

MASTERARBEIT / MASTER'S THESIS

Titel der Masterarbeit / Title of the Master's Thesis

GeoGebra bei Mathematikhausaufgaben

Eine Untersuchung zum GeoGebra-Einsatz von Schülerinnen
und Schülern der 8. Klasse AHS bei Mathematikhausaufgaben

verfasst von / submitted by

Sabrina Kern, BEd

Angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of
Master of Education (MEd)

Wien, März 2022

Studienkennzahl lt. Studienblatt /
degree programme code as it appears on
the student record sheet:

UA 199 500 520 02

Studienrichtung lt. Studienblatt /
degree programme as it appears on
the student record sheet:

Masterstudium Lehramt Sek (AB)
Unterrichtsfach Bewegung und Sport
Unterrichtsfach Mathematik

Betreut von / Supervisor:

Univ.-Prof. Mag. Dr. Johann Humenberger

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich einen großen Dank an all jene aussprechen, die mich während der Anfertigung dieser Masterarbeit tatkräftig unterstützt haben.

Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer Herrn Univ.-Prof. Mag. Dr. Johann Humenberger, der mir zu jeder Zeit mit Rat und Tat zur Seite stand und mir während des gesamten Arbeitsprozesses gleichermaßen Unterstützung wie auch Freiraum gewährte.

Seine professionelle und gleichzeitig wertschätzende Betreuung habe ich als sehr wertvoll empfunden. Auf hilfreiche Anregungen sowie konstruktive und zeitnahe Rückmeldungen konnte ich mich stets verlassen. Vielen Dank für die souveräne Betreuung!

Weiters möchte ich besonders meinen Arbeitskollegen Gregor Letz, der mir vor allem auf den letzten Metern eine große Hilfe war, hervorheben. Als ich den Wald vor lauter Bäumen nicht mehr sehen konnte, war er mein Richtungsweiser. Mit seinen Worten „Hab Mut zur Lücke“ und „Besenstrich für Besenstrich den Weg zum Ziel freiräumen“ – angelehnt an das Werk *Momo* von Michael Ende – im Kopf, konnte ich die Arbeit letztendlich zum Abschluss bringen.

Ebenso möchte ich mich bei allen Schülerinnen und Schülern, die an der empirischen Untersuchung teilgenommen haben, sowie bei den Lehrkräften, die die Umsetzung des Vorhabens überhaupt erst ermöglichten, bedanken.

Meine letzte Danksagung richtet sich an meine Familie sowie engsten Freunde und Freundinnen. Sie zeigten stets Verständnis und begleiteten mich durch alle Höhen und Tiefen. Besonders meine Eltern bemühten sich tagtäglich, die Lasten, die ich zu tragen hatte, auf ihre Schultern zu nehmen und mich, wo es ihnen möglich war, zu unterstützen. Danke, dass ihr es mir ermöglicht, meine Ziele zu erreichen und meine Träume zu leben. Mit diesen Worten möchte ich mich für all die Geduld und Hilfsbereitschaft, die ihr mir auf diesem steinigen Weg entgegengebracht habt, bedanken.

In diesem Sinne möchte ich mich nochmals ganz herzlich bei allen für die bedingungslose und unermüdliche Unterstützung bedanken!

Zusammenfassung

Der österreichische Lehrplan sieht zunehmend die Einbindung höherer Technologien im Mathematikunterricht vor. GeoGebra ist derzeit die international bekannteste und in Österreich meistverwendete Software im Mathematikunterricht. Sie verfügt sowohl über eine dynamische Geometriesoftware, ein Tabellenkalkulationsprogramm als auch ein Computeralgebrasystem. Voneinander getrennt betrachtet, wurden Hausaufgaben sowie der Einsatz höherer Technologien im Fach Mathematik in der Literatur bereits stark kontrovers diskutiert. Selten jedoch wurde der Technologieeinsatz in Verbindung mit Hausaufgaben analysiert.

Der theoretische Teil beschäftigt sich zuerst mit der genauen Begriffsdefinition von höherer Technologie und Hausaufgaben sowie mit der Diskussion aktueller Literatur.

Anschließend wird eine im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte empirische Studie an 112 Teilnehmerinnen und Teilnehmern bezüglich des GeoGebra-Nutzungsverhaltens von Schülerinnen und Schülern der 8. Klasse AHS bei der Erledigung von Mathematikhausaufgaben statistisch ausgewertet. Die Evaluierung der Untersuchung ergab, dass die hauptsächliche Verwendung der Software das einfache und schnelle Lösen von Mathematikhausaufgaben (lösungsorientierte Anwendung) sowie das Veranschaulichen mathematischer Zusammenhänge betrifft. Bei leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern konnte darüber hinaus der Einsatz von GeoGebra zum Experimentieren und Kontrollieren vermehrt festgestellt werden. Die Ergebnisse zeigten außerdem, dass ein signifikanter negativer Zusammenhang zwischen der lösungsorientierten Anwendung der Software und der Leistung im Fach Mathematik besteht. Allgemein erweist sich GeoGebra als nützliches Werkzeug, welches gegenüber dem händischen Lösen von Hausaufgaben bevorzugt eingesetzt wird.

Abstract

The Austrian curriculum increasingly asks for the integration of higher technologies in mathematics education. Currently, GeoGebra is the most widely used software in this field in Austria but also internationally. It features a dynamic geometry software, a spreadsheet program as well as a computer algebra system. Considered separately, homework and the use of technology in mathematics are discussed controversially in current literature. The use of technology in combination with homework has rarely been analyzed so far. Therefore, this thesis first deals with the exact definition of these terms and the discussion of the associated literature from a theoretical perspective. Especially regarding the use of technology in mathematics homework, there seems to be a need for further research. An empirical study of 112 participants, conducted as part of this thesis, is evaluated statistically with respect to the GeoGebra usage and associated behaviour of 8th grade AHS students. This evaluation revealed that the software is mainly used for simple and fast completion of homework problems (solution-oriented approach) as well as the graphical visualisation of mathematical relationships. The use of GeoGebra for experimentation and control was found to increase among higher-performing students. A significant negative correlation between solution-oriented use of the software and grade-based performance in mathematics was found. Overall, GeoGebra proves to be a useful tool that is preferred by students over solving homework without digital support.

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	ii
Zusammenfassung	iii
Abstract	iv
Einleitung	2
A. Theoretische Grundlagen	4
1 Höhere Technologie im Mathematikunterricht	4
1.1 Definition	5
1.1.1 Tabellenkalkulationsprogramm	5
1.1.2 Dynamische Geometriesoftware	5
1.1.3 Computeralgebrasystem	6
1.1.4 Definition – Höhere Technologien	7
1.2 Arten höherer Technologien	7
1.2.1 Software und Hardware	8
1.2.2 GeoGebra	8
1.2.3 Handhelds	13
1.3 Anwendungsbereiche höherer Technologien	15
1.3.1 Visualisieren	15
1.3.2 Experimentieren	16
1.3.3 Modellieren	18
1.3.4 Operieren	20
1.3.5 Kontrollieren	21
1.4 Gesetzliche Grundlagen	22
1.5 Auswirkungen des Technologieeinsatzes auf die Kompetenzen	25
1.5.1 Bildungsstandards	26
1.5.2 Kompetenzmodell	27
1.6 Forschungsprojekte zum Technologieeinsatz	31
1.6.1 ACDCA – CAS-Projekte (1993-2005)	31
1.6.2 CALiMERO (2005-2013)	33
1.6.3 Modellversuch M^3 (2003-2013)	34

1.6.4	<i>Zusammenfassung der Forschungsergebnisse</i>	35
1.7	Technologiegestützter Unterricht – Anpassungen und Erneuerungen	36
1.7.1	<i>Auswirkungen auf den Mathematikunterricht</i>	36
1.7.2	<i>Veränderte Unterrichtsmethoden und -prinzipien</i>	40
1.7.3	<i>Veränderungen und Chancen im Überblick</i>	46
1.8	Lernpfade	48
1.8.1	<i>Definition – Lernpfad</i>	49
1.8.2	<i>Merkmale und Struktur</i>	50
1.8.3	<i>Kriterien für einen guten Lernpfad</i>	50
1.8.4	<i>Einsatz von Lernpfaden im Mathematikunterricht</i>	52
1.8.5	<i>Mit Vorsicht zu genießen – Worauf muss beim Einsatz von Lernpfaden geachtet werden?</i>	55
1.8.6	<i>Beispiel eines GeoGebra-Lernpfads</i>	57
1.9	Erkenntnisse im Überblick	62
2	Hausaufgaben	64
2.1	Der Begriff Hausaufgabe	65
2.2	Gesetzliche Grundlagen	67
2.3	Vom Sinn und Unsinn der Hausaufgaben	68
2.3.1	<i>Empirische Untersuchungen zur Wirksamkeit von Hausaufgaben</i>	69
2.3.2	<i>Der Diskurs über die Vor- und Nachteile von Hausaufgaben</i>	74
2.4	Arten & Funktionen von Hausaufgaben	77
2.4.1	<i>Nachbereitende & Vorbereitende Hausaufgaben nach Geißler und Plock</i>	77
2.4.2	<i>Qualitäts-Gruppen nach Dietz und Kuhrt</i>	78
2.4.3	<i>Kategorisierung von Hausaufgaben nach Kamm & Müller-Gaebele</i>	78
2.4.4	<i>Funktionen im Überblick</i>	83
2.5	Reformierung der Hausaufgabenpraxis	84
2.5.1	<i>Wozu eine Hausaufgabenreform?</i>	85
2.5.2	<i>Hausaufgaben sinnvoll gestalten</i>	86
2.5.3	<i>Hausaufgabenreform im Überblick</i>	94
2.6	Technologieeinsatz zur Aufwertung der Hausaufgabenpraxis	95

B. Empirische Forschung	98
3 Forschungsfragen & Hypothesen	99
3.1 Forschungsfragen	99
3.2 Vermutungen	100
3.3 Hypothesen	101
3.3.1 Zusammenhänge zwischen GeoGebra-Nutzungsverhalten und Leistung	101
3.3.2 Zusammenhänge zwischen GeoGebra-Nutzungsverhalten und -Kenntnissen.	101
3.3.3 Zusammenhänge zwischen GeoGebra-Einsatz und Interesse am Fach	102
4 Methode	102
4.1 Erhebungsinstrument	102
4.1.1 Fragebogen	103
4.2 Stichprobenbeschreibung	103
4.3 Durchführung der empirischen Forschung	104
4.3.1 Datenaufbereitung	105
5 Auswertung der Ergebnisse	108
5.1 Einstellungen zum Fach Mathematik, Hausaufgaben und GeoGebra	109
5.2 Hypothesenüberprüfung.....	110
5.2.1 Zusammenhänge zwischen GeoGebra-Nutzungsverhalten und Leistung	110
5.2.2 Zusammenhänge zwischen GeoGebra-Nutzungsverhalten und -Kenntnissen.	111
5.2.3 Zusammenhang zwischen GeoGebra-Einsatz und Interesse am Fach	112
5.2.4 Interpretation	112
5.3 GeoGebra-Nutzungsverhalten bei Mathematikhausaufgaben	113
5.3.1 GeoGebra-Einsatz nach Anwendungsbereichen bei Mathematik-	
hausaufgaben	114
5.3.2 Einsatz von GeoGebra-Tools bei Mathematikhausaufgaben	116
5.3.3 GeoGebra-Anwendungsbereiche nach Cluster	120
5.4 Diskussion	124
5.5 Limitationen	129
Conclusio	130
Literaturverzeichnis	131

Abbildungsverzeichnis	144
Tabellenverzeichnis.....	145
Anhang	146

*“Some mathematics becomes more important — because technology requires it.
Some mathematics becomes less important — because technology replaces it.
Some mathematics becomes possible — because technology allows it.”*

(Bert Waits, zit. n. Heugl, 2005, S. 26)

Einleitung

Mit dem 21. Jahrhundert sind wir in einem Zeitalter der Digitalisierung und des technologischen Fortschritts angelangt, die nicht nur Einfluss auf die Wirtschaft und Wissenschaft, sondern auch auf die Bildung sowie Ausbildung der heranwachsenden Generation nehmen. Seit etwa 20 Jahren gewinnt Technologie im österreichischen Bildungssystem zunehmend an Bedeutung. Diese Entwicklung zeichnet sich besonders in dem neuen kompetenzorientierten Lehrplan ab, der den Einsatz von Technologie sowohl im Unterricht als auch bei Prüfungen nahelegt und bis zu einem gewissen Grad auch fordert. Schülerinnen und Schüler sollen möglichst früh im Umgang mit Technologie geschult werden und die dazugehörige Werkzeugkompetenz erwerben, um auf ein Leben in einer Welt der Digitalisierung vorbereitet zu sein. Der Lehrplan sieht dazu die Einbindung von Technologie und digitalen Medien in allen Unterrichtsfächern vor. Dem Fach Mathematik kommt dabei eine besondere Rolle zu. Mathematik kann aufgrund ihrer Nähe zur Technologie dazu beitragen, die Kenntnisse und Fertigkeiten der Schülerinnen und Schüler im Umgang mit Technologie zu fördern, während diese wiederum dazu genutzt werden kann, den Unterricht durch die Eröffnung neuer Zugänge und vielfältiger didaktischer Methoden neu zu beleuchten. Eine Möglichkeit des Technologieeinsatzes im Mathematikunterricht stellt GeoGebra dar, die als dynamische Geometriesoftware Tabellen, Algebra und Geometrie in einem einfach zu bedienenden Softwarepaket vereint.

Die Verwendung technologischer Hilfsmittel spart bekanntlich nicht nur Arbeit und Zeit, sondern kann auch entdeckendes und experimentelles Lernen begünstigen, den selbstständigen Lernprozess unterstützen und durch den dynamischen Wechsel zwischen symbolischen, algebraischen sowie geometrischen Darstellungsformen das Verständnis für mathematische Zusammenhänge fördern. Dennoch birgt die Verwendung von Technologie auch mögliche Gefahren, wie beispielsweise den Verlust von Rechenfertigkeiten sowie des eigenständigen, logischen und vernetzten Denkens. Ob sich Technologie als Vor- oder Nachteil erweist, hängt zweifelsohne von der Art und Weise der Nutzung und der didaktisch-methodischen Umsetzung im Unterricht ab.

Die technologische Entwicklung brachte zahlreiche Forschungsprojekte und empirische Studien mit sich. Auswirkungen höherer Technologien auf den Unterricht sowie auf die Einstellungen und Dispositionen sowohl der Schülerinnen und Schüler als auch der Lehrkräfte wurden erhoben und neue Unterrichtsmaterialien sowie methodische Konzepte zur Umsetzung entwickelt. Obwohl die selbstständige Nutzung technologischer Hilfsmittel besonders während der Hausaufgaben-erledigung erforscht werden könnte, blieb dieser Anwendungsbereich bislang jedoch meist unberücksichtigt.

Abgegrenzt von jeglicher sonst in der Schule zur Verfügung stehender Unterstützung durch die Lehrperson oder Mitschülerinnen und -schüler stellt sich nun die Frage bezüglich der Quantität und Qualität des Technologieeinsatzes beim eigenverantwortlichen und selbsttätigen Lernen im Zuge der Hausaufgabenbearbeitung. Dieser Frage soll mit einer empirischen Untersuchung zum GeoGebra-Nutzungsverhalten der Schülerinnen und Schüler bei Mathematikhausaufgaben nachgegangen werden.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte empirische Studie will den Fokus auf die Perspektive der Schülerinnen und Schüler lenken und sucht nach Erkenntnissen bezüglich des eigenverantwortlichen Technologieeinsatz, im Speziellen von GeoGebra, bei der Erledigung von Mathematikhausaufgaben. Die Resultate der Untersuchung kombiniert mit dem aus der Literatur gewonnenen Wissen über den Technologieeinsatz und die Hausaufgabenpraxis sollen Aufschluss über Anwendungsmöglichkeiten von GeoGebra bei Mathematikhausaufgaben geben.

A. Theoretische Grundlagen

Technologie dringt in unser Leben und umgibt uns allgegenwärtig. Die Bedeutung der Mathematik für die technologische Entwicklung ist augenscheinlich – sie bildet die Basis technologischen Fortschritts und wird gleichzeitig von Technologie beeinflusst und weiterentwickelt. Diese Symbiose zwischen Technologie und Mathematik macht ihre gegenseitige Abhängigkeit deutlich. Technologie ist ohne Mathematik, und Mathematik ohne Technologie nicht mehr zu denken. Der Mensch, als Verursacher dieses rasanten Fortschritts, muss darauf achten, mit der von ihm initiierten Entwicklung schritthalten zu können. Lange Zeit zeichnete sich Technologie nur in der Peripherie unseres Bildungssystems ab. Nach und nach gewinnt sie an Bedeutung und rückt immer mehr ins Zentrum des Interesses von Bildung und Schule. Ihr Potential ist noch lange nicht ausgeschöpft und größtenteils für die Menschheit vermutlich noch gar nicht ersichtlich oder vorstellbar.

Da Technologie eine tragende Rolle im 21. Jahrhundert zukommt, stellt sie den Kern vieler literarischer Werke, Forschungen und Projekte dar. Besonderes Interesse wird Technologie im Rahmen schulischer Entwicklung gewidmet, denn Schule legt den ersten Grundstein für einen sachgemäßen Umgang mit Technologie.

Mit dieser Arbeit soll den Fragen, welcher Auftrag dem Unterrichtsfach Mathematik im Zusammenhang mit Technologie zuteilwird, und wie Technologie im Umkehrschluss den Mathematikunterricht beeinflusst und weiterentwickelt, auf den Grund gegangen werden. Es zeigt sich, dass es zu inhaltlichen und methodischen Änderungen des Mathematikunterrichts kommt und andere, zum Teil sogar neue Kompetenzen in den Mittelpunkt des Lernprozesses rücken. Ergänzend sollen mittels empirischer Untersuchung die Einstellungen zu Technologie – insbesondere zu GeoGebra – sowie das Nutzungsverhalten von Schülerinnen und Schülern der 8. Klassen aus allgemeinbildenden höheren Schulen (AHS) erhoben werden. Der Fokus liegt dabei auf der eigenverantwortlichen Verwendung von GeoGebra während der Hausaufgabenbearbeitung, was Rückschlüsse auf das selbstständige Lernen durch und mit GeoGebra ermöglichen soll. Zuerst soll jedoch eine theoretische Grundlage für ein besseres Verständnis des Forschungsvorhabens geboten werden.

1 Höhere Technologie im Mathematikunterricht

Die nachfolgenden Kapitel bieten einen Einblick in die aktuelle Situation technologischer Entwicklung und Schule. Dem naturwissenschaftlichen Fach Mathematik wird aufgrund seiner Nähe zur Technologie und Technik eine besondere Aufgabe zuteil. Dies spiegelt sich nicht nur in den zu erreichenden Kompetenzen und den Vorgaben des Lehrplans wider, sondern auch in der Entwicklung der zentralisierten Reifeprüfung, welche seit dem Haupttermin 2017/2018 den Einsatz höherwertiger Technologien fordert.

Was unter höherer Technologie verstanden wird, wie sie im österreichischen Bildungssystem verankert ist und welche Rolle sie im Mathematikunterricht spielt, soll in den nachfolgenden Kapiteln beschrieben werden. Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf der Software GeoGebra. Sie ist nicht nur in Österreich, sondern international die in Schulen am stärksten vertretene Mathematiksoftware und hält zahlreiche Einsatzmöglichkeiten für den Unterricht bereit, denen wir im Zuge der Arbeit ebenfalls unsere Aufmerksamkeit widmen werden.

1.1 Definition

Der Begriff Technologie ist vielfältig und unterliegt einer Vielzahl verschiedenster Interpretationsmöglichkeiten, daher ist es angeraten zu Beginn der Arbeit eine genaue Definition vorzunehmen, um für ein einheitliches Begriffsverständnis zu sorgen. Im Praxishandbuch des Bundesinstituts für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens (BIFIE, 2012) bezieht sich der Technologieeinsatz im Unterricht auf folgende drei Teilbereiche:

- Einsatz elektronischer Werkzeuge: einfache oder grafikfähige Taschenrechner, TKP, DGS, CAS
- Einsatz elektronischer Lernmedien: Lernpfade, Apps, Webseiten
- Einsatz elektronischer Wissensbasen: Internet, interaktive Schulbücher, mathematische Übungsprogramme

Die vorliegende Arbeit befasst sich im Wesentlichen mit Technologien als elektronische Werkzeuge, die über ein Tabellenkalkulationsprogramm (TKP), eine dynamische Geometriesoftware (DGS) und ein Computeralgebrasystem (CAS) verfügen.

1.1.1 Tabellenkalkulationsprogramm

Ein Tabellenkalkulationsprogramm ist eine Software, mit deren Hilfe eine große Menge an numerischen oder alphanumerischen Daten in einer Tabelle strukturiert verarbeitet und zusätzlich mittels Diagramme grafisch dargestellt werden können (Barzel, 2012). Excel ist unter den Tabellenkalkulationsprogrammen seit vielen Jahren der stärkste Vertreter am Markt.

1.1.2 Dynamische Geometriesoftware

Eine dynamische Geometriesoftware ermöglicht in erster Linie das Erstellen geometrischer Konstruktionen. Im Namen steckt ihr großer Vorteil gegenüber den klassischen Werkzeugen wie Bleistift, Zirkel und Lineal: die dynamische Veränderbarkeit der Konstruktionen. Punkte können verschoben, Geraden bewegt und Winkel verändert werden. "Durch die Möglichkeit der Variation kann eine Konstruktion für eine ganze Klasse an Konstruktionen stehen, die dieselben charakteristischen Eigenschaften in sich tragen" (Meyer, 2013, S. 7).

Die Dynamik, die dem Programm unterliegt, bietet die Möglichkeit, Veränderungen und deren Auswirkungen an Konstruktionen direkt wahrzunehmen und wesentliche Zusammenhänge zu erkennen, ohne jeden einzelnen Fall neu konstruieren zu müssen.

DGS eignen sich daher besonders gut zum Experimentieren und Aufstellen von Vermutungen.

Es handelt sich dabei um Software, die – im Gegensatz zu reinen Zeichenprogrammen – die Beziehungen zwischen geometrischen Objekten auch dann beibehält, wenn sich die Position oder die Größe dieser Objekte ändert. Die Änderung eines Objekts resultiert in einer unmittelbaren, dynamischen Änderung aller damit in Beziehung stehenden Objekte, die graphisch dargestellt wird. [...] Dies erlaubt SchülerInnen, Konstruktionen durchzuführen, einige Objekte zu verändern und zu sehen, welche Konsequenzen das auf die Konstruktion hat, daraus Schlussfolgerungen zu ziehen, Vermutungen anzustellen, Verallgemeinerungen durchzuführen usw. (Ulovec, 2008, S. 132)

Die aktuell bekanntesten Beispiele dynamischer Geometriesoftwares sind GeoGebra und Euklid DynaGeo. Da GeoGebra den Mittelpunkt dieser Arbeit bildet, wird dem Programm im weiteren Verlauf ein eigenes Kapitel zur genaueren Erläuterung gewidmet.

1.1.3 Computeralgebrasystem

„Computeralgebra-Systeme (CAS) sind Rechenwerkzeuge, die die Ausführung algebraischer Rechenkalküle automatisieren. Zu den bekanntesten CAS-Programmen zählen Mathematica und Mathcad. CAS können Terme vereinfachen, Funktionen symbolisch differenzieren und integrieren, Graphen zeichnen, Gleichungen und Gleichungssysteme lösen, Matrizen bearbeiten usw.“ (Herget, Heugl, Kutzler und Lehmann, 2000, S. 1). Der große Unterschied zu gewöhnlichen Taschenrechnern liegt in der Fähigkeit, neben numerischen auch symbolische Berechnungen und Manipulationen durchführen zu können, wodurch zusätzlich eine exakte Ergebnisausgabe möglich ist. Aufgrund der einfachen und raschen Lösungsmöglichkeit komplexer Berechnungen, werden rechenintensive Operationen meist an CAS ausgelagert. Kritikerinnen und Kritiker äußern die Besorgnis um den drohenden Verlust der Rechenfertigkeiten der Schülerinnen und Schüler durch die Anwendung von CAS (Grogger, 1998; Hochfelsner & Klinger, 1999; Noske, 2007). Diese Bedenken äußerten auch Professoren der Technischen Universität Wien im Juni 2018 in einem offenen Brief an Bildungsminister Dr. Heinz Faßmann, in dem die beobachtete Abnahme mathematischer Kenntnisse von Studienanfängerinnen und -anfängern in den Bereichen Termumformungen, elementare Funktionen und grundlegende Rechenfertigkeiten dem vermehrten Einsatz von Technologie im Mathematikunterricht zugeschrieben wird (Matyas & Drmota, 2018).

Projekte wie CALiMERO, TIM und M³, die die Auswirkungen des Technologieeinsatzes im Mathematikunterricht unter die Lupe nahmen (vgl. Kapitel 1.6), zeigten jedoch, dass der Abnahme von Rechenfertigkeiten aktiv mit technologiefreien Übungssequenzen gesteuert werden kann:

Treten Defizite im rechnerfreien Umgang mit Mathematik auf, sollten diese nicht dem Rechnereinsatz angelastet werden, denn wie auch das Projekt TIM deutlich zeigt, hängt dieser Effekt vom Unterrichtskonzept ab. Werden regelmäßig rechnerfreie Übungsphasen durchgeführt, bleiben die Kopfrechenfertigkeiten stabil. (TU Darmstadt, 2022b)

Es stellt sich jedoch die Frage, inwiefern diese Fertigkeiten in einer modernen Welt der Digitalisierung noch von Nöten sind.

1.1.4 Definition – Höhere Technologien

Die nachstehend formulierte Definition legt dar, was in dieser Arbeit unter dem Begriff höhere Technologie verstanden wird. Um für mehr Abwechslung zu sorgen, werden auch Bezeichnungen wie technologische Hilfsmittel oder Werkzeuge, höherwertige Technologien oder MRP synonym verwendet.

Definition Höhere Technologien:

Höhere Technologien sind elektronische Werkzeuge in Form einer Software oder eines Handheld (Kombination aus Hard- und Software), die über eine Dynamische Geometriesoftware (DGS), ein Tabellenkalkulationsprogramm (TKP) und ein Computeralgebrasystem (CAS) verfügen. Programme, die über eine DGS, ein TKP und ein CAS verfügen, werden auch als Multiple Representation Program (MRP) bezeichnet.

1.2 Arten höherer Technologien

Dank der rasch fortschreitenden technologischen Entwicklung gibt es bereits eine große Anzahl von Anbietern mathematischer Soft- oder Hardware, die eine oder mehrere der zuvor genannten Funktionen besitzen. Sie werden kontinuierlich weiterentwickelt und an die vorherrschenden Bedürfnisse des Unterrichts angepasst.

Seitens des Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) gibt es keine genauen Vorgaben, welche Geräte im Mathematikunterricht verwendet werden sollen und zur Standardisierten Reife- und Diplomprüfung (SRDP) zugelassen sind. Allerdings schreibt das BMBWF bestimmte Mindestanforderung vor, die vom technologischen Hilfsmittel zu erfüllen sind (vgl. Kapitel 1.4). Der Lehrkraft steht es also frei, welches technologische Werkzeug sie für ihren Unterricht als am besten geeignet erachtet und einsetzen möchte. Um die richtige Entscheidung treffen zu können, sollte man sich vorerst gründlich mit den Möglichkeiten sowie den Vor- und Nachteilen der jeweiligen Hard- oder Software befassen. Die vorliegende Arbeit soll einen kleinen Beitrag dazu leisten.

Wesentlich ist eine erste Unterteilung technologischer Werkzeuge in Hard- und Software. Wurden Soft- und Hardware erst einmal vorgestellt, folgt eine Präsentation der gängigsten Geräte, welche sich besonders gut für den Mathematikunterricht eignen.

1.2.1 Software und Hardware

Eine Software ist ein Programm, das zur Ausführung zusätzlich einer Hardware wie beispielsweise einem Computer, ein Smartphone, ein Notebook oder ein Tablet bedarf. Für den Unterricht bedeutet dies, die weiteren Ressourcen für die Anschaffung der notwendigen Hardware mit zu berücksichtigen. Eigens für den Unterricht entwickelt, findet man seit einigen Jahren sogenannte Handhelds am Markt. Handhelds stellen eine Kombination aus Soft- und Hardware dar und ähneln in ihrer Optik einem gewöhnlichen Taschenrechner. Ihr Vorteil: Sie sind klein, kompakt, entsprechen den Mindestanforderungen des BMBWFs und können orts- und zeitunabhängig eingesetzt werden. Als nachteilig können die mit dem Gerät verbundenen Anschaffungskosten sowie der vergleichsweise erschwerte Umgang aufgrund der kleinen Bedienungsfläche erachtet werden.

Die meisten Softwarelösungen, welche im Mathematikunterricht eingesetzt werden, verfügen bereits sowohl über ein CAS, eine DGS als auch ein TKP. Werden alle drei Werkzeuge in einer Software vereint, so spricht man von einem *Multiple Representation Program* (MRP) (Windpessl, 2019).

Mathematische Softwareprogramme werden meist kostenlos zur Verfügung gestellt. Dennoch dürfen die zur Anwendung der Software unumgänglichen Anschaffungskosten einer Hardware nicht außer Acht gelassen werden. Wer bereits über eine Hardware verfügt, kann hier einiges an Geld sparen.

GeoGebra ist nicht nur in Österreich, sondern weltweit die führende Mathematiksoftware und unterstützt durch ihre vielfältigen sowie variierbaren Einsatzmöglichkeiten seit einigen Jahren den Lernprozess in allen MINT-Fächern (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik) (GeoGebra, 2022). Die Software stellt für viele Schülerinnen und Schüler einen wesentlichen Bestandteil des Mathematikunterrichts dar, so wie es einst Zirkel und Geodreieck waren.

Die vorliegende Arbeit soll deutlich machen, wie sich der Unterricht und dessen Inhalte durch den Einsatz von GeoGebra verändert und weiterentwickelt haben, welche neuen Möglichkeiten zur Wissensvermittlung eröffnet wurden und welchen Beitrag die Software zum innovativen Lehren und Lernen leisten kann. Bevor wir jedoch tiefer in die Materie eintauchen, wird die Software GeoGebra zuerst einmal vorgestellt.

1.2.2 GeoGebra

GeoGebra ist eine dynamische Mathematiksoftware (DMS), die erstmalig durch die Integration eines TKP, eines CAS und einer DGS, Geometrie, Algebra, Tabellen, Zeichnungen, Statistik und Analysis in einer einzigen Software dynamisch miteinander verbindet (GeoGebra, 2022). Das Besondere an GeoGebra ist die einfache Bedienbarkeit des Programms sowie die kostenlose Verfügbarkeit für alle gängigen Betriebssysteme (Microsoft, iOS, Android, in Form

von Apps auch für Smartphones) erhältlich. GeoGebra wurde zwischen 2001 und 2002 von dem Österreicher Markus Hohenwarter im Zuge seiner Diplomarbeit an der Universität Salzburg entwickelt. Seitdem wird die Software in freiwilliger Zusammenarbeit fortlaufend weiterentwickelt und an die Bedürfnisse der Nutzerinnen und Nutzer angepasst. Im Jahr 2017 gab es bereits 30 Millionen registrierte Nutzerinnen und Nutzer aus 190 verschiedenen Ländern, für die GeoGebra in 64 unterschiedlichen Sprachen zur Verfügung stand (Wikipedia, 2022). Die rasch steigende Verbreitung und Weiterentwicklung verdankt GeoGebra der sogenannten Open Source Idee – dem freien Austausch von Software und Materialien, sowie der Möglichkeit zur Zusammenarbeit aller Interessierten, zu denen häufig auch Schülerinnen und Schüler sowie Lehrkräfte oder Studierende zählen (Ruppert & Wörler, 2013). Wie rasant sich GeoGebra in den letzten 20 Jahren entwickelt hat, lässt sich nicht nur von der großen Menge interaktiver Unterrichtsmaterialien ableiten, welche im Jahr 2011 noch bei etwa 30 000 lagen (Ruppert & Wörler, 2013) und aktuell bereits über 1 Millionen umfassen (GeoGebra, 2022), sondern auch von den regelmäßigen Veröffentlichungen weiterentwickelter GeoGebra-Versionen.

Für einen besseren Austausch zwischen den Nutzerinnen und Nutzern sorgt die eigens für GeoGebra entwickelte Plattform GeoGebraTube, auf Arbeitsmaterialien wie beispielsweise dynamische, interaktive Arbeitsblätter, sogenannte Applets (vgl. Kapitel 0), bereitgestellt, gesucht, kommentiert, heruntergeladen und auch zu eigenen Zwecken verändert werden können (Ruppert & Wörler, 2013).

1.2.2.1 Aufbau

GeoGebra bietet unter www.geogebra.org eine umfangreiche Plattform, der neben Arbeitsmaterialien, downloadbaren Apps sowie Erklärungen und Hilfestellungen zum Umgang mit dem Programm, sämtliche Informationen über GeoGebra entnommen werden können. Die nachstehende Beschreibung des Programms erfolgt anhand dieser Informationen.

GeoGebra verfügt über verschiedene Ansichten, welche bereits beim Öffnen des Programms vorgeschlagen werden oder nachträglich über die Menüleiste unter Ansichten ausgewählt werden können. Aktuell kann in GeoGebra zwischen einer Algebra-, Grafik-, 3D-Grafik-, Tabellen- oder CAS-Ansicht gewählt werden. Jede Ansicht besitzt eine eigene Werkzeugleiste mit den von GeoGebra speziell für die Ansicht vorgefertigten Werkzeugen, die die Arbeit mit GeoGebra erleichtern sollen. Ein Wechsel der Ansicht bewirkt automatisch eine Änderung der Werkzeugleiste. Die Werkzeugleiste besteht aus unterschiedlichen Werkzeugkästen, welche die jeweiligen Werkzeuge beinhalten. Mit nur wenigen Klicks können so, einfach und schnell, Konstruktionen erzeugt, Tabellen erstellt und Berechnungen durchgeführt werden. Eine kompakte Auflistung und kurze Beschreibung der wichtigsten Werkzeuge erfolgen in Kapitel 1.2.2.2.

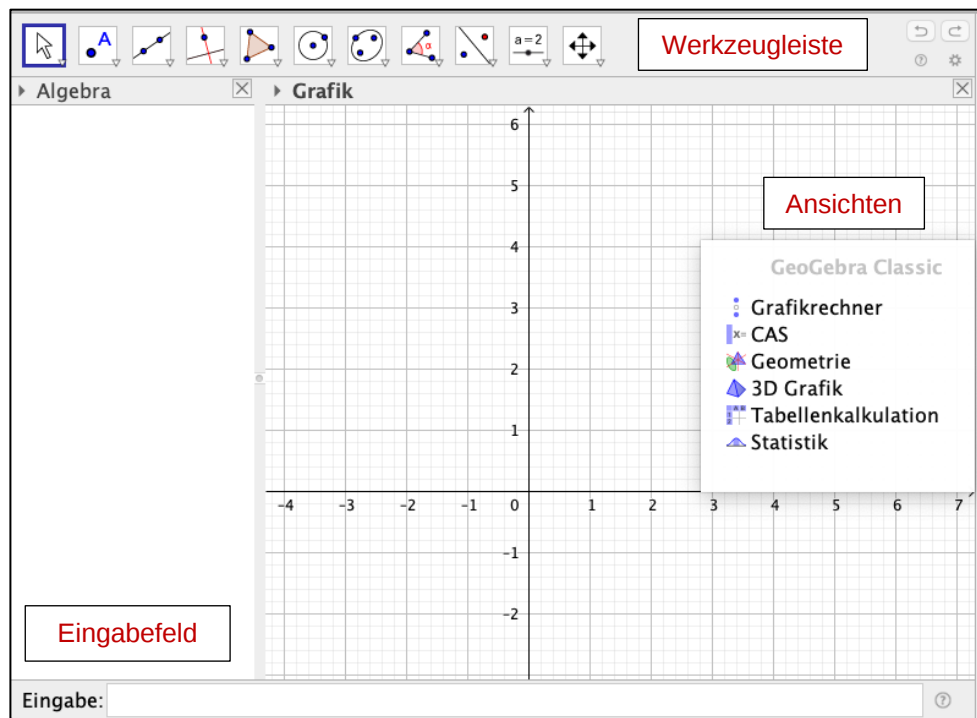


Abbildung 1: GeoGebra-Ansichten und Werkzeugleiste

Das Eingabefeld dient der Erstellung von Skripten, einer Abfolge von Befehlen, die ohne Gebrauch jeglicher Werkzeuge über die Eingabezeile erfolgt. Bereits bei der Eingabe weniger Buchstaben werden von GeoGebra automatisch Befehle vorgeschlagen, aus denen ausgewählt werden kann (vgl. Abbildung 2) – eine weitere Eigenschaft, der GeoGebra den Ruf der einfachen Bedienbarkeit zu verdanken hat und den Schülerinnen und Schülern, welche noch unerfahren im Umgang mit GeoGebra sind, zugutekommt.

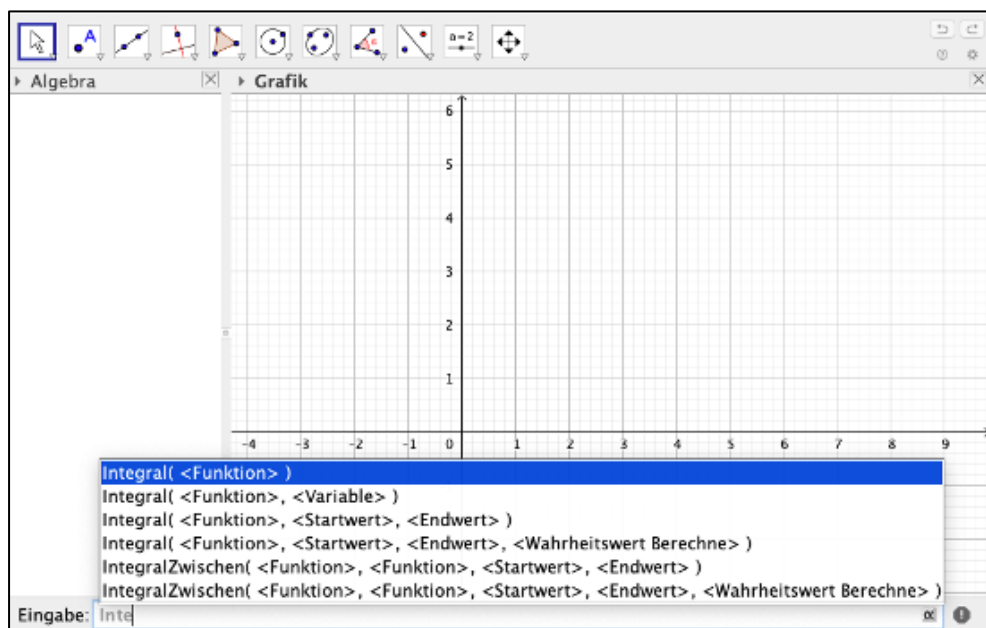


Abbildung 2: Eingabe von Befehlen in GeoGebra

Die Besonderheit von GeoGebra liegt allerdings in der dynamischen Interaktion zwischen CAS, TKP und DGS, die es ermöglicht, jede Veränderung innerhalb einer Darstellungsform in einer anderen wahrzunehmen und somit Zusammenhänge erkennen zu lassen. Beispielsweise bewirkt eine Veränderung eines Punktes in der Grafik eine direkt wahrnehmbare Veränderung in der Wertetabelle und umgekehrt. Es kann nicht nur rasch zwischen den jeweiligen Darstellungsformen gewechselt werden, sondern die Ansichten können auch parallel betrachtet werden, wodurch das Erkennen der Auswirkungen verschiedener Änderungen noch besser möglich ist.

Die Bezeichnung *dynamische Mathematiksoftware* verdankt GeoGebra aber vor allem dem Einsatz von Schiebereglern und dem Zugmodus, der ein „kontinuierliches Variieren der Position, der Größe und der Form mathematischer Objekte“ erlaubt (Kaenders & Schmidt, 2014, S. 41). Durch den Zugmodus können Punkte auf der Zeichenfläche mit Maussteuerung verschoben werden (Meyer, 2013). All jene mit diesem Punkt in Beziehung stehenden Konstruktionselemente passen sich den Veränderungen automatisch an, wodurch die geometrischen Relationen bestehen bleiben (Weigand & Weth, 2002). Mithilfe des Spurmodus kann die Bewegung eines Punktes nachverfolgt und als Ortslinie visualisiert werden (Pallack, 2018). Schieberegler sind grafische Darstellungen freier Zahlen (Parameter) oder Winkel (GeoGebra, 2022). Sie erlauben eine schnelle Änderung von Parametern durch einfaches Verschieben nach links oder rechts. Das Arbeiten mit Schiebereglern, Zugmodus und Ortslinien gestattet eine vergleichende Betrachtung der manipulierten Varianten (Kaenders & Schmidt, 2014) und eignet sich daher hervorragend für heuristische Fragestellungen und das Aufstellen von Vermutungen (Meyer, 2013).

1.2.2.2 GeoGebra-Werkzeuge

Die in GeoGebra zur Verfügung stehenden Werkzeuge werden in unterschiedliche, funktionsabhängige Kategorien eingeteilt. Die wichtigsten Kategorien und ihre Werkzeugelemente sollen nachfolgend überblicksmäßig vorgestellt werden (GeoGebra, 2022):

- **Werkzeuge für Bewegungen:** Mithilfe dieses Werkzeugs können Objekte bewegt werden.
- **Werkzeuge für Punkte:** Dienen zur Erstellung von Punkten, unter anderem auch von Schnittpunkten, Mittelpunkten, Extremum, Nullstellen etc.
- **Werkzeuge für Geraden:** Ermöglichen das Konstruieren einer Geraden, eines Strahls, eines Polygonzuges, einer Strecke oder eines Vektors.
- **Werkzeuge für spezielle Geraden:** Zusätzlich zu den soeben genannten Geraden können mithilfe dieses Werkzeugs senkrechte oder parallele Geraden, Tangenten, winkelhalbierende Geraden oder auch die bereits vorgestellten Ortslinien konstruiert werden.
- **Werkzeuge für Vielecke:** Eignen sich zur Konstruktion verschiedenster Vielecke.

- **Werkzeuge für Kreise und Kreisbögen:** Zum Erstellen von Kreisbogen, Kreissektoren oder ganzen Kreisen u.v.m.
- **Werkzeuge für Kegelschnitte:** Zum Erstellen von Ellipse, Hyperbel, Parabel.
- **Werkzeuge für Messungen:** Zur Ermittlung von Winkelgrößen, Abständen oder Längen, Flächen, Steigungen, aber auch zur Erstellung von Listen.
- **Werkzeuge für Transformationen:** Zum Spiegeln an Geraden, Punkten oder Kreisen, Drehen um einen Punkt, Verschieben von Vektoren.
- **Werkzeuge für spezielle Objekte:** Zum Einfügen von Texten, Bildern, aber auch zur Verwendung von Stiften und des Wahrscheinlichkeitsrechners.
- **Werkzeuge für Aktionsobjekte:** Zur Erstellung von Schiebereglern, Kontrollkästchen, Schaltflächen oder Eingabefeldern (Anmerkung: diese Werkzeuge eignen sich besonders für die Erstellung von Lernpfaden).
- **CAS Werkzeuge:** Sind Werkzeuge, mit denen numerische, algebraische und symbolische Berechnungen durchgeführt werden können. Hierzu zählen Werkzeuge bzw. Befehle wie *Berechne*, *Numerisch*, *Faktorisiere*, *Multipliziere*, *Löse*, *Löse numerisch*, *Ableitung* und *Integral*.
- **Tabellenkalkulationswerkzeuge:** umfassen Werkzeuge zur Analyse von Daten in einer oder mehreren Variablen, einen Wahrscheinlichkeitsrechner für binomial- und normalverteilte Zufallsvariablen, sowie Werkzeuge zur Erstellung von Listen und Tabellen sowie der Auswertung ihrer Daten (statistische Kennwerte wie die Summe, der Mittelwert, die Häufigkeit, das Maximum oder Minimum).

1.2.2.3 GeoGebra-Befehle

Befehle erweitern die in der Werkzeugleiste vorhandenen Werkzeuge. Sie dienen ebenfalls zur Erstellung von Objekten, werden jedoch durch die Eingabe in die Eingabeleiste erzeugt. Die umfangreiche Liste der möglichen GeoGebra-Befehle wird hier auf die für den Mathematikunterricht relevanten und von Schülerinnen und Schülern häufig genutzten Befehle beschränkt (GeoGebra, 2022):

- **Diagramme:** Balkendiagramm, Boxplot, Histogramm, Häufigkeitstabellen, Stabdiagramm, etc.
- **Funktionen & Analysis:** Ableitung, Asymptote, Nullstelle, Extremum, Krümmung, Funktion, Grenzwert, Obersumme, Untersumme, Integral, etc.
- **Geometrie:** Abstand, Gerade, Fläche, Länge, Schneide, Senkrechte, Steigung, Strahl, Strecke, Tangente, Winkel etc.
- **Wahrscheinlichkeit:** binomial- und normalverteilte Zufallsvariablen etc.
- **Statistik:** Mittelwert, Median, Modalwert, Quartile, Standardabweichung etc.
- **Transformation:** Drehe, Spiegle, Verschiebe etc.
- **Vektoren:** Einheitsvektor, Normalvektor, Vektoren etc.

Bei genauer Betrachtung wird sofort ersichtlich, dass es sich bei den Befehlen um eine Erweiterung der Werkzeuge handelt, da sie sich in vielen Bereichen überschneiden.

Aus der Auflistung der Befehle und Werkzeuge von GeoGebra ergeben sich, unter Berücksichtigung ihrer Relevanz für die Themenbereiche der SRDP und den Mathematikunterricht, die für den Fragebogen nennenswerten GeoGebra-Tools (vgl. Kapitel 5.3.25.3.2). Unter GeoGebra-Tools wird für diese Arbeit eine Kombination aus den zuvor angeführten Werkzeugen und Befehlen verstanden.

1.2.3 Handhelds

Werden Hardware und Software kombiniert, ist von sogenannten Handhelds die Rede, welche in ihrer Optik einem klassischen Taschenrechner ähneln (Windpessl, 2019). Handhelds können unabhängig von Ort und Zeit genutzt werden und ermöglichen einen flexibleren Einsatz im Mathematikunterricht, da keine Computersäle reserviert oder Laptops bzw. Tablets bereitgestellt werden müssen. Zu den im Mathematikunterricht am häufigsten verwendeten Handhelds zählen der Casio Classpad II (FX-CP400) und TI-NspireTM CX CAS.



Abbildung 3: TI-NspireTM CX CAS und Casio Classpad II (FX-CP400) (Quelle: CASIO Europe GmbH, 2022; Reichelt, 2022)

Gleichsam wie GeoGebra verfügen beide Handhelds über CAS, TKP und DGS und entsprechen somit den Mindestanforderungen (vgl. Kapitel 1.4). Darüber hinaus können, wie in Abbildung 4 dargestellt, bei beiden Geräten Bilder importiert und mit grafischen Elementen überlagert werden (CASIO Europe GmbH, 2022; Texas Instruments Incorporated, 2022). Auf diesem Weg kann ein Bezug zur realen Welt hergestellt sowie experimentelles Lernen und modellierendes Arbeiten gefördert werden.

Diese Funktion ist GeoGebra jedoch nicht vorbehalten: Mit dem Werkzeug *Bild einfügen* können kurzerhand Bilder importiert und für geometrische Überlegungen genutzt werden (GeoGebra, 2022).

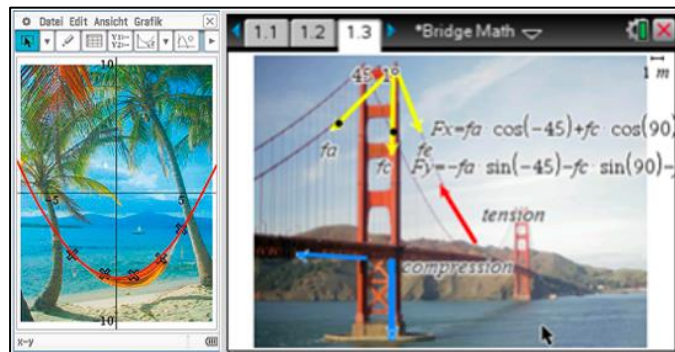


Abbildung 4: Überlagerung importierter Bilder mit grafischen Elementen (Quelle: CASIO Europe GmbH, 2022; Texas Instruments Incorporated, 2022)

Durch die Verbindung der Handhelds mit einem Beamer oder Whiteboard kann der Unterricht mittels visueller Echtzeitübertragung methodisch und didaktisch aufgewertet werden. Genauso wie GeoGebra, verfügen beide Handhelds über Schieberegler und den Spurmodus (CASIO Europe GmbH, 2022; Texas Instruments Incorporated, 2022). Aufgrund der kleinen Bildschirmfläche können diese jedoch nicht mit der einfachen Bedienbarkeit von GeoGebra schritthalten.

Der einzig bedeutsame Unterschied des Casio Classpad II (FX-CP 400) gegenüber dem TI-Nspire™ CX CAS liegt in der Größe des Bildschirms, welcher darüber hinaus berührungssensitiv ist und dessen Smartphone-ähnliche, intuitive Bedienung den Schülerinnen und Schülern bereits vertraut ist (CASIO Europe GmbH, 2022). Die Anschaffungskosten liegen bei beiden Geräten bei etwa 170€.

Die Hersteller des Casio Classpad II stellen für dessen Einsatz rund 30 000 Materialien zur Verfügung, welche unter <https://www.casio-schulrechner.de/de/classpad-learning/> zu finden sind. Deutlich weniger interaktive Arbeitsmaterialien (ca. 900) bietet Texas Instruments unter <https://ti-unterrichtsmaterialien.net/materialien> an.

Eine Antwort auf die Frage, weshalb sich GeoGebra gegen diese starke Konkurrenz am Technologie-Markt durchsetzen konnte, kann vermutlich in dem kostenlosen Zugang und der einfachen Bedienbarkeit gefunden werden. Die meisten Befehle sind in der Werkzeugleiste oder im Eingabefeld bereits vorgefertigt enthalten. Die verschiedenen Ansichten können in einem großen Fenster dynamisch miteinander verbunden und parallel betrachtet werden. Die Bedienung, vor allem der Zugmodus, gestaltet sich aufgrund der Maussteuerung besonders einfach. Kurz gesagt: GeoGebra vereint erstmalig CAS, TKP und DGS in einem kostenfreien, benutzerinnen- und benutzerfreundlichen Softwarepaket.

Nicht zu vernachlässigen ist der Aspekt der stetigen Weiterentwicklung und Optimierung der Software, an der aufgrund der Open Source Idee alle Nutzerinnen und Nutzer mitwirken können (Kaenders & Schmidt, 2014), weshalb die Software ein solches Wachstum erlebt. Sie wurde eigenes für den Unterrichtsgebrauch angefertigt und stellt unzählige Arbeitsmaterialien

für alle MINT-Fächer zur Verfügung, die im Unterricht verwendet werden und somit eventuell einen Beitrag zu dessen Reform leisten können.

1.3 Anwendungsbereiche höherer Technologien

Der Frage, wie mit höherer Technologie der Mathematikunterricht bereichert werden kann, widmet Helmut Heugl einen Großteil seiner beruflichen Laufbahn. Sein Name scheint im Zusammenhang mit Technologie und Mathematikunterricht nur allzu oft in Büchern und wissenschaftlichen Artikeln auf. Als damaliger Gymnasiallehrer für Mathematik, Physik und Chemie betreute er 1986 eine der ersten Klassen weltweit, in der ein CAS eingesetzt wurde. 1992 gründete er die Organisation ACDCA (Austrian Center for Didactics of Computer Algebra) und leitete fünf österreichweite CAS-Projekte, die vereinzelt in Kapitel 1.6.1 vorgestellt werden (Linkedin, 2022). Im Zuge seiner Arbeit rund um das Thema Technologie, Unterricht, Bildungsstandards und Kompetenzen erarbeitete er vier Einsatzbereiche für Technologie im Mathematikunterricht: Visualisieren, Experimentieren, Modellieren und Rechnen (BIFIE, 2012).

1.3.1 Visualisieren

Durch die Einführung höherwertiger Technologien im Mathematikunterricht können mathematische Zusammenhänge durch dynamische Darstellungen visualisiert werden und somit zu einem tieferen mathematischen Verständnis beitragen. Besonders der Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungsformen erlaubt unterschiedliche repräsentative Zugänge zu mathematischen Inhalten und fördert das Verständnis mathematischer Begriffe und Sachverhalte (GDM, 2017; Laakmann, 2013).

Hafenbrak (2005) beschreibt das *EIS-Prinzip* nach Bruner, welches zwischen drei Arten von Darstellungsebenen unterscheidet:

- enaktive (E), d.h. handelnde
- ikonische (I), d.h. bildliche
- und symbolische (S), d.h. formale Darstellungen.

Klaus Böckmann (1982) ergänzt die drei Darstellungsebenen um die schematische Darstellungsform, welche einer Abstraktion realer Situationen entspricht. Betrachten wir die vier genannten Ebenen anhand eines Beispiels, so wird schnell deutlich, welche Bedeutung sie für den Mathematikunterricht haben.

Die enaktive Ebene beschreibt die Erschließung durch Handlungen. Wirft eine Schülerin oder ein Schüler einen Ball und beobachtet dessen Flugbahn, so hat sie bzw. er auf der enaktiven Darstellungsebene einen mathematischen Sachverhalt wahrgenommen. Eine grafische Abbildung dieser Flugbahn würde der ikonischen Ebene entsprechen. Anschließend können einzelne Punkte der Flugbahn aus dem Koordinatensystem entnommen und in eine

Wertetabelle übertragen werden. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten nun auf der schematischen Darstellungsebene, indem sie die Realität durch das Übertragen in eine Tabelle abstrahieren. Schlussendlich können sie anhand des Funktionsgraphen und der Wertetabelle eine Funktionsgleichung auf symbolischer Ebene aufstellen (Leitner, 2018).

Obwohl Bruner die Wichtigkeit des Erfassens mathematischer Sachverhalte auf allen Ebenen betont, steht im Mathematikunterricht vor allem die symbolische Darstellungsform im Vordergrund (Windpessl, 2019). Eine mögliche Ursache dafür könnte der zeitliche Aufwand, der mit aktiven Handlungen (enaktive Ebene) und händischen Anfertigungen von Grafiken (ikonische und schematische Ebene) verbunden ist, sein. Dem kann im technologiegestützten Unterricht gegengesteuert werden, da höherwertige Technologien mithilfe von CAS, TKP und DGS einen schnellen und vor allem dynamischen Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungsformen ermöglichen. Bruner zufolge soll ein besonderes Augenmerk auf die Transferfähigkeit zwischen den jeweiligen Darstellungsformen gerichtet werden (Hafenbrak, 2005). Die Schülerinnen und Schüler können durch den Einsatz eines MRP den Transfer nicht nur wahrnehmen, sondern auch steuern. „Eine Visualisierung durch ein DGS ermöglicht es, dass alle Schüler ihre eigene Vorstellung überprüfen bzw. vervollständigen können“ (Ruppert & Wörler, 2013, S. 8). Gegen die Gefahr, dass die Verwendung höherer Technologien zu mechanischem, unüberlegtem Ausprobieren verleitet und damit das Ziel des Technologieeinsatzes verfehlt wird (Heugl, 2014), muss aktiv durch eine Anpassung der Aufgabenstellungen mit dem Fokus auf Interpretieren, Argumentieren und Reflektieren vorgegangen werden.

1.3.2 Experimentieren

Mathematics is an experimental science. The formulation and testing of hypothesis play in mathematics a part not other than in chemistry, physics, astronomy, or botany. [...] The only great point of divergence between mathematics and the other sciences lies in the [...] circumstance that experience only whispers 'yes' or 'no' in reply to our questions, while logic shouts. (Wiener, 1923, S. 237, zit. n. Leuders & Philipp, 2012, S. 1)

Aufgebaut auf einem Fundament aus Axiomen, Theoremen und Beweisen, wird der Mathematik, im Vergleich zu anderen Naturwissenschaften, nur selten ein experimenteller Charakter zugeschrieben (Leuders & Philipp, 2012). Dennoch basieren die meisten mathematischen Erkenntnisse auf Beobachtungen und Experimenten, die zu Hypothesen und schlussendlich zu bewiesenen Tatsachen führen.

Der amerikanische Mathematiker und Philosoph Charles Sanders Peirce bezeichnete diesen Prozess mit dem Begriff der Abduktion und verstand darunter einen kreativen Akt, der eine Erklärung für überraschende Phänomene sucht und somit neues Wissen hervorbringen kann (Leuders & Philipp, 2014). Eine vergleichbare Beschreibung experimentellen Vorgehens in der

Mathematik lieferte bereits George Pólya 1954 in seinem Werk *Mathematics and Plausible Reasoning*. Der von ihm als „suggestive contact“ beschriebene Prozess, bei dem man „durch Erzeugung von Beispielen und Beobachtungen von Mustern zu mathematischen Vermutungen gelangt“ (Leuders & Philipp, 2012, S. 1) würde dem Verständnis der Abduktion von Peirce nahekommen. Gleichsam wird „anhand weiterer Beispiele die Plausibilität seiner Vermutungen überprüft und bei Erfolg erhöht“ (Leuders & Philipp, 2012, S. 1). Beiden Ansichten liegt derselbe Gedanke zugrunde:

„Mathematikerinnen und Mathematiker formen Vermutungen über mathematische Zusammenhänge in der Regel nicht etwa durch Ableitung aus bestehenden Sätzen [...], sondern durch experimentelles Arbeiten“ (Leuders & Philipp, 2014, S. 174).

Die Soziologin Bettina Heintz, die sich im Zuge einer Studie mit dem Entstehen mathematischen Wissens befasste, ist der Überzeugung, dass sich mathematisches Wissen aus einem Entdeckungskontext (context of discovery) generieren lässt und betont die Wichtigkeit experimentellen Arbeitens zur Gewinnung mathematischer Ideen.

Einen entscheidenden Aspekt stellen dabei die Beispiele dar, die im Rahmen *quasi-experimentellen Arbeitens* als *empirische Welt* fungieren (Leuders & Philipp, 2014).

