



universität
wien

DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„Absprungverhalten von Tennisbällen bei Top und
Backspin“

verfasst von / submitted by

Patrick Wöckl

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree
of

Magister der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat)

Wien, 2019 / Vienna, 2019

Studienkennzahl lt. Studienblatt / A 190 482 412
degree programme code as it appears on
the student record sheet:

Studienrichtung lt. Studienblatt / Lehramtsstudium UF Bewegung und Sport UF Physik
degree programme as it appears on
the student record sheet:

Betreut von / Supervisor:

Univ.-Prof. Dipl.-Ing .Dr. Arnold Baca

Mitbetreut von / Co-Supervisor:

Kurzfassung

Die folgende Arbeit beschäftigt sich mit dem Absprungverhalten von Tennisbällen. Die Flugbahn vor dem Aufprall soll Aufschlüsse über den Ausflugwinkel eines Tennisballes nach dem Bodenkontakt liefern.

Ausgehend von einer hermeneutischen Arbeit werden zunächst typische Literaturwerte zur Beschreibung eines Abpralls von einem Ball an einer Oberfläche aufgearbeitet. Weiterführend richtet sich die Betrachtung auf vorhandene mathematische Beschreibungen eines Ballkontaktes. Die diversen Modelle werden in einem Beispiel gegenübergestellt und ihre Tauglichkeit zur Vorhersage diskutiert.

Um die Praxistauglichkeit der Theorie zu überprüfen, wird im praktischen Teil der Arbeit eine Testreihe durchgeführt. Diese soll das Absprungverhalten eines Tennisballes auf unterschiedlichen Oberflächen bei unterschiedlichen Einflugwinkeln analysieren.

Als Abschluss werden die Daten der Testreihe mit errechneten Vorhersagen verglichen. Unter Variation von zulässigen Abweichungen wird die Möglichkeit der Vorhersage von Ballflugbahnen überprüft.

Abstract

This thesis is about the bounce of tennisballs. The goal is to derive the outcoming angle after the ball bounces off a surface using only the basic parameters of an incoming ball.

Beginning with a hermeneutic approach typical factors that influence the ball are brought up and discussed. Furthermore preexisting mathematical models of bouncing tennisballs are discussed and their ability to predict the outcome of a bounce is compared.

The models continue to be tested in practical environments. A series of practical tests is conducted to observe the bounce of a tennisball on different surfaces and trajectories.

In the final part the data from the test will be compared to the predictions derived from the mathematical models.

1 Inhaltsverzeichnis

2	Einleitung	10
3	Hermeneutische Aufarbeitung	10
3.1	Faktoren aus der Literatur, welche den Ball beeinflussen: COR	11
3.2	Faktoren aus der Literatur, welche den Ball beeinflussen: COF	15
3.3	Faktoren aus der Literatur, welche den Ball beeinflussen: CPR	16
3.4	Messung des CPR	18
3.5	Kritik an CPR	20
3.6	Abschließendes zu CPR	21
4	Mathematische/Mechanische Betrachtungsweise	22
4.1	Aerodynamik und Rotation des Balles und Spinkomponente	23
4.2	Bälle ohne Spin - Vergleich mit anderen Sportarten und Bedeutung im Tennis	23
4.3	Aerodynamik von Bällen unter Einfluss von Spin- Top und Backspin	26
5	Modellierung des Ballkontaktes	28
5.1	Vertikale Komponente ohne Spin	29
5.2	Horizontale Komponente ohne Spin	32
5.3	Bodenkontakt des Balles mit Spin	33
5.4	Modellierung des Aufpralles	34
5.4.1	Anwendung des Reflexionsgesetzes auf das Abprallen des Balles	34
5.4.2	Abprallen nach Fogmountain Tennis	35
5.5	Abprall nach Brody, Das Brody Bounce Model	36
5.6	Abprallen nach Rod Cross	37
5.6.1	Zusätzliche Effekte beim Abprallen und horizontaler COF	43
5.6.2	Rod Cross Zusammenfassung	44
6	Vermutungen zum tatsächlichen Absprungverhalten	45
7	Abschätzung mit realistischen Werten Brody bounce Model	47
8	Abschätzung mit realistischen Werten Abprall nach Rod Cross	49

8.1	Diskussion der Berechnung und Hypothesen für praktische Tests	50
9	Tests.....	51
9.1	Kamera.....	52
9.2	Ballkanone	52
9.3	Ermitteln des COR bzw. COF	53
9.4	Tennisbälle	54
9.5	Testreihen	54
9.6	Software und Videoauswertung.....	56
9.7	Ermittelte Literaturwerte COR	58
9.7.1	Labor.....	58
9.8	Tennisplatz	61
9.9	Hartplatz	62
9.10	Ermittelte Literaturwerte COF	63
9.11	Labor.....	63
9.12	Tennisplatz	63
9.13	Hartplatz	64
9.14	Zusammenfassung der COF-Werte	64
9.15	Auswertung der Messreihen	65
9.15.1	Messwerttabelle	65
9.15.2	Labor.....	68
9.15.3	Tennisplatz	70
9.15.4	Hartplatz	73
9.15.5	Zusammenhänge aus den Messreihen	74
9.16	Vergleich berechneter Ergebnisse und realer Werte	75
9.16.1	Veränderliche Parameter	75
9.17	Methode	76
9.17.1	Zellenzusammenhänge	76

9.17.2	Ergebnisse des Solvers	77
9.18	Diskussion der Ergebnisse.....	81
9.19	Auswirkung der Grenzen des Solvers	81
10	Aussicht	85
11	Literaturverzeichnis	86
	Abbildungen	89
	Tabellenverzeichnis.....	91
	Symbolverzeichnis	91

2 Einleitung

Ein Tennisball, welcher mit einer Vorwärtsrotation oder Topspin geschlagen wird, erhöht beim Auftreffen auf den Boden seine Geschwindigkeit. Somit sollte der Absprungwinkel relativ zum Boden kleiner ausfallen als der Einflugwinkel. Wenn der Ball jedoch mit einem Backspin geschlagen wird, ist der Absprungwinkel relativ zum Boden größer als der Einflugwinkel.

So schreiben Cross und Lindsey: Treffen zwei Bälle mit gleicher Geschwindigkeit und gleichem Winkel auf den Boden auf, springt der Ball mit Topspin schneller und flacher ab als der Ball mit Backspin (vgl. Brody, Cross, & Lindsey, 2002).

So wurde es auch in der Biomechanik Vorlesung im Kapitel zu Rotation auf der Schmelz besprochen. Jedoch wurde eine Quelle gefunden, welche nicht mit dieser Theorie einhergeht.

Eine Studie von Wong und Wang postuliert auch bei Topspin einen steileren Absprung- als Einflugwinkel (vgl. Wong & Wang, 2001).

Das Absprungsverhalten des Balles im Detail hängt von mehreren Faktoren, wie der Reibung zwischen Belag und Ball, elastischen und plastischen Verformungen des Balles und des Untergrundes, sowie den translatorischen und rotatorischen Komponenten der Ballbewegung ab.

Diese Faktoren sollen zuerst hermeneutisch aufgearbeitet werden. Auf dieser Basis wird eine Vermutung getroffen, von welchen Faktoren das tatsächliche Absprungsverhalten von Tennisbällen abhängig ist. Diese Vermutungen werden im Anschluss mit Hilfe einer Ballmaschine und einer Hochgeschwindigkeitskamera überprüft.

3 Hermeneutische Aufarbeitung

Die Gliederung der hermeneutischen Aufarbeitung führt zuerst über die im Tennis am häufigsten benützten Faktoren zur Beschreibung des Ball und Platzeigenschaften.

Zuerst den COR (coefficient of restitution), welcher das vertikale Absprungsverhalten beschreibt.

Im Anschluss den COF (coefficient of friction), welcher die Reibungseffekte zwischen Boden und Ball benennt.

Diese beiden Faktoren werden im Tennissport zu einem gemeinsamen Faktor, dem Court Pace Rating (CPR) zusammengefasst. Dies gilt auch im Profitennis als Anhaltspunkt wie schnell oder langsam sich der jeweilige Tennisplatz spielt.

Das Flug und Absprungsverhalten wird in Form von Modellen vorgestellt. Diese beinhalten zu Beginn starke Vereinfachungen. Gegen Ende des jeweiligen Kapitels werden die Vereinfachungen reduziert. Daraus erfolgen komplexere, aber auch realistischere Modelle bezüglich des Ballverhaltens.

3.1 Faktoren aus der Literatur, welche den Ball beeinflussen: COR

Tennismatches sollten unter gleichen oder ähnlichen Bedingungen stattfinden. Insbesondere im Profisport wird versucht die Plätze relativ zueinander vergleichen zu können. Dies versucht man auch in der Tennisliteratur über die Zahlenwerte von zwei Faktoren- nämlich den COF (Coefficient of friction) und den COR (coefficient of restitution). Diese bestimmen auch das Absprungsverhalten des Balles, wenn er den Platz nach einem Schlag berührt und wieder verlässt. Die Messung des COR erfolgt in vertikaler Bewegungsrichtung und ohne Eigenrotation.

Der Wert ist folgendermaßen definiert:

$$COR \equiv \frac{v'}{v_o} \quad (1)$$

Wobei v_o die ursprüngliche Geschwindigkeit und v' die Geschwindigkeit nach dem Aufprall am Boden darstellt (vgl. Roux, 2007). Der COR beschreibt also ein Verhältnis zwischen ursprünglicher- und Abprallgeschwindigkeit. Der Minimalwert liegt bei 0, was einem Ball entsprechen würde, welcher nicht mehr vom Boden zurückspringt. Der Maximalwert beträgt 1, was einem perfekten elastischen Stoß entsprechen würde.

In der realen Welt kann es keinen perfekten elastischen Stoß geben. Das heißt, die beim Aufprall gespeicherte Energie kann nicht vollständig in Bewegungsenergie übersetzt werden. Das bedeutet, dass die Abprallgeschwindigkeit immer kleiner sein wird als die Einfluggeschwindigkeit. Die grafische Darstellung dazu ist gewissermaßen mit dem Carnot-Prozess oder einer Hysteresekurve beim Magneten vergleichbar. Hier wird der Kraftverlauf beim Ein- bzw. Ausfedern des Balles gezeigt.

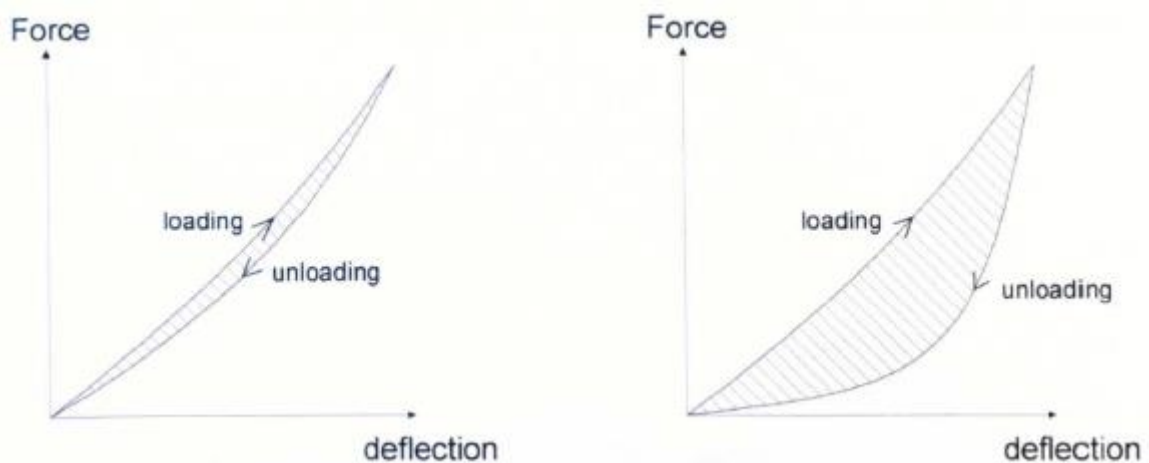


Abbildung 1 Kraft-Ablenkungskurve, Die schraffierten Flächen beschreiben den Energieverlust beim Auf- und Abprallen (Richard John Dignall, 2004, p. 41)

Laut ATP Reglementier muss ein Tennisball, welcher von einer Höhe von 254 cm fallen gelassen wird nach dem Aufprall eine Höhe zwischen 135cm und 147cm erreichen (vgl.Roux, 2007) bzw. (ATP, 2018).

Ausgehend von diesen Vorgaben kann der COR berechnet werden. Wichtig ist dabei, dass der Luftwiderstand vernachlässigt werden soll. Die Geschwindigkeit eines Objektes, welches von 254cm fallen gelassen wird, berechnet sich wie folgt:

$$v = \sqrt{2 * h * g}$$

h ... Fallhöhe in Meter

g ... Erdbeschleunigung $9,81 \frac{m}{s^2}$

(2)

Daraus ergibt sich eine Geschwindigkeit beim Aufprall von $v = 7,06 \frac{m}{s}$.

Unter Verwendung von (2) ergeben sich auch die Absprunggeschwindigkeiten für 135cm und 147cm Höhe. Für 135cm beträgt diese $5,15 \frac{m}{s}$ und für 147cm $5,37 \frac{m}{s}$.

Wenn diese Werte in (1) eingesetzt werden ergeben, sind die für die ATP zulässigen COR Werte zwischen 0,73 und 0,76 (vgl.Roux, 2007) . Dieser Wert ist jedoch nicht nur vom Boden abhängig. Auch die Beschaffenheit des Balles bzw. auch die Dichte der Luft spielen eine Rolle.

Der Wert des COR ist nicht statisch. Gilardi beschreibt die theoretische Veränderung des COR in Abhängigkeit der Einfluggeschwindigkeit. Der COR tendiert bei größer werdender Geschwindigkeit zu kleineren Werten (vgl.G. Gilardi, 2002).

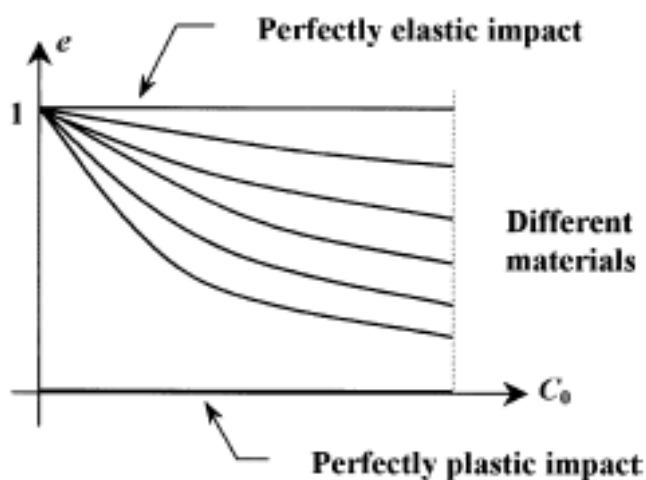


Abbildung 2 COR als Funktion der Einfluggeschwindigkeit (vgl.G. Gilardi, 2002)

Diese Vorhersage konnte experimentell bestätigt werden.

Haron schrieb unter anderem als Conclusio in einer Studie zum COR von Bällen im Sport: Der Wert von COR wird kleiner, wenn die Fallhöhe vergrößert wird bzw. die Einfluggeschwindigkeit höher wird (vgl.Adli Haron, 2016).

Hierbei sei angemerkt, dass in der Studie keine Tennisbälle getestet wurden. Das Paper beschränkte sich auf Golfbälle, Tischtennisbälle, Hockeybälle bzw. Cricketbälle.

Roux schrieb 2007 über den COR von Tennisbällen. Wie theoretisch vorhergesagt wird, auch hier der COR kleiner, wenn die Einfluggeschwindigkeit größer wird (vgl.Roux, 2007).

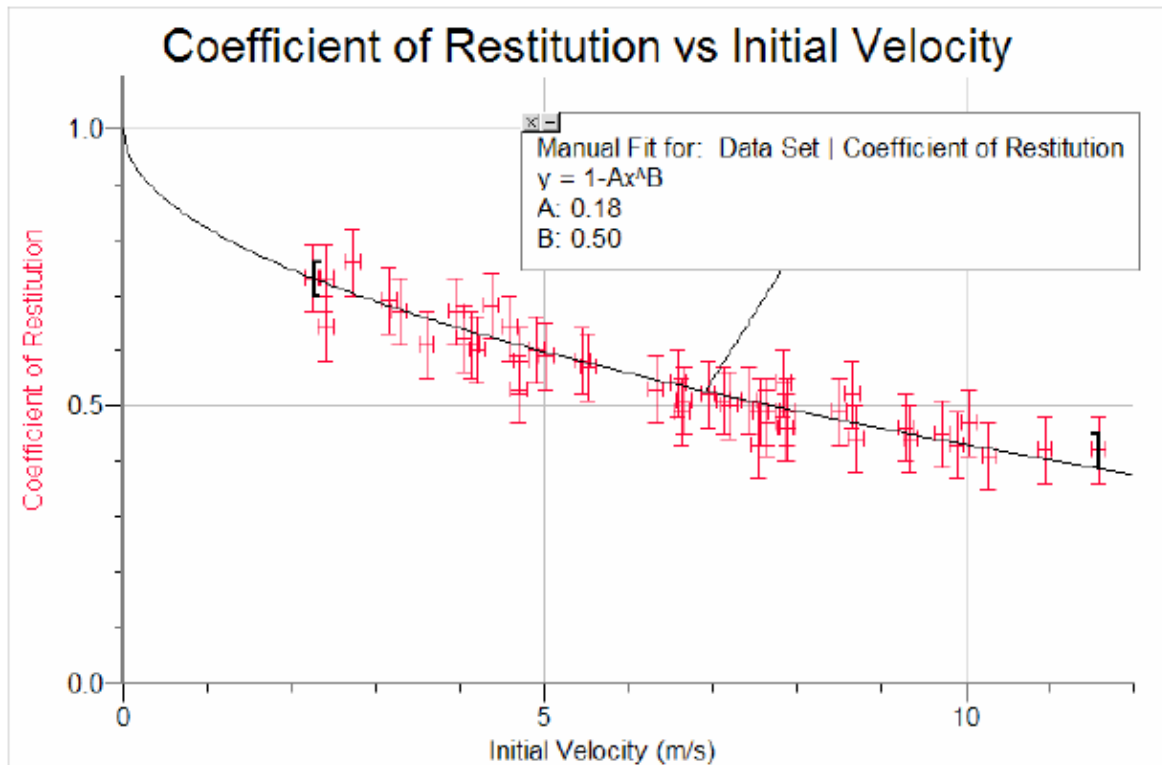


Abbildung 3: Die Grafik zeigt die Relation zwischen der Ursprünglichen Geschwindigkeit und dem COR. (Roux, 2007)

Mit Hilfe der gewonnenen Werte konnte eine Formel erstellt werden, welche den Zusammenhang zwischen Initialgeschwindigkeit und dem COR zeigt (3). Hierbei sei angemerkt, dass die Vorhersage in der Studie nur schwach bestätigt wurde, da aufgrund der Messmethode relativ große Unsicherheiten aufgetreten sind.

Auch haben die Autoren angemerkt, dass sie etwas ältere Tennisbälle verwendet haben, die nicht den ITF Standards entsprechen (vgl. Roux, 2007).

Die Formel mit durch die Messung bedingten Abweichungen lautet:

$$COR = 1 - (0,18 \pm 0,07)(v_i)^{(0,5 \pm 0,1)} \quad (3)$$

Nicht alle Tennisplätze sind ATP-tauglich. Die ITF testet Tennisplätze in einem breiteren Spektrum. Die Werte reichen von 0,7 – 0,98 (siehe Abbildung 6). Der Wertebereich, welchen die ATP zulässt, ist laut ITF in der Kategorie Low ($\leq 0,78$) vertreten (ITF, 2018a).

Der COR ist auch von der Temperatur abhängig. Wenn für ein Turnier das Court Pace Rating (CPR) bestimmt werden soll, muss der Temperaturabhängige COR ermittelt werden.

Die Definition lautet (ITF, 2018a):

$$e_T = COR + c(23 - T) \quad (4)$$

c ...Temperaturkoeffizient (0,003)

e_T ...Temperaturabhängiger COR

T ...Durchschnittliche Balltemperatur für den jeweiligen Testort (°C)

Aus der Gleichung kann man erkennen, dass die Standardtemperatur 23°C beträgt. Unterschiede von diesem Wert bewirken eine Abweichung beim COR von $\frac{0,003}{^\circ\text{C}}$.

Bei extremen Temperaturen, wie sie z.B. bei den Australian open auftreten können, übersteigt die Veränderung des COR das gesamte zulässige Spektrum. Bei dem diesjährigen Event stieg die Temperatur auf 40°C (The Guardian, 2018), was eine Veränderung des COR von 0,051 bewirkt. Die gilt natürlich nur, wenn die gleichen Bälle verwendet werden. Um die Richtlinien der ATP bezüglich des COR einhalten zu können, müssten die Bälle bei solch extremen Temperaturen ausgetauscht werden.

3.2 Faktoren aus der Literatur, welche den Ball beeinflussen: COF

Der COF oder Coefficient of friction beschreibt den Reibungskoeffizienten zwischen Ball und Spielfläche. Gemessen werden wie schon beim COR rotationslose Bälle. Der COF ist ausschlaggebend, wie viel Rotation ein Ball beim Bodenkontakt dazugewinnt oder verliert. Der COF ist laut ITF folgendermaßen definiert (ITF, 2018a):

$$COF = \frac{v_{ix} - v_{fx}}{v_{iy} * (1 + COR)} \quad (5)$$

v_{ix} ... horizontale Einfluggeschwindigkeit

v_{fx} ... horizontale Abfluggeschwindigkeit

v_{iy} ... vertikale Einfluggeschwindigkeit

COR ... Coefficient of Restitution

Man kann in (5) erkennen, dass der COF vom COR abhängt. Auf ITF geprüften Tennisplätzen beträgt der COF zwischen 0,4 und 0,88. Die Werte werden in drei Kategorien eingeteilt.

Category	COR	COF
High	≥ 0.85	≥ 0.71
Medium	0.79-0.84	0.56-0.70
Low	≤ 0.78	≤ 0.55

Abbildung 4: Einteilung COR und COF Werte durch die ITF (ITF, 2018a)

Gemessen wird der Courtspeed nach ITF-Standard. Mit dem eigens entwickelten Gerät "Surface Pace Rating Apparatus".

3.3 Faktoren aus der Literatur, welche den Ball beeinflussen: CPR

Der CPR (Court Pace Rating) setzt sich aus den oben beschriebenen Faktoren COF und COR zusammen. Dieses Konzept inkludiert:

- Reibung, welche primär die horizontale Geschwindigkeitsreduktion bestimmt und durch den COF beschrieben wird
- Vertikales Absprungsverhalten des Balles, welches durch den COR beschrieben wird

Laut ITF ist der CPR folgendermaßen definiert (ITF, 2018a):

$$CPR = 100(1 - COF) + a(b - e_T) \quad (6)$$

a ... Konstante (150)

b ... Durchschnittskoeffizient des Absprungverhalten aller Plätze (0,81)

Tennisplätze werden mit Hilfe des CPR folgendermaßen klassifiziert (vgl. ITF, 2018a).

Category	CPR
Slow	≤29
Medium-Slow	30-34
Medium	35-39
Medium-Fast	40-44
Fast	≥45

Abbildung 5 CPR Einteilung nach ITF (ITF, 2018a)

Die Messungen der ITF ergeben ein Spektrum aus Wertepaaren von COR und COF, welche dann der CPR ergeben. *Abbildung 6* stellt die Kombinationen aus COR und COF grafisch dar.

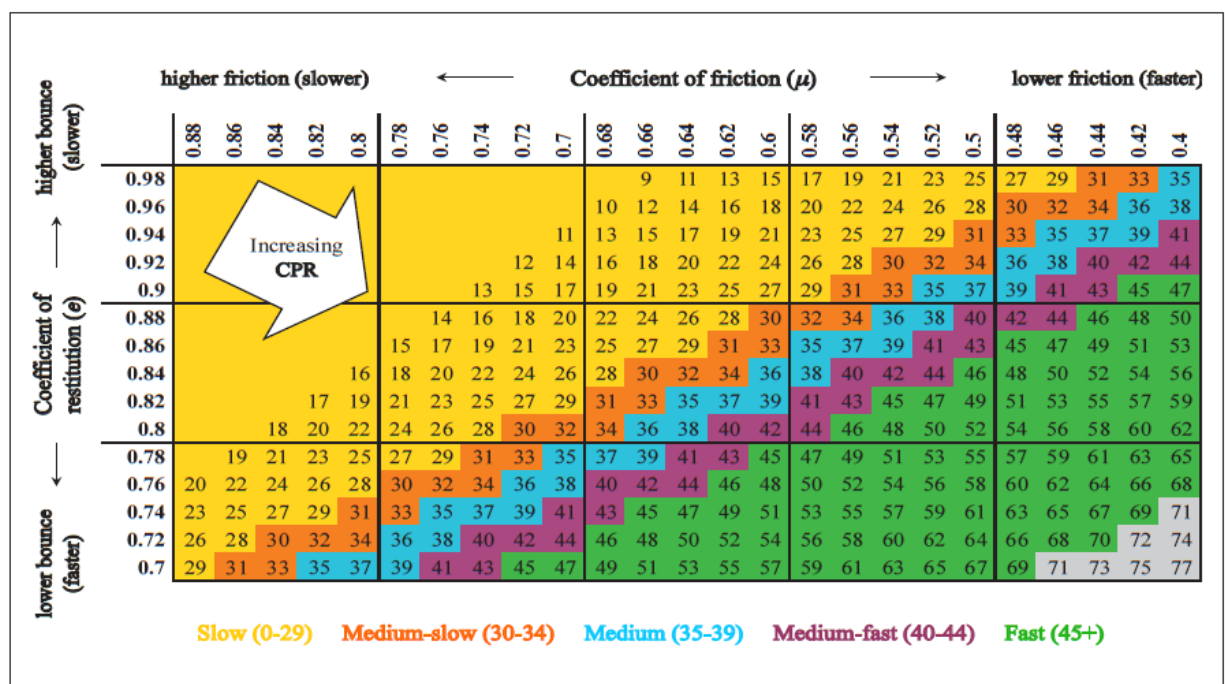


Abbildung 6 Grafische Darstellung von COR und COF (ITF, 2010, p. 42)

3.4 Messung des CPR

Die offizielle Messung des CPR wird durch die ITF mit einer eigens entwickelten Maschine durchgeführt (Schematik siehe *Abbildung 8*). Dieser "Surface Pace Rating Apparatus" besteht aus einer hochpräzisen Ballkanone und photoelektrischen Sensoren, welche die Geschwindigkeit vor und nach dem Bodenkontakt des Balles messen. Für diese Art von Messung werden spezielle Bälle mit geringen Toleranzen verwendet. *Abbildung 7* zeigt die Spezifikationen für solche Bälle.

