

MASTERARBEIT / MASTER'S THESIS

Titel der Masterarbeit / Title of the Master's Thesis

„Eine quantitative Auswertung der Größenvorstellungen
und Schätzkompetenzen von Schüler*innen im
Größenbereich Geld“

verfasst von / submitted by
Nicole Köppel, BEd

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree
of

Master of Education (MEd)

Wien, 2022 / Vienna 2022

Studienkennzahl lt. Studienblatt /
degree programme code as it appears on
the student record sheet:

UA 199 510 520 02

Studienrichtung lt. Studienblatt /
degree programme as it appears on
the student record sheet:

Masterstudium Lehramt Sek (AB) Lehrverbund
UF Mathematik Lehrverbund
UF Geographie- und Wirtschaftskunde Lehrverbund

Betreut von / Supervisor:

Mag. Dr. Christian Dorner, BSc

Kurzfassung

Mathematisch kompetent zu sein zeichnet sich dadurch aus, über das Wissen und die Fähigkeit zu verfügen, auf mathematische Anforderungen in alltäglichen Situationen angemessen und zielgerichtet reagieren zu können. Die Konfrontation mit Größen ist im Alltag unumgänglich. Besonders präsent ist die Größe Geld, da sie für die Alltagsbewältigung in einer Konsumgesellschaft von großer Bedeutung ist. Für das eigene Haushalten und die Teilnahme am wirtschaftlichen und sozialen Leben ist nicht nur ein Verständnis für das Wechseln von Geldbeträgen von Bedeutung, sondern auch eine Wertvorstellung von Waren, Gütern und Dienstleistungen. Dabei steht eine Auseinandersetzung mit den Fragen ‚Was kann ich mir leisten?‘, ‚Wie viel ist es mir wert?‘ und ‚Ist dieser Preis gerechtfertigt?‘ im Fokus. Schätzkompetenzen werden in diesem Zusammenhang als wesentlich für die Entwicklung eines ganzheitlichen Größenverständnisses erachtet. In dieser Arbeit wird die Schätzkompetenz von Schülerinnen und Schülern zu Beginn der Sekundarstufe I hinsichtlich der Größe Geld untersucht. Weiters wird der Einfluss der mathematischen Leistungen und ausgewählten Kontextmerkmale wie Geschlecht, Erstsprache, sozioökonomischer Status und Selbstkonzept in Mathematik auf die Schätzleistung im Größenbereich Geld statistisch ausgewertet. Die Ergebnisse der statischen Datenanalyse der beiden Testungen GET 4+ und ERT 4+ sowie die Erfassung personenbezogener Daten zeigen, dass die Schüler*innen zu Beginn der Sekundarstufe I über gut ausgebildete Schätzfähigkeiten verfügen, die jedoch Lücken aufweisen. Außerdem lässt die Einflussnahme des Selbstkonzepts in Mathematik und die Rolle des Erfahrungshorizonts annehmen, dass die Schätzleistungen von Schüler*innen durch entsprechende Förderung und Interventionen verbessert werden könnte.

Abstract

Being mathematically competent is characterised by having the knowledge and ability to react appropriately in everyday situations. The value of money is particularly important for coping with everyday life in our consumer based society. Personal budgeting and participation in economic and social life requires an understanding of the value of goods and services. What can I afford? How much is it worth to me? Is this price justified? Estimation skills are considered essential for the development of the integral understanding of money. In this thesis, students' ability to estimate the price of goods at the beginning of secondary school is examined. In addition, the influence of mathematical competence and selected characteristics, such as gender, mother tongue, socio-economic status and self-concept is statistically evaluated. The analysis of the data from the two tests (GET 4+ and ERT 4+), as well as the collection of personal data, show that the students have well-trained estimation skills at the beginning of secondary school level, but specific gaps are evident. Conversely, the influence of personal experience in mathematics suggests that the estimation performance of students can be improved through appropriate support and engagement.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mich während meiner Masterarbeit begleitet und unterstützt haben.

Vor allem gebührt mein Dank Herrn Mag. Dr. Christian Dorner, der meine Masterarbeit betreute. Er unterstützte mich kontinuierlich im gesamten Entstehungsprozess meiner Arbeit und stand mir mit wertvollen und konstruktiven Hinweisen und Ideen sowie großem Engagement zur Seite.

Ein großes Dankeschön möchte ich Herrn Prof. Mag. Dr. Robert Schütty aussprechen. Er stellte die Datenbasis für die hier vorliegende Arbeit zur Verfügung. Basierend auf den Rohdaten der Testungen ERT 4+ und GET 4+ konnte ich das Datenmaterial von insgesamt 636 Schüler*innen zur statistischen Datenanalyse heranziehen. Ohne diese Unterstützung hätte ich eine so beachtliche Stichprobengröße für meine Untersuchung nicht nutzen können.

Vielen lieben Dank!

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	II
Abstract	III
Danksagung	IV
A Theoretischer Teil	1
1 Einleitung	1
2 Größen und Größenvorstellungen.....	3
2.1 Mathematische Aspekte	5
2.2 Psychologische Perspektive.....	10
2.3 Fachdidaktische Zugänge	12
2.3.1 Größenvorstellungen	12
2.3.2 Stufenmodell zum Aufbau von Größenvorstellungen.....	14
3 Größenbereich Geld.....	17
3.1 Mathematische Aspekte in Bezug auf Geld.....	17
3.2 Besonderheiten der Größe Geld	20
3.3 Größenvorstellungen im Größenbereich Geld.....	22
3.3.1 Möglichkeiten des Aufbaus und der Entwicklung von Größen- /Stützpunktvorstellungen zur Größe Geld	22
3.3.2 Vorkenntnisse und Vorerfahrungen	24
3.3.3 Erarbeitung der Größe Geld in Anlehnung an das klassische Stufenmodell	26
4 Schätzen von Geldbeträgen.....	31
4.1 Begriffsdefinitionen: Schätzen, Überschlagen und Runden	31
4.2 Einschätzen als Messprozess der Größe Geld	33
4.3 Schätzaufgaben – Fermi-Aufgaben mit der Größe Geld	33
4.4 Relevanz von Schätzungen und Größenvorstellungen im Alltag.....	34
5 Schnittpunkte mit mathematischer Grundbildung und Finanzkompetenz.....	36

6	Überprüfung der mathematischen Leistung und der Schätzkompetenzen mit ausgewählten Testverfahren	40
6.1	Eggenberger Rechentest ERT 4+	41
6.2	Größen-und-Einheiten-Test GET 4+	43
7	Einfluss ausgewählter Kontextmerkmale auf die mathematische Leistung ...	44
7.1	Geschlecht	45
7.2	Sozioökonomischer Status / Bildungsstand der Eltern	45
7.3	Erstsprache	46
7.4	Selbstbild, motivationale und emotionale Faktoren	47
B	Empirischer Teil	49
8	Aktueller Forschungsstand	49
9	Forschungsfragen und Hypothesen	50
10	Forschungsdesign	52
10.1	Stichprobe, Datengrundlage und Datenerhebung	53
10.2	Datenverarbeitung	56
11	Ergebnisse und Dateninterpretation	59
11.1	Auswertung GET 4+: Schätzkompetenz	59
11.2	Zusammenhang mathematischer Fähigkeiten mit der Schätzkompetenz	63
11.2.1	Auswertung des ERT 4+	63
11.3	Einfluss ausgewählter Kontextmerkmale auf die Schätzkompetenz ...	72
11.3.1	Geschlecht und Schätzkompetenz	72
11.3.2	Erstsprache und Schätzkompetenz	74
11.3.3	Sozioökonomischer Status und Schätzkompetenz	76
11.3.4	Selbstkonzept und Schätzkompetenz	78
12	Diskussion der Ergebnisse	81
13	Limitationen und Implikationen	85
14	Zusammenfassung und Ausblick	87

15	Literaturverzeichnis	90
16	Abbildungs- und Tabellenverzeichnis	95
16.1	Abbildungen	95
16.2	Tabellen	96
17	Anhang	98

A Theoretischer Teil

1 Einleitung

Es vergeht kaum ein Tag, an dem Jugendliche und Erwachsene mit der Größe Geld nicht in Berührung kommen. Um einen geeigneten Umgang mit Geld zu erlernen, ist es wesentlich, mit dieser Größe vertraut gemacht zu werden. Aufbauend auf den spielerischen Erfahrungen aus der Elementarstufe wird in der Primarstufe in die Größe Geld eingeführt, und es werden die ersten Vorstellungen im Hinblick auf den Wert erzeugt. Dies dient dazu, sich adäquat mit Aufgaben wie ‚Schätz einmal, wie viel es kostet!‘ auseinandersetzen zu können, mit denen jeder Mensch regelmäßig in der Alltags- und Berufswelt konfrontiert wird.

Viele Jugendliche und Erwachsene haben große Schwierigkeiten, Größen bzw. Werte abzuschätzen. Dies kann in beruflichen und alltäglichen Situationen zum Verhängnis werden. Daher stellt sich die Frage, woran es liegt, dass Schüler*innen trotz alltäglicher Konfrontation mit Geldbeträgen auf Fragen, die das Schätzen abverlangen, keine plausiblen Antworten geben können und entsprechende Aufgaben nicht lösen können. Fraglich ist auch, ob beispielsweise das unreflektierte Bezahlen mit Bankomatkarten oder die mangelnde Erfahrung mit bestimmten Waren, Gütern und Dienstleistungen Gründe für die Schwierigkeiten darstellen.

Da Geld der bedeutendste Größenbereich für die Alltagsbewältigung ist und als erste Größe in der Schule eingeführt wird, ist es entscheidend, den Status quo von Schüler*innen zu Größenvorstellungen in Bezug auf Geld genauer zu analysieren. Diese Masterarbeit beschränkt sich auf die Größenvorstellungen und die Schätzkompetenzen von Schüler*innen zu Beginn der Sekundarstufe I. Es wird aufgezeigt, wie gut die Schätzfähigkeiten der Schüler*innen aus der Stichprobe bezüglich der Größe Geld sind. Zudem wird der Zusammenhang mit der mathematischen Leistung geprüft. Weiters wird festgestellt, inwiefern ein Zusammenhang zwischen den Schätzkompetenzen im Größenbereich Geld und ausgewählten Kontextmerkmalen von Schüler*innen besteht.

Im theoretischen Teil wird zuerst allgemein auf Größen und Größenvorstellungen eingegangen. Dabei wird die mathematische, die psychologische und die fachdidaktische Perspektive betrachtet. Weiterführend wird Geld als Größe definiert und

von anderen Größen im Hinblick auf Besonderheiten abgegrenzt. Mithilfe diverser Studienergebnisse werden zudem die Herausforderungen der Vorstellungen hinsichtlich der Größe Geld abgebildet. Fragen, wie ‚Was wird – mit Blick auf die Größe Geld – genau unter Größenvorstellungen verstanden und welche schulischen Möglichkeiten in Bezug auf den Aufbau und die Entwicklung von Größenvorstellungen existieren in diesem Bereich?‘ stehen dabei im Fokus. Dazu werden bereits entwickelte Stufenmodelle und Möglichkeiten zum Aufbau und zur Entwicklung von Größenvorstellungen vorgestellt.

Die Notwendigkeit der Größenvorstellungen beim Schätzen und Überschlagen wird durch die Stützpunktvorstellungen verdeutlicht. Eine Analyse der Rahmenbedingungen für die Definition von *mathematical literacy* und *financial literacy* (mathematische Grundbildung und Finanzkompetenz) hinsichtlich der Größe Geld im Kontext Schätzen begründet die Notwendigkeit dieser bedeutenden Kompetenz auch fachlich.

Vorrausschauend auf den empirischen Teil der Arbeit werden zwei Testverfahren zur Überprüfung der allgemeinen Rechenleistung bzw. allgemeinen mathematischen Leistung (Eggenberger Rechentest, ERT 4+) und Schätzkompetenz im Bereich Geld (Größen-und-Einheiten-Test, GET 4+) vorgestellt. Weiters wird auf gezielt ausgewählte Kontextmerkmale eingegangen, die die mathematische Leistung von Schüler*innen beeinflussen. Mithilfe von recherchierten Studienergebnissen und Ergebnisberichten zur Bildungsstandardüberprüfung im Fach Mathematik wird anhand eines Überblicks aufgezeigt, inwiefern ein Zusammenhang zwischen dem Geschlecht, dem Selbstkonzept, dem sozioökonomischen Status und der Erstsprache mit der mathematischen Leistung von Schüler*innen besteht.

Die Inhalte des theoretischen Teils sind notwendig, um die anschließende quantitative Auswertung der Daten besser einzuordnen zu können und Schlüsse zu ziehen. Im empirischen Teil der Arbeit wird aufgezeigt, wie es um die Schätzfähigkeit von Schüler*innen zu Beginn der Sekundarstufe I bezüglich der Größe Geld steht. Dazu werden die allgemeinen mathematischen Leistungen der Schüler*innen mit deren Schätzleistungen im Größenbereich Geld verglichen. Die Ergebnisse der Rechentests ERT 4+ und GET 4+ dienen als Datenbasis zur statistischen Datenanalyse. Ziel dieser Datenanalyse ist es, festzustellen, ob ein Zusammenhang zwischen den

mathematischen Leistungen und den Schätzkompetenzen innerhalb der Untersuchungsgruppe vorliegt und inwiefern die Schätzkompetenzen mit zunehmender Größe der Geldbeträge variieren. Weiters wird im empirischen Teil der Arbeit dargelegt, inwiefern ein Zusammenhang zwischen der Schätzkompetenz im Größenbereich Geld und ausgewählten Kontextmerkmalen besteht.

Abschließend werden Theorie und Forschung zusammengeführt, um die entsprechenden Hypothesen zu den gewählten Forschungsfragen zu untermauern bzw. zu widerlegen. Ein Überblick über die Kontextmerkmale, die die Schätzkompetenzen im Größenbereich Geld beeinflussen, wird herausgearbeitet, um das Verständnis von Schüler*innen für die Schätzleistungen in diesem Bereich auch für Lehrkräfte plausibler zu machen.

Ziel dieser Arbeit ist es, den Zusammenhang zwischen mathematischen Leistungen und Schätzkompetenzen aufzudecken, die Schätzkompetenzen im Bereich Geld zu Beginn der Sekundarstufe I festzustellen sowie beeinflussende Kontextmerkmale herauszufinden. Dies soll dabei helfen, Größenvorstellungen von Geld zukünftig gezielter in der Sekundarstufe aufzubauen.

2 Größen und Größenvorstellungen

Eine Begegnung mit Größen findet im Alltag an vielen Stellen statt. Aufgrund der häufigen Präsenz in unterschiedlichen Lebensbereichen wie Wohnen, Arbeiten, schulische Bildung und Freizeit sind Größen auch in vielen Anwendungs- und Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht zu finden. Größen sind salopp gesagt idealisierte mathematische Objekte und stellen somit eine Brücke zwischen Mathematik und Realität her. Mithilfe von Größen können reale Objekte beschrieben werden. Durch das Körpergewicht, die Schuh- und die Körpergröße wird bereits deutlich, wie unabdingbar Größen im Alltag sind. (vgl. Greefrath 2018: 99)

Größen dienen nicht nur der Beschreibung realer Objekte, sondern helfen Schüler*innen dabei, arithmetische Operationen durch bereits gesammelte Erfahrungen im Umgang mit Größen besser zu erlernen. Sie können zum besseren mathematischen Verständnis beitragen und Vorstellungen hinsichtlich mathematischer

Operationen erzeugen, die dabei unterstützen, mathematisches Wissen besser zu verankern (vgl. Grassmann et al. 2005: 7).

Menschen assoziieren Zahlen häufig mit Längen. Um sich die abstrakten Konstrukte besser vorstellen zu können, verbinden Menschen Zahlen oftmals mit Abständen in Form eines Zahlenstrahls (vgl. Benz et al. 2015: 233).

Weiters hilft das Wissen über Größen und den damit oftmals verbundenen Messprozess Kindern, sich in ihrer eigenen Welt zu orientieren. Der Größenbereich ‚Zeit‘ ist mit seiner Strukturierung in Jahre, Monate, Wochen, Tage, Stunden, Minuten und Sekunden für die Organisation und Bewältigung des Alltags beispielsweise von zentraler Bedeutung. (vgl. Benz et al. 2015: 228)

Die Größenbereiche Länge, Masse, Zeit, Flächeninhalt und Volumen sind bereits im Kindesalter von hoher Relevanz. Länge, Masse und Zeit gehören zu den sogenannten Grundgrößen mit den Basiseinheiten Meter, Kilogramm und Sekunde. Die Fläche und das Volumen zählen zu den abgeleiteten Größen der Basisgröße Länge (vgl. Greefrath 2018: 100 f.). Der Größenbereich Länge wird im Gegensatz zu anderen Größenbereichen sogar von Kleinkindern wahrgenommen und ist von Geburt an bedeutsam (vgl. Benz et al. 2015: 233). Infolgedessen wird in den nachfolgenden Abschnitten immer wieder auf den Größenbereich Länge anhand konkreter Beispiele eingegangen.

Zu klären ist, wie eine Größe im Allgemeinen definiert wird. Die Mehrheit der Bevölkerung hat zum Begriff ‚Größe‘ eine Vorstellung, die jedoch von Mensch zu Mensch variiert. Nicht nur die räumliche Ausdehnung von Objekten oder die Geschwindigkeit und Beschleunigung von Bewegungen, sondern auch die Anzahl von Personen wird beispielsweise mit dem Begriff ‚Größe‘ verbunden. Eine allgemeine Definition können nur wenige Menschen nennen. Ebenso unterschiedlich sind die Sichtweisen der Mathematik und der Physik auf Größen. Einigkeit besteht darin, dass Größen der Beschreibung eines bestimmten Charakteristikums realer Objekte dienen. Bei diesem Charakteristikum handelt es sich um eine objektiv messbare Eigenschaft. Aus dem Blickwinkel der Physik existiert diese nur, wenn es möglich ist, eine eindeutige reproduzierbare Messvorschrift für Eigenschaften von Gegenständen oder Vorgängen anzugeben. (vgl. Greefrath 2018: 100 f.)

Jedes Messsystem folgt dabei einer einheitlichen Grundstruktur (vgl. Benz et al. 2015: 234):

1. Es muss eine sinnvolle Auswahl einer geeigneten Einheit getroffen werden.
2. Ist das zu Messende größer als die Maßeinheit, muss diese Einheit wiederholt benutzt und gezählt werden.
3. Kann eine natürliche Maßzahl das zu Messende nicht erfassen, muss die Einheit systematisch untergliedert werden.

Bei der Größe Länge muss beispielsweise zuerst eine Entscheidung für eine sinnvolle standardisierte Einheit wie Meter, Zentimeter und Millimeter erfolgen. Weiters ist zu prüfen, ob die ausgewählte Einheit ohne Zwischenräume und Überlappungen hintereinander abgetragen werden kann. Wird die Einheit Zentimeter gewählt und ist das zu messende Objekt länger als 6 cm und kürzer als 7 cm, kann keine natürliche Maßzahl das zu Messende vollständig erfassen, und die Einheit muss systematisch untergliedert werden. Dazu wird auf die Einheit Millimeter zurückgegriffen. Der Prozess des Messens erfordert somit die Verbindung von Raum- und Zahlvorstellungen und folgt der Idee von beliebig oft wiederholbaren, zerlegbaren und zählbaren Einheiten. (vgl. Peter-Koop & Nührenbörger 2008: 92)

Alle oben angeführten Größen haben eine eindeutig reproduzierbare Messvorschrift und können somit den physikalischen Größen zugeordnet werden. Im Folgenden geht es darum, wann aus mathematischer Sicht von einer Größe gesprochen wird.

2.1 Mathematische Aspekte

Um den häufig verwendeten Größenbegriff aus mathematischer Sicht besser zu verstehen, ist herauszufinden, wie eine Größe mathematisch definiert wird und was unter einem Größenbereich zu verstehen ist.

Eine Größe wird als (reelle) Maßzahl mit einer Maßeinheit angegeben. Somit kann eine Größenangabe als Produkt aus Maßzahl und Maßeinheit dargestellt werden. Die geläufigste und anschaulichste Maßeinheit ist das Längenmaß. Beispielsweise setzt sich die Größe ,2 m' aus der Länge eines Objekts mit der Maßzahl 2 und der Maßeinheit m (Meter) zusammen. Für eine Größe existieren mehrere Einheiten. Eine Länge kann in der Basiseinheit Meter, aber auch in abgeleiteten Einheiten

(Kilometer, Zentimeter, Millimeter...) angegeben werden. Somit können 2 m auch anders, z. B. als 200 cm, dargestellt werden.

Eine Einheit ist die Grundlage dafür, um anderen mitteilen zu können, wie lang, schwer, groß etc. etwas ist. Eine Ausnahme bildet die in der Primarstufe bedeutsame Größe Anzahl. Da dieser Größe keine Maßeinheit zugeordnet ist, wird sie als dimensionslos bezeichnet. (vgl. Greefrath 2018: 103)

Der Begriff Größe kann einerseits qualitativ und auch quantitativ betrachtet werden. So wie die Begriffe „Farbe“ und „Form“, drückt die Größe eine bestimmte Qualität (z. B. lang – kurz, schwer – leicht, teuer – billig) von Gegenständen aus. Soll die Größe eines Gegenstands näher beschrieben werden, sind Vergleiche und Abstufungen, also quantitative Überlegungen, notwendig. Mathematisch lässt sich eine nähere Eingrenzung der Qualität und der Quantifizierung mithilfe geeigneter Begriffe definieren. Werden Mengen bzw. Elemente von Mengen miteinander in Beziehung gesetzt, wird mathematisch von Relationen R gesprochen. Genauer gesagt werden reale Objekte, sogenannte Repräsentanten, direkt mithilfe einer Äquivalenzrelation (R bzw. $\sim$) und einer strengen Ordnungsrelation ($<$) geordnet (vgl. Lind 2005: 23). Im Zusammenhang mit der Größe Länge werden Stäbe, Wegstrecken, Seiten, Kanten usw. als Repräsentanten bezeichnet (vgl. Benz et al. 2015: 232).

In der Realität werden mehreren Objekten die gleiche Größe (Maßzahl und Maßeinheit) zugeschrieben. Beispielsweise besitzen viele reale Gegenstände die gemeinsame Eigenschaft Länge, indem sie gleich lang sind. Somit können alle Objekte mit gleicher Länge – unabhängig von ihren sonstigen Eigenschaften – zu einer Klasse von Objekten zusammengefasst werden. Diese Klasse von Objekten kann mathematisch gleich behandelt werden. Hinsichtlich einer Größe, wie beispielsweise die Größe Länge, kann ein ausgewähltes Objekt nur zu exakt einer Klasse gehören. Eine Größe (Länge, Volumen, ...) kann in unendlich viele Klassen aufgeteilt werden. Eine Aufteilung in disjunkte (durchschnittsfremde, elementfremde) Klassen induziert aus mathematischer Sicht eine Äquivalenzrelation. Somit liegt die Beschreibung von Größen mithilfe von Äquivalenzrelationen nahe. Eine Äquivalenzrelation ist transitiv, symmetrisch und reflexiv. (vgl. Greefrath 2018: 107 f.)

Um die Äquivalenzrelation „gleich lang wie“ auf der Menge der Seile zu überprüfen, wird im Folgenden die Größe Länge betrachtet. Die drei genannten Eigenschaften werden anhand des Vergleichs von beliebigen Seilen untersucht.

Die Reflexivität ist nachgewiesen, wenn jedes Seil dieselbe Länge wie es selbst hat. Jedes Seil steht somit zu sich selbst in Bezug. Symmetrie meint, dass beim Vergleich von zwei Seilen aufgrund der Kenntnis, dass das erste Seil gleich lang ist wie das zweite Seil, dies auch umgekehrt gilt. Wird beim Vergleich der Länge dreier beliebiger Seile festgestellt, dass das erste Seil dieselbe Länge wie das zweite Seil und das zweite Seil dieselbe Länge wie das dritte hat, kann gefolgert werden, dass das erste Seil dieselbe Länge wie das dritte Seil hat (Transitivität). Werden alle drei Seile einer Klasse zugeordnet, gehören sie hinsichtlich ihrer Länge derselben Klasse an. Neben diesen drei Seilen, für die eine Länge von 2 m angenommen wird, sind auch alle anderen Objekte mit einer Länge von 2 m in dieser Klasse. Die Äquivalenzrelation lautet in diesem Fall ‚hat die gleiche Länge wie‘ oder ‚ist ebenso lang wie‘. Dadurch wird eine Längengleichheit beschrieben. (vgl. Benz et al. 2015: 230)

Kurz zusammengefasst gelten nach Greefrath (2018: 108) folgende Eigenschaften für eine Äquivalenzrelation R auf der Menge A der Größen:

1. **Reflexiv**, wenn aRa für alle Größen a gilt.
Jedes Element einer Menge steht zu sich selbst in Bezug.
1. **Symmetrisch**, wenn aus aRb stets bRa folgt.
Die Beziehung zwischen zwei Elementen besteht auch in umgekehrter Richtung.
2. **Transitiv**, wenn aus aRb und bRc stets aRc folgt.
Für drei Elemente a , b und c gilt: Steht a in Relation zu b und b in Relation zu c , dann steht auch a in Relation zu c .

Hierbei ist A die Menge aller infrage kommenden Vertreter einer Größe und die Relation R eine Teilmenge des kartesischen Produktes $A \times A$. (vgl. Greefrath 2018: 108)

Die Vereinfachung und Mathematisierung eines realen Objektes auf eine Größe, um damit mathematisch arbeiten zu können, kann als Modellierungsprozess angesehen werden (vgl. Greefrath 2018: 106). Aus mathematischer Perspektive lässt sich eine Größe (z.B. Länge von 3 m) bilden, indem reale Objekte, sogenannte

Repräsentanten (z.B. Strecke mit einer Länge von 3 m), von nicht wesentlichen Eigenschaften losgelöst werden. Durch diesen Abstraktionsprozess und die anschließende Aufteilung der Objekte in disjunkte Klassen, sogenannte Äquivalenzklassen, werden Größen miteinander vergleichbar. Somit liegt Größen eine Äquivalenzrelation zugrunde, durch die reale Objekte hinsichtlich einer Eigenschaft in Klassen eingeteilt werden. (vgl. Heid 2018: 20)

Werden Gegenstände hinsichtlich ihrer Größe verglichen, so setzt man sie in Relation zueinander. Zwischen Repräsentanten von Größen kann jedoch nicht nur eine Äquivalenzrelation, sondern auch eine Ordnungsrelation bestehen. Wenn zwei Repräsentanten der Größe nach geordnet werden, müssen sie nicht zwingend dieselbe Größe haben. Oft ist ein Objekt länger, schwerer oder größer als das andere. In diesem Fall wird von einer strengen Ordnungsrelation gesprochen. „Ist größer als“ und „ist kleiner als“ sind somit Ordnungsrelationen. (vgl. Benz et al. 2015: 230)

Mathematisch heißt eine Relation R auf einer Menge M strenge Ordnungsrelation, wenn sie irreflexiv, asymmetrisch und transitiv ist. Die Eigenschaften transitiv wurden bereits erläutert. Die Definition für die Asymmetrie lautet wie folgt:

Für alle $a, b, c \in M$ gilt: Aus $a R b \Rightarrow \neg(b R a)$.

Eine asymmetrische Relation ist in keinem Fall umkehrbar, z. B. größer: ist a größer b wahr, dann ist b größer a falsch. Eine Beziehung wie $<$ oder $>$ kann nicht in umgekehrte Richtung bestehen. (vgl. Schichl & Steinbauer 2018: 155; Benz et al. 2015: 230)

Irreflexiv bedeutet, dass kein Element zu sich selbst in Bezug steht. Asymmetrisch meint, dass die Relation nicht in beide Richtungen bestehen kann. (vgl. Benz et al. 2015: 230)

Die strenge Ordnungsrelation bei der Größe Länge lautet ‚ist kürzer/länger als‘. Es wurde bereits gezeigt, dass zwischen Repräsentanten von Größen Ordnungsrelationen und Äquivalenzrelationen bestehen können. Nun bleibt noch die Frage, was unter einem Größenbereich zu verstehen ist. Dazu ist die **Addition von Größen** zu definieren: Zwei Größen werden addiert, indem zwei Repräsentanten für die Größen vereinigt werden. Beispielsweise bedeutet dies für den Größenbereich Länge,

dass zwei Objekte (z. B. Stäbe) aneinandergelegt werden. Die Strecke der Länge a und die Strecke der Länge b entspricht dann der Gesamtstrecke $a + b$.

Eine Menge $\mathbf{G}$ mit der Verknüpfung $+$ und der Relation $<$ wird **Größenbereich** genannt, wenn folgende Axiome erfüllt sind (vgl. Benz et al. 2015: 231):

- (A1) Die Verknüpfung $+$ ist in $\mathbf{G}$ abgeschlossen, d. h., für je zwei Elemente $a, b \in \mathbf{G}$ gilt: $a + b \in \mathbf{G}$.
- (A2) Assoziativgesetz: Die Verknüpfung $+$ ist assoziativ, d. h., für je drei Elemente $a, b, c \in \mathbf{G}$ gilt: $(a + b) + c = a + (b + c)$.
- (A3) Kommutativgesetz: Die Verknüpfung $+$ ist kommutativ, d. h., für je zwei Elemente $a, b \in \mathbf{G}$ gilt: $a + b = b + a$.
- (A4) Trichotomiegesetz: Die Relation $<$ erfüllt die Trichotomie, d. h., für je zwei Elemente $a, b \in \mathbf{G}$ gilt entweder $a < b$ oder $a = b$ oder $b < a$.
- (A5) Lösbarkeitsgesetz: Die Verknüpfung $+$ und die Relation $<$ sind verbunden durch $a < b \Leftrightarrow$ Es gibt ein $x \in \mathbf{G}$ mit $a + x = b$.

Die grundschulrelevanten Größen Länge, Zeit, Fläche, Volumen und Anzahl erfüllen die Axiome. Eine Ausnahme bildet die Größe Temperatur in $^{\circ}\text{C}$, da diese auch negative Werte annehmen kann. Das Lösbarkeitsgesetz, das besagt, dass die Gleichung $a + x = b$ nur für $a < b$ lösbar sein soll, ist nicht erfüllt. Das nachfolgende Gegenbeispiel zeigt, dass dies so ist:

Für $a = 9^{\circ}\text{C}$, $b = 4^{\circ}\text{C}$, $x = -5^{\circ}\text{C}$ ist die Gleichung $a + x = b$ erfüllt.

Anders ist dies, wenn die Einheit Kelvin verwendet wird. Bei dieser Temperatureinheit ist das Lösbarkeitsgesetz erfüllt, da keine negativen Werte angenommen werden können.

Im vorherigen Abschnitt ging es darum, die Intention der häufig verwendeten Begriffe ‚Größe‘ und ‚Größenbereich‘ mathematisch zu definieren, um die mathematische und sachliche Grundlage von Größen darzulegen. Aufbauend darauf wird im Folgenden auf die lernpsychologischen und fachdidaktischen Aspekte zum Aufbau von Größenvorstellungen eingegangen.

2.2 Psychologische Perspektive

Zahlreiche Wissenschaftler*innen beschäftigten sich seit Jahrzehnten mit der Entwicklung von Größenvorstellungen und Messfertigkeiten. Pionierarbeit im Bereich der kindlichen Größenvorstellungen leistete Jean Piaget (1967) mit seiner Stufentheorie zur Beschreibung der kognitiven Entwicklung von Kindern. In diesem Kapitel wird auf die Erkenntnisse von Piaget (1967) und die weiterführenden und teilweise aufbauenden Ergebnisse von Halford (1993) und Battista (2006) eingegangen.

Im Zuge seiner Stufentheorie zur kognitiven Entwicklung führte Piaget Experimente zu Messfähigkeiten und zum Messverhalten von Kindern durch und machte dabei auf unterschiedliche Aspekte aufmerksam. Folgende drei Aspekte spielen auch in den theoretischen Modellen seiner Nachfolger eine bedeutende Rolle:

1. **Längeninvarianz:** Basis für die Messung und das Verständnis von Längen ist das Prinzip der Erhaltung. Ein Kind muss die Einsicht erlangen, dass die Länge eines Seils unabhängig von seiner Lage (z. B. gestreckt, wellen- oder bogenförmig) gleichbleibt.
2. **Transitivität:** Dieser Begriff meint, dass das Wissen über die Eigenschaften eines Objekts auf ein anderes übertragen werden kann. Durch die Transitivität kann beispielsweise geschlossen werden, dass, wenn Anna kleiner als Franz und Franz kleiner als Susi ist, auch Anna kleiner als Susi ist.
3. **Einheiten eines Ganzen bilden:** Eine weitere zentrale Fähigkeit besteht darin, die Größe eines Gegenstands durch die eines anderen Gegenstands darzustellen. Besitzen Kinder diese Fähigkeit, können sie eine 100 cm lange Kante mit 20 cm langen Stäben darstellen. Ein Verständnis für solch einen Maßbegriff entwickelt ein Kind erst nach dem Zahlbegriff.

(vgl. Benz et al. 2015: 238 f.)