Welche Rolle spielt nun höhere Technologie beim Experimentieren im Mathematikunterricht? Experimentieren im Mathematikunterricht bedeutet, dass Schülerinnen und Schüler heuristische Strategien anwenden, um neue Erkenntnisse zu gewinnen (Schneider, 2002). Unter heuristischen Strategien versteht Dörner (1976, S. 27, zit. n. Stender, 2021, S. 10) „Verfahren, mit deren Hilfe Lösungen für Probleme gefunden werden können.“ Sie bieten keine Rezeptlösung, sondern lediglich ein Handlungsrepertoire für die Herangehensweise an unterschiedliche Probleme (Stender, 2021). Eine Auflistung und Beschreibung heuristischer Verfahren ist für diese Arbeit nicht weiter von Belang, kann jedoch in Stenders Werk *Heuristische Strategien in der Schulmathematik* nachgelesen werden.

Der Phase experimentellen Lernens sollte angesichts eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts mehr Bedeutung zukommen, als es bislang der Fall war (Heugl, Klinger, & Lechner, 1996a). Dieses Versäumnis liegt zum einen daran, dass Experimente an mechanischen Modellen nicht nur viel Zeit in Anspruch nehmen, sondern auch einiges an Planung, Vorbereitung und Equipment, das der Schule häufig nicht zur Verfügung steht, benötigen würden. Zum anderen haben mechanische Modelle oft ihre Begrenzungen (Kaenders & Schmidt, 2014), weshalb sie im Unterricht bisher oft ausgespart wurden.

Blicken wir nun auf die Eigenschaften eines MRP wie GeoGebra unter Berücksichtigung der soeben genannten Kritikpunkte experimentellen Arbeitens, so wird schnell deutlich, welchen Beitrag höhere Technologie für einen experimentellen Mathematikunterricht leisten kann:

- Zeitersparnis durch Auslagerung komplexer und aufwendiger Rechenoperationen an CAS (Institut des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen (IQS), 2013).
- MRP ermöglicht die Ausführung von Tätigkeiten, die von Schülerinnen und Schüler noch nicht beherrscht werden, jedoch für das Lösen der Problemstellung von Nöten sind (z.B. Arbeiten mit Funktionen ohne Kenntnisse über deren Eigenschaften und Besonderheiten) (vgl. Kapitel 1.7.2.2 und 1.7.2.3)
- Wo experimentelle Modelle scheitern und an ihre Grenzen stoßen, kann Technologie fortsetzen (Kaenders & Schmidt, 2014).
- Der dynamische Wechsel zwischen den Darstellungsformen ermöglicht das Erkennen von Zusammenhängen. Mithilfe von GeoGebra und der Möglichkeit der Variation und des Perspektivenwechsels können Vermutungen aufgestellt werden (Kaenders & Schmidt, 2014).
- Der Einsatz von Schiebereglern, dem Zugmodus und Ortskurven (vgl. Kapitel 1.2.2.1) ermöglicht einen einfachen Vergleich mathematischer Sachverhalte und lassen uns Veränderungen und deren Auswirkungen direkt wahrnehmen (Kaenders & Schmidt, 2014).

GeoGebra und ebenbürtige höhere Technologien erweisen sich folglich als ausgezeichnete heuristische Forschungswerkzeuge (Kaenders & Schmidt, 2014), mit deren Hilfe auf experimentelle Weise Zusammenhänge erkannt und Vermutungen aufgestellt werden können.

1.3.3 Modellieren

Bevor Wege zur Integration technologischer Hilfsmittel in die mathematische Welt des Modellierens aufgezeigt werden, soll ein allgemeines Verständnis über den Ablauf von Modellierungsprozessen geschaffen werden.

Beim Modellieren geht es vorwiegend um die Übersetzung einer eines realen Problems bzw. einer Realsituation in ein mathematisches Modell.

Nach Blum und Leiss (2005, zit. n. Ruppert & Wörler, 2013, S. 217) muss das reale Problem zunächst erfasst, vereinfacht und strukturiert werden. Anschließend wird das zuvor erstellte Realmodell im Zuge einer Mathematisierung in ein mathematisches Modell überführt. Mithilfe mathematischer Mittel können nun mathematische Lösungen gefunden werden, welche in einem letzten Schritt interpretiert, in die reale Welt zurückübersetzt und dort auf Validität geprüft werden.

Die jeweiligen Phasen eines (idealtypischen) Modellierungsprozesses werden in sogenannten Modellierungskreisläufen dargestellt. In der nachfolgenden Abbildung wird das bekannte Modellierungsschema von Kaiser (Borromeo Ferri, 2011, S. 5) abgebildet. Es unterteilt den Modellierungsprozess in zwei Bereiche – den Bereich der Realität mit realen Situationen und

den Bereich der Mathematik, in dem mit vereinfachten mathematischen Modellen nach Lösungen für reale Problemstellungen gesucht wird. Der Kreislauf beginnt mit einer realen Situation bzw. Fragestellung. Die Realität muss erfasst und idealisiert werden. Durch die Generierung von Variablen wird die reale Situation in ein reales Modell umgewandelt. Im Zuge der Mathematisierung wird die zuvor komplexe reale Problemstellung vereinfacht – ein simplifiziertes Abbild der Realität wird erstellt und in die Sprache der Mathematik übersetzt. Das vereinfachte mathematische Modell kann nun mit Hilfsmitteln aus der Mathematik auf einer rein mathematischen Ebene bearbeitet werden. Das dabei entstandene mathematische Resultat wird nun rückinterpretiert und auf seine Validität in der Realität überprüft, um reale Annahmen zu formulieren (Borromeo Ferri, 2011).

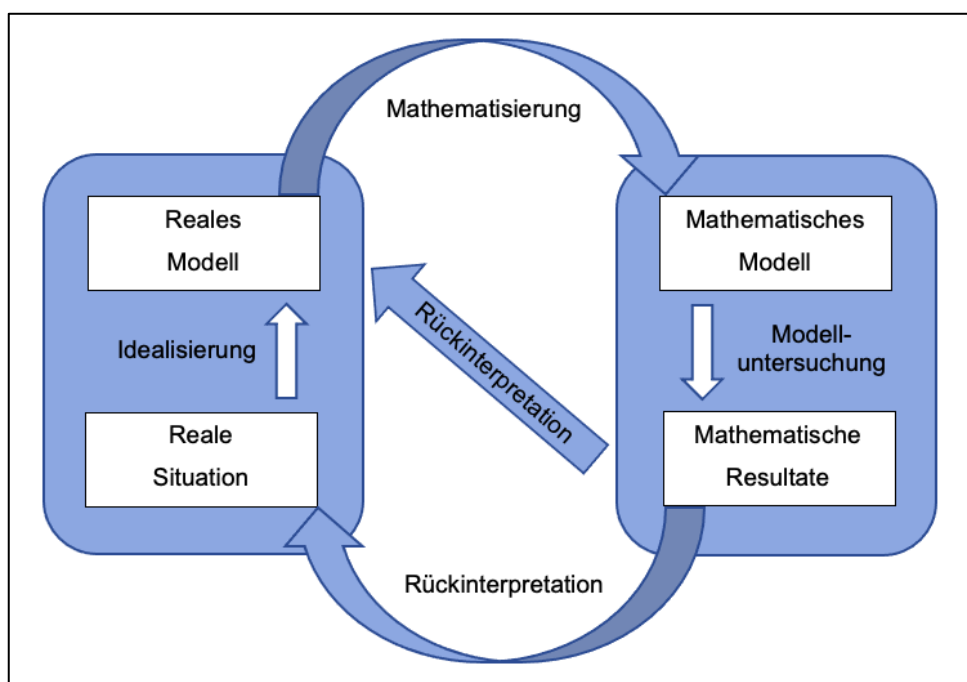


Abbildung 5: Modellierungskreislauf nach Kaiser (vgl. Borromeo Ferri, 2011, S. 5)

Das dargestellte Modell entspricht einer Idealisierung eines Modellierungsprozesses und wird nur selten in dieser idealisierten Form durchlaufen. Die einzelnen Phasen werden meist nicht abgegrenzt voneinander und in der dargestellten Reihenfolge absolviert (Ruppert & Wörler, 2013). Nicht selten muss ein Modellierungsprozess mehrere Male durchlaufen werden, um letztendlich ein zufriedenstellendes Resultat zu erzielen, ebenso werden manche Schritte im Modellierungsprozess je nach Verwendungszweck ausgelassen, ersetzt oder hinzugefügt (Borromeo Ferri, 2011).

Durch den Einsatz höherer Technologie können nicht nur komplexe Rechenoperationen übernommen, sondern auch große und reale Daten- bzw. Zahlenmengen für Modellierungsprozesse herangezogen werden, wodurch ein verstärkter Realitätsbezug hergestellt und die Auswahl an authentischen sowie realistischen mathematischen Modellen erweitert werden

kann. Darüber hinaus ermöglicht Technologie eine parallele Betrachtung und den Vergleich verschiedener Modelle (Leuders, 2005).

Das Auswendiglernen von Rechenalgorithmen kann vernachlässigt und der Fokus auf das technologiegestützte und erkenntnisgewinnende Manipulieren der Modelle gelegt werden. Beispielsweise können Schülerinnen und Schüler mithilfe von Schiebereglern oder des Zugmodus immer wieder systematische und gezielte Manipulationen am mathematischen Modell durchführen, um reale Situationen zu simulieren und visualisieren.

1.3.4 Operieren

Aufgrund der optischen Ähnlichkeit werden Handhelds wie der Casio Classpad II (FX-CP 400) und dem TI-NspireTM CX CAS häufig mit gewöhnlichen Taschenrechnern gleichgesetzt, weshalb ihnen an erster Stelle rechnerische Funktionen zugeschrieben werden. Die Einsatzmöglichkeiten eines MRP im Mathematikunterricht überschreiten die Grenzen eines gewöhnlichen Taschenrechners jedoch bei weitem, wie sich in den folgenden Kapiteln herausstellen wird. Nichtsdestotrotz nimmt die Rechenfunktion der MRP einen großen Part im Mathematikunterricht ein, wenngleich Kritikerinnen und Kritiker die Sorge um den Verlust wichtiger Rechenfertigkeiten der Schülerinnen und Schüler äußern (Grogger, 1998; Matyas & Drmota, 2018; Noske, 2007). Ebenso besteht Grund zur Annahme, dass durch die Auslagerung verschiedenster Berechnungen an Technologie, wichtige Formeln von den Schülerinnen und Schülern nicht gelernt und daher auch in ihrer Bedeutung weder reflektiert noch verstanden werden. Die Schülerinnen und Schülern können auf diesem Weg kaum die Zusammenhänge zwischen den Formeln und den mathematischen Sachverhalten erschließen.

Gleichzeitig kann jedoch das Gespür für Zahlen, deren Größen sowie deren Exaktheit durch den CAS-Einsatz geschult werden. Im Unterschied zu herkömmlichen Taschenrechnern, ist es dem CAS möglich, Ergebnisse symbolisch und somit exakt anzugeben, während gewöhnliche Taschenrechner meist nur gerundete Werte anzeigen (Windpessl, 2019).

Es bleibt zu hinterfragen, wie ein CAS als Rechenwerkzeug eingesetzt werden kann, um den Lernprozess und die Entwicklung von Kompetenzen zu unterstützen. Angesichts dessen sollten Aufgabenstellungen neu überdacht werden und weniger nach reinen Berechnungen, sondern mehr nach der Interpretation gewonnener Ergebnisse verlangen.

Die vier von Heugl genannten Anwendungsbereiche technologischer Werkzeuge können um eine weitere Einsatzmöglichkeit, nämlich jene zum Kontrollieren von Ergebnissen, ergänzt werden.

1.3.5 Kontrollieren

Höhere Technologien eignen sich nicht nur zum Visualisieren oder Entdecken mathematischer Zusammenhänge, sondern erlauben den Schülerinnen und Schülern auch, zuvor manuell erzielte Ergebnisse einer Kontrolle zu unterziehen (Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München (ISB), 2011). Die Befähigung zur Eigenkontrolle löst die Schülerinnen und Schüler aus ihrer Abhängigkeit von der Lehrperson als einzige Kontrollinstanz. Dies erweist sich besonders nützlich in Situationen, in denen die Lehrperson nicht zur Kontrolle zur Verfügung steht wie beispielsweise bei Prüfungen oder bei Hausaufgaben (Bichler, 2010). Gleichzeitig führt der Einsatz von MRP als Kontrollwerkzeug automatisch auch zu einer Entlastung der Lehrperson, die nun die Überprüfung der Ergebnisse in die Hände der Schülerinnen und Schüler bzw. an CAS übergeben kann (Bichler, 2010). Diese Verantwortungsübergabe kann jedoch nicht ohne gründliche Vorbereitung geschehen. Den Lernenden muss zunächst bewusst gemacht werden, dass von CAS gelieferte Ergebnisse nicht unüberlegt übernommen und als wahr angenommen werden dürfen (ISB, 2011). So könnten beispielsweise technologiegesteuerte Vereinfachungen von Termen unvollständig sein oder gar zu einer veränderten Lösungs- oder Definitionsmenge führen (ISB, 2011). Ebenso könnten aufgrund einer ungünstigen Wahl der Fenstereinstellungen besondere Eigenschaften einer Funktion am Graphen übersehen werden (Behrens, 2019). Auch auf der Suche nach jenen Winkeln, für die der Sinus den Wert 0,5 annimmt, darf man nicht blindlings auf die Ergebnisausgabe der Software vertrauen. Die rechnerische Lösung dieser Aufgabe mittels GeoGebra würde lediglich zu dem Ergebnis 30° führen. Dieses Resultat ist zwar nicht falsch, stellt jedoch nicht die einzige Lösung dar, wie anhand einer grafischen Kontrolle schnell ersichtlich wird. Um solche Irrtümer zu vermeiden, müssen die Schülerinnen und Schüler über das nötige Wissen verfügen, um die Ergebnisse kritisch auf ihre Plausibilität hinterfragen und überprüfen zu können. Sie müssen lernen, wie technologische Hilfsmittel zur Kontrolle der manuell gelösten Aufgaben verwendet werden können und müssen dementsprechend auch die von Heugl als Kontrollkompetenz (vgl. Kapitel 1.7.1) bezeichnete Fähigkeit erwerben (Heugl, 2005).

Sind die Schülerinnen und Schüler nicht entsprechend mit der Technologie als Kontrollwerkzeug vertraut, so kann es geschehen, dass sie die von CAS gelieferten Ergebnisse unreflektiert als wahr annehmen.

Der Einsatz von MRP als Kontrollwerkzeug ermöglicht den Schülerinnen und Schülern nicht nur ihre Ergebnisse individuell zu überprüfen, sondern auch ihr Vorgehen sowie mögliche Fehlerquellen durch schrittweises Kontrollieren zu analysieren, wodurch selbstständiges und eigenverantwortliches Arbeiten und Lernen, auch bei Hausaufgaben, unterstützt wird (ISB, 2011).

Technologie kann als Kontrollwerkzeug auf unterschiedliche Arten Anwendung finden:

Zum einen können händisch gelöste Aufgaben mit CAS überprüft werden (Bichler, 2010), zum anderen können aber auch die mit MRP ermittelten Resultate einer Kontrolle durch Technologie unterzogen werden. Eine Möglichkeit hierzu zeigt Heugl am Beispiel Termumformungen (vgl. Kapitel 1.7.1).

Nicht nur Berechnungen, sondern auch Schätzungen und deren Fehler (Herget et al., 2000), Ideen zur Lösung oder Vermutungen können mittels Technologie auf ihre Plausibilität überprüft werden (Bichler, 2010).

An dieser Stelle sollte auch der lernpsychologische Effekt einer zeitnahen Lösungskontrolle und Rückmeldung Beachtung finden. Bekanntlich wirkt sich eine positive Rückmeldung bestärkend auf das bestehende Verhalten aus, genauso wie eine negative eine Abänderung dieses Verhaltens bewirkt. Die Ergebniskontrolle durch CAS kann unmittelbar und vor allem auch wertneutral erfolgen (Bichler, 2010). Die Kontrolle, nicht nur von Endergebnissen, sondern auch von Zwischenergebnissen gibt den Schülerinnen und Schülern individuelle Rückmeldung (Bichler, 2010), ob sie sich auf dem richtigen Weg befinden und verschafft ihnen Sicherheit in ihrem Handeln.

1.4 Gesetzliche Grundlagen

Durch die fortschreitende technologische Entwicklung vor allem der letzten Jahrzehnte und deren überaus bedeutungsvollen Rolle in Gesellschaft, Wirtschaft und Wissenschaft, ist es nicht verwunderlich, dass die Anforderungen an die Schule, die heranwachsende Generation zum kompetenten Umgang mit eben jenen für die Zukunft relevanten höheren Technologien zu befähigen, gestiegen sind. Dies spiegelt sich in erster Linie im Lehrplan der AHS-Oberstufe wider, welcher vom BMBWF veröffentlicht wurde:

Grundsätzlich sind schon ab der 1. Klasse Einsatzmöglichkeiten zur planmäßigen Nutzung von elektronischen Hilfen beim Bearbeiten von Fragestellungen der Mathematik und als informationstechnische Hilfe (in Form von elektronischen Lexika, Statistiken, Fahrplänen, Datenbanken, ...) gegeben. Die Möglichkeiten elektronischer Systeme bei der Unterstützung schülerzentrierter, experimenteller Lernformen sind zu nutzen. Das kritische Vergleichen von Eingaben und Ausgaben bei verschiedenen Programmen und Geräten bezüglich der Problemstellung kann zum Entwickeln eines problem- und softwareadäquaten Analysierens, Formulierens und Auswertens beitragen. (BMBWF, 2021a, S. 21)

Der Einbindung höherer Technologien im Unterricht kommt vor allem im Fach Mathematik eine besondere Bedeutung zu, denn das „Verständnis für Phänomene, Fragen und Problemstellungen aus den Bereichen Mathematik, Naturwissenschaft und Technik bilden die Grundlage für die Orientierung in der modernen, von Technologien geprägten Gesellschaft“ (BMBWF, 2021a, S. 12).

Mathematik wird immer von der Zeit und dem aktuellen Wissensstand beeinflusst. Dem Fortschritt der Technologie des 21. Jahrhunderts ist eine Weiterentwicklung der Mathematik zu verdanken, welche sich natürlich auch auf den Unterricht auswirkt. Joachim Engel (2009) schreibt, dass Mathematik nicht mehr ohne die Nutzung von diversen Softwareprogrammen zu denken sei. Es darf jedoch nicht zur Fehlannahme kommen, dass Computer die alleinige Arbeit leisten sollen. Vielmehr geht es um ein Zusammenwirken von Mensch und Maschine, bei dem komplexe Rechenschritte vom Computer übernommen werden, um die Arbeit des Menschen zu erleichtern und ihm neue Möglichkeiten zu eröffnen. Dem Menschen kommt aber immer noch die Aufgabe der Übersetzung des Alltags in eine für den Computer verständliche Sprache zu. Angesichts dessen ist es ein Bildungsauftrag der Schulen, Schülerinnen und Schüler auf ein Leben in einer Welt der Technologie vorzubereiten. Wie bereits erwähnt, gibt es seitens des BMBWFs keine expliziten Vorgaben, welche höheren Technologien im Mathematikunterricht und im Rahmen der SRDP zum Einsatz kommen sollen. Jedoch stößt man im Lehrplan für das Fach Mathematik unter dem Kapitel didaktische Grundsätze der 5. bis 8. Klasse auf folgende Mindestanforderungen, die technologische Hilfsmittel erfüllen müssen:

Technologische Hilfsmittel sollen in allen Kompetenzbereichen sinnvoll zum Einsatz kommen. Sie müssen zumindest über grundlegende Funktionen zur Darstellung von Funktionen, Kurven und anderen geometrischen Objekten, zum symbolischen Umformen von Termen und Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, zur Ermittlung von Ableitungs- und Stammfunktionen, zur Integration sowie zur Unterstützung bei Methoden und Verfahren in der Stochastik verfügen. Sachgerechtes und sinnvolles Nutzen technologischer Hilfsmittel durch geplantes Vorgehen ist sicherzustellen. Die minimale Realisierung besteht im Einsatz entsprechender Hilfsmittel beim Lösen von Aufgaben und dem gelegentlichen Einsatz als didaktisches Werkzeug beim Erarbeiten neuer Inhalte. Die maximale Realisierung ist die ständige Verfügbarkeit und der sinnvolle Einsatz derartiger Technologien als Werkzeug beim Modellieren, Visualisieren und Experimentieren. (BMBWF, 2021a, S. 166 f.)

Der Lehrplan betont den Einsatz höherer Technologien beim Modellieren, Visualisieren und Experimentieren und akzentuiert damit die von Neumann (2018) und Heugl (2001) angesprochene Schwerpunktverschiebung der Handlungsbereiche sowie Inhalte und Methoden des Mathematikunterrichts.

Adäquat dazu verläuft auch die Entwicklung der standardisierten Reifeprüfung (SRP) im Fach Mathematik, welche seit dem Haupttermin 2017/2018 den Einsatz höherwertiger Technologien fordert (Kramer & Sattlberger, 2016; Sattlberger & Steinfeld, 2016).

Bei der Bearbeitung beider Aufgabenbereiche sind der Einsatz von herkömmlichen Schreibgeräten, Bleistiften, Lineal, Geo-Dreieck und Zirkel sowie die Verwendung von einer Formelsammlung, die vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegeben wird, und elektronischen Hilfsmitteln zulässig. (BMBWF, 2021b, S. 10)

Die ab dem Haupttermin 2017/2018 zur standardisierten Reifeprüfung zugelassenen elektronischen Hilfsmittel müssen die oben genannten Mindestanforderungen erfüllen, die von numerischen Taschenrechnern nicht mehr abgedeckt werden können (Kramer & Sattlberger, 2016). Ein verpflichtender Einsatz technologischer Hilfsmittel, die über ein CAS, ein TKP und eine DGS verfügen, wird hiermit zwar nicht explizit verlangt, ist jedoch bei gewissen Beispielen der SRP unumgänglich.

Die im Lehrplan formulierten Forderungen des BMBWFs bezüglich des Technologieeinsatzes im Unterricht und bei Prüfungen spiegeln die Bedeutung höherer Technologien für den Lehr- und Lernprozess wider und schenken der Digitalisierung nun endlich die von Heugl geforderte Aufmerksamkeit (Heugl, 2005). So wird ihr positiver Einfluss im Lehrplan unter dem Punkt *Stärken von Selbstständigkeit und Eigenverantwortung* erneut betont: „Der Einsatz digitaler Technologien fördert zeitgemäßes Lernen und unterstützt altersadäquates Informations- und Lernmanagement“ (BMBWF, 2021a, S. 15 f.).

Gleichsam können und sollen laut Lehrplan mithilfe von Technologie Bezüge zur Lebenswelt hergestellt und das eigenständige Arbeiten gefördert werden:

Die Erstellung eigenständiger Arbeiten mit Mitteln der Informationstechnologie ist anzuregen. Dazu zählen: Recherche und Verarbeitung von Informationen mit einer Textverarbeitung oder einem Präsentationsprogramm, Erstellung von Kalkulationsmodellen, Durchführung und Auswertung von Befragungen und Experimenten, Gestaltung von Medien, dokumentierte Kommunikation und Kooperation auch in einer Fremdsprache, Dokumentation und Präsentation von Projektarbeiten sowie Modellierung und Simulation. (BMBWF, 2021a, S. 16)

Der Lehrplan nennt hier auch für den Mathematikunterricht relevante Einsatzmöglichkeiten von Technologien wie beispielsweise die Erstellung von Kalkulationsmodellen, die Durchführung von Experimenten, Modellierungen und Simulationen.

Dennoch bleiben exakte Formulierungen zum Einsatz technologischer Hilfsmittel, sowie eigens formulierte (Werkzeug-)Kompetenzen und eine spezifische Anpassung der standardisierten Reifeprüfung ausstehend:

Dabei ist zu betonen, dass weder das der Prüfung zugrunde liegende Konzept noch der Katalog der Grundkompetenzen verändert wurden. Insbesondere werden auch keine speziellen Technologiekompetenzen direkt durch entsprechende Aufgabenstellungen überprüft. (Begleitschreiben Technologieeinsatz Mathematik, zit. n. Kramer & Sattlberger, 2016, S. 70)

Das Bundesministerium für Bildung und Frauen (BMBF) verlangt hinsichtlich des Technologieeinsatzes im Mathematikunterricht zeitgemäßes Handeln:

Mathematisches Tun wird heute in vielen Bereichen durch die permanente Verfügbarkeit und Verwendung elektronischer Werkzeuge unterstützt oder überhaupt erst ermöglicht. Dies gilt für nahezu alle Ebenen mathematischen Arbeitens. Eine entsprechende „Werkzeugkompetenz“ ist daher integraler Bestandteil mathematischer Kompetenzen. Eine zeitgemäße mathematische Ausbildung wird diesem Umstand durch Anleitung zu sinnvollem und zweckmäßigem Einsatz ständig verfügbarer Technologien Rechnung tragen. Gegenwärtigen internationalen Standards bei Nutzung technologischer Werkzeuge im Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II entspricht die durchgängige Verwendung technologischer Werkzeuge wie etwa Taschenrechner, Tabellenkalkulation, grafikfähige Rechner sowie die Nutzung von Computeralgebra-Systemen und Dynamischer Geometrie Software. (BMBF, 2012, S. 11 f.)

Auch bei mündlichen Prüfungen soll, je nach Verfügbarkeit, Technologie bei kompetenzorientierten Aufgabenstellungen zum Einsatz kommen und „als Modellierungs-, Visualisierungs- und Rechenwerkzeug die Kompetenzorientierung bei der Prüfung unterstützen“ (BMBF, 2012, S. 12).

1.5 Auswirkungen des Technologieeinsatzes auf die Kompetenzen

„Die neuen Medien sollen nicht nur, sie müssen bei der Entwicklung und Umsetzung der Bildungsstandards in Deutschland und Österreich eine Rolle spielen, sonst entwickeln wir Standards für die Vergangenheit und nicht für die Zukunft.“

(Heugl, 2005, S. 34)

Heugl erkannte schon früh, welche Rolle höhere Technologie künftig in einem modernen Mathematikunterricht spielen würde. Die technologische Entwicklung schreitet rasch voran und führt unerlässlich in eine Zeit der Digitalisierung, die unser Leben vollständig umgibt. Die Gesellschaft muss mit dieser rasanten Entwicklung Schritt halten. Und die Schule muss ihrem Auftrag, die heranwachsende Generation auf ein Leben in einer Welt der Technologie vorzubereiten, nachkommen. Parallel zu diesem eilenden Fortschritt müssen auch die Lern- und Lehrziele der Schule und des Unterrichts öfter denn je überarbeitet, erneuert und an die neuen Bedingungen angepasst werden. Heugl zufolge wurde der Technologie bei der Entwicklung der Bildungsziele, Bildungsstandards und Kompetenzen, viel zu spät Platz eingeräumt (Heugl, 2005). Doch allmählich schleichen sich Begriffe wie Technologie, Digitalisierung und digitale Medien in unser Bildungssystem, auch wenn die Formulierungen und Forderungen diesbezüglich noch etwas vage ausfallen. An welchen Stellen Technologie bei der Kompetenzentwicklung mitwirken kann, soll in den nachfolgenden Kapiteln dargelegt werden.

1.5.1 Bildungsstandards

Standards stellen einen „durch Vereinheitlichung geschaffenen, festen Maßstab für ein bestimmtes Produkt gleicher Qualität“ dar (Brockhaus, zit. n. Heugl, 2005, S. 22). Auf den Bildungsbereich Schule umgemünzt bedeutet dies:

Bildungsstandards greifen allgemeine Bildungsziele auf und benennen die Kompetenzen, die die Schule ihren Schülerinnen und Schülern vermitteln muss, damit bestimmte zentrale Bildungsziele erreicht werden. Die Bildungsstandards legen fest, welche Kompetenzen die Kinder oder Jugendlichen bis zu einer bestimmten Jahrgangsstufe erworben haben sollen. (Klieme et al., 2003, S. 19, zit. n. Götz, 2005, S. 9)

Bildungsstandards entstanden als Reaktion auf die besorgniserregenden Resultate der TIMSS- und PISA-Studien im Jahr 2000 und zielen „seit ihrer Einführung 2008/2009 auf eine Veränderung der Unterrichts- und Schulpraxis durch Kompetenzorientierung ab“ (IQS, 2022a). Sie erfüllen vorrangig zwei Funktionen: Eine Orientierungs- und Evaluationsfunktion (Heugl, 2005). Die zu erreichenden Kompetenzen werden mit Deskriptoren in Form von Könnensbeschreibungen (Can-Do-Statements) festgelegt (IQS, 2022b). Der Fokus liegt nun nicht mehr darauf, was den Schülerinnen und Schülern gelehrt wird, sondern was die Schülerinnen und Schüler gelernt haben sollen (Elschenbroich, 2005). Durch diesen Paradigmenwechsel von einer Input- zu einer Outputorientierung wird Spielraum für unterrichtliches Handeln geschaffen, in dem sich die Lehrkräfte bis zu einem gewissen Grad, abhängig von den Formulierungen der Bildungsstandards und Kompetenzen, eigenverantwortlich, mit dem Ziel der individuellen Kompetenzförderung der Schülerinnen und Schüler, bewegen können (Götz, 2005).

Die Erwartungen an die Bildungsstandards und deren Umsetzung sind hoch. Sie sollen selbstständiges Lernen und Arbeiten sowie strategisches und kreatives Denken fördern und den Selbstreflexionsprozess über das eigene Lernen anregen. Ein kompetenzorientierter Unterricht bemüht sich um eine individuelle, differenzierte und personalisierte Lernbegleitung durch Methodenvielfalt. Er schafft Raum für Analysieren, Erkunden, Erproben, Entdecken, Erfinden, Abwägen, Argumentieren und Hinterfragen (IQS, 2022a).

Im Laufe der Arbeit wird sich wie von selbst herausstellen, welchen Beitrag Technologie zur Erfüllung dieser Erwartungen leisten kann.

Die Relevanz höherer Technologie erkannte auch das österreichische Bildungssystem und gewichtete die Technologienutzung im Unterricht neu. Seit dem Jahr 2000 wird in den neuen Lehrplänen die Bedeutung der Technologienutzung für das Lehren und Lernen im Fach Mathematik betont – eine Entwicklung, die laut Heugl (2005, S. 21) „im Zeitalter der Informations- und Kommunikationstechnologie“ schon viel eher hätte stattfinden sollen, andernfalls wäre es in seinen Augen eine „Realitätsverweigerung und [...] technologiefeindlich.“

1.5.2 Kompetenzmodell

„Kompetenzmodelle sind prozessorientierte Vorstellungen für den Erwerb von fächerübergreifenden und fachüberzogenen Kompetenzen“ (Leuders, 2014, S. 9) und dienen sowohl zur Erfassung als auch zur Rückmeldung von Kompetenzen. Kompetenzmodelle werden in Abhängigkeit von der Schulart sowie der Schulstufe entwickelt. Aufeinanderfolgende Schulstufen verlangen vernetzte und ineinander übergehende Modelle. Standards der Sekundarstufe II bauen demnach auf jenen der Sekundarstufe I auf und setzen eine Erlangung der zu erreichenden Kompetenzen voraus (Heugl & Peschek, 2004, zit. n. BMBF, 2012, S. 10; Heugl & Hainscho, 2008).

Ein ausführlich formuliertes und transparentes Kompetenzmodell bildet die Basis für einen erfolgreichen, kompetenzorientierten Unterricht und ist daher von großer Relevanz. Aufgrund der Vernetzung verschiedener Kompetenzbereiche gilt das Kompetenzmodell als Grundlage jeglicher schulischer sowie unterrichtlicher – also auch methodisch-didaktischer – Handlungen.

Das österreichische Kompetenzmodell stützt sich auf den Kompetenzbegriff von Weinert. Er versteht unter Kompetenzen

[...] die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können. (Weinert, 2001, S. 27 f.)

Um Unterricht sinnvoll und kompetenzorientiert zu gestalten, ist eine Auseinandersetzung mit den im Kompetenzmodell angeführten Kompetenzen erforderlich. Bevor wir einen Blick auf den Einfluss höherer Technologien auf die zu entwickelnden Kompetenzen werfen, wird zunächst das Kompetenzmodell der Sekundarstufe II einer AHS vorgestellt.

1.5.2.1 Das Kompetenzmodell für Mathematik der Sekundarstufe II AHS

Nach Heugl (2011, S. 1) beziehen sich mathematische Kompetenzen „auf mathematische Tätigkeiten, auf mathematische Inhalte sowie auf die Art und Komplexität der erforderlichen kognitiven Prozesse.“ Personale und soziale Kompetenzen bleiben im Kompetenzmodell für Mathematik unberücksichtigt, sollen aber dennoch durch die Beschäftigung mit Mathematik, beispielsweise als Verantwortungsübernahme für das eigene Lernen und Tun sowie den Erwerb und die bewusste Anwendung von Lernstrategien, erworben werden (Heugl, 2005).

Das österreichische Kompetenzmodell für die AHS im Fach Mathematik setzt sich folglich aus drei Dimensionen – der Handlungs-, Inhalts- und Komplexitätsdimension – zusammen (IQS, 2013).

Die Handlungsdimension legt fest, auf welche Art von Tätigkeit sich die jeweiligen Kompetenzen beziehen, das heißt WAS getan wird (BMBF, 2012). Sie beschreiben am Fach

orientierte Aktivitäten, die zur Bearbeitung der inhaltlichen Teilbereiche erforderlich sind (Heugl, 2005). Die Inhaltsdimension bestimmt die zu behandelnden Inhalte, also Womit etwas getan wird (BMBF, 2012). Grundlage für die im Anschluss aufgelisteten Ausprägungen der inhaltlichen Dimension bildet der Lehrplan (Heugl, 2005). Bei der Komplexitätsdimension handelt es sich um die Art und den Grad der Vernetzungen (BMBF, 2012), mit denen die Handlungen und Inhalte miteinander in Verbindung gebracht werden (Heugl & Hainscho, 2008).

Mathematische Kompetenzen können demnach als Tripel aus der Handlungs-, Inhalts- und Komplexitätsdimension beschrieben werden: Mathematische Inhalte (Inhaltsbereich) sollen auf verschiedenen Wegen (Handlungsbereich) und unterschiedlich stark vernetzt (Komplexitätsbereich) an die Schülerinnen und Schüler herangetragen werden. Verwandte Handlungen, Inhalte und Arten bzw. Grade von Vernetzungen werden dabei zu Handlungs-, Inhalts- und Komplexitätsbereichen zusammengefasst und mit den Abkürzungen H1 bis H4, I1 bis I4 und K1 bis K3 bezeichnet (BMBF, 2012, S. 10 f.):

Handlungsbereiche:

- H1: Darstellen, Modellbilden
- H2: Rechnen, Operieren
- H3: Interpretieren
- H4: Argumentieren, Begründen

Inhaltsbereiche:

- I1: Algebra und Geometrie
- I2: Funktionale Abhängigkeiten
- I3: Differential- und Integralrechnung
- I4: Wahrscheinlichkeit und Statistik

Komplexitätsbereiche:

- K1: Einsetzen von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten
- K2: Herstellen von Verbindungen
- K3: Einsetzen von Reflexionswissen; Reflektieren

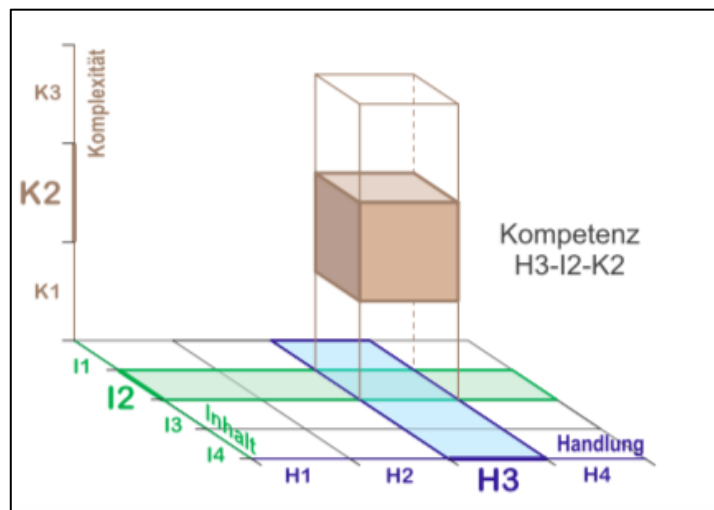


Abbildung 6: Kompetenzmodell AHS (Quelle: BMBF, 2012, S. 11)

Auf der Suche nach einer detaillierten Beschreibung der jeweiligen Teilbereiche wird man auf der Homepage des Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Forschung oder im online verfügbaren Werk *Mathematik an AHS* (BMBF, 2012) fündig. Eine umfangreiche Ausformulierung der jeweiligen Teilbereiche kann für den weiteren Verlauf der Arbeit jedoch vernachlässigt werden.

1.5.2.2 Technologiegestützte Entwicklung der Handlungskompetenzen

Technologie eröffnet dem Mathematikunterricht neue Wege der Wissensvermittlung und sorgt damit nicht nur für neu gewonnene oder veränderte Methoden, sondern auch für eine Verlagerung der Inhaltsschwerpunkte. Schülerinnen und Schüler rücken ins Zentrum unterrichtlichen Handelns, indem sie mithilfe von Technologie selbst aktiv Lehr- und Lernprozesse gestalten können.

Komplexe Rechenoperationen können an ein CAS, aufwendige Konstruktionen an eine DGS und mühsame statistische Auswertungen an ein TKP übergeben werden. Durch diese Auslagerung zeitaufwändiger mathematischer Tätigkeiten, die ebenso gewisse Rechenfertigkeiten sowie fachthematisches Wissen voraussetzen, wird Zeit für die Förderung der Handlungskompetenzen Modellieren, Interpretieren und Argumentieren gewonnen.

Die nachfolgende Beschreibung der jeweiligen Handlungskompetenzen erfolgt anhand der Formulierungen des BMBF (2012).

Beitrag von MRP zum Handlungsbereich H1: Darstellen und Modellbilden

Süss-Stepancik (2015, S. 65) beschreibt Darstellen als „die Kompetenz, Sachverhalte durch Worte, Symbole, Zeichnungen, Tabellen, Diagramme etc. wiederzugeben.“ In der Mathematik meint Darstellen „die Übertragung gegebener mathematisierbarer Sachverhalte in eine (andere) mathematische Repräsentation bzw. Repräsentationsform“ (BMBF, 2012, S. 13).

Um Modellbilden zu können, müssen zusätzlich Zusammenhänge und mathematische Beziehungen erkannt, vereinfacht und idealisiert werden. Es geht also um die Überführung mehr oder weniger mathematisierter Sachverhalte in eine mathematische Umgebung. Mathematische Zusammenhänge müssen identifiziert und mathematisch dargestellt werden. Höhere Technologie kann bei der Erstellung sowie dem Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen (tabellarisch, grafisch, symbolisch, etc.) unterstützen. Auf diesem Weg können Fähigkeiten wie das systematische Manipulieren, Interpretieren oder Bewerten einer Darstellung gefordert und gefördert werden (Süss-Stepancik, 2015).

Beitrag von MRP zum Handlungsbereich H2: Rechnen und Operieren

Unter Rechnen bzw. Rechenoperationen werden sowohl numerische Berechnungen als auch Umformungen symbolischer Ausdrücke verstanden. Werden Rechen- und (geometrische) Konstruktionsabläufe umfassend geplant und durchgeführt, steht Operieren im Mittelpunkt mathematischen Arbeitens. Inwiefern Technologie beim Rechnen und Operieren eingesetzt werden kann, ist in Anbetracht der Rechenfunktion von CAS selbsterklärend und muss nicht näher erläutert werden. Das BMBF betont dennoch eine „zweckmäßige Auslagerung operativer Tätigkeiten an die verfügbare Technologie“ (BMBF, 2012, S. 13).

Mühsame und fehleranfällige Rechenalgorithmen können an CAS ausgelagert werden und erlaubt im Gegenzug eine vertiefte Auseinandersetzung mit den Handlungskompetenzen H1, H3 und H4.

Beitrag von MRP zum Handlungsbereich H3: Interpretieren

Bei der Interpretation mathematischer Darstellungen sollen Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte erkannt, dargelegt und im jeweiligen Kontext gedeutet werden. Dabei können verschiedene Darstellungsformen (tabellarisch, grafisch oder symbolisch) für das Erkennen und Deuten der Zusammenhänge herangezogen werden. Der im Kopf stattfindende Prozess des Deutens und Interpretierens eines mathematischen Sachverhalts kann durch Technologie angeregt und unterstützt bzw. begleitet werden (Windpessl, 2019). Besonders wichtig beim Einsatz von Technologie ist die Überprüfung der mittels MRP berechneten Ergebnisse, die mithilfe einer kontextbezogenen Interpretation erfolgen kann.

Beitrag von MRP zum Handlungsbereich H4: Argumentieren und Begründen

Unter Argumentieren versteht das BMBF die Angabe von mathematischen Aspekten, unter Verwendung von mathematischen Eigenschaften, Regeln und der Fachsprache, die für oder gegen eine bestimmte Entscheidung oder Sichtweise sprechen. Im Vergleich dazu meint Begründen die „Angabe einer Argumentations(kette), die zu bestimmten Schlussfolgerungen/Entscheidungen führt“ (BMBF, 2012, S. 14). Wie bereits erwähnt, kann

Technologie, insbesondere aufgrund der Experimentierfunktion, zum Aufstellen von Vermutungen und zu deren Begründung eingesetzt werden. Der Prozess des Argumentierens und Begründens kann durch Technologie unter Verwendung verschiedener Darstellungsformen unterstützt werden. Mithilfe des dynamischen Darstellungswechsels können Zusammenhänge erkannt, einfache Beweise selbstständig geführt oder Gegenargumente gefunden werden.

Abschließend nennt das BMBF (2012) explizit mögliche Inhaltsbereiche, bei denen eine Anwendung technologischer Werkzeuge sinnvoll ist:

- Darstellen von Zahlen, Funktionen (als Graph, Term, oder Tabelle), Folgen (rekursive Modelle)
- operative Tätigkeiten
- Lösen und Interpretieren von Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssystemen
- Bestimmen der Lagebeziehungen von Geraden
- Darstellen, Operieren, Interpretieren und Argumentieren mit Vektoren
- Modellieren und Interpretieren von Wachstumsprozessen
- Berechnung von Flächen mittels Integral oder Unter- und Obersummen
- Diskrete und kontinuierliche Modelle darstellen, interpretieren und lösen
- Bearbeitung von realen Datenmengen (statistische Kennzahlen und grafische Darstellungen)
- Modellieren und Interpretieren von Regressionsfunktionen
- Verteilungen darstellen und berechnen
- Hypothesentests durchführen, Konfidenzintervalle bestimmen

1.6 Forschungsprojekte zum Technologieeinsatz

Erste Projekte zur Untersuchung des Technologieeinsatzes an österreichischen Schulen wurden bereits vor etwa 30 Jahren durchgeführt. Die Forschungsbereiche und Fragestellungen der Studien überschneiden sich an vielen Stellen und führen nicht selten zu übereinstimmenden Ergebnissen. Drei bekannte nationale sowie internationale Projekte und deren gewonnenen Erkenntnisse sollen nun vorgestellt werden.

1.6.1 ACDCA – CAS-Projekte (1993-2005)

Der von Heugl gegründete, gemeinnützige Verein ACDCA (Austrian Center for Didactics of Computer Algebra) versucht eine Schnittstelle zwischen Wissenschaft, Softwareproduktion und Unterrichtspraxis im Bereich der Computeralgebrasysteme herzustellen und vertritt international die österreichische Forschung und Erfahrung auf diesem Gebiet. Zusätzlich leistet er einen Beitrag zur Softwareproduktion und -adaption, zur Gestaltung von Curricula, stellt Unterrichtsmaterialien zur Verfügung und entwickelt Materialien zur Evaluation von

Experimenten (Regionales Fachdidaktikzentrum Mathematik und Informatik, 2019). 1993 startete das erste große Projekt CAS I zum Einsatz von Computeralgebrasystemen im Mathematikunterricht. Ihm folgten weitere vier Projekte – CAS II bis CAS V –, die sich zum einen mit den Auswirkungen des Technologieeinsatzes auf den Unterricht sowie mit den Einstellungen der Schülerinnen und Schüler zur Technologie befassten und zum anderen auch auf die Entwicklung von Unterrichtsmaterialien und elektronischen Lehr- und Lernmedien, auf eine Anpassung des Lehrplans und die Entwicklung von Lernplattformen u.v.m. abzielten (Windpessl, 2019).

1.6.1.1 CAS I – DERIVE-Projekt (1993-1994)

1993 fand die erste Untersuchung zum Einsatz des Computeralgebrasystems DERIVE an österreichischen Schulen statt. Insgesamt nahmen an dem Projekt 39 Versuchsklassen der 7. bis 12. Schulstufe mit etwa 700 Schülerinnen und Schülern teil. Es wurde nach Möglichkeiten gesucht, wie CAS zu methodisch-didaktischen und inhaltlichen Veränderungen sowie zur Verbesserung des Mathematikunterrichts beitragen können. Gleichzeitig versuchte man neue Unterrichtsmaterialien für den Technologieeinsatz zu entwickeln. Die Erhebung erfolgte mittels Befragungen der beteiligten Lehrpersonen sowie Schülerinnen und Schüler. Die Ergebnisse wurden von Heugl, Klinger, & Lechner (1996a) wie folgt zusammengefasst:

Es zeigte sich, dass die Freude am Mathematikunterricht – bei Buben vergleichsmäßig stärker als bei Mädchen – durch den Technologieeinsatz zunahm. Diese Zunahme wurde vor allem bei jenen, die auch zu Hause mit DERIVE arbeiteten, deutlich wahrgenommen. Zudem äußerten die Befragten den Wunsch, auch bei Hausaufgaben und Prüfungen CAS einsetzen zu dürfen. Gleichzeitig wurde jedoch ersichtlich, dass sich insbesondere leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler durch den CAS-Einsatz zusätzlich belastet fühlten. Ebenso wurden, wie bereits angedeutet, geschlechtsspezifische Unterschiede ausgemacht. So entwickelten Buben durch CAS mehr Freude am Unterricht, hegten häufiger den Wunsch nach einem vermehrten CAS-Einsatz auch bei Hausaufgaben und Prüfungen, empfanden den Unterricht als interessanter und verständlicher und fühlten sich durch den Einsatz von DERIVE weniger belastet als Mädchen.

Bezüglich des Nutzungsverhaltens konnte festgestellt werden, dass CAS an erster Stelle zur Arbeitserleichterung und Zeitersparnis, aber auch für grafische Darstellungen, das Ausrechnen und Umformen von Termen oder als Hilfe zum Erkennen und Vermeiden von Fehlern eingesetzt wurde. Lehrkräfte berichteten, dass mit Technologie verstärkt anwendungsorientierte Aufgaben behandelt wurden, was nach einer Entwicklung entsprechender Unterrichtsmaterialien verlangte. Sie vermuteten eine Abnahme des Zeitaufwands für aufwendige Rechnungen, wodurch mehr Zeit für die Entwicklung mathematischen Grundwissens gewonnen würde. Außerdem schätzten sie die zusätzlichen

methodischen Möglichkeiten in der Phase des Übens oder für die Gestaltung eines motivierenden Einstiegs in ein neues Kapitel.

1.6.1.2 CAS II (1997 – 1998)

Österreich war das erste Land, in dem im Mai 1995 eine Versuchsklasse mit dem TI 92 – dem ersten schultauglichen Computeralgebrarechner – ausgestattet wurde. Der TI 92 ermöglichte das Rechnen mit Variablen, Lösen von Gleichungen, Differential- und Integralrechnungen sowie die Bearbeitung von Aufgaben aus dem Bereich Geometrie (Heugl & Klinger, 1998). Die Leitung des vom Bundesministerium für Unterricht und Kultur aufgetragenen Projekts übernahm abermals Dr. Helmut Heugl. Die Untersuchung fand in den 7., 9., 10., und 11. Klassenstufen mit insgesamt 1380 Schülerinnen und Schülern statt. Untersucht wurde der Einfluss von CA-Taschenrechnern auf die Inhalte, Ziele und Organisation des Mathematikunterrichts sowie auf die Motivation der Schülerinnen und Schüler sowie Lehrkräfte. Außerdem versuchte man einen Lehrplan, Lernmedien und Unterrichtsmaterialien sowie Fortbildungskonzepte für Lehrpersonen zu entwickeln. Erhoben wurden die Daten mittels Befragungen und Prä- und Posttests. Die Ergebnisse überschneiden sich stark mit jenen des CAS I-Projekts, weshalb nur neue Erkenntnisse, zusammengefasst von Grogger (1998), angeführt werden sollen.

Insgesamt zeichnete sich wieder eine positive Haltung sowie eine (geschlechtsabhängige) Zunahme der Freude und auch der Motivation ab, die von den Lehrkräften auf die neuen Möglichkeiten zur Individualisierung und Differenzierung bezüglich Lerntempo und Leistungsniveau zurückgeführt wurde. Angesichts der neueröffneten Möglichkeiten forderten Lehrkräfte neben der Entwicklung neuer Unterrichtsmaterialien auch veränderte Ziele und Inhalte.

Herausforderungen wurden bezüglich der Handhabung und komplexen Bedienung des TI 92 sowie der schwierig zu merkenden Befehle genannt. Auch die erwünschte Reduzierung der Arbeitszeit trat laut Lehrkräften nicht ein, da das Erstellen entsprechender Aufgaben sowie der Erwerb der Werkzeugkompetenzen eine zusätzliche zeitliche Belastung darstellte. Außerdem vertraten die Lehrpersonen die Meinung, dass Manches zuerst händisch gerechnet werden muss, um es zu verstehen.

1.6.2 CALiMERO (2005-2013)

In Niedersachsen startete 2005 das Projekt CALiMERO (Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren) zum Einsatz von Taschencomputern (Handhelds) im Mathematikunterricht. Im Jahr 2005 nahmen insgesamt 29 Klassen der 7. Schulstufe (N=554) aus sechs verschiedenen Gymnasien teil (TU Darmstadt, 2022a; Pinkernell & Bruder, 2019). Das Projekt wurde in den Klassen bis zur 10. Klassenstufe

fortgesetzt. Es handelte sich um eine der ersten Langzeitstudien zum CAS-Einsatz im Mathematikunterricht (Ingelmann, 2006).

Das Projekt wurde von der Arbeitsgruppe Bruder geleitet und von selbiger an der TU Darmstadt ausgewertet.

Ziel war die Entwicklung und Erprobung eines Unterrichtskonzepts sowie die Untersuchung der Effekte auf die Denk- und Kompetenzentwicklung, das Mathematikinteresse, die Vorstellung über Mathematik und auf die Leistungsentwicklung (Ingelmann, 2006 & 2007; Pinkernell & Bruder, 2019). Regelmäßige Übungseinheiten ohne CAS (sog. Kopfübungen) zum „Wachhalten von Grundwissen und Grundkönnen“ (Pinkernell & Bruder, 2019, S. 149) sollen dem Verlust der Kopfrechenfähigkeiten und der Handkalkülkompetenz entgegenwirken (Ingelmann, 2007). Zur Erhebung der Daten wurden Frage- und Stundenberichtsbögen sowie Prä- und Post-Tests zur Feststellung der Leistungsentwicklung herangezogen. Fünf Vergleichsklassen (N=106) dienten als Kontrollgruppe (Ingelmann, 2007 & 2008).

Die Evaluierung zeigte deutliche Leistungssteigerungen vor allem beim Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik und der Modellierungskompetenz (Ingelmann, 2008). Bei leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern zeichnete sich eine Leistungszunahme in den Bereichen algebraische Argumentationen und Interpretation von Grafiken ab (Ingelmann, 2007). Auch bei dieser Studie traten geschlechtsspezifische Unterschiede zum Vorschein, da besonders bei Buben ein hoher Leistungszuwachs zu verorten war. Hervorzuheben ist, dass sich ebenso die Rechenfertigkeiten, entgegen der Annahme vieler Kritikerinnen und Kritiker, positiv entwickelten, was wiederum auf die zusätzlichen technologiefreien Übungsphasen zurückzuführen ist. Des Weiteren ergab die Studie, dass CAS-Handhelds von den Schülerinnen und Schülern vorwiegend zum Ausprobieren und zum Rechnen mit Zahlen verwendet wurden, jedoch nicht zum Rechnen mit Termen oder zum Veranschaulichen (Ingelmann, 2007).

Ingelmann (2008) beschreibt in der Auswertung der Studie, dass durch den Einsatz von Handhelds eine Abkehr vom Frontalunterricht erfolgte und der Fokus auf ein verstärktes miteinander Arbeiten und Lernen, auf selbstständige Entdeckungsprozesse und auf das Ausprobieren verschiedener, individueller Lösungswege gelegt wurde.

1.6.3 Modellversuch M³ (2003-2013)

2003 begann im Rahmen des Modellversuchs M³ eine Untersuchung an bayrischen Gymnasien zum Einsatz von Taschencomputern (TC) – zunächst Voyage 200 von Texas Instruments und später TI-Nspire CAS. Das Projekt wurde aufgrund seines Erfolges bis zum Jahr 2012/13 verlängert. Zu diesem Zeitpunkt nahmen bereits 53 Klassen der 10. und 11. Jahrgangsstufen an dem Projekt teil (Bichler, Fritsche & Weigand, 2012). Ziel der Untersuchung war die Erprobung neuer Medien im Mathematikunterricht hinsichtlich ihrer didaktischen Möglichkeiten. Die Daten wurden mittels Fragebögen sowie Prä- und Post-Tests,

die sowohl von den Modell- als auch von den Kontrollklassen ohne Technologieeinsatz durchgeführt wurden, erhoben. Die Modellklassen schrieben zusätzlich einen Test mit Technologieunterstützung, bei dem sie ihre Arbeitsweise dokumentierten.

Die Schülerinnen und Schüler berichteten, den TC überwiegend als Verständnishilfe und Lernwerkzeug und weniger als Rechenwerkzeug einzusetzen. Nach Angaben der Lehrkräfte verwendeten die Schülerinnen und Schüler den TC zusätzlich zur (numerischen, algebraischen oder geometrischen) Lösungskontrolle (Neumann, 2018). Außerdem ergab die Studie, dass Schülerinnen und Schüler TC erst dann bei Prüfungen nutzten, wenn sie ausreichend damit vertraut waren.

Die Ergebnisse zeigten, dass es durch den Technologieeinsatz weder zur erhofften überproportionalen Leistungssteigerung schwächerer Schülerinnen und Schüler noch zu einer Öffnung der Leistungsschere kam. Der Leistungszuwachs bei leistungsstarken Kindern war geringer als bei allen anderen Leistungsgruppen. Insbesondere beim Transfer zwischen Gleichung und Graph sind Leistungszuwächse zu finden, während beim Lösen von Gleichungen Verschlechterungen festgestellt wurden (Neumann, 2018).

Die befragten Lehrkräfte waren überzeugt, dass dem Verlust der Handkalkülkompetenz durch gezieltes Üben entgegengesteuert werden kann und standen dem Einsatz von TC, ebenso wie die Schülerinnen und Schüler, allgemein positiv gegenüber (Bichler et al., 2012).

Hinsichtlich der Auswirkungen auf den Unterricht deckten sich die Ergebnisse mit jenen der bereits beschriebenen Studien: Unterrichtsformen wie Partnerinnen- und Partner-, Gruppen- oder Projektarbeiten gewannen an Bedeutung, neue Lösungsstrategien wurden eröffnet – wenngleich sie zuvor von der Lehrkraft vorgezeigt werden mussten – und komplexere, anwendungsorientierte Aufgaben konnten vermehrt bearbeitet werden (Bichler et al., 2012).

1.6.4 Zusammenfassung der Forschungsergebnisse

Insgesamt manifestiert sich sowohl bei den Schülerinnen und Schülern als auch bei den Lehrenden eine positive Einstellung gegenüber CAS. Die Schülerinnen, aber vor allem die Schüler entwickeln durch die Verwendung von CAS mehr Freude, Motivation und Interesse am Fach und empfinden den technologiegestützten Unterricht als interessanter und abwechslungsreicher.

Es eröffnen sich dem Mathematikunterricht viele neue methodisch-didaktische Möglichkeiten: Der Frontalunterricht wird vermehrt durch Partnerinnen- und Partner-, Gruppen- oder Projektarbeiten sowie Phasen selbstständigen Arbeitens abgelöst. Der Unterricht wird verstärkt schülerinnen- und schülerorientierter und erlaubt das Ausprobieren und Anwenden neuer, individueller Lösungsstrategien. Zeitaufwendige Rechnungen werden an CAS übergeben. Im Ausgleich dazu rücken anwendungsorientierte Aufgaben in den Mittelpunkt.

Schülerinnen und Schüler sehen in CAS eine Verständnishilfe und ein Lernwerkzeug, das ihnen zusätzlich Zeit erspart und die Arbeit erleichtert. Sie verwenden CAS häufig zum

grafischen Darstellen, Ausrechnen und Umformen von Termen, zum Ausprobieren und als (numerische, algebraische oder geometrische) Lösungskontrolle sowie zum Erkennen und Vermeiden von Fehlern.

Leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler können sich durch die Verwendung von CAS zusätzlich belastet fühlen. Die Leistungsschere öffnet sich jedoch nicht weiter. Leistungssteigerungen wurden vor allem in den Bereichen Modellieren, Argumentieren und Interpretieren ausgemacht. Es ist wichtig anzumerken, dass der Verlust der Handkalkülkompetenz durch gezielte Übungseinheiten verhindert werden konnte.

Die CAS-bedingten Veränderungen verlangen jedoch auch nach neuen bzw. veränderten Unterrichtsmaterialien, Unterrichtskonzepten, Inhalten und Zielen.

Negativ wird der zusätzliche Zeitaufwand für den Erwerb der nötigen Werkzeugkompetenzen angemerkt. Ebenso sehen sich Lehrkräfte durch den Einsatz von CAS nicht zeitlich entlastet, da die Vorbereitung von Unterrichtsstunden mit CAS einen großen Zeitaufwand birgt. Außerdem wurden Schwierigkeiten in der Bedienung der Geräte ausfindig gemacht.

