

MAGISTERARBEIT

Titel der Magisterarbeit

„Controlling von Supply Chains“

Verfasser

Bakk. Paulo von Deym

angestrebter akademischer Grad

Magister der Sozial- und Wirtschaftswissenschaften
(Mag. rer. soc. oec.)

Wien, im Juni 2009

Studienkennzahl lt. Studienblatt:
Studienrichtung lt. Studienblatt:
Betreuer:

A 066 915
Betriebswirtschaft
Univ.-Prof. Dr. Thomas Pfeiffer

Inhalt

1. Einleitung	1
1.1 Definition von Koordination einer Supply Chain mit Hilfe Verträgen	2
1.2 Art des Vertragsabschlusses und dessen Einhaltung	3
1.3 Bedeutung des Vertragsabschlusses für die Arbeit.....	4
2. Das Grundmodell.....	5
2.1 Variablen des Grundmodells	5
2.2 Gewinnfunktionen des Grundmodells	8
2.3 Zusammenfassung.....	12
3. Untersuchung ausgewählter Verträge	13
3.1 Der Großhandelspreisvertrag.....	14
3.1.1 Zusammenfassung des Vertrages.....	17
3.1.2 Umsetzbarkeit/Besonderheiten	18
3.1.3 Vergleich mit Laviere, M., Porteus , E. (2001)	18
3.2 Der Rückkaufvertrag.....	19
3.2.1 Der Großhandelspreis bei dem der Händler die optimale Menge der Supply Chain bestellt.....	25
3.2.2 Zusammenfassung des Vertrages.....	27
3.2.3 Umsetzbarkeit/Besonderheiten	28
3.2.4 Vergleich mit Pasternack, B. (1985) und Tsay, A. (2001)	29
3.3 Der Umsatzbeteiligungsvertrag.....	31
3.3.1 Der Großhandelspreis bei dem der Händler die optimale Menge der Supply Chain bestellt.....	34
3.2.2 Zusammenfassung des Vertrages.....	36
3.2.3 Umsetzbarkeit/Besonderheiten	36
3.2.4 Vergleich mit Cachon, G., Laviere, M. (2005).....	38
3.4 Der flexible Bestellmengenvertrag.....	39
3.4.1 Großhandelspreis in Bezug zu den operativen Kosten des Lieferanten.....	50
3.4.2 Zusammenfassung des Vertrages.....	52
3.4.3 Umsetzung/Besonderheiten:	52
3.4.4 Vergleich mit Tsay, A. (1999).....	53
3.5 Der Umsatzrabattvertrag	53
3.5.1 Zusammenfassung des Vertrages.....	65
3.5.2 Umsetzung/Besonderheiten:	66
3.5.3 Vergleich mit Taylor, T. (2002)	66
3.6 Zusammenfassung.....	66

4. Koordination bei einer preisabhängigen Nachfrage.....	68
4.1 Der flexible Bestellmengenvertrag.....	71
4.2 Der Umsatzrabattvertrag	72
4.3 Der Rückkaufvertrag.....	73
4.3.1 Vergleich mit Bernstein, F., Federgruen, A. (2005)	76
4.4 Der Umsatzbeteiligungsvertrag.....	76
4.4.1 Vergleich mit Cachon, G., Laviere, M. (2005).....	78
4.5 Zusammenfassung.....	79
5. Koordination mit einer aufwandsabhängigen Nachfrage.....	80
5.1 Der Rückkaufvertrag.....	82
5.2 Der flexible Bestellmengenvertrag.....	82
5.3 Der Umsatzbeteiligungsvertrag.....	83
5.3.1 Vergleich mit Cachon,G., Laviere, M. (2005).....	84
5.4 Der Umsatzrabattvertrag	84
5.5 Zusammenfassung.....	85
6. Schluss	86
7. Literaturverzeichnis	87
8. Abstract	89

1. Einleitung

Durch die wirtschaftliche Entwicklung und Globalisierung in den letzten Jahren ist es für Unternehmen immer schwieriger geworden, sich auf dem Markt zu behaupten und zu bestehen. Es kommt daher immer häufiger zu Zusammenschlüssen von Unternehmen für die Herstellung eines Produktes. Einen solchen meist zeitlich begrenzten Zusammenschluss von Unternehmen nennt man Supply Chain. Eine Supply Chain beinhaltet also die Stationen bzw. die Stufen, die ein Rohstoff durchlaufen muss bis aus ihm das Endprodukt geworden ist, welches nun an den Kunden verkauft wird. Für eine detailliertere Definition von Supply Chain sei auf die entsprechende Literatur von Chopra S. und Meindl P. (2004) oder auch auf Handfield R. und Nichola E.(1999) verwiesen (dies soll nicht wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit sein).

Die in der Arbeit vorkommenden Unternehmen sind alle unabhängig und selbstständig. Obwohl sie Teile der gesamten Supply Chain sind versuchen die beteiligten Unternehmen in der Regel ihren eigenen Gewinn zu maximieren und treffen dementsprechend ihre Entscheidungen. Das hat meistens die Auswirkung, dass nicht das Optimum der gesamten Supply Chain erreicht werden kann, was das eigentliche Ziel der Supply Chain ist.

Das Ziel der Arbeit ist es zu untersuchen, ob es durch den Abschluss von Verträgen möglich ist, dass sich die Beteiligten der Supply Chain so verhalten bzw. ihre Entscheidungen so treffen, dass das Optimum der gesamten Supply Chain erreicht werden kann. Man spricht dann davon, dass die Verträge die Supply Chain koordinieren.

Im ersten Teil der Arbeit wird zunächst der Begriff der Koordination von Supply Chain erklärt und zudem die im Modell vorkommenden Vertragsabschlussmöglichkeiten sowie deren Unterschiede. Im zweiten Teil werden die Variablen, die im Grundmodell vorkommen beschrieben, sowie das Grundmodell selbst erläutert. Anhand dieses Grundmodells werden dann im dritten Teil die verschiedenen Verträge im Modell abgebildet und es wird untersucht ob sie die Supply Chain koordinieren oder nicht. Um die Überprüfung der Verträge anschaulicher und nachvollziehbarer zu machen, erfolgt sie in der Arbeit besonders bei der Schnittstelle zwischen dem Lieferanten und dem Händler. Im vierten Teil der Arbeit wird untersucht, ob die Verträge immer noch die Supply Chain koordinieren, wenn man die Bedingungen im Vergleich zum Grundmodell aus dem zweiten Teil ändert.

Die Änderung besteht darin, dass der Händler den Verkaufspreis selber festlegen kann, d.h. es handelt sich nun um eine preisabhängige Nachfrage, im Gegensatz zu einer aufwandsabhängigen Nachfrage, bei der untersucht wird welche Verträge auch den optimalen Aufwand koordinieren können Die aufwandsabhängige Nachfrage ist Bestandteil des fünften Teils. Zum Schluss erfolgt ein Resümee der gesamten Arbeit.

1.1 Definition von Koordination einer Supply Chain mit Hilfe Verträgen

Wie bereits oben erwähnt ist ein Ziel der Arbeit zu schauen, welche Verträge die Beteiligten dazu veranlassen das Optimum für die Supply Chain zu erreichen. Wobei in der Literatur und in dieser Arbeit nicht mehr vom Optimum für die Supply Chain gesprochen wird, sondern nur noch von koordinierenden oder nicht koordinierenden Verträgen.

Die Supply Chain wird genau dann durch einen Vertrag koordiniert, wenn sich die beiden Vertragspartner durch einhalten des Vertrages so verhalten, dass das optimale Ergebnis, also Gewinn, der gesamten Supply Chain erreicht wird, auch wenn sie selbst dadurch nicht ihren eigenen Gewinn maximieren. Das Ergebnis sollte im optimalen Fall das sogenannte Nash Equilibrium sein.¹

Ein Nash Equilibrium ist genau die Kombination von Strategien/Entscheidungen, so dass keiner von den beiden Beteiligten durch eine einseitige Änderung seine eigene Situation verbessern kann. Hier bedeutet dass, dass sich keiner der beiden Vertragspartner einen Vorteil verschaffen kann, wenn nur einer seine eigene Entscheidung ändert. Es kann jedoch auch der Fall eintreten, dass es mehrere Nash Equilibria gibt. Erreichen die Vertragspartner eines davon, so wird die Supply Chain zwar koordiniert, jedoch muss nicht immer gelten, dass dieses Ergebnis dann auch dem optimalen Ergebnis entsprechen muss. Es gibt dann eventuell ein anderes Nash Equilibrium, welches ein besseres Ergebnis für die Supply Chain erzielen kann.²

¹ Vgl. Cachon, G. (2003) S.230

² Vgl. Cachon, G. (2003) S.230

Jeder Vertrag der in der Arbeit untersucht wird, kann mit dem Lieferanten auf zwei Arten abgeschlossen werden. Diese beiden Abschlussmöglichkeiten können aber entscheidend sein, ob ein Vertrag die Supply Chain koordiniert oder nicht. Es kann sein, dass nur eine Abschlussart die Supply Chain koordiniert oder auch beide. Diese Abschlussarten werden im Folgenden angeschaut.

1.2 Art des Vertragsabschlusses und dessen Einhaltung

Es existieren zwei unterschiedliche Fälle wie der Vertrag mit dem Lieferanten abgeschlossen werden kann und zwar „voluntary compliance“ oder „forced compliance“.

Unter der „voluntary compliance“ versteht man, dass der Lieferant trotz des abgeschlossenen Vertrages die Möglichkeit hat bewusst weniger als die bestellte Menge des Händlers zu liefern ohne mit Konsequenzen rechnen zu müssen. Der Lieferant wird von dieser Möglichkeit in der Regel nur Gebrauch machen, wenn er dadurch seinen eigenen Gewinn erhöhen kann.

Wurde der Vertrag unter „forced compliance“ abgeschlossen, so geht der Händler davon aus, dass der Lieferant immer genau die bestellte Menge liefern wird, weil die Konsequenzen einer bewussten Abweichung von der bestellten Menge für ihn zu hoch bzw. zu teuer wären. Solche Konsequenzen sind zum Beispiel etwaige Gerichtsverfahren, Schadenersatzklagen oder aber auch der entstehende Imageschaden³

Es kann aber auch vorkommen, dass der Lieferant nicht die gewünschte Menge des Händlers liefern kann. Dies kann zum Beispiel der Fall sein, wenn eine von seinen Fertigungsmaschinen aufgrund eines Defektes ausfällt oder aber bei einem seiner Rohstofflieferanten ein plötzlicher Engpass auftritt und nicht die Anzahl an benötigten Rohstoffen geliefert werden kann, die für den Auftrag des Händlers benötigt werden. Solche außerhalb des Verantwortungsbereichs des Lieferanten liegenden Ursachen führen dann zu einer Abweichung der Liefermenge an den Händler. Da die Abweichung der Liefermenge nicht bewusst vom Lieferanten gelenkt worden ist, sind die Konsequenzen bei einem mit „forced compliance“ abgeschlossenen Vertrag nicht so gravierend.⁴

³ Vgl. Cachon, G. (2003) S.235

⁴ Vgl. Cachon, G. (2003) S.235

1.3 Bedeutung des Vertragsabschlusses für die Arbeit

Die Art wie ein Vertrag mit dem Lieferanten abgeschlossen wurde kann entscheidend sein, ob er die Supply Chain koordiniert oder auch nicht. Zudem kann es sein, dass ein Vertrag nur für eine Art des Vertragsabschlusses die Supply Chain koordiniert aber nicht für die andere. Der Zusammenhang zwischen den beiden Vertragsabschlussmöglichkeiten wird nun kurz erläutert.

Jeder Vertrag der die Supply Chain unter „voluntary compliance“ koordiniert, koordiniert sie dann auch unter „forced compliance“. Der Grund dafür ist der, dass der Lieferant keinen Anlass sieht weniger als die bestellte Menge zu liefern, wenn er dadurch seinen Gewinn nicht erhöhen kann. Er liefert also die bestellte Menge, obwohl er die Möglichkeit hätte bewusst weniger zu liefern. Unter „forced compliance“ hat der Lieferant erst gar nicht die Möglichkeit bewusst weniger als die bestellte Menge zu liefern und deswegen wird die Supply Chain dann unter „forced compliance“ koordiniert.

Der Umkehrschluss, dass jeder Vertrag der die Supply Chain unter „forced compliance“ koordiniert, dann auch unter „voluntary compliance“ koordiniert ist falsch. Der Lieferant hat unter „forced compliance“ keine andere Wahl, als die bestellte Menge zu liefern, anders als unter „voluntary compliance“. ⁵

Man geht generell davon aus, dass ein Vertrag unter „forced compliance“ mit dem Lieferanten abgeschlossen wurde, d.h. dass man in der Regel nur auf die Bestellmenge des Händlers achten muss. Um nicht außer Acht zu lassen wo eventuell ein Anreiz für den Lieferanten bestehen könnte, bewusst von der bestellten Menge abzuweichen um seinen Gewinn zu erhöhen, muss man bei einem Vertrag der unter „voluntary compliance“ abgeschlossen wurde, neben der Bestellmenge des Händlers auch noch die vom Lieferanten tatsächlich gelieferte Menge beachten. ⁶

⁵ Vgl. Cachon, G. (2003) S.235

⁶ Vgl. Cachon, G. (2003) S.235

2. Das Grundmodell

Das Grundmodell beinhaltet einen Lieferanten und einen Händler, wobei für den Händler im Besonderen gilt, dass er seine Bestellmenge an Produkten vor der Verkaufssaison festlegen muss und während der Saison keine weitere Möglichkeit zu bestellen hat. Im Modell geht man von einer Verkaufsperiode (z.B. eine Saison oder ein Jahr) aus und sowohl der Lieferant als auch der Händler sind risikoneutral, haben also beide die gleichen Informationen „at the start of the game“⁷. Eine Lagerung der Produkte über die Verkaufssaison hinaus ist nicht möglich. Die am Ende der Verkaufssaison übrig gebliebenen Produkte können sowohl vom Händler als auch vom Lieferant für einen Restwert an Dritte verkauft werden. Für den Händler entstehen in jedem Fall Kosten, weil er entweder zu viel bestellt hat, und die zu viel bestellten Produkte nur zu einem Restwert an Dritte verkaufen kann oder weil er zu wenig bestellt hat und sogenannte Strafkosten deswegen bezahlen muss. Es ist praktisch unmöglich für den Händler genau die Menge abzusetzen die er bestellt hat. Die Problematik des Grundmodells ist mit dem „newsboy/newsvendor problem“ gleichzusetzen.⁸

2.1 Variablen des Grundmodells

Die für das Grundmodell wichtigsten Variablen sind:

Die Nachfrage je Verkaufssaison entspricht $D > 0$ und ist stochastisch.

Der Händler bestellt beim Lieferanten die Menge q .

Die Verteilungsfunktion der Nachfrage entspricht F und die Dichtfunktion der Nachfrage f .

F ist differenzierbar, streng monoton steigend und $F(0) = 0$. Zudem gilt $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$.

Der Erwartungswert der Nachfrage wird mit $\mu = E[D]$ ausgedrückt.

Der Verkaufspreis des Produktes wird mit p bezeichnet.

Die operativen Kosten des Lieferanten pro Einheit (Produktionskosten) entsprechen c_s und die operativen Kosten des Händlers pro Einheit (Beschaffungskosten) c_r . Unter den

⁷ Vgl. Cachon, G. (2003) S.235

⁸ Vgl. Cachon, G. (2003) S.233

operativen Kosten des Händlers versteht man aber nicht den Kaufpreis für das Produkt vom Lieferanten, sondern jene Kosten, die bei der Bestellung anfallen. Die gesamten operativen Kosten werden mit c ausgedrückt und ergeben sich aus der Summe der operativen Kosten des Lieferanten und des Händlers.

$$c = c_s + c_r$$

Die Summe der operativen Kosten muss wiederum kleiner sein als der Verkaufspreis p

$$c_s + c_r < p$$

Für den Händler entstehen Fehlmengenkosten, welche auch Strafkosten genannt werden, er muss dann pro Einheit g_r bezahlen, wenn die Nachfragemenge der Kunden größer ist als seine Bestellmenge. Für den Lieferanten fallen diese Kosten ebenso an und werden mit g_s bezeichnet. Die gesamten Strafkosten oder Fehlmengenkosten werden mit g ausgedrückt und ergeben sich aus der Summe der einzelnen Strafkosten.

$$g = g_s + g_r$$

Für Produkte, die während der einen Verkaufssaison nicht verkauft werden konnten, erhält man nur noch den Restwert v durch den Verkauf an Dritte (Entwerter). Hier muss berücksichtigt werden, dass der immer kleiner sein muss als die gesamten operativen Kosten.⁹

$$v < c$$

Die erwartete Verkaufsmenge des Händlers $S(q)$ wird mit folgender Gleichung ausgedrückt:

$$S(q) = q(1 - F(q)) + \int_0^q yf(y)dy$$

Wobei man durch partielles Integrieren die Gleichung noch vereinfachen kann:

$$S(q) = q - qF(q) + yF(y) \Big|_0^q - \int_0^q 1F(y)dy$$

$$S(q) = q - qF(q) + qF(q) - \int_0^q 1F(y)dy$$

$$S(q) = q - \int_0^q F(y)dy$$

⁹ Vgl. Cachon, G. (2003) S.233 f.

Die erwartete Verkaufsmenge ergibt sich aus der Differenz von der vom Händler bestellten Menge q und dem Integral der Verteilungsfunktion der Nachfrage. Der Ausdruck des Integrals steht für die nicht verkaufte Menge von Produkten.

Der erwartete Restbestand $I(q)$ (übrig gebliebener Bestand/Lagerbestand) ergibt sich aus der Gleichung:

$$I(q) = (q - D)^+ = q - S(q)$$

Und zwar immer dann, wenn die bestellte Menge q größer ist als die Nachfrage D bzw. der erwarteten Verkaufsmenge $S(q)$. Das hochgestellte Pluszeichen hinter dem Klammerausdruck bedeutet, dass der Term innerhalb der Klammer immer positiv ist, da er ansonsten nicht existieren würde.

Die Anzahl der entgangenen Umsätze bzw. die Fehlmenge ergibt sich aus folgender Gleichung:

$$L(q) = (D - q)^+ = \mu - S(q)$$

Die Fehlmenge ergibt sich immer dann, wenn die Nachfrage D die bestellte Menge q des Händlers übersteigt, bzw. wenn die erwartete Nachfrage μ größer ist als die erwartete Verkaufsmenge $S(q)$.¹⁰

Nachdem man nun den Großteil der im Grundmodell vorkommenden Variablen definiert hat, kann man nun die Gewinnfunktion des Händlers und die des Lieferanten bilden. Des Weiteren kann man dann auch die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain bilden, welche sich aus den beiden Gewinnfunktionen ergibt. Zudem wird untersucht welche Menge für die gesamte Supply Chain optimal ist, bzw. welche sie koordiniert.

¹⁰ Vgl. Cachon, G. (2003) S.236

2.2 Gewinnfunktionen des Grundmodells

Die Gewinnfunktion des Händlers $\pi_r(q)$ ergibt sich aus folgender Funktion:

$$\pi_r(q) = pS(q) + vI(q) - g_rL(q) - c_rq - T \quad (1)$$

Sie besteht aus dem erwarteten Erlös, welcher sich aus dem Produkt der erwarteten Verkaufsmenge $S(q)$ und dem Verkaufspreis p ergibt. Dazu wird das Produkt aus den erwarteten Restbestand $I(q)$ und dem Restwert v hinzuaddiert. Dieses Produkt entspricht dem Resterlös aus dem Verkauf von übrig gebliebenen Produkten an Dritte zum Restwert v . Von dieser Summe werden dann die Strafkosten des Händlers g_r für die eventuell auftretende Fehlmenge $L(q)$ abgezogen. Es werden dann noch die durch die Bestellmenge q entstandenen operativen Kosten des Händlers c_r abgezogen, sowie die Transferzahlung T , welche der Händler dem Lieferanten für die bestellten Produkte bezahlen muss.

Ersetzt man nun den erwarteten Restbestand $I(q)$ und die Fehlmenge $L(q)$ durch die entsprechenden Gleichung von oben, so entsteht:

$$\pi_r(q) = pS(q) + v(q - S(q)) - g_r(\mu - S(q)) - c_rq - T$$

Durch Ausmultiplizieren der Klammern lautet die Gleichung:

$$\pi_r(q) = pS(q) + vq - vS(q) - g_r\mu + g_rS(q) - c_rq - T$$

Fasst man nun die einzelnen Terme wieder zusammen, dann entsteht folgende Gewinnfunktion des Händlers:

$$\pi_r(q) = (p - v + g_r)S(q) - (c_r - v)q - g_r\mu - T \quad (2)$$

Dies ist die normale Schreibweise von der Gewinnfunktion des Händlers, wobei sich das Aussehen der Gleichung je nach Vertrag ändert. Anhand dieser Schreibweise wird dann auch weitergerechnet bzw. der Vertrag untersucht ob er die Supply Chain koordiniert oder nicht.

Die Gleichung (1) ermöglicht eine vereinfachte Betrachtung der Gewinnfunktion des Händlers und die Bedeutung der einzelnen Terme und wird im Laufe dieser Arbeit immer wieder verwendet um die Gewinnfunktion des Händlers bei den verschiedenen Verträgen zu erläutern.

Die optimale Bestellmenge des Händlers wird mit q_r^* bezeichnet und es gilt:

$$q_r^* = \operatorname{argmax} \pi_r(q)$$

q_r^* ist die Bestellmenge, die den Gewinn des Händlers maximiert. Wie man aus der Gewinnfunktion des Händlers sehen kann, hängt die optimale Bestellmenge von der Transferzahlung T ab.

Die Gewinnfunktion des Lieferanten $\pi_s(q)$ lautet:

$$\pi_s(q) = g_s S(q) - c_s q - g_s \mu + T \quad (3)$$

Der erste Term der Gleichung ist das Produkt aus den Strafkosten des Lieferanten g_s für nicht erfüllte Kundennachfrage und der erwarteten Verkaufsmenge $S(q)$. Davon abgezogen werden die Produktionskosten des Lieferanten c_s multipliziert mit der vom Händler bestellte Menge q . Des Weiteren wird das Produkt der Strafkosten g_s und der erwarteten Nachfrage μ abgezogen. Zum Schluss bekommt der Lieferant noch die Transferzahlung T vom Händler bezahlt, welcher dieser für die bestellte Produkte bezahlen muss.

Auffallend in dieser Gleichung ist der erste Term, da man erwartet dass der Lieferant nur durch die Transferzahlung einen Gewinn erwirtschaftet, und man daher für die Gewinnfunktion des Lieferanten eine andere Formel erwartet hätte. Durch nähere Betrachtung der beiden Terme, in denen die Strafkosten des Lieferanten g_s vorkommen erklärt sich aber diese Formulierung der Gleichung.

$$g_s S(q) - g_s \mu$$

Durch einfaches Ausklammern erhält man:

$$g_s (S(q) - \mu)$$

Zieht man nun noch das Minuszeichen aus der Klammer so erhält man

$$-g_s (\mu - S(q)) = -g_s L(q)$$

Die beiden Terme in denen die Strafkosten des Lieferanten enthalten sind geben also nichts anderes an als die Berechnung der Fehlmenge, für die der Lieferant die Strafkosten bezahlen muss.

Nachdem man nun sowohl die Gewinnfunktion des Lieferanten als auch des Händlers gebildet hat, kann man die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain $\Pi(q)$ berechnen, welche sich aus Summe der beiden Gewinnfunktionen ergibt:

$$\begin{aligned}\Pi(q) &= \pi_r(q) + \pi_s(q) \\ &= (p - v + g_r)S(q) - (c_r - v)q - g_r\mu - T + g_sS(q) - c_sq - g_s\mu + T\end{aligned}\quad (4)$$

$$\Pi(q) = (p - v + g)S(q) - (c - v)q - g\mu \quad (5)$$

Mit dieser Form der Gleichung (5) wird im weiteren Verlauf der Arbeit weitergearbeitet, doch zur vereinfachten Darstellung der einzelnen Terme kann man diese Gleichung wie folgt umschreiben:

$$\Pi(q) = pS(q) - vS(q) + gS(q) - cq + vq - g\mu$$

$$\Pi(q) = pS(q) - cq - v(S(q) - q) + g(S(q) - \mu)$$

$$\Pi(q) = pS(q) - cq + v(q - S(q)) - g(\mu - S(q))$$

$$\Pi(q) = pS(q) - cq + vI(q) - gL(q)$$

Die Gewinnfunktion ergibt sich aus dem erwarteten Erlös, welcher sich aus dem Verkaufspreis p multipliziert mit der erwarteten Verkaufsmenge $S(q)$ ergibt. Davon werden die gesamten operativen Kosten für die bestellte Menge q abgezogen. Hinzu addiert wird der Restwerterlös, welcher sich aus dem erwarteten Restbestand $I(q)$ ergibt, der zu einem Restwertpreis v an Dritte verkauft werden kann. Davon werden dann die gesamten Strafkosten g multipliziert mit der auftretenden Fehlmenge $L(q)$ abgezogen. Die Transferzahlung T ist nur ein interner Verrechnungspreis und daher kommt sie in der Gleichung der Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain nicht vor.