Halford (1993) untersuchte genauer, in welchem Alter Kinder die Voraussetzungen für Mess- und Größenvorstellungen zunehmend ausbilden. Die erste Ebene der kognitiven Struktur wird im Alter von ungefähr ein bis zwei Jahren vollzogen. In diesem Alter entwickeln Kinder das analoge Abbilden (*analogical mapping*). Sie können also Analogien bilden und somit Erkenntnisse auf andere Strukturen übertragen. Beispielsweise erlernen sie Begriffe wie ‚kurz‘ und ‚lang‘ und können diese Eigenschaften auf andere Objekte übertragen. Im Alter von zwei bis fünf Jahren

beginnt das beziehungsbezogene Abbilden (*relational mapping*), das ihnen dabei hilft, zwei Objekte in Beziehung zu setzen. In dieser Stufe sind sie in der Lage, beispielsweise zwei Buntstifte hinsichtlich ihrer Länge zu vergleichen. Clemens und Sarama (2007) stellten fest, dass Kinder im Alter von drei Jahren erste Einsichten zum Messen entwickeln. Kinder nehmen in diesem Alter bewusst wahr, dass Dinge und Lebewesen Eigenschaften haben, die sich durch Größen beschreiben lassen. Die dritte Stufe nach Halford (1993) ist das systematische Abbilden (*system mapping*), das bei Kindern ab vier Jahren eintritt. Sie sind in der Lage, drei Objekte miteinander zu vergleichen und begreifen die Längeninvarianz und die Transitivität. Mit Beginn des fünften Lebensjahres beginnt das multiple systematische Abbilden (*multiple system mapping*), durch das Kinder in der Lage sind, mehr als drei Objekte zu vergleichen und sich die ersten Repräsentanten als gedankliche Konstrukte einzuprägen und anzuwenden. Sie beginnen in diesem Alter erste Messprozesse zu verstehen und mit normierten und nichtnormierten Einheiten durchzuführen. Dabei nähern sie sich immer mehr der von Piaget angeführten Stufe ‚Einheiten eines Ganzen bilden‘ und beginnen, Größenvorstellungen auszubilden. (vgl. Benz et al. 2015: 238 ff.)

Battiste (2006) setzte sich genauer mit dem Längenkonzept auseinander und stellte zwei sich parallel entwickelnde Denkstrukturen bei Messprozessen fest (vgl. Benz et al. 2015: 230 f.):

1. *non-measurement reasoning*: Hier erfolgt das Messen auf Basis visueller Beurteilungen, direkter Vergleiche und des Nutzens von Eigenschaften einzelner Teile dieser Objekte, ohne dabei Zahlen zu verwenden.
2. *measurement reasoning*: Hiermit ist das herkömmliche Messen von Größen mit Maßeinheiten gemeint. Das herkömmliche Messen bezieht sich auf die Anzahl von Einheitslängen, die aneinandergereiht der Länge des zu messenden Objekts entsprechen. Dabei dürfen keine Überlappungen und Lücken vorhanden sein.

Basierend auf den ersten Erkenntnissen aus entwicklungspsychologischer Perspektive setzten sich Fachdidaktiker*innen mit der Frage des Lehrens und Lernens im Bereich von Größenvorstellungen und Messfertigkeiten auseinander. Dabei stand nicht nur das Was, sondern auch das Wie im Vordergrund. Wie die einzelnen

Stufen der kognitiven Entwicklung für Größenvorstellungen erreicht werden können, wird im nachfolgenden Kapitel näher erläutert.

2.3 Fachdidaktische Zugänge

Das Vorhandensein von Größenvorstellungen ist neben dem Umgang mit Größen eine der relevantesten *Zielsetzungen* im Bereich der Größen und des Messens. Im Folgenden wird daher geklärt, was Größenvorstellungen sind und wie diese aufgebaut werden.

2.3.1 Größenvorstellungen

Um Fragen wie ‚Wie schwer ist eine Kuh?‘, ‚Wie lang ist ein Fußballfeld?‘ oder ‚Wie viel Liter Wasser passen in eine Badewanne?‘ beantworten zu können, sind Größenvorstellungen von entscheidender Bedeutung. Bei Größen ist es grundsätzlich üblich, sich nur die Größenträger und die Konfigurationen der Größenträger vorzustellen, nicht jedoch die Größenwerte. Die Länge ‚1 m‘ wird beispielweise mit Objekten oder Abständen mit dieser Länge, z. B. mit einem Tafellineal oder der Türbreite, assoziiert. Repräsentanten für ‚1 kg‘ sind Objekte und verpackte Mengen wie eine Packung Mehl oder Milch. Größen und ihre Ausprägung sind somit nicht ohne ihre Träger vorstellbar. Bei der Assoziation mit der Größenausprägung eines Repräsentanten, greift man auf das Stützpunktwissen und die Stützpunktvorstellungen zurück. (vgl. Weiher & Ruwisch 2018: 2 ff.)

Abbildung 1 verdeutlicht, was unter dem Begriff ‚Größenvorstellungen‘ verstanden werden kann. Einerseits geht es um das Erkennen und Unterscheiden verschiedener Größenarten, andererseits um die Kenntnis von Repräsentanten unterschiedlicher Größenarten, das Beherrschen der Umrechnung von Größenangaben sowie Fähigkeiten beim Messen, Schätzen und Überschlagen. Ein grundlegendes Zahlenverständnis zu besitzen, sehen zahlreiche Autoren ebenso als eine Säule, um Größenvorstellungen aufbauen zu können. (Hope 1989: 15; Kuwahara & Lang 2001: 463; Pike & Forrester: 1997: 493; Sowder 1992: 371, zitiert nach Weiher & Ruwisch 2018: 4)

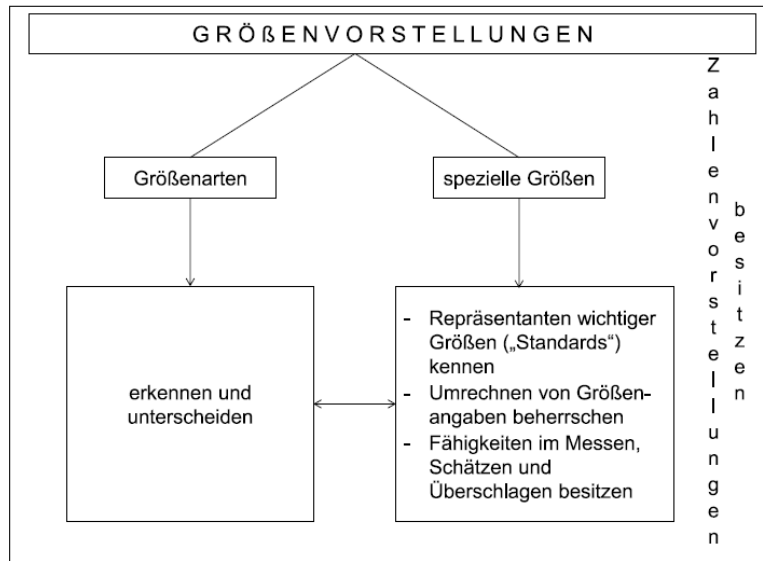


Abbildung 1: Größenvorstellungen (Frenzel & Grund 1991: 16)

Während Frenzel und Grund (1991: 17 f.) den Mess-, Schätz- und Überschlagsprozess für Größenvorstellungen als notwendig erachten, steht bei Franke und Ruwisch (2010: 235) nur das Heranziehen von Stützpunktwissen im Vordergrund. Dazu zählen drei bedeutende Aspekte:

- zu Größenangaben passende Repräsentanten kennen,
- zu alltäglichen Repräsentanten die passenden Größenangaben kennen,
- Stützpunktwissen beim Schätzen, Problemlösen und im Alltag flexibel nutzen können.

Die ersten beiden Aspekte machen deutlich, dass Stützpunktwissen in zwei Richtungen abrufbar sein sollte (vgl. Weiher & Ruwisch 2018: 15). Stützpunkte sind die sogenannten Bausteine von Größenvorstellungen. Unter Stützpunkten sind bestimmte Träger einer Größe zu verstehen, die im Gedächtnis aufbewahrt werden und bei Bedarf immer wieder abgerufen und weiterverarbeitet werden können (vgl. Franke & Ruwisch 2010: 235). Wird der Wert eines bestimmten Objekts geschätzt, sind Stützpunkte Objekte, mit denen das zu schätzende Objekt verglichen wird. Schütky und Haider (2018: 6) definierten Stützpunkte als Bezugsgrößen aus dem Alltag, die dazu dienen, Größenverhältnisse abzuschätzen. Um zu zeigen, wie ein solches Stützpunktwissen aufgebaut werden kann und dadurch Größenvorstellungen ausgebildet werden, wird im Folgenden erklärt, wie Größen allgemein eingeführt werden.

2.3.2 Stufenmodell zum Aufbau von Größenvorstellungen

Zur Einführung von Größen wird häufig das didaktische Stufenmodell benutzt, das folgende Schritte beinhaltet:

1. Sammlung von Erfahrungen in Sachsituationen

In Sach-, Spiel- und Alltagssituationen haben Kinder bereits Erfahrungen im Vergleichen, Ordnen und Sortieren von Gegenständen, in Bezug auf Maßeinheiten, die jedoch nicht unbedingt an realistische Größenvorstellungen gebunden sind, und hinsichtlich des Umgangs mit Messgeräten gesammelt. Die gesammelten Erfahrungen werden in dieser Stufe eruiert und dienen als Ausgangspunkt für den weiteren Verlauf des Lehr- und Lernprozesses. (vgl. Franke & Ruwisch 2010: 185)

2. Direkter Vergleich von Objekten

Beim direkten Vergleichen wird mit dem unmittelbaren Vergleich zweier Objekte begonnen und die Anzahl der zu vergleichenden Objekte zunehmend ausgeweitet. Das direkte Vergleichen kann mit dem Sortieren und Ordnen vom Kleinsten zum Größten verbunden werden. Dadurch begreifen Kinder zunehmend die Längeninvarianz und die Transitivität, die Voraussetzung für die nächste Stufe sind. (vgl. Franke & Ruwisch 2010: 188 ff.)

3. Indirekter Vergleich von Objekten

Beim Vergleich mit selbst gewählten Maßeinheiten entsteht oftmals die Situation, dass die zu vergleichenden Objekte oder Vorgänge an verschiedenen Orten sind oder zu unterschiedlichen Zeiten stattfinden. In dieser Stufe besteht die Möglichkeit des Vergleichs zweier Objekte durch ein drittes Objekt, das als beweglicher bzw. auszumessender Vergleichsrepräsentant dient. Beispielsweise kann mithilfe eines Stabs oder einer Schnur bestimmt werden, ob ein Kasten durch die Tür passt. Ebenso kann mit Schrittlängen die Größe von Klassenzimmern verglichen werden. (vgl. Franke & Ruwisch 2010: 191 ff.)

Von großer Bedeutung bei der Entwicklung von Größenvorstellungen und beim Aufbau eines Größenverständnisses ist das Messen mit standardisierten Einheiten. Der Aufbau von Skalierungen auf Messgeräten sollte selbstständig erkundet und anschließend im Plenum thematisiert werden. Weiters muss der Nullpunkt

beim Messen aufgegriffen werden und als Vereinfachung und nicht als Notwendigkeit beim Messen betrachtet werden. Basierend auf den eigenen Erfahrungen und Beobachtungen lernen die Kinder, das Messinstrument und die Maßeinheit passend zum Objekt zu wählen. Kinder bekommen ein Gefühl dafür, dass Körpergrößen in Zentimetern, Entfernungen zweier Orte in Kilometern und Stärken von Münzen in Millimetern gemessen werden. Bei der Stufe des Messens ist es auch wesentlich, Kinder vor die Entscheidung zu stellen, ob sie messen oder schätzen sollen. So lernen sie, dass exaktes Messen situationsabhängig nicht notwendig oder sinnvoll ist. (vgl. Franke & Ruwisch 2010: 195 ff.)

4. Erwerb von Stützpunktvorstellungen und Umrechnen von Maßeinheiten

Bei Messsystemen, die einer Struktur folgen, muss die Einheit systematisch untergliedert werden, wenn das zu Messende nicht durch eine natürliche Maßzahl erfasst werden kann. Stehen Kinder vor diesem Problem, ist es erforderlich, dass sie eine Einheit in eine kleinere und ebenso in eine größere Einheit umwandeln können. Dabei ist es entscheidend, dass das Umrechnen von Maßeinheiten nicht allein mittels Umwandlungstabellen und formaler Umwandlungsübungen geschieht, sondern dass die Beziehung zwischen den Einheiten anhand konkreter Objekte verdeutlicht wird. Beispielweise kann der Zusammenhang zwischen Metern und Zentimetern durch einen 1 m langen Papierstreifen veranschaulicht werden, der durch Einzeichnen in hundert 1-cm-Streifen geteilt wird. Somit ist für die Kinder nachvollziehbar, dass 1 cm hundert Mal in einen Meter passt. Ebenso sollten Kinder den Aufbau des gesamten Größenbereichs erfassen, der bis auf die Zeiteinheiten dezimal aufgebaut ist. (vgl. Franke & Ruwisch 2010: 193 ff.)

In dieser Stufe ist es ebenfalls relevant, dass die Kinder einen Repräsentantenfundus anlegen. Hilfreiche Stützpunkte bei der Größe Länge sind die Breite des Zeigefingers mit ca. 1 cm, die Spanne zwischen Daumen und Zeigefinger mit ca. 10 cm und die Schrittlänge mit ca. 1 m. Erstrebenswert ist, zu jeder Maßeinheit eine Stützpunktvorstellung zu generieren. (vgl. Greefrath 2018: 115)

5. Arbeiten mit Größen

Wurden bereits Vorstellungen zu den einzelnen Maßeinheiten aufgebaut und wurde der Zusammenhang zwischen einzelnen Größen begriffen, kann

begonnen werden, mit den Größen zu rechnen. Grundsätzlich können zwei Größen derselben Art addiert, subtrahiert, mit einer natürlichen Zahl vervielfacht sowie ausgemessen und geteilt werden (vgl. Greefrath 2018: 202). Beispiele für das Rechnen mit Größen in Sachkontexten sind folgende:

Ausmessen: Ein 12 m langes Geschenkband soll auf 50 cm lange Geschenkblätter aufgeteilt werden. Wie viele Geschenkblätter können aus 12 m erhalten werden?

Teilen: Mit einem 12 m langem Geschenkband sollen zwölf gleichgroße Pakete verziert werden. Pro Paket soll gleich viel Geschenkband verwendet werden. Wie lang ist das Geschenkband für ein Paket?

Das Multiplizieren zweier Größen ist keine Verknüpfung innerhalb des Größenbereichs. Werden zwei Längenangaben multipliziert, ergibt sich die abgeleitete Größe Fläche. (vgl. Greefrath 2018: 202)

In Kapitel 2.1 wurde darauf hingewiesen, dass die Vereinfachung und Mathematisierung eines Objektes auf eine Größe als Modellierungsprozess aufgefasst werden kann. Greefrath (2018: 113) schafft weiterführend die Verbindung zwischen den einzelnen Stufen des didaktischen Modells mit dem mathematischen Modell der Größen. Abbildung 2 veranschaulicht diesen Sachverhalt grafisch.

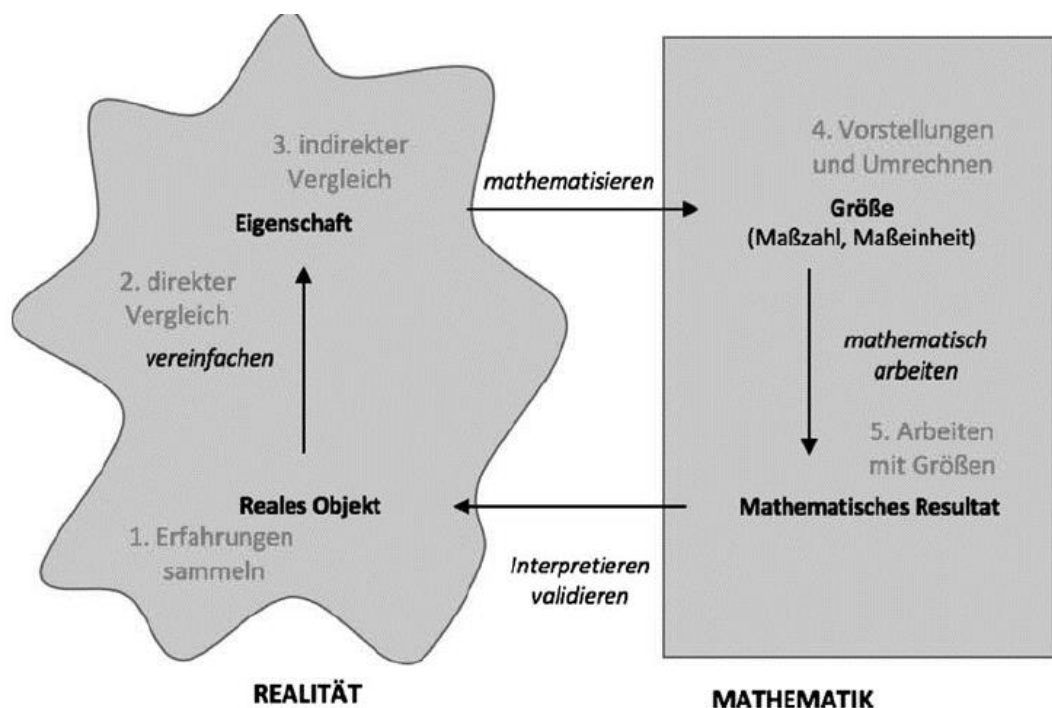


Abbildung 2: Einordnung des Stufenmodells im Modellierungskreislauf (Greefrath 2018: 113)

Die Anzahl der Stufen ist je nach Herausgeber des Modells unterschiedlich. Im Kern unterscheiden sich die unterschiedlichen Stufenmodelle jedoch kaum voneinander. Oftmals werden lediglich einzelne Stufen zusammengefasst oder separat behandelt (vgl. Schütty & Haider 2018; Franke & Ruwisch 2010; Radatz & Schipper 1983; Krauthausen & Scherer 2007: 10; zitiert nach Greefrath 2018: 111). Ebenso können nicht alle Stufen bei allen Größen angewendet werden. Oft muss das Modell modifiziert werden, wie es bei der im Folgenden betrachteten Größe Geld der Fall ist.

3 Größenbereich Geld

Wird Geld anderen Größen wie Länge, Fläche, Volumen und Masse gegenübergestellt, lässt sich ein erheblicher Unterschied feststellen. Im Gegensatz zu physikalischen Größen, zu denen eine eindeutige und reproduzierbare Messvorschrift vorliegt, sodass die Größe visuell erfassbar ist, kann Geld nur gezählt, aber nicht gemessen werden. Somit wird bei Geld von einer Zählgröße und nicht von einer Messgröße gesprochen. Stattdessen wird es als ökonomische Größe bezeichnet (vgl. Greefrath 2018: 104; Franke & Ruwisch 2010: 182). Im nächsten Abschnitt wird geklärt, ob aus mathematischer Perspektive die wesentlichen Kriterien einer Größe erfüllt sind.

3.1 Mathematische Aspekte in Bezug auf Geld

Wie bereits in Kapitel 2.1 angeführt wurde, lässt sich eine Größe mathematisch durch eine Äquivalenzrelation und eine Ordnungsrelation auffassen. Ebenso müssen die Axiome A1–A5 aus Kapitel 2.1 erfüllt sein, um von einem Größenbereich zu sprechen. In diesem Kapitel wird geprüft, ob Geld aus Sicht der Mathematik als Größe anerkannt wird.

Geldwerte werden als Produkt bestehend aus einer Maßzahl und einer Maßeinheit angegeben. Die Maßeinheiten bei Geldwerten sind in Österreich ‚Euro‘ und ‚Cent‘. Zusätzlich existieren weitere Maßeinheiten, die bei anderen Währungen verwendet werden. Die Umwandlungszahl zwischen den Währungen ist variabel, und eine andere Währung stellt keine Vergrößerung oder Verkleinerung der Maßeinheit Euro dar. Entscheidend ist, zwischen Repräsentanten und Einheiten zu unterscheiden. Einheit meint die jeweilige Währung, in der die Größe Geld angegeben ist. In der

Eurozone handelt es sich um Euro (inkl. Eurocent). Abgesehen vom Euroraum sind noch andere Währungen als Einheit für Geld anerkannt. Repräsentanten der Größe Geld sind Münzen und Geldscheine, aber auch Buchgeld in Form von Überweisungen o. ä. Während bei Bargeld die kleinste Einheit 1 Eurocent ist und somit nicht beliebig kleine Beträge existieren, lässt sich Buchgeld in beliebig kleinen Beträgen angeben. Infolgedessen ist bei Bargeld die Division durch natürliche Zahlen nicht uneingeschränkt möglich: Ein Cent geteilt durch 100 ergibt 0,01 Cent. Eine solche Münze existiert jedoch nicht (vgl. Greefrath 2018: 104). Auch die Preise von Waren werden gern als Repräsentanten für bestimmte Geldbeträge verwendet. (vgl. DZLM)

Geldwerte können einerseits quantitativ mithilfe von Einheiten und einer Wertzuschreibung oder qualitativ durch die Erfassung von Eigenschaften der Repräsentanten angegeben werden. Qualitative Bezeichnungen wie ‚viel‘, ‚wenig‘, ‚billig‘, ‚teuer‘ sind jedoch subjektiv. Was für eine Person billig ist, kann von einer anderen Person als teuer eingestuft werden. Ein bestimmter Geldbetrag kann auch für eine Person viel und für eine andere Person wenig sein. Qualitative Bezeichnungen hängen oftmals mit dem Wohlstand und dem Lebensstil einer Person und deren Einstellung und Handlung in Konsumsituationen zusammen. (vgl. Benz et al. 2015: 231 f.)

Grundsätzlich wird einem Objekt in der Realität hinsichtlich der Größe Geld ein bestimmter Wert zugeschrieben. Konform zu den physikalischen Größen kann eine bestimmte Menge von Geldstücken und Geldscheinen, sowie bestimmte Objekte, denen ein Geldwert zugeschrieben ist, nicht gleichzeitig 30 Euro und 40 Euro wert sein. Anzumerken ist, dass in diesem Fall das Instrument der Preisdifferenzierung, bei dem das gleiche Produkt zu unterschiedlichen Preisen am Markt angeboten wird, nicht berücksichtigt wird. Somit gehört eine Zusammenstellung von Münzen und/oder Scheinen bzw. ein bestimmtes Objekt nur zu genau einer Klasse. Um die disjunkten Klassen bei Geld nachzuweisen, gilt es, die Äquivalenzrelation „ist so viel wert wie“ zu prüfen.

Um die Äquivalenzrelation „ist so viel wert wie“ auf der Menge von Objekten zu überprüfen, wird im Folgenden die Größe Geld betrachtet. Die drei notwendigen

Eigenschaften aus Kapitel 2.1 werden anhand des Vergleichs von beliebigen Objekten untersucht.

Die Reflexivität ist nachgewiesen, wenn jedes Objekt denselben Geldwert wie es selbst hat. Jedes Objekt steht somit zu sich selbst in Bezug. Symmetrie meint, dass beim Vergleich von zwei Objekten aufgrund der Kenntnis, dass das erste Objekt gleich viel wert ist wie das zweite Objekt, dies auch umgekehrt gilt. Wird beim Vergleich des Geldwertes dreier Objekte festgestellt, dass das erste Objekt denselben Geldwert wie das zweite Objekt und das zweite Objekt denselben Geldwert wie das dritte hat, kann gefolgert werden, dass das erste Objekt denselben Geldwert wie das dritte Objekt hat (Transitivität). Werden alle drei Objekte einer Klasse zugeordnet, gehören sie hinsichtlich ihres Geldwertes derselben Klasse an. Neben diesen drei Objekten, für die ein Geldwert von 30 Euro angenommen wird, sind auch alle anderen Objekte mit 30 Euro in dieser Klasse. Die Äquivalenzrelation lautet in diesem Fall ‚ist so viel wert wie‘. Dadurch wird eine Wertgleichheit beschrieben.

Zusammengefasst lassen sich die hinreichenden und notwendigen Eigenschaften der Äquivalenzrelation „ist so viel wert wie“ folgendermaßen definieren:

1. **reflexiv:** Jeder Geldwert ist zu sich selbst gleichwertig.
2. **symmetrisch:** Ist ein Geldwert x gleichwertig zu einem Geldwert y , ist auch y gleichwertig zu x .
3. **transitiv:** Ist ein Geldwert x gleichwertig zu einem Geldwert y und der Geldwert y gleichwertig zu einem Geldwert z , ist auch x gleichwertig zu z .

(vgl. Benz et al. 2015: 229 ff.)

Viele Gegenstände besitzen den gleichen Geldwert. Im Größenbereich Geld können nun alle Objekte mit gleichem Geldwert zu einer Klasse von Objekten zusammengefasst werden. Dazu müssen die realen Objekte, die sogenannten Repräsentanten (z.B. Vase mit einem Wert von 30 Euro), von nicht wesentlichen Eigenschaften losgelöst werden, um dem Gegenstand die Größe (z.B. 30 Euro) zuzuordnen. Nur durch diesen Abstraktionsprozess ist es möglich bei unterschiedlichen Waren hinsichtlich ihres Geldwertes eine Wertgleichheit festzustellen und sie durch die Einteilung in Äquivalenzklassen vergleichbar zu machen. Ein Geldwert ist somit eine Klasse gleichwertiger Zusammenstellungen von Münzen und Scheinen und jenen Objekten, die diesem Geldwert entsprechen.

Ergänzend zur Äquivalenzrelation kann auch eine Ordnungsrelation zwischen mehreren Geldwerten bestehen, wenn sich die Antisymmetrie zusätzlich nachweisen lässt. Werden zwei Mengen von Geldstücken und Geldscheinen oder Objekte verglichen, haben sie oftmals nicht denselben Wert. Meist ist eine Menge mehr oder weniger wert als die andere. Ist eine Geldmenge A mehr wert als die Geldmenge B, kann die Beziehung nicht in umgekehrter Richtung bestehen. Die Umkehrung kann nur gelten, wenn Geldmenge A genau so viel wert wie Geldmenge B ist.

Es wurde bereits gezeigt, dass zwischen Repräsentanten der Größe Geld Ordnungsrelationen und Äquivalenzrelationen bestehen können. Nun ist eine der beiden anfangs gestellten Fragen offen, ob die Größe Geld die Axiome für einen Größenbereich erfüllt. Unter einer Addition ist bei Geld das Zusammenlegen von Münzen und Scheinen zu verstehen. Wird von beliebigen Geldwerten ausgegangen, z. B. von den Elementen $a = 2$ Euro und $b = 3$ Euro, ist die Verknüpfung $+$ abgeschlossen, assoziativ und kommutativ, die Relation $<$ trichotom und die Gleichung $a + x = b$ für $a < b$ erfüllt. Infolgedessen kann die Größe Geld mathematisch als Größenbereich angesehen werden.

Basierend auf der Tatsache, dass der Umgang mit Geld für die Bewältigung des alltäglichen Lebens von großer Bedeutung ist, müssen Kinder auch Größenvorstellungen in diesem Größenbereich aufbauen. Dies ist jedoch nicht so einfach, da die Größe zahlreiche Besonderheiten aufweist.

3.2 Besonderheiten der Größe Geld

Abgesehen davon, dass keine eindeutig reproduzierbare Messvorschrift existiert, bringt die Größe Geld auch andere Besonderheiten mit sich. Bei jungen Kindern führt die Tatsache, dass beispielsweise eine Dose Cola in verschiedenen Ländern bzw. verschiedenen Geschäften unterschiedlich viel kostet, oft zu Irritationen. Nachvollziehbare Vorstellungen zu Preisunterschieden hinsichtlich desselben Guts werden mit zunehmendem Alter immer realistischer. In der Primarstufe unterscheiden Kinder noch nicht zwischen Einkaufs- und Verkaufspreisen. Sie gehen davon aus, dass der Einkaufspreis gleich dem Verkaufspreis ist. Erst mit der Vorstellung, dass der Händler auch etwas verdienen muss, kommt es bei Kindern ab zehn Jahren zu komplexeren Gedankengängen hinsichtlich der Preisbildung gleicher Güter. Ab

diesem Alter wird die Arbeit des Verkaufens als berufliche Tätigkeit angesehen, für die eine Bezahlung vorhanden ist. Dem Begriff ‚Gewinn‘ wird beim Verkauf eines Guts Bedeutung zugeschrieben. Infolgedessen werden Angebot und Nachfrage als zusätzliche Komponenten zur Gewinnerzielung in die Preisbildung einbezogen. (vgl. Claar 2008: 13)

Eine weitere Schwierigkeit beim Schätzen von Gütern und Waren sind die unerklärlichen Preise. Durch die Industrialisierung im 19. Jahrhundert und die zunehmende Globalisierung wird vieles nicht mehr in Handarbeit im eigenen Land gefertigt, sondern maschinell in ausgelagerten Produktionsstätten zum Mindestlohntarif in Billiglohnländern hergestellt. Gebrauchsgegenstände, die sich vor der Industrialisierung viele Menschen nicht leisten konnten, wurden plötzlich erschwinglich. Die Tatsache, dass ein T-Shirt für 2,99 Euro gekauft werden kann, ist mit den Vorstellungen des Arbeitsaufwands von der Baumwollproduktion über die Fertigung bis zum Transport des Produkts nicht kompatibel. Der dahintersteckende Aufwand ist in der menschlichen Vorstellung keinesfalls mit einem Preis von 2,99 Euro abgedeckt. Es entsteht das Gefühl, dass die Preise der Waren nicht mehr ihrem Wert entsprechen, wenn plötzlich ein T-Shirt weniger kostet als ein Kaffee. Ein Kurzarmshirt kann das Zwanzigfache eines Langarmshirts kosten, weil das Kurzarmshirt in der Schweiz und das Langarmshirt in China hergestellt wurde. Die Schätzformel für Preise – Material + Arbeit + Marge = Preis – ist in der Realität für Güter, die im Ausland hergestellt wurden, nicht mehr anwendbar. Es fällt schwer, Materialkosten und Löhne in anderen Ländern wie Malaysia, Uganda oder Bangladesch zu schätzen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass vor der umfassenden Globalisierung noch der Herstellungsprozess (Material, Arbeitsaufwand, Transport, etc.) einer Sache den Preis bestimmt hat und dadurch nachvollziehbar war. Heute fällt es nicht nur Kindern, sondern auch Erwachsenen schwer, Waren und Güter preislich zu schätzen (vgl. Tillessen 2020). Tillessen ist der Ansicht, dass der Mensch sich früher oder später eingestehen muss, dass das Gefühl für den Wert von Waren und Gütern schon lange nichts mehr nützt, um Preise nachvollziehen zu können. Diese Tatsache erschwert, sogenannte Größenvorstellungen zu bestimmten Gütern aufzubauen. Darauf wird im nachfolgenden Kapitel näher eingegangen. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird zudem darauf aufmerksam gemacht, nicht von einer festen

Preisvorstellung eines bestimmten Guts auszugehen, sondern Ober- und Untergrenzen zu setzen und als Richtwert den Median heranzuziehen.

3.3 Größenvorstellungen im Größenbereich Geld

Um beantworten zu können, wie viel eine Wurstsemmel kostet, wie teuer ein neuer Smart TV ist und was für 10 Euro erwerbbar ist, sind Vorstellungen hinsichtlich der Größe Geld erforderlich. Im Folgenden wird erklärt, wie realistische Größenvorstellungen basierend auf Stützpunkten aufgebaut werden können.

3.3.1 Möglichkeiten des Aufbaus und der Entwicklung von Größen-/Stützpunktvorstellungen zur Größe Geld

Um Stützpunktvorstellungen aufbauen zu können, bedarf es einer Auswahl von Repräsentanten. Wie bereits erwähnt können Repräsentanten einerseits Geldscheine und Münzen, aber auch Preise von Waren sein.

Wird von Größenvorstellungen im Bereich Geld gesprochen, sind oft Wertvorstellungen gemeint. Jeder mündige Bürger und jede mündige Bürgerin sollte in der Lage sein, die Preise von Waren realistisch einzuschätzen. Beispielsweise sollten Kinder Waren nennen können, die für 1, 10 oder 100 Euro zu erwerben sind. Da Stützpunktwissen in zwei Richtungen abrufbar sein sollte, ist es wesentlich, Preise realistisch schätzen zu können. Den ungefähren Preis einer Kugel Eis, eines Fahrrads und einer Eintrittskarte ins Freibad sollten Schüler*innen kennen. Die Stützpunktvorstellungen zur Größe Geld sollte sowohl zu den Standardeinheiten Euro und Cent als auch zu den Vielfachen und Teilen der Standardeinheiten entwickelt werden. Ein fundiertes Stützpunktwissen mit einer guten Repräsentantenauswahl ist entscheidend, um Preise und Waren miteinander vergleichen und in Einkaufssituationen Entscheidungen fällen zu können. Oftmals existieren mehrere Preise für gleiche oder ähnliche Güter. Preise miteinander vergleichen zu können ist daher wesentlich, um beantworten zu können, ob sich ein Gut teuer oder billig im Vergleich zu einem anderen Gut verhält. (vgl. DZLM)

Im Gegensatz zu anderen Größenbereichen ist es im Bereich Geld nicht immer möglich, einem Gut eine genaue Größenangabe zuzuordnen. Durch Preisschwankungen und unterschiedliche Händlerverdienste kann das gleiche Gut an verschiedenen Standorten unterschiedlich teuer sein. Zudem bewirkt die Inflation einen

Anstieg des Preisniveaus von Gütern über die Zeit hinweg. Möglicherweise haben Menschen aus unterschiedlichen Generationen unterschiedliche Preisvorstellungen hinsichtlich eines bestimmten Guts, wenn sie es über einen längeren Zeitraum nicht mehr bewusst konsumiert haben.

Die Ungenauigkeit von Preisen bestimmter Güter kann aber auch als Vorteil gesehen werden. Oftmals sind Repräsentanten von Größen exakten Größenangaben zugeordnet, was in der Realität häufig nicht standhält. Franke und Ruwisch (2010: 238) nennen an dieser Stelle 1 g als Standardeinheit für eine volle Tintenpatrone. Jedoch kann eine Gewichtsangabe von 1 g nur als ungefähre Angabe betrachtet werden, weil unterschiedliche Größen von Tintenpatronen existieren. An dieser Stelle ist es oftmals sinnvoller, Ober- und/oder Untergrenzen der Größe zu kennen und ungefähre Angaben zu machen.