Die angeführten Studien liegen bereits einige Jahre zurück und beziehen sich auf veraltete CAS-Modelle. Neuere Technologien sind bereits weit fortgeschritten und in ihrer Bedienbarkeit einfacher und intuitiver gestaltet. Zudem haben die Anbieter verschiedener Programme und Handhelds dieses Problem aufgegriffen und stellen einfache, auch praxisorientierte bzw. beispielbezogene Anleitungen zur Verfügung. Außerdem lässt sich eine Reihe hilfreicher Tutorials zur Handhabung der verschiedenen höheren Technologien im Internet finden. Vorgefertigte Lernpfade (vgl. Kapitel 0) bieten eine weitere Möglichkeit, Lehrpersonen zeitlich zu entlasten, aber dennoch einen technologiegestützten Unterricht abzuhalten.

1.7 Technologiegestützter Unterricht – Anpassungen und Erneuerungen

*„Der Mathematikunterricht sollte – zumindest gelegentlich
– eigene Entdeckungen ermöglichen.“*

(Weigand & Weth, 2002, S. 168)

1.7.1 Auswirkungen auf den Mathematikunterricht

Die in einem technologiegestützten Mathematikunterricht neueröffneten Möglichkeiten der Vermittlung mathematischen Wissens sowie der Herangehensweise an mathematische Aufgabenstellungen verlangen nach einer Anpassung der bisherigen fachdidaktischen Methoden und führen unabdingbar zu einer Schwerpunktverlagerung der zu behandelnden Inhalte (Neumann, 2018). Denn wo einst viel Zeit in das Erlernen mühsamer Rechenalgorithmen investiert werden musste, kann nun Raum für experimentelles und entdeckendes Arbeiten geschaffen werden. Den Schülerinnen und Schülern werden neue

Wege der Mathematik eröffnet und eine Vielfalt an Möglichkeiten im Bereich des selbstständigen Arbeitens geboten.

Technologie verändert den Kern des Inhalts dessen, was wir lehren, und wie wir in der Lage sind, diese Inhalte zu unterrichten. Teile der Mathematik, wie z.B. das Reflektieren über das Verhältnis von Mathematik und außermathematischer Welt oder das Interpretieren von mathematischen Ergebnissen werden wichtiger, weil Technologie sie verlangt. Andere Teile der Mathematik, wie z. B. die Durchführung komplexer Rechenabläufe, verlieren an Bedeutung, weil Technologie sie ersetzt. Wiederum andere Teile der Mathematik, wie z. B. Explorative Datenanalyse, werden erst möglich, weil Technologie sie erlaubt. (Engel, 2009, S. 22)

Der Wechsel zwischen den vielfältigen Darstellungsformen sowie interaktive Erkundungen beim Modellieren fördern das Entdecken und Verstehen mathematischer Zusammenhänge (KMK, 2012, S. 13). Schematische Abläufe sowie die Verarbeitung großer Datenmengen können von MRP übernommen werden, wodurch neue (reale) Beispiele Einzug in den Mathematikunterricht finden und die Unterrichtsinhalte neu überdacht werden müssen.

Dies kann bedeuten, dass bekannte und bewährte Unterrichtsinhalte neu betrachtet werden, es kann aber auch bedeuten, dass neue oder auch vergessene mathematische Inhalte Ausgangspunkt der Untersuchungen sind. Dahinter steht die Intention, die althergebrachte Auswahl der Unterrichtsinhalte kritisch zu überprüfen und darüber nachzudenken, ob angesichts der neuen Möglichkeiten von mathematischer Software wie GeoGebra nicht auch mathematische Begriffe und Zusammenhänge für den Unterricht geeignet sind, die momentan nicht zu den Standardthemen des Mathematikunterrichts gehören. (Kaenders, & Schmidt, 2014, S. 9)

Die Schülerinnen und Schüler müssen sich nun nicht mehr mit langwierigen, fehleranfälligen Operieren auseinandersetzen, sondern können sich durch eigentätige Erkundungen intensiv mit der Materie befassen.

Die verfügbaren elektronischen Hilfsmittel eröffnen eine neue Dimension der Schulmathematik, sodass eine Verschiebung von der Ausführung zur Planung von Problemlösungen stattfindet. Damit wird eine Schwerpunktverlagerung vom Operieren zum Nutzen von Grundwissen und zum Reflektieren möglich. Technologie zwingt also zur Reflexion über die ‚verwendete Mathematik‘, weil über Ergebnisse reflektiert wird, die man nicht selbst produziert hat, und unterstützt so kontextbezogene Reflexion. (BIFIE, 2015, S. 4)

Kompetenzen zum Argumentieren, Modellieren, Lösen von Problemen, Verwenden und Interpretieren von Darstellungen, sowie zum Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen können dadurch gefördert werden (Roth, 2015, S. 3; Weigand, 2020, S. 65).

Heugl (2005, S. 28 ff.) nennt überdies weitere Kompetenzen, die es im Zusammenhang mit Technologie zu entwickeln gilt:

Strukturerkennungskompetenz

Zur Übersetzung mathematischer Ausdrücke und Symbole in eine für die Technologie verständliche Sprache benötigen Schülerinnen und Schüler eine sogenannte Strukturerkennungskompetenz. Schülerinnen und Schüler müssen die Struktur, die hinter einem mathematischen Ausdruck (z.B. eines Terms, einer Formel, einer Gleichung usw.) steckt, erkennen und durch beispielsweise richtiges Setzen von Klammern in die Sprache des mathematischen Softwareprogramms übersetzen. Anschließend müssen die passenden Operationen zur Bearbeitung des Ausdrucks gewählt werden und das Ergebnis schließlich zur Überprüfung seiner Gültigkeit im gegebenen Kontext interpretiert werden. Häufig weisen die von Technologie produzierten Ergebnisse andere Strukturen auf. Die Schülerinnen und Schüler müssen in der Lage sein, diese Ergebnisse zu vergleichen und auf ihre Richtigkeit zu überprüfen. Die dazu notwendige Strukturerkennungskompetenz ermöglicht einen solchen Vergleich, muss jedoch vorerst erlernt werden. Ohne Eigenerfahrung, die beispielsweise durch das Umformen verschiedener Gleichungen gewonnen wird – Heugl spricht in diesem Sinne von der Handkalkülkompetenz, die jede Schülerin und jeder Schüler zuvor erwerben sollte – können Schülerinnen und Schüler nur sehr schwer Resultate, die sich in ihrer Struktur verändert haben, überprüfen und auch keine Entscheidung für eine geeignete Operation treffen.

Werkzeugkompetenz

Der Name dieser Kompetenz ist für sich selbst sprechend. Ebenso wie Rechenfertigkeiten geübt werden müssen, so bedarf es auch an Übung und Automatisierung der Werkzeugfertigkeiten, die eine umfassende Nutzung der zur Verfügung stehenden Technologie erst ermöglicht. Mangelnde Werkzeugkompetenz und die damit verbundene Unsicherheit der Lehrkraft im Umgang mit technologischen Werkzeugen sind meist Ursache für eine Ablehnung des Technologieeinsatzes im Mathematikunterricht (Roth, 2015, S. 10). Daher ist insbesondere der Entwicklung der Werkzeugkompetenz im Zuge der Lehrerinnen- und Lehrerbildung besondere Beachtung zu schenken. Gleiches gilt für Schülerinnen und Schüler: Wer nicht mit dem technologischen Werkzeug vertraut ist, wird es wohl kaum zur Hilfe nehmen, und noch viel weniger ihr Potential ausschöpfen können (vgl. Kapitel 1.6.3).

Beim Erwerb der Werkzeugkompetenz ist ein step-by-step-Vorgehen in kleinen Schritten besonders wichtig, sodass es zu keiner Überforderung kommt. Außerdem müssen mit den Schülerinnen und Schülern Vereinbarungen über die Dokumentation von Lösungswegen getroffen werden. Das bloße Notieren der Lösung gilt als nicht ausreichend. Welche, von der Technologie ausgeführten, Arbeitsschritte wie angeschrieben werden können und sollen, muss zunächst klar besprochen werden, sodass der Arbeits- und Lernprozess sowohl für die

Schülerinnen und Schüler als auch für die zuständige Lehrkraft transparent und nachvollziehbar bleiben.

Mit zunehmenden Kenntnissen über die Technologie und dessen Verwendung steigt die Freude und das Interesse nicht nur am Technologieeinsatz, sondern gleichsam auch am Fach Mathematik, da unterschiedliche Zugänge zum Fach eröffnet werden und eine individuelle, differenzierte Förderung vermehrt erfolgen kann.

Visualisierungskompetenz

Wenn Heugl von Visualisierungskompetenz spricht, meint er das Erstellen sowie eine sinnvolle und kompetente Interpretation grafischer Darstellungen, bei der es um das Erkennen von Zusammenhängen zwischen mathematischen Sachverhalten und verschiedenen Darstellungen (Graphen, Tabellen, etc.) geht (Heugl, 2001).

Kontrollkompetenz

In puncto Kontrolle ist Technologie ein zweischneidiges Schwert. Zum einen benötigen Schülerinnen und Schüler die von Heugl als Kontrollkompetenz bezeichnete Fähigkeit, Ergebnisse, die sie nicht selbst produziert haben, auf deren Gültigkeit zu hinterfragen und zu überprüfen. Gleichzeitig aber offeriert höhere Technologie neue algebraische und grafische Kontrollmöglichkeiten zuvor händisch gelöster Aufgaben. Die Kontrolle von Ergebnissen kann durch MRP nicht nur einfacher und schneller erfolgen, sondern erlaubt auch mehrere, verschiedene Lösungsansätze. Die Lernenden können mit GeoGebra auf unterschiedliche Weise arbeiten und so individuelle Lösungswege und Lösungsstrategien finden. Der Lösungsweg der Lehrperson gilt nun nicht mehr als der einzig richtige.

Heugl schildert diese unterschiedlichen Möglichkeiten der Test- bzw. Kontrollstrategien anhand des Beispiels einer Äquivalenzumformung von Termen, die beispielsweise über das Gleichsetzen, das Bilden der Differenz oder des Quotienten, aber auch grafisch oder algebraisch (z.B. durch Faktorisieren) überprüft werden kann.

Gesamt betrachtet zeigt sich eine durch Technologie initiierte Tendenz zu einem schülerinnen- und schülerzentrierten, experimentellen Unterricht, dessen Inhalte verstärkt auf Modellieren, Interpretieren, Begründen und Argumentieren abzielen (Heugl, 2001). Speziell zur Förderung selbstregulierter Lernprozesse sowie zur selbstständigen Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten (Roth, 2015) erweisen sich technologische Hilfsmittel als besonders nützlich.

Die Integration von Technologie in den Mathematikunterricht erfordert nicht nur von den Schülerinnen und Schülern, sondern auch von den Lehrkräften den Erwerb neuer technologiebezogener Kompetenzen. Wird Technologie reflektiert und sinnvoll eingesetzt, so

kann ihr Potential für eine Verbesserung des Mathematikunterrichts und der Lehr-Lern-Prozesse genutzt werden. Für eine angemessene Technologieanwendung im Unterricht ist jedoch nur dann gesorgt, wenn die Lehrkräfte über das nötige know-how, das heißt über eine ausreichende Werkzeugkompetenz, verfügen und ihre Unterrichtsgestaltung entsprechend der neueröffneten Möglichkeiten adaptieren.

Der Einsatz technologischer Mathematikwerkzeuge sollte stets gezielt und kontrolliert im Hinblick auf die Erreichung der Lehr- und Lernziele des Unterrichts erfolgen. Denn das bloße Vorhandensein neuer Medien führt nicht automatisch zu der gewünschten schülerinnen- und schülerorientierten Lernkultur, da sie häufig zu reinen Demonstrationszwecken von den Lehrkräften eingesetzt werden, und den Schülerinnen und Schülern ein interaktiver Zugang verwehrt bleibt (Bofinger, 2004, zit. n. Elschenbroich, 2005, S. 13). Es bleibt stets zu hinterfragen, wann sich der Einsatz technologischer Hilfsmittel als sinnvoll erweist oder wann auf altbewährte Werkzeuge wie Blatt, Stift und einen gewöhnlichen Taschenrechner zurückgegriffen werden sollte. Weder auf das Eine noch auf das Andere sollte vollständig verzichtet werden.

1.7.2 Veränderte Unterrichtsmethoden und -prinzipien

Die Einführung höherer Technologien in den Mathematikunterricht verlangt nach einer Anpassung bzw. Erneuerung didaktischer Prinzipien. Es wäre einfältig anzunehmen, dass ein Unterricht starr alten Richtlinien folgen kann, während alles rundherum eilend voranschreitet. Unterricht setzt an drei Eckpunkten an: Lehrende, Lernende und Inhalte. Schmidt-Thieme und Weigand bezeichnen dieses Konstrukt der in wechselseitiger Beziehung stehenden Unterrichtsprädiktoren „Lehrende – Lernende – Inhalte“ als didaktisches Dreieck (Schmidt-Thieme & Weigand, 2015, S. 480). In Bezug auf die Integration höherer Technologien in den Unterricht muss eine Überarbeitung der Ziele, Inhalte und Methoden ausgerichtet an jenen Eckpunkten erfolgen: Wie kann Technologie den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler unterstützen? Welche Fertigkeiten (Werkzeugkompetenzen) müssen die Schülerinnen und Schüler zusätzlich erwerben? Welche traditionellen mathematischen Inhalte können beibehalten werden? Welche Inhalte müssen ergänzt oder gar ersetzt werden? Inwiefern müssen letztendlich die Unterrichtsmethoden der Lehrpersonen an die neuen Bedingungen angepasst werden?

In den weiterführenden Kapiteln soll, angelehnt an Windpessls Diplomarbeit (2019), ein theoretischer Überblick über didaktische Prinzipien geschaffen werden. Sie dienen als Grundlage für den weiteren Verlauf der Arbeit, die aufzuzeigen vermag, wie durch die Verknüpfung von höherer Technologie und Mathematikhausaufgaben das selbstständige, experimentelle Lernen zur Herstellung eines konzeptuellen Wissens mit besonderem Augenmerk auf die heuristische Lernphase unterstützt werden kann. Die diesen

Gedankengängen zugrundeliegenden didaktischen Prinzipien sollen in den folgenden Unterkapiteln dargestellt werden.

1.7.2.1 Mathematisches Wissen

Um den Prozess der Wissensgenerierung nachvollziehen zu können, muss zunächst der Begriff *mathematisches Wissen* unter die Lupe genommen werden. Hier wird zwischen drei Varianten mathematischen Wissens unterschieden: Beim deklarativen Wissen handelt es sich um reines Sach- und Faktenwissen, wie beispielsweise das Aufsagen einer Formel zur Berechnung von Flächeninhalten oder das Aufzählen von Funktionseigenschaften. Zusammenhänge müssen nicht verstanden, Sachverhalten nicht in Beziehung zueinander gebracht werden. Prozedurales Wissen erweitert deklaratives Wissen um die Fähigkeit, mathematische Schritte durchführen zu können. Dabei handelt es sich um ein Wissen, das sowohl „für das Beherrschen einfacher mathematischer Routinen (syntaktisches Arbeiten) als auch mathematisch anspruchsvoller Fähigkeiten wie Argumentieren, Problemlösen und Modellieren benötigt“ wird (Barzel, 2012, S. 33). Das Endziel des Mathematikunterrichts wäre die Entwicklung eines konzeptuellen Wissens bei Schülerinnen und Schülern. Im Unterschied zum prozeduralen, verlangt das konzeptuelle Wissen nach dem nötigen Hintergrundwissen, um Rechenoperationen, Interpretationen und Modellierungen nicht nur (mechanisch) ausführen, sondern auch nachvollziehen zu können. Es geht um das Verstehen der Prozeduren und um ein Ausbilden eines tiefergehenden mathematischen Verständnisses durch die „Vernetzung von Wissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten“ (Barzel, 2012, S. 33).

1.7.2.2 Kreativitätsspirale nach Buchberger

Die Buchberger'sche Kreativitätsspirale zeigt auf, welche Lernschritte zur Aneignung eines mathematischen Wissens und tieferen Verständnisses durchlaufen werden müssen. Sie stellt eine „anschauliche Leitlinie für ein Konzept des Mathematiklernens“ dar und zielt auf eine Wissensgewinnung, das heißt auf die Entwicklung von Begriffen sowie auf die Formulierung und das Beweisen von Theoremen in der Mathematik, ab (Heugl et al., 1996a, S. 64). Die 1993 von Buchberger entwickelte Kreativitätsspirale wurde im Laufe der Zeit immer wieder überarbeitet. In aktuellen Modellen wird die Verwendung höherer Technologien im Lernprozess mitberücksichtigt. Sie beschreibt einen Weg computergestützten Lernens (Heugl et al., 1996a).

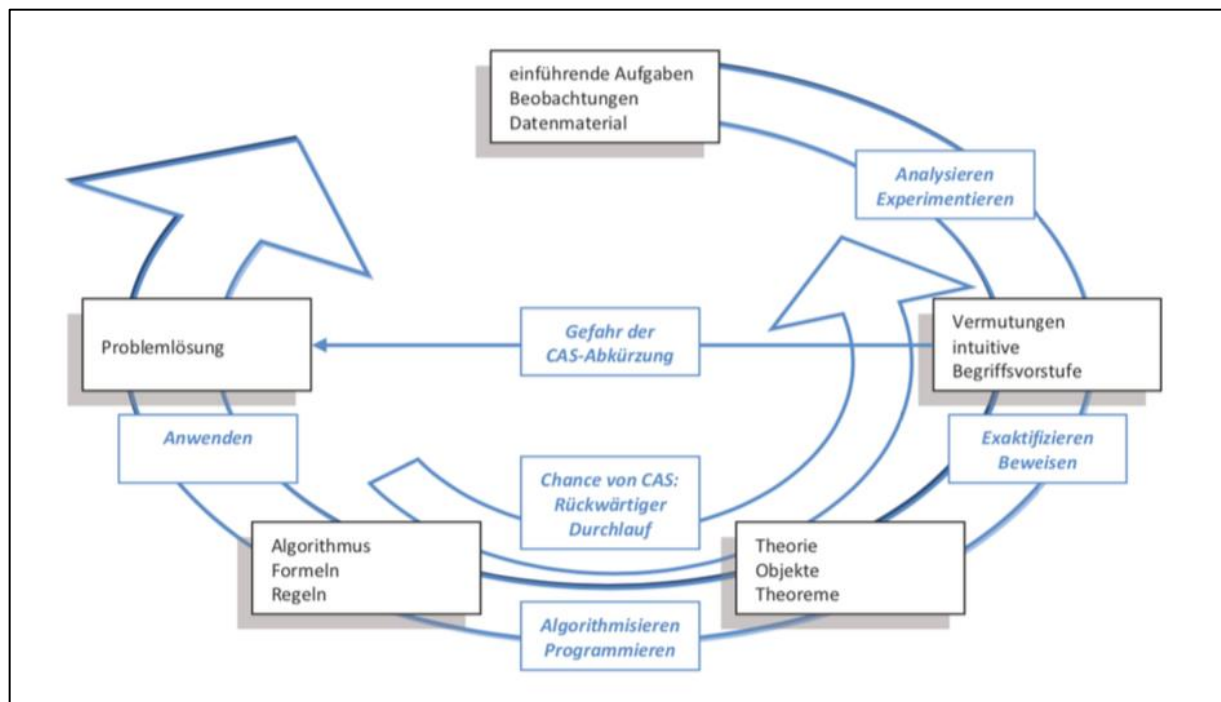


Abbildung 7: Kreativitätsspirale nach Buchberger (Quelle: Heugl et al., 1996b, S. 82, zit. n. Müller, 2014, S. 18)

Der Erkenntnisgewinn erfolgt in drei Phasen, die in der Kreativitätsspirale dargestellt werden:

- heuristische Phase
- exaktifizierende Phase
- Anwendungsphase

Heuristische Phase

Die heuristische bzw. experimentelle Lernphase beginnt mit einer einführenden Aufgabe, einer Beobachtung oder einem (realen) Datenmaterial. Anhand dieser einführenden Problemstellung soll experimentelles Lernen initiiert werden. Dem experimentellen Arbeiten entspringen Vermutungen, die eine Vorstufe für die Begriffsbildung oder Entwicklung von Algorithmen bilden (Heugl et al., 1996a). Die heuristische Lernphase beinhaltet neben Experimentieren und Ausprobieren auch den Wechsel und Vergleich von Darstellungsformen, das Überprüfen durch Proben oder das Erkunden von Spezialfällen (Windpessl, 2019). Die Lernenden sollen angeregt werden, eigene Wege auszuprobieren und nicht dem vorgespurten Weg der Lehrperson zu folgen. Dies gelingt ihnen mit systematischem Probieren und der Versuchs-Irrtumsmethode (Heugl et al., 1996a).

Welche Rolle höhere Technologie in der heuristischen Lernphase spielt, liegt auf der Hand. Nicht nur die Experimentier- und Visualisierungsfunktion von MRP sprechen für sich, sondern auch die Freiheiten, die den Schülerinnen und Schülern durch Technologie gewährt werden. Schülerinnen und Schüler können experimentelle Arbeitsschritte mithilfe von Technologie eigenständig durchführen und somit unabhängig von der Lehrperson agieren, vorausgesetzt, sie haben die nötigen Werkzeugkompetenzen sowie die Fähigkeiten zum selbstständigen

Arbeiten ausreichend entwickelt. Um planloses, unüberlegtes Probieren zu vermeiden, müssen die Schülerinnen und Schüler in der Lage sein, strukturiert und systematisch an eine Problemstellung heranzugehen und die einzelnen Bearbeitungsschritte sachgemäß zu dokumentieren. Auf diesem Weg lernen Schülerinnen und Schüler eine strukturierte Herangehensweise und Dokumentation experimenteller Tätigkeiten, wodurch sie zunehmend Eigenständigkeit erlangen. Da der Erkenntnisgewinn durch Experimentieren einen sehr zeitintensiven Prozess darstellt, erweist sich Technologie auch durch ihre Rechenfunktion als besonders nützlich. CAS erlaubt eine größere Anzahl an Beispielen in kürzerer Zeit zu bearbeiten und bietet daher die Möglichkeit, die Vermutungen anhand mehrerer Beispiele aufzustellen und zu prüfen (Kliesche, 2004).

Heugl fordert zugunsten eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts, dass die heuristische bzw. experimentelle Lernphase mehr Berücksichtigung finden sollte (Heugl et al., 1996a).

Exaktifizierende Phase

Das Ziel der exaktifizierenden Lernphase ist die Absicherung bzw. das Beweisen der zuvor aufgestellten Vermutungen unter Verwendung mathematischer Abläufe, formaler Beweise, von Sätzen oder Theoremen (Heugl et al., 1996a). Das ihnen zur Verfügung stehende Wissen muss zu Argumentationsketten zusammengetragen und in einen Beweis überführt werden. Die Schülerinnen und Schüler eignen sich auf diesem Weg die Fähigkeit des Argumentierens und logischen Denkens an, da sie ihre Vermutungen nicht nur begründen, sondern auch belegen müssen (Windpessl, 2019). Mit dem erworbenen Wissen sollen neue Algorithmen und Problemlösungsstrategien entwickelt werden, die für die Lösung des Anfangsproblems nötig sind und auf verwandte Probleme in der letzten Phase angewendet werden können (Heugl et al., 1996a). Höherwertige Technologie unterstützt diesen Prozess, da innerhalb kürzester Zeit eine Vielzahl von Proben zur Überprüfung der aufgestellten Vermutung durchgeführt oder mit einem Gegenbeispiel widerlegt werden können. Operative Tätigkeiten können an MRP übergeben werden, wodurch der Fokus nicht von der eigentlich Beweisidee abschweift. Der dynamische Darstellungswechsel kann zusätzlich die Beweisführung unterstützen.

Anwendungsphase

Das zuvor theoretisch Gelernte soll nun in der Praxis Anwendung finden. Dabei wird zwischen innermathematischer, d.h. unter Verwendung von Algorithmen, Regeln und Formeln, und praxisnaher Anwendung an konkreten realen Situationen und Problemstellungen unterschieden. Letzteres lässt die Schülerinnen und Schüler die Wirksamkeit der Mathematik erfahren: Mit Mathematik kann die Wirklichkeit verstanden und beschrieben werden. Diese Sinnzuschreibung kann einen ausschlaggebenden motivationalen Faktor zur bereitwilligen,

intensiven Auseinandersetzung mit Mathematik darstellen. Wie sich bereits im Kapitel 1.3.3 herausgestellt hat, eignet sich MRP ideal zum Erfassen und Übersetzen der Realität in ein mathematisches Modell. In Kapitel 1.7.2.3 wird anhand des White-Box/Black-Box-Prinzips dargelegt, wie Technologie in der Anwendungsphase – einer neuen White-Box-Phase – dazu genutzt werden kann, um schon verstandene Algorithmen an CAS als Black-Box auszulagern, und den Fokus auf das Wesentliche, nämlich auf die Anwendung zu richten.

Durch die Anwendung der entwickelten Algorithmen auf verwandte Probleme kann es dazu kommen, dass neues Wissen, neue Algorithmen, generiert werden müssen und die Spirale von neuem durchlaufen werden muss, wobei auf das bereits vorhandene Wissen zurückgegriffen wird und man immer tiefer in Spirale der Mathematik eindringt. Je öfter die Spirale durchlaufen wird, umso komplexer und tiefer ist das generierte Wissen (Heugl et al., 1996a).

Die soeben vorgestellten Lernphasen können innerhalb der Kreativitätsspirale in zwei Richtungen durchlaufen werden: Im und gegen den Uhrzeigersinn.

Die Kreativitätsspirale im Uhrzeigersinn zu durchlaufen entspricht dem gewöhnlichen Verlauf eines Lernprozesses und ist sowohl mit als auch ohne Technologieeinsatz möglich.

Bisher war der traditionelle Mathematikunterricht gekennzeichnet durch das Einüben von Fertigkeiten zum Operieren und Anwenden von Algorithmen, jedoch nicht auf deren Herleitung. Mit dem Einsatz von Technologie im Mathematikunterricht gewinnt diese experimentelle, entdeckende und entwickelnde Phase an Bedeutung.

Heugl, Klinger und Lechner nennen sogar die Möglichkeit eines vollständigen Verzichts auf die Kalkülkompetenz, da operative Tätigkeiten von CAS übernommen werden können. So schreiben sie:

CAS würden zumindest theoretisch die Möglichkeit bieten, im Sinne eines Black Box-Konzepts auf das Beherrschen von Algorithmen zu verzichten. Man könnte also in der heuristischen Phase zu Vermutungen kommen, diese Phase der theoretischen Absicherung von Algorithmen und das Einüben von Rechenfertigkeiten umgehen und unter Nutzung des CAS als Black Box sich sofort den Anwendungen zuwenden. (Heugl et al., 1996a, S. 67 f.)

Die Autoren raten jedoch davon ab, diesen Weg einzuschlagen, da die Entwicklung der Kalkülkompetenz und Strukturerkennungskompetenz eine Grundlage für die Modellbildungskompetenz bilden. In der Abbildung ist dieser Weg als *Gefahr der CAS-Abkürzung* gekennzeichnet.

Das zuvor angedeutete Rückwärtsdurchlaufen der Kreativitätsspirale würde dem, im nächsten Kapitel beschriebenen, Black-Box/White-Box-Prinzip entsprechen (Heugl et al., 1996a). Dieser Weg kann erst durch Technologie realisiert werden, denn CAS erlaubt, Problemstellungen ohne die dazu nötigen Kenntnisse zu lösen, da die Anwendung des

Algorithmus von der Technologie übernommen werden kann. Mit CAS kann das vorliegende (reale) Problem gleich zu Beginn gelöst werden, um anschließend Rückschlüsse auf die zugrundeliegende Theorie ziehen zu können (Windpessl, 2019).

1.7.2.3 Black-Box & White-Box

Angelehnt an die Kreativitätsspirale entwickelte Buchberger das White-Box/Black-Box-Prinzip als didaktisches Unterrichtskonzept. Im Unterschied zur Kreativitätsspirale, bei der der Fokus auf den verschiedenen Lernphasen liegt und Technologie als weitere Einflussgröße beigefügt wurde, steht beim White-Box/Black-Box-Prinzip die Technologie und deren unterrichtsbezogene, didaktische Einsatzmöglichkeiten im Vordergrund (Windpessl, 2019). Das Unterrichtsmodell ist in zwei Phasen unterteilt, in die White-Box- und die Black-Box-Phase.

Die White-Box-Phase entspricht der Phase des verstehenden Lernens und findet ohne Technologie statt. Schülerinnen und Schüler sollen „zu Fuß“ zu einem Begriff, Algorithmus oder mathematischen Konzept gelangen und diese Grundtätigkeiten durch Übung automatisieren (Heugl & Klinger, 1998). Buchberger zufolge ist die Anwendung von Technologie in dieser Phase unsinnig (Buchberger, 2016).

In der Black-Box-Phase geht es um das erkennende und begründende Anwenden der in der White-Box-Phase entwickelten Algorithmen, Begriffe und Konzepte an praktischen Problemstellungen (Heugl & Klinger, 1998). An dieser Stelle darf und soll Technologie die Bearbeitung der Algorithmen übernehmen (Buchberger, 2016). Die Aufgabe des Lernenden liegt nun darin, die Entscheidung zu treffen, was zu tun ist, und dieses auch zu begründen (Heugl & Klinger, 1998). Das entscheidende Merkmal der Black-Box ist die Trennung des Verständnisses über das Vorgehen von der Handlung selbst (Maaß & Schlöglmann, 1991).

Buchberger fasst den Grundgedanken der beiden Phasen prägnant zusammen: In der White-Box-Phase ist das Thema neu. In der Black-Box-Phase ist das Thema bereits vollständig verdaut (Buchberger, 2016).

Bei dem White-Box/Black-Box-Prinzip handelt es sich um ein rekursives Unterrichtsmodell: Die Phasen sind hierarchisch angeordnet und ineinander verschachtelt. Eine hierarchisch niedriger angesiedelte White-Box-Phase, kann in einer höheren White-Box-Phase als Black-Box genutzt werden. Das bedeutet, dass bei der Erforschung neuer Inhalte in einer White-Box CAS bei schon früher erworbenen Inhalten und Fertigkeiten als Black-Box eingesetzt werden kann.

Heugl spricht in diesem Zusammenhang von einem „computergestützten Spiralprinzip“ und beschreibt den Mathematikunterricht als ein System aus ineinander geschachtelter White- und Black-Boxes (Heugl & Klinger, 1998, S. 10). Wie bei der Kreativitätsspirale, können auch diese beiden Phasen in entgegengesetzte Richtungen durchlaufen werden.

White-Box / Black-Box

Folgt man dem vertrauten Weg, so wird mit einer White-Box gestartet. In dieser Phase bearbeiten Schülerinnen und Schüler ohne MRP Aufgaben und Problemstellungen. Sie müssen eigenständig rechnen, begründen, argumentieren und beweisen, mit dem Ziel, neue Inhalte zu erarbeiten, verstehen und zu festigen.

In der zweiten Phase, der Black-Box, sollen die Schülerinnen und Schüler unter Verwendung von MRP erfahren, in welchen Zusammenhängen das neu Erlernte Anwendung finden kann (Windpessl, 2019). Dabei dürfen die in der ersten Phase händisch erlernten Algorithmen an technologische Hilfsmittel ausgelagert werden. Dies eröffnet die Möglichkeit, an interessanteren und komplexeren Beispielen zu arbeiten (Maaß & Schlöglmann, 1994).

Black-Box / White-Box

Das Potential von Technologie wird vor allem dann ausgeschöpft, wenn der Lernprozess mit der Black-Box gestartet wird. Als Forschungswerkzeug eingesetzt, unterstützt Technologie das experimentelle Lernen in einem der Schülerin und dem Schüler unbekannten Bereich (Heugl & Klinger, 1998). Mithilfe von technologischen Werkzeugen sollen zunächst konkrete Problemstellungen gelöst, Zusammenhänge erkannt und daraus abgeleitete Vermutungen aufgestellt werden (Windpessl, 2019). Eine Überführung der Black-Box in eine White-Box findet dann statt, wenn die aus der Black-Box-Phase gewonnenen Erkenntnisse zu Einsichten über die zugrundeliegenden mathematischen Begriffe, Algorithmen oder Theorien führen (Heugl & Klinger, 1998). Der Einsatz von Technologie erlaubt in der Black-Box-Phase auch ein unverstandenes Anwenden von nicht verstandenen Regeln, was dank Technologie dennoch zu einem Erfolg führen kann (Maaß & Schlöglmann, 1994).

1.7.3 Veränderungen und Chancen im Überblick

Lässt man die Gedanken zum Einsatz höherer Technologien im Mathematikunterricht Revue passieren, so können sowohl die Chancen als auch die damit verbundenen Herausforderungen erkannt werden. Werkzeugkompetenzen müssen erworben, Unterrichtsmethoden angepasst und Inhalte verändert werden. Ebenso muss der Zugang zur Software für alle Schülerinnen und Schüler allzeit gewährleistet werden. Die Nutzung sollte nicht an den unflexiblen Besuch des Computerraums gebunden sein. Handhelds (Grafik-Taschenrechner, CAS-Taschenrechner), Notebooks oder Tablets sowie Selbstlernzentren oder Medienecken in den Klassenräumen stellen eine mögliche Lösung für dieses Problem dar (Elschenbroich, 2005). Diese Umstellung birgt zunächst einen großen Aufwand. Gleichzeitig eröffnen sie neue Möglichkeiten, den Unterricht schülerinnen- und schülerzentrierter, experimenteller, abwechslungsreicher und interaktiver zu gestalten. Elektronische Werkzeuge können mithilfe der Experimentier-, Modellierungs- und Visualisierungsfunktion für ein tieferes mathematisches Verständnis sorgen, die

Kompetenzentwicklung unterstützen, zur aktiven Auseinandersetzung anregen, Zusammenhänge verdeutlichen, verschiedenste, individuelle Zugänge zur Mathematik zulassen und somit auch die Motivation der Schülerinnen und Schüler steigern. Es werden ihnen neue Wege und Herangehensweisen an mathematische Problemstellungen geboten, die sie technologiegestützt auch im Alleingang lösen können. Sie lernen die mit Technologie ausgeführten Arbeitsschritte angemessen zu dokumentieren und die von technologischen Werkzeugen ausgegebenen Ergebnisse im Kontext zu reflektieren und zu überprüfen. Um die Sprache der Mathematik in eine für die Technologie verständliche Sprache zu übersetzen, müssen die Schülerinnen und Schüler neben der dazu notwendigen Werkzeugkompetenz, auch über die Strukturerkennungskompetenz verfügen (vgl. Kapitel 1.7.1). Zusätzlich können Modellierungsaufgaben mithilfe höherer Technologien einfacher und vor allem selbstständig ausgeführt werden. Die Schülerinnen und Schüler erfahren dadurch die Bedeutung von Mathematik für die Realität, können Verknüpfungen zum Alltag herstellen und der Mathematik mehr Sinn zuschreiben. Mathematik wird durch Technologie verständlicher, greifbarer und anwendbarer.

Durch die Auslagerung rechenintensiver Tätigkeiten an CAS, kann mehr Zeit in das Argumentieren, Modellieren, Experimentieren und Interpretieren investiert werden (Embacher, Himmelbauer, Hohenwarter, & Stepancik, 2005).

Technologie kann in allen drei Lernphasen der Kreativitätsspirale den Lernprozess unterstützen und beispielsweise durch das rasche symbolische Manipulieren oder den einfachen dynamischen Darstellungswechsel die Entwicklung konzeptuellen Wissens fördern. Vor allem in der heuristischen, experimentellen Lernphase wird dem Einsatz von Technologie ein großer Wert beigemessen (vgl. Kapitel 1.7.2.2). Nicht weniger wichtig erscheint die durch MRP gewährte Möglichkeit, ein Problem zu lösen, ohne dabei ausreichend über das nötige Wissen oder die nötigen Fertigkeiten zu verfügen. Ganz nach dem Black-Box/White-Box-Prinzip, das in der Kreativitätsspirale einem Verlauf gegen den Uhrzeigersinn entsprechen würde, wird zuerst mithilfe von Technologie ein Problem gelöst und anschließend werden die, diesem Sachverhalt zugrundeliegenden Theorien, also Theoreme, Begriffe und Formeln, entwickelt (vgl. Kapitel 1.7.2.3).

Eine weitere, noch nicht genannte Möglichkeit, höhere Technologie in den Mathematikunterricht zu integrieren und ihre Vorteile auszuschöpfen stellen Lernpfade dar. Sie sollen im nächsten Kapitel ausführlich erläutert werden.

1.8 Lernpfade

Das nachfolgende Kapitel ist stark angelehnt an Roth (2015), da sein Werk einen guten Einblick in die wesentlichen Merkmale und Kriterien eines Lernpfads gibt.

Als eine weitere Möglichkeit, wie Technologie im Unterricht unter der Perspektive einer selbständigen Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten sinnvoll eingesetzt werden kann, nennt Roth (2015, S. 4) das „Arbeiten mit vorgefertigten Konfigurationen, sogenannten interaktiven Arbeitsblättern.“ Dabei handelt es sich um Internetseiten mit Applets, einem im Browser lauffähigen Programm auf Basis eines dynamischen Geometriesystems oder dynamischen Mathematiksystems (DMS), und entsprechenden Aufgabenstellungen. Diese interaktiven, digitalen Arbeitsblätter sind in großem Umfang für Lehrerinnen und Lehrer sowie für Schülerinnen und Schüler im Internet frei zugänglich. Die dynamischen Arbeitsblätter wurden zu HTML-basierten dynamischen Lernumgebungen erweitert, die auf eine selbstständige Auseinandersetzung mit mathematischen Themen abzielt. Unter der Voraussetzung, dass die Schülerinnen und Schüler Zugang zu Internet haben bzw. über eine Hardware wie beispielsweise einen Laptop, einen Computer oder ein Tablett verfügen, eignen sich HTML-basierte Lernpfade auch zur Wochenarbeit oder als Hausaufgabe.

Für Lehrkräfte bieten HTML-basierte Lernpfade einen weiteren Vorteil, da sie aufzeigen, wie Computerwerkzeuge für das selbstständige Arbeiten von Schülerinnen und Schülern zur Gestaltung des Unterrichts eingesetzt werden können (Roth, 2015)

Unter lernpfade.mathematikunterricht.net findet man eine Liste verschiedenster Internetquellen, welche derartige Lernpfade anbieten. Ein Beispiel für solch eine Seite wäre die bereits erwähnte Plattform geogebra.org, auf welcher sich eine große Sammlung von interaktiven Arbeitsblättern und Applets befinden, die mit dem dynamischen Mathematiksystem GeoGebra verknüpft sind.

Lernpfade beinhalten Arbeitsaufträge, welche die Schülerinnen und Schüler interaktiv mittels vorhandenen Applets, aber auch mit gewöhnlichen Medien wie Stift, Zettel, Schere etc. einzeln, sowie in Partnerinnen- und Partner- oder Gruppenarbeit bearbeiten können, wodurch auch die Sozialkompetenz der Schülerinnen und Schüler gefördert wird. Sie zielen auf experimentelles und handlungsorientiertes Lernen ab, wobei den Schülerinnen und Schülern eine aktive Rolle im Unterrichtsgeschehen zuteilwird (Götz & Süß-Stepancik, 2014). Welche Methode sich als geeignet erweist, hängt von den individuellen Voraussetzungen der Klasse bzw. der Schülerinnen und Schüler sowie von den Lerninhalten und den damit verbundenen Zielen ab (Roth, 2015; Roth & Wiesner, 2014).

Lernpfade dienen als Experimentier- und Erkundungsumgebung für Schülerinnen und Schüler um sich selbstständig mit mathematischen Fragestellungen auseinanderzusetzen. Zu dieser Eigentätigkeit und Eigenverantwortlichkeit zählt auch die Entwicklung eines angemessenen

Zeitmanagements (Götz & Süss-Stepancik, 2014), sowie die Fähigkeit zum angemessenen Dokumentieren von Ergebnissen und Vorgehensweisen (Roth & Wiesner, 2014). Beides kann beim Lernen mit Lernpfaden geübt werden. Außerdem erwartet man sich durch die interaktive Bearbeitung mathematischer Aufgabenstellungen mit Lernpfaden einen impliziten Erwerb der notwendigen Werkzeugkompetenzen: „Ein Nebeneffekt dabei ist, dass Schülerinnen und Schüler durch das Arbeiten mit interaktiven Arbeitsblättern quasi nebenbei die Grundlagen des Umgangs mit dem entsprechenden Computerwerkzeug erlernen“ (Roth, 2015, S. 5).

Zusätzlich können mithilfe von Lernpfaden die im Kompetenzmodell formulierten mathematischen Handlungstypen wie Modellieren, Argumentieren und Begründen, Operieren und Interpretieren gefördert sowie neue Zugänge zu mathematischen Inhalten geschaffen werden (Götz & Süss-Stepancik, 2014; Wiesner & Wiesner-Steiner, 2015).

1.8.1 Definition – Lernpfad

Im vorherigen Kapitel wurden Lernpfade als interaktive Lernumgebungen zur Förderung eines selbstregulierten Lernprozesses in Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten seitens der Schülerinnen und Schüler vorgestellt. Dennoch steht die Frage offen, welchen Anforderungen Lernpfade gegenüberstehen und welche Kriterien sie erfüllen müssen. In der Literatur findet man eine Vielzahl an Beschreibungen und Definitionsversuchen, die sich in ihren wesentlichen Punkten überschneiden. Jürgen Roth fasst all diese Definitionsansätze zu einer einheitlichen und umfassenden Definition zusammen:

Definition Lernpfad (Roth, 2015, S. 8):

„Ein Lernpfad ist eine internetbasierte Lernumgebung, die mit einer Sequenz von aufeinander abgestimmten Arbeitsaufträgen strukturierte Pfade durch interaktive Materialien (z. B. Applets) anbietet, auf denen Lernende handlungsorientiert, selbsttätig und eigenverantwortlich auf ein Ziel hin arbeiten. Da die Arbeitsaufträge eine Bausteinstruktur aufweisen, können die Lernenden jeweils für ihren Leistungsstand geeignete auswählen. Durch individuell abrufbare Hilfen und Ergebniskontrollen sowie die regelmäßigen Aufforderungen zum Formulieren von Vermutungen, Experimentieren, Argumentieren sowie Reflektieren und Protokollieren der Ergebnisse in den Arbeitsaufträgen wird die eigenverantwortliche Auseinandersetzung mit dem Lernpfad explizit gefördert.“

Ein Lernpfad ist folglich eine dynamische, computergestützte Lernumgebung, welche einen methodischen und sozialen Rahmen schafft, zur Kommunikation, Reflexion und Dokumentation des Erarbeiteten auffordert und bei Bedarf individuell abrufbare Hilfestellungen anbietet, wodurch selbstständiges, entdeckendes Lernen ermöglicht werden soll.

1.8.2 Merkmale und Struktur

Zu Beginn eines jeden Lernpfads werden die Schülerinnen und Schüler bzw. die Lehrkräfte über die Inhalte sowie Ziele des jeweiligen Lernpfads informiert. Am Ende können die Lernenden ihr Wissen meist mittels Test- und Übungsmöglichkeiten, welche sich häufig auf der letzten Seite des Lernpfads befinden, überprüfen.

Viele Lernpfade sind so konzipiert, dass die Schülerinnen und Schüler bei Bedarf den vorgespurten Weg verlassen können um sich beispielsweise fehlende Vorkenntnisse über andere, miteinander verlinkte Lernpfade anzueignen (Oberhuemer, 2004, zit. n. Roth, 2015, S. 6 f.). Die Bausteinstruktur und ein verlinktes Inhaltsverzeichnis erlauben den Lernenden, den vorgespurten Pfad zu verlassen und individuelle Wege einzuschlagen und abhängig vom Leistungs- und Wissensstand aus Aufgaben mit unterschiedlichem Niveau selbstständig zu wählen. Dies ermöglicht eine Differenzierung im Unterricht und bietet den Schülerinnen und Schülern die Chance, sich in ihrem eigenen Tempo individuell mit der vorliegenden Thematik zu befassen (Roth, 2015; Roth & Wiesner, 2014). Ebenso bedeutend ist das Angebot verschiedener Kontexte und vertiefender bzw. erweiternder Aspekte, wodurch eine Differenzierung nach Interesse und Einstellung ermöglicht wird (Bierbaumer & Süss-Stepancik, 2015; Götz & Süss-Stepancik, 2014).

Auf dem Weg des selbstständigen Lernens werden die Schülerinnen und Schüler von Kontrollmöglichkeiten und Hilfen wie Navigations- und Hinweisicons unterstützend begleitet. Neben Hinweisicons können weitere Icons existieren, die zur Partner- bzw. Partnerinnen- oder Gruppenarbeit, zur Diskussion und Reflexion, sowie zum Protokollieren der Arbeitsprozesse und Ergebnisse sowie zum Formulieren und Begründen von Vermutungen auffordern (Roth, S. 2015, 15 ff.).

Beim eigenverantwortlichen Lernen mit Lernpfaden geht es [...] auch darum, wie Schülerinnen und Schüler etwas formulieren und dokumentieren, und dabei jeweils mathematische Begriffe einsetzen. [...] die ergebnisorientierte Fähigkeit zum Dokumentieren der Schülerinnen und Schüler stärken und das mathematische Verständnis erhöhen. (Wiesner & Wiesner-Steiner, 2015, S. 42 f.)

Mit Lernpfaden wird eine dynamische Lernumgebung geschaffen, die handlungsorientiertes, schülerinnen- und schülerzentriertes sowie experimentelles und eigenverantwortliches Lernen mit Technologie ermöglicht.

1.8.3 Kriterien für einen guten Lernpfad

Lernpfade sind im Wesentlichen aus drei Gründen entwickelt worden, welche von Roth (2015, S. 9) wie folgt aufgezählt werden:

- Der selbstständige Einsatz von Computerwerkzeugen durch Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht soll unterstützt werden.

- Die sinnvolle Nutzung von digitalen Werkzeugen im Rahmen von Lernpfaden soll dazu beitragen, die Ziele des Mathematikunterrichts zu erreichen.
- Mit Lernpfaden sollen Probleme gelöst oder zumindest gemildert werden, die in der Unterrichtspraxis beim Umgang mit Computerwerkzeugen auftreten.

Orientiert an diesen Erfordernissen, hat Roth die Qualitätskriterien eines guten Lernpfads in sechs Kategorien unterteilt (Roth, 2015, S. 12 ff.):

Schülerinnen- und Schülerorientierung

Laut Roth muss ein guter Lernpfad insbesondere schülerinnen- und schülerorientiert gestaltet sein. Das bedeutet, dass die Sprache an die Schülerinnen und Schüler angepasst, die Ziele und Erwartungen transparent dargelegt und Möglichkeiten zur Differenzierung entsprechend der Kenntnisse und Voraussetzungen sowie der Interessen der Schülerinnen und Schüler geboten werden müssen. Wiesner & Wiesner-Steiner (2015) merken an, dass alltagsnahe Beispiele, die jedoch nicht geschlechtsstereotypische Eigenschaften (Zirkus, Fahrrad, Tiere statt Autos und Puppen) aufweisen, das Interesse und die Bereitschaft zum Lernen fördern.

Schülerinnen- und Schüleraktivitäten

Die Schüleraktivität spielt gerade im selbstregulierten Lernprozess eine große Rolle. Ein guter Lernpfad soll Schülerinnen und Schüler aktiv – man spricht schließlich auch von interaktiven Arbeitsblättern – in den Lernprozess miteinbeziehen, indem er die Schülerinnen und Schüler zum Experimentieren und anschließend zum Aufstellen und schriftlichen Formulieren von Vermutungen, zum Austausch von Ideen und erworbenen Erkenntnissen mit Partnerinnen und Partnern sowie zum Begründen und Reflektieren von Entdeckungen auffordert.

Dabei sollen die Schülerinnen und Schüler neben den Ergebnissen auch ihren gesamten Erarbeitungsprozess reflektieren und protokollieren. Ein guter Lernpfad unterstützt sie dabei mit angemessenen Reflexionsfragen.

Vor allem beim selbstständigen Lernen ist es wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler immer wieder die Möglichkeit haben, sich selbst zu kontrollieren, um die Gefahr, auf einen Irrweg aus Fehlern zu geraten, zu vermeiden. Dabei ist eine zeitnahe Rückmeldung durch eine automatisierte Feedback-Funktion des Lernpfads wünschenswert, da der Lernpfad sonst aus Frustration und Demotivation schnell abgebrochen werden könnte (Wiesner & Wiesner-Steiner, 2015, S. 29).

Fachlich sinnvoll strukturiert

Es versteht sich von selbst, dass ein guter Lernpfad fachlich korrekt und inhaltlich sinnvoll aufgebaut bzw. gegliedert sein muss.

Benutzerfreundlichkeit

Roth spricht in diesem Zusammenhang von einer Bedienungsoberfläche mit selbsterklärender Navigationsstruktur, welche darüber hinaus auch technische (z.B. zur Bedienung der Applets) und inhaltliche Hilfestellungen bietet.

Zieladäquater Medieneinsatz

Ein guter Lernpfad sollte nicht stur auf die Verwendung digitaler Medien und Applets beharren, sondern jene Medien wählen, die sich am ehesten zur Erreichung des Ziels anbieten.

Der Einsatz bestimmter Medien sollte demnach zielorientiert durchdacht und geplant werden. Roth empfiehlt an dieser Stelle einen Mix geeigneter Medien, der auch herkömmliche Materialien wie Papier, Bleistift und Schere oder andere Gegenstände miteinschließt.

Roth und Wiesner (2014) betonen, dass die Vielfalt an Interaktivitäten kein Qualitätskriterium darstellt, sondern vielmehr abgewogen werden muss, wann welche Methode sinnvoll erscheint und welche Medien zur Erreichung des Ziels beitragen können.

Angebote für Lehrkräfte

Zu guter Letzt fasst Roth (2015, S. 14) „die Angabe der verfolgten inhaltlichen Ziele, [...] der notwendigen Vorkenntnisse, einer Arbeitsblatt- bzw. Protokollvorlage, ggf. ein Angebot für die Lernzielkontrolle sowie didaktische Hinweise für den Unterrichtseinsatz“ unter dem Qualitätskriterium *Angebote für Lehrkräfte* zusammen.

Fasst man die obigen Qualitätskriterien zusammen, so sollte ein guter Lernpfad an den Voraussetzungen sowie individuellen Bedürfnissen der Schülerinnen und Schüler orientiert sein, eine Interaktivität nicht nur ermöglichen, sondern auch einfordern und somit entdeckendes und selbstständiges Lernen fördern. Ebenso wünschenswert ist ein fachlich korrekter und sinnvoll strukturierter Lernpfad, der benutzerfreundlich sowie selbsterklärend ist, den Schülerinnen und Schülern bei Bedarf inhaltliche und technische Hilfestellungen bietet und den Lehrkräften Materialien wie Arbeitsblätter oder Protokollvorlagen, Angaben über inhaltliche Ziele sowie didaktische Hinweise zur Verfügung stellt.

1.8.4 Einsatz von Lernpfaden im Mathematikunterricht

Ruft man sich die Definition von Lernpfaden nach Roth in Erinnerung, so zielen diese auf handlungsorientiertes, selbstständiges, argumentatives und reflektiertes Lernen ab und sollten dementsprechend im Unterricht eingesetzt werden. Roth (2015, S. 20) spricht in Anlehnung an Winter (1984) von einem Einsatz der Lernpfade zum entdeckenden Üben oder zum übenden Entdecken, je nachdem welcher Aspekt im Vordergrund steht.

Obgleich mittels Lernpfade das selbsttätige Lernen durch Experimentieren, Argumentieren, Diskutieren, Begründen und Dokumentieren gefördert werden soll, ist es dennoch von großer

Wichtigkeit, dass es neben selbstständigen Lernphasen auch immer wieder zu Besprechungen im Plenum kommt, bei denen neue Erkenntnisse gesammelt und mithilfe der Lehrperson strukturiert werden (Götz & Süss-Stepancik, 2014; Roth & Wiesner, 2014). Den Schülerinnen und Schülern kann dadurch ihr Lernfortschritt offengelegt werden (Dörr, Rolfes, Schmerenbeck & Weber, 2015). Im Zuge der Plenumsphase können offene Fragen geklärt werden und die Lehrperson kann sich ein Bild vom Wissensstand der Schülerinnen und Schüler machen. Gerade für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler ist diese regelmäßige Rückkehr ins Plenum besonders bedeutsam, da ihre Sicherheit im selbstständigen Arbeiten gestärkt wird und sie immer wieder Rücksprache mit der Lehrkraft halten können (Dörr et al., 2015, S. 154). Leistungsstarke Schülerinnen und Schüler benötigen nicht so häufig Rückmeldungen durch die Lehrperson und können daher über einen längeren Zeitraum hinweg eigenverantwortlich arbeiten.

Roth (2015) nennt verschiedene Möglichkeiten, Lernpfade in den Unterricht zu integrieren. Abhängig von den organisatorischen und technischen Voraussetzungen – wann und in welcher Form technologische Geräte zur Verfügung stehen – könnte innerhalb einer Unterrichtseinheit zwischen Phasen selbstständigen Arbeitens mit Lernpfaden und Plenums- bzw. Diskussionsphasen abgewechselt werden oder die gesamte Unterrichtseinheit, eventuell auch über mehrere Sequenzen hinweg, mit Lernpfaden gefüllt werden. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, Lernpfade als Wochenplanarbeit in Form längerfristiger Hausaufgaben bearbeiten zu lassen. Lernpfade eignen sich in diesem Zusammenhang besonders gut, da die eingebundenen Kontrollmöglichkeiten den Schülerinnen und Schülern eine zeitnahe Rückmeldung, ob sie sich in ihrem Lernprozess auf dem richtigen Weg befinden, geben. Dadurch sind sie nicht auf die regelmäßige Kontrolle der Lehrperson angewiesen, sondern können ihre Leistung eigenständig überprüfen und vermeiden infolgedessen das Einüben von Fehlern.

Da für viele Schülerinnen und Schüler vor allem die letzten beiden Möglichkeiten ungewohnt sind, bedarf es zu Beginn einer besonders guten Planung und Einführung durch die Lehrperson. Eine strukturierte Plenumsphase, bei der die individuellen Ergebnisse zusammengeführt und diskutiert werden und in das vorhandene Wissen eingegliedert werden, unterstützt diesen Prozess.

Bierbaumer und Süss-Stepancik (2015) nennen Beispiele, wie Lernpfade methodisch in den Unterricht eingebunden werden können.

1.8.4.1 Methoden zur Begleitung der Arbeit mit Lernpfaden

Bierbaumer und Süss-Stepancik (2015) unterscheiden je nach Phase des Unterrichts, das heißt, ob es um das Entdecken, Erkunden, Begriffsbilden, Üben, Wiederholen, Systematisieren oder Vertiefen geht, zwischen Methoden, die den gesamten Lernpfad oder

nur einzelne Abschnitte begleiten. Ihnen zufolge müssen vor allem Phasen des Erkundens, Entdeckens und Erarbeitens von neuem Wissen kontinuierlich begleitet werden, um die Erschließung neuer Sachverhalte sicherzustellen. Dies kann beispielsweise in Form von Freiarbeit oder einem Lerntagebuch geschehen.

Freiarbeit

Bei der Freiarbeit können Schülerinnen und Schüler in einem vorgegebenen Rahmen selbst entscheiden, welche im Lernpfad zur Verfügung gestellten Materialien sie bearbeiten möchten und bis wann. Die Voraussetzung für eine solche Methode ist eine geeignete Strukturierung des Lernpfads, bei dem einzelne Lernschritte im Lernpfad nicht abhängig voneinander sind, sprich nicht notwendigerweise nacheinander erledigt werden müssen. Entsprechende Lernpfade geben zu Beginn meist an, welche Aufgaben verpflichtend gelöst werden müssen, und aus welchen frei gewählt werden kann. Die Schülerinnen und Schüler werden durch den Lernpfad meist aufgefordert, ihre Vermutungen, Beobachtungen und anschließend ihre Erkenntnisse zu formulieren. Auf ihrer Entdeckungsreise können sie ihren Wissenszuwachs regelmäßig eigenverantwortlich über beispielsweise Lösungsbuttons, interaktive Selbstkontrollen oder von der Lehrperson ausgehändigte Lösungsblätter kontrollieren.

Lerntagebuch

Ein Lerntagebuch kann – auch parallel zur Freiarbeit – eingesetzt werden, um die Schülerinnen und Schüler zum kontinuierlichen Dokumentieren und Reflektieren ihres Lernprozesses anzuregen, indem sie Materialien sammeln und Vermutungen, Entdeckungen sowie ihren Erkundungsweg schriftlich festhalten. Oftmals werden sie durch, in Lernpfaden gestellte, Leitfragen zur Reflexion sowohl über mathematische Sachverhalte als auch über ihren eigenen Lernprozess angeregt, welche sie ebenfalls im Lerntagebuch notieren und später darauf zurückgreifen können. Somit ist ihnen jederzeit ein Zugang zu ihrem bisherigen Erkenntnisgewinn möglich. Auch für die Lehrperson ist ein Lerntagebuch als Rückmeldung über den Lernprozess und den aktuellen Wissensstand der Schülerinnen und Schüler von großem Nutzen.

Gruppenpuzzle

Eine weitere Methode stellt das sogenannte Gruppenpuzzle, auch bekannt als Expertinnen- und Expertenrunde dar. Zunächst werden die Schülerinnen und Schüler je nach Anzahl der Teilaspekte eines Themas in Gruppen eingeteilt. Jedes Gruppenmitglied bearbeitet zunächst im Alleingang mit Hilfe der Applets das ihm zugewiesene Thema. Wichtig dabei ist, dass jeder einzelnen Schülerin und jedem einzelnen Schüler ein separater Zugriff auf den Lernpfad bzw. die Applets zur Verfügung steht. Anschließend werden in der Expertinnen- und Expertenrunde

innerhalb der Gruppe die Ergebnisse der Einzelarbeit miteinander verglichen und zu einem Resultat zusammengefasst. Die Expertinnen und Experten sollen nach dieser Runde in der Lage sein, das Gelernte ihren Mitschülerinnen und Mitschülern auf verständliche Art und Weise zu erklären. In Mischgruppen, bei denen es für jedes Thema eine Expertin bzw. einen Experten gibt, kommt es schlussendlich zum Erkenntnisaustausch. Die Methode des Gruppenpuzzles eignet sich vor allem für den Begriffsbildungsprozess, kann aber auch in anderen Lernphasen wie zum Beispiel beim Transfer, das heißt beim Anwenden des erworbenen Wissens, eingesetzt werden. Die zuvor einzeln gelösten Aufgaben werden in Expertinnen- bzw. Expertenrunden besprochen und Gemeinsamkeiten werden herausgearbeitet, wodurch Zusammenhänge aufgezeigt werden.

