier auch eine Werbestrategie zu Gunsten von VW, was auch folgende Antwort untermauert:

„Diese Abbildung hat sehr mit Werbung zu tun und die Größen sind sehr unterschiedlich, damit wollen sie in der Werbung zeigen, wie unterschiedlich der Verbrauch ist.“

Aufgabe 5

Diese Aufgabe beschäftigte sich mit der überzogenen Genauigkeit von Zahlen im Kontext der Einwohnerzahl von Österreich. Erwähnenswert ist, dass sehr viele Schülerinnen als richtige Antwort 8,93 Millionen Einwohner angaben, da dies von *„einer seriösen und vertrauenswürdigen Quelle“* stammt. Dies deutet daraufhin, dass sie offiziellen Statistiken des Landes Vertrauen schenken. Einige andere bevorzugten die gerundete Zahl von 9 Millionen. Dies wurde damit begründet, da *„man sich unter dieser Zahl mehr vorstellen kann“*. Es wurde mehrmals betont, dass 9 Millionen ausreichend genau sei, um einen allgemeinen Eindruck der Bevölkerung zu erhalten.

Es wird deutlich, dass bereits an dieser Stelle viele Schülerinnen erkennen, dass eine überzogene Genauigkeit wenig Sinn macht, was damit begründet wurde, dass die Einwohnerzahl permanent fluktuiert. Der gerundete Wert sei im Alltag akzeptabel, allerdings dürfe man in der Wissenschaft nur mit exakten Werten rechnen. Für den anderen Teil der Schülerinnen ist ein gerundeter Wert jedoch nicht akzeptabel und eine falsche Darstellung.

Aufgabe 6

Hier war gefragt, ob das arithmetische Mittel oder der Median ein klareres Bild des typischen Einkommens eines unselbstständig erwerbstätigen Mannes in Österreich vermittelt. Die Mehrheit gab an, dass das arithmetische Mittel korrekter ist, da es den

Durchschnitt aller Einkommen widerspiegelt und es alle Werte berücksichtigt. Eine konkrete Antwort für diese Argumentation liefert folgende Antwort:

„Das arithmetische Mittel gibt bekanntlicherweise den durchschnittlichen Wert an, deshalb würde ich sagen, dass dieses das typische Einkommen besser widerspiegelt.“

Es ist erkennbar, dass das arithmetische Mittel den Schülerinnen vertrauter ist als der Median. Einige Lernende argumentieren weiter, dass das arithmetische Mittel eine umfassendere Darstellung des Einkommensniveaus bietet.

Der andere Teil sprach sich jedoch für den Median aus. Diese Präferenz rührte daher, da sie begründeten, dass der Median von Ausreißern nicht beeinflusst wird. Eine Schülerin gab dazu folgende Begründung ab:

„Da das arithmetische Mittel stark von Ausreißern abhängt, wird es von wenigen Menschen, die sehr viel verdienen, stark beeinflusst. Dadurch ist es sehr hoch, obwohl sehr viele Menschen weniger verdienen. Ich würde daher den Median empfehlen. Dieser gibt an, bei welchem Wert die Hälfte liegt, also liegen die Hälfte der Menschen darunter und die andere darüber und ist daher aussagekräftiger.“ Hier wurde nicht nur die eigene Antwort begründet, sondern auch die Bedeutung des Medians erklärt und warum dieser ein realistischeres Bild des typischen Einkommens zeichnet. Jene Schülerinnen, die sich für den Median entschieden, erklärten weiters, dass das arithmetische Mittel durch extrem hohe oder niedrige Einkommen verzerrt wird, was wiederum zu einem unrealistischen Bild des typischen Einkommens führen kann.

Zusammenfassend zeigt sich nach der Auswertung des Kompetenzchecks, dass die Schülerinnen bereits ein grundlegendes Verständnis bei der Datenanalyse haben und auch im Umgang mit *Fake News* Erfahrungen gesammelt haben. Es bot sich ein breites Spektrum an Interpretationen der einzelnen Fragen. Sehr deutlich kommt jedoch zum Vorschein, dass noch ein Verständnis über die Manipulation mithilfe von Kennzahlen und Diagrammen fehlt. Obwohl kritisches Denken bei einigen bereits vorhanden ist, so wird deutlich, dass ein breiterer Betrachtungswinkel benötigt wird.

7.2 Prozente und Bezugsgrößen

Aufgabe 1

Die erste Aufgabe wurde von beinahe allen Schülerinnen gelöst. Sie berechneten verschiedene absolute Zahlen. Manche gaben nur eine Antwort an, andere mehrere Antwortmöglichkeiten. Die meisten entschieden sich für die Antwort *„57 Kühe, 14 Schafe,*

29 sonstige Tiere“. Es fiel auf, dass eine Lernende sehr hohe Zahlen als weitere Antwort gab: „47139 Kühe, 11578 Schafe und 23983 sonstige Tiere“, was darauf schließen lässt, dass die Schülerin verstanden hat, dass die Prozentsätze unabhängig von der Größe des Grundwerts angewendet werden können. Zur Aufgabenstellung, welchen Eindruck diese Aussage hinterlässt, gaben sehr viele an, dass eine Prozentangabe ohne zusätzliche Kontextinformation sehr irreführend sein kann. Mehrere Schülerinnen gaben an, dass die Prozentangaben allein schwierig nachzuvollziehen sind, wohingegen absolute Zahlen eine klarere Vorstellung vermitteln. Einige Lernende haben explizit erwähnt, dass der Eindruck erweckt werden könnte, dass der Landwirt viele Tiere hat, obwohl das unter Umständen gar nicht der Fall ist, woraus eine Irreführung oder Manipulation resultieren kann, wenn man nur Prozentsätze verwendet.

Aufgabe 2

Bei dieser Aufgabe zeigt sich ein breitgefächertes Antwortprofil. Während die eine Hälfte bereits ein weitgehendes Verständnis für die Problematik besitzt, fällt es manchen noch schwer, den Fehler dahinter zu entdecken. Viele Schülerinnen haben erkannt, dass die Bezugsgröße eine große Rolle spielt. Eine Schülerin schrieb dazu: „Wenn man 20% abzieht, ändert sich für die neue Rechnung der Grundwert. Zu achten: Wovon 20% abgezogen werden. Brutto oder Netto?“.

Das spricht dafür, dass hier bereits ein grundlegendes Verständnis über die Problematik solcher irreführenden Angebote vorhanden ist. Zwei Schülerinnen gaben jedoch an, dass die Aussage grundsätzlich stimmt. Eine Schülerin füllte diese Aufgabe gar nicht aus, was auf Unsicherheit hinweisen könnte. Auffällig ist außerdem das Antwortformat der einzelnen Lernenden. Während manche kurze knappe Antworten gaben wie „stimmt“ oder „stimmt nicht“, führten andere explizite Rechnungen und Beweise an.

Aufgabe 3

Die nächste Aufgabe war durchaus anspruchsvoll, gab jedoch den Schülerinnen die Möglichkeit, verschiedene Fehler, Manipulationsarten und Irreführungen zu entlarven. Zwei Schülerinnen gaben an, dass auch kleine Veränderungen bei der CO_2 -Menge große Auswirkungen auf das Klima haben können. Dabei wurde weiter erklärt, dass „ CO_2 -Moleküle besonders empfänglich für Wärmestrahlung sind, was bei den anderen Stoffen nicht der Fall ist“. Eine weitere Lernende betonte, dass „der Anstieg in so kurzer

Zeit“ das Problem sei. Es zeigt sich, dass hier bereits Zusammenhänge geknüpft wurden. Richtigerweise erkannten zwei andere Jugendliche, dass die Relation falsch dargestellt sei. Sie machten darauf aufmerksam, dass die CO_2 -Emission des Menschen ins Verhältnis zur gesamten Luft und nicht zum CO_2 -Gehalt gesetzt wurde. Um eine genaue Antwort zu zitieren:

„Die oberen Daten sind zwar korrekt, aber es gibt trotzdem $1,957 \cdot 10^{12}$ t CO_2 auf der Welt. Es handelt sich um Fake News, da sie die Relation nicht gegeben haben.“

Einige betonten, dass die Berechnungen mathematisch korrekt durchgeführt wurden, aber die Formulierungen irreführend sind. Dazu schrieb ein Mädchen:

„Zahlen bestimmt korrekt, aber es scheint komisch, wenn es so berechnet wird. Vor allem steht, dass 4% der Menschen CO_2 produzieren, dadurch kann es nicht gehen, dass 3,1% von 4% Deutschland produziert.“

Das weist darauf hin, dass manche Schülerinnen die Vermutung einer Manipulation haben, jedoch nicht ausdrücken können, warum dies der Fall ist. Das wird nochmals dadurch bestärkt, dass ein Drittel der Lernenden keine Antwort auf diese Fragestellung gab. Dies kann einerseits auf Unsicherheit, mangelndes Vorwissen oder Verständnis hindeuten oder aber auch darauf, dass wenig Motivation besteht, sich in die Materie einzulesen beziehungsweise nach Lösungsstrategien zu suchen. Die fehlende Berücksichtigung des Kohlenstoffzyklus wurde von niemandem angegeben.

Insgesamt zeigt sich, dass ein Teil der Klasse bereits ein gutes Verständnis über die Prozentrechnung besitzt und einige Manipulationstechniken zu diesem Thema durchschaut hat. Jedoch gibt es auch den anderen Teil der Klasse, der hier noch Nachholbedarf hat und Defizite aufweist. Insbesondere wird deutlich, dass das kritische Denken sowie die wissenschaftlichen und mathematischen Zusammenhänge manchen noch Schwierigkeiten bereiten.

7.3 Diagramme

Aufgabe 1

Bei der ersten Aufgabe gab es einige wesentliche Punkte, die die Schülerinnen kritisch betrachteten und Falschinformationen erkannten. Ein großer Teil der Lernenden gab an, dass die Anteile im Diagramm nicht richtig dargestellt sind. Besonders der Anteil „beide Länder gleichermaßen“ sollte mit 45 % größer dargestellt sein als der Anteil „eher Türkei“ mit 39 %, was jedoch nicht der Fall ist. Eine Schülerin schrieb dazu:

„Großteil wählt (eher) Türkei. -> falscher Eindruck. Teil mit 39 % größer als jener mit 45 %. Leute gehen eher aufs Optische als auf Zahlen -> leicht beeinflussbarer.“

Hier wurde sofort eine Begründung abgegeben, warum solch ein (tendenziös) falsch dargestelltes Diagramm so gestaltet sein könnte, da der Mensch auf das Optische fokussiert ist. Allerdings wurde nicht angeführt, welchen Nutzen die Erstellerinnen daraus ziehen könnten. Etwa 74 % der Schülerinnen erkannten außerdem, dass der Anteil „eher Deutschland“ mit 15 % fast so groß aussieht wie der Anteil „eher Türkei“ mit 39 %.

Bei der Überprüfung des Diagramms hinsichtlich seiner Seriosität stellten einige Lernende in Frage, ob die Umfrage repräsentativ genug sei, denn der Stichprobenumfang von 1011 Personen sei sehr gering. Eine Schülerin hinterfragte außerdem das Umfeld des Stichprobenumfangs:

„Sehr wenig Befragte und man erfährt nichts über die Befragten (Altersgruppe zB)“.

Hier wurde erkannt, dass Informationen fehlen, die für eine seriöse und aussagekräftige Umfrage nötig sind. Die Angabe der Quelle wurde von beinahe allen kritisiert und als unseriös befunden, ebenso die unpassende Beschriftung mit „eher“. Eine Schülerin betrachtete diese Angabe als Schätzung und führte an:

„In einer Statistik sollte es feste Werte geben und diese benutzt werden, keine Schätzwerte.“

Man kann daraus schlussfolgern, dass für Lernende präzise Angaben und feste Werte für eine seriöse Statistik wichtig sind. Sie erkennen das Merkmal „eher“ nicht als exakten Datenpunkt an. Schließlich führten noch einige die Überproportionalität als unseriös an. Die Summe ergibt nämlich 112 % und nicht 100 %. Dies *„darf bei seriösen Diagrammen nicht passieren“*, so eine Schülerin.

Man erkennt, dass viele Schülerinnen bei diesem Beispiel bereits auf manipulative Aspekte aufmerksam geworden sind. Einige konnten ihr kritisches Denken bereits unter Beweis stellen und versuchten auch, weiterführende Schlüsse zu ziehen. Insgesamt sind die Antworten oftmals noch sehr vage und könnten konkreter sein. Auffällig ist, dass eine Begründung, welcher Eindruck hier erweckt werden soll, von niemandem beantwortet wurde. Dies lässt darauf schließen, dass die kritische Analyse von Zusammenhängen noch vertieft und geübt werden kann, ebenso wenn es darum geht, Begründungen zu formulieren.

Aufgabe 2

Bei diesem Beispiel erkannten viele Schülerinnen die manipulative Darstellung der Multiplikationen im Diagramm. Eine Schülerin schrieb dazu:

„Ja, die Multiplikation ist falsch. Wenn man nur auf den Text schaut, wird Bild.de populärer dargestellt, als es in Wirklichkeit ist.“

In dieser Antwort wurden mathematische Kompetenzen unter Beweis gestellt und die Manipulation eindeutig erkannt. Allerdings fehlt in dieser Antwort eine Erklärung, welche Folgen diese fehlerhafte Darstellung und Berechnung hat, insbesondere wenn es um die Wahrnehmung der Leserinnen geht. Einige Schülerinnen erkannten die Diskrepanz der Balken, was auf ein vorhandenes Verständnis von Proportionen schließen lässt. Eine Schülerin zeigte ihre mathematische Kompetenz mit folgender Antwort:

„1. Die Zahlen sind ungenau. Man könnte genauer rechnen wenn es eh schon simple Zahlen sind. 2. Die Säulen sind nicht proportional dargestellt. Obwohl die Bild "nur" 2x mehr Visits wie "Focus" hat, ist die Säule mehr als 2,5x größer als die der Focus.“

Es wurden dabei die Unverhältnismäßigkeit der Balken sehr gut erkannt. Ein wichtiger Aspekt der Aufgabe war es, die manipulativen Absichten hinter der falsch dargestellten Grafik zu erkennen. Einige Lernende erkannten diese Absicht und gaben an, dass Bild.de gegenüber anderen Nachrichtenseiten besser dargestellt werden wollte. Eine Schülerin schrieb dazu:

„Zweck: Beliebtheit vorspielen -> mehr Leser, weil Mainstream“.