Die nachfolgende Auflistung von Beispielen für sinnvolle Stützpunktvorstellungen zur Größe Geld soll eine erste Idee für ein Repräsentantenrepertoire sein. Entscheidend ist, dass sowohl Güter des täglichen Bedarfs als auch Güter mit persönlicher Bedeutung für die jeweilige Person herangezogen werden. Zahlreiche Autoren halten es für essenziell, dass Kinder an der Auswahl der Repräsentanten beteiligt werden und der Zusammenhang zum sozialen und kulturellen Kontext beachtet wird. (vgl. Franke & Ruwisch 2010; Grassmann et al. 2008; Peter-Koop & Nührenbörger 2008)

Geldwert	Stützpunktvorstellung/Repräsentanten
< 10 Cent	10 Liter kaltes Wasser aus dem Hahn, 1 Stück Gummizug
10 Cent bis 1 Euro	trockene Semmel, Briefmarke, Radierer
1 Euro bis 2 Euro	Wurstsemmel, Kugel Eis, 1 Liter Milch
2 Euro bis 5 Euro	Eintritt in ein Freibad, Zeitschrift, Schulheft, Zahnbürste,
5 Euro bis 10 Euro	Taschenbuch, kleines Spielzeug
10 Euro bis 50 Euro	Eintritt in den Freizeitpark, Hose, Gesellschaftsspiel, Videospiel, Schuhe, Weihnachtsbaum
50 Euro bis 100 Euro	Roller, Markenschuhe
100 Euro bis 1000 Euro	Playstation/Spielkonsole, Smartphone, Fahrrad, Bett, Fernseher, Laptop

1000 Euro bis 10.000 Euro	Motorrad, E-Bike, Nettomonatseinkommen eines Vollzeitangestellten
10.000 Euro bis 100.000 Euro	Auto
> 100.000 Euro	Haus, Privatjet

Tabelle 1: Sammlung von Stützpunktvorstellungen und Repräsentanten

Von besonderer Bedeutung ist, dass die Kinder auch in der Lage sind, Beziehungen zwischen Preisen verschiedener Waren herzustellen. Beispielsweise kosten zehn Kugeln Eis ungefähr so viel wie ein Taschenbuch.

Zu klären ist, auf welche Vorkenntnisse und Vorerfahrungen bei Schuleintritt und Übergang in die Sekundarstufe I aufgebaut werden kann. Der nachfolgende Abschnitt ist der Frage gewidmet, über welche Vorkenntnisse und Erfahrungen Kinder im Umgang mit Geld verfügen, wenn sie in die Schule kommen.

3.3.2 Vorkenntnisse und Vorerfahrungen

„Ohne die Kenntnis des Standpunktes des Schülers ist keine ordentliche Belehrung desselben möglich.“ (Grassmann et al. 2005: 6)

Infolgedessen ist es von Bedeutung, sich anzusehen, was bislang in Studien hinsichtlich vorschulischer Erfahrungen zur Größe Geld herausgefunden wurde.

Im Allgemeinen wird oft davon ausgegangen, dass Kinder bereits früh gemeinsam mit ihren Eltern einkaufen gehen. Deshalb werden oft Kenntnisse in Bezug auf die Preise von Waren oder den Ablauf von Bezahlvorgängen als selbstverständlich im frühen Alter vorausgesetzt.

Konträr zum Bild der Gesellschaft stellten Grassmann et al. (2005; 2006; 2008) im Zuge ihrer Untersuchungen hinsichtlich des Wissens von Kindern über die Größe Geld bei Schuleintritt fest, dass das Wissen über Geld und die Fähigkeit hinsichtlich des Umgangs mit dieser Größe nicht den gesellschaftlichen Vorstellungen entspricht (vgl. Grassmann et al. 2005: 55). Weiters wurde eine große Heterogenität hinsichtlich der Fähigkeiten und Fertigkeiten in diesem Größenbereich attestiert. (vgl. Thiel 2008; Grassmann et al. 2008)

Die Entwicklung, auf die Grassmann aufmerksam machte, lässt sich folgendermaßen begründen: Die Einkaufserfahrungen der Kinder bleiben oftmals aus oder

lassen zu wünschen übrig. Im Normalfall werden Kinder von Erwachsenen begleitet, da Eltern die Verkehrssituation in Städten für Kinder in diesem Alter noch als zu unübersichtlich einstufen. Im ländlichen Raum hingegen fehlt oftmals der Laden ums Eck, d. h., die Geschäfte sind nicht mehr zu Fuß erreichbar. Ein weiterer Grund für die mangelnden Erfahrungen im Umgang mit Geld und Einkaufssituationen ist der starke Rückgang des Bezahlvorgangs mit Bargeld. Wenn Kinder beim Einkaufen von Erwachsenen begleitet werden, übernehmen diese oft den Bezahlvorgang, und zwar mit Kredit- oder Bankomatkarte. Der herkömmliche Bezahlvorgang mit der Übergabe und Rückgabe von Geld und der Kontrolle am Ende des Bezahlvorgangs wird entweder von den Erwachsenen übernommen oder bleibt durch den bargeldlosen Zahlungsverkehr gänzlich aus. (vgl. Franke & Kurz 2003)

In einer Studie arbeitete Claar (2008) heraus, wann Kinder ein Geldverständnis entwickeln. Dabei stellte sie fest, dass Kinder im Alter von zwei bis drei Jahren das erste Mal mit Geld in Berührung kommen. Bei Kaufmannsladensituationen im Kindergartenalter spielt das Bezahlen und Retouren von Geld eine Rolle, jedoch werden Größenvorstellungen kaum aufgebaut und Geldwerte fern von der Realität verwendet (vgl. Benz et al. 2015: 228). Das Wesen des Geldes wird erst im Lauf der weiteren Entwicklung erkannt. In der Vorschulzeit finden Kinder heraus, dass eine Verbindung zwischen Geld und Einkaufen besteht. Erst im Alter von sechs bis acht Jahren können Kinder die Kontextbeziehung Ware–Geld–Wechselgeld nachvollziehen. Dies geht mit der Tatsache einher, dass dafür Rechenfertigkeiten, ein Zahlenverständnis sowie die Nachvollziehbarkeit der Dezimalstruktur für die Unterteilung von Euro und Cent eine essenzielle Rolle spielen. In der Regel bauen Kinder im Vorschulalter somit noch keine Größenvorstellungen zur Größe Geld auf, da die notwendigen Voraussetzungen meistens nicht gegeben sind. In ihrer Untersuchung stellte Grassmann et al. (2005: 12) außerdem fest, dass Kinder gegen Ende der Primarstufe erhebliche Schwierigkeiten haben, Preise von Konsumgütern festzustellen. Grassmann et al. (2005: 58) zogen in ihrer Studie die Erkenntnis, dass die eigenen Erfahrungen der Kinder durch nichts zu ersetzen sind. Somit sollte generell ein Ziel sein, Kinder vermehrt in das alltägliche Leben einzubeziehen.

Lehrpersonen aus der Sekundarstufe müssen wissen, wo sie beim Übergang von der Primarstufe in die Sekundarstufe anknüpfen können. Im Folgenden werden die vorgesehenen erworbenen Kompetenzen und Fähigkeiten zur Größe Geld und zum

Schätzen aufgelistet. Laut Lehrplan der Primarstufe kann mit Beginn der Sekundarstufe auf folgender Basis aufgebaut werden (vgl. BMUKK: 2012):

- Die Schüler*innen haben Modellvorstellungen bzw. erste Vorstellungen zum Thema Geld mit den Einheiten Euro und Cent anhand des Werts von Objekten auf Basis kindlicher Erfahrungen entwickelt.
- Sie können Geldbeträge mehrnamig als auch in Kommaschreibweise (mit zwei Nachkommastellen) notieren.
- Sie können Additionen, Subtraktionen und Multiplikationen mit dezimalen Geldbeträgen durchführen.
- Sie können Umwandlungen zwischen Euro und Cent vornehmen.
- Sie können unter sachgerechter Verwendung von Maßeinheiten Größen schätzen, messen und vergleichen.
- Sie haben sach- und größenbezogene Vorstellungen zu großen Zahlen mit Geldwerten (ZR 1 000 000).

Im nachfolgenden Kapitel wird aufgezeigt, wie der genannte Lehrstoff mithilfe des Stufenmodells bereits in der Primarstufe erarbeitet werden kann.

3.3.3 Erarbeitung der Größe Geld in Anlehnung an das klassische Stufenmodell

Die Einführung in einem Größenbereich erfolgt mithilfe der sogenannten Stufenfolge. Die klassische didaktische Stufenfolge nach Radatz und Schipper (1983) ist aufgrund der Besonderheiten der Größe Geld (siehe Kapitel 3.2) jedoch nur schwer umsetzbar und wird aufgrund der strengen Abfolge von Stufen von der aktuellen Mathematikdidaktik als nicht ideal empfunden.

Schütky und Haider (2018) sowie Grassmann et al. (2008) modifizierten das klassische Stufenmodell und passten es auf die Größe Geld an. Nachfolgend werden die beiden Modelle vorgestellt, um aufzuzeigen, wie Größenvorstellungen und Stützpunktwissen aufgebaut werden kann.

Stufenmodell nach Schütky und Haider (vgl. Schütky & Haider 2018: 83 ff.)

Jede der vier nachfolgenden Stufen sollte in der Schullaufbahn nicht nur einmal erarbeitet werden. Vielmehr sollten in höheren Schulstufen alle Stufen dieses Modells mehrmals als Wiederholung durchlaufen werden. Ergänzend zur

nachfolgenden Beschreibung der einzelnen Stufen bietet das Buch „Didaktik der Größen und Maße“ von Schütty und Haider passende Aufgabenstellungen in den jeweiligen Stufen für die Primar- und Sekundarstufe.

1. Stufe: Sammeln und Aufgreifen von Erfahrungen

Mithilfe einer Aufgabenstellung zur Größe Geld kann im Plenum in Form von Brainstorming das bereits vorhandene Wissen der Kinder gesammelt werden. Ziel dieser Einführungsaufgabe ist es, vorhandenes Wissen abzurufen und die Motivation zu wecken. Durch gezielte Aufgaben und Experimente sollte zur nächsten Stufe, dem Erlernen des Messprozesses, hingeführt werden.

2. Stufe: Erlernen des Messprozesses

Wie bereits im Zusammenhang mit den Besonderheiten erwähnt wurde, ist Geld eine Zähl- und keine Messgröße. Messen ist nach Schütty und Haider mehr als das Ablesen einer Skala auf einem Messinstrument. Die Maßeinheiten Euro und Cent sollten von den Lernenden selbst entdeckt werden. Auf dieser Stufe sollten die Kinder an die Grundprinzipien des Messens herangeführt werden. Begonnen werden kann mit dem direkten Vergleich zweier Repräsentanten durch die Frage ‚Was ist mehr wert?‘. Zum indirekten Vergleichen wird übergeführt, indem beispielweise die Frage gestellt wird, wie viele Smarties die Kinder gegen eine Tafel Schokolade tauschen würden. Die Lernenden sollten beginnen, beliebige weitere Gegenstände zu benutzen, um Wertzuschreibungen vorzunehmen. Um die Werte vergleichbar zu machen, ist es am besten, sie durch den Vergleich mit einer einzigen Währung (Maßeinheit) anzugeben. Während anfangs die einheitliche Währung vielleicht noch Schokonaps ist, kann zu einem späteren Zeitpunkt der Euro als Maßeinheit eingeführt werden. So kann mit der Klasse eine Maßeinheit zum Messen des Wertes/Preises von Gegenständen erarbeitet werden, die für die Bevölkerung in der Eurozone geeignet ist.

Zusammenfassend lässt sich beim Erlernen des Messprozesses folgende Abfolge feststellen: Während anfangs die Repräsentanten direkt verglichen werden, erfolgt der indirekte Vergleich von Repräsentanten zuerst über willkürliche, später über quasistandardisierte und letztlich über standardisierte Maßeinheiten. (vgl. Schütty & Haider 2018: 92)

3. Stufe: Umwandeln, Verfeinern und Vergrößern von Maßeinheiten

Die Tatsache, dass wahrscheinlich niemand ein ganzes Schokonaps für ein Blatt Papier hergeben möchte, macht die Notwendigkeit einer noch kleineren Geldeinheit erkennbar. Deshalb wird nach einem standardisierten Tauschgut mit weniger Wert gesucht. Kinder stoßen in dieser Stufe auf das Problem, wie Güter bezahlt werden sollen, die weniger als 1 Euro kosten, beispielweise eine leere Semmel. So wie ein Smarty eine feinere Unterteilung des Schokonaps ist, kann der Cent als hundertster Teil eines Euros eingeführt werden. Bei der Größe Geld besteht der Vorteil, dass im Eurobereich lediglich die Größe 100 als Umwandlungszahl zwischen Euro und Cent auftritt. (vgl. Greefrath 2018: 196)

4. Stufe: Stützpunkte

Sind die Fragen, was Geld ist, wie der Wert eines Guts gemessen werden kann und welche Maßeinheiten verwendet werden können, beantwortet, sind die Lernenden in der Lage, Stützpunkte durch Erkunden und Entdecken ihrer Alltagswelt aufzubauen. Ideen zur Erarbeitung von Stützpunkten sind:

- Recherchen im Internet oder in Prospekten,
- eigene Erkundung (Einkaufengehen),
- Taschengeld und Gehalt der Eltern erfragen und in Relation zu anderen Gütern setzen,
- entsprechende Güter zum Bezugswert einer Größe (z. B. 10 Euro) finden.

Entscheidend ist, dass jeder Lernende seine eigenen Stützpunkte entdeckt. Stützpunkte sind individuell. Für das Sammeln von Stützpunkten eignet sich besonders ein Stützpunktheft. Eine Spielanregung für die Sekundarstufe I ist außerdem das Stützpunktspiel. (vgl. Schützy & Haider 2018: 112) In Anlehnung an das Spiel ‚Stadt, Land, Fluss‘ müssen beim Stützpunktspiel nach Schützy und Haider (2018) so schnell wie möglich Gegenstände gefunden werden, die einem bestimmten Wert entsprechen und einen festgelegten Anfangsbuchstaben haben.

Buchstabe	1 Euro	10 Euro	100 Euro	1000 Euro
E	Eiskugel	Essen im Restaurant	Eintrittskarte Disneyland	E-Scooter

Tabelle 2: Stützpunktspiel-Beispiel

Größenkonzept für den Bereich Geldwerte nach Grassmann (2008)

Grassmann et al. (2008) sehen ihr Modell nicht als Stufen-, sondern als Phasenmodell. Die enthaltenen Phasen bauen aufeinander auf, sollten jedoch nicht streng voneinander getrennt und nicht linear durchlaufen werden. Ähnlich wie bei Schütky und Haider sollte zu Beginn eine Basis durch das Sammeln von Erfahrungen und Kenntnissen geschaffen werden. In Abbildung 3 sind die einzelnen Stufen des Modells übersichtlich dargestellt.

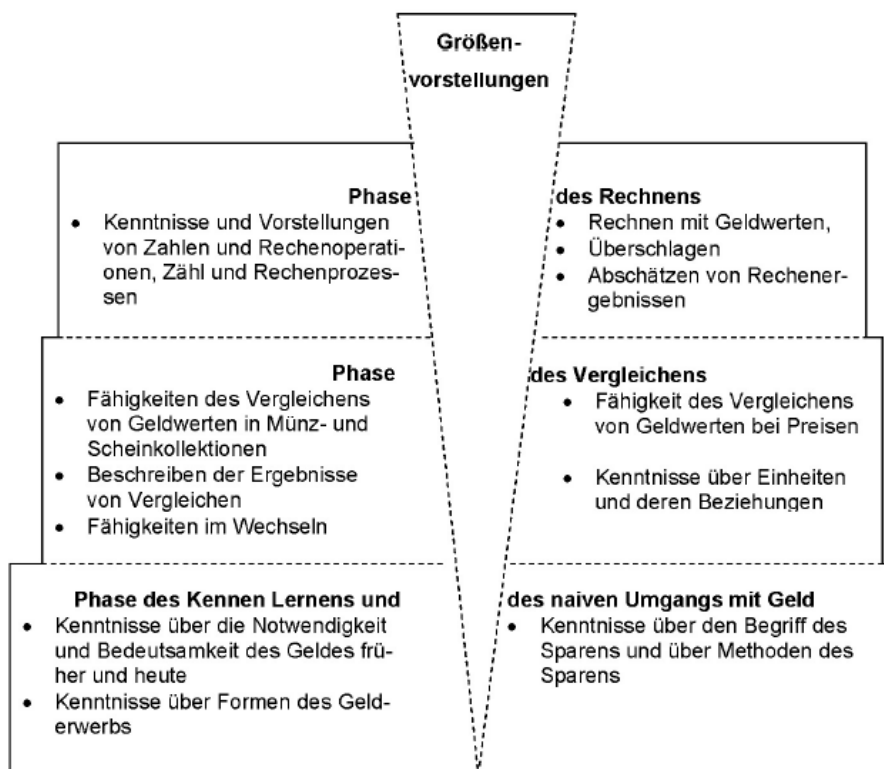


Abbildung 3: Phasenmodell nach Grassmann (Grassmann et al 2008: 59)

1. Phase des Kennenlernens und des naiven Umgangs mit Geld

Die Lernenden sollten in dieser Phase einen Überblick darüber bekommen, wozu Geld benötigt wird, und den Sinn als Tausch- und Zahlungsmittel sowie die Funktion als Wertaufbewahrungsmittel im Sinne von Sparen verstehen. Ebenso sollten die Begriffe ‚teuer‘ und ‚billig‘ sowie die Veränderbarkeit des Preises besprochen werden. (vgl. Grassmann et al. 2008: 60)

2. Phase des Vergleichens

In der Phase des Vergleichens sollte wie bei Schütky und Haider das direkte und indirekte Vergleichen im Vordergrund stehen. Der direkte Vergleich erfolgt hier über Münzen und Geldscheine. (vgl. Grassmann et al. 2008: 60 f.)

Geldwerte, die durch unterschiedliche Kollektionen von Münzen und Scheinen gegeben sind, sollten direkt verglichen werden. Dabei werden bedeutende Fähigkeiten wie die Fähigkeit des Wechselns von Geldbeträgen entwickelt. Um Geldbeträge wechseln zu können, müssen die Lernenden Kenntnisse hinsichtlich der Einheiten und deren Beziehungen zueinander haben. Sie sollten zwischen Maßzahl und Einheit sowie zwischen Wert und Anzahl unterscheiden können. (vgl. Grassmann et al. 2008: 60 f.)

Um Geld als Tauschmittel besser verstehen zu können, bietet sich ergänzend zum direkten Vergleichen das indirekte Vergleichen an. Beim indirekten Vergleichen können Lernende die Fähigkeiten erwerben, die Werte von Waren und somit deren Preise mithilfe der standardisierten Maßeinheiten Euro und Cent zu vergleichen. (vgl. Grassmann et al. 2008: 60 f.)

3. Phase des Rechnens

Bei Einkaufssituationen treten oft Fragen dazu auf, ob das Geld reicht, wenn xy gekauft wird, und wie viel ungefähr der Einkauf kostet. Um Fragen wie diese realistisch zu beantworten, muss eine ausgeprägte Zahlenvorstellung vorhanden sein. Das Überschlagen und Rechenoperationen bei Geldbeträgen müssen ebenfalls bekannt sein. (vgl. Grassmann et al. 2008: 61)

In allen drei Phasen des Modells zum Aufbau von Größenvorstellungen zur Größe Geld können neue Stützpunktvorstellungen erworben werden. Zudem werden Vorstellungen gefestigt. Insgesamt wird ein stetig wachsendes Stützpunktwissen gebildet. Grassmann (2008) wies bei der Begrifflichkeit der Größenvorstellung im Kontext Geld drauf hin, dass beim Schätzen von Preisen von Waren auch der Begriff Wertvorstellung synonym zum Begriff Größenvorstellung verwendet wird.

Mit dem aufgebauten Stützpunktwissen und den entsprechenden Größenvorstellungen ist ein wesentlicher Grundstein für das im Alltag essenzielle Schätzen gelegt. (vgl. Schütky & Haider 2018: 6)

4 Schätzen von Geldbeträgen

4.1 Begriffsdefinitionen: Schätzen, Überschlagen und Runden

Aus Sicht der Mathematikdidaktik ist Schätzen ein „kompliziertes Zusammenspiel von Wahrnehmen, Erinnern, Inbeziehungsetzen, Runden und Rechnen“ (Winter 2003: 19). Konkreter haben es Franke und Ruwisch (2010: 248) formuliert: „Das Schätzen von Größen kann als das Ermitteln einer ungefähren Größenangabe durch gedankliches Vergleichen mit eingprägten Repräsentanten als Stützpunkten gesehen werden.“

Entscheidend ist der Verzicht auf konkrete Hilfsmittel. Grundsätzlich lässt sich quantitatives von qualitativem Schätzen unterscheiden. Beim quantitativen Schätzen wird eine Zahl bzw. Größenangabe geschätzt, während beim qualitativen Schätzen ein Vergleich zweier Objekte hinsichtlich deren Größenausprägungen stattfindet. (vgl. Weiher & Ruwisch 2018: 2).

Beim quantitativen Schätzen können zwei Arten unterschieden werden (vgl. Franke & Ruwisch 2010: 251):

1. Grundständige Schätzaufgaben: Sie haben das Ziel, eine Größenangabe durch eine Strategie des gedanklichen Vergleichens zu ermitteln.
2. Eingebettete Schätzaufgaben: Sie erfordern die Koordination verschiedener Teilschritte, die weitere Überlegungen wie die Erfahrungen zur Sachsituation oder die Beziehung zwischen Daten einschließen. Auf Aufgaben dieser Art, beispielsweise Fermi-Aufgaben, wird in Kapitel 4.3 näher eingegangen.

Ähnlich zur mathematischen Definition ist in der Neuro- und Kognitionspsychologie das kognitive Schätzen als Prozess der Antwortgenerierung bei Nichtverfügbarkeit der exakten Lösung mithilfe des semantischen Wissens und der Anwendung von (Vergleichs-)Strategien zu verstehen. (vgl. Brand et al. 2002: 282)

Wird der Schätzwert nicht als einzelner Wert, sondern als Intervall von kleinst- und größtmöglichem Wert bestimmt, wird von Abschätzen gesprochen. (vgl. Greefrath 2018: 85)

Schätzen sollte zudem von Raten abgegrenzt werden. Auch wenn das englische Wort *guess* sowohl mit ‚raten‘ als auch mit ‚schätzen‘ übersetzt werden kann, sollte

die Verwendung keinesfalls synonym sein. Schätzen ist als Zurückgreifen auf mental genutzte Repräsentanten zu sehen. Ohne einen mentalen Vergleichsprozess kann nicht von Schätzen gesprochen werden (vgl. Weiher & Ruwisch 2018: 3). Auch laut Winter (2003:18) können Schätzaufgaben nur gelöst werden, wenn die Lernenden auf Vorerfahrungen zurückgreifen. Ist im Langzeitgedächtnis nichts Passendes vorhanden, wird geschwiegen oder geraten.

Das Runden läuft im Gegensatz zum Schätzen und Überschlagen nach genauen Regeln ab. Für ein genaues Runden ist ein gesichertes Stellenwertverständnis erforderlich (vgl. Lorenz 2005: 44). Wie Winter unterstützt auch Padberg und Wartha (2017: 269) die Meinung, dass das Runden eine technische Voraussetzung für das Schätzen und Überschlagen ist.

Nicht nur die Begriffe ‚Runden‘ und ‚Schätzen‘ werden oft als Synonyme verwendet, sondern auch der Begriff ‚Überschlagen‘. Alle drei Tätigkeiten beziehen sich auf den Umgang mit ungenauen Zahlen. Anders als beim Runden gelingt eine gute Schätzung bzw. Überschlagsrechnung nicht ohne die Aktivierung von Vorstellungen. Beim Schätzen wird auf Stützpunktvorstellungen zurückgegriffen, und beim Überschlagen hilft eine generelle Vorstellung zu Zahlen (vgl. Padberg & Wartha 2017: 271). Eine Überschlagsrechnung hat den Sinn, aus einer exakten Rechnung eine Kopfrechnung zu machen. Dazu müssen die Zahlen sinngemäß gerundet werden, damit anschließend die Rechenoperation im Kopf ausgeführt werden kann (vgl. Greefrath 2018: 199). Überschlagsrechnungen haben den primären Nutzen, Rechnungen auf Fehler zu überprüfen. (vgl. Greefrath 2018; Heid 2018)

Obwohl Überschlagen und Runden Begrifflichkeiten sind, die mit dem Schätzen nicht gleichgesetzt werden dürfen, spielen sie im Schätzprozess eine wesentliche Rolle (vgl. Winter 2003: 19). Deshalb ist es notwendig, diese drei Begriffe voneinander abzugrenzen.

Zusammenfassend kann Schätzen folgendermaßen definiert werden: „Schätzen ist ein mentaler Prozess, in dem die quantitative Ausprägung einer Größe eines Objektes unter Anwendung mentaler Vergleichsprozesse mit anderen Objekten ermittelt wird, ohne dass konkrete Hilfsmittel verwendet werden.“ (Weiher & Ruwisch 2018: 3)

4.2 Einschätzen als Messprozess der Größe Geld

Eine Besonderheit, die die ökonomische Größe Geld von den physikalischen Größen Länge, Gewicht, Zeit und Volumen abgrenzt, ist die konkrete Messung. Standardisierte Messgeräte im üblichen Sinn, die in Alltagssituationen zur Anwendung kommen, sind nicht vorhanden.

Während das Messen in den anderen Größenbereichen zum Verständnis der Größe beiträgt, spielt bei Geld die Fähigkeit des Wechselns von Geldbeträgen in unterschiedliche Münz- und Scheinkollektionen des Euros eine zentrale Rolle (vgl. Grassmann et al. 2008: 58). Um Größenvorstellungen im Bereich Geld zu besitzen, sind somit Kenntnisse im Hinblick auf Münzen und Scheine erforderlich. Zudem sind das Wechseln von Geldbeträgen und die Fähigkeit, den gleichen Geldbetrag auf verschiedene Arten darzustellen, von Bedeutung. Unabdingbar ist auch, zwischen Anzahl und Wert der Münzen zu unterscheiden. (vgl. Cless 2013; Peter-Koop & Nührenbörger 2008).

4.3 Schätzaufgaben – Fermi-Aufgaben mit der Größe Geld

Fermi-Aufgaben sind Schätzaufgaben, die sich nicht allein durch gedankliches Vergleichen lösen lassen. Sie sind unterbestimmte Aufgaben mit einem unklaren Anfangszustand, die einen klaren Endzustand erfordern. Dieser Endzustand ist weder richtig noch falsch. Die gefundenen Lösungen müssen begründet und erklärt werden. Somit besitzen Fermi-Aufgaben lediglich eine ungefähre Lösung. Die notwendige Datenbeschaffung erfolgt durch mehrfaches Schätzen. Der Kernphysiker und Nobelpreisträger Enrico Fermi (1901–1954) war für die Abschätzungen von Problemen bekannt und konnte Aufgaben lösen, für die praktisch keine Daten vorlagen. Er gilt mit seiner Fermi-Aufgabe, die nach der Zahl der Klavierstimmer in Chicago fragt, als Begründer dieser Art von Aufgaben. (vgl. Greefrath 2018: 88)

Das Lösen von Fermi-Aufgaben erfordert eine Vielzahl von Fähigkeiten. Neben den Erfahrungen zur Sachsituation, dem Herstellen von Beziehungen zwischen den verschiedenen Daten und der Koordination der Teilschritte der Aufgabe ist das Schätzen eine notwendige Fähigkeit, um Daten für den komplexen Sachzusammenhang zu ermitteln. (vgl. Franke & Ruwisch 2010: 253 f.)

Beispiele für Fermi-Aufgaben zur Größe Geld sind:

- Was kostet eine dreitägige Klassenfahrt mit Aufenthalt in einer Jugendherberge?
- Wie viel kostet der Strom, den unsere Schule in einem Jahr verbraucht?
- Wie viel Geld gibt eine Person für Essen jährlich aus?

4.4 Relevanz von Schätzungen und Größenvorstellungen im Alltag

„In nichts zeigt sich der Mangel an mathematischer Bildung mehr, als in einer übertrieben genauen Rechnung.“

(Carl Friedrich Gauß, 1777–1855)

Es ist nicht das exakte Rechnen, sondern das Schätzen, dass eine Alltagskompetenz ist, die als essenziell für die Bewältigung unterschiedlicher Situationen angesehen werden kann. So stellte sich Paenza (2012: 335 f.) die Frage, wie oft Menschen am Tag Schätzungen anstellen (oftmals, ohne dies zu merken). Sie fand heraus, dass Menschen den ganzen Tag, das ganze Leben lang ständig Schätzungen anstellen. Menschen schätzen und schätzen und fällen anhand dessen Entscheidungen.

Für das Abschätzen von Größenordnungen ist es hilfreich, auf eine gute Zahlvorstellung zurückgreifen zu können. Andersherum trägt das Schätzen dazu bei, einen besseren Zahlensinn zu entwickeln. Da die Schüler*innen mit ihrem täglichen Begleiter, dem Smartphone, die Summe von Einkäufen, die Distanz von A nach B und sämtliche andere Größenangaben direkt berechnen bzw. abrufen können, stellen sie sich oft die Frage, ob die Fähigkeit des Schätzens noch benötigt wird. Zudem wird die Mathematik für die Bewältigung des Alltags von der Gesellschaft als überflüssig und wenig brauchbar betitelt. Schüler*innen hinterfragen daher immer wieder, wofür sie Schätzen und Mathematik im Allgemeinen, die sie lernen, brauchen. Der Grund ist, dass die Mathematik für viele Personen, die in außermathematischen Gebieten arbeiten, unsichtbar wird. Die objektive Relevanz ist für die Mehrheit der Bevölkerung subjektiv nicht feststellbar. Mathematik prägt jedoch die Gesellschaft und trägt zum Fortschritt bei. In der Coronakrise wurden der breiten Bevölkerung

der Gebrauch und die Relevanz mathematischer Modelle durch die Medien vor Augen geführt. Niss (1994: 371) bezeichnete die Diskrepanz zwischen der objektiven gesellschaftlichen Bedeutung der Mathematik und ihrer subjektiven Unsichtbarkeit als Relevanzparadoxon der Mathematik. Der Grund für die Unsichtbarkeit ist die fortschreitende Technologie, die dafür sorgt, dass Mathematik nur noch von wenigen Menschen explizit ausgeführt wird. Die Mathematik hinter Prozessen, die Menschen im täglichen Leben nutzen, läuft in einer Blackbox ab, die nicht einsehbar ist. Beispielsweise wird mit dem Smartphone der aktuelle Standort abgerufen und nur in den wenigsten Fällen hinterfragt, wie das Handy die Ermittlung des Standorts innerhalb kürzester Zeit bewerkstelligt. Der dahinterstehende technische Vorgang, der ohne Mathematik nicht funktionieren würde, ist nur den wenigsten bewusst. Niss (1994: 372) fasste dies mit den Worten „[...] *mathematics is invisible because it is hidden, not because it is absent*“ zusammen.

Ebenso wie zahlreiche andere mathematische Kompetenzen wird auch das Schätzen unterbewertet. Zahlreiche Begründungen zeigen jedoch die Relevanz dieser Fähigkeit auf. (vgl. Poloczek 2020: 1)

Beim exakten Rechnen wird ein anderer Gehirnbereich aktiviert als beim Schätzen. Schätzen findet im Gehirnbereich des räumlichen Denkens statt. Dies erklärt, warum manche Lernende, die schnell rechnen können, Schwierigkeiten beim Schätzen aufweisen. Andersherum gilt, dass Schüler*innen, die gut schätzen können, nicht zwingend schnelle Rechner*innen sein müssen. Im Unterricht sollte nicht nur das Rechnen, sondern auch das Schätzen gleichermaßen geübt und angewendet werden. (vgl. Poloczek 2020: 1)

Eine weitere Begründung liegt darin, dass Schätzungen oft die einzige Möglichkeit sind, ein Ergebnis zu erzielen. In manchen Fällen ist keine Messung möglich oder kein Messinstrument zur Hand. Ferner sind nicht immer alle benötigten Daten bekannt, oder die Situation ist zu komplex für explizite Rechnungen. Das Abschätzen von Größen ist im Vergleich zur Messung oder zur exakten Berechnung zeitsparend und kann einen schnellen Überblick über eine unbekannte Situation geben. Schätzungen können auch als Basis zur Entscheidungsfindung dienen, nicht nur in der Mathematik oder den Naturwissenschaften, sondern auch in der Wirtschaft und der Politik. Aus diesen Gründen ist ein übergeordnetes Ziel der Naturwissenschaften,

die Schüler*innen in die Lage zu versetzen, adäquate Abschätzungen machen zu können. (vgl. Stinken 2015: 1)

5 Schnittpunkte mit mathematischer Grundbildung und Finanzkompetenz

Wie in den vorherigen Kapiteln ersichtlich wurde, wiesen zahlreiche Fachdidaktiker*innen, Mathematiker*innen und andere Verfasser*innen in ihren Werken auf die Bedeutung ausgeprägter Größen- und Wertvorstellungen sowie Schätzungen im Größenbereich Geld zur Alltagsbewältigung hin. Im Folgenden wird erörtert, inwiefern die Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung (OECD) in ihrer internationalen Schulleistungsstudie PISA und den Frameworks für mathematische Grundbildung und Finanzkompetenz (*mathematical literacy* und *financial literacy*) auf die Schätzkompetenz von Schülerinnen und Schülern wert legt. Weiterführend wird aufgezeigt, ob ein Zusammenhang zwischen Größenvorstellungen und Rechenleistungen bereits in vergangenen Untersuchungen nachgewiesen wurde. Dazu werden die Erkenntnisse der Gehirnforschung zur Rechen- und Schätzleistung in den Blick genommen.