Um zu überprüfen ob es für die Supply Chain nur eine optimale Bestellmenge gibt, muss man schauen ob die Gewinnfunktion konkav ist. Die Gewinnfunktion ist genau dann konkav, wenn die zweite Ableitung der Gewinnfunktion kleiner als Null ist. Die erste Ableitung nach der Menge q der Gewinnfunktion(5) ergibt:

$$\frac{\partial \Pi(q)}{\partial q} = (p - v + g)S'(q) - (c - v) \quad (6)$$

Die Ableitung der erwarteten Verkaufsmenge kann man mit Hilfe der Leibniz Regel wie folgt berechnen:

$$S(q) = q - \int_0^q F(y) dy$$

$$\frac{\partial S(q)}{\partial q} = 1 - \frac{\partial}{\partial q} \int_0^q F(y) dy$$

Betrachte man nun nur den Subtrahenden so ergibt sich für diesen

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial q} \int_0^q F(y) dy &= \int_0^q \frac{\partial}{\partial q} F(y) dy + \frac{\partial q}{\partial q} F(q) - \frac{\partial 0}{\partial q} F(0) \\ &= \int_0^q 0 dy + 1 \times F(q) - 0 \times 0 = F(q) \end{aligned}$$

Die gesamte Ableitung der erwarteten Verkaufsmenge lautet dann

$$\frac{\partial S(q)}{\partial q} = 1 - F(q) = \bar{F}(q)$$

Somit lautet die erste Ableitung der Gewinnfunktion:

$$\frac{\partial \Pi(q)}{\partial q} = (p - v + g) \bar{F}(q) - (c - v)$$

Nachdem man bei der Definition der im Modell vorkommenden Variablen auch $\bar{F}(q)$ wie folgt definiert hat $\bar{F}(q) = 1 - F(q)$ kann man die Ableitung auch schreiben:

$$\frac{\partial \Pi(q)}{\partial q} = (p - v + g)(1 - F(q)) - (c - v)$$

Leitet man diese nochmals nach q ab so erhält man die zweite Ableitung und kann überprüfen, ob die Gewinnfunktion konkav ist oder nicht.

$$\frac{\partial^2 \Pi(q)}{\partial^2 q} = (p - v + g)(-f(q)) < 0 \quad (7)$$

Nachdem der Verkaufspreis p immer größer ist als der Restwert v , zudem auch noch die gesamten Strafkosten hinzuaddiert werden, kann der erste Klammerausdruck nie negativ werden.

Dieser positiver Wert wird dann mit der Dichtefunktion der Nachfrage $f(q)$ multipliziert, wobei diese nur Werte zwischen $[0, +\infty[$ annehmen kann. Aber aufgrund des Minuszeichens vor der Dichtefunktion wird der gesamte Ausdruck negativ und somit kleiner als Null und daher ist die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain streng konkav. Es gibt also nur eine optimale Menge für die gesamte Supply Chain. Diese optimale Bestellmenge der Supply Chain wird durch q^0 ausgedrückt und es wird zudem angenommen, dass nur positive Gewinne erwirtschaftet werden d.h. $\Pi(q^0) > 0$.

Für die optimale Menge q^0 gilt, dass die erste Ableitung der Gewinnfunktion gleich Null ist. Die erste Ableitung nach der Menge q der Gewinnfunktion (6) ergibt:

$$\frac{\partial \Pi(q)}{\partial q} = (p - v + g)S'(q^0) - (c - v) = 0$$

Durch Auflösen dieser Gleichung nach der erwarteten Verkaufsmenge $S'(q)$ bekommt man:

$$S'(q^0) = \frac{(c - v)}{(p - v + g)}$$

$S'(q^0)$ kann man auch durch $\bar{F}(q^0)$ schreiben wie man oben festgestellt hat. Es gilt also:

$$S'(q^0) = \bar{F}(q^0) = \frac{c - v}{p - v + g} \quad (8)$$

Die erste Ableitung von der erwarteten Verkaufsmenge entspricht dem Critical Ratio vom Zeitungsverkäufermodell, d.h. bei einer generellen Nachfrageverteilung könnte man die optimale Menge berechnen. Die optimale Bestellmenge ist die Menge, bei der die Verteilungsfunktion den Wert des Critical Ratio hat.¹¹

2.3 Zusammenfassung

Zusammenfassend kann man sagen, dass die optimale Bestellmenge des Händlers q_r^* , welche seinen Gewinn maximiert, von der Transferzahlung T abhängt, weil er nur diese Kosten beeinflussen kann. Die im Modell für ihn anfallenden Kosten, wie zum Beispiel die operativen Kosten, Strafkosten und der Restwerterlös, werden als gegebene und durch ihn

¹¹ Vgl. Thonemann, U. (2005) S. 220

nicht änderbare Kosten betrachtet. Der Händler kann seinen Gewinn also nur durch die bestellte Menge beeinflussen, welche wiederum von der Transferzahlung abhängt, welche er an den Lieferanten für jedes bestelltes Produkt leisten muss. Zudem fällt auf, dass die Gewinnfunktion des Händlers (2) der Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain (5) sehr ähnlich ist.¹²

Im Folgenden werden nun verschiedene Verträge mit jeweils unterschiedlichen Transferzahlungen untersucht, ob sie die Supply Chain koordinieren. Des Weiteren wird die Bedeutung bzw. der Zusammenhang zwischen der optimalen Bestellmenge des Händlers q_r^* und der optimalen Bestellmenge der gesamten Supply Chain q^0 erklärt.

3. Untersuchung ausgewählter Verträge

Die ausgewählten Verträge, namentlich der Großhändlerpreisvertrag, der Rückkaufvertrag, der Umsatzbeteiligungsvertrag, der flexible Bestellmengenvertrag und der Umsatzrabattvertrag, werden nun näher untersucht ob sie die Supply Chain koordinieren. Damit ein Vertrag die Supply Chain koordiniert muss die optimale Bestellmenge des Händlers q_r^* genau der optimalen Menge der gesamten Supply Chain q^0 entsprechen. Der Lieferant muss also einen bestimmten Großhandelspreis wählen, der den Händler zu einer bestimmten Bestellmenge veranlasst. Zunächst werden die Verträge mit Hilfe des obigen Grundmodells beschrieben und anschließend untersucht, ob sie die Supply Chain koordinieren. Danach erfolgt eine Zusammenfassung jedes Vertrages sowie auf Umsetzbarkeit oder sonstige Auffälligkeiten des Vertrages wird eingegangen und zudem wird ein Vergleich mit anderen Autoren gemacht.

¹² Vgl. Cachon, G. (2003) S.237

3.1 Der Großhandelspreisvertrag

Bei einem abgeschlossenen Großhandelspreisvertrag beträgt der vom Händler pro bestellte Einheit zu bezahlende Großhandelspreis w . Daraus ergibt sich eine Transferzahlung $T_w(q, w)$ für den Händler von:

$$T_w(q, w) = wq$$

Die Gewinnfunktion des Händlers lautet wie die vom Ausgangsmodell (1) erweitert um die Transferzahlung:

$$\pi_r(q, w) = pS(q) + vI(q) - g_r L(q) - c_r q - wq$$

Die Bedeutung der einzelnen Terme ist die gleiche wie bei (1), nur dass die Transferzahlung durch das Produkt von dem Großhandelspreis w und der bestellten Menge des Händlers q ersetzt wird. Die obige Gleichung lässt sich wie (2) schreiben, nur anstatt der Transferzahlung T schreibt man nun wq , so bekommt man die Gleichung:

$$\pi_r(q, w) = (p - v + g_r)S(q) - (c_r - v)q - g_r \mu - wq$$

$$\pi_r(q, w) = (p - v + g_r)S(q) - (w + c_r - v)q - g_r \mu \quad (9)$$

Anhand dieser Gewinnfunktion versucht man nun die optimale Bestellmenge des Händlers zu bekommen. Zuerst muss man überprüfen ob es nur eine optimale Bestellmenge für den Händler gibt oder mehrere. Es gibt genau dann eine optimale Bestellmenge für den Händler also genau ein q_r^* , wenn die Gewinnfunktion konkav ist bzw. kleiner als Null ist.

Die erste Ableitung lautet:

$$\frac{\partial \pi_r(q, w)}{\partial q} = (p - v + g_r)S'(q) - (w + c_r - v) \quad (10)$$

Diese Ableitung ist nahezu identisch mit (6). Sie unterscheidet sich nur durch die Strafkosten im ersten Term, welche nun nur die Strafkosten des Händlers sind. Der zweite Term unterscheidet sich zum einen durch den Transferpreis und dass nur die operativen Kosten des Händlers berücksichtigt werden und nicht wie in (6) die gesamten operativen Kosten. Nun kann man für (10) die gleichen Zwischenschritte anwenden wie im Ausgangsmodell um von der Gleichung (6) zu (7) zu kommen.

Die zweite Ableitung der Gewinnfunktion des Händlers lautet dann:

$$\frac{\partial^2 \pi_r(q, w)}{\partial^2 q} = (p - v + g_r)(-f(q)) < 0 \quad (11)$$

Die zweite Ableitung ist kleiner Null und daher ist die Gewinnfunktion des Händlers streng konkav(Erklärung siehe Gleichung (7)). Somit gibt es für den Händler nur eine einzige optimale Bestellmenge, nämlich q_r^* . Genau bei dieser Menge ergibt die erste Ableitung den Wert Null.

$$\frac{\partial \pi_r(q, w)}{\partial q} = (p - v + g_r)S'(q_r^*) - (w + c_r - v) = 0 \quad (12)$$

Die optimale Bestellmenge des Händlers q_r^* entspricht der optimalen Menge der gesamten Supply Chain q^0 , wenn die erste Ableitung der erwarteten Verkaufsmenge $S'(q)$ stetig kleiner wird und zudem der Großhandelspreis w die Gleichung erfüllt. Nachdem die Verteilungsfunktion der Nachfrage F stetig steigt wird $S'(q)$ immer kleiner, weil $S'(q)$ auch so dargestellt werden kann:

$$S'(q) = \bar{F}(q) = 1 - F(q)$$

Nun muss der Großhandelspreis w so bestimmt werden, dass er die Gleichung (12) erfüllt. Um dies zu zeigen kann man $S'(q^0)$ wie in Gleichung (8) umschreiben:

$$S'(q^0) = \bar{F}(q^0) = \frac{c - v}{p - v + g}$$

Somit lautet die erste Ableitung der Gewinnfunktion des Händlers:

$$\frac{\partial \pi_r(q, w)}{\partial q} = (p - v + g_r) \left(\frac{c - v}{p - v + g} \right) - (w + c_r - v) = 0$$

Durch Auflösung nach dem Großhandelspreis w gelangt man zu der Formel.

$$w = \left(\frac{p - v + g_r}{p - v + g} \right) (c - v) - (c_r - v) \quad (13)$$

Genau bei diesem Großhandelspreis bestellt der Händler seine optimale Menge, was in diesen besonderen Fall dann auch der optimalen Menge der gesamten Supply Chain entspricht.¹³

¹³ Vgl. Cachon, G. (2003) S.238

Der Großhandelspreis lässt sich nun auch noch so umformen, dass man seine Auswirkungen auf den Gewinn des Lieferanten zeigen kann. Nachdem sich die gesamten operativen Kosten aus den operativen Kosten des Lieferanten und des Händlers zusammensetzen gilt:

$$c = c_r + c_s$$

Dann lautet die Gleichung:

$$\begin{aligned} w &= \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g} c_s + \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g} c_r - \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g} v - c_r + v \\ &= \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g} c_s - \frac{g_s}{p - v + g} c_r + \frac{g_s}{p - v + g} v \end{aligned}$$

Nachdem $c = c_r + c_s \Rightarrow c_r = c - c_s$

$$\begin{aligned} &= \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g} c_s - \frac{g_s}{p - v + g} c + \frac{g_s}{p - v + g} c_s + \frac{g_s}{p - v + g} v \\ &= c_s - \frac{g_s}{p - v + g} c + \frac{g_s}{p - v + g} v \\ &= c_s - g_s \frac{c - v}{p - v + g} \end{aligned}$$

$$w = c_s - g_s \bar{F}(q^0) \quad (14)$$

Aus dieser Gleichung sieht man sehr deutlich, dass der Großhandelspreis kleiner ist als die operativen Kosten des Lieferanten. Der Händler bestellt also nur bei einem solchen Großhandelspreis $w \leq c_s$ seine optimale Menge, welche auch der optimalen Menge für die gesamte Supply Chain entspricht. Die Folgen eines so geringen Großhandelspreises für den Lieferanten sind, dass er einen Gewinn von Null macht und im schlimmsten Fall sogar einen Verlust in Kauf nehmen muss. Dies soll anhand der Gewinnfunktion des Lieferanten verdeutlicht werden, die sich im Vergleich zum Grundmodell (3) nur um die erhaltene Transferzahlung ändert.

$$\pi_s(q) = g_s S(q) - c_s q - g_s \mu + wq \quad (15)$$

Angenommen es treten keine Fehlmengen auf, dann entspricht der Großhandelspreis den operativen Kosten des Lieferanten c_s und seine Gewinnfunktion lautet:

$$\pi_s(q) = -c_s q + c_s q = 0$$

Das heißt der Lieferant erwirtschaftet einen Gewinn von Null.

Treten aber nun doch Fehlmengen auf so lautet die Gewinnfunktion des Händlers:

$$\pi_s(q) = g_s S(q) - c_s q - g_s \mu + c_s q - g_s \bar{F}(q^0)q$$

$$\pi_s(q) = g_s S(q) - g_s \mu + -g_s \bar{F}(q^0)q$$

Nachdem man im Grundmodell gesehen hat, dass man die beiden Terme mit den Strafkosten zusammenfassen kann, ergibt sich die Gleichung:

$$\pi_s(q) = -g_s(\mu - S(q)) - g_s \bar{F}(q^0)q$$

Wie man anhand der Gleichung erkennen kann, erwirtschaftet der Lieferant bei einem solchen Großhandelspreis einen Verlust.¹⁴

3.1.1 Zusammenfassung des Vertrages

Zusammengefasst könnte der Großhandelspreisvertrag die Supply Chain unter der Voraussetzung koordinieren, dass der Lieferant bereit wäre einen Großhandelspreis $w \leq c_s$ anzubieten. Der Lieferant ist jedoch darauf bedacht seinen eigenen Gewinn zu maximieren bzw. überhaupt einen Gewinn zu erwirtschaften, was ihm bei einem solchen Großhandelspreis nicht gelingen würde. Er legt deshalb einen höheren Preis fest, so dass sein Gewinn maximiert wird. Durch diesen erhöhten Großhandelspreis bestellt nun der Händler weniger, weil auch er seinen eigenen Gewinn maximieren will, man spricht daher auch von „double marginalization“. Der Lieferant und der Händler sind vor allem auf den eigenen Gewinn bedacht und deswegen kann in diesem Fall nicht der optimale Gewinn für die gesamte Supply Chain erzielt werden.¹⁵

Aufgrund dessen kann mit einem solchen Vertrag die Supply Chain nicht koordiniert werden, weil der Händler bei einem höheren Großhandelspreis keinen Anreiz hat genauso viel zu bestellen wie bei dem Großhandelspreis $w \leq c_s$. Die nun vom Händler bestellte Menge, aus seiner Sicht die nun optimale Menge, entspricht dann nicht mehr der optimalen Menge der gesamten Supply Chain $q_r^* \neq q^0$.

¹⁴ Vgl. Cachon, G. (2003) S.238

¹⁵ Vgl. Cachon, G. (2003) S.238

3.1.2 Umsetzbarkeit/Besonderheiten

Der Großhandelspreisvertrag wird in der Praxis trotzdem häufig angewendet, auch wenn er nicht die Supply Chain koordiniert. (d.h. der Lieferant wählt einen so hohen Großhandelspreis, dass er einen Gewinn erwirtschaftet, was natürlich zur Folge hat, dass der Händler die nun für ihn optimale Menge bestellt.) Dies liegt an der relativ leichten und kostengünstigen Umsetzbarkeit des Vertrages. Viele Unternehmen sind bereit auf einen koordinierenden Vertrag zu verzichten, weil die Kosten bzw. der Aufwand für die Umsetzung eines koordinierenden Vertrages im Endeffekt höher sind als der Gewinn, der durch einen solchen Vertrag erzielt werden könnte. Nachdem dieser Vertrag die Supply Chain nicht koordiniert muss auch nicht zwischen „voluntary oder forced compliance“ unterschieden werden.¹⁶

Was im Modell nicht berücksichtigt wurde war die Stärke bzw. die Einflussmacht des Händlers auf den Lieferanten. Je mehr Macht/Bedeutung der Händler, also der Abnehmer des Lieferanten, hat, umso eher kann er einen für sich vorteilhaften Großhandelspreis „fordern“, vor allem dann, wenn er der Hauptabnehmer des Lieferanten ist. Angenommen es wurde zwischen einem Lieferanten und einem Händler dieser Vertrag abgeschlossen, wobei der Lieferant einen Großhandelspreis wählt, bei dem er auch einen Gewinn erwirtschaftet, so kann der Händler aufgrund seiner Bedeutung für den Lieferanten einen niedrigeren Preis „erzwingen“. Man kann somit sagen, dass aufgrund der starken Position des Händlers der Großhandelspreis soweit herabgesetzt werden kann, dass dieser annähernd den operativen Kosten des Lieferanten entspricht und somit der Händler die für die Supply Chain optimale Menge und dadurch den optimalen Gewinn für die Supply Chain erzielen kann.¹⁷

3.1.3 Vergleich mit Laviere, M., Porteus, E. (2001)

Im Vergleich zu Gérard P. Cachon (2003) behandelt der Artikel von Martin A. Laviere und Evan L. Porteus (2001) den Großhandelspreisvertrag um einiges ausführlicher und auch mit anderen Annahmen. Laviere und Porteus gehen bei ihrem Modell davon aus, dass keine operativen Kosten des Händlers bei einer Bestellung entstehen, dass der Restwert gleich Null

¹⁶ Vgl. Cachon, G. (2003) S.238

¹⁷ Vgl. Cachon, G. (2003) S.239 f.

ist und dass bei einer unbefriedigten Kundennachfrage keine Strafkosten geleistet werden müssen. Sie erweitern aber ihr Modell in der Hinsicht, dass sie neben der normalen Betrachtung auch noch die Größe des Marktes mit einbeziehen. Aber sie kommen schlussendlich auch zum gleichen Ergebnis wie Cachon(2003).¹⁸

Im Folgenden werden weitere Verträge untersucht, ob diese die Supply Chain koordinieren, bzw. den Händlern einen Anreiz geben doch die optimale Menge der Supply Chain zu bestellen. Der nächste Vertrag, der untersucht wird, besitzt im Vergleich zum Großhandelspreisvertrag einen weiteren Vertragsparameter nämlich den Rückkaufpreis b , für den der Lieferant die übrig gebliebenen Produkte dem Händler wieder abkauft. Ob diese zusätzliche Variable ausreicht, damit der Vertrag die Supply Chain koordiniert bzw. ob der Händler dadurch einen Anreiz hat wieder die optimale Menge für die gesamte Supply Chain zu bestellen wird im Folgenden untersucht.

3.2 Der Rückkaufvertrag

Bei diesem Vertrag setzt sich die Transferzahlung aus dem Großhandelspreis w_b und dem Rückkaufpreis b zusammen. Der Lieferant kauft dem Händler die nicht verkauften Produkte für den Rückkaufpreis b nach der Verkaufssaison wieder ab. Bei der Wahl des Rückkaufpreises muss er drauf achten, dass der Rückkaufpreis $b \leq w_b$ ist, denn ansonsten erwirtschaftet der Händler mit nicht verkauften Produkten einen Gewinn, wenn er diese an den Lieferanten am Ende der Saison wieder zurückverkauft.¹⁹

Die Transferzahlung $T_b(q, w_b, b)$ sieht bei diesem Vertrag wie folgt aus:

$$T_b(q, w_b, b) = w_b q - bI(q) = bS(q) + (w - b)q$$

¹⁸ Vgl. Laviere, M., E. Porteus (2001) S. 294 ff.

¹⁹ Vgl. Cachon, G. (2003) S.242

Sie ergibt sich aus Kosten der Bestellung, also Großhandelspreis w_b multipliziert mit der bestellten Menge q , und dem Rückkaufpreis b multipliziert mit dem erwarteten Restbestand $I(q)$. Der Händler zahlt also an den Lieferanten die Kosten seiner Bestellung und kann am Ende der Saison die übrig gebliebenen Produkte für einen Preis b an den Lieferanten zurückverkaufen.

Die Gewinnfunktion des Händlers lautet wie (1) jedoch um die Transferzahlung erweitert:

$$\pi_r(q, w_b, b) = pS(q) - g_r L(q) - c_r q - w_b q + bI(q)$$

Die Gewinnfunktion setzt sich zusammen aus dem erwarteten Erlös durch den Verkauf von Produkten, davon werden dann die eventuell anfallenden Strafkosten abgezogen, wenn die Nachfrage der Kunden nicht befriedigt werden kann. Des Weiteren werden die operativen Kosten für die bestellte Menge abgezogen, ebenso die Kosten für die bestellten Produkte, sprich der Großhandelspreis der pro Produkt an den Händler gezahlt werden muss. Der Händler bekommt jedoch beim Zurückverkaufen der am Ende der Saison übrig gebliebenen Produkte (erwarteten Restbestand) den Rückkaufpreis b vom Lieferanten bezahlt. Im Vergleich zu (1) fehlt der Term mit dem Restwerterlös, mit dem der erwartete Restbestand mit dem Restwert v multipliziert wird. Dieser Term fällt deswegen weg, weil bei einem Rückkaufvertrag der Händler den Restbestand an den Lieferanten verkauft und nicht an Dritte. Der Händler verkauft den Restbestand an den Lieferanten, weil er dadurch einen höheren Erlös erzielt, wenn der Rückkaufpreis b größer ist als der Restwert v des Händlers. Für den Fall, dass aber der Restwert des Händlers größer ist als der Restwert des Lieferanten, so veräußert der Händler die Restbestände an Dritte und bekommt zudem vom Lieferanten diese „gut geschrieben“ Dies wird häufig als „markdown money „ bezeichnet.²⁰

Für die weitere Betrachtung verwendet man wie schon im Ausgangsmodell die Gewinnfunktion wie bei (2) angewendet. Unter Berücksichtigung der Vertragsparameter lautet die Gewinnfunktion für den Händler beim Rückkaufvertrag wie folgt.²¹

$$\pi_r(q, w_b, b) = (p - v + g_r - b)S(q) - (w_b - b + c_r - v)q - g_r \mu \quad (16)$$

Im Vergleich zum Großhandelspreisvertrag verwendet man hier einen anderen Weg um zu überprüfen ob der Vertrag die Supply Chain koordiniert. Man kann hier auch die

²⁰ Vgl. Cachon, G. (2003) S.242

²¹ Vgl. Cachon, G. (2003) S.243

Vertragsvariablen des Rückkaufvertrages $\{w_b, b\}$ mit Hilfe von $\lambda \geq 0$ ausdrücken. Dann entstehen die beiden folgenden Gleichungen.

$$p - v + g_r - b = \lambda(p - v - g) \quad (17)$$

$$w_b - b - c_r - v = \lambda(c - v) \quad (18)$$

Verwendet man nun die Terme mit Lambda und setzt diese in die Gewinnfunktion des Händlers ein, dann lautet sie:

$$\pi_r(q, w_b, b) = \lambda(p - v - g)S(q) - \lambda(c - v)q - g_r\mu \quad (19)$$

Diese Gleichung hat nun eine große Ähnlichkeit mit der Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain vom Ausgangsmodell (5) welche lautet:

$$\Pi(q) = (p - v + g)S(q) - (c - v)q - g\mu$$

Durch das Ausklammern vom Lambda und durch zwei Erweiterungen kann man die Gewinnfunktion des Händlers auch so schreiben:

$$\pi_r(q, w_b, b) = \lambda[(p - v - g)S(q) - (c - v)q - g\mu] + \lambda g\mu - g_r\mu$$

In der Eckigen Klammer steht nun die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain. Dies wurde möglich, indem man in der Klammer den Term $g\mu$ abgezogen hat und anschließend den Term $\lambda g\mu$ wieder hinzuaddiert hat. Durch dieses Abziehen und Addieren des Terms ändert sich das Ergebnis der Gewinnfunktion des Händlers nicht. Durch diese Erweiterung wird deutlich, wie man nun zur Gewinnfunktion des Händlers (20) gelangt. Anstatt des Klammerausdrucks von oben kann man nun einfach $\Pi(q)$ schreiben und die Gewinnfunktion erhält dadurch folgendes Aussehen:

$$\pi_r(q, w_b, b) = \lambda\Pi(q) + \mu(\lambda g - g_r) \quad (20)$$

Die Gewinnfunktion des Händlers beinhaltet die gesamte Gewinnfunktion der Supply Chain, welche mit Lambda multipliziert wird, sowie einen weiteren Term der hinzuaddiert wird. Der zweite Term besteht aus der Klammer, in der die gesamten Strafkosten mit Lambda multipliziert werden, um dann die Strafkosten des Händlers vom Produkt abzuziehen. Der gesamte Klammerausdruck wird dann mit der erwarteten Nachfrage der Kunden multipliziert. Damit der Händler mit dieser Gewinnfunktion seinen optimalen Gewinn erreicht, muss er die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain maximieren. Dies erreicht er nur mit der optimalen Menge für die gesamte Supply Chain, also mit der Menge q^0 . Daraus folgt für die Bestellmenge des Händlers, dass seine optimale Menge $q_r^* = q^0$ sein muss.