Type of ball	Pressurised
Mass	57.6 ± 0.3 g
Diameter	6.60 ± 0.05 cm (2.598 ± 0.020 inches)
Forward Deformation	0.64 ± 0.04 cm (0.252 ± 0.016 inches)
Return Deformation	0.94 ± 0.14 cm (0.370 ± 0.055 inches)
Rebound	141 ± 1 cm (55.5 ± 0.4 inches)
Woven Cloth	$55 \pm 5\%$ wool, $45 \pm 5\%$ nylon

Abbildung 7 ("ITF Tennis - TECHNICAL")

Der Ball soll einen Aufprallwinkel von $16,0 \pm 2^\circ$ und eine Geschwindigkeit von $30,0 \pm 2 \frac{m}{s}$ aufweisen. Der Ball sollte mit drei Umdrehungen pro Sekunde oder weniger abgeschossen werden.

Die Testbälle werden jeweils drei Mal auf die Oberfläche geschossen. Bei Sandplätzen muss die Oberfläche zwischen den einzelnen Tests erneuert werden, um vergleichbare Ergebnisse zu erhalten. Weiters ist bei Plätzen, welche einen Faserverlauf aufweisen (z.B. Gras) in Spielrichtung zu messen (vgl.ITF, 2018a).

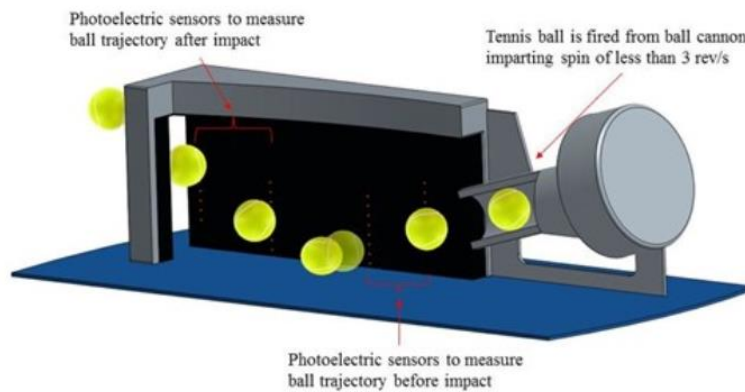


Abbildung 8 Schematik des Surface Pace Apparatus (ITF, 2018a)

Da der Surface Pace Rating Apparatus zum einen recht teuer und zum anderen schwer zu bedienen ist, gab es in der Vergangenheit seitens der ITF Bemühungen einen geeigneten Ersatz zu finden. Kommerzielle Maschinen wie das Tortus-Gerät und das von der ITF entwickelte Haines-Pendel wurden getestet.

Beim Haines Pendel wird ein Tennisball am Ende eines Pendels fixiert, welches über den Boden streicht. Der Unterschied zwischen Anfangs- und Endhöhe des Pendels gibt Aufschluss über die Reibung zwischen Belag und Ball (vgl. Rod Cross, 2003, p. 93).

Das Tortus Gerät wurde ursprünglich zur Reibungsmessung und Risikominimierung an Arbeitsplätzen konzipiert. Jedoch kann es bis zu einem gewissen Grad auch auf Tennisplätzen eingesetzt werden. Hierbei fährt das Gerät selbstständig in einer geraden Linie und schleift dabei ein Gewicht über den Boden. Der Widerstand, den das Gerät beim Vorwärts fahren erfährt, ist abhängig vom Reibungskoeffizienten zwischen Oberfläche und dem Schleifgewicht. Der Einsatz dieses Gerätes ist auf relativ ebene und glatte Oberflächen beschränkt. Für Gras und Sandplätze ist das Gerät nicht geeignet (vgl. Rod Cross, 2003, p. 94).

Rod Cross entwickelte auch eine eigene Methode den COF zu ermitteln. In dieser werden mehrere Bälle an einer beschwerten Box fixiert und diese mit einer konstanten Geschwindigkeit über den Platz gezogen. Der dabei auftretende Widerstand korreliert mit der Reibungskraft und damit mit dem COF. Rod Cross relativiert die Methode etwas, da der zeitliche Verlauf des Bodenkontaktes im Spiel anders ist als im vorgeschlagenen Test (vgl. Rod Cross, 2006, p. 2).

3.5 Kritik an CPR

Der erste Kritikpunkt an der Messung des CPR kommt von Rod Cross. Zum einen handelt es sich um recht teures Equipment (50000-60000\$), welches eine Fachkraft zur Bedienung benötigt. (vgl. Rod Cross, 2003, p. 93) bzw. (vgl. Rod Cross, 2006). Dieses Problem wurde mit kostengünstigeren Geräten wie dem Haines-Pendel oder dem Tortus-Gerät zumindest teilweise gelöst.

Aber auch methodische Kritiken werden geäußert. Die Blogseite Fogmountain Tennis thematisiert Neuigkeiten aus der Tenniswelt und betreibt empirische Analysen über das Tennisspiel sowie TennisspielerInnen. Sie kritisiert die Subjektivität der von der ITF verwendeten Formel (6). Die Werte für COF und COR sind soweit in Ordnung, da sie aus reproduzierbaren Messungen stammen müssen. Die Werte, welche als konstant angenommen werden (a bzw. b) sind laut dem Artikel recht subjektiv. Die Konstante a wird laut ITF als "pace perception constant" genannt und ohne weitere Beschreibung auf 150 gesetzt. Die Konstante b wird als durchschnittlicher Wert des Absprungverhaltens angegeben, wobei auch hier auf eine Herleitung oder Beschreibung von Messungen verzichtet wird. Fogmountain Tennis kritisiert hier insbesondere, als dass der Betrachter dieses Wertes nicht weiß, welcher Gewichtung dieser Durchschnittswert unterliegt (vgl. "The Physics and Perception of Court Speed," 2014).

Von der Seite Fogmountain Tennis stammt noch ein weiterer Kritikpunkt. Die ITF nimmt in ihrem vereinfachten System an, dass die Spielfläche starr ist. Dies ist auf Hartplätzen in guter Näherung zutreffend. Auf Sandplätzen jedoch, wo die Bälle sichtbare Abdrücke hinterlassen, ist dieses Modell nicht genau zutreffend. Der Artikel gibt einen Anstoß zur Modellierung dieses Problems, arbeitet ihn jedoch nicht aus. Hierbei wird angenommen, dass der Ball als Reaktion auf die ihm entgegengebrachte Reibung eine kleine Menge Material vor sich schiebt. Dies erzeugt eine kleine Rampe, von der der Ball steiler abspringt (vgl. "The Physics and Perception of Court Speed," 2014).

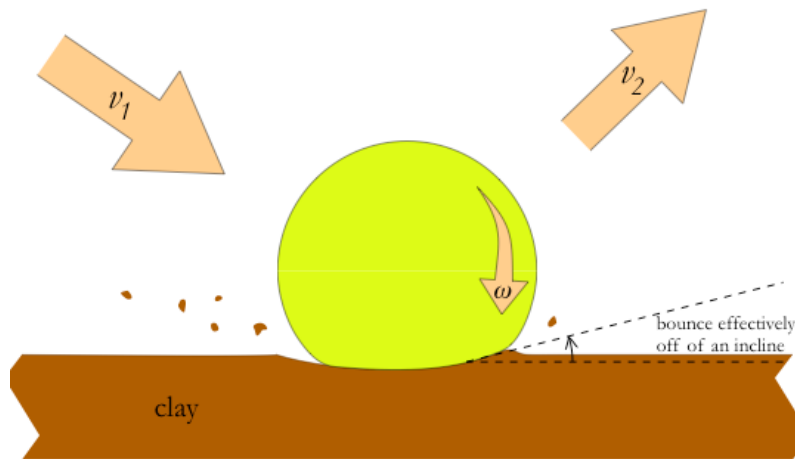


Abbildung 9 Ball, welcher von einer kleinen Rampe abspringt ("The Physics and Perception of Court Speed," 2014)

3.6 Abschließendes zu CPR

Wie zu Beginn erwähnt soll der CPR dazu dienen verschiedene Tennisplätze miteinander vergleichen zu können. Insbesondere in großen Tunierserien ist man bemüht den Sportlern über die Saison ein konstantes Spielgefühl zu geben. Dies führt in der Tennisfangemeinde zu Meinungsverschiedenheiten. Kritiker von diesem Vorhaben meinen, dass damit die Matches alle gleich gespielt werden es damit individuelle Spielstile seltener werden. Dass manche Spieler auf bestimmten Oberflächen deutlich höhere Leistungen vollbringen, zeigt Jeff Sackmann in einem Beitrag zu Surface Speeds. *Abbildung 10* zeigt ein ELO-Verhältnis von Sandplatz zu Hartplatz. Je höher der Zahlenwert, desto stärker spielt der jeweilige Spieler auf Sand im Verhältnis zum Hartplatz. Zwei der drei besten Sandspieler (Nadal und Thiem) sind in dieser Liste vertreten (vgl. Jeff Sackmann, 2018).

Player	Clay Elo	Hard Elo	Ratio
Dominic Thiem	2234	1869	1.20
Simone Bolelli	1834	1634	1.12
Rafael Nadal	2410	2182	1.10
Albert Ramos	1873	1696	1.10
Federico Delbonis	1869	1696	1.10
Pablo Carreno Busta	1921	1746	1.10
Pablo Cuevas	1873	1709	1.10
Nicolas Almagro	1903	1755	1.08
Karen Khachanov	1838	1701	1.08
Leonardo Mayer	1878	1741	1.08
Aljaz Bedene	1826	1695	1.08
David Ferrer	2017	1894	1.07
Philipp Kohlschreiber	1951	1845	1.06
Stan Wawrinka	2138	2027	1.06
Martin Klizan	1800	1709	1.05
Guido Pella	1825	1744	1.05
Borna Coric	1830	1760	1.04
Fernando Verdasco	1863	1794	1.04
Alexander Zverev	2067	1997	1.04
Feliciano Lopez	1830	1772	1.03

Abbildung 10 Hartplatz zu Sandplatz ELO-verhältnis (vgl. Jeff Sackmann, 2018)

4 Mathematische/Mechanische Betrachtungsweise

Im folgenden Kapitel soll der Flug und Bodenkontakt des Balles anhand von physikalischen Gesetzen und erleichternden Annahmen hergeleitet werden.

Im ersten Teil wird das Flugverhalten ohne und mit Spin betrachtet und hergeleitet. Ebenfalls wird die Aerodynamik des Balles beschrieben und Ableitungen für den Bodenkontakt gemacht.

Danach wird der Ballkontakt mit dem Boden unter Vereinfachungen modelliert. Dies geschieht durch eine Aufteilung in zwei Geschwindigkeitskomponenten.

Im dritten Teil wird der Bodenkontakt des Balles ganzheitlich modelliert. Ausgehend von stark vereinfachten Modellen sollen gegen Ende des Kapitels weniger vereinfachte und damit realistischere Modelle vorgestellt werden.

Als Abschluss dieses Kapitels werden die gewonnenen Erkenntnisse kombiniert. Resultieren soll eine Vermutung, wie ein Tennisball mit Top oder Backspin relativ zu seiner Bewegungsrichtung, Geschwindigkeit und Einflugwinkel vom Boden abprallt.

4.1 Aerodynamik und Rotation des Balles und Spinkomponente

Dieses Kapitel dient als Einleitung zur mechanischen Modellierung des Tennisballfluges. Für die Arbeit ist dies insofern wichtig, als dass Flugverhalten durch eine Eigenrotation des Balles beeinflusst wird. Daraus resultieren andere Einflugwinkel bzw. Absprungwinkel.

In weiteren Kapiteln wird die Spinkomponente interessant, als dass sie bei Backspin den Boden und damit das Absprungsverhalten weiter beeinflussen kann.

4.2 Bälle ohne Spin - Vergleich mit anderen Sportarten und Bedeutung im Tennis

Wenn ein Ball ohne Spin durch die Luft fliegt umströmt ihn die umgebende Luft symmetrisch. Die Luft wird sozusagen durch den Ball getrennt und fügt sich nach dem durchfliegen des Balles wieder zusammen.

Ab einer gewissen "kritischen" Geschwindigkeit geht diese Luftströmung von Laminar zu turbulent über. Turbulente Luftströmung verursacht einen größeren Luftwiderstand auf den Ball. Diese turbulente Strömung tritt bei einem spinlosen Ball an der Unter-sowie der Oberseite gleichmäßig auf. Dadurch ändert sich die Flugbahn nicht plötzlich in eine Richtung.

Wenn die Strömung auf einer Ballseite nun turbulent und auf der anderen laminar wäre, würde der Ball der turbulenten Strömung ausweichen. Dies kann auch durch eine Kraft, welche am Ball angreift, beschrieben werden. Das dritte Newton'sche Axiom besagt, dass auf eine Kraft eine gleich große Gegenkraft wirken muss. Dies würde in dieser theoretischen Überlegung die Flugbahn des Balles verändern.

Bei realen Bällen ist zu beobachten, dass sich Turbulenzen auf einer Seite zeitlich früher bilden als auf der anderen. Der Ball weicht in dieser Zeit der turbulenten Strömung aus. Die Seite kann während des Fluges wechseln, was eine zufällige Flugbahn zur Folge hat. Wie stark dieser Effekt auftritt, hängt von der Beschaffenheit des Balles und den Auftretenden Geschwindigkeiten ab.

Tennisbälle werden primär mit zwei verschiedenen Spinrichtungen geschlagen. Zum einen mit Topspin und zum anderen mit Backspin. Bälle ohne Spin kommen zwar gelegentlich vor, werden in der Regel jedoch nicht speziell trainiert. In den Sportarten Baseball, Volleyball und Fußball treten sogenannte Flutterbälle auf. Flutterbälle zeigen in ihrer Flugbahn zufällige Richtungsänderungen (vgl. Alan M. Nathan, 2012). Dies erschwert z.B. die Annahme in Volleyball bzw. das Schlagen im Baseball. Obwohl der Effekt aus dem Baseball durch E. Cicotte seit dem frühen 20. Jahrhundert (vgl. Borg & Morrissey, 2014) bekannt ist, wurde das Phänomen erst 2012 durch Nathan sowie Texier et al. 2016 analytisch bearbeitet.

Der Effekt wird unterschiedlichen Bedingungen zugeschrieben. In der Literatur wird von langsamen Bällen gesprochen. Aktuellere Knuckelball Pitcher werfen Flutterbälle zwischen 22 m/s und 38 m/s (vgl. Borg & Morrissey, 2014, p. 921). Aufschläge im Tennis haben Geschwindigkeiten zwischen 50 m/s und 52 m/s (vgl. Rod Cross & Graham Pollard, 2009) und liegen damit deutlich über den Geschwindigkeiten, die im Baseball zu erwarten sind. Aus der Studie gehen jedoch keine Informationen bezüglich des Spins beim Aufschlag hervor. Jedoch wird herausgearbeitet, dass die Aufschlaggeschwindigkeit mit der Spielerhöhe korreliert. Der Vergleich zwischen Baseball und Tennis bezieht sich hier in erster Linie auf die Größenordnung der zu erwartenden Geschwindigkeiten.

Eine weitere Begründung liegt in der Form des Balles. In der Literatur sind Gründe wie die Lage der Nähte, tatsächliche Form des Balles sowie die Lage des Ventils angeführt. (vgl. Borg & Morrissey, 2014), (vgl. Alan M. Nathan, 2012) bzw. (vgl. Texier, Cohen, Quéré, & Clanet, 2016)

Im Tennis ist der Effekt relativ klein. Dies liegt wie oben angesprochen an den Geschwindigkeiten, sowie an der Form des Balles. Ein Tennisball verfügt über kein Ventil oder überstehende Nähte. Da im Tennis der Ball den Boden berühren darf, würde ein eventueller Flutterball weiter an Effekt verlieren, weil der Ball durch die Reibungskraft am Boden an Spin gewinnen würde. Dies würde die Flugbahn eines ohnehin schon langsam geschlagenen Balles noch berechenbarer machen. Abbildung 11 zeigt ein Phasendiagramm für Flutterbälle.

Die Ordinate im nachfolgenden Diagramm beschreibt das Verhältnis von maximaler Auslenkung der Flutterbewegung im Verhältnis zum Balldurchmesser. Im Tennis beträgt der Wert 0,3 und ist damit relativ klein. Die Abszisse zeigt das Verhältnis von typischen

Schlag bzw. Wurfdistanzen zur Wellenlänge der Ballschwingung. Im Tennis beträgt der Wert 3 (vgl. Texier et al., 2016).

Im Diagramm ist ablesbar, warum Flutterbälle keinen merklichen Einfluss im Tennis haben, obwohl das Verhältnis von Distanz zu Schlaglänge mit Volleyball bzw. Fußball vergleichbar ist. Der Ball bleibt im Verhältnis sehr spurtreu. Ein wichtiger Unterschied zum Baseball ist, dass ein Baseballschläger im Vergleich zum Tennisschläger sehr schmal ist und demnach eine Abweichung von einem Balldurchmesser einen größeren Unterschied für die Trefferwahrscheinlichkeit verursacht, als im Tennis.

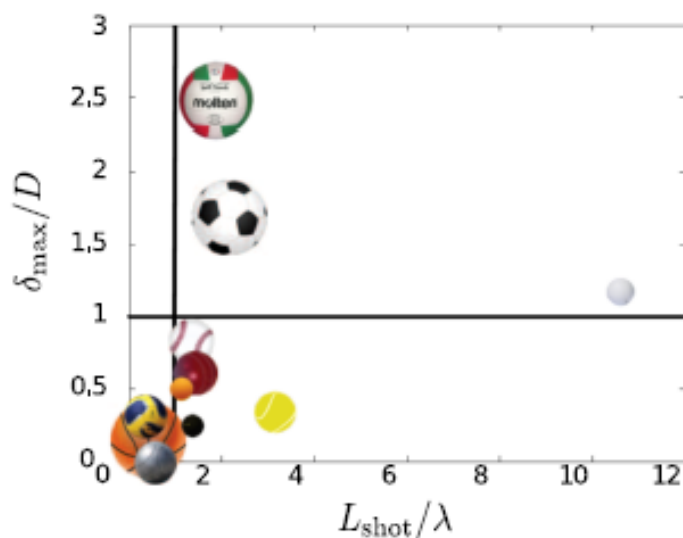


Abbildung 11 Einfluss von Flutterbällen in den jeweiligen Sportarten (Texier et al., 2016, p. 12)

Für das Absprungsverhalten könnte ein Flutterball einen Unterschied bedeuten, da Bälle, die sich zufällig bewegen, über ein größeres Spektrum an möglichen Einfallswinkeln verfügen.

Wenn jedoch ein Tennisball, welcher über 24m geschlagen wird, eine Abweichung von 3cm in seiner Flugbahn aufweist, ist der Einfluss auf den Einflugwinkel wahrscheinlich vernachlässigbar.

4.3 Aerodynamik von Bällen unter Einfluss von Spin- Top und Backspin

Die Gründe für einen Topspinschlag finden sich in der Aerodynamik. Wenn ein Ball mit Backspin geschlagen wird, sucht der schlagende Spieler eher den Effekt des Bodenkontaktes.

Wenn ein Ball nach einem Schlag den Schläger verlässt, wirken zwei Kräfte auf ihn. Die erste Kraft, welche auf den Ball wirkt ist die Schwerkraft. Diese zieht den Ball in Richtung des Erdmittelpunktes. Die zweite Kraft ist der Luftwiderstand. Diese Kraft wirkt der Bewegungsrichtung entgegen und bremst die Horizontalgeschwindigkeit des Balles. Es wirkt auch eine weitere Reibungskraft entgegen der vertikalen Geschwindigkeitskomponente, diese kann jedoch aufgrund der niedrigen Fallhöhen und damit niedrigen vertikalen Geschwindigkeit vernachlässigt werden. Die Umströmung von Körpern kann mit der Bernoulli'schen Gleichung beschreiben werden.

Der Ansatz erfolgt über die Annahme, dass ein Körper von einem inkompressiblen und Reibungsfreien Fluid angeströmt wird. Der Druckunterschied vor und nach dem Objekt berechnet sich aus: (vgl.Wagner, Reischl, & Steiner, 2014, p. 144)

$$\Delta p_r = \frac{\rho * v_a^2}{2} \quad (7)$$

ρ ... Dichte des Mediums

v_a ... Anströmgeschwindigkeit

Man kann in (7) erkennen, dass die Druckdifferenz mit dem Quadrat der Geschwindigkeit steigt. Diese Druckdifferenz ist maßgeblich für den Luftwiderstand. Die Widerstandskraft F_W steht meist in guter Näherung proportional zur angeströmten Fläche und zum Staudruck. Daraus ergibt sich der Ansatz für die Widerstandskraft: (vgl.Wagner et al., 2014, p. 150) bzw. (Fogmountain Tennis, 2014)

$$F_W = c_W * A * \frac{\rho * v_a^2}{2} \quad (8)$$

F_W ... *Reibungskraft*

c_W ... *Widerstandsbeiwert (Empirischer Parameter)*

A ... *Angeströmte Fläche*

Somit wäre der Reibungswiderstand eines Balles geklärt. Bälle, die einen Spin haben, beschreiben jedoch eine Kurve in der Luft. Tennisspieler nutzen dies primär in zwei Fällen aus. Erstens beim sogenannten Topspin. Hierbei wird er Ball so geschlagen, dass seine Drehung einer Abrollbewegung in Flugrichtung gleicht. Dies bewirkt, dass der Ball eine Kurve nach unten einschlägt. Der Vorteil für den Spieler ergibt sich, dass der Ball höher und schneller über das Netz geschlagen werden kann, ohne dass er "Out" geht. Wenn der Ball einen Spin in die andere Richtung erfährt, zeigt seine Flugkurve nach oben. Die Schwerkraft übertrifft jedoch diesen Effekt und so beschreibt der Ball für einen außenstehenden Beobachter eine flachere Flugkurve.

Der Grund für die Kurve im Flug findet sich in der Art der Luftströmung. Wenn Luft einen Ball umströmt, muss sie an der breitesten Ballstelle vorbei. Hier befindet sich der größte Druck. Wenn sich die Luftschichten nach dieser breitesten Stelle des Balles wieder schließen, verringert sich lt. der Bernoulli'schen Gleichung der Druck und die Geschwindigkeit nimmt zu. Dabei tritt auch schon bei langsamer geschlagenen Bällen das Phänomen der turbulenten Strömung auf. Diese erzeugt ein Niederdruck-Areal hinter dem Ball, was den Hauptteil des Luftwiderstandes ausmacht (siehe Gl. (7)). Im Gegensatz zu der auf der Ballvorderseite auftretenden laminaren Strömung ist die turbulente Strömung ungeordnet und chaotisch.

Wenn der Ball mit einer Eigenrotation durch die Luft fliegt, ergänzen sich die Oberflächengeschwindigkeiten durch den Spin und die tatsächliche Vorwärtsbewegung. Dies führt bei einem Topspin dazu, dass sich die Luftschichten auf der Balloberseite früher ablösen und turbulent werden als auf der Ballunterseite. Der Druck auf der Oberseite des Balles ist damit auch höher als der auf der Ballunterseite. Dies resultiert in eine nach unten gerichtete Kraft (vgl. Fogmountain Tennis, 2014).

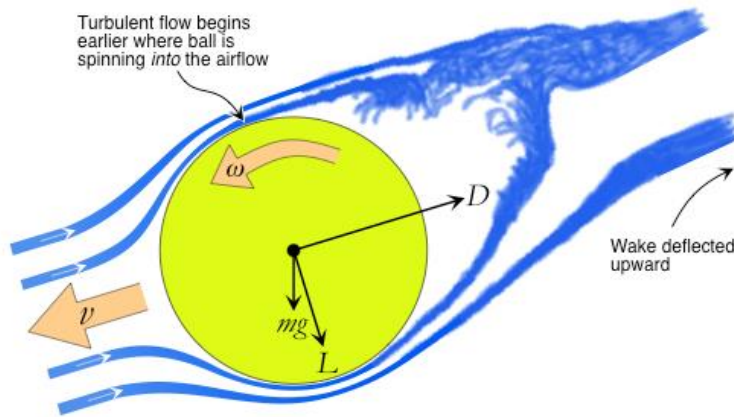


Abbildung 12 Luftströmung um einen sich drehenden Ball (vgl.Fogmountain Tennis, 2014)

v ... Geschwindigkeit ind Bewegungsrichtung

ω ... Rotationsgeschwindigkeit des Balles

L ... resultierende Kraft aufgrund der Rotation und der Vorwärtsbewegung

D ... Drag oder Luftreibungskraft.

Dieser Effekt ist unter dem Namen "Magnus-Effekt" bekannt geworden. Er findet auch in Sportarten wie Baseball, Fußball, Tischtennis bzw. Volleyball usw. Anwendung.

Die raue Oberfläche des Tennisballes unterstützt den Effekt, da die Luftströmung leichter turbulent wird, als bei einem glatten Ball. Dies führt zu einem höheren Drag oder Luftwiderstand. Jedoch wird dadurch auch ein größeres Areal mit turbulenter Strömung um den Ball erzeugt, was eine geringe Variation des Luftwiderstandes zur Folge hat. Diese ermöglicht, im Vergleich zu anderen Sportarten mit glatten Bällen, ein leichteres Antizipieren des Tennisballes (vgl.Fogmountain Tennis, 2014).

5 Modellierung des Ballkontaktes

Das Abprallen eines elastischen Balles vom Boden ist ein komplexer Prozess. Je nach Quelle werden unterschiedliche Vereinfachungen getroffen.