In den letzten Jahrzehnten wurde ein starker Wandel dahingehend vollzogen, was es heißt, mathematisch kompetent zu sein. Der Trend geht weg von der Notwendigkeit grundlegender Berechnungen hin zu einer sich rasch verändernden Welt, die von neuen Technologien und Trends durchdrungen ist. Mathematisch kompetent zu sein, zeichnet sich dadurch aus, über das Wissen und die Fähigkeit zu verfügen, auf mathematische Anforderungen in alltäglichen Situationen angemessen und zielgerichtet reagieren zu können. (vgl. OECD 2018: 3)

Die OECD definierte *mathematical literacy* hinsichtlich der PISA-Studie 2022 wie folgt:

“Mathematical literacy is an individual’s capacity to reason mathematically and to formulate, employ, and interpret mathematics to solve problems in a variety of real-world contexts. It includes concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena. It assists individuals to know the role that mathematics plays in the

world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective 21st century citizens.“ (OECD 2018: 7)

Die vier mathematischen Inhaltsbereiche, in denen *mathematical literacy* angewendet wird, lauten: *quantity, uncertainty and data, chance and relationships* und *space and shape*. Der Bereich *quantity* (Größen) wird als eine der vier Inhaltsbereiche gesehen, auf die Schüler*innen zurückgreifen, um reale Situationen in eine mathematische Problemsituation umzuwandeln, das formulierte Problem mathematisch zu lösen und die gefundene Lösung zu interpretieren und zu bewerten (vgl. OECD 2018: 8 ff.). Viele dieser realen Probleme stehen in einer Beziehung mit dem Größenbereich Geld. In drei von sieben Beispielaufgaben der PISA-Studie 2022 spielt der Größenbereich Geld eine Rolle. Neben einem Aufgabenkomplex zum Thema Sparen, bei dem Größenvorstellungen und eine gute Schätzfähigkeit von Vorteil sind, sollen Schüler*innen auch grundlegende Aussagen wie ‚Die Person mit der höchsten Anzahl der Münzen hat den höchsten Geldbetrag‘ mit Beispielen untermauern bzw. widerlegen. (vgl. OECD 2018: 63, 87 ff.)

Die OECD weist in ihren Rahmenbedingungen für die PISA-Studie 2022 darauf hin, dass beim überwiegenden Anteil der Aufgaben Kontexte gewählt werden sollten, denen Schüler*innen täglich begegnen. An dieser Stelle wird als erstes die Größe Geld angeführt.

Wie oben bereits erwähnt wurde, ist die Bewertung mathematischer Lösungen durch Interpretation der Ergebnisse in realen Ausgangssituationen ein wesentlicher Bestandteil von *mathematical literacy*. Die Schätzung und die Beurteilung der Angemessenheit von Ergebnissen wird als essenzielle Bedingung von mathematischer Kompetenz in Bezug auf Größen hervorgehoben. (vgl. OECD 2018: 25)

Die OECD (2015: 5) macht ebenso bei der *financial literacy* (Finanzkompetenz) auf die Bedeutung von Vorstellungen und Schätzungen zur Größe Geld aufmerksam. Der Begriff *financial literacy* wird im Zusammenhang mit der PISA-Studie 2022 wie folgt definiert:

“Financial literacy is knowledge and understanding of financial concepts and risks, as well as the skills and attitudes to apply such knowledge and understanding in order to make effective decisions

across a range of financial contexts, to improve the financial well-being of individuals and society, and to enable participation in economic life.”

(OECD 2019: 18)

Ein grundlegendes Niveau in Bezug auf finanzielle Kompetenzen ist somit notwendig, damit junge Menschen ab einem Alter von 15 Jahren in vollem Umfang und sicher am wirtschaftlichen und sozialen Leben teilnehmen können (vgl. OECD 2015: 5). Zu diesem grundlegenden Niveau zählen folgende Kompetenzen, die die Notwendigkeit der Schätzkompetenz in finanziellen Angelegenheiten verdeutlichen:

- *Awareness of the common forms of money.*
- *Understands that cash and coins have a financial value.*
- *Has a realistic knowledge of the cost of basic items including food.*
- *Knows that the same goods or services may be priced differently by different vendors.*
- *Has a realistic idea of the price of high-cost items that are frequently wanted or needed among their peer group and how this compares to their current income.*
- *Can recognise and count money in own currency.*
- *Checks receipts after making purchases.*
- *Can use mental arithmetic to calculate the final price of a small selection of items.*

(OECD 2015: 14-17)

Die Analyse der PISA-Daten zur *financial literacy* von 2012 zeigt, dass mathematische Grundbildung und Finanzkompetenz korrelieren. Ein höheres Maß an *financial literacy* lässt sich mit zunehmender Wahrscheinlichkeit dann verzeichnen, wenn die Menschen auch ihre Rechenkompetenz entwickeln (vgl. OECD 2015:11). Die OECD geht davon aus, dass die Rechenkompetenz eine notwendige Voraussetzung für *financial literacy* ist. In diesem Zusammenhang sind besonders mathematische Fertigkeiten wie Zahlensinn, Vertrautheit mit multiplen Repräsentationen von Zahlen, Schätzen, mentales Kalkulieren und die Beurteilung der Angemessenheit von Ergebnissen relevant. Der Inhaltsbereich der *quantity* hängt laut OECD als einziger unmittelbar mit dem Inhalt der PISA-Studie zur *financial literacy* zusammen.

(vgl. OECD 2012: 34, OECD 2019: 39) Der Zusammenhang von *mathematical* und *financial literacy* wird in Abbildung 4 nochmals verdeutlicht.

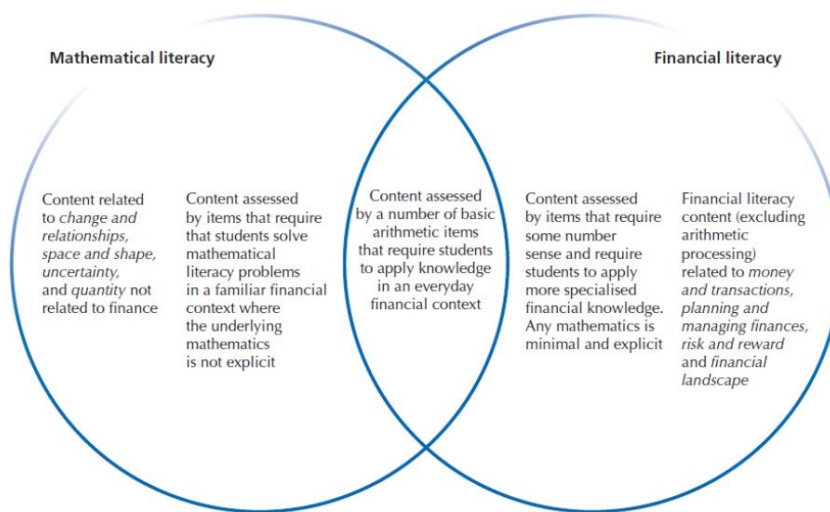


Abbildung 4: Beziehung zwischen den Literacy-Inhalten (OECD 2019: 41)

Die Rahmenbedingungen der OECD hinsichtlich *financial* und *mathematical literacy* machen deutlich, welche Relevanz den Größenvorstellungen und Schätzkompetenzen der Größe Geld beigemessen wird. Da das Schätzen ein bedeutender Teil der finanziellen Kompetenz ist und die Finanzkenntnisse mit der Rechenkompetenz korrelieren, könnte angenommen werden, dass ein guter Rechner auch ein guter Schätzer ist.

Die Neuropsychologie gibt Aufschluss darüber, welche Gehirnareale beim Schätzen und Rechnen aktiviert werden. Dehaene und Spelke (1999) führten zwei Rechenexperimente durch. Im ersten Rechenexperiment ging es um die Frage, ob die Sprache einen Einfluss auf das Rechnen und Schätzen hat. Beim zweiten Experiment wurde jeder untersuchten Person eine Schätz- und eine Rechenaufgabe gestellt und mit einem Kernspintomografen geprüft, welche Gehirnareale bei der jeweiligen Aufgabe aktiviert wurden. Dabei war festzustellen, dass beim exakten Rechnen die Region im linken Stirnlappen besonders aktiv ist. Dieses Gehirnareal ermöglicht es, den Zahlen Namen zu geben, und ist somit eng mit der Sprache verknüpft. Bei der Schätzaufgabe wurde in beiden Hirnhälften eine Region im Scheitellappen aktiv. Die Scheitellappen werden für räumliche und visuelle Aufgaben genutzt. In dieser Region befindet sich der intuitive Zahlensinn. Vergleichbar ist dieser mit einer mentalen Zahlenreihe, die dabei hilft, Größenordnungen abzuschätzen. Der Zahlensinn wird durch das Schätzen von Größenordnungen gefördert, während die

sprachabhängige, kalkülorientierte Mathematikfähigkeit ein anderes Gehirnareal beansprucht (vgl. Stangl 2022). Die Ergebnisse zahlreicher Studien, die besagen, dass die rechtshemisphärische Beteiligung beim Schätzen dominiert bzw. ausschließlich vorhanden ist, untermauert das Ergebnis von Dehaene und Spelke (1999), dass für das Rechnen und Schätzen unterschiedliche Areale zuständig sind. (vgl. Maquet et al. 1996; Rubia et al. 1997; Upton & Thompson 1996; Woods et al. 2006, zitiert nach Schwarz et al. 2021: 92)

Gemäß den Erkenntnissen aus der Gehirnforschung besteht kein Zusammenhang zwischen exakten Berechnungen und Schätzungen. Jedoch ist anzumerken, dass nach Frenzel und Grund (1991) für den Aufbau von Größenvorstellungen dennoch die Fähigkeit zum Umrechnen von Größenangaben abverlangt wird, was exakte Berechnungen erfordert. Der Aufbau von Größenvorstellungen ist wiederum Voraussetzung für das Schätzen. Der grundlegende Zahlensinn und der Aufbau von Zahlen, der für viele Verfasser*innen essenziell für das Schaffen von Größenvorstellungen ist, beanspruchen laut Neuropsychologie dieselben Gehirnareale und hängen somit nicht unmittelbar mit dem Rechnen zusammen (vgl. Hope 1989: 15; Kuwahara & Lang 2001: 463; Pike & Forrester: 1997: 493; Sowder 1992: 371, zitiert nach Benz et al. 2018: 228). Die Meinungen sind bei der Fragestellung, ob ein Zusammenhang zwischen Rechnen und Schätzen besteht, kontrovers.

6 Überprüfung der mathematischen Leistung und der Schätzkompetenzen mit ausgewählten Testverfahren

Eine zentrale Frage dieser Arbeit ist, wie die allgemeinen mathematischen Leistungen von Schüler*innen mit der Schätzkompetenz hinsichtlich der Größe Geld zu Beginn der Sekundarstufe I zusammenhängen. Zur Leistungsfeststellung des allgemeinen mathematischen Könnens eignet sich der Eggenberger Rechentest ERT 4+. Der Größen-und-Einheiten-Test GET 4+ bietet sich als Testverfahren an, um die Schätzleistungen im Größenbereich Geld zu überprüfen. Im Folgenden werden die beiden Testverfahren unabhängig voneinander vorgestellt.

6.1 Eggenberger Rechentest ERT 4+

Im Rahmen des ERT 4+ können die mathematischen Kompetenzen der Schüler*innen am Ende der vierten Schulstufe bis zur Mitte der fünften Schulstufe mit vier Faktoren festgestellt werden: mathematische Ordnungsstrukturen, algebraische Strukturen, Größenbeziehungen und Angewandte Mathematik. Die vier aufgelisteten Faktoren werden durch 15 Skalen/Items überprüft. Die Zuordnung der einzelnen Skalen zu den Faktoren sieht folgendermaßen aus:

Mathematische Ordnungsstrukturen Größenbeziehungen

- | | |
|------------------------|---------------|
| - Zahlennachbarn | - Geldmaße |
| - Zahlenreihen | - Zeitmaße |
| - Menge-Zahl-Zuordnung | - Längenmaße |
| | - Flächenmaße |
| | - Massenmaße |

Algebraische Strukturen

- Rechnen halbschriftlich
- Rechnen mit Platzhalter
- Addieren schriftlich
- Subtrahieren halbschriftlich
- Multiplizieren
- Dividieren

Angewandte Mathematik

- Textrechnungen

Im Zusammenhang mit den Größenbereichen sind Umwandlungsaufgaben und Vergleichsaufgaben mit den Vergleichsoperatoren $<$, $>$ und $=$ zu bearbeiten.

Die Testung zielt darauf ab, Dyskalkulie festzustellen und Leistungen im unteren Bereich genau zu differenzieren. Die Anwendungsbereiche des ERT 4+ liegen daher primär im schulischen und im förderdiagnostischen Bereich. Durch die starke Differenzierung im unteren Leistungsbereich können die Schwierigkeiten rechen-schwacher Kinder besonders detailliert erfasst werden und weiterführend entsprechende Fördermaßnahmen gesetzt werden.

Auswertung

Aus den vier Faktorenwerten wird ein Gesamtwert für die mathematischen Leistungen gebildet. Die Rohwerte werden anschließend Prozenträngen zugeordnet. Beispielweise entspricht der Rohwert 83 dem Prozentrang 100.

Die Auswertung kann auf drei Ebenen erfolgen:

1. Gesamtwert: Der Gesamtwert gibt eine erste Orientierung, ob eine Beeinträchtigung vorliegt.
2. Faktorenebene: Die Prozentränge geben an, inwiefern die einzelnen Faktoren betroffen sind.
3. Skalen-/Itemebene: Es kann konkretisiert werden, welcher Teilbereich explizit betroffen ist, und infolgedessen können Fördermaßnahmen angesetzt werden.

Mithilfe der Prozentrangergebnisse der einzelnen Schüler*innen können folgende Aussagen getroffen werden:

- PR 25–100: durchschnittliche bzw. gute Leistung,
- PR < 25: schwache Leistung,
- PR ≤ 15: Rechenschwäche/Dyskalkulie,
- PR ≤ 5: starke Rechenschwäche/Dyskalkulie,
- PR ≤ 1: massive Rechenschwäche/Dyskalkulie.

Wird die Testung am Anfang der fünften Schulstufe (in den ersten drei Monaten) durchgeführt, liegt der kritische Wert bei einem Rohwert von ≤ 50 . Dies entspricht dem Prozentrang PR ≤ 15. Auf die genaue Interpretation und Bedeutung der Prozentränge wird in Kapitel 10.2 eingegangen.

Gütekriterien

Die Retestreliabilität mit einem Gesamtwert von $r = 0,88$ deutet darauf hin, dass das Messinstrument über die Zeit hinweg stabile Werte liefert. Eine signifikante Korrelation von 0,55 zwischen dem ERT 4+ und der Mathematiknote spricht für eine zufriedenstellende Validität. Weiters ist die Objektivität des Testverfahrens durch die eindeutig festgelegte Auswertung mithilfe von Auswertungsbögen und -tabellen gegeben. Der ERT 4+ erfüllt somit die drei Gütekriterien Reliabilität, Validität und Objektivität. (vgl. Reusser 2018: 10 f.; Schaupp et al. 2020b)

6.2 Größen-und-Einheiten-Test GET 4+

Mit dem GET 4+ kann der Leistungsstand in Bezug auf Größen und Maßeinheiten am Ende der vierten bzw. am Anfang der fünften Schulstufe erfasst werden. Der Test setzt sich aus 48 Items zusammen. Ein Schwerpunkt des Tests liegt auf den Stützpunkten und den verinnerlichten Größenvorstellungen. Die 48 Items werden auf sechs Skalen aufgeteilt, die sich auf folgende Größen beziehen: Länge, Zeit, Geld, Masse, Fläche und Raum. Jede Größe kann unabhängig von der anderen separat getestet werden. Relevant für die hier vorliegende Arbeit ist lediglich die Skala zur Größe Geld.

Auswertung

Ähnlich zum ERT 4+ sind für alle Rohwerte Normen in Form eines kritischen Wertes und Prozentränge vorhanden. So können Aussagen über den Entwicklungsstand der Leistungen im Zusammenhang mit Größen erfolgen.

Gütekriterien

Die interne Konsistenz des Gesamtverfahrens ist durch ein Cronbachs Alpha von 0,92 charakterisiert. Die interne Konsistenz der Subtests ist gut (Cronbachs Alpha = 0,70). Die Retestreliabilität liegt nach zwei Wochen für den Gesamtwert bei $r = 0,86$. Somit kann generell von curricularer Validität ausgegangen werden. Zudem ist die Konstruktvalidität durch die signifikante Korrelation ($r = 0,76$) mit dem ERT 4+ belegt. (vgl. Schütty & Schaupp 2020; verfügbar unter: <https://www.test-zentrale.de/shop/groessen-und-einheiten-test-4.html>)

7 Einfluss ausgewählter Kontextmerkmale auf die mathematische Leistung

In vergangenen Studien wie PISA, PIRLS und TIMSS wurde mehrfach darauf hingewiesen, dass ein Zusammenhang zwischen den mathematischen Schülerleistungen und demografischen bzw. sozioökonomischen Merkmalen vorliegt (vgl. BIFIE 2018: 46). Im Bundesergebnisbericht der Bildungsstandardüberprüfung in Mathematik von 2017 wurde ebenso auf die Zusammenhänge zwischen Geschlecht, Erstsprache, Migrationshintergrund und Bildungsstand der Eltern mit den mathematischen Leistungen aufmerksam gemacht. Die Ergebnisse beziehen sich auf alle Schüler*innen Österreichs in der achten Schulstufe, die 2017 an der Bildungsstandardüberprüfung in Mathematik teilnahmen. Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden im Folgenden näher betrachtet. (vgl. BIFIE 2018: 46)

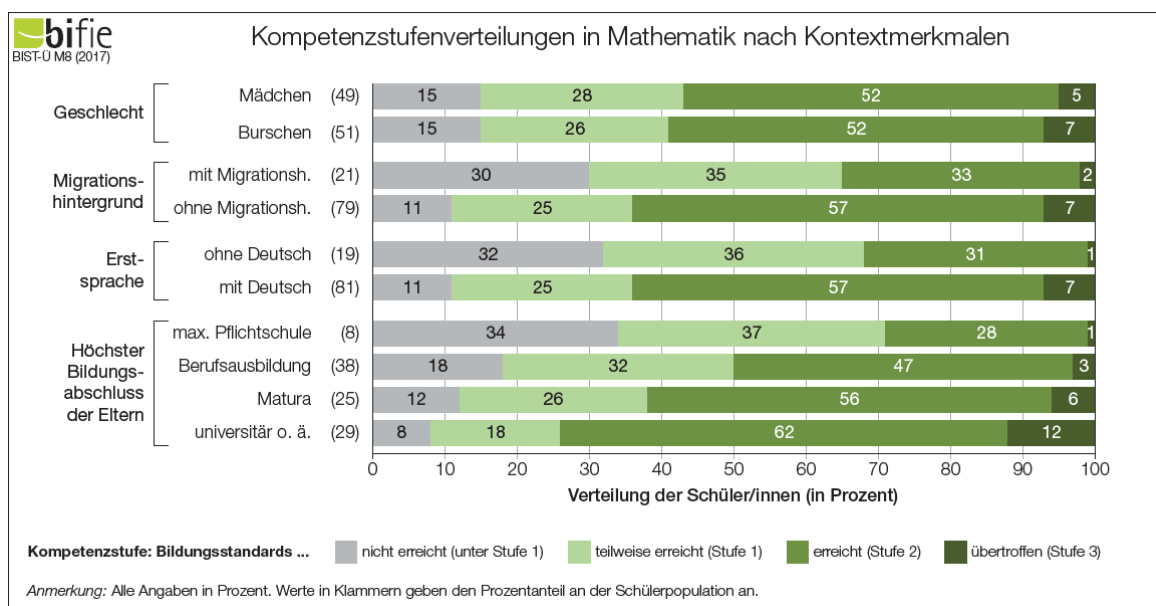


Abbildung 5: Kompetenzstufenverteilung in den Subgruppen im Fach Mathematik (BIFIE 2018: 47)

Abbildung 5 zeigt überblicksmäßig die Erreichung oder Nichterreichung der einzelnen Kompetenzstufen unter Berücksichtigung der Kontextmerkmale. Wird das Diagramm von links nach rechts betrachtet, sind links die Gruppen (z. B. Migrationshintergrund) mit den einzelnen Subgruppen (z. B. mit Migrationshintergrund, ohne Migrationshintergrund) aufgelistet. In Klammern ist der Anteil der betrachteten Subgruppe an der gesamten Schüler*innenzahl aufgeführt. Die prozentuelle Verteilung der Schüler*innen auf die einzelnen Kompetenzstufen ist den einzelnen Balken zu entnehmen.

7.1 Geschlecht

Werden die mathematischen Leistungen von Mädchen und Jungen verglichen, ist das Leistungsverhältnis ausgewogen. Ein kleiner Unterschied besteht bei den Spitzenleistungen in Mathematik. Diese werden vom männlichen Geschlecht häufiger erreicht. Der prozentuelle Anteil jener Schüler*innen, die die Bildungsstandards nicht erreicht haben, ist bei Mädchen und Jungen in der Bildungsstandardüberprüfung identisch (vgl. BIFIE 2018: 46). Die Ergebnisse der PISA-Studie 2018 sind ähnlich: Die Jungen sind den Mädchen laut Mittelwert der erbrachten Leistungen leicht überlegen. Verstärkt wird die Geschlechterdifferenz dadurch, dass das weibliche Geschlecht häufiger bei den Risikoschüler*innen vertreten ist als das männliche Geschlecht. Erwähnenswert ist, dass sich der Geschlechterunterschied hinsichtlich der Mathematikleistungen mit jeder PISA-Studie verringert. (vgl. Glaeser & Suchaň 2019: 53 f.)

7.2 Sozioökonomischer Status / Bildungsstand der Eltern

Laut der österreichischen Bundesverfassung (Art. 14 Abs. 5a BVG) gilt für die Bildungssysteme in Österreich, dass sie dazu beitragen sollten, dass alle Kinder und Jugendliche unabhängig von ihrer sozialen Herkunft die gleichen Chancen auf den Erwerb von Kompetenzen und Abschlüssen haben (vgl. BIFIE 2018: 46). Die Bildungsstandardüberprüfung in Mathematik zeigte jedoch erneut, dass unter allen Merkmalen der Bildungsstand der Eltern jenes Merkmal ist, das besonders stark mit den Leistungen der Schüler*innen zusammenhängt. Grundsätzlich lassen folgende Indikatoren auf die familiäre Herkunft schließen: die berufliche Position der Eltern, deren Einkommen und Bildung sowie das Besitztum von Büchern im Haushalt. Das in Abbildung 5 aufgeführte Balkendiagramm zeigt folgenden Zusammenhang: Je höher der Bildungsabschluss der Eltern ist, desto größer ist der prozentuelle Anteil der Schüler*innen, die die Bildungsstandards erreichen bzw. übertreffen. Ungefähr ein Drittel aller Schüler*innen, deren Eltern maximal über einen Pflichtschulabschluss verfügen, wiesen massive Probleme im Fach Mathematik auf. Bei Kindern mit akademisch ausgebildeten Eltern waren es lediglich 8 %, die die Bildungsstandards verfehlten. (vgl. BIFIE 2018: 46 ff.)

Die Definition des sozioökonomischen Status definiert die OECD in den PISA-Studien anhand des ESCS-Index, der sich aus dem wirtschaftlichen, sozialen und kulturellen Status (*economic, social and cultural status*, ESCS) ergibt. Dieser Index setzt sich aus dem Bildungsniveau und dem Beruf der Eltern, der Ausstattung des Elternhauses zur Herleitung des materiellen Wohlstands sowie der Zahl der Bücher und anderen Bildungsressourcen im Elternhaus zusammen. Der ESCS hat den Vorteil, Vergleiche zwischen Schüler*innen mit unterschiedlichem sozioökonomischem Profil zu ziehen. Alle vergangenen PISA-Erhebungen kamen zu dem Ergebnis, dass der sozioökonomische Status mit dem Leistungsniveau der Schüler*innen korreliert. Dies kann oftmals auf die vorhandenen Ressourcen zurückgeführt werden. (vgl. OECD 2016: 223)

7.3 Erstsprache

Wie bereits in der Einleitung erwähnt wurde, ist mathematische Kompetenz nicht nur durch reines Operieren gekennzeichnet. Der Alltags- und der Anwendungsbezug spielen eine große Rolle. Infolgedessen fordern mathematische Sachaufgaben verstärkt auch die sprachliche Kompetenz der Schüler*innen. Die Unabdingbarkeit sprachlicher Fähigkeiten beginnt beim Verständnis der Aufgabenstellung und endet beim Interpretieren und Argumentieren mathematischer Sachverhalte. Wie Abbildung 4 zeigt, macht sich die Tatsache, ob Deutsch die Erstsprache ist oder nicht, in den mathematischen Leistungen der Schüler*innen deutlich bemerkbar. Während 64 % der Schüler*innen mit Deutsch als Erstsprache die Bildungsstandards erreichten bzw. übertrafen, wiesen 68 % der Kinder ohne Deutsch als Erstsprache diese Bildungsstandards nicht oder nur teilweise auf. Eng mit der Erstsprache hängt auch der Migrationshintergrund der Schüler*innen zusammen. Hier zeichnen sich fast identische Ergebnisse wie bei der Erstsprache ab. (vgl. BIFIE 2018: 47)

Wird die Gruppe der Schüler*innen mit Migrationshintergrund betrachtet und werden die Eltern angeschaut, die maximal einen Pflichtschulabschluss aufweisen, macht sich ein kumuliertes Risiko bemerkbar, dass die Bildungsstandards nicht erreicht werden. Innerhalb dieser Gruppe weisen bereits 40 % Schwierigkeiten beim Lösen von Mathematikaufgaben mit reproduktiven Anforderungen und Routineverfahren auf. (vgl. BIFIE 2018: 50)

Dehaene und Spelke (1999) fanden in ihrem zuvor erwähnten Experiment (Kapitel 5) heraus, dass eine genaue Rechnung eng mit der Sprache verbunden ist, während das Schätzen unabhängig von dieser stattfindet. (vgl. Stangl 2022)

7.4 Selbstbild, motivationale und emotionale Faktoren

Ein besonders starker Bezug zur Leistung lässt sich durch prozessnahe individuelle Merkmale von Schüler*innen wie Selbstbilder sowie motivationale und emotionale Orientierung herstellen. Ma und Kishor (1997) sprechen in diesem Zusammenhang von sogenannten Bedingungs- und Prozessvariablen für die Leistungsentwicklung. Zu den Selbstbildern gehört einerseits das Selbstkonzept und andererseits die Selbstwirksamkeit. Auch wenn die beiden Begriffe unter dem Begriff ‚Selbstbild‘ zusammengefasst werden können, hat jeder Begriff seine eigene Bedeutung. Die Selbstwirksamkeitserwartung meint die subjektive Überzeugung, schwierige Aufgaben und Probleme basierend auf den eigenen Kompetenzen bewältigen zu können. (vgl. Bandura 1977, zitiert nach Mews & Pöge 2019: 902)

Das Selbstkonzept lässt sich allgemeiner über die eigene Einschätzung, Vorstellung und Bewertung definieren, die jemand von sich selbst hat. Das Vertrauen und die Wahrnehmung in Bezug auf die eigenen Fähigkeiten und Eigenschaften stehen hier im Vordergrund. (vgl. Möller & Trautwein 2015: 902)

Zahlreiche Studien ergaben unabhängig von der Schulstufe und den spezifischen Messungen der Leistungen in Mathematik, dass das Selbstkonzept und die Selbstwirksamkeit einen positiven Einfluss auf die Mathematikleistungen haben (vgl. Mews & Pöge 2019: 904). Dabei wurde auch festgestellt, dass die Selbstwirksamkeit einen höheren Effekt als das Selbstkonzept auf die Mathematikleistungen hat. (vgl. Ferla et al. 2009, zitiert nach Mews & Pöge 2019: 904)

Neben dem Selbstkonzept und der Selbstwirksamkeit beeinflussen auch motivationale und emotionale Faktoren die Mathematikleistungen. Dass das Interesse eine positive Wirkung auf die schulischen Leistungen der Schüler*innen hat, trifft laut Köller et al. (2001) erst in der Sekundarstufe II zu.

Mews und Pöge (2019) untersuchten die Zusammenhänge zwischen der Mathematikleistung und den individuellen Merkmalen der Schüler*innen. Die Datengrundlage

bildete der Schüler*innenfragebogen der PISA-Studie 2012, der Informationen zu Selbstbildern sowie zu motivationalen und emotionalen Orientierungen enthält.

Die Forschungsergebnisse hinsichtlich der Effekte der instrumentellen Motivation, die sich der extrinsischen Motivation zuordnen lässt, sowie der Freude und des Interesses auf die Mathematikleistungen sind nicht einheitlich. Auffällig ist der zwar schwache, aber dennoch negative Effekt der instrumentellen motivationalen Orientierung auf die Mathematikleistung. Deci und Ryan (2000) begründeten dies wie folgt: Solange das Wissen, dass Mathematik nützlich für die Zukunft ist, nicht verinnerlicht und akzeptiert wird, kann der externe Anreiz keine positive Wirkung und somit Steigerung der Leistung bewirken. Eine andere Begründung lieferten Andersen und Cross (2014), die erklärten, dass nur ein geringer Anteil der Schüler*innen mit mathematischen Höchstleistungen der Gruppe angehören, die auch Freude und Interesse an Mathematik hat. Auch wenn diese Feststellung kontraintuitiv ist, wurde sie bereits in anderen Untersuchungen bestätigt. (vgl. Törnroos et al. 2006; Pridten et al. 2014; zitiert nach Mews & Pöge 2019: 905; 915 f.)

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Selbstkonzept und die Selbstwirksamkeit einen deutlich stärkeren Einfluss auf die mathematischen Leistungen haben als die motivationalen und emotionalen Faktoren. Die Tatsache, dass das Selbstkonzept und die Selbstwirksamkeit einen starken Einfluss auf die mathematischen Leistungen der Schüler*innen haben, führt zu der Frage, inwiefern sich die gesteigerten mathematischen Leistungen im Fall eines positiv ausgeprägten Selbstkonzepts auf die Schätzkompetenz auswirken.

Moser (2017: 105) und Lienbacher (2020: 101) setzten sich in ihren Studien mit dieser Frage auseinander und kamen zu leicht unterschiedlichen Ergebnissen. Moser (2017: 105) stellte keinen eindeutigen Zusammenhang zwischen der Mathematiknote und besseren Schätzergebnissen in den Größenbereichen Länge und Masse fest. Bei der Untersuchung physikalischer Größen konnte Lienbacher (2020: 101) jedoch erkennen, dass eine erhöhte Schätzgenauigkeit mit besseren Mathematiknoten einhergeht. Die Ursache für diesen Zusammenhang sieht sie im Selbstbild sowie in den motivationalen und emotionalen Faktoren der Schüler*innen.

B Empirischer Teil

Im ersten Teil der Arbeit wurde ein umfassender Einblick in die theoretischen Grundlagen gegeben. Aufbauend darauf wird im zweiten Teil an den aktuellen Forschungsstand angeknüpft und das Wissen mittels empirischer Vorgehensweise erweitert. Basierend auf den Erkenntnissen aus der Literatur werden Hypothesen formuliert, und das methodische Vorgehen zur Hypothesenüberprüfung wird vorgestellt. Die gewonnenen Erkenntnisse aus der empirischen Analyse werden diskutiert und dem aktuellen Forschungsdiskurs gegenübergestellt. Des Weiteren werden Limitationen festgestellt und Anregungen für zukünftige Forschung gegeben.

8 Aktueller Forschungsstand

In den letzten beiden Jahrzehnten gewannen die Themen Schätzen und Größen und vor allem das Schätzen von Größen zunehmend an Bedeutung. Dabei wurde der Fokus vermehrt auf bestimmte Größen gelegt, während andere Größen vernachlässigt bzw. kaum erforscht wurden. Grassmann (2005) war eine der ersten, die sich in einer Langzeitstudie „Kinder wissen viel – auch über die Größe Geld?“ mit der Rechen- und Schätzkompetenz von Primarstufenschüler*innen hinsichtlich der Größe Geld auseinandersetzte. Laut Grassmann (2005: 6) sind vor allem Untersuchungen zu Größenkonzepten bei Kindern unterrepräsentiert. In den meisten Studien und Publikationen erfolgt eine Auseinandersetzung mit arithmetischen bzw. geometrischen Inhalten, die Bedeutung von Größenvorstellungen und Schätzfähigkeiten wird hingegen vernachlässigt (Grassmann 2005: 12). Grassmanns Studie „Kinder wissen viel – auch über die Größe Geld?“ lässt sich der Grundschulforschung zuordnen.

Claar (1996) setzte sich tiefgründiger mit der Entwicklung des Geldbegriffs in den einzelnen Entwicklungsstufen im Kindesalter auseinander (vgl. Grassmann 2005: 12). Im theoretischen Teil wurde auf die wesentlichen Untersuchungsergebnisse bereits eingegangen. Claar (1996) beschäftigte sich auch mit den Preisvorstellungen von Kindern, die notwendig sind, um den Verkaufspreis von Gütern zu schätzen. Kinder beginnen, den Warenwert zunächst an äußerlich konkret feststellbaren Merkmalen zu bestimmen und ziehen mit zunehmendem Alter abstraktere Kriterien heran. Ein Beispiel für das Abschätzen äußerlich konkret feststellbare Merkmale ist

die Annahme, dass ein Mantel teurer als ein Pullover ist, da mehr Stoff zur Herstellung erforderlich ist. Unter abstrakteren Kriterien sind die soziale Komponente und die Notwendigkeit eines Guts zu verstehen. Kinder stellen z. B. Folgendes fest: ‚Essen ist günstiger, weil es arme Leute gibt, die sonst zu wenig Geld hätten, um sich genügend Nahrungsmittel zu kaufen.‘ Ab einem Alter von zehn Jahren, also mit Beginn der Sekundarstufe, wird die Komponente des Herstellungsaufwands zum zentralen Kriterium. Die investierte Arbeitszeit und die einzelnen Teilschritte zur Vervollständigung eines Guts rücken in den Vordergrund. Mit Beginn der Sekundarstufe I wird nach Kriterien gesucht, die zur Schätzung aller Preise von Waren allgemein anwendbar sind. (vgl. Claar 2008: 12 f.) In Kapitel 3.2 wurde bereits drauf hingewiesen, wie schwierig es ist, Kriterien zu finden, die dabei helfen, die oftmals unerklärlichen Preise von Waren und Gütern zu schätzen.