Die Gewinnfunktion des Lieferanten bekommt man, indem man nochmal die Gleichung (4) betrachtet:

$$\Pi(q) = \pi_r(q) + \pi_s(q)$$

Durch Auflösen dieser Gleichung nach der Gewinnfunktion des Lieferanten erhält man:

$$\begin{aligned}\pi_s(q, w_b, b) &= \Pi(q) - \pi_r(q, w_b, b) = \Pi(q) - \lambda\Pi(q) - \mu(\lambda g - g_r) \\ \pi_s(q, w_b, b) &= (1 - \lambda)\Pi(q) - \mu(\lambda g - g_r)\end{aligned}\tag{21}$$

Die Gewinnfunktion des Lieferanten besteht aus zwei Termen, wobei der erste die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain $\Pi(q)$ beinhaltet, welche dann mit der Klammer $(1 - \lambda)$ multipliziert wird. Davon wird der zweite Term abgezogen, der aus einer Klammer besteht, welche mit der erwarteten Nachfrage der Kunden multipliziert wird. In der Klammer werden von dem Produkt Lambda und den gesamten Strafkosten die Strafkosten des Händlers abgezogen. Wie man aus der Gewinnfunktion des Lieferanten sieht, erhält er einen positiven Gewinn solange für Lambda $0 < \lambda < 1$ gilt. Er wird also die bestellte Menge des Händlers $q_r^* = q^0$ liefern, d.h. der Vertrag koordiniert die Supply Chain unter „voluntary compliance“, weil der Lieferant keinen Anlass sieht weniger als die bestellte Menge zu liefern.

Nimmt nun Lambda den Wert $\lambda = 1$ (oder $\lambda = 0$) an, so ist die Menge q^0 optimal für den Händler (oder Lieferanten), aber auch jede andere Bestellmenge q wäre für beide optimal. Daher wird der Vertrag die Supply Chain weiterhin koordinieren, aber es gibt mehrere optimale Lösungen, sprich es gibt mehrere Nash Equilibria. Nun werden die beiden Fälle näher untersucht.²²

Für den Fall das $\lambda = 1$ ändert sich die Gewinnfunktion (20) für den Händler:

$$\pi_r(q, w_b, b) = \Pi(q) + \mu(g - g_r) = \Pi(q) + \mu g_s$$

d.h. er darf den gesamten Gewinn der gesamten Supply Chain behalten und muss nichts an den Lieferanten abgeben. Um weiterhin den maximal möglichen Gewinn zu erwirtschaften wäre weiterhin q^0 optimal, aber auch jede andere Menge q würde einen Gewinn für den Händler ergeben.

²² Vgl. Cachon, G. (2003) S.243

Für $\lambda = 0$ ändern sich die Gewinnfunktion (21) des Lieferanten wie folgt:

$$\pi_s(q, w_b, b) = \Pi(q) + \mu g_r$$

In diesem Fall bekommt der Lieferant den gesamten Gewinn der Supply Chain, welcher am größten ist mit q^0 aber er wird auch jede andere Menge q akzeptieren, solange er einen Gewinn erwirtschaftet.

Daraus folgt für die Supply Chain, dass sie weiterhin koordiniert werden kann, jedoch gibt es mehrere Nash Equilibria, d.h. es gibt mehrere Lösungen welche die Supply Chain koordinieren.²³

Aufteilung des Gewinns

Wie man aus den Gewinnfunktionen des Lieferanten (20) und des Händlers (21) sehen kann, steigt der Gewinn des Händlers mit zunehmendem λ , wohingegen der Gewinn des Lieferanten mit zunehmenden λ sinkt. Lambda bestimmt also wie der Gewinn der Supply Chain zwischen dem Lieferanten und Händler verteilt wird.

Dem Händler wird der gesamte Gewinn der Supply Chain zugewiesen, wenn für λ folgendes gilt:

$$\lambda = \frac{\Pi(q^0) + \mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} \leq 1$$

Setzt man nun diesen Ausdruck anstatt Lambda in die Gewinnfunktion des Händlers (20) so lautet diese:

$$\begin{aligned} \pi_r(q, w_b, b) &= \frac{\Pi(q^0) + \mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} \Pi(q^0) + \mu \left(\frac{\Pi(q^0) + \mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} g - g_r \right) = \\ &= \frac{\Pi(q^0) + \mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} \Pi(q^0) + \frac{\Pi(q^0) + \mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} \mu g - \mu g_r = \\ &= \frac{(\Pi(q^0) + \mu g_r) \Pi(q^0) + (\Pi(q^0) + \mu g_r) \mu g - (\Pi(q^0) + \mu g) \mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} = \end{aligned}$$

²³ Vgl. Cachon, G. (2003) S.243

$$= \frac{\Pi(q^0)\Pi(q^0) + \mu g_r \Pi(q^0) + \mu g \Pi(q^0) + \mu g_r \mu g - \mu g_r \Pi(q^0) - \mu g_r \mu g}{\Pi(q^0) + \mu g} =$$

$$\pi_r(q, w_b, b) = \frac{\Pi(q^0)\Pi(q^0) + \mu g \Pi(q^0)}{\Pi(q^0) + \mu g} = \Pi(q^0)$$

Der Händler erzielt mit seiner Gewinnfunktion bei diesem Lambda den gesamten Gewinn der Supply Chain.

Im Gegenteil dazu wird dem Lieferanten der gesamte Gewinn der Supply Chain zugewiesen, wenn für λ folgendes gilt:

$$0 \leq \lambda = \frac{\mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g}$$

Setzt man nun diesen Ausdruck für Lambda in (21) ein so lautet die Gleichung:

$$\begin{aligned} \pi_s(q, w_b, b) &= \left(1 - \frac{\mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g}\right) \Pi(q^0) - \mu \left(\frac{\mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} g_s - \left(1 - \frac{\mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g}\right) g_r\right) = \\ &= \Pi(q^0) - \frac{\mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} \Pi(q^0) - \mu \left(\frac{\mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} g_s - \left(g_r - \frac{\mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} g_r\right)\right) = \\ &= \Pi(q^0) - \frac{\mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} \Pi(q^0) - \mu \left(\frac{\mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} g - g_r\right) = \\ &= \Pi(q^0) - \frac{\mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} \Pi(q^0) - \frac{\mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} \mu g + \mu g_r = \\ &= \frac{(\Pi(q^0) + \mu g)\Pi(q^0) - \mu g_r \Pi(q^0) - \mu g_r \mu g + (\Pi(q^0) + \mu g)\mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} = \\ &= \frac{\Pi(q^0)\Pi(q^0) + \mu g \Pi(q^0) - \mu g_r \Pi(q^0) - \mu g_r \mu g + \mu g_r \Pi(q^0) + \mu g \mu g_r}{\Pi(q^0) + \mu g} = \\ \pi_s(q, w_b, b) &= \frac{\Pi(q^0)\Pi(q^0) + \mu g \Pi(q^0)}{\Pi(q^0) + \mu g} = \Pi(q^0) \end{aligned}$$

In diesem Fall erzielt der Lieferant mit seiner Gewinnfunktion den gesamten Gewinn der Supply Chain.

Wählt man aber ein Lambda $0 < \lambda < 1$ so kann man den Gewinn der Gesamten Supply Chain zwischen den Händler und Lieferanten nach Belieben aufteilen.

3.2.1 Der Großhandelspreis bei dem der Händler die optimale Menge der Supply Chain bestellt

Im Vergleich zum Großhandelspreisvertrag, bei dem man zusätzlich den Großhandelspreis beachten musste, ob der für den Händler optimale Großhandelspreis auch vom Lieferanten angeboten wird, kann hier verzichtet werden, weil in beiden Gewinnfunktion der Großhandelspreis nicht vorkommt. In beiden Gleichungen kommt die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain vor, in denen der Großhandelspreis nicht beachtet wird, weil dieser bei der gesamten Betrachtung der ganzen Supply Chain nur ein interner Verrechnungspreis ist. Es soll aber dennoch gezeigt werden, dass der Großhandelspreis, bei dem der Händler die optimale Menge, sprich $q_r^* = q^0$ bestellt, über den operativen Kosten des Lieferanten liegt. Die Berechnung des Großhandelspreises erfolgt wie beim Großhandelspreisvertrag. Man muss zuerst schauen ob die Gewinnfunktion konkav ist und es somit nur eine optimale Menge für den Händler gibt. Danach bildet man die erste Ableitung von der Gewinnfunktion und setzt diese dann gleich Null, weil dies bei der optimalen Bestellmenge und dem dazugehörigen Großhandelspreis gilt. Dann kann man nach dem Großhandelspreis auflösen.

Die erste Ableitung der Gewinnfunktion des Händlers (16) lautet:

$$\frac{\partial \pi_r(q, w_b, b)}{\partial q} = (p - v + g_r - b)S'(q) - (w_b - b + c_r - v) \quad (22)$$

Bei der Bildung der zweiten Ableitung benutzt man die gleichen Zwischenschritte wie bei der Überprüfung der Konkavität der Gewinnfunktion des Händlers beim Großhandelsvertrag.

Die Zweite Ableitung lautet:

$$\frac{\partial^2 \pi_r(q, w_b, b)}{\partial^2 q} = -(p - v + g_r - b)f(q) < 0 \quad (23)$$

Die zweite Ableitung ist deswegen kleiner Null, weil der Klammerausdruck positiv ist. Dies ist der Fall, weil die Summe aus dem Restwert v und den Rückkaufpreis b nicht größer ist als der Verkaufspreis p , zu dem auch noch die Strafkosten des Händlers g_r hinzuaddiert werden.

Daher gilt für die erste Ableitung, dass sie bei der optimalen Menge Null ergibt und dass diese Menge der optimalen Menge der gesamten Supply Chain entspricht (siehe Großhandelspreisvertrag):

$$\frac{\partial \pi_r(q, w_b, b)}{\partial q} = (p - v + g_r - b)S'(q_r^*) - (w_b - b + c_r - v) = 0$$

Durch dieselben Umformungsschritte wie beim Großhandelspreisvertrag um von (12) auf (13) zu gelangen ergibt sich dann:

$$= (p - v + g_r - b) \frac{c - v}{p - v + g} - w_b + b - c_r + v = 0$$

Der Großhandelspreis für den Rückkaufvertrag, bei dem der Händler die optimale Menge bestellt, ergibt sich durch auflösen nach dem Großhandelspreis w_b

$$w_b = \frac{p - v + g_r - b}{p - v + g} (c - v) + b - c_r + v \quad (24)$$

Durch dieselben Zwischenschritte wie beim Großhandelsvertrag nötig um von (13) auf (14) zu kommen, ergibt sich:

$$\begin{aligned} &= \frac{p - v + g_r}{p - v + g} (c - v) - \frac{b(c - v)}{p - v + g} + b - c_r + v \\ &= \frac{p - v + g_r}{p - v + g} c_s + \frac{p - v + g_r}{p - v + g} c_r - \frac{p - v + g_r}{p - v + g} v - \frac{b(c - v)}{p - v + g} + b - c_r + v \\ &= \frac{p - v + g_r}{p - v + g} c_s - \frac{g_s}{p - v + g} c_r + \frac{g_s}{p - v + g} v - \frac{b(c - v)}{p - v + g} + b \\ &\quad c = c_r + c_s \Rightarrow c_r = c - c_s \\ &= \frac{p - v + g_r}{p - v + g} c_s - \frac{g_s}{p - v + g} c + \frac{g_s}{p - v + g} c_s + \frac{g_s}{p - v + g} v - \frac{b(c - v)}{p - v + g} + b \\ &= c_s + b - \frac{g_s}{p - v + g} c + \frac{g_s}{p - v + g} v - \frac{b(c - v)}{p - v + g} \\ &= c_s + b - \frac{g_s}{p - v + g} (c - v) - \frac{b}{p - v + g} (c - v) \end{aligned}$$

$$w_b = b + c_s - (c - v) \frac{b + g_s}{p - v + g} \quad (25)$$

Der Lieferant akzeptiert diesen Großhandelspreis aber nur wenn gilt:

$$b > -(c - v) \frac{b + g_s}{p - v + g}$$

Weil er sonst wie beim Großhandelspreisvertrag keinen Gewinn erwirtschaftet. Bei diesem Großhandelspreis bestellt der Händler die optimale Menge, nämlich q^0 und das obwohl der Preis über den operativen Kosten des Lieferanten liegt.

3.2.2 Zusammenfassung des Vertrages

Aufgrund des zusätzlichen Vertragsparameters b (der Rückkaufpreis) wird der Händler ermutigt bzw. bekommt einen Anreiz seine Bestellmenge trotz eines höheren Großhandelspreises soweit zu erhöhen, dass seine optimale Menge der optimalen Menge für die gesamte Supply Chain entspricht (also $q_r^* = q^0$) und somit die Supply Chain koordiniert. Für den Lieferanten bedeutet das allerdings zusätzliche Kosten, weil er dem Händler einen höheren Preis als den Restwert v zahlen muss, nämlich den Rückkaufpreis b und selbst die zurückgekauften Produkte nur zu einem Restwert v verkaufen kann. Der Lieferant macht einen Verlust von $b - v$ bei jedem Produkt, welches er vom Händler zurückkauft und an den Entwerter weiterverkauft, aber durch den höheren Großhandelspreis, den er für die gesamte Bestellmenge bekommt erwirtschaftet er schlussendlich doch einen Gewinn.

Im Modell selbst wird durch die eingeführte Variable Lambda gezeigt, dass man im Vergleich zum Großhandelspreisvertrag auch auf eine andere Art überprüfen kann, ob der Vertrag die Supply Chain koordiniert oder nicht. Mit Hilfe des Lambda konnte gezeigt werden, dass die optimale Menge des Händlers gleich der optimalen Menge der gesamten Supply Chain entspricht, so lange für Lambda $0 < \lambda < 1$ gilt. Des Weiteren bestimmt Lambda die Aufteilung des Gewinns der gesamten Supply Chain unter dem Lieferanten und dem Händler. Im Modell wurde gezeigt dass der Vertrag die Supply Chain auch unter „voluntary compliance“ koordiniert.

Aufgrund dessen, dass man bei der Modellbetrachtung von unter „forced compliance“ abgeschlossenen Verträgen ausgeht, kann man sagen, dass dieser Vertrag die Supply Chain sowohl unter „voluntary als auch unter forced compliance“ koordiniert.

3.2.3 Umsetzbarkeit/Besonderheiten

Dieser Vertrag ist im Vergleich zum Großhandelsvertrag mit mehr Aufwand verbunden, weil der Lieferant die Restbestände des Händlers zu einem bestimmten Rückkaufpreis zurückkaufen muss.

Wurde dieser Vertrag unter „voluntary compliance“ abgeschlossen, so hat der Lieferant sogar die Möglichkeit Fehler des Händlers zu korrigieren. Angenommen der Händler bestellt nicht rational und seine Bestellmenge liegt über der optimalen Menge der gesamten Supply Chain $q > q^0$, wäre dies sowohl für den Gewinn der gesamten Supply Chain als auch für den Lieferanten nicht optimal. Der Lieferant kann diesen Fehler insofern korrigieren, indem er dem Händler nur die Menge, die optimal für die Supply Chain und somit auch optimal für ihn ist, liefert, also q^0 . Der Lieferant hat deshalb den Anreiz diesen Fehler zu korrigieren, weil er durch die Lieferung von der Menge q^0 seinen eigenen Gewinn erhöhen kann. Der Grund für seinen höheren Gewinn ist der, dass er seine Rückkaufkosten reduzieren kann, die bei der vom Händler tatsächlich bestellten Menge q ansonsten höher wären, weil dem Händler bei dieser Menge q mehr Produkte am Ende der Saison übrig bleiben würden. Bei einem eventuell gegenteiligen Vorgehen des Händlers, woraus folgt, dass seine Bestellmenge unter der optimalen Bestellmenge der gesamten Supply Chain liegt $q < q^0$, kann der Lieferant nicht korrigieren. Er kann den Fehler nicht korrigieren, indem er dem Händler die Menge q^0 liefert, weil der Händler nicht verpflichtet ist eine größere Bestellung als gefordert anzunehmen.²⁴

Unter „forced compliance“ hat der Lieferant keine Möglichkeit den Fehler des Händlers zu korrigieren, weil er genau die Menge liefern muss, welche bestellt worden ist. Hält der Lieferant sich nicht an die bestellte Menge muss er mit Konsequenzen rechnen.

Für den besonderen Fall, dass der Händler einen höheren Restwert v als der Lieferant erzielen kann, ergibt sich für diesen Vertrag eine Abweichung bei der Abwicklung. Der Händler

²⁴ Vgl. Cachon, G. (2203) S.243

verkauft die Restbestände direkt an Dritte und nicht an den Lieferanten und bekommt diese dann vom Lieferanten angerechnet, was auch häufig als „markdown money“ bezeichnet wird. Kann der Händler einen höheren Restwert als der Lieferant erzielen ist dieser sogar bereit ihm einen gewissen Betrag zu zahlen, damit er die Restbestände nicht an ihn zurückverkauft, sondern selbst an Dritte veräußert. Dieser Fall wird im betrachtenden Modell aber ausgeschlossen bzw. nicht berücksichtigt.

Die wesentlichen Anreize für den Lieferanten die übrig gebliebenen Produkte zurück zu kaufen bestehen zum einen darin den Händler dazu zu bewegen die optimale Menge der gesamten Supply Chain zu bestellen und zum anderen in der Wahrung seines Images. Durch den Rückkauf der übrig gebliebene Produkte verhindert er, dass seine Produkte zu einem verbilligten Preis verkauft werden. Dies ist dem Lieferanten vor allem dann wichtig, wenn er hochwertige Produkte produziert, welche dementsprechend teuer sind. Er verhindert dadurch dass sein Image, als z.B. hochwertiger Produzent, beschädigt wird, weil auf einmal verbilligte Produkte von ihm auf dem Markt im Umlauf sind. Des Weiteren kann z.B. in der Lebensmittelbranche verhindert werden, dass abgestandene Produkte an den Kunden verbilligt verkauft werden.²⁵

3.2.4 Vergleich mit Pasternack, B. (1985) und Tsay, A. (2001)

Vergleicht man nun dieses Modell mit dem vom Barry Alan Pasternack so fällt zum einen auf, dass sich die Bezeichnungen der Variablen und das Aussehen der Gleichungen unterscheiden und das in seinem Modell keine operativen Kosten für den Händler auftreten wie bei Cachon (2003). Des Weiteren geht Pasternack bei seiner Betrachtung des Problems zuerst davon aus, dass der Händler nur einen bestimmten Anteil der Bestellmenge zu einem Rückkaufpreis an den Lieferanten zurückverkaufen kann. Dies lässt sich anhand der Gleichung 6 in seinem Artikel veranschaulichen:

$$EP_R(Q) = -Qc_1 + \int_0^{(1-R)Q} [xp + RQc_2 + ((1-R)Q - x)c_3] f(x)dx \\ + \int_{(1-R)Q}^Q [xp + (Q - x)c_2] f(x)dx + \int_Q^\infty [pQ - (x - Q)g] f(x)dx^{26}$$

²⁵ Vgl. Padmanabhan, V., I.P.L. Png (1995) S.67f.

²⁶ Vgl. Pasternack, B. (1985) S.170

Der erste Term entspricht dem gezahlten Transferpreis für die bestellte Menge des Händlers. Der zweite Term besteht aus dem Integral, welches bedeutet, dass die Kundennachfrage so gering ist, dass der Händler die maximal mögliche Menge an den Lieferanten wieder zurückverkauft. Der Ausdruck in der eckigen Klammer besteht aus den folgenden drei Termen. Der erste gibt den Erlös an durch die befriedigte Nachfrage, also den Verkaufspreis p mal der Kundennachfrage x . Dazu wird dann der Anteil von der bestellten Menge Q hinzuaddiert für die man den Rückkaufpreis c_2 bekommt. Der dritte Term in der Klammer gibt den Anteil von der bestellten Menge an, die am Ende der Saison übrig bleibt und welche man nicht mehr für den Rückkaufpreis c_2 an den Lieferanten zurück verkaufen kann, sondern nur noch für den Restwert c_3 an Dritte.

Das zweite Integral gibt an was passiert, wenn der Händler weniger als die maximal mögliche Menge an den Händler zurückverkauft. In der eckigen Klammer steht wiederum der Erlös, den er durch die befriedigte Nachfrage erwirtschaftet. Dazu kommt dann noch die Menge von Produkten, die er am Ende der Saison zum Rückkaufpreis c_2 an den Lieferanten verkaufen kann.

Das letzte Integral gibt den Fall an sollte die bestellte Menge nicht ausreichen um die Kundennachfrage vollständig zu befriedigen bzw. wenn die Kundennachfrage größer ist als die Bestellmenge des Händlers. Der Händler erwirtschaftet den Erlös aus verkauften Produkten, welcher sich aber in diesem Fall aus der bestellten Menge mal dem Verkaufspreis ergibt. Davon abgezogen werden dann noch die Strafkosten, die für die entstandene Fehlmenge entstehen.²⁷

Pasternack zeigt in seinem Artikel, dass dieser Vertrag die Supply Chain koordinieren kann, auch wenn der Händler nur einen gewissen Anteil seiner Bestellmenge an den Lieferanten zurückverkaufen kann. Nach diesem Ergebnis untersucht und zeigt er, dass weder ein unbeschränktes Rückgaberecht mit einer vollen Erstattung noch überhaupt kein Rückgaberecht zu einem Optimum für die Supply Chain führt. Als Letztes zeigt er, dass aber ein unbegrenztes Rückgaberecht mit nur einer anteilmäßigen Erstattung zu einem Optimum für die Supply Chain führen kann, wenn der Großhandelspreis und der Rückkaufpreis richtig gewählt worden sind.²⁸

²⁷ Vgl. Pasternack, B.(1985) S. 170

²⁸ Vgl. Pasternack, B.(1985) S. 171 ff.

Andy A. Tsay geht in seinem Artikel (2001) noch einen Schritt weiter als Pasternack und betrachtet in seiner Arbeit auch noch die möglich anfallenden Kosten für die Vorbereitung für den Rückversand bzw. für den Verkauf der Restbestände, aber nicht die Kosten für den Rücktransport der Produkte vom Händler zum Lieferanten oder zu Dritten. Des Weiteren bezieht er in seinem Modell auch noch die Möglichkeit des „markdown money“ mit ein, was Gérard P. Cachon (2003) in seiner Arbeit nur kurz erwähnt, aber nicht in seinem Modell berücksichtigt. Für genauere Information sei auf den Artikel von Tsay verwiesen.²⁹

Beim nächsten Vertrag wird der Lieferant am Erlös des Händlers beteiligt. Aufgrund dessen kann er den Großhandelspreis im Vergleich zu den bisherigen Verträgen niedriger setzen. Ob das ausreicht um dem Händler einen Anreiz zu geben damit er die optimale Menge bestellt, welche die Supply Chain koordiniert, wird im Folgenden untersucht.

3.3 Der Umsatzbeteiligungsvertrag

Bei diesem Vertrag gibt es den Großhandelspreis w_r und der Händler gibt einen Prozentanteil seines Erlöses an den Lieferanten. Der Händler behält ϕ Prozent vom Erlös und gibt dem Lieferanten $(1 - \phi)$ Prozent vom erwirtschafteten Erlös.

Je nach Inhalt des Vertrages kann vereinbart werden, dass nur der Erlös des Händlers, der durch den Verkauf von Produkten zum Marktpreis p erwirtschaftete wurde, aufgeteilt wird. Es kann aber auch vertraglich festgelegt werden, dass zu diesem Erlös auch noch der Erlös durch den Verkauf von übrig gebliebenen Produkten zum Restwert v an Dritte hinzugerechnet wird und erst dann die Aufteilung zwischen dem Lieferanten und Händler erfolgt. Im Modell beinhaltet der Vertrag die letzte Vereinbarung.³⁰

Die Transferzahlung, die der Händler an den Lieferanten zahlen muss, ergibt sich folgendermaßen:

$$T_r(q, w_r, \phi) = (w_r + (1 - \phi)v)q + (1 - \phi)(p - v)S(q) \quad (26)$$

²⁹ Vgl. Tsay.A. (2001)

³⁰ Vgl. Cachon, G. (2003) S.246

Anders zusammengefasst erhält man diese Transferzahlung:

$$T_r(q, w_r, \phi) = w_r q + (1 - \phi)vq + (1 - \phi)pS(q) - (1 - \phi)vS(q)$$

$$T_r(q, w_r, \phi) = w_r q + (1 - \phi)v(q - S(q)) + (1 - \phi)pS(q)$$

Die Transferzahlung besteht aus dem bezahlten Großhandelspreis für die bestellte Menge. Der nächste Term bestimmt den Anteil des Erlöses, den der Lieferant vom Händler bekommt, durch den Verkauf vom erwarteten Restbestand am Ende der Saison an Dritte, zum Restwert v . Des Weiteren muss der Händler noch dem Lieferanten seinen Anteil vom Erlös durch den regulären Verkauf von den Produkten bezahlen.

Verwendet man nun die Transferzahlung in der Form von (26) so lautet die Gewinnfunktion des Händlers:

$$\pi_r(q, w_r, \phi) = (\phi(p - v) + g_r)S(q) - (w_r + c_r - \phi v)q - g_r \mu \quad (27)$$

Multipliziert man die Terme aus, so ergibt sich folgende Gewinnfunktion:

$$= \phi p S(q) - \phi v S(q) + g_r S(q) - w_r q - c_r q + \phi v q - g_r \mu$$

Durch Umstellen und Ausklammern ergibt sich:

$$= \phi p S(q) + \phi v(q - S(q)) - w_r q - c_r q - g_r(\mu - S(q))$$

Die Gewinnfunktion setzt sich zusammen aus dem Anteil, den der Händler selbst behält ϕ , multipliziert mit dem Erlös, welcher sich aus dem Produkt, bestehend aus den Faktoren Verkaufspreis p und der erwarteten Verkaufsmenge $S(q)$, ergibt. Dazu kommt der Anteil des Händlers ϕ multipliziert mit dem Erlös aus dem Verkauf vom erwarteten Restbestand am Ende der Saison zum Restwert v . Davon werden die Kosten für die bestellte Menge von Produkten abgezogen, welche sich aus dem Produkt Großhandelspreis w_r und bestellter Menge q ergeben. Des Weiteren wird das Produkt aus den operativen Kosten c_r und die bestellte Menge q ebenfalls abgezogen. Zum Schluss werden noch etwaige Strafkosten subtrahiert, die für den Händler nur dann entstehen, wenn er die Kundennachfrage nicht vollständig befriedigen kann. Diese Kosten ergeben sich aus dem Produkt von den Strafkosten g_r und der Fehlmenge, also aus der Differenz erwarteter Nachfrage und erwarteter Verkaufsmenge $(\mu - S(q))$.