Mindmap und Mathe-Panini

Für das Sammeln, Ordnen und Strukturieren der aus den Lernpfaden erhaltenen Informationen eignen sich nach Bierbaumer und Süß-Stepancik das Mindmap und das Mathe-Panini. Beim Mindmap werden alle Gedanken, Ideen, Begriffe und Darstellungen gesammelt, geordnet, notiert und mit Verbindungslinien Zusammenhänge deutlich gemacht. Die Gestaltung des Mindmaps kann sowohl als Einzel-, Partnerinnen- und Partner- oder Gruppenarbeit durchgeführt und auf Plakaten oder der Tafel festgehalten werden.

Im Unterschied zum Mindmap wird beim Mathe-Panini zunächst einzeln gearbeitet. Die Schülerinnen und Schüler haben eine gewisse Anzahl freier Felder vorgegeben, welche sie mit Begriffen, die sie später anderen erklären müssen, ausfüllen. Die Begriffe müssen dabei ihrer Erinnerung an den Lernpfad entspringen. Anschließend erklären sich die Schülerinnen und Schüler gegenseitig die von ihnen gewählten Begriffe. Diese Methode gibt ihnen eine Rückmeldung darüber, wie gut sie das Gelernte tatsächlich verstanden haben.

1.8.5 Mit Vorsicht zu genießen – Worauf muss beim Einsatz von Lernpfaden geachtet werden?

In den bisherigen Kapiteln wurden Lernpfade als positive Unterstützung eines erfolgreichen selbsttätigen Lernprozesses von Schülerinnen und Schülern vorgestellt. Dennoch darf nicht unberücksichtigt bleiben, dass ein Lernpfad nicht nur Vorteile birgt und auch nicht automatisch zu einem erfolgreichen Lernen beiträgt. Die nachfolgenden Ausführungen sind stark angelehnt an Wiesner und Wiesner-Steiner (2015), die mögliche Problemstellen in der Arbeit mit Lernpfaden nennen.

Gleich zu Beginn soll die Notwendigkeit der Entwicklung entsprechender Werkzeugkompetenzen thematisiert werden, die sowohl für Lehrende als auch für Lernende ein entscheidendes Kriterium für die erfolgreiche Anwendung eines Lernpfads darstellt. Vor allem für Lehrpersonen, die noch keine oder wenig Erfahrung mit dem Einsatz von Lernpfaden

haben, bedeutet die Verwendung von Lernpfaden zu Beginn einen großen organisatorischen Aufwand. Ihre bisherigen didaktischen Methoden müssen überdacht werden, es bedarf einer Auseinandersetzung mit den vorliegenden Lernpfaden und deren Einsatzmöglichkeiten oder anderenfalls noch mehr Zeitaufwand beim Erstellen eines eigenen Lernpfads.

[...] die Integration mathematischer Lernpfade in den Schulalltag nicht unproblematisch ist und eine Reihe von didaktischen, organisatorischen und technischen Faktoren berücksichtigen muss. Es lässt sich feststellen: Lernpfade entlasten die Fachlehrenden nicht, sie verlangen vielmehr eine kontinuierliche Begleitung. (Wiesner & Wiesner-Steiner, 2015, S. 39)

Auch die Schülerinnen und Schüler müssen auf diese neue Art des Lernens vorbereitet werden. Das Bearbeiten kleiner Aufgaben in Partnerinnen- bzw. Partnerarbeiten könnte den Einstieg ins selbstständige Lernen mit interaktiven dynamischen Arbeitsblättern erleichtern. Besonders auf den ersten Schritten zum eigenverantwortlichen Lernen mit Lernpfaden sind eine kontinuierliche Begleitung und Unterstützung durch die Lehrperson unverzichtbar. Andernfalls kann es zu einer Überforderung der Schülerinnen und Schüler durch den Lernpfad führen, die gegenteilige Wirkung erzielt und den Schülerinnen und Schülern den Lernprozess erschwert.

Ein weiterer, in Bezug auf Lernpfade zunächst nur positiv behafteter Begriff, ist jener der Interaktivität. Sie ist das zentrale Element eines Lernpfads, dennoch sollte dabei nicht außer Acht gelassen werden, dass Interaktivität per se nicht zwangsläufig ein Qualitätskriterium für einen erfolgreichen Lernpfadeinsatz darstellt (Roth & Wiesner, 2014). Wiesner und Wiesner-Steiner betonen, dass „die interaktiven und didaktischen Möglichkeiten der Technik [...] vielmehr auf sinnvolle Aufgaben abgestimmt“ (Wiesner & Wiesner-Steiner, 2015, S. 41) werden müssen. Der Einsatz von Technologie und Lernpfaden muss, ihnen zufolge, „situativ und aufgabenspezifisch“ erfolgen und hängt davon ab „mit welchen technischen und didaktischen Ermöglicungen, Freiheitsgraden und Einschränkungen verschiedene Sozialformen wie Partner- und Gruppenarbeit mit Interaktivität, Eigentätigkeit und Experimentieren jeweils verknüpft werden“ (Wiesner & Wiesner-Steiner, 2015, S. 30).

Die Aussage macht deutlich, dass nicht alle Inhalte für die Arbeit in Gruppen oder anderen Konstellationen geeignet sind. Dennoch können im Anschluss an eine Einzelarbeit, die Ergebnisse und Arbeitswege in Gruppen oder im Plenum besprochen, diskutiert und strukturiert werden (Götz & Süss-Stepancik, 2014; Roth & Wiesner, 2014; Wiesner & Wiesner-Steiner, 2015).

Weitere Stolpersteine legen Lernpfade, die aufgrund ihrer komplexen und verschachtelten Bausteinstruktur die Orientierung innerhalb des Lernpfads für Schülerinnen und Schüler erschweren. Das Abzweigen vom vorgespurten Weg bietet zwar Chancen zur Differenzierung, gleichzeitig kann es aber auch zu einer Verzettlung führen. Wichtig ist, dass das zentrale Thema als roter Faden für die Lernenden klar ersichtlich ist und sie immer wieder auf den

Haupt-Lernpfad zurückkehren können. Dies bedeutet, dass vor allem zu Beginn Lernpfade gewählt werden sollten, bei denen sich nicht so viel bewegt bzw. bewegen lässt, die einen höheren Grad an Strukturierung aufweisen und den Lernenden somit einen Weg durch die einzelnen Lernstufen vorgeben.

Nicht zu vernachlässigen ist die von Roth geforderte inhaltlich sowie fachlich korrekte Ausführung eines Lernpfads, die in falsch ausgelegter Form zu einer hohen sprachlichen Herausforderung werden kann. Sind die Schülerinnen und Schüler nicht ausreichend mit der im Lernpfad verwendeten Fachsprache vertraut, kann dies zu Verständnisschwierigkeiten und somit wieder zur Überforderung, begleitet von Frustration und einem möglichen Abbruch des Lernpfads führen. Ergo sollte die Sprache an das Niveau der Schülerinnen und Schüler angepasst sein. Unbekannte Fachbegriffe müssen vorab geklärt und den Lernenden verständlich gemacht werden – eine Wortliste könnte sich hierbei als nützlich erweisen.

Eine letzte Erschwernis bei der Nutzung von Lernpfaden im Mathematikunterricht ergibt sich durch die technisch-organisatorische Verfügbarkeit (Roth & Wiesner, 2014). Stehen den Schülerinnen und Schülern keine Tablets oder Notebooks zur Verfügung, auf die sie jederzeit flexibel Zugriff haben, müssen organisatorische Vorbereitungen wie die Reservierung des Computersaals sowie eine langfristige Planung der Inhalte getroffen werden.

1.8.6 Beispiel eines GeoGebra-Lernpfads

Das Besondere an GeoGebra ist der stetige Austausch zwischen Nutzerinnen und Nutzern der dynamischen Software über GeoGebraTube. Unter www.geogebra.org können Schülerinnen und Schüler zwischen mehr als 1 Million interaktiven Arbeitsmaterialien wählen. Lehrpersonen, aber auch Schülerinnen und Schüler sowie Studierende können bei der Erstellung dieser dynamischen Arbeitsblätter (Applets) mitwirken oder bereits vorhandene an die eigenen Bedürfnisse anpassen. Ebenso kann basierend auf der dynamische Mathematiksoftware GeoGebra ein Lernpfad erstellt werden, der die Schülerinnen und Schüler selbsttätig durch ein Themengebiet der Mathematik führt. Mit dem folgenden Beispiel soll gezeigt werden, wie ein möglicher Lernpfad – auch als längeres Hausaufgabenprojekt – gestaltet sein kann.

Abbildung 8 zeigt die erste Seite des Lernpfads, auf der die Schülerinnen und Schüler von der Lehrperson den Arbeitsauftrag übermittelt bekommen. Die Lehrperson informiert die Lernenden über die Inhalte und Ziele des Lernpfads und verlangt nach einer Dokumentation der Arbeitsschritte und des Lernprozesses in Form eines Lerntagebuchs.

Auf der linken Seite befindet sich der Navigationsbereich, der die Inhalte des Lernpfads strukturiert. Die Schülerinnen und Schüler können zwischen den verschiedenen Unterpunkten (Bausteinen) wählen. In den meisten Fällen ist der Lehrplan so konzipiert, dass ein Durchlaufen nach vorgegebener Reihenfolge am sinnvollsten erscheint. Dennoch können sich

die Schülerinnen und Schüler entsprechend ihrer Bedürfnisse und Kenntnisse frei zwischen den Bausteinen bewegen und bei Bedarf vor- oder zurückspringen.

GeoGebra EINHEIT ERSTELLEN

Lernpfad - Lineare Funktionen

Wiederholung - Was ist eine Funktion?

Lineare Funktionen

Homogene lineare Funktionen

Inhomogene lineare Funktionen

Lernpfad - Lineare Funktionen

Autor: astietze

Thema: Funktionen, Lineare Funktionen

Liebe 4c,

der folgende Lernpfad wird euch weiter in Thematik "Funktionen" einführen. Dafür greifen wir eine spezielle Form der Funktionen heraus, die **lineare Funktion**.

Ihr sollt diese Aufgaben selbstständig bearbeiten und euren Lernerfolg in einem **LERNTAGEBUCH** festhalten, das am **27.2.2018** abzugeben ist.

Das Lerntagebuch wird nach folgenden Kriterien beurteilt:

- Deckblatt (Name, Klasse, Datum, Überschrift, kreative Gestaltung)
- Inhaltsverzeichnis
- Vollständigkeit
- Individualität
- Richtigkeit
- Mitarbeit während der Unterrichtsstunden
- Beantwortung folgender Fragen: Was habe ich gut verstanden? Was ist mir weniger leicht gefallen? Welche Übung hat mir geholfen? Was hat mir Spaß gemacht? Was hat mir weniger Spaß gemacht?

Aufgaben- und Arbeitsbereich

Abbildung 8: Bildschirmseite eines Lernpfads mit integriertem Aufgabe-, Arbeits- und Navigationsbereich (Quelle: GeoGebra, 2018)

Mit Abbildung 9 startet der eigentliche Lernpfad. Die Schülerinnen und Schüler sollen mithilfe der ersten drei Applets die Definition einer Funktion wiederholen. Wie ein solches Applet aussehen kann, wird in der nächsten Abbildung gezeigt. Bereits beim ersten Applet zeigt sich die Besonderheit von GeoGebra, nämlich der dynamische Darstellungswechsel. Die Funktionswerte und deren Zuordnungen werden auf drei unterschiedliche Arten dargestellt: als Diagramm, in einer Wertetabelle und als Graph. Die drei Darstellungsformen sind dynamisch miteinander verbunden, sodass eine Veränderung in einer Darstellungsform zeitgleich eine Veränderung der beiden anderen Darstellungsvarianten bewirkt.

Lernpfad - Lineare Funktionen

Wiederholung - Was ist eine Funktion?

Wiederhole zunächst, was eine Funktion ausmacht, wie sie funktioniert und wie sie dargestellt werden kann. Nutze dazu das erste Arbeitsblatt.

Fasse die wichtigsten Punkte im Lerntagebuch zusammen.

Wann ist ein Graph auch tatsächlich ein Funktionsgraph?

Frische dein Wissen anhand des zweiten Arbeitsblattes auf und notiere deine Erkenntnisse im Lerntagebuch.

Du willst nochmal die genaue Definition einer Funktion lesen?

Dann sieh dir das dritte Arbeitsblatt an.

Funktion und ihre Darstellungen

Handelt es sich um Funktionsgraphen?

Definition

Abbildung 9: Lernpfad Lineare Funktionen – Übersicht (Quelle: GeoGebra, 2018)

Die Schülerinnen und Schüler können nun interaktiv durch die Verschiebung der Pfeile in der ersten Darstellung, die Auswirkungen an der Wertetabelle und der Grafik wahrnehmen und dadurch die Zusammenhänge nicht nur zwischen den Zuordnungen der x- und y-Werte, sondern auch zwischen Darstellungsformen erkennen. Das Hilfs-Item „Was ist zu tun?“ unterstützt die Schülerinnen und Schüler bei Fragen zur Verwendung des Lernpfads.

The screenshot shows the 'Lernpfad - Lineare Funktionen' applet. The left sidebar (Navigationsbereich) lists various topics. The main workspace (Arbeitsbereich) displays three representations of a function: a mapping diagram, a table, and a graph. The mapping diagram shows a green circle (Definitionsbereich) with points 1-6 and a blue circle (Wertebereich) with points 1-11, connected by arrows. The table (Wertetabelle) has columns x and y with values 1, 2, 3, 4, 5, 6 and 4, 3, 7, 10, 5, 11 respectively. The graph (Grafik) shows a piecewise linear function with points (1, 4), (2, 3), (3, 7), (4, 10), (5, 5), and (6, 11). The top right (Aufgabenbereich) has a red box labeled 'Aufgabenbereich' and a question 'Was ist zu tun?'. Navigation buttons 'Vorherig' and 'Weiter' are at the bottom.

Abbildung 10: Lernpfad Lineare Funktionen mit interaktivem Arbeitsbereich (Quelle: GeoGebra, 2018)

Haben die Lernenden das Applet vollständig bearbeitet, so können sie ganz einfach im Navigationsbereich unten auf Weiter klicken, um zum nächsten Applet zu gelangen. Mit dem nachfolgenden Applet soll das erworbene Wissen überprüft werden. Die Schülerinnen und Schüler werden mit verschiedenen Aufgaben zur Anwendung des Wissens konfrontiert. Hierbei können sie sich durch das Item „Antwort überprüfen“ einer Selbstkontrolle unterziehen und sind somit nicht mehr auf die Lehrperson angewiesen.

Der Lernpfad *Lineare Funktionen* hält noch viele spannende interaktive Arbeitsblätter bereit. Da sich die Applets in ihrem Aufbau sehr ähneln, werden nachstehend nur noch einige wenige dynamische Arbeitsblätter dieses Lernpfads überblicksmäßig vorgestellt, um einen Eindruck über die Möglichkeiten von GeoGebra in Kombination mit Lernpfaden zu gewinnen.

Abbildung 11 zeigt die Funktionsweise von Schiebereglern. Mithilfe der Schieberegler können die funktionsbestimmenden Parameter k und d beliebig und vor allem schnell verändert werden. Die Auswirkungen der parametrischen Veränderungen können am Funktionsgraphen beobachtet werden. Der Lernpfad fordert sogleich zur Interpretation der wahrgenommenen Veränderungen auf. Ein tiefes Verständnis für die Zusammenhänge zwischen Funktionsgleichungen und Funktionsgraphen wird gefördert.

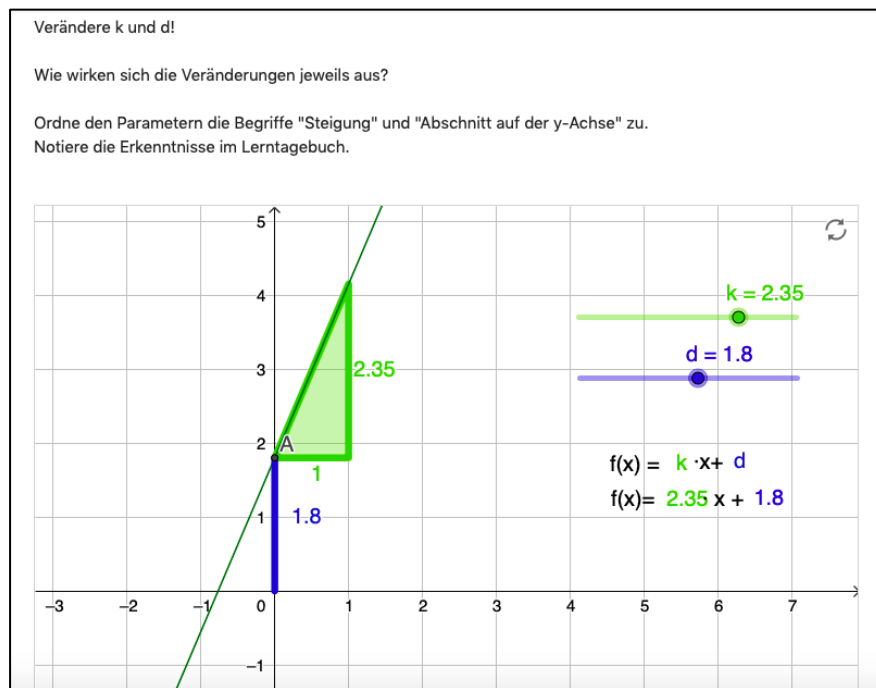


Abbildung 11: Lernpfad Lineare Funktionen - Auswirkungen der Parameter k und d (Quelle: GeoGebra, 2018)

Haben die Schülerinnen und Schüler erst einmal den Zusammenhang zwischen den Funktionsgraphen und deren Funktionsgleichungen durchschaut, muss in einem nächsten Schritt dieses Wissen angewendet werden. In Abbildung 12 können die Lernenden überprüfen, ob sie die Auswirkungen von k und d auf den Funktionsgraphen verstanden haben und müssen selbstständig die zum Graphen passende Funktionsgleichung finden. Ist die Eingabe richtig, so wird ihnen dies mit den Worten „Richtig“ rückgemeldet. Mit einem kurzen Klick auf das Item „Neuer Graph“, wird der Funktionsgraph durch einen neuen ersetzt und es kann weitergeübt werden. Die Schülerinnen und Schüler werden durch den gesamten Lernpfad mit hilfreichen Anmerkungen der Lehrperson begleitet.

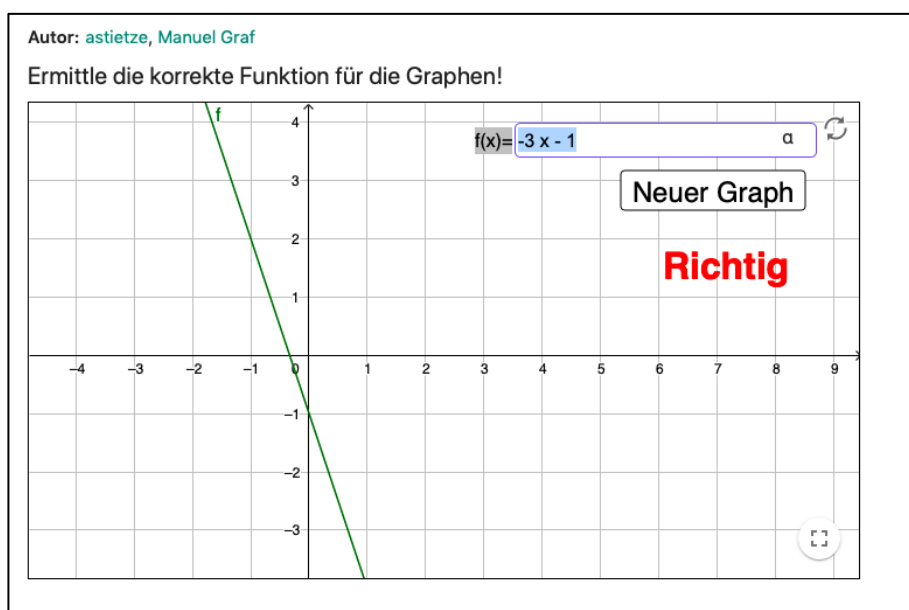


Abbildung 12: Lernpfad Lineare Funktionen - Ermitteln der Funktionsgleichung (Quelle: GeoGebra, 2018)

Die letzte Abbildung zeigt ein interaktives Arbeitsblatt, bei dem die Schülerinnen und Schüler eigenständig durch die Verschiebung der Punkte A und B den Funktionsgraphen verändern können. Dieses Applet stellt den Abschluss des Lernpfads dar, bei dem das erworbene Wissen noch einmal überprüft werden kann. Die Lernenden können auch hier wieder durch Anklicken der kleinen Kästchen neben den Funktionsgleichungen ihre Eingabe überprüfen.

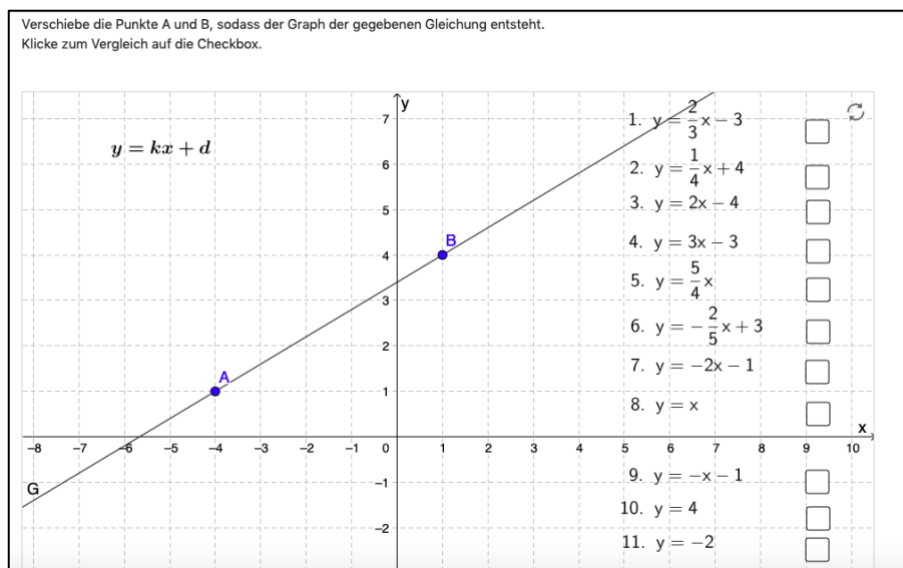


Abbildung 13: Lernpfad Lineare Funktionen - Zuordnen von Funktionsgleichungen und -graphen (Quelle: GeoGebra, 2018)

Beizufügen ist die Information, dass der Autor dieses Lernpfads seinen Schülerinnen und Schülern parallel zu den digitalen Applets auch Aufgaben aus dem Buch aufgetragen hat. Das durch die Applets interaktiv angeeignete Wissen soll nun auch auf Beispiele aus den Schulbüchern übertragen werden. Die Lehrperson arbeitet folglich sowohl mit höheren Technologien als auch mit herkömmlichen Materialien und erweitert dadurch ihr Methodenrepertoire. Der Lernpfad wurde als längerfristige Hausaufgabe in Form eines kleinen Projektes, das mit einem Lerntagebuch begleitet wurde, aufgetragen. Das Beispiel zeigt, wie vielfältig und weitreichend die Möglichkeiten für den Einsatz von GeoGebra zur Förderung selbstständigen Lernens im Rahmen von Hausaufgaben sind.

1.8.6.1 Analyse des GeoGebra-Lernpfads Lineare Funktionen

Fassen wir die wichtigsten Charakteristika dieses Lernpfads unter Berücksichtigung der zuvor aufgelisteten Kriterien eines guten Lernpfads zusammen, so erweist sich der Lernpfad *Lineare Funktionen* als relativ gelungen. Der Lernpfad orientiert sich an den Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler, indem er an ihr Vorwissen anknüpft und Grundlegendes zunächst wiederholt. Da beliebig zwischen den Bausteinen gewechselt werden kann, kann bei Unklarheiten immer wieder ein Schritt zurück gemacht werden. So kann jede Schülerin und jeder Schüler in seinem eigenen Arbeitstempo voranschreiten. Die Lehrperson begleitet die Schülerinnen und Schüler stets mit im Lernpfad angeführten Kommentaren, Anweisungen

oder Hinweisen. Die Ziele und Inhalte des fachlich korrekt und inhaltlich sinnvoll gestalteten Lernpfads wurden gleich zu Beginn transparent dargelegt. Die Applets zielen durchwegs auf eine Interaktion der Schülerinnen und Schüler ab, indem diese selbst Veränderungen durch Klicken und Verschieben verursachen können.

Die möglichen Selbstkontrollen geben den Schülerinnen und Schülern die nötige Sicherheit in ihrem Tun und geben ihnen, unabhängig von der Lehrperson, Feedback zu ihrem Lernfortschritt.

Ausstehend sind jedoch alltagsnahe Anwendungsaufgaben, die sich gerade bei linearen Funktionen angeboten hätten und den Zugang für Schülerinnen und Schüler erleichtern würden. Anwendungsaufgaben würden nicht nur die Motivation steigern und die Zusammenhänge verständlicher und nachvollziehbarer gestalten, sie würden auch weitere Anreize zum Interpretieren und Begründen liefern, was im Lernpfad teilweise, aber nur selten anzutreffen ist. Ebenso ist der Lernpfad so konzipiert, dass die Schülerinnen und Schüler selbstständig arbeiten sollen. Das bedeutet zwar zum einen eine Unabhängigkeit von der Lehrperson, impliziert zum anderen aber auch eine gering ausgeprägte Sozialform, da die Aufgaben in Einzelarbeit zu bewältigen sind.

1.9 Erkenntnisse im Überblick

Dass Technologie unseren Lebensraum umgibt und somit auch in der Ausbildung und Bildung der heranwachsenden Generation eine Rolle spielen muss, wurde bereits vielfach thematisiert. In diesem Kapitel geht es nun darum, all die aus der Theorie abgeleiteten Erkenntnisse über den Technologieeinsatz im Unterricht kurz und prägnant anwendungsorientiert zusammenzufassen. Schließlich ist das Ziel der Arbeit aufzuzeigen, welchen Beitrag GeoGebra bei der Förderung selbstständigen Lernens im Rahmen von Hausaufgaben leisten kann. Gleichzeitig wird verdeutlicht, wie GeoGebra bei der Entwicklung eines tiefen mathematischen Verständnisses mitwirken und die heuristische Lernphase unterstützen kann, die schon viel zu lange einen Randpunkt des Mathematikunterrichts darstellt, dem aber besonders zur Erreichung der im Lehrplan verankerten Kompetenzen eine größere Bedeutung beigemessen werden muss.

Der Einsatz höherer Technologien bedingt aufgrund der mitgebrachten Visualisierungs-, Experimentier- und Modellierfunktion eine Schwerpunktverschiebung im Bereich der Handlungsdimensionen des Mathematikunterrichts (BIFIE, 2015; Heugl, 2001). Operative Tätigkeiten verlieren an Bedeutung, da sie an Technologie ausgelagert werden können. Zunehmendes Interesse kommt den Handlungsdimensionen Argumentieren, Begründen, Modellieren, Interpretieren und Reflektieren zu (vgl. Kapitel 1.7.1). Diese Entwicklung ist auch im Sinne der 2008/2009 eingeführten Bildungsstandards, die auf eine Förderung eben genannter Kompetenzen abzielen. Konzeptuelles Wissen, das heißt ein tiefes Verständnis für

mathematische Zusammenhänge, soll entwickelt werden (vgl. Kapitel 1.7.2.1). Dies gelingt mit höherer Technologie vor allem wegen des möglichen Wechsels zwischen den verschiedenen, dynamischen Darstellungsformen.

Interaktive, dynamische Arbeitsblätter, sogenannte Applets, die von GeoGebra, auch in Form von Lernpfaden, in einer Vielzahl online und kostenlos zur Verfügung gestellt werden, ermöglichen den Schülerinnen und Schülern eine eigenständige Auseinandersetzung mit mathematischen Themenbereichen (vgl. Kapitel 0).

Besonders in der heuristischen Lernphase bieten technologische Werkzeuge aufgrund ihrer Experimentierfunktionen einen großen Mehrwert. Nicht unberücksichtigt darf die Chance, einen Lernprozess von hinten aufzurollen, bleiben: Das Black-Box / White-Box-Prinzip und die Buchberger'sche Kreativitätsspirale zeigen auf, wie ein mathematisches Problem, ohne ausreichend über die notwendigen Kenntnisse zu verfügen, mithilfe von Technologie gelöst werden kann. Die Rede ist hier von zwei didaktischen Prinzipien, deren Wert sich erst durch den Einsatz von Technologie vollständig offenlegt. Technologie erweitert den methodischen Horizont des Mathematikunterrichts und schafft Raum für neue Erfahrungen (vgl. Kapitel 1.7.2).

Richtig eingesetzt, kann GeoGebra auch als Kontrollwerkzeug die Schülerinnen und Schüler aus ihrer Abhängigkeit von der Lehrperson lösen und beim selbstregulierten Lernen unterstützen. Die dazu notwendigen Kontroll- und Strukturerkennungskompetenzen müssen von den Schülerinnen und Schülern jedoch vorerst entwickelt werden (vgl. Kapitel 1.3.5).

Wird höhere Technologie angemessen und kontrolliert eingesetzt, kann sie selbstständiges, entdeckendes Lernen unterstützen und zur Generierung eines konzeptuellen Wissens beitragen. Durch Technologie wird der Mathematikunterricht experimenteller, interaktiver sowie schülerinnen- und schülerzentrierter (Heugl, 2001).

2 Hausaufgaben

Ein guter Unterricht ohne Hausaufgaben? Für viele unvorstellbar, denn Hausaufgaben stellen für den Großteil der Menschen einen zentralen Bestandteil des Unterrichts dar und werden meist bedenkenlos von Schülerinnen und Schülern, Lehrerinnen und Lehrern sowie Eltern akzeptiert. Trotzdem bieten sie seit jeher Zündstoff für zahlreiche Debatten über ihren Sinn und Zweck.

Legitimiert werden Hausaufgaben durch den traditionellen Gedanken der Wiederholung, Übung und Festigung des im Unterricht Gelernten sowie der Vorbereitung auf die nächste Unterrichtseinheit bzw. der außerschulischen Fortsetzung des Unterrichts (Wittmann, 1970). Seit den 90er Jahren werden Hausaufgaben auch erzieherische Ziele zugeschrieben, wie beispielsweise die Förderung des selbstständigen Lernens (Bossmann, 1979; Keck & Sandfuchs, 1994). Kritikerinnen und Kritiker wiederum zweifeln die Berechtigung von Hausaufgaben aufgrund des immens hohen Drucks auf die Schülerinnen und Schüler, der damit einhergehenden psychischen und physischen Belastung, sowie dem Eingriff in die den Kindern zustehende Freizeit an (Becker & Kohler, 1995; Eigler & Krumm, 1972). Verstärkt werden die Diskussionen über den Sinn und Unsinn von Hausaufgaben durch die widersprüchlichen und invaliden Ergebnisse zahlreicher Studien (vgl. Kapitel 2.3.1).

Zweifelsohne müssen Hausaufgaben unter Berücksichtigung didaktischer und pädagogischer Zielsetzungen systematisch aufbereitet und in den Unterricht integriert werden (Kamm, 1980), um wirkungsvoll eingesetzt werden zu können. So reicht es nicht, unüberlegt – wie es nicht selten der Fall ist – den Schülerinnen und Schülern Hausaufgaben aufzutürmen, um dem unausgesprochenen Gesetz der Hausaufgabenpflicht guten Unterrichts nachzukommen oder fehlende Unterrichtszeit auszugleichen, verfehlen sie doch genauso ihre positive Wirkung und bestärken die Zweifel an ihrer Effektivität.

Um weitere Überlegungen zum Thema Hausaufgaben anstellen zu können, muss zunächst ein einheitliches Verständnis über den Begriff Hausaufgaben geschaffen werden. Dazu werden im folgenden Kapitel mehrere Definitionen verglichen, um anschließend eine für diese Arbeit geeignete Begriffsbestimmung zu finden. Nachfolgend werden die gesetzlichen Regelungen zum Thema Hausaufgaben, wie sie im Schulunterrichtsgesetz verankert sind, angeführt. Auf Basis verschiedener Studien werden weiterführend die Vor- und Nachteile von Hausaufgaben diskutiert und daraus abgeleitet ihre Funktionen beschrieben.

Zu guter Letzt werden Vorschläge geliefert, wie Hausaufgaben sinnvoll gestaltet werden können, um nicht nur zu einer Steigerung der Leistung, sondern auch des Interesses und der Motivation zu führen. Unter Heranziehung der in Kapitel 1.7 angeführten Überlegungen zum Technologieeinsatz sollen Möglichkeiten aufgezeigt werden, wie GeoGebra und Lernpfade

konstruktiv in Kombination mit Hausaufgaben zur Förderung des selbstständigen Lernens beitragen können.

2.1 Der Begriff Hausaufgabe

Um weiterführend ein einheitliches Verständnis über den Begriff Hausaufgabe zu haben, soll zunächst geklärt werden, was in dieser Arbeit unter Hausaufgabe verstanden wird. Unterteilt man das Wort in HAUS und AUFGABE, so geht eindeutig hervor, dass es sich um eine Aufgabe handelt, welche zu Hause zu erledigen sei. Es reicht jedoch nicht, diesen plausiblen Gedankengang gänzlich unreflektiert und unbelegt stehen zu lassen, denn der Spielraum für Interpretationen ist groß, weshalb es bislang auch keine einheitliche Definition gibt.

In der Literatur, sowie im Alltag sind Synonyme wie Hausarbeit und Hausübung gängig und lassen Definitionen sowohl im engeren als auch im weiteren Sinne zu. Zunächst werden einige Definitionsversuche angeführt, um schlussendlich zu einer für diese Arbeit geeignete Definition als Grundlage für weitere Überlegungen und Diskussionen zu gelangen.

Schlägt man das Wort Hausaufgabe im Duden nach, so stößt man auf folgende Definition: „[Eine] vom Lehrer, der Lehrerin aufgegebenen Arbeit, die die Schülerinnen und Schüler zu Hause erledigen müssen“ (Redaktion des Dudens, 2022).

Eine engere Begriffsbestimmung nehmen Eigler und Krumm (1972, S. 46) vor und schreiben: „Mit den Begriffen ‚Hausaufgaben‘ oder ‚Schularbeiten‘ werden jene Tätigkeiten bezeichnet, welche den Schülern von der Schule zur Erledigung außerhalb der Unterrichtszeit übertragen werden.“

Derschau (1979, S. 42) weist ein weites Begriffsverständnis auf, indem er Hausaufgaben als „Lernen der Schüler außerhalb des Unterrichts [...], sofern es aus der Sicht des Schülers und/oder Lehrers mit der Zielsetzung des Unterrichts in Zusammenhang steht“, bezeichnet.

Sie umfassen alle Aktivitäten, die mit den im Unterricht bearbeiteten oder auch zu bearbeitenden Inhalten in sinnvoller Beziehung stehen, durch sie angeregt werden, oder für sie wichtig werden können. Hausaufgaben sind damit nicht nur von Lehrern aufgrund ihrer Fachkompetenz didaktisch und methodisch, mehr oder weniger sinnvoll gestellte Aufgaben, die zu Hause bearbeitet werden, sondern jedes mit der Schule verbundene bewusste Lernen außerhalb des Unterrichts. (Derschau, 1979, S. 15 f.)

Folglich zählen alle Tätigkeiten, die im Sinne der schulischen und unterrichtlichen Zielsetzung erledigt werden, also auch Vorbereitungen auf Prüfungen, Tests und Referate, zu Hausaufgaben. Diesem Verständnis schließt sich Wudtke an und bezieht zusätzlich die Bedeutung der Eltern in seine Definition mit ein:

Unter Hausaufgaben werden hier alle von der Schule direkt und indirekt eingeforderten Lern- und Übungstätigkeiten der Schüler in der Familie, im Hort oder in Silents verstanden, die auf den fortlaufenden Unterricht und die andauernden Test- und Prüfungssituationen bezogen sind. Diese Definition

schließt nachbereitende und vorbereitende Aufgaben ein wie auch jene, die Eltern oder Schüler hinzufügen, um die täglichen Tests zu bestehen: Nachhilfe, Vorhilfen, Zusatzübungen, freiwillige Arbeitsaufträge. (Wudtke, 1985, S. 333, zit. n. Nilshon, 1999, S. 11)

Nilshon (1999) übernimmt Wudtkes Definition von Hausaufgaben und ergänzt diese um die durch die Länder-Kultusministerien vorgegebenen Gesetzesregelungen. Demzufolge ist eine Hausaufgabe ein „[...] Element der Beurteilungs-, Sanktions- und Selektionsmacht der Institution Schule dar, die durch die Lehrenden ausgeübt wird und über die SchülerInnen auch an deren Eltern adressiert ist“ (Nilshon, 1999, S. 12).

Ähnlich wie Derschau beschreibt auch Keck (1978a, S. 28) Hausaufgaben als „[...] jenen Ausschnitt des schulischen Unterrichts- und Erziehungsauftrages, der auf die unterrichtsfreie Zeit sich erstreckt, Aufgaben also, die sich aus dem Unterrichtsprozess ergeben und außerhalb der Unterrichtsstunde ausgeführt werden.“

Ebenso Cooper, der unter Hausaufgaben „tasks assigned to students by school teachers that are meant to be carried out during non-school hours“ (Cooper, 1989, S. 86) versteht.

Keck & Sandfuchs (1994, S. 147) legen den Schwerpunkt ihrer Begriffsdefinition auf eine, nicht unmittelbar von der Lehrkraft gelenkte, Tätigkeit, die als Fortsetzung des Unterrichts das Bindeglied zwischen Lernen in der Schule und Lernen außerhalb der Schule schafft. Das Hauptaugenmerk liegt dabei vor allem auf der Gewöhnung an selbstständiges und regelmäßiges Lernen.

Eine aktuellere und sehr ausführliche Definition liefert Kohler, indem sie die Definitionen mehrerer Autorinnen und Autoren zu ihrem eigenen Begriffsverständnis zusammenfasst:

Hausaufgaben sind [...] Aufgaben, die eine Lehrkraft auf der Grundlage didaktischer und/oder pädagogischer Zielsetzungen explizit erteilt und die von den Schülerinnen und Schülern in der Regel außerhalb des Unterrichts in mündlicher, schriftlicher oder praktischer Form sowie in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit und in verpflichtender oder freiwilliger Weise zu bearbeiten sind. (Kohler, 2011, S. 204)

Die zahlreichen hier angeführten Definitionen machen deutlich, dass noch keine Einigung auf ein gemeinsames Begriffsverständnis besteht. Dennoch liegt allen Definitionen eine Gemeinsamkeit zugrunde: Es geht um das außerunterrichtliche Bearbeiten von auf den Unterricht und dessen didaktischen, pädagogischen und lerntheoretischen Zielsetzungen bezogenen Inhalten. Diese Merkmale fasst auch Victoria Thaller in ihrer Diplomarbeit *Hausübungen in der Lehrerinnenbildung* unter folgender Definition zusammen: „Unter Hausübung werden außerunterrichtlich von den SchülerInnen zu erledigende Arbeitsaufträge verstanden, welche von LehrerInnen unter didaktischen und lerntheoretischen Gesichtspunkten erteilt werden“ (Thaller, 2018, S. 3). Hausübung wird dabei als Synonym für den Begriff Hausaufgabe verwendet. Thallers Definition beschreibt kurz und prägnant die

wesentlichen Eigenschaften einer Hausaufgabe und soll daher auch als Definition für diese Arbeit dienen. Da der von Thaller gewählte Ausdruck *lerntheoretisch* in ihrer Arbeit nicht näher erläutert wird und in diesem Kontext nicht ohne weiteres nachvollzogen werden kann, wird der Begriff für die nachfolgende Definition ausgelassen und durch das intuitiv verständliche Wort *pädagogisch* ersetzt.

Definition Hausaufgabe:

Hausaufgaben sind von Lehrerinnen und Lehrern unter didaktischen und pädagogischen Gesichtspunkten erteilte Arbeitsaufträge, die von den Schülerinnen und Schülern außerunterrichtlich zu erledigen sind (Thaller, 2018).

2.2 Gesetzliche Grundlagen

Schule als soziale Institution des Staates bewegt sich innerhalb eines durch das Schulunterrichtsgesetz sowie das Schulorganisationsgesetz festgelegten Rahmen aus rechtlichen Vorschriften. Folglich sind auch Hausaufgaben, als Teil des Unterrichts und somit der Schule, durch Gesetze geregelt. In § 17 Abs. 2 des Schulunterrichtsgesetzes ist folgender Absatz zur gesetzlichen Regelung von Hausaufgaben vorzufinden:

Zur Ergänzung der Unterrichtsarbeit können den Schülern auch Hausübungen aufgetragen werden, die jedoch so vorzubereiten sind, dass sie von den Schülern ohne Hilfe anderer durchgeführt werden können. Bei der Bestimmung des Ausmaßes der Hausübungen ist auf die Belastbarkeit der Schüler, insbesondere auf die Zahl der Unterrichtsstunden an den betreffenden Schultagen, die in den übrigen Unterrichtsgegenständen gestellten Hausübungen und allfällige Schulveranstaltungen Bedacht zu nehmen. Hausübungen, die an Samstagen, Sonntagen oder Feiertagen oder während der Weihnachtsferien, der Semesterferien, der Osterferien, der Pfingstferien oder der Hauptferien erarbeitet werden müssten, dürfen - ausgenommen an den lehrgangsmäßigen Berufsschulen - nicht aufgetragen werden. (§ 17 Abs. 2 SchUG)

Dem Absatz können zusammenfassend drei wesentliche Vorschriften für Hausaufgaben entnommen werden:

- Hausaufgaben unterliegen keiner Mussbestimmung: Lehrpersonen sind folglich nicht dazu verpflichtet, Hausaufgaben aufzugeben.
- Hausaufgaben müssen so gestellt werden, dass sie für die Schülerinnen und Schülern ohne fremde Hilfe, ergo selbstständig, durchführbar sind.
- Es darf zu keiner Überlastung der Schülerinnen und Schüler durch Hausaufgaben kommen.

Im Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich (2016, S. 10) steht vermerkt, dass Hausaufgaben „durch besondere Intentionen wie z.B. Sammeln von Materialien und Informationen, Erkundungen, zusätzliche Übung und Festigung die Unterrichtsarbeit ergänzen“ sollen.

Hausaufgaben dürfen, wie in der Leistungsbeurteilungsverordnung (LBVO) festgelegt, per se nicht benotet werden, können aber als Mitarbeit in die Benotung miteinfließen:

Die Feststellung der Mitarbeit des Schülers im Unterricht umfaßt den Gesamtbereich der Unterrichtsarbeit in den einzelnen Unterrichtsgegenständen und erfasst [...] Leistungen im Zusammenhang mit der Sicherung des Unterrichtsertrages einschließlich der Bearbeitung von Hausübungen, [...] Bei der Mitarbeit sind Leistungen zu berücksichtigen, die der Schüler in Alleinarbeit erbringt und Leistungen des Schülers in der Gruppen- und Partnerarbeit. Einzelne Leistungen im Rahmen der Mitarbeit sind nicht gesondert zu benoten. Aufzeichnungen über diese Leistungen sind so oft und so eingehend vorzunehmen, wie dies für die Leistungsbeurteilung erforderlich ist. (§ 4 Abs. 1-3 LBVO)

Hausaufgaben dürfen demnach nicht mit einer Notenskala von „Sehr Gut“ bis „Nicht Genügend“ bewertet werden, können aber dennoch mittels eigenem Bewertungssystem wie beispielsweise der Vergabe von +, ~, - aufgezeichnet werden, um später Eingang bei der Leistungsbeurteilung berücksichtigt zu werden.

In den aktuellen Gesetzesvorschriften zur Vergabe von Hausaufgaben lassen sich keine Vorgaben bezüglich Inhalt oder Umfang auffinden. Da sie aber von den Schülerinnen und Schülern eigenständig und ohne weitere Hilfe zu bewältigen sein sollen, kann davon ausgegangen werden, dass sich der Inhalt der Hausaufgaben auf den im Unterricht behandelten Stoff beziehen muss und dass ihr Ausmaß an die aktuellen Bedingungen (bevorstehende Schularbeiten oder Tests, Hausaufgabenumfang anderer Fächer in Absprache mit Kolleginnen und Kollegen) angepasst sein sollte.

2.3 Vom Sinn und Unsinn der Hausaufgaben

„Zweifellos werden Hausaufgaben oft ohne ausreichende Überlegung, manchmal sogar gedankenlos erteilt, weil es üblich ist, sie zu erteilen, und jedermann – Schüler, Eltern, Kollegen, Vorgesetzte – dies erwarten.“

(Senator für Schulwesen Berlin, 1967; zit. n. Dettmers, 2010, S. 2)

Der Titel dieses Kapitels wurde eins zu eins von Wittmanns Werk *Vom Sinn und Unsinn der Hausaufgaben* aus dem Jahr 1970 übernommen, da er den Nagel auf den Kopf trifft. Seit 50 Jahren – nein – genaugenommen seit 500 Jahren, hat sich an dem Diskurs über den Sinn und Zweck von Hausaufgaben nichts geändert.

Mit der Einführung der Schule als öffentliche Einrichtung – Bildung unterlag bislang der Verantwortung der Kirche und fand vorrangig in Klöstern statt – fanden auch Hausaufgaben ihren Weg in die Unterrichtsarbeit (Nilshon, 1999). Seit Ende des 15. Jahrhunderts gibt es Aufzeichnungen über den Gebrauch von Hausaufgaben in den verschiedensten Schulordnungen (Bossmann, 1979), wie zum Beispiel in der Bayreuther Schulordnung von 1465. In Nördlingen wurde die Erteilung von Hausaufgaben bereits im Jahr 1512

vorgeschrieben (Geißler & Schneider, 1982). Gleichsam wie heute wurden die Schülerinnen und Schüler aufgrund des im Unterricht vorherrschenden Zeitmangels mit Aufgaben, welche nach dem Unterricht zu erledigen seien, nach Hause geschickt, um Gelerntes zu üben und zu festigen (Bossmann, 1979). Bis ins 19. Jahrhundert hielt sich die Legitimation von Hausaufgaben auf die Steigerung der Leistung und des Lernfortschritts beschränkt. Erst mit Ende des 19. Jahrhunderts maß man Hausaufgaben auch einen erzieherischen Wert bei. Neben dem Wissenserwerb ging es nun auch darum, mit Hausaufgaben das selbstständige Arbeiten sowie das Verantwortungs- und Pflichtgefühl des Kindes zu stärken (Bossmann, 1979; Keck & Sandfuchs, 1994). Diese pädagogische Sichtweise auf die erwünschten Wirkungen von Hausaufgaben machte sich bereits in einem Zitat von Gaudig erkennbar:

Die Hausarbeit wird umso wertvoller, je selbstständiger die Leistung ist, je weniger es sich um rein reproduktive Arbeiten, um ein Arbeiten in mechanisierten Formen, um das Nachbilden eines vorher eingeübten Typus handelt. Der Wert der Arbeit steigt mit der Selbstständigkeit der Schritte und mit der Weite dieser selbstständigen Schritte. (Gaudig, 1917; zit. n. Geißler und Schneider 1982, S. 23)

Nicht nur die Selbstständigkeit der Schülerinnen und Schüler, sondern auch eine gute Arbeitshaltung soll herausgebildet werden. Sie gewinnen Vertrauen in die eigene Arbeitsleistung, wodurch der freiwillige Arbeitseinsatz gefördert wird. Gleichsam bekommen die Lernenden ein Gefühl für die Zeitznutzung und -einteilung (Wittmann, 1970).

Mit dem Aufkommen der pädagogischen Komponente rückten Hausaufgaben immer mehr ins Zentrum des Interesses pädagogischer Forschung. Erstmals hinterfragte man die tatsächlichen Wirkungsweisen von Hausaufgaben unter Berücksichtigung ihrer eigentlich angestrebten Ziele und stellte erste empirische Untersuchungen an.

2.3.1 Empirische Untersuchungen zur Wirksamkeit von Hausaufgaben

Auf der Suche nach Forschungsarbeiten zum Thema Hausaufgaben stößt man immer wieder auf denselben Namen: Wittmann. An der im Jahre 1958 bis 1959 durchgeführten Langzeitstudie zur Untersuchung der Effektivität von Hausaufgaben nahmen insgesamt 190 Schülerinnen und Schüler aus zwölf Klassen – jeweils sechs Klassen des dritten und siebten Schuljahres – teil. Nach einem zuvor durchgeführten Vortest wurde vier Monate lang in jeweils einem der beiden Fächer – Rechnen oder Rechtschreiben – keine Hausaufgabe erteilt (Wittmann, 1970). Während bei den Klassen des siebten Schuljahres nach Beendigung der viermonatigen Experimentalperiode keine eindeutigen Ergebnisse vorlagen, wurden bei den dritten Klassen keine signifikanten Unterschiede festgestellt, wodurch keine Wirksamkeit der Hausaufgaben nachgewiesen werden konnte (Wittmann, 1970). Interessanterweise brachten weitere Befragungen an 1567 Schülerinnen und Schülern, 1321 Eltern und 1020 Lehrerinnen und Lehrern konträre Ergebnisse zum Vorschein. So schätzten 98,03% der Eltern Hausaufgaben als nützlich und unbedingt notwendig ein. Eigler und Krumm kamen 1972 mit

ihrer Untersuchung mit 97% auf ein ähnliches Ergebnis. 99,3% der Lehrpersonen empfanden Hausaufgaben aufgrund ihres leistungssteigernden Charakters ebenfalls als unbedingt notwendig und auch 79,4% der teilgenommenen Schülerinnen und Schüler vertraten diese Ansicht (Wittmann, 1970). Entgegen ihrer Erwartungen konnte die Studie dennoch keine Effekte in der Leistungssteigerung durch Hausaufgaben nachweisen.

Wittmanns Ergebnisse sorgten für Aufsehen, denn obwohl die Uneinigkeiten bezüglich Hausaufgaben und ihrer Berechtigung schon lange zuvor bestanden, wurden erstmal die Zweifel an der Effizienz von Hausaufgaben durch empirische Untersuchungen unter Verwendung eines ausgewiesenen wissenschaftlichen Designs bestätigt (Nilshon, 1999).

Angeregt von Wittmanns Ergebnissen und methodischem Vorgehen folgte 1968 eine weitere Studie von Ferdinand und Klüter, um den leistungssteigernden Wert von Lese-Hausaufgaben bei Kindern der zweiten Volksschulklasse zu ermitteln und auch hier konnten, wie bei Wittmann, keine Effekte festgestellt werden (Ferdinand & Klüter, 1968). Weitere Nachforschungen im deutschsprachigen Raum über die Einstellungen der Lehrkräfte, Eltern sowie Schülerinnen und Schüler (Eigler & Krumm, 1972; Hascher & Bischof 2000; Keck, 1978b; Nilshon, 1995) untermauerten Wittmanns Resultate: hohe Einschätzung der Wirksamkeit von Hausaufgaben bei gleichzeitig fehlender Effektivität.

Die zur damaligen Zeit erschienenen Werke *Was Hausaufgaben anrichten* (Schwemmer, 1980) und *Die verdammt Hausaufgaben* (Bossmann, 1979) zeugten von der kritischen Haltung gegenüber Hausaufgaben, und verstärkten die Besorgnis um die psychische und physische Belastung der Kinder durch Hausaufgaben.

Mit Trudewinds und Wegges Studie (1989) wurde erstmals der Einfluss elterlichen Einwirkens in Form von Kontroll- und Instruktionsfunktionen bei der Bearbeitung von Hausaufgaben auf die Leistungsentwicklung des Kindes erforscht. Sie unterscheiden dabei zwischen drei Funktionen elterlichen Einwirkens: der Instruktions-, Kontroll- oder Anregungsfunktion.

Es zeigte sich eine nachteilige Auswirkung durch direktes elterliches Vorgehen wie Hilfen, Erklärungen, Übungen oder Kontrollen, während die Bereitstellung von Hilfsmitteln sowie die Abschirmung von Störungen von Vorteil waren.

Alle bisherigen Untersuchungen des deutschsprachigen Raums deuten darauf hin, dass die gewünschte Wirkungsweise von Hausaufgaben verfehlt wird und man sich auf die Seite der Kritikerinnen und Kritiker schlagen müsse. Einen Versuch, diesem Trend entgegenzuwirken, stellten Becker und Kohler an: Ihr Ziel war es, den Fokus weg von der Pro-Kontra-Diskussion um Hausaufgaben zu lenken und stattdessen Wege zur Verbesserung ins Zentrum der Überlegungen zu rücken. Sie beschäftigten sich damit, wie die Hausaufgabenpraxis verbessert werden könnte, sodass sie tatsächlich zu einer Leistungssteigerung führt und forderten Lehrkräfte auf, zu hinterfragen, ob sich die von ihnen aufgetragenen Hausaufgaben

didaktisch begründen und pädagogisch verantworten ließen (Becker & Kohler, 1988, zit. n. Kohler, 2011, S. 207).

Etwa zur selben Zeit wurden auch in den USA zahlreiche Studien zur vorliegenden Thematik durchgeführt. Anders als im deutschsprachigen Raum konnten in den USA leistungssteigernde Effekte von Hausaufgaben nachgewiesen werden (Cooper, 1989; Paschal, Weinstein & Walberg, 1984). Paschal et al. stießen bei ihrer Studie auf folgende Erkenntnisse (1984, zit. n. Jünger, Geider & Reinert, 1990, S. 224):

- Schülerinnen und Schüler, die regelmäßig Hausaufgaben erhielten, erzielten signifikant bessere Leistungen.
- Der größte Lernzuwachs wurde durch täglich gestellte Hausaufgaben bewirkt.
- Verpflichtende Hausaufgaben führten zu deutlich positiveren Effekten als freiwillige.
- Je konsequenter und strikter die Ergebniskontrolle und -benotung erfolgte, desto wirksamer waren die Hausaufgaben.

Paschal et al. (1984) begründen die positiven Wirkungen von Hausaufgaben mit der zusätzlich gewonnenen Lernzeit („time on task“). Dem steht entgegen, dass eine längere Arbeitszeit bei der Hausaufgabenerledigung nicht zwangsläufig bedeutet, dass sich die Lernenden in dieser Zeit auch tatsächlich vertieft mit der Thematik auseinandersetzen (Lipowsky, 2007).

Cooper (1989, S. 85 ff.) fand in seiner Metaanalyse zur Feststellung der Effektivität von Hausaufgaben in 14 von 20 Studien Anzeichen für eine positive Auswirkung von Hausaufgaben vor allem auf die Beibehaltung von Faktenwissen, verbessertes Verständnis und kritisches Denken. Die Förderung von Selbstdisziplin und Organisationsfähigkeit sind angenehme Nebeneffekte von Hausaufgaben. Gründe für die sechs negativ ausgefallenen Studien könnten laut Cooper der elterliche Einfluss bzw. die Hilfe von Dritten sowie geistige und körperliche Erschöpfung sein.

Aktuellere Forschungen, wie die von Trautwein, Köller und Baumert (2001) oder Lipowsky, Rakoczy, Klieme, Reusser und Pauli (2004), suchen nach Indikatoren für eine Verbesserung der Leistung durch Hausaufgaben im Fach Mathematik. Mit einem Stichprobenumfang von insgesamt 2123 Schülerinnen und Schülern und der Kontrolle mehrerer Einflussvariablen wie die soziale Herkunft, häusliche Fremdaufsicht, Schulform, Vorwissen usw. liefert Trautweins, Köllers und Baumerts Studie neben Lipowskys et al., welche ebenfalls mit einer relativ großen Fallzahl von 954 Schülerinnen und Schülern aus 20 deutschen und 20 Schweizer Klassen und mithilfe eines Mehrebenenmodells unter Berücksichtigung von Kovariaten wie beispielsweise dem Land und der Schulform, aber auch Prädiktoren wie die Intelligenz, das Geschlecht oder die soziale Herkunft (Lipowsky et al., 2004), erstmals aktuelle, aussagekräftige und valide Ergebnisse bezüglich der Wirkungsweisen von Hausaufgaben. Beide Studien kamen zu dem Resultat, dass sich eine erhöhte Hausaufgabenlänge negativ auf die Leistungsentwicklung der

Schülerinnen und Schüler auswirkt, wohingegen mit regelmäßigen und zeitlich angemessenen Hausaufgaben positive Effekte erzielt werden konnten (Lipowsky et al., 2004; Trautwein et al., 2001).

Darüber hinaus ließ sich ein signifikanter, positiver Einfluss der Lösungskontrolle (die Hausaufgabe wird durch die Lehrperson auf Richtigkeit überprüft) auf die Leistung der Schülerinnen und Schüler nachweisen, während eine reine Erledigungskontrolle (die Lehrperson überprüft lediglich, ob die Hausaufgaben erbracht wurden) keinen Effekt zeigt (Lipowsky, 2004). Ergänzend stellte sich heraus, dass ein prozessorientierter Umgang der Lehrkraft mit Hausaufgaben zu einer Leistungssteigerung führte:

Je stärker die Schülerinnen und Schüler der Ansicht sind, dass sich ihr Mathematiklehrer bzw. ihre Mathematiklehrerin für ihre Lösungswege bei den Hausaufgaben interessiert und je deutlicher die Schülerinnen und Schüler einen positiven Umgang des Lehrers mit Schwierigkeiten und Fehlern im Kontext der Hausaufgabenpraxis wahrnehmen, desto besser sind die Leistungen der Schülerinnen und Schüler [...]. In Klassen, in denen sich die Lehrperson nach Ansicht der Schülerinnen und Schüler auch für die Lösungswege bei der Bearbeitung der Hausaufgaben interessiert, in denen die Lehrperson Hausaufgaben stellt, bei denen die Schülerinnen und Schüler über etwas Neues nachdenken müssen, verläuft die Leistungsentwicklung deutlich positiver als in anderen Klassen. (Lipowsky, 2004, S. 261)

Die vorliegenden Ergebnisse beider Studien machen den Bedarf an einer erhöhten Auseinandersetzung mit didaktischen Fragestellungen in der Hausaufgabenforschung deutlich und unterstreichen Beckers und Kohlers Überlegungen.