D.h. hier wurde weiterführend angegeben, dass Bild.de dadurch mehr Leserinnen erreichen könnte. Daraus folgt, dass einige Schülerinnen sich bereits kritisch mit Medieninhalten auseinandersetzen können. Wenngleich sie die Manipulationen hinter dieser Veröffentlichung von Bild.de erkannten, so wäre eine präzisere Formulierung dennoch möglich. Eine Schülerin merkte an:

„Ja es wurde manipuliert, da die Rechnungen komplett falsch sind, um es so wirken zu lassen, dass die Visits viel mehr wären und um die Seite beliebter wirken zu lassen.“

Dies ist natürlich richtig, jedoch wäre es bei dieser Antwort möglich gewesen, die unverhältnismäßigen Balken anzusprechen. Andere Schülerinnen gaben bei dieser Aufgabe gar keine Antwort, was auf Unsicherheit und Unverständnis schließen lässt. Es ist zudem möglich, dass sich hier die Jugendlichen gar nicht mit der Thematik auseinandersetzen wollen, weil ihnen eventuell der Input fehlt. Eine Möglichkeit wäre es, die Schülerinnen zu ermutigen, Unterstützung von der Lehrperson in Anspruch zu nehmen. Wie in den Aufgaben zuvor bieten auch hier die Antworten der Mädchen noch Raum für höhere Präzision und exaktere Reflexion.

Aufgabe 3

Bei der dritten Aufgabe war zu Beginn gefragt, wie sich die Diagramme verändern. Die Änderung der Achsenskalierungen wurde von 63 % der Schülerinnen erkannt. So wurde von jemandem festgestellt, dass *„die Achsen sich verändern, also werden kürzer oder länger“*. Eine andere bemerkte diesbezüglich:

„Bei 1 und 3 wird es durch größere Sprünge in der Achse kleiner, bei 2 & 4 größer“. Auch wurde von einer Schülerin geschrieben, dass *„die Form der Diagramme sich dadurch verändert, dass die Umsatzzahlen in einer anderen Skalierung dargestellt werden“*.

Daraus erschließt sich, dass ein Teil der Schülerinnen in der Lage ist, grundlegende Veränderungen zu erkennen. Allerdings fiel niemandem der fehlende Koordinatenursprung im ersten Diagramm sowie die fehlende Beschriftung der x-Achse im vierten Diagramm auf. Besonders auffällig ist, dass ein Drittel der Schülerinnen hier keine Antwort gab und die Aufgabe nicht lösten. Mögliche Gründe dafür sind, dass sie noch nicht in der Lage sind, Manipulationsmethoden zu erkennen beziehungsweise zu verstehen, welche Aspekte bei einer seriösen Statistik wichtig sind.

Im zweiten Teil dieser Aufgabe mussten die Schülerinnen angeben, welches Diagramm ihrer Meinung nach den größten wahrheitsgetreuen Eindruck des Umsatzes vermittelt. Am häufigsten wurde hierbei das Diagramm 2 genannt, da es *„genau ablesbar“* ist und *„Einer-Sprünge gemacht werden“*. Außerdem schrieb eine Schülerin dazu: *„Diagramm 2, da es die Daten relativ genau darstellt, es vollständig ist“*.

Von allen genannten *„Diagramm 2“*-Antworten der Schülerinnen, wies jedoch keine auf eine nicht offensichtlich markierte abgeschnittene y-Achse hin. Außerdem wurde von niemandem die Streckung entlang der y-Achse bemerkt. Relativ gleich häufig wurde das Diagramm 1 gewählt, unter anderem mit der Begründung *„da es nicht all zu viele und extreme Schwankungen gibt“* oder auch *„da es nicht zu extrem aussieht und die Daten auch noch aneinander liegen“*. Hier wurden optische Reize und etwaige Unruhen im Diagramm als Kriterium für Seriosität herangezogen. Das bestätigt wieder, wie einfach eine Manipulation mittels Diagrammen gelingen kann. Schülerinnen verknüpften eine wahrheitsgetreue Abbildung mit einer ruhigen Darstellung. Diagramm 3 & 4 wurden gar nicht genannt, wobei streng genommen gerade Diagramm 3 die exakte Abbildung darstellt.

Im letzten Teil der Aufgabe mussten die Jugendlichen angeben, für welches Diagramm sich die Betriebsleitung der Firma entscheiden würde, um den Umsatz möglichst positiv darzustellen. Die Antworten hierbei waren sehr durchgemischt, wobei Diagramm 2 am häufigsten genannt wurde. Eine Schülerin begründete dies mit der Aussage *„da der Anstieg in den letzten Jahren am besten aussieht“*. Diejenigen, die sich für Diagramm 1 entschieden, schrieben häufig *„da man den Abfall der Linie nicht so stark erkennen kann“*. Einige Schülerinnen gaben an, dass das Diagramm 3 *„stark herausgezogen“* ist und *„konstant hohe Umsätze“* vermittelt. Hier wurde von den Lernenden eine Manipulation vermutet, da man *„keine genauen Zahlen ablesen“* kann und die *„komische Skalierung y-Achse“* verdächtig wirke. Interessanterweise wurde dieses Diagramm gar nicht manipuliert, sondern korrekt dargestellt. Daraus kann man schließen, dass das kritische Denken in die richtige Richtung erst gelernt werden muss. Manipulationen werden vermutet, wo gar keine sind. Etwa ein Viertel der Klasse erkannte jedoch, dass das vierte Diagramm *„gut auf den Leser wirkt“*, da es *„eine sehr hohe Steigung“* zeigt. Die Schülerinnen schreiben klar, dass dieses Diagramm zum Positiven manipuliert wurde und somit optimal für den Betriebsrat ist. Bei diesen Lernenden ist eine kritische Auseinandersetzung, mathematisches Verständnis sowie weiterführende Schlussfolgerungen erkennbar.

Insgesamt kann gesagt werden, dass bereits grundlegende richtige Interpretationen von Diagrammen gemacht werden, jedoch noch Defizite in einer genaueren Analyse bezüglich Manipulationstechniken fehlen, wobei offensichtliche Veränderungen bei einem direkten Vergleich grundsätzlich erkannt werden. Ein gewisses Maß an Unsicherheit ist jedoch noch spürbar, wenn es darum geht, vorliegende Diagramme hinsichtlich ihrer Manipulation zu bewerten. Eine visuelle Gestaltung spielt noch eine große Entscheidungsrolle, wobei exakten Daten weniger Beachtung geschenkt wurden. Weiterführend ist eine Sensibilisierung der Schülerinnen bezüglich der Darstellung von Daten, und wie man diese tendenziös falsch darstellt, gefragt.

Aufgabe 4

Bei der letzten Aufgabe zum Thema Diagramme waren die Schülerinnen aufgefordert, kreativ zu werden und selbst ein Diagramm zu erstellen, das möglichst beeindruckend aussieht. Manipulationsmethoden durften und sollten hier verwendet werden. Exemplarisch werden nun drei Diagramme vorgestellt.

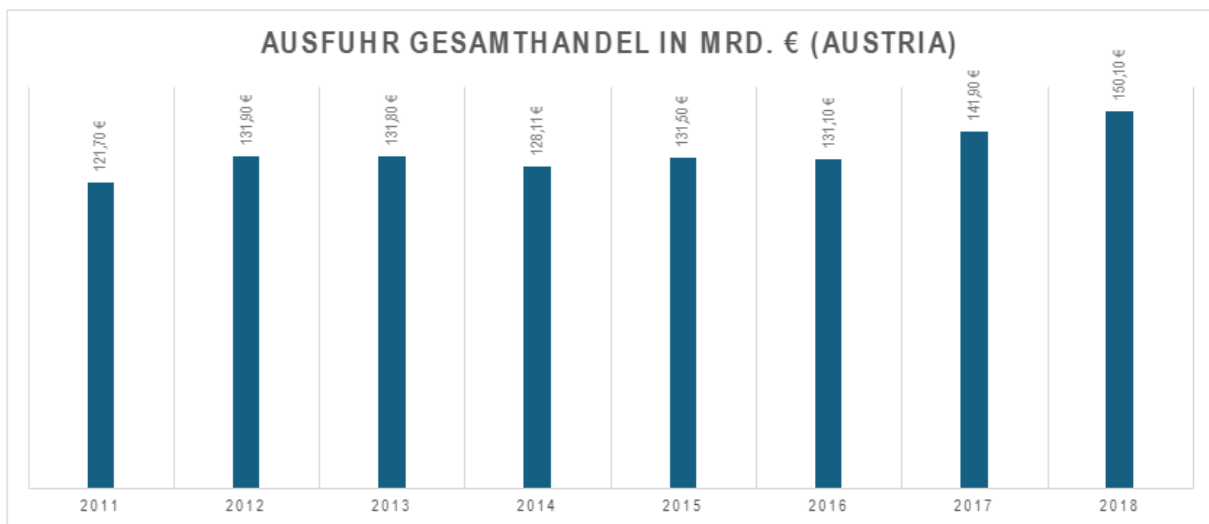


Abbildung 13: Darstellung Diagramm Schülerin 1

Dieses Diagramm wurde mittels Excel erstellt. Bei der Gestaltung hat sich die Schülerin besonders viel Mühe gegeben. Rein optisch betrachtet macht die Darstellung einen guten Eindruck. Es könnte der Eindruck erweckt werden, dass die Ausfuhr des österreichischen Gesamthandels grundsätzlich stagnieren beziehungsweise in den letzten Jahren leicht angestiegen sind. Die Beträge stehen direkt bei den Säulen, sodass diese gut ablesbar sind. Manipulationsmethoden wurden jedoch keine angewandt. Es hätten Datensätze weggelassen, die y-Achse geschnitten und/ oder gestreckt werden können. Obwohl die Schülerin mit Engagement dabei war, wurde die Aufgabe nur zum Teil erfüllt.

Für den Großteil der Klasse gilt folgendes Diagramm stellvertretend.

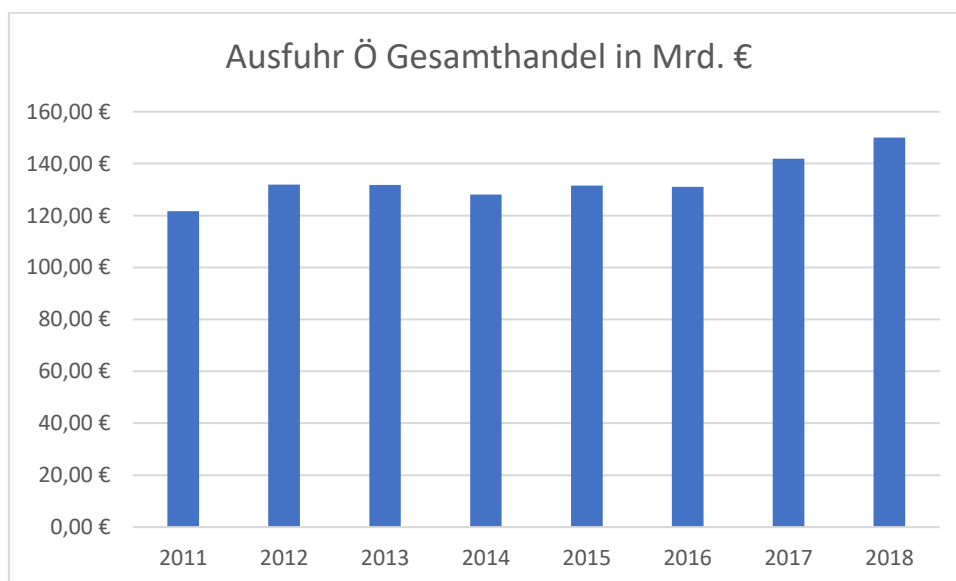


Abbildung 14: Darstellung Diagramm Schülerin 2

Auch hier wurde mit dem Programm Excel gearbeitet, allerdings wurde lediglich ein Diagramm erstellt. Auf den Teil der Aufgabe, das Diagramm „möglichst *beeindruckend*“ darzustellen, wurde in keiner Weise eingegangen. Weder wurden Manipulationstechniken angewandt, noch wurde das Diagramm zumindest formativ ansprechend dargestellt, wie es beim ersten angeführten Beispiel der Fall war.

Besonders ist auch folgendes Diagramm aufgefallen.

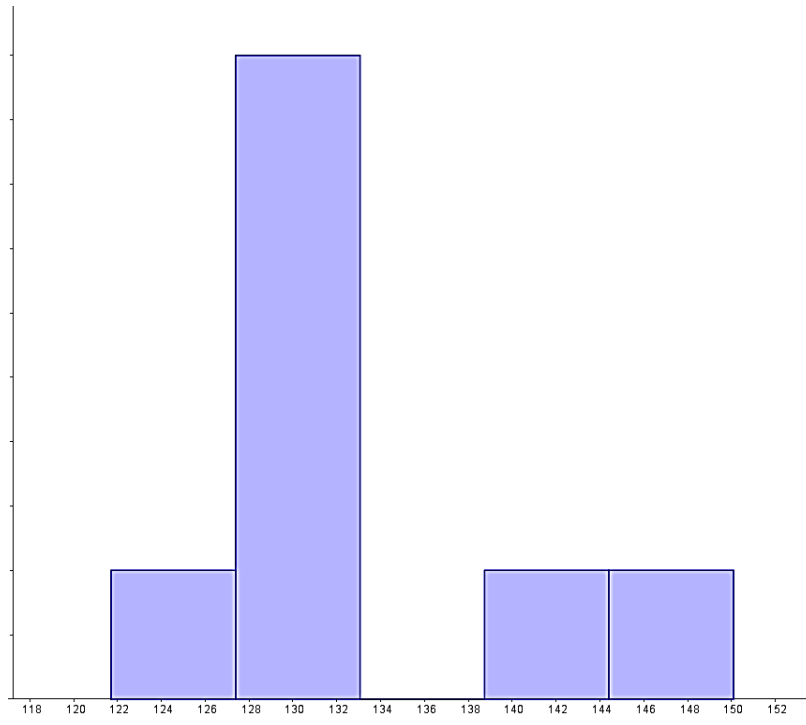


Abbildung 15: Darstellung Diagramm Schülerin 3

Dieses Diagramm wurde mit dem Programm GeoGebra erstellt. Die y-Achse wurde gar nicht beschriftet. Zwar stellt dies eine Manipulationstechnik dar, jedoch bringt es keinen Nutzen für das Diagramm. Eine beeindruckende Darstellung wird dadurch nicht erreicht. Auch die Einteilung in Klassen ist hier nicht förderlich, weder in der Lesbarkeit noch im Sinne einer geeigneten Manipulation.