Abgesehen von Claar und Grassmann setzten sich Greefrath (2018), Franke und Ruwisch (2010) sowie Schütty und Haider (2018) auf theoretischer Basis mit der Größe Geld und ihrer Sonderrolle im Vergleich zu anderen Größen auseinander. Wird der Forschungsstand zum Thema Größenvorstellungen und Schätzfähigkeit allgemein betrachtet, ist erkennbar, dass dieser deutlich umfassender ist. Vor allem Forschungen zu den Größen Länge und Volumen (Heid 2018) sind im Vergleich zur Größe Geld deutlich überrepräsentiert.

Die Schätzfähigkeit von Kindern im Sekundarstufenalter im Größenbereich Geld ist bislang wenig erforscht. Infolgedessen stehen Schüler*innen zu Beginn der Sekundarstufe I in dieser Arbeit im Vordergrund. Ein Ziel dieser Arbeit besteht darin, die vorhandene Forschungslücke zu schließen und die Schätzkompetenz der Schüler*innen hinsichtlich der ökonomischen Größe Geld zu untersuchen.

9 Forschungsfragen und Hypothesen

Der aktuelle Forschungsstand zu den Größenvorstellungen von Schüler*innen im Größenbereich Geld lässt einige Fragen offen. Basierend auf den Ergebnissen im Primarstufenbereich werden in der nachfolgenden Untersuchung die Erkenntnisse zu den Größenvorstellungen auf Schüler*innen am Anfang der Sekundarstufe I ausgeweitet, und der Zusammenhang mit der allgemeinen mathematischen Kompetenz und ausgewählten Kontextmerkmalen wird geprüft.

Der erste Teil der Untersuchung ist der allgemeinen Schätzfähigkeit und der Größenvorstellung von Schüler*innen zu Beginn der Sekundarstufe I bezüglich der Größe Geld gewidmet. Im Fokus steht dabei die Beantwortung folgender Forschungsfrage:

Wie sind die Schätzfähigkeiten von Schüler*innen zu Beginn der fünften Schulstufe im Größenbereich Geld?

Basierend auf den Ergebnissen der Studien und Erkenntnissen aus der Theorie wurde die folgende Hypothese zur oben genannten Forschungsfrage abgeleitet:

*H₁: Je vertrauter und altersentsprechender die Waren sind, desto besser sind die Preisschätzungen der Schüler*innen.*

Hypothese 1 lässt sich aus der Tatsache ableiten, dass zahlreiche Autoren darauf hinweisen, dass vor allem Waren des täglichen Bedarfs und Güter mit persönlicher Bedeutung bei der Ausbildung von Größenvorstellungen eine besondere Rolle spielen. Zudem sind es die eigenen Erfahrungen der Kinder, die darauf schließen lassen, dass ihnen bestimmte Güter und Waren vertrauter sind als andere. Dementsprechend sollten die Wert- und Preisvorstellungen in Bezug auf Waren, die für Kinder bedeutsam sind bzw. die bereits selbst gekauft wurden, am besten sein. (vgl. Franke & Ruwisch, 2010; Grassmann et al., 2008; Peter-Koop & Nührenbörger, 2008)

Im zweiten Teil der empirischen Studie geht es um den Vergleich der allgemeinen Leistungen in Mathematik mit den Schätzfähigkeiten der Schüler*innen. Folgende Fragestellung steht dabei im Zentrum:

Inwiefern besteht ein Zusammenhang zwischen der mathematischen Leistung und der Schätzkompetenz im Größenbereich Geld bei Schüler*innen im Größenbereich Geld?

*H₂: Es besteht ein signifikanter positiver Zusammenhang zwischen der Rechenkompetenz und der Schätzkompetenz von Schüler*innen.*

Hypothese 2 stützt sich auf die Ergebnisse von Lienbacher (2020) und richtet sich gegen die Aussagen von Moser (2017) und Poloczek (2020).

Der dritte Teil der empirischen Studie zielt darauf ab, die unterschiedlichen Kontextmerkmale der Schüler*innen in Beziehung zur Schätzkompetenz zu setzen. Die Ergebnisse sollen zur Beantwortung der dritten Forschungsfrage dienen:

Inwiefern besteht ein Zusammenhang zwischen den Schätzkompetenzen im Größenbereich Geld und den ausgewählten Kontextmerkmalen (Geschlecht, Erstsprache, sozioökonomischer Status und Selbstkonzept der Schüler*innen im Fach Mathematik)?

Die nachfolgenden Hypothesen wurden aus den Ergebnisberichten zu vergangenen PISA-Studien und der Bildungsstandardüberprüfung in Mathematik aus dem Jahr 2017 abgeleitet. Sie dienen dazu, zu prüfen, ob der Zusammenhang zwischen den Kontextmerkmalen und den allgemeinen mathematischen Leistungen ähnlich zum Zusammenhang zwischen der Schätzkompetenz und den allgemeinen mathematischen Leistungen im Größenbereich Geld ist.

H₃: Jungen können im Größenbereich Geld besser schätzen als Mädchen.

*H₄: Die Verteilung der Schätzkompetenzen im Größenbereich Geld ist bei Schüler*innen mit und ohne Erstsprache Deutsch nicht identisch.*

H₅: Je besser der sozioökonomische Status des Kindes ist, desto höher sind die Schätzkompetenzen im Größenbereich Geld.

*H₆: Ein ausgeprägtes Selbstkonzept bei Schüler*innen wirkt sich positiv auf die Schätzkompetenzen im Größenbereich Geld aus.*

Im nachfolgenden Abschnitt wird näher erläutert, wie in weiterer Folge methodisch vorgegangen wurde, um die Forschungsfragen mithilfe der aufgestellten Hypothesen zu beantworten.

10 Forschungsdesign

Es wurde eine Untersuchung im Querschnittsdesign mit zwei Testverfahren als Erhebungsinstrumenten durchgeführt. Abgesehen vom Prozess der Erhebung wird in diesem Kapitel genauer auf die statistische Untersuchung eingegangen. Es folgen Informationen zur Datengrundlage, zur Datenerhebung und zur Datenverarbeitung.

10.1 Stichprobe, Datengrundlage und Datenerhebung

Zur Beantwortung der Forschungsfragen sowie zur Überprüfung der erstellten Hypothesen dienten der in Kapitel 6 präsentierte Eggenberger Rechentest ERT 4+ und der Größen-und-Einheiten-Test GET 4+. Konkret wurden die beiden Testverfahren an 637 Schüler*innen aus 36 Schulklassen an 18 unterschiedlichen Schulstandorten im ersten Halbjahr der fünften Schulstufe im November 2020 durchgeführt. Bei den Schulen, die teilnahmen, handelte es sich um Mittelschulen und AHS-Unterstufen aus der gesamten Steiermark. Aufgrund der einmaligen Durchführung der beiden Testungen kann von einer Querschnittstudie gesprochen werden. Im Zuge der Testungen wurden unterschiedliche Merkmale erhoben und dem entsprechenden Skalenniveau zugeordnet.

Grundsätzlich wird bei der Datenskalisierung zwischen nominaler, ordinaler und metrischer Skalierung differenziert. Dabei ist die nominale Skalierung das niedrigste und die metrische Skalierung das höchste Skalenniveau. Je höher das Skalenniveau ist, desto vielfältiger und umfangreicher sind die möglichen Aussagen mithilfe statistischer Kennzahlen. (vgl. Faik 2018: 43 f.)

Geschlecht

Das Merkmal Geschlecht wurde durch einfaches Ankreuzen der beiden Möglichkeiten ‚männlich‘ und ‚weiblich‘ abgefragt. Zusätzlich bestand die Option, keine dieser beiden Möglichkeiten anzukreuzen, wenn sich die Person zu keiner konkreten Geschlechtsbezeichnung zugehörig fühlte. Das Geschlecht ist ein nominales Merkmal, da lediglich Aussagen über Gemeinsamkeiten und Unterschiede getätigt werden können und keine Rangordnungen bzw. Größer-(gleich)-beziehungsweise Kleiner-(gleich-)Vergleiche erfolgen können. (vgl. Faik 2018: 43 f.)

Erstsprache (Muttersprache)

Das nominale Merkmal Erstsprache wurde ebenfalls durch einfaches Ankreuzen abgefragt. Dabei standen die beiden Möglichkeiten ‚Deutsch‘ und ‚nicht Deutsch‘ zur Auswahl.

Sozioökonomischer Status

Angelehnt an den ESCS-Index wurde die Anzahl der Bücher im Haushalt erfragt, um den sozioökonomischen Status der Familie abzuleiten. Dabei standen folgende fünf Antwortmöglichkeiten zur Verfügung: bis 10 (= 1), 11 bis 40 (= 2), 41 bis 100 (= 3), 101 bis 200 (= 4), mehr als 200 (= 5). Die Einteilung der metrischen Skalierung in Klassen lässt sich folgendermaßen im Kontext interpretieren:

- 1: sozioökonomisch sehr benachteiligt,
- 2: sozioökonomisch benachteiligt,
- 3: sozioökonomisch durchschnittlich,
- 4: sozioökonomisch begünstigt,
- 5: sozioökonomisch sehr begünstigt.

Selbstkonzept

Das Selbstkonzept der Schüler*innen wurde mithilfe von acht Fragen zur Einschätzung, Vorstellung und Bewertung der eigenen Person zum Unterrichtsgegenstand Mathematik abgebildet. Das Vertrauen und die Wahrnehmung in Bezug auf die eigenen Fähigkeiten und Eigenschaften standen hier im Vordergrund. Um das Selbstkonzept nachvollziehbar abzubilden, mussten die Schüler*innen für jedes der acht Items ihre Zustimmung oder Ablehnung angeben. Die Skala reichte von ‚stimmt überhaupt nicht‘ (= 1) über ‚stimmt eher nicht‘ (= 2) und ‚stimmt eher‘ (= 3) bis hin zu ‚stimmt völlig‘ (= 4). Zur Berechnung der endgültigen Ausprägung des Merkmals ‚Selbstkonzept in Mathematik‘ wurde das arithmetische Mittel aus den einzelnen Werten der acht Items berechnet. Das arithmetische Mittel der acht Items ist somit ein Wert von 1 bis 4. Je höher der Wert ist, desto positiv ausgeprägter ist das Selbstkonzept gegenüber dem Mathematikunterricht der Schüler*innen.

Mathematische Leistung

Die mathematische Leistung der Schüler*innen wurde mit dem ERT 4+ erhoben. Wie bereits in Kapitel 6.1 ausführlich erklärt wurde, mussten die Schüler*innen 15 mathematische Aufgaben innerhalb der verschiedenen Themengebiete (Ordnungsstrukturen, algebraische Strukturen, Größenbeziehungen und Angewandte Mathematik) lösen.

Die Aufgaben sind entsprechend dem Beurteilungsbogen der Testung auszuwerten und anschließend zu interpretieren. Die Summe der Punkte der einzelnen Items führt zu einem Gesamtwert, dem sogenannten Rohwert, für jeden Schüler und jede Schülerin. Die Rohwerte können mithilfe der Auswertungstabelle Prozenträngen zugeordnet werden. Beispielsweise entspricht der Rohwert 83 dem Prozentrang 100. Prozentränge geben an, wie viel Prozent der Vergleichsgruppe höchstens genauso viele Punkte wie die befragte Person erzielt haben.

Ein Rohwert von 83, der dem Prozentrang 100 zugeordnet wird, bedeutet, dass 100 % der Normstichprobe schwächere oder gleich gute Leistungen wie die getestete Person erreichten. Ein Proband, der einen Wert von 56 erreicht, bekommt den Prozentrang 30 zugewiesen. Das bedeutet, dass 30 % der Personen aus der Normstichprobe genauso viele oder weniger Punkte erreicht haben. In dieser Altersgruppe sind somit noch 69 % Personen, die bessere Leistungen erzielten als der Proband mit dem Rohwert 56.

Die Vergleichsgruppe zur Normierung des Tests setzte sich aus 3360 Schüler*innen zusammen. Der mögliche Wertebereich reichte von einem Prozentrang von 0 bis zu einem Prozentrang von 100. (vgl. Schaupp et al. 2020a: 204)

Mithilfe der Prozentrangergebnisse der einzelnen Schüler*innen können folgende Aussagen getroffen werden (vgl. Reusser 2018: 10 f.):

- PR 25–100: durchschnittliche bzw. gute Leistung,
- PR < 25: schwache Leistung,
- PR ≤ 15: Rechenschwäche/Dyskalkulie,
- PR ≤ 5: starke Rechenschwäche/Dyskalkulie,
- PR ≤ 1: massive Rechenschwäche/Dyskalkulie.

Die mathematische Leistung wird somit mit einem Rohwert zwischen 0 und 83 abgebildet. Es handelt sich hierbei aufgrund der Ordnung und der interpretierbaren Abstände um ein metrisches Merkmal, das folgendermaßen zu interpretieren ist: Je höher der Rohwert ist, desto besser ist die mathematische Leistung des Schülers bzw. der Schülerin.

Schätzkompetenz in Bezug auf die Größe Geld

Die Schätzkompetenz der Schüler*innen in Bezug auf die Größe Geld wurde mittels des GET 4+ erhoben. In Kapitel 6.2 wurde bereits auf die hier ausgewählte Testung eingegangen. Für das Abbilden der Schätzkompetenz wurde der Teil der Testung ausgewählt, der sich auf die Größe Geld bezieht. Dieser Teil umfasst 8 der 48 Items aus der gesamten Testung. Das Aufgabenformat zu diesen Items besteht aus Single-Choice-Fragen.

Zur Berechnung der Ausprägung des Merkmals Schätzkompetenz der Größe Geld müssen die Items mit der Bepunktung ‚richtig‘ (= 1) und ‚falsch‘ (= 0) ausgewertet werden. Die Summe der einzelnen ausgewerteten Items ergibt einen Rohwert für die Gesamtleistung aller Schätzungen. Der Summenwert reicht von 0 bis 8 und kann folgendermaßen interpretiert werden: Je höher der Rohwert der Schätzleistungen ist, desto besser ist die Schätzkompetenz der Schüler*innen. Da die Abstände zwischen den einzelnen Ausprägungen sinnvoll interpretierbar sind und die Merkmalsausprägungen geordnet werden können, kann von intervallskalierten metrischen Merkmalen gesprochen werden. (vgl. Faik 2018: 43 f.)

Die personenbezogenen Daten wie Selbstkonzept, Erstsprache, sozioökonomischer Status und Geschlecht wurden ebenfalls im Rahmen des GET 4+ erhoben.

10.2 Datenverarbeitung

Die statistische Datenanalyse wurde im Programm SPSS vorgenommen. Dazu mussten vorab die Daten eingelesen werden, und die korrekte Datenskalisierung musste an den Variablen überprüft werden. Für die Analyse wurden die in Kapitel 10.1 angeführten Merkmale herangezogen. Zur Datenverarbeitung wurden deskriptive Statistiken und statistische Verfahren genutzt. Für eine übersichtliche statistische Darstellung bestimmter Sachverhalte wurden Merkmalsausprägungen gezählt und die zentralen Kennzahlen beschrieben.

Das Auszählen ist ein Teil der deskriptiven (beschreibenden) Statistik, die dazu dient, Daten mithilfe von Kennwerten, Grafiken und Tabellen zu beschreiben. Zu den bedeutendsten statistischen Kennzahlen gehören Anteile und Häufigkeiten sowie Lage- und Streuungsmaße. Bei einigen Fragestellungen in dieser Arbeit reichte

es aus, lediglich die deskriptive Statistik zu nutzen. (vgl. Schäfer 2010:59 f.; Faik 2018: 220)

Um Zusammenhänge zwischen den einzelnen Merkmalen zu prüfen, wurden Korrelation- und die Regressionsanalyse als statistische Verfahren verwendet. Besteht zwischen zwei Variablen ein statistischer Zusammenhang, wird bei ordinalen oder metrischen Variablen von einer Korrelation gesprochen. Die Stärke des Zusammenhangs wird immer mit einem Koeffizienten ausgedrückt. Bei einem metrischen Skalenniveau werden üblicherweise Korrelationskoeffizienten nach Bravais/Pearson verwendet.

Zur Interpretation des Korrelationskoeffizienten wurden die Richtwerte von Howitt und Cramer (2005) herangezogen, die wie folgt lauten: 0 (kein Zusammenhang), $\pm 0,30$ (schwacher Zusammenhang), $\pm 0,60$ (mäßiger Zusammenhang), $\pm 0,80$ (starker Zusammenhang) und $\pm 1,00$ (perfekter Zusammenhang).

Der Unterschied zwischen Korrelation und Regression besteht darin, dass bei der Korrelation kein Ursache-Wirkungs-Zusammenhang formuliert wird, sondern eine Wechselbeziehung. Wird ein Ursache-Wirkungs-Zusammenhang dahingehend aufgestellt, dass eine abhängige Variable Y und eine unabhängige Variable X existieren, wird aus einer Korrelation eine Regression. Im Rahmen dieser Untersuchung wurden einfach lineare Regressionen herangezogen, die einen gerichteten linearen Zusammenhang zwischen zwei Variablen darstellen.

Die Regressionsbeziehung zweier Variablen wird durch das Bestimmtheitsmaß B gemessen, das das Quadrat des Bravais-/Pearson-Korrelationskoeffizienten ist:

$$B = r_{BP}^2 \quad (1)$$

Bei der Interpretation des Bestimmtheitsmaßes B gilt Folgendes:

- $B \leq 0,25$: schwache lineare Anpassung,
- $0,25 < B \leq 0,64$: mittlere lineare Anpassung,
- $B > 0,64$: starke lineare Anpassung.

(vgl. Faik 2018: 342)

Das Bestimmtheitsmaß B sagt aus, wie gut die lineare Regression ist, also wie gut die abhängige Variable durch die unabhängige vorausgesagt werden kann. (vgl. Faik 2018: 310)

Um auch den Einfluss nominaler Merkmale wie Geschlecht und Erstsprache auf die Schätzkompetenz zu prüfen, wurden Mittelwerttests für unabhängige Stichproben verwendet. Mit dem Mann-Whitney-U-Test für unabhängige Stichproben wurde die Signifikanz zwischen zwei Mittelwertunterschieden geprüft. Für den Einfluss des Merkmals sozioökonomischer Status wurde der Kruskal-Wallis-Test verwendet. Abhängig vom Skalierungsniveau und den notwendigen Voraussetzungen für Mittelwerttests ergaben sich diese beiden statistischen Auswertungsmöglichkeiten. Da es sich beim Selbstkonzept um ein metrisches Merkmal handelt, wurde eine Regressionsanalyse durchgeführt, um zu prüfen, welchen Einfluss dieses Merkmal auf die Schätzkompetenz der Schüler*innen hat. (vgl. Faik 2018: 482)

Die Signifikanzwerte können folgendermaßen interpretiert werden:

$p > 0,05$	(> 5 %)	nicht signifikant	n. s.
$p \leq 0,05$	($\leq$ 5 %)	signifikant	*
$p \leq 0,01$	($\leq$ 1 %)	sehr signifikant	**
$p \leq 0,001$	($\leq$ 0,1 %)	höchstsignifikant	***

Zunächst wurden die mathematischen Leistungen und die Schätzkompetenzen basierend auf den beiden Testungen ERT 4+ und GET 4+ deskriptiv ausgewertet. Anschließend wurde zwischen diesen beiden Variablen eine Korrelations- und Regressionsanalyse durchgeführt, um den Zusammenhang aufzuzeigen. Weiters wurde untersucht, ob ein Zusammenhang zwischen der Schätzkompetenz im Größenbereich Geld und den jeweiligen Kontextmerkmalen (Geschlecht, sozioökonomischer Status bzw. Bildungsstand der Eltern, Selbstkonzept und Erstsprache) besteht bzw. ob sich ein signifikanter Mittelwertunterschied in den einzelnen Gruppen nachweisen lässt.

Insgesamt kann das Forschungsmodell wie folgt zusammengefasst werden:

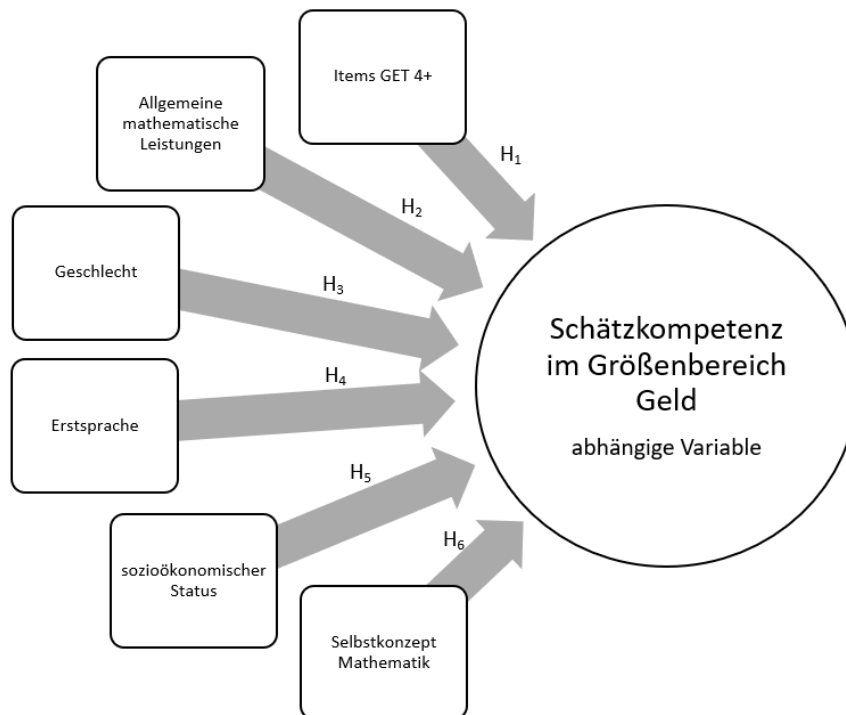


Abbildung 6: Forschungsmodell

11 Ergebnisse und Dateninterpretation

Im nachfolgenden Abschnitt werden die Erkenntnisse aus der statistischen Datenanalyse detailliert erläutert. Im ersten Abschnitt wird auf die Frage eingegangen, wie es um die Schätzfähigkeit von Schüler*innen zu Beginn der fünften Schulstufe steht.

11.1 Auswertung GET 4+: Schätzkompetenz

Bei Betrachtung der deskriptiven Statistik des GET 4+ zeigt sich, dass 636 von 637 Schüler*innen alle acht Fragen beantworteten, sodass die Ergebnisse zur Analyse herangezogen werden können. Die Schüler*innen erzielten durchschnittlich 6,64 Punkte. Sieben Punkte wurden am häufigsten erreicht (249-mal). Das Maximum liegt bei acht Punkten und das Minimum bei einem Punkt. Somit resultierten bei keinem Kind acht falsche Ergebnisse. Die Streuung der erreichten Punkte (Standardabweichung) liegt bei 1,138 Punkten. Anhand der Schiefe und der Kurtosis ist zu erkennen, dass es sich um eine linksschiefe, steilgipflige Verteilung handelt. Zur graphischen Veranschaulichung der Ergebnisse des Schätztests dient Abbildung 7.

N	Gültig	636
	Fehlend	1
Mittelwert		6,64
Median		7,00
Modus		7
Std.-Abweichung		1,138
Schiefte		-1,308
Standardfehler der Schiefe		,097
Kurtosis		3,173
Standardfehler der Kurtosis		,194
Minimum		1
Maximum		8

Tabelle 3: Kennzahlen des GET 4+ (Größe Geld)

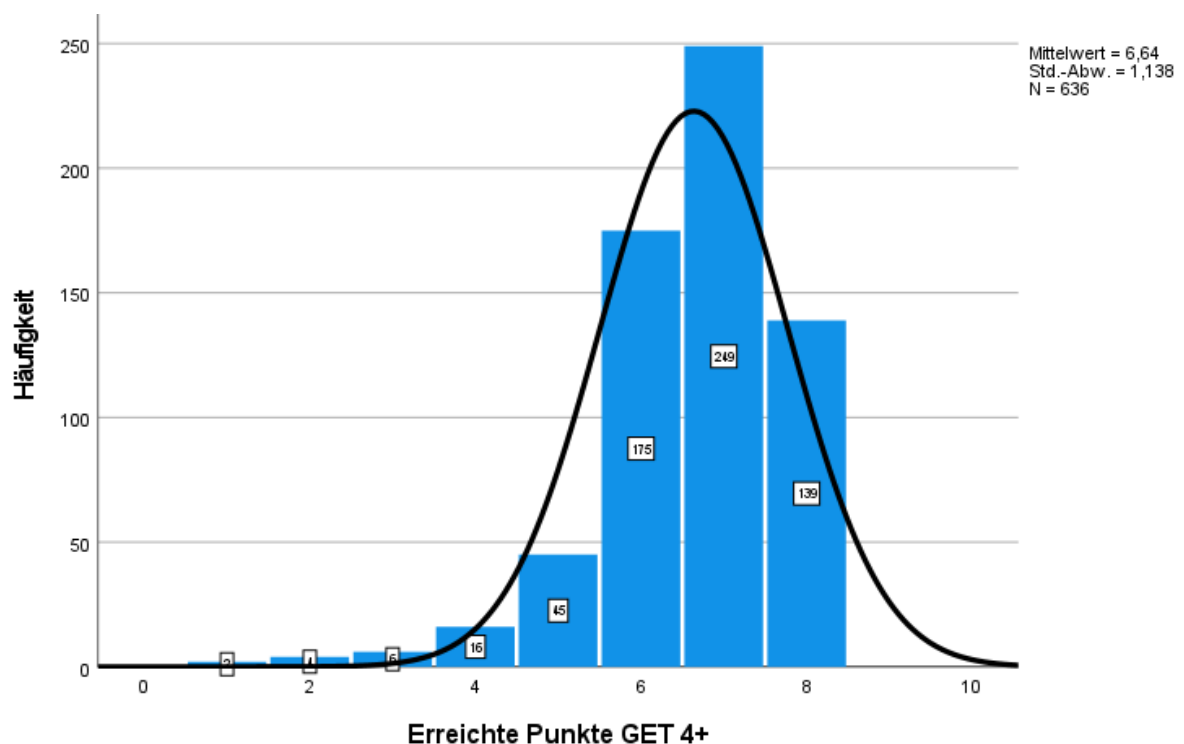


Abbildung 7: Testergebnisse des GET 4+ (Größe Geld)

Zu klären ist, welche Schätzfragen für die Schüler*innen am schwierigsten und am leichtesten waren. In Tabelle 4 sind die prozentuelle und die absolute Verteilung der Beantwortung der einzelnen Items des GET 4+ dargestellt. Zu sehen ist, dass die Mehrheit der Schüler*innen G8 („Die Miete für eine Wohnung kostet im Monat

ungefähr 800 €. Wie viel, schätzt du, kostet es, ein Haus zu kaufen? 3000 Euro, 30.000 Euro, 300.000 Euro oder 3.000.000 Euro.‘) falsch beantwortete. Eine weitere Schwierigkeit ergab sich bei G6 (‘Wie viel kostet eine trockene Semmel? 25 Cent, 1 Euro oder 3 Euro.‘). Am leichtesten fiel den Befragten, das teuerste Produkt unter den drei Produkten Fernseher, Hose und Mantel zu bestimmen.

		Anzahl	Prozent
G1: Was ist am teuersten?	falsche Antwort	5	0,8
Antwortmöglichkeiten inkl. Bilder: Fernseher, Hose, Mantel	richtige Antwort	632	99,2
G2: Euro oder Cent? Ein Lutscher kostet etwa 20...	falsche Antwort	22	3,5
Antwortmöglichkeiten: Cent, Euro	richtige Antwort	615	96,5
G3: Eine Suppe kostet in einem Restaurant ungefähr 3 Euro. Wie viel, schätzt du, kostet eine Pizza im Restaurant?	falsche Antwort	35	5,5
Antwortmöglichkeiten: 50 Cent, 1 Euro, 8 Euro, 30 Euro	richtige Antwort	602	94,5
G4: Ein Kinder-Roller (Scooter) kostet ungefähr 40 Euro. Wie viel, schätzt du, kostet ein Kinder-Fahrrad? Antwortmöglichkeiten: 5 Euro, 15 Euro, 200 Euro, 2000 Euro	falsche Antwort	63	9,9
	richtige Antwort	574	90,1
G5: Wie viel kostet ein Fernsehapparat ungefähr?	falsche Antwort	62	9,7
Antwortmöglichkeiten: 5 Euro, 500 Euro, 50.000 Euro	richtige Antwort	574	90,3
G6: Wie viel kostet eine trockene Semmel ungefähr?	falsche Antwort	302	47,4
Antwortmöglichkeiten: 25 Cent, 1 Euro, 3 Euro	richtige Antwort	335	52,6
G7: Wie viel kostet ein Kinder-Fahrrad ungefähr?	falsche Antwort	46	7,22
Antwortmöglichkeiten: 10 Euro, 200 Euro, 2000 Euro	richtige Antwort	591	92,8
G8: Die Miete für eine Wohnung kostet im Monat ungefähr 800 Euro. Wie viel, schätzt du, kostet es, ein Haus zu kaufen?	falsche Antwort	334	52,4
Antwortmöglichkeiten: 3000 Euro, 30.000 Euro, 300.000 Euro, 3.000.000 Euro	richtige Antwort	303	47,6

Tabelle 4: Ergebnisse der einzelnen Items des GET 4+

In der Literatur wurde häufig erwähnt, dass die Preise von Gütern, die Kinder selbstständig kaufen, diesen vertrauter sind als Preise von Gütern, zu denen die Kinder keinen realen Bezug haben. Um eine genaue Analyse hinsichtlich dieser Tatsache vorzunehmen, können die betrachteten Güter in ‚vertraut und altersentsprechend‘ sowie ‚fremdartig und distanziert‘ eingeteilt werden. Der Lutscher, die trockene Semmel und die Pizza sind Produkte, die Kinder zu Beginn der Sekundarstufe I höchstwahrscheinlich selbst erwerben und konsumieren. Ebenso liegt es nahe, dass in diesem Alter bereits eine Jacke oder eine Hose selbstständig gekauft wurde oder dass das Kind beim Einkauf dabei war. Der Fernseher und ein Kinderfahrrad sind hingegen Gebrauchsgegenstände, die von Kindern in diesem Alter zwar benutzt werden, jedoch in den meisten Fällen nicht selbst erworben wurden. Ferner hat ein Kind im Alter von zehn bis elf Jahren aus rein rechtlichen Gründen noch nie

ein Haus gekauft und war in den wenigsten Fällen bei einem Hauskauf dabei. Somit werden die Items G1, G2, G3 und G4 der Skalenebene ‚vertraut‘ zugeordnet und die Items G4, G5, G7 und G8 der Skalenebene ‚nicht vertraut‘. Der Mittelwertvergleich in Tabelle 5 zeigt, dass die Items, die der Skalenebene ‚vertraut‘ ($M = 0.86$, $SD = 0.16$) zugewiesen wurden, im Durchschnitt vermehrt richtig beantwortet wurde als jene Items aus der Skalenebene ‚nicht vertraut‘ ($M = 0.80$, $SD = 0.21$).

Deskriptive Statistik					
	N	Minimum	Maximum	Mittelwert	Std.-Abweichung
vertraut (G1, G2,G3,G6)	637	,00	1,00	,8571	,15548
Nicht vertraut (G4, G5,G7,G8)	637	,00	1,00	,8018	,20950
Gültige Werte (Listenweise)	637				

Tabelle 5: Mittelwertvergleich Skalenebene ‚vertraut‘ und ‚nicht vertraut‘

Vergleicht man die Mittelwerte ohne das Item G6, welches trotz Vertrautheit von vielen falsch beantwortet wurde, so zeigt Tabelle 6, dass sich die Mittelwerte der beiden Skalenebenen ‚vertraut‘ ($M = 0.97$, $SD = 0.12$) und ‚nicht vertraut‘ ($M = 0.80$, $SD = 0.21$) deutlich voneinander unterscheiden.

Deskriptive Statistik					
	N	Minimum	Maximum	Mittelwert	Std.-Abweichung
vertraut (G1,G2,G3)	637	,00	1,00	,9676	,11367
Nicht vertraut (G4, G5,G7,G8)	637	,00	1,00	,8018	,20950
Gültige Werte (Listenweise)	637				

Tabelle 6: Mittelwertvergleich Skalenebene ‚vertraut ohne G6‘ und ‚nicht vertraut‘

11.2 Zusammenhang mathematischer Fähigkeiten mit der Schätzkompetenz

Im zweiten Teil der statistischen Auswertung wurden die allgemeinen Leistungen in Mathematik mit den Schätzfähigkeiten der Schüler*innen verglichen. Folgende Fragestellung steht im folgenden Abschnitt im Vordergrund:

Inwiefern besteht ein Zusammenhang zwischen der mathematischen Leistung und der Schätzkompetenz bei Schüler*innen im Größenbereich Geld?

Bevor diese Fragestellung näher betrachtet wird, werden die Ergebnisse des ERT 4+ präsentiert.

11.2.1 Auswertung des ERT 4+

Bei der Betrachtung der deskriptiven Statistik des ERT 4+ zeigt sich, dass 637 Schüler*innen den Test durchführten, sodass die Ergebnisse zur Analyse herangezogen werden können. Die Schüler*innen erreichten durchschnittlich 59,10 von möglichen 83 Punkten. Das Maximum liegt bei 83 Punkten und das Minimum bei fünf Punkten. Die Streuung der Variablen (Standardabweichung) beträgt 12,762 Punkte. Anhand der negativen Schiefe und der positiven Kurtosis ist zu erkennen, dass es sich um eine linksschiefe, steilgipflige Verteilung handelt. In Tabelle 7 und in Abbildung 8 werden die dargelegten Sachverhalte verdeutlicht.