Genau wie Trudewind und Wegge (1989) konnten auch Lipowsky et al. (2004) negative Auswirkungen häuslicher Hausaufgabenhilfe durch die Eltern auf die Leistung der Schülerinnen und Schüler feststellen, erweiterten diese Erkenntnisse jedoch noch um den Aspekt der Inanspruchnahme elterlicher Hilfe: Je häufiger Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung von Hausaufgaben Hilfe in Anspruch nehmen, desto schlechter ist ihre Leistung (Lipowsky et al., 2004).

Die Befürchtung, Schülerinnen und Schüler sozial schwacher Familien seien bei der Bearbeitung von Hausaufgaben aufgrund mangelnder Unterstützung und ungünstiger materieller bzw. räumlicher Ausstattung benachteiligt (Eigler & Krumm, 1972; Geißler & Plock, 1981; Kamm, 1980; Lipowsky, 2004), konnte bislang von mehreren Studien nicht bestätigt, zum Teil sogar widerlegt werden (Holmes & Crolls, 1989; Lipowsky et al. 2004; Luplow & Smidt, 2019; Trautwein et al., 2001). Genauso wenig konnte ein durch Hausaufgaben verursachter Nachteil für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler (Schwemmer, 1980) empirisch nachgewiesen werden. Im Gegenteil: Hausaufgaben sollten nach Vorgaben des BMBWF (§ 17 Abs. 2 SchUG), so gestellt werden, dass sie von allen Schülerinnen und Schüler ohne Hilfe zu bewältigen seien. Um dem Folge zu leisten, müsste der Grad der Hausaufgaben-

schwierigkeit – inhaltlich und bzw. oder zeitlich – an die Leistungsschwächeren angepasst werden und somit eher zu einem Chancenausgleich führen (Trautwein et al., 2001). Angesichts dessen stellt sich nun die Frage, ob diese Vorgehensweise wünschenswert sei, fördere man so primär die Leistungsschwächeren, während die Leistungsstarken nicht ausreichend gefordert würden.

Mit der Einführung von Ganztagschulen suchte man schließlich auch nach neuen Hausaufgabenkonzepten wie zum Beispiel der integrierten Hausaufgabe. Der Kanton Schwyz schaffte die traditionellen Hausaufgaben zugunsten von – in den Schulvormittag integrierten – Hausaufgaben ab (Kohler, 2011). Nun konnten Hausaufgaben unter Beaufsichtigung und gleicher Betreuung für alle erledigt werden (Schnyder Godel, 2015).

Hascher und Bischof (2000) verglichen das Modell integrierter Hausaufgaben des Schwyzer Kantons mit dem traditionellen Hausaufgabenmodell der Schulen aus dem Kanton Zug. Die Untersuchungen ergaben, dass die Schülerinnen und Schüler durch die Hausaufgabenintegration im Vergleich zu jenen, die die Hausaufgaben auf die traditionelle Weise schulextern durchführten, zumindest keinen Nachteil hinsichtlich des Leistungsbestandes und der Leistungsentwicklung erfuhren. Als vorteilhaft erwiesen sich die integrierten Hausaufgaben dennoch, so fühlten sich die Schülerinnen und Schüler durch sie weniger belastet und höher motiviert (Kohler, 2011).

Die vorliegenden Studien machen deutlich, dass noch kein kohärentes Gesamtbild bezüglich der Hausaufgabenefekte besteht, zumal die Hausaufgabenforschung zahlreiche widersprüchliche Ergebnisse hervorgebracht hat. „Theoretische, begriffliche und konzeptionelle Unschärfen, Unterschiede in den gewählten methodischen Zugängen und den realisierten Analyseverfahren sowie Differenzen in den Merkmalen und Kriterien der befragten Stichprobe“ (Lipowsky et al., 2004, S. 252) könnten mögliche Ursachen für diese Unstimmigkeiten sein. Ungeachtet dessen blieb, vor allem in älteren Studien, der Mehrebenencharakter der Daten unberücksichtigt und Einflüsse von Drittvariablen wurden nicht oder nur selten kontrolliert (Lipowsky et al., 2004). Neben den „Defizite[n] in der theoretischen Ausarbeitung und empirischen Erfassung“ (Kohler, 2011, S. 210) stellt sich weiters die Frage nach der Gültigkeit der vorliegenden Befunde. Beispielsweise wurden im deutschsprachigen Raum die Erhebungen oftmals an einer eher kleinen Fallzahl, mit gezielter statt zufälliger Stichprobenauswahl durchgeführt (Lipowsky, 2004), während amerikanische Untersuchungen die Zusammenhänge häufig rein über Korrelationen ermittelt haben, wodurch die Frage nach der Wirkungsrichtung offenbleibt (Lipowsky et al., 2004). Ebenso müssen die unterschiedlichen Rahmenbedingungen wie beispielsweise das Unterrichtsfach und dessen Charakteristika, die Länge des Experiments bzw. der Studie oder die Leistungsmessung berücksichtigt werden (Schnyder Godel, 2015). Beispielsweise fand bei einigen Studien die

Leistungsmessung anhand eines Notenvergleichs statt, während bei anderen hingegen spezielle Tests zur exakteren Bestimmung der Leistung durchgeführt wurden (Hascher & Bischof, 2000).

Da sich die anhaltende Debatte über die Effektivität von Hausaufgaben im Kreis zu drehen scheint und auch zukünftig wenig zielführend sein wird, rückt nun die Frage nach Möglichkeiten zur Verbesserung der Hausaufgabenqualität ins Interesse vieler Pädagoginnen und Pädagogen.

Die Ergebnisse legen die Vermutung nahe, dass die Probleme mit Hausaufgaben aus didaktischen Mängeln der Planung und Durchführung resultieren. Abgeleitet aus den verschiedenen empirischen Untersuchungen zu den Wirkungsweisen von Hausaufgaben werden im nächsten Kapitel ihre Vor- und Nachteile gegenübergestellt.

Dem schließt sich eine Erläuterung der Funktionen von Hausaufgaben an, die letztendlich aufzeigen soll, welchen Beitrag Hausaufgaben leisten können, wenn diese systematisch und lernzielorientiert geplant werden und an den Interessen sowie Bedürfnissen der Schülerinnen und Schülern orientiert sind.

2.3.2 Der Diskurs über die Vor- und Nachteile von Hausaufgaben

Für Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler aber auch Pädagoginnen und Pädagogen barg das Thema Hausaufgaben in der Vergangenheit aufgrund der widersprüchlichen Forschungsergebnisse ein hohes Maß an Diskussionspotential und auch heute noch wird es kontrovers diskutiert. Wie in jeder Debatte bildeten sich zwei Positionen – jene der Befürworterinnen und Befürworter, die der Hausaufgabe einen hohen pädagogischen, erzieherischen und didaktischen Wert beimaßen, und jene der Hausaufgabengegnerinnen und -gegner, die in Hausaufgaben primär eine Belastung für den kindlichen Geist und Körper sahen. Durchsucht man die Literatur nach Argumenten für und gegen Hausaufgaben, so stößt man bei verschiedensten Autorinnen und Autoren stets auf dieselben Überlegungen.

Das wohl älteste Argument für den Einsatz von Hausaufgaben ist jenes der Steigerung der Schulleistung durch die Einprägung des Stoffes, die Festigung des Wissens und die Einübung von Fertigkeiten im Zuge einer häuslichen Wiederholung des im Unterricht Gelehrten bzw. Gelernten (Geißler & Plock, 1981; Kamm, 1980; Thaller, 2018; Wittmann, 1970). Ihre leistungssteigernde Wirkung begründen sie dabei mit der durch Hausaufgaben zusätzlich gewonnene Lern- und Übungszeit (Geißler & Plock, 1981; Lipowsky, 2004; Thaller, 2018), denn die Unterrichtszeit allein scheint für die Bewältigung des Stoffes nicht ausreichend, so müssen Teile des Unterrichts in den häuslichen Arbeitsbereich ausgelagert werden (Wittmann, 1970). Nach Geißler und Plock (1981) dienen Hausaufgaben folglich zur Ergänzung des eigentlichen Unterrichts.

Neben dem Aspekt der Zeitersparnis sehen Befürworterinnen und Befürworter die Möglichkeit zur (Selbst-)Kontrolle des Lernfortschritts und der Leistung bzw. des Verständnisses der Schülerinnen und Schüler als einen weiteren Vorteil von Hausaufgaben. Die Lernenden können bei der Bearbeitung von Hausaufgaben überprüfen, ob sie die Inhalte des Unterrichts verstanden haben und anwenden können (Wittmann, 1970).

Ebenso können vor allem geistige Arbeiten, die viel Konzentration fordern, zu Hause in ruhiger Umgebung unter geringer Ablenkung besser ausgeführt werden. Dem widersprechen Kritikerinnen und Kritiker und argumentieren dies mit einem ungeeigneten Arbeitsplatz und Störungen aus der Umwelt (Wittmann, 1970). Hinzu kommt der Zeitverlust durch die Korrektur bzw. Besprechung von Hausaufgaben während des Unterrichts (Geißler & Plock, 1981; Wittmann, 1970). Oftmals wird korrekte Ausführung der Hausaufgaben wegen des Zeitmangels gar nicht erst kontrolliert, wodurch sich Fehler eher festigen statt behoben werden (Wittmann, 1970).

Ein Argument, das sich sowohl die Befürworterinnen und Befürworter als auch ihre Gegnerinnen und Gegner gleichsam, wenn auch in entgegengesetzter Weise, zunutze machen, ist die Individualisierung, die laut Befürworterinnen und Befürwortern mit Hausaufgaben ermöglicht werden kann (Geißler & Plock, 1981; Kamm, 1980; Wittmann, 1970), nach Angaben der Kritikerinnen und Kritiker jedoch niemals gewährleistet wird, da alle Lernenden dieselbe, nicht auf ihre individuellen Bedürfnisse abgestimmte, Hausaufgabe erhalten und somit keine Differenzierung stattfindet (Schnyder, Niggli & Trautwein, 2008). So wird zusätzlich behauptet, dass sich Hausaufgaben nicht an den Interessen der Schülerinnen und Schüler orientieren würden, was wiederum zu Demotivation, Langeweile und Unlust führe (Kamm, 1980; Geißler & Plock, 1981; Wittmann, 1970). Den Schülerinnen und Schülern fehle der Sinn von Hausaufgaben. Die Bereitschaft, sie gewissenhaft durchzuführen, sinke dadurch. Ergänzend ist anzumerken, dass nach Vorgaben des Schulunterrichtsgesetzes (§ 17 Abs. 2 SchUG) Hausaufgaben so gestellt sein müssen, dass sie für alle Schülerinnen und Schüler ohne Hilfe zu bewältigen seien. Unter der Annahme, dass eine Differenzierung und Individualisierung bei Hausaufgaben nicht stattfinden, müssten die Hausaufgaben an die leistungsschwachen Schülerinnen und Schüler angepasst werden, wodurch zwar eine Aufholchance für die Schwächeren bestünde, jedoch Leistungsstarke unterfordert blieben und keine Leistungssteigerung stattfinden könne.

Zu leichte oder zu schwierige, zu wenig erklärte oder zu viel aufgetragene Hausaufgaben haben negative Auswirkungen auf die Leistung der Schülerinnen und Schüler (Wittmann, 1970) und führen aufgrund der zu hohen Ansprüche oftmals zu einer Überforderung (Geißler & Plock, 1981), gefolgt von einer starken psychischen Belastung, ausgelöst durch Versagensängste, Leistungsdruck, Konkurrenzdenken und begleitet von Minderwertigkeitskomplexen (Becker & Kohler, 1995; Eigler & Krumm, 1972). Durch langes Stillsitzen in schlechter

Körperhaltung, Lernen bis spät in die Nacht, dem Eingriff in den natürlichen Lebensrhythmus des Kindes und das Beschneiden seiner ihm zustehenden Freizeit sowie seines Freiheitsdrangs können laut Kritikerinnen und Kritikern auch physische Belastungen durch Hausaufgaben auftreten (Geißler & Plock, 1981; Kamm, 1980; Kohler, 2011; Wittmann, 1970). Der Nachmittag sollte den Kindern frei zur Verfügung stehen und einen Ausgleich zum Stillsitzen in der Schule bieten. Parole bietet hier das doch extreme und veraltete Argument, dass Hausaufgaben eine sinnvolle Freizeitbeschäftigung darstellen und gegen unerwünschte Verhaltensweisen wirken würden, indem sie den Betätigungstrieb zügeln, von den Freizeiteinflüssen der Straße fernhalten und den Eltern die Beaufsichtigung erleichtern (Kamm, 1980; Wittmann, 1970).

Die durch Hausaufgaben verursachte Belastung ruht nicht nur auf den Schultern der Schülerinnen und Schülern. Es besteht auch die Sorge um die elterliche Belastung, vor allem die der Mütter, und der damit einhergehenden negativen Auswirkungen auf die Eltern-Kind-Beziehung (Geißler & Plock, 1981; Kamm, 1980; Kohler, 2011). Zumal die Studien gezeigt haben, dass elterliche Kontrolle und Hilfe einen negativen Einfluss auf die Leistungsentwicklung des Kindes haben können (Trudewind & Wegge, 1989; Cooper, 1989), hindern sie so die Kinder am Finden eigenständiger Lern- und Lösestrategien (Kohler, 2011).

Eingesetzt als „perfektionierende schulische Bestrafung“, „Racheakt“ oder „Kollektivstrafe“ beeinträchtigen Hausaufgaben laut Schwemmer (1980, S. 69 ff.) auch das Verhältnis zwischen Lehrenden und Lernenden. Zugleich schätzen Hausaufgabenvertreterinnen und -vertreter Hausaufgaben aber als Bindeglied zwischen Eltern und Schulen, da sie den Eltern einen Einblick in die schulische Leistung des Kindes gewähren, sie über den aktuellen Stoff informieren und ihnen die Möglichkeit zur Unterstützung der Schülerinnen und Schüler bieten (Geißler & Plock, 1981; Kamm, 1980).

Auch den erzieherischen Wert von Hausaufgaben betreffend spalten sich die Meinungen drastisch: der Erziehung zu Pflichtbewusstsein, Eigentätigkeit, Selbstständigkeit und Verantwortungsbewusstsein sowie der Herausbildung eines besonderen Arbeitsethos (Geißler & Plock, 1981; Lipowsky, 2007; Thaller, 2018; Wittmann, 1970) steht die Erziehung zum Lügen und Täuschen gegenüber, was oftmals durch aufgetragene Strafhäufungen als Disziplinierungsmaßnahme verstärkt wird (Kamm, 1980; Wittmann, 1970).

Die soeben erfolgte Gegenüberstellung der Vor- und Nachteile zeigt, wie unterschiedlich die Eigenschaften und der Nutzen von Hausaufgaben ausgelegt werden können. Hausaufgaben können ein Segen und Fluch zugleich sein, je nachdem, aus welcher Perspektive sie betrachtet werden. Abhängig davon, welche Stellung man vertreten möchte, lassen sich folglich immer Argumente für und gegen den Einsatz von Hausaufgaben finden.

Die bisherige Hausaufgabenforschung stiftete bislang eher Verwirrung als Aufschluss über das Für und Wider von Hausaufgaben. Eine Erkenntnis kann jedoch aus den obigen Ausführungen gezogen werden: die Hausaufgabenpraxis bedarf einer Verbesserung und Aufwertung, die in erster Linie an der methodisch-didaktischen Aufbereitung von Hausaufgaben durch die Lehrkraft ansetzen muss. Die in Kapitel 2.4 angeführten Arten und Funktionen dienen als Grundlage für weitere Überlegungen zur Hausaufgabenreformierung. Möglichkeiten zur Reformierung der Hausaufgabenpraxis werden anschließend in Kapitel 2.5.2 erläutert.

2.4 Arten & Funktionen von Hausaufgaben

Im folgenden Kapitel werden die von unterschiedlichen Autorinnen und Autoren formulierten Kategorisierungen von Hausaufgaben nach ihren Funktionen angeführt. Obgleich die Autorinnen und Autoren bei der Systematisierung und Klassifizierung der Hausaufgabenformen von verschiedenen Standpunkten ausgehen – während Kamm und Müller-Gaebele (1975) sich beispielsweise an den zu bewältigenden Lernphasen der Schülerinnen und Schüler orientieren, basiert Dietz' und Kuhrt's (1960) Einteilung auf der geforderten Art der Betätigung der Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung von Hausaufgaben, wohingegen Geißler und Plock (1974) ihre Kategorien nach inhaltlichen Unterscheidungsmerkmalen wählen – lassen sich dennoch einige Gemeinsamkeiten ausfindig machen, welche final in einem selbsterstellten Gesamtmodell, das der einfachen Überschaubarkeit aller Hausaufgabenfunktionen dienen soll, zusammengeführt und veranschaulicht werden. Das Grundgerüst bilden dabei Geißler und Plock (1974), mit ihrer Unterteilung in vorbereitende und nachbereitende Hausaufgaben, sowie Schwemmers (1980) Klassifizierung nach methodisch-didaktischen und erzieherischen Funktionen von Hausaufgaben.

2.4.1 Nachbereitende & Vorbereitende Hausaufgaben nach Geißler und Plock

Geißlers und Plocks Kategorisierung in nachbereitende – zur Fortsetzung des abgelaufenen Unterrichts – und vorbereitende Hausaufgaben – zur Vorbereitung auf Kommendes – erlaubt aufgrund der zeitlichen Positionierung am Anfang oder am Ende einer Lehreinheit nur eine sehr begrenzte Zuteilung der vielfältigen Hausaufgabenformen und gilt laut Kamm und Müller-Gaebele (1975) für eine genaue Einteilung von Hausaufgaben nach ihren Funktionen als unzureichend.

Laut Nilshon (1999) zählen alle Hausaufgaben, die einen üben, durch Vertiefung und Fortsetzung unterrichtsunterstützenden oder anwendungsorientierten Charakter aufweisen zu nachbereitenden Hausaufgaben, während motivierende und informierende Funktionen auf den Unterricht vorbereiten sollen. Durch Entdecken, Erkunden, Sammeln von Informationen, Beobachten, Vergleichen, Recherchieren, Lesen oder Erforschen kann im Zuge von

vorbereitenden Hausaufgaben das Interesse geweckt und die Motivation sowie die Lernbereitschaft gesteigert werden.

Mithilfe nachbereitender Hausaufgaben sollen die im Unterricht erworbene Kenntnisse und Fertigkeiten durch Üben, Wiederholen, Auswendiglernen, Zusammenfassen, Systematisieren oder Anwenden gefestigt und eingeprägt werden.

Schnyder Godel (2015) schreibt, dass vorbereitende Hausaufgaben den nachbereitenden vorzuziehen seien, da sie die Basis für den Folgeunterricht bilden, die Motivation stark beeinflussen und infolgedessen mit besseren Leistungen zu rechnen ist.

2.4.2 Qualitäts-Gruppen nach Dietz und Kuhrt

Dietz und Kuhrt hingegen stießen bei ihrer Untersuchung zur Wirksamkeit verschiedener Hausaufgabenformen auf sechs Qualitäts-Gruppen, die sich auf die jeweilige Art der Betätigung der Schülerinnen und Schüler während der Hausaufgabenerledigung beziehen (Dietz & Kuhrt, 1960, zit. n. Kamm & Müller-Gaebele, 1975, S. 131). Sie unterscheiden zwischen Hausaufgaben

1. **zur einfachen Festigung des Wissens und Könnens:** Einprägen, Üben, Wiederholen und Wiedergeben des Gelernten
2. **zur Erweiterung des Wissens:** Erarbeitung neuer Gesichtspunkte
3. **zur Systematisierung des Wissens und Könnens:** dienen der Einordnung neuer Kenntnisse in den bereits behandelten Stoff
4. **zur Anwendung des Wissens und Könnens an gegebenen Beispielen** und in bestimmten Situationen
5. **zur Anwendung des Wissens und Könnens an zu suchenden Beispielen** und Situationen
6. **zur Einführung in den neu zu behandelnden Stoff**

Nähere Beschreibungen und Beispiele bzw. Möglichkeiten zur praktischen Umsetzung bleiben bei Dietz und Kuhrt bedauerlicherweise aus – ihr primäres Ziel liegt in der Erforschung der Verteilung der verschiedenen Hausaufgabentypen, nicht jedoch in deren Umsetzung (Kamm & Müller-Gaebele, 1975). Kamm und Müller-Gaebele bemühten sich, Geißlers und Plocks sowie Dietz' und Kuhrts Versäumnis einer präzisen Klassifizierung bzw. deren detaillierte praxisorientierte Ausführung nachzuholen und fassten dabei die Schülerinnen und Schüler sowie die von ihnen zu bewältigenden Lernphasen ins Auge (Kamm & Müller-Gaebele, 1975).

2.4.3 Kategorisierung von Hausaufgaben nach Kamm & Müller-Gaebele

Die Beschreibung der Kategorien erfolgt anhand der Ausführungen von Kamm und Müller-Gaebele (1975). Ausgangspunkt ihrer Überlegungen bildet das Stufenmodell der Phasen eines Lernprozesses von Roth (1983), da angesichts der Forderung nach einer Unterstützung des Lernprozesses durch Hausaufgaben der Lernprozess selbst den Bezugsrahmen für

jegliche weitere Überlegungen zur Funktionsbestimmung bilden sollte. Bei Roths Stufenmodell handelt es sich um aus der Lernpsychologie abgeleitete Lernstufen, die Lernende bei der Erfassung eines Inhalts durchlaufen (Roth, 1983, S. 223 ff.):

- Stufe der Motivation
- Stufe der Schwierigkeiten
- Stufe der Lösung
- Stufe der Bewährung, des Tuns und Ausführens
- Stufe des Behaltens und Einübens
- Stufe des Bereitstellens, der Übertragung und die Integration des Gelernten

Die Lernstufen stehen laut Kamm und Müller-Gaebele (1975, S. 134) „im Verhältnis wechselseitiger Verflochtenheit zueinander“. Die verschwimmenden Grenzen erlauben den Lernenden, die Lernstufen in unterschiedlicher Reihenfolge zu durchlaufen. Bedeutungsvoll für erfolgreiches Lernen ist dabei, eine möglichst ausgeprägte Entfaltung der jeweiligen Lernstufen.

Der engen Verflochtenheit der Lernstufen ist geschuldet, dass Kamm und Müller-Gaebele die Stufen der Motivation und Entdeckung von Lernwiderständen, sowie die Stufe der Lösung von Problemen und der Bewährung von Lösungen je zu einer Kategorie der Hausaufgaben-funktionen zusammenfassen.

Hausaufgaben können genutzt werden, um den Lernprozess in jeder dieser Phasen zu unterstützen und zu fördern. Da Kamm und Müller-Gaebele detaillierte und für die Praxis relevante Beschreibungen zu den jeweiligen Klassifizierungen liefern, sollen diese in den folgenden Unterkapiteln näher beschrieben werden.

2.4.3.1 Hausaufgaben zur Interessensweckung und Entdeckung von Lernwiderständen

„Um zu einer echten inneren Bereitschaft zu gelangen, sich mit Gegenständen seiner Umwelt auseinanderzusetzen, muß der Mensch deren Fragwürdigkeit erfahren haben. Erst wenn er auf Fragen gestoßen ist, interessiert er sich für Antworten, kann er zur Stufe der Lösung weiterschreiten.“

(Kamm, 1980, S. 291)

Derartige Hausaufgaben verfolgen das Ziel, das Interesse der Schülerinnen und Schüler für den jeweiligen Lerngegenstand zu wecken und müssen folglich so gestellt werden, dass sie die Schülerinnen und Schüler mit einer Frage, einem Problem oder einer Schwierigkeit konfrontiert werden, d.h. einen Lernwiderstand erfahren.

„Wenn die Handlung glatt abläuft, der Lernwunsch und Lernanstoß sich ohne Schwierigkeiten erfüllt [...], so ereignet sich eigentlich außer einer Anpassung des schon Gekonnten an die neue Situation noch kein Lernen“ (Roth, 1983 S. 223). Erst die Konfrontation mit

Herausforderungen regt den Lernenden dazu an, sich mit einer Sache, auf der Suche nach einer Lösung, auseinanderzusetzen.

Die offenen Fragen und die dadurch angeregte intensive Auseinandersetzung mit der vorliegenden Problematik entfachen die Neugier und wecken im Kind zunehmend Interesse. Infolgedessen kann mit einer größeren Lernbereitschaft und einer aktiveren Mitarbeit und Mitgestaltung des Unterrichts seitens der Schülerinnen und Schüler gerechnet werden. Das Aktivitätszentrum verlagert sich nun von der Lehrkraft auf die Schülerinnen und Schüler, da die Lehrperson nicht mehr als alleinige Wissensquelle fungiert – ein verstärkt schülerinnen- und schülerzentrierter Unterricht wird möglich und „eröffnet [...] wertvolle Möglichkeiten, in pädagogischer und lernpsychologischer Hinsicht günstigere Organisationsformen des Lernens in der Schule zu realisieren“ (Kamm & Müller-Gaebele, 1975, S. 138 f.).

Hausaufgaben zur Interessensweckung eignen sich vor allem zur Einführung in neue Unterrichtsthemen und fallen somit in Geißlers und Plocks Kategorie der vorbereitenden Hausaufgaben.

Kamm und Müller-Gaebele betonen in ihrer Arbeit immer wieder die Bedeutung der Verknüpfung der Lerninhalte mit der außerschulischen Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler und nennen auch hier alltagsnahe Beispiele zur Interessensweckung wie beispielsweise das Beschaffen und Verarbeiten von Informationen aus Büchern, Karten, Statistiken, Bildern, Zeitungen, Radio- und Fernsehsendungen usw.

2.4.3.2 Hausaufgaben zur Lösung von Problemen

Unter Problemlösen verstehen Kamm und Müller-Gaebele nicht Routine-Verfahren und Formen des LöSENS von Aufgaben desselben Typs, sondern „dass die Lernsituation, in der sich der Schüler befindet, neuartige Anforderungen an ihn stellt, für deren Bewältigung ihm kein eingeschliffenes Lernmuster zur Verfügung steht“ (Kamm & Müller-Gaebele, 1975, S. 141). Die durch das aufgetretene Problem entstandene Unvollständigkeit kognitiver Strukturen erscheint den Schülerinnen und Schüler als unangenehm und weckt in ihnen das Bedürfnis, auf der Suche nach einer Lösung, überwunden zu werden. Bei erfolgreichem LöSEN erfahren die Schülerinnen und Schüler ein *Aha-Erlebnis* und es kommt zu einer Generalisierung der Lösungsfähigkeit auf ähnlich strukturierte Probleme, die die Schülerinnen und Schüler ohne zusätzliche Hilfestellungen der Lehrperson bewältigen können.

Diese Phase stellt einen wichtigen Schritt in Richtung selbstständigen Lernens dar und ist vor allem durch Hausaufgaben gut realisierbar, da die Generierung von Problemlösestrategien ein Prozess ist, den die Schülerinnen und Schüler möglichst selbst vollziehen müssen. Sie bieten den Schülerinnen und Schülern die Gelegenheit, sich ohne zeitlichen Druck ausführlich mit dem Problem zu befassen und eigenständig nach individuellen Lösungsverfahren zu suchen. Eine Vorgabe der Lösung durch die Lehrperson oder Mitschülerinnen und -schüler, wie dies im Unterricht häufig der Fall ist, würde die lernfördernde Wirkung des ProblemlöSENS

verfehlen. Für eine erfolgreiche Bewältigung des Problems benötigen die Schülerinnen und Schüler jedoch die dazu erforderlichen Vorkenntnisse, Lernstrategien und Lernhilfen, deren Entwicklung in der Verantwortlichkeit der Lehrperson liegt. Die Lehrkraft muss sich über die Voraussetzungen, die den Schülerinnen und Schülern zur Verfügung stehenden Lernmittel und der Schwierigkeit des Problems bewusst sein und gegebenenfalls notwendige Hilfen bereitstellen.

2.4.3.3 Hausaufgaben zur Übung und Automatisierung von Gelerntem

Kennzeichnend für diese Art von Aufgaben ist, dass bereits erarbeitete und bekannte Lerninhalte durch Wiederholung eingeprägt, gefestigt, geordnet und automatisiert werden. Kamm und Müller-Gaebale (1975, S. 144) unterscheiden hierbei zwischen „sinngemäßer Wiederholung des Gelernten zur Festigung von Kenntnissen“ (z.B. Zusammenhänge wiedergeben und erklären), „wörtlicher Wiederholung zum Zwecke des Auswendiglernens“ (z.B. Aufsagen oder Aufschreiben von Formeln) oder der „Wiederholung von Bewegungsabfolgen zur Automatisierung“ (z.B. Anfertigen von Zeichnungen).

Übungs- und Wiederholungsaufgaben sind nicht nur aufgrund ihrer einfachen Lernanforderungen an die Schülerinnen und Schüler – so kommen diese meist ohne weitere Unterstützung und Erklärung der Lehrperson aus – wohl die am stärksten vertretenen, zielen die meisten Lehrkräfte mit der Erledigung von Hausaufgaben doch auf die Sicherung und Einprägung der im Unterricht erarbeiteten Lernergebnisse ab (Geißler & Plock, 1981; Kamm, 1980; Kamm & Müller-Gaebale, 1975; Thaller, 2018; Wittmann, 1970).

Die Gefahr, durch Automatisierung und Auswendiglernen den Lernstoff, ohne jegliches Verständnis, einzuprägen, wird dabei oft unbedacht in Kauf genommen.

Da die Schülerinnen und Schüler bei Übungsaufgaben mit dem Lerngegenstand bereits vertraut sind und somit das Bedürfnis nach einer eigenständigen Auseinandersetzung mit Vorliegendem aufgrund des fehlenden Anreizes durch einen Lernwiderstand (vgl. Kapitel 2.4.3.1) nach bisheriger Annahme sehr gering ausfällt, stellt sich die Frage nach der Effizienz solcher Aufgaben. Geißler und Plock sprechen sogar von einer interessensstörenden Wirkung und einer negativen Einstellung zum Lernen als Folge derartiger Hausaufgaben und raten angesichts dieser Bedenken, Übungsaufgaben weitgehend im Unterricht, eingebettet in ein soziales Umfeld, das einen kreativen und motivationssteigernden Umgang mit Übung und Wiederholung ermöglicht, durchzuführen (Geißler & Plock, 1974).

Die Art und der Umfang von Übungsaufgaben sind immer auch von den vorangegangenen Lernphasen abhängig, so ist ihr Bedarf umso geringer, desto mehr das Interesse zuvor geweckt und Probleme eigenständig entdeckt und gelöst werden konnten, da bereits eine intensive Auseinandersetzung mit dem Sachverhalt stattgefunden hat.

Es empfiehlt sich demnach, die Aufmerksamkeit auf die ersten beiden Varianten zu lenken, um Übungsaufgaben auf das Notwendigste zu reduzieren. Dennoch sollten sie nicht ganz ausgelassen werden, sie zum Teil auch unverzichtbar sind, wie beispielsweise beim Lernen des Einmaleins.

Übungs- und Wiederholungshausaufgaben werden in der Praxis meist zwischen Tür und Angel am Stundenende nach zufälligem Auswahlverfahren erteilt. Doch gerade hier wäre eine didaktisch-methodische Aufbereitung besonders wichtig.

Kamm und Müller-Gaebele (1975, S. 149 f.) liefern Vorschläge zu einer effizienteren Gestaltung von Übungs- und Wiederholungshausaufgaben, um den fehlende Sachanreiz auszugleichen und einen Monotonieeffekt zu vermeiden:

- Steigerung der Lernbereitschaft durch vielfältige Aufgabenvariationen (z.B. Materialien, Zusammenhänge, Umfang, Gesichtspunkte, etc.), spielerische Elemente (z.B. magische Figuren, Zahlenlotto, Quiz, etc.), Darlegung des Sinns und Zwecks, Medieneinsatz
- Erstellen sinnvoller Zusammenhänge durch das Arbeiten in größeren Sinneinheiten
- Vermeidung weiterführender Fehler durch unmittelbare Leistungsrückmeldung – Aufgaben sollten (Selbst-)Kontrollmöglichkeiten aufweisen
- Vermittlung von Techniken und Methoden effektiven Übens – dosiert, regelmäßig, häufig, abwechslungsreiche Übungsformen, sinnvolle Zusammenhänge

2.4.3.4 Hausaufgaben zur Anwendung und Übertragung von Gelerntem

Mit Anwendungs- und Übertragungshausaufgaben soll die Fähigkeit „die erarbeiteten Kenntnisse und Fertigkeiten in neuen Situationen anzuwenden“ (Kamm & Müller-Gaebele, 1975, S. 151) gefördert werden. Gleichzusetzen mit dem Begriff Transfer geht es um die Übertragung des Gelernten auf neue, wenn auch strukturell ähnliche Aufgabenstellungen.

Da die Aufgaben eigenständig und ohne Unterstützung der Lehrperson bewältigt werden sollten, stellen derartige Hausaufgaben eine besondere Herausforderung für die meisten Schülerinnen und Schüler dar. Im Rahmen von Hausaufgaben sollten die mit Anwendungs- und Übertragungsaufgaben geforderten Lernschritte daher eher klein, die Aufgaben vielfältig und abwechslungsreich formuliert und vor allem nahe an der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler orientiert sein, um ihnen den Zugang zu erleichtern. Die in den außerschulischen Bereich verlagerten und unmittelbar mit der Lebens- und Erfahrungswelt der Kinder koppelbaren Hausaufgaben ermöglichen den Schülerinnen und Schülern die Einsicht in den Sinn und die Bedeutung schulischen Lernens für das Leben (Kamm, 1980). Erarbeitendes und entdeckendes Lernen hat in diesem Zusammenhang als besonders geeignet herausgestellt, da es einen hohen Grad an Eigeninitiative und eine intensive Auseinandersetzung mit dem Vorliegenden verlangt, wodurch die Sachstrukturen besser durchleuchtet, verstanden und beibehalten werden. Die daraus gewonnenen strukturellen Einsichten stellen eine wichtige

Voraussetzung für einen erfolgreichen Transfer dar. Aufgrund der hohen Ansprüche eignet sich die Bearbeitung solcher Hausaufgaben meist am Ende eines Lernprozesses. Ihre gelungene Bewältigung ist weitgehend von einem erfolgreichen Durchlaufen aller anderen Lernphasen abhängig.

2.4.3.5 Hausaufgaben, die sich über mehrere Phasen des Lernprozesses erstrecken

Hierbei handelt sich um komplexe Arbeitsaufträge, die über einen längeren Zeitraum hinweg zu erledigen sind und mehrere der oben genannten Lernphasen bzw. Hausaufgabenfunktionen inkludieren. Sie verfolgen das Ziel einer umfassenden Bearbeitung des Lerngegenstandes und können beispielsweise im Rahmen von längerfristigen Erkundungen und Experimente durchgeführt werden. Die in Kapitel 0 vorgestellten Lernpfade eignen sich ideal für derartige Hausaufgaben, da mit ihnen all die soeben beschriebenen Lernphasen begleitet werden können.

2.4.4 Funktionen im Überblick

Unter genauerer Betrachtung stellt sich heraus, dass sich die zahlreichen bereits angeführten Funktionen und Klassifizierungen von Hausaufgaben einander zu einem großen Ganzen ergänzen. Dieses Gesamtmodell aller Funktionen soll nachfolgend kurz erläutert und in einer Grafik zusammenfassend dargestellt werden. Zunächst soll nach Schwemmer (1980) zwischen methodisch-didaktischen und erzieherischen Funktionen differenziert werden. Erstere können wiederum in vorbereitende und nachbereitende Hausaufgaben unterschieden werden (vgl. Kapitel 2.4.1).

Erzieherischen Wert haben laut Schwemmer (1980, S. 42) jene Hausaufgaben „mit einer erkennbaren Intention zur Entwicklung selbstständiger Befähigungen und persönlichkeitsstärkenden Haltungen.“ Es geht folglich darum, die Selbstständigkeit der Schülerinnen und Schüler zu entwickeln, ihr Interesse und ihre Arbeitsfreude zu wecken, sie zur selbstständigen Organisation von Lernvorgängen (eigenverantwortliche Einteilung der Arbeitszeit, angemessener Einsatz von Arbeitstechniken und Hilfsmitteln) zu befähigen (Nilshon, 1999). Kamm (1980) spricht in diesem Sinne von der Entwicklung von Pflichtbewusstsein, Gewissenhaftigkeit, Fleiß und Ausdauer.

Die nachfolgende Darstellung der unterschiedlichen Funktionen erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, sondern soll der Leserin und dem Leser einen vereinfachten Überblick über die wesentlichen Hausaufgabenfunktionen verschaffen.

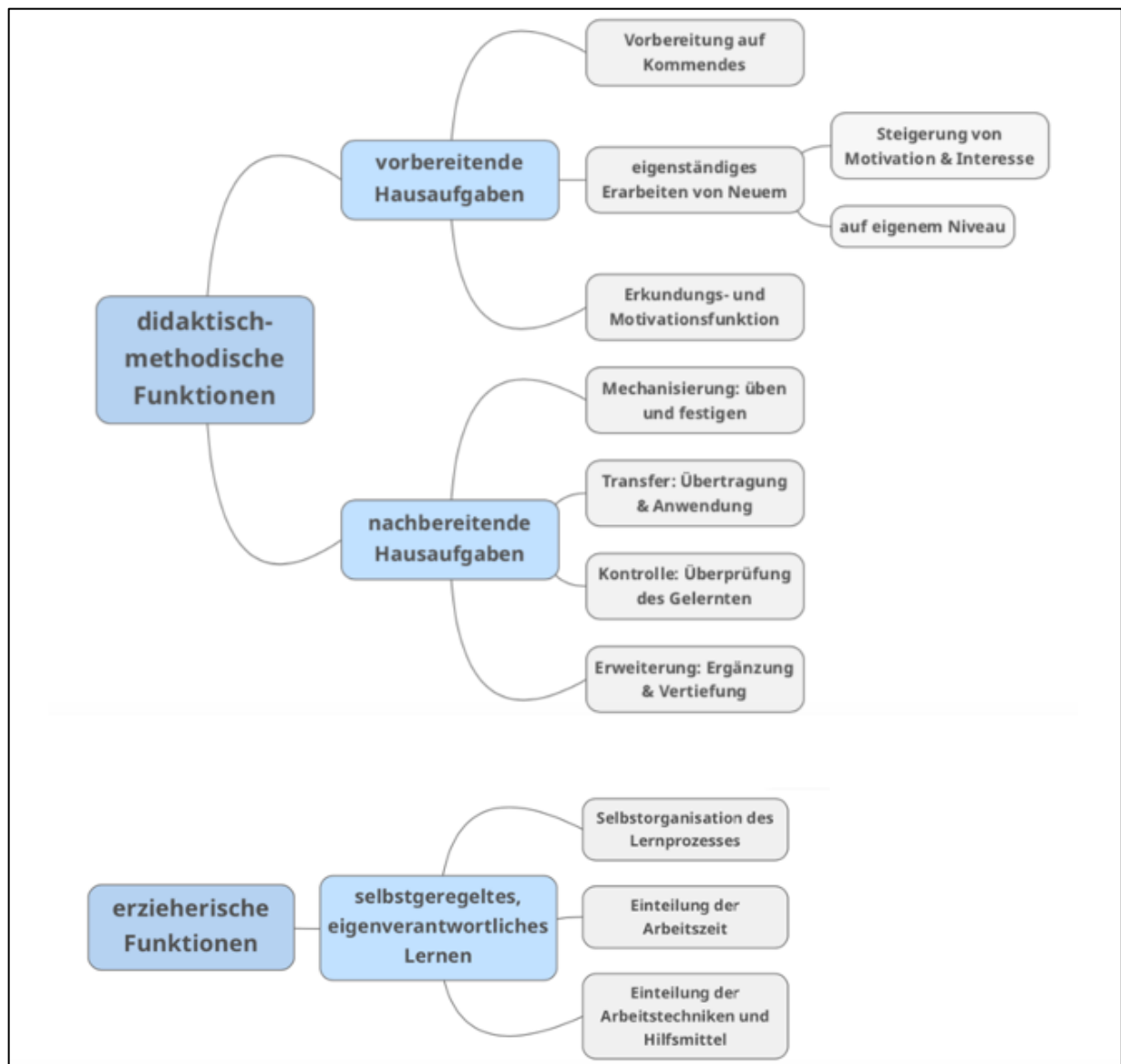


Abbildung 14: Hausaufgabenfunktionen

2.5 Reformierung der Hausaufgabenpraxis

„Die nur partiell interpretierbaren Ergebnisse weisen jedoch deutlich darauf hin, dass die bisherige Hausaufgaben-Praxis wenig effektiv ist und dass sich die Kritik vor allem gegen die Einförmigkeit und mangelnde didaktische und methodische Reflexion der Hausaufgaben wenden muss.“

(Derschau, 1979, S. 55)

Derschau (1979) argumentiert vielfach die Forderung nach einer Aufwertung und Verbesserung der aktuellen Hausaufgabenpraxis und liefert anschließend potentielle Reformmaßnahmen. Die folgenden Kapitel orientieren sich an seinem Werk *Hausaufgaben als Lernchance*, in dem nicht nur die mit Hausaufgaben verknüpften Probleme, sondern auch mögliche Lösungen thematisiert werden.

In Anbetracht der in den vorangegangenen Kapiteln angeführten kritischen Überlegungen zu den negativen psychischen und physischen Folgen von Hausaufgaben sowie der unzureichenden und gleichsam widersprüchlichen empirischen Forschungsergebnisse bezüglich ihrer Wirksamkeit, scheint die von Kritikerinnen und Kritikern geäußerte Forderung nach einer völligen Abschaffung von Hausaufgaben nur legitim, zudem die schulisch angestrebten Bildungsziele der Erziehung zur Selbstständigkeit und Eigenverantwortung durch die erteilten Hausaufgaben oftmals verfehlt werden. So kommt es in der Regel hauptsächlich zur Vergabe von Hausaufgaben mit mechanischem und reproduktivem Übungscharakter, die durch ihre Vernachlässigung der individuellen Leistungsfähigkeit und Arbeitsweise, des Lerntempos sowie der häuslichen Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler vielmehr Gegenteiliges, nämlich Selbstunterwerfung, Anpassung und Resignation durch Fremdbestimmung bewirken.

Doch mit einem vollständigen Verzicht auf Hausaufgaben könnten auch wichtige Lernchancen verloren gehen: Die Förderung selbstständigen Arbeitens und Denkens in einer nicht von Lehrpersonen organisierten und betreuten Umgebung sowie der Transfer der Unterrichtsinhalte auf die individuelle Lebens- und Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler – eine Rückkoppelung zur Sinnschaffung des Gelernten. Indes wird versucht, über Hausaufgaben die im Unterricht begrenzten Möglichkeiten zur Differenzierung und Individualisierung auszugleichen. Um dies zu ermöglichen, bedarf es allerdings einer strukturierten didaktisch-methodischen und pädagogischen Aufbereitung von Hausaufgaben unter Berücksichtigung lernpsychologischer Gesichtspunkte.

Derschau, Kohler und Cooper fordern neben anderen Autorinnen und Autoren eine Reform der Hausaufgabenpraxis und liefern Vorschläge zur Verbesserung, welche in diesem Kapitel dargelegt werden sollen.

2.5.1 Wozu eine Hausaufgabenreform?

Im Zuge der Forschungsarbeit über die Wirksamkeit von Hausaufgaben haben Wittmann (1970) und Wagner (1956) die damals vorherrschende methodische Aufbereitung von Hausaufgaben näher unter die Lupe genommen, um nach den Ursachen der ausbleibenden oder gar negativen Wirkungsweisen von Hausaufgaben zu suchen und stießen auf folgende Erkenntnisse (Wagner, 1956 & Wittmann, 1970, zit. n. Derschau, 1979, S. 24 f.):

- Hausaufgaben stellen selten eine Ergänzung der Unterrichtsarbeit dar, sondern werden meist als Fortsetzung des Unterrichts zur Übung aufgetragen.
- Meist handelt es sich um einfallslose mechanische und reproduktive Arbeiten, statt abwechslungsreiche Aufgaben, die zum eigenständigen Denken anregen.
- Die Hausaufgaben sind größtenteils an den Lehrbüchern orientiert ohne Berücksichtigung der Voraussetzungen der Klasse.
- Häufig werden sie über einen kurzen Zeitraum, meist bis zur nächsten Stunde, erteilt.

- Hausaufgaben werden primär als Einzelarbeit und ohne Beachtung individueller Voraussetzungen (z.B. häusliche Voraussetzungen, Lerninteresse, Lerntempo, Lernleistung, Lernmuster) erteilt. Es gilt: Gleiche Hausaufgaben für alle.
- Nicht selten nehmen sie eine periphere Rolle ein, werden nicht in die Unterrichtsplanung miteinbezogen und erst am Unterrichtsende flüchtig und unklar erteilt.
- Sie dienen häufig als Disziplinierungs- oder Kompensierungsmittel.
- Oft sind sie lern- und motivationspsychologisch ungeschickt oder gar falsch gestellt (z.B. inhaltlich oder methodisch unzureichend erläutert, fehlende Sinngebung, keine Hilfestellungen oder Hinweise auf die Arbeitsweise).
- Meist werden Hausaufgaben lediglich einer raschen Erledigungskontrolle unterzogen – häufig erhalten die Schülerinnen und Schüler keine Rückmeldung über ihre erbrachte Leistung. Ebenso selten werden die Resultate der Hausaufgaben für das weitere Unterrichtsgeschehen wieder aufgegriffen.

Die Befunde liegen mehrere Jahrzehnte zurück und können nicht ohne kritische Betrachtung als aktuell angenommen werden. Die geringe Zahl an gegenwärtigen Forschungen und Literaturen zu diesem Thema lassen jedoch vermuten, dass in den letzten Jahren nur wenige fortführende Auseinandersetzungen auf diesem Gebiet stattgefunden haben und daher keine Aussagen über eine Veränderung der damaligen Sachlage getroffen werden können.

Wenngleich nicht von ihrer Aktualität ausgegangen werden kann, so können die von Wittmann und Wagner angeführten Aspekte zur damaligen Hausaufgabenpraxis dennoch als kritischer Leitfaden für weitere Überlegungen zu einer Aufwertung der heutigen Hausaufgaben-situation herangezogen werden.

2.5.2 Hausaufgaben sinnvoll gestalten

Die bisherigen Resultate der Hausaufgabenforschung sowie die zahlreichen Erfahrungsberichte verschiedenster Autorinnen und Autoren machen deutlich, dass der planvollen didaktisch-methodischen und pädagogisch reflektierten Aufbereitung von Hausaufgaben eine viel größere Bedeutung zuteilwerden muss, als bisher angenommen und umgesetzt wurde. Sollten sich die Bedingungen um die Hausaufgabenvergabe, wie sie von Wagner (1956) und Wittmann (1970) geschildert wurden, seit jeher nicht verändert haben, so richten Hausaufgaben vermutlich einen größeren Schaden als Nutzen an oder würden zumindest ihr Potential zur Förderung, Ergänzung und Bereicherung des schulischen Lernprozesses nicht ansatzweise ausschöpfen.

Um einen tatsächlichen Beitrag zur Erreichung des Bildungsziels, die Schülerinnen und Schüler zu Selbstverantwortung und Eigenständigkeit zu erziehen, sowie zum selbstständigen und lebenslangen Lernen zu befähigen, leisten zu können und den Bedürfnissen der

Schülerinnen und Schüler gerecht zu werden, bedarf es einer Reformierung und pädagogischen Aufwertung der Hausaufgabenpraxis.

2.5.2.1 Selbstständigkeitsentwicklung statt mechanischem Üben

In einem ersten Schritt sollte der Anteil der mechanisch-gedächtnismäßigen Hausaufgaben zur Vertiefung, Übung und Wiederholung des Gelernten reduziert und zurück in den Unterricht verlagert werden:

Wiederholen, Üben, Vertiefen und Erweitern sollte weitgehend im Unterricht verbleiben, wo schnellere Kontrolle und Rückmeldung möglich ist, wo der Lehrer das Üben vielseitig, abwechslungsreich, wohl dosiert gestalten, immer wieder durch entsprechende Lernimpulse, Denkanstöße, Erläuterungen motivieren und in den gesamten Lernprozess integrieren kann. (Derschau, 1979, S. 43)

Cooper (1989) schlägt in dieselbe Kerbe und fordert eine vollständige Ablöse von Hausaufgaben, die zu mechanischem Arbeiten führen, durch jene, die zum Denken, Planen und Lösen anregen. Das Hauptaugenmerk müsse auf jenen Hausaufgaben liegen, die die Selbstständigkeit – das heißt die eigenverantwortliche Einteilung von Arbeitszeit, -techniken und -hilfsmittel sowie die bereitwillige Auseinandersetzung mit der Aufgabe – und die Problemlösefähigkeit fördern und eben diese gilt es methodisch-didaktisch sinnvoll und für die Schülerinnen und Schüler ansprechend aufzubereiten (Blömeke, Risse, Müller, Eichler & Schulz, 2006; Cooper, 1989; Derschau, 1979). Es kann jedoch nicht von vornherein von einer ausreichenden Eigenständigkeit der Schülerinnen und Schüler ausgegangen werden. Vielmehr müssen sie langsam an ein autonomes Arbeiten im Unterricht herangeführt werden (Kohler, 2002). Erst wenn im Unterricht weitgehend selbstständiges Lernen möglich ist, kann dies auf den häuslichen Bereich ausgeweitet werden. Dazu müssen die Lernenden zunächst im Unterricht mit den notwendigen Techniken und Methoden des (selbsttätigen) Lernens vertraut gemacht werden. Eine Abkehr vom Frontalunterricht zugunsten anderer, schülerinnen- und schülerzentrierter Arbeitsformen, eine vermehrte Mitbestimmung und Selbstregulierung oder eine systematische Einübung in selbstständiges Lösen von Aufgaben wären erste Schritte in diese Richtung. Hausaufgaben sollten nicht mehr Selbstständigkeit und Eigenverantwortung verlangen, als sie im Unterricht geübt wurde und „so gestaltet werden, dass sie parallel zum Unterricht inhaltlich und methodisch systematisch von stärker gelenkter und vorgegebener Tätigkeit in den ersten Schuljahren schrittweise zu eigenverantwortlicher, selbstständiger Arbeit überleiten“ (Derschau, 1979, S. 45). Die im Zuge der Hausaufgaben-Erledigung gewonnenen Erfahrungen des Selbstständig-Seins können und sollen im Unterricht aufgegriffen, reflektiert und für den weiteren Lernprozess herangezogen werden.

2.5.2.2 Individualisierung und Differenzierung

Individualisierung und Differenzierung – zwei voneinander unzertrennliche Begriffe, über die man wohl in jedem didaktischen Lehrbuch stolpert. Durch innere Differenzierung kann ein individueller Umgang unter Berücksichtigung der heterogenen Voraussetzungen und Bedürfnisse aller Schülerinnen und Schüler gewährleistet werden – eine beinahe utopische Vorstellung. So häufig in den Lehrbüchern nach Individualisierung und Differenzierung verlangt wird, so selten lassen sich Hinweise zur realistischen, praxisbezogenen Umsetzung eben jener Anforderungen finden. Jede Pädagogin und jeder Pädagoge weiß um die Schwierigkeit im Umgang mit der Heterogenität einer Klasse – angefangen bei den unterschiedlichen Interessen, Lerntempi und Lernmuster bis hin zu dem bestehenden Wissensstand der Schülerinnen und Schüler. Lehrpersonen sehen sich mit der Frage konfrontiert, wie auf all diese Bedürfnisse gleichzeitig eingegangen werden kann, um Leistungsschwache zu fördern und Leistungsstarke zu fordern. Wie kann auf die heterogenen Interessen, Ansprüche und Anforderungen Rücksicht genommen werden? Eingeschränkt durch die begrenzte Unterrichtszeit und durch die vom Lehrplan vorgegebenen Themenbereiche scheinen ihnen die Hände weitgehend gebunden. Die Chance der Differenzierung und Individualisierung durch Hausaufgaben bleibt dabei jedoch oftmals vergessen und ungenutzt.

Durch die Auslagerung von Lernsequenzen auf den außerschulischen bzw. häuslichen Bereich eröffnen sich Handlungsfreiheiten, die der Individualisierung von Lernprozessen zugutekommen. Rausgelöst aus dem 50-Minuten-Unterrichtskontinuum können Schülerinnen und Schüler bei der Erledigung von Hausaufgaben ihr Arbeitstempo weitgehend selbst wählen. Geißler und Plock (1974) schlagen Minimal- und Maximalaufgaben als weitere Möglichkeit zur Differenzierung vor. Dabei muss von allen Lernenden ein zuvor festgelegtes Minimum erreicht werden, alle weiteren Leistungen werden als zusätzlich positiv anerkannt. Gleiches Prinzip verfolgen Kamm und Müller-Gaebeler (1975) unter der Bezeichnung Pflicht- und Wahlaufgaben. Ebenso könnte man Schülerinnen und Schüler auch vollständig aus einer größeren Zahl qualitativ unterschiedlicher Aufgaben frei wählen lassen (Grasedieck, 2008). Um flexibler auf die unterschiedlichen Interessen eingehen zu können, empfiehlt Grasedieck, die Lernenden zeitweise eigenständig passende Arbeitsthemen aus dem außerschulischen Bereich für die Bearbeitung von Hausaufgaben finden zu lassen. Dadurch können nicht nur die Motivation und Lernbereitschaft hochgehalten werden, sondern auch eine Verbindung des Schulischen mit der außerschulischen Lebens- und Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler hergestellt werden, wodurch sie dem Gelernten einen größeren Sinn beimessen können (Grasedieck, 2008).

2.5.2.3 Verknüpfung von Schule und Lebenswelt

Über Hausaufgaben kann Innerschulisches nach außen in die unmittelbare Erfahrungs- und Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler übertragen werden. Im Unterricht gelernte Inhalte können nun im alltäglichen Leben erfahren werden, wodurch ein Realitätsbezug geschaffen wird und das zuvor theoretisch Gelernte einen praktischen Stellwert gewinnt (Derschau, 1979). Auch Blömeke et al. (2006), Gasser (2003) und Kohler (2002) betonen die Relevanz der Repräsentation einer authentischen Situation und die Rücksichtnahme auf die persönliche Lebens- und Erfahrungswelt der Lernenden.

Hausaufgaben werden vor allem dann gewissenhaft erledigt, wenn sie für die Schülerinnen und Schüler nachvollziehbar sind. Sie sollten daher nicht nur kontextbezogen aus den Lernzielen der Schule hervorgehen und integrierter Bestandteil des Unterrichts sein (Cooper, 1989; Derschau, 1979; Gasser 2003; Grasedieck, 2008; Kohler 2002), sondern auch regelmäßig im Plenum – d.h. gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern – kritischen und sinnbezogenen Überlegungen unterzogen werden.

Gleichsam können anwendungsbezogene, beobachtende und erkundende Hausaufgaben genutzt werden, um Erfahrungen, Probleme und Beobachtungen, die sich aus den Lebensbereichen der Schülerinnen und Schüler ergeben, von außen in die Schule hineinzutragen.

Derschau (1979) nennt Möglichkeiten zur praxisbezogenen Gestaltung, wie beispielsweise die Einbeziehungen von Interessen und Freizeitaktivitäten (z.B. Musizieren, Malen, Sporttreiben, Tier- und Pflanzenpflege), den Besuch von Ausstellungen und Theaterstücken, die Beschäftigung mit Filmen oder Radiosendungen bzw. Podcasts, die Planung und Gestaltung von Ausflügen, Klassenfeiern oder eines Klassen-Buches. Die Liste könnte hier ins Endlose weitergeführt werden, so sind der Kreativität der Schülerinnen und Schüler sowie der Lehrperson bei der Gestaltung von Hausaufgaben keine Grenzen gesetzt.

2.5.2.4 Motivation

Motivation spielt in der Hausaufgabenpraxis eine besonders große Rolle, weshalb wir uns mit dieser Thematik im Folgenden näher befassen werden.

Die Bereitschaft, sich bei der Bearbeitung von Hausaufgaben anzustrengen und durchzuhalten, auch wenn man sich mit einem scheinbar unlösbaren Problem konfrontiert sieht, dürfte eine wichtige Voraussetzung für die Entfaltung positiver Effekte durch Hausaufgaben sein (Lipowsky, 2007). Der Grad der Anstrengung, den die Schülerinnen und Schüler bei der Hausaufgabenbearbeitung bereit sind aufzubringen, hängt von ihrer persönlichen Einschätzung des Nutzens der jeweiligen Hausaufgabe ab (Trautwein, Lüdtke, Schnyder & Niggli, 2006). Die Schülerinnen und Schüler nehmen eine gewisse Erwartungshaltung gegenüber der Lösbarkeit der Hausaufgaben ein. Sie wägen ab, ob sie

über die nötigen Fähigkeiten zur positiven Verrichtung der Hausaufgaben verfügen. Hinzu kommt eine Bewertung des zu erreichenden Zielzustandes, das heißt des Nutzens einer zufriedenstellenden Hausaufgabenerledigung.

Die Motivation und Anstrengungsbereitschaft werden folglich von einer Erwartungs- und einer Wertekomponente beeinflusst (Trautwein & Köller, 2003).

Können die Schülerinnen und Schüler der Hausaufgabe einen Nutzen zuschreiben und sehen sich, im Sinne der Selbstwirksamkeitsüberzeugung, in der Lage, die Hausaufgabe erfolgreich bzw. ausreichend gut zu erledigen, so steigt die Anstrengungsbereitschaft und dadurch auch der Lernerfolg.