Aus Gründen der Übersicht werden zunächst Modelle vorgestellt, welche mehrere Vereinfachungen beinhalten. Zum Ende des jeweiligen Unterkapitels werden realistischere, und damit komplexere Ansichten vorgestellt.

Ein nicht rotierender Ball springt auf einer harten, trockenen Oberfläche mit dem gleichen Absprungwinkel β ab wie der Aufsprungwinkel α gemessen zur Oberfläche ($\beta = \alpha$) (vgl. Wick, 2009).

5.1 Vertikale Komponente ohne Spin

Wenn ein Tennisball den Boden berührt und wieder senkrecht nach oben abprallt, kehrt sich sein Impuls um. Dabei verändert sich die Richtung, aber auch der Betrag des Impulses aufgrund von inneren Reibungseinflüssen. Die Veränderung des Betrages des Impulses ist die Differenz zwischen dem herunterfallenden- und dem aufsteigenden Ball nach dem Abprallen. Das 2. Newton'sche Gesetz besagt, dass eine Kraft notwendig ist, um den Impuls eines Objektes zu ändern. Der Impuls kann als Kraft, welche über die Zeit integriert wird dargestellt werden (vgl. Brody, 2003, p. 114).

$$\int F_N dt = \Delta p = m * v_{iy} * (1 + COR) \quad (9)$$

Wenn der COR 1 beträgt, was einem verlustfreien elastischen Stoß entsprechen würde, wird $\Delta p = 2 * p$, wobei p den Impuls unmittelbar vor dem Aufprall am Boden darstellt.

Bei einem COR von 0 bleibt der Ball bei Bodenkontakt liegen, da die Impulsdifferenz zu gering ist, als dass der Ball noch vom Boden abprallen könnte. Somit würde $p = \Delta p$ gelten.

Goodwill und Haake haben 2005 ein fortgeschrittenes Modell zum Absprung eines Tennisballes von einer harten Oberfläche entwickelt. Sie modellieren den Ball als viskoelastisches Material bei einem gedämpften Aufprall. Das ursprüngliche Modell entspricht einem Kelvin-Voigt Modell. Hierbei werden elastische und viskose Eigenschaften in einem Material vereint.

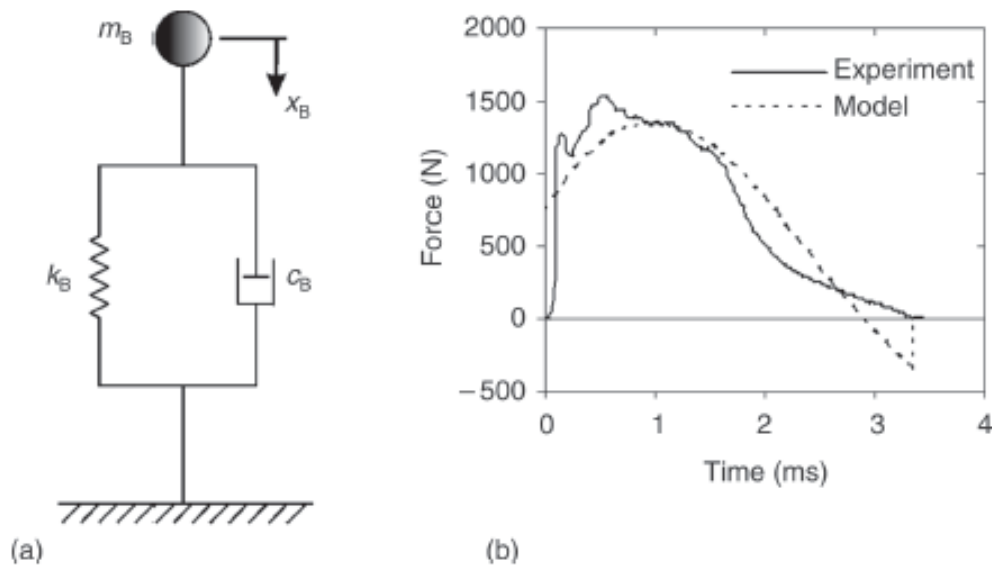


Abbildung 13 (a) Kelvin-Voigt viskoelastisches Modell vom Aufprall eines Tennisballes auf einer harten Oberfläche (b) typischer Vergleich zwischen dem Modell und einer Messung (Einfluggeschwindigkeit 28m/s) (Goodwill & Haake, 2005, p. 1142)

Die Gleichung, welche das Modell in *Abbildung 13* beschreibt lautet:

$$m_B \ddot{x}_B + c_B \dot{x}_B + k_B x_B = 0 \quad (10)$$

m_B ... Masse des Tennisballes

k_B ... Steifigkeit des Balles

x_B ... Verformung

c_B ... Materialbedingte Dämpfung

Die drei Größen c_B , c_M sowie k_B müssen empirisch ermittelt werden. Im ursprünglichen Modell wird angenommen, dass alle drei Variablen als kontinuierliche Funktionen dargestellt werden können. In der Studie werden sie modifiziert. Grund dafür ist der zeitliche Verlauf der Kraft. Im ersten Abschnitt der Kompression wirkt eine vernachlässigbare Kraft, welche durch die Kompression des Filzes entsteht. Die Modifizierung lautet, dass die Kraft null wird bei $x_B < 2\text{mm}$.

Nach diesen ersten zwei Millimetern steigt die Kraft sehr rapide an. Jedoch existiert ein kleiner "dip". Dieser entsteht, wenn der Ball an einem kritischen Punkt einknickt. Die Steifigkeit des Balles wird in den ersten 0,2 ms, bevor der Ball einknickt, als hoch und

konstant angenommen. In weiterer Folge wird angenommen, dass sich die Steifigkeit des Balles verändert.

Dies kann durch folgende Gleichung beschrieben werden. (vgl. Goodwill & Haake, 2005, p. 1142)

$$k_B = k_{B(0)} + A_K x_B^\alpha \quad (11)$$

$k_{B(0)}$... Steifigkeit des Balles vor der Kompression

A_K bzw. x_B^α ... Konstanten, Beschreiben den Zusammenhang zwischen der Ballsteifigkeit und dem Schwerpunkt des Balles

Im neuen Modell wird ein zweites Dämpferelement inkludiert, welches den Momentum Flux beschreibt.

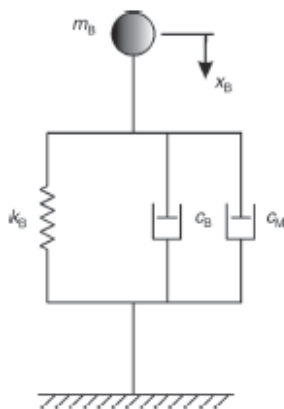


Abbildung 14 Illustration des Viskoelastischen Modells mit zwei Dämpferelementen zur Simulation der Kraft, welche durch die Impulsübertragung entsteht (vgl. Goodwill & Haake, 2005)

c_M ... Momentum Flux

Mit den Modifikationen lautet die Gleichung (11) : (vgl. Goodwill & Haake, 2005, p. 1146)

$$m_B \ddot{x}_B + (c_B + c_M) \dot{x}_B + k_B x_B = 0 \quad (12)$$

Wie oben beschrieben, ändert sich der COR bei höheren Geschwindigkeiten. Goodwill und Haake schreiben, dass die Abweichung des COR bei höheren Geschwindigkeiten je nach Ball variiert. Die Autoren schreiben, dass diese Modellierung zur weiteren Standardisierung von Bällen verwendet werden kann (vgl. Goodwill & Haake, 2005).

5.2 Horizontale Komponente ohne Spin

Wenn ein horizontal bewegter Ball mit einer Oberfläche in Berührung kommt, wirkt eine Reibungskraft parallel zum Boden und entgegengesetzt der Bewegungsrichtung des Balles. Die Größe dieser Reibungskraft ist abhängig von der Bodenbeschaffenheit sowie der vertikalen Geschwindigkeitskomponente. Die Bodenbeschaffenheit wird über den COF (siehe (5)) beschrieben. Die vertikale Geschwindigkeitskomponente ist ausschlaggebend für die Normalkraft, welche die Reibungskraft mit dem COF bestimmt. Die Veränderung des horizontalen Impulses des Balles ist demnach gleich der vertikalen Kraft über die Zeit integriert (vgl. Brody, 2003, p. 114).

$$\Delta p_x = COF * \int F_N * dt \quad (13)$$

Mit (9) ergibt sich die horizontale Geschwindigkeitsdifferenz.

$$\Delta v_x = COF * v_{iy} * (1 + COR) \quad (14)$$

Hierbei kann man sehen, dass die Geschwindigkeitsreduktion, wie erwartet vom COF, aber auch vom COR abhängig ist. Der Ausdruck Δv_x ist damit auch maßgeblich für die Platzgeschwindigkeit oder Court Pace. Ein Platz mit einem kleinen COR wird schneller sein als mit einem hohen COR, weil weniger horizontale Geschwindigkeit verloren geht.

Eine weitere Möglichkeit zur Darstellung des Court Speeds ist über die inkrementelle Veränderung der Horizontalgeschwindigkeit. Wenn man beide Seiten von (14) durch v_{ix} dividiert, erhält man:

$$\frac{\Delta v_x}{v_{ix}} = COF * (1 + COR) * \tan(\theta) \quad (15)$$

Wobei θ gleich dem Einflugwinkel relativ zur Oberfläche ist. (vgl. Brody, 2003, p. 115)

Diese Berechnung stützt sich auf den Definitionen der ITF. Das heißt, es werden nur Bälle betrachtet, die beim Aufprall über praktisch keinen Spin verfügen.

5.3 Bodenkontakt des Balles mit Spin

Bälle, welche mit Topspin geschlagen werden, haben vor dem Bodenkontakt einen steileren Einflugwinkel als Bälle ohne Spin. Dies führt in weiterer Folge auch zu steileren Abprallwinkeln. Dies ist weniger auf den Aufprall an sich zurückzuführen, als auf den steileren Anflugwinkel, welcher durch den Topspin verursacht wird (vgl. "The Physics and Perception of Court Speed," 2014).

Wenn ein Ball mit einer gewissen horizontalen Geschwindigkeit auf den Platz trifft, passieren mehrere Dinge: Der Ball gleitet am Boden ab und gewinnt an Rotation, wobei sich die Unterseite des Balles entgegen der horizontalen Flugrichtung bewegt. Im Grenzfall rollt der Ball für einen gewissen Zeitraum an der Oberfläche des Tennisplatzes ab. Wenn der Unterschied zwischen Horizontalgeschwindigkeit und Oberflächengeschwindigkeit sehr gering sind, kann es passieren, dass der Ball durch den gesamten Bodenkontakt rollt.

Hieraus ergeben sich drei mögliche Szenarien:

- Der Ball gleitet über den Boden
- Der Ball gleitet und rollt über den Boden
- Der Ball rollt über den Boden

Die Möglichkeiten und Voraussetzungen für diese drei Szenarien werden in den folgenden Kapiteln bearbeitet.

5.4 Modellierung des Aufpralles

Dieses Kapitel wird in mehrere Kategorien gegliedert. Es soll eine Übersicht zwischen den verschiedenen Modellierungen erstellt werden. Zu Beginn werden relativ einfache und intuitiv verständliche Modelle vorgestellt. Zum Ende des Kapitels werden die Modelle komplexer und aussagekräftiger bezüglich praktischer Messungen sein.

5.4.1 Anwendung des Reflexionsgesetzes auf das Abprallen des Balles

Diese Behauptung, dass bei einem Ball ohne Spin $\beta = \alpha$ ist, ist in gewisser Weise mit dem Reflexionsgesetz der Optik zu Vergleichen. Der Ausfallswinkel des Lichtstrahles ist gleich groß wie der Einfallswinkel (Wagner et al., 2014, p. 392). In unserem Fall soll der Lichtstrahl die beschriebene Bahn des Tennisballes sein. In der Optik werden die Winkel von einer Linie, welche als Lot bezeichnet wird, senkrecht zur Oberfläche gemessen. Im Tennis wäre dies unpraktisch, weil sich damit die Bedeutung von steilem und flachem Winkel umkehren würde.

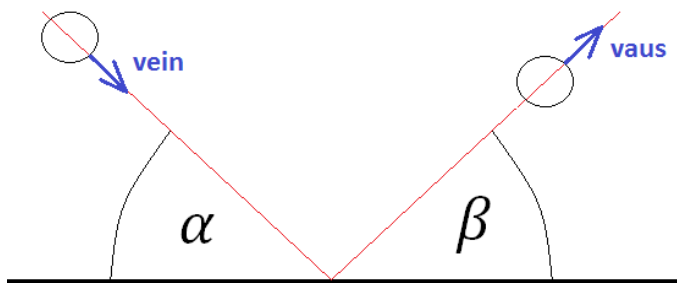


Abbildung 15 Reflexionsgesetz auf den Tennisball angewendet (Eigennanfertigung)

In diesem Fall müssen mehrere Vereinfachungen getroffen werden. Dieses Modell funktioniert nur, wenn keine Reibungskraft vom Boden auf den Ball übertragen werden kann. In der Realität greifen mehrere Kräfte am Ball an, wenn dieser den Boden berührt. Im Fall von Abbildung 15 wirkt nur die Schwerkraft und die reaktive Normalkraft des Bodens.

Als zusätzliche Vereinfachung muss angenommen werden, dass der Ball in einer geraden Linie fliegt. Dies ist zwar in der Realität nicht der Fall, kann jedoch für kleine Zeitinkremente kurz vor bzw. nach dem Aufprall angenommen werden.

Um die Annahme $\beta = \alpha$ gültig werden zu lassen, dürfte der Tennisball auch über keine innere Reibung, dargestellt durch den COR, verfügen. Dies würde einen Unterschied in den Absprungwinkeln verursachen, da sich die vertikale Komponente der Geschwindigkeit ändert.

Bei $\beta = \alpha$ würde gelten:

$$COR = \frac{v_{yaus}}{v_{yein}} = \frac{v_{aus} * \sin\beta}{v_{ein} * \sin\alpha} = 1 \quad (16)$$

Wenn der COR nicht 1 gesetzt wird, kann eine Winkelveränderung aufgrund des COR berechnet werden. Diese Darstellung verzichtet jedoch auf die Reibung. Umgeformt auf β wird aus (16):

$$\beta = \arcsin\left(\frac{COR * v_{ein} * \sin\alpha}{v_{aus}}\right) \quad (17)$$

Unter realen Bedingungen wäre in diesem Modell der Absprungwinkel β immer kleiner als der Einflugwinkel. Dies rührt daher, dass der COR den Wert 1 nicht erreichen oder übersteigen kann.

5.4.2 Abprallen nach Fogmountain Tennis

Im Artikel "The Physics and Perception of Court Speed" wird der Ballkontakt mit dem Boden modelliert. Zum einen wird ein Modell für einen harten Platz und zum anderen ein Modell für einen Sandplatz vorgestellt.

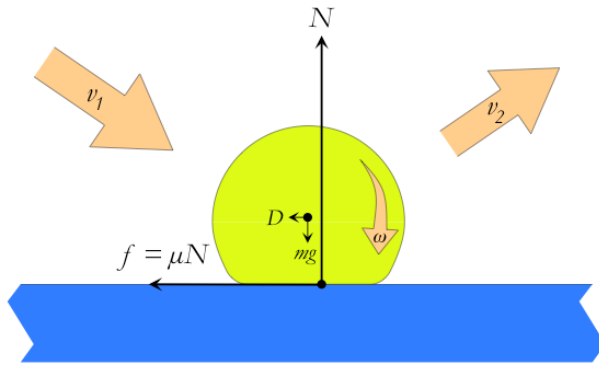


Abbildung 16 Modell für einen Hartplatz ("The Physics and Perception of Court Speed," 2014)

D ... Drag oder Luftwiderstandskraft

*$m * g$... Gewichtskraft*

ω ... Winkelgeschwindigkeit, die bei Bodenkontakt zum Ball addiert wird

N ... Normalkraft oder Bodenreaktionskraft

*$f = \mu * N$... Reibungskraft auf der Unterseite des Balles, Abhängig vom COF*

Wie auch im nächsten Modell greift die Normalkraft außerhalb des Schwerpunktes des Balles an. Im Artikel wird zwar die Veränderlichkeit des Angriffspunktes dieser Kraft erwähnt, jedoch nicht genauer beschrieben.

Nachdem der Artikel von der Geschwindigkeit des Platzes handelt, wird hier nicht näher auf den Vergleich von Einflug und Absprungwinkel eingegangen.

5.5 Abprall nach Brody, Das Brody Bounce Model

Brody hat 2003 das Abprallen eines Tennisballes modelliert. Ein Teil seiner Arbeit ist im Kapitel: "Ballkontakt ohne Spin" zu finden. Hier kann die Geschwindigkeitsdifferenz in horizontaler Richtung berechnet werden. Diese kann abhängig von der vertikalen oder der horizontalen Einfluggeschwindigkeit ermittelt werden (siehe (14) bzw. (15)). Weiters beschreibt er, wie die Veränderung des Spins eines Tennisballes ermittelt werden kann. Er geht bei der Berechnung von einer Hohlkugel mit einer dünnen Hülle aus. Der Ball soll keine Verformung während des Aufpralles erfahren. Damit kann R als konstant angenommen werden (vgl. Brody, 2003).

$$\Delta\omega = \frac{3\Delta vx}{2 * R} \quad (18)$$

Wenn nun die Formeln (14) bzw. (15) umformt, erhält man:

$$\begin{aligned} v_{x2} &= v_{x1} - \Delta vx = v_{x1} - COF * (1 + COR) V_{iy} \\ &= v_{x1} - COF(1 + COR) * \tan(\alpha) * v_{x1} \end{aligned} \quad (19)$$

Die Winkelgeschwindigkeit nach dem Aufprall kann ermittelt werden durch:

$$\omega_2 = \omega_1 - \frac{3\Delta vx}{2 * R} = \omega_1 - \frac{3 * COF * v_{iy} * (1 + COR)}{2 * R} \quad (20)$$

Dieses Modell ist dazu geeignet spinlose Bälle zu betrachten. Bei Bällen, welche mit einem Spin den Boden berühren, entstehen Probleme. Diese rühren daher, dass die Winkelgeschwindigkeit nicht zur Geschwindigkeitsänderung in x-Richtung beiträgt.

Dies kann zum Teil aufgehoben werden, wenn man statt der Geschwindigkeit in x-Richtung die Relativgeschwindigkeit zwischen der Ball- und der Spielfläche annimmt. Somit wird auch die Geschwindigkeitsreduktion bei Topspin nicht so stark ausfallen. Dies ist in einem weiteren Kapitel zur Abschätzung des Abprallwinkels näher beschrieben.

5.6 Abprallen nach Rod Cross

Im Gegensatz zu dem Artikel von Fogmountain Tennis geht Rod Cross näher auf das Absprungsverhalten des Tennisballes ein. Die Reibungskraft wird berücksichtigt und auch eine Verschiebung der Normalkraft wird beschrieben.

Wenn man die Reibung berücksichtigen möchte, wirkt eine weitere Kraft entgegen der Flugrichtung des Balles. Da die Wirkungslinie dieser Reibungskraft nicht durch den Schwerpunkt führt, welcher im Fall eines angenommenen Verformungslosen Balles im

Massenmittelpunkt liegt, erzeugt die Reibungskraft ein Drehmoment. Rod Cross modelliert den Ballkontakt nach Abbildung 17.

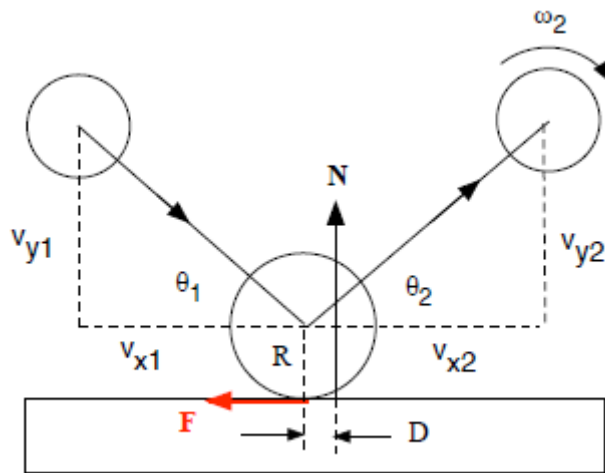


Abbildung 17 Geometrie des Tennisballes beim Aufprall (vgl. Rod Cross, 2006)

F ... Reibungskraft

N ... Normalkraft

θ_1 bzw. θ_2 Ein und Ausflugwinkel

ω_2 ... Spin des Balles nach dem Aufprall

R ... Radius des Balles

D ... Abstand der Normalkraft vom Drehpunkt des Balles

Zu Abbildung 17: Wenn ein Ball ohne Eigenrotation mit v_1 und unter θ_1 auf den Boden auftrifft, fliegt er nach dem Aufprall mit v_2 und θ_2 weiter. Durch den Kontakt und Reibungseffekte gewinnt der Ball an Rotation, welche durch ω_2 dargestellt wird. Wenn die Reibungskraft F in die negative x-Richtung zeigt und die Reaktionskraft N in die positive y Richtung, dann ergibt sich:

$$F = -m * \frac{dv_x}{dt} \quad (21)$$

bzw.

$$N = m * \frac{dv_y}{dt} \quad (22)$$

Die Normalkraft N geht in einem realistisch angenommenen Szenario nicht zwangsweise durch den Massemittelpunkt des Balles. Dies rührt daher, dass die Vorderseite des Balles in den Platz hineinrotiert und die Rückseite aus dem Platz heraus. Dies erzeugt eine Asymmetrie in der Verteilung der Normalkräfte, wenn man einen verformenden Ball mit einer Kontaktfläche betrachtet. Hierbei müssen die Normalkräfte an der Vorderseite des Balles größer sein als auf der Rückseite (vgl. Rod Cross, 2006).

Der Effekt kann qualitativ wie bei einem Fahrzeug beim Bremsen beschrieben werden: Die Reibungskraft, welche an den Rädern angreift, erzeugt ein Drehmoment um den Massenmittelpunkt des Fahrzeugs. Dies führt zu einer Rotation und als Konsequenz eine Verlagerung des Gewichtes nach vorne. Eine größer werdende Normalkraft von den Vorderrädern gleicht das Drehmoment aus und verhindert, dass sich das Fahrzeug überschlägt. In der Literatur wird auch ein Hysterese-Verlust beschrieben, welcher in einem Fahrzeugreifen beim Bremsen vorkommt. Wenn ein Reifen rollt, wird die Vorderseite stärker komprimiert als die Rückseite. Als Effekt der Hysterese führt dies zu einer Verschiebung der Normalkräfte hin zur Vorderseite des Reifens (vgl. Tabor, 1994).

Der Wert von D wird größer, wenn die Spielfläche weicher wird bzw. Die Oberfläche einen höheren Reibungskoeffizienten hat. D liegt typischerweise zwischen 4 und 11mm. (Rod Cross, 2003, p. 96).

Da der Aufprall des Tennisballes einem zeitlich zwischen vier und sechs Millisekunden liegt (Cross, 2002), muss über die Zeit integriert werden um F bzw. N zu erhalten

$$\int F dt = m(v_{x1} - v_{x2}) \quad (23)$$

bzw.

$$\int N dt = m(v_{y2} - v_{y1}) \quad (24)$$

Wenn die Geschwindigkeitskomponenten vor und nach dem Aufprall bekannt sind, lässt sich daraus der COF berechnen (vgl. (5)).

$$COF = \frac{v_{x1} - v_{x2}}{v_{y2} - v_{y1}} \quad (25)$$

Wenn der Ball bei Bodenkontakt rutscht, gilt:

$$F = \mu * N \quad (26)$$

Wenn der Ball vor dem Aufprall einen Spin hat, rutscht die Ballunterseite mit der Geschwindigkeit v_r über die Platzoberfläche.

$$v_r = v_x - R\omega_1 \quad (27)$$

$\omega_1 \dots$ Drehgeschwindigkeit des Balles vor dem Aufprall

Während des Bodenkontaktes wird v_x kleiner und ω größer. Dies ist auf das von den Kräften F bzw. N verursachte Drehmoment zurückzuführen.

$$M_r = FR - ND \quad (28)$$

Damit der Ball beim Bodenkontakt überhaupt rutschen kann, muss die Bahngeschwindigkeit des Balles nach dem Abprall vom Boden unterschiedlich von der horizontalen Geschwindigkeitskomponente sein. Diese Differenz muss unter realen Bedingungen eine gewisse Größe erreichen, damit ein Durchrutschen zustande kommt. Die Relativgeschwindigkeit kann aus zwei möglichen Szenarien stammen. Die Balloberfläche kann langsamer oder schneller als die Spielfläche sein. Die Betrachtung realistischer Szenarien zeigt, dass die Balloberfläche langsamer ist als die Horizontalgeschwindigkeit. Rod Cross beschreibt für diesen Fall die Bedingung, damit der Ball durch den

Bodenkontakt rutscht (vgl. Rod Cross, 2006). Die Bedingung für das Rutschen des Balles beim Bodenkontakt lautet:

$$v_{x2} > R\omega_2 \quad (29)$$

Die Winkelgeschwindigkeit nach dem Abprallen des Balles vom Boden kann angenähert werden, wenn D null gesetzt wird. Dann gilt:

$$FR = I \frac{d\omega}{dt} \quad (30)$$

I ... Massenträgheitsmoment des Tennisballes um den Mittelpunkt

Das Massenträgheitsmoment einer dünnen sphärischen Kugel ist gegeben durch (vgl. Rod Cross, 2003).

$$I = \frac{2}{3}mR^2 \quad (31)$$

Somit wird:

$$\omega_2 = \left(\frac{R}{I}\right) \int F dt = \left(\frac{mR}{I}\right) * (v_{x1} - v_{x2}) \quad (32)$$

In einem anderen Paper, ebenfalls von Rod Cross, wird der Abstand D inbegriffen. Dies wird über den Erhalt des Drehimpulses vor und nach dem Aufprall beschrieben (vgl. Rod Cross, 2003, p. 96).

$$I\omega_1 + mRv_{x1} - mDv_{y1} = I\omega_2 + mRv_{x2} + mDv_{y2} \quad (33)$$

Daraus ergibt sich für den Unterschied der Winkelgeschwindigkeit vor und nach dem Aufprall :

$$\Delta\omega = \frac{m * (Rv_{x2} + Dv_{y2} - Rv_{x1} + Dv_{y1})}{I} \quad (34)$$

Die y-Achse wird in Richtung Boden als positiv angenommen, damit der Wert v_{y1} beim Einfall positiv werden kann, obwohl er sich in negative y-Richtung bewegt. Der Wert von D kann empirisch bestimmt werden. Dieser nimmt typischerweise Werte zwischen 4mm für ein langsames Abprallen und 11mm für ein schnelles schräges Abprallen von einem Sandplatz.