Insgesamt kann gesagt werden, dass diese Aufgabe von den Schülerinnen nur teilweise erledigt wurde. Fraglich ist hierbei, ob die Angabe zu ungenau war und die Lernenden nicht wussten, was genau sie machen sollten. Etwa 35 % der Schülerinnen haben diese Aufgabe gar nicht erledigt und kein Diagramm erstellt bzw. verschickt.

Dies kann auf Unsicherheit deuten, aber ebenso auf fehlende Motivation, da die Lernenden selbstständiges Erarbeiten nicht gewohnt sind.

7.4 Mittelwerte und überzogene Genauigkeit

Aufgabe 1

Die erste Aufgabe zielte darauf ab, dass die Schülerinnen einerseits den Mittelwert berechnen und andererseits eine Manipulationsmethode entdecken, wenn Daten selektiv weggelassen werden.

Fast alle Lernenden konnten das arithmetische Mittel korrekt berechnen. In dieser Hinsicht ist die grundlegende mathematische Kompetenz gegeben. Die Auswirkung auf den Mittelwert beim Weglassen eines Wertes wurde unterschiedlich detailliert oder auch gar nicht beantwortet.

Knapp 80 % der Schülerinnen gaben eine exakte Antwort, die jedoch teilweise ohne Erklärung erfolgte. Manche führten eine konkrete Berechnung durch, andere schrieben nur einen neuen Mittelwert auf, und wieder andere gaben nur eine allgemeine Erklärung ab, wie etwa *„der Durchschnitt verbessert sich, indem man den Ausreißer weglässt“*. Zirka 20 % der Jugendlichen erkannten richtigerweise, dass sich das arithmetische Mittel signifikant verändert, wenn man den Datensatz aus dem Jahr 2020 weglässt, da dieser deutlich geringer ausfällt als alle anderen und somit den Durchschnitt nach unten zieht. Die Antworten *„x Mittelwert=81,94. Wenn man den Wert aus dem Jahr 2020 (67,5) weglässt, wird der Wert erhöht -> Die Anzahl der Fahrgäste pro Jahr erscheint höher“* sowie *„Mittelwert gleich 81,94 (ungefälscht), Mittelwert (gepfuscht) 85,55, wenn man 2020 weglässt“* reflektieren genau diese Erkenntnis. Diese Schülerinnen haben erkannt, dass das Weglassen einer Information eine einfache statistische Manipulation ist. Wenngleich ein Teil der Schülerinnen einen frisierten Mittelwert berechnete und andere lediglich den Vorgang beschrieben, gab trotzdem der Großteil der Klasse eine korrekte Antwort. Es gibt jedoch auch einige Lösungen, die Missverständnisse und Fehler in der Interpretation und Berechnung des Mittelwerts nach dem Weglassen eines Wertes zeigen. Ein Beispiel dafür ist *„Mittelwert gleich 81,94 -> der Mittelwert kann durch das Weglassen gesenkt werden um es so wirken zu lassen, dass nicht viel los sei“*. Hier wurde fälschlicherweise angenommen, dass das Weglassen eines niedrigeren Wertes zu einem niedrigeren arithmetischen Mittel führt, was jedoch nicht der Fall ist. Eine weitere fehlerhafte Antwort lautet:

„Mittelwert gleich 67,54 - es wird genauer und der Wert verbessert sich, wenn man einen Wert weglässt“.

Diese Schülerin hat einerseits das arithmetische Mittel falsch berechnet und auch die Auswirkung, wenn ein Wert weggelassen wird, nicht erkannt bzw. missinterpretiert. Diese erste Aufgabe zum Thema Mittelwert zeigt ein differenziertes Bild. Während die Berechnung eines arithmetischen Mittels sehr gut funktionierte, fehlt es noch an einem tiefergehenden Verständnis, wie ein Mittelwert beeinflusst werden kann und es folglich Auswirkungen auf eine mögliche Manipulation gibt. Jedoch stachen jene Schülerinnen besonders hervor, die bereits die manipulative Technik dahinter verstanden und kritisch bewerteten.

Aufgabe 2

Bei dieser Aufgabe war es einerseits erforderlich, das arithmetische Mittel und den Median zu berechnen und anschließend eine Interpretation durchzuführen, um festzustellen, welcher Wert einen trügerischen Eindruck vermitteln könnte. Die Berechnung wurde von den meisten Schülerinnen richtig durchgeführt. Zwei Schülerinnen gaben jedoch einen Mittelwert von $\bar{x} = 2,5$ an, anstatt des korrekten Werts von $\bar{x} = 5$. Dies ist jedoch vermutlich auf einen Rechenfehler zurückzuführen. Es ist jedoch auch möglich, dass dieser geringe Anteil der Klasse noch Defizite beim Berechnen eines Mittelwerts aufweist. Der Median hingegen wurde von allen korrekt angegeben. Am Ende waren die Lernenden gefordert, die Kennzahlen im Kontext zu interpretieren. Es zeigten sich deutliche Unterschiede beim Verständnis und in der Fähigkeit zur kritischen Reflexion. Die Mehrheit der Schülerinnen erkannte, dass das arithmetische Mittel einen falschen Eindruck erweckt, da es vermittelt, dass jede Bäuerin im Durchschnitt fünf Kühe besitzt, was jedoch nicht der Realität entspricht. Eine Schülerin drückte diese Erkenntnis folgendermaßen aus:

„Das arithmetische Mittel erweckt einen falschen Eindruck, da es besagt, dass JEDER im Durchschnitt 5 Kühe besitzt. Dies stimmt, wie wir wissen aber nicht.“

Der andere Teil der Klasse argumentierte jedoch, dass das arithmetische Mittel dennoch die Realität besser widerspiegeln als der Median. Dazu schrieb ein Mädchen:

„Der Median erweckt einen falschen Eindruck und das arithmetische Mittel drückt die Realität besser aus“.

Eine weitere Antwort, die den Mittelwert verteidigte, war:

„Der Median hinterlässt einen sehr falschen Eindruck. Das arithmetische Mittel gibt die Realität besser wieder, obwohl es trotzdem nicht ganz der Situation entspricht“.

Diese Antworten lassen Spielraum für mögliche Fehlerquellen. Es kann sein, dass die Kennzahlen vertauscht wurden oder es noch Lücken bezüglich der Aussage von Kennzahlen gibt, insbesondere hinsichtlich auf die Auswirkung bezüglich Ausreißern. Außerdem deuten die Antworten darauf hin, dass im alltäglichen Gebrauch hauptsächlich von „Durchschnitt“ gesprochen wird und sehr selten von einem Median. Die Schülerinnen könnten hier interpretieren, dass der Mittelwert immer die Realität besser widerspiegelt als der Median. Spannend ist auch folgende Antwort einer Lernenden:

„Beim Mittelwert wirkt es so, als hätte jeder Bauer 5 Kühe, was aber falsch ist, da viele keine einzige haben. Dementsprechend erweckt 5 einen falschen Eindruck, aber Marketing technisch ist das arithm. Mittel besser, weil dann mehr wie ein kleines Kuhdorf wirkt“.

Bei dieser Antwort wurde nicht nur die richtige Interpretation gegeben, sondern noch weiterführend kritisch reflektiert, warum es möglich ist, dass dennoch das arithmetische Mittel verwendet wird, obwohl dieser irreführend ist. Hier wurden Marketingzwecke als möglicher Grund für die bewusste falsche Darstellung angeführt. Dies zeigt, dass diese Schülerin bereits Schlussfolgerungen zieht und sich damit auseinandersetzt, welchen Nutzen eine Manipulation bei statistischen Kennzahlen haben kann. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Mehrheit bereits ein gutes Verständnis aufweist, jedoch Potential für tiefergehende kritische Reflexion und Interpretation der Ergebnisse besteht. Bei einigen Schülerinnen muss insgesamt noch das Bewusstsein über die Bedeutung des Mittelwerts und Medians geschärft werden.

Aufgabe 3

Diese Aufgabe handelte von Zahlenpräzision und überzogener Genauigkeit, eingebettet in eine Alltagssituation. Ein großer Teil der Schülerinnen zeigte ein grundlegendes Verständnis für das Konzept des Rundens und dafür, dass im Alltag viele Preise „krumme“ Werte annehmen, wie etwas „...,99 €“. Aufgrund dessen erscheint eine exakte runde Zahl wie eben 40,00 € als ungewöhnlich. Einige Antworten von Schülerinnen spiegeln genau dies wider, wie etwa:

„Da es sehr selten ist, dass die Summe aller Produkte genau 40€ ausmacht. Eine Dezimalzahl wäre weit aus glaubwürdiger gewesen. Eine natürliche Zahl klingt gerundet, deswegen die Frage der Eltern“ und „Weil das Meiste aus verkaufstechnischen Gründen nicht eine genaue Summe ist, sondern 0,99 € (z.B. statt 10 €, 9,99 €)“.

Diese Antworten zeigen, dass die Lernenden über ein Verständnis von Verkaufsstrategien im Einzelhandel verfügen, die potentielle Käuferinnen durch psychologische

Kaufanreize anziehen sollen. Diese vorhandene Sensibilität gegenüber Marketingstrategien sticht besonders hervor. Mehrere Schülerinnen weisen explizit darauf hin, wie auch die folgende Antwort zeigt:

„Weil das meiste nicht zB 5 € sondern 4,99 € kostet und es dadurch schwierig ist auf einen ganzen Euro zu kommen.“

Eine andere Schülerin schrieb dazu: *„Weil das Marketing dazu neigt zB 4,99 € statt 5 € anzuschreiben. Da es günstig wirkt - Preise sind meistens keine ganzen Zahlen“.*

Es zeigt sich nochmals das Bewusstsein, dass exakte Zahlen weniger reizvoll für potentielle Käuferinnen ist. Ein weiterer Punkt, den viele Schülerinnen nannten, ist, dass Summen mit dem Ergebnis einer natürlichen Zahl als unglaublich empfunden werden, denn es wird meist als gerundeter Wert interpretiert. Dazu formulierte eine Schülerin:

„Es ist selten, dass man genau einen runden Betrag zahlt. Die Eltern gehen demnach von einer Rundung aus. Man hätte einerseits sagen können, dass man 40,00 € - also 40 € und 0 Cent bezahlt hat, oder dass man GENAU 40 € bezahlt hat.“

Bei dieser Antwort wurde eine Möglichkeit genannt, wie man betonen kann, dass es sich hierbei um keine Rundung handelt. Eine andere schrieb:

„Eine Dezimalzahl wäre weit aus glaubwürdiger gewesen. Eine natürliche Zahl klingt gerundet, deswegen die Frage der Eltern.“

Diese Antworten zeigen, dass die Schülerinnen reflektiert sind, was „glatte“ Zahlenwerte betrifft. Es wird aber auch hier deutlich, dass „krummen“ Zahlen grundsätzlich mehr Glauben geschenkt wird, auch wenn dies nicht immer der Wahrheit entspricht.

Aufgabe 4

Bei der letzten Aufgabe handelte es sich um eine Zusatzaufgabe, die freiwillig zu erledigen war. Lediglich drei Schülerinnen haben sie erledigt. Es ging darum, dass hier eine Aussage bzw. ein Trend extrapoliert wurde, also eine falsche Annahme getroffen wurde und ein Trend ohne Zeitlimit immer weiter fortgesetzt wurde. Die erste angegebene Antwort lautete:

„Es ist gefälscht, da der u. M. in 180 Jahren sich um weniger als 240 verkürzt hat wenn der Durchschnitt 1 1/3 Mile pro Jahr ist.“

Hier zeigt sich, dass die Schülerin die mathematische Diskrepanz bemerkt hat, jedoch die Zeiträume und Werte nur teilweise miteinander in Verbindung brachte. Auf einen möglichen Trend wurde hierbei nicht eingegangen. Die zweite Schülerin gab an:

„1. Mathematisch inkorrekt, da $170 \cdot 1$ und $1/3 = 226,661$. 2. Eher unlogisch, da man Umweltliche Faktoren miteinberechnen muss -> Klima etc -> Natur ist keine Konstante sondern unberechenbar.“

Bei dieser Antwort wurde einerseits eine genaue Berechnung durchgeführt und andererseits auf komplexe Aspekte beziehungsweise Schlussfolgerungen eingegangen. Die Lernende verwies auf die Unberechenbarkeit der Natur und den Einfluss von Umweltfaktoren. Sie machte mit ihren eigenen Worten deutlich, dass Extrapolation unzulässig ist, da natürliche Phänomene nicht konstant und über unbegrenzte Zeiträume hinweg gleichförmig ablaufen. Die letzte Antwort, die ein Mädchen verfasste, war:

„Die Information ist gefälscht, da es sich um einen Durchschnittswert handelt. Man kann nicht davon ausgehen, dass dies immer so war und immer so sein wird.“

Auch hier wird deutlich, dass die Schülerin verstanden hat, dass Trends nicht auf unbestimmte Zeit fortgeführt werden können und Durchschnittswerte oft nur über begrenzte Zeiträume hinweg sinnvoll sind. Die hohe Anzahl an fehlenden Antworten kann auf verschiedene Ursachen zurückgeführt werden. Einerseits ist es möglich, dass sie sich auf die Freiwilligkeit berufen und sich der Analyse der Aufgabe gar nicht annehmen wollten. Andererseits könnten noch mathematische Defizite vorhanden sein beziehungsweise Trendanalysen im regulären Mathematikunterricht noch gar nicht durchgearbeitet worden sein, weswegen eine gewisse Ideenlosigkeit vorhanden gewesen sein könnte.