Man kann nun wie schon beim Rückkaufvertrag die Vertragsvariablen $\{w_r, \phi\}$, mit Hilfe von $\lambda \geq 0$ auch folgendermaßen ausdrücken:

$$\phi(p - v) + g_r = \lambda(p - v + g) \quad (28)$$

$$w_r + c_r - \phi v = \lambda(c - v) \quad (29)$$

Dadurch lässt sich die Gewinnfunktion des Händlers wie folgt schreiben:

$$\pi_r(q, w_r, \phi) = \lambda(p - v + g)S(q) - \lambda(c - v)q - g_r\mu$$

Diese Form der Gewinnfunktion des Händlers entspricht der Gewinnfunktion des Händlers beim Rückkaufvertrag, so dass man die Gewinnfunktion folgendermaßen ausdrücken kann (Berechnung und Begründung siehe Rückkaufvertrag):

$$\pi_r(q, w_r, \phi) = \lambda\Pi(q) + \mu(\lambda g - g_r) \quad (30)$$

Die umgeschriebene Gewinnfunktion des Händlers entspricht derselben wie beim Rückkaufvertrag (20). Daher gilt auch hier, dass der Händler den maximalen Gewinn erwirtschaftet, wenn er die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain maximiert, indem er die optimale Menge für die gesamte Supply Chain q^0 bestellt. Aufgrund dessen gilt auch hier wieder, dass die optimale Menge des Händlers der optimalen Menge der gesamten Supply Chain entspricht, also $q_r^* = q^0$.

Für den Lieferanten ergibt sich dann dieselbe Gewinnfunktion wie beim Rückkaufvertrag (21):

$$\pi_s(q, w_r, \phi) = \Pi(q) - \pi_r(q, w_r, \phi) = (1 - \lambda)\Pi(q) - \mu(\lambda g - g_r) \quad (31)$$

Nachdem die Gewinnfunktion des Lieferanten auch die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain beinhaltet, erwirtschaftet er ebenfalls seinen maximalen Gewinn, wenn der Händler die Menge $q_r^* = q^0$ wählt, aber nur solange $0 < \lambda < 1$ ist. Wie man aus den beiden Gewinnfunktionen sehen kann ist die Verteilung des Gewinns von λ abhängig. Je größer λ wird, desto größer wird auch der Gewinn des Händlers, wohingegen der Gewinn des Lieferanten kleiner wird. Für die Aufteilung des Gewinns sei auf den Abschnitt über den

Rückkaufvertrag verwiesen, weil hier dieselbe Aufteilung erfolgt.³¹ Daraus folgt dann auch für diesen Vertrag, dass er die Supply Chain wie der Rückkaufvertrag koordiniert.

3.3.1 Der Großhandelspreis bei dem der Händler die optimale Menge der Supply Chain bestellt.

Um auf den Großhandelspreis zu kommen muss man die gleichen Rechenschritte wie beim Rückkaufvertrag anwenden.

Die erste Ableitung von der Gewinnfunktion des Händlers (27) lautet:

$$\frac{\partial \pi_r(q, w_r, \phi)}{\partial q} = (\phi(p - v) + g_r)S'(q) - (w_r + c_r - \phi v) \quad (31)$$

Die zweite Ableitung

$$\frac{\partial^2 \pi_r(q, w_r, \phi)}{\partial^2 q} = -(\phi(p - v) + g_r)f(q) < 0 \quad (32)$$

Daraus folgt, dass die Gewinnfunktion konkav ist und es nur eine optimale Menge für den Händler gibt und zudem die erste Ableitung bei dieser Menge gleich Null ist. Diese optimale Menge entspricht auch der optimalen Menge der gesamten Supply Chain.

$$\frac{\partial \pi_r(q, w_r, \phi)}{\partial q} = (\phi(p - v) + g_r)S'(q_r^*) - w_r - c_r + \phi v = 0$$

Der Großhandelspreis, bei dem der Händler die optimale Menge bestellt, lautet:

$$w_r = (\phi(p - v) + g_r)S'(q_r^*) - c_r + \phi v \quad (33)$$

Durch weiteres Umformen ergibt sich:

$$\begin{aligned} w_r &= (\phi(p - v) + g_r) \frac{c - v}{p - v + g} - c_r + \phi v \\ &= \frac{\phi p - \phi v + g_r}{p - v + g} (c - v) - c_r + \phi v \\ &= \frac{\phi p - \phi v + g_r}{p - v + g} c_s + \frac{\phi p - \phi v + g_r}{p - v + g} c_r - \frac{\phi p - \phi v + g_r}{p - v + g} v - \frac{p - v + g}{p - v + g} c_r + \frac{p - v + g}{p - v + g} \phi v \end{aligned}$$

³¹ Vgl. Cachon, G. (2003) S.247

$$\begin{aligned}
&= \frac{\phi p c_s - \phi v c_s + g_r c_s}{p - v + g} + \frac{\phi p c_r - \phi v c_r + g_r c_r - p c_r + v c_r - g c_r}{p - v + g} - \frac{\phi p - \phi v + g_r}{p - v + g} v \\
&\quad + \frac{p - v + g}{p - v + g} \phi v \\
&= \frac{\phi p c_s - \phi v c_s + g_r c_s}{p - v + g} + \frac{\phi p c_r - \phi v c_r - p c_r + v c_r - g_s c_r}{p - v + g} - \frac{\phi p v + \phi v v - g_r v}{p - v + g} \\
&\quad + \frac{p \phi v - v \phi v + g \phi v}{p - v + g} \\
&= \frac{\phi p c_s - \phi v c_s + g_r c_s}{p - v + g} + \frac{\phi p c_r - \phi v c_r - p c_r + v c_r - g_s c_r}{p - v + g} \\
&\quad - \frac{\phi p v + \phi v v - g_r v + p \phi v - v \phi v + g \phi v}{p - v + g} \\
&= \frac{\phi p c_s - \phi v c_s + g_r c_s}{p - v + g} + \frac{c_r (\phi p - \phi v - p + v - g_s)}{p - v + g} - \frac{g_r v + g \phi v}{p - v + g} \\
&\quad c = c_r + c_s \Rightarrow c_r = c - c_s \\
&= \frac{\phi p c_s - \phi v c_s + g_r c_s}{p - v + g} + \frac{(c - c_s)(\phi p - \phi v - p + v - g_s)}{p - v + g} - \frac{g_r v + g \phi v}{p - v + g} \\
&= \frac{\phi p c_s - \phi v c_s + g_r c_s + \phi p c - \phi v c - p c + v c - g_s c - \phi p c_s + \phi v c_s + p c_s - v c_s + g_s c_s}{p - v + g} \\
&\quad - \frac{g_r v + g \phi v}{p - v + g} \\
&= \frac{g c_s + \phi p c - \phi v c - p c + v c - g_s c + p c_s - v c_s - g_r v + g \phi v}{p - v + g} \\
&= \frac{c_s (p - v + g) + \phi p c - \phi v c - p c + v c - g_s c - g_r v + g \phi v}{p - v + g} \\
&\quad w_r = c_s + \frac{\phi p c - p c - \phi v c + v c - g_s c}{p - v + g} - \frac{g_r v + g \phi v}{p - v + g} \\
&\quad w_r = c_s + \frac{c(\phi p - p - \phi v + v - g_s)}{p - v + g} - \frac{v(g_r - \phi g)}{p - v + g} \tag{34}
\end{aligned}$$

Durch diese Gleichung des Großhandelspreises sieht man, dass dieser unter den operativen Kosten des Lieferanten liegt. Dies lässt sich anhand des Definitionsbereiches von Phi $\phi \in [0,1]$

erkennen. Setzt man nun die beiden Grenzen in die Gleichung des Großhandelspreises so bekommt man für $\phi = 0$

$$w_r = c_s + \frac{c(-p + v - g_s)}{p - v + g} - \frac{v(g_r)}{p - v + g} < c_s$$

Hier liegt der Großhandelspreis unter den operativen Kosten des Lieferanten, weil der Klammerausdruck beim zweiten Term negativ wird, d.h. der gesamte zweite Term wird abgezogen und zudem auch noch der dritte (positive) Term.

Für den anderen Fall das $\phi = 1$ bekommt man folgenden Großhandelspreis:

$$w_r = c_s - \frac{cg_s}{p - v + g} + \frac{g_s v}{p - v + g} < c_s$$

Nachdem man aber weiß, dass die gesamten operativen Kosten größer sind als der Restwert erhält man auch hier einen Großhandelspreis, der unter den operativen Kosten des Händlers liegt.

3.2.2 Zusammenfassung des Vertrages

Der Umsatzbeteiligungsvertrag koordiniert die Supply Chain, weil der Lieferant, einen Großhandelspreis w_r anbietet, der unter seinen operativen Kosten liegt, damit der Händler die optimale Menge bestellt. Der Großhandelspreis kann deswegen vom Lieferanten so niedrig gewählt werden, weil sich sein Gewinn nicht nur aus dieser Zahlung zusammensetzt, sondern auch noch aus dem Anteil der Erlöse des Händlers. Der Lieferant profitiert daher aus der Menge, die der Händler bestellt.

3.2.3 Umsetzbarkeit/Besonderheiten

Der Umsatzbeteiligungsvertrag koordiniert zwar die Supply Chain, doch ist seine Umsetzung mit hohem Aufwand verbunden. Der Lieferant muss stets beobachten wie viel Gewinn der Händler erwirtschaftet, weil er ja einen bestimmten Teil davon erhält und sicher gehen möchte, dass der Händler ihm auch den richtigen Anteil gibt. Der Lieferant muss stets kontrollieren, ob der Gewinn des Lieferanten nicht in Wirklichkeit höher ist, als er versucht

ihm glaubhaft zu machen. Beläuft sich nun der Aufwand dieser Kontrolle und die damit verbundenen Kosten auf eine Summe über dem Gewinn des Lieferanten, so wird er versuchen einen anderen Vertrag mit dem Händler abzuschließen.³²

Bei diesem Vertrag sind die Gewinnfunktionen des Händlers als auch die des Lieferanten identisch mit denen vom Rückkaufvertrag. Daher soll im Folgenden untersucht werden in welchem Zusammenhang die beiden Verträge zueinander stehen.

Bei dem Rückkaufvertrag mit den Parametern $\{w_b, b\}$ zahlt der Händler $w_b - b$ für jede bestellte Einheit und b für jede verkaufte Einheit. Das bedeutet nichts Anderes, als dass der Händler bei der Bestellung der Menge q den Rückkaufpreis vom Großhandelspreis abzieht. Nachdem er den Rückkaufpreis b aber nur für die am Ende der Saison übrig gebliebenen Produkte bekommt, wenn er diese an den Lieferanten wieder zurückverkauft, muss er den Rückkaufpreis b für jede verkaufte Einheit wieder zurückbezahlen.

Mit Formeln ausgedrückt bedeutet das:

$$(w_b - b)q + bS(q) = w_b q - b(q - S(q)) = w_b q - bI(q)$$

Das entspricht wiederum genau der Transferzahlung vom Rückkaufvertrag.

Bei einem Umsatzbeteiligungs-Vertrag zahlt der Händler $w_r + (1 - \phi)v$ für jede bestellte Einheit und $(1 - \phi)(p - v)$ für jede verkaufte Einheit. Der Händler zahlt den Großhandelspreis pro bestellte Einheit und zudem auch noch den Anteil an den Lieferanten am Veräußerungsgewinn, wenn er das Produkt am Ende der Saison zum Restwert v an Dritte verkauft. Für jede verkaufte Einheit bezahlt er dem Lieferanten seinen anteilmäßigen Gewinn vom Verkauf des Produktes zum Preis p und bekommt dann seinen bereits an den Lieferanten bezahlten Erlös vom Verkauf der übrig gebliebenen Produkte zum Restwert wieder, weil er das Produkt nicht mehr zum Restwert v verkaufen kann, weil er es bereits während der Saison verkauft hat.³³

Fasst man diese beiden Ausdrücke in einer Formel zusammen so ergibt sich:

$$(w_r + (1 - \phi)v)q + ((1 - \phi)(p - v))S(q)$$

Dies entspricht genau der Transferzahlung des Händlers beim Umsatzbeteiligungsvertrag, die er an den Lieferanten leisten muss.

³² Vgl. Cachon, G. M. Laviere (2005) S.31

³³ Vgl. Cachon, G. (2003) S.247

Die beiden Verträge sind dann genau gleich, wenn folgende Bedingungen erfüllt werden. Zum einen muss gelten, dass:

$$w_b - b = w_r + (1 - \phi)v$$

Das heißt der Händler muss beim Rückkaufvertrag genau dasselbe für eine bestellte Einheit zahlen wie beim Umsatzbeteiligungsvertrag. Das Gleiche muss für eine verkaufte Einheit für beide Verträge gelten.

$$b = (1 - \phi)(p - v)$$

Der Umsatzbeteiligungsvertrag mit den Parametern $\{w_r, \phi\}$ führt zum gleichen Gewinn für Lieferant und Händler bei jeder Nachfrage wie auch bei dem folgenden Rückkaufvertrag, wenn man b ersetzt:

$$w_b = w_r + (1 - \phi)p$$

$$b = (1 - \phi)(p - v)$$

Der Großhandelspreis beim Rückkaufvertrag muss genauso hoch sein wie der Großhandelspreis des Umsatzbeteiligungsvertrages plus den Anteil, mit dem der Lieferant am Erlös des Händlers beteiligt wird. Daraus lässt sich schließen, dass die beiden Verträge im betrachteten Modell identisch sind.³⁴

3.2.4 Vergleich mit Cachon, G., Laviere, M. (2005)

Cachon und Laviere (2005) behandeln ebenfalls den Umsatzbeteiligungsvertrag, gehen jedoch bei ihrem Modell zum einen davon aus, dass der Händler neben der Bestellmenge auch noch den Verkaufspreis für das Produkt bestimmt und zum anderen, dass es keine Strafkosten gibt.

Im Vergleich dazu berücksichtigt Cachon (2003) sehr wohl das eventuelle Auftreten von Strafkosten und dass der Händler lediglich seine Bestellmenge bestimmt. Den Fall, dass der Händler neben seiner Bestellmenge auch noch den Verkaufspreis festlegt wird bei Cachon und in dieser Arbeit im nächsten Teil berücksichtigt und auf die möglichen Auswirkungen eingegangen.

³⁴ Vgl. Cachon, G. (2003) S. 247

Beim flexiblen Bestellmengenvertrag bekommt der Händler insofern einen Anreiz wieder mehr zu bestellen, da er eine bestimmte Anzahl von nicht verkauften Produkten an den Lieferanten zurückgeben kann und dafür die gesamten Kosten der Bestellung zurückerstattet bekommt. Aufgrund dessen besteht wieder die Möglichkeit, dass die optimale Bestellmenge des Händlers der optimalen Menge der gesamte Supply Chain entspricht.

3.4 Der flexible Bestellmengenvertrag

Der Händler zahlt auch hier wieder den Großhandelspreis w_q für jedes bestellte Produkt, jedoch kann er bei diesem Vertrag, wie schon beim Rückkaufvertrag, die am Ende der Verkaufssaison übrig gebliebenen Produkte an den Lieferanten zurückgeben. Er bekommt aber beim flexiblen Bestellmengenvertrag vom Lieferanten seine gesamten getätigten Kosten der Bestellung für die zu viel bestellten Produkte voll zurückerstattet. Diese Rückerstattung lautet:

$$(w_q + c_r - v) \min(I, \delta q)$$

Der Händler bekommt den bereits für das Produkt gezahlten Großhandelspreis w_q und seine operativen Kosten c_r zurück. Nachdem er das Produkt an den Lieferanten zurückgibt, kann er auch keinen Restwert v für das Produkt erwirtschaften und deswegen wird dieser abgezogen. Dieser Ausdruck wird mit $\min(I, \delta q)$ multipliziert, wobei dieser Ausdruck angibt für wie viele Produkte der Händler die volle Rückerstattung vom Lieferanten erhält. Die Variable I in der Klammer steht für den erwarteten Restbestand, q für die bestellte Menge und $\delta \in [0,1]$ ist ein Vertragsparameter. Der Händler bekommt also nur für das Minimum von beiden eine volle Rückerstattung vom Lieferanten.³⁵

Die Transferzahlung, die der Händler dem Lieferanten zahlen muss, lautet:

$$T_q(q, w_q, \delta) = w_q q - (w_q - c_r - v) \int_{(1-\delta)q}^q F(y) dy \quad (34)$$

³⁵ Vgl. Cachon, G. (2003) S. 248

Diese Transferzahlung setzt sich aus den Kosten für die bestellte Menge zusammen, also aus dem Großhandelspreis und der bestellten Menge $w_q q$. Davon abgezogen wird die vom Lieferanten zurückbezahlte Erstattung in Höhe von $(w_q - c_r - v)$ multipliziert mit dem Integral:

$$\int_{(1-\delta)q}^q F(y)dy$$

Dies drückt die Menge der nicht verkauften Produkte bzw. der zurückgegebenen Produkte aus. Die untere Grenze des Integrals ist von Delta $\delta \in [0,1]$ abhängig, d.h. für welchen Anteil der bestellten Menge der Händler tatsächlich eine volle Erstattung erhält.

Der Gewinnfunktion des Händlers lautet:

$$\pi_r(q, w_q, \delta) = pS(q) + vI(q) - g_r L(q) - c_r q - \left(w_q q - (w_q - c_r - v) \int_{(1-\delta)q}^q F(y)dy \right)$$

$$\pi_r(q, w_q, \delta) = pS(q) + vI(q) - g_r L(q) - c_r q - w_q q + (w_q - c_r - v) \int_{(1-\delta)q}^q F(y)dy$$

Die ersten vier Terme der Gewinnfunktion sind genau die gleichen wie beim Ausgangsmodell (1). Der Händler muss nun den Großhandelspreis pro bestellte Menge an den Händler zahlen, er bekommt aber nun eine Rückerstattung, welche dem letzten Term der Gleichung entspricht, für nicht verkaufte Produkte vom Lieferanten. Schreibt man die Gewinnfunktion wieder in der üblichen Form, so erhält man:

$$\begin{aligned} \pi_r(q, w_q, \delta) &= (p - v + g_r)S(q) - (w_q + c_r - v)q \\ &\quad + (w_q + c_r - v) \int_{(1-\delta)q}^q F(y)dy - \mu g_r \end{aligned} \tag{35}$$

Um zu überprüfen, ob es nur eine optimale Menge gibt muss man untersuchen ob die Gewinnfunktion konkav ist oder nicht. Sie ist dann konkav, wenn die zweite Ableitung kleiner als Null ist. Die erste Ableitung lautet:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_r(q, w_q, \delta)}{\partial q} &= (p - v + g_r)S'(q) - (w_q + c_r - v) \\ &\quad + (w_q + c_r - v) \left(F(q) - (1 - \delta)F((1 - \delta)q) \right) \end{aligned}$$

Das Integral wurde mit der Leibnitz Regel wie folgt abgeleitet:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial q} \int_{(1-\delta)q}^q F(y) dy &= \int_{(1-\delta)q}^q \frac{\partial}{\partial q} F(y) + \frac{\partial q}{\partial q} F(q) - \frac{\partial(1-\delta)q}{\partial q} (1-\delta)F((1-\delta)q) \\ &= 0 + F(q) - (1-\delta)F((1-\delta)q)\end{aligned}$$

Anders zusammengefasst ergibt sich:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi_r(q, w_q, \delta)}{\partial q} &= (p - v + g_r)S'(q) \\ &\quad - (w_q + c_r - v) \left(1 - F(q) + (1-\delta)F((1-\delta)q) \right)\end{aligned}\tag{36}$$

Nachdem man bei der ersten Ableitung anstatt $S'(q)$ auch $1 - F(q)$ schreiben, entsteht folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi_r(q, w_q, \delta)}{\partial q} &= (p - v + g_r)(1 - F(q)) \\ &\quad - (w_q + c_r - v) \left(1 - F(q) + (1-\delta)F((1-\delta)q) \right)\end{aligned}\tag{37}$$

Die zweite Ableitung davon lautet:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \pi_r(q, w_q(\delta), \delta)}{\partial q^2} &= (p - v + g_r)(-f(q)) - (w_q + c_r - v) \left(-f(q) + (1-\delta)^2 f((1-\delta)q) \right) \\ &= -(p - v + g_r)f(q) + (w_q + c_r - v)f(q) - (w_q + c_r - v)(1-\delta)^2 f((1-\delta)q) \\ \frac{\partial^2 \pi_r(q, w_q(\delta), \delta)}{\partial q^2} &= -(p + g_r - w_q - c_r) f(q) - (w_q + c_r - v)(1-\delta)^2 f((1-\delta)q) \\ \frac{\partial^2 \pi_r(q, w_q(\delta), \delta)}{\partial q^2} &= -(p + g_r - w_q - c_r)f(q) - (w_q + c_r - v) \left(1 + (1-\delta)^2 f((1-\delta)q) \right)^{36}\end{aligned}\tag{38}$$

³⁶ Cachon hat hier vermutlich einen Druckfehler in seiner Arbeit, Vgl. Cachon, G. (2003) S.250

Die zweite Ableitung ist genau dann ≤ 0 , wenn folgendes gilt:

$$v - c_r \leq w_q \leq p + g_r - c_r$$

Wenn der Großhandelspreis kleiner ist als die Summe aus dem Verkaufspreis und den Strafkosten des Händlers, abzüglich der operativen Kosten des Händlers ($w_q \leq p + g_r - c_r$), so ist der erste Klammerausdruck der zweiten Ableitung positiv und weil die Dichtefunktion der Nachfrage $f(q)$ nur Werte größer gleich Null annehmen kann, bleibt der gesamte Ausdruck positiv. Aufgrund des Vorzeichens vor der Klammer wird der gesamte Ausdruck jedoch negativ. Der Subtrahend besteht aus zwei Klammerausdrücken und wenn nun weiterhin gilt, dass der Restwert minus den operativen Kosten des Händlers kleiner gleich dem Großhandelspreis ist ($v - c_r \leq w_q$) so ergibt sich für den ersten Klammerausdruck ein positiver Wert von ≥ 0 . Die nächste Klammer wird mit der ersten Klammer multipliziert und kann aufgrund der Einschränkung von $\delta \in [0,1]$ nur ≥ 0 werden. Das Produkt der beiden Klammern ergibt entweder einen positiven Wert oder Null. Betrachtet man die komplette Gleichung der zweiten Ableitung, so wird von einem negativen Wert ein Wert abgezogen, der ≥ 0 ist. Aufgrund dessen bleibt das Ergebnis der zweiten Ableitung negativ und somit ist die Gewinnfunktion des Händlers konkav und es gibt nur eine optimale Menge.³⁷

Wie schon bei den anderen Verträgen gilt für die erste Ableitung der Gewinnfunktion des Händlers, dass sie bei der optimalen Menge Null ergeben muss. Daher lautet dann die erste Ableitung (37):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_r(q^0, w_q, \delta)}{\partial q} &= (p - v + g_r)(1 - F(q^0)) \\ &\quad - (w_q + c_r - v) \left(1 - F(q^0) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0) \right) = 0 \end{aligned}$$

Um nun den Großhandelspreis $w_q(\delta)$ herauszufinden, bei dem der Händler die optimale Menge q^0 bestellt, muss man die obige Gleichung nach dem Großhandelspreis auflösen:

$$(w_q + c_r - v) \left(1 - F(q^0) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0) \right) = (p - v + g_r)S'(q^0)$$

³⁷ Vgl. Cachon, G. (2003) S.250

$$(w_q + c_r - v) = \frac{(p - v + g_r)S'(q^0)}{(1 - F(q^0) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0))}$$

$$w_q = \frac{(p - v + g_r)S'(q^0)}{1 - F(q^0) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} - c_r + v$$

Schreibt man nun Anstelle von $S'(q^0)$ nun $\bar{F}(q^0)$ und ersetzt das wiederum durch $1 - F(q^0)$ so lautet der Großhandelspreis, welche die obige Gleichung erfüllt:

$$w_q(\delta) = \frac{(p - v + g_r)(1 - F(q^0))}{1 - F(q^0) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} - c_r + v \quad (39)$$

Der Großhandelspreis $w_q(\delta)$ koordiniert die Supply Chain, weil genau bei diesem Preis der Händler die optimale Menge q^0 bestellt. Der Bereich für den optimalen Großhandelspreis ist allerdings durch die Begrenzung von $\delta \in [0,1]$ eingeschränkt und hat folgende Grenzen, welche man durch einsetzen in (39) erhält:

$$w_q(0) = (p - v + g_r)\bar{F}(q^0) + v - c_r$$

$$w_q(1) = p + g_r - c_r$$

Und $w_q(\delta)$ steigt mit δ , da mit zunehmendem δ der Nenner kleiner wird und somit insgesamt der Bruch größer.

Damit der Vertrag die gesamte Supply Chain auch unter „voluntary compliance“ koordiniert, muss auch der Lieferant den Anreiz haben bei dem für den Händler optimalen Großhandelspreis die optimale Menge der Supply Chain q^0 zu liefern. Die Gewinnfunktion des Lieferanten lautet:

$$\pi_s(q, w_q, \delta) = g_s S(q) + (w_q(\delta) - c_s)q - (w_q(\delta) + c_r - v) \int_{(1-\delta)q}^q F(y)dy - \mu g_s \quad (40)$$

Im Grunde ist die Gewinnfunktion des Lieferanten schon bekannt, jedoch wird sie durch die Transferzahlung ergänzt. Sie ändert sich also nur dahingehend, dass noch die Erstattung, die man dem Händler gewährt, abgezogen wird.