N	Gültig	637
	Fehlend	0
Mittelwert		59,10
Median		61,00
Modus		67
Std.-Abweichung		12,762
Schiefte		-1,009
Standardfehler der Schiefe		,097
Kurtosis		1,118
Standardfehler der Kurtosis		,193
Minimum		5
Maximum		83

Tabelle 7: Kennzahlen des ERT 4+

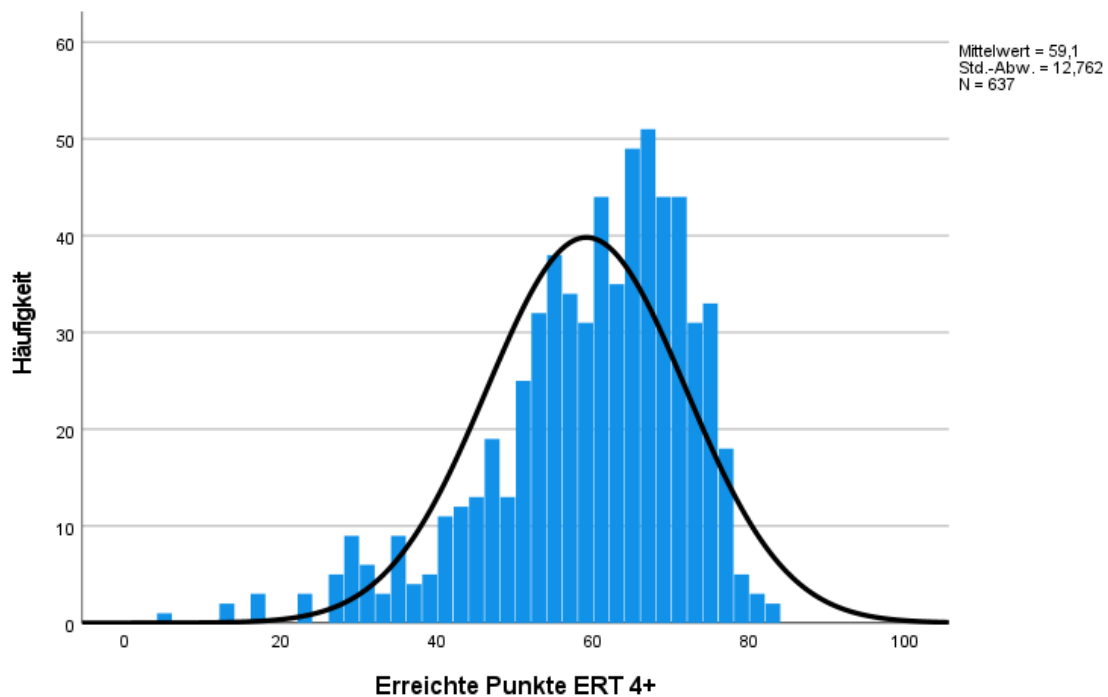


Abbildung 8: Testergebnis des ERT 4+

Entsprechend dem festgelegten Auswertungsschema für diesen Rechentest weisen 462 der 637 getesteten Personen und somit 72,5 % eine durchschnittliche bzw. gute mathematische Leistung auf, 6,8 % zeigen eine schwache Leistung und die darunterliegenden 13,5 % können der Gruppe von Schüler*innen mit Rechenschwäche zugeordnet werden. Tabelle 8 zeigt die genaue Einteilung in die entsprechenden Leistungsgruppen.

Mathematische Leistungen in Gruppen

	Häufigkeit	Prozent	gültige Prozente	kumulierte Prozente
massive Rechenschwäche	27	4,2	4,2	4,2
starke Rechenschwäche	19	3,0	3,0	7,2
Rechenschwäche	86	13,5	13,5	20,7
schwache Leistung	43	6,8	6,8	27,5
durchschnittliche/gute Leistung	462	72,5	72,5	100,0
Gesamt	637	100,0	100,0	

Tabelle 8: Auswertung des ERT 4+ in Leistungsgruppen

Nachdem die statistische Auswertung der beiden Testungen GET 4+ und ERT 4+ aufgezeigt wurde, wird nachfolgend der Zusammenhang zwischen den mathematischen Leistungen und der Schätzfähigkeit hinsichtlich der Größe Geld nachgewiesen. Dazu wurde eine Korrelationsanalyse durchgeführt. Die Korrelationsanalyse nach Pearson ist mit zwei Voraussetzungen verknüpft:

- Die Variablen sind metrisch skaliert (Intervall- oder Verhältnisskala).
- Die Variablen haben eine Normalverteilung.

(vgl. Faik 2018: 310)

Die Schätzkompetenz und die mathematische Leistung weisen beide ein metrisches Skalenniveau auf. Die Abbildung 7 und Abbildung 8 zeigen, dass die Merkmale auch annähernd normalverteilt sind. Die Überprüfung der Daten auf Normalverteilung mittels Kolmogorov-Smirnov Test in Tabelle 37 zeigt jedoch, dass die Signifikanz auf keine Normalverteilung schließen lässt. Nichtsdestotrotz wird eine Korrelationsanalyse durchgeführt.

Im Rahmen der Korrelationsanalyse ging es darum, die folgende Forschungsfrage zu beantworten:

Besteht ein signifikanter Zusammenhang zwischen den Merkmalen mathematische Kompetenz und Schätzkompetenz im Größenbereich Geld bei Schüler*innen?

Dazu wurde folgende Hypothese aufgestellt:

Je besser die mathematische Kompetenz ist, desto besser ist die Schätzkompetenz im Größenbereich Geld.

Mit der Korrelationsanalyse nach Pearson wurde überprüft, ob und in welcher Stärke die Variablen signifikant zueinander in Beziehung stehen. Zur Interpretation der Beziehungen wurden die Richtwerte von Howitt und Cramer (2005) herangezogen.

Die Korrelation nach Pearson zeigt, dass der Korrelationskoeffizient zwischen der mathematischen Kompetenz und der Schätzkompetenz bei $r_{BP} = 0,254$ liegt. Die genaue Analyse kann Tabelle 23 im Anhang entnommen werden. Nach Howitt und Cramer (2005) handelt es sich um einen schwach positiven Zusammenhang. Da

der p -Wert $<0,001$ ist, kann die Korrelation als statistisch höchst signifikant betrachtet werden. Das bedeutet, dass die aufgestellte Hypothese bestätigt werden kann:

Es besteht ein signifikanter positiver Zusammenhang zwischen den Merkmalen mathematische Kompetenz und Schätzkompetenz im Größenbereich Geld der Schüler*innen. Je höher die mathematische Kompetenz der Schüler*innen ist, desto höher ist die Schätzkompetenz im Größenbereich Geld.

Die Mittelwerte der Schätzkompetenz der einzelnen Gruppen der mathematischen Leistungen verdeutlichen nochmals den signifikant positiven Zusammenhang. Die Gruppe der Schüler*innen mit einer massiven Rechenschwäche erreichte mit 5,44 Punkten den geringsten Mittelwert. Abgesehen von der Gruppe der Schüler*innen mit starker Rechenschwäche nimmt der Mittelwert der Schätzkompetenz mit der mathematischen Kompetenz zu. Die Schätzfähigkeit der Schüler*innen mit einer starken Rechenschwäche lässt sich im Schnitt mit einem Mittelwert von 6,47 hinter den Schüler*innen mit durchschnittlicher bzw. guter Leistung einordnen. In Tabelle 9 sind die Mittelwerte des Schätztests in den einzelnen Gruppen nach mathematischen Leistungen aufgelistet.

Leistungen in Gruppen	Mittelwert	N	Std.-Abweichung
massive Rechenschwäche	5,44	27	1,783
starke Rechenschwäche	6,47	19	,841
Rechenschwäche	6,38	86	1,285
schwache Leistung	6,42	43	1,159
durchschnittliche/gute Leistung	6,78	461	1,015
Gesamt	6,64	636	1,138

Tabelle 9: Mittelwert des GET 4+ nach Gruppen

Basierend auf der bereits nachgewiesenen Tatsache, dass ein signifikant positiver statistischer Zusammenhang zwischen der mathematischen Kompetenz und der Schätzkompetenz im Größenbereich Geld besteht, stellt sich die Frage, in welchem Ausmaß sich die allgemeine mathematische Kompetenz der Schüler*innen zur Vorhersage der Schätzkompetenz eignet.

Da jede Schülerin bzw. jeder Schüler einer bestimmten Schulklasse zugeordnet werden kann, sollte die Schätzleistung der einzelnen Schüler*innen als Funktion von Einflüssen auf individueller Ebene und auf Klassenebene analysiert werden.

Dazu eignet sich eine Mehrebenenanalyse, die Aufschluss darüber gibt, ob die Schätzleistungen der einzelnen Schulklassen unterschiedlich sind und ob der Zusammenhang zwischen den mathematischen Leistungen und der Schätzleistung in einer Klasse stärker oder schwächer ist als in den anderen. Mit einem Nullmodell ohne erklärende Variable wurde geprüft, ob die Anwendung eines solchen Mehrebenenmodells notwendig und angemessen ist. Das Nullmodell ist folgendermaßen definiert (vgl. Lois 2015: 39):

$$\text{Level 1: Schätzleistung}_{ij} = \mu_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

$$\text{Level 2: } \mu_{0j} = \mu_{00} + \alpha_{0j}$$

$i = 1, 2, \dots, n$ Level-1-Einheiten (Schüler*innen)

$j = 1, 2, \dots, m$ Level-2-Einheiten (Klassen)

Im Nullmodell ist μ_{00} der Gesamtmittelwert der Schätzleistungen über alle Schüler*innen und allen Klassen, und μ_{0j} ist der Mittelwert der Schätzleistungen einer Klasse. Zum klasseninternen Mittelwert μ_{0j} wird der Fehlerterm ε_{ij} addiert. ε_{ij} stellt das Residuum dar, das die Abweichung der individuellen Schätzleistungen der Schüler*innen vom Klassenmittelwert abbildet. Zum Gesamtmittelwert μ_{00} wird der Fehlerterm α_{0j} addiert, der die Abweichungen der jeweiligen Klassenmittelwerte vom Gesamtmittelwert abbildet. (vgl. Lois 2015: 38)

Die Ergebnisse der Nullmodell-Rechnung können den Tabelle 10 und Tabelle 11 entnommen werden. Der feste Effekt μ_{00} , der dem Gesamtmittelwert der Schätzleistungen über alle Schüler*innen und Schulen ist 6,64. Die Varianz vom Klassenmittelwert ε_{ij} entspricht dem Wert 1,276448 und kann der Tabelle 11 (bezeichnet als Residuum) entnommen werden. Die Varianz zwischen den Klassen entspricht dem Wert 0,019564 und ist in Tabelle 11 unter ‚konstanter Term‘ ersichtlich.

Schätzungen fester Parameter ^a							
Parameter	Schätzer	Std.-Fehler	Df	T	Sig.	95 % Konfidenzintervall	
						Untergrenze	Obergrenze
konstanter Term	6,639444	,050836	37,120	130,604	,000	6,536451	6,742437

^a Abhängige Variable: Schätzkompetenz der Größe Geld.

Tabelle 10: Nullmodell für die Mehrebenenanalyse (1)

Schätzungen von Kovarianzparametern^a

Parameter		Schätzer	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	95 % Konfidenzintervall	
						Untergrenze	Obergrenze
Residuum		1,276448	,073381	17,395	,000	1,140431	1,428687
konstanter Term	Varianz	,019564	,020849	,938	,348	,002423	,157974

^a Abhängige Variable: Schätzkompetenz der Größe Geld.

Tabelle 11: Nullmodell für die Mehrebenenanalyse (2)

Mithilfe der Level-1-Varianz ($\sigma_{\alpha_0}^2$) und der Level-2-Varianz (σ_{ε}^2) kann der Intraklassenkorrelationskoeffizient (ICC) berechnet werden. Dieser lässt sich wie folgt definieren (vgl. Lois 2015: 40 f.):

$$ICC = \frac{\sigma_{\alpha_0}^2}{(\sigma_{\alpha_0}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2)} \quad (2)$$

Der Intraklassenkorrelationskoeffizient (ICC) gibt den Anteil der Level-2-Varianz (Varianz zwischen den Schulklassen an der Gesamtvarianz in der abhängigen Variablen) wieder. Die Varianz der Level-1-Residuen entspricht dem Wert 1,276448 und die Level-2-Varianz dem Wert 0,019564. Werden diese beiden Werte in die oben angeführte Formel eingesetzt, lässt sich der Intraklassenkorrelationskoeffizient wie folgt berechnen: $0,019564 / (1,276448 + 0,019564) = 0,015095539$. Somit gehen 1,5 % der Varianz in der Schätzleistung auf Unterschiede zwischen den Klassen zurück und 98,5 % auf Unterschiede innerhalb der Klassen bzw. zwischen den Schüler*innen. Dementsprechend ist es sinnvoll, den Fokus auf die Unterschiede zwischen den Schüler*innen zu legen. Da die Klassenunterschiede nur 1,5 % der Varianz erklären und somit unterhalb der Grenze von 5 % liegen, wurde im Weiteren auf eine Mehrebenenanalyse verzichtet und eine einfache lineare Regressionsanalyse durchgeführt.

Die einfache lineare Regressionsanalyse lieferte folgenden Zusammenhang: Die mathematischen Kompetenzen ($\beta = 0,254$, $p < 0,001$) erweisen sich als signifikanter Prädiktor für die Schätzkompetenz der Schüler*innen mit $F(1,635) = 43,772$ und $p < 0,001$. Bei der Testung zur Schätzfähigkeit lassen sich 6,5 % der Varianz der erreichten Punkte durch mathematische Kompetenz erklären.

Der geschätzte durchschnittliche Effekt einer Zunahme eines Punkts beim ERT 4+ ist 0,02 Punkte beim ERT 4+. Dies unterstreicht den kaum vorhandenen Einfluss der mathematischen Leistung auf die Schätzkompetenzen.

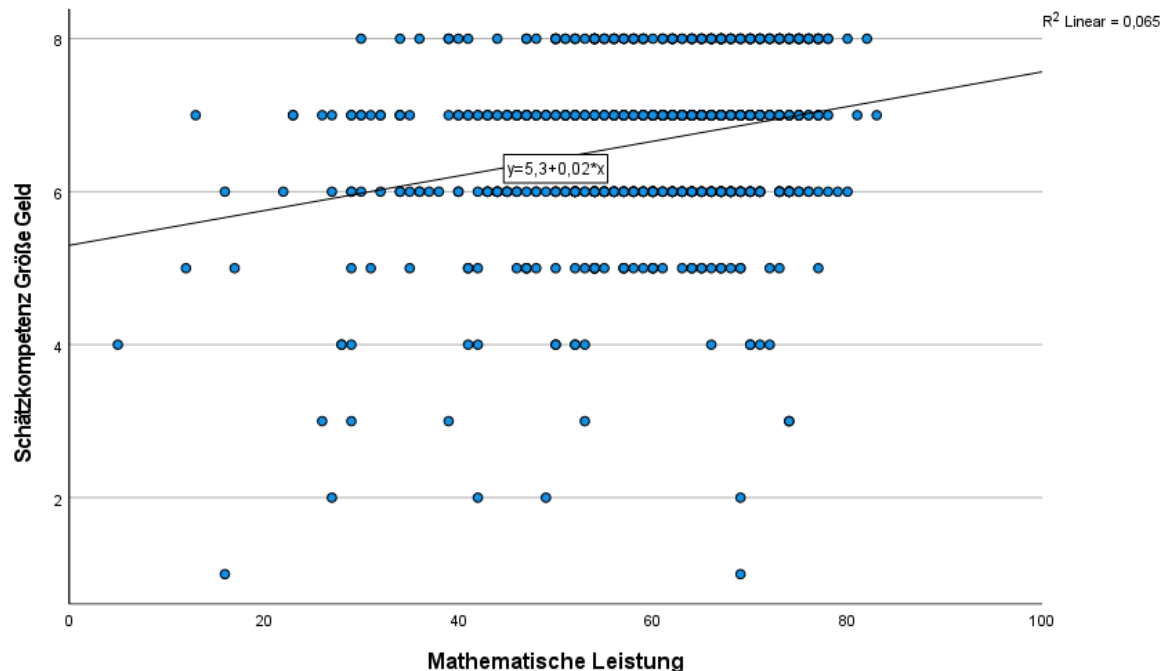


Abbildung 9: Lineares Regressionsmodell (mathematische Leistung und Schätzkompetenz)

Um ein genaueres Verständnis dafür zu bekommen, inwiefern die mathematischen Kompetenzen auf die Schätzleistung Einfluss nehmen, wurde eine multiple Regression durchgeführt. Dabei wurde geprüft, welcher der vier Faktorenbereiche (mathematische Ordnungsstrukturen, algebraische Strukturen, Größenbeziehungen, Angewandte Mathematik) den stärksten Einfluss auf die Schätzfähigkeiten der Schüler*innen hat. Tabelle 12 zeigt, dass die Größenbeziehungen einen schwachen signifikanten und die mathematischen Ordnungsstrukturen einen schwachen sehr signifikanten Einfluss auf die Schätzleistungen der Schüler*innen haben. Die algebraischen Strukturen und die Angewandte Mathematik haben keinen signifikanten Einfluss auf die Schätzfähigkeiten.

Koeffizienten ^a						
		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten		
Modell		Regressionskoeffizient B	Std.-Fehler	Beta	T	Sig.
1	(Konstante)	4,966	,275		18,073	,000
	Faktorebene Mathematische Ordnungsstrukturen (Summe Item 1-3)	,063	,021	,143	2,954	,003
	Faktorebene Algebraische Strukturen (Summe Item 4-9)	,014	,011	,071	1,310	,191
	Faktorebene Größenbeziehungen (Summe Item 10-14)	,023	,010	,106	2,221	,027
	Faktorebene Angewandte Mathematik (Item 15)	,002	,027	,004	,083	,934

a. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

Tabelle 12: Multiple Regressionsanalyse (Faktorebenen und Schätzkompetenz)

Beim Eggenburger Rechentest wird besonders im unteren Leistungsbereich differenziert. Die leistungsschwachen Schüler*innen werden bei der Ergebnisanalyse des ERT 4+ detailliert den Kategorien ‚schwache Leistung‘, ‚Rechenschwäche‘, ‚starke Rechenschwäche‘ und ‚massive Rechenschwäche‘ zugeordnet. Im Gegensatz dazu werden die guten Schüler*innen bei dieser Testung nicht genauer betrachtet. Somit kann im oberen Leistungsbereich nicht ausreichend zwischen den verschiedenen Leistungsniveaus unterschieden werden. Dadurch steigt die Tendenz zu sogenannten Deckeneffekten (vgl. Wyschkon 2019).

Wie bereits in Kapitel 6.1 erklärt wurde, ist das primäre Ziel des ERT4+, Rechenschwächen und Dyskalkulien bei Schüler*innen festzustellen. Daher ist die Ausdifferenzierung im unteren Leistungsbereich begründet. Weiterführend bedeutet dies für die Analyse, dass eine lineare Regressionsanalyse zwischen der unabhängigen Variablen ‚mathematische Leistungen‘ und der abhängigen Variablen ‚Schätzkompetenz‘ unter Einschränkung der Grundgesamtheit auf die Schüler*innen mit Dyskalkulie und Rechenschwäche stärkere Zusammenhänge liefern kann. Deshalb wurde eine lineare Regressionsanalyse mit der Teilgruppe der Schüler*innen mit Rechenschwäche und Dyskalkulie durchgeführt.

Die einfache lineare Regressionsanalyse mit allen Schüler*innen, die < 53 Punkte beim ERT4+ erzielten, lieferte folgenden Zusammenhang:

Die mathematischen Kompetenzen ($\beta = 0,268$; $p < 0,000$) erweisen sich als signifikanter Prädiktor für die Schätzkompetenz der Schüler*innen mit $F(1,165) = 12,67$ und $p < 0,000$. Bei der Testung zur Schätzfähigkeit von Schüler*innen mit < 53 Punkten beim ERT 4+ lassen sich die 7,2 % der Varianz der erreichten Punkte durch die mathematische Kompetenz erklären.

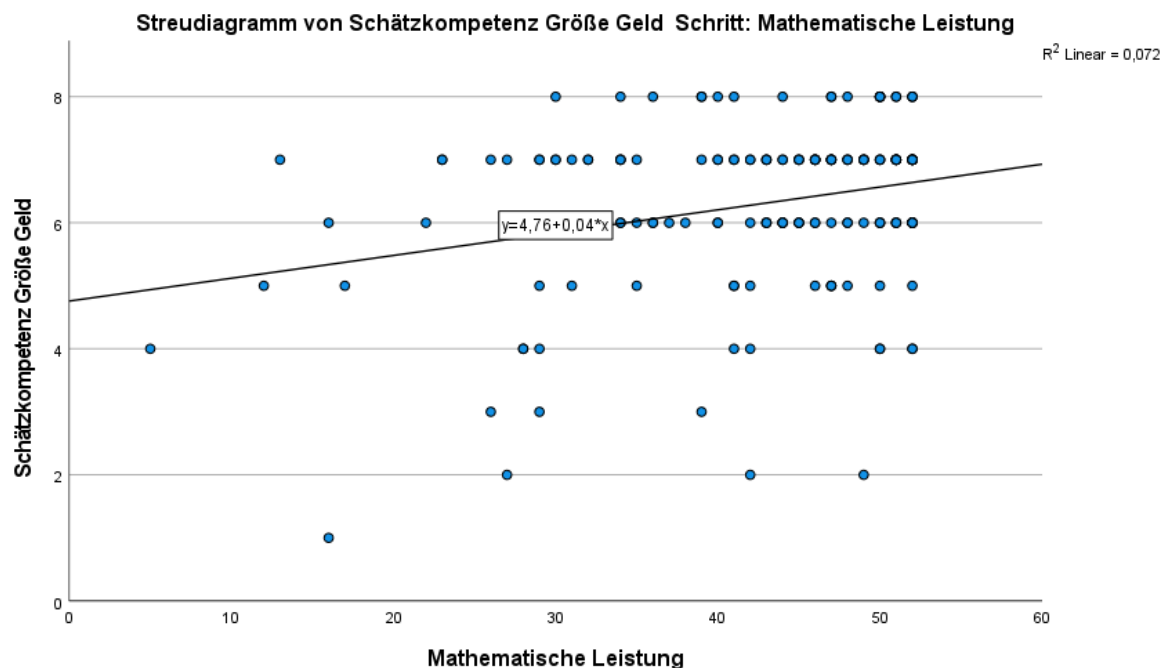


Abbildung 10: Lineares Regressionsmodell (mathematische Leistung leistungsschwacher Schüler*innen und Schätzkompetenz)

Übereinstimmend mit der ersten multiplen Regressionsanalyse haben die mathematischen Ordnungsstrukturen den größten, aber dennoch sehr schwachen signifikanten Einfluss auf die Schätzkompetenz. Die drei anderen Faktorenbereiche haben keinen signifikanten Einfluss. In Tabelle 13 sind die einzelnen Regressionskoeffizienten zwischen Faktorebenen und Schätzleistungen inklusive der Signifikanzniveaus bei Schüler*innen mit schwachen mathematischen Leistungen oder Dyskalkulie aufgelistet.

Koeffizienten ^a					
Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	Sig.
		Regressionskoeffizient B	Std.-Fehler	Beta	
1	(Konstante)	4,559	,471		9,676
	Faktorebene Mathematische Ordnungsstrukturen (Summe Item 1-3)	,089	,034	,221	2,610
	Faktorebene Algebraische Strukturen (Summe Item 4-9)	,012	,022	,049	,560
	Faktorebene Größenbeziehungen (Summe Item 10-14)	,029	,020	,113	1,464
	Faktorebene Angewandte Mathematik (Item 15)	,032	,068	,038	,472

a. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

Tabelle 13: Multiple Regressionsanalyse 2 (Faktorebenen und Schätzkompetenz)

11.3 Einfluss ausgewählter Kontextmerkmale auf die Schätzkompetenz

Der dritte Teil der statistischen Analyse zielte darauf ab, unterschiedliche Kontextmerkmale der Schüler*innen in Beziehung zur Schätzkompetenz zu setzen. Folgende Forschungsfrage stand dabei im Zentrum:

Inwiefern besteht ein Zusammenhang zwischen den Schätzkompetenzen im Größenbereich Geld und den jeweiligen Kontextmerkmalen (Geschlecht, sozioökonomischer Status, Selbstkonzept und Erstsprache)?

Mithilfe entsprechender Mittelwerttests und einer Korrelationsanalyse wurde der Einfluss der Merkmale untersucht.

11.3.1 Geschlecht und Schätzkompetenz

Den Größen-und-Einheiten-Test GET 4+ absolvierten insgesamt 309 Jungen und 323 Mädchen. Vier Personen fühlten sich weder dem Geschlecht weiblich noch männlich zugehörig und wurden von der Hypothesenüberprüfung ausgenommen. Die Jungen erreichten im Mittel 6,86 und die Mädchen 6,44 von möglichen acht Punkten. Um zu prüfen, ob dieser Mittelwertunterschied signifikant ist, wurde ein Mann-Whitney-U-Test bei unabhängigen Stichproben durchgeführt.

	Geschlecht	N	Mittelwert
Schätzkompetenz in Bezug auf die Größe Geld	männlich	309	6,86
	weiblich	323	6,44

Tabelle 14: Deskriptive Statistik zum Geschlecht

Vor der Durchführung des Tests müssen die dazu notwendigen Voraussetzungen geprüft werden. Der Mann-Whitney-U-Test setzt mindestens Ordinalskalenniveau für die abhängige Variable voraus. Da es sich bei der Schätzkompetenz um eine metrische Variable handelt, ist diese Voraussetzung erfüllt. Weiters wird eine unabhängige Variable zur Bildung von zwei Gruppen vorausgesetzt. In diesem Fall ist die unabhängige Variable das Geschlecht mit den beiden Gruppen ‚männlich‘ und ‚weiblich‘. Somit sind die beiden Voraussetzungen für die Durchführung des Tests erfüllt. (vgl. Faik 2018: 490)

Folgende Nullhypothese wurde überprüft:

H₀₃: Die Verteilung der Schätzkompetenz im Größenbereich Geld ist bei Jungen und Mädchen identisch.

In Tabelle 15 ist ersichtlich, dass die Nullhypothese (gleiche mittlere Schätzkompetenz zwischen Jungen und Mädchen) abgelehnt wird. Es besteht ein signifikanter Unterschied zwischen dem Mittelwert der Schätzkompetenz der Jungen (M_{Rang} : 351,68) und der Mädchen (M_{Rang} : 282,68). Ein Korrelationskoeffizient nach Pearson von $-0,187$ lässt sich nach Howitt und Cramer (2005) als ein sehr schwacher bis kaum vorhandener Zusammenhang interpretieren.

Hypothesentestübersicht			
	Nullhypothese	Test	Sig. ^{a,b}
1	Die Verteilung von Schätzkompetenzen in Bezug auf die Größe Geld ist in der Kategorie ‚Geschlecht‘ identisch.	Mann-Whitney-U-Test bei unabhängigen Stichproben	,000
			Nullhypothese ablehnen

^a Das Signifikanzniveau ist ,050.

^b Die asymptotische Signifikanz wird angezeigt.

Tabelle 15: Mann-Whitney-U-Test bei unabhängigen Stichproben (Geschlecht*Schätzkompetenz)

Mann-Whitney-U-Test bei unabhängigen Stichproben

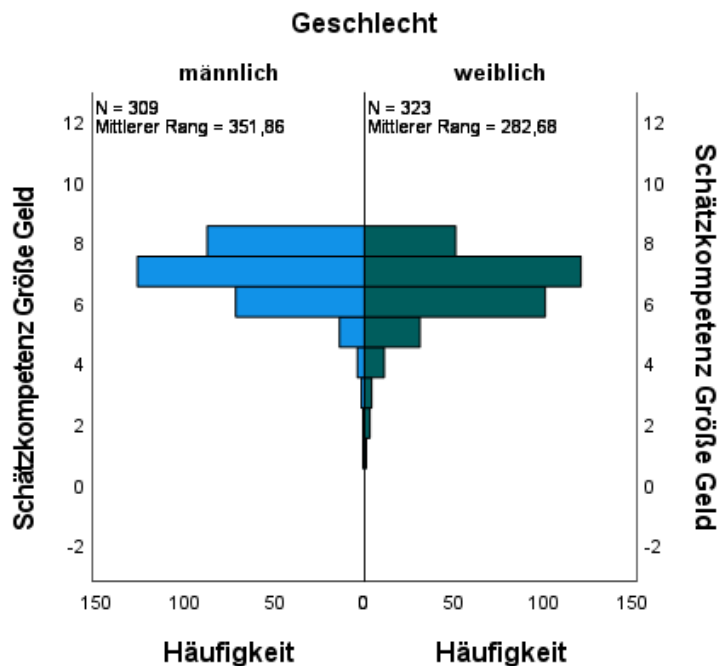


Abbildung 11: Mittlerer Rang der Geschlechter

Zusammenfassung des Mann-Whitney-U-Tests

bei unabhängigen Stichproben

Gesamtzahl	632
Mann-Whitney-U-Test	38978,500
Wilcoxon-W	91304,500
Teststatistik	38978,500
Standardfehler	2186,490
Standardisierte Teststatistik (Z)	-4,997
Asymptotische Sig. (zweiseitiger Test)	,000

Tabelle 16: Kennzahlen Mann-Whitney-U-Test (Geschlecht*Schätzkompetenz)

Der signifikante Unterschied besteht darin, dass der Mittelwert der Mädchen unter dem der Jungen liegt. Daraus kann gefolgert werden, dass Jungen im Größenbereich Geld besser schätzen können als Mädchen.

11.3.2 Erstsprache und Schätzkompetenz

Die befragten Schüler*innen ließen sich beim GET 4+ hinsichtlich ihrer Erstsprache in zwei Gruppen einteilen: 553 Schüler*innen gaben als Erstsprache Deutsch an, und 77 Schüler*innen kreuzten ‚Erstsprache nicht Deutsch‘ an. Sechs Befragte wählten keine der beiden Antwortmöglichkeiten aus und wurden von der Hypothesenüberprüfung ausgenommen. Tabelle 17 zeigt, dass die Schüler*innen mit Erstsprache Deutsch im Mittel einen Wert von 6,65 und jene ohne Erstsprache Deutsch

im Mittel einen Wert von 6,60 (von möglichen acht Punkten) erreichten. Obwohl dieser Mittelwertunterschied gering ist, wurde mit einem Mann-Whitney-U-Test geprüft, ob er signifikant ist.

	Sprache	N	Mittelwert
Schätzkompetenz in Bezug auf die Größe Geld	Erstsprache Deutsch	553	6,65
	Erstsprache nicht Deutsch	77	6,60

Tabelle 17: Deskriptive Statistik zur Erstsprache

Zuerst wurde geprüft, ob die Voraussetzungen für den Test erfüllt sind. Erneut liegt die metrische Variable Schätzkompetenz als abhängige Variable vor. Das Merkmal Erstsprache stellt die unabhängige Variable mit den beiden Merkmalsausprägungen ‚Erstsprache Deutsch‘ und ‚Erstsprache nicht Deutsch‘ dar, die zwei unabhängige Stichproben bilden. Somit sind die beiden Voraussetzungen für die Durchführung des Tests erfüllt. (vgl. Faik 2018: 490)

Folgende Nullhypothese war zu überprüfen:

*H₀₄: Die Verteilung der Schätzkompetenz im Größenbereich Geld ist bei Schüler*innen mit und ohne Erstsprache Deutsch identisch.*

Tabelle 19 zeigen eine Signifikanz von 0,797. Infolgedessen besteht kein signifikanter Unterschied zwischen dem Mittelwert der Schätzkompetenz von Schüler*innen mit und ohne Erstsprache Deutsch. Die Nullhypothese wird somit nicht verworfen.

Hypothesentestübersicht

	Nullhypothese	Test	Sig. ^{a,b}	Entscheidung
1	Die Verteilung von Schätzkompetenzen zur Größe Geld ist in der Kategorie ‚Sprache‘ identisch.	Mann-Whitney-U-Test bei unabhängigen Stichproben	,797	Nullhypothese beibehalten

^a Das Signifikanzniveau ist ,050.

^b Die asymptotische Signifikanz wird angezeigt.

Tabelle 18: Mann-Whitney-U-Test bei unabhängigen Stichproben (Erstsprache*Schätzkompetenz)

Zusammenfassung des Mann-Whitney-U-Tests bei unabhängigen Stichproben

Gesamtzahl	630
Mann-Whitney-U-Test	20924,500
Wilcoxon-W	23927,500
Teststatistik	20924,500
Standardfehler	1426,063
Standardisierte Teststatistik	-,257
Asymptotische Sig. (zweiseitiger Test)	,797

Tabelle 19: Kennzahlen Mann-Whitney-U-Test (Erstsprache*Schätzkompetenz)

Mann-Whitney-U-Test bei unabhängigen Stichproben

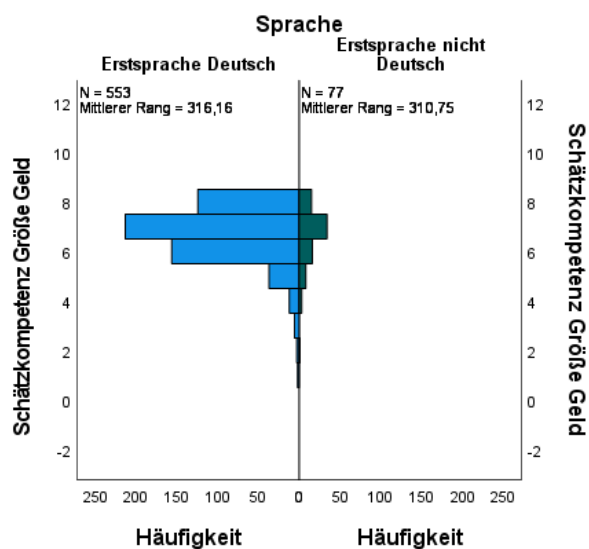


Abbildung 12: Mittlerer Rang der Schüler*innen mit und ohne Erstsprache Deutsch

11.3.3 Sozioökonomischer Status und Schätzkompetenz

In diesem Abschnitt wird geprüft, ob und welchen Einfluss der sozioökonomische Status auf das Ergebnis des GET 4+ (Größe Geld) und schlussfolgernd auf die Schätzkompetenz in diesem Größenbereich hat. Wie bereits in Kapitel 10.1 erklärt wurde, wurden die Schüler*innen entsprechend der Anzahl der Bücher im Haushalt der jeweiligen Gruppe zugeordnet. In Tabelle 20 sind diese Zuordnungen aufgelistet. Weiters wurde der Mittelwert des GET 4+ für jede der fünf Gruppen berechnet.