7.5 Selbstständige Fälschung und Erhebung durch Schülerinnen

Aufgrund dessen, dass die zur Verfügung stehende Stundenanzahl und vorgegebene Zeit schon fortgeschritten war, konnte die selbstständige Fälschung und Erhebung nur zum Teil durchgeführt werden, beziehungsweise wurde sie lediglich von einer Gruppe von drei Mädchen umgesetzt. Diese Erarbeitung wird jedoch exemplarisch vorgestellt. Die Klasse wurde in Gruppen unterteilt, die jeweils 10 Fragebögen von Mitschülerinnen aus der Schule oder auch im privaten Umfeld beantworten lassen sollten. Dies wurde von allen umgesetzt.

Die Gruppe, die diese Erhebung durchführte, stellte folgenden willkürlichen Zusammenhang dar:

Schlagzeile: *„Krebse sind Katzenhasser: Über 70% der Krebs-Geborenen lieben Hunde!“*

Hier wurde ein Zusammenhang zwischen dem Sternzeichen „Krebs“ und der Vorliebe für Hunde suggeriert, obwohl dieser Zusammenhang viel mehr dem Zufall entspricht.

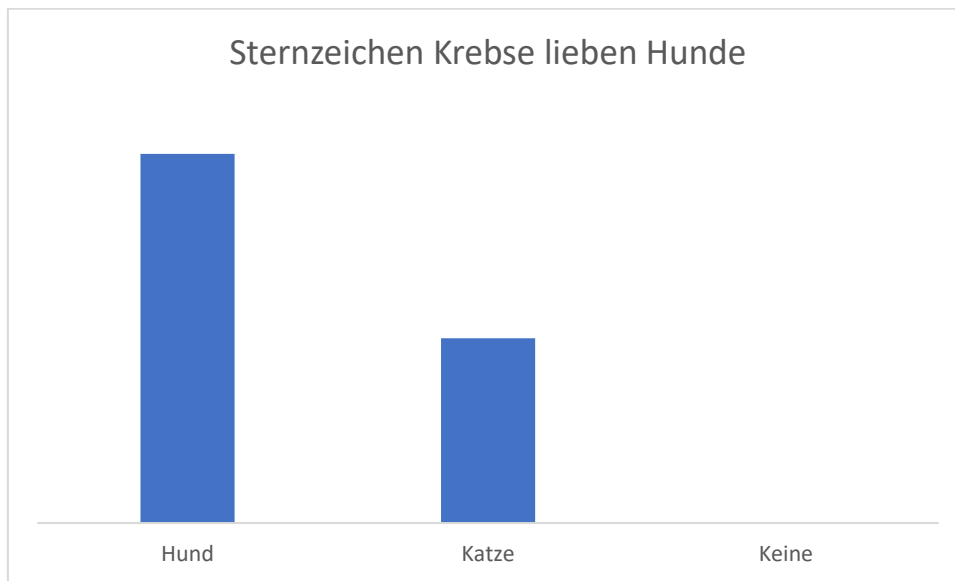


Abbildung 16: Diagramm selbständige Erhebung und willkürlicher Zusammenhang

Im Diagramm wird der Zusammenhang unvollständig dargestellt. Es fehlt sowohl die Beschriftung der y-Achse als auch eine Angabe von absoluten Zahlen. Somit wurde das Diagramm gut manipuliert und entsprechend der Überschrift unterstrichen. Es wurde hervorgehoben, dass eine unverhältnismäßig große Anzahl von Menschen mit dem Sternzeichen „Krebs“ Hunde gegenüber Katzen oder keinem Haustier massiv bevorzugt. Dieser optische Anreiz untermauert den komplett ausgedachten und falschen Zusammenhang, obwohl die Daten korrekt sind. Es sieht so aus, als ob dies ein bedeutsamer Trend wäre, obwohl keinerlei Verbindung vorhanden ist und dies völlig frei erfunden und zufällig ist. Das macht nochmals deutlich, wie leicht es ist, tendenziös falsche Informationen mit korrekten Daten zu verbreiten. Daraus folgt, dass eine Statistik auch stets korrekt interpretiert und betrachtet werden muss.

7.6 Kompetenzcheck Abschluss

Da es sich hier um denselben Kompetenzcheck wie zu Beginn handelt, werden nur noch einzelne Antworten zur Analyse herangezogen. Der identische Kompetenzcheck zu Beginn und am Ende der Unterrichtsreihe ermöglicht es festzustellen, ob kritisches Denken gefördert werden konnte und auch der Blickwinkel in Bezug auf *Fake News* erweitert werden konnte.

Frage 1: „Was stellst du dir unter Fake News vor? Was sind Fake News?“

„Können bewusst oder unbewusst verbreitet werden. In jedem Bereich möglich, auch bei Diagrammen und Zahlen!“

Diese Antwort zeigt im Vergleich zu den Antworten zu Beginn, dass der Blickwinkel was *Fake News* sind und wo sie auftreten, sehr stark erweitert wurde.

„Es geht hauptsächlich um Manipulation → verdrehen der Tatsachen, auch wenn Daten korrekt sind, kann man falsch darstellen“

Hier wurde das Bewusstsein geschaffen, dass Daten oftmals korrekt sind, aber unter einem manipulativen Zweck dargestellt werden.

Frage 2: „Hast du bereits Erfahrungen mit Fake News gesammelt? Gib ein Beispiel an.“

„Ich hab vorgestern ein Diagramm zum Klimawandel auf Insta gesehen – hab mir das genauer angesehen und festgestellt, das war gefaked → manipuliert, hätt ich davor nicht genau geschaut“

Diese Schülerin zeigte klar, dass die Unterrichtsreihe gewinnbringend für ihr kritisches Denken war. Sie formulierte noch *„hätt ich davor nicht genau geschaut“*, d.h. ihr wäre vor dieser Auseinandersetzung mit dem Thema nicht aufgefallen, dass die Darstellung manipuliert sein könnte, was wiederum zeigt, wie schnell wir Statistiken und Diagrammen vertrauen, ohne sie zu hinterfragen.

„TikTok und Insta. Bei Promis, aber auch bei anderen Thema. Corona zum Beispiel. Oder Politik. Da muss man aufpassen, wem man Glauben schenkt und Quellen prüfen.“

Hier wird sehr deutlich, dass gerade in den sozialen Netzwerken oftmals *Fake News* verbreitet werden. Die kritische Reflexion kommt hier besonders stark hervor. Auch die Erweiterung der Bandbreite, wo falsche Informationen auftreten können, wird nochmals aufgezeigt.

„Ja, überall. Internet, Nachrichten, Wahl aber auch im Alltag und bei der Mathematik, Diagramme zB“

Diese Schülerin stellt nochmals einen Bezug zum Alltag her und macht deutlich, dass auch Statistiken, Zahlen und Diagramme im Alltag ihren wichtigen Stellenwert haben und eventuell gerade deswegen eine gute Manipulationsform bieten, um die breite Masse der Gesellschaft zu beeinflussen.

Frage 3: Welche Motive könnte es deiner Ansicht nach geben, um Fake News zu verbreiten?

„Meinung beeinflussen – Marketing, Wahlen etc“

Diese Schülerin schrieb kurz und bündig, dass *Fake News* das Ziel haben, Meinungen zu beeinflussen, weswegen eine kritische Auseinandersetzung mit diesem Thema unabkömmlich ist. Es wird deutlich, wie wichtig es ist, die Fähigkeit des kritischen Denkens zu besitzen.

„Angst, Unsicherheit oder Panik verbreiten, um einen persönlichen Vorteil zu ziehen. Firmen, Politik, Einzelperson. Diagramme und Statistiken helfen dabei offensichtlich.“

Diese Antwort zeigte nochmals auf, wie wichtig es ist, mathematische *Fake News* zu erkennen. Die Schülerin wurde darauf sensibilisiert, dass gerade die Statistik ein geeignetes Werkzeug ist, um manipulative Handlungen durchzuführen, die einen persönlichen Nutzen hervorbringen sollen.

Frage 4: Betrachte folgende Abbildung. Erkläre, was an der Darstellung falsch ist. Gib an, welchen Eindruck die tendenziös falsch dargestellte Grafik bewirken soll.

„Der Unterschied zwischen den Gruppen wirkt viel extremer, weil das Diagramm manipuliert wurde -> Volkswagen will sich erfolgreicher darstellen“

Die Schülerin konnte sehr klar formulieren, dass das Diagramm manipuliert wurde und konnte auch Beweggründe dafür nennen, was eine gute kritische Reflexion erfordert. Auch hier zeigt sich im Vergleich, dass das kritische Denken ausgebaut wurde.

In Summe konnten bei dieser Frage mehr Begründungen abgegeben werden, was daraufhin deutet, dass die Sichtweise auf das Diagramm intensiver und kritischer wurde.

Frage 5: Gibt man die Einwohnerzahl von Österreich in eine Suchmaschine ein, so spucken seriöse Quellen verschiedene Zahlen aus. Die Datenbank der Statistik Austria gab bekannt, dass am 01.01.2021 8,93 Millionen Menschen in Österreich lebten. In der Statistik von countrymeters.info findet sich für den 01.01.2021 eine Einwohnerzahl für Österreich von 9.045.673. Ein Freund von dir behauptet, dass es richtiger wäre zu sagen, dass in Österreich ungefähr 9 Millionen Menschen leben.

Gib an, welche Einwohnerzahl deiner Einschätzung nach die sinnvollste ist. Begründe deine Antwort.

„Das ist wie bei der Aufgabe mit dem Geld - gerundete Werte sind nicht glaubwürdig. Aber muss nicht immer so sein; stimmt manchmal mehr. In dem Fall, der Freund hat recht.“

Diese Schülerin erkannte den Zusammenhang sofort. Bei der Geld-Aufgabe in der Unterrichtsreihe konnten die meisten Schülerinnen sehr gute Gründe nennen, was sich auch hier widerspiegelt. Die überzogene Genauigkeit ist ihnen bewusst und auch, dass man damit schnell und einfach Leute manipulieren könnte.

„Eigentlich sind rund 9 Millionen ziemlich genau der Mittelwert und man kann solche Zahlen nie genau angeben, weil sie sich ja dauernd ändern.“

Hier zeigt sich nochmals eine ganz andere Begründung. Diese Schülerin brachte den Mittelwert ins Spiel und erklärte, dass die gerundete Zahl von 9 Millionen diesen annähernd repräsentieren würde. Aufgrund dessen wäre auch diese Antwort am sinnvollsten. Die Schülerin zeigte, dass sie neue Schlussfolgerungen ziehen kann.

Frage 6: Das Bruttojahreseinkommen der unselbständig erwerbstätigen Männer betrug laut Statistik Austria (Quelle: https://www.statistik.at/web_de/statistiken/menschen_und_gesellschaft/soziales/personen-einkommen/jaehrliche_personen_einkommen/index.html) im Jahr 2020 im Mittel (gemeint ist hier das bekannte arithmetische Mittel) 41.678 €. Der Median wurde jedoch mit 36.465 € angegeben.

Begründe, ob mit dem arithmetischen Mittel oder mit dem Median ein klareres Bild eines „typischen“ Einkommen eines unselbstständigen erwerbstätigen Mannes angegeben wird.

Zu Beginn hat die Mehrheit der Schülerinnen diese Frage mit „Arithmetisches Mittel“ beantwortet. Nun am Ende der Unterrichtsreihe gaben bereits mehr als 80% der Schülerinnen „Median“ an. Bei einigen fehlte eine Begründung, andere schrieben *„weil er repräsentativer ist“*. Eine weitere häufige Begründung war, dass das arithmetische Mittel *„von Ausreißern beeinflusst“* werden kann, was beim Median nicht der Fall ist. Besonders auffällig war folgende Antwort einer Schülerin: *„Kann man nicht einfach beide angeben? Dann sieht man im Vergleich ob ein starker Ausreißer drinnen ist oder?“* Diese Schülerin gab den Idealfall an und konnte dies auch noch begründen. In den

meisten seriösen Statistiken ist die Angabe beider Kennzahlen ohnehin üblich. Diese Begründung zeigt ein fortgeschrittenes mathematisches Verständnis. Außerdem wird hier ein Vorschlag gegeben, wie man irreführende Angaben vermeiden kann.

Insgesamt ist erkennbar, dass die Schülerinnen manipulative Daten besser erkennen und ein kritisches Bewusstsein entwickelt haben. Die Antworten lassen darauf schließen, dass sie nun mehr in der Lage sind, potentielle Motive hinter *Fake News* zu durchschauen und bewusst auf tendenziöse Darstellungen zu achten. Es konnte außerdem festgestellt werden, dass die Lernenden die Notwendigkeit der Mathematik im Alltag erkennen.

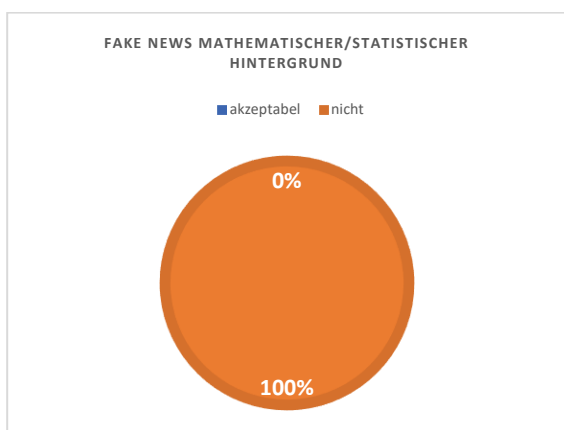
7.7 Direkter Vergleich Ergebnisse

Um eine exakte Gegenüberstellung der Antworten zu Beginn und am Ende der Unterrichtsreihe darzustellen, werden nun Diagramme zu jeder Aufgabe des Kompetenzchecks präsentiert.

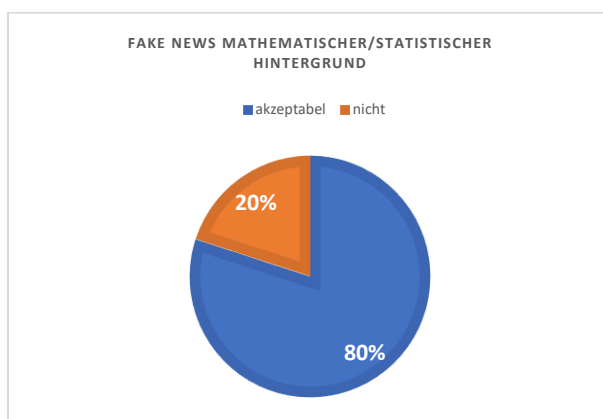
Aufgabe 1

Hier gibt es keine richtige oder falsche Antwort, da es sich um eine individuelle, persönliche Angabe handelt. Um dennoch eine Gegenüberstellung zu erhalten, wird eine Antwort als „akzeptabel“ gezählt, wenn sie einen mathematischen Kontext beinhaltet, also wenn *Fake News* mit Statistik in Zusammenhang gebracht wurden.