Die erste Ableitung lautet:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_s(q, w_q(\delta), \delta)}{\partial q} &= g_s(1 - F(q)) + (w_q(\delta) - c_s) \\
&\quad - (w_q(\delta) + c_r - v) (F(q) - (1 - \delta)F((1 - \delta)q))
\end{aligned} \tag{41}$$

Die Herleitung der Ableitung lässt sich folgendermaßen erklären: Der erste Term wird deswegen so dargestellt, weil man die Ableitung der erwarteten Verkaufsmenge auch durch (8) ausdrücken kann, welche man wiederum durch $1 - F(q)$ ausdrücken kann.

Das Integral wird wieder mittels Leibnitz-Regel abgeleitet.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial q} \int_{(1-\delta)q}^q F(y) dy &= \int_{(1-\delta)q}^q \frac{\partial}{\partial q} F(y) dy + \frac{\partial q}{\partial q} F(q) - \frac{\partial(1-\delta)q}{\partial q} F((1-\delta)q) \\
&= F(q) - (1 - \delta)F((1 - \delta)q)
\end{aligned}$$

Man kann die erste Ableitung der Gewinnfunktion des Lieferanten noch weiter zusammenfassen. Sie lautet dann:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_s(q, w_q(\delta), \delta)}{\partial q} &= g_s(1 - F(q)) - c + v \\
&\quad + (w_q(\delta) + c_r - v) (1 - F(q) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q))
\end{aligned} \tag{42}$$

Die erste Ableitung des Lieferanten ist bei q^0 erfüllt, wenn man sie gleich Null setzt und den Großhandelspreis $w_q(\delta)$ von (39) einsetzt.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_s(q^0, w_q(\delta), \delta)}{\partial q} &= g_s(1 - F(q^0)) - c + v \\
&\quad + \left(\frac{(p - v + g_r)(1 - F(q^0))}{1 - F(q^0) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} - c_r + v + c_r - v \right) (1 - F(q^0)) \\
&\quad + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)
\end{aligned}$$

Durch entsprechendes Kürzen ergibt sich:

$$\frac{\partial \pi_s(q^0, w_q(\delta), \delta)}{\partial q} = g_s(1 - F(q^0)) - c + v + (p - v + g_r)(1 - F(q^0)) = 0$$

Dies lässt sich durch einfaches Zusammenfassen der Terme beweisen.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi_s(q^0, w_q(\delta), \delta)}{\partial q} &= -c + v + (p - v + g)(1 - F(q^0)) = \\ &= -c + v + (p - v + g) \frac{c - v}{p - v + g} = 0\end{aligned}$$

Leitet man (42) nochmals ab, so bekommt man:

$$\frac{\partial^2 \pi_s(q, w_q(\delta), \delta)}{\partial^2 q} = g_s(-f(q)) + (w_q(\delta) + c_r - v) \left(-f(q) + (1 - \delta)^2 f((1 - \delta)q) \right)$$

Durch teilweises Ausmultiplizieren und Zusammenfassen bekommt man:

$$\frac{\partial^2 \pi_s(q, w_q(\delta), \delta)}{\partial^2 q} = -g_s f(q) - (w_q(\delta) + c_r - v) \left(f(q) - (1 - \delta)^2 f((1 - \delta)q) \right) \quad (43)$$

$$\frac{\partial^2 \pi_s(q, w_q(\delta), \delta)}{\partial q^2} = -w_q(\delta) \left(f(q) - (1 - \delta)^2 f((1 - \delta)q) \right) - g_s f(q)^{38}$$

Bei der zweiten Ableitung der Gewinnfunktion des Lieferanten ergibt sich bei der optimalen Menge q^0 kein eindeutig bestimmbares Vorzeichen. Es kann sowohl positiv als auch negativ sein, d.h. es kann sich um ein Minimum oder ein Maximum handeln.

Die optimale Menge der Supply Chain q^0 ist lokales Minimum, wenn die zweite Ableitung positiv ist, dies ist zum Beispiel dann der Fall, wenn man annimmt, dass die Strafkosten des Lieferanten gleich Null sind. Es muss folgendes gelten damit es sich um ein Minimum handelt:

$$-(w_q(\delta) + c_r - v) \left(f(q) - (1 - \delta)^2 f((1 - \delta)q) \right) > 0$$

Der erste Faktor des Produktes besteht aus einer Klammer, welche nie einen negativen Wert ergeben kann, wenn man die Bedingung (damit die zweite Ableitung des Händlers konkav ist) von oben berücksichtigt. Nachdem vor der Klammer aber ein Minuszeichen steht wird der gesamte erste Faktor negativ. Damit die Funktion aber dennoch größer Null werden kann, muss der zweite Faktor bzw. Klammerausdruck negativ werden. Dies ist der Fall, wenn:

$$(1 - \delta)^2 f((1 - \delta)q^0) > f(q^0)$$

³⁸ Cachon hat hier vermutlich einen Druckfehler in seiner Arbeit, Vgl. Cachon, G. (2003) S.250

Dies ist möglich wenn Delta δ sehr klein ist und somit $f((1 - \delta)q^0)$ groß ist, wohingegen $f(q^0)$ klein ist. Dies muss aber nicht immer gelten und deswegen kann man nicht eindeutig sagen, ob es sich bei der zweiten Ableitung des Lieferanten um ein Minimum (konvex) oder Maximum (konkav) handelt.

Nachdem die Gewinnfunktion des Lieferanten nicht eindeutig als konkav oder konvex bestimmbar ist, kann nicht sicher gesagt werden, ob der Vertrag die Supply Chain unter „voluntary compliance“ koordiniert. Für den Fall, dass die zweite Ableitung des Lieferanten konkav ist, koordiniert der Vertrag die Supply Chain unter „voluntary compliance“. Ist die zweite Ableitung konvex, so ist die bestellte Menge des Händlers nicht mehr länger optimal für den Lieferanten und es besteht für ihn kein Anreiz die bestellte Menge zu liefern.³⁹

Gewinnaufteilung

Im Folgenden wird die Gewinnaufteilung bei einem koordinierenden Großhandelspreis zwischen Händler und Lieferanten betrachtet.

Entspricht $\delta = 0$, so bekommt der Händler mindestens den optimalen Gewinn der gesamten Supply Chain.

Die Gewinnfunktion des Händlers lautet dann:

$$\begin{aligned}\pi_r(q, w_q(0), 0) &= (p - v + g_r)S(q) - (w_q(0) + c_r - v)q + \\ &+ (w_q(0) + c_r - v) \int_{(1-\delta)q}^q F(y)dy - \mu g_r\end{aligned}$$

Setzt man nun $\delta = 0$, so fällt folgender Ausdruck $(w_q + c_r - v) \int_{(1-\delta)q}^q F(y)dy$ weg,

weil das Integral Null ist und somit das Produkt Null wird. Ersetzt man nun noch den Großhandelspreis $w_q(0)$ durch

$$w_q(0) = (p - v + g_r)\bar{F}(q^0) + v - c_r$$

³⁹ Vgl. Cachon, G. (2003) S.251

so folgt

$$\pi_r(q, w_q(0), 0) = (p - v - g_r)S(q) - ((p - v + g_r)\bar{F}(q^0) + v - c_r + c_r - v)q - \mu g_r$$

und da man anstelle von

$$\bar{F}(q^0) = \frac{c - v}{p - v + g}$$

schreiben kann, entsteht

$$\pi_r(q, w_q(0), 0) = (p - v + g_r)S(q) - \left(\frac{p - v + g_r}{p - v + g}\right)(c - v)q^0 - \mu g_r$$

Diese Gewinnfunktion des Händlers ist wiederum der Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain(5) sehr ähnlich und kann deshalb auch folgendermaßen geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \pi_r(q, w_q(0), 0) &= [(p - v + g)S(q) - (c - v)q^0 - \mu g] - g_s S(q) + \frac{g_s}{p - v + g}(c - v)q^0 \\ &\quad + \mu g_s \end{aligned}$$

Die Gewinnfunktion des Händlers kann den Ausdruck in der eckigen Klammer erreichen, welcher $\Pi(q^0)$ entspricht, indem man die Gewinnfunktion durch die im Folgenden beschriebenen Terme erweitert. Um auf den ersten Term in der Klammer zu kommen muss man $g_s S(q)$ hinzuaddieren. Den zweiten Term bekommt man, indem man $\frac{g_s}{p - v + g}(c - v)q^0$ abzieht und den letzten Term erreicht man, indem man noch μg_s abzieht. Damit sich aber vom Wert der Gewinnfunktion nichts ändert muss man die Terme, mit denen man die Gewinnfunktion erweitert hat, auch wieder abziehen bzw. hinzuaddieren. Nun kann man den vorletzten Term auch noch durch $g_s \bar{F}(q^0)q^0$ ausdrücken, dann lautet die Gleichung:

$$= \Pi(q^0) + g_s \mu - g_s S(q^0) + g_s \bar{F}(q^0)q^0$$

Durch Ausklammern der Strafkosten des Lieferanten erhält man schließlich:

$$\pi_r(q, w_q(0), 0) = \Pi(q^0) + g_s(\mu - S(q^0) + \bar{F}(q^0)q^0)$$

Anhand dieser Gleichung kann man auch erkennen, dass der Händler bei einem Delta $\delta = 0$ mindesten den optimalen Gewinn der gesamten Supply Chain erzielt.

Es gilt also:

$$\pi_r(q, w_q(0), 0) = \Pi(q^0) + g_s(\mu - S(q^0) + \bar{F}(q^0)q^0) \geq \Pi(q^0)$$

Damit dies gilt muss der Klammerausdruck beim zweiten Summanden positiv sein.

$$(\mu - S(q^0) + \bar{F}(q^0)q^0) > 0$$

Setzt man anstatt der erwarteten Verkaufsmenge $S(q)$ die Definition vom Grundmodell ein und schreibt man $\bar{F}(q^0) = 1 - F(q^0)$ um, so entsteht:

$$\begin{aligned} \mu - q^0 + \int_0^{q^0} F(y)dy + q^0 - q^0 F(q^0) \\ \mu + \int_0^{q^0} (F(y) - F(q^0)) dy \end{aligned}$$

So wird das Integral zwar kleiner gleich Null aber die Summe bleibt weiterhin positiv, weil die Verteilungsfunktion nur Werte zwischen Null und eins annehmen kann, sprich der Term mit dem Integral kann maximal Minus eins werden. Man geht davon aus, dass die erwartete Nachfrage des Kunden sehr viel höher als eins ist womit der Ausdruck positiv bleibt.

Somit erhält der Lieferant neben dem Gewinn der Supply Chain auch den Wert der Strafkosten des Händlers multipliziert mit dem positiven Wert der Klammer.

Für $\delta = 1$ erhält der Lieferant mindestens den optimalen Gewinn der Supply Chain. Die Gewinnfunktion des Lieferanten sieht dann folgendermaßen aus:

$$\pi_s(q, w_q(1), 1) = g_s S(q) + (w_q(1) - c_s)q - (w_q(1) + c_r - v) \int_0^q F(y)dy - \mu g_s$$

Setzt man nun noch den Großhandelspreis

$$w_q(1) = p + g_r - c_r$$

ein, dann lautet die Gewinnfunktion:

$$\pi_s(q, w_q(1), 1) = g_s S(q^0) + (p + g_r - c)q^0 - (p + g_r - v) \int_0^{q^0} F(y)dy - \mu g_s$$

Nachdem man bereits am Anfang des Modells die erwartete Verkaufsmenge wie folgt definiert hat

$$S(q) = q - \int_0^q F(y)dy$$

kann man das Integral auch durch

$$\int_0^q F(y)dy = q - S(q)$$

ersetzen, daher ergibt sich dann folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}\pi_s(q, w_q(1), 1) &= g_s S(q^0) + (p + g_r - c)q^0 - (p + g_r - v)(q - S(q)) - \mu g_s \\ &= g_s S(q^0) + (p + g_r - c)q^0 - (p + g_r - v)q + (p + g_r - v)S(q) - \mu g_s\end{aligned}$$

Durch Zusammenfassen und Vereinfachen entsteht:

$$\begin{aligned}&= g_s S(q^0) + (-c + v)q + (p + g_r - v)S(q) - \mu g_s \\ &= (p + g - v)S(q) - (c - v)q - \mu g_s\end{aligned}$$

Diese Formel ähnelt (5) der Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain, deswegen kann man die Gewinnfunktion des Lieferanten auch mit ihr ausdrücken und zwar wie folgt:

$$\pi_s(q, w_q(1), 1) = [(p + g - v)S(q) - (c - v)q - \mu g] + \mu g_r$$

Die eckige Klammer entspricht $\Pi(q^0)$ und die Gewinnfunktion des Lieferanten erreicht dies indem man den Term μg_r abzieht. Damit sich der Wert der Gleichung nicht ändert muss dieser Term am Ende wieder hinzuaddiert werden.

$$\begin{aligned}\pi_s(q, w_q(1), 1) &= \Pi(q^0) + \mu g_r \\ &= \Pi(q^0) + \mu g_r \geq \Pi(q^0)\end{aligned}$$

Der Lieferant erhält bei einem $\delta = 1$ mindestens den optimalen Gewinn der gesamten Supply Chain. Dies erklärt sich dadurch, dass er neben dem optimalen Gewinn noch den Wert der Strafkosten des Händlers erhält.

3.4.1 Großhandelspreis in Bezug zu den operativen Kosten des Lieferanten

$$w_q = \frac{(p - v + g_r)S'(q^0)}{1 - F(q^0) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} - c_r + v$$

Wenn man nun anstatt

$$S'(q^0) = \frac{c - v}{p - v + g} = \bar{F}(q) = 1 - F(q)$$

schreibt, so lautet der Großhandelspreis wie folgt:

$$\begin{aligned} w_q &= \frac{(p - v + g_r) \frac{c - v}{p - v + g}}{\frac{c - v}{p - v + g} + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} - c_r + v \\ &= \frac{(p - v + g_r)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} (c - v) - c_r + v \\ &= \frac{(p - v + g_r)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c_r + \frac{(p - v + g_r)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c_s \\ &\quad - \frac{(p - v + g_r)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} v - c_r + v \\ &= \frac{(p - v + g_r) - ((c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0))}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c_r + \frac{(p - v + g_r)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c_s \\ &\quad - \frac{(p - v + g_r) + (c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} v \\ &= \frac{p - v + g_r - c + v - (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c_r + \frac{(p - v + g_r)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c_s \\ &\quad + \frac{-p + v - g_r + c - v + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} v \\ &= \frac{p + g_r - c - (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c_r + \frac{(p - v + g_r)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c_s \\ &\quad + \frac{-p - g_r + c + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} v \end{aligned}$$

$$c = c_r + c_s \Rightarrow c_r = c - c_s$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{p + g_r - c - (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c + \frac{p + g_r - c - (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} (-c_s) \\
&\quad + \frac{(p - v + g_r)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c_s + \frac{-p - g_r + c + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} v \\
&= \frac{p + g_r - c - (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c \\
&\quad + \frac{-p - g_r + c + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0) + p - v + g_r}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c_s \\
&\quad + \frac{-p - g_r + c + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} v \\
&= \frac{p + g_r - c - (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c + \frac{c + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0) - v}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c_s \\
&\quad + \frac{-p - g_r + c + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} v \\
&= \frac{p + g_r - c - (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} c + c_s + \frac{-p - g_r + c + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} v \\
\\
w_q &= \frac{p + g_r - c - (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)}{(c - v) + (1 - \delta)F((1 - \delta)q^0)} (c - v) + c_s \tag{44}
\end{aligned}$$

Nachdem das Delta $\delta \in [0,1]$ nur für diesen Bereich definiert ist kann das Produkt der Klammern für Delta gleich Null nur $F(q^0)$ ergeben und für Delta gleich eins wird das Produkt der Klammern gleich Null. Beide Fälle haben aber keinen Einfluss auf den Wert des gesamten Bruchs. Der Bruch hat immer einen positiven Zähler, weil die Summe aus dem Verkaufspreis p und den Strafkosten des Händlers g_r größer ist als die operativen Kosten c , die abgezogen werden und das Produkt der Klammern maximal den Wert Eins annehmen kann. Der Nenner ist ebenfalls immer positiv, weil die operativen Kosten c immer größer sind als der Restwert v , somit ist deren Differenz positiv, und das Produkt der Klammern nur Werte zwischen Null und eins ergibt, welches dann hinzuaddiert wird.

Das bedeutet für den Großhandelspreis, dass dieser immer größer ist als die operativen Kosten des Lieferanten, weil der Bruch immer positiv ist und die gesamten operativen Kosten größer sind als der Restwert.

3.4.2 Zusammenfassung des Vertrages

Dieser Vertrag koordiniert die Supply Chain, weil der Händler durch die volle Erstattung für nicht verkaufte Produkte einen Anreiz bekommt mehr zu bestellen, als zum Beispiel beim Großhandelsvertrag, obwohl der Großhandelspreis über den operativen Kosten des Lieferanten liegt. Durch die volle Erstattung für eventuellen Restbestand geht der Händler ein geringeres Risiko ein und ist daher bereit seine Bestellmenge zu erhöhen, so dass die optimale Menge der gesamte Supply Chain erreicht wird.

3.4.3 Umsetzung/Besonderheiten:

Die Umsetzung dieses Vertrages ist mit einem höheren Aufwand für den Lieferanten verbunden. Er muss zum einen die Erstattung für nicht verkaufte Produkte an den Händler bezahlen, zum anderen den Rücktransport der Produkte organisieren und außerdem die anschließende Entsorgung bzw. den Verkauf zum Restwert v an Dritte regeln. Der Vertrag koordiniert die Supply Chain auf jeden Fall unter „forced compliance“, weil dann der Lieferant genau die bestellte Menge des Händlers liefern muss. Wurde der Vertrag unter „voluntary compliance“ abgeschlossen so kann nicht sicher gesagt werden ob er die Supply Chain koordiniert, weil die zweite Ableitung der Gewinnfunktion des Lieferanten kein eindeutiges Ergebnis liefert und man somit nicht eindeutig sagen kann ob es sich um ein Minimum oder Maximum handelt. Handelt es sich um ein Minimum, so entspricht die optimale Menge des Händlers nicht der optimalen Menge für den Lieferanten, dass heißt er liefert eine (für ihn optimale) Menge, die unter der bestellten Menge des Händlers liegt. Unter diesen Umständen koordiniert der Vertrag die Supply Chain nicht. Handelt es sich jedoch bei der zweiten Ableitung um ein Maximum, so entspricht die bestellte Menge auch der optimalen Menge für den Lieferanten und er hat keinen Anreiz von dieser Menge abzuweichen und somit koordiniert dieser Vertrag die Supply Chain auch unter „voluntary compliance“.⁴⁰

⁴⁰ Vgl. Cachon, G.(2003) S.251

3.4.4 Vergleich mit Tsay, A. (1999)

Im Vergleich dazu behandelt der Artikel von Andy A. Tsay (1999) den flexiblen Bestellmengenvertrag ausführlicher und mit anderen Voraussetzungen bzw. Annahmen. In seinem Modell fallen die operativen Kosten nur beim Lieferanten an und Strafkosten können nur beim Händler, nicht jedoch beim Lieferanten, entstehen. Der Händler kann die Entwicklung der Nachfrage beobachten und dann seine ursprüngliche Bestellmenge beim Lieferanten dementsprechend ändern bevor dieser die Menge liefert. Der Rest der Produkte, die der Lieferant aufgrund der ersten Bestellung des Händlers produziert hat, können nicht weiter verwendet werden und können nur noch zum Restwert an Dritte verkauft werden.

Beim letzten Vertrag, der betrachtet wird, bekommt der Händler keine Erstattung für nicht verkaufte Produkte, jedoch einen Rabatt, wenn er über eine gewisse Anzahl an Produkten bestellt und verkauft hat. Ob dieser Rabatt ausreicht um die Supply Chain zu koordinieren wird im folgenden Abschnitt überprüft.

3.5 Der Umsatzrabattvertrag

Der Händler zahlt dem Lieferanten für jedes bestellte Produkt den Großhandelspreis w_s . Der Lieferant gewährt dem Händler einen Rabatt $r > 0$ für jede bestellte und verkaufte Einheit, welche über dem Grenzwert (Grenzmenge) t liegt. Die gesamte Transferzahlung, die der Händler dem Lieferanten pro Einheit zahlen muss, lautet:

$$T_s(q, w_s, r, t) = \begin{cases} w_s q & q < t \\ (w_s - r)q + r \left(t + \int_t^q F(y) dy \right) & q \geq t \end{cases}$$

Wenn die Bestellmenge des Händlers unter dem Grenzwert liegt $q < t$, ist die Transferzahlung die gleich wie beim Großhandelspreisvertrag.

Liegt nun aber die Bestellmenge des Händlers über dem Grenzwert $q \geq t$, so ergibt sich die Transferzahlung für den Händler folgendermaßen: Er zahlt zunächst den normalen Großhandelspreis abzüglich des gewährten Rabatts ($w_s - r$) für jede bestellte Einheit. Der Händler muss den Rabatt zurückzahlen, den er fälschlicher Weise in Anspruch genommen hat, weil der Lieferant ihm erst ab der Menge t den Rabatt r gewährt, somit muss er rt zurückzahlen. Des Weiteren muss er noch den Rabatt für die Einheiten zurückzahlen, die zwar über dem Grenzwert t liegen, aber nicht verkauft werden konnten, da er den Rabatt nur für verkaufte Produkte in Anspruch nehmen darf $r(\int_t^q F(y)dy)$.⁴¹

Die Gewinnfunktion des Händlers ergibt sich daher folgendermaßen:

$$\pi_r(q, w_s, r, t) = (p - v + g_r)S(q) - (c_r - v)q - \mu g_r - T_s(q, w_s, r, t) \quad (45)$$

Um zu überprüfen ob es für den Händler nur eine optimale Menge gibt muss die zweite Ableitung ein Maximum bzw. konkav sein. Die erste Ableitung lautet unter der Berücksichtigung dass $S'(q) = \bar{F}(q^0)$

$$\frac{\partial \pi_r(q^0, w_s, r, t)}{\partial q} = (p - v + g_r) \bar{F}(q^0) - (c_r - v) - \frac{\partial T_s(q, w_s, r, t)}{\partial q} \quad (46)$$

Die zweite Ableitung lautet dann:

$$\frac{\partial^2 \pi_r(q^0, w_s, r, t)}{\partial q^2} = (p - v + g_r)(-f(q)) - \frac{\partial^2 T_s(q, w_s, r, t)}{\partial q^2} \quad (47)$$

Die erste Klammer wird nie Null, da der Verkaufspreis immer größer ist als der Restwert und zudem die Strafkosten des Händlers noch hinzugerechnet werden. Die Klammer wird mit der Dichtefunktion der Nachfrage, die selbst keinen negativen Wert annehmen kann, aber aufgrund des Vorzeichens immer negativ ist, multipliziert. Daraus resultiert, dass das Produkt beider Klammern immer negativ ist. Ob es sich um eine konkave Funktion handelt hängt vom Wert des Subtrahenden ab. Daher wird nun die Ableitung der Transferzahlung separat betrachtet und zwar nur für den Fall, dass $q \geq t$ gilt, denn dann lautet die Transferzahlung und die erste Ableitung davon:

$$T_s(q, w_s, r, t) = (w_s - r)q + r \left(t + \int_t^q F(y)dy \right)$$

⁴¹ Vgl. Cachon, G. (2203) S.252

$$\frac{\partial T_s(q, w_s, r, t)}{\partial q} = (w_s - r) + r \frac{\partial}{\partial q} \int_t^q F(y) dy$$

Das abgeleitete Integral ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial q} \int_t^q F(y) dy &= \int_t^q \frac{\partial}{\partial q} F(y) dy + \frac{\partial q}{\partial q} F(q) - \frac{\partial t}{\partial q} F(t) \\ &= 0 + F(q) - 0 = F(q) \end{aligned}$$

Daraus folgt die erste Ableitung der Transferzahlung:

$$\frac{\partial T_s(q, w_s, r, t)}{\partial q} = (w_s - r) + rF(q)$$

Die zweite Ableitung lautet dann:

$$\frac{\partial^2 T_s(q, w_s, r, t)}{\partial^2 q} = rf(q)$$

Betrachtet man nun wieder die gesamte zweite Ableitung des Händlers (47), so kann man sagen, dass bei einer Bestellmenge $q < t$ die Ableitung konkav ist, weil (wie oben schon beschrieben) der erste Term negativ ist und die zweite Ableitung der Transferzahlung in diesem Fall gleich Null ist. Daraus folgt, dass die Gewinnfunktion konkav ist. Für eine Bestellmenge $q \geq t$ ergibt die zweite Ableitung $rf(q)$, wobei dieser Wert positiv ist, weil die Dichtefunktion nicht negativ werden kann und der Rabatt r eine positive Zahl ist. Betrachtet man nun (47) so erkennt man, dass von einem negativen Wert ein positiver Wert abgezogen wird, was zur Folge hat dass die gesamte Ableitung negativ bleibt und somit konkav ist. Aufgrund dessen, dass sowohl bei $q \geq t$ als auch bei $q < t$ die Funktion konkav ist, ergibt sich ein Knick bei $q = t$ und daher muss die Gewinnfunktion des Händlers nicht unimodal in q sein.⁴²

Um den optimalen Großhandelspreis für den Händler zu bekommen muss man die erste Ableitung bilden, welche bei der optimalen Menge gleich Null ist, und nach dem Großhandelspreis auflösen. Nachdem aber die Transferzahlung von der Größe der Bestellmenge q abhängt unterscheidet man zwei Fälle.