Bei einer unverformbaren Oberfläche hätte ein positiver Wert von D keinen direkten Einfluss auf die horizontale Geschwindigkeit des Balles nach dem Abprallen (weil N in vertikaler Richtung wirkt). Jedoch reduziert N wenn $D > 0$ die Vorwärtsrotation des Balles. Dadurch vergrößert sich die Relativgeschwindigkeit vr und der Ball kann für einen größeren Zeitraum durch den Aufprall rutschen. Das Rutschen wiederum reduziert die Geschwindigkeit v_{x2} (vgl. Rod Cross, 2003).

Der Ball kann zwischen dem Auftreffen und Abspringen von der Spieloberfläche mehrere Szenarien durchlaufen. Er kann:

- komplett durch den Aufprall rutschen
- teilweise Rutschen und teilweise rollen
- komplett durch den Aufprall rollen

Die Grundbedingung, damit ein Ball durch den Bodenkontakt rutscht ist gegeben durch:

$$R\omega_2 < v_{x2} \quad (35)$$

Dadurch ergibt sich eine allgemeine Bedingung für das Durchrutschen des Balles (vgl. Rod Cross, 2003, p. 95).

$$COF < \frac{1 - \frac{R\omega_1}{v_{x1}}}{\left(1 + \frac{1}{\alpha_K}\right) * (1 + COR) \tan \theta_1} + \frac{D}{(1 + \alpha_K) * R} \quad (36)$$

Nachdem in typischen Tennismatches die Einflugwinkel der Bälle kleiner als 20° sind, rutschen Bälle unter realen Bedingungen durch den Aufprall am Boden (vgl. Cross, 2002).

5.6.1 Zusätzliche Effekte beim Abprallen und horizontaler COF

Reale Bälle sind flexibel und fangen nicht sofort an zu rollen, wenn sie vom Boden abprallen. Sie neigen zu einem Rutschen im ersten Teil und zu einem Rollen gegen Ende des Bodenkontaktes. Der Übergang wird in der Literatur als "bite" oder beißen beschrieben. Rod Cross schreibt 2002 von einem COR in horizontaler Richtung. Er vergleicht dabei den horizontalen COR von einem Superball und einem Tennisball. Das Abprallen eines Superballs vom Boden entspricht einem perfekten elastischen Stoß. Ein Tennisball verfügt jedoch über unelastische Stoßkomponenten. Dies hat Dämpfungseigenschaften zur Folge, da nicht die gesamte Energie in den Abprall umgesetzt werden kann. Diese Eigenschaft beeinflusst auch die Rotationsrichtung des Balles. *Abbildung 18* zeigt den Vergleich graphisch. Hierbei wird ein langsamer Einflug des Balles bei einem Winkel von ca. 20° bezüglich der Vertikalen angenommen. Die Oberfläche soll hart sein, vergleichbar mit einem Holzboden.

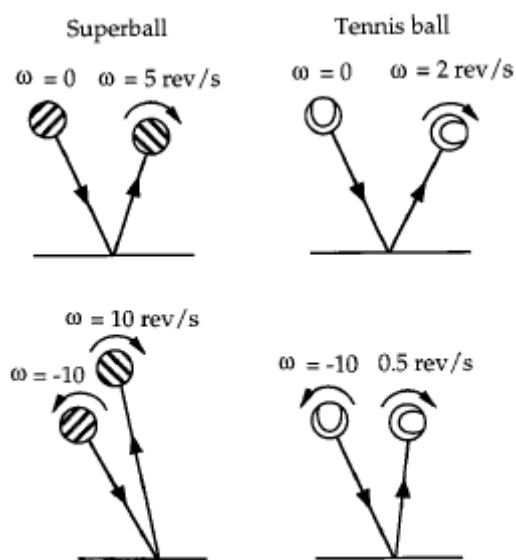


Abbildung 18 Vergleich zwischen einem Superball und einem Tennisball. (Cross, 2002, p. 483)

Beim perfekten elastischen Stoß eines Superballes kehrt sich die Rotationsrichtung um. Der Betrag der Ausgangsrotation entspricht dem Betrag der Eingangsrotation. Der Tennisball verhält sich ähnlich dem Superball mit dem Unterschied, dass er nicht so hoch abprallt und seine Drehung nicht so stark verändert.

Für steiler (60° bezüglich der Horizontalen) einfliegende Bälle ist dieses Verhalten auch beobachtbar. Da aber Tennisbälle in der Regel Einflugwinkel unter 20° bezüglich der Horizontalen haben, rutschen sie durch den Bodenkontakt durch.

Die Studie hat gezeigt, dass der COR in horizontaler Richtung bei kleinen Einflugwinkeln und relativ großem Reibungskoeffizienten ca. 0,2 beträgt. Dies deutet darauf hin, dass der Ball in horizontaler Richtung verformt wird und diese Verformung teilweise wieder in Bewegungsenergie umgesetzt wird. Hierbei sei angemerkt, dass der Ball zu einem Zeitpunkt des Aufpralles zu rollen begonnen haben muss (vgl. Cross, 2002). Der horizontale COR eines Balles wird aus den Oberflächengeschwindigkeiten vor und nach dem Abprallen vom Boden berechnet.

$$e_x = -\frac{v_{x2} - R\omega_2}{v_{x1} - R\omega_1} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} e_x &= -1 \dots \text{Reibungsfreie Unterlage} & v_{x2} &= v_{x1}; \omega_2 = \omega_1 \\ -1 < e_x < 0 &\dots \text{Ball rutscht durch den Aufprall} & R\omega_2 &< v_{x2} \\ e_x &= 0 \dots \text{Ball rollt durch den Aufprall} & R\omega_2 &= v_{x2} \\ 0 < e_x < 1 &\dots \text{Ball beißt die Unterlage} & R\omega_2 &> v_{x2} \\ e_x &= 1 \dots \text{perfekter elastischer Stoß} & R\omega_2 &> v_{x2} \end{aligned}$$

(vgl. Rod Cross, 2003)

Der COR in vertikaler Richtung ist relativ leicht zu messen. In horizontaler Richtung ist ein deutlich höherer Aufwand nötig.

5.6.2 Rod Cross Zusammenfassung

Aus den Arbeiten von Rod Cross können zwei Formeln abgeleitet werden, welche zur Berechnung des Abprallens eingesetzt werden können, vorausgesetzt die Einflugbedingungen sind bekannt.

$$\frac{v_{x2}}{v_{x1}} = 1 - \frac{(1 + e_x)(1 - S)}{\left(1 + \frac{1}{\alpha_K}\right)} - \frac{D(1 + COR) * \tan(\alpha)}{(1 + \alpha_K) * R} \quad (38)$$

$I = \alpha_K m R^2$ für eine dünne Spärliche Kugel

Für eine Hohlkugel mit einer Wandstärke von 6mm $\alpha_K \dots 0,55$

$S = \frac{R\omega_1}{v_{x1}} \dots \text{Dimensionsloser Spinparameter}$

Bezüglich der Winkelgeschwindigkeiten ergibt sich:

$$R\omega_2 = R\omega_1 + \frac{v_{x1} - v_{x2}}{\alpha_K} - \frac{D(1 + COR)v_{y1}}{\alpha_K R} \quad (39)$$

(38) und (39) sind gültig, unabhängig ob der Ball rutscht, rollt oder "beißt". Jedoch sind die tatsächlichen Ergebnisse von den Werten e_x bzw. D , welche experimentell bestimmt werden müssen, abhängig (Rod Cross, 2003, pp. 97–98). Weiters ist mit (38) bzw. (39) nur eine Modellierung im Nachhinein möglich, da man eine Gleichung mit zwei Unbekannten (v_{x2} bzw. ω_2) lösen muss. Somit ist eine Vorhersage des Absprungverhaltens aufgrund der Eingangsparameter analytisch nicht möglich.

6 Vermutungen zum tatsächlichen Absprungverhalten

Aus (34) können mehrere Erkenntnisse abgeleitet werden:

Wenn man die Verformung des Balles vernachlässigen kann, dann gilt $D=0$. Wenn $v_{x1} = v_{x2}$, dann wird $\Delta\omega = 0$

Wenn $\Delta\omega = 0$ gilt, würde auch $F = 0$ (vgl.(23)) gelten. F verändert nicht nur die Winkelgeschwindigkeit des Balles, sondern auch die Horizontalgeschwindigkeit. Bei $F = 0$ findet keine Änderung der Horizontalgeschwindigkeit statt. Wenn auch die Änderung der Vertikalgeschwindigkeit ($COR \approx 1$) sehr klein ist, würde in guter Näherung das Reflexionsgesetz gelten. Um dies zu erreichen, muss also die Umfangsgeschwindigkeit des Balles gleich der horizontalen Geschwindigkeitskomponente sein.

$$v_{x1} = v_{x2} = R\omega_1 = R\omega_2 \quad (40)$$

Wenn man die Verformung des Balles mit einbeziehen will, muss neben einem $COR \approx 1$ gelten:

$$Rv_{x1} = Rv_{x2} + Dv_{y2} + Dv_{y1} \quad (41)$$

Damit würde $\Delta\omega = 0$ werden. Hierbei sei angemerkt, dass die Ausdrücke Dv_{y2} bzw. $Dv_{y1} \ll Rv_{x2}$ bzw. Rv_{x1} sind. Dies folgt aus zwei Ursachen:

- Die Vertikalgeschwindigkeiten sind im Vergleich mit den Horizontalgeschwindigkeiten sehr klein.
- D ist im Verhältnis zu R sehr klein

Somit können die Terme Dv_{y2} bzw. Dv_{y1} für eine gute Näherung vernachlässigt werden.

Wenn

$$v_{x2} > R\omega_2 \quad (42)$$

Dann zeigt F entgegengesetzt von v_{x2} . Dies hätte eine Verzögerung des Balles zur Folge und damit eine kleinere horizontale Geschwindigkeitskomponente. Bei vernachlässigbarer vertikaler Geschwindigkeitsänderung würde dies einen steileren Absprungwinkel bedeuten. Somit ist es auch möglich, dass ein Ball, welcher mit Topspin geschlagen wurde, einen steileren Absprungwinkel als Einflugwinkel hat. Erst im Grenzfall $v_{x2} = R\omega_2$ würde sich der Absprungwinkel nicht vom Einflugwinkel unterscheiden.

Im Umkehrschluss muss ein Ball, bei dem $v_{x2} < R\omega_2$ zutrifft beim Aufprall am Boden beschleunigt haben. Um dies zu erreichen muss die Umfangsgeschwindigkeit des Balles vor dem Aufprall größer gewesen sein als die horizontale Geschwindigkeit (vgl. Max Hesser-Knoll, 2014).

Dies ist unter realen Umständen jedoch unwahrscheinlich. Raphael Nadal schlägt die härtesten Topspins mit einem Durchschnitt von 3200rpm und Peaks von bis zu 5000rpm (Uekman, 2010).

Um eine Oberflächengeschwindigkeit zu ermitteln benötigt man die Dimensionen des Balles.

Folgende Werte sind zugelassen:

- Durchmesser von 6,54cm-6,86cm (ITF, 2018b)
- damit möglichen Ballumfängen von 0,2055m-0,2155m.

Damit kann der größte zugelassene Ball mit einem Peak-topspin von Rafael Nadal eine Oberflächengeschwindigkeit für Ball von ca. 18m/s erreichen.

Vorhandgeschwindigkeiten von Leistungs- bzw. Elitespielern liegen im Bereich 30m/s (vgl.Landlinger, Stöggl, Lindinger, Wagner, & Müller, 2012).

Somit kann man davon ausgehen, dass in realen Tennismatches Bälle immer einen größeren Absprung- als Einflugwinkel haben. (bei COR=1)

Da reale Bälle einen $COR < 1$ haben, ist es möglich, dass Bälle niedriger abspringen, als sie einfliegen. Der Gegenspieler zur Winkelgeschwindigkeitsänderung wird somit der COR. Je niedriger der COR wird desto kleiner sollte der Absprungwinkel werden.

7 Abschätzung mit realistischen Werten Brody bounce Model

In diesem Abschnitt erfolgt eine Abschätzung des Ballverhaltens mit realistischen Werten unter Zuhilfenahme des Brody Bounce Models. Demnach werden keine Verformungen des Balles berücksichtigt. Ausgehend von der Einfluggeschwindigkeit in horizontaler und vertikaler Richtung wird der Einflugwinkel errechnet. Mit Hilfe typischer Werte für COR und COF soll die Abprallgeschwindigkeit und schlussendlich der Abprallwinkel ermittelt werden.

Die Änderung der Winkelgeschwindigkeit wird ebenfalls errechnet.

Es werden der COR und die Änderung der Winkelgeschwindigkeit gegenübergestellt. Das vorherige Kapitel hat gezeigt, dass bei $v_{x1} = v_{x2} = R\omega_1 = R\omega_2$ und realistischen COR Werten ein kleinerer Absprung als Einflugwinkel resultieren muss.

Typische Werte für COR bewegen sich zwischen 0,73-0,76 (vgl.Roux, 2007). In diesem Beispiel wird ein "Worst Case" Ball mit 0,73 angenommen. In der ATP werden Bälle mit bis zu ca.85cm Höhe über das Netz geschlagen (vgl.Stephanie Kovalchik, 2016). Mit der Netzhöhe addiert, erhält man eine Fallhöhe von 180cm. Demnach wird die Einfluggeschwindigkeit in y-Richtung nach Gl.(2) .

$$v_{y1} = 5,94 \frac{m}{s}$$

Mit einem COR von 0,73 ist die Abprallgeschwindigkeit

$$v_{y2} = 4,33 \frac{m}{s}$$

Die Anfängliche Horizontalgeschwindigkeit soll $v_{x1} = 30 \frac{m}{s}$ sein.

ω_1 beträgt bei sehr großem Topspin 523 rad/s.

Der COF soll 0,8 betragen, was in etwa einem Sandplatz entspricht.

Laut Brody kann ω_2 für durchrutschende Bälle folgendermaßen berechnet werden: (vgl.Brody, 2003)

$$\omega_2 = \omega_1 - \frac{3COF * v_{y1}(1 + COR)}{2R} \quad (43)$$

Mit den oben eingesetzten Zahlen ergibt sich $\omega_2 = 891 \frac{rad}{s}$

Daraus ergibt sich aus vx2:

$$v_{x2} = 22 \frac{m}{s}$$

Unter Anwendung der Winkelfunktionen ergibt sich ein Einflugwinkel $\alpha = 11,19^\circ$ und ein Absprallwinkel $\beta = 11,26^\circ$. Somit ist der Winkel rechnerisch steiler als der Einflugwinkel.

Jedoch ist anzumerken. Dass das Brody Bounce Model nur für Bälle ohne Spin geeignet ist. Veränderungen an der Rotationsgeschwindigkeit führen zu keinen Änderungen am Absprungwinkel. Jedoch kann abgeleitet werden, dass der Ball bei hohen Reibungswerten am Untergrund ohne Spin etwas steiler abspringt, als er einfliegt.

Der kommende Absatz stellt einen Versuch dar, die Rotationsgeschwindigkeit mit in die Gleichungen einzubeziehen. Grundlage hierfür ist, dass die Geschwindigkeitsdifferenz in der x-Achse anders berechnet wird. Anstatt der Vorwärtsgeschwindigkeit des Ballschwerpunktes in x-Richtung wird die Relativgeschwindigkeit zwischen Balloberfläche und Belag ermittelt. Somit ergibt sich für v_{x2} :

$$v_{x2} = v_{x1} - COF * (1 + COR) * \tan(\alpha) * (v_{x1} - R * \omega_1) \quad (44)$$

Eingesetzt ist $v_{x2} = 26,5 \frac{m}{s}$. Wie zu erwarten ist, dies größer, als ohne Einbezug des Spins.

$\omega_2 = 678 \frac{rad}{s}$. Dies stellt auch eine Vergrößerung des Spins dar, fällt aber nicht so drastisch aus. Mit den ermittelten Zahlen ergibt sich ein Abprallwinkel $\beta = 9,28^\circ$.

Dies wäre kleiner als der Einflugwinkel. Mit diesem Verfahren und sonst gleichen Zahlen ist $\alpha = \beta$ bei $\omega_1 = 25 \frac{rad}{s}$.

Laut dem modifizierten Brody Bounce Model ist, bei leichtem Topspin, der Absprungwinkel größer ist als der Einflugwinkel.

8 Abschätzung mit realistischen Werten Abprall nach Rod Cross

Im Unterschied zu Brodys Modell beinhaltet die Abschätzung nach Rod Cross eine Ballverformung, sowie einen COR in horizontaler Richtung. Für die Abschätzung ohne einer Messung müssen jedoch einige Werte angenommen werden. Hierbei werden typische Messwerte aus Rod Cross Arbeiten verwendet. Für ex wird mit Hilfe des Brody Models eine Abschätzung getroffen. Wenn die finalen Werte der modifizierten Brody Formel in (37) eingesetzt werden, ergibt sich $ex \approx -0,3$.

Demnach werden folgende Annahmen getroffen:

$$D = 10mm$$

$$ex = -0,3$$

$$\alpha_K = 0,55$$

Die sonstigen Zahlenwerte sind die gleichen wie bei der Berechnung nach Brody. Eingesetzt in (38) bzw. (39), ergeben folgende Werte:

$$v_{x2} = 25,78 \frac{m}{s}$$

$$\omega_2 = 585,5 \frac{rad}{s}$$

$$\beta = 9,54^\circ$$

Somit ist der Absprungwinkel bei einem großen Topspin kleiner als der Einflugwinkel. Um bei gleichen Werten $\alpha = \beta$ zu erhalten, müsste die Winkelgeschwindigkeit $\omega_1 \approx 165 \frac{rad}{s}$ betragen. Nach dem Modell nach Rod Cross wird der Absprungwinkel bei realistisch angenommenen Werten ohne Spin größer als der Einflugwinkel. Hierbei sei jedoch angemerkt, dass in dieser Berechnung mehr Annahmen getroffen werden müssen als beim Brody Bounce Model. Besonders die Werte für D bzw. ex verändern das Ergebnis. Besonders ex ist schwer anzunehmen, da der Wert indirekt den COF ausdrückt, welcher sonst nicht im Formelkonstrukt vorkommt.

8.1 Diskussion der Berechnung und Hypothesen für praktische Tests

Die ursprüngliche Überlegung besagt, dass ein Ball ohne Spin den gleichen Absprung- wie Einflugwinkel hat. Weiters wurde angenommen, dass Bälle mit Topspin immer flacher und Bälle mit Backspin immer steiler abspringen als sie einfliegen.

Folgende Hypothese ergibt sich aus der Betrachtung der mechanischen Modelle nach Brody bzw. Rod Cross:

- Tennisbälle können unabhängig der Spinrichtung flachen sowie steilen Abprallwinkel haben. Was im Einzelfall eintritt, ist von den äußeren Parametern wie dem COR und dem COF abhängig.

Für besonders glatte Böden und einen kleinen COF, müsste laut den rechnerischen Modellen ein Ball immer niedriger abspringen als er einfliegt. Oberflächen, welche über

einen besonders hohen Reibungskoeffizienten verfügen, ermöglichen auch steilere Absprünge, vorausgesetzt der COR des Balles ist nicht zu klein.

Zu diesem Zweck sollen drei verschiedene Oberflächen betrachtet werden. Als besonders glatte Fläche soll ein Kunststoffboden zum Einsatz kommen. Die zweite Fläche wird ein Tennisplatz sein, um das Ballabsprungsverhalten auf einem tatsächlichen Tennisplatz beobachten zu können. Um das Abprallverhalten des Tennisballes unter Einfluss eines besonders hohen Reibungskoeffizienten beobachten zu können, erfolgt die letzte Messung auf einem Hartplatz.

9 Tests

In der folgenden Versuchsreihe soll zunächst die Werte für den COR bzw. den COF des jeweiligen Platzes bestimmt werden. Im Anschluss werden mit einer Ballkanone Tennisbälle auf eine Oberfläche geschossen. Diese werden mit einer Hochgeschwindigkeitskamera ausgewertet und die Werte mit theoretischen Vorhersagen in Form von Berechnungen verglichen.

Für diese Tests werden unterschiedliche Oberflächen herangezogen. Diese können auch von typischen Tennisplatzoberflächen abweichen, um für den COR bzw. COF extremere Werte zu erfassen.

Für die tatsächlichen Messungen werden drei Oberflächen verwendet. Zum einen eine Kunststoffoberfläche im Labor für Biomechanik auf der Schmelz.

Die zweite Oberfläche, welche getestet werden soll, ist der Tennisplatz im Freien. Dieser besteht aus einem filzartigen Belag sowie einem Kunststoffgranulat. Der Belag weist im Vergleich zum Labor einen höheren Reibungskoeffizienten auf, welcher jedoch durch die unterschiedliche Verteilung des Sandes variieren kann.

Die dritte Oberfläche ist der Tartanplatz, welcher im Vergleich zu den anderen Oberflächen einen noch höheren Reibungskoeffizienten aufweist. Zudem unterliegt der Platz durch seine feste Struktur weniger Abweichungen bezüglich des Reibungskoeffizienten.

9.1 Kamera

Der Ballkontakt am Boden spielt sich in einem zeitlichen Rahmen von 4-6ms ab (Cross, 2002). Um Zeitinkremente von 5ms erfassen zu können, muss die Kamera in der Lage sein mindestens 200 Bilder pro Sekunde aufzeichnet.

Die Wahl der Kamera fällt schlussendlich auf eine Go Pro Hero5 black. Diese bietet neben einer hervorragenden Mobilität eine Auflösung von 720p bei einer Bildwiederholrate von 240fps.

Die Einstellungen werden folgendermaßen getroffen.

Auflösung: 720p

Shutter Zeit: schnellste

FOV: Eng

9.2 Ballkanone

Das Trainingsgerät mit der Bezeichnung Serviceboy (Type 5b 80) (siehe *Abbildung 19*) wird in den Testreihen zum Einsatz kommen. Ein großer Vorteil für Tests dieser Art besteht darin, dass die Kanone in der Lage ist, Bälle nach unten zu schießen.

An diesem Modell werden zwei wesentliche Veränderungen vorgenommen. Zum einen kann die Geschwindigkeit der Bälle über eine Manschette am Wurfrohr eingestellt werden. Hierbei werden, je nach Einstellung, mehrere Löcher an der Seite des Rohres freigelegt bzw. verdeckt.

Die zweite Modifikation betrifft die Rotation des Balles. Dafür gibt es einen Drallaufsatz, welcher am Ende des Wurfrohres aufgeschraubt werden kann. In diesem kurzen Rohrstück liegt ein Gummiband, dessen Orientierung frei gewählt werden kann. Dieses Band bremst den Ball beim Austritt des Rohres einseitig und erzeugt somit einen Drall. Um eine vergleichbare Geschwindigkeit bezüglich rotationsloser Bälle zu erhalten, muss die Ballkanone zuvor auf eine höhere Geschwindigkeit eingestellt werden. Die Rotationsgeschwindigkeit des Balles kann nicht eingestellt werden. Mit punktuellen

Erhöhungen des Gummibandes könnte die Rotationsgeschwindigkeit zumindest teilweise beeinflusst werden.



Abbildung 19 Ballkanone "Serviceboy" rechts ist der Drallaufsatz dargestellt, welcher an das Ende des Rohres im linken Foto angeschraubt werden kann. Fotos: Eigenanfertigung

9.3 Ermitteln des COR bzw. COF

Der vertikale COR kann relativ einfach ermittelt werden. Dazu werden die Bälle, welche später auch mit der Ballmaschine geschossen werden, auf die jeweilige Oberfläche fallen gelassen und die Absprunggeschwindigkeit mit der Einfluggeschwindigkeit verglichen.

Der COF ist, wie oben beschrieben, aufwendiger zu Messen. Eine Abschätzung des Wertes könnte getroffen werden, indem man mehrere Bälle an einer Box fixiert. Diese mit einem bekannten Gewicht belastet und mit konstanter Geschwindigkeit über den Platz gezogen. Der COF ergibt sich dann aus dem Quotienten der Zugkraft und der Normalkraft. Das Problem bei dieser Methode ist allerdings, dass der Wert für den COF von der Geschwindigkeit Abhängt.

Um einen akkuraten Wert zu erhalten, sollte der COF bei Geschwindigkeiten, mit denen später auch gemessen wird, ermittelt werden. Dazu bietet sich eine visuelle Methode mit einer Hochgeschwindigkeitskamera an. Ähnlich dem Sestee-System wird die Ein- und

Ausfluggeschwindigkeit gemessen und damit unter Zuhilfenahme von (5) der COF ermittelt werden.(vgl.Rod Cross, 2006)

9.4 Tennisbälle

Die Testbälle sind von der Marke Wilson und werden unter dem Namen "Championship extra duty" vertrieben. Für jede Testreihe sind drei neue Bälle veranschlagt.

Die Bälle sind laut Verpackung ITF Approved.



Abbildung 20 Abbildung der Verpackung der Bälle Quelle: ("Amazon.com: Wilson Championship Extra Duty Tennis Ball: Sports & Outdoors")

9.5 Testreihen

Auf jedem der Beläge wird jeweils eine Testreihe mit mehreren Durchgängen durchgeführt.

In jeder Testreihe werden die Literarturwerte COR und COF aufgezeichnet. Diese bestehen jeweils aus drei Würfeln beim COR bzw. drei Schüssen beim COF. Die Literaturwerte werden sowohl am Anfang als auch am Ende einer jeden Testreihe mit den Methoden von 9.3 ermittelt um eine etwaige Ballabnützung ausschließen oder berücksichtigen zu können.

Nach den Literaturwerten wird die jeweilige Oberfläche von 10° - 60° Einfallswinkel in 10° Inkrementen beschossen. Der Einflugwinkel wird mit einem Winkelmesser voreingestellt und entspricht dem Einflugwinkel demnach nicht exakt. Dieser wird später genauer in der Software "Kinovea" ermittelt.