Zu Beginn der Unterrichtsreihe



Am Ende der Unterrichtsreihe

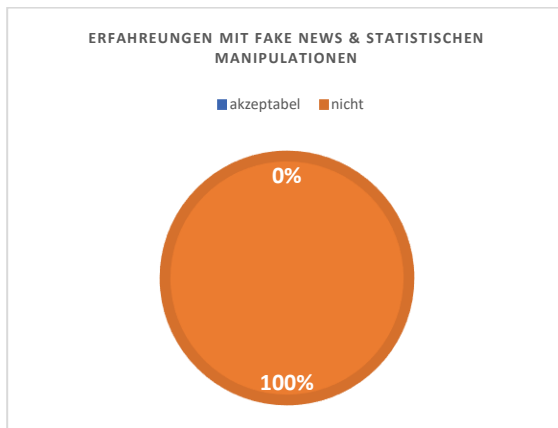


Es zeigt sich ganz klar, dass die Schülerinnen am Anfang der Unterrichtsreihe keinen Zusammenhang zwischen *Fake News* und Statistik erkannt haben. Nach Abschluss der Unterrichtsreihe ist sehr deutlich erkennbar, wie die Schülerinnen eine Korrelation zwischen *Fake News* und statistischen Fälschungen geknüpft haben.

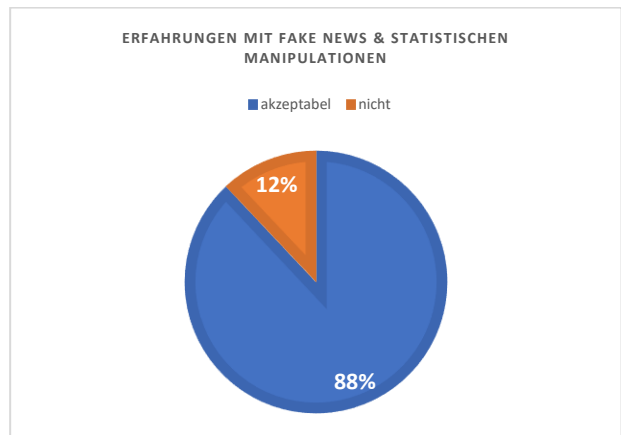
Aufgabe 2

Diese Aufgabe war ebenfalls individuell zu beantworten, weswegen es, wie in Aufgabe 1, keine richtige Lösung gibt. Auch hier wurde eine Antwort als „akzeptabel“ gewählt, wenn die Schülerinnen Erfahrungen mit *Fake News* mit statistischen Manipulationen gemacht haben.

Zu Beginn der Unterrichtsreihe



Am Ende der Unterrichtsreihe

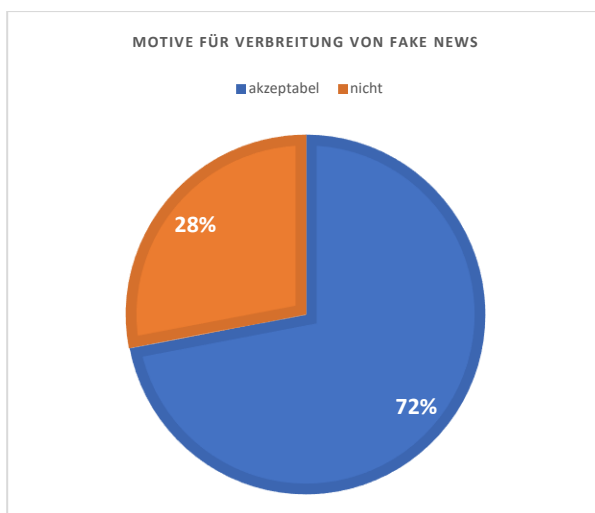


Hier zeigt sich ein ähnliches Bild wie bei der ersten Aufgabe. Es lässt vermuten, dass Schülerinnen nach Beendigung der Unterrichtsreihe erkannt haben, wie häufig sie bereits mit mathematischen Manipulationen in Berührung gekommen sind.

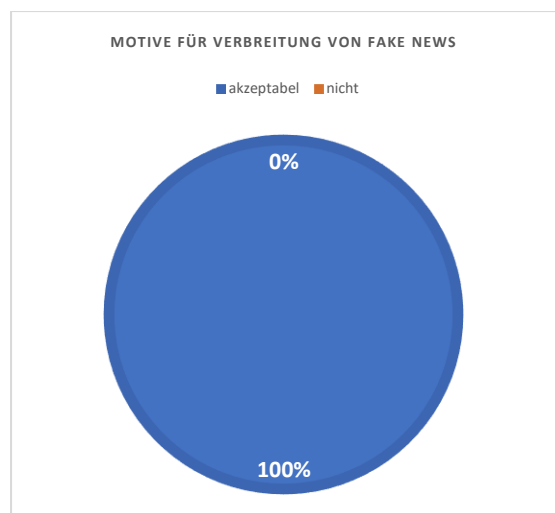
Aufgabe 3

Bei dieser Aufgabe wurde eine Antwort als „akzeptabel“ gewertet, wenn die genannten Motive für die Verbreitung von *Fake News* einen essentiellen alltagrelevanten Bezug hatten (kein Klatsch&Trasch von Promis etc.).

Zu Beginn der Unterrichtsreihe



Am Ende der Unterrichtsreihe

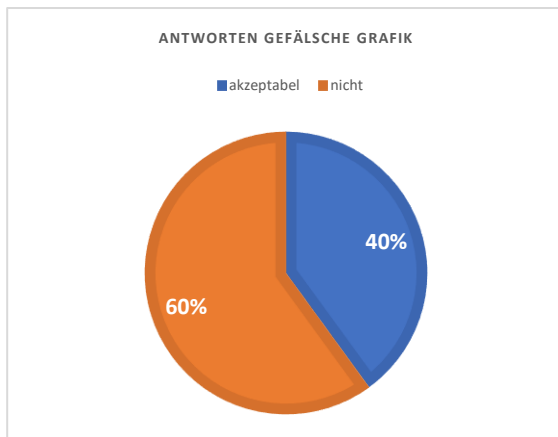


Die Fragestellung ist sehr offen formuliert, wodurch es keine korrekte Lösung gibt. Bereits zu Beginn erkannten viele Schülerinnen, welche Motive es für die Verbreitung Falschinformationen geben kann. Am Ende gaben alle eine akzeptable Antwort ab.

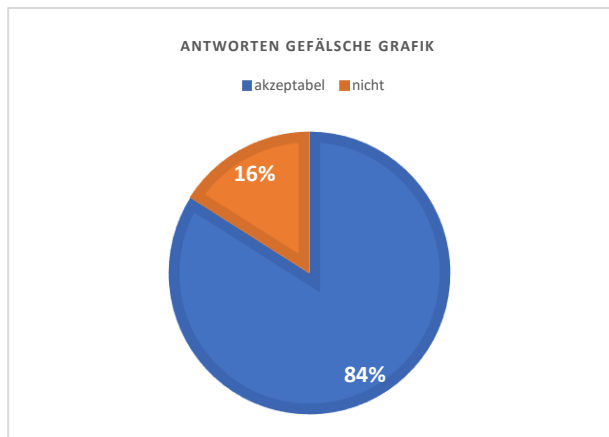
Aufgabe 4

Als „akzeptable“ Antwort wurde eine korrekte Lösungserwartung gezählt. Woraus sich folgende Gegenüberstellung ergibt.

Zu Beginn der Unterrichtsreihe



Am Ende der Unterrichtsreihe

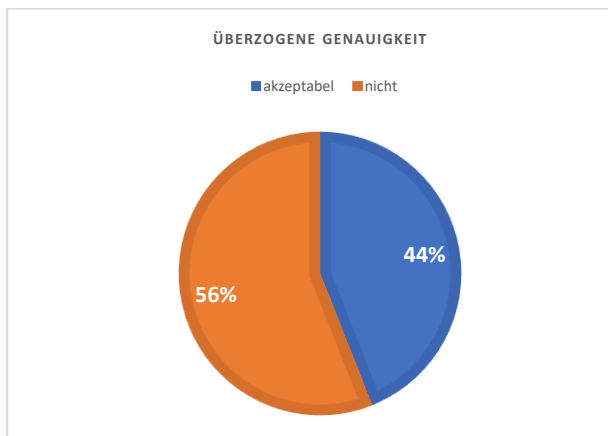


Der Fortschritt beim Erkennen gefälschter Grafiken ist klar erkennbar. Der Großteil der Schülerinnen ist am Ende der Unterrichtsreihe in der Lage, eine manipulierte Grafik zu entlarven. So hat sich die Anzahl der korrekten Lösungen im Vergleich zum Anfang verdoppelt, was den Erfolg der Unterrichtsreihe nochmals unterstreicht.

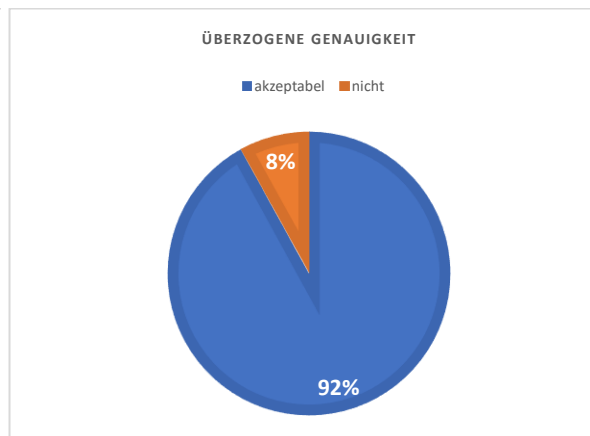
Aufgabe 5

Analog zur Aufgabe 4 wurde als „akzeptabel“ eine Antwort gewertet, wenn diese der Lösungserwartung entsprach.

Zu Beginn der Unterrichtsreihe



Am Ende der Unterrichtsreihe

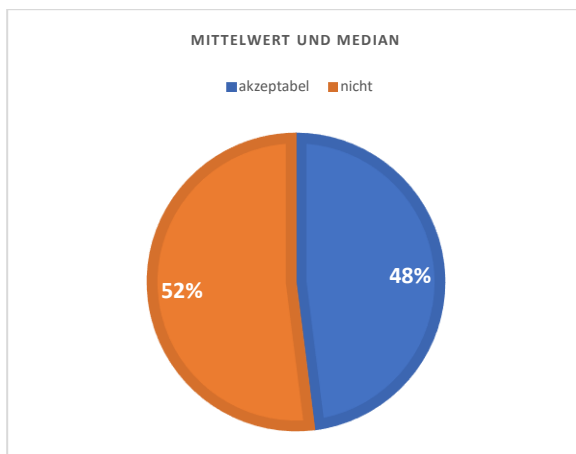


Auch bei dieser Aufgabe zeigt sich eine signifikante Verbesserung. Zu Beginn gaben lediglich 44% der Schülerinnen eine „akzeptable“ Antwort, während es am Ende der Unterrichtsreihe bereits 92% waren, woran man einen Fortschritt definitiv festmachen kann.

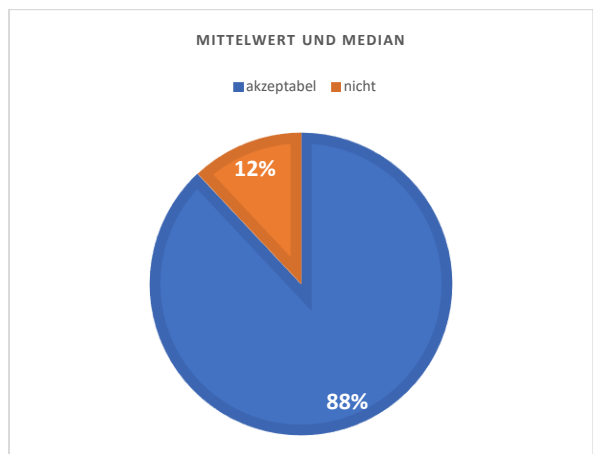
Aufgabe 6

Wie bei den vorherigen Aufgaben, wurde bei der letzten Aufgabe eine richtige Lösung als „akzeptable“ Antwort gewertet.

Zu Beginn der Unterrichtsreihe



Am Ende der Unterrichtsreihe



Auch bei der letzten Aufgabe ist eine signifikante Verbesserung ersichtlich. Obwohl knapp die Hälfte der Klasse die Aufgabe bereits zu Beginn richtig gelöst hatte, so waren es am Ende der Unterrichtsreihe immerhin 88%, die eine korrekte Lösung abgeben konnten.

Die Diagramme im direkten Vergleich machen den Erfolg der Unterrichtsreihe nochmals sichtbar.

8 Resümee

Die vorliegende Arbeit ist folgenden Forschungsfragen nachgegangen:

- Ist es möglich, dass Schülerinnen nach Beendigung der Unterrichtsreihe zum Thema „*Fake News in der Mathematik*“ manipulierte Daten besser als zuvor erkennen und bewusste manipulative Fälschungen begründen können?
- Kann dadurch kritisches Denken und Hinterfragen in Bezug auf mathematische *Fake News* aktiviert werden?
- Erkennen Schülerinnen den unverzichtbaren Stellenwert der Mathematik, insbesondere der Statistik, im realen Leben und außerhalb des Schulunterrichts?

Zur Beantwortung dieser Fragen wurde die Unterrichtsreihe entwickelt, die das Thema *Fake News* bzw. *tendenziös falsch dargestellte Informationen in der Mathematik* den Schülerinnen näherbringen sollte. Ziel war es, eine Sensibilisierung hervorzurufen, zu zeigen, wie präsent die Mathematik ist und kritisches Denken zu etablieren.