⁴² Vgl. Cachon, G. (2003) S.253

Im ersten Fall liegt die optimale Bestellmenge unterhalb der Grenzmenge t , d.h. $t \geq q^0$, daher lautet die Gewinnfunktion des Händlers:

$$\pi_r(q, w_s) = (p - v + g_r)S(q) - (c_r - v)q - g_r\mu - w_s$$

$$\pi_r(q, w_s) = (p - v + g_r)S(q) - (w_s + c_r - v)q - g_r\mu$$

Diese Gewinnfunktion ist genau dieselbe wie die Gewinnfunktion des Händlers beim Großhandelspreisvertrag (9) daher ergibt sich auch der gleiche Großhandelspreis wie beim Großhandelspreisvertrag:

$$w_s = c_s - g_s \bar{F}(q^0)$$

(Für die Berechnung sei auf den Abschnitt des Großhandelspreisvertrages verwiesen)

Der Lieferant würde diesen Großhandelspreis nicht akzeptieren, weil er dann das Produkt unter seinen operativen Kosten verkaufen müsste. Der Lieferant wird daher diesen Großhandelspreis nicht anbieten und somit wird die Supply Chain nicht koordiniert, da für den Fall $t \geq q^0$ der Vertrag zu einem Großhandelspreisvertrag wird.

Im zweiten Fall ist die bestellte Menge des Händlers größer als die Grenzmenge, d.h. $t < q^0$, daher lautet seine Gewinnfunktion:

$$\begin{aligned} \pi_r(q, w_s, r, t) = & (p - v + g_r)S(q) - (c_r - v)q - \mu g_r \\ & - \left((w_s - r)q + r \left(t + \int_t^q F(y) dy \right) \right) \end{aligned}$$

Um wieder den optimalen Großhandelspreis für den Händler zu bestimmen greift man auf die Eigenschaft der ersten Ableitung zurück, welche bei der optimalen Menge den Wert Null ergibt, und löst dann nach dem Großhandelspreis auf. Die erste Ableitung nach q unter Beachtung der Leibnitz-Regel für das Integral und der anderen Schreibweise $S'(q) = \bar{F}(q^0)$ lautet dann:

$$\frac{\partial \pi_r(q^0, w_s, r, t)}{\partial q} = (p - v + g_r) \bar{F}(q^0) - (c_r - v) - (w_s - r) + rF(q) = 0$$

Das Integral wurde folgendermaßen abgeleitet:

$$\frac{\partial}{\partial q} \int_t^q F(y) dy = \int_t^q \frac{\partial}{\partial q} F(y) dy + \frac{\partial q}{\partial q} F(q) - \frac{\partial t}{\partial q} F(t)$$

$$= \int_t^q 0 dy + 1 \times F(q) - 0 \times F(t) = F(q)$$

Löst man nun diese Ableitung nach $w_s(r)$ auf:

$$\begin{aligned} w_s(r) &= (p - v + g_r) \bar{F}(q^0) - (c_r - v) + r + rF(q) \\ &= (p - v + g_r) \bar{F}(q^0) - (c_r - v) + r(1 - F(q)) \end{aligned}$$

Und nachdem $(1 - F(q)) = \bar{F}(q^0)$, so bekommt man für den Großhandelspreis:

$$w_s(r) = (p - v + g_r + r) \bar{F}(q^0) - c_r + v \quad (48)$$

Um den Großhandelspreis in Verhältnis zu den operativen Kosten des Lieferanten zu setzen kann man die Gleichung (48) wie folgt umformen:

$$\begin{aligned} w_s(r) &= (p - v + g_r) \bar{F}(q^0) + r \bar{F}(q^0) - c_r + v \\ &= \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g} c_s + \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g} c_r - \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g} v - c_r + v + r \bar{F}(q^0) \\ &= \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g} c_s - \frac{g_s}{p - v + g} c_r + \frac{g_s}{p - v + g} v + r \bar{F}(q^0) \end{aligned}$$

Nachdem $c = c_r + c_s \Rightarrow c_r = c - c_s$

$$\begin{aligned} &= \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g} c_s - \frac{g_s}{p - v + g} c + \frac{g_s}{p - v + g} c_s + \frac{g_s}{p - v + g} v + r \bar{F}(q^0) \\ &= c_s - \frac{g_s}{p - v + g} c + \frac{g_s}{p - v + g} v + r \bar{F}(q^0) \\ &= c_s - g_s \frac{c - v}{p - v + g} + r \bar{F}(q^0) \\ w_s &= c_s - g_s \bar{F}(q^0) + r \bar{F}(q^0) \end{aligned}$$

$$w_s(r) = c_s + \bar{F}(q^0)(r - g_s) \quad (49)$$

Der Lieferant ist nur bereit diesen Preis anzubieten, wenn der Rabatt größer ist als seine Strafkosten, denn ansonsten erwirtschaftet er keinen Gewinn.

Ersetzt man nun den Großhandelspreis $w_s(r)$ durch die Gleichung (48) in der Gewinnfunktion des Händlers so ergeben sich zwei Gleichungen je nachdem wie groß die Bestellmenge q des Händlers ist:

Für $q < t$ lautet die Gewinnfunktion des Händlers:

$$\begin{aligned}
\pi_r(q, w_s(r), r, t) &= (p - v + g_r)S(q) - (c_r - v)q - \mu g_r \\
&\quad - [(p - v + g_r + r)\bar{F}(q^0) - c_r + v]q \\
&= (p - v + g_r)S(q) - (c_r - v)q - \mu g_r - (p - v + g_r + r)\bar{F}(q^0)q + c_r q - vq \\
&= (p - v + g_r)S(q) - \mu g_r - (p - v + g_r)\bar{F}(q^0)q - r\bar{F}(q^0)q
\end{aligned}$$

Anstelle von $\bar{F}(q^0)$ kann man auch

$$\frac{c - v}{p - v + g}$$

schreiben, was zu folgender Gewinnfunktion führt:

$$= (p - v + g_r)S(q) - \mu g_r - \frac{p - v + g_r}{p - v + g}(c - v)q - r\bar{F}(q^0)q$$

Diese Form der Gleichung ist der Gewinnfunktion der Supply Chain (5) sehr ähnlich daher kann man auch schreiben:

$$\begin{aligned}
\pi_r(q, w_s(r), r, t) &= [(p - v + g)S(q) - (c - v)q - \mu g] - g_s S(q) + g_s \mu + g_s \frac{c - v}{p - v + g} q \\
&\quad - r\bar{F}(q^0)q
\end{aligned}$$

Die Vorgehensweise ist die gleiche wie beim flexiblen Bestellmengenvertrag, man erweitert zuerst die Gleichung um den Ausdruck in der eckigen Klammer zu erreichen, der der Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain $\Pi(q)$ entspricht, und anschließend muss man die Terme wieder abziehen um die man die Gleichung erweitert hat, damit der Wert der Gleichung unverändert bleibt. (Beschreibung der erweiterten Terme siehe flexibler Bestellmengenvertrag) Die Gewinnfunktion des Händlers bekommt schließlich folgendes Aussehen:

$$= \Pi(q) - g_s S(q) + g_s \mu + g_s \bar{F}(q^0)q - r\bar{F}(q^0)q$$

Durch Zusammenfassen entsteht dann:

$$\pi_r(q, w_s(r), r, t) = \Pi(q) + g_s(\mu - S(q) + \bar{F}(q^0)q) - r\bar{F}(q^0)q$$

Bei $q \geq t$ sieht die Gewinnfunktion folgendermaßen aus, wenn man $w_s(r)$ einsetzt:

$$\begin{aligned} \pi_r(q, w_s, r, t) &= (p - v + g_r)S(q) - (c_r - v)q - \mu g_r \\ &\quad - \left(((p - v + g_r + r)\bar{F}(q^0) - c_r + v - r)q + r \left(t + \int_t^q F(y)dy \right) \right) \end{aligned}$$

Diese Gewinnfunktion ähnelt sehr stark der Gewinnfunktion bei $q < t$ jedoch wurde diese hier um ein paar Terme erweitert, welche auf den nun gewählten Großhandelspreis zurückzuführen sind.

Man kann die Gleichung wieder so umschreiben, dass man sie wieder mit Hilfe der Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain ausdrücken kann:

$$\begin{aligned} &= (p - v + g_r)S(q) - (c_r - v)q - \mu g_r \\ &\quad - \left((p - v + g_r + r)\bar{F}(q^0)q - c_r q + vq - rq + r \left(t + \int_t^q F(y)dy \right) \right) \\ &= (p - v + g_r)S(q) - (c_r - v)q - \mu g_r - (p - v + g_r + r)\bar{F}(q^0)q + c_r q - vq + rq \\ &\quad - r \left(t + \int_t^q F(y)dy \right) \\ &= (p - v + g_r)S(q) - \mu g_r - (p - v + g_r + r)\bar{F}(q^0)q + rq - r \left(t + \int_t^q F(y)dy \right) \\ &= (p - v + g_r)S(q) - \mu g_r - (p - v + g_r) \frac{c - v}{p - v + g} q - r\bar{F}(q^0)q + rq \\ &\quad - r \left(t + \int_t^q F(y)dy \right) \end{aligned}$$

Die ersten drei Terme sind identisch mit denen für die gilt $q < t$. Daher kann man diese Terme auf die gleiche Art zur Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain (wie oben) umformen. Daraus folgt die Gewinnfunktion, welche lautet:

$$= \Pi(q) - g_s S(q) + g_s \mu + g_s \bar{F}(q^0)q - r\bar{F}(q^0)q + rq - r \left(t + \int_t^q F(y)dy \right)$$

Fasst man die beiden Fälle zusammen, so ergibt sich die Gewinnfunktion für den Händler wie folgt:

$$\pi_r(q, w_s(r), r, t) = \Pi(q) + g_s(\mu - S(q) + q\bar{F}(q^0)) - rq\bar{F}(q^0) +$$

$$+ \begin{cases} 0 & q < t \\ rq - r\left(t + \int_t^q F(y)dy\right) & q \geq t \end{cases}$$

Für die optimale Menge der Supply Chain q^0 gilt folgende Gewinnfunktion des Händlers, wobei die genau dieselbe ist wie oben bei $q \geq t$ nur unter der Annahme, dass die optimale Menge immer größer oder gleich als die Grenzmenge t ist, es gilt also $q^0 \geq t$. Unter diesen Voraussetzungen darf man die Gewinnfunktion zusammenfassen, im Gegensatz zur obigen Funktion, da bei dieser noch zwischen zwei Fällen unterschieden wurde.

$$\pi_r(q^0, w_s(r), r, t) = \Pi(q^0) + g_s(\mu - S(q^0) + q^0\bar{F}(q^0)) - rq^0\bar{F}(q^0) +$$

$$+rq^0 - r\left(t + \int_t^{q^0} F(y)dy\right)$$

Schreibt man nun $-rq^0\bar{F}(q^0)$ um und fasst den hinteren Teil der Gleichung zusammen, so entsteht:

$$= -rq^0(1 - F(q^0)) + rq^0 - r\left(t + \int_t^{q^0} F(y)dy\right)$$

$$= -rq^0 + rq^0F(q^0) + rq^0 - r\left(t + \int_t^{q^0} F(y)dy\right)$$

$$= r\left(q^0F(q^0) - t - \int_t^{q^0} F(y)dy\right)$$

Die Gewinnfunktion des Händlers lautet dann:

$$\pi_r(q^0, w_s(r), r, t) = \Pi(q^0) + g_s(\mu - S(q^0) + q^0\bar{F}(q^0)) + r\left(q^0F(q^0) - t - \int_t^{q^0} F(y)dy\right)$$

Angenommen die Grenzmenge $t = 0$, dann erhält der Händler einen größeren Gewinn als $\Pi(q^0)$ und deswegen ist die Menge q^0 optimal.

Dies lässt sich anhand der Gewinnfunktion des Händlers zeigen unter der Berücksichtigung, dass $t = 0$ ist:

$$\pi_r(q^0, w_s(r), r, 0) = \Pi(q^0) + g_s(\mu - S(q^0) + q\bar{F}(q^0)) + r\left(q^0 F(q^0) - \int_0^{q^0} F(y)dy\right)$$

Um zu zeigen, dass der Händler einen höheren Gewinn bei $t = 0$ erzielt, betrachtet man zuerst den zweiten Summanden, welcher positiv sein muss. Betrachtet man ihn separat:

$$g_s(\mu - S(q^0) + q\bar{F}(q^0))$$

Nachdem die Strafkosten immer größer Null sind muss man zeigen, dass der Klammerausdruck ebenfalls einen positiven Wert ergibt.

Setzt man anstelle der erwarteten Verkaufsmenge $S(q)$ die Definition vom Grundmodell ein und schreibt man $\bar{F}(q^0) = 1 - F(q^0)$ um, so entsteht:

$$\mu - q^0 + \int_0^{q^0} F(y)dy + q^0 - q^0 F(q^0)$$

$$\mu + \int_0^{q^0} (F(y) - F(q^0)) dy$$

So wird das Integral zwar kleiner als oder gleich Null, aber die Summe bleibt weiterhin positiv, weil die Verteilungsfunktion nur Werte zwischen Null und eins annehmen kann, sprich der Term mit dem Integral kann maximal Minus eins werden. Man geht davon aus, dass die erwartete Nachfrage des Kunden sehr viel höher als eins ist und somit bleibt der Ausdruck positiv.

Betrachtet man nun den letzten Term, der ausmultipliziert lautet:

$$r\left(q^0 F(q^0) - r \int_0^{q^0} F(y)dy\right)$$

Dies kann man wiederum anders schreiben und zwar als:

$$\int_0^{q^0} (F(q^0) - F(y))dy$$

Auch der letzte Term ist positiv, weil der Ausdruck des Integrals immer größer gleich Null sein muss und da man diesen Wert mit dem Rabatt $r > 0$ multipliziert. Dem Händler werden zu dem Gewinn der gesamten Supply Chain $\Pi(q^0)$ auch noch die beiden Terme hinzuaddiert, welche beide einen positiven Wert haben, und somit bekommt er bei $t = 0$ einen größeren Gewinn als $\Pi(q^0)$

Ist die Grenzmenge aber gleich der optimalen Menge, also $t = q^0$, so wird die Gewinnfunktion des Händlers kleiner für $t \geq q^0$.

Schaut man wiederum die Gewinnfunktion unter der Berücksichtigung, dass $t = q^0$, an:

$$\pi_r(q^0, w_s(r), r, t) = \Pi(q^0) + g_s(\mu - S(q^0) + q\bar{F}(q^0)) + r(q^0 F(q^0) - q^0)$$

Der zweite Term ist, wie man bereits oben festgestellt hat, positiv und somit bracht man nur den letzten Term zu überprüfen. Betrachtet man den letzten Term der Gleichung so stellt man fest, dass nun der Gewinn kleiner wird, weil $r q^0 F(q^0) < r q^0$ ist. Das ist deswegen der Fall, weil die Verteilungsfunktion nur Werte zwischen Null und Eins annehmen kann, was dazu führt, dass die Klammer negativ wird und der letzte Term insgesamt negativ ist. Somit wird die Gewinnfunktion insgesamt kleiner.

Die Gewinnfunktion des Lieferanten lautet:

$$\pi_s(q, w_s(r), r, t) = -g_s(\mu - S(q)) - c_s q + T_s(q, w_s(r), r, t) \quad (50)$$

Für $q > t$ lautet die Gewinnfunktion:

$$\pi_s(q, w_s(r), r, t) = -g_s(\mu - S(q)) - c_s q + (w_s(r) - r)q + r\left(t + \int_t^q F(y)dy\right)$$

Die erste Ableitung davon lautet:

$$\frac{\partial \pi_s(q, w_s(r), r, t)}{\partial q} = g_s \bar{F}(q) - c_s + w_s(r) - r + rF(q)$$

Das Integral wurde wieder mit der Leibnitz Regel wie folgt abgeleitet:

$$\frac{\partial}{\partial q} \int_t^q F(y)dy = \int_t^q \frac{\partial}{\partial q} F(y)dy + \frac{\partial q}{\partial q} F(q) - \frac{\partial t}{\partial q} F(t)$$

$$\frac{\partial}{\partial q} \int_t^q F(y) dy = \int_t^q 0 dy + F(q) - 0 = F(q)$$

Setzt man nun in die erste Ableitung des Lieferanten die optimale Menge q^0 und den Großhandelspreis ein, dann ergibt die erste Ableitung Null.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_s(q^0, w_s(r), r, t)}{\partial q} &= g_s \bar{F}(q^0) - c_s + (p - v + g_r + r) \bar{F}(q^0) - c_r + v - r + rF(q^0) = 0 \\ &= g_s \bar{F}(q^0) - c_s + (p - v + g_r) \bar{F}(q^0) + r(1 - F(q^0)) - c_r + v - r + rF(q^0) \\ &= -c + v + (p - v + g) \bar{F}(q^0) + r - rF(q^0) - r + rF(q^0) \\ &= -c + v + c - v = 0 \end{aligned}$$

Die zweite Ableitung davon lautet:

$$\frac{\partial^2 \pi_s(q, w_s(r), r, t)}{\partial^2 q} = -g_s f(q) + r f(q)$$

Die zweite Ableitung ist nur konkav, sprich negativ, wenn $g_s > r$ gilt. Unter dieser Bedingung hätte der Lieferant keinen Anlass bewusst von der bestellten Menge des Händlers abzuweichen, weil er mit dieser Menge seinen Gewinn maximiert, womit der Vertrag die Supply Chain auch unter „voluntary compliance“ koordinieren würde.

Der optimale Großhandelspreis ändert sich, wenn für den Rabatt $r \leq g_s$ gilt. Betrachtet man nun den Fall, dass der Rabatt den Strafkosten des Lieferanten entspricht, so lautet die Gleichung des Großhandelspreises (48) dann:

$$\begin{aligned} w_s(r) &= (p - v + g_r + g_s) \bar{F}(q^0) - c_r + v \\ w_s(r) &= (p - v - g) \frac{c - v}{p - v + g} - c_r + v \end{aligned}$$

Durch entsprechendes Umformen bekommt man schließlich:

$$w_s(r) = c_s$$

Der Lieferant würde in diesem Fall keinen Gewinn erwirtschaften, weil der Großhandelspreis seinen operativen Kosten entspricht. Er wird daher einen solch geringen Preis dem Händler nicht anbieten.

Fällt der Rabatt schließlich noch unter die Strafkosten, so fällt der Großhandelspreis sogar noch geringer aus als seine operativen Kosten c_s . Es gilt also für $r \leq g_s$ wird $w_s(r) \leq c_s$. Damit der Lieferant einen Gewinn erwirtschaften kann und somit überhaupt am Vertrag teilnimmt muss gelten, dass der Rabatt $r > g_s$ ist. Dies hat aber wiederum für den Lieferanten zur Folge, dass er bei jeder Einheit, welche über der Grenze t liegt, einen Verlust macht, wenn er diese an den Händler liefert.⁴³

Der Händler zahlt dem Lieferanten für jede verkaufte Einheit, welche über der Grenze t liegt, $w_s(r) - r$. Daraus ergibt sich:

$$w_s(r) = (p - v + g_r + r)\bar{F}(q^0) - c_r + v$$

$$w_s(r) = (p - v + g_r)\bar{F}(q^0) + r(1 - F(q^0)) - c_r + v$$

$$w_s(r) = (p - v + g_r)\bar{F}(q^0) + r - r F(q^0) - c_r + v$$

$$w_s(r) - r = (p - v + g_r)\bar{F}(q^0) - r F(q^0) - c_r + v$$

Anstelle von $\bar{F}(q^0)$ kann man auch schreiben:

$$\frac{(c - v)}{p - v + g}$$

$$w_s(r) - r = \frac{(p - v + g_r)(c - v)}{p - v + g} - r F(q^0) - c_r + v$$

$$w_s(r) - r = \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g}(c - v) - r F(q^0) - c_r + v$$

Nachdem sich die gesamten operativen Kosten aus den jeweiligen Kosten des Lieferanten und des Händlers zusammensetzen, kann man schreiben:

$$w_s(r) - r = \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g}c_s + \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g}c_r - \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g}v - c_r + v - r F(q^0)$$

$$w_s(r) - r = \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g}c_s - \frac{g_s}{p - v + g}c_r + \frac{g_s}{p - v + g}v - r F(q^0)$$

⁴³ Vgl. Cachon, G. (2003) S.254

Durch entsprechendes Auflösen ergibt sich für die operativen Kosten $c_r = c - c_s$:

$$w_s(r) - r = \frac{(p - v + g_r)}{p - v + g} c_s - \frac{g_s}{p - v + g} c + \frac{g_s}{p - v + g} c_s + \frac{g_s}{p - v + g} v - r F(q^0)$$

$$w_s(r) - r = c_s - g_s \frac{c - v}{p - v + g} - r F(q^0)$$

$$w_s(r) - r = c_s - g_s \bar{F}(q^0) - r F(q^0) < c_s$$

$$w_s(r) - r = c_s - v - g_s \bar{F}(q^0) - r F(q^0) < c_s^{44}$$

Jedoch ist die Zahlung, welcher der Händler bekommt, geringer als seine operativen Kosten und deswegen koordiniert der Vertrag die Supply Chain nicht unter „voluntary compliance“, weil der Händler dann bewusst weniger liefert um den Rabatt nicht gewähren zu müssen.

3.5.1 Zusammenfassung des Vertrages

Wie man aus der obigen Gleichung des Großhandelspreises sieht, wird dieser Vertrag die Supply Chain nur koordinieren, wenn der Lieferant bereit ist einen solchen Großhandelspreis abzüglich des Rabattes zu akzeptieren. Wie man aber aus der Gleichung des Großhandelspreises erkennt ist die rechte Seite der Gleichung sogar kleiner als die operativen Kosten des Lieferanten, d.h. bei einem solchen Großhandelspreis w und dem Rabatt r werden seine operativen Kosten c_s nicht gedeckt. Aufgrund dessen kann der Lieferant im Normalfall eine Lieferung über der Grenzmenge t nicht akzeptieren, weil er dann keinen Gewinn erwirtschaften kann. Wählt der Lieferant einen höheren Großhandelspreis um Gewinn zu erwirtschaften, so wird der Händler nicht mehr länger die optimale Menge für die gesamte Supply Chain bestellen und der Vertrag koordiniert die Supply Chain nicht mehr. Akzeptiert der Lieferant hingegen einen solchen Großhandelspreis, so bestellt der Händler die optimale Menge für die gesamte Supply Chain. Ob der Händler die bestellte Menge tatsächlich bekommt und ob die Supply Chain koordiniert wird oder nicht hängt davon ab in welcher Art und Weise, also „voluntary oder forced compliance“, der Vertrag abgeschlossen wurde.

⁴⁴ Cachon hat hier vermutlich einen Druckfehler in seiner Arbeit, Vgl. Cachon, G. (2003) S.254

3.5.2 Umsetzung/Besonderheiten:

Unter „voluntary compliance“ koordiniert dieser Vertrag die Supply Chain nicht, weil der Händler hier die Möglichkeit besitzt bewusst weniger zu liefern um somit zu verhindern, dass die gelieferte Menge den Grenzwert t übersteigt und er den Rabatt r gewähren muss. Dadurch muss der Lieferant keinen Rabatt gewähren und sein Gewinn verringert sich nicht. Der Vertrag koordiniert die Supply Chain jedoch unter „forced compliance“, weil der Lieferant dann keine Möglichkeit besitzt weniger als die bestellte Menge zu liefern.⁴⁵

3.5.3 Vergleich mit Taylor, T. (2002)

Im Artikel von Terry A. Taylor (2002) wird der Verkaufsrabattvertrag unter fast den gleichen Voraussetzungen wie bei Cachon (2003) untersucht, jedoch werden die eventuell auftretenden Strafkosten, sowie die operativen Kosten des Händlers, in seinem Modell vernachlässigt. Er betrachtet zuerst die gesamte Supply Chain und berechnet die optimale Menge davon. Erst dann bildet er die Gewinnfunktion des Händlers und berechnet für die beiden Fälle die optimale Menge des Händlers. Des Weiteren behandelt er in seinem Artikel das Problem, ob der Händler mehr als die Grenzmenge bestellt, damit er einen Rabatt für jede verkaufte Einheit bekommt und somit einen höheren Gewinn erwirtschaften kann oder nicht. Außerdem berücksichtigt Taylor, dass er für mehrere Unternehmen nicht den gleichen Grenzwert vereinbaren kann, da es immer auf die Größe bzw. den Umsatz des Unternehmens ankommt.

⁴⁶ Im Vergleich zu Cachon's Modell betrachtet Taylor weder die Gewinnfunktion des Lieferanten noch die Art und Weise wie der Vertrag abgeschlossen wurde.

3.6 Zusammenfassung

Im ersten Teil der Arbeit wurden die fünf Verträge untersucht und es wurde festgestellt, dass von denen nur vier die Supply Chain koordinieren, wobei es bei jedem Einzelnen darauf ankommt, wie er abgeschlossen wurde.

⁴⁵ Vgl. Cachon, G. (2003) S.254

⁴⁶ Vgl. Taylor, T. (2002) S.994ff.

Das Ausgangsmodell hat versucht zu zeigen wie die koordinierenden Verträge es geschafft haben dem Händler einen Anreiz zu geben die optimale Menge zu bestellen, selbst wenn der Großhandelspreis höher ist als die operativen Kosten des Lieferanten. Des Weiteren wurde gezeigt wann bzw. warum ein Lieferant einen Großhandelspreis akzeptiert, der seine operativen Kosten nicht deckt. Die optimale Menge, mit der die vier koordinierenden Verträge verglichen worden sind, bezieht sich auf die optimale Menge vom Großhandelspreisvertrag, welche der Händler bestellen würde, wenn der Großhandelspreis den operativen Kosten des Lieferanten entsprechen würde.