Somit ergeben sich pro Testreihe 18 Schüsse mit der Kanone zuzüglich der zwei Messungen des COR.

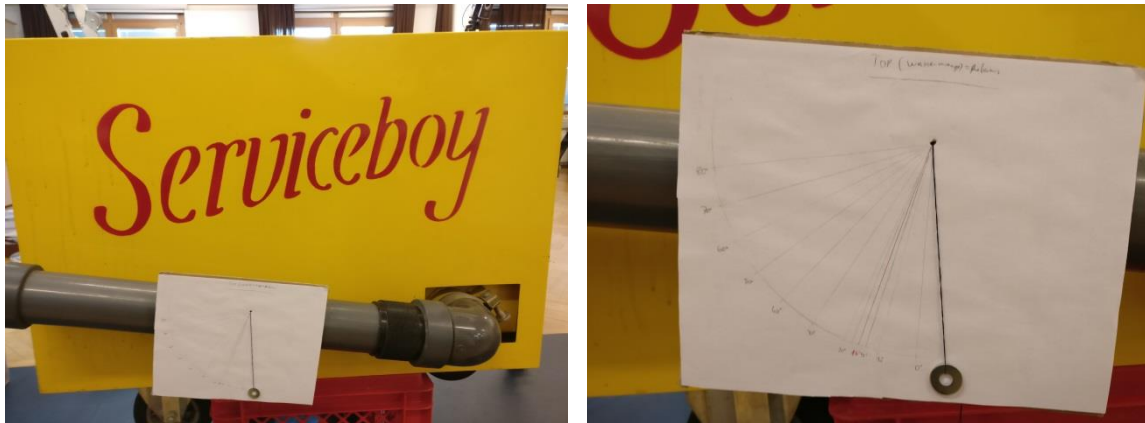


Abbildung 21 Ballkanone "Serviceboy" mit angebrachtem Winkelmesser. Die Oberkante des Kartons war die Referenzkante beim Erstellen des Messinstrumentes. Fotos: Eigenanfertigung



Abbildung 22 Typischer Messaufbau, Hier am Tartanplatz. Foto: Eigenanfertigung

9.6 Software und Videoauswertung

Zur Auswertung der Videos wird das open-source Programm Kinovea verwendet. (Download unter <https://www.kinovea.org/>). Hierbei wird auf die Beta Version 8.27 zurückgegriffen.

Diese hat im Vergleich zur stabilen Version 8.15 folgende Vorteile:

- Anpassungsmöglichkeit des Erfassungsfensters bei der automatischen Verfolgung von Objekten
- Auswertung von Geschwindigkeiten in horizontaler- und vertikaler Achse mit einer Ausgabe der Dateien in Excel
- Mehr Optionen in der Winkelmessung zur Bestimmung der Drehzahl des jeweiligen Balles

- Ermittlung der tatsächlichen Geschwindigkeit mit Hilfe eines Größenvergleichs in der Flugebene des Balles

Für die Ermittlung der Literaturwerte werden lediglich die Geschwindigkeiten in der horizontalen und vertikalen Achse gemessen. Diese können bei Bedarf in Excel in Form von Kurven verglichen werden.

Bei den eigentlichen Messreihen werden zuzüglich zu den Geschwindigkeiten auch noch die Ein- bzw. Ausflugwinkel der Bälle bestimmt. Weiters wird die Winkelgeschwindigkeit der abgeprallten Bälle ermittelt. Dazu soll der Winkel vom Mittelpunkt des Balles bezüglich der Horizontalen und einem Marker auf dem Ball gemessen werden. Dies geschieht in der Regel in zwei aufeinander folgenden Frames. Die Winkeldifferenz liefert mit der Zeit eines Frames (1/240s) die Winkelgeschwindigkeit in Grad/s. Diese werden dann in Excel mit der Beziehung

$$2\pi rad = 360^\circ \quad (45)$$

in rad/s umgeformt.

9.7 Ermittelte Literaturwerte COR

9.7.1 Labor

Die beschossene Oberfläche im Labor ist eine Kunststoffoberfläche. In *Abbildung 23* sind die Vertikalen Geschwindigkeiten der 3 Schüsse den restlichen Messungen gegenübergestellt. Für die Berechnung der COR Werte sind die Maxima in positiver sowie negativer Richtung interessant, da die höchsten Geschwindigkeiten unmittelbar vor- bzw. nach dem Aufprall auftreten müssen.

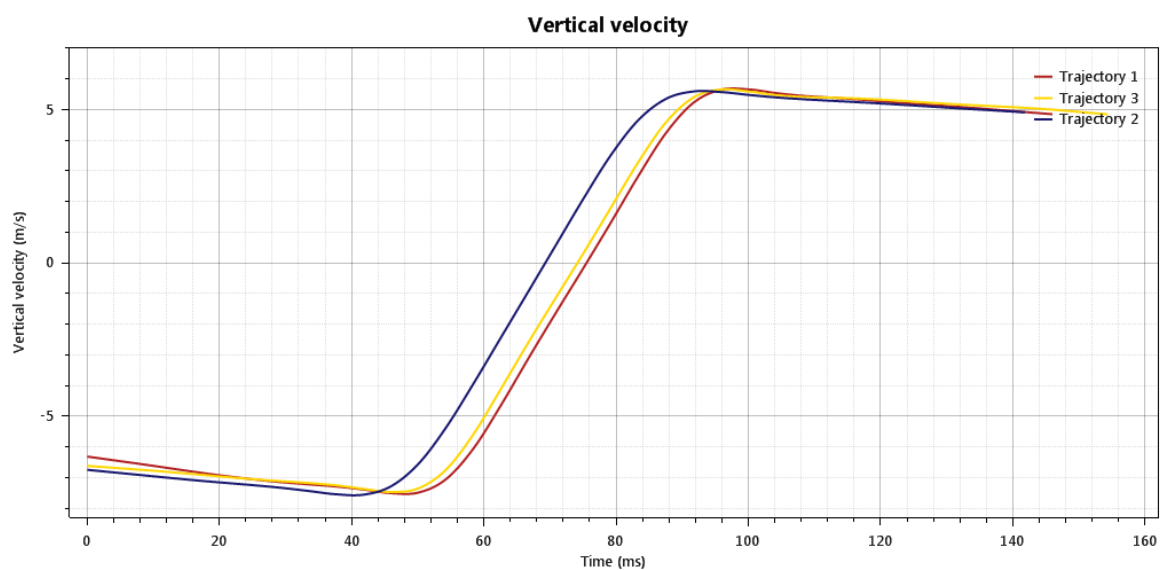


Abbildung 23 Vergleich der vertikalen Geschwindigkeiten vor den restlichen Messungen aus Kinovea

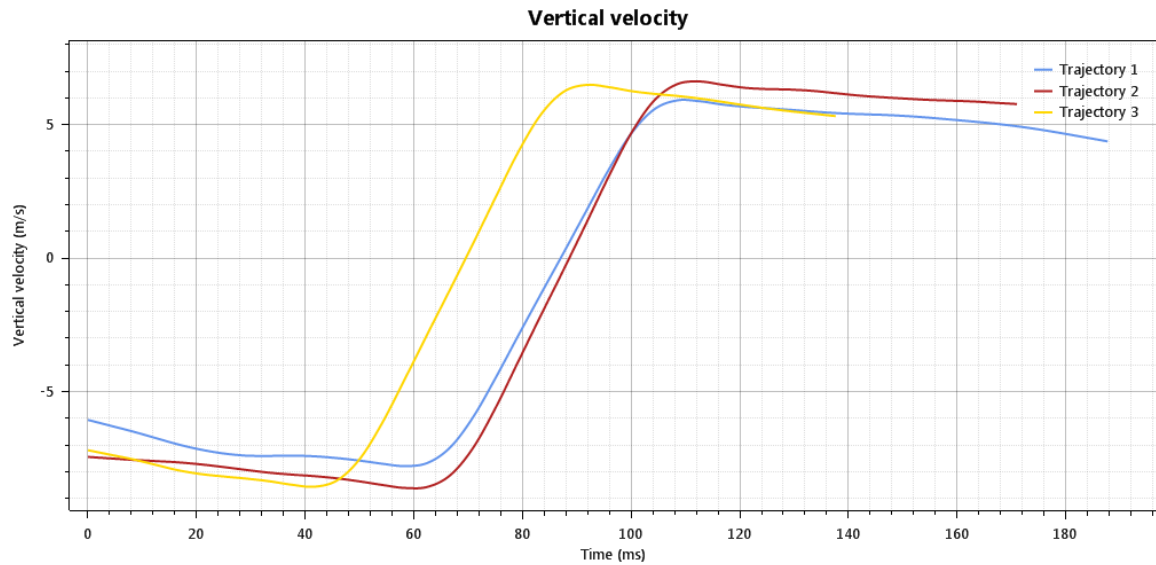


Abbildung 24 Vergleich der vertikalen Geschwindigkeiten nach den Messungen aus Kinovea

Die Darstellung der Kurven erfolgt relativ zueinander. Man kann erkennen, dass die Geschwindigkeiten sehr ähnlich ausfallen. Zur besseren Übersicht werden in der *Abbildung 25* alle sechs Würfe auf einmal dargestellt. Um die Darstellungen nicht zu sehr auszudehnen, werden in den folgenden Betrachtungen der COR Werte auf dem Tennisplatz bzw. dem Tartanplatz auf die Abbildungen aus Kinovea verzichtet.

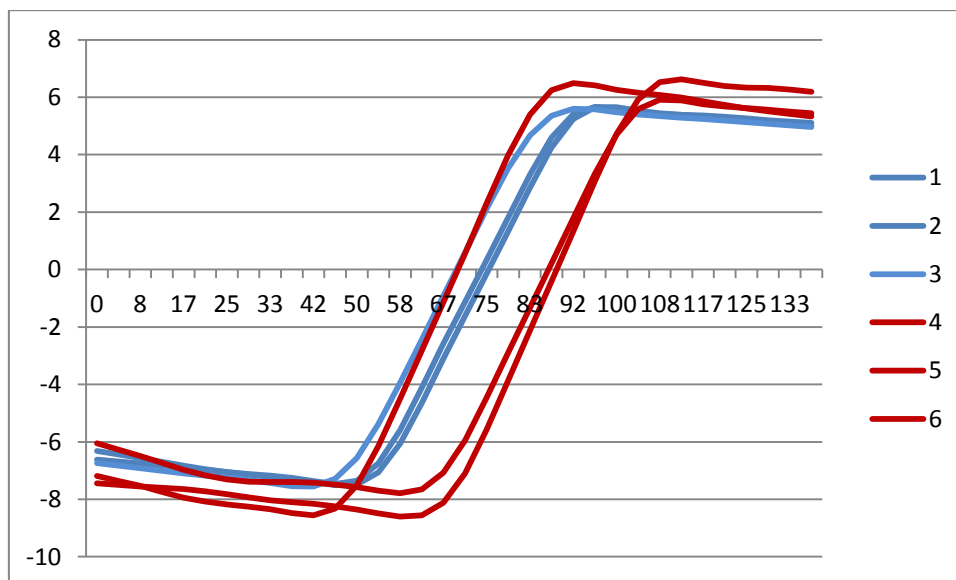


Abbildung 25 Darstellung aller Geschwindigkeitsverläufe der COR Messung im Labor

Die in blau dargestellten Würfe 1-3 sind vor den Messungen passiert, während die Würfe 4-6 die Aufzeichnungen nach den Messungen darstellen. Die Abweichungen sind

vermutlich durch kleine Unterschiede in der Abwurfhöhe entstanden. Da sich der COR erst bei höheren Geschwindigkeiten wesentlich verändert, stellt dies für die Betrachtungen kein Problem dar. Die negativen Werte entstehen aufgrund des Koordinatensystems, welches Kinovea verwendet.

Eingesetzt in (1) ergeben sich folgende COR Werte:

Labor	v1 [m/s]	v' [m/s]	COR
Wert 1	-7,50	5,66	0,75
Wert 2	-7,47	5,59	0,75
Wert 3	-7,56	5,59	0,74
Wert 4	-7,78	5,91	0,76
Wert 5	-8,60	6,50	0,76
Wert 6	-8,55	6,49	0,76
Mittelwert	-7,91	5,96	0,75
Standardabweichung	0,48	0,40	0,01

Tabelle 1 Geschwindigkeiten und COR Werte im Labor

Man kann erkennen, dass die Abweichungen der COR Werte deutlich kleiner als 1% sind. Somit kann bei den Bällen, welche im Labor verwendet werden, davon ausgegangen werden, dass die ihre Eigenschaften bezüglich des COR-Wertes nicht merklich verändert haben.

Alle Werte liegen in einem Bereich, der sowohl für die ITF als auch für die ATP zulässig wären.

9.8 Tennisplatz

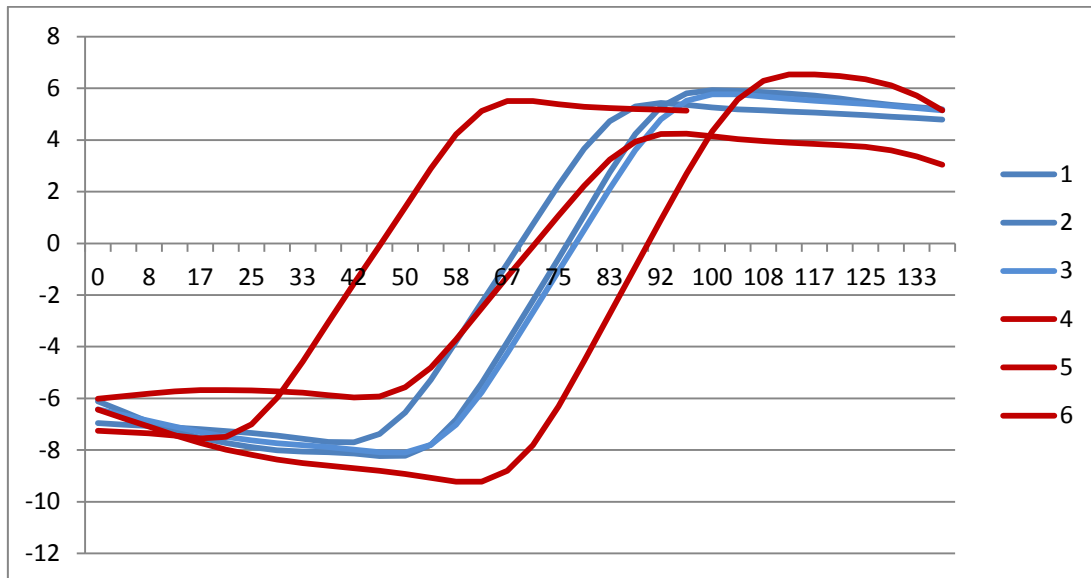


Abbildung 26 Darstellung aller Geschwindigkeitsverläufe der COR Messung am Tennisplatz

Tennisplatz	v1 [m/s]	v'[m/s]	COR
Wert 1	-7,70	5,43	-0,70
Wert 2	-8,23	5,93	-0,72
Wert 3	-8,09	5,77	-0,71
Wert 4	-9,22	6,53	-0,71
Wert 5	-5,96	4,24	-0,71
Wert 6	-7,54	5,50	-0,73
Mittelwert	-7,79	5,57	-0,71
Standardabweichung	0,98	0,69	0,01

Tabelle 2 Geschwindigkeiten und COR Werte am Tennisplatz

Die Messergebnisse am Tennisplatz zeigen größere Abweichungen der Geschwindigkeiten. Die COR Werte zeigten, wie im Labor, keine nennenswerten Abweichungen.

9.9 Hartplatz

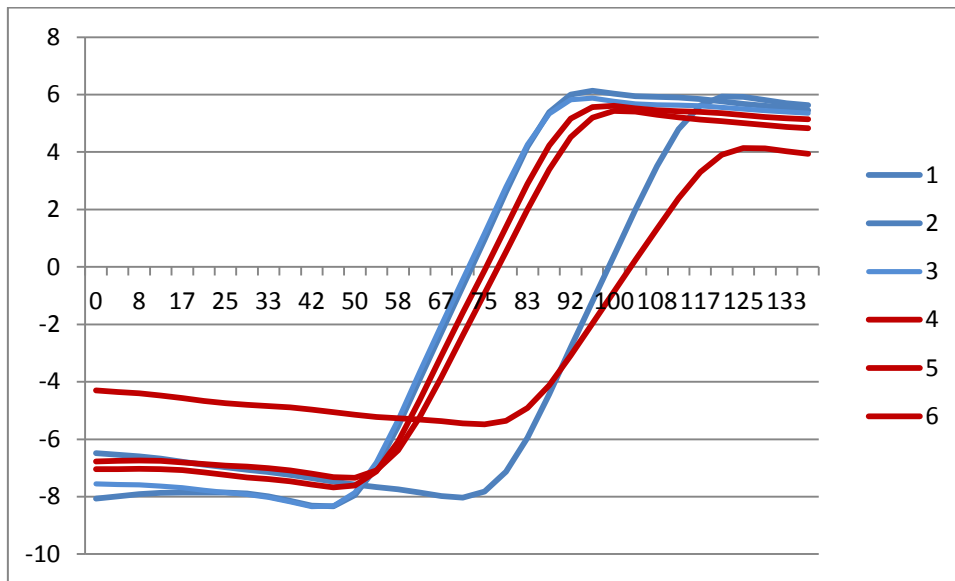


Abbildung 27 Darstellung aller Geschwindigkeitsverläufe der COR Messung am Hartplatz

Tennisplatz	v_1 [m/s]	v' [m/s]	COR
Wert 1	-8,04	5,94	-0,74
Wert 2	-8,33	6,13	-0,74
Wert 3	-8,34	5,88	-0,70
Wert 4	-7,68	5,61	-0,73
Wert 5	-7,34	5,43	-0,74
Wert 6	-5,48	4,14	-0,76
Mittelwert	-7,54	5,52	-0,73
Standardabweichung	0,98	0,66	0,02

Tabelle 3 Geschwindigkeiten und COR Werte am Hartplatz

Die Standardabweichung der COR-Werte ist hier am größten, hält sich mit 1,5 % in einem sehr überschaubaren Rahmen.

Wie auch bei den Messungen im Labor bzw. am Tennisplatz sind keine großen Fehler vorhanden.

9.10 Ermittelte Literaturwerte COF

Aussagekräftige Werte für den COF zu finden ist aufwendiger als die Ermittlung des COR. Die Geschwindigkeiten der Bälle müssen in horizontaler sowie in vertikaler Richtung bestimmt werden. Mit Hilfe von (5) und dem jeweiligen Mittelwert des COR wurden die COF-Werte berechnet.

9.11 Labor

Die Oberflächenbeschaffenheit im Labor lässt auf einen relativ niedrigen COF-Wert schließen. Dies kann auch bei den Messungen bestätigt werden.

Labor	COF
COF1	0,29
COF2	0,27
COF3	0,25
COF4	0,31
COF5	0,37
COF6	0,28
Mittelwert	0,30
Standardabweichung	0,04

Tabelle 4 COF im Labor

9.12 Tennisplatz

Die Werte für den COF sind am Tennisplatz deutlich größer als im Labor. Die Abweichungen der einzelnen Messungen sind am größten, was vermutlich an der unregelmäßigen Oberfläche liegt. Die Verteilung der Gummipartikel war am gesamten Platz sehr unregelmäßig. Die Fläche zwischen T-Linie und Grundlinie weist am wenigsten Partikel auf. Zwei bis drei Meter hinter der Grundlinie bis hin zur Platzbegrenzung sind am meisten bzw. deutlich zu viele vorhanden. Der Ort der Messung ist in der Nähe des Netzes angesiedelt, wo die Verteilung der Gummipartikel in einem subjektiven Mittel lag.

COF1	0,62
COF2	0,72
COF3	0,72
COF4	0,68
COF5	0,58
COF6	0,65
Mittelwert	0,66
Standardabweichung	0,05

Tabelle 5 COF am Tennisplatz

9.13 Hartplatz

Die COF-Werte am Hartplatz sind noch höher als am Tennisplatz. Hier sticht auch heraus, dass die Abweichungen der einzelnen Werte jedoch geringer sind. Dies ist vermutlich auf die Oberflächenstruktur zurückzuführen.

COF1	0,73
COF2	0,76
COF3	0,79
COF4	0,71
COF5	0,78
COF6	0,71
Mittelwert	0,75
Standardabweichung	0,03

Tabelle 6 COF am Hartplatz

9.14 Zusammenfassung der COF-Werte

Wie angenommen, sind die COF-Werte am Hartplatz am höchsten und im Labor am niedrigsten. Die Standardabweichung ist am Tennisplatz am höchsten. Ein Erklärungsversuch wäre, dass sich die Oberfläche nach jedem Schuss leicht ändert, da

Gummipartikel weggeschleudert werden. Durch häufiges Kehren an den Aufprallstellen sollte diesen Abweichungen entgegengewirkt werden, wobei jedoch kein vollständig reproduzierbarer Zustand erreicht werden kann.

9.15 Auswertung der Messereien

Im Anschluss befinden sich die durch die Testreihen ermittelten Messwerte. Zu Beginn werden jeweils die Einflug- bzw. Ausflugwinkel gegenübergestellt.

Zur Auswertung werden vier Messreihen mit jeweils unterschiedlichen Geschwindigkeiten herangezogen. Die Geschwindigkeiten reichen von ca. 14m/s bis zu 33 m/s. Die Messreihen werden in den Diagrammlegenden bezüglich ihrer Geschwindigkeiten benannt.

Die zweite Darstellung bezieht sich auf die Winkeldifferenz gegenüber dem Einflugwinkel.

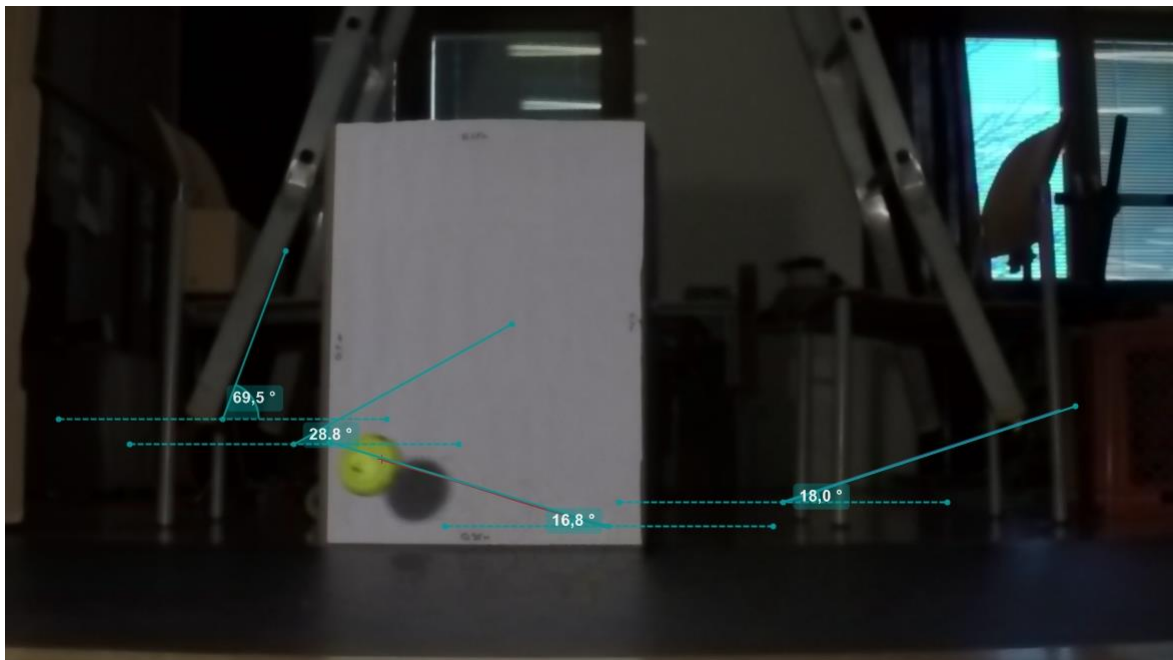


Abbildung 28 Typische Auswertung. Foto einer Analyse im Labor. Zur Erklärung: Die zwei Winkelmessungen auf der linken Seite beziehen sich auf die Rotation des Balles zwischen 2 Frames (1/240s). Die Winkelmessungen auf der rechten Seite beschreiben den Ein- und Ausfallwinkel Quelle: Screenshot aus Kinovea

9.15.1 Messwerttabelle

Zur Erklärung: omega1 und omega 2 beziehen sich auf die gemessenen Winkel zwischen zwei Frames. Die Differenz wird zur Errechnung der Winkelgeschwindigkeit herangezogen.