Deci und Ryan gehen davon aus, dass sich motivierte Handlungen nach dem Grad ihrer Selbstbestimmung unterscheiden lassen und beschreiben in der sogenannten Selbstbestimmungstheorie (Self-Determination-Theory) unterschiedliche qualitative Ausprägungen motivierten Handelns, die sich auf einem Kontinuum zwischen den beiden Polen „nicht selbstbestimmt“ (extrinsischer Motivation) und „stark selbstbestimmt“ (intrinsischer Motivation) befinden (Hänsel, Baumgärtner, Kornmann & Ennigkeit, 2016). Von intrinsischer Motivation ist nach Heckhausen und Heckhausen (2010) die Rede, wenn die Mittel (Handlung) mit dem Zweck (Handlungsziel) thematisch übereinstimmen, d.h. die Tätigkeit wegen der Sache selbst ausgeführt wird. Realisiert wird intrinsische Motivation beispielsweise durch Freude an der Handlung selbst, Neugier, Exploration, Interesse, Kompetenzerleben oder durch das völlige Aufgehen in der Aktivität, dem sogenannte Flow-Erlebnis. Es liegt ein hoher Grad an Autonomie vor, da die Handlung selbstbestimmt ausgeführt wird (Deci & Ryan, 1993).

Extrinsisch motivierte Handlungen dienen lediglich der Zweckerreichung und somit den Folgen der Handlung, wie beispielsweise soziale Anerkennung oder (materielle) Belohnung (Hänsel et al., 2016). Die Handlung wird folglich nicht aus persönlichem Interesse heraus ausgeführt, sondern aufgrund einer erwarteten Konsequenz.

Psychologische Grundbedürfnisse nach Kompetenz, Geselligkeit und Autonomie sind ausschlaggebend für menschliche Motivation und dürfen nach Deci und Ryan nicht unberücksichtigt bleiben (Hänsel et al., 2016). Kompetenz- und Autonomieerfahrungen, eingebettet in ein soziales Umfeld, begünstigen intrinsische Motivation. In mehreren Feldstudien zur Erforschung von Autonomieförderung verglichen mit Kontrolle durch die Lehrperson konnte deutlich gemacht werden, dass sich Schülerinnen und Schüler in autonomieunterstützenden Lernumgebungen, d.h. in Klassen, in denen Lehrkräfte mehr auf die Interessen und Lebensbezüge der Schülerinnen und Schüler eingehen sowie zur Selbstbestimmung anregen, mit größerer Neugier und Eigenständigkeit mit Problemen befassen als in Klassen, in denen ein kontrollierender Erziehungsstil dominierte (Deci, Schwartz, Scheinman, Ryan, 1981, zit. n. Deci & Ryan, 1993, S. 232). Ebenso zeigte sich,

dass „autonomieunterstützende Lernumgebungen positiv mit (intrinsischem) Lerninteresse und wahrgenommener schulischer Kompetenz korrelieren“ (Deci & Ryan, 1993, S. 232). Im Umkehrschluss wiesen empirische Studien nach, dass durch die Einführung extrinsischer Belohnungen (z.B. Geld, gute Noten, Auszeichnungen, etc.) das Gefühl der Selbstbestimmung und folglich auch die intrinsische Motivation sowie die Bereitschaft, einer Tätigkeit freiwillig wiederholt nachzukommen, abnehmen (Deci und Ryan, 1993).

Angesichts dessen bleibt kein weiterer Erklärungsbedarf für die Begünstigung intrinsischer Motivation als anzustrebendes Ziel didaktischer und pädagogischer Handlungen.

Fassen wir die Erkenntnisse der obigen Ausführungen zusammen, so sollte das Ziel der Lehrkräfte sein, Schülerinnen und Schüler an eine intrinsische Motivation heranzuführen. Dies kann vor allem durch ein Kompetenz- und Autonomieerleben, das heißt durch das Gefühl der Mitbestimmung und Entscheidungsfreiheit erreicht werden. Hausaufgaben sollten demnach an den Interessen der Schülerinnen und Schüler orientiert gestellt werden und mehr Wahl- und Handlungsfreiheit erlauben. Alltagsnahe Beispiele aus der Erfahrungswelt der Lernenden erweisen sich an dieser Stelle als besonders geeignet (vgl. Kapitel 2.4.3.1). Kognitive Aktivitäten wie Entdecken, Erkunden, Sammeln von Informationen, Beobachten, Vergleichen, Recherchieren, Lesen oder Erforschen können das Interesse der Schülerinnen und Schüler wecken und somit die Motivation steigern (vgl. Kapitel 2.4.1). Hausaufgaben sollten so gestellt werden, dass sie zwar anspruchsvoll aber dennoch zu bewältigen sind, um in Schülerinnen und Schülern Gefühle der Selbstwirksamkeit und Kompetenz zu wecken.

All dies kann, eingebettet in ein soziales Umfeld – soziale Arbeitsformen –, zur Entwicklung einer intrinsischen Motivation und somit zu einer größeren Anstrengungsbereitschaft bei der Hausaufgabenerledigung führen.

2.5.2.5 Lernzielorientierte Planung

Hausaufgaben sollten nicht aus Prinzip erteilt werden, sondern müssen didaktisch begründbar sein und sich an den Zielen des Unterrichts und des Lehrplans orientieren (Becker & Kohler, 1995). Köck (2012) vertritt die Meinung, dass es besser sei, keine Hausaufgabe aufzutragen, bevor schlecht bis gar nicht vorbereitete oder unzureichend erläuterte Hausaufgaben erteilt werden.

Hausaufgaben müssen lernzielorientiert geplant und organisatorisch in den Ablauf des Unterrichts und des Lernprozesses eingegliedert sein (Kamm, 1980). Wichtig ist eine transparente Hausaufgabenvergabe: Hausaufgaben müssen mit der Klasse gründlich besprochen werden, um eventuelle Schwierigkeiten und Unklarheiten bereits im Vorfeld zu klären (Kohler, 2013). Demnach sollen sie nicht kurz vor Stundenende schnell an die Tafel geschrieben oder vorgelesen werden, da auf diesem Weg meist keine Zeit für die Besprechung offener Fragen zur Hausaufgabe bleibt.

Des Weiteren sollte offen kommuniziert werden, wie die Hausaufgabe zu bearbeiten sei: Welche Materialien zur Hilfe genommen werden dürfen, bis wann die Hausaufgabe zu erledigen ist, welche Ziele sie verfolgt, in welcher Form sie einer Kontrolle unterzogen wird etc. Abschließend soll ein Zitat des Senators für Schulwesen Berlin die eben ausgeführten Überlegungen untermauern:

Eine sinnvolle Hausaufgabenerteilung setzt voraus, dass der Lehrer bei der Vorbereitung seines Unterrichts überlegt, ob und gegebenenfalls welche Hausaufgaben an welcher Stelle des Unterrichtsganges nützlich oder erforderlich sind. [...]. Auf jeden Fall ist es verfehlt, wenn am Schluss des Unterrichts in allgemeiner Aufbruchstimmung Hausaufgaben im Stil eines Blitztelegramms gegeben werden. Sie müssen so in den Unterricht eingeplant sein, dass auftretende Schwierigkeiten und Fragen sofort geklärt werden können. (Senator für Schulwesen Berlin, 1967, S. 20)

2.5.2.6 Kontrolle und Rückmeldung

Nach Angaben von Wittmann (1970) und Wagner (1956) (zit. n. Derschau, 1979) wird ein Großteil der Hausaufgaben lediglich auf deren Erledigung, nicht jedoch auf deren Richtigkeit überprüft. Mit dem Wissen, dass der Leistungsqualität bei Hausaufgaben kein Wert beigemessen wird, reduziert sich das Bemühen um eine korrekte Ausführung der Hausaufgaben und es werden verstärkt Fehler eingeübt, statt ausgemerzt. Wie Schülerinnen und Schüler mit Hausaufgaben umgehen und welche Bedeutung sie ihnen zuschreiben, hängt stark davon ab, welchen Stellenwert sie bei der Lehrkraft einnehmen. Misst die Lehrperson den Hausaufgaben einen größeren Wert zu, indem sie sich Zeit für eine gründliche Korrektur nimmt, den Schülerinnen und Schülern individuelles Feedback gibt und die Fehler, sowie aufgetretene Schwierigkeiten und Fragestellungen konstruktiv im Unterricht aufgreift, so werden auch die Schülerinnen und Schüler mehr Einsatz und Bemühen bei der Erledigung von Hausaufgaben zeigen (Derschau, 1979; Grasedieck, 2008). Umgekehrt kann eine unangemessene Hausaufgabenkontrolle auch negative Auswirkungen auf die Motivation und Anstrengungsbereitschaft der Schülerinnen und Schüler nach sich ziehen, wenn die erbrachte Leistung nicht entsprechend zur Kenntnis genommen wird (Senator für Schulwesen Berlin, 1967).

Im Sinne einer Selbstständigkeitsförderung könnten Schülerinnen und Schüler zudem die Kontrolle der eigenen oder der Hausaufgaben ihrer Klassenkolleginnen und -kollegen übernehmen.

Auch wenn Hausaufgaben nicht direkt benotet werden dürfen, so können und sollten sie dennoch zur Notengebung herangezogen werden. Zum einen kann dadurch einer Vernachlässigung entgegengewirkt werden, da die Schülerinnen und Schüler zur Rechenschaft gezogen werden, zum anderen wird die Leistung jener Schülerinnen und Schüler, die sich besonders bemühen, zusätzlich toleriert und belohnt. Darüber hinaus können

sich Lehrerinnen und Lehrer mittels Hausaufgabenkorrektur einen Eindruck vom aktuellen Leistungsstand der Lernenden gewinnen und auftretende Schwierigkeiten erkennen.

Abschließend ist zu vermerken, dass eine Rückmeldung über die erbrachte Hausaufgabenleistung nicht nur konstruktiv, sondern vor allem zeitnah erfolgen muss, um den erwünschten Lerneffekt zu erzielen.

2.5.2.7 Einbeziehung von Eltern, Kolleginnen und Kollegen

Obwohl empirische Untersuchungen zum Einfluss elterlichen Einwirkens bei der Erledigung von Hausaufgaben ergaben, dass kontrollierende und instruktive Hilfestellungen von Eltern negative Auswirkungen auf die Lernleistung der Kinder nach sich ziehen (Lipowsky et al., 2004; Trudewind & Wegge, 1989), empfehlen Derschau (1979) und Cooper (1989) die Einbeziehung der Eltern in die Hausaufgabenpraxis. Dabei sollen Eltern jedoch nicht als regulierende und kontrollierende Hilfslehrkräfte fungieren oder gar die Hausaufgabenarbeit der Schülerinnen und Schüler übernehmen, sondern eine sicherere, entspannte Lernumgebung ohne zusätzlichen Leistungsdruck schaffen in der sie unterstützend wirken. Eltern können bei der Hausaufgabenunterstützung verschiedene, normalerweise den Lehrpersonen zugeordnete, Rollen übernehmen, die entweder eine Instruktionsfunktion, eine Kontrollfunktion oder eine Anregungsfunktion erfüllen (Trautwein et al., 2001). Trudewinds und Wegges Untersuchungen haben gezeigt, dass lediglich die elterliche Anregungsfunktion, welche die Autonomie des Kindes fördert, einen positiven Effekt auf die Schulleistung erzielt (Trudewind & Wegge, 1989). Ein Austausch über die Erwartungen und Vorstellungen zwischen Eltern und Lehrperson kann förderlich auf die elterliche Unterstützung bei Hausaufgaben wirken und zur Rollenklärung beitragen.

Das Schulunterrichtsgesetz (§ 17 Abs. 2) schreibt zwar vor, dass Hausaufgaben so gestellt werden sollten, dass sie ohne fremde Hilfestellungen zu bewältigen seien, dennoch ist dies in der Praxis meist nicht der Fall. Besonders Schülerinnen und Schülern aus sozial schwachen Familien oder mit berufstätigen Eltern wird meist jegliche elterliche Unterstützung verwehrt. Deshalb gilt es besonders diese Schülerinnen und Schüler in Einrichtungen für Hausaufgabenbetreuung (in der Schule, im Hort oder in Hausaufgaben-Zirkeln) bei der Hausaufgaben erledigung unterstützend zu betreuen (Cooper 1989; Derschau, 1979).

Nicht nur Eltern und Lehrpersonen sollten im Austausch hinsichtlich ihrer Erwartungen stehen, auch eine Kooperation zwischen den Kolleginnen und Kollegen kann sich positiv auf die Hausaufgabenpraxis auswirken. Inhaltliche und zeitliche Absprachen, Einigung auf gemeinsame Schwerpunkte oder Abstimmung des Aufgabenumfangs können die Schülerinnen und Schüler bei ihrer häuslichen Lernarbeit entlasten und insgesamt zu einem erfolgreicherem Lernen führen (Derschau, 1979).

2.5.3 Hausaufgabenreform im Überblick

Führt man sich obige Vorschläge zur Verbesserung der Hausaufgabenpraxis vor Augen, so wird deutlich, dass durch ausreichende und präzise Planung abwechslungsreicher, anwendungsorientierter Hausaufgaben, die Hausaufgabenpraxis an Bedeutung und Effizienz gewinnt. Indem Hausaufgaben lernzielorientiert in den Unterricht eingebettet werden und eine Verbindung zu den Interessen und lebensnahen Erfahrungsfeldern der Lernenden herstellen, können ihnen ein größerer Sinn und Wert beigemessen werden – die Bereitschaft, Hausaufgaben verantwortungsbewusst und gewissenhaft zu erledigen, steigt, da die Motivation nun aus der Sache selbst, nämlich der Erledigung der Hausaufgabe zur Aneignung des Wissens und Könnens und nicht mehr als extrinsischer Anreiz durch die Lehrperson, hervorgeht.

Hausaufgaben, welche die Schülerinnen und Schüler vor eine mit einem gewissen Arbeitseinsatz bewältigbare Herausforderung stellen, schaffen zusätzlichen Anreiz, die Aufgabe eigenständig lösen zu wollen. Dabei sollten die Anforderungen dem Leistungsniveau der jeweiligen Schülerinnen und Schüler entsprechen und weder unter- noch überfordern.

Im Sinne einer Differenzierung und Individualisierung sollten nicht alle Lernenden mit derselben Aufgabenstellung konfrontiert werden – denn gleiche Aufgabenstellungen bei verschiedenen Voraussetzungen führen meist zu unterschiedlichen Lernleistungen. Eine individuelle und differenzierte Gestaltung der Hausaufgaben (z.B. Pflicht- und Wahlaufgaben, Aufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad aus denen gewählt werden kann, längerfristige Hausaufgaben zur Minderung des Zeitdrucks, Einsatz verschiedener Methoden etc.) erlaubt die Rücksichtnahme auf unterschiedliche Bedürfnisse und Lernvoraussetzungen und führt zu einer gesteigerten Lernleistung.

Durch eine individuelle und konstruktive Rückmeldung zur Qualität der Leistung werden Hausaufgaben zusätzlich aufgewertet, da Lehrpersonen den Bemühungen der Schülerinnen und Schüler mehr Beachtung schenken und sich diese infolgedessen vermehrt anstrengen.

Eine der wichtigsten Funktionen von Hausaufgaben ist die Förderung der Selbstständigkeit. Dies kann jedoch nicht automatisch durch die eigenständige Bearbeitung von Hausaufgaben erzielt werden. Vielmehr bedarf es einer sorgsamen Hinlenkung zur Entwicklung der Eigenverantwortung und Selbstständigkeit, welche bereits in einem schülerzentrierten Unterricht durch Mitbestimmung, Mitgestaltung, Selbstregulierung und selbsttätiges Lernen eingeübt werden und erst anschließend Schritt für Schritt in die Eigenverantwortung der Schülerinnen und Schüler im häuslichen Bereich übergeben werden können. Solange die Lernenden noch nicht mit den nötigen Methoden und Techniken selbstständigen Lernens vertraut sind, könnten Hausaufgaben, die eben jene Fähigkeiten abverlangen, zu einer Überforderung und Demotivation, ja sogar zu einer negativen Einstellung zum Lernen allgemein führen.

Hausaufgaben sollten transparent kommuniziert und lieber in kleinen Portionen regelmäßig erteilt werden. Zu umfangreiche, zeitaufwendige Hausaufgaben wirken sich negativ auf die Lernleistung aus. Außerdem ist es wichtig, genügend Zeit für die Bekanntgabe und Besprechung der Hausaufgaben einzuplanen, um mögliche Missverständnisse und Schwierigkeiten zu vermeiden.

Eltern sollten instruiert werden, dass die Kontrolle und eingreifende Unterstützung von Kindern bei der Bearbeitung von Hausaufgaben negative Auswirkungen auf den Lernerfolg haben. Vielmehr sollten sie ihren Kindern autonomes, selbstbestimmtes Lernen in einem geschützten Rahmen ermöglichen.

2.6 Technologieeinsatz zur Aufwertung der Hausaufgabenpraxis

Die vorliegende Arbeit möchte Wege und Möglichkeiten zur Verbindung von Technologie und Hausaufgaben aufzeigen, die zu einer verbesserten Hausaufgabenpraxis und somit auch zu einer gesteigerten Hausaufgabenleistung der Schülerinnen und Schüler führen sollen. Zu Beginn werden hier nochmals die wesentlichen Aussagen der vorherigen Kapitel wiedergegeben.

Hausaufgaben erfüllen vorrangig zwei Funktionen, nämlich eine didaktisch-methodische und eine erzieherische. Erstere können wiederum in vorbereitende und nachbereitende Hausaufgaben unterteilt werden, die beispielsweise auf das eigenständige und entdeckende Arbeiten als motivationssteigernde Vorbereitung oder aber auf die Einübung, Anwendung oder Kontrolle des bereits Gelernten abzielen. Erzieherische Funktionen betreffen primär die Entwicklung von Selbstständigkeit und Eigenverantwortung, welche vor allem durch selbstorganisiertes Lernen (z.B. Einteilung der Arbeitszeit, der Arbeitstechniken und Hilfsmittel) bei Hausaufgaben gefördert werden sollen (vgl. Kapitel 2.4.4). Überlegungen für die Realisierung einer Hausaufgabenreform legen den Fokus auf eine lernzielorientierte, differenzierte und selbstständigkeitsfördernde Hausaufgabenpraxis. Wesentlich ist, dass Hausaufgaben an den Interessen und Lebenswelten der Schülerinnen und Schüler orientiert sind und sie vor anspruchsvolle Herausforderungen stellen. Dies führt zu einer Steigerung der Motivation und Anstrengungsbereitschaft bei der Hausaufgabenerledigung. Ebenso wichtig ist, dass eine sorgfältige Erledigung der Hausaufgaben von der Lehrkraft entsprechend toleriert wird. Aus konstruktiven und zeitnahen Rückmeldungen über die erbrachte Leistung resultiert ein verstärktes Bemühen bei der Bearbeitung von Hausaufgaben seitens der Schülerinnen und Schüler. Zu guter Letzt soll durch den Einsatz unterschiedlichster Methoden die Hausaufgabenpraxis interessanter gestaltet werden (vgl. Kapitel 2.5.2).

Die Software GeoGebra kann, aufgrund ihrer vielfältigen Einsatzmöglichkeiten, zur Umsetzung aller soeben genannten Anforderungen an die Hausaufgabenpraxis beitragen. Mithilfe der Experimentierfunktion von GeoGebra können Schülerinnen und Schüler im

Rahmen von vorbereitenden Hausaufgaben mit experimentellem Charakter auf eine selbstständige Erkundungs- und Entdeckungsreise gehen. Ihre Entdeckungen können später im Unterricht aufgegriffen werden. In Zeiten der Digitalisierung ist GeoGebra ein Medium, das schon allein durch seine Anwendung das Interesse und die Motivation der Schülerinnen und Schüler steigern kann. GeoGebra-basierte Lernpfade können bei vorbereitenden Hausaufgaben als Erkundungsumgebung dienen und ermöglichen individuelles Lernen auf unterschiedlichem Niveau. Gleichzeitig können sie für nachbereitende Hausaufgaben zum Üben und Anwenden des Gelernten eingesetzt werden. Als Kontrollwerkzeug kann die Software auch zur Überprüfung der in der Hausaufgabe gelösten Aufgaben herangezogen werden. Die Schülerinnen und Schüler erhalten dadurch eine zeitnahe und wertfreie Rückmeldung über ihre Leistung und können Fehler rasch beheben. Gleichzeitig entwickeln sie implizit die von Heugl genannte Kontroll- und Werkzeugkompetenz. Die von GeoGebra gewährleistete Möglichkeit der Selbstkontrolle löst die Schülerinnen und Schüler aus ihrer Abhängigkeit von der Lehrperson als einzige Kontrollinstanz und gewährt ihnen immer mehr Raum für selbstständiges Lernen.

Da GeoGebra rechenintensive Tätigkeiten übernehmen kann, bleibt mehr Zeit für anwendungsorientierte Hausaufgaben, die ebenfalls mittels GeoGebra gelöst werden können. Das Importieren von (möglicherweise auch selbst fotografierten) Bildern, die anschließend mit mathematischen Elementen überlagert und bearbeitet werden können, fördert zusätzlich das Bewusstsein über die Bedeutung der Mathematik im Alltag.

Aufgetragen als längerfristige Hausaufgaben, beispielsweise in Form einer Wochenarbeit, können Lernpfade bei der Entfaltung erzieherischer Hausaufgabenfunktionen mitwirken. Die Schülerinnen und Schüler müssen dabei ihren Lernprozess selbstständig organisieren, das bedeutet, dass sie ihre Arbeitszeit sowie die vom Lernpfad bereitgestellten umfangreichen Aufgaben adäquat einteilen und zu deren Bearbeitung die entsprechenden Hilfsmittel und Arbeitstechniken wählen müssen. Die Arbeitsschritte und gewonnenen Erkenntnisse müssen zusätzlich von den Schülerinnen und Schülern dokumentiert werden. Das Arbeiten mit Lernpfaden im Zuge von Hausaufgaben verlangt von den Schülerinnen und Schülern folglich ein hohes Maß an Selbstständigkeit.

Andererseits können GeoGebra und GeoGebra-Lernpfade aber auch schlicht und einfach nur zum Üben und Vertiefen des Wissens eingesetzt werden und erfüllen somit auch ihren Zweck zur Verbesserung der Hausaufgabenpraxis, auch wenn diese ein Abwenden vom Üben zugunsten einer Förderung selbstständigen, entdeckenden Lernens vorsieht. Als letzter Punkt soll auf die Entwicklung intrinsischer Motivation für die Hausaufgabenerledigung durch GeoGebra eingegangen werden.

GeoGebra und GeoGebra-Lernpfade können bei Hausaufgaben durch Abwechslung, Interaktivität und Individualisierung die Freude und das Interesse an der Auseinandersetzung mit

mathematischen Inhalten steigern, Kompetenzerleben ermöglichen und autonomes Handeln verwirklichen. Soll die Hausaufgabe zusätzlich in Partnerinnen- und Partner- oder in Gruppenarbeit erledigt werden – was bei Lernpfaden nicht selten der Fall ist –, werden von GeoGebra bei der Hausaufgabenerledigung alle drei Grundbedürfnisse zur Entwicklung intrinsischer Motivation erfüllt: Kompetenz, Autonomie und Geselligkeit. Der Einsatz von GeoGebra bzw. GeoGebra-Lernpfaden kann daher eine freiwillige, eigenverantwortliche und gewissenhafte Hausaufgabenerledigung positiv beeinflussen.

Die Beschäftigung mit der Literatur hat gezeigt, dass höhere Technologie, insbesondere GeoGebra, aufgrund ihrer vielfältigen Einsatzmöglichkeiten das Interesse und die Motivation steigert, individuelles Lernen gewährleisten und neue Zugänge zur Mathematik eröffnen sowie neue Unterrichtsmethoden offerieren. Durch eigenständiges Experimentieren und Kontrollieren mit GeoGebra, sowie das Entdecken eigener Lösungswege mithilfe der Software, erlangen die Schülerinnen und Schüler zunehmend an Selbstständigkeit. Somit sind sämtliche Bereiche der in Kapitel 2.5.2 aufgelisteten Möglichkeiten für eine Aufwertung der Hausaufgabenpraxis abgedeckt.

Doch wie steht es in der Praxis um den Technologieeinsatz während Hausaufgabenerledigung? Nicht selten weichen Theorie und Praxis, vor allem im Kontext Schule und Unterricht, stark voneinander ab. Die Befragung von Schülerinnen und Schülern zu ihrem GeoGebra-Nutzungsverhalten beim Bearbeiten von Mathematikhausaufgaben soll Aufschluss darüber geben, wie Lernende beim eigenständigen Lösen von Hausaufgaben die Software tatsächlich anwenden und wie die in Kapitel 1.3 genannten Anwendungsmöglichkeiten derzeit in der Praxis umgesetzt werden.

B. Empirische Forschung

Die Arbeit soll als Grundlage für weitere Überlegungen zu den Einsatzmöglichkeiten von GeoGebra dienen. Dazu soll ein erster Einblick in das GeoGebra-Nutzungsverhalten der Schülerinnen und Schüler gewonnen werden. Der Bezugspunkt Hausaufgabe wurde deshalb gewählt, da Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung von Hausaufgaben, rausgelöst aus dem sozialen System Schule, in dem sie Unterstützung von der Lehrperson sowie von Klassenkolleginnen und -kollegen erhalten, überwiegend selbstständig arbeiten – ausgenommen Schülerinnen und Schüler, die Unterstützung von den Eltern oder durch Nachhilfen erhalten. Dennoch schaffen Hausaufgaben vorrangig einen Ordnungsrahmen selbstständigen Arbeitens, in dem sich die Schülerinnen und Schüler ohne Zeitdruck eigentätig mit der vorliegenden Thematik befassen können.

Die theoretische Ausarbeitung hat gezeigt, dass vor allem die heuristische, d.h. die experimentelle Lernphase den Lernprozess und die Generierung konzeptuellen Wissens unterstützt. Außerdem kann durch Experimentieren an alltagsnahen Aufgabenstellungen das Interesse und die Motivation gesteigert sowie ein Bezug zum Fach Mathematik durch Sinnzuschreibung hergestellt werden. Wir wollen dieser der Theorie entsprungenen Erkenntnis besonderes Interesse schenken und den Fokus auf die Verwendung von GeoGebra zum Experimentieren lenken.

In einem ersten Schritt soll allgemein die Einstellung der Schülerinnen und Schüler zu GeoGebra erhoben werden. Dies inkludiert unter anderem Fragen zur Häufigkeit der GeoGebra-Nutzung bei Hausaufgaben, zu bestehenden GeoGebra-Kenntnissen und der Bereitschaft, GeoGebra einzusetzen. Anschließend wird erfragt, in welcher Art und Weise Schülerinnen und Schüler GeoGebra bei Hausaufgaben einsetzen. Die Fragen beziehen sich dabei zum Teil auf die in der Theorie ausgearbeiteten Einsatzmöglichkeiten von GeoGebra – Experimentieren, Kontrollieren, Visualisieren. Die Liste wurde um die Möglichkeit des *Lösungsorientierten Anwendens* erweitert. Lösungsorientiertes Anwenden bezieht sich in diesem Zusammenhang auf operative Tätigkeiten zum schnellen und einfachen Lösen von Hausaufgaben, die jedoch keine Reflexion und keine tiefere Auseinandersetzung mit den Inhalten aufweisen. Die mathematischen Hintergründe und Zusammenhänge bleiben Schülerinnen und Schülern, die GeoGebra auf diese Weise einsetzen, meist verborgen, weshalb sich dadurch kein tiefes mathematisches Verständnis, zumindest nicht mithilfe von GeoGebra, entwickelt. Modellieren erweist sich für Schülerinnen und Schüler im Alleingang als besonders schwierig und wird daher nur selten im Rahmen von Hausaufgaben aufgetragen. Da sich die unten beschriebenen Einsatzmöglichkeiten von GeoGebra ohnedies bei Modellierungsaufgaben wiederfinden werden, wurde dieser Anwendungsbereich für die vorliegende Forschung vernachlässigt.

Typisch für Mathematikhausaufgaben in Kombination mit GeoGebra sind die vier oben bereits aufgelisteten Einsatzmöglichkeiten, um die sich die Forschung dreht:

- als Kontrollwerkzeug zur Überprüfung händisch gerechneter Aufgaben
- zum Visualisieren mathematischer Zusammenhänge für ein besseres Verständnis
- zum lösungsorientierten, das heißt einfachen und schnellen Anwenden
- zum Experimentieren, Erkunden & Entdecken

3 Forschungsfragen & Hypothesen

GeoGebra bietet Pädagoginnen und Pädagogen ein großes Feld für Forschungsarbeit, weshalb mit dieser Erhebung lediglich eine Grundlage für weitere Forschungsarbeiten geschaffen werden soll.

Zum einen soll aufgezeigt werden, wie häufig Schülerinnen und Schüler GeoGebra bei der Bearbeitung von Hausaufgaben verwenden, wie das Interesse und die Kenntnisse der Schülerinnen und Schüler bezüglich GeoGebra zu verorten sind und welche GeoGebra-Tools (Werkzeuge und Befehle) überwiegend bei Mathematikhausaufgaben eingesetzt werden, um damit mögliche Rückschlüsse auf die Anwendbarkeit und Relevanz von GeoGebra für bestimmte Themengebiete ziehen zu können.

Zum anderen soll durch die empirische Erhebung auch Heugls Forderung (Heugl, 2001), der heuristischen Lernphase im Mathematikunterricht mehr Bedeutung zukommen zu lassen, bestärkt und auf den Bereich Hausaufgaben ausgeweitet werden. Den Abschluss stellt eine Verknüpfung der Forschungsergebnisse mit den aus der Theorie abgeleiteten Kenntnissen dar, die aufzeigen soll, wie GeoGebra, einschließlich der auf GeoGebra-basierten Lernpfade, das experimentelle, selbstständige Lernen im Rahmen von Hausaufgaben unterstützen und einen Beitrag zur Entwicklung konzeptuellen Wissens leisten kann.

3.1 Forschungsfragen

Aus den obigen Überlegungen ergeben sich für die vorliegende Masterarbeit folgende Forschungsfragen:

1. Welche Zusammenhänge bestehen zwischen dem GeoGebra-Nutzungsverhalten bei Mathematikhausaufgaben und dem Interesse am, sowie der Leistung im Fach Mathematik?
2. Welche Zusammenhänge bestehen zwischen dem GeoGebra-Nutzungsverhalten bei Mathematikhausaufgaben und den GeoGebra-Kenntnissen (Werkzeugkompetenz) der Schülerinnen und Schüler?

3. Welche Einsatzmöglichkeiten von GeoGebra (Experimentieren, Visualisieren, lösungsorientiertes Anwenden, Kontrollieren) nutzen Schülerinnen und Schüler der 8. Klasse AHS bei der Bearbeitung von Mathematikhausaufgaben bevorzugt?
4. Welche GeoGebra-Tools werden von Schülerinnen und Schülern der 8. Klasse AHS überwiegend bei der Bearbeitung von Mathematikhausaufgaben verwendet?

3.2 Vermutungen

Die bisherigen, in Kapitel 1.6 angeführten Studien, lassen vermuten, dass allgemein eine positive Haltung seitens der Schülerinnen und Schüler gegenüber GeoGebra zu erwarten ist und sie zur Lösung von Mathematikhausaufgaben tendenziell GeoGebra statt einen händischen Rechenweg wählen würden. Darüber hinaus kann auf Grundlage der bisherigen Forschungsergebnisse von geschlechterspezifischen Unterschieden hinsichtlich der Freude an der Arbeit mit GeoGebra ausgegangen werden, die sich bei Buben verstärkt gezeigt hat. Demzufolge wird erwartet, dass Buben GeoGebra bei Hausaufgaben häufiger einsetzen als Mädchen. Zusätzlich deuten die Projekte darauf hin, dass GeoGebra eine interessenssteigernde Wirkung für das Fach Mathematik hat. Der Modellversuch M³ hat außerdem aufgezeigt, dass Schülerinnen und Schüler erst dann CAS verwenden, wenn sie über ausreichende Werkzeugkompetenzen verfügen. Folglich kann ein signifikanter positiver Zusammenhang zwischen den GeoGebra-Kenntnissen, d.h. der Werkzeugkompetenz, und dem Einsatz von GeoGebra bei der Hausaufgabenbearbeitung erwartet werden.

Bezüglich des Nutzungsverhaltens bei Hausaufgaben können folgende Vermutungen aufgestellt werden:

Aller Voraussicht nach werden die Schülerinnen und Schüler GeoGebra überwiegend zum grafischen Darstellen von Funktionen und zum Rechnen mit Termen sowie Gleichungen einsetzen. Auch wenn verstärkt von einem GeoGebra-Einsatz zum Visualisieren und lösungsorientierten Anwenden, d.h. für eine schnelle und einfache Durchführung von Berechnungen, ausgegangen werden kann, so bestehen dennoch Hinweise darauf, dass die Schülerinnen und Schüler GeoGebra auch zum Experimentieren und zur Lösungskontrolle heranziehen werden und diese nicht zur Gänze eine Randfunktion darstellen werden.

Abschließend kann angenommen werden, dass sich kein signifikanter Zusammenhang zwischen der Leistung, das heißt der Note, und dem GeoGebra-Einsatz bei Hausaufgaben einstellen wird, da die bisherigen Studien sehr kontrovers ausfielen und daher die Vermutung nahe liegt, dass GeoGebra nicht automatisch zu besseren Leistungen führen wird bzw. Schülerinnen und Schüler mit besseren Leistungen nicht zwangsläufig bevorzugt mit GeoGebra arbeiten.

3.3 Hypothesen

Im vorliegenden Kapitel werden die Hypothesen, die zur Beantwortung der Forschungsfragen sowie zur Überprüfung der obigen Vermutungen dienen sollen, formuliert. Um zusätzliche Aspekte der Fragestellungen zu beleuchten, werden neben der Hypothesenprüfung auch statistische Kennwerte und eine Clusteranalyse herangezogen.

3.3.1 Zusammenhänge zwischen GeoGebra-Nutzungsverhalten und Leistung

In Bezug auf die Leistung im Fach Mathematik, gemessen an der Endjahresnote, und dem GeoGebra-Nutzungsverhalten bei Mathematikhausaufgaben wurden folgende Hypothesen formuliert:

Hypothese 1:

H1: Es besteht ein Zusammenhang zwischen der Mathematiknote und der Häufigkeit des GeoGebra-Einsatzes bei Mathematikhausaufgaben.

Hypothesen 2-5:

Es besteht ein Zusammenhang zwischen der Mathematiknote und dem Einsatz von GeoGebra

H2: zum schnellen und einfachen Lösen von Mathematikhausaufgaben (lösungsorientiertes Anwenden).

H3: zur Kontrolle von zuvor händisch gelösten Mathematikhausaufgaben.

H4: zur Veranschaulichung von Sachzusammenhängen bei Mathematikhausaufgaben.

H5: zum Experimentieren bei Mathematikhausaufgaben.

3.3.2 Zusammenhänge zwischen GeoGebra-Nutzungsverhalten und -Kenntnissen

Weiters wurden für den Zusammenhang zwischen den GeoGebra-Kenntnissen und dem GeoGebra-Nutzungsverhalten bei Mathematikhausaufgaben die fünf nachstehenden Hypothesen aufgestellt:

Hypothesen 6-9:

Es besteht ein Zusammenhang zwischen den GeoGebra-Kenntnissen und dem Einsatz von GeoGebra

H6: zum schnellen und einfachen Lösen von Mathematikhausaufgaben (lösungsorientiertes Anwenden).

H7: zur Kontrolle von zuvor händisch gelösten Mathematikhausaufgaben.

H8: zur Veranschaulichung von Sachzusammenhängen bei Mathematikhausaufgaben.

H9: zum Experimentieren bei Mathematikhausaufgaben.

Hypothese 10:

H10: Es besteht ein Zusammenhang zwischen den GeoGebra-Kenntnissen und dem Gefallen an der Arbeit mit GeoGebra.

3.3.3 Zusammenhänge zwischen GeoGebra-Einsatz und Interesse am Fach

Den Abschluss bildet Hypothese 11, die überprüft, ob ein Zusammenhang zwischen der Häufigkeit der Verwendung von GeoGebra bei der Hausaufgabenerledigung und dem Interesse am Fach Mathematik besteht.

Hypothese 11:

H11: Es besteht ein Zusammenhang zwischen der Häufigkeit des GeoGebra-Einsatzes bei Mathematikhausaufgaben und dem Interesse am Fach Mathematik.

4 Methode

In diesem Kapitel wird die Methode zur empirischen Erhebung und Evaluierung der Daten beschrieben. Zunächst wird das in Form eines analogen Fragebogens eingesetzte Erhebungsinstrument vorgestellt. Anschließend folgt eine Beschreibung der Stichprobe sowie der Durchführung der empirischen Untersuchung und der zur Auswertung der Daten verwendeten statistischen Verfahren.

4.1 Erhebungsinstrument

Um aktuelle und für die Forschungsarbeit geeignete Informationen zu erhalten, wurden eigene Daten im Rahmen einer empirischen Forschung erhoben. Mit der Absicht, in kurzer Zeit möglichst viele repräsentative und aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten und die Anonymität der Schülerinnen und Schüler weitgehend zu bewahren, wodurch eine ehrlichere Beantwortung der Fragen zu erwarten ist, wurde eine quantitative Forschung mittels Fragebogen durchgeführt. Die seit dem Jahr 2020 anhaltende Corona-Pandemie erschwerte die Bedingungen der Durchführung mittels Fragebogen erheblich, da die Schulen immer wieder geschlossen wurden und fremden Personen kein Zutritt gewährt war. Es stellte sich folglich die Frage, ob die Erhebung mittels analogem oder digitalem Fragebogen via Online-Umfrage durchgeführt werden soll. Ein wesentlicher Nachteil der analogen Datenerhebung liegt in der nachfolgenden händischen Digitalisierung aller Daten, was bei einer großen Fallzahl sehr zeitintensiv werden kann. Ebenso können sich Schülerinnen und Schüler beim Ausfüllen in der Klasse durch ihre Mitschülerinnen und Mitschüler oder auch durch die Lehrperson gestört oder gar beobachtet fühlen, wodurch wiederum die Wahl ihrer Antworten beeinflusst werden könnten. Obwohl vieles für eine Online-Umfrage und nur wenig für eine analoge Befragung sprach, fiel die Entscheidung dennoch auf einen analogen Fragebogen, da eine Erhebung in dieser Form keinen Zugang zu Internet voraussetzt, die Umfrage für alle

Schülerinnen und Schüler innerhalb einer Klasse zeitgleich und unter denselben Bedingungen stattfinden kann, was sich positiv auf eine höhere Rücklaufquote auswirkt.

4.1.1 Fragebogen

Der Fragebogen besteht aus vier Seiten mit insgesamt 45 Fragen, zu denen die Antworten größtenteils – bis auf personenbezogene nominal- oder ordinalskalierte Daten wie Alter, Geschlecht, Schulstufe, Schultyp sowie die Note – mittels Likert-Skalen erhoben wurden. Die Likert-Skalen von eins bis zehn wurden als Antwortformat gewählt, da sie zum einen den Schülerinnen und Schüler bereits vertraut waren, zum anderen, weil intervallskalierte Variablen Voraussetzung für einige statistische Modelle sind und somit die spätere statistische Auswertung erleichtern.

Der Fragebogen ist inhaltlich in drei Teile gegliedert. Im ersten Teil werden personenbezogene Daten zum Alter, Geschlecht, Schultyp, Endjahresnote etc. sowie zum persönlichen Interesse am Fach Mathematik und ihren Einstellungen zum Thema Mathematikhausaufgabe erhoben. Anschließend wird im zweiten Teil genauer auf das GeoGebra-Nutzungsverhalten der Schülerinnen und Schüler eingegangen. So wird beispielsweise nach der Häufigkeit des GeoGebra-Einsatzes bei Hausaufgaben und nach der Art und Weise, wie sie GeoGebra bei Mathematikhausaufgaben verwenden, gefragt. Im dritten und letzten Teil wird auf die Verwendung der GeoGebra-Tools eingegangen. Dabei können die Schülerinnen und Schüler von 1 = „sehr selten“ bis 10 = „sehr oft“ angeben, wie häufig sie das jeweilige Tool bei Mathematikhausaufgaben einsetzen. Da GeoGebra eine riesige Auswahl an Werkzeugen bereitstellt, wurden die Tools auf die für den Mathematikunterricht am relevantesten reduziert. Für die Fragen nach der Art und Weise des GeoGebra-Einsatzes (Lösungsorientiertes Anwenden, Visualisieren, Kontrollieren und Experimentieren) wurden jeweils kurze Beispiele zur Beschreibung der Verwendungsweise angeführt, um den Schülerinnen und Schülern die Frage praxisorientiert verständlich zu machen und Missverständnisse weitgehend zu vermeiden. Insgesamt wurde auf eine sehr einfache und prägnante Formulierung der Fragen geachtet, sodass es möglichst zu keiner sprachlichen Barriere oder zu Verständnisproblemen kam.

4.2 Stichprobenbeschreibung

Um den gesamten Themenbereich der standardisierten Reifeprüfung (SRP) mit dem Fragebogen abdecken zu können, wurden Schülerinnen und Schüler der 8. Klasse AHS, als „quasi Expertinnen und Experten“ auf Schülerinnen- und Schülerseite, zum Einsatz von GeoGebra befragt. Alle Schülerinnen und Schüler wurden in einem Zeitraum von einer Woche befragt. Die Befragung fand im Mai des Jahres 2021 statt. Da die Schülerinnen und Schüler zu diesem Zeitpunkt bereits kurz vor der standardisierten Reifeprüfung standen, sollten sie bereits über alle für die SRP nötigen Kenntnisse in den verschiedenen Themengebieten

verfügen. Insgesamt nahmen 112 Schülerinnen und Schüler (76 weibliche, 35 männliche und eine ohne Angabe) aus drei verschiedenen allgemeinbildenden höheren Schulen (AHS) teil. Am stärksten vertreten war dabei die Schulform des Realgymnasiums mit insgesamt 62 Teilnehmenden. Das entspricht einem Prozentsatz von rund 55,4% und macht somit mehr als die Hälfte der Befragten aus. Mit 23 Schülerinnen und Schülern wurde knapp ein Viertel aller Fragebögen von Gymnasiastinnen und Gymnasiasten ausgefüllt, während 11,6% bzw. 9,8% der Teilnehmenden ein wirtschaftliches Gymnasium bzw. ein Oberstufenrealgymnasium besuchten. Das Durchschnittsalter der Befragten betrug $17,86 \pm 0,74$ Jahre. Der Notendurchschnitt befindet sich in einem mittleren Leistungsbereich von $2,65 \pm 1,04$.

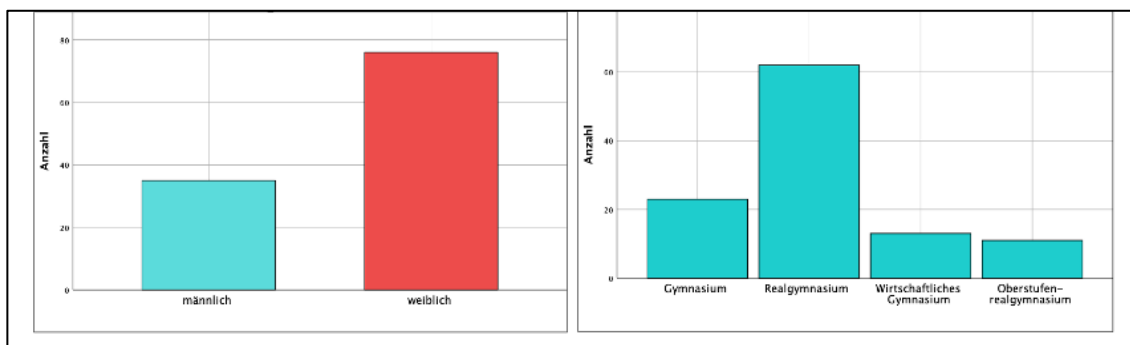


Abbildung 15: Geschlechterverteilung (li.) und besuchte Schulformen (re.)

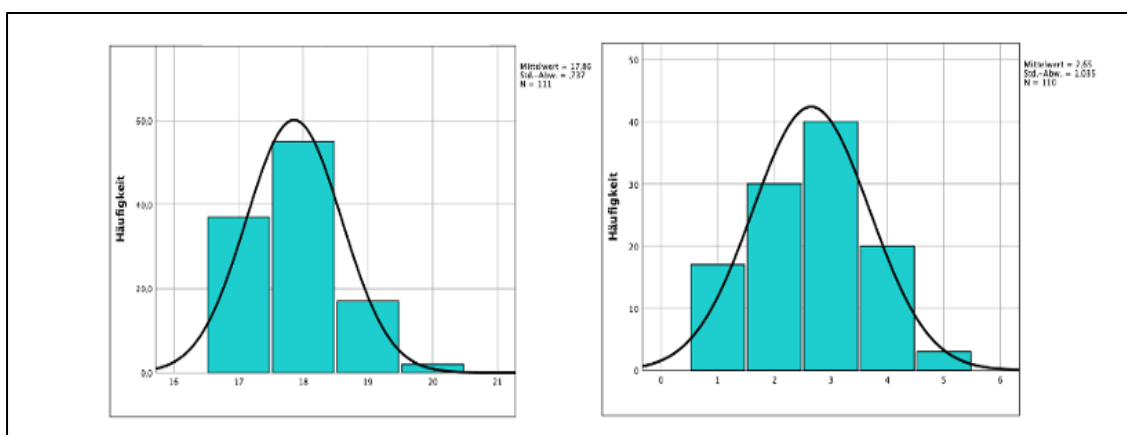


Abbildung 16: Alter (li.) und Endjahresnote (re.)

4.3 Durchführung der empirischen Forschung

Für die Datenerhebung wurden 180 Fragebögen (vgl. Anhang) zu je vier Seiten mit 45 Fragen an acht 8. Klassen aus drei verschiedenen allgemeinbildenden höheren Schulen (AHS) verteilt. Da fremden Personen der Einlass in Schulen aufgrund von Covid-19 verwehrt war, wurden die Fragebögen vor der Schule an die Lehrpersonen überreicht, welche die Umfrage mit ihren Klassen durchführten und anschließend die ausgefüllten Fragebögen wieder vor der Schule retournierten. Corona verschob nicht nur die Befragung von Mitte März auf Mitte Mai 2021, sondern führte auch zu einer weitaus geringeren Rücklaufquote als ursprünglich erwartet. Die Schülerinnen und Schüler standen bereits kurz vor der Zentralreifeprüfung und

besuchten nur gelegentlich die Schule. Außerdem war aufgrund von Covid-19 die Präsenz im Unterricht zu dieser Zeit nicht verpflichtend, weshalb nicht alle der 180 vorgesehenen Schülerinnen und Schüler befragt werden konnten. Letztendlich wurden dennoch 112 ausgefüllte Fragebögen retourniert.

4.3.1 Datenaufbereitung

Die Datenauswertung erfolgte mit den beiden Statistikprogrammen SPSS und R. In SPSS wurden die Zusammenhangshypothesen mittels Spearman-Korrelation überprüft sowie die statistische Auswertung der personenbezogenen Daten durchgeführt. R ermöglichte eine überschaubare Darstellung verwendeter GeoGebra-Tools mithilfe eines Radar-Plots. Darüber hinaus wurde in R eine Clusteranalyse zum GeoGebra-Nutzungsverhalten der Schülerinnen und Schüler im Zusammenwirken mit Leistungsfaktoren wie der Endjahresnote, den GeoGebra-Kenntnissen und dem Interesse am Fach Mathematik, sowie der gewissenhaften Bearbeitung von Mathematikhausaufgaben durchgeführt, um Zusammenhänge zwischen dem Nutzungsverhalten und der Leistung festzustellen.

Die beiden verwendeten Verfahren – Spearman-Korrelation und Clusteranalyse – werden zur besseren Nachvollziehbarkeit in den Kapiteln 4.3.1.2 und 4.3.1.3 beschrieben.

4.3.1.1 Codierung & Operationalisierung

Um die vorliegenden Daten in SPSS und R zu überführen, mussten sie zunächst in eine Datenmatrix in Excel transformiert werden. Dazu wurden die verschiedenen Items mit einer geeigneten Bezeichnung versehen. Außerdem wurden den Antwortmöglichkeiten Zahlen, entsprechend dem Antwortformat, zugeordnet. Da die Likert-Skalen bereits von eins bis zehn nummeriert waren, konnten diese Werte direkt übernommen werden, dabei stand 1 für „trifft gar nicht zu“ bzw. „sehr selten“ und 10 für „trifft sehr zu“ bzw. „sehr oft“. Die Endjahresnoten, welche im Fragebogen mit „Sehr Gut“ bis „Nicht Genügend“ abgefragt wurden, mussten einer inversen Codierung unterzogen werden: 5 = „Sehr Gut“, 4 = „Gut“, 3 = „Befriedigend“, 2 = „Genügend“ und 1 = „Nicht Genügend“. Zur Markierung der umgepolten Endjahresnoten wurden sie mit *rev_Endjahresnote* bezeichnet.

Nominal- oder ordinalskalierte Items wurden ebenfalls mit Zahlen nummeriert. Die codierten Daten wurden in Excel als Datenmatrix dargestellt und anschließend in SPSS und R importiert.

4.3.1.2 Hypothesentest mittels Spearman-Korrelation

Da die Daten mit Hilfe von Likert-Skalen erhoben wurden und den Variablen somit keine Normalverteilung zugrunde liegt, konnte eine gewöhnliche Pearson-Korrelation nicht zur Überprüfung der Zusammenhangshypothesen 1-11 herangezogen werden. Anstelle der Pearson-Korrelation wurde daher eine nichtparametrische Spearman-Korrelation auf Basis einer t-Verteilung angewendet. Die Spearman-Korrelation stellt dabei lediglich eine klassische

Pearson-Korrelation dar, bei der die zugrunde liegenden ordinalskalierten Daten in Ränge transformiert wurden (IBM SPSS Statistics, 2020).

Die Spearman-Korrelation misst dabei den monotonen Zusammenhang zweier Variablen. Der im Zuge der Analyse ermittelte Parameter, der sogenannte Spearman'sche Rangkorrelationskoeffizient r_s gibt dabei die Stärke sowie die Richtung des Zusammenhangs an und kann Werte zwischen -1 und 1 annehmen. Ein positiver Zusammenhang (positives Vorzeichen) bedeutet, dass große Werte der einen Variable mit großen Werten der anderen einhergehen [^]). Bei einem negativen Vorzeichen gehen große Werte der einen Variable mit kleinen Werten der anderen einher („Je größer X, desto kleiner Y.“) (Held, 2010). Für die aus dem Datensatz entnommenen und transformierten Rangzahlen $R(x_i)$ und $R(y_i)$ – dem niedrigsten Wert wird der Rang 1, dem höchsten Wert der Rang n zugeordnet – und deren Mittelwerte $\overline{R(x)}$ und $\overline{R(y)}$ ergibt sich zur Berechnung des Korrelationskoeffizienten folgende Formel (Hartung, Elpelt, & Klösner, 2009, S. 554):

$$r_s = \frac{\sum_{i=1}^n (R(x_i) - \overline{R(x)})(R(y_i) - \overline{R(y)})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (R(x_i) - \overline{R(x)})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (R(y_i) - \overline{R(y)})^2}}$$

Mithilfe der Mittelwerte und Standardabweichungen werden die Variablen z-standardisiert, wodurch eine Interpretation des Korrelationskoeffizienten intuitiv und unabhängig von den Einheiten der Variablen möglich ist. Die Deutung des Spearman'schen-Rangkorrelationskoeffizienten erfolgt nach dem Interpretationsschema von Cohen (Cohen, 1992, S. 156) wie folgt:

Tabelle 1: Interpretationsschema des Spearman'schen Rangkorrelationskoeffizienten (vgl. Cohen, 1992, S. 156)

Effektstärke	Korrelationskoeffizient
leichter Effekt	$ r =0.10$
mittlerer Effekt	$ r =0.30$
starker Effekt	$ r =0.50$

Je größer der Abstand des Korrelationskoeffizienten zum Wert Null, desto wahrscheinlicher ist, dass die Korrelation nicht einer Randomisierung unterliegt. Auf Basis des ermittelten Spearman-Korrelationskoeffizienten wird anschließend eine t -Prüfstatistik errechnet, mit deren Hilfe das Ergebnis auf Signifikanz überprüft wird (IBM SPSS Statistics, 2020). Dabei wird die t -verteilte Prüfgröße t_{pr} mit dem kritischen t -Wert $t_{(0,975,n)}$ auf dem 5%-igen Signifikanzniveau α verglichen. Mit dieser Prüfgröße kann die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass unter der Annahme der Hypothese H_0 ein Ergebnis wie in der Stichprobe oder ein noch extremeres auftritt. Gilt $t_{pr} > t_{(0,975,n)}$, dann beträgt diese Wahrscheinlichkeit unter 5%, dies lässt an der Gültigkeit von H_0 zweifeln. Folglich kann die Nullhypothese H_0 auf dem Signifikanzniveau

$\alpha = 5\%$ verworfen und die Alternativhypothese H_1 angenommen werden.

Für die Prüfgröße t_{pr} gilt (IBM SPSS Statistics, 2011; Hartung et al., 2009, S. 547):

$$t_{pr} = \frac{r_s \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_s^2}}$$

Aus der t -Verteilung und dem dazugehörigen Prüfwert t_{pr} ergibt sich schließlich auch der bekannte p -Wert, als (doppelte) Fläche der unter der Dichtefunktion der t -Verteilung ab dem Wert t_{pr} . Ihm kann entnommen werden, ob die Nullhypothesen angenommen (für $p > .05$) oder zurückgewiesen (für $p < .05$) und die Alternativhypothesen angenommen werden sollten.

4.3.1.3 K-means Clusteranalyse

Die Clusteranalyse ist ein Verfahren zur Einteilung von Objekten oder Personen in möglichst homogene Gruppen. „Cluster analysis is based on the measured proximity, distance and similarity between cases or variables“ (Cohen, Manion, & Morrison, 2018, S. 829). Folglich ist das wesentliche Kriterium zur Gruppeneinteilung: Innerhalb einer Gruppe soll größtmögliche Ähnlichkeit zwischen den Personen-Merkmalen bestehen, während sich die Gruppen untereinander möglichst stark voneinander unterscheiden (Wiedenbeck, & Züll, 2001). Um etwaige User-Gruppen von GeoGebra unter den Schülerinnen und Schülern zu ermitteln, wurde eine partitionierende Clusteranalyse mit K-means-Algorithmus und euklidischer Distanz durchgeführt. K-means ist aufgrund seiner Einfachheit und gleichzeitigen Komplexität einer der am häufigsten verwendeten Algorithmen zur Cluster-Bildung und hat bislang zu sehr effektiven Ergebnissen geführt (Shan, 2018). Bei der K-means Clusteranalyse „werden Gruppierungen gesucht, bei denen jedes Objekt zum Schwerpunkt seiner Gruppe einen kleineren Abstand besitzt als zu den anderen Gruppenschwerpunkten“ (Wiedenbeck & Züll, 2001, S. 13). Als Abstandsmaß dient dabei die euklidische Distanz (Cohen et al., 2018), welche ein metrisches Skalenniveau der Variablen – wie sie in diesem Datensatz durch Likert-Skalen gegeben ist – voraussetzt (Stöcklin, o. D.).

„The Euclidean distance between two observations is calculated as the square root of the sum of the squares of the distances between corresponding variables in the two observations“ (Berkeley Statistics, 2011). Die k-means-Clusteranalyse folgt einem Austauschalgorithmus. Zunächst werden die Schwerpunkte, sog. Zentroiden, der vorerst beliebig gebildeten Gruppierungen ermittelt (Wiedenbeck, & Züll, 2001). Anschließend wird für jedes Objekt überprüft, „ob sich durch Verschieben aus einem Cluster in einen anderen Cluster die Summe der quadrierten Abweichungen der Objekte zu ihren Clusterzentren verringern lässt“ (Stöcklin, o. D., S. 19) und die Zentroiden der neuen Cluster berechnet. Dieses Verfahren findet so lange statt, bis die Zuteilung der Gruppen optimiert wurde, das bedeutet, dass der Abstand zu den Zentren durch eine Verschiebung der Objekte nicht mehr weiter minimiert werden kann.

Um jedoch aussagekräftige Ergebnisse bei unterschiedlicher Skalierung von Variablen zu erzielen, mussten alle Variablen z-standardisiert werden (das bedeutet, von allen Werten wird das arithmetische Mittel subtrahiert und durch die Standardabweichung dividiert), da sonst Skalierungen bzw. Variablen mit höheren Werten das Distanzmaß überproportional beeinflussen würden (Berkeley Statistics, 2011). Wenngleich vom K-means-Algorithmus und dem euklidischen Distanzmaß in Anbetracht der erfüllten Annahmen aussagekräftige Ergebnisse erwartet werden können, so muss dennoch die optimale Anzahl K an Clustern festgelegt werden. „However, it is difficult to select the K value in general, which means that it is difficult to determine how many clusters are finally divided” (Shan, 2018, S. 4).

In fact, in most real life clustering situations, the user faces the dilemma of selecting the number of clusters or partitions in the underlying data. As such, numerous indices for determining the number of clusters in a data set have been proposed. All these clustering validity indices combine information about intracluster compactness and intercluster isolation, as well as other factors, such as geometric or statistical properties of the data, the number of data objects and dissimilarity or similarity measurements. (Charrad, Ghazzali, Boiteau, & Niknafs, 2014, S. 4)

Diesen Überlegungen folgend wurde auch im vorliegenden Fall die optimale Anzahl an Clustern nicht willkürlich oder lediglich auf Basis inhaltlicher Gegebenheiten festgelegt, sondern durch zwei verschiedene Indizes errechnet, denen unterschiedliche Kriterien zugrunde liegen. Während der Ball Index auf der durchschnittlichen Distanz zu den Clusterschwerpunkten basiert, berechnet der Ratkowsky Index das durchschnittliche Verhältnis der Quadratsumme zwischen den Clustern für jede Variable und der Gesamtquadratsumme jeder Variable (Charrad et al., 2014). Beide Indizes deuteten auf eine optimale Clusteranzahl von drei hin, daher wurde in diesem Fall von drei Usergruppen ausgegangen und eine partitionierende Clusteranalyse mit drei Clustern durchgeführt.