	N	Mittelwert	Std.-Abweichung	Std.-Fehler	Minimum	Maximum
sozioökonomisch sehr benachteiligt	48	6,48	,967	,140	4	8
sozioökonomisch benachteiligt	184	6,52	1,201	,089	2	8
sozioökonomisch durchschnittlich	210	6,66	1,117	,077	1	8
sozioökonomisch begünstigt	105	6,78	,930	,091	3	8
sozioökonomisch sehr begünstigt	89	6,75	1,334	,141	1	8
Gesamt	636	6,64	1,138	,045	1	8

Tabelle 20: Deskriptive Statistik zum sozioökonomischen Status

Bei den Mittelwerten der Schätzkompetenz der einzelnen sozioökonomischen Gruppen lässt sich folgendes Muster erkennen: Die Gruppe der sozioökonomisch sehr benachteiligten Schüler*innen erreichte mit 6,48 Punkten den geringsten Mittelwert, während die sozioökonomisch begünstigten Schüler*innen mit 6,78 Punkten den höchsten Mittelwert erzielten.

Abgesehen von den beiden Gruppen der Schüler*innen mit sozioökonomisch begünstigten und sehr begünstigten Verhältnissen nimmt der Mittelwert der Schätzkompetenz mit dem sozioökonomischen Status zu.

Um zu prüfen, ob der Mittelwertunterschied zwischen den einzelnen Gruppen signifikant ist, wurde der Kruskal-Wallis-Test eingesetzt, mit dem der Unterschied in den zentralen Tendenzen für mehrere (> 2) unabhängige Gruppen analysiert werden kann.

Zunächst wurden die Voraussetzungen für diesen Test geprüft (vgl. Faik 2018: 505):

1. mindestens Ordinalskalenniveau der abhängigen Variablen,
2. eine unabhängige Variable zur Gruppenbildung.
3. In dieser Untersuchung: fünf Gruppen und in jeder Gruppe mindestens vier Fälle.

Die erste Voraussetzung ist durch die abhängige metrische Variable ‚Schätzkompetenz‘ erfüllt. Die unabhängige Variable ist der sozioökonomische Status der Schüler*innen mit fünf Merkmalsausprägungen und somit fünf Gruppen. Wie Tabelle 20

zu entnehmen ist, ergaben sich in jeder Gruppe mindestens vier Fälle. Da alle Voraussetzungen erfüllt wurden, konnte mit der statistischen Auswertung begonnen werden. Dazu wurde folgende Nullhypothese aufgestellt:

*H₀₅: Die Verteilung der Schätzkompetenz im Größenbereich Geld ist bei Schüler*innen mit unterschiedlichen sozioökonomischen Status identisch.*

Bei einem Signifikanzwert von 0,086 besteht kein signifikanter Unterschied zwischen den Mittelwerten der Schätzkompetenz von Schüler*innen mit unterschiedlichen sozioökonomischen Status. Die Nullhypothese kann nicht verworfen werden.

Hypothesentestübersicht				
	Nullhypothese	Test	Sig. ^{a,b}	Entscheidung
1	Die Verteilung von Schätzkompetenzen zur Größe Geld ist in der Kategorie 'sozioökonomischer Status' identisch.	Kruskal-Wallis-Test bei unabhängigen Stichproben	,086	Nullhypothese beibehalten

^a Das Signifikanzniveau ist ,050.

^b Die asymptotische Signifikanz wird angezeigt.

*Tabelle 21: Kruskal-Wallis-Test bei unabhängigen Stichproben (Sozioökonomischer Status*Schätzkompetenz)*

11.3.4 Selbstkonzept und Schätzkompetenz

Dieser Teil der Ergebnisanalyse ist dem Einfluss des Selbstkonzepts der Schüler*innen auf die Schätzkompetenz gewidmet. In Kapitel 10.1 wurde bereits erklärt, wie das Merkmal Selbstkonzept erhoben und anschließend berechnet wird. Ein Wert im Intervall [1,4] gibt an, wie stark das Selbstkonzept des Schülers bzw. der Schülerin im Fach Mathematik ausgeprägt ist. Je höher der Wert ist, desto besser ist das Selbstkonzept der Schüler*innen. Um die Stärke des Einflusses des Selbstkonzepts auf die Schätzkompetenz festzustellen, wurde eine Regressionsanalyse durchgeführt.

Dazu wurden folgende Voraussetzungen geprüft (vgl. Faik 2018: 328):

- Vorliegen einer metrisch skalierten unabhängigen und einer entsprechenden abhängigen Variable;
- annähernde Normalverteilung der Variablen;

- Linearität: Zumindest annäherungsweise sollte von einer Linearität der Beziehung zwischen den Variablen ausgegangen werden können.
- Homoskedastizität: Die Varianz der Verteilung der abhängigen Variablen muss für alle Werte der unabhängigen Variablen konstant sein, d. h., mit steigenden Werten der unabhängigen Variablen sollten die Werte der abhängigen Variablen nicht weiter streuen (Streudiagramme überprüfen);
- Unabhängigkeit der Daten und der Fehler (Autokorrelation): Alle Daten sollten unabhängig voneinander sein, d. h., die Fälle sollten nicht untereinander korrelieren.

Sowohl das Selbstkonzept als auch die Schätzkompetenz sind metrisch skalierte Merkmale. Aufgrund der großen Stichprobengröße kann bei metrischen Daten annähernd von einer Normalverteilung ausgegangen werden. Weiters kann mithilfe eines Streudiagramms eine Linearität in der Beziehung zwischen den Variablen festgestellt werden und nachgewiesen werden, dass die Werte der abhängigen Variablen mit steigenden Werten der unabhängigen Variablen nicht weiter streuen. Die Daten sind unabhängig voneinander, und die Durbin-Watson-Statistik liefert einen Wert von 2,001, der zwischen 1,5 und 2,5 liegt, sodass von einer Autokorrelation nicht ausgegangen werden kann.

Nach Prüfung aller Voraussetzungen wurde mit der Regressionsanalyse begonnen. Die genaue Analyse kann dem Anhang entnommen werden.

Die Korrelation nach Pearson zeigt, dass der Korrelationskoeffizient zwischen dem Selbstkonzept und der Schätzkompetenz bei $r_{BP} = 0,114$ liegt. Nach Howitt und Cramer (2005) handelt es sich hierbei um einen schwachen positiven Zusammenhang. Da der p -Wert 0,004 beträgt und somit kleiner als 0,05 ist, kann diese Korrelation als statistisch signifikant betrachtet werden. Das Selbstkonzept ($\beta = 0,114$; $p = 0,004$) erweist sich als signifikanter Prädiktor für die Schätzkompetenz der Schüler*innen mit $F(1,635) = 8,360$ und $p = 0,004$. Auf Basis des β -Wertes und des p Wertes kann die Hypothese bestätigt werden:

*H₆: Ein ausgeprägtes Selbstkonzept bei Schüler*innen wirkt sich positiv auf die Schätzkompetenz aus.*

Betrachtet man jedoch das Bestimmtheitsmaß R^2 , das darauf hinweist, dass lediglich 1,3 % der Varianz der Schätzfähigkeiten durch das Selbstkonzept erklärt wird,

ist dieser positive Einfluss kaum von Bedeutung. Ebenso ist anzumerken, dass ein Regressionskoeffizient von 0,2 zeigt, dass ein Anstieg des Selbstkonzeptes um den Faktor 1 die Schätzkompetenz der Schüler*innen kaum beeinflusst.

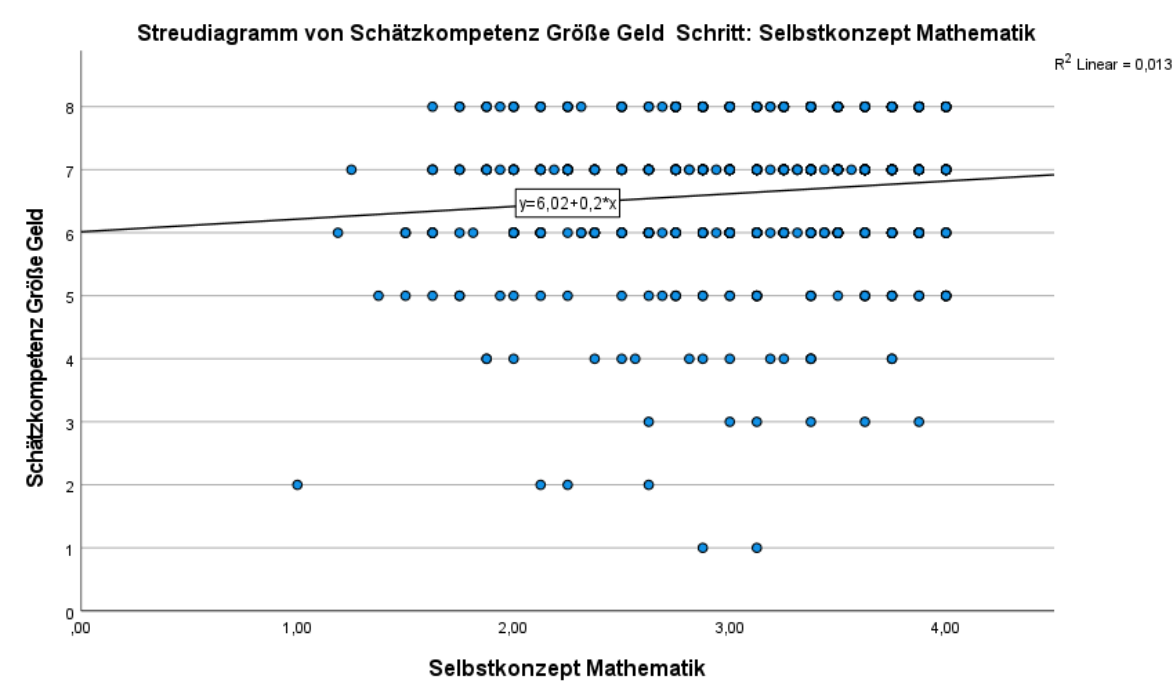


Abbildung 13: Lineares Regressionsmodell (Selbstkonzept Mathematik und Schätzkompetenz)

	<i>M</i>	<i>SD</i>	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
(1) Geschlecht ¹	-	-	-	-	-	-.177**	-.147**	-.142**	-.191**	.030	-.187**
(2) Sprache	-	-	-	-	-	-.105**	-.064	-.082*	-.079*	-.137**	-.015
(3) Sozioökonomischer Status	3.01	1.148	-	-	-	.203**	.125**	.152**	.169**	.220**	.122*
(4) Selbstkonzept Mathematik	3.10	0.645	-	-	-	.356**	.226**	.353**	.235**	.329**	.114**
(5) Mathematische Kompetenz	59.10	12.762	-	-	-	-	.719**	.868**	.817**	.753**	.254**
(6) Mathematische Ordnungsstrukturen	-	-	-	-	-	-	-	.575**	.446**	.438**	.233**
(7) Algebraische Strukturen	-	-	-	-	-	-	-	-	.491**	.611**	.208**
(8) Größenbeziehungen	-	-	-	-	-	-	-	-	-	.531**	.207**
(9) Angewandte Mathematik	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	.166**
(10) Schätzkompetenz	6.64	1.138	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Anmerkungen: *M*= Mittelwert, *SD* = Standardabweichung
 Korrelationen berechnet nach Pearson r (Ausnahme: Korrelationen mit sozioökonomischen Status nach Spearman berechnet)
 * *p* < 0.05
 ***p* < 0.01

Tabelle 22: Übersicht über die Korrelationen der erhobenen Daten

12 Diskussion der Ergebnisse

In diesem Abschnitt der Arbeit werden die Ergebnisse der Auswertung der anfangs erläuterten Theorie den daraus abgeleiteten Hypothesen gegenübergestellt und interpretiert. Um die Diskussion besser verstehen zu können, werden die wesentlichen Grundannahmen, die Vorgehensweise und die Ergebnisse der Auswertung kurz geschildert. Anschließend wird diskutiert, ob die gewonnenen Resultate im Einklang oder im Widerspruch mit der bestehenden Literatur stehen. Weiterführend werden Erklärungen für die Widersprüche gesucht. Die Interpretation und die Diskussion der Ergebnisse wird entsprechend der drei aufgestellten Forschungsfragen (allgemeine Schätzkompetenz im Größenbereich Geld, Zusammenhang zwischen der Schätzkompetenz und den allgemeinen mathematischen Leistungen und Einfluss der Kontextmerkmale auf die Schätzfähigkeiten) gegliedert.

Das primäre Ziel dieser Forschungsarbeit bestand darin, mithilfe der Daten zweier mathematischer Testungen (ERT 4+ und GET 4+) zu untersuchen, wie gut die Schätzkompetenz von Schüler*innen hinsichtlich der Größe Geld zu Beginn der Sekundarstufe I ist und ob ein Zusammenhang mit der allgemeinen mathematischen Leistung besteht. Weiters wurde die Bedeutung von Kontextmerkmalen (Geschlecht, sozioökonomischer Status, Erstsprache und Selbstkonzept) analysiert.

Schätzkompetenz

Zuerst werden die Schätzleistungen der Schüler*innen im Rahmen des GET 4+ diskutiert. Wird die Auswertung der statistischen Kennzahlen in Tabelle 3 betrachtet, lässt sich zusammenfassend sagen, dass bei der Schätzkompetenz der Schüler*innen im Bereich Geld im Rahmen der hier durchgeführten Testung im Schnitt ein gutes Ergebnis erzielt wurde. In der Auswertung der einzelnen Items in Tabelle 4 wurde bereits aufgezeigt, welche Schätzfragen am schwierigsten und welche am leichtesten waren. Die statistische Auswertung der Häufigkeiten der einzelnen Items und die vorgenommene Einteilung der Items in ‚vertraut und altersentsprechend‘ und ‚fremdartig und distanziert‘ untermauert die bereits gewonnenen Erkenntnisse aus der Theorie und bestätigt (bis auf eine Ausnahme) folgende Hypothese:

*H₁: Je vertrauter und altersentsprechender die Waren sind, desto besser sind die Schätzungen der Schüler*innen.*

Es ist ein klarer Mittelwertunterschied zwischen den Skalen mit den Items ‚vertraut und altersentsprechend‘ ($M = 0.86$, $SD = 0.16$) und ‚fremdartig und distanziert‘ ($M = 0.80$, $SD = 0.21$) erkennbar.

Eine Ausnahme, durch die diese Hypothese nicht untermauert wird, ist die Schätzung des Preises einer trockenen Semmel. Die hohe Anzahl falscher Antworten könnte folgende Gründe haben:

- Die Schüler*innen haben die Einheiten Cent und Euro nicht beachtet.
- Die Schüler*innen kaufen im Alltag weniger häufig trockene, sondern vermehrt belegte Semmeln, die es nicht unter einem Euro zu erwerben gibt. Somit haben sie nicht zwischen einer trockenen und gefüllten Semmel unterschieden.

Folge dessen wurde die Mittelwerte der beiden Skalen ‚vertraut und altersentsprechend‘ ($M = 0.97$, $SD = 0.12$) und ‚fremdartig und distanziert‘ ($M = 0.80$, $SD = 0.21$) auch ohne die Schätzung der trockenen Semmel ermittelt. Hierbei ist ein deutlich stärkerer Mittelwertunterschied erkennbar, der zeigt, dass vor allem die Preise von vertrauten und altersentsprechenden Gütern von den Schüler*innen sehr gut geschätzt wurden.

Überraschend ist die Tatsache, dass sich die Ergebnisse der Fragen 4 und 7 unterscheiden, die wie folgt lauten:

G4: ‚Ein Kinder-Roller (Scooter) kostet ungefähr 40 Euro. Wie viel, schätzt du, kostet ein Kinder-Fahrrad? Antwortmöglichkeiten: 5 Euro, 15 Euro, 200 Euro, 2000 Euro.‘

G7: ‚Wie viel kostet ein Kinder-Fahrrad ungefähr? Antwortmöglichkeiten: 10 Euro, 200 Euro, 2000 Euro.‘

Es handelt sich um zwei identische Fragestellungen, die sich lediglich um eine Hilfestellung und die Anzahl der Antwortmöglichkeiten unterscheiden. Während bei der vierten Frage rund 9,9 % eine falsche Schätzung abgaben, taten dies bei der siebten Frage nur 7,2 %. Ein Grund dafür könnte sein, dass bei der vierten Frage eine Antwortmöglichkeit mehr angeboten wurde und viele Schüler*innen nicht schätzten, sondern rieten, wodurch die Wahrscheinlichkeit, die richtige Antwort zu geben, sank.

Zusammenhang zwischen der mathematischen Kompetenz und der Schätzkompetenz

In der statistischen Auswertung ließ sich ein schwacher positiver signifikanter Zusammenhang zwischen der mathematischen Kompetenz und der Schätzkompetenz im Größenbereich Geld nachweisen. Die kaum vorhandene Auswirkung zeigt sich darin, dass nur 6,5 % der Varianz der erreichten Punkte bei der Testung zur Schätzkompetenz durch mathematische Leistungen erklärt werden kann. Dieses signifikante, jedoch nicht einflussstarke Ergebnis spiegelt die kontroverse Meinung zu diesem Thema aus der Literatur wider. Die Autoren Lienbacher (2020), Moser (2017) und Poloczek (2020) vertreten hinsichtlich des Einflusses der allgemeinen mathematischen Leistungen auf die Schätzfähigkeit unterschiedliche Meinungen. Die Schwierigkeit in dieser Fragestellung liegt darin, dass die mathematische Grundbildung (*mathematical literacy*) oft unterschiedlich definiert wird. Laut Lehrplan sollte die Schätzkompetenz ein Teil der allgemeinen mathematischen Leistungen sein. Oft werden die allgemeinen mathematischen Leistungen in der Literatur jedoch mit Rechenkompetenz gleichgesetzt, die nur einen Teil der mathematischen Kompetenz ausmacht. Wie bereits in Kapitel 5 erläutert wurde, umfasst *mathematical literacy* mehr als nur die Rechenleistung von Schüler*innen.

Vertiefend zu der Erkenntnis, dass die mathematische Grundbildung nur einen schwachen positiven Einfluss hat, wurden die einzelnen mathematischen Bereiche und deren Einfluss auf die Schätzleistung betrachtet. Dadurch konnte der Aussage aus der Literatur (vgl. Stangl 2022; Poloczek 2020), dass das Schätzen und das Rechnen andere Gehirnareale beanspruchen, nachgegangen werden. In der Datenanalyse konnte ein signifikanter Zusammenhang zwischen mathematischen Ordnungsstrukturen und der Schätzfähigkeit nachgewiesen werden. Die mathematischen Ordnungsstrukturen beinhalten Aufgaben zu Zahlennachbarn, Zahlenreihen und Mengen-Zahl-Zuordnungen. Voraussetzung für die Lösung dieser Aufgaben ist eine ausgeprägte Zahlenvorstellung und ein Zahlensinn. Diese sind für den Aufbau von Größenvorstellungen und das Schätzen erforderlich. Eine weitere Korrelation zeigte sich zwischen den Größenbeziehungen und der Schätzleistung. Dies ist plausibel, da es sich bei Schätzungen zumeist um die Größenangaben Geld-, Längen-, Masse-, Zeit- und Flächenmaße handelt.

Die Tatsache, dass algebraische Strukturen, die auch die schriftlichen Rechenaufgaben beinhalten, keinen Einfluss auf die Schätzleistungen haben, zeigt, dass kein bedeutender Zusammenhang zwischen Schätzen und Rechnen existiert. Dieses Ergebnis untermauert die Aussage aus der Neuropsychologie, dass sich die Rechen- und Schätzleistungen nicht beeinflussen. Ein Grund für den nicht existierenden Zusammenhang zwischen Rechenleistung und Schätzkompetenz könnten die unterschiedlichen Werkzeuge sein, die dafür benötigt werden. Für eine gute und schnelle Rechenkompetenz müssen die Grundrechnungsarten und die entsprechenden Ausführungstechniken beherrscht werden. Oftmals arbeiten die Schüler*innen hierbei nach einem bestimmten Rezept mit dem Grundwissen der Zahlenreihe, ohne zu reflektieren und nachzudenken. Für das Schätzen benötigen Schüler*innen hingegen einen ausgebildeten Zahlensinn, Größenvorstellungen und Stützpunkte. Ein Vergleich der notwendigen Werkzeuge zeigt, dass beim Rechnen und Schätzen kaum Parallelen vorhanden sind.

Einfluss der Kontextmerkmale auf die Schätzkompetenz

Die Bedeutung von Kontextmerkmalen wie Geschlecht, Erstsprache, sozioökonomischer Status und Selbstkonzept für die schulischen mathematischen Leistungen ist hinlänglich durch Ergebnisberichte zu vergangenen PISA-Studien und Bildungsstandardüberprüfungen in Mathematik bekannt. Ähnliche Ergebnisse wurden auch im Rahmen der vorliegenden Auswertung des Zusammenhangs zwischen den Kontextmerkmalen und der Schätzkompetenz im Größenbereich Geld erhalten.

Es besteht ein signifikanter Unterschied zwischen der Schätzkompetenz von Jungen und Mädchen. Wie bei den allgemeinen mathematischen Leistungen sind die Jungen den Mädchen beim Schätzen leicht überlegen. Ein Grund für diesen Leistungsunterschied könnten die voneinander abweichenden Selbsteinschätzungen der Jungen und Mädchen im Fach Mathematik sein. Wie beim Kontextmerkmal Geschlecht konnte in der Auswertung der Daten ein schwacher positiver Zusammenhang zwischen dem Selbstkonzept und der Schätzkompetenz nachgewiesen werden. Wie Tabelle 38 aus dem Anhang zu entnehmen ist, haben Jungen im Schnitt ein höheres Selbstkonzept in Mathematik als Mädchen. Dies lässt sich einerseits anhand der Tatsache begründen, dass Jungen bessere Leistungen bei den Testungen erzielten, kann aber auch damit zusammenhängen, dass Mädchen dazu

neigen, ihre Leistungsfähigkeiten in Mathematik zu unterschätzen, während Jungen diese überschätzen (vgl. Jahnke-Klein 2005: 3). Das Selbstkonzept jedes einzelnen Schülers und jeder einzelnen Schülerin beeinflusst deren Leistungen.

Weiters wurde der Einfluss des Kontextmerkmals Erstsprache auf die Schätzkompetenz im Größenbereich Geld geprüft. Dabei ließ sich kein signifikanter Einfluss nachweisen. Dies bestätigt die Erkenntnis von Dehaene und Spelke (1999), dass das Schätzen unabhängig von der Sprache stattfindet. Bei Schätzaufgaben handelt es sich meist um kurze Frage- und Aufgabenstellungen, die kein hohes Sprachniveau erfordern. Beim GET 4+ wurde zudem mit Piktogrammen gearbeitet, sodass die Aufgabenstellung sprachlich weiter vereinfacht wurde.

Zuletzt wurde der sozioökonomische Status, der mithilfe des Bücherbestands im Haushalt erhoben wurde, in Zusammenhang mit der Schätzkompetenz gebracht. Hierbei konnte zwar ein deutlich stärkerer Einfluss als beim Kontextmerkmal Erstsprache festgestellt werden, der Mittelwertunterschied war aber dennoch sehr schwach und nicht signifikant.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Geschlecht und das Selbstkonzept in der Mathematik einen erkennbaren Einfluss auf die Schätzleistungen nehmen, während die Auswirkungen der Erstsprache und des sozioökonomischen Status vernachlässigbar sind.

13 Limitationen und Implikationen

Genauso wie zahlreiche andere quantitative Studien weist auch die vorliegende Untersuchung Limitationen auf, die im Folgenden dargelegt werden. Ergänzend dazu werden Ideen für künftige Forschungsarbeiten vorgeschlagen.

Dass der GET 4+ ein Single-Choice-Test ist, hat den Vorteil, dass der Auswertungsprozess unkompliziert ist. Ein Nachteil ist, dass bei der Beantwortung der Fragen zufällig richtig geraten werden kann, was die Aussagekraft der Anzahl der richtigen Antworten verfälscht. Im Zuge der Arbeit wurde darauf hingewiesen, dass ein deutlicher Unterschied zwischen Raten und Schätzen existiert und diese Begriffe keinesfalls gleichgesetzt werden dürfen. Für weitere Testungen im Bereich Schätzen

von Geld könnte ein offenes Antwortformat gewählt werden, um die Aussagekraft der Testergebnisse zu steigern.

Die Anzahl der Bücher zur Erhebung des sozioökonomischen Status zu verwenden, gilt zwar als bewährt, aber ist teilweise überholt. Um einen zuverlässigeren sozioökonomischen Status abzubilden, müssten ähnlich dem ESCS weitere Aspekte wie der berufliche Status der Eltern, der höchste Bildungsabschluss und materielle Ressourcen, die über den analogen Bücherbestand im Haushalt hinausgehen, einbezogen werden. Bei Schüler*innen im Alter von zehn bis elf Jahren ist es jedoch schwierig, all diese Aspekte zu erfragen. Der Bücherbestand im Haushalt ist für Schüler*innen leicht wahrnehmbar, sodass sie die Anzahl der Bücher zuverlässig einschätzen können. Infolgedessen wurde beim GET 4+ darauf verzichtet, weitere Aspekte einzubeziehen, und es wurden Einschränkungen in der Aussagekraft des Merkmals zugunsten der Beschränkung auf das Wesentliche hingenommen.

Bei zukünftigen Untersuchungen in älteren Kohorten ist es zu empfehlen, das Merkmal des sozioökonomischen Status durch mehrere Aspekte besser abzubilden. Weiterführend ist zu prüfen, ob die Erkenntnis aus der Untersuchung, dass der sozioökonomische Status des unmittelbaren familiären Umfelds des Kindes die Schätzfunktion nicht signifikant beeinflusst, stimmt oder aufgrund der Art und Weise, wie der sozioökonomische Status erhoben wurde, kein signifikanter Zusammenhang festgestellt werden konnte.

Aufgrund der mangelnden Literatur in Bezug auf das Schätzen im Größenbereich Geld im Sekundarstufenbereich ergibt sich in dieser Altersgruppe ein zukünftiger Forschungsbedarf. Die Bedeutung der Schätzkompetenz hinsichtlich der Größe Geld wurde im Theorieteil klar dargelegt. Infolgedessen wäre es interessant, den Status quo zur Schätzkompetenz von Kindern und Jugendlichen im Alter von zehn bis neunzehn Jahren zu untersuchen. Dadurch kann festgestellt werden, ob intensivierte Maßnahmen im schulischen Bereich zur Förderung des Schätzens, das als mathematische Alltagskompetenz gilt, notwendig sind.

Die vorliegende Untersuchung beschränkt sich auf die Altersgruppe von Schüler*inne zu Beginn der Sekundarstufe I. In diesem Alter ist der Erfahrungshorizont in Bezug auf das Einkaufen noch begrenzt. Mit zunehmender Einkaufserfahrung im Alltag und zunehmender Verfügbarkeit von Geld ist anzunehmen, dass sich die

Schätzkompetenz im Größenbereich Geld weiterentwickelt. Ob dies tatsächlich so ist, ist in zukünftigen Untersuchungen zu diesem Thema herauszufinden.

In dieser Forschungsarbeit wurden Zusammenhänge zwischen der Schätzleistung und anderen Einflussfaktoren aufgedeckt. Dabei konnten nur schwache Zusammenhänge festgestellt werden, was vermuten lässt, dass noch andere Aspekte vorhanden sind, die die Schätzkompetenz von Kindern und Jugendlichen beeinflussen. Weitere interessante Forschungsfelder könnten sich durch das Überprüfen folgender Aspekte als Einflussfaktoren auf das Schätzverhalten im Größenbereich Geld ergeben:

1. Einkaufserfahrungen;
2. Konsumverhalten;
3. eingesetzte Zahlungsformen (Bargeld, Bankomatkarte);
4. Besitz und Höhe von Taschengeld;
5. Umgang mit Geld in der Familie (Wird in der Familie transparent über Geld gesprochen? Wie wirkt sich ein offener und ehrlicher Umgang mit Geld in der Familie aus?);
6. Belohnung in Form von Geld für gute Noten, für das Erfüllen von Aufgaben usw.

Das Thema Schätzen im Größenbereich Geld bietet für zukünftige Forschungen vor allem im Sekundarstufenbereich sowohl quantitativ als auch qualitativ großes Potenzial.

14 Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel der vorliegenden Masterarbeit bestand darin, die Schätzkompetenz von Schüler*innen zu Beginn der Sekundarstufe I im Größenbereich Geld zu analysieren. Dazu wurde der Status quo mithilfe des GET 4+ abgebildet, und in weiterer Folge wurde untersucht, inwiefern sich die Schätzkompetenz durch die allgemeine mathematische Leistung und den Einfluss ausgewählter Kontextmerkmale erklären lässt. Dabei wurden folgende Resultate erhalten:

Wie gut Schüler*innen schätzen können, hängt davon ab, ob sie die zu schätzenden Waren und Güter aus eigenen Erfahrungen kennen oder bereits konsumiert haben. Je altersentsprechender die Waren sind, desto besser sind die Schätzleistungen der Schüler*innen. Grundsätzlich zeigten die 636 getesteten Schüler*innen gute Schätzleistungen im Größenbereich Geld. Generell konnte ein schwacher signifikanter Zusammenhang zwischen der allgemeinen mathematischen Kompetenz und der Schätzkompetenz nachgewiesen werden. Das bedeutet, dass eine bessere mathematische Kompetenz mit einer besseren Schätzleistung einhergeht. Bei vertiefter Betrachtung konnte festgestellt werden, dass nicht die Rechenleistung und das Verstehen algebraischer Strukturen einen guten Schätzer bzw. eine gute Schätzerin ausmachen, sondern andere mathematische Kompetenzen. Von Bedeutung sind für das Schätzen ein Verständnis von Größenbeziehungen und das generelle Verständnis mathematischer Ordnungsstrukturen (Zahlennachbarn, Zahlenreihen und Menge-Zahl-Zuordnungen). Die innere Vorstellungskraft und ein ausgeprägter Zahlensinn sind somit für das Schätzen von Bedeutung. Wird anhand von ERT 4+ und GET 4+ der generelle Einfluss der mathematischen Kompetenz auf die Schätzleistung betrachtet, können lediglich 6,5 % der Varianz in der Schätzkompetenz durch das mathematische Können der Schüler*innen erklärt werden. Dies lässt darauf schließen, dass noch andere Aspekte existieren, die die Schätzleistungen der Schüler*innen im Größenbereich Geld beeinflussen. Einen signifikanten Einfluss haben das Geschlecht und das Selbstkonzept der Schüler*innen im Fach Mathematik. Es wurde ein signifikanter Unterschied im Hinblick auf die besseren Schätzleistungen der Jungen im Gegensatz zu den Mädchen festgestellt. Weiters wurde belegt, dass sich ein ausgeprägtes Selbstkonzept positiv auf die Schätzkompetenz auswirkt.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass in dieser Arbeit neue Erkenntnisse hinsichtlich der Schätzkompetenz im Größenbereich Geld bei Schüler* zu Beginn der Sekundarstufe I aufgedeckt wurden. Die vorliegende Untersuchung bildet jedoch nur den Anfang einer hoffentlich intensiveren und weiterführenden Forschung zum Schätzen der Größe Geld im Sekundarstufenbereich. Nicht nur unterschiedliche Alterskohorten sollten in den Blick genommen werden, sondern auch andere Einflussfaktoren, wie bereits in Kapitel 13 erwähnt wurde. In Zukunft gilt es, nicht nur den Status quo und die Einflussfaktoren zu hinterfragen, sondern auch die Schätzstrategien im Größenbereich Geld zu erforschen. Nur aus der Fülle der diesbezüglich

gewonnenen Erkenntnisse können weiterführend Fördermaßnahmen und Implikationen zur Ausbildung und Verbesserung der Schätzkompetenz als Alltagskompetenz und wesentlicher Bestandteil von *financial literacy* entwickelt werden. Basierend auf der Tatsache, dass das Schätzen von Geld zur sicheren Teilnahme am wirtschaftlichen und sozialen Leben beiträgt, sollte dieses Forschungsfeld zukünftig nicht aus den Augen verloren werden.

15 Literaturverzeichnis

Andersen L., Cross T. L. (2014): Are students with high ability in math more motivated in math and science than other students? – In: Roeper Review 36 (4), 221-234.

Benz C., Peter-Koop A., Grüßing M. (2015): Größen und Messen. – In: Frühe mathematische Bildung. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II. Springer Spektrum, Berlin und Heidelberg, 227-266.

Brand M., Fujiwara E., Kalbe E., Kessler J., Markowitsch H. J. (2002): Kognitives Schätzen bei Alzheimer- und Korsakow-Patienten. – In: Praxis Klinische Verhaltensmedizin und Rehabilitation 15 (60), 282-291.

Bundesinstitut BIFIE (2018): Bundesergebnisbericht. Standardüberprüfung 2017. Mathematik, 8. Schulstufe. – Salzburg.