Reihe	Ort	Einflugwinkel [°]	Ausflugwinkel [°]	Omega 1 [°]	Omega 2 [°]	Anzahl der Frames	alpha beta differenz [°]	Betrag omegadifferenz [°]	Winkelgeschw(rad/s)
schnell	Labor	14,3	12,2	10,3	37,2	1,0	-2,1	26,9	112,7
schnell	Labor	18,3	17,1	-115,8	-72,6	1,0	-1,1	43,2	181,0
schnell	Labor	30,3	28,9	-131,8	-65,5	1,0	-1,4	66,3	277,7
schnell	Labor	40,0	42,1	-48,3	20,6	1,0	2,0	68,9	288,6
schnell	Labor	50,2	53,6	-88,5	-162,3	1,0	3,5	73,8	309,1
schnell	Labor	58,7	63,0	-153,0	-98,7	1,0	4,3	54,3	227,5
langsam	Labor	24,8	21,9	-166,3	-140,1	1,0	-2,9	26,2	109,7
langsam	Labor	27,4	27,3	-124,4	-100,0	1,0	-0,1	24,4	102,2
langsam	Labor	35,3	37,1	-142,7	-93,7	1,0	1,7	49,0	205,3
langsam	Labor	42,8	46,1	-71,9	-20,0	1,0	3,3	51,9	217,4
langsam	Labor	51,3	59,8	49,2	95,0	1,0	8,4	45,8	191,8
langsam	Labor	71,7	73,7	-32,8	-6,7	1,0	2,1	26,1	109,3
schnell	Tennispl.	15,6	15,6	-124,3	-65,8	1,0	0,0	58,5	245,0
schnell	Tennispl.	22,7	26,6	-78,6	27,2	1,0	3,9	105,8	443,2
schnell	Tennispl.	30,4	42,7	-90,3	41,4	1,0	12,3	131,7	551,7
schnell	Tennispl.	40,8	50,7	-151,0	-57,1	1,0	9,8	93,9	393,3
schnell	Tennispl.	50,1	61,1	-94,2	-25,4	1,0	11,0	68,8	288,2
schnell	Tennispl.	59,5	67,3	126,4	167,8	1,0	7,7	41,4	173,4
langsam	Tennispl.	22,1	31,2	-77,9	-20,3	1,0	9,0	57,6	241,3
langsam	Tennispl.	28,6	36,5	-113,8	-55,0	1,0	7,9	58,8	246,3
langsam	Tennispl.	33,2	47,2	92,5	134,4	1,0	14,0	41,9	175,5
langsam	Tennispl.	42,6	50,1	76,1	116,0	1,0	7,5	39,9	167,1
langsam	Tennispl.	50,8	58,7	55,6	87,5	1,0	7,8	31,9	133,6
langsam	Tennispl.	61,3	70,8	125,3	154,7	1,0	9,5	29,4	123,2
schnell	Hartplatz	14,1	16,2	34,5	124,3	1,0	2,1	89,8	376,2
schnell	Hartplatz	22,0	30,3	-158,3	-39,7	1,0	8,3	118,6	496,8
schnell	Hartplatz	30,2	41,1	-144,6	-24,3	1,0	10,9	120,3	503,9
schnell	Hartplatz	41,1	47,7	-41,7	25,0	1,0	6,7	66,7	279,4
schnell	Hartplatz	52,1	58,0	-18,8	27,3	1,0	6,0	46,1	193,1
schnell	Hartplatz	61,7	63,8	28,4	79,3	1,0	2,1	50,9	213,2
langsam	Hartplatz	24,7	31,1	-174,0	-107,1	1,0	6,5	66,9	280,2
langsam	Hartplatz	27,0	37,3	-74,9	-15,9	1,0	10,3	59,0	247,1
langsam	Hartplatz	35,0	42,3	-114,1	-57,2	1,0	7,3	56,9	238,3
langsam	Hartplatz	43,3	49,7	-162,5	-126,6	1,0	6,4	35,9	150,4
langsam	Hartplatz	53,0	56,4	-141,2	-104,4	1,0	3,5	36,8	154,1
langsam	Hartplatz	62,9	65,3	-126,9	-89,5	1,0	2,4	37,4	156,7

Tabelle 7 Messwerte (Eigenanfertigung)

Reihe	Ort	Einflugwinkel [°]	Ausflugwinkel [°]	Omega 1 [°]	Omega 2 [°]	Anzahl der Frames	alpha beta differenz [°]	Betrag omegadifferenz [°]	Winkelgeschw (rad/s)
mittel 1	labor	16,35	12,8	35,8	55,4	1	-3,5546	19,58	82,02
mittel 1	labor	20,99	17,7	-144,6	-126,4	1	-3,3288	18,16	76,07
mittel 1	labor	28,3	31,7	-132,5	-105,2	1	3,42748	27,27	114,23
mittel 1	labor	37,55	42	118,9	147,2	1	4,43358	28,3	118,54
mittel 1	labor	46,56	53,9	-163,9	-115,2	1	7,37441	48,7	203,99
mittel 1	labor	58,35	63,2	-103,4	-54,2	1	4,82952	49,2	206,09
mittel 2	labor	16,96	15,2	-123,1	-72,8	1	-1,7203	50,3	210,70
mittel 2	labor	24,84	22,1	-97,8	-35,6	1	-2,697	62,2	260,54
mittel 2	labor	32,88	36,1	45,5	96,9	1	3,26349	51,4	215,30
mittel 2	labor	42,68	47	-110,6	-43,2	1	4,29108	67,4	282,32
mittel 2	labor	52,52	57,5	-40,8	13,9	1	5,00659	26,9	112,68
mittel 2	labor	62,15	66,6	-106,2	-51,4	1	4,42088	54,8	229,55
mittel 1	Tennisplatz	16,66	17,4	89,0	129,6	1	0,71304	40,6	170,06
mittel 1	Tennisplatz	20,42	27,6	35,2	132,7	1	7,22294	97,484	408,34
mittel 1	Tennisplatz	27,86	41,9	-159,6	-83,5	1	14,0433	76,1	318,77
mittel 1	Tennisplatz	33,32	45,3	-143,7	-52,4	1	11,9942	91,3	382,44
mittel 1	Tennisplatz	47,47	61,8	40,1	96,7	1	14,3563	56,6	237,09
mittel 1	Tennisplatz	58,17	60,1	-82,1	-39,5	1	1,94435	42,6	178,44
mittel 2	Tennisplatz	14,48	15,6	75,7	134,2	1	1,13611	58,5	245,04
mittel 2	Tennisplatz	17,25	21	23,4	127,2	1	3,74844	103,8	434,80
mittel 2	Tennisplatz	24,29	31,8	-145,6	-55,5	1	7,47299	90,1	377,41
mittel 2	Tennisplatz	38,97	50,7	170	-148,8	1	11,7342	21,2	88,80
mittel 2	Tennisplatz	52,58	58,1	40,2	90,1	1	5,48561	49,9	209,02
mittel 2	Tennisplatz	62,37	70,7	-77,1	-26,6	1	8,29185	50,5	211,53
mittel 1	Hartplatz	15,36	16,5	-10,4	47,4	1	1,10208	37	154,99
mittel 1	Hartplatz	21,14	27,5	22,3	105,8	1	6,3734	83,5	349,76
mittel 1	Hartplatz	28,67	40,7	-110,2	-21,1	1	12,0651	89,1	373,22
mittel 1	Hartplatz	38,6	48,7	13,2	82,3	1	10,1325	69,1	289,45
mittel 1	Hartplatz	48,33	56,6	-141,5	-88	1	8,29183	53,5	224,10
mittel 1	Hartplatz	58,85	61	-37,9	4,2	1	2,17749	33,7	141,16
mittel 2	Hartplatz	17,05	20,4	-79,9	7	1	3,39792	72,9	305,36
mittel 2	Hartplatz	24,2	34	0	104,5	1	9,82524	104,5	437,73
mittel 2	Hartplatz	32,44	40,1	77,3	157	1	7,6429	79,7	333,85
mittel 2	Hartplatz	43,38	50,1	32,8	106	1	6,68745	73,2	306,62
mittel 2	Hartplatz	53,5	54,5	-78,2	-28,5	1	1,02515	49,7	208,18
mittel 2	Hartplatz	63,08	65,3	11,3	45,3	1	2,25191	34	142,42

Tabelle 8 Messwerttabelle (Eigenanfertigung)

9.15.2 Labor

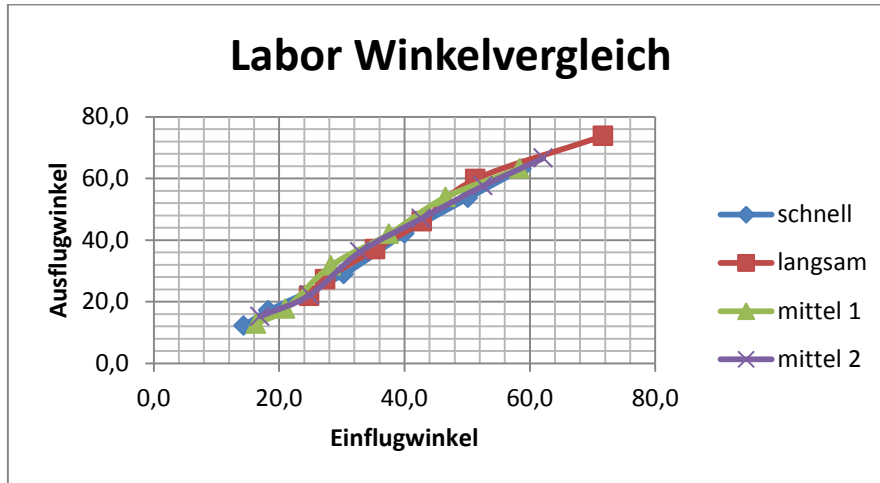


Abbildung 29 Langsame und schnelle Bälle (ohne spin) im Labor

Abbildung 29 zeigt, dass die Einflug- bzw. Abflugwinkel größer als 20° sehr ähnlich sind. Der leichte Anstieg der Kurven bei schnellen Bällen wäre damit zu erklären, dass die Bälle bei kleinen Einflugwinkeln eher rutschen und bei steileren Einflugwinkeln besser am Boden haften. Die Geschwindigkeit des Balles hat keinen erkennbaren Einfluss auf die Winkel.

Besser kann diese Behauptung untermauert werden, wenn die Winkeldifferenz dem Einflugwinkel gegenübergestellt wird.

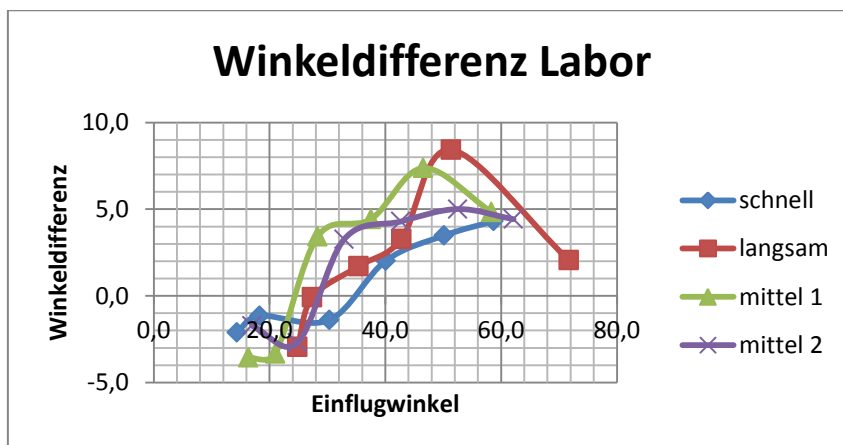


Abbildung 30 Winkeldifferenz im Labor gegenüber dem Einflugwinkel

In *Abbildung 30* kann man erkennen, dass Bälle mit flachen Einflugwinkeln noch flacher abprallen. Erst ab einem Einflugwinkel von ca. 30° fällt die Reibungskraft mehr ins Gewicht und erzeugt so einen steileren Abflugwinkel.

Bei Winkeln über 50° nimmt die horizontale Geschwindigkeitskomponente derart ab, dass als Folge auch die Winkeldifferenz kleiner wird.

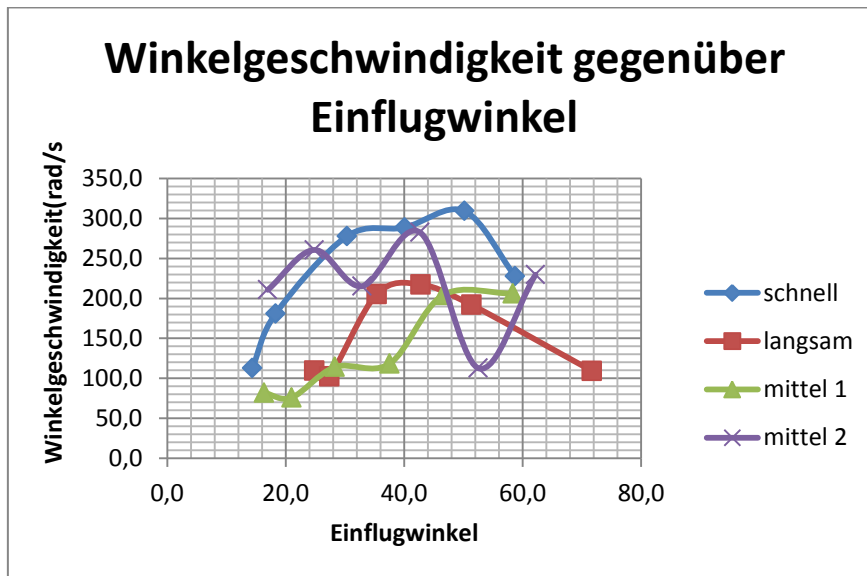


Abbildung 31 Winkelgeschwindigkeit gegenüber dem Einflugwinkel

Abbildung 31 zeigt die Winkelgeschwindigkeit gegenüber dem Einflugwinkel. Hier kristallisiert sich ganz klar heraus, dass der Ball bei einem bestimmten Einflugwinkel die maximale Rotation aufnimmt. Der absolute Wert der Winkelgeschwindigkeit ist jedoch von der Oberflächengeschwindigkeitsdifferenz zwischen Ball und Boden abhängig. In diesem Fall ist es etwas über 40° . Auf Oberflächen mit einem höheren COF wird erwartet, dass das Maximum der Kurve weiter links platziert ist.

9.15.3 Tennisplatz

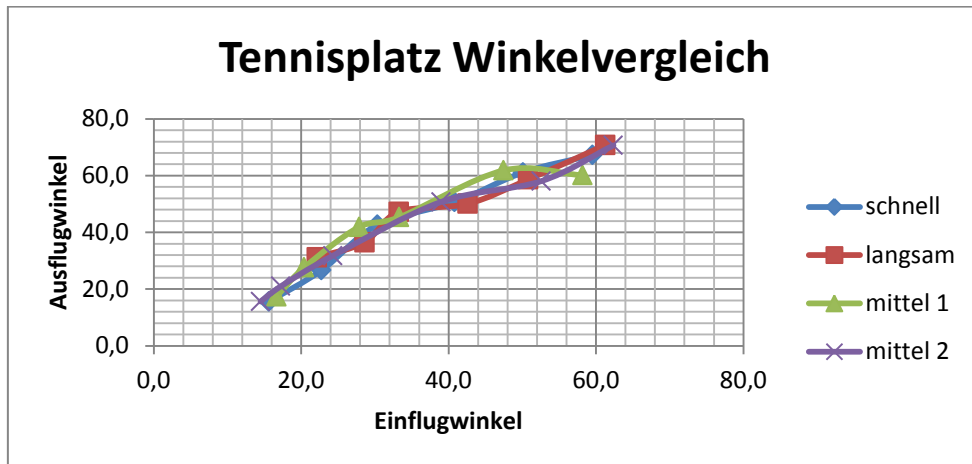


Abbildung 32 Winkelvergleich am Tennisplatz

Wie im Labor ändert die Geschwindigkeit des Balles wenig am Ausfallwinkel. Da die Funktionen auf den ersten Blick sehr ähnlich aussehen, lohnt an dieser Stelle ein Vergleich mit den Werten des Labors.

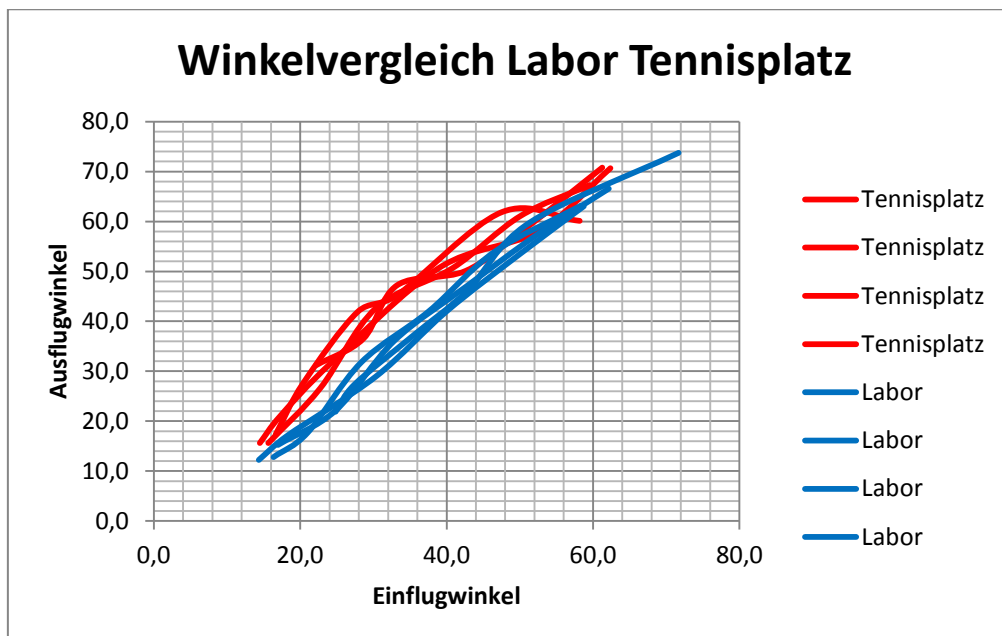


Abbildung 33 Vergleich Labor und Tennisplatz

Auffällig ist trotz der Ähnlichkeit folgendes:

- Bei kleinen Einflugwinkeln ($<20^\circ$) sind die Linien der schnell geschossenen Bälle fast deckungsgleich
- Zwischen ca. 25° und 40° gehen die Werte des Labors und des Tennisplatzes am weitesten auseinander. Dies liegt am höheren COF.
- Ab 40° decken sich die Verläufe der Funktionen wieder besser ab. Auch auf glatteren Oberflächen eine höhere Reibungskraft auf den Ball wirken. Zusätzlich kann der Winkel nicht mehr sehr viel steiler werden, als beim jeweiligen Einfallswinkel.

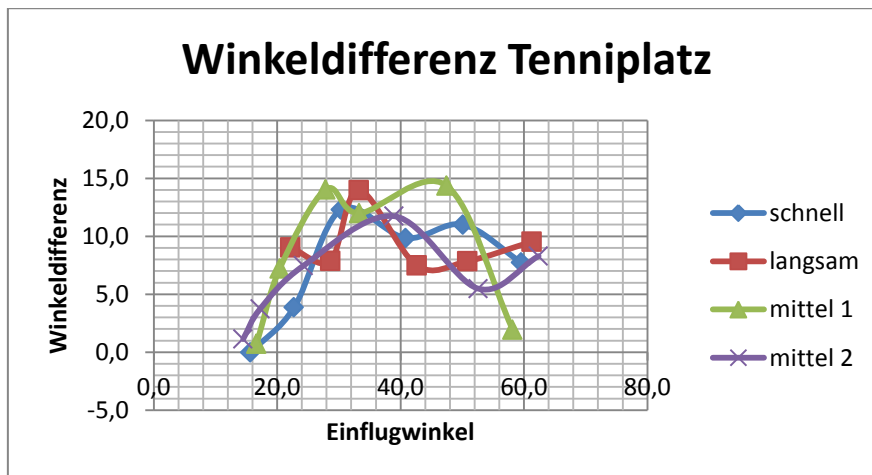


Abbildung 34 Winkeldifferenz am Tennisplatz

Ein eindeutiges Maximum ist auch hier nicht zu beobachten. Möglicherweise haben mehrere Bälle bei ca. 40° Einfallswinkel ein kleines Areal mit einem geringeren COF als die Bälle der restlichen Serie getroffen. Dadurch entstand eine Abweichung, wie sie auch schon bei der Messung der Literaturwerte beobachtbar war.

Am Tennisplatz hatte kein Ball einen flacheren Ausflugwinkel als Einflugwinkel. Im Labor tritt dies bei den geringsten Einfallswinkeln sehr wohl auf. Da es recht schwer ist mit den vorhandenen Geräten einen noch flacheren Einflugwinkel zu generieren, kann über den Bereich zwischen 0 und 15° nur gemutmaßt werden.

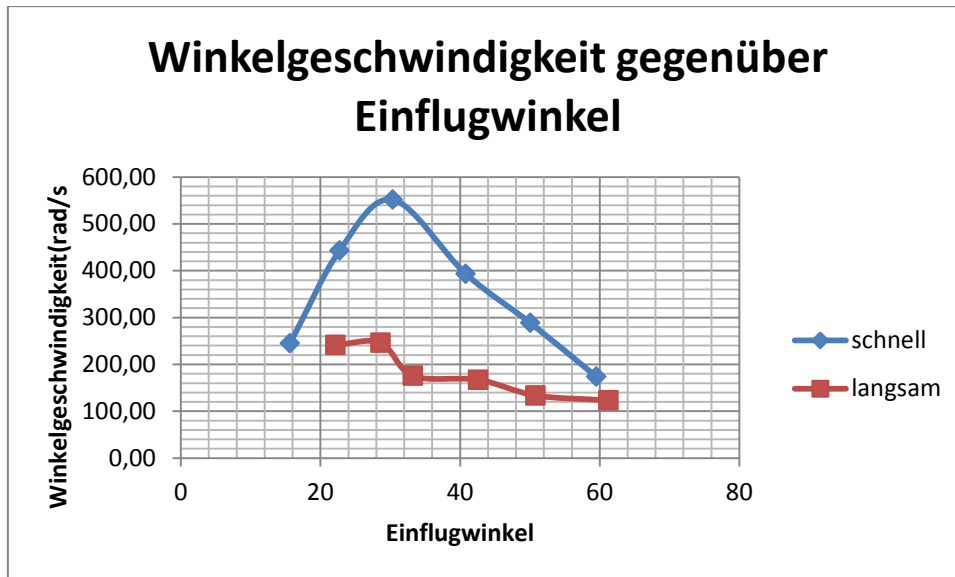


Abbildung 35 Winkelgeschwindigkeit gegenüber Einflugwinkel

Durch die höhere Reibung zwischen Belag und Ball wird auch mehr kinetische Energie in Rotationsenergie umgewandelt. Die Spitzenwerte der schnellen Bälle übertreffen die aus dem Labor um ca. einen Faktor von zwei.

Die langsamen Bälle drehen nach dem Bodenkontakt in etwa gleich schnell wie die Bälle im Labor. Jedoch tritt das Maximum am Tennisplatz schon bei kleineren Winkeln auf als im Labor.

9.15.4 Hartplatz

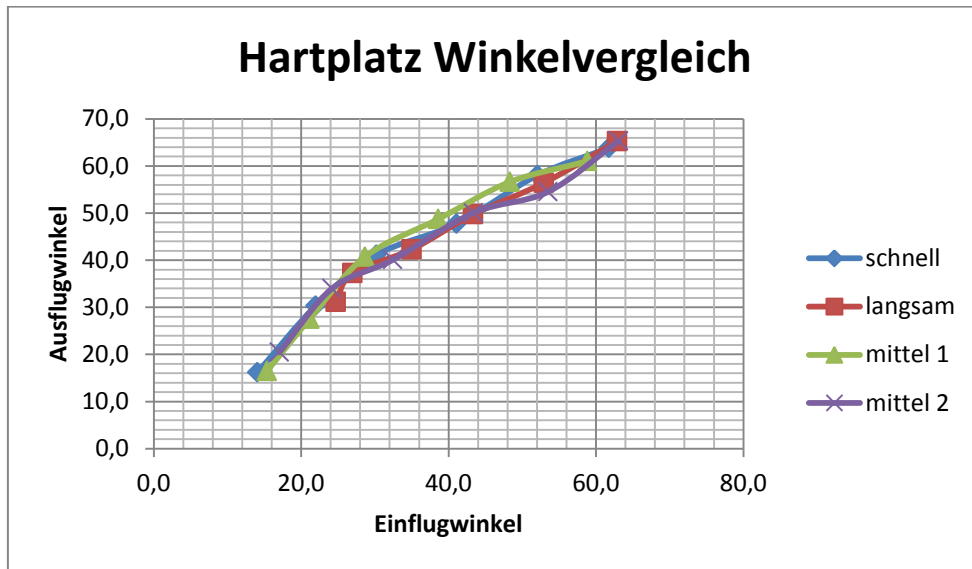


Abbildung 36 Hartplatz Winkelvergleich

Der Winkelvergleich am Hartplatz zeigt ein ähnliches Bild wie das im Labor und am Tennisplatz. Die Geschwindigkeit des Balles ändert sehr wenig an der Form der Kurve. Wie schon am Tennisplatz ist im Winkelbereich zwischen 20° und 40° ein leichter Buckel zu sehen.

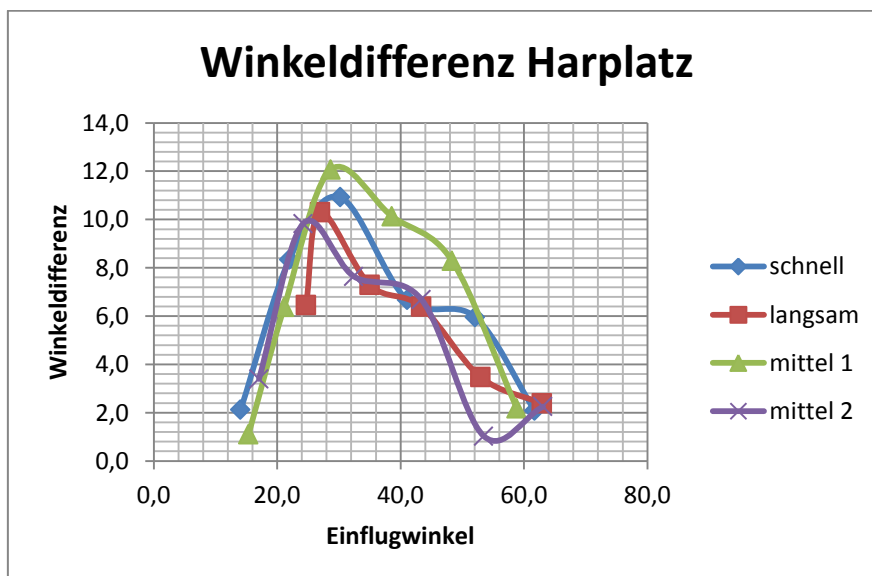


Abbildung 37 Winkeldifferenz Hartplatz

Anders als im Labor und am Tennisplatz ist hier ein Maximum zu erkennen. Durch den höheren COF ist das Maximum bei einem relativ kleinen Einfallswinkel zu finden.