5 Auswertung der Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der empirischen Forschung vorgestellt. Zuerst wird ein Überblick über die allgemeine Einstellung zum Fach Mathematik, zu Hausaufgaben und zu GeoGebra verschafft, um sich ein Bild von der vorliegenden Stichprobe zu machen. Danach geht es an die Überprüfung der Hypothesen, die Zusammenhänge zwischen der Leistung, gemessen an der Endjahresnote, den GeoGebra-Kenntnissen und dem GeoGebra-Nutzungsverhalten der Schülerinnen und Schüler bei Mathematikhausaufgaben aufzeigen soll. Den Abschluss bilden eine Darstellung der Präferenzen für die jeweiligen GeoGebra-Tools sowie der Verwendungszwecke von GeoGebra bei Mathematikhausaufgaben. Jeder Beschreibung der Resultate folgt anschließend eine Interpretation.

5.1 Einstellungen zum Fach Mathematik, Hausaufgaben und GeoGebra

Um die vorliegende Stichprobe besser verorten zu können, soll zunächst eine kurze Beschreibung der grundlegenden Einstellungen der Studienteilnehmerinnen und -nehmer zum Fach Mathematik, zu Hausaufgaben und insbesondere zu GeoGebra, erfolgen, sowie deren Leistungen im Fach Mathematik, gemessen an der Endjahresnote, angeführt werden.

Wie bereits beschrieben, haben 112 Personen (35 männlich, 76 weiblich und eine undefinierte Person) an der Umfrage teilgenommen. Das Durchschnittsalter betrug $17,86 \pm 0,74$ Jahre. Am stärksten vertreten waren mit 56,9% Schülerinnen und Schüler der Schulform Realgymnasium, gefolgt von Gymnasiasten mit 20,5% und Besucherinnen und Besucher eines Wirtschaftlichen Gymnasiums (11,9%) und eines Oberstufenrealgymnasiums (10,1%).

Insgesamt zeigte sich, dass mit 68,8% mehr als die Hälfte der Befragten den Einsatz von GeoGebra bei Hausaufgaben gegenüber dem händischen Lösen bevorzugen. Interessanter Weise konnten bei dieser Thematik keine geschlechtsspezifischen Unterschiede ausfindig gemacht werden: 29,4% der männlichen Probanden präferieren ein händisches Lösen von Mathematikhausaufgaben, während 70,6% zu GeoGebra greifen würden. Vergleichsweise dazu haben 69,3% der Studienteilnehmerinnen einen bevorzugten GeoGebra-Einsatz bei Mathematikhausaufgaben angegeben und nur 30,7% würden die Hausaufgaben lieber händisch bearbeiten.

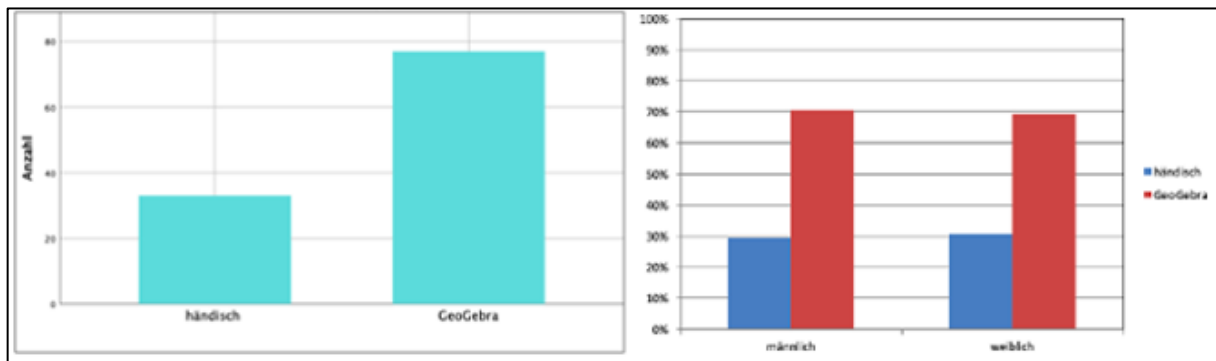


Abbildung 17: Bevorzugte Lösungsmethode bei Mathematikhausaufgaben (li.) und prozentuelle GeoGebra-Nutzung nach Geschlecht (re.)

Da die Einstellung zum Fach Mathematik, zu GeoGebra sowie das Verhalten bei der Hausaufgabenbearbeitung mittels Likert-Skalen erfragt wurden, stellen die nachfolgend angeführten Werte die Mittelwerte der auf den Likert-Skalen ausgewählten Zahlen zwischen eins und zehn dar. Insgesamt betrachtet sind die Studienteilnehmenden hinsichtlich aller soeben genannten Bereiche auf einem mittleren bis oberen Niveau zu verorten. Auf einer Skala von eins bis zehn liegt der Mittelwert für das persönliche Interesse am Fach Mathematik bei den Probandinnen bei rund $6,04 \pm 2,6$ und befindet sich somit leicht über der Mitte. Die gewissenhafte und selbstständige Durchführung von Mathematikhausaufgaben fallen mit einem durchschnittlichen Wert von $7,23 \pm 2,42$ und $7,38 \pm 2,84$ etwas besser aus. Die Frage nach der Häufigkeit des Einsatzes von GeoGebra bei Mathematikhausaufgaben liefert einen

Mittelwert von $6,29 \pm 2,73$. Ob sie gerne mit GeoGebra arbeiten, beantworteten die Schülerinnen und Schüler mit einem Durchschnittswert von $7,31 \pm 2,47$. Insgesamt verorten die Schülerinnen und Schüler ihre GeoGebra-Kenntnisse mit einem Mittelwert von $6,54 \pm 2,03$ etwas über der Mitte.

Tabelle 2: Deskriptive Statistik zur Einstellung von Schülerinnen und Schülern der 8. Klasse AHS gegenüber dem Fach Mathematik, Mathematikhausaufgaben und GeoGebra

	N	Mittelwert	Stand.- abweichung
Persönliches Interesse am Fach Mathematik	112	6,04	2,601
Gewissenhafte Durchführung von Mathematikhausaufgaben	111	7,23	2,415
Selbstständiges Lösen von Mathematikhausaufgaben	111	7,38	2,841
Häufigkeit des GeoGebra-Einsatzes bei Mathematikhausaufgaben	111	6,29	2,728
Gefallen an der Arbeit mit GeoGebra	111	7,31	2,467
GeoGebra-Kenntnisse	111	6,54	2,026

5.2 Hypothesenüberprüfung

Zur Beantwortung der Forschungsfragen wurden in Kapitel 3.3 Zusammenhangshypothesen formuliert, welche mittels Spearman-Korrelation überprüft wurden. Die Ergebnisse bezüglich der Signifikanz und der Stärke des Zusammenhangs werden nun vorgestellt und anschließend interpretiert.

5.2.1 Zusammenhänge zwischen GeoGebra-Nutzungsverhalten und Leistung

Hypothese 1:

H1: Es besteht ein Zusammenhang zwischen der Mathematiknote und der Häufigkeit des GeoGebra-Einsatzes bei Mathematikhausaufgaben.

Mit einem p-Wert von .032 und einem Korrelationskoeffizienten von -0.206 lässt sich ein signifikanter negativer mittlerer bis leichter Zusammenhang nachweisen. Das bedeutet, dass mit häufigerer Verwendung von GeoGebra bei Mathematikhausaufgaben schlechtere Noten einhergehen bzw. dass GeoGebra von leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern seltener bei der Bearbeitung von Hausaufgaben genutzt wird.

Hypothesen 2-5:

Es besteht ein Zusammenhang zwischen der Mathematiknote und dem Einsatz von GeoGebra

H2: zum schnellen und einfachen Lösen von Mathematikhausaufgaben (lösungsorientiertes Anwenden).

H3: zur Kontrolle von zuvor händisch gelösten Mathematikhausaufgaben.

H4: zur Veranschaulichung von Sachzusammenhängen bei Mathematikhausaufgaben.

H5: zum Experimentieren bei Mathematikhausaufgaben.

Mit einem p-Wert von .009 und einem negativen Korrelationskoeffizienten von -0.25 besteht bei Hypothese 2 ein signifikanter, wenn auch geringer negativer Zusammenhang. Ein häufigerer Einsatz von GeoGebra zum einfachen und schnellen Lösen von Mathematikhausaufgaben geht folglich mit einer geringeren Leistung im Fach Mathematik einher. Bei den Hypothesen 3 bis 5 konnte kein signifikanter Zusammenhang festgestellt werden.

5.2.2 Zusammenhänge zwischen GeoGebra-Nutzungsverhalten und -Kenntnissen

Hypothesen 6-9:

Es besteht ein Zusammenhang zwischen den GeoGebra-Kenntnissen und dem Einsatz von GeoGebra

H6: zum schnellen und einfachen Lösen von Mathematikhausaufgaben (lösungsorientiertes Anwenden).

H7: zur Kontrolle von zuvor händisch gelösten Mathematikhausaufgaben.

H8: zur Veranschaulichung von Sachzusammenhängen bei Mathematikhausaufgaben.

H9: zum Experimentieren bei Mathematikhausaufgaben.

Die Hypothesen 6 bis 9 sollen hier getrennt betrachtet werden. Alle Variablen weisen einen signifikanten positiven Zusammenhang auf, der jedoch unterschiedlich stark ausfällt.

Bei Hypothese 6, bei der es um den Zusammenhang zwischen den GeoGebra-Kenntnissen und einer lösungsorientierten Anwendung geht, liegt mit einem p-Wert von .004 und einem Korrelationskoeffizienten von 0.274 ein signifikanter geringer positiver Zusammenhang vor.

Ebenso erhalten wir bei Hypothese 8, die den Zusammenhang zwischen den GeoGebra-Kenntnissen und dem Einsatz von GeoGebra zum Visualisieren mathematischer Sachverhalte beschreibt, einen p-Wert von .007 sowie einen Korrelationskoeffizienten von 0.253 und somit einen signifikanten geringen positiven Zusammenhang.

Eine hohe positive Signifikanz finden wir bei Hypothese 7 und 9 vor: Mit $p=.000$ und $r_s=0.336$ bei Hypothese 7 und $p=.000$ und $r_s=0.42$ bei Hypothese 9 lässt sich ein hoch signifikanter

mittlerer positiver Zusammenhang feststellen. Ergo gehen insbesondere ausgeprägte GeoGebra-Kenntnisse mit höheren Werten bei der Verwendung von GeoGebra als Kontroll- oder Experimentierwerkzeug bei Hausaufgaben einher. Selbige Rückschlüsse können auch aus den Ergebnissen der Hypothesen 6 und 8 gezogen werden, jedoch sind hier die Zusammenhänge nicht hoch signifikant.

Hypothese 10:

H10: Es besteht ein Zusammenhang zwischen den GeoGebra-Kenntnissen und dem Gefallen an der Arbeit mit GeoGebra.

Mit einem p-Wert von .000 und einem Korrelationskoeffizienten von .68 besteht ein hoch signifikanter starker positiver Zusammenhang zwischen den GeoGebra-Kenntnissen der Schülerinnen und Schüler und der Frage, ob sie gerne mit GeoGebra arbeiten.

5.2.3 Zusammenhang zwischen GeoGebra-Einsatz und Interesse am Fach

Hypothese 11:

H11: Es besteht ein Zusammenhang zwischen dem GeoGebra-Einsatz bei Mathematikhausaufgaben und dem Interesse am Fach Mathematik.

Da der p-Wert bei .910 liegt, kann zwischen diesen beiden Variablen kein signifikanter Zusammenhang festgestellt werden.

5.2.4 Interpretation

An dieser Stelle werden mögliche Rückschlüsse aus der erfolgten Hypothesenüberprüfung gezogen. Da mittels Korrelationsanalyse Zusammenhänge, jedoch keine Kausalitäten überprüft werden, basieren die folgenden Annahmen über die Wirkungsrichtungen auf Vermutungen und Erfahrungen. Sie sollen Anreize zu weiterführenden Forschungen bieten.

Gleich an erster Stelle soll das etwas überraschende Ergebnis von Hypothese 1 thematisiert werden. Entgegen meiner Erwartungen ist zwischen dem GeoGebra-Einsatz bei Hausaufgaben und der Endjahresnote, das heißt der Leistung, ein signifikanter, wenn auch nur geringer, aber dennoch negativer Zusammenhang festzustellen. Eine mögliche Antwort auf dieses überraschende Resultat könnte Hypothese 2 liefern, die zwischen der GeoGebra-Nutzung zum einfachen und schnellen Lösen von Hausaufgaben (lösungsorientiertes Anwenden) und der Leistung ebenfalls einen signifikanten geringen negativen Zusammenhang aufwies. Diesen zwei Hypothesen könnte entnommen werden, dass sich leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler mit GeoGebra durch den Mathematikunterricht *retten*, jedoch keinen Mehrwert aus der Nutzung von GeoGebra zur Verbesserung der eigenen Leistung ziehen. Um Aufschluss über die tatsächlichen Wirkungsrichtungen zu erhalten, bedarf es weiterer Forschungen, denn so könnte auch

umgekehrt der lösungsorientierte Einsatz der Software bei Hausaufgaben zu einer schlechteren Leistung im Fach führen.

Erfreulich und Hoffnung spendend sind im Vergleich dazu die Ergebnisse aus den Hypothesen 7 bis 9. Sie alle weisen einen signifikanten positiven Zusammenhang zwischen den GeoGebra-Kenntnissen und dem Nutzungsverhalten auf. Besonders hervorzuheben sind die aus Hypothese 7 und 9 gewonnenen Resultate. Sie zeigen, dass mit zunehmenden GeoGebra-Kenntnissen ein vermehrter Einsatz von GeoGebra als Kontroll- und Experimentierwerkzeug einhergeht. Diese Entwicklung ist besonders wünschenswert, da experimentelles Arbeiten und Selbstkontrolle das selbstständige Lernen unterstützen. Ob nun der vermehrte Einsatz von GeoGebra zum Experimentieren und Kontrollieren die GeoGebra-Kenntnisse fördert oder umgekehrt höhere GeoGebra-Kenntnisse zu mehr Experimentieren und Kontrollieren führen, steht noch offen. Dennoch zeigt sich bestätigt, dass sowohl die Werkzeugkompetenz als auch das experimentelle und selbstkontrollierende Arbeiten mit GeoGebra im Unterricht und mit Hausaufgaben gefördert werden sollen. Auch die Ergebnisse der Clusteranalyse aus Kapitel 4.3.1.3 bestärken diese Erkenntnis. Ebenso steigt mit zunehmenden GeoGebra-Kenntnissen der Gefallen an der Arbeit mit GeoGebra, wie Hypothese 10 nahelegt. Gegen die zuvor formulierte Annahme, dass der Einsatz von GeoGebra eine interessensteigernde Wirkung hätte, spricht Hypothese 11, die keinen signifikanten Zusammenhang zwischen der Anwendung von GeoGebra bei Mathematikhausaufgaben und dem Interesse am Fach Mathematik nachweisen konnte. Dies kann jedoch beispielsweise auf die Vernachlässigung verschiedenster Kovariaten zurückgeführt werden oder darauf, dass Schülerinnen und Schüler, die GeoGebra zwar häufig, aber lösungsorientiert einsetzen und laut Clusteranalyse (vgl. Kapitel 5.3.3) ein geringeres Interesse am Fach aufweisen, in der Stichprobe besonders stark vertreten sind.

5.3 GeoGebra-Nutzungsverhalten bei Mathematikhausaufgaben

Nachfolgend wird näher auf die Verwendungsweise von GeoGebra bei Mathematikhausaufgaben eingegangen. Das erste Unterkapitel schließt an die obigen Hypothesen 2 bis 9 an und vertieft diese durch das Erfassen des GeoGebra-Nutzungsverhaltens der Schülerinnen und Schüler hinsichtlich der Einsatzmöglichkeiten von GeoGebra (Experimentieren, Visualisieren, Kontrollieren und lösungsorientiertes Anwenden) bei Mathematikhausaufgaben. Das zweite Unterkapitel zeigt auf, welche GeoGebra-Tools zum Lösen von Hausaufgaben häufig, regelmäßig bis gelegentlich oder nur selten eingesetzt werden.

5.3.1 GeoGebra-Einsatz nach Anwendungsbereichen bei Mathematik- hausaufgaben

GeoGebra kann vielseitig im Mathematikunterricht zur Anwendung kommen. Genauso vielfältig lässt sich auch der Einsatz von GeoGebra bei Hausaufgaben gestalten. Für diese Forschung wurden vier Anwendungsmöglichkeiten von GeoGebra bei der Hausaufgabenbearbeitung festgelegt. Die bereits in Hypothesen überprüften Anwendungsbereiche sollen jetzt noch bezüglich der Anwendungspräferenzen der Schülerinnen und Schüler analysiert werden. Die in Tabelle 3 angeführten Werte stellen die Mittelwerte der angekreuzten Zahlen von 1 bis 10 der Likert-Skala pro Anwendungsbereich dar.

Tabelle 3: Deskriptive Statistik zum GeoGebra-Nutzungsverhalten bei Mathematikhausaufgaben

	N	Mittelwert	Standard- abweichung
lösungsorientiertes Anwenden	111	7,28	2,594
Kontrollieren	111	5,24	3,117
Visualisieren	111	7,35	2,682
Experimentieren	111	5,92	3,157

Abbildung 18 visualisiert die errechneten Mittelwerte der jeweiligen Einsatzmöglichkeiten von GeoGebra in einem Radar-Plot. Der äußerste Radius entspricht dem Wert 10 auf der Likert-Skala, der innerste dem Wert 1. Je näher sich die türkise Markierung am Rand befindet, desto häufiger wird GeoGebra für diesen Bereich von Schülerinnen und Schülern der 8. Klasse AHS bei Mathematikhausaufgaben verwendet.

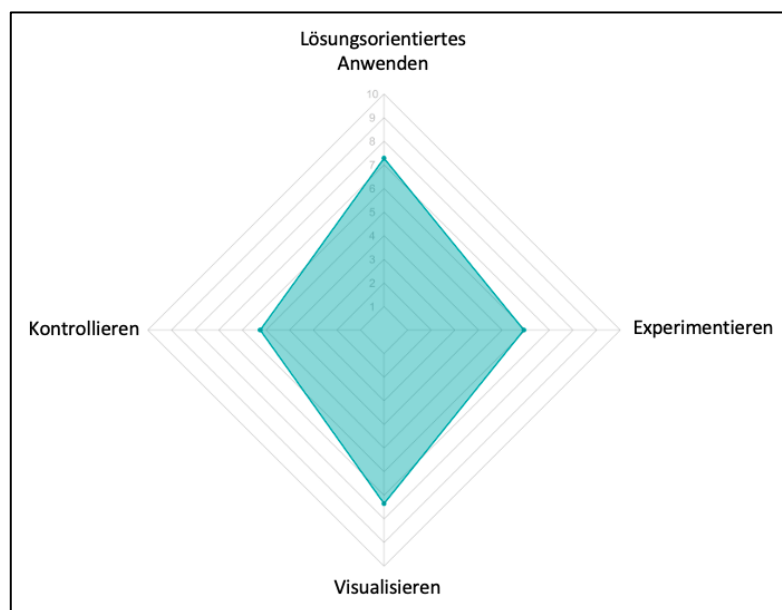


Abbildung 18: Mittelwerte verwendeter GeoGebra-Einsatzmöglichkeiten bei Mathematikhausaufgaben

Um die Verwendungshäufigkeit besser einordnen zu können, wurde eine Tabelle mit den fünf Kategorien „sehr selten“, „selten“, „gelegentlich bis regelmäßig“, „oft“ und „sehr oft“ angefertigt.

Die Anwendungsbereiche wurden in Abhängigkeit ihrer Mittelwerte je einer dieser Kategorien zugeordnet. Die Mittelwerte weisen eine häufige Nutzung von GeoGebra zum Visualisieren ($\bar{x} = 7,35 \pm 2,68$) und lösungsorientierten Anwenden ($\bar{x} = 7,28 \pm 2,59$) auf. Etwas seltener hingegen, aber dennoch gelegentlich bis regelmäßig, wird GeoGebra zum Kontrollieren ($\bar{x} = 5,24 \pm 3,12$) und Experimentieren ($\bar{x} = 5,92 \pm 3,16$) bei Hausaufgaben genutzt.

Tabelle 4: Kategorisierung und Zuweisung der GeoGebra-Anwendungsbereiche nach dem arithmetischen Mittel

sehr selten 1 - 2,54	selten 2,55 - 4,54	gelegentlich/regelmäßig 4,55 - 6,54	oft 6,55 - 8,54	sehr oft 8,55 - 10
		• Kontrollieren • Experimentieren	• lösungsorientiertes Anwenden • Visualisieren	

5.3.1.1 Interpretation

Die Tatsache, dass GeoGebra bei Hausaufgaben seltener zum Experimentieren eingesetzt wird, könnte zum einen auf die damit einhergehende erhöhte Komplexität der Hausaufgabenbearbeitung zurückzuführen sein, zum anderen aber durch den zeitlichen Mehraufwand begründet werden. Letzteres könnte auch die Ursache dafür sein, dass Schülerinnen und Schüler ihre zuvor bereits händisch gelösten Aufgaben, nicht zusätzlich noch mit GeoGebra überprüfen wollen, zumal diese Arbeit ja meist von den Lehrkräften übernommen wird. Eine weitere Ursache für die verhältnismäßig seltene Verwendung von GeoGebra zum Experimentieren könnte an der Art und Weise der Aufgabenstellung liegen. So ist anzunehmen, dass nur selten Aufgaben, die zum Experimentieren auffordern, zur Hausaufgabe gegeben werden.

Auffällig ist, dass sowohl bei dem Anwendungsbereich Experimentieren als auch beim Kontrollieren die Standardabweichung höher ist als bei den anderen beiden Einsatzmöglichkeiten. Dies weist auf eine stärkere Streuung der Werte und somit auf eine größere Uneinigkeit im Hinblick auf eine kontroll- und experimentorientierte Nutzungsweise von GeoGebra hin.

Schülerinnen und Schüler wollen Hausaufgaben meist schnell über die Bühne bringen, um mehr Freizeit zu genießen. Hierzu eignet sich die Software besonders gut: Die mechanische, auswendiggelernte Eingabe von Befehlen führt rasch und einfach zu Ergebnissen. Die von GeoGebra gelieferten Ergebnisse werden bedauerlicherweise oft nicht auf ihre Gültigkeit überprüft, da das Vertrauen der Schülerinnen und Schüler in die Fähigkeiten von GeoGebra häufig größer ist als in ihre eigenen. Demnach stellt sich hier vermutlich auch kein Fortschritt im Lernprozess ein, wie auch aus dem Resultat von Hypothese 2 erschlossen werden kann. Erfreulich ist der ebenso hoch ausgefallene Mittelwert beim Visualisieren, der darauf hindeutet, dass sich dennoch ein Großteil der Schülerinnen und Schüler mithilfe von GeoGebra

mathematische Sachverhalte veranschaulichen lässt, um Zusammenhänge besser verstehen und nachvollziehen zu können.

Was kann nun für den Mathematikunterricht und die Hausaufgabenpraxis aus den vorliegenden Resultaten abgeleitet werden? Lehrpersonen sollten die Schülerinnen und Schüler in ihrem Unterricht mit GeoGebra als Experimentier- und Kontrollwerkzeug vertraut machen, damit sie diese Funktionen auch im eigenständigen Arbeiten bei Hausaufgaben anwenden können. Hausaufgaben sollten so gestellt werden, dass sie vermehrt auf die Entwicklung eines tieferen Verständnisses abzielen, welches durch Experimentieren, Argumentieren, Interpretieren, Visualisieren aber auch durch Eigenkontrolle erreicht werden kann. Hausaufgaben, die lediglich Ergebnisse liefern sollen, die einst händisch zu bewältigenden Algorithmen folgten, nun aber von Technologie gelöst werden können, sind zu vermeiden.

5.3.2 Einsatz von GeoGebra-Tools bei Mathematikhausaufgaben

Die Erhebung der verwendeten GeoGebra-Tools erfolgte, wie bereits erwähnt, über eine Likert-Skala. Die Probandinnen und Probanden konnten dabei zwischen den Werten 1 = „sehr selten“ bis 10 = „sehr oft“ wählen. Um festzustellen, wie häufig die jeweiligen Tools bei der Bearbeitung von Mathematikhausaufgaben eingesetzt werden, wurden für jedes Tool der Mittelwert und die Standardabweichung aus den angekreuzten Werten der Likert-Skala gebildet, welche der nachstehenden Tabelle entnommen werden können.

Tabelle 5: Deskriptive Statistik der von Schülerinnen und Schülern der 8. Klasse AHS verwendeten GeoGebra-Tools bei Mathematikhausaufgaben

	N	Mittelwert	Standard- abweichung
Funktionsgraphen zeichnen	112	8,83	2,101
Gleichungen lösen und umformen	111	6,97	2,781
Gleichungssysteme lösen	112	6,74	2,931
Ableitungen bestimmen	112	7,38	2,836
Funktionsuntersuchungen	112	8,19	2,411
umgekehrte Funktionsuntersuchungen	112	6,69	2,838
Tangentengleichungen	110	5,43	2,951
Steigungswinkel	111	4,45	3,008
Schnittpunkte	109	7,50	2,817
Schnittwinkel	110	5,45	3,458
Integrale	111	8,05	2,593

	N	Mittelwert	Standard- abweichung
Wahrscheinlichkeiten Binomialverteilung	111	8,19	2,290
Wahrscheinlichkeiten Normalverteilung	110	8,44	2,131
Konfidenzintervall	109	6,07	3,069
Hypothesen	108	4,55	3,160
beschreibende Statistik	111	6,40	2,933
Diagramme	111	4,22	3,146
Trigonometrie	111	4,87	3,441
Vektorrechnung	111	4,31	3,036
Lagebeziehungen Ebenen und Geraden	111	5,50	3,303

Im Radar-Plot werden die Mittelwerte und somit auch die Quantität der Tools-Nutzung bei Mathematikhausaufgaben übersichtlich zur Schau gestellt.



Abbildung 19: Mittelwerte verwendeter GeoGebra-Tools bei Mathematikhausaufgaben

In Tabelle 6 wurden die verwendeten Tools, abhängig von ihrem Mittelwert, fünf eigens formulierten Kategorien zugeordnet. Die Tabelle zeigt auf einen Blick, welche Tools besonders oft, regelmäßig oder selten eingesetzt werden. Gewisse Tools, die einander inhaltlich stark ähneln und derselben Kategorie zuzuweisen sind, wurden zu einem Begriff zusammengefasst.

Tabelle 6: Kategorisierung und Zuweisung der verwendeten GeoGebra-Tools nach dem arithmetischen Mittel

sehr selten 1 - 2,54	selten 2,55 - 4,54	regelmäßig/gelegentlich 4,55 - 6,54	oft 6,55 - 8,54	sehr oft 8,55 - 10
	• Steigungswinkel • Diagramme • Vektorrechnung	• Tangentengleichungen • Schnittwinkel • Konfidenzintervalle • Hypothesentests • beschreibende Statistik • Trigonometrie • Lagebeziehungen zw. Ebenen und Geraden	• Gleichungen lösen/umformen • Gleichungssysteme lösen • Schnittpunkte • (umgekehrte) Funktionsuntersuchungen • Ableitungen • Integrale • Wahrscheinlichkeitsrechnung	• Funktionen zeichnen

5.3.2.1 Interpretation

Den Mittelwerten kann entnommen werden, dass Schülerinnen und Schüler der 8. Klasse AHS beim selbstständigen Arbeiten im Rahmen von Mathematikhausaufgaben GeoGebra am häufigsten zum Erstellen von Funktionsgraphen einsetzen. Dieses Ergebnis deckt sich mit den in Kapitel 1.6 Erkenntnissen der Forschungsprojekte. Angesichts des großen Zeitaufwands und der Ungenauigkeit beim händischen Zeichnen von Funktionsgraphen, ist dieses Resultat durchaus nachvollziehbar. Mit nur wenigen Klicks können Schülerinnen und Schüler in Sekunden einen exakten Funktionsgraphen darstellen lassen. Zusätzlich kann der Funktionsgraph, ist er erst einmal erstellt, beispielsweise mittels Schieberegler kurzerhand manipuliert werden. Ebenso können Eigenschaften der Funktion schnell und einfach abgelesen oder mit Tools zur Ermittlung besonderer Punkte wie Nullstellen oder Extrema bestimmt werden. Dass diese Chance von den Schülerinnen und Schülern ergriffen wird, zeigen die hohen Mittelwerte in den Bereichen *Schnittpunkte* und *(umgekehrte) Funktionsuntersuchungen*. Funktionsuntersuchung meint das Auffinden von geometrischen Funktionseigenschaften wie Nullstellen, Hoch- und Tiefpunkte, das Monotonie- und Krümmungsverhalten, die Symmetrie u.v.m. Händisch müsste man zunächst mühsam eine Wertetabelle erstellen, ein Koordinatensystem zeichnen, die Punkte in das Koordinatensystem übertragen und anschließend (relativ ungenau) mit der Hand verbinden. Funktionswerte können dieser ungenauen Grafik meist nur schätzungsweise entnommen werden. Mit diesem

Tool bietet GeoGebra eine große Unterstützung, nicht nur, um schneller zu einem Ergebnis zu gelangen, sondern auch, um exakt arbeiten zu können.

Ebenso nützlich erweist sich GeoGebra in diesem Zusammenhang für die Differential- und Integralrechnung. Wie in Kapitel 1.2.2.2 gezeigt, gibt es eigene Werkzeuge zur Bestimmung von Ableitungs- oder Stammfunktionen, wodurch auf das Auswendiglernen und mechanische Einüben von Ableitungs- und Integralregeln verzichtet werden kann. Darüber hinaus können weitere, anwendungsorientierte Aufgaben auf Basis der Differential- und Integralrechnung mit GeoGebra bearbeitet werden, wie beispielsweise die Berechnung von Flächen oder Bewegungsaufgaben. Besonders im Bereich der Differential- und Integralrechnung eignet sich die Software auch zum Experimentieren und Visualisieren.

Der fehleranfälligen Umformung von Gleichungen und Gleichungssystemen ist vermutlich der häufige Einsatz von GeoGebra zu deren Umformung und Lösung zu verdanken. Viele Schülerinnen und Schüler haben Schwierigkeiten, Äquivalenzumformungen korrekt durchzuführen, was möglicherweise einer fehlenden Strukturerkennungskompetenz zuzuschreiben wäre. Indem sie die Gleichungen mithilfe der Software umformen oder lösen lassen, umgehen sie mögliche Fehler. Ob sie hier auch gleichzeitig Zeit sparen, hängt von der Komplexität der Gleichung ab. Verfügt man über das nötige Wissen, können Gleichungen oft schneller im Kopf oder per Hand gelöst bzw. umgeformt werden und man würde sich das zum Teil langwierige Eintippen in GeoGebra sparen. Diese Überlegungen beziehen sich jedoch nur auf Gleichungen, die händisch oder im Kopf einfach zu lösen sind. GeoGebra eröffnet neue Chancen der Lösung komplexer Gleichungen oder Berechnungen, die im Mathematikunterricht bislang aufgrund der fehlenden Möglichkeiten ausgespart blieben.

Die gelegentliche bis seltene Verwendung der den obigen Kategorien zugeordneten Tools lässt sich nur durch Vermutungen begründen. Diese Annahmen sehen wie folgt aus:

- Die Aufgaben sind händisch schneller zu lösen als mit GeoGebra. In diesem Fall könnte GeoGebra versuchen, die betroffenen Tools zu überarbeiten, um sie einfacher und intuitiver zu gestalten.
- Den Schülerinnen und Schülern fehlt die nötige Werkzeugkompetenz zur Bearbeitung von Aufgaben aus diesen Themengebieten.
- Es werden seltener Aufgaben, zu deren Lösung die besagten Tools benötigt werden, bei Mathematikhausaufgaben gestellt – Die persönliche Einschätzung der Schülerinnen und Schüler, dieses Tool vergleichsweise seltener zu verwenden, könnte damit zusammenhängen, dass sie solche Aufgaben nur vereinzelt bei Hausaufgaben gestellt bekommen.

Für Mathematiklehrerinnen und -lehrer könnten die vorliegenden Informationen für eine sensibilisierte Gestaltung des GeoGebra-Einsatzes im Unterricht und bei Hausaufgaben herangezogen werden. Sie zeigen, an welchen Stellen die Werkzeugkompetenz der Schülerinnen und Schüler noch weiterentwickelt werden muss, welche Aufgaben vermehrt im Unterricht und bei Hausaufgaben mit oder ohne GeoGebra gelöst werden könnten bzw. sollten und welche Themenbereiche mit GeoGebra bereits gut abgedeckt sind.

Selbstständiges Arbeiten mit GeoGebra kann vor allem in den Bereichen Funktionen, Gleichungen, Differential- bzw. Integralrechnung sowie Wahrscheinlichkeitsrechnung stattfinden. Die Schülerinnen und Schüler verfügen, den Ergebnissen der Untersuchung zufolge, über ausreichende Werkzeugkompetenzen, um Hausaufgaben in diesen Themengebieten selbsttätig unter Zuhilfenahme von GeoGebra lösen zu können. Auf Basis der vorhandenen Werkzeugkompetenzen kann der Schwerpunkt nun auf das eigenständige, experimentelle Arbeiten in diesen Bereichen gelegt werden.

Welche Konsequenzen aus diesen Erkenntnissen gezogen werden, muss jede Lehrperson entsprechend der individuellen Voraussetzungen der Klassen selbst entscheiden. Die Studie liefert einen Input dafür, an welchen Stellen angesetzt werden kann und welche Aspekte näher betrachtet werden sollten.

5.3.3 GeoGebra-Anwendungsbereiche nach Cluster

Wie in Kapitel 4.3.1.3 ausführlich beschrieben, wird mithilfe der K-means Clusteranalyse nach Gruppierungen gesucht, innerhalb derer die Personen-Merkmale eine größtmögliche Ähnlichkeit aufweisen, das heißt, bei denen jedes Objekt zum Zentrum seiner Gruppe einen kleineren Abstand besitzt als zu den Zentren der anderen Gruppen. Mit diesem Verfahren konnten drei Cluster gebildet werden. Die Indikatoren *Endjahresnote*, *Interesse am Fach Mathematik*, *GeoGebra-Kenntnisse*, *gewissenhafte Durchführung von Hausaufgaben* und *Häufigkeit des GeoGebra-Einsatzes bei Hausaufgaben* stellten neben den GeoGebra-Anwendungsmöglichkeiten *lösungsorientiertes Anwenden*, *Kontrolle*, *Veranschaulichung* (bzw. Visualisierung) und *Experimentieren* die Bezugspunkte bei der Cluster-Bildung dar. Die Darstellung der Cluster erfolgte mittels Box-Plot-Diagrammen, die Rückschlüsse auf die Spannweite, das untere und obere Quartil, den Median, Ausreißer (gekennzeichnet durch Punkte) sowie die Streuung der normierten Werte innerhalb eines Clusters zulassen. Im Clusterdiagramm (vgl. Abbildung 21) sind die Cluster mit ihren jeweiligen Zentren und Mitgliedern abgebildet.

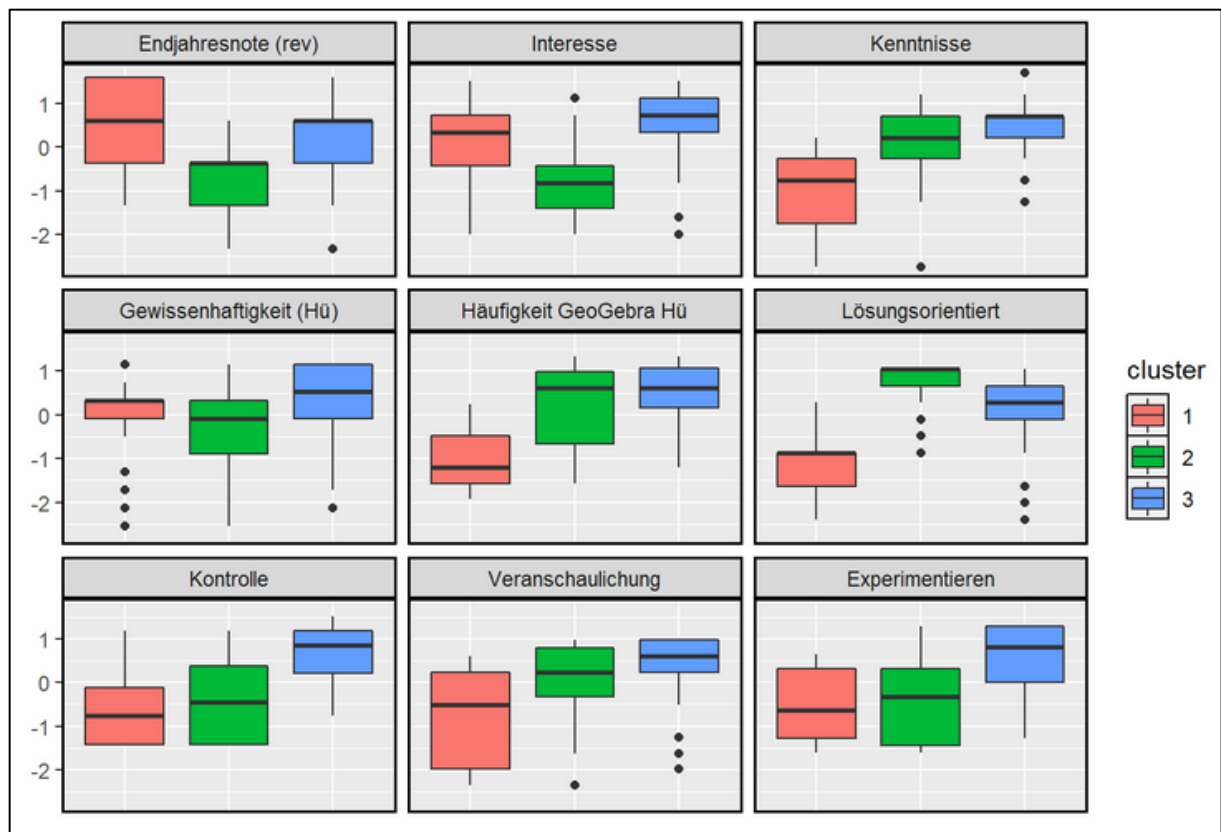


Abbildung 20: GeoGebra-Anwendungsbereiche nach Cluster

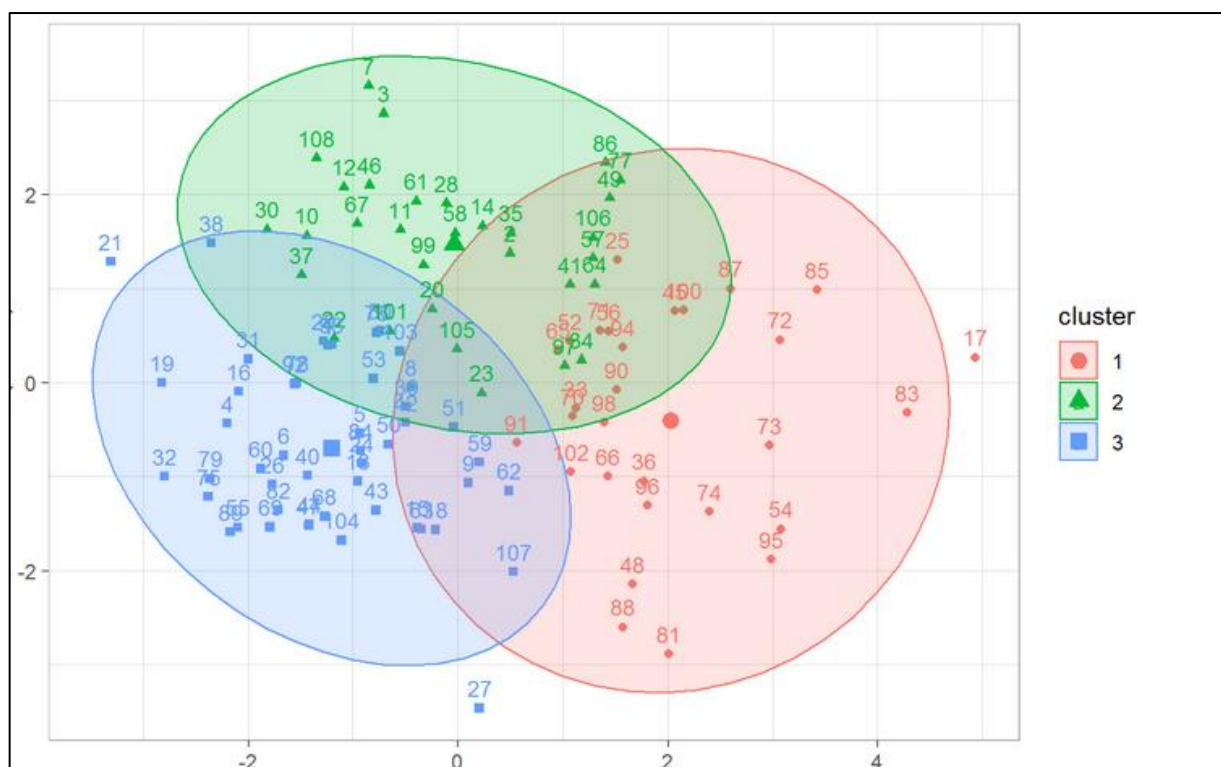


Abbildung 21: Clusterdiagramm GeoGebra-Anwendungsbereiche

5.3.3.1 Beschreibung der Cluster

In diesem Kapitel werden die Cluster rein anhand der Informationen, die der Abbildung 20 entnommen werden können, beschrieben. Im Anschluss werden die gewonnenen Erkenntnisse im Hinblick auf die Thematik dieser Arbeit interpretiert.

Beschreibung des roten Clusters

Der rote Cluster weist die höchsten Werte bei der Leistung auf, jedoch muss auch auf die starke Streuung innerhalb dieser Gruppe, vor allem den Leistungsbereich betreffend, aufmerksam gemacht werden. Das Interesse am Fach Mathematik bildet den mittleren Bereich und liegt zwischen den Interessensausprägungen der beiden anderen Cluster. In Bezug auf die Kenntnisse im Umgang mit GeoGebra schneidet der rote Cluster am schlechtesten ab. Dementsprechend ist es nicht verwunderlich, dass auch ihr Einsatz von GeoGebra bei Hausaufgaben verglichen zu den beiden anderen Gruppen am geringsten ausfällt. Der größte Unterschied zwischen dem roten Cluster und den beiden anderen besteht hinsichtlich der lösungsorientierten Anwendung der Software. Auch wenn der rote Cluster bei allen GeoGebra-Anwendungsbereichen niedriger einzuordnen ist als die beiden benachbarten Cluster, so ist vor allem der operative Einsatz zum schnellen und einfachen Lösen bei dieser Gruppe am schwächsten vertreten.

Beschreibung des grünen Clusters

Der grüne und rote Cluster stehen in einem starken Kontrast zueinander und stellen zwei Gegensätze dar. Leistungsmäßig schneidet der grüne Cluster am schlechtesten ab, was sich auch im geringen Interesse am Fach Mathematik und bei der weniger gewissenhaften Bearbeitung von Mathematikhausaufgaben widerspiegelt. Hervorzuheben ist, dass diese Gruppe bezüglich der Werkzeugkompetenz, nach eigenem Ermessen, ähnlich gut abschneidet wie der blaue Cluster, weshalb die Software vermutlich auch in allen vier Anwendungsbereichen, aber insbesondere lösungsorientiert eingesetzt wird. Besonders auffällig ist, dass die Streuung beim lösungsorientierten Anwendungsbereich sehr gering ist und sich die Mitglieder dieses Clusters über ihr Nutzungsverhalten in diesem Bereich offensichtlich sehr einig sind. Auch die Visualisierungsfunktion von GeoGebra wird von dieser Gruppe häufig im Rahmen von Hausaufgaben genutzt, während die Software seltener als Kontroll- oder Experimentierwerkzeug Verwendung findet.

Beschreibung des blauen Clusters

Der blaue Cluster befindet sich leistungsmäßig im mittleren Bereich, jedoch streuen die Werte im Vergleich zum roten Cluster nicht so stark, was auf ein homogeneres Leistungsniveau in dieser Gruppe hindeutet. Das Interesse am Fach Mathematik ist bei dieser Gruppe am

stärksten ausgeprägt. Selbiges gilt für die GeoGebra-Kenntnisse. Weiters setzen Mitglieder dieses Clusters GeoGebra sehr häufig bei Mathematikhausaufgaben ein und führen diese auch sehr gewissenhaft durch. Auffallend sind die überdurchschnittlich hohen Werte dieses Clusters bezüglich eines kontrollierenden und experimentierenden Einsatzes der Software bei Hausaufgaben. Eine Spur niedriger sind in dieser Gruppe die Einsatzmöglichkeiten von GeoGebra zum lösungsorientierten Anwenden und zur Veranschaulichung zu verorten. Dennoch ist der blaue Cluster in allen Anwendungsbereichen hoch angesiedelt.

5.3.3.2 Interpretation der Cluster

Auch wenn die Werte bezüglich der Leistung beim roten Cluster stark streuen, kann man diese Gruppe vergleichsweise einem mittleren bis oberen Leistungsbereich zuschreiben. Selbiges gilt für das Interesse am Fach und die Gewissenhaftigkeit bei der Hausaufgabenerledigung. Im Vergleich zu den anderen Clustern sind die Kenntnisse im Umgang mit GeoGebra bei dieser Gruppe am geringsten ausgeprägt. Dem sind vermutlich die niedrigen Werte bei den Anwendungsbereichen von GeoGebra sowie der allgemein seltene Einsatz von GeoGebra bei Hausaufgaben zuzuschreiben.

Der blaue Cluster, weist nicht nur gute Noten auf, sondern zeigt auch das meiste Interesse am Fach. Sie verwenden GeoGebra häufig zur Bearbeitung von Mathematikhausaufgaben, welche sie gewissenhaft verrichten. Besonders auffallend sind die hohen Werte bei der Werkzeugkompetenz. Außerdem ist hervorzuheben, dass dieser Cluster, wie kein anderer, GeoGebra vor allem zum Experimentieren und Kontrollieren einsetzt. Ob die experimentelle Nutzung von GeoGebra zu einer höheren Werkzeugkompetenz oder die vorhandenen Kenntnisse zu einem vermehrten Einsatz der Experimentierfunktion führen, kann durch die Erhebung nicht festgestellt werden. Die Hypothesenüberprüfung in Kapitel 5.2 wies zumindest einen hoch signifikanten Zusammenhang für diese Variablen nach.

Es ist möglich, dass der häufige Einsatz von GeoGebra, vor allem zum Experimentieren, sowie die hohen GeoGebra-Kenntnisse, das Interesse am Fach Mathematik positiv beeinflussen. Andererseits können die Grafiken auch dahingehend interpretiert werden, dass das gesteigerte Interesse am Fach für die Verwendung von GeoGebra in allen angeführten Anwendungsbereichen, insbesondere zum Experimentieren, sowie für die stark ausgebildeten Werkzeugkompetenzen ausschlaggebend ist. An dieser Stelle soll noch einmal betont werden, dass die Bewertung der GeoGebra-Kenntnisse über eine Selbsteinschätzung der Schülerinnen und Schüler erfolgte.

Der grüne Cluster bildet im Verhältnis zum Rest die leistungsschwächste Gruppe und zeigt auch nur ein geringes Interesse am Fach. Die dennoch stark ausgeprägten GeoGebra-Kenntnisse, sowie die bevorzugte Nutzung der Software zum schnellen und einfachen Lösen von Hausaufgaben, lässt darauf schließen, dass die Clustermitglieder GeoGebra einsetzen, um im Mathematikunterricht zu bestehen. Es scheint, als nützten sie die Vorteile der Software,

um mangelnde Rechenfertigkeiten sowie fehlendes mathematisches Wissen weitgehend zu kompensieren. Dennoch kann GeoGebra nicht alles übernehmen, vor allem nicht dann, wenn die Software rein mechanisch und unreflektiert angewendet wird. Die Ergebnisse legen nahe, dass ein derartiger Gebrauch des Programms zu keinem tieferen Verständnis führt, weshalb diese Gruppe vermutlich mit schlechteren Noten zu kämpfen hat, im Gegensatz zum blauen Cluster, der parallel zu einem vermehrt kontrollierenden, experimentierenden und visualisierenden Einsatz der Software, eine höhere Leistung vorweisen kann.

5.4 Diskussion

Die aus der Forschungsevaluierung gewonnenen Ergebnisse sollen nun unter Berücksichtigung theoretisch fundierter Erkenntnisse im Hinblick auf die Beantwortung der Forschungsfragen diskutiert werden.

Ob Technologie ihren Zweck erfüllt, wird, wenn auch nicht zwingend berechtigt, meist an der mit ihr verbundenen Leistungssteigerung gemessen. In der Literatur und in den bisherigen Forschungen steht daher besonders die Auswirkung des Technologieeinsatzes auf die Leistung im Zentrum des Interesses. Die Meinungen über die technologiebedingte Leistungsentwicklung sind kontrovers. Der in Kapitel 1.6.3 beschriebene Modellversuch M³ berichtet von einer Verschlechterung des händischen Lösens von Gleichungen. Zusätzlich äußern Kritikerinnen und Kritiker (vgl. Kapitel 1.1.3) immer wieder Bedenken bezüglich des technologiebedingten Verlusts von Rechenfertigkeiten und mathematischen Grundkenntnissen. Gleichzeitig aber konnten im Zuge des Projekts CALiMERO (vgl. Kapitel 1.6.2) Leistungssteigerungen in den Bereichen Argumentieren, Modellieren und Interpretieren festgestellt werden – jene Handlungsbereiche, die in einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht in den Vordergrund treten sollen.

Obwohl mit der hier vorliegenden Studie keine solch konkreten Aussagen über die Leistungsentwicklung getroffen werden können, da es sich um eine Querschnittsstudie und keine Langzeitstudie mit kontrollierten Interventionen handelt und auch keine Kausalitäten untersucht wurden, zeichnen sich dennoch gewisse Tendenzen ab. Der signifikante negative Zusammenhang zwischen dem lösungsorientierten Einsatz von GeoGebra und der Leistung, könnte ein Hinweis dafür sein, dass Grundkenntnisse und ein mathematisches Grundverständnis verloren gehen, wenn Technologie lediglich zur Arbeitserleichterung und Zeitersparnis eingesetzt wird. Die Projekte aus Kapitel 1.6 weisen jedoch darauf hin, dass mit gezielten, technologiefreien Übungssequenzen aktiv gegen derartige Verluste vorgegangen werden kann.

Auch wenn die Evaluierung bezüglich des GeoGebra-Einsatzes zum Experimentieren, Visualisieren und Kontrollieren zu keinen signifikanten Zusammenhängen mit der Leistung führte, so lässt zumindest die Clusteranalyse erahnen, dass bessere Leistungen gemeinsam

mit experimentellen, visualisierenden und kontrollierenden Anwendungen der Software auftreten.

In der Literatur wird davon ausgegangen, dass durch die Nutzung höherer Technologien die Freude und das Interesse am Fach gesteigert werden können. Zu diesem Fazit gelangten auch die in Kapitel 1.6 vorgestellten Projekte, welche insbesondere bei Buben positive motivationalen Veränderungen identifizieren konnten. Im Vergleich dazu lassen sich in dieser Studie keine eindeutigen Aussagen zu den Auswirkungen von GeoGebra auf das Interesse tätigen. Ebenso konnten keine geschlechtsspezifischen Unterschiede festgestellt werden, da der Prozentsatz der GeoGebra-Befürworterinnen und -Befürworter zwischen den Buben und Mädchen relativ homogen ist. Insgesamt nehmen die Befragten Schülerinnen und Schüler eine positive Haltung gegenüber der Software ein.

Die Korrelationsanalyse lieferte bezüglich des Interesses und der Häufigkeit des GeoGebra-Einsatzes keine signifikanten Zusammenhänge. Außerdem konnten bei der Clusteranalyse zwei Gruppen generiert werden, die beide GeoGebra sehr häufig bei der Hausaufgabenerledigung einsetzen, sich jedoch insbesondere in ihrem Interesse am Fach stark voneinander unterscheiden. Diese Cluster sind zusätzlich auch sehr konträr hinsichtlich ihres Nutzungsverhaltens. Jene Gruppe, die ein hohes Interesse am Fach aufweist, verwendet GeoGebra, überwiegend zum Kontrollieren und Visualisieren, aber vor allem auch zum Experimentieren. Jener Cluster, der verhältnismäßig ein geringes Interesse am Fach zeigt, setzt die Software überwiegend zum schnellen und einfachen Lösen ein. Daraus kann geschlossen werden, dass der Einfluss von GeoGebra sowohl auf die Leistung im als auch auf das Interesse am Fach, stark von der Art und Weise, wie die Software eingesetzt wird, abhängt. Ob das Nutzungsverhalten die Leistung und das Interesse beeinflussen, oder umgekehrt, kann anhand der Studie nicht festgestellt werden. Eine wechselseitige Beeinflussung kann dennoch angenommen werden.

In Kapitel 1.6 äußern Lehrpersonen Bedenken gegenüber der Software, die beispielsweise den notwendigen Erwerb spezifischer Werkzeugkompetenzen betreffen, der mit einem hohen Zeit- und Arbeitsaufwand verbunden ist. Zudem merken Teilnehmerinnen und Teilnehmer des Modellversuchs M³ an, den Taschencomputer erst dann bei Prüfungen anwenden zu wollen, wenn sie ausreichend mit dem Gerät vertraut sind. Aus den Ergebnissen der vorliegenden Studie können vergleichbare Schlussfolgerungen gezogen werden. In der Clusteranalyse kristallisierte sich eine Gruppe heraus, die ihre Kenntnisse im Umgang mit der Software als gering einstufen. Nicht sonderlich überraschend ist, dass diese Gruppe verhältnismäßig selten GeoGebra bei Hausaufgaben anwendete und einen händischen Lösungsweg bevorzugte. Ihr gegenüber stehen die beiden bereits zuvor erwähnten Cluster, die hohe

Werkzeugkompetenzen aufwiesen und GeoGebra daher auch wesentlich häufiger bei Mathematikhausaufgaben einsetzten. Die Hypothesenprüfung untermauert dieses Ergebnis: Der hoch signifikante positive Zusammenhang zwischen den GeoGebra-Kenntnissen, das heißt der Werkzeugkompetenz, und dem experimentellen sowie kontrollierenden Einsatz der Software deutet darauf hin, dass mit steigenden Kenntnissen auch die Komplexität der Anwendung zunimmt oder andernfalls stärker entwickelte Werkzeugkompetenzen experimentelle und kontrollierende Handlungen begünstigen. Diese Überlegung wird weiter bestärkt, da der Einsatz der Software zum schnellen und einfachen Lösen sowie zum Visualisieren (nur) einen signifikanten geringen positiven Zusammenhang mit der Werkzeugkompetenz aufweisen. Fasst man all diese Ergebnisse in einer kurzen Interpretation zusammen, so könnte diese beispielsweise wie folgt lauten: Je höher die Werkzeugkompetenzen, desto komplexer und umfangreicher wird Technologie bei Hausaufgaben eingesetzt. Es lohnt sich folglich, die Kenntnisse im Umgang mit GeoGebra weiter zu fördern. Diese Interpretation beruht jedoch lediglich auf persönlichen Erfahrungen und kann nicht als allgemein gültig angesehen werden, da die Wirkungsrichtungen nicht bestimmt wurden und weitere Einflussfaktoren unberücksichtigt blieben.

Interessant erscheint außerdem die Aussage der leistungsschwächeren Schülerinnen und Schüler der CAS-Projekte, sich durch den Technologieeinsatz zusätzlich belastet zu fühlen, während in der vorliegenden Studie jene Schülerinnen und Schüler, die eher schlechtere Noten aufweisen, GeoGebra besonders häufig bei Hausaufgaben einsetzten und ihrer persönlichen Einschätzung nach auch über hohe Werkzeugkompetenzen verfügten. Da die Teilnehmenden der CAS-Projekte zusätzlich über die Komplexität der Bedienbarkeit der Handhelds klagten, könnte eine Erklärung für die konträren Ergebnisse im technologischen Fortschritt gefunden werden. Handhelds und mathematische Programme werden stetig weiterentwickelt, adaptiert und verbessert. GeoGebra ist, vergleichsweise zu den in den 90er Jahren verwendeten Programmen und Geräten, weitaus intuitiver und einfacher in ihrer Bedienbarkeit und stellt die Schülerinnen und Schüler nicht mehr vor solch große Herausforderungen, wodurch die Software eher als unterstützend statt belastend wahrgenommen wird.

In der Theorie wurden Anwendungsmöglichkeiten höherer Technologien zur Aufwertung der Hausaufgabenpraxis diskutiert (vgl. Kapitel 2.6). Man erhofft sich eine Motivationssteigerung, die mit einer höheren Anstrengungsbereitschaft und dadurch auch mit einer Leistungssteigerung einhergeht. Richtig eingesetzt, kann GeoGebra einen wesentlichen Beitrag dazu leisten. Bichler (2010) betont in diesem Zusammenhang beispielweise die Bedeutung einer zeitnahen und wertfreien Rückmeldung, die durch GeoGebra als Kontrollwerkzeug realisiert werden kann. Laut Erhebung wird das Programm derzeit noch

verhältnismäßig selten zu Kontrollzwecken bei Hausaufgaben herangezogen. Das liegt vermutlich daran, dass die Schülerinnen und Schüler eine Kontrolle durch die Lehrperson gewöhnt sind. Lehrkräfte sollten ihren Schülerinnen und Schülern den Gebrauch der Software zur Eigenkontrolle vermitteln und die Überprüfung der Ergebnisse in deren Hände übergeben, um ihre Selbstständigkeit zu fördern und sie zu autonomen Lernen zu befähigen.

Eine weitere Chance besteht in der Anwendung von Technologie bei alltagsnahen Aufgaben zur Herstellung von Lebensbezügen. Wie in Kapitel 0 erläutert, können Schülerinnen und Schüler mit GeoGebra auf Entdeckungsreise gehen und anhand anwendungsorientierter und experimenteller Hausaufgaben erfahren, welche Rolle Mathematik im Alltag spielt.