Die Notwendigkeit dafür beruht darauf, dass *Fake News* gegenwärtig sind und sich schnell verbreiten. Zumeist werden *Fake News* mit Wahlkämpfen in Verbindung gebracht, wenn Politiker Statistiken und Zahlen für ihre eigenen Zwecke missbrauchen. Aber auch in der Corona-Pandemie waren Falschinformationen ein großes Thema. Die Manipulation der breiten Masse kann einerseits dadurch gelingen, dass beinahe jede Person Zugang zum Internet hat und dort ungefiltert auf eine Informationsflut trifft beziehungsweise auch selbst wahllos Informationen veröffentlichen kann. Andererseits verwenden soziale Netzwerke Algorithmen, die genau auf die Nutzerinnen abgestimmt sind. So werden selbst Inhalte angezeigt, die der offensichtlichen Unwahrheit entsprechen. Es ist somit möglich, dass sich jeder seine eigene Wahrheit und Realität zusammenstellen kann und „Beweise“ in gefälschten Statistiken oder unwahren Zusammenhängen findet. Durch soziale Medien erhält man viel Aufmerksamkeit und eine große Reichweite, was eine Verbreitung von Falschinformationen sehr einfach macht. Häufig machen sich auch radikale Gruppen das zunutze, um ihr Thema breitzutreten und neue Anhänger zu finden.

Umso essentieller ist es, dass Schülerinnen die Flut an Informationen filtern sowie reflektieren und *Fake News* erkennen können.

Im ersten Teil der Arbeit wurde gezeigt, dass es möglich ist, mithilfe von Statistik, Kennzahlen und Diagrammen verschiedenste Inhalte bewusst und unbewusst falsch darzustellen. Dies ist aber kein neues Phänomen, sondern wurde bereits seit jeher

genutzt, was die historischen Fallbeispiele gut zeigten. Es wurde dargelegt, dass wir Zahlen blind vertrauen, ohne sie einer weiteren Prüfung zu unterziehen. Das machen sich Privatpersonen, Unternehmen und die Politik zunutze, um mit gefälschten Statistiken *Fake News* zu verbreiten und einen persönlichen Vorteil daraus zu ziehen. Dies kann bewusst oder auch unbewusst sowie auf unterschiedlichen Wegen erfolgen.

Wie bereits erwähnt, ist die Verbreitung von *Fake News* in den sozialen Netzwerken omnipräsent, was ein frühzeitiges Auseinandersetzen mit digitaler Grundbildung und Sensibilisierung für manipulative Inhalte unabdingbar macht. Kinder und Jugendliche müssen bereits in jungen Jahren lernen, wie man kritisch denkt und Informationen auf ihren Wahrheitswert überprüfen kann.

Bereits beim Kompetenzcheck, der zu Beginn durchgeführt wurde, hat sich gezeigt, dass die Schülerinnen ein grundlegendes Verständnis von *Fake News* haben. Sie konnten einige, zumeist persönliche, Beweggründe für die Verbreitung nennen und haben auch einige Motive genannt, aus denen hervorging, dass Falschinformationen sowohl absichtlich als auch unabsichtlich verbreitet werden können. Fast alle waren bereits mit *Fake News* in Berührung gekommen. Allerdings wurde von niemandem ein mathematischer Bezug erwähnt. Ein Zusammenhang mit *Fake News* und Statistik schien nicht gegeben, was erneut die Notwendigkeit einer gezielten Unterrichtsreihe zu diesem Thema unterstreicht.

Die Schülerinnen wurden mit Aufgaben konfrontiert, die verschiedene Möglichkeiten einer Manipulation aufzeigen sollten. Hier wurde der Fokus auf die selbstständige Arbeitsweise gelegt, um das kritische Denken zu fördern und individuelle Lösungen zuzulassen. Ziel war es unter anderem, einen „Aha“-Effekt bei den Lernenden auszulösen und aufzuzeigen, wie breit gefächert die Manipulationsmethoden in der Mathematik sind und wie häufig sie damit im Alltag konfrontiert werden.

Die Ergebnisse der Untersuchung haben gezeigt, dass die Schülerinnen am Ende der Unterrichtsreihe in der Lage waren, manipulierte Daten besser als zu Beginn zu erkennen. Es zeigte sich ein verstärktes Bewusstsein dafür, dass Statistiken per se nicht immer gefälscht sein müssen, aber oftmals in tendenziöser Weise präsentiert werden, um einen persönlichen Nutzen daraus zu ziehen oder die eigene Meinung zu unter-

mauern. Durch den Unterricht haben die Schülerinnen gelernt, kritischer mit Informationen umzugehen, insbesondere wenn es um Statistiken und Zahlen geht und ihnen nicht einfach blind zu glauben. Sie haben durch die Aufgaben gelernt, dass Daten zwar auf den ersten Blick vertrauenswürdig erscheinen können, man sie allerdings immer einer Prüfung unterziehen sollte, bevor man voreilig Schlussfolgerungen zieht. Die Lernenden erkennen nun, dass Mathematik und Statistik im alltäglichen Leben eine zentrale Rolle spielen und wichtige Werkzeuge sind, wenn es um die Bewertung von Nachrichten und Informationen geht.

Die Unterrichtsreihe hat dazu geführt, dass die Schülerinnen manipulative Inhalte besser erkannten und ein kritisches Bewusstsein für die Bedeutung der Mathematik entwickelt haben. Die Antworten deuten darauf hin, dass sie nun besser Zusammenhänge erkennen und bewusster auf tendenziöse Darstellungen achten. Insgesamt kann gesagt werden, dass sie ein besseres Verständnis entwickelten, dafür, wie Zahlen und Daten manipuliert werden können. Durch die intensive Auseinandersetzung mit realitätsbezogenen sowie fiktiven Beispielen, die sie selbst erarbeitet haben, lernten die Jugendlichen den Kontext und die Quellen einer statistischen Erhebung zu überprüfen. Dies fördert die Fähigkeit, Informationen selbstständig kritisch zu hinterfragen und bewusster zu betrachten.

Während des Unterrichts wurde sehr schnell klar, dass die Unterrichtsform des selbstorganisierten Lernens noch nicht oft etabliert wurde, weswegen sich viele Lernende schwer taten, eigenständige Ideen einzubringen. Dies widerspiegelte die Tatsache, dass viele Schülerinnen oftmals keine Antwort auf eine Aufgabe gaben, obwohl sie von der Lehrkraft unterstützt wurden. Hier wurde deutlich, dass noch große Unsicherheit herrscht und auch Ideen zur Beantwortung der Aufgaben fehlten. Das wurde allerdings zum Ende der Unterrichtsreihe besser. Unabdingbar ist es, dass die Lehrperson immer als Lerncoach agiert und den Schülerinnen Inputs und Anregungen gibt. Entweder am Ende jeder Stunde oder auch am Ende der Unterrichtsreihe ist es wichtig, die Beispiele mit den Jugendlichen zu besprechen und durchzugehen, um auf etwaige fehlende Begründungen oder Unklarheiten hinzuweisen.

Auffällig war, dass einige Schülerinnen mit speziellen Antworten besonders hervorstachen und zeigten, dass die Unterrichtsreihe definitiv Früchte getragen hat. Weiterführende Schlussfolgerungen, genaue Beobachtungen und die kritische Analyse der Beispiele waren deutlich erkennbar. Dies verlangt jedoch auch ein Umdenken und eine

flexible Arbeitsweise der Lernenden, die nach eigenen Angaben hauptsächlich Frontalunterricht gewohnt waren.

Durch die beschränkte verfügbare Zeit wurde die selbstständig durchgeführte Erhebung und Fälschung einer Statistik nur von einer Gruppe durchgeführt, die jedoch zeigte, wie leicht es ist, Daten aus dem Zusammenhang zu reißen und falsch darzustellen. Gerade diese eigenständig gefälschte Untersuchung zeigte den Schülerinnen nochmals auf, wie wichtig es ist, tendenziös falsch dargestellte Informationen zu enttarnen.

8.1 Ausblick

Ein Lerntagebuch wurde in dieser Unterrichtsreihe nicht eingesetzt, was jedoch eine gute Möglichkeit wäre, den Lernfortschritt der Schülerinnen zu unterstützen und sie auch in der eigenen Selbstwahrnehmung und Selbsteinschätzung zu fördern.

Der Vorteil dieser Unterrichtsreihe ist, dass sie einerseits ideal in ein Wahlfach etabliert werden kann und man hier den vollen Umfang und alle Möglichkeiten nutzen könnte, andererseits besteht aber auch die Möglichkeit, einzelne Themen für den regulären Unterricht zu verwenden.

In weiterer Folge ist es auch möglich, das Themengebiet zu erweitern und Beispiele zur Wahrscheinlichkeitstheorie zu etablieren. Auch ein fächerübergreifender Unterricht eignet sich zu diesem Thema hervorragend. Außerdem wäre es möglich, aus dieser Unterrichtsreihe ein langfristiges Projekt zu gestalten, bei welchem die Schülerinnen über mehrere Wochen oder auch Monate hinweg bestimmte Thematiken untersuchen. Es ließe sich einen Arbeitsauftrag erteilen, aufmerksam in den sozialen Medien zu sein, um konkrete Fallbeispiele zu sammeln. Im Anschluss könne man die Mathematik dahinter analysieren und am Ende das Beispiel mit Erklärung im Plenum präsentieren. Dies hätte den Vorteil, dass die Schülerinnen mit aktuellen Themen, Informationen und/oder Posts aus dem Internet konfrontiert würden und so unmittelbar die Bedeutung der Lerninhalte erkennen könnten.

Weiters ist anzudenken, die genannte Unterrichtsreihe zu digitalisieren und online zur Verfügung zu stellen. Durch die digitale Grundbildung, die bereits in der Sekundarstufe I etabliert ist, wird das Arbeiten mit digitalen Medien und Technologie immer präsenter. Eine Abwicklung auf Onlinebasis bietet auch weitere Möglichkeiten für die Lehrperson. Je nach Art und Weise, welches Onlinetool verwendet wird, kann der Lernfortschritt direkt beobachtet werden und es kann eine Erhebung über den aktuellen Lernstand durchgeführt werden. Die Unterrichtsreihe kann beispielsweise über Microsoft Forms gestaltet werden. Da Office 365 an vielen Schulen zur Verfügung steht, kommen hier keine weiteren Kosten auf die Schülerinnen zu und es ist somit für eine breite Masse zugänglich. Forms bietet mit den verschiedenen Antwortformaten eine Möglichkeit, die Unterrichtsreihe zu adaptieren und gegebenenfalls differenziert zu gestalten, um auch den individuellen Lernstand der Schülerinnen zu berücksichtigen.

Eine andere und effiziente Möglichkeit bietet die Lernplattform LeTTo, die insbesondere für technische und mathematische Inhalte verwendet wird. Hier ist es außerdem möglich, die Unterrichtsreihe so aufzubereiten, dass sie absolut individuell und selbstständig von den Schülerinnen bearbeitet werden kann. Der Vorteil daran ist, dass den Schülerinnen auch direkt ein Feedback gegeben werden kann und Lösungen überprüft werden können.

Außerdem kann der Umgang mit speziellen Softwaretools zur Datenanalyse und -visualisierung integriert und angewandt werden, was wiederum einen Vorteil für die Lernenden sowohl im schulischen, als auch später im beruflichen Lebensweg bringen kann.

Abschließend kann festgehalten werden, dass die durchgeführte empirische Untersuchung gezeigt hat, dass nicht nur angestrebte Lernziele erreicht wurden, sondern auch das Bewusstsein der Schülerinnen zum Thema *Fake News* in der Mathematik und der verantwortungsvolle Umgang mit Daten geschärft wurden. *Fake News* und Falschinformationen sind allgegenwärtig, wodurch eine Beschäftigung damit unabkömmlich ist. Diese Unterrichtsreihe hat die Grundlage dafür gelegt, dass die Schülerinnen nicht nur *Fake News* in der Mathematik erkennen und hinterfragen, sondern auch in anderen Lebensbereichen kritisch mit Informationen umgehen. Die erlernten Kompetenzen können ihnen helfen, fundierte Entscheidungen zu treffen und sich selbstbewusst in

einer zunehmend informationsüberflutenden Welt zu bewegen. Die Stärkung ihres kritischen Denkens ist somit nicht nur ein wichtiger Bestandteil ihrer schulischen Laufbahn, sondern kann ihnen auch in ihrer eigenen Persönlichkeitsentwicklung helfen.

9 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: korrekte wahrheitsgemäße Umsatzdarstellung	35
Abbildung 2: Beschneidung der y-Achse.....	36
Abbildung 3: Gestreckte y-Achse ohne Beschriftung und ausgeblendetes Umsatzjahr	36
Abbildung 4: Irreführend – aus "doppelt so viel" wird die Fläche viermal und das Volumen achtmal so groß	37
Abbildung 5: Quelle: Universität Bayreuth Skriptum, S. 14	57
Abbildung 6: Quelle: Eigenkreation	59
Abbildung 7: Quelle: Facebook, Freie Medien, 16.07.2019.....	60
Abbildung 8: Quelle: https://twitter.com/turi2/	63
Abbildung 9: Quelle: Eigenkreation	63
Abbildung 10: Quelle: Eigenkreation	63
Abbildung 11: Quelle: Eigenkreation	64
Abbildung 12: Quelle: Eigenkreation	64
Abbildung 13: Darstellung Diagramm Schülerin 1	83
Abbildung 14: Darstellung Diagramm Schülerin 2	83
Abbildung 15: Darstellung Diagramm Schülerin 3	84
Abbildung 16: Diagramm selbständige Erhebung und willkürlicher Zusammenhang	90
Abbildung 1 Quelle: Universität Bayreuth Skriptum, S. 14	105
Abbildung 2 Quelle: Eigenkreation	107
Abbildung 3 Quelle: Facebook, Freie Medien, 16.07.2019.....	108
Abbildung 4 Quelle: Frankfurter Rundschau, 08.2012.....	109
Abbildung 5 Quelle: https://twitter.com/turi2/	110
Abbildung 6 Quelle: Eigenerstellung	111
Abbildung 7 Quelle: Eigenerstellung	111
Abbildung 8 Quelle: Eigenerstellung	111
Abbildung 9 Quelle: Eigenerstellung	111

10 Anhang

10.1 Unterrichtsreihe

Kompetenzcheck

1. Was stellst du dir unter Fake News vor? Was sind Fake News?
2. Hast du bereits Erfahrungen mit Fake News gesammelt? Gib ein Beispiel an.
3. Welche Motive könnte es deiner Ansicht nach geben, um Fake News zu verbreiten?