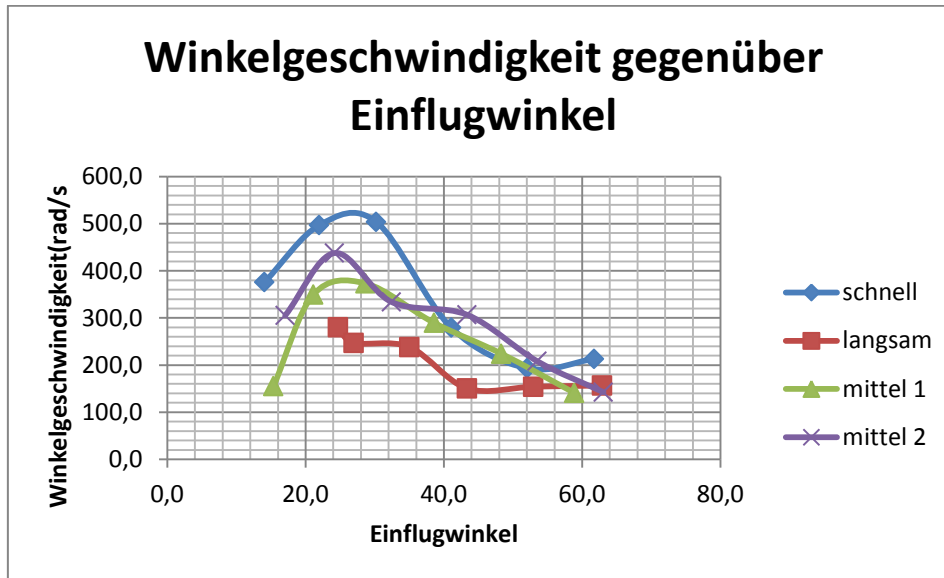


Abbildung 38 Winkelgeschwindigkeit gegenüber Einflugwinkel

Die schnellen Bälle drehen nach dem Abprallen vom Boden in etwa mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit wie am Tennisplatz. Auch hier ist durch den höheren Reibungskoeffizienten das Maximum schon bei kleineren Winkeln zu finden.

Die langsamen Bälle verhalten sich ähnlich wie am Tennisplatz.

9.15.5 Zusammenhänge aus den Messreihen

Zusammengefasst ergeben sich aus den Messreihen folgende Zusammenhänge:

- Der Parameter, welche Bälle steiler oder flacher abspringen lässt, ist in erster Linie der COF, da die COR-Werte relativ ähnlich sind.
- Bei bestimmten Winkeln ergibt sich Abhängigkeit vom COF ein Maximum an Winkeldifferenz zwischen Einfalls- und Ausfallswinkel. Wenn der COF größer wird, wird der Einfallswinkel, bei dem das Maximum der Winkeldifferenz auftritt, kleiner.

- Die Geschwindigkeit des Balles spielt in Bezug auf die Winkeldifferenz von Ein- und Ausfallswinkel eine untergeordnete Rolle.
- Es konnte gezeigt werden, dass Bälle bei einem kleinen COF und kleinen Einfallswinkeln flacher abspringen als sie einfliegen. Mit (36) kann der jeweilige COF bestimmt werden, bei dem der Ball durchrutschen sollte.

Unter bestimmten Voraussetzungen ist der Ausflugwinkel flacher oder steiler als der Einflugwinkel. Dies ist von Faktoren wie dem COF und dem jeweiligen Einflugwinkel abhängig.

9.16 Vergleich berechneter Ergebnisse und realer Werte

In diesem Kapitel wird überprüft, wie gut die Theorie die realen Ergebnisse abbilden kann. Zur Berechnung der Abprallparameter wird auf die Theorie von Rod Cross zurückgegriffen, da diese weiter und besser entwickelt ist als jene von Brody. Wie in 5.6.2 angesprochen, können die Ergebnisse nicht zur Gänze analytisch berechnet werden. Stattdessen soll hier versucht werden, mit möglichst wenigen veränderlichen Parametern das Absprungsverhalten der einzelnen Serien möglichst genau nachzustellen. Wie stark diese Parameter variiert werden müssen, gibt Aufschluss über die Fähigkeit zur theoretischen Vorhersage.

Zusätzlich wird auch noch die Bedingung zum Durchrutschen eines Balles überprüft. Dies liefert einen Rückschluss, ob beim jeweilig betrachteten Aufprall ein Durchrutschen vorgelegen haben muss.

9.16.1 Veränderliche Parameter

Zuerst wird der COR verändert. Wie in 3.1 beschrieben, verändert sich der Wert mit zunehmender Geschwindigkeit.

Als nächstes soll auch das Maß für die Verschiebung des Schwerpunktes veränderlich werden. Dieses kann sich je nach Einflugwinkel bzw. Oberflächenbeschaffenheit des Platzes verändern.

Da der COF in Rod Cross Formeln keinen direkten Einzug erhalten hat, wird hierbei darauf verzichtet.

9.17 Methode

Da die Gleichung analytisch nicht lösbar ist, muss hier auf eine Annäherung zurückgegriffen werden. Diese Annäherung vollzieht der Solver von Excel. Hierbei können Werte aufgrund von Startparametern zu einem Ziel hin verändert werden. Die Zielparameter sind unter Anwendung von (38) und (39) v_{x2} bzw. ω_2 . Die Startparameter sind der COR und D. Um die Ergebnisse in vernünftigen Grenzen zu halten, muss D zwischen 0,004m und 0,011m liegen

Damit nicht einer der Zielwerte sehr stark abweicht, wird die Berechnung über zusätzliche Schritte absolviert.

Beide Zielwerte werden mit dem gemessenen Wert verglichen. Die Abweichung vom gemessenen Wert für v_{x2} bzw. ω_2 wird jeweils in Prozent angegeben.

Der Solver wird so eingestellt, dass er ein Minimum für die Abweichung von ω_2 findet, während die Abweichung vom Ausflugwinkel β nicht über einer einstellbaren Prozentzahl liegen darf.

Dieser Vorgang wird für jede Reihe mit Hilfe eines Makros automatisiert. Ausgewertet werden dabei sowohl die Eingangsparameter als auch die Abweichungen der Zielwerte.

9.17.1 Zellenzusammenhänge

Nachdem hier eine Gleichung mit zwei Unbekannten an die realen Messungen angenähert werden soll gibt es mehrere Herangehensweisen. Die Reihenfolge in der man v_{x2} bzw. ω_2 annähern möchte, kann beliebig festgelegt werden. In dieser Arbeit wird zuerst v_{x2} und dann daraus ω_2 ermittelt.

(38) wird so umgeformt, dass v_{x2} auf einer Seite stehen bleibt. Um in die Formel einsetzen zu können, muss jedoch eine Annahme getroffen werden. Der Wert e_x ist ebenfalls von v_{x2} bzw. ω_2 abhängig. In den Versuchen die Praxis mit der Theorie zu verbinden, wird der Wert e_x durch die Ausflugparameter vorgegeben.

9.17.2 Ergebnisse des Solvers

								Messung					Rod Cross Bounce										
		omega1	COF	COR	D	vx1[m/s]	vy1 [m/s]	vx2	vy2	omega2	beta	vy2[m/s]	vx2[m/s]	ex (-1<ex<0 für rutschen)	alpha	beta	omega2			Abweichung beta %	Abweichung omega%	S	Rutschbedingung COF<
schnell	Labor	0	0,30	0,73	0,0025	30,88	7,89	25,16	5,46	112,7	12,23	5,74	25,95	0,69	14,34	12,48	112,7			2,0	0,00	0	0,94
schnell	Labor	0	0,30	0,72	0,0073	29,76	9,84	24,40	7,53	181,0	17,14	7,07	24,21	0,62	18,29	16,28	109,4			5,0	39,52	0	0,76
schnell	Labor	0	0,30	0,64	0,0075	26,10	15,26	18,38	10,15	277,7	28,92	9,78	18,81	0,35	30,32	27,48	111,9			5,0	59,72	0	0,50
schnell	Labor	0	0,30	0,66	0,0072	25,52	21,45	14,71	13,28	288,6	42,07	14,26	17,01	0,20	40,05	39,97	56,8			5,0	80,33	0	0,39
schnell	Labor	0	0,30	0,62	0,0000	21,45	25,70	10,59	14,39	309,1	53,63	15,91	12,91	0,01	50,15	50,95	-8,3			5,0	102,69	0	0,32
schnell	Labor	0	0,30	0,63	0,0072	17,39	28,64	7,74	15,21	227,5	63,05	17,99	10,43	0,01	58,73	59,89	-151,2			5,0	166,48	0	0,27
langsam	Labor	0	0,30	0,66	0,0076	15,89	7,35	12,82	5,15	109,7	21,89	4,83	12,72	0,58	24,83	20,79	33,6			5,0	69,38	0	0,60
langsam	Labor	0	0,30	0,74	0,0070	13,72	7,11	10,75	5,54	102,2	27,29	5,23	10,76	0,53	27,38	25,93	21,1			5,0	79,32	0	0,53
langsam	Labor	0	0,30	0,62	0,0074	11,38	8,07	7,56	5,71	205,3	37,06	4,97	7,05	0,06	35,35	35,20	87,1			5,0	57,55	0	0,44
langsam	Labor	0	0,30	0,60	0,0073	10,54	9,76	6,77	7,03	217,4	46,08	5,87	6,12	0,05	42,80	43,78	62,5			5,0	71,26	0	0,37
langsam	Labor	0	0,30	0,65	0,0070	8,98	11,23	4,71	8,07	191,8	59,77	7,25	4,75	0,19	51,34	56,78	20,0			5,0	89,58	0	0,31
langsam	Labor	0	0,30	0,50	0,0070	7,43	22,45	2,65	9,07	109,3	73,75	11,32	4,11	0,14	71,69	70,06	-202,6			5,0	285,28	0	0,21
schnell	Tennispl.	0	0,66	0,73	0,0068	27,64	7,74	22,15	6,19	245,0	15,62	5,66	21,38	0,50	15,64	14,84	187,8			5,0	23,36	0	0,87
schnell	Tennispl.	0	0,66	0,70	0,0070	30,07	12,60	16,83	8,43	443,2	26,60	8,79	18,61	-	22,74	25,27	379,4			5,0	14,40	0	0,63

														0,07									
schnell	Tennispl.	0	0,66	0,76	0,0070	28,34	16,59	12,57	11,58	551,7	42,65	12,59	14,73	0,21	30,35	40,52	407,6			5,0	26,11	0	0,48
schnell	Tennispl.	0	0,66	0,72	0,0070	24,37	21,05	10,39	12,68	393,3	50,66	15,07	13,51	0,11	40,81	48,12	179,7			5,0	54,30	0	0,37
schnell	Tennispl.	0	0,66	0,76	0,0070	21,82	26,09	8,13	14,74	288,2	61,11	19,91	12,41	0,07	50,10	58,06	-11,2			5,0	103,88	0	0,30
schnell	Tennispl.	0	0,66	0,72	0,0070	17,46	29,70	6,19	14,79	173,4	67,28	21,50	10,52	0,02	59,54	63,92	-203,9			5,0	217,56	0	0,26
langsam	Tennispl.	0	0,66	0,76	0,0062	9,90	4,03	6,78	4,10	241,3	31,18	3,08	5,42	0,13	22,14	29,62	162,9			5,0	32,50	0	0,63
langsam	Tennispl.	0	0,66	0,73	0,0069	13,73	7,49	7,37	5,45	246,3	36,51	5,43	7,85	0,06	28,62	34,68	172,4			5,0	29,98	0	0,51
langsam	Tennispl.	0	0,66	0,88	0,0070	11,72	7,68	5,45	5,90	175,5	47,23	6,74	6,77	0,04	33,24	44,87	105,3			5,0	40,01	0	0,42
langsam	Tennispl.	0	0,66	0,71	0,0070	11,06	10,17	5,75	6,88	167,1	50,11	7,26	6,63	0,01	42,62	47,60	42,3			5,0	74,66	0	0,36
langsam	Tennispl.	0	0,66	0,73	0,0070	9,73	11,94	4,89	8,03	133,6	58,67	8,71	5,93	0,04	50,83	55,74	-28,1			5,0	121,02	0	0,30
langsam	Tennispl.	0	0,66	0,73	0,0070	7,91	14,42	3,39	9,73	123,2	70,78	10,59	4,44	0,09	61,26	67,25	-95,4			5,0	177,48	0	0,25
schnell	Hartplatz	0	0,75	0,74	0,0066	29,81	7,47	19,72	5,72	376,2	16,19	5,57	20,24	0,24	14,07	15,38	371,8			5,0	1,16	0	0,95
schnell	Hartplatz	0	0,75	0,78	0,0070	29,38	11,86	15,04	8,80	496,8	30,32	9,27	16,85	0,05	21,98	28,81	440,0			5,0	11,43	0	0,63
schnell	Hartplatz	0	0,75	0,77	0,0070	28,77	16,76	13,75	12,01	503,9	41,14	12,96	15,96	0,11	30,22	39,08	358,3			5,0	28,90	0	0,48
schnell	Hartplatz	0	0,75	0,74	0,0070	24,08	20,99	12,52	13,78	279,4	47,74	15,62	15,43	0,13	41,07	45,35	54,3			5,0	80,55	0	0,37
schnell	Hartplatz	0	0,75	0,73	0,0070	18,71	24,02	9,38	15,03	193,1	58,04	17,45	12,16	0,16	52,09	55,14	-114,8			5,0	159,47	0	0,29
schnell	Hartplatz	0	0,75	0,60	0,0071	17,33	32,24	8,47	17,22	213,2	63,82	19,26	10,84	0,08	61,73	60,62	-231,7			5,0	208,70	0	0,25
langsam	Hartplatz	0	0,75	0,67	0,0075	12,73	5,85	7,32	4,43	280,2	31,15	3,89	6,86	0,16	24,69	29,59	208,0			5,0	25,79	0	0,60
langsam	Hartplatz	0	0,75	0,79	0,0070	13,55	6,90	7,29	5,55	247,1	37,27	5,46	7,68	0,07	26,97	35,41	178,4			5,0	27,80	0	0,52
langsam	Hartplatz	0	0,75	0,68	0,0072	11,62	8,14	7,03	6,40	238,3	42,30	5,56	6,59	0,08	35,02	40,19	117,7			5,0	50,63	0	0,44

														0,68									
mittel 1	labor	0	0,30	0,82	0,0070	24,561	13,226	15,79	9,76	114,2	31,729	10,90	18,78	0,49	28,30	30,14	40,1			5,0	64,89	0	0,50
mittel 1	labor	0	0,30	0,81	0,0070	21,204	16,299	12,86	11,6	118,5	41,983	13,13	15,71	0,42	37,55	39,88	-35,8			5,0	130,16	0	0,39
mittel 1	labor	0	0,30	0,75	0,0074	17,709	18,698	8,841	12,1	204,0	53,931	13,99	11,23	0,11	46,56	51,23	-19,2			5,0	109,39	0	0,33
mittel 1	labor	0	0,30	0,63	0,0072	13,265	21,519	6,632	13,1	206,1	63,18	13,57	7,83	0,02	58,35	60,02	-102,9			5,0	149,95	0	0,27
mittel 2	labor	0	0,30	0,66	0,0070	24,398	7,4401	19,44	5,3	210,7	15,239	4,89	18,95	0,51	16,96	14,48	155,8			5,0	26,07	0	0,84
mittel 2	labor	0	0,30	0,63	0,0070	27,755	12,847	21,09	8,58	260,5	22,141	8,06	20,97	0,45	24,84	21,03	131,0			5,0	49,72	0	0,61
mittel 2	labor	0	0,30	0,75	0,0070	23,08	14,921	14,72	10,8	215,3	36,146	11,19	16,38	0,33	32,88	34,34	67,8			5,0	68,51	0	0,45
mittel 2	labor	0	0,30	0,67	0,0069	19,079	17,597	11,23	12	282,3	46,976	11,85	12,00	0,09	42,68	44,63	50,1			5,0	82,27	0	0,36
mittel 2	labor	0	0,30	0,75	0,0070	15,901	20,74	8,232	12,9	112,7	57,53	15,55	11,03	0,28	52,52	54,65	-147,0			5,0	230,45	0	0,29
mittel 2	labor	0	0,30	0,56	0,0070	11,583	21,921	5,719	13,2	229,5	66,569	12,38	6,24	0,17	62,15	63,24	-99,2			5,0	143,23	0	0,25
mittel 1	Tennisplatz	0	0,66	0,78	0,0068	24,9	7,45	19,26	6,02	170,1	17,37	5,80	19,58	0,54	16,66	16,50	138,4			5,0	18,62	0	0,80
mittel 1	Tennisplatz	0	0,66	0,76	0,0070	22,237	8,28	12,38	6,49	408,3	27,646	6,29	12,74	0,06	20,42	26,26	350,1			5,0	14,27	0	0,68
mittel 1	Tennisplatz	0	0,66	0,91	0,0070	22,499	11,89	9,765	8,76	318,8	41,899	10,78	12,94	0,04	27,86	39,80	261,9			5,0	17,85	0	0,49
mittel 1	Tennisplatz	0	0,66	0,81	0,0070	23,883	15,701	11,11	11,2	382,4	45,315	12,65	13,54	0,07	33,32	43,05	239,7			5,0	37,32	0	0,43
mittel 1	Tennisplatz	0	0,66	0,85	0,0070	17,174	18,722	6,633	12,4	237,1	61,826	15,95	9,69	0,08	47,47	58,73	13,2			5,0	94,43	0	0,31
mittel 1	Tennisplatz	0	0,66	0,61	0,0070	15,922	25,652	7,666	13,3	178,4	60,117	15,65	10,12	0,11	58,17	57,11	-153,6			5,0	186,10	0	0,27
mittel 2	Tennisplatz	0	0,66	0,78	0,0062	24,566	6,345	19,7	5,51	245,0	15,618	4,94	18,65	0,47	14,48	14,84	193,2			5,0	21,15	0	0,91
mittel 2	Tennisplatz	0	0,66	0,70	0,0069	21,918	6,8053	14,59	5,6	434,8	20,998	4,74	13,06	0,00	17,25	19,95	349,6			5,0	19,59	0	0,81
mittel 2	Tennisplatz	0	0,66	0,76	0,0068	24,24	10,942	12,41	7,69	377,4	31,767	8,32	14,31	0,01	24,29	30,18	320,5			5,0	15,08	0	0,58
mittel 2	Tennisplatz	0	0,66	0,96	0,0070	21,467	17,368	9,381	11,5	88,8	50,708	16,64	14,89	0,30	38,97	48,17	-28,9			5,0	132,58	0	0,36
mittel 2	Tennisplatz	0	0,66	0,68	0,0133	16,854	22,027	8,009	12,8	209,0	58,065	14,95	10,40	0,06	52,58	55,16	-69,2			5,0	133,13	0	0,30
mittel 2	Tennisplatz	0	0,66	0,68	0,0068	14,005	26,757	5,061	14,4	211,5	70,664	18,09	7,63	0,14	62,37	67,13	-162,6			5,0	176,89	0	0,25
mittel 1	Hartplatz	0	0,75	0,83	0,0067	21,454	5,8915	13,95	4,12	155,0	16,458	4,91	15,80	-	15,36	17,28	184,4			5,0	18,97	0	0,84

[illegible]

9.18 Diskussion der Ergebnisse

Die Ergebnisse des Solvers zeigen folgende Ergebnisse:

- Der Solver neigt zur Maximierung des zugelassenen Fehlers von β um den Fehler von ω_2 so gering wie möglich zu halten.
- Die Abweichung von ω_2 wird mit größer werdenden ω_1 größer. Dies deutet darauf hin, dass die Formel nur für kleine Winkel (bis 20°) präzise Vorhersagen liefern kann.
- Die Verschiebung des Ballschwerpunktes ändert sich bis auf eine Ausnahme nicht signifikant.
- Die Bedingung für das Durchrutschen des Balles verhält sich wie vermutet. Damit der Ball durch den Bodenkontakt durchrutscht, muss bei größer werdenden Einfallswinkeln der jeweilige COF kleiner werden.

9.19 Auswirkung der Grenzen des Solvers

Als Ergänzung werden die Parameter des Solvers zu größeren möglichen Fehlern hin erweitert. Hierbei soll ausgetestet werden, ab wann die Fehler für den Ausfallswinkel β als auch für die Winkelgeschwindigkeit ω_2 in etwa gleich groß werden.

		Messung										Rod Cross Bounce								Abweichung beta %	Abweichung omega%	S	Rutschbedingung COF<
		omega1	COF	COR	D	vx1[m/s]	vy1[m/s]	vx2	vy2	omega2	beta	vy2[m/s]	vx2[m/s]	ex (-1<ex<0 für rutschen)	alpha	beta	omega2						
schnell	Labor	0	0,30	0,73	0,0025	30,88	7,89	25,16	5,46	112,7	12,23	5,74	25,95	-0,69	14,34	12,48	112,7			2,0	0,00	0	0,94
schnell	Labor	0	0,30	0,68	0,0073	29,76	9,84	24,40	7,53	181,0	17,14	6,69	24,25	-0,62	18,29	15,43	111,9			10,0	38,14	0	0,77
schnell	Labor	0	0,30	0,60	0,0075	26,10	15,26	18,38	10,15	277,7	28,92	9,20	18,84	-0,35	30,32	26,03	116,9			10,0	57,92	0	0,51
schnell	Labor	0	0,30	0,62	0,0072	25,52	21,45	14,71	13,28	288,6	42,07	13,25	17,04	-0,20	40,05	37,86	66,3			10,0	77,04	0	0,40
schnell	Labor	0	0,30	0,56	0,0000	21,45	25,70	10,59	14,39	309,1	53,63	14,51	12,94	-0,01	50,15	48,27	5,7			10,0	98,15	0	0,32
schnell	Labor	0	0,30	0,56	0,0072	17,39	28,64	7,74	15,21	227,5	63,05	15,96	10,47	-0,01	58,73	56,74	-130,2			10,0	157,22	0	0,27
langsam	Labor	0	0,30	0,62	0,0076	15,89	7,35	12,82	5,15	109,7	21,89	4,56	12,74	-0,58	24,83	19,70	35,7			10,0	67,43	0	0,61
langsam	Labor	0	0,30	0,69	0,0070	13,72	7,11	10,75	5,54	102,2	27,29	4,92	10,77	-0,53	27,38	24,56	23,7			10,0	76,85	0	0,54
langsam	Labor	0	0,30	0,58	0,0074	11,38	8,07	7,56	5,71	205,3	37,06	4,65	7,06	-0,06	35,35	33,35	90,1			10,0	56,10	0	0,45
langsam	Labor	0	0,30	0,56	0,0073	10,54	9,76	6,77	7,03	217,4	46,08	5,43	6,14	0,05	42,80	41,47	66,7			10,0	69,30	0	0,38
langsam	Labor	0	0,30	0,58	0,0070	8,98	11,23	4,71	8,07	191,8	59,77	6,51	4,77	0,19	51,34	53,79	27,5			10,0	85,68	0	0,31
langsam	Labor	0	0,30	0,42	0,0070	7,43	22,45	2,65	9,07	109,3	73,75	9,43	4,13	0,14	71,69	66,37	-182,1			10,0	266,58	0	0,22
schnell	Tennispl.	0	0,66	0,69	0,0068	27,64	7,74	22,15	6,19	245,0	15,62	5,36	21,41	-0,50	15,64	14,05	189,5			10,0	22,66	0	0,88
schnell	Tennispl.	0	0,66	0,66	0,0070	30,07	12,60	16,83	8,43	443,2	26,60	8,28	18,65	-0,07	22,74	23,94	383,2			10,0	13,54	0	0,65
schnell	Tennispl.	0	0,66	0,71	0,0070	28,34	16,59	12,57	11,58	551,7	42,65	11,70	14,77	0,21	30,35	38,39	415,3			10,0	24,72	0	0,49
schnell	Tennispl.	0	0,66	0,66	0,0070	24,37	21,05	10,39	12,68	393,3	50,66	13,84	13,56	0,11	40,81	45,59	191,5			10,0	51,32	0	0,38
schnell	Tennispl.	0	0,66	0,68	0,0070	21,82	26,09	8,13	14,74	288,2	61,11	17,80	12,46	0,07	50,10	55,00	9,9			10,0	96,56	0	0,31
schnell	Tennispl.	0	0,66	0,63	0,0070	17,46	29,70	6,19	14,79	173,4	67,28	18,73	10,57	-0,02	59,54	60,56	-175,0			10,0	200,91	0	0,26
langsam	Tennispl.	0	0,66	0,72	0,0062	9,90	4,03	6,78	4,10	241,3	31,18	2,89	5,43	0,13	22,14	28,06	164,2			10,0	31,93	0	0,64