Der Rückkaufvertrag schafft den Anreiz beim Händler die optimale Menge zu bestellen, obwohl der Großhandelspreis über den operativen Kosten des Lieferanten liegt, indem dieser dem Händler anbietet die übrig gebliebenen Produkte zu einem Rückkaufpreis b , welcher höher als der Restwert v , aber kleiner als der Großhandelspreis w_b ist, am Ende der Verkaufssaison zurückzukaufen.

Beim Umsatzbeteiligungsvertrag bekommt der Händler einen Anreiz die optimale Menge zu bestellen, weil der Lieferant bereit ist einen Großhandelspreis anzubieten, welcher unter seinen operativen Kosten liegt. Er ist nur deswegen bereit einen solch niedrigen Preis zu verlangen, weil er am Gewinn des Händlers anteilmäßig beteiligt wird.

Beim flexiblen Bestellmengenvertrag liegt der Großhandelspreis zwar über den operativen Kosten des Lieferanten, jedoch bietet er dem Händler eine volle Rückerstattung für nicht verkaufte Produkte an, d.h. der Händler erleidet keinen Verlust, wenn er zu viele Produkte für die Saison bestellt hat. Aufgrund dessen bestellt er die optimale Menge.

Beim Umsatzrabattvertrag hat der Händler insofern einen Anreiz die optimale Menge zu bestellen, da er ab einer im Vorhinein vom Lieferanten bestimmten Menge, die der Händler bestellen und verkaufen muss, einen Rabatt vom Lieferanten bekommt. Die Grenzmenge sollte natürlich kleiner sein als die optimale Menge, denn ansonsten bestellt der Händler nicht die optimale Menge.

4. Koordination bei einer preisabhängigen Nachfrage

Im vierten Teil der Arbeit werden die bisher koordinierenden Verträge dahingehend untersucht, wie sie sich verhalten, wenn der Händler nicht nur seine Bestellmenge q sondern auch den Verkaufspreis p bestimmt. Dadurch kann der Händler besser auf eventuell auftretende Nachfrageschwankungen reagieren, falls die Nachfrage des Kunden nach dem Produkt unter seinen Erwartungen liegt und er am Ende der Saison auf einem Restbestand sitzen bleibt. Er kann dann mit Hilfe eines geringeren Verkaufspreises die Nachfrage ankurbeln, so dass er schließlich doch noch seinen gesamten bzw. einen Großteil seines Bestandes an Produkten verkaufen kann. Der Händler kann den Verkaufspreis während der Verkaufssaison den jeweiligen Umständen anpassen, allerdings muss er für jede Preisänderung eine Gebühr zahlen. In der Regel wird der Händler seinen Preis solange anpassen bis der reduzierte Verkaufspreis über dem Restwert liegt und die Gebühr für die Preisänderung gedeckt ist. Der Händler erwirtschaftet durch die Preisanpassung einen größeren Gewinn, als durch den Verkauf der am Ende der Saison übrig gebliebenen Produkte für einen Restwert v an Dritte. Es kann somit zu mehreren Preisänderungen innerhalb einer Verkaufssaison kommen, welche nur schwer in einem Modell berücksichtigt und abgebildet werden können. Deswegen wird im folgenden Modell angenommen, dass der Händler sowohl den Verkaufspreis als auch die Bestellmenge bestimmt und dass er den Verkaufspreis während der Saison nicht ändert.⁴⁷

Im Vergleich zum Ausgangsmodell verändern sich die Vertragsparameter insofern, dass sie nun neben der Menge auch vom Preis abhängen. Die Verteilungsfunktion der Nachfrage und des Händlerpreises p wird nun als $F(q|p)$ bezeichnet und bedeutet, dass nun die Nachfrage vom Preis p abhängt (preisabhängige Nachfrage). Zudem wird angenommen, dass die Nachfrage stochastisch mit dem Preis abnimmt, d.h. wenn der Preis größer wird, wird die Nachfrage des Kunden kleiner.

$$\frac{\partial F(q|p)}{\partial p} > 0$$

Die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain lautet:

$$\Pi(q, p) = (p - v + g)S(q, p) - (c - v)q - g\mu \quad (51)$$

⁴⁷ Vgl. Cachon, G. (2003) S. 258

Die Gewinnfunktion unterscheidet sich vom Ausgangsmodell lediglich dadurch, dass an Stelle von $S(q)$ nun $S(q, p)$ benutzt wird. $S(q, p)$ steht für die erwartete Verkaufsmenge q bei einem Preis p

$$S(q, p) = q - \int_0^q F(y|p) dy$$

Im Vergleich zum Ausgangsmodell, bei dem es nur die optimale Menge für die Supply Chain gab, gibt es in diesem Modell eine optimale Menge-Preis-Kombination $\{q^0, p^0\}$, welche aber nicht unbedingt die einzige sein muss.

Der optimale Preis für eine gegebene Menge q der Supply Chain wird mit $p^0(q)$ bezeichnet. Die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain lautet:

$$\Pi(q, p^0(q)) = (p^0(q) - v + g)S(q, p^0(q)) - (c - v)q - g\mu$$

Damit die Supply Chain koordiniert wird ist es erforderlich, dass die erste Ableitung der Gewinnfunktion folgende Bedingung erfüllt:

$$\frac{\partial \Pi(q, p^0(q))}{\partial p} = S(q, p^0(q)) + (p^0(q) - v + g) \frac{\partial S(q, p^0(q))}{\partial p} = 0 \quad (52)$$

Alle bisher koordinierenden Verträge koordinieren die Supply Chain nicht mehr, wenn sie die obige Bedingung der ersten Ableitung bei einem gegebenen Preis von $p^0(q)$ nicht mehr erfüllen (wenn die erste Ableitung der Gewinnfunktion des Händlers nicht identisch mit der ersten Ableitung der Gewinnfunktion des gesamten Supply Chain ist). Eine Koordination der Supply Chain erfolgt auch dann nicht, wenn durch eine entsprechende Änderung der Vertragsvariablen/ parameter die obige Bedingung erfüllt wird, wodurch dann allerdings die Mengenentscheidung des Händlers nicht mehr koordiniert werden kann.⁴⁸

Vergleich mit van Mieghem, J., Dada, M. (1999) und Petruzzi, N., Dada, M. (1999)

Im Artikel von Mieghem und Dada (1999) untersuchen beide wie sich der Gewinn eines Unternehmens verändert, wenn man unterschiedliche Strategien anwendet. Diese Strategien bezeichnen sie als Verschiebungen und unterscheiden sechs mögliche. Keine Verschiebung

⁴⁸ Vgl. Cachon, G. (2003) S. 259

bedeutet, dass das Unternehmen die Produktionskapazität, Produktionsmenge und den Preis festlegen muss bevor die unsichere Nachfrage des Kunden bekannt ist. Bei der Produktionsverschiebung kann man die Produktionsmenge nach bekannt werden der Nachfrage des Kunden noch verändern bzw. festlegen. Die Preisverschiebung mit „clearance“ bedeutet, dass alle Produkte, die auf den Markt kommen auch verkauft werden müssen, wobei hierzu der Preis angepasst werden kann bzw. noch nach Bekanntwerden der Nachfrage verändert werden kann. Bei der Preisverschiebung mit Rückbehalt kann der Preis ebenfalls nach Bekanntwerden der Nachfrage festgelegt werden. Ist die Nachfrage des Kunden gering, so ist es für das Unternehmen besser einige Produkte zurückzuhalten und eventuell zu entsorgen um genau die Menge an Produkten, für die eine Kundennachfrage besteht, zu einem höheren Preis zu verkaufen. Dann gibt es noch die Preis- und Produktionsverschiebung bei der nur die Produktionskapazität vor Bekanntwerden der Nachfrage festgelegt wird. Danach kann das Unternehmen sowohl die Produktionsmenge als auch den Preis festlegen. Die letzte Verschiebung ist die komplette Verschiebung, bei der alle Entscheidungen erst nach Bekanntwerden der Nachfrage getroffen werden müssen.⁴⁹

Die Betrachtungsweise von Mieghem und Dada entspricht nicht ganz dem Modell von Cachon (2003), wobei auch er den im Modell besser darzustellenden Fall, dass der Händler den Preis gleichzeitig mit der Bestellmenge festlegt und den Preis nicht während der Saison verändert, untersucht. Würde man den konkreten Fall betrachten, dass der Händler den Preis noch während der Saison verändert, also sobald er die Kundennachfrage kennt, so kann man auf das Modell von Mieghem und Dada bei der Betrachtung der Preisverschiebungen zurückgreifen.

Peruzzi, N., Dada, M. (1999) untersuchen in ihrem Artikel welchen Einfluss eine preisabhängige Nachfrage auf die Gewinnfunktion der Supply Chain hat. Sie unterscheiden zwei Fälle von Nachfragen und bezeichnen die eine als die additive und die andere als die multiplikative Nachfrage. Zudem zeigen die beiden in ihrem Modell, dass man zu dem gleichen optimalen Ergebnis kommt, wobei es keinen Unterschied macht, ob man zuerst die optimale Menge bestimmt und dann den optimalen Preis oder umgekehrt.⁵⁰

⁴⁹ Vgl. van Mieghem, J., M. Dada (1999) S.5 ff.

⁵⁰ Vgl. Petrucci, N., M. Dada (1999) S.184 ff.

Im Folgenden werden die einzelnen Verträge untersucht ob sie die obige Bedingung erfüllen und somit die Supply Chain weiterhin koordinieren oder nicht, bzw. woran die Verträge scheitern die Supply Chain weiterhin zu koordinieren. Um dies zu überprüfen wird immer die Gewinnfunktion des Händlers des jeweiligen Vertrages untersucht, abgeleitet und mit (52) verglichen.

4.1 Der flexible Bestellmengenvertrag

Beim flexiblen Bestellmengenvertrag lautet die Gewinnfunktion des Händlers:

$$\begin{aligned}\pi_r(q, w_q, \delta) = & (p - v + g_r)S(q, p) - (w_q + c_r - v)q + \\ & + (w_q + c_r - v) \int_{(1-\delta)q}^q F(y|p) dy - \mu g_r\end{aligned}$$

Verwendet man nun den optimalen Preis für eine gegeben Menge $p^0(q)$, so muss die erste Ableitung nach dem Preis die Bedingung von (52) erfüllen, damit der Vertrag die Supply Chain koordiniert. Die erste Ableitung lautet der Gewinnfunktion des Händlers lautet:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi(q, p^0(q), w_q, \delta)}{\partial p} = & S(q, p^0(q)) + (p^0(q) - v + g_r) \frac{\partial S(q, p^0(q))}{\partial p} + \\ & + (w_q + c_r - v) \int_{(1-\delta)q}^q \frac{\partial F(y|p^0(q))}{\partial p} dy = 0\end{aligned}$$

Die Ableitung des flexiblen-Bestellmengenvertrages kann nur dann (52) entsprechen, wenn zum einen $g_s = 0$ ist und zum anderen entweder $w_q = v - c_r$ oder $\delta = 0$ ist. Wenn $g_s = 0$ entspricht, dann ist der zweite Summand identisch mit dem von (52). Der Dritte Summand muss deshalb gleich Null werden und dies kann man durch $w_q = v - c_r$ erreichen, denn dann wird der Klammerausdruck Null und somit das Produkt bzw. der gesamte dritte Term ebenfalls.

Im zweiten Teil der Arbeit wurde bei der Beschreibung der Variablen festgelegt, dass die gesamten operativen Kosten größer sind als der Restwert. Nachdem sich die gesamten

operativen Kosten aus der Summe der operativen Kosten des Händlers und des Lieferanten zusammensetzen, gilt:

$$c_r + c_s > v \Rightarrow c_s > v - c_r$$

Bei dieser Bedingung erhält der Lieferant aber einen negativen Gewinn, weil dann sein Großhandelspreis $w_q < c_s$ ist, womit der Lieferant mit einem solchen Vertrag keinen Gewinn erwirtschaften kann und er deshalb einen höheren Großhandelspreis w_q wählen wird. Aufgrund des höheren Großhandelspreises wird die Bestellmenge des Händlers nicht mehr länger koordiniert und somit führt diese Änderung dazu, dass der Vertrag die Supply Chain nicht länger koordiniert, wenn der Händler auch den Preis bestimmt.

Wenn nun $\delta = 0$ ist, dann wird das Integral Null und der dritte Summand fällt ebenfalls vollständig weg, dadurch wird aus dem flexiblen Bestellmengenvertrag ein Großhandelspreisvertrag. Bereits im dritten Teil der Arbeit wurde festgestellt, dass der Großhandelspreisvertrag die Supply Chain nicht koordinieren kann, und aufgrund dessen kann der flexible Bestellmengenvertrag die Supply Chain bei einer preisabhängigen Nachfrage nicht koordinieren (weil durch die Anpassung bzw. der Änderung der Vertragsparameter die Koordination der Bestellmenge des Händlers nicht mehr möglich ist).⁵¹

4.2 Der Umsatzrabattvertrag

Die Gewinnfunktion des Händlers lautet bei diesem Vertrag:

$$\pi_r(q, w_s, r, t) = (p - v + g_r)S(q, p) - (c_r - v)q - \mu g_r - \begin{cases} w_s q & q \leq t \\ (w_s - r)q + r \left(t + \int_t^q F(y|p) dy \right) & q > t \end{cases}$$

Hier geht man davon aus, dass $q > t$ gilt, da es sich sonst um einen Großhandelspreisvertrag handelt. Somit ergibt sich für die erste Ableitung der Gewinnfunktion des Händlers bei einem Preis von $p^0(q)$:

⁵¹ Vgl. Cachon, G. (2003) S.259

$$\frac{\partial \Pi(q, p^0(q), w_s, r, t)}{\partial p} = S(q, p^0(q)) + (p^0(q) - v + g_r) \frac{\partial S(q, p^0(q))}{\partial p} -$$

$$r \int_t^q \frac{\partial F(y|p^0(q))}{\partial p} dy = 0$$

Der zweite Summand der Gewinnfunktion kann noch an den zweiten Summanden von (52) angeglichen werden, wenn man $g_s = 0$ setzt, weil sich dann die Bestellmenge des Händlers nicht verändert, da der Lieferant immer noch bereit wäre einen solchen Preis anzubieten. Dies sieht man anhand der Gleichung (49), in welcher der Großhandelspreis weiterhin die operativen Kosten des Händlers übersteigt. Der Subtrahend hingegen kann trotz Änderung der Parameter nicht den Wert Null annehmen, weil zum einen der Rabatt $r > 0$ sein muss, und zum anderen $q > t$ gelten muss. Somit bleibt der Subtrahend bestehen, was zur Folge hat, dass der Händler den Preis unterhalb des optimalen Preises festlegt, d.h. dieser Vertrag koordiniert die Supply Chain bei einer preisabhängigen Nachfrage nicht.

Dieser Vertrag kann die Supply Chain nur durch einen zusätzlichen Vertragsparameter koordinieren, welcher dann den Händler dazu veranlasst einen höheren bzw. den optimalen Preis festzulegen. Mit Hilfe des Rückkaufpreises b vom Rückkaufvertrag könnte der Händler dazu bewegt werden einen höheren Preis festzulegen. Nachdem der Rückkaufpreis über dem Restwert liegt und der Händler für jedes Produkt, welches er am Ende der Saison noch besitzt, den Rückkaufpreis vom Lieferanten bekommt, muss er seinen Preis nicht mehr derart reduzieren, dass er seine komplette Bestellmenge in jedem Fall verkaufen wird, weil er am Ende der Saison ohnehin den Rückkaufpreis b für nicht verkaufte Produkte erhält.⁵²

4.3 Der Rückkaufvertrag

Der Rückkaufvertrag koordiniert die Supply Chain weiterhin, wenn die Gewinnfunktion des Händlers der ersten Ableitung der gesamten Supply Chain (52) entspricht. Die Gewinnfunktion des Händlers beim Rückkaufvertrag lautet:

$$\pi_r(q, w_b, b) = (p - v + g_r - b)S(q) - (w_b - b + c_r - v)q - g_r\mu$$

⁵² Vgl. Cachon, G. (2003) S.260

Bildet man die erste Ableitung bei der Verwendung vom Preis $p^0(q)$ so erhält man:

$$\frac{\partial \Pi(q, p^0(q), w_b, b)}{\partial p} = S(q, p^0(q)) + (p^0(q) - v + g_r - b) \frac{\partial S(q, p^0(q))}{\partial p} = 0$$

Der Vertrag koordiniert die Supply Chain nur wenn $b = -g_s$ ist, weil dann die identische Gleichung wie bei (52) entsteht. Nachdem aber der Rückkaufpreis laut Definition im ersten Modell $b \geq 0$ sein muss, koordiniert der Rückkaufvertrag die Supply Chain dann nicht mehr, wenn der Händler den Preis p bestimmen kann.

Angenommen man ignoriert die Definition vom Rückkaufpreis, dann gibt es einen koordinierenden Großhandelspreis, der allerdings für den Lieferanten nicht akzeptabel ist, weil er dann das Produkt unter seinen Herstellkosten verkaufen würde.

Dies sieht man anhand des Großhandelspreises, welcher lautet:

$$w_b = b + c_s - (c - v) \frac{b + g_s}{p - v + g}$$

Setzt man nun $b = -g_s$ ein, so entsteht ein Großhandelspreis, welcher unter den operativen Kosten des Lieferanten liegt.

$$w_b = c_s - g_s.$$

Der Lieferant würde seinen Großhandelspreis höher ansetzen um Gewinn zu erwirtschaften und durch diese Änderung würde die Bestellmenge des Händlers nicht mehr länger koordiniert werden und somit koordiniert der Rückkaufvertrag die Supply Chain nicht mehr.

Wenn nun $g_s = 0$ sein sollte, so ergibt sich ein Rückkaufvertrag, der die Supply Chain mit $w_b = c_s$ koordiniert. Aber mit diesem Parameter erwirtschaftet der Lieferant keinen positiven Gewinn und da außerdem gelten muss, dass der Rückkaufpreis $b_s = 0$ ist, wird der Vertrag zu einem Großhandelspreisvertrag. Wie schon im ersten Modell koordiniert dieser Vertrag die Supply Chain nicht.

Der Rückkaufvertrag koordiniert die Supply Chain in diesem Modell auch deswegen nicht, weil die Vertragsparameter vom Preis abhängen (und von Lambda), wie man an den folgenden beiden Gleichungen sehen kann, welche durch umformen von (17,18) im ersten Modell entstehen.

$$b = (1 - \lambda)(p - v + g) - g_s$$

$$w_b = \lambda c_s + (1 - \lambda)(p + g - c_r) - g_s$$

Bestimmt man nun allerdings für Lambda einen festen Wert, so ist der Rückkaufpreis b als auch der Großhandelspreis w_b linear zum Verkaufspreis p . Der Vertrag koordiniert die Supply Chain, wenn b und w_b abhängig vom Händlerpreis bestimmt worden sind oder wenn b und w_b vor der Festlegung der Bestellmenge, aber erst nach der Preisfestlegung des Händlers, bestimmt werden. Man nennt diesen Vertrag den „price-discount-sharing-contract“, der in der Praxis auch „bill back“ genannt wird (Bernstein Federgruen 2005 betrachten diesen Vertrag ausführlicher/allgemeiner und zeigen, dass dieser Vertrag die Supply Chain koordinieren kann).

Dem Händler wird ein geringerer Großhandelspreis angeboten, wenn er dafür seinen Verkaufspreis verringert. Zum Beispiel teilt sich der Lieferant die Kosten für eine Preisreduzierung mit dem Händler. Anhand der folgenden Formel lässt sich erkennen, dass dieser Vertrag die Supply Chain koordiniert. Die Gewinnfunktion des Händlers wird nur verändert, indem man die Vertragsparameter durch die Ausdrücke von oben ersetzt. So entsteht folgende Gewinnfunktion des Händlers:

$$\begin{aligned} \pi_r(q, w_b, b) &= (p - v + g_r - ((1 - \lambda)(p - v + g) - g_s)) S(q) \\ &\quad - [\lambda c_s + (1 - \lambda)(p + g - c_r) - g_s - ((1 - \lambda)(p - v + g) - g_s) + c_r - v] q \\ &\quad - g_r \mu \\ &= (p - v + g - (1 - \lambda)(p - v + g)) S(q) \\ &\quad - [\lambda c_s + (1 - \lambda)(p + g - c_r) - (1 - \lambda)(p - v + g) + c_r - v] q - g_r \mu \\ &= (\lambda(p - v + g)) S(q) - [\lambda c_s + (1 - \lambda)(-c_r + v) + c_r - v] q - g_r \mu \\ &= (\lambda(p - v + g)) S(q) - [\lambda c_s - c_r + v + \lambda c_r - \lambda v + c_r - v] q - g_r \mu \\ &= (\lambda(p - v + g)) S(q) - (\lambda c - \lambda v) q - g_r \mu \end{aligned}$$

Diese Gleichung kann man wie (5) schreiben

$$\pi_r(q, w_b, b) = \lambda(\Pi(q, p) + g\mu) - g_r\mu$$

Die Gewinnfunktion des Lieferanten lautet dann:

$$\begin{aligned}\pi_s(q, w_b, b) &= \Pi(q, p) - \pi_r(q, w_b, b) \\ &= \Pi(q, p) - (\lambda(\Pi(q, p) + g\mu) - g_r\mu) \\ \pi_s(q, w_b, b) &= (1 - \lambda)\Pi(q, p) - \lambda g\mu + g_r\mu\end{aligned}$$

Anhand dieser beiden Gewinnfunktionen sieht man, dass sowohl für den Händler als auch für den Lieferanten $\{q^0, p^0\}$ optimal ist für $\lambda \in [0, 1]$. (Begründung siehe Rückkaufvertrag im dritten Teil)

4.3.1 Vergleich mit Bernstein, F., Federgruen, A. (2005)

Bernstein und Federgruen (2005) haben in ihrem Artikel ebenfalls den Rückkaufpreisvertrag bei einer preisabhängigen Nachfrage untersucht. Im Vergleich zu Cachon (2003) berücksichtigen sie die eventuell auftretenden Strafkosten und die operativen Kosten des Händlers nicht in ihrem Modell. Sie stellen fest, dass die Supply Chain nur koordiniert werden kann, wenn der Großhandelspreis w den operativen Kosten c des Lieferanten entspricht, weil dann die Gewinnfunktion des Händlers identisch mit der Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain ist. Bei einem solchen Großhandelspreis bleibt für den Lieferanten, wie schon bei Cachon gesehen, kein Gewinn übrig und deswegen wird der Lieferant einen höheren Großhandelspreis festlegen, dies hat aber zur Folge, dass die Supply Chain nicht mehr länger koordiniert wird. Im Anschluss beweisen sie noch, dass zur Koordination der Supply Chain der Händler bereit sein müsste keinen Gewinn zu erwirtschaften.⁵³

4.4 Der Umsatzbeteiligungsvertrag

Der nächste Vertrag, der untersucht wird ob er auch weiterhin die Supply Chain koordiniert, ist der Umsatzbeteiligungsvertrag. Die Gewinnfunktion des Händlers lautet:

$$\pi_r(q, p, w_r, \phi) = (\phi(p - v) + g_r)S(q, p) - (w_r + c_r - \phi v)q - g_r\mu$$

⁵³ Vgl. Bernstein, F., A. Federgrun (2005) S.20f.

Die Ableitung von dieser Gewinnfunktion muss (53) entsprechen, wenn man den gegebenen Preis $p^0(q)$ verwendet. Dadurch ergibt sich folgende Ableitung:

$$\frac{\partial \pi_r(q, p^0(q), w_r, \phi)}{\partial p} = S(q, p^0(q))\phi + (\phi(p^0(q) - v) + g_r) \frac{\partial S(q, p^0(q))}{\partial p} = 0$$

Durch Kürzen vom Verteilungsparameter ϕ erhält man die vereinfachte Gleichung:

$$\frac{\partial \pi_r(q, p^0(q), w_r, \phi)}{\partial p} = S(q, p^0(q)) + (p^0(q) - v + g_r/\phi) \frac{\partial S(q, p^0(q))}{\partial p} = 0$$

Im Folgenden werden für diesen Vertrag zwei Fälle unterschieden:

Im ersten Fall fallen weder für den Händler noch für den Lieferanten Strafkosten an, d.h. die Strafkostenparameter $g_r = g_s = 0$. Im zweiten Fall muss mindestens einer der beiden Vertragspartner Strafkosten bezahlen, d.h. $g_r > 0$ oder $g_s > 0$.

Beim ersten Fall ergibt sich für $g_r = g_s = 0$ folgende erste Ableitung des Händlers:

$$\frac{\partial \pi_r(q, p, w_r, \phi)}{\partial p} = S(q, p) + (p - v) \frac{\partial S(q, p)}{\partial p}$$

Betrachtet man nun die erste Ableitung der Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain (52) für den ersten Fall, so ergibt sich:

$$\frac{\partial \Pi(q, p)}{\partial p} = S(q, p) + (p - v) \frac{\partial S(q, p)}{\partial p} = 0$$

Daraus folgt, dass die beiden Ableitungen identisch sind und zwar für jeden Umsatzbeteiligungsvertrag:

$$\frac{\partial \pi_r(q, p, w_r, \phi)}{\partial p} = \frac{\partial \Pi(q, p)}{\partial p}$$

Der Händler kann folglich für $p^0(q)$ jeden Preis wählen und die Gleichung entspricht immer (52). Nachdem es nicht auf die Parameter ϕ und w_r ankommt (beide kommen in der Ableitung nicht mehr vor), ist es möglich die Bestellmenge des Händlers genauso zu koordinieren wie im ersten Modell. Daraus folgt, dass dieser Vertrag die Supply Chain auch bei einer preisabhängigen Nachfrage koordiniert.