4. Betrachte folgende Abbildung. Erkläre, was an der Darstellung falsch ist. Gib an, welchen Eindruck die tendenziös (bewusst) falsch dargestellte Grafik bewirken soll.

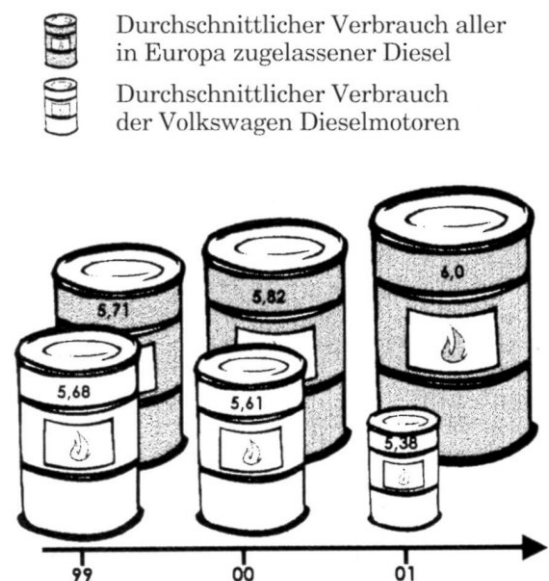


Abbildung 17 Quelle: Universität Bayreuth Skriptum, S. 14

5. Gibt man die Einwohnerzahl von Österreich in eine Suchmaschine ein, so spucken seriöse Quellen verschiedene Zahlen aus. Die Datenbank der Statistik Austria gab bekannt, dass am 01.01.2021 8,93 Millionen Menschen in Österreich lebten. In der Statistik von countrymeters.info findet sich für den 01.01.2021 eine Einwohnerzahl für Österreich von 9.045.673. Ein Freund von dir behauptet, dass es richtiger wäre zu sagen, dass in Österreich ungefähr 9 Millionen Menschen leben.

Gib an, welche Einwohnerzahl deiner Einschätzung nach die sinnvollste ist. Begründe deine Antwort.

6. Das Bruttojahreseinkommen der unselbstständig erwerbstätigen Männer betrug laut Statistik Austria (Quelle: https://www.statistik.at/web_de/statistiken/menschen_und_gesellschaft/soziales/personeneinkommen/jaehrliche_persen_einkommen/index.html) im Jahr 2020 im Mittel (gemeint ist hier das bekannte arithmetische Mittel) 41.678 €. Der Median wurde jedoch mit 36.465 € angegeben.

Begründe, ob mit dem arithmetischen Mittel oder mit dem Median ein klareres Bild eines „typischen“ Einkommen eines unselbstständigen erwerbstätigen Mannes angegeben wird.

Prozente und Bezugsgrößen

Aufgabe 1

Ein Landwirt besitzt Tiere, die sich aus 57 Prozent Kühen, 14 Prozent Schafen und 29 Prozent sonstigen Tieren zusammensetzen.

Finde drei verschiedene absolute Zahlen, die diesen Prozentsätzen entsprechen.

Beurteile, welchen Eindruck diese Aussage hinterlässt.

Aufgabe 2

Kaufhäuser, Baumärkte und Möbelgeschäfte werben oft mit dem Angebot „Mehrwertsteuer geschenkt!“. Um das Angebot zu untermauern, steht oft „-20% MWSt“ dabei (siehe Abbildung 1).

Jemand sagt: „Die Mehrwertsteuer von 20% sind im Kaufpreis bereits enthalten. Deswegen beträgt die Mehrwertsteuer auch 20% des Kaufpreises.“



Abbildung 18 Quelle: Eigenkreation

Stimmt diese Aussage? Hat sich ein Fehler eingeschlichen? Rechne nach und gib an, worauf bei solchen Angeboten zu achten ist.

Aufgabe 3

In den sozialen Medien wird seit zirka 2010 immer wieder dieses Bild gepostet. Die Zahlen verwenden auch gerne Klimawandelkritiker.

Klimawandel und CO2

Unsere Luft besteht aus:

78% Stickstoff
21% Sauerstoff
1% Edelgase
0,038% CO2

Davon produziert die Natur selbst etwa 96%.
Den Rest, also **4%, der Mensch**. Das sind 4%
von 0,038% **also 0,00152%**.

Der Anteil von Deutschland beträgt hierbei
3,1%. Somit beeinflusst Deutschland mit nur
0,0004712% das CO2 in der Luft.

Damit wollen wir die „Welt-Führungsrolle“
übernehmen, was uns ca. **50 Milliarden Euro**
Steuern und Belastungen kostet.

Einfach mal darüber nachdenken.

www.fb.com/freiemedien2.0

Abbildung 19 Quelle: Facebook, Freie Medien, 16.07.2019

Sind die Daten korrekt? Falls nein, wo liegt der Fehler? Falls ja, warum handelt es sich dann hier um Fake News? Analysiere diese Information kritisch in alle Richtungen (mathematisch, physikalisch, gesellschaftlich etc).

Diagramme

Aufgabe 1

Im August 2012 veröffentlichte die „Frankfurter Rundschau“ im Artikel „Leben zwischen den Welten“ folgendes Diagramm:



Abbildung 20 Quelle: Frankfurter Rundschau, 08.2012

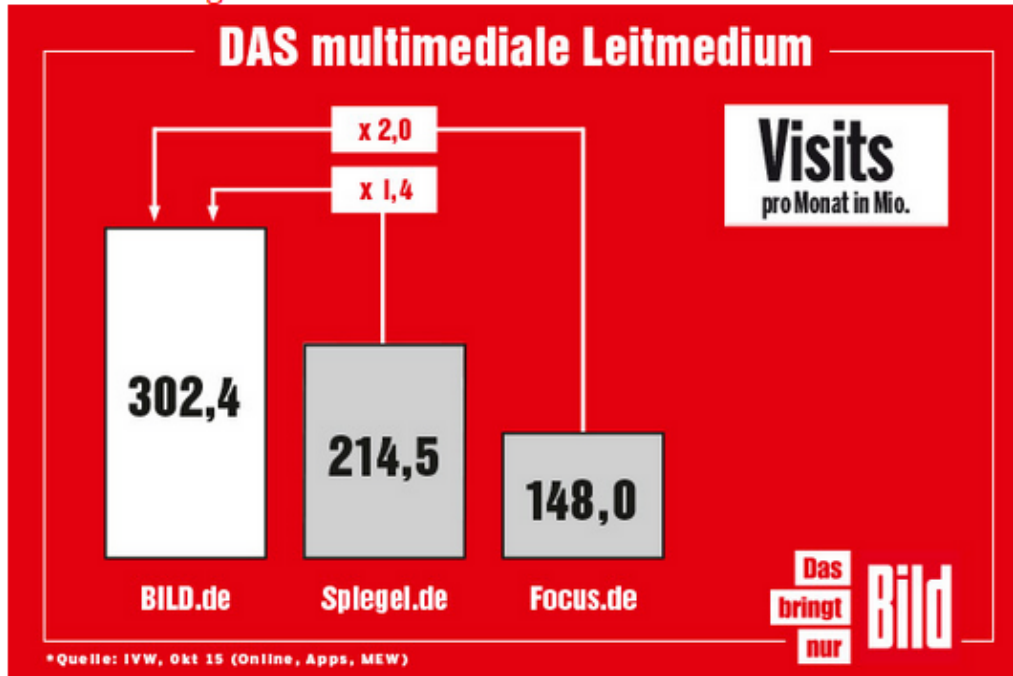
Begründe welcher Eindruck hier erweckt wird.

Beurteile das Diagramm auf Seriosität. Was fällt dir auf?

Aufgabe 2

Bei „turi2“ handelt es sich um einen deutschen Kommunikationsclub, welcher am 04.12.2015 Folgendes postete:

- Kombi-Anzeige -



Das bringt nur BILD: Die User immer wieder aufs Neue begeistern!

BILD.de hat 2 mal so viele Visits wie Focus.de und 1,4 mal so viele wie Spiegel.de. So sieht ein echter Marktführer aus.* Mehr über die Vorteile von BILD.de erfahren Sie [hier](#).

(*Quelle: IVW, Okt 15, Online, Apps, MEW)

Tags: Anzeige, Bild.de, Kombi-Anzeige

Abbildung 21 Quelle: <https://twitter.com/turi2/>

Überlege, ob dieses Diagramm manipuliert wurde. Falls ja, wie und welchen Zweck hätte diese Manipulation?

Aufgabe 3

Ein berühmter Automobilhersteller stellt in der Wirtschaftszeitung seinen Umsatz der letzten 10 Jahre grafisch dar. Die erste-Achse gibt die Zeit in Jahren und die zweite-Achse den Umsatz in Tausend € an. Ein hausinterner Statistiker ist beauftragt, die Daten dementsprechend zu gestalten. Dafür legt er folgende Diagramme der Betriebsleitung vor.

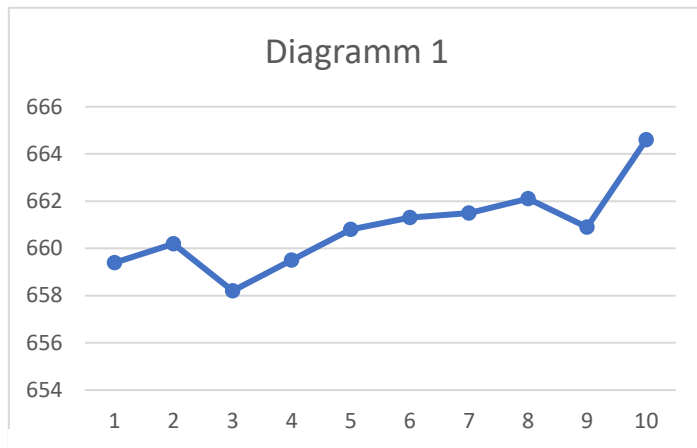


Abbildung 22 Quelle: Eigenerstellung

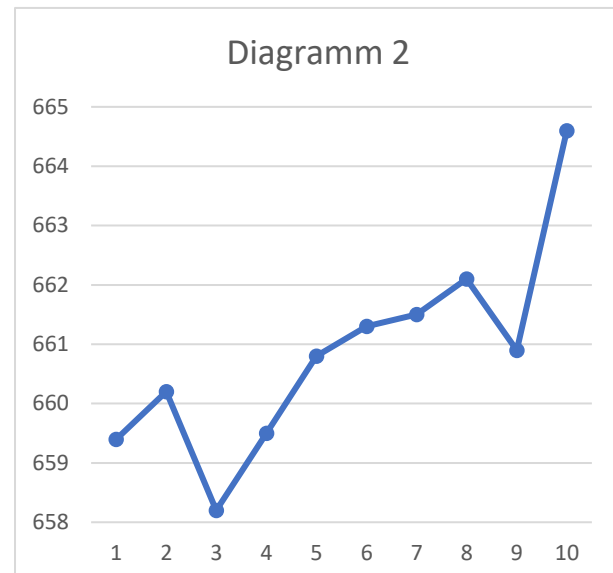


Abbildung 23 Quelle: Eigenerstellung

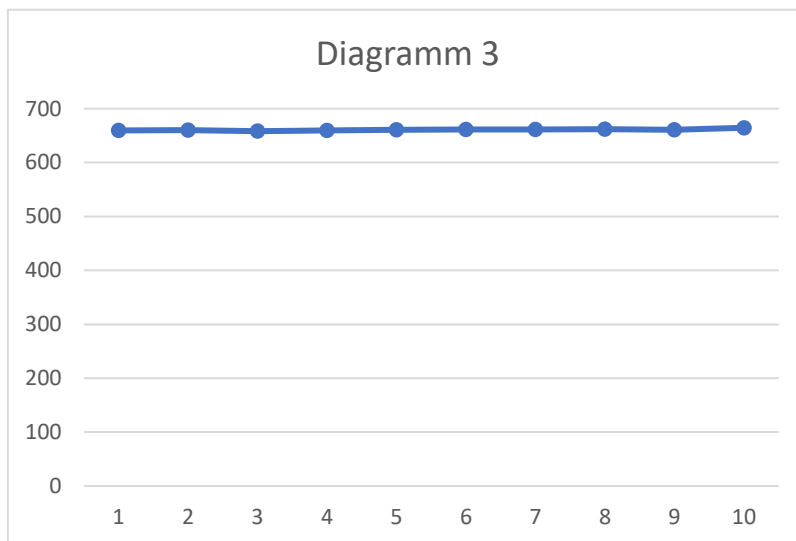


Abbildung 25 Quelle: Eigenerstellung

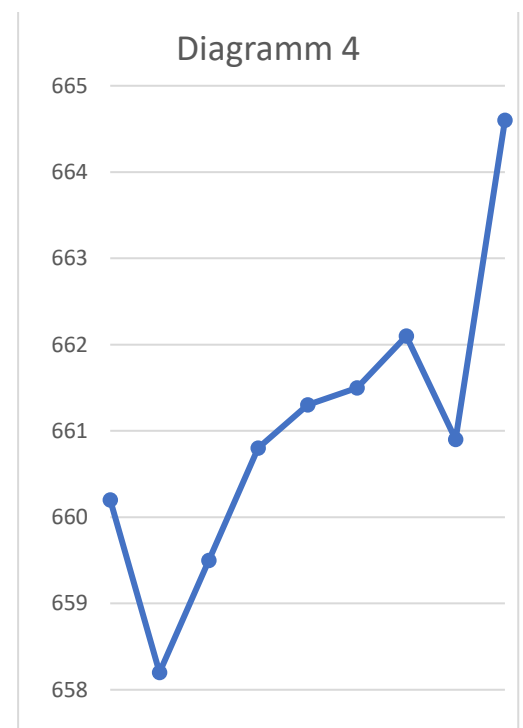


Abbildung 24 Quelle: Eigenerstellung

Beschreibe, wie sich die Diagramme verändern. Du kannst dabei folgende Daten als Hilfestellung verwenden:

Tag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Umsatz in Tausend €	659,4	660,2	658,2	659,5	660,8	661,3	661,5	662,1	660,9	664,6

Begründe, welches Diagramm einen wahrheitsgemäßen Eindruck des Umsatz widerspiegelt und am besten einen Gesamteindruck vermittelt.

Begründe, für welches Diagramm sich die Betriebsleitung entscheiden wird. Gib Vor- und Nachteile für diese Auswahl an.