langsam	Tennispl.	0	0,66	0,68	0,0069	13,73	7,49	7,37	5,45	246,3	36,51	5,08	7,87	0,06	28,62	32,85	175,4			10,0	28,79	0	0,52
langsam	Tennispl.	0	0,66	0,81	0,0070	11,72	7,68	5,45	5,90	175,5	47,23	6,22	6,79	0,04	33,24	42,50	109,9			10,0	37,40	0	0,43
langsam	Tennispl.	0	0,66	0,66	0,0070	11,06	10,17	5,75	6,88	167,1	50,11	6,67	6,65	-0,01	42,62	45,10	48,0			10,0	71,27	0	0,37
langsam	Tennispl.	0	0,66	0,66	0,0070	9,73	11,94	4,89	8,03	133,6	58,67	7,84	5,95	-0,04	50,83	52,81	-19,4			10,0	114,52	0	0,31
langsam	Tennispl.	0	0,66	0,63	0,0070	7,91	14,42	3,39	9,73	123,2	70,78	9,04	4,47	0,09	61,26	63,71	-79,2			10,0	164,30	0	0,25
schnell	Hartplatz	0	0,75	0,71	0,0066	29,81	7,47	19,72	5,72	376,2	16,19	5,27	20,27	-0,24	14,07	14,57	373,3			10,0	0,76	0	0,97
schnell	Hartplatz	0	0,75	0,74	0,0070	29,38	11,86	15,04	8,80	496,8	30,32	8,72	16,89	0,05	21,98	27,29	444,1			10,0	10,61	0	0,64
schnell	Hartplatz	0	0,75	0,72	0,0070	28,77	16,76	13,75	12,01	503,9	41,14	12,07	16,00	0,11	30,22	37,02	365,9			10,0	27,38	0	0,49
schnell	Hartplatz	0	0,75	0,69	0,0070	24,08	20,99	12,52	13,78	279,4	47,74	14,41	15,47	-0,13	41,07	42,97	65,9			10,0	76,42	0	0,38
schnell	Hartplatz	0	0,75	0,66	0,0070	18,71	24,02	9,38	15,03	193,1	58,04	15,75	12,20	-0,16	52,09	52,24	-97,6			10,0	150,53	0	0,30
schnell	Hartplatz	0	0,75	0,53	0,0071	17,33	32,24	8,47	17,22	213,2	63,82	17,03	10,88	-0,08	61,73	57,43	-208,4			10,0	197,72	0	0,26
langsam	Hartplatz	0	0,75	0,63	0,0075	12,73	5,85	7,32	4,43	280,2	31,15	3,66	6,87	0,16	24,69	28,03	209,8			10,0	25,13	0	0,61
langsam	Hartplatz	0	0,75	0,74	0,0070	13,55	6,90	7,29	5,55	247,1	37,27	5,11	7,70	0,07	26,97	33,54	181,4			10,0	26,62	0	0,54
langsam	Hartplatz	0	0,75	0,64	0,0072	11,62	8,14	7,03	6,40	238,3	42,30	5,17	6,60	0,08	35,02	38,07	121,2			10,0	49,14	0	0,44
langsam	Hartplatz	0	0,75	0,67	0,0070	10,62	10,03	6,13	7,24	150,4	49,74	6,67	6,72	-0,10	43,35	44,77	22,2			10,0	85,22	0	0,36
langsam	Hartplatz	0	0,75	0,58	0,0071	9,51	12,60	5,94	8,96	154,1	56,43	7,32	5,97	-0,08	52,96	50,79	-34,0			10,0	122,03	0	0,30
langsam	Hartplatz	0	0,75	0,47	0,0071	6,97	13,63	4,44	9,64	156,7	65,28	6,45	3,91	0,12	62,90	58,76	-61,5			10,0	139,25	0	0,26
mittel 1	labor	0	0,30	0,60	0,0055	25,6	7,51	21,56	4,9	82,0	12,795	4,48	22,00	-0,73	16,35	11,52	59,6			10,0	27,35	0	0,89
mittel 1	labor	0	0,30	0,62	0,0070	22,712	8,7148	18,08	5,76	76,1	17,664	5,44	19,09	-0,68	20,99	15,90	36,3			10,0	52,23	0	0,70
mittel 1	labor	0	0,30	0,77	0,0070	24,561	13,226	15,79	9,76	114,2	31,729	10,24	18,82	-0,49	28,30	28,56	45,7			10,0	60,00	0	0,51
mittel 1	labor	0	0,30	0,75	0,0070	21,204	16,299	12,86	11,6	118,5	41,983	12,21	15,75	-0,42	37,55	37,78	-27,2			10,0	122,95	0	0,40
mittel 1	labor	0	0,30	0,68	0,0074	17,709	18,698	8,841	12,1	204,0	53,931	12,75	11,27	-0,11	46,56	48,54	-7,0			10,0	103,43	0	0,33
mittel 1	labor	0	0,30	0,56	0,0072	13,265	21,519	6,632	13,1	206,1	63,18	12,03	7,86	0,02	58,35	56,86	-87,0			10,0	142,22	0	0,28
mittel 2	labor	0	0,30	0,62	0,0070	24,398	7,4401	19,44	5,3	210,7	15,239	4,63	18,98	-0,51	16,96	13,72	157,4			10,0	25,31	0	0,85
mittel 2	labor	0	0,30	0,59	0,0070	27,755	12,847	21,09	8,58	260,5	22,141	7,61	21,00	-0,45	24,84	19,93	134,6			10,0	48,35	0	0,62
mittel 2	labor	0	0,30	0,70	0,0070	23,08	14,921	14,72	10,8	215,3	36,146	10,47	16,41	-0,33	32,88	32,53	74,2			10,0	65,54	0	0,46
mittel 2	labor	0	0,30	0,62	0,0069	19,079	17,597	11,23	12	282,3	46,976	10,94	12,03	-0,09	42,68	42,28	58,8			10,0	79,17	0	0,37
mittel 2	labor	0	0,30	0,68	0,0070	15,901	20,74	8,232	12,9	112,7	57,53	14,04	11,06	-0,28	52,52	51,78	-131,8			10,0	216,95	0	0,30

mittel 2	labor	0	0,30	0,49	0,0070	11,583	21,921	5,719	13,2	229,5	66,569	10,82	6,27	0,17	62,15	59,91	-82,8			10,0	136,07	0	0,26
mittel 1	Tennisplatz	0	0,66	0,74	0,0068	24,9	7,45	19,26	6,02	170,1	17,37	5,49	19,61	-0,54	16,66	15,63	140,3			10,0	17,50	0	0,82
mittel 1	Tennisplatz	0	0,66	0,72	0,0070	22,237	8,28	12,38	6,49	408,3	27,646	5,92	12,77	0,06	20,42	24,88	352,7			10,0	13,64	0	0,69
mittel 1	Tennisplatz	0	0,66	0,84	0,0070	22,499	11,89	9,765	8,76	318,8	41,899	10,03	12,98	0,04	27,86	37,71	268,1			10,0	15,90	0	0,50
mittel 1	Tennisplatz	0	0,66	0,75	0,0070	23,883	15,701	11,11	11,2	382,4	45,315	11,72	13,58	0,07	33,32	40,78	248,0			10,0	35,15	0	0,44
mittel 1	Tennisplatz	0	0,66	0,76	0,0070	17,174	18,722	6,633	12,4	237,1	61,826	14,24	9,73	0,08	47,47	55,64	30,2			10,0	87,27	0	0,32
mittel 1	Tennisplatz	0	0,66	0,55	0,0070	15,922	25,652	7,666	13,3	178,4	60,117	14,03	10,15	-0,11	58,17	54,11	-136,8			10,0	176,66	0	0,28
mittel 2	Tennisplatz	0	0,66	0,74	0,0062	24,566	6,345	19,7	5,51	245,0	15,618	4,68	18,68	-0,47	14,48	14,06	194,6			10,0	20,59	0	0,93
mittel 2	Tennisplatz	0	0,66	0,66	0,0069	21,918	6,8053	14,59	5,6	434,8	20,998	4,48	13,09	0,00	17,25	18,90	351,2			10,0	19,22	0	0,82
mittel 2	Tennisplatz	0	0,66	0,71	0,0068	24,24	10,942	12,41	7,69	377,4	31,767	7,82	14,34	0,01	24,29	28,59	324,4			10,0	14,03	0	0,59
mittel 2	Tennisplatz	0	0,66	0,88	0,0070	21,467	17,368	9,381	11,5	88,8	50,708	15,28	14,94	-0,30	38,97	45,64	-16,2			10,0	118,19	0	0,37
mittel 2	Tennisplatz	0	0,66	0,61	0,0133	16,854	22,027	8,009	12,8	209,0	58,065	13,48	10,44	-0,06	52,58	52,26	-54,4			10,0	126,03	0	0,30
mittel 2	Tennisplatz	0	0,66	0,58	0,0068	14,005	26,757	5,061	14,4	211,5	70,664	15,45	7,67	0,14	62,37	63,60	-134,9			10,0	163,77	0	0,25
mittel 1	Hartplatz	0	0,75	0,88	0,0067	21,454	5,8915	13,95	4,12	155,0	16,458	5,16	15,77	-0,41	15,36	18,10	183,0			10,0	18,11	0	0,82
mittel 1	Hartplatz	0	0,75	0,72	0,0070	22,827	8,8249	12,07	6,29	349,8	27,51	6,32	13,71	-0,02	21,14	24,76	323,1			10,0	7,62	0	0,67
mittel 1	Hartplatz	0	0,75	0,76	0,0069	21,452	11,73	10,28	8,85	373,2	40,735	8,89	11,95	0,10	28,67	36,66	282,0			10,0	24,45	0	0,50
mittel 1	Hartplatz	0	0,75	0,74	0,0070	21,451	17,126	10,78	12,3	289,4	48,735	12,62	13,13	-0,05	38,60	43,86	114,0			10,0	60,60	0	0,39
mittel 1	Hartplatz	0	0,75	0,68	0,0069	18,627	20,926	8,878	13,5	224,1	56,618	14,29	11,59	-0,07	48,33	50,96	-17,3			10,0	107,71	0	0,32
mittel 1	Hartplatz	0	0,75	0,58	0,0070	13,869	22,946	7,767	14	141,2	61,028	13,36	9,38	-0,22	58,85	54,92	-168,4			10,0	219,29	0	0,27
mittel 2	Hartplatz	0	0,75	0,71	0,0070	23,265	7,1358	14,18	5,29	305,4	20,45	5,07	15,25	-0,17	17,05	18,40	296,7			10,0	2,83	0	0,81
mittel 2	Hartplatz	0	0,75	0,75	0,0070	25,264	11,352	12,79	8,64	437,7	34,022	8,49	14,34	0,07	24,20	30,62	367,6			10,0	16,01	0	0,59
mittel 2	Hartplatz	0	0,75	0,71	0,0070	24,571	15,614	13	10,9	333,8	40,078	11,12	15,27	-0,07	32,44	36,07	201,8			10,0	39,55	0	0,46
mittel 2	Hartplatz	0	0,75	0,65	0,0070	21,565	20,377	11,41	13,6	306,6	50,065	13,30	13,28	-0,05	43,38	45,06	67,9			10,0	77,84	0	0,36
mittel 2	Hartplatz	0	0,75	0,56	0,0070	16,01	21,64	9,432	13,2	208,2	54,529	12,08	10,47	-0,15	53,50	49,08	-81,8			10,0	139,29	0	0,30
mittel 2	Hartplatz	0	0,75	0,56	0,0070	13,157	25,916	7,133	15,5	142,4	65,336	14,41	8,73	-0,18	63,08	58,80	-217,0			10,0	252,35	0	0,25

Tabelle 10 Ergebnisse des Solvers Abweichung von beta <10%

Obwohl der zulässige Fehler von $\beta < 10\%$ angehoben wird, hat sich die Abweichung von ω_2 zum Teil nur sehr wenig geändert. Die Werte zeigen denselben Trend wie bei $\beta < 5\%$.

Weitere Experimente mit dem Solver haben ergeben, dass sich die Abweichungen von β und ω_2 nicht gleich werden. Im Grenzfall wird der COR null und damit ist keine weitere Änderung mehr möglich. Dies deutet erneut darauf hin, dass die Formel für kleine Einflugwinkel eine höhere Genauigkeit aufweist.

10 Aussicht

Die erste Möglichkeit der Erweiterung würde in der Konstruktion einer speziellen Ballkanone bestehen. Als Eckdaten werden folgende Eigenschaften vorgeschlagen. Die Mündung des Rohres sollte unabhängig vom Winkel auf einen Punkt zeigen. Somit könnten auch sehr flache Bälle betrachtet werden. Zusätzlich würde dies eine leichter reproduzierbare Kameraposition und damit eine höhere Genauigkeit ermöglichen.

Weiters kann aufbauend auf dieser Arbeit das Cross Modell des Abpralles mit variierenden Einflugparametern weiter getestet werden. Insbesondere die Tauglichkeit zur Vorhersage bei Bällen mit Top- oder Backspin würde sich hier anbieten.

Weiterführend kann das Modell von Rod Cross auf steilere Ein- bzw. Ausflugwinkel angepasst werden.

11 Literaturverzeichnis

- Adli Haron. (2016). The coefficient of restitution of pressurized balls: A mechanistic model. *Canadian Journal of Physics*, 94(1), 42. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1139/cjp-2015-0378>
- Alan M. Nathan. (2012). Analysis of knuckleball trajectories. *Procedia Engineering*. (34), 116–121. Retrieved from <https://pdfs.semanticscholar.org/b6be/882415e9bd57368dc9e5ecf2f3b252727523.pdf>
- Amazon.com: Wilson Championship Extra Duty Tennis Ball: Sports & Outdoors. Retrieved from <https://www.amazon.com/Wilson-Championship-Extra-Duty-Tennis/dp/B01I4M9WZ4>
- ATP. (2018). 2018 ATP Official Rulebook | ATP World Tour | Tennis. Retrieved from <https://www.atpworldtour.com/en/corporate/rulebook>
- Borg, J. P., & Morrissey, M. P. (2014). Aerodynamics of the knuckleball pitch: Experimental measurements on slowly rotating baseballs. *American Journal of Physics*, 82(10), 921–927. <https://doi.org/10.1119/1.4885341>
- Brody, H. (2003). Bounce of a Tennis Ball. *Journal of Science and Medicine in Sport*, 2003(6), 113–119.
- Brody, H., Cross, R., & Lindsey, C. (2002). *The physics and technology of tennis*. Solana Beach, Calif: Racquet Tech Pub. Retrieved from <http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0659/2002094432-b.html>
- Cross, R. (2002). Measurements of the horizontal coefficient of restitution for a superball and a tennis ball. *American Journal of Physics*, 70(5), 482–489. <https://doi.org/10.1119/1.1450571>
- Fogmountain Tennis. (2014). Humid or Heavy? How Air Really Affects Tennis: Humid or Heavy? How Air Really Affects Tennis. Retrieved from <https://fogmountaintennis.wordpress.com/2014/06/05/atmospheric/>
- G. Gilardi (Ed.). (2002). *Literature survey of contact dynamics modelling: Literature survey of contact dynamics modelling. Mechanism and Machine Theory: Vol. 37*: Pergamon.
- Goodwill, S. R., & Haake, S. J. (2005). Modelling of tennis ball impacts on a rigid surface. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 218(10), 1139–1153. <https://doi.org/10.1243/0954406042369080>

- ITF. (2010). ITF Approved Tennis Balls & Classified Court Surfaces: a guide to products and test methods. Retrieved from <http://www.itftennis.com/technical>
- ITF. (2018a). Court Pace (ITF CS 01/02): Court Pace. Retrieved from <https://www.itftennis.com/technical/courts/court-testing/court-pace.aspx>
- ITF. (2018b). ITF Tennis - TECHNICAL: The Ball. Retrieved from <https://www.itftennis.com/technical/publications/rules/balls/appendix-i.aspx>
- ITF Tennis - TECHNICAL. Retrieved from <https://www.itftennis.com/technical/courts/court-testing/overview.aspx>
- Jeff Sackmann. (2018). Surface Speed: Dominic Thiem, Old-School Clay Court Specialist. Retrieved from <http://www.tennisabstract.com/blog/category/surface-speed/>
- Landlinger, J., Stöggel, T., Lindinger, S., Wagner, H., & Müller, E. (2012). Differences in ball speed and accuracy of tennis groundstrokes between elite and high-performance players. *European Journal of Sport Science*, 12(4), 301–308. <https://doi.org/10.1080/17461391.2011.566363>
- Max Hesser-Knoll. (2014). The Physics of Tennis | Ball Spin During Bounce. Retrieved from http://ffden-2.phys.uaf.edu/webproj/211_fall_2014/Max_Hesser-Knoll/max_hesserknoll/Slide4.htm
- Richard John Dignall. (2004). MODELLING THE IMPACT OF TENNIS BALLS ON COURT SURFACES (Doktorarbeit).
- Rod Cross. (2003). Measurements of the horizontal and vertical speeds of tennis courts: Measurements of the horizontal and vertical speeds of tennis courts. *Sports Engineering*, 93–109.
- Rod Cross. (2006). Measurement of the speed and bounce of tennis courts: Measurement of the speed and bounce of tennis courts.
- Rod Cross, & Graham Pollard. (2009). Grand Slam men's singles tennis 1991-2009: Serve speeds and other related data. *ITF Coaching and Sport Science Review*. (49), 8–10.
- Roux, A. (2007). Coefficient of Restitution of a Tennis Ball. *ISB Journal of Physics*.
- Stephanie Kovalchik, G. S. (2016). AO Leaderboard - Net Clearance. Retrieved from <http://on-the-t.com/2016/11/05/aoleaderboard-line-hitting/>
- Tabor, D. (1994). The rolling and skidding of automobile tyres.: The rolling and skidding of automobile tyres. *Physics Education*. (29), 301–306.

- Texier, B. D., Cohen, C., Quéré, D., & Clanet, C. (2016). Physics of knuckleballs. *New Journal of Physics*, 18(7), 73027. Retrieved from <http://stacks.iop.org/1367-2630/18/i=7/a=073027>
- The Guardian (2018, January 19). Australian Open extreme heat policy to be reviewed as concerned players suffer. *The Guardian*. Retrieved from <https://www.theguardian.com/sport/2018/jan/19/australian-open-extreme-heat-policy-concerned-players-40c>
- The Physics and Perception of Court Speed. (2014). Retrieved from <https://fogmountaintennis.wordpress.com/2014/04/11/court-speed/>
- Uekman, C. (2010). Does Rafael Nadal Hit With Too Much Topspin? Retrieved from <https://bleacherreport.com/articles/340600-does-rafael-nadal-hit-with-too-much-topspin>
- Wagner, P., Reischl, G. P., & Steiner, G. (2014). *Einführung in die Physik* (3., erweiterte Auflage). Wien: facultas.wuv.
- Wick, D. (Ed.). (2009). *Biomechanik im Sport: Lehrbuch der biomechanischen Grundlagen sportlicher Bewegungen* (2., überarb. und erw. Aufl.). Balingen: Spitta-Verl.
- Wong, T., & Wang, J. (2001). THE IMPACT COMPARISON OF TOP-SPIN BALL OF TENNIS ON CLAY COURT AND HARD COURT. *ISBS - Conference Proceedings Archive*, 1(1). Retrieved from <https://ojs.ub.uni-konstanz.de/cpa/article/download/3766/3488>

Abbildungen

<i>Abbildung 1</i> Kraft-Ablenkungskurve, Die schraffierten Flächen beschreiben den Energieverlust beim Auf- und Abprallen (Richard John Dignall, 2004, p. 41)	12
<i>Abbildung 2</i> COR als Funktion der Einfluggeschwindigkeit (vgl.G. Gilardi, 2002)	13
<i>Abbildung 3:</i> Die Grafik zeigt die Relation zwischen der Ursprünglichen Geschwindigkeit und dem COR. (Roux, 2007)	14
<i>Abbildung 4:</i> Einteilung COR und COF Werte durch die ITF (ITF, 2018a)	16
<i>Abbildung 5</i> CPR Einteilung nach ITF (ITF, 2018a)	17
<i>Abbildung 6</i> Grafische Darstellung von COR und COF (ITF, 2018a).....	17
<i>Abbildung 7</i> ("ITF Tennis - TECHNICAL")	18
<i>Abbildung 8</i> Schematik des Surface Pace Apparatus (ITF, 2018a)	19
<i>Abbildung 9</i> Ball, welcher von einer kleinen Rampe abspringt ("The Physics and Perception of Court Speed," 2014).....	21
<i>Abbildung 10</i> Hartplatz zu Sandplatz ELO-verhältnis (vgl.Jeff Sackmann, 2018).....	22
<i>Abbildung 11</i> Einfluss von Flatterbällen in den jeweiligen Sportarten (Texier et al., 2016, p. 12).....	25
<i>Abbildung 12</i> Luftströmung um einen sich drehenden Ball (vgl.Fogmountain Tennis, 2014)	28
<i>Abbildung 13</i> (a)Kelvin-Voigt viskoelastisches Modell vom Aufprall eines Tennisballes auf einer harten Oberfläche (b) typischer Vergleich zwischen dem Modell und einer Messung (Einfluggeschwindigkeit 28m/s) (Goodwill & Haake, 2005, p. 1142).....	30
<i>Abbildung 14</i> Illustration des Viskoelastischen Modells mit zwei Dämpferelementen zur Simulation der Kraft, welche durch die Impulsübertragung entsteht (vgl. Goodwill & Haake, 2005)	31
<i>Abbildung 15</i> Reflexionsgesetz auf den Tennisball angewendet, Skizze Eigennanfertigung	34
<i>Abbildung 16</i> Modell für einen Hartplatz ("The Physics and Perception of Court Speed," 2014).....	36
<i>Abbildung 17</i> Geometrie des Tennisballes beim Aufprall (vgl.Rod Cross, 2006).....	38
<i>Abbildung 18</i> Vergleich zwischen einem Superball und einem Tennisball. (Cross, 2002, p. 483).....	43
<i>Abbildung 19</i> Ballkanone "Serviceboy" rechts ist der Drallaufsatz dargestellt, welcher an das Ende des Rohres im linken Foto angeschraubt werden kann. Fotos: Eigennanfertigung	53

<i>Abbildung 20</i> Abbildung der Verpackung der Bälle Quelle: ("Amazon.com: Wilson Championship Extra Duty Tennis Ball: Sports & Outdoors")	54
<i>Abbildung 21</i> Ballkanone "Serviceboy" mit angebrachtem Winkelmesser. Die Oberkante des Kartons war die Referenzkante beim Erstellen des Messinstrumentes. Fotos: Eigenanfertigung	55
<i>Abbildung 22</i> Typischer Messaufbau, Hier am Tartanplatz. Foto: Eigenanfertigung	56
<i>Abbildung 23</i> Vergleich der vertikalen Geschwindigkeiten vor den restlichen Messungen aus Kinovea	58
<i>Abbildung 24</i> Vergleich der vertikalen Geschwindigkeiten nach den Messungen aus Kinovea	59
<i>Abbildung 25</i> Darstellung aller Geschwindigkeitsverläufe der COR Messung im Labor ..	59
<i>Abbildung 26</i> Darstellung aller Geschwindigkeitsverläufe der COR Messung am Tennisplatz	61
<i>Abbildung 27</i> Darstellung aller Geschwindigkeitsverläufe der COR Messung am Hartplatz	62
<i>Abbildung 28</i> Typische Auswertung. Foto einer Analyse im Labor. Zur Erklärung: Die zwei Winkelmessungen auf der linken Seite beziehen sich auf die Rotation des Balles zwischen 2 Frames (1/240s). Die Winkelmessungen auf der rechten Seite beschreiben den Ein- und Ausfallwinkel Quelle: Screenshot aus Kinovea	65
<i>Abbildung 29</i> Langsame und schnelle Bälle (ohne spin) im Labor	68
<i>Abbildung 30</i> Winkeldifferenz im Labor gegenüber dem Einflugwinkel	68
<i>Abbildung 31</i> Winkelgeschwindigkeit gegenüber dem Einflugwinkel	69
<i>Abbildung 32</i> Winkelvergleich am Tennisplatz	70
<i>Abbildung 33</i> Vergleich Labor und Tennisplatz	70
<i>Abbildung 34</i> Winkeldifferenz am Tennisplatz	71
<i>Abbildung 35</i> Winkelgeschwindigkeit gegenüber Einflugwinkel	72
<i>Abbildung 36</i> Hartplatz Winkelvergleich	73
<i>Abbildung 37</i> Winkeldifferenz Hartplatz	73
<i>Abbildung 38</i> Winkelgeschwindigkeit gegenüber Einflugwinkel	74

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1 Geschwindigkeiten und COR Werte im Labor	60
Tabelle 2 Geschwindigkeiten und COR Werte am Tennisplatz	61
Tabelle 3 Geschwindigkeiten und COR Werte am Hartplatz	62
Tabelle 4 COF im Labor	63
Tabelle 5 COF am Tennisplatz.....	64
Tabelle 6 COF am Hartplatz	64
Tabelle 7 Messwerte (Eigenanfertigung)	67
Tabelle 8 Messwerttabelle (Eigenanfertigung)	68
Tabelle 9 Ergebnisse des Solvers Abweichung von $\beta < 5\%$	80
Tabelle 10 Ergebnisse des Solvers Abweichung von $\beta < 10\%$	84

Symbolverzeichnis

COF coefficient of friction

COR coefficient of restitution

CPR court pace rating

v' Geschwindigkeit nach dem Aufprall

v_0 Geschwindigkeit vor dem Aufprall

ATP Association of Tennis Professionals

ITF International Tennis Federation

v Fallgeschwindigkeit

h Fallhöhe

g Erdbeschleunigung

v_i Einfluggeschwindigkeit eines Tennisballes

e_T Temperaturabhängiger coefficient of restitution

c Temperaturkoeffizient

T Durchschnittliche Balltemperatur für den jeweiligen Testort

v_{ix} horizontale Einfluggeschwindigkeit

v_{iy} vertikale Einfluggeschwindigkeit

v_{fx} horizontale Abfluggeschwindigkeit

a von der ITF festgelegte Konstante
 b Durchschnittskoeffizient des Absprungsverhaltens aller Plätze
 ELO Wertungszahl zur objektiven ermittlung einer Spielerstärke
 Δp_r Druckunterschied
 ρ Dichte
 v_a Anströmgeschwindigkeit
 F_W Widerstandskraft
 c_w empirischer Widerstandsbeiwert
 A Angeströmte Fläche
 ω Winkelgeschwindigkeit des Balles
 L resultierende Kraft aufgrund der Rotation und Vorwärtsbewegung
 D Drag oder Luftreibungskraft
 α Aufsprungwinkel
 β Absprungwinkel
 F_N Normalkraft
 m Masse
 Δp Impulsunterschied
 m_B Masse des Tennisballes
 k_B Steifigkeit des Balles
 x_B Verformung
 c_B Materialbedingte Dämpfung
 $\ddot{x}_B$ Beschleunigung des Schwerpunktes
 $\dot{x}_B$ Geschwindigkeit des Schwerpunktes
 x_B Position des Schwerpunktes
 $k_{B(0)}$ Steifigkeit des Balles vor der Kompression
 A_K, x_B^α Konstanten
 c_M Momentum Flux
 Δp_x Änderung des horizontalen Impulses
 Δv_x Änderung der horizontalen Geschwindigkeit
 θ Einflugwinkel relativ zur Oberfläche
 $v_{y\text{aus}}$ vertikale Ausfluggeschwindigkeit
 $v_{y\text{ein}}$ vertikale Einfluggeschwindigkeit
 v_{ein} Einfluggeschwindigkeit

v_{aus} Ausfluggeschwindigkeit
 N Bodenreaktionskraft
 $\Delta\omega$ Differenz der Winkelgeschwindigkeit
 R Ballradius
 Δv_x horizontale Geschwindigkeitsänderung
 θ_1 Einflugwinkel relativ zur Oberfläche
 θ_2 Ausflugwinkel relativ zur Oberfläche
 ω_2 Winkelgeschwindigkeit des Balles nach dem Aufprall
 M_r Drehmoment welches auf den Ball wirkt
 I Massenträgheitsmoment des Tennisballes
 α_K Faktor zur Berechnung des Trägheitsmomentes
 e_x Horizontale coefficient of restitution
 S Dimensionsloser Spinparameter
 fps frames per second
 FOV field of view