Dem steht jedoch entgegen, dass die Software allgemein, aber insbesondere von leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern, eher selten zum Experimentieren herangezogen wird.

Obwohl in der Literatur die Rede von einer Schwerpunktverschiebung der Handlungsbereiche ist (Neumann, 2018; Heugl, 2001), welche auch von den befragten Lehrpersonen der verschiedenen Projekte aus Kapitel 1.6 wahrgenommen werden konnte, zeigt die vorliegende Studie keine derartigen Veränderungen. Die Erhebung macht ersichtlich, dass GeoGebra einstweilen noch mehrheitlich lösungsorientiert angewendet wird. Da sich diese Befragung jedoch auf den Hausaufgabenbereich bezog, den Blick somit auf den selbstständigen, außerunterrichtlichen GeoGebra-Einsatz richtete und darüber hinaus keine Informationen über den Gebrauch der Software während des Unterrichts vorliegen, können diese Resultate keine Aufschlüsse über Veränderungen der Unterrichtsinhalte und Methoden liefern, sondern lediglich Vermutungen zulassen. Hierzu müssten Zusammenhänge zwischen der GeoGebra-Nutzung im Unterricht und der Hausaufgabenpraxis ermittelt und eine Langzeitstudie angesetzt werden.

Die Tatsache, dass die Software aktuell noch vorrangig zum schnellen und einfachen Lösen eingesetzt wird, unterstreicht Kaenders und Schmidts (2014) Forderung nach einer Anpassung bestehender Unterrichtsinhalte sowie die Forderung nach neuen didaktischen Konzepten und Methoden (Neumann, 2018).

Die erhobenen Mittelwerte des kontrollierenden, visualisierenden und experimentierenden Einsatzes, die sich im mittleren Bereich verorten lassen, deuten jedenfalls darauf hin, dass GeoGebra doch zumindest auch für derartige Tätigkeiten Anwendung findet und lassen darauf hoffen, dass diese in Zukunft noch mehr ins Zentrum, auch von Hausaufgaben, rücken.

Möchte man verhindern, dass GeoGebra als Input-Output-Rechenmaschine zum schnellen und einfachen Lösen von Mathematikhausaufgaben (aus)genutzt wird, so müssen die Aufgabenstellungen neu formuliert werden, sodass sie vermehrt auf Experimentieren,

Modellieren, Argumentieren und Interpretieren abzielen, während Operieren in den Hintergrund rückt.

Bezüglich der Quantität der bei Hausaufgaben verwendeten GeoGebra-Tools erschließt sich ein einheitliches Bild mit den Resultaten der Clusteranalyse. Besonders häufig wird GeoGebra zum Darstellen von Funktionsgraphen, zum Lösen und Umformen von Gleichungen und Gleichungssystemen, zur Durchführung von Funktionsuntersuchungen sowie zur Berechnung von Integralen, Ableitungen und Wahrscheinlichkeiten eingesetzt. All die soeben genannten Themengebiete sind mit zeitaufwendigen und/oder komplexen Rechenalgorithmen, die ebenso ein umfangreiches Verständnis über mathematische Zusammenhänge fordern, verbunden. Mit GeoGebra können diesen Herausforderungen umgangen werden. Anhand der verstärkt lösungsorientierten Anwendung zeigt sich, dass sich die Schülerinnen und Schüler über diesen Nutzen der Software durchaus im Klaren sind.

Bislang wurde der lösungsorientierte Einsatz sehr negativ ausgelegt. An dieser Stelle soll aber angemerkt werden, dass ohne die Auslagerung gewisser Operationen an technologische Hilfsmittel die gewünschten Handlungsdimensionen wie Argumentieren, Modellieren, Interpretieren nur wenig Platz im Unterricht und bei Hausaufgaben fänden. Ausschlaggebend ist, welche Tätigkeiten an GeoGebra übergeben werden und in welchem Umfang. Angesichts dessen sieht man sich mit der Frage konfrontiert, welche Handkalkülkompetenzen in der heutigen Zeit überhaupt noch erworben werden sollten. Dennoch bestehen Meinungen darüber, dass Rechenalgorithmen zunächst händisch erlernt werden müssen, damit sich den Schülerinnen und Schülern der Sinn über mathematische Zusammenhänge erschließt, Grundkenntnisse und -fertigkeiten erworben werden und sich ein tieferes Verständnis herausbilden kann. Heugl & Klinger (1998) sind der Meinung, dass dieser Weg zuerst „zu Fuß“ beschritten werden muss, bevor eine Abkürzung durch Technologie gewählt werden darf, andernfalls könnten die Schülerinnen und Schüler kein tieferes Verständnis entwickeln. Diese Ansicht teilen auch Lehrerinnen und Lehrer des CAS-II-Projekts.

Vergleichsweise selten ausgewählt wurden Tools wie beispielsweise zur Berechnung von Schnitt- oder Steigungswinkeln und Konfidenzintervallen oder zur Bestimmung von Tangentengleichungen und Lagebeziehungen von Geraden sowie zur Erstellung von Diagrammen. Mögliche Gründe dafür wurden bereits in Kapitel 5.3.2.1 näher ausgeführt.

Den Ergebnissen und den daraus gezogenen Schlussfolgerungen kann resümierend eine allgemein befürwortende Haltung gegenüber GeoGebra entnommen werden, die sich darin begründet, dass ein Großteil der befragten Schülerinnen und Schüler Hausaufgaben lieber mit GeoGebra als manuell löst. Ein vermehrt experimenteller und kontrollorientierter Einsatz der Software bei Hausaufgaben wäre gegenüber einer lösungsorientierten Anwendung zu

bevorzugen. Dies entspricht aktuell jedoch noch nicht der Realität, könnte aber durch Anpassungen der Aufgabenstellungen und der Entwicklung entsprechender Kompetenzen (Werkzeugkompetenz, Kontrollkompetenz, Visualisierungskompetenz) verwirklicht werden.

5.5 Limitationen

Die Resultate der Forschung können nicht als allgemeingültig angenommen werden, da sie nur einer kleinen Stichprobe entspringen und sich lediglich auf Schülerinnen und Schülern ausgewählter Schulen beziehen. Ebenso wurde der Einfluss von Drittvariablen nicht in die Überprüfung der Hypothesen miteinbezogen. So könnten beispielsweise das Geschlecht, die Note, die GeoGebra-Kenntnisse, das Interesse, der GeoGebra-Einsatz im Unterricht u.v.m. die Beantwortung der Fragen direkt beeinflussen. Darüber hinaus wurden, wie bereits erwähnt, keine Kausalitäten überprüft, wodurch keine gültigen Aussagen über die Wirkungsrichtungen getroffen werden können. Sie lassen jedoch Vermutungen über Zusammenhänge zu, welche mit weiteren Studien überprüft werden könnten.

Des Weiteren kann die Leistung nicht nur anhand der Endjahresnote festgemacht werden, da die Note allein nicht direkt das Können der Schülerinnen und Schüler widerspiegelt. Hier hätten weitere Items erhoben und zu einer Variable *Leistung* zusammengefasst werden können.

Abschließend ist anzumerken, dass es sich bei der Forschung um eine Querschnittsstudie handelt, die nur eine Momentaufnahme für einen kleinen Umfang an Teilnehmenden darstellt. Größer angelegte Langzeitstudien, die auch regulierte Interventionen vornehmen, könnten weitaus stärkere Aussagen über die Zusammenhänge zwischen dem GeoGebra-Nutzungsverhalten bei Hausaufgaben und der Leistung oder dem Interesse liefern. Zusätzlich könnte auch der Einsatz von GeoGebra im Mathematikunterricht in denselben Klassen erforscht werden, um Vergleiche zur Anwendung der Software bei Hausaufgaben anstellen zu können. Diese Erhebung könnte interessante Aufschlüsse zu einigen der vorliegenden Ergebnisse liefern und zu neuen Einsichten führen. Mit der im Zuge dieser Arbeit durchgeführten Studie wird ein Eindruck über die bestehenden Zusammenhänge zwischen dem GeoGebra-Einsatz bei Hausaufgaben, der Leistung, dem Interesse und der Einstellung der Schülerinnen und Schüler geschaffen sowie Vermutungen aufgestellt, die Anreiz für weitere Forschungsarbeiten bieten.

Conclusio

Die empirische Erhebung bestätigte die Vermutung, dass GeoGebra bei der Hausaufgabenerledigung überwiegend lösungsorientiert angewendet wird. Inwiefern sich dadurch ein positiver Lerneffekt einstellt, ist fraglich. Der mittels Korrelationsanalyse festgestellte signifikante negative Zusammenhang zwischen einem lösungsorientierten Einsatz von GeoGebra und der Leistung zeigt, dass die Anwendung der Software zum schnellen und einfachen Lösen von Mathematikhausaufgaben mit einer geringeren Leistung im Fach einhergeht. Gleichzeitig konnte mithilfe der Clusteranalyse eine Gruppe leistungsstärkerer Schülerinnen und Schüler identifiziert werden, die GeoGebra vergleichsweise häufiger zum Experimentieren und Kontrollieren einsetzten als leistungsschwächere, die dazu neigen, die Software zum schnellen und einfachen Lösen der Hausaufgaben zu nutzen. Diese beiden Gruppen unterscheiden sich zusätzlich auch im Merkmal *Interesse am Fach*, welches bei der leistungsstärkeren Gruppe deutlich stärker ausgeprägt war. Für die Hausaufgabenpraxis kann daraus abgeleitet werden, dass GeoGebra seltener als Input-Output-Rechenmaschine, und häufiger als Experimentier- und Kontrollwerkzeug für die Erledigung von Mathematikhausaufgaben herangezogen werden sollte. Der Anspruch an die Mathematiklehrkräfte besteht nun darin, die Schülerinnen und Schüler mit der Anwendung von GeoGebra zu diesen Zwecken vertraut zu machen.

Die Ergebnisse geben Grund zur Annahme, dass durch eine derartige Verwendung der Software interessens- und leistungssteigernde Effekte erzielt werden können. Erfreulich ist, dass Schülerinnen und Schüler im Allgemeinen positiv gegenüber GeoGebra gestimmt sind und Hausaufgaben bevorzugt mithilfe von GeoGebra als manuell lösen. Ebenso willkommen ist die Erkenntnis, dass keine geschlechtsspezifischen Unterschiede bezüglich der Haltung gegenüber der Software bestehen und der Einsatz von GeoGebra bei Hausaufgaben von Buben und Mädchen gleichermaßen geschätzt und genutzt wird.

Der Gebrauch von GeoGebra zum Visualisieren und Veranschaulichen wurde zwar, genauso wie das lösungsorientierte Anwenden, häufig genannt, es ließ sich jedoch kein signifikanter Zusammenhang hinsichtlich der Leistung oder des Interesses am Fach feststellen.

Die aus der Theorie gewonnen Erkenntnisse kombiniert mit den Resultaten der empirischen Untersuchung machen deutlich, dass GeoGebra als Experimentier- und Kontrollwerkzeug im Rahmen von Hausaufgaben mehr Beachtung geschenkt werden sollte, weil dadurch die Möglichkeiten zum selbstständigen Lernen erweitert und die Leistung gesteigert werden können. Lernpfade, als interaktive Lernumgebungen für eigenständiges Entdecken und Erkunden, können für längerfristige Hausaufgaben herangezogen werden, um die Schülerinnen und Schüler mit GeoGebra als Kontroll-, Visualisierungs- und Experimentierwerkzeug vertraut zu machen und den selbstständigen Lernprozess zu unterstützen.

Literaturverzeichnis

- Barzel, B. (2012). *Computeralgebra im Mathematikunterricht: Ein Mehrwert - aber wann?* Münster: Waxmann.
- Becker, G. E. & Kohler, B. (1995). *Hausaufgaben kritisch sehen und die Praxis sinnvoll gestalten. Handlungsorientierte Didaktik* (3., überarb. Aufl.). Weinheim: Beltz.
- Behrens, R. (2019). *Formulieren und Variieren mathematischer Fragestellungen mittels digitaler Werkzeuge*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Bender, P., Herget, W., Weigand, H.-G. & Weth, T. (2005). Bildungsstandards für den Mathematikunterricht – auch mit den Neuen Medien? In P. Bender, W. Herget, H.-G. Weigand & T. Weth (Hrsg.), *Neue Medien und Bildungsstandards* (S. 5-6). Berlin: Franzbecker.
- Berkeley Statistics. (2011, Mai). *Cluster Analysis*. Zuletzt zugegriffen am 27.02.2022 unter <https://www.stat.berkeley.edu/~s133/Cluster1.html>
- Bundesgesetzblatt. (2016). *Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich*. 219. Verordnung. Teil II. Zuletzt zugegriffen am 27.02.2022 unter https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2016_II_219/BGBLA_2016_II_219.pdf
- Bichler, E. (2010). *Explorative Studie zum langfristigen Taschencomputereinsatz im Mathematikunterricht. Der Modellversuch Medienintegration im Mathematikunterricht (M³) am Gymnasium*. Hamburg: Verlag Dr. Kovač.
- Bichler, E., Fritsche, F. & Weigand, H.-G. (2012). Der Modellversuch „M³ – Medienintegration im Mathematikunterricht“ an bayerischen Gymnasien. In M. Ludwig & M. Kleiner (Hrsg.), *Vorträge auf der 46. Tagung für Didaktik der Mathematik. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 05.03.2012 bis 09.03.2012 in Weingarten*. Zuletzt zugegriffen am 19.02.2022 unter http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/bzmu2012/files/BzMU12_0062_Bichler.pdf
- Bierbaumer, I. & Süss-Stepancik, E. (2015). Lernen mit Methode – Methodische Einsatzszenarien für Lernpfade. In J. Roth, E. Süss-Stepancik & H. Wiesner (Hrsg.), *Medienvielfalt im Mathematikunterricht. Lernpfade als Weg zum Ziel* (S. 97-116). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- BIFIE (Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens). (2011). *Praxishandbuch für „Mathematik“ 8. Schulstufe. Bildungsstandards – für höchste Qualität an Österreichs Schulen* (2., überarb. Aufl.). Graz: Leykam.
- BIFIE (Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens). (2012). *Praxishandbuch für „Mathematik“ 8. Schulstufe. Bildungsstandards – für höchste Qualität an Österreichs Schulen* (2., überarb. Aufl., Bd. 2). Graz: Leykam.

- BIFIE. (2015). *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik*. Zuletzt zugegriffen am 22.01.22 unter <https://dmg.tuwien.ac.at/winkler/pub/gkk.pdf>
- Blömeke, S., Risse, J., Müller, C., Eichler, D. & Schulz, W. (2006). Analyse der Qualität von Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht. *Unterrichtswissenschaft*, 34(4), 330-357.
- Blum, W. & Leiss, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *Mathematik lehren*, 128, 18-21.
- BMBF (Bundesministerium für Bildung und Frauen). (2012). *Mathematik an AHS. Die kompetenzorientierte mündliche Reifeprüfung in den Unterrichtsgegenständen. Richtlinien und Beispiele für Themenpool und Prüfungsaufgaben*. Wien: BMBF.
- BMBWF (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung). (2021a). *Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne – allgemeinbildende höhere Schulen, Fassung vom 10.05.2021*. Zuletzt zugegriffen am 10.05.2021 unter <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568>
- BMBWF. (2021b). *Gesamte Rechtsvorschrift für Prüfungsordnung AHS, Fassung vom 10.05.2021*. Zuletzt zugegriffen am 10.05.2021 unter <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung/Bundesnormen/20007845/Prüfungsordnung%20AHS%2c%20Fassung%20vom%2010.05.2021.pdf>
- Böckmann, K. (1982). Warum soll man im Unterricht visualisieren? Theoretische Grundlagen der didaktischen Visualisierung. In H. Kautschitsch (Hrsg.), *Visualisierung in der Mathematik* (S. 11-13). Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.
- Borromeo Ferri, R. (2011). *Wege zur Innenwelt des mathematischen Modellierens. Kognitive Analysen zu Modellierungsprozessen im Mathematikunterricht*. Wiesbaden: Springer.
- Bossmann, D. (1979). *Die verdammt Hausaufgaben*. Frankfurt am Main: Fischer.
- Buchberger, B. (2016, Dezember). *Mathematische Software im Unterricht?* Vortrag an der Universität Passau. Zuletzt zugegriffen am 19.02.2022 unter https://www.fim.uni-passau.de/fileadmin/dokumente/fakultaeten/fim/lehrstuhl/kreuzer/LFB/2016/Buchberger_Passau_White_Box_Black_B_und_Kreativitätsspirale_2016_12_21.pdf
- CASIO Europe GmbH. (2022). *CLASSPAD II (FX-CP400)*. Zuletzt zugegriffen am 11.02.2022 unter <https://www.casio-schulrechner.de/de/produkte/casgrafikrechner/fxcp400/>
- Charrad, M., Ghazzali, N., Boiteau, V. & Niknafs, A. (2014). NbClust: An R Package for Determining the Relevant Number of Clusters in a Data Set. In *Journal of Statistical Software*, 61(6), 1-36. Zuletzt zugegriffen am 24.03.2022 unter <https://doi.org/10.18637/jss.v061.i06>

- Cohen, J. (1992). A Power Primer. *Psychological Bulletin*, 112(1), 155-159.
Zuletzt zugegriffen am 02.07.2021 unter
<http://www.bwgriffin.com/workshop/Sampling%20A%20Cohen%20tables.pdf>
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education*. New York: Routledge.
- Cooper, H. (1989). Synthesis of Research on Homework. *Educational Leadership*, 47(3), 85-91.
- Deci, E. L. & Ryan, R. M. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. *Zeitschrift für Pädagogik*, 39(2), 223-238.
- Deci, E. L., Schwartz, A. J., Sheinman, L. & Ryan, R. M. (1981). An instrument to assess adult's orientations toward control versus autonomy with children: Reflections on intrinsic motivation and perceived competence. *Journal of Educational Psychology*, 73, 642-650.
- Derschau, D. v. (Hrsg.). (1979). *Hausaufgaben als Lernchance. Zur Verknüpfung schulischen und außerschulischen Lernens*. München: Urban und Schwarzenberg.
- Dettmers, S. (2010). *Effektive Hausaufgaben: Untersuchungen zu einem psychologischen Rahmenmodell*. Dissertation. Berlin: Freie Universität Berlin.
- Dietz, B. & Kuhrt, W. (1960). Wirkungsanalyse verschiedenartiger Hausaufgaben. *Schule und Psychologie*, 7(9), 264-275.
- Dörner, D. (1976). *Problemlösen als Informationsverarbeitung* (1. Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer.
- Dörr, J., Rolfes, T., Schmerenbeck, D. & Weber, R. (2015). Gestaltungselemente in Lernpfaden zur Unterstützung des selbstgesteuerten Lernens: Ein Unterrichtsversuch am Beispiel der Einführung in die Differentialrechnung. In J. Roth, E. Süß-Stepancik & H. Wiesner (Hrsg.), *Medienvielfalt im Mathematikunterricht. Lernpfade als Weg zum Ziel* (S. 137-156). Wiesbaden: Springer.
- Eigler, G. & Krumm, V. (1972). *Zur Problematik der Hausaufgaben: über die Mitarbeit der Eltern bei Hausaufgaben; Ergebnisse einer Befragung von Eltern von Gymnasiasten der Klassen 5 bis 8 und einer Befragung von Gymnasialdirektoren*. Weinheim: Beltz.
- Elschenbroich, H. -J. (2005). Bildungsstandards, Kerncurricula und Einsatz Neuer Medien. In P. Bender, W. Herget, H.-G. Weigand & T. Weth (Hrsg.), *Neue Medien und Bildungsstandards* (S. 13-19). Berlin: Franzbecker.
- Embacher, F., Himmelbauer, T., Hohenwarter, M. & Stepancik, E. (2005, April). *Medienvielfalt im Mathematikunterricht*. Vortrag auf der Lehrerfortbildungstagung 2005 der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, Universität Wien.

- Engel, J. (2009). *Anwendungsorientierte Mathematik: Von Daten zur Funktion. Eine Einführung in die mathematische Modellbildung für Lehramtsstudierende* (2., vollst. überarb. Aufl.). Berlin: Springer Spektrum.
- Ferdinand, W. & Klüter, M. (1968). Hausaufgaben in der Diskussion. *Schule und Psychologie*, 15(4), 97-105.
- Gasser, P. (2003). *Lehrbuch Didaktik*. Bern: hep-Verlag.
- GDM (Gesellschaft für Didaktik der Mathematik). (2017). Die Bildungsoffensive für die digitale Wissensgesellschaft: Eine Chance für den fachdidaktisch reflektierten Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (103), 39-41. Zuletzt zugegriffen am 11.02.2022 unter <https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/59/205>
- Geißler, E. & Plock, H. (1981). *Hausaufgaben – Hausarbeiten* (3., neu bearb. Aufl.). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Geißler, E. & Schneider, H. (1982). *Hausaufgaben*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
- GeoGebra. (2018). *Lernpfad – Lineare Funktionen*. Zuletzt zugegriffen am 12.03.2022 unter <https://www.geogebra.org/m/jCTZJbYK>
- GeoGebra. (2022). *GeoGebra zum Unterrichten und Lernen von Mathematik*. Zuletzt zugegriffen am 11.02.2022 unter <https://www.geogebra.org>
- Götz, B. (2005). Bildungsstandards – ein Weg in die richtige Richtung? In P. Bender, W. Herget, H.-G. Weigand & T. Weth (Hrsg.), *Neue Medien und Bildungsstandards* (S. 7-12). Berlin: Franzbecker.
- Götz, S. & Süss-Stepancik, E. (2014). Lernpfade als Wegweiser zur Ausbildung von Begründungskompetenz im Mathematikunterricht. *Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft (ÖMG)*, (47), 48-55.
- Grasedieck, D. (2008). Welchen Wert haben Hausaufgaben? Plädoyer für individualisierte Hausaufgaben. *Neue Didaktik*, (1), 25-40.
- Grogger, G. (1998). *Evaluation zur Erprobung des TI-92 im Mathematikunterricht an allgemeinbildenden höheren Schulen. Ergebnisse einer bundesweiten Schüler- und Lehrerbefragung 1997/98 (Nr. 40)*. Graz: Zentrum für Schulentwicklung. Zuletzt zugegriffen am 27.02.2022 unter <http://www.acdca.ac.at/projekt2/rechen/09.pdf>
- Hänsel, F., Baumgärtner, S. D., Kornmann, J. M. & Ennigkeit, F. (2016). *Sportpsychologie*. Berlin: Springer.
- Hafenbrak, B. (2005). Didaktische Prinzipien des Mathematikunterrichts. *Einführung in die Mathematikdidaktik*. Zuletzt zugegriffen am 27.02.2022 unter https://ph-ooe.at/fileadmin/Daten_PHOOE/EIS/Erstes_Programmieren/Did06_04_36_.pdf

- Hartung, J., Elpelt, B. & Klösener, K.-H. (2009). *Statistik: Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik*. München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag.
- Hascher, T. & Bischof, F. (2000). Integrierte und traditionelle Hausaufgaben in der Primarschule - ein Vergleich bezüglich Leistung, Belastung und Einstellungen zur Schule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 47(4), 252-265.
- Heckhausen, J. & Heckhausen, H. (2010). *Motivation und Handeln* (4., überarb. und erw. Aufl.). Berlin: Springer.
- Held, U. (2010). Tücken von Korrelationen: die Korrelationskoeffizienten von Pearson und Spearman. *Swiss Medical Forum*, 10(38), 652-653. Zuletzt zugegriffen am 02.07.2021 unter <https://www.zora.uzh.ch/id/eprint/46199/1/Spearman2010-38-130.PDF>
- Herget, W., Heugl, H., Kutzler, B. & Lehmann, E. (2000). Welche handwerklichen Rechenkompetenzen sind im CAS-Zeitalter unverzichtbar? (S. 1-9). *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU)*, 54(8), 458-464. Zuletzt zugegriffen am 11.02.2022 unter https://disk.mathematik.uni-halle.de/lehrerseite/Rechenfertigkeiten_Taschenrechner_2000.pdf
- Heugl, H. (2001). Algebraische Grundkompetenzen im Computerzeitalter. *Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft (ÖMG)*, (33), 86-101.
- Heugl, H. (2005). CAS und Standards – eine interessante Herausforderung. In P. Bender, W. Herget, H.-G. Weigand & T. Weth (Hrsg.), *Neue Medien und Bildungsstandards* (S. 21-35). Berlin: Franzbecker.
- Heugl, H. (2011). Kompetenzentwicklung im Bereich „Modellieren und Argumentieren“. *Schriftreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, (ÖMG)*, (44). Zuletzt zugegriffen am 27.02.2022 unter <https://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2011%20Band%2044/VortragHeugl.pdf>
- Heugl, H. (2014). *Mathematikunterricht mit Technologie*. Linz: Veritas.
- Heugl, H. & Hainscho, G. (2008). *Bildungsstandards Mathematik für die Sekundarstufe II der Allgemeinbildenden Höheren Schulen (AHS): Auszug*. Zuletzt zugegriffen am 22.01.2022 unter <https://docplayer.org/21200938-Bildungsstandards-mathematik-sekundarstufe-ii.html>
- Heugl, H. & Klinger, W. (1998). Allgemeine Beschreibung des Forschungsprojekts. *ZSE Report*. Hollabrunn: Zentrum für Schulentwicklung. Zuletzt zugegriffen am 14.03.2022 unter <http://www.acdca.ac.at/projekt2/rechen/01.pdf>
- Heugl, H., Klinger, W. & Lechner, J. (1996a). *Mathematiklehrern und -lernen mit Computeralgebra-Systemen: Unterrichtsbeispiele und didaktische Konzepte aus dem österreichischen DERIVE-Projekt*. Zuletzt zugegriffen am 19.02.2022 unter <http://www.acdca.ac.at/material/allgem/buch/buch96.pdf>

Heugl, H., Klinger, W. & Lechner, J. (1996b). *Mathematikunterricht mit Computeralgebra-Systemen: Ein didaktisches Lehrerbuch mit Erfahrungen aus dem österreichischen DERIVE-Projekt*. Bonn: Addison-Wesley.

Hochfelsner, C. & Klinger, W. (1999). *Untersuchung in 4. Klassen der AHS. Auswirkung des TI-92 auf händische Rechenfertigkeit und verbale Begründungskompetenz*. Zuletzt zugegriffen am 11.02.2022 unter <http://www.acdca.ac.at/projekt2/kl4/test4kt1.pdf>

Holmes, M. & Croll, P. (1989). Time spent on homework and academic achievement. *Educational Research*, 31(1), 36-45.

IBM SPSS Statistics. (2011). *IBM SPSS Statistics 20 Algorithms*.
Zuletzt zugegriffen am 02.07.2021 unter
ftp://public.dhe.ibm.com/software/analytics/spss/documentation/statistics/20.0/en/client/Manuals/IBM_SPSS_Statistics_Algorithms.pdf

IBM SPSS Statistics. (2020, April). *How are significances calculated for the Spearman correlation in SPSS?* Zuletzt zugegriffen am 02.07.2021 unter
<https://www.ibm.com/support/pages/how-are-significances-calculated-spearman-correlation-spss>

Ingelmann, M. (2006). CALIMERO: ein Modellversuch zu CAS-fähigen Taschencomputern ab Klasse 7 in Niedersachsen. *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Zuletzt zugegriffen am 16.02.2022 unter
<https://www.mathematik.tu-darmstadt.de/media/didaktik/projekte/Ingelmann2006.pdf>

Ingelmann, M. (2007). Sinnvoller Einsatz von CAS in den Klassen 7 und 8. *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Zuletzt zugegriffen am 16.02.2022 unter
<https://www.mathematik.tu-darmstadt.de/media/didaktik/projekte/Ingelmann2007.pdf>

Ingelmann, M. (2008). CAS-Einsatz in der Sekundarstufe I. *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Zuletzt zugegriffen am 16.02.2022 unter
<https://www.mathematik.tu-darmstadt.de/media/didaktik/projekte/Ingelmann2008.pdf>

IQS (Institut des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen). (2013). *Bildungsstandards für Mathematik 8. Schulstufe*. Zuletzt zugegriffen am 22.01.22 unter
<https://www.iqs.gv.at/themen/nationale-kompetenzerhebung/grundlagen-der-nationalen-kompetenzerhebung/grundlagen-der-bildungsstandards>

IQS. (2022a). *Bildungsstandards und kompetenzorientierter Unterricht*. Zuletzt zugegriffen am 11.02.2022 unter
<https://www.iqs.gv.at/themen/nationale-kompetenzerhebung/grundlagen-der-nationalen-kompetenzerhebung/bildungsstandards-und-kompetenzorientierter-unterricht>

IQS. (2022b). *Grundlagen der Bildungsstandards*. Zuletzt zugegriffen am 11.02.2022 unter
<https://www.iqs.gv.at/themen/nationale-kompetenzerhebung/grundlagen-der-nationalen-kompetenzerhebung/grundlagen-der-bildungsstandards>

- ISB (Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München) (Hrsg.). (2011). *Computeralgebrasysteme (CAS) im Mathematikunterricht des Gymnasiums: Jahrgangsstufe 10*. München: ISB.
- Jünger, W., Geider, F. J. & Reinert, G.-B. (1990). Auf der Suche nach Hausaufgaben, die Spaß machen. *Zeitschrift für Pädagogik*, 36(2), 223-239.
- Kaenders, R. & Schmidt, R. (2014). *Mit GeoGebra mehr Mathematik verstehen* (2. Aufl.). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Kamm, H. (1980). Hausaufgaben? Hausaufgaben! *Lehrhilfen (Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, Bildungspolitik und pädagogische Praxis)*, (5), 286-296.
- Kamm, H. & Müller-Gaebele, E. H. (1975). *Hausaufgaben, sinnvoll gestellt*. Wien: Herder.
- Keck, R. W. (1978a). Das Problem der Hausaufgabe in pädagogischer und didaktischer Sicht – ein systematischer Versuch zur Funktionsbeschreibung. In Niedersächsischen Kultusministerium (Hrsg.), *Schulversuche und Schulreform* (S. 15-70). Hannover: Schroedel.
- Keck, R. W. (1978b). Die Hausaufgaben – ein Ärgernis zwischen Elternhaus und Schule. Wege zur kooperativen Lösung der Hausaufgabenfrage. In R. W., Keck (Hrsg.), *Kooperation Elternhaus-Schule* (S. 165-176). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Keck, R. W. & Sandfuchs, U. (1994). *Wörterbuch Schulpädagogik*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Klieme, E., Avenarius, H., Blum, W., Döbrich, P., Gruber, H., Prenzel, M., ... Vollmer, H. J. (2003). *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards, eine Expertise*. Berlin: BMBF.
- Kliesche, L. (2004). *Untersuchung der Einsatzmöglichkeiten von Computer-Algebra-Systemen (CAS) im Mathematikunterricht der Klassenstufe 11 – Darstellung von ausgewählten Beispielen zum Einsatz des Casio ClassPad 300*. Postdamm.
- KMK (Kultusministerkonferenz). (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*. Zuletzt zugegriffen am 24.01.2022 unter https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf
- Köck, P. (2012). *Handbuch der Schulpädagogik für Studium - Praxis - Prüfung*. Donauwörth: Auer.
- Kohler, B. (2002). „Notiert euch schnell noch die Hausaufgaben ...!“? Wie Hausaufgaben sinnvoll werden können. *Das Lehrerhandbuch*. Berlin: Raabe.
- Kohler, B. (2011). Hausaufgaben. Überblick über didaktische Überlegungen und empirische Untersuchungen. *Die deutsche Schule*, 103(3), 203-218. Waxmann.
- Kohler, B. (2013). Was wissen wir über Hausaufgaben? Ergebnisse der Forschung und Konsequenzen für die Praxis. *Pädagogik*, 65(3), 6-9.

- Kramer, S. & Sattlberger, E. (2016). Habuemus Haupttermin – die SRP in Mathematik (AHS) nach 2015 – wie war's und wie geht's weiter? In Österreichische Mathematische Gesellschaft (Hrsg.), *Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft. Vorträge der 38. Lehrerfortbildung am 1. April 2016 an der Fakultät für Mathematik an der Universität Wien* (S. 60-73). Wien: Stadtschulrat für Wien.
- Laakmann, H. (2013). *Darstellungen und Darstellungswechsel als Mittel zur Begriffsbildung: eine Untersuchung in rechnerunterstützten Lernumgebungen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- LBVO (Leistungsbeurteilungsverordnung). (2022, 19. Februar). *Gesamte Rechtsvorschrift für Leistungsbeurteilungsverordnung*. Zuletzt zugegriffen am 19.02.2022 unter <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10009375>
- Leitner, A. (2018). *Einmal sehen ist besser als zehnmal hören – Visualisierung im Mathematikunterricht*. Graz: Karl-Franzens-Universität, Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen.
- Leuders, T. (2005). Neue Instrumente der Standardsetzung und Standardüberprüfung und Neue Medien im Mathematikunterricht: Wirkungen und Wechselwirkungen. In P. Bender, W. Herget, H-G. Weigand & T. Weth (Hrsg.), *Neue Medien und Bildungsstandards* (S. 5-6). Berlin: Franzbecker.
- Leuders, T. (2014). Modellierungen mathematischer Kompetenzen – Kriterien für eine Validitätsprüfung aus fachdidaktischer Sicht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 35(1), 7-48.
- Leuders, T. & Philipp, K. (2012). Experimentelles Arbeiten in der Mathematik – ein Brückenschlag zur Naturwissenschaft mit Blick auf Peirce, Pólya und Medawar. In W. Rieß, M. Wirtz & B. Barzel (Hrsg.), *Experimentieren im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht – Theoretische Fundierung und empirische Befunde* (S. 75-88). Münster: Waxmann.
- Leuders, T. & Philipp, K. (2014). Mit Beispielen zum Erkenntnisgewinn. Experiment und Induktion in der Mathematik. *mathematica didactica*, 37, 163-190.
- LinkedIn. (2022). *Helmut Heugl*. Zuletzt zugegriffen am 11.02.2022 unter <https://at.linkedin.com/in/helmut-heugl-6a024976>
- Lipowsky, F. (2004). Dauerbrenner Hausaufgaben. Befunde der Forschung und Konsequenzen für den Unterricht. *Pädagogik*, 56(12), 40-44.
- Lipowsky, F. (2007). Hausaufgaben: auf die Qualität kommt es an! Ein Überblick über den Forschungsstand. *Lernende Schule*, 39, 7-9.

- Lipowsky, F., Rakoczy, K., Klieme, E. Reusser, K. & Pauli, C. (2004). Hausaufgabenpraxis im Mathematikunterricht – ein Thema für die Unterrichtsqualitätsforschung? In J., Doll & M., Prenzel (Hrsg.), *Bildungsqualität von Schule. Professionalisierung, Unterrichtsentwicklung und Schülerförderung als Strategien der Qualitätsentwicklung* (S. 250-266). Münster: Waxmann.
- Luplow, N. & Smidt, W. (2019). Bedeutung von elterlicher Unterstützung im häuslichen Kontext für den Schulerfolg am Ende der Grundschule. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 22(1), 153-180.
- Maaß, J. & Schlöglmann, W. (1991). Didaktische Probleme des Transfers mathematischer Technologie. In W. Dörfler, W. Peschek, E. Schneider & K. Wegenkittl (Hrsg.), *Computer – Mensch – Mathematik. Beiträge zum 6. Internationalen Symposium für „Didaktik der Mathematik“* (Bd. 21, S. 183-190). Wien: Holder – Pichler – Tempsky.
- Maaß, J. & Schlöglmann, W. (1994). Black-Boxes im Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 15(1-2), 123-147.
- Matyas, K. & Drmota, M. (2018, 20. Juni). *Das „M“ in MINT: TU Wien beobachtet Absinken der Mathematikkenntnisse von Studienanfänger_innen*. Zuletzt zugegriffen am 08.02.2022 unter <https://www.tuwien.at/tu-wien/aktuelles/news/news/das-m-in-mint-tu-wien-beobachtet-absinken-der-mathematikkenntnisse-von-studienanfaenger-innen>
- Meyer, K. (2013). Aspekte einer dynamischen Geometriesoftware. In M. Ruppert & J. Wörler (Hrsg.), *Technologien im Mathematikunterricht. Eine Sammlung von Trends und Ideen* (S. 5-12). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Müller, M. (2014). *Zur Schülerzentrierung im Mathematikunterricht mit Computeralgebra-Systemen – eine empirische Untersuchung der CAS-Einführung an Thüringer Schulen mit Oberstufe*. Dissertation. Jena: Friedrich-Schiller-Universität Jena.
- Neumann, R. (2018). *Zum Einfluss von Computeralgebrasystemen auf mathematische Grundfertigkeiten*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Nilshon, I. (1995). *Schule ohne Hausaufgaben? Eine empirische Studie zu den Auswirkungen der Integration von Hausaufgabenfunktionen in den Unterricht einer Ganztagschule*. Münster: Waxmann.
- Nilshon, I. (1999). Hausaufgaben und selbstständiges Lernen. In Deutsches Jugendinstitut e. V. (Hrsg.), *Projekt „Lebenswelten als Lernwelten“* (Projektheft 1, S. 1-50). München: Deutsches Jugendinstitut.
- Noske, H. (2007, 29. Juni). *Die Taschenrechner sind schuld. Studenten versagen in Mathematik - Experten: An Schulen werden wichtige Inhalte nicht vermittelt*. Zuletzt zugegriffen am 11.02.2022 unter http://mathematikunterricht.hischer.de/NeuMed/diskussion/tr-bz/29.06.2007_Niedersachsen.pdf.
- Pallack, A. (2018). *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Sekundarstufen I + II*. Berlin: Springer Spektrum.

- Paschal, R.A., Weinstein, T. & Walberg, H.J. (1984). The Effects of Homework on Learning: A Quantitative Synthesis. *Journal of Educational Research*, 78(2), 97-104.
- Pinkernell, G. & Bruder, R. (2019). Ergebnisse aus Stundenprotokollen im niedersächsischen Projekt CALIMERO zum CAS-Einsatz in der Sekundarstufe I. In A. Büchter, M. Glade, R. Herold-Blasius, M. Klinger, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.), *Vielfältige Zugänge zum Mathematikunterricht: Konzepte und Beispiele aus Forschung und Praxis* (S. 147-162). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Redaktion des Dudens (2022). Hausaufgabe. *Duden online*. Zuletzt zugegriffen am 19.02.2022 unter <https://www.duden.de/rechtschreibung/Hausaufgabe>
- Regionales Fachdidaktikzentrum Mathematik und Informatik. (2019). *Was ist ACDCA?* Zuletzt zugegriffen am 19.02.2022 unter <http://www.acdca.ac.at/acdca/was-ist-acdca.html>
- Reichelt. (2022). *TI-NSPIRE CXIITC Grafikrechner mit CAS*. Zuletzt zugegriffen am 12.03.2022 unter https://www.reichelt.at/at/de/grafikrechner-mit-cas-ti-nspire-cxiitc-p263063.html?PROVID=2807&gclid=Cj0KCQiApL2QBhC8ARIsAGMm-KEJvzGnVp7K43S1MYLBB33ZSwluDW9POlh14auPFx3aYPQheZWspNQaAqeWEALw_wcB
- Roth, H. (1983). *Pädagogische Psychologie des Lehrens und Lernens*. Hannover: Schroedel Schulbuchverlag.
- Roth, J. (2015). Lernpfade – Definition, Gestaltungskriterien und Unterrichtseinsatz. In J. Roth, E. Süss-Stepancik & H. Wiesner (Hrsg.), *Medienvielfalt im Mathematikunterricht. Lernpfade als Weg zum Ziel* (S. 3-26). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Roth, J. & Wiesner, H. (2014). Lernpfade – Ein Weg zur selbstständigen und sinnvollen Nutzung von digitalen Werkzeugen durch Schüler/innen. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 1003-1006). Münster: WTM-Verlag.
- Ruppert, M. (2013). Isogonal konjugierte Punkte – Transversalenschnittpunkte im Potenzial. In M. Ruppert & J. Wörler (Hrsg.), *Technologien im Mathematikunterricht. Eine Sammlung von Trends und Ideen*. Wiesbaden: Springer.
- Ruppert, M. & Wörler, J. (2013). *Technologien im Mathematikunterricht. Eine Sammlung von Trends und Ideen*. Wiesbaden: Springer.
- Sattlberger, E & Steinfeld, J. (2016). Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik an Gymnasien in Österreich. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 42(101), 18-25.
- Schmidt-Thieme, B. & Weigand, H.-G. (2015). Medien. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 461-490). Berlin: Springer.
- Schneider, E. (2002). Computeralgebrasysteme in einem allgemeinbildenden Mathematikunterricht: didaktische Orientierungen - praktische Erfahrungen. *Klagenfurter Beiträge zur Didaktik der Mathematik* (Bd. 2). München: Profil.

- Schnyder Godel, I. (2015). Die Hausaufgabenvergabe unter der Lupe. Eine empirische Untersuchung im Fach Französisch als Fremdsprache. *Internationale Hochschulschriften* (Bd. 623, 1. Aufl.). Münster: Waxmann.
- Schnyder, I. Niggli, A. & Trautwein, U. (2008). Hausaufgabenqualität im Französischunterricht aus der Sicht von Schülern, Lehrkräften und Experten und die Entwicklung von Leistung, Hausaufgabensorgfalt und Bewertung der Hausaufgaben. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 22(34), 233-246.
- SchUG (Schulunterrichtsgesetz). (2022, 19. Februar). *Gesamte Rechtsvorschrift für Schulunterrichtsgesetz*. Zuletzt zugriffen am 19.02.2022 unter <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10009600>
- Schwemmer, H. (1980). *Was Hausaufgaben anrichten. Von der Fragwürdigkeit eines durch Jahrhunderte verewigten Tabus in der Hausaufgabenschule unserer Zeit*. Paderborn: Schöningh.
- Senator für Schulwesen Berlin. (1967). *Hausaufgaben. Bericht und Vorschlag einer vom Senator für Schulwesen eingesetzten Kommission*. Berlin: Verwaltungsdruckerei Berlin.
- Shan, P. (2018). Image segmentation method based on K-mean algorithm. *EURASIP Journal on Image and Video Processing*, (1), 1-9. Zuletzt zugriffen am 19.02.2022 unter <https://jivp-urasipjournals.springeropen.com/articles/10.1186/s13640-018-0322-6>
- Stender, P. (2021). *Heuristische Strategien in der Schulmathematik. Eine Methodendidaktik*. Berlin: Springer Spektrum.
- Stöcklin, M. (o. D.). *Clusteranalyse*. Basel: Universität Basel, Fakultät für Psychologie. Zuletzt zugriffen am 24.03.2022 unter <https://mmi.psychologie.unibas.ch/r-toolbox/Skripte/Clusteranalyse.pdf>
- Süss-Stepancik, E. (2015). Lerndokumentationen: Chance und Herausforderungen zur Entwicklung der Darstellungskompetenz beim Einsatz von Lernpfaden. In J. Roth, E. Süss-Stepancik & H. Wiesner (Hrsg.), *Medienvielfalt im Mathematikunterricht. Lernpfade als Weg zum Ziel* (S. 65-82). Wiesbaden: Springer.
- Texas Instruments Incorporated. (2022). *TI-Nspire™ CX II-T CAS*. Zuetzt zugriffen am 11.02.2022 unter <https://education.ti.com/de-at/produkte/taschenrechner/graphikrechner-und-cas/ti-nspire-cx-ii-cx-ii-cas>
- Thaller, V. (2018). *Hausübungen in der LehrerInnenausbildung – Welche Kompetenzen weisen angehende LehrerInnen hinsichtlich des Themas Hausübungen auf?* Dissertation. Linz: Universität Linz.
- Trautwein, U. & Köller, O. (2003). Was lange währt, wird nicht immer gut: Zur Rolle selbstregulativer Strategien bei der Hausaufgabenerledigung. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 17, 199-209.

- Trautwein, U., Köller, O. & Baumert, J. (2001). Lieber oft als viel: Hausaufgaben und die Entwicklung von Leistung und Interesse im Mathematik-Unterricht der 7. Jahrgangsstufe. *Zeitschrift für Pädagogik*, 47(5), 703-724.
- Trautwein, U., Lüdtke, O., Schnyder, I., & Niggli, A. (2006). Predicting Homework effort: Support for a domain-specific, multilevel homework model. *Journal of Educational Psychology*, 98(2), 438-456.
- Trudewind, C. & Wegge, J. (1989). Anregung – Instruktion – Kontrolle: Die verschiedenen Rollen der Eltern als Lehrer. *Unterrichtswissenschaft*, 17(2), 133-155.
- TU Darmstadt. (2022a). *CALiMERO (2005-2010)*. Zuletzt zugegriffen am 16.02.2022 unter https://www.mathematik.tu-darmstadt.de/didaktik/ag_forschung/did_forschung/did_projekte/pj_lehrerprofessionalisierung_unterrichtsentwicklung/projekt_calimero/index.de.jsp
- TU Darmstadt. (2022b). *TIM (2005-2007)*. Zuletzt zugegriffen am 08.02.2022 unter https://www.mathematik.tu-darmstadt.de/didaktik/ag_forschung/did_forschung/did_projekte/pj_lehrerprofessionalisierung_unterrichtsentwicklung/projekt_tim/index.de.jsp
- Ulovec, A. (2009). *Dynamische Geometriesoftware – innerhalb und außerhalb der Geometrie*. Vorträge der 30. LehrerInnenfortbildungstagung am 28. März 2008 an der Fakultät für Mathematik der Universität Wien, 132-139.
- Wagner, K. (1956). Zur Methodik der Erteilung von Hausaufgaben. *Pädagogik*, 11(11), 844-851 u. 11(12), 909-929.
- Weigand, H.-G. (2020). Was lehrt uns das „Lernen zuhause“ im Hinblick auf den (zukünftigen) Einsatz digitaler Technologien im Mathematikunterricht? *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 46(109), 63-67.
- Weigand, H.-G. & Weth, T. (2002). *Computer im Mathematikunterricht: neue Wege zu alten Zielen*. Heidelberg: Spektrum Akad. Verlag.
- Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen - eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17-31). Weinheim: Beltz.
- Wiedenbeck, M., & Züll, C. (2001). *Klassifikation mit Clusteranalyse: Grundlegende Techniken hierarchischer und K-means-Verfahren*. (Schriftreihe, ZUMA How-to, Nr. 10). Mannheim: Zentrum für Umfragen, Methoden und Analysen -ZUMA-. Zuletzt zugegriffen am 19.02.2022 unter https://www.ssoar.info/ssoar/bitstream/handle/document/20142/ssoar-2001-wiedenbeck_et_al-klassifikation_mit_clusteranalyse.pdf?sequence=1&isAllowed=y&lnkname=ssoar-2001-wiedenbeck_et_al-klassifikation_mit_clusteranalyse.pdf
- Wiener, N. (1923). *Collected works with commentaries*. Cambridge, Mass.: The MIT Press.

- Wiesner, H. & Wiesner-Steiner, A. (2015). Einschätzungen zu Lernpfaden – Eine empirische Exploration. In J. Roth, E. Süss-Stepancik & H. Wiesner (Hrsg.), *Medienvielfalt im Mathematikunterricht: Lernpfade als Weg zum Ziel* (S. 27-45). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Wikipedia. (2022, 15. Februar). *GeoGebra*. Zuletzt zugegriffen am 19.02.2022 unter <https://de.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>
- Windpessl, M. (2019). *Technologieeinsatz im Mathematikunterricht*. Graz: Karl-Franzes Universität, Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen.
- Wittmann, B. (1970). Vom Sinn und Unsinn der Hausaufgaben: empirische Untersuchung über ihre Durchführung und ihren Nutzen. In H. Heckel & P. Seipp (Hrsg.), *Schule in Staat und Gesellschaft* (Schriftreihe für Erziehung und Unterricht in der Schule, für Verwaltung, Soziologie und Wirtschaft des Bildungswesens). Berlin: Hermann Luchterhand Verlag.
- Wudtke, H. (1985). Hausaufgaben. In K. P. Hemmer & H. Wudtke (Hrsg.), *Enzyklopädie Erziehungswissenschaft* (Erziehung im Primarbereich Bd. 7, S. 333-337). Stuttgart: Klett-Cotta.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: GeoGebra-Ansichten und Werkzeugleiste	10
Abbildung 2: Eingabe von Befehlen in GeoGebra.....	10
Abbildung 3: TI-Nspire TM CX CAS und Casio Classpad II (FX-CP400)	13
Abbildung 4: Überlagerung importierter Bilder mit grafischen Elementen	14
Abbildung 5: Modellierungskreislauf nach Kaiser.....	19
Abbildung 6: Kompetenzmodell AHS.....	29
Abbildung 7: Kreativitätsspirale nach Buchberger	42
Abbildung 8: Bildschirmseite eines Lernpfads mit integriertem Aufgabe-, Arbeits- und Navigationsbereich.....	58
Abbildung 9: Lernpfad Lineare Funktionen – Übersicht	58
Abbildung 10: Lernpfad Lineare Funktionen mit interaktivem Arbeitsbereich	59
Abbildung 11: Lernpfad Lineare Funktionen - Auswirkungen der Parameter k und d.....	60
Abbildung 12: Lernpfad Lineare Funktionen - Ermitteln der Funktionsgleichung	60
Abbildung 13: Lernpfad Lineare Funktionen - Zuordnen von Funktionsgleichungen und - graphen	61
Abbildung 14: Hausaufgabenfunktionen.....	84
Abbildung 15: Geschlechterverteilung (li.) und besuchte Schulformen (re.).....	104
Abbildung 16: Alter (li.) und Endjahresnote (re.)	104
Abbildung 17: Bevorzugte Lösungsmethode bei Mathematikhausaufgaben (li.) und prozentuelle GeoGebra-Nutzung nach Geschlecht (re.).....	109
Abbildung 18: Mittelwerte verwendeter GeoGebra-Einsatzmöglichkeiten bei Mathematikhausaufgaben	114
Abbildung 19: Mittelwerte verwendeter GeoGebra-Tools bei Mathematikhausaufgaben	117
Abbildung 20: GeoGebra-Anwendungsbereiche nach Cluster	121
Abbildung 21: Clusterdiagramm GeoGebra-Anwendungsbereiche	121

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Interpretationsschema des Spearman'schen Rangkorrelationskoeffizienten	106
Tabelle 2: Deskriptive Statistik zur Einstellung von Schülerinnen und Schülern der 8. Klasse AHS gegenüber dem Fach Mathematik, Mathematikhausaufgaben und GeoGebra	110
Tabelle 3: Deskriptive Statistik zum GeoGebra-Nutzungsverhalten bei Mathematikhausaufgaben	114
Tabelle 4: Kategorisierung und Zuweisung der GeoGebra-Anwendungsbereiche nach dem arithmetischen Mittel.....	115
Tabelle 5: Deskriptive Statistik der von Schülerinnen und Schülern der 8. Klasse AHS verwendeten GeoGebra-Tools bei Mathematikhausaufgaben	116
Tabelle 6: Kategorisierung und Zuweisung der verwendeten GeoGebra-Tools nach dem arithmetischen Mittel.....	118

Anhang

Fragebogen zum GeoGebra-Nutzungsverhalten

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Die im Rahmen der Befragung erhobenen Daten werden in anonymisierter Form gespeichert. Ein Rückschluss auf deine Person ist daher nicht möglich. Es wird gewährleistet, dass die Daten nicht an Dritte weitergegeben und nach Beendigung der Arbeit komplett gelöscht werden. Bedenke bitte, dass die Teilnahme freiwillig ist und es keine falschen Antworten gibt.

Vielen Dank für eure Teilnahme!

Bitte kreuze die folgende Einverständniserklärung an, wenn du dazu bereit bist, an der Umfrage teilzunehmen.

- ☐ Ich bin einverstanden, an der Erhebung in anonymisierter Form teilzunehmen. Mir ist bewusst, dass ein Rückschluss auf meine Person nicht möglich ist, die Daten nicht an Dritte weitergegeben werden und nach Beendigung der Arbeit gelöscht werden. Ich nehme freiwillig an der Befragung teil.

Alter: _____	Geschlecht: ☐ männlich ☐ weiblich
Schultyp: ☐ Gymnasium ☐ Realgymnasium ☐ Wirtschaftliches Gymnasium ☐ Oberstufenrealgymnasium (ORG) ☐ Sonstige: _____	
Welche Endjahresnote hattest du im <u>letzten Schuljahr</u> (2019/20) im Fach Mathematik? ☐ Sehr gut ☐ Gut ☐ Befriedigend ☐ Genügend ☐ Nicht genügend	
Welche Halbjahresnote hattest du im <u>letzten Schuljahr</u> (2019/20) im Fach Mathematik? ☐ Sehr gut ☐ Gut ☐ Befriedigend ☐ Genügend ☐ Nicht genügend	
Wie stufst du dein persönliches Interesse am Fach Mathematik ein? mein Interesse ist sehr gering 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 mein Interesse ist sehr hoch ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	
Wie gewissenhaft machst du deine <u>Mathematikhausaufgaben</u>? ich bemühe mich gar nicht 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ich bemühe mich sehr ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	
Wie oft machst du selbstständig und ohne abzuschreiben <u>Mathematikhausaufgaben</u>? sehr selten 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 sehr oft ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	
Seit welcher Schulstufe verwendest du GeoGebra? ☐ 5. Schulstufe (1. Klasse Unterstufe) ☐ 9. Schulstufe (5. Klasse Oberstufe) ☐ 6. Schulstufe (2. Klasse Unterstufe) ☐ 10. Schulstufe (6. Klasse Oberstufe) ☐ 7. Schulstufe (3. Klasse Unterstufe) ☐ 11. Schulstufe (7. Klasse Oberstufe) ☐ 8. Schulstufe (4. Klasse Unterstufe) ☐ 12. Schulstufe (8. Klasse Oberstufe)	

Wie oft verwendet ihr GeoGebra im Mathematikunterricht?

sehr selten 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 sehr oft
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Wie oft verwendest du GeoGebra bei Mathematikhausaufgaben?

sehr selten 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 sehr oft
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Ich arbeite gerne mit GeoGebra.

trifft gar nicht zu 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 trifft sehr zu
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Wie schätzt du nach eigenem Ermessen deine Kenntnisse im Umgang mit GeoGebra ein?

ich kenne mich gar nicht aus 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ich kenne mich sehr gut aus
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Bevorzugst du es, Mathematikhausaufgaben händisch oder mit GeoGebra zu lösen, wenn beides gut möglich ist?

☐ händisch ☐ GeoGebra

Hast du zu Hause Zugang zu GeoGebra?

☐ Ja ☐ Nein

Bei Mathematikhausaufgaben verwende ich GeoGebra, um möglichst schnell und einfach auf die Lösung zu kommen, d.h. ich tippe lediglich die gelernten Befehle in GeoGebra ein und notiere anschließend das Ergebnis. (z.B. Gleichungen und Gleichungssysteme lösen, Berechnung von Integralen und Ableitungen)

trifft gar nicht zu 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 trifft sehr zu
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Bei Mathematikhausaufgaben verwende ich GeoGebra zur Kontrolle, d.h. ich rechne die Hausaufgaben zuerst mit der Hand und kontrolliere anschließend mein Ergebnis mit GeoGebra.

trifft gar nicht zu 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 trifft sehr zu
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Bei Mathematikhausaufgaben verwende ich GeoGebra zur Veranschaulichung, d.h. ich nütze GeoGebra, um mir die zugrundeliegenden Zusammenhänge besser vorstellen zu können. (z.B. Schneiden von Ebene und Gerade, Funktionsgraphen zeichnen, etc.).

trifft gar nicht zu 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 trifft sehr zu
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Bei Mathematikhausaufgaben verwende ich GeoGebra zum Experimentieren und Erforschen, d.h. ich versuche mit den mir bekannten Befehlen und Werkzeugen von GeoGebra zu Erkenntnissen und Vermutungen zu kommen. (Eine mögliche Aufgabenstellung hierzu könnte lauten: Stelle fest, welche Auswirkungen die Parameter a und b auf den Verlauf des Funktionsgraphen $f(x) = \frac{x-a}{x-b}$ haben.)

trifft gar nicht zu 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 trifft sehr zu
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Wie oft verwendest du die folgenden Ansichten von GeoGebra bei Mathematikhausaufgaben?

	sehr selten	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	sehr oft
CAS-Ansicht		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Tabellen-Ansicht		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Grafik-Ansicht		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
3D-Grafik-Ansicht		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Algebra-Ansicht		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Wahrscheinlichkeitsrechner		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	

Wie oft verwendest du GeoGebra zur Bearbeitung der folgenden Aufgaben im Rahmen von Mathematikhausaufgaben?

	sehr selten	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	sehr oft
Funktionsgraphen zeichnen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Gleichungen lösen und umformen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Gleichungssysteme lösen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Ableitungen bestimmen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Funktionsuntersuchungen (Berechnung von Nullstellen, Extremstellen, Wendestellen, etc.)		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Umgekehrte Funktionsuntersuchungen (Funktionen aufstellen mittels Punkten und Eigenschaften)		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	

	sehr selten	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	sehr oft
Tangentengleichungen aufstellen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Steigungswinkel einer Funktion berechnen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Schnittpunkte zweier Funktionen berechnen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Schnittwinkel zwischen zwei Funktionen berechnen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Integrale berechnen (Stammfunktionen, Flächeninhalte, Volumina etc.)		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Wahrscheinlichkeiten mit Binomialverteilung berechnen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Wahrscheinlichkeiten mit Normalverteilung berechnen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Konfidenzintervalle bestimmen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Testen von Hypothesen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Aufgaben aus der beschreibenden Statistik lösen (arithmetisches Mittel, Standardabweichung, Häufigkeiten etc.)		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Diagramme erstellen (Balkendiagramm, Histogramm, Boxplot, etc.)		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Einfache Aufgaben aus der Trigonometrie (Berechnungen von Sinus-, Cosinus- und Tangenswerten bei vorgegebenen Winkeln und umgekehrt)		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Einfache Aufgaben aus der Vektorrechnung (Vektoraddition, Länge, Skalarprodukt, Kreuzprodukt, Einheitsvektor, etc.)		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Lagebeziehungen von Geraden bzw. Ebenen bestimmen		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	