Aufgabe 4

Ein Pressechef der Wirtschaftskammer Österreich muss die alljährliche Jahresbrochure im Bereich der Außenhandelsstatistik erstellen und die Entwicklung der Ausfuhr des österreichischen Gesamthandels 2011 bis 2018 grafisch darstellen. Die Daten der letzten Jahre liegen ihm vor und sind in der nachstehenden Tabelle angeführt. Für das Erstellen des Diagramms engagiert er dich.

Jahr	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Ausfuhr ^Ö Gesamthandel in Mrd. €	121,7	131,9	131,8	128,11	131,5	131,1	141,9	150,1

Erstelle ein Diagramm, das die Ausfuhr des österreichischen Gesamthandels möglichst beeindruckend darstellt. (Du kannst das Diagramm auch digital erstellen: Excel, GeoGebra etc.)

Mittelwerte und Überzogene Genauigkeit

Aufgabe 1

Die Schneebergbahn „Salamander“ in Puchberg am Schneeberg bringt ihre Touristen innerhalb von zirka 40 Minuten zum Bergbahnhof „Hochschneeberg“ auf zirka 1800 Seehöhe. Das Touristenbüro möchte für eine Förderungseinreichung beim Land NÖ ein möglichst positives Bild über die Anzahl der Fahrgäste vermitteln. Deswegen möchten sie einen guten Mittelwert der letzten fünf Jahre angeben.

Jahr	2017	2018	2019	2020	2021
Fahrgäste in Tausend	85,3	86,9	90,2	67,5	79,8

Berechne das arithmetische Mittel der Fahrgäste der letzten 5 Jahre. Überlege und berechne, wie der Mittelwert durch das Weglassen eines Wertes verbessert werden kann.

Aufgabe 2

Mittelwerte, Überzogene Genauigkeit, Studien, Prognosen

In einem kleinen idyllischen Dorf gibt es jeweils 9 Bauern und Bäuerinnen. Dabei beherbergt ein Hof 40 Kühe und ein anderer 5. Die anderen haben keine Kühe.

Berechne das arithmetische Mittel.

Berechne den Median.

Vergleiche die berechneten Zahlen im Kontext. Beschreibe, welche Kennzahl einen falschen Eindruck erweckt und welche Kennzahl die Realität besser widerspiegelt.

Aufgabe 3

Du gehst für deine Eltern zu einem Lebensmittelladen und erhältst eine Rechnung über exakt 40,00 €.

Sie fragen dich „Wie viel hast du denn bezahlt?“. Du antwortest „40 €“. Sie fragen dich nochmals „Aber wie viel hast du genau bezahlt?“.

Erkläre warum deine Antwort nicht glaubwürdig erscheint.

(Zusatz-)Aufgabe 4 (für Überflieger) ✈ :

Mark Twain sagte einst:

„Binnen 170 Jahren hat sich der untere Mississippi um 240 Meilen verkürzt. Das macht im Durchschnitt $1\frac{1}{3}$ Meile pro Jahr. Daher sieht jeder Mensch, es sei denn, er ist blind oder ein Idiot, dass vor einer Million Jahren der untere Mississippi mehr als eine Million dreihunderttausend Meilen lang gewesen ist und in den Golf von Mexiko hinausragte wie ein Angelstock. Genauso sieht man sofort, dass heute in 742 Jahren der untere Mississippi nur noch eine Meile und drei Viertel messen wird.“⁸³

Analysiere Mark Twains Berechnungen und begründe, ob es sich hierbei um eine logische Schlussfolgerung handelt oder ob hier eine gefälschte Information (bewusst oder unbewusst) vorliegt?

⁸³ Vgl. Krämer (2015), S. 85

Selbstständige Fälschung und Erhebung durch SchülerInnen

Arbeitsauftrag 1: Jede/r von euch sammelt bist zur nächsten Unterrichtseinheit 10 Antworten von MitschülerInnen in der Schule oder im privaten Umfeld und bringt diese mit.

Fragebogen

1. Welches Sternzeichen hast du?

- Löwe ☐
- Jungfrau ☐
- Skorpion ☐
- Wassermann ☐
- Schütze ☐
- Steinbock ☐
- Zwilling ☐
- Waage ☐
- Krebs ☐
- Stier ☐
- Fische ☐
- Widder ☐

2. Wie groß bist du?

3. Welchem Geschlecht fühlst du dich zugehörig?

- weiblich ☐ männlich ☐ divers ☐

4. Bist du eher ein Katzen- oder Hundefreund?

- Katze ☐ Hund ☐ Keine Bevorzugung ☐

5. Wie alt bist du?

Arbeitsauftrag 2:

1. Bildet 3er oder 4er Gruppen.
2. Stellt nun die Daten bewusst mit einer tendenziösen, d. h. manipulierenden Absicht dar , obwohl die Daten korrekt sind.
3. Formuliert dazu passende Schlagzeilen.
4. Erstellt ein Diagramm, das den manipulierenden Zusammenhang unterstreicht.
5. Präsentiert kurz eure Ergebnisse im Plenum. (Max. 5 Minuten pro Gruppe)

Musterbeispiele Schlagzeile:

- Kleine Menschen sind Katzenliebhaber.
- Über 20-Jährige sind vermehrt Löwe im Sternzeichen.

Feedback

1. Das war super:
2. Das würde ich anders machen:
3. Das hat mir nicht gefallen:
4. Das merke ich mir:
5. Das kam zu kurz:

Hilfestellungen

Hilfestellung Prozentrechnung:

Mit Hilfe der Prozentrechnung stellt man Anteile eines Ganzen dar. Dabei ist $1\% = \frac{1}{100}$. Wichtig bei der Prozentrechnung sind folgende Begriffe:

- Prozentsatz $p\%$: Gibt an, wie viele Prozent, d. h. Hundertstel des Ganzen, gemeint sind
- Prozentanteil (auch Prozentwert) A oder W : Anteil an dem Ganzen, hängt mit Prozentsatz zusammen
- Grundwert G : das Ganze, beträgt 100%. Vorsicht: welche Bezugsgröße?

Bei Prozentrechnungen kann man mit Hilfe einfacher Schlussrechnungen oder mit Hilfe der Formel

$$A = G \cdot \frac{p}{100}$$

arbeiten. Diese Formel ist einfach aus einer Schlussrechnung herzuleiten und sie kann entsprechend auf gesuchte Größen umgeformt werden.

Weitere Info: Die Prozentzahl p ist nur die Zahl ohne dem Prozentzeichen.

Hilfestellung Bezugsgröße

Auch in der Statistik werden oftmals Prozentanteile angegeben. Dabei gibt es immer eine Bezugsgröße. Überlege, worauf sich die Angaben beziehen, was ist der Grundwert? Eine Bezugsgröße kann alles Mögliche sein, zum Beispiel die Anzahl von Befragten, die Menge verkaufter Artikel etc.

Tipp: Genau lesen!

Hilfestellung Manipulation von Diagrammen

Grafiken werden manchmal verändert, um einen bestimmten Eindruck beim Leser zu erzeugen. Das kann vielerlei Hintergründe haben, warum das gewünscht ist.

Beim Manipulieren von Diagrammen gibt es mehrere Methoden.

1. Diagrammtyp: Widerspiegelt die gewählte Art des Diagramms tatsächlich den Inhalt (die Daten)?
2. Skalierung: Wurden die Achsen richtig skaliert? Wurden Achsen gestreckt oder gestaucht? Sind die Zeitabstände gleich? Beginnt das Diagramm beim Koordinatenursprung? Ist der Skalierungsmaßstab zu groß? (Damit nur ein gewünschter Bereich zu sehen ist?)
3. Fehlende Daten: Sind alle Angaben vorhanden?

11 Literaturverzeichnis

Arens, T., Hettlich, F., Karpfinger, C., Kockelkorn, U., Lichtenegger, K. & Stachel, H. (2022). *Mathematik. 5. Auflage*. Berlin: Springer Verlag GmbH

Barth, V. & Homberg, M. (2018). *Fake News: Geschichte und Theorie falscher Nachrichten*. In: Geschichte und Gesellschaft. Vol. 44 (4). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Becker, B. (1993). *Statistik*. München: R. Oldenbourg Verlag GmbH

Benesch, T. (2013). *Schlüsselkonzepte zur Statistik*. Berlin: Springer Verlag GmbH

Beste, J. (2008). *Tatort Statistik. Wie Sie zweifelhafte Daten und fragwürdige Interpretationen erkennen*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Benz, W. (2019). *Die Protokolle der Weisen von Zion. Die Legende von der jüdischen Weltverschwörung*. München: Verlag C.H.Beck oHG

Biehler, R. & Engel, J. (2010). *Stochastik: Leitidee Daten und Zufall*. In: Weigand, H. (Hrsg.). *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Berlin: Springer Spektrum.

Bierling, S. (2010). *Geschichte des Irakkriegs. Der Sturz Saddams und Amerikas Albtraum im Mittleren Osten*. München: Verlag C.H.Beck oHG

Bosbach, G. & Korff J. (2017). *Echt gelogen. Wer uns mit Statistiken manipuliert und wie wir die Zahlentricks durchschauen*. München: Wilhelm Heyne Verlag.

Creswell, J. & Creswell J. (2018). *Research Design. Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches. Fifth Edition*. Thousand Oaks: SAGE Publications.

Degen, H. & Lorscheid, P. (2012). *Statistik-Lehrbuch. Methoden der Statistik im wirtschaftswissenschaftlichen Bachelor-Studium*. München: Oldenbourg Verlag.

Döring, N. & Bortz, J. (2016). *Forschungsmethoden und Evaluation*. Berlin: Springer Verlag.

Dewdney, A. K. (1994). *200 Prozent von nichts. Die geheimen Tricks der Statistik und anderen Schwindeleien mit Zahlen*. Berlin: Birkhäuser Verlag.

Eichler, A. & Vogel, M. (2013). *Leitidee Daten und Zufall. Von konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Götz-Votteler, K. & Hespers, S. (2019). *Alternative Wirklichkeiten? Wie Fake News und Verschwörungstheorien funktionieren und warum sie Aktualität haben*. Bielefeld: transcript Verlag.

Hammer, C. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik*. Berlin: Springer Basel AG.
Hochstädter, D. (1996). *Statistische Methodenlehre: ein Lehrbuch für Wirtschafts- und Sozialwissenschaftler*. Frankfurt am Main: Harri Deutsch Verlag.

Klippert, H. (2023). *Selbstständiges Lernen fördern*. In: *Pädagogik 9/2023*. Weinheim: Beltz Verlagsgruppe.

Krämer, W. (2015). *So lügt man mit Statistik*. Frankfurt/New York: Campus Verlag.

Krämer, W. (1992). *Statistik verstehen*. Frankfurt/Main: Campus Verlag.

Krüger, K. & Sill, H. & Sikora, C. (2015). *Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I*. Berlin: Springer Spektrum Verlag.

Kuckartz, U. (2014). *Mixed Methods. Methodologie, Forschungsdesigns und Analyseverfahren*. Wiesbaden: Springer VS.

Le Rider, J. (2016). *Karl Kraus und die Dreyfus-Affäre*. In: *Études germaniques*, 2016, Vol.71.

Mittag, H.-J. (2011). *Statistik. Eine integrative Einführung*. Berlin: Springer-Verlag.

Neverla, I. & Taddicken, M. & Lörcher, I. & Hoppe, I. (2019). *Klimawandel im Kopf. Studien zur Wirkung, Aneignung und Online-Kommunikation*. Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Stern, N. (2006). *The Economics of Climate Change*. Cambridge: Cambridge University Press.

Schira, J. (2009). *Statistische Methoden der VWL und BWL. Theorie und Praxis. 3. aktualisierte Auflage*. München: Pearson Studium.

Schwarze, J. (2009). *Grundlagen der Statistik. 1, Beschreibende Verfahren. 11. Ausgabe*. Herne: Neue Wirtschafts-Briefe.

Stück, H. (1976). *Statistik. Originalausgabe*. München: Wilhelm Heyne Verlag.

Tandoc, Edson C.; Wie Lim, Zheng & Ling, Richard (2017): Defining „Fake News”. A typology of scholarly definitions. In: Digital Journalism. London: Routledge.

Waldenfels, B. (2002): *Bruchlinien der Erfahrung. Phänomenologie – Psychoanalyse – Phänomenotechnik*. Frankfurt am Main: Suhrkamp.

Wagschal, U. (1999). *Statistik für Politikwissenschaftler*. München: R. Oldenbourg Verlag.

Weixler, Antonius; Chihai, Matei; Martinez, Matias; Rennhak, Katharina; Scheffel, Michael & Sommer, Roy (2021). *Postfaktisches Erzählen? Post-Truth – Fake News – Narration*. Berlin: Walter de Gruyter GmbH.

Zwerenz, K. (2011). *Statistik. Einführung in die computergestützte Datenanalyse*. München: Oldenbourg Verlag.

11.1 Online Quellen

Rechtsinformationssystem des Bundes (2022). Bundesrecht konsolidiert: Gesamte Rechtsvorschriften für Lehrpläne – allgemein bildende höhere Schulen, Fassung vom 29.05.2022. <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568> (Letzter Zugriff am 29.05.2022)

Israel National News (2022). New study: COVID booster significantly delays end of infection. <https://archive.ph/bOsSt> (Letzter Zugriff am 27.08.2023)

The Associated Press (2007). Harry Potter and the Deathly Hallows' sells 8.3 million in first 24 hours. <https://eu.recononline.com/story/entertainment/local/2007/07/22/harry-potter-deathly-hallows/52841266007/> (Letzter Zugriff am 31.07.2024)

The New England Journal of Medicine (2022). Duration of Shedding of Culturable Virus in SARS-CoV-2 Omicron (BA.1) Infection. [Wayback Machine \(archive.org\)](https://www.nejm.org/doi/full/10.1056/NEJMoa2207211) (Letzter Zugriff am 27.08.2023)

Trade, I. (2023). Why Do Countries Import Fakes? Linkages and correlations with main socio-economic indicators. Report prepared by OECD and EUIPO. [Why Do Countries Import Fakes? \(europa.eu\)](https://www.euipe.europa.eu/en/publications/why-do-countries-import-fakes) (Letzter Zugriff am 23.07.2024)