Betrachtet man nun den zweiten Fall, bei dem entweder $g_r > 0$ oder $g_s > 0$ gilt, so lautet die erste Ableitung der Gewinnfunktion des Händlers:

$$\frac{\partial \pi_r(q, p^0(q), w_r, \phi)}{\partial p} = S(q, p^0(q)) + (p^0(q) - v + g_r/\phi) \frac{\partial S(q, p^0(q))}{\partial p} = 0$$

Der Vertrag kann die Supply Chain nur koordinieren, wenn $\phi = g_r/g$ ist, weil dann die Ableitung wieder identisch mit (52) ist. Durch diese fixe Bestimmung von Phi ist nur eine Gewinnaufteilung zwischen dem Händler und dem Lieferanten möglich, welche aber dennoch für beide Beteiligten einen positiven Gewinn ermöglichen kann.

Der Vertrag kann nur deswegen schwer koordiniert werden, weil der Vertragsparameter vom Preis abhängig ist, den der Händler festlegen kann. Dies sieht man, wenn man die Formeln (28,29) entsprechend auflöst:

$$\phi = \lambda + \frac{\lambda g - g_r}{p - v}$$

$$w_r = \lambda(c - v) - c_r + \phi v$$

Diese Abhängigkeit ist dann nicht mehr gegeben, wenn man $\phi = \lambda = g_r/g$ setzt, dann sind die Vertragsparameter nicht mehr vom Preis abhängig.⁵⁴

4.4.1 Vergleich mit Cachon, G., Laviere, M. (2005)

Der Artikel von Cachon und Laviere (2005) untersucht diesen Vertrag unter preisabhängiger Nachfrage ausführlicher. Für ihr Modell nehmen sie an, dass es keine Strafkosten gibt und bilden erst die Gewinnfunktionen des Händlers, dann die des Lieferanten und schließlich die Gewinnfunktion für die gesamte Supply Chain. Im Anschluss daran zeigen sie, dass der Vertrag die Supply Chain koordiniert. Im Rest ihrer Arbeit vergleichen sie den Umsatzbeteiligungsvertrag mit anderen Verträgen und untersuchen zudem noch wie sich der Vertrag unter der Annahme, dass es nun mehrere in Konkurrenz stehende Händler gibt, verhält.

⁵⁴ Vgl. Cachon, G. (2003) S.262

Im Vergleich dazu hat Cachon (2003) lediglich die Gewinnfunktion des Händlers mit der Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain (52) verglichen und falls diese identisch sind koordiniert der Vertrag die Supply Chain.

4.5 Zusammenfassung

Diese Erweiterung des Modells bzw. durch die nun preisabhängige Nachfrage koordinieren der flexible Bestellmengenvertrag, der Umsatzrabattvertrag und der Rückkaufvertrag die Supply Chain nicht mehr länger. Der flexible Bestellmengenvertrag und der Rückkaufvertrag könnten noch an die Bedingung angepasst werden, jedoch koordinieren beide dann nicht mehr die Bestellmenge des Händlers und somit ist eine Koordination bei der preisabhängigen Nachfrage nicht möglich. Der Umsatzrabattvertrag kann die preisabhängige Nachfrage nur koordinieren, wenn man den Rabattparameter $r = 0$ setzen würde. Dann entsteht aber aus diesem Vertrag ein Großhandelspreisvertrag, der die Supply Chain, wie im dritten Teil der Arbeit bewiesen, nicht koordinieren kann.

Der Umsatzbeteiligungsrabattvertrag koordiniert auch bei einer preisabhängigen Nachfrage die Supply Chain, allerdings nur unter der Annahme, dass es keine Strafkosten weder für den Händler noch für den Lieferanten gibt. Treten dennoch Strafkosten auf, so koordiniert der Vertrag die Supply Chain nur bei einem bestimmten Fall und zwar wenn $\phi = g_r/g$ ist.

Ein Weiterer Vertrag koordiniert die Supply Chain auch bei einer preisabhängiger Nachfrage und zwar der price-discount-sharing Vertrag, der auch „billback Vertrag“ genannt wird, welcher unter bestimmten Voraussetzungen aus dem Rückkaufvertrag entstehen kann (siehe Berstein und Federgruen).⁵⁵

⁵⁵ Vgl. Bernstein, F., A. Federgruen (2005)

5. Koordination mit einer aufwandsabhängigen Nachfrage

Im Folgenden wird angenommen, dass der Händler durch entsprechend geleisteten Aufwand seinen Gewinn bei einer aufwandsabhängigen Nachfrage steigern kann. Er kann zum Beispiel mehr Vertreter anstellen oder seine bisherigen Vertreter besser ausbilden, das Produkt durch vermehrte Werbung usw. besser anzubieten. Diese Aufwendungen sind jedoch mit Kosten verbunden, die der Händler alleine bezahlen muss, obwohl auch der Lieferant durch den Aufwand des Händlers profitiert, weil der Händler mehr bestellt.

Der Händler wird nicht bereit sein die Kosten des Aufwandes alleine zu tragen, besonders dann nicht wenn der Lieferant davon auch noch profitiert. Die Frage ist nun wie man es schafft die Kosten des Aufwandes gerecht und zu gleichen Teilen auf den Lieferanten und den Händler zu verteilen. Des Weiteren muss drauf geachtet werden, dass die vom Lieferanten getragenen Kosten auch wirklich vom Händler dazu verwendet werden einen größeren Vorteil für beide, wie z.B. einen höheren Absatz, zu erzielen. Es ist dem Lieferanten wichtig, dass er weiß, dass sich seine Investition in den Aufwand des Händlers bezahlt macht, denn sollte der Händler das Geld des Lieferanten zu anderen Zwecken benutzen, z.B. um sein eigenes Image aufzubessern, wird der Lieferant seine Unterstützung beenden.⁵⁶

Im folgenden Modell werden die bereits vier koordinierenden Verträge aus dem dritten Teil nochmal überprüft ob sie auch bei einer aufwandsabhängigen Nachfrage die Supply Chain koordinieren.

Im Modell haben wir ein Aufwandslevel e des Händlers und die Kosten, die durch den getätigten Aufwand e dem Händler entstehen $g(e)$.

$$g(0) = 0, g'(e) > 0 \text{ und } g''(e) > 0$$

Um das Modell zu vereinfachen wird angenommen, dass es weder Strafkosten, Restwerterlöse noch operative Kosten des Händlers gibt:

$$g_r = g_s = 0, v = 0 \text{ und } c_r = 0$$

Die Verteilungsfunktion der Nachfrage abhängig vom Aufwand ist gegeben durch:

$$F(q|e)$$

⁵⁶ Vgl. Cachon, G. (2003) S.264 f.

Die Nachfrage wird stochastisch größer, wenn mehr Aufwand geleistet wird.

$$\frac{\partial F(q|e)}{\partial e} < 0$$

Des Weiteren wird angenommen, dass der Händler sein Aufwandslevel zum gleichen Zeitpunkt festlegt wie seine Bestellmenge.

Die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain lautet unter der Berücksichtigung der oben getroffenen Annahmen:

$$\Pi(q, e) = pS(q, e) - cq - g(e) \quad (53)$$

Wobei $S(q, e)$ die erwartete Verkaufsmenge bei dem Aufwandslevel e ist.

$$S(q, e) = q - \int_0^q F(y|e) dy$$

Die Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain muss nicht konkav oder unimodal sein. Um das Modell weiter einfach zu halten wird angenommen, dass $\Pi(q, e)$ unimodal ist.

In diesem Modell wird die optimale Bestellmenge mit q^0 , der optimale Aufwand wird mit e^0 ausgedrückt. Der optimale Aufwand für eine gegebene Bestellmenge $e^0(q)$ maximiert die Supply Chain. Die erste Ableitung der Gewinnfunktion der Supply Chain nach dem Aufwand e lautet:

$$\frac{\partial \Pi(q, e^0(q))}{\partial e} = p \frac{\partial S(q, e^0(q))}{\partial e} - g'(e^0(q)) = 0 \quad (54)$$

Im Folgenden werden die koordinierenden Verträge bzw. die Gewinnfunktionen der Händler mit der Gewinnfunktion der gesamten Supply Chain (54) verglichen. Sollten sie dieser Gleichung entsprechen, so koordiniert jeder Vertrag die Supply Chain auch bei einer aufwandsabhängigen Nachfrage.

5.1 Der Rückkaufvertrag

Die Gewinnfunktion des Händlers lautet unter der Berücksichtigung der Annahmen des Modells:

$$\pi_r(q, e, w_b, b) = (p - b)S(q, e) - (w_b - b)q - g(e)$$

Davon bildet man nun die erste Ableitung nach dem Aufwand e :

$$\frac{\partial \pi_r(q, e, w_b, b)}{\partial e} = (p - b) \frac{\partial S(q, e^0(q))}{\partial e} - g'(e)$$

Die erste Ableitung der Gewinnfunktion des Händlers beim Rückkaufvertrag sollte der ersten Ableitung der Gewinnfunktion der Supply Chain (54) entsprechen. Dies ist allerdings nur möglich, wenn der Rückkaufpreis $b = 0$ ist. Im ersten Modell wurde aber festgelegt, dass der Rückkaufpreis $b > 0$ sein muss, damit er die Supply Chain koordiniert.⁵⁷ Daraus folgt für die Ableitung des Händlers:

$$\frac{\partial \pi_r(q, e, w_b, b)}{\partial e} < \frac{\partial \Pi(q, e)}{\partial e}$$

Das bedeutet, dass e^0 nicht der optimale Aufwand des Händlers sein kann, wenn $b > 0$ ist. Nachdem für den Rückkaufpreis $b > 0$ gelten muss, kann der Rückkaufvertrag den Aufwand nicht koordinieren, weil die erste Ableitung der Gewinnfunktion einen geringeren Aufwand als den optimalen Aufwand aufweist.

5.2 Der flexible Bestellmengenvertrag

Als nächstes wird überprüft ob der flexible Bestellmengenvertrag der Ableitung (54) von oben entspricht und somit den Aufwand koordinieren kann oder nicht. Dazu betrachtet man die Gewinnfunktion des Händlers, welche um den Aufwand e erweitert wurde.

⁵⁷ Vgl. Cachon, G. (2003) S.266

Die Gewinnfunktion sieht dann folgendermaßen aus:

$$\pi_r(q, e, w_q, \delta) = pS(q, e) - w_q \left(q - \int_{(1-\delta)q}^q F(y|e) dy \right) - g(e)$$

Die erste Ableitung nach dem Aufwand e lautet dann:

$$\frac{\partial \pi_r(q, e, w_q, \delta)}{\partial e} = p \frac{\partial S(q, e)}{\partial e} - w_q \int_{(1-\delta)q}^q \frac{\partial F(y|e)}{\partial e} dy - g'(e)$$

Nachdem man im ersten Modell den Vertragsparameter Delta $\delta \in [0,1]$ bestimmt hat und auch festgestellt hat, dass der Vertrag bei einem Delta von Null nichts anderes als ein Großhandelspreisvertrag ist, muss man ein $\delta > 0$ wählen damit der Vertrag die Supply Chain koordiniert. Das hat hier zur Folge, dass man die obige Gleichung nicht an (54) anpassen kann und daher gilt:

$$\frac{\partial \pi_r(q, e, w_q, \delta)}{\partial e} < \frac{\partial \Pi(q, e)}{\partial e}$$

Der Händler wählt hier einen zu geringen Aufwand, der sich aber auch nicht verändern lässt, da $\delta > 0$ gelten muss und der Großhandelspreis größer Null sein muss, damit die Bestellmenge des Händlers koordiniert werden kann. Der flexible Bestellmengenvertrag koordiniert die Supply Chain somit nicht bei einer aufwandsabhängigen Nachfrage.

5.3 Der Umsatzbeteiligungsvertrag

Beim Umsatzbeteiligungsvertrag lautet die um den Aufwand e erweiterte Gewinnfunktion des Händlers:

$$\pi_r(q, e, w_r, \phi) = \phi p S(q) - w_r q - g(e)$$

Die erste Ableitung davon entspricht:

$$\frac{\partial \pi_r(q, e, w_r, \phi)}{\partial e} = \phi p \frac{\partial S(q, e)}{\partial e} - g'(e)$$

Der Händler behält vom erwirtschafteten Gewinn einen Anteil $\phi \in [0,1]$ und gibt dem Lieferanten $(1 - \phi)$ vom Gewinn. Würde der Händler seinen gesamten erwirtschafteten Gewinn behalten und somit $\phi = 1$ wählen, dann würde der Lieferant, abgesehen vom Großhandelspreis, nichts vom Gewinn des Händlers erhalten. Somit wäre der Vertrag ein Großhandelspreisvertrag, welcher die Supply Chain nicht koordiniert. Aufgrund dessen wird der Händler ein ϕ wählen, welches kleiner als eins ist und daraus folgt, dass er einen geringeren Aufwand als den optimalen wählt und dadurch koordiniert dieser Vertrag die Supply Chain nicht.

$$\frac{\partial \pi_r(q, e, w_r, \phi)}{\partial e} < \frac{\partial \Pi(q, e)}{\partial e}$$

5.3.1 Vergleich mit Cachon, G., Laviere, M. (2005)

Im Artikel von Cachon und Laviere (2005) wird gezeigt, dass der Umsatzbeteiligungsvertrag die Supply Chain in der Regel nicht koordinieren kann. Der Vertrag koordiniert die Supply Chain nur, wenn $\phi = 1$ gilt. Dies hat allerdings für den Lieferanten zur Folge, dass sein Großhandelspreis seinen operativen Kosten entspricht und er somit einen Gewinn von Null erwirtschaften würde. Um einen Gewinn zu erwirtschaften wird der Lieferant daher bei einem ϕ von eins seinen Großhandelspreis erhöhen dadurch wird die Supply Chain nicht mehr koordiniert.

5.4 Der Umsatzrabattvertrag

Um festzustellen ob dieser Vertrag die Supply Chain auch bei einer aufwandsabhängigen Nachfrage koordiniert muss man die Gewinnfunktion des Händlers um den Aufwand e erweitern. Anschließend wird die Gewinnfunktion nach dem Aufwand abgeleitet und mit (54) verglichen. Die Gewinnfunktion lautet:

$$\pi_r(q, e, w_s, r, t) = pS(q, e) - g(e) - \begin{cases} w_s q & q < t \\ (w_s - r)q + r \left(t + \int_t^q F(y|e) dy \right) & q \geq t \end{cases}$$

Die Gewinnfunktion unterscheidet zwei Fälle und zwar zum einen, dass $q < t$ und zum anderen, dass $q \geq t$ ist. Hier betrachtet man nur den letzten Fall, weil der Vertrag für den ersten Fall zu einem Großhandelspreisvertrag wird, welcher die Supply Chain nicht koordiniert. Bildet man also die Ableitung der Gewinnfunktion für $q > t$, dann lautet diese:

$$\frac{\partial \pi_r(q, e, w_s, r, t)}{\partial e} = p \frac{\partial S(q, e)}{\partial e} - g'(e) + r \int_t^q \frac{\partial F(y|e)}{\partial e} dy$$

Diese Ableitung kann nur (54) entsprechen, wenn der letzte Term der Ableitung Null entspricht. Das ist nur möglich, wenn der Rabatt r gleich Null gesetzt wird. Bei einem Rabatt von Null entsteht aus dem Umsatzbeteiligungsvertrag ein nicht koordinierender Großhandelspreisvertrag. Daher muss der Rabatt $r > 0$ sein und somit wird in diesem Fall mehr Aufwand getätigt als der optimale Aufwand und dadurch kann dieser Vertrag die Supply Chain nicht koordinieren.

$$\frac{\partial \pi_r(q, e, w_s, r, t)}{\partial e} > \frac{\partial \Pi(q, e)}{\partial e}$$

5.5 Zusammenfassung

Man kann sagen, dass die Verträge, bei denen der Aufwand mitberücksichtigt wird, schwerer im Modell zu definieren bzw. abzubilden sind. Das Modell beschreibt das Problem sehr allgemein, dies sieht man vor allem, wenn man die einzelnen Verträge untersucht ob sie weiterhin die Supply Chain koordinieren. Man kommt zu dem Ergebnis, dass keiner der untersuchten Verträge die Supply Chain bei einer aufwandsabhängigen Nachfrage koordinieren kann. Der Händler wählt im Vergleich zum optimalen Aufwand immer einen geringeren Aufwand außer beim Umsatzrabattvertrag, bei dem er einen zu hohen Aufwand wählt. Es wird aber nicht gesagt um wie viel der Händler unter bzw. über dem optimalen Aufwand liegt.

6. Schluss

Ziel der Arbeit war es einen Überblick über ein paar Verträge zu geben, die es ermöglichen eine Supply Chain zu koordinieren. Im zweiten Teil der Arbeit wurde das Grundmodell beschrieben und auch die zu untersuchenden Verträge mit Hilfe des Modells abgebildet. Im Anschluss daran wurde untersucht welche Verträge die Supply Chain koordinieren und welche nicht. Des Weiteren wurde überprüft, unter welchen Umständen für den Lieferanten ein Anreiz besteht bewusst weniger zu liefern, vorausgesetzt es handelt sich um einen „voluntary compliance“ abgeschlossenen Vertrag.

Im vierten Teil wurde der Betrachtungsraum bzw. die Annahmen insofern erweitert, dass der Händler auch den Verkaufspreis bestimmen kann, was eine sogenannte preisabhängige Nachfrage zur Folge hat. Durch diese Annahme wurden die bereits koordinierenden Verträge im Modell erneut auf Koordination der Supply Chain überprüft. Als Nächstes wurde angenommen, dass der Händler seinen getätigten Aufwand mit dem Lieferanten per Vertrag mit einbeziehen kann, was man als aufwandsabhängige Nachfrage bezeichnet. Im Modell wurde daraufhin die Variable des Aufwandes e eingeführt und die Verträge wurden erneut auf Koordination überprüft.

Insgesamt kann man sagen, dass es zu diesem Thema und Bereich eine große Menge an Literatur und Artikeln gibt, wobei sie sich zum Teil sehr voneinander unterscheiden und unterschiedliche Annahmen treffen. Es lassen sich dadurch die Modell auch schwer miteinander vergleichen, weil in der Regel zu unterschiedliche Formeln und Vorgehensweisen gewählt wurden. Außerdem ist eine Modellbezogene Betrachtung des Themas Koordination einer Supply Chain durch Verträge problematisch, weil rein theoretischer Natur und die Berechnung von Variablen wie zum Beispiel preisabhängige bzw. aufwandsabhängige Nachfrage oder Aufwand nur schwer auf die Realität anwendbar.

7. Literaturverzeichnis

- Bernstein, F., Federgruen A.: Decentralized supply chains with competing retailers under demand uncertainty, *Management Science* **51** (1), 18-29, 2005.
- Cachon, G. Supply Chain Coordination with Contracts in A.G. de Kok, S.C. Graves (Hrsg.), *Supply Chain management: design, coordination and operation*, Elsevier, Amsterdam, 229-339, 2003.
- Cachon, G., Laviere M.: Contracting to assure supply: how to share demand forecasts in a supply chain, *Management Science* **47** (5), 629-646, 2001.
- Cachon, G., Laviere M.: Supply chain coordination with revenue-sharing contracts: strength and limitations, *Management Science* **51** (1), 30-44, 2005.
- Chopra, S., P. Meindl *Supply Chain Management – Strategy, Planning and Operation*, Pearson Education, New Jersey 2004.
- Handfield, R., E. Nichola: *Introduction to supply chain management*, Prentice- Hall, Upper Saddle River, NJ. 1999.
- Larivier, M., Porteus E.: Selling to the newsvendor: an analysis of price-only contracts, *Manufacturing & Service Operations Management* **3** (4), 293-305, 2001.
- Padmanabhan, V., Png I.P.L.: Return policies: make money by making good, *Sloan Management Review* **37** (1), 65-72, 1995.
- Pasternack, B.: Optimal pricing and return policies for perishable commodities, *Marketing Science* **4** (2), 166-176, 1985.
- Petruzzi, N., Dada, M.: Pricing and the newsvendor problem: a review with extensions, *Operations Research* **47**(2), 183-194, 1999.
- Taylor, T.: Supply chain coordination under channel rebates with sales effects, *Management Science* **48** (8), 992- 1007, 2002.
- Thonemann U.: *Operations Management Konzepte, Methoden und Anwendungen*, Pearsom Studium, München, 2005.

Tsay, A.: The quantity flexibility contract and supplier-customer incentives, *Management Science* **45** (10), 1339-1358, 1999.

Tsay, A.: Managing retail channel overstock: markdown money and retur policies, *Journal of Retailing* **77**, 475-492, 2001.

van Mieghem, J., Dada, M.: Price vs. production postponement: capacity and competition, *Management Science* **45** (12) 1631-1649, 1999.

8. Abstract

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Fragestellung ob eine Supply Chain mit Hilfe von Verträgen zu koordinieren ist oder nicht. Als Grundlage dient die Arbeit von Cachon (2003), welche ebenso wie diese Arbeit von einem Lieferanten und einem Händler ausgeht und anhand eines mathematischen Modells fünf Verträge untersucht ob sie die Supply Chain koordinieren. Bei diesen fünf Verträgen handelt es sich um den Großhandelspreisvertrag, den Rückkaufvertrag, den Umsatzbeteiligungsvertrag, den flexiblen Bestellmengenvertrag und den Umsatzrabattvertrag. Jeder dieser Verträge wird zunächst im Modell dargestellt bzw. abgebildet und anschließend auf Koordination überprüft. Ein Vertrag koordiniert die Supply Chain, wenn sich sowohl der Händler als auch der Lieferant so verhalten bzw. ihre Entscheidungen so treffen, dass das optimale Ergebnis der Supply Chain erreicht wird. Nach der Überprüfung aller fünf Verträge wurde festgestellt, dass nur einer der fünf, nämlich der Großhandelspreisvertrag, die Supply Chain nicht koordiniert.

Im vierten Teil der Arbeit wurden die vier koordinierenden Verträge erneut auf Koordination überprüft unter der Berücksichtigung einer preisabhängigen Nachfrage. Es wurde festgestellt, dass der „price-discount-sharing-contract“, welcher unter bestimmten Voraussetzungen aus dem Rückkaufvertrag entstehen kann, die Supply Chain koordiniert. Gleiches gilt für den Umsatzbeteiligungsvertrag, welcher die Supply Chain nur unter der Annahme koordiniert, dass sowohl die Strafkosten des Händlers als auch des Lieferanten Null sind.

Im Anschluss wurden erneut die vier Verträge untersucht ob sie die Supply Chain auch bei einer aufwandsabhängigen Nachfrage koordinieren, welches für keinen der vier Verträge zutraf.

Die Arbeit zeigt anhand eines mathematischen Modells wie die betrachteten fünf Verträge zwischen den Beteiligten einer Supply Chain abgeschlossen werden müssen, damit diese koordiniert wird. Sowohl bei einer preisabhängigen als auch bei einer aufwandsabhängigen Nachfrage erfolgt diese Überprüfung anhand eines Vergleichs zweier Formeln. Man kann sagen, dass die Arbeit die theoretisch ideale Umsetzung der Verträge vorgibt wie diese abzuschließen sind, damit die Supply Chain koordiniert wird, jedoch können erfahrungsgemäß zwischen Theorie und der realen Umsetzung Unterschiede auftreten.

This paper considers the problem of coordinating a supply chain with the help of contracts. The fundament of the paper is the paper from Cachon, G. (2003). The problem will be indicated in a mathematical model and five contracts will be analysed if they coordinate the supply chain or not. These five contracts are the wholesale-price contract, the buyback contract, the revenue-sharing contract, the quantity-flexability contract and the sales-rebate contract. A contract coordinates the supply chain in case of achieving the optimal result of the whole supply chain following the decisions the retailer and the supplier make. This paper determines that only the wholesale-price contract can't coordinate the supply chain.

In the fourth part of the paper it assumes that the demand for the product is now a price-dependent demand. The four coordinating contracts will then again be analysed if they still coordinate the supply chain. The result of that analysis is that the price discount-sharing contract which arise under special requirements from the buyback contract coordinates the supply chain with a price-dependant demand. The revenue-sharing contract also coordinates the supply chain but only assuming that the goodwill penalty cost for the supplier and for the retailer are zero.

The final consideration of the paper deals with an effort-dependent demand and the four contracts which coordinated the supply chain in the first analysis will be analysed again considering the coordination of the supply chain with an effort-dependent demand. The result of that analysis is that none of the four contracts can coordinate the supply chain any longer.

This paper analysed and demonstrated with the help of a mathematical model how the five contracts between the supplier and the retailer should be negotiated so that the supply chain will be coordinated. Regarding two kinds of demands, a price-dependent and an effort-dependent demand, the analysis exist of a comparison between two equations. The paper considers a optimal theoretical result of the contracts being negotiated to coordinate a supply chain, but as experienced between theory and praxis results will definitely vary.

Tabellarischer Lebenslauf

Paulo von Deym

Geburt: 29. April 1982 in Lima, Peru

Familienstand: ledig

Ausbildung:

1988-1992 Grundschule Pfarrkirchen

1992-06/2002 Gymnasium Pfarrkirchen

07/2002-03/2003 Grundwehrdienst in Bad Reichenhall

Studium:

10/2003 Studium der Betriebswirtschaft

1. Bakkalaureatsarbeit in Vk Empirische Sozialforschung: Effekte der Pensionsreform 2003/04 auf die Lehrer/Innen zwischen 45 und 65 Jahren an österreichischen öffentlichen Pflichtschulen.

2. Bakkalauratsarbeit in Produktionsmanagement: Dienstleistungsqualität

01/2007 Bakkalaureatsstudium abgeschlossen

3/2007 Magisterstudium der Betriebswirtschaft

Vertiefungen im Magisterstudium:

Controlling und Logistikmanagement

Seminararbeit in Controlling: Capacity Planung and Pricing under Uncertainty

Seminararbeit in Logistikmanagement: Bullwhip Effect: Theoretical Foundation

6/2009 Voraussichtliches Ende des Magisterstudiums