



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Moderne Unterrichtsformen

Materialiensammlung für die 10. Schulstufe in den Bereichen Stochastik,
Folgen und Reihen, und Gleichungen und Ungleichungen

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat.)

Verfasserin:	Katrin Daniel
Matrikel-Nummer:	0403807
Studienrichtung (lt. Studienblatt):	A 190 406 884 (UF Mathematik, UF Informatik)
Betreuer:	MMag. Dr. Andreas Ulovec

Wien, im Juni 2009

Danksagung

Als erstes möchte ich meinem Betreuer Herrn MMag. Dr. Andreas Ulovec danken. Er war immer offen für Ideen und stand mir, wann immer ich Rat brauchte, zur Seite. Und obwohl er stets genug zu arbeiten hatte, war er für mich da. Danke für die Unterstützung!

Des Weiteren möchte ich mich auch bei meinen Eltern und Schwestern bedanken, die mich nicht nur finanziell, sondern in jeglicher Art und Weise in meinem Studium unterstützt haben, und mir diese Ausbildung überhaupt erst ermöglicht haben.

Zuletzt möchte ich mich bei meinen StudienkollegInnen und Freunden bedanken, die meine Studienzeit zu einer wunderschönen Zeit meines Lebens gemacht haben.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	7
2. Moderne Unterrichtsformen	9
2.1. Wie kam es zu modernen Unterrichtsformen?	9
2.2. Frontalunterricht	10
2.3. Entwicklung des offenen Unterrichts	11
2.3.1. Maria Montessori (1870 – 1952)	11
2.3.2. Peter Petersen (1884 – 1952)	12
2.3.3. Cèlestin Freinet (1896 – 1966)	12
2.3.4. Berthold Otto (1859 – 1933)	12
2.3.5. Hugo Gaudig (1860 – 1923)	12
2.3.6. Helen Parkhurst (1886 – 1973)	13
2.3.7. Georg Kerschensteiner (1854 – 1932)	13
2.4. Folgerungen für die Schule	13
2.5. Grundkonzept des Offenen Unterrichts	15
2.5.1. Wichtige Merkmale des Offenen Lernens	16
2.5.2. Die Lehrerrolle	18
2.5.3. Die Schülerrolle	19
2.5.4. Vorteile von „offenem Lernen“	19
2.5.5. Nachteile von „offenem Lernen“	19
2.6. Regeln für das Offene Lernen	20
3. Umsetzung moderner Unterrichtsformen	21
3.1. Wochenplanunterricht	21
3.2. Freiarbeit	23
3.3. Stationenbetrieb	24
3.4. Werkstattunterricht	25

3.5. Projektarbeit	26
3.6. Mögliche Probleme bei der Öffnung des Unterrichts.....	26
3.7. Moderne Unterrichtsmethoden im Mathematikunterricht	28
4. Das Unterrichtsmaterial im Mathematikunterricht.....	29
4.1. Gleichungen und Ungleichungen	31
4.2. Folgen und Reihen	81
4.3. Stochastik.....	92
Literaturverzeichnis	97
Abbildungsverzeichnis	99
Zusammenfassung/Abstract	101
Abstract (in English)	101
Lebenslauf	102

1. Einleitung

Im Laufe meines Studiums wurde ich oft mit dem Thema „moderne Unterrichtsformen“ bzw. „offenes Lernen“ konfrontiert. Ich durfte unter anderem sogar in Schulen hospitieren, wo diese neuen Unterrichtsmethoden eingesetzt werden. Es war deutlich zu sehen, dass den SchülerInnen das Lernen mit diesen Materialien Spaß machte.

Im Zuge meiner Recherche bemerkte ich jedoch, dass es sehr wenig „offenes“ Unterrichtsmaterial für die Oberstufe oder für weiterführende Schulen gibt. Dies motivierte mich zu meiner Themenwahl „Moderne Unterrichtsformen - Materialiensammlung für die 10. Schulstufe in den Bereichen Stochastik, Gleichungen und Ungleichungen, und Folgen und Reihen“.

Zu Beginn meiner Arbeit möchte ich erläutern, warum es sinnvoll ist, „offenes“ Lernen im Unterricht zu betreiben, und die Unterschiede zum klassischen Frontalunterricht beschreiben. Danach wird kurz auf die Entwicklung von offenem Lernen und die Folgerungen für die Schule eingegangen. Das Grundkonzept dieser Unterrichtsmethode, als auch die Regeln, die einzuhalten sind, schließen das zweite Kapitel ab.

Im dritten Kapitel möchte ich die Umsetzung verschiedener Unterrichtsformen beschreiben, wobei ich die Wochenplanarbeit, die Freiarbeit, den Stationenbetrieb, den Werkstattunterricht, als auch die Projektarbeit näher erläutere. Im Anschluss möchte ich mögliche Probleme aufzeigen, und dann auf den Einsatz offener Lernformen im Mathematikunterricht eingehen.

Das vierte Kapitel beinhaltet den praktischen Teil meiner Arbeit, das Material zu meinen gewählten Themen. Hierbei habe ich zu „Gleichungen und Ungleichungen“ einen umfassenden Stationenbetrieb erstellt, zu den anderen Themengebieten jedoch nur einzelne Arbeitsblätter und Spiele, die im Unterricht beliebig eingesetzt werden können.