Claar A. (1996): Was kostet die Welt? – Berlin und Heidelberg.

Claar A. (2008): Menschen erfanden Geld, weil sie etwas kaufen wollen. – In: Schüler. Wissen für Lehrer. Geld. Aufwachsen in einer Konsumgesellschaft, 10-13.

Cless E. (2013): „Ich habe gehört, dass Geld wertvoll ist.“ – In: Mathematik differenziert 4(4), 26-31.

Deci E. L., Ryan R. M. (2000): The “What” and “Why” of goal pursuits: Human needs and the selfdetermination of behavior. – In: Psychological Inquiry 11(4), 227-268.

Faik J. (2018): Statistik mit SPSS für dummies. Alles-in-einem-Band. – Weinheim.

Ferla J., Valcke M., Cai Y. (2009): Academic self-efficacy and academic self-concept: reconsidering structural relationships. – In: Learning and Individual Differences 19 (4), 499-505.

Franke M., Kurz A. (2003): Beim Einkaufen kenne ich mich aus – wirklich? – In: Journal für Mathematik-Didaktik 3 (4), 190-210.

Franke M., Ruwisch S. (2010): Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule. – Heidelberg.

Glaeser A., Suchań B. (2019): Mathematik: Unterschiede zwischen Mädchen und Burschen. – In: Suchań B., Höller I., Wallner-Paschon C. (Hrsg.): PISA 2018 Grundkompetenzen am Ende der Pflichtschulzeit im internationalen Vergleich. – Graz, 52-53.

Grassmann M., Klunter M., Köhler E., Mirwald E., Raudies M., Thiel O. (2008): Kinder wissen viel – auch über die Größe Geld? Teil 3. – Potsdam. (=Potsdamer Studie zur Grundschulforschung Heft 34)

Grassmann M., Klunter M., Köhler E., Mirwald E., Raudies M., Thiel O. (2006): Kinder wissen viel – auch über die Größe Geld? Teil 2. – Potsdam. (=Potsdamer Studie zur Grundschulforschung Heft 33)

Grassmann M., Klunter M., Köhler E., Mirwald E., Raudies M., Thiel O. (2005): Kinder wissen viel – auch über die Größe Geld? Teil 1. – Potsdam. (=Potsdamer Studie zur Grundschulforschung Heft 32)

Greefrath G. (2018): Anwendungen und Modellieren im Mathematikunterricht (2. Auflage). – Berlin.

Heid L. M. (2018): Das Schätzen von Längen und Fassungsvermögen. Eine Interviewstudie zu Strategien mit Kindern im 4. Schuljahr. – Wiesbaden.

Jahnke-Klein S. (2005): Chancengleichheit für Mädchen und Jungen im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. – In: Hellmich F. (Hrsg.): Lehren und Lernen nach IGLU - Grundschulunterricht heute. – Oldenburg, 117-132.

Lienbacher M. (2020): Schätzkompetenzen von Schüler*innen – Theoretische Analysen und Umsetzung eines Förderkonzeptes. – Masterarbeit, Universität Wien, Wien.

Lois D. (2015): Mehrebenenanalyse mit SPSS: Grundlagen und Erweiterung. – Vorlesungsfolien. Universität der Bundeswehr München, München.

Lorenz J. (2005): Überschlagen - Schätzen - Runden: Drei Begriffe - eine Tätigkeit? – In: Grundschule Mathematik (4), 44-45.

Mews S., Pöge A. (2019): Das Zusammenspiel von Selbstbildern, motivationalen und emotionalen Orientierungen sowie deren Einfluss auf die Mathematikleistung in der PISA-Studie 2012. – In: Zeitschrift für Erziehungswissenschaften 22(4), 899-924.

Moser C. (2017): Größen im Mathematik- und Physikunterricht. Wie gut können Schüler und Schülerinnen schätzen. – Masterarbeit, Universität Wien, Wien.

Möller J., Trautwein U. (2015): Selbstkonzept. – In: Wild E., Möller J. (Hrsg.) Pädagogische Psychologie (2. Aufl., S. 177–199). Heidelberg: Springer.

Niss M. (1994): Mathematics in society. – In: Biehler R., Scholz R., Strässer R., Winkelmann B. (Hrsg.): Didactics of mathematics as a scientific discipline 13.

OECD (2019): PISA 2021 FINANCIAL LITERACY ANALYTICAL AND ASSESSMENT FRAMEWORK.

OECD (2018): The PISA 2021 Mathematics Framework (Draft).

OECD (2016): Sozioökonomischer Status, Schülerleistungen und Einstellungen gegenüber Naturwissenschaften. – In: PISA 2015 Ergebnisse (Band 1). Exzellenz und Chancengerechtigkeit in der Bildung. Paris.

OECD (2015): OECD/INFE Core competencies framework on financial literacy for youth.

Padberg F., Wartha S. (2017): Didaktik der Bruchrechnung. – Berlin.

Paenza A. (2012): Mathematik durch die Hintertür. Faszinierende Reisen in die Wunderwelt der Zahlen. – Köln. Anaconda-Verlag.

Peter-Koop A., Nührenbörger M. (2008): Größen und Messen. – In: Walther G., Van den Heuvel Panhuizen M., Granzer D., Köller O. (Hrsg.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. – Berlin, 87-115.

Poloczek J. (2020): Schätz mal! Größenvorstellungen aufbauen. – In: Mathematik 52, 5-10.

Radatz H., Schipper W. (1983): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. – Hannover.

Schaupp H., Lenart F., Holzer N. (2020a): Eggenberger Rechentest 4+. Diagnostikum für Dyskalkulie für das Ende der 4. Schulstufe bis Ende der 6. Schulstufe. Hogrefe.

Schäfer T. (2010): Statistik I. Deskriptive und Explorative Datenanalyse. – Wiesbaden.

Schichl H., Steinbauer R. (2018): Einführung in das mathematische Arbeiten. 3. Auflage. – Berlin und Heidelberg.

Schütty R., Haider R. (2018): Didaktik der Größen und Maße. – Graz.

Schwarz M., Benkowitsch E., Schneider K., Walther K., Hamer H. (2021): Neuropsychologische Schätzdefizite bei rechtsfrontaler und rechttemporaler Epilepsie. – In: Zeitschrift für Neuropsychologie 32(2), 87-93.

Stinken L. (2015): Schätzkompetenz von Schülerinnen und Schülern in der Sekundarstufe I. – In: Didaktik der Physik – Beiträge zur DGP-Frühjahrstagung.

Thiel O. (2008): Zur Bedeutung von Alltagserfahrungen mit Geld für die Entwicklung arithmetischer Kompetenzen. – In: Ramseger J., Wagener M. (Hrsg.): Chancengleichheit in der Grundschule. – Wiesbaden, 103-116.

Tillessen C. (2020) Konsum: warum wir kaufen, was wir nicht brauchen. – Hamburg.

Törnroos J., Ingemansson I., Pettersson A., Kupari P. (2006). Affective factors and their relation to the mathematical literacy performance of students in the Nordic countries. – In: Mejding I.J., Roe A. (Hrsg.): Northern Lights on PISA 2003-a reflection from the Nordic countries, – Kopenhagen, 215-218.

Weiher S., Ruwisch D. (2018): Kognitives Schätzen aus Sicht der Mathematikdidaktik: Schätzen von visuell erfassbaren Größen und dazu erforderliche Fähigkeiten. – In: Mathematica Didactica 41(1), 7-48.

Winter H. (2003): Sachrechnen in der Grundschule. Problematik des Sachrechnens. Funktionen des Sachrechnens. Unterrichtsprojekte. 6. Auflage. – Frankfurt am Main.

Onlinequellen:

BMUKK (Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur) (Hrsg.) (2012): Lehrplan der Volksschule in BGBl. II Nr. 303/2012, online unter https://www.bmbwf.gv.at/dam/jcr:b89e56f6-7e9d-466d-9747-fa739d2d15e8/lp_vs_gesamt_14055.pdf (12.03.2022)

Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik (DZLM): Mathematik inklusiv mit PIKAS, online unter: <https://pikas-mi.dzlm.de/node/307>. (11.06.2021)

Lind D. (2005): Grundlagen des Sachrechnenunterrichts. – Vorlesungsskript SS 2005, Bergische Universität Wuppertal, Wuppertal, online unter: http://www2.math.uni-wuppertal.de/~lind/gr_sach_skr2005.pdf (20.08.2021)

OECD (2012): PISA 2012 Financial Literacy Assessment Framework. – Paris, online unter: <https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46962580.pdf> (21.06.2021)

Reusser L. (2018): Testbeschreibung: Übersicht Mathematiktests. PH Bern Institut für Heilpädagogik, auch online unter: <https://docplayer.org/166079261-Uebersicht-mathematiktests.html> (28.08.2021)

Schaupp H., Lenart F., Holzer N. (2020b): ERT 4+, online unter: <https://www.testzentrale.de/shop/eggenberger-rechentest-4-92264.html> (01.04.2022)

Schütty R., Schaupp, H. (2020): GET 4+. Größen und Einheiten 4. Graz, online unter: <https://www.testzentrale.de/shop/groessen-und-einheiten-test-4.html#1+1> (28.08.2021)

Stangl W. (2022): Neuropsychologische Gedächtnisstudien, online unter <https://arbeitsblaetter.stangl-taller.at/GEDAECHTNIS/Gedaechtnisstudien.shtml> (13.01.2022)

16 Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

16.1 Abbildungen

Abbildung 1: Größenvorstellungen (Frenzel & Grund 1991: 16).....	13
Abbildung 2: Einordnung des Stufenmodells im Modellierungskreislauf (Greefrath 2018: 113)	16
Abbildung 3: Phasenmodell nach Grassmann (Grassmann et al 2008: 59)	29
Abbildung 4: Beziehung zwischen den Literacy-Inhalten (OECD 2019: 41)	39
Abbildung 5: Kompetenzstufenverteilung in den Subgruppen im Fach Mathematik (BIFIE 2018: 47)	44
Abbildung 6: Forschungsmodell	59
Abbildung 7: Testergebnisse des GET 4+ (Größe Geld)	60
Abbildung 8: Testergebnis des ERT 4+	64
Abbildung 9: Lineares Regressionsmodell (mathematische Leistung und Schätzkompetenz)	69
Abbildung 10: Lineares Regressionsmodell (mathematische Leistung leistungsschwacher Schüler*innen und Schätzkompetenz)	71
Abbildung 11: Mittlerer Rang der Geschlechter	74
Abbildung 12: Mittlerer Rang der Schüler*innen mit und ohne Erstsprache Deutsch	76
Abbildung 13: Lineares Regressionsmodell (Selbstkonzept Mathematik und Schätzkompetenz)	80
Abbildung 14: Streudiagramm zur Überprüfung der Voraussetzung Homoskedastizität (Schätzkompetenz)	99
Abbildung 15: P-P-Diagramm von standardisiertem Residuum zur Überprüfung der Voraussetzung Normalverteilung (Schätzkompetenz)	99
Abbildung 16: Histogramm Standardisiertes Residuum (Schätzkompetenz)	100
Abbildung 17: Lineares Regressionsmodell zur Überprüfung der Voraussetzung Linearität	100

16.2 Tabellen

Tabelle 1: Sammlung von Stützpunktvorstellungen und Repräsentanten	24
Tabelle 2: Stützpunktspiel-Beispiel.....	28
Tabelle 3: Kennzahlen des GET 4+ (Größe Geld)	60
Tabelle 4: Ergebnisse der einzelnen Items des GET 4+	61
Tabelle 5: Mittelwertvergleich Skalenebene ‚vertraut‘ und ‚nicht vertraut‘	62
Tabelle 6: Mittelwertvergleich Skalenebene ‚vertraut ohne G6‘ und ‚nicht vertraut‘	62
Tabelle 7: Kennzahlen des ERT 4+.....	63
Tabelle 8: Auswertung des ERT 4+ in Leistungsgruppen.....	64
Tabelle 9: Mittelwert des GET 4+ nach Gruppen	66
Tabelle 10: Nullmodell für die Mehrebenenanalyse (1)	67
Tabelle 11: Nullmodell für die Mehrebenenanalyse (2)	68
Tabelle 12: Multiple Regressionsanalyse (Faktorebenen und Schätzkompetenz)	70
Tabelle 13: Multiple Regressionsanalyse 2 (Faktorebenen und Schätzkompetenz).....	72
Tabelle 14: Deskriptive Statistik zum Geschlecht.....	73
Tabelle 15: Mann-Whitney-U-Test bei unabhängigen Stichproben (Geschlecht*Schätzkompetenz)	73
Tabelle 16: Kennzahlen Mann-Whitney-U-Test (Geschlecht*Schätzkompetenz). 74	
Tabelle 17: Deskriptive Statistik zur Erstsprache	75
Tabelle 18: Mann-Whitney-U-Test bei unabhängigen Stichproben (Erstsprache*Schätzkompetenz)	75
Tabelle 19: Kennzahlen Mann-Whitney-U-Test (Erstsprache*Schätzkompetenz) 76	
Tabelle 20: Deskriptive Statistik zum sozioökonomischen Status	77
Tabelle 21: Kruskal-Wallis-Test bei unabhängigen Stichproben (Sozioökonomischer Status*Schätzkompetenz).....	78
Tabelle 22: Übersicht über die Korrelationen der erhobenen Daten.....	80
Tabelle 23: Korrelation Mathematische Leistung und Schätzkompetenz	98
Tabelle 24: Regressionsanalyse (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(1)	98

Tabelle 25: Regressionsanalyse (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(2)	98
Tabelle 26: Regressionsanalyse (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(3)	98
Tabelle 27: Regressionsanalyse (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(4)	99
Tabelle 28: Test auf Normverteilung (Schätzkompetenz, Mathematische Leistungen).....	100
Tabelle 29: Regressionsanalyse 2 (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(1)	101
Tabelle 30: Regressionsanalyse 2 (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(2)	101
Tabelle 31: Regressionsanalyse 2 (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(3)	101
Tabelle 32: Regressionsanalyse 2 (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(4)	101
Tabelle 33: Tabelle 31: Regressionsanalyse (sozioökonomischer Status und Schätzkompetenz)(1)	102
Tabelle 34: Regressionsanalyse (sozioökonomischer Status und Schätzkompetenz) (2)	102
Tabelle 35: Regressionsanalyse (sozioökonomischer Status und Schätzkompetenz) (3)	102
Tabelle 36: Regressionsanalyse (sozioökonomischer Status und Schätzkompetenz) (4)	102
Tabelle 37: Test auf Normalverteilung.....	104
Tabelle 38: Selbstkonzept Mädchen und Jungen.....	104

17 Anhang

Korrelationsanalyse (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)

		Mathematische Leistung	Schätzkompetenz Größe Geld
Mathematische Leistung	Pearson-Korrelation	1	,254**
	Sig. (2-seitig)		,000
	N	637	636
Schätzkompetenz Größe Geld	Pearson-Korrelation	,254**	1
	Sig. (2-seitig)	,000	
	N	636	636

** . Die Korrelation ist auf dem Niveau von 0,01 (2-seitig) signifikant.

Tabelle 23: Korrelation Mathematische Leistung und Schätzkompetenz

Einfache lineare Regression (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)

Aufgenommene/Entfernte Variablen^a

Modell	Aufgenommene Variablen	Entfernte Variab- len	Methode
1	Mathematische Leistung ^b	.	Einschluß

a. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

b. Alle gewünschten Variablen wurden eingegeben.

Tabelle 24: Regressionsanalyse (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(1)

Modellzusammenfassung^b

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R- Quadrat	Standardfehler des Schätzers	Durbin-Watson- Statistik
1	,254 ^a	,065	,063	1,102	2,012

a. Einflußvariablen : (Konstante), Mathematische Leistung

b. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

Tabelle 25: Regressionsanalyse (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(2)

ANOVA^a

Modell		Quadrat- summe	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
1	Regression	53,140	1	53,140	43,772	,000 ^b
	Nicht standardisierte Resi- duen	769,684	634	1,214		
	Gesamt	822,824	635			

a. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

b. Einflußvariablen : (Konstante), Mathematische Leistung

Tabelle 26: Regressionsanalyse (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(3)

		Koeffizienten ^a						
		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten			95,0% Konfidenzintervalle für B	
Modell		Regressionskoeffizient B	Std.-Fehler	Beta	T	Sig.	Untergrenze	Obergrenze
1	(Konstante)	5,299	,207		25,580	,000	4,892	5,705
	Mathematische Leistung	,023	,003	,254	6,616	,000	,016	,029

a. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

Tabelle 27: Regressionsanalyse (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(4)

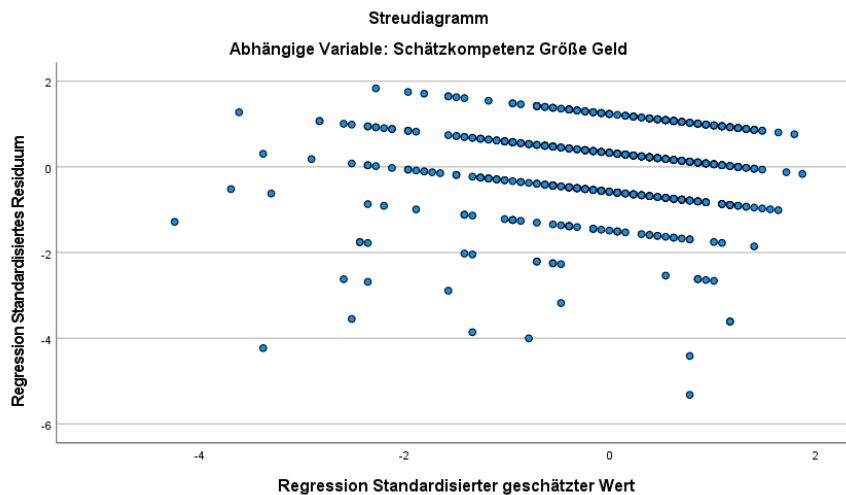


Abbildung 14: Streudiagramm zur Überprüfung der Voraussetzung Homoskedastizität (Schätzkompetenz)

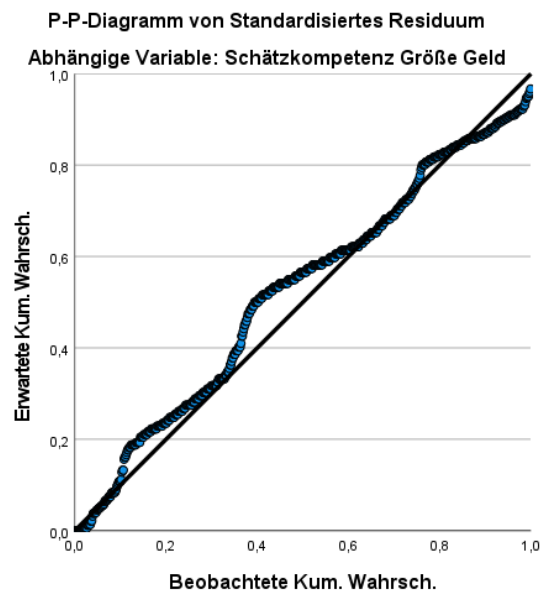


Abbildung 15: P-P-Diagramm von standardisiertem Residuum zur Überprüfung der Voraussetzung Normalverteilung (Schätzkompetenz)

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistik	Df	Signifikanz	Statistik	df	Signifikanz
Mathematische Leistung	,092	636	,000	,939	636	,000
Schätzkompetenz Größe Geld	,235	636	,000	,847	636	,000

a. Signifikanzkorrektur nach Lilliefors

Tabelle 28: Test auf Normverteilung (Schätzkompetenz, Mathematische Leistungen)

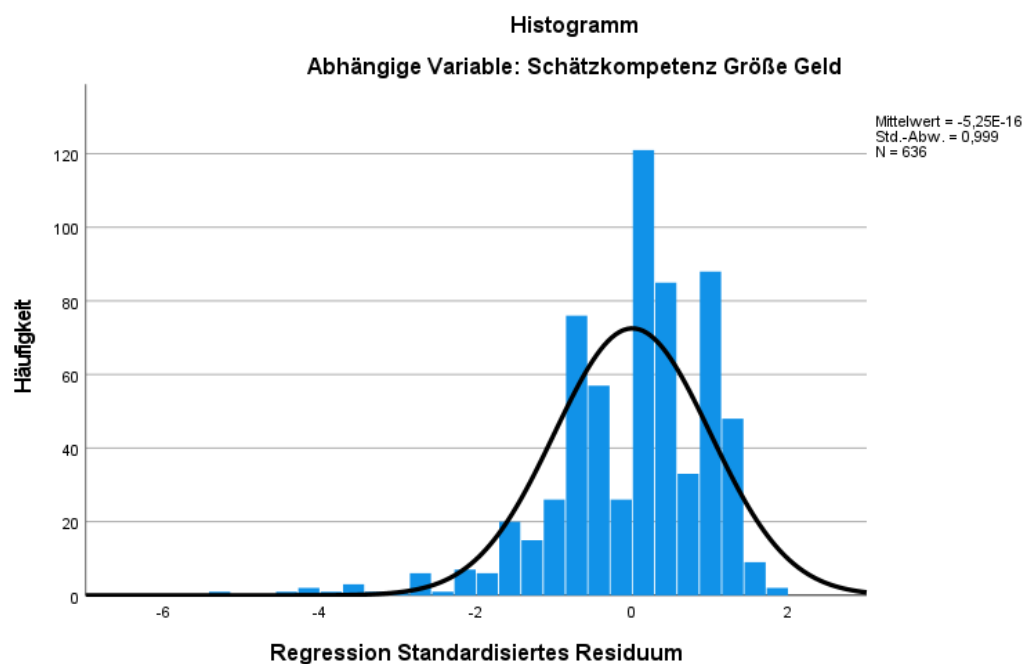


Abbildung 16: Histogramm Standardisiertes Residuum (Schätzkompetenz)

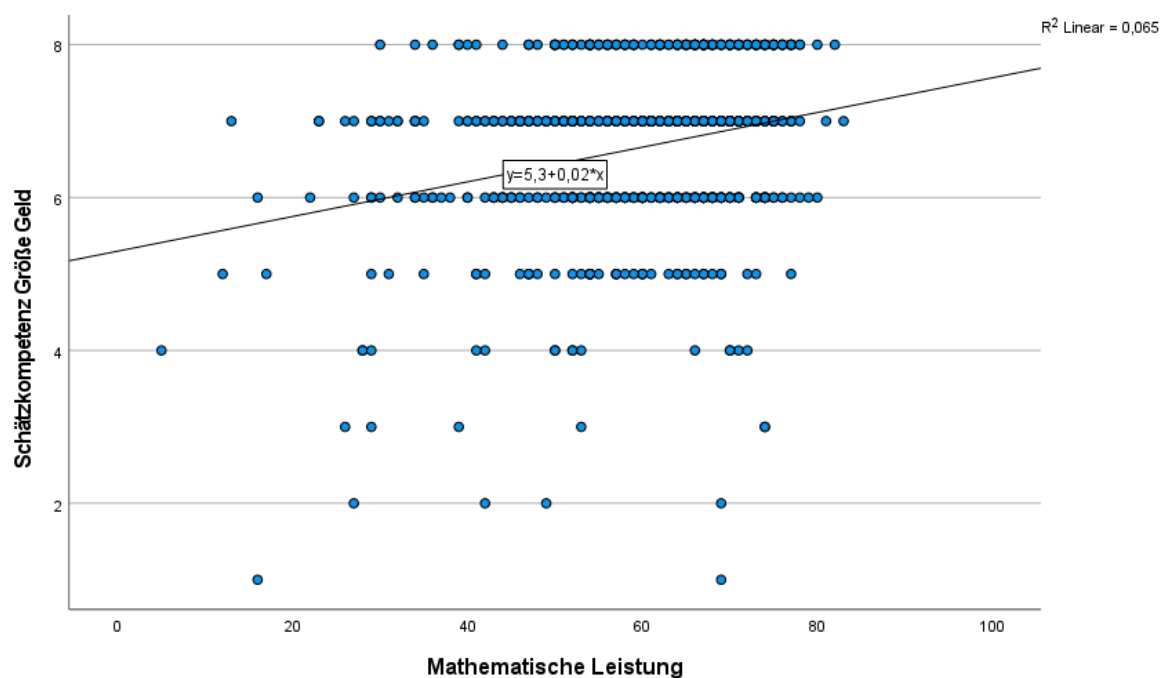


Abbildung 17: Lineares Regressionsmodell zur Überprüfung der Voraussetzung Linearität

Einfache lineare Regression (Mathematische Leistungen (Gesamtrohwert ≤53) und Schätzkompetenz)

Aufgenommene/Entfernte Variablen^a

Modell	Aufgenommene Variablen	Entfernte Variablen	Methode
1	Mathematische Leistung ^b	.	Einschluß

a. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

b. Alle gewünschten Variablen wurden eingegeben.

Tabelle 29: Regressionsanalyse 2 (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(1)

Modellzusammenfassung

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers
1	,268 ^a	,072	,066	1,284

a. Einflußvariablen : (Konstante), Mathematische Leistung

Tabelle 30: Regressionsanalyse 2 (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(2)

ANOVA^a

Modell		Quadratsumme	df	Mittel der Quadratrate	F	Sig.
1	Regression	20,887	1	20,887	12,670	,000 ^b
	Nicht standardisierte Residuen	270,366	164	1,649		
	Gesamt	291,253	165			

a. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

b. Einflußvariablen : (Konstante), Mathematische Leistung

Tabelle 31: Regressionsanalyse 2 (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(3)

Koeffizienten^a

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Sig.
		Regressionskoeffizient B	Std.-Fehler	Beta		
1	(Konstante)	4,758	,438		10,854	,000
	Mathematische Leistung	,036	,010	,268	3,559	,000

a. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

Tabelle 32: Regressionsanalyse 2 (Mathematische Leistung und Schätzkompetenz)(4)

Einfache lineare Regression (sozioökonomische Status und Schätzkompetenz)

Aufgenommene/Entfernte Variablen^a

Modell	Aufgenommene Variablen	Entfernte Variablen	Methode
1	Sozioökonomischer Status ^b	.	Einschluß

a. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

b. Alle gewünschten Variablen wurden eingegeben.

Tabelle 33: Tabelle 31: Regressionsanalyse (sozioökonomischer Status und Schätzkompetenz)(1)

Modellzusammenfassung^b

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers	Durbin-Watson-Statistik
1	,088 ^a	,008	,006	1,135	2,004

a. Einflußvariablen : (Konstante), Sozioökonomischer Status

b. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

Tabelle 34: Regressionsanalyse (sozioökonomischer Status und Schätzkompetenz) (2)

ANOVA^a

Modell		Quadratsumme	df	Mittel der Quadratrate	F	Sig.
1	Regression	6,382	1	6,382	4,956	,026 ^b
	Nicht standardisierte Residuen	816,442	634	1,288		
	Gesamt	822,824	635			

a. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

b. Einflußvariablen : (Konstante), Sozioökonomischer Status

Tabelle 35: Regressionsanalyse (sozioökonomischer Status und Schätzkompetenz) (3)

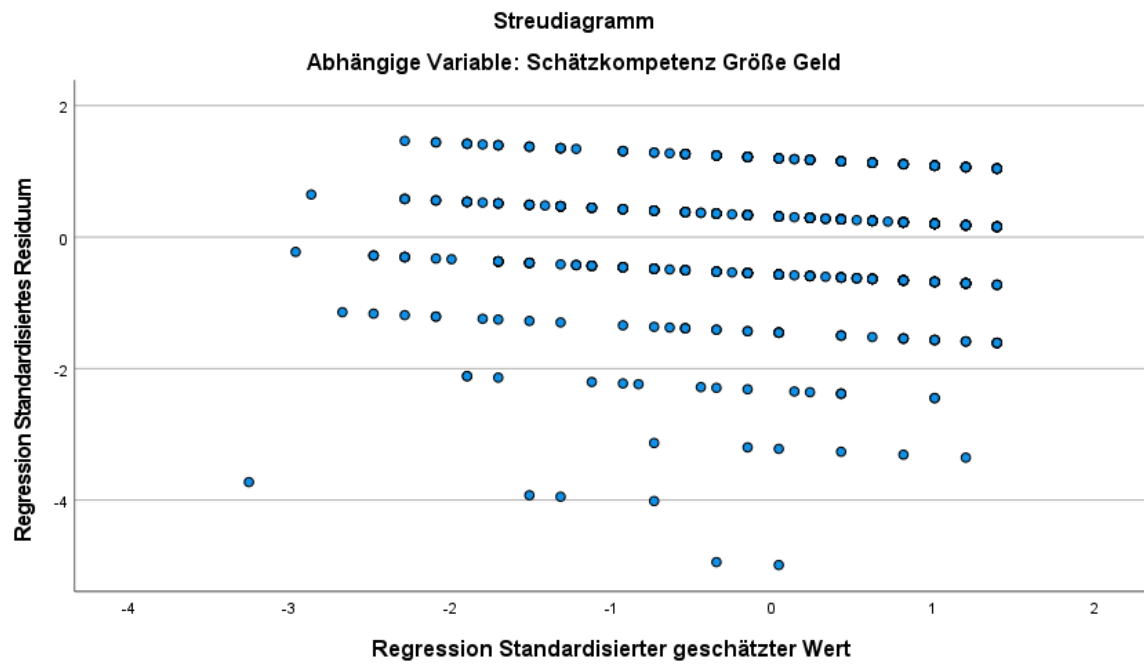
Koeffizienten^a

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B	
		Regressionskoeffizient B	Std.-Fehler	Beta			Untergrenze	Obergrenze
1	(Konstante)	6,376	,126		50,540	,000	6,128	6,624
	Sozioökonomischer Status	,087	,039	,088	2,226	,026	,010	,164

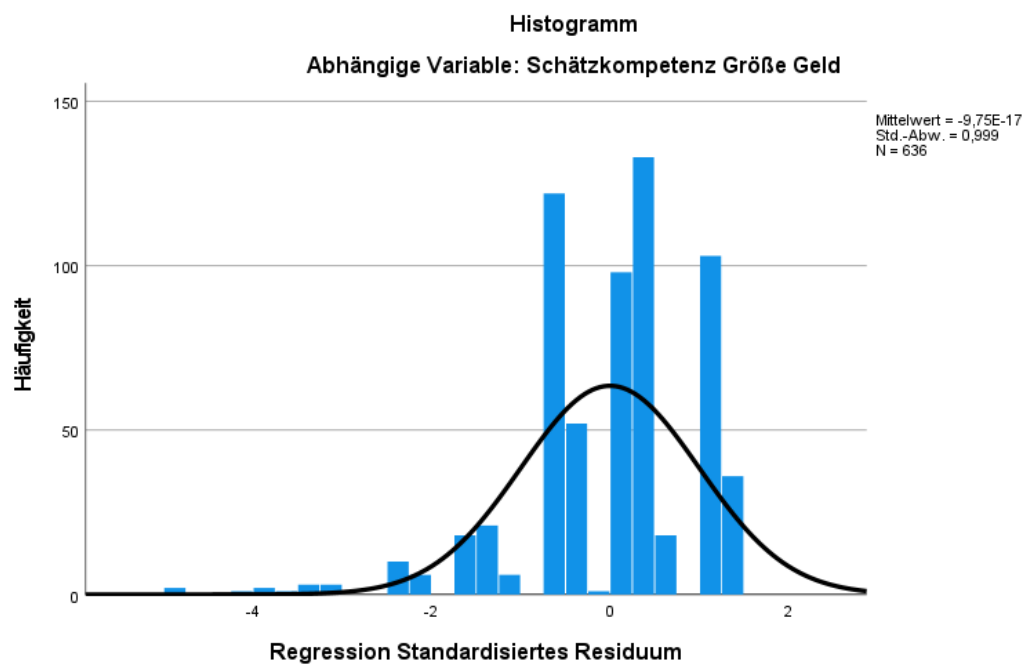
a. Abhängige Variable: Schätzkompetenz Größe Geld

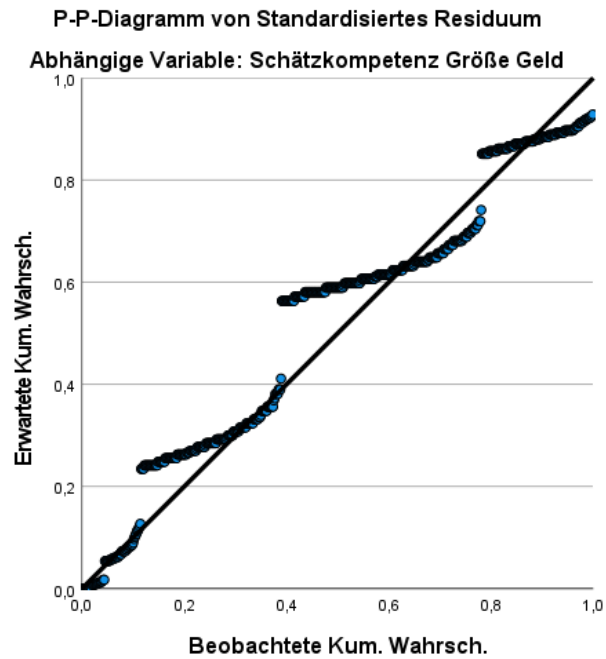
Tabelle 36: Regressionsanalyse (sozioökonomischer Status und Schätzkompetenz) (4)

Voraussetzung: Heteroskedastizität



Voraussetzung: Normalverteilung





	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistik	df	Signifikanz	Statistik	df	Signifikanz
Standardized Residual	,173	636	,000	,899	636	,000
Unstandardized Residual	,173	636	,000	,899	636	,000

a. Signifikanzkorrektur nach Lilliefors

Tabelle 37: Test auf Normalverteilung

Bericht

Selbstkonzept Mathematik

Geschlecht	Mittelwert	N	Std.-Abweichung
männlich	3,205847	310	,6353341
weiblich	3,003096	323	,6401238
Insgesamt	3,102389	633	,6453000

Tabelle 38: Selbstkonzept Mädchen und Jungen