2. Moderne Unterrichtsformen

2.1. Wie kam es zu modernen Unterrichtsformen?

Wie kommt es, dass immer mehr LehrerInnen herkömmliche Unterrichtsmethoden durch moderne Unterrichtsformen ersetzen? Die Motivation ist vielschichtig: die Klassen sind heutzutage heterogener zusammengesetzt und auch die Lebensbedingungen der SchülerInnen haben sich geändert: veränderte Kindheit, Verlust traditioneller Orientierungen und Mediengesellschaft lauten die Schlagworte.¹

Durch zunehmende Scheidungsraten und Rückgang von Geburten wachsen viele Kinder als Einzelkinder auf, oder wachsen in Familien mit nur einem Elternteil oder mit berufstätigen Eltern auf. So werden viele Kinder heutzutage schon früh zur Selbstständigkeit erzogen.²

Auch die Mediengesellschaft hat großen Einfluss auf die Lebensweise der Kinder. Sie leben immer mehr in einer technisierten Umwelt, und beginnen schon von klein auf mit elektronischen Geräten zu spielen, wie z.B. Computer und Spielkonsolen.²

Des Weiteren beeinflussen die Wertvorstellungen der Eltern das Verhalten der Kinder. Viele Kinder werden autonom erzogen, und wollen dann auch in der Schule das Recht haben, mitzuentcheiden.³

Aus oben genannten Gründen haben sich einige Schulen etwas überlegt: durch offenen Unterricht mit modernen Unterrichtsformen kann man auf diese Kinder besser reagieren, als durch Frontalunterricht.⁴

Außerdem fordert die Wirtschaft Personen, die fähig zur Teamarbeit, zu eigenverantwortlichem Arbeiten und zur Selbstständigkeit sind. Reformpädagogen meinen, dass man diese Eigenschaften durch offenes Lernen erwerben kann.⁵

Momentan wird der Unterricht nur von der/dem LehrerIn bestimmt. Diese/r schreibt vor, welche Lerninhalte zu lernen sind und wie die SchülerInnen es am besten lernen. Den SchülerInnen bleibt wenig Entscheidungsfreiheit. Die vorgeschriebenen Lerninhalte lassen kaum Raum

¹ vgl. Puscher 1996, S. 4

² vgl. Krüger 1991, S. 21

³ vgl. Reiß, Eberle u.a. 1992, S. 11

⁴ vgl. Schweifer, S. 12

⁵ vgl. Sattlberger 2001, S. 93

für selbstständiges Arbeiten der SchülerInnen. Damit der/die LehrerIn diese Stoffmenge im Unterricht durchbringen kann, greift er auf die altbewährte Methode des Frontalunterrichts zurück.⁶

2.2. Frontalunterricht

MEYER definiert Frontalunterricht folgendermaßen:

„Frontalunterricht ist ein zumeist thematisch orientierter und sprachlich vermittelter Unterricht, in dem der Lernverband (die Klasse) gemeinsam unterrichtet wird und in dem der Lehrer – zumindest dem Anspruch nach – die Arbeits-, Interaktions- und Kommunikationsprozesse steuert und kontrolliert.“⁷

Beim Frontalunterricht plant der/die LehrerIn allein das Unterrichtsgeschehen. Er/sie ist verantwortlich für die Arbeitsschritte und Gesprächsführung. Im Frontalunterricht wird gern das fragende-entwickelnde Unterrichtsgespräch eingesetzt.⁸ Während der/die LehrerIn spricht, nehmen die SchülerInnen die Lerninhalte passiv auf, sie lassen sich sprichwörtlich „berieseln“. Der/die LehrerIn erhofft sich die Aufmerksamkeit der SchülerInnen und erwartet Ruhe im Klassenraum.

Manchmal macht jedoch Frontalunterricht durchaus Sinn:

„Frontalunterricht ist besser als andere Sozialformen geeignet, einen Sach-, Sinn-, oder Problemzusammenhang aus der Sicht und mit den Mitteln des Lehrers darzustellen...“⁹

Schwächen dieser Unterrichtsform sind nach Silke Fürweger:¹⁰

- „keine Berücksichtigung individueller Lernprozesse“
- „Schüler entwickeln wenig soziale Kompetenzen“
- „kaum Möglichkeit zur Entfaltung der Selbständigkeit“

⁶ vgl. Fürweger, S. 5 f.

⁷ Meyer 1987, S. 183

⁸ vgl. Fürweger, S. 9

⁹ Meyer, 2003, S. 184

¹⁰ Fürweger, S. 7 f.

2.3. Entwicklung des offenen Unterrichts

Der offene Unterricht ist kein neues Unterrichtskonzept. Der Begriff „offener Unterricht“ hat seine Wurzeln in den USA („open education“, „informal education“) in den 60er und 70er Jahren in Anlehnung an die englische Primaroberstufenreform.¹¹ Hierbei wurden die alten reformpädagogischen Ideen der 20er Jahre fortgesetzt:

- „Selbstständigkeit
- Selbststeuerung
- Entdeckendes Lernen
- Innere Differenzierung
- Gemeinsames und Integrierendes Lernen“¹²
- Schüler treten in den Mittelpunkt des Unterrichts
- Berücksichtigung der Bedürfnisse der SchülerInnen
- Eigenständigkeit, selbstverantwortliches Lernen
- Schule soll ein Ort zum Wohlfühlen sein
- Bereitstellung von vielfältigem Arbeitsmaterial
- Lehrperson fungiert als Berater und Helfer¹³

Im Folgenden möchte ich die wichtigsten Reformpädagogen und deren Zielvorstellungen kurz vorstellen.

2.3.1. Maria Montessori (1870 – 1952)

Nach Maria Montessori sollten die Kinder nach folgendem Leitspruch lernen: „Hilf mir, es selbst zu tun!“, denn sie war davon überzeugt, dass jedes Kind von Natur aus lernbegierig sei.¹⁴ Daher bereitete sie eine Umgebung aus Materialien vor, aus denen die Kinder frei wählen konnten. Der/die LehrerIn sollte den Lernprozess lediglich überwachen.¹⁵ Die Lernmaterialien waren so konzipiert, dass Selbstkontrolle möglich war.¹⁶



Abbildung 1: Maria Montessori
(www.wikipedia.org)

¹¹ vgl. Jürgens 1996, S. 41

¹² Bammer, S. 4

¹³ vgl. Fürweger, S. 18

¹⁴ vgl. Meyer-Willner 1996, S. 41

¹⁵ vgl. Bammer, S. 5

¹⁶ vgl. Meyer-Willner 1996, S. 42

2.3.2. Peter Petersen (1884 – 1952)

Nach ihm wurde der sogenannte „Jena-Plan“ benannt, weil er seine reformpädagogische Ideen in der Universitätsschule in Jena praktizierte.¹⁷ Er war der Meinung, dass sich soziale Persönlichkeit durch schaftserziehung entwickelt. Den Schwerpunkt legte er auf differenzierte Gruppenarbeit, die eine zentrale Stellung im Jena-Plan einnimmt. Der/die LehrerIn sollte nur den Lernprozess steuern. Eingesetzt wurden Wochenplanunterricht und Freiarbeit.¹⁸



Abbildung 2: Peter Petersen
(www2.uni-jena.de)

2.3.3. Cèlestin Freinet (1896 – 1966)

Cèlestin Freinet begründete seine Ansätze auf dem „natürlichen Lernen“. Der/die LehrerIn bietet den SchülerInnen angreifbares Arbeitsmaterial (eventuell mit Selbstkontrolle) und der/die SchülerIn kann mitbestimmen bei der Wahl der Inhalte.¹⁸ Des Weiteren führte er den Wochenplan ein, um den SchülerInnen die Gelegenheit zu geben, „aus eigener Motivation ihre Arbeitsverfahren und ihre Arbeitshaltung zu entwickeln“.¹⁹ Gearbeitet wurde sowohl allein als auch in Gruppen.



Abbildung 3: Cèlestin Freinet
(home.schule.at)

2.3.4. Berthold Otto (1859 – 1933)

Berthold Otto's reformpädagogische Ideen basieren auf dem „natürlichen Aufwachsen des Kindes in der Familie“.²⁰ Er wollte, dass alle SchülerInnen täglich eine Stunde gemeinsam am Unterricht teilnahmen. Er nannte dies „Freien Gesamtunterricht“. Dort durften die SchülerInnen die Lerninhalte selbst mitbestimmen.²¹

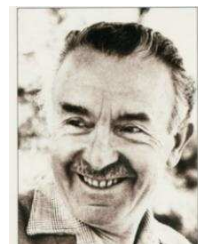


Abbildung 4: Berthold Otto
(www.wissen.de)

2.3.5. Hugo Gaudig (1860 – 1923)

Hugo Gaudig versuchte die SchülerInnen „zur Persönlichkeit zu erziehen und entwickelte einen Unterricht der freien geistigen Tätigkeit“.²² Außerdem war er der Meinung, dass jede/r SchülerIn seine/ihre eigene Methode habe, der/die Lehrerin sollte sie/ihn zu dieser führen. Dazu ließ er die SchülerInnen nachdenken, wie sie was gelernt hatten.²¹



Abbildung 5: Hugo Gaudig (www.hugo-gaudig-oberschule.de)

¹⁷ vgl. Dietrich 1995, S. 69

¹⁸ vgl. Bammer. S. 5

¹⁹ Fürweger, S. 16

²⁰ evl.htldornbirn.vol.at/aktuell/akademielehrgang_evl/modul3/Reformpaedagogen.doc

²¹ vgl. Fürweger, S. 14

²² http://www.hugo-gaudig-oberschule.de/HGO1/Hugo_Gaudig/hugo_gaudig.htm

2.3.6. Helen Parkhurst (1886 – 1973)

Helen Parkhurst war Lehrerin an einer Schule in Dalton. Aus dieser Begegnung wurden ihre reformpädagogischen Ideen unter dem Namen „Daltonplan“ bekannt: die SchülerInnen wurden nicht mehr in Jahrgangsklassen gesteckt, stattdessen wurden die Klassenräume zu Fachräumen umfunktionalisiert, in denen sich verschiedenstes Material und jeweils ein Fachlehrer befand. Dadurch waren die SchülerInnen fachlich und zeitlich flexibel.²³



Abbildung 6: Helen Parkhurst
(www.debakelgeert.nl)

2.3.7. Georg Kerschensteiner (1854 – 1932)

Er rückte das selbstständige Erarbeiten von Lerninhalten in den Mittelpunkt, denn „das praktische Tun wecke auch die geistigen Interessen.“²⁴ Außerdem legte er Metall- und Holzwerkstätten, Schulküchen und Schulgärten an.²⁵

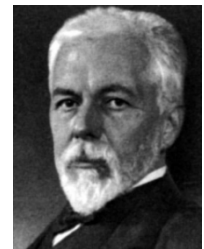


Abbildung 7: Georg Kerschensteiner
(www.wissen.de)

2.4. Folgerungen für die Schule

Man versucht nun obige Ansätze in den Unterricht einzubauen. Wichtig ist, dass Lernen in der Schule „vielfältig, problemlösend, entdeckend, handlungs- und erfahrungsorientiert“²⁶ ist. Um unterschiedliche Lerntypen anzusprechen, soll man den SchülerInnen verschiedene Lernwege anbieten.²⁷

Im Folgenden möchte ich zwei Zitate anführen, die veranschaulichen sollen, dass „moderne Unterrichtsformen“ bzw. „offener Unterricht“ eingesetzt werden sollen:

„Sag es mir – Ich werde es vergessen!

Erklär es mir – Ich werde mich erinnern!

Lass es mich selber tun – Ich werde es verstehen!“²⁸

²³ vgl. Meyer-Willner 1996, S. 37

²⁴ evl.htldornbirn.vol.at/aktuell/akademielehrgang_evl/modul3/Reformpaedagogen.doc

²⁵ vgl. www.wikipedia.org

²⁶ Bammer, S. 7

²⁷ vgl. Bammer, S. 7

²⁸ Konfuzius

Man behält:

„20 % von dem, was ich gesehen habe

30 % von dem, was ich gehört habe

50 % von dem, was ich gehört und gesehen habe

70 % von dem, worüber ich selbst gesprochen oder was ich anderen erklärt habe

90 % von dem, was ich selbst ausprobiert habe!“²⁹

Auch im Lehrplan der AHS (2004) finden sich Ansätze von „offenem Unterricht“:

- „Zur Vermittlung fundierten Wissens als zentraler Aufgabe der Schule sollen die Schülerinnen und Schüler im Sinne eines lebensbegleitenden Lernens zur selbstständigen, aktiven Aneignung, aber auch zu einer kritisch-prüfenden Auseinandersetzung mit dem verfügbaren Wissen befähigt und ermutigt werden.“³⁰
- „Im Sinne ihrer eigenständigen und verantwortlichen Unterrichts- und Erziehungsarbeit haben die Lehrerinnen und Lehrer vielfältige Zugänge zum Wissen zu eröffnen und auch selbst Informationen anzubieten.“³⁰
 - o „Erstellung von differenzierten Lernangeboten, die individuelle Zugänge und auch immer wieder neue Einstiege und Anreize bieten,
 - o Eingehen auf die individuell notwendige Arbeitszeit, auf unterschiedliche Lerntypen, Vorkenntnisse, Vorerfahrungen und kulturelles Umfeld,
 - o Berücksichtigung des unterschiedlichen Betreuungsbedarfs,
 - o Bewusstmachen der Stärken und Schwächen im persönlichen Begabungsprofil der Schülerinnen und Schüler, wobei bevorzugt an die Stärken anzuknüpfen ist,
 - o Entwicklung von Rückmeldeverfahren, ob die Schülerinnen und Schüler tatsächlich ihr individuelles Leistungspotenzial optimal entfalten,
 - o Herstellung eines individuell förderlichen Lernklimas und Vermeidung von Demotivation.“³⁰
- „Unterrichtsformen, durch die sich Differenzierung und Individualisierung verwirklichen lassen, reichen von Einzelarbeit über Partnerarbeit bis zu den zahlreichen Mög-

²⁹<http://tibs.at/nlk/allgem/03lernps.htm>

³⁰ http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11668/lp_ahs_neu_allg.pdf

lichkeiten der Gruppenarbeit. Dazu gehören auch Phasen des offenen Lernens und Wahlmöglichkeiten für die Schülerinnen und Schüler.“³¹

- „Im Unterricht ist durch das Schaffen einer entsprechenden Lernatmosphäre die selbsttätige und selbstständige Form des Lernens besonders zu fördern. Dafür bieten sich auch projektartige und offene Lernformen an.“³¹
- „Die Schülerinnen und Schüler sind in die Planung und Gestaltung, Kontrolle und Analyse ihrer Arbeitsprozesse und Arbeitsergebnisse in zunehmendem Maße aktiv einzubeziehen, damit sie schrittweise Verantwortung für die Entwicklung ihrer eigenen Kompetenzen übernehmen können.“³¹

Wie aus den oben genannten Punkten hervorgeht, wird bereits im Lehrplan darauf hingewiesen, „moderne Unterrichtsformen“ in den Unterricht einzubinden. Der/die LehrerIn soll darauf achten, verschiedene Lernangebote zu erstellen, und die SchülerInnen individuell zu fördern. Außerdem sollen verschiedene Sozialformen eingesetzt werden, und die SchülerInnen in die Unterrichtsplanung einbezogen werden.

2.5. Grundkonzept des Offenen Unterrichts

Zuerst muss gesagt werden, dass der Begriff „Offener Unterricht“ nicht eindeutig bestimmt ist³².

Dennoch finden sich überall in der Literatur ähnliche Grundsätze: die SchülerInnen sollen aktiv lernen, sie sollen das Recht zur Mitbestimmung haben, es wird in verschiedenen wechselnden Sozialformen gearbeitet und es gibt eine gewisse Bandbreite an Lernformen (Stationenbetrieb, projektorientiertes Lernen, ...).³³ Die SchülerInnen sind nicht mehr angehalten passiv zuzuhören und den Anweisungen des/der LehrerIn zu folgen, und dabei ruhig zu sitzen. Bei der Öffnung des Unterrichts haben die SchülerInnen die Möglichkeit aufzustehen. Sie können sich Lernmaterialien holen, allein, zu zweit oder in der Gruppe arbeiten und/oder eine Pause machen, wann sie es für geeignet halten.³⁴ Durch das Arbeiten in Gruppen wird die Teamfähigkeit gestärkt.

³¹ http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11668/lp_ahs_neu_allg.pdf

³² vgl. Jürgens, 1996, S. 40 f.

³³ vgl. Bammer, S. 9 f.

³⁴ vgl. Böhm 1990, S. 16

Ziel des offenen Unterrichts ist die individuelle Förderung der SchülerInnen.³⁵ Dazu gibt es verschiedene Lernmaterialien oder Aufgaben, aus denen die SchülerInnen wählen können, wie z.B. Arbeitsblätter, Spiele, Bastelarbeiten,

Des Weiteren sollen die Schüler durch „moderne Unterrichtsformen“ zur Selbstständigkeit erzogen werden. Sie dürfen bei der Wahl der Lerninhalte mitbestimmen und können sich die zu erledigenden Aufgaben selbst einteilen. Dadurch sollen die SchülerInnen zu ihrer eigenen Arbeitsweise geführt werden.³⁶

Ein wesentlicher Aspekt beim „offenen Lernen“ ist die Selbstkontrolle. Die SchülerInnen sollen nach Erledigung einer Aufgabe z.B. mittels eines Lösungsblattes selbst ihre Ergebnisse überprüfen.³⁵

Bei der Einführung in den „offenen Unterricht“ muss man als LehrerIn bedenken, dass einige SchülerInnen mit dieser Unterrichtsform nicht arbeiten können. Das sollte aber niemanden daran hindern, es trotzdem zu versuchen. Die SchülerInnen müssen sich nur langsam an die verschiedenen Arbeitsmethoden gewöhnen.

2.5.1. Wichtige Merkmale des Offenen Lernens

In der Literatur finden sich verschiedene Merkmale für offenen Unterricht. Folgende Kriterien machen offenes Lernen für JÜRGENS aus:

„1. Schülerverhalten:

- Eigenständigkeit hinsichtlich Entscheidungen über Arbeitsformen und Arbeitsmöglichkeiten, soziale Beziehungen, Kooperationsformen o.ä.,
- Selbst- bzw. Mitbestimmung bei der Auswahl von Unterrichtsinhalten, der Unterrichtsdurchführung und des Unterrichtsverlaufs,
- Selbstständigkeit in Planung, Auswahl und Durchführung von Aktivitäten.

2. Lehrerverhalten:

- Zulassung von Handlungsspielräumen und Förderung von (spontanen) Schüleraktivitäten,
- Preisgabe bzw. Relativierung des Planungsmonopols,
- Orientierung an den Interessen, Ansprüchen, Wünschen und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler.

³⁵ vgl. Van Dick 1991, S. 31

³⁶ vgl. Schweighofer 1993, S. 23

3. Methodisches Grundprinzip

- Entdeckendes, problemlösendes und handlungsorientiertes sowie selbstverantwortliches Lernen.

4. Lern-/Unterrichtsformen:

- Freie Arbeit
- Arbeit nach einem Wochenplan
- Projektunterricht“³⁷

Nach WALLRABENSTEIN sind folgende Kennzeichen markant für offenen Unterricht:

- **„Lernumwelt:** Die Klasse mit Werkstattcharakter, offene Lernflächen und Lernzonen, Lesecke, Karteienregale, Umweltregale, Forschertisch, Pflanzen, Spielecke, Klassendruckerei, Sammeltisch, Sammlungen, Bastelecke, Pinnwand, Fördermaterialien, Aquarium ...
- **Lernorganisation:** Freie Arbeit und flexible Tages-, Wochenpläne, Projekte, individuelle Zeiteinteilung, wenig Frontalphasen, Möglichkeiten zur Entwicklung spontaner Aktivitäten, Lernberatung, Morgenkreis, Abschlusskreis, Klassenrat, Berichte ...
- **Lernmethoden:** Vielfältige Formen entdeckenden, praktischen Lernens, Freiheit bei individueller Arbeit, freie Entscheidungen für Zusammenarbeit und gegenseitige Hilfe, Selbstkontrolle, Möglichkeiten für Experimente und sinnliche Erfahrungen mit Materialien, flexible Lerngruppen an unterschiedlichen Problemstellungen, Aufarbeitung von Erfahrungen im Kreis mit Lerndokumentationen und Berichten, gemeinsame Auswertung, kreative Lernmethoden ...
- **Lernatmosphäre:** Deutliche Akzeptanz der Kinder als Lerner mit individuellen Lernvoraussetzungen, Förderungsorientierung, Atmosphäre des Vertrauens und gegenseitiger Offenheit, klare Abmachungen (Regeln, Verträge), Beratung, Kinder verstehen sich als Gemeinschaft und finden Anerkennung und Unterstützung, keine Ausgrenzungen...
- **Lerntätigkeiten:** Kinder arbeiten praktisch, stellen etwas her, untersuchen, entscheiden über Inhalte, stimmen über gemeinsame Vorhaben ab, experimentieren, beschaffen sich Informationen, schreiben freie Texte, setzen, drucken, stellen interessante Dinge in der Klasse vor, erzählen, dokumentieren, besprechen Konflikte, entwickeln eigene Fragestellungen, erarbeiten Regeln, tanzen, spielen, diskutieren, rechnen, ma-

³⁷ Jürgens, 1996, S. 45 f.

chen Vorschläge, erfinden Spiele, sammeln und ordnen, pflegen Tiere, beobachten, malen, diktieren sich, stellen ein eigenes Buch zusammen,...

- **Lernergebnisse (sichtbar):** Geschichten, Gedichte, Wandzeitungen, Bilder, Spiele, Pläne, Tabellen und Übersichten, Ausstellungen, Sammlungen, Theaterstücke, Lieder, eigene Lernmittel, Karteien, Objekte, Gesprächsprotokolle, Berichte, eigene Sachbücher und Werkprodukte, Briefe ,...“³⁸

Die oben genannten Merkmale von JÜRGENS und WALLRABENSTEIN müssen nicht alle im Unterricht auftreten, sodass man von „offenem Lernen“ sprechen kann, aber umso mehr Kriterien erfüllt werden, desto „offener“ ist der Unterricht.³⁹

2.5.2. Die Lehrerrolle

Zuerst muss der/die Lehrerin Rahmenbedingungen schaffen, um „offenes Lernen“ zu ermöglichen. Dies beinhaltet das Erstellen und Bereitstellen von Unterrichtsmaterial, wozu man vorher entsprechend Raum/Platz machen muss, als auch die Einführung einer veränderten Lehrerrolle: der/die LehrerIn tritt beim „Offenen Unterricht“ in den Hintergrund und fungiert vorwiegend als Beobachter und Berater, er/sie schlüpft in die Rolle des Helfers.⁴⁰

Außerdem lässt der /die LehrerIn die SchülerInnen bei der Auswahl der Unterrichtsinhalte mitbestimmen, dadurch wird der Unterricht mehr an die Interessen und Fähigkeiten der SchülerInnen angepasst.⁴¹

Dadurch, dass die SchülerInnen selbstständig allein oder in Gruppen arbeiten, kann der/die LehrerIn durch den Klassenraum gehen und die SchülerInnen unterstützen, die Hilfe brauchen.⁴²

Allerdings steigt der Zeitaufwand des/der LehrerIn, denn die hauptsächliche Arbeit muss vor dem tatsächlichen Unterricht getan werden: Sammeln und Zusammenstellen von Materialien, Erstellen von Arbeitsblättern oder Lernspielen, usw.⁴³ Des Weiteren muss darauf geachtet werden, dass die SchülerInnen gewisse Verhaltensregeln einhalten (siehe Kapitel 2.6. Regeln für das Offene Lernen).

³⁸ Wallrabenstein, 1991, S. 61 f.

³⁹ vgl. Jürgens 1996, S. 47

⁴⁰ vgl. Bammer, S. 12

⁴¹ vgl. Jürgens, 1996, S. 54

⁴² vgl. Sattlberger 2001, S. 104

⁴³ vgl. Krüger 1991, S. 90

2.5.3. Die Schülerrolle

Die SchülerInnen müssen sich im „offenen Unterricht“ für das eigene Lernen verantworten. Sie haben die Möglichkeit, Unterrichtsinhalte mitzubestimmen und sich die Lernzeit frei einzuteilen.⁴⁴ Des Weiteren können sie aus dem Material wählen, sich selbst kontrollieren oder durch den Partner kontrollieren lassen. Auch beim Arbeiten können sie manchmal die Sozialform frei wählen (Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit). Sie steuern also ihren Lernprozess selbst.

Die SchülerInnen werden somit zur Selbstständigkeit und Teamfähigkeit erzogen. Sie sollen sich selbst einschätzen können und ihr eigenes Lerntempo finden. Ihnen obliegt auch die Verantwortung der Selbstkontrolle.⁴⁵

Im Folgenden möchte ich kurz die Vor- und Nachteile von „offenem Unterricht“ zusammenfassen:

2.5.4. Vorteile von „offenem Lernen“

- Jede/r SchülerIn kann in ihrem/seinem Tempo lernen.
- Durch die vielfältige Auswahl an Lernmaterial, werden die persönlichen Interessen der einzelnen SchülerInnen unterstützt. Jeder kann das lernen, worauf er/sie gerade „Lust“ hat.
- Durch die Auswahl am Lernmaterial, kann der/die LehrerIn verschiedene Schwierigkeitsstufen einbauen. Somit wird eine innere Differenzierung innerhalb der Klasse ermöglicht:
 - Optimale Förderung von hochbegabten Schülern.
 - Der/die LehrerIn kann auf leistungsschwächere Schüler individuell eingehen.⁴⁶

2.5.5. Nachteile von „offenem Lernen“

- Es beansprucht sehr viel Zeit, die Unterrichtsmaterialien für den „offenen Unterricht“ vorzubereiten und zu erstellen.
- In der Schule gibt es nur wenig Aufbewahrungsmöglichkeiten für die Unterrichtsmaterialien, da man als LehrerIn dort ständig den Klassenraum wechselt (es gibt nur wenige Ausnahmen).⁴⁷

⁴⁴ vgl. Jürgens 1996, S. 45

⁴⁵ vgl. Strouhal 1994, S. 19

⁴⁶ vgl. Bammer, S. 11

⁴⁷ vgl. Bammer, S. 21

- Durch das Läuten der Schulglocke werden SchülerInnen aus ihrer Arbeit „gerissen“ und müssen sie niederlegen.⁴⁸
- Offenes Lernen beansprucht mehr Unterrichtszeit, als Frontalunterricht.⁴⁹

2.6. Regeln für das Offene Lernen

Damit „Offenes Lernen“ funktionieren kann, sollte der/die LehrerIn mit den SchülerInnen ein paar Regeln zusammenstellen. Diese sollten dann im Klassenraum aufgehängt oder aufgeklebt werden, damit sie jeder sehen kann.

Im Folgenden sind solche Arbeits- und Verhaltensregeln nach BAMMER aufgelistet:

- „Wenn ich jemandem etwas sagen will, gehe ich bis auf 40 cm Entfernung heran und spreche dann leise und spreche nicht durch den Raum. Ich spreche so, dass nur ich und der Betroffene mich hören kann.“
- Wir nehmen aufeinander Rücksicht und sorgen für Ordnung auf unserem Arbeitsplatz. (...)
- Wenn ich eine Aufgabe nicht verstehe, lese ich die Aufgabe noch einmal sehr genau durch. Wenn ich sie dann noch immer nicht verstehe, frage ich ein anderes Kind. Erst wenn ich nicht mehr weiterweiß, frage ich den Lehrer.
- Arbeitsaufträge lese ich mir aufmerksam durch.
- Ich helfe meinen Mitschülern, wenn sie mich um Rat fragen. (...)
- Ich arbeite mit meiner Uhr, das heißt, ich versuche mindestens die Pflichtaufgaben zu erledigen.
- Ich bemühe mich, auch einmal bei einer Aufgabe mit einem Kind, das nicht mein Freund/meine Freundin ist, zusammenzuarbeiten. (...)
- Ich hole mir immer nur ein Materialset, bearbeite es und trage es dann so zurück, dass der Schüler nach mir auch damit arbeiten kann, d.h.: Kluppen, Steine, usw. lasse ich nicht so stecken, wie ich die Aufgabe gelöst habe, sondern lege sie in die dafür vorgesehene Schachtel zurück, Folien wische ich sorgfältig ab, usw. (...)
- Ich trage das Material immer auf den Platz zurück, an dem es aufbewahrt wird, zum Beispiel in den richtigen Hängeordner, Schachtel etc.

⁴⁸ vgl. Gössinger 1993, S. 159

⁴⁹ vgl. Schweifer, S. 50

- Wenn ich eine Arbeit (die ohne Selbstkontrolle versehen ist) mit einem Lösungsblatt oder einer Lösungsfolie vergleichen will, gehe ich zum Lehrertisch und vergleiche dort. Ich nehme die Lösung nicht mit zu meinem Arbeitsplatz.
- Fertige Arbeiten lasse ich vom Lehrer abzeichnen.
- Beginne ich eine Aufgabe, so bringe ich sie sorgfältig zu Ende, bevor ich mit einem neuen Punkt beginne.“⁵⁰

3. Umsetzung moderner Unterrichtsformen

In der Literatur finden sich verschiedene Unterrichtsmethoden:

- Wochenplanunterricht
- Freiarbeit
- Stationenbetrieb
- Werkstattunterricht
- Projektunterricht

Im Folgenden werden diese Unterrichtsformen genauer beschrieben.

3.1. Wochenplanunterricht

Der Wochenplanunterricht ist eine moderne Form der Unterrichtsgestaltung, in der die SchülerInnen gewisse Aufgaben eines so genannten Wochenplans selbstständig erledigen sollen. Der Wochenplan ist ein Aufgabenblatt, auf dem die zu erledigenden Übungen entweder als Pflicht-, Wahlpflicht- oder Wahlaufgaben gekennzeichnet sind, und wird jeweils zu Wochenbeginn mit den SchülerInnen besprochen.⁵¹

Die Aufgaben sind in beliebiger Reihenfolge zu bearbeiten. Die SchülerInnen dürfen teilweise selbst bestimmen, in welcher Sozialform und wie schnell sie ihre Übungen erledigen. Der/die LehrerIn fungiert als Berater und unterstützt die SchülerInnen bei eventuellen Fragen.⁵²

⁵⁰ Bammer, S. 15 f.

⁵¹ vgl. Hammerer 1994, S. 20 f.

⁵² vgl. Peschel, S. 13

Der/die LehrerIn kann individuelle Wochenpläne erstellen, sodass leistungsschwache SchülerInnen ihre Lerndefizite aufholen können, und hochbegabte SchülerInnen gefordert werden. Es ist also eine innere Differenzierung möglich.⁵³ Der Wochenplan bietet aber noch weitere Vorteile: die SchülerInnen werden in die Unterrichtsplanung miteinbezogen, und es besteht die Möglichkeit der Selbstkontrolle.⁵⁴

Es empfiehlt sich eine schrittweise Einführung des Wochenplans, beispielsweise durch einen Tagesplan.⁵⁴

Im Folgenden möchte ich ein Beispiel eines Wochenplans zum Thema „Geraden und Ebenen im Raum“ anführen:

Art der Aufgaben	Thema	Aufgabe	Sozialform	Fertig/Kontrolle
Pflichtaufgaben	Darstellung von Geraden und Ebenen im Raum	1) Parameterdarstellung einer Geraden: a)  S. 187 lesen b)  löse die Bsp. 12.01 a, 12.02 d 2) Parameterdarstellung einer Ebene: a)  S. 188/189 lesen b)  löse die Bsp. 12.06 c, 12.09 a 3) Normalvektordarstellung einer Ebene: a)  S. 190/191 lesen b)  löse die Bsp. 12.15 a, 12.18 b	☺ ☺☺ ☺ ☺☺ ☺ ☺☺	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
Wahlpflichtaufgaben	Gegenseitige Lage, Schnitt und Winkelmaß	4) ... von Geraden im Raum  löse die Bsp. 12.38 e, 12.39 a,f 5) ... von Gerade und Ebene  löse die Bsp. 12.41 c, 12.46 a, 12.48 b 6) ... zweier Ebenen  löse die Bsp. 12.50 b,c, 12.53 7) ... dreier Ebenen  löse die Bsp. 12.78 d,g, 12.79 f	☺ ☺ ☺ ☺	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
Wahlaufgaben	Grafische Darstellung	8) Zeichne eine Ebene deiner Wahl, und schneide sie mit einer Geraden. Welche Lösungsmöglichkeiten gibt es? (→ Zeichne alle Lösungsfälle)	☺☺	○ ○

⁵³ vgl. Fürweger, S. 25

⁵⁴ vgl. Bammer, S. 26 f.

Im obigen Beispiel müssen die Schüler alle Aufgaben zu „Darstellung von Geraden und Ebenen im Raum“ lösen, zum Thema „Gegenseitige Lage, Schnitt und Winkelmaß“ müssen sie nur zwei von vier Aufgabenbereichen erledigen. Welche das sind, dürfen die SchülerInnen selbst wählen. Die Wahlaufgaben sind für diejenigen gedacht, die schneller arbeiten.

Die Smileys zeigen an, ob die SchülerInnen allein oder zu zweit arbeiten dürfen. In der letzten Spalte können sie abhaken, welche Aufgaben sie bereits erledigt haben, und welche auch schon kontrolliert wurden, sei es durch Selbst-, Partner- oder Lehrerkontrolle.

3.2. Freiarbeit

Freiarbeit ist eine besonders offene Unterrichtsform, die nur durch Lehrziele, Zeit, Raum und teilweise vorgegebenes Material beschränkt ist. Die SchülerInnen haben bei den Inhalten Mitbestimmungsrecht und sind relativ frei bei der Wahl der Sozialform und des Materials. Deshalb kann auf individuelles Lerntempo Rücksicht genommen werden.⁵⁵ Der/die LehrerIn nimmt auch hier keine leitende Rolle ein, sondern steht für etwaige Fragen zur Verfügung und kann den Lernprozess der SchülerInnen beobachten.

Bei der freien Arbeit wird der Schüler „zur Kreativität angeregt. Er kann seine individuellen Möglichkeiten und Grenzen entdecken, seine Neigungen erproben, weiterentwickeln und neue Interessen gewinnen.“⁵⁶

In ihrer Diplomarbeit listet BAMMER die Freiheiten von Freiarbeit nach Maria Montessori auf:

- „Freie Wahl des Themas bzw. ‚freie Wahl der Arbeit‘
- Freie Wahl hinsichtlich des Materials
- Freie Wahl der Sozialform (...)
- Freie Wahl des Arbeitstempos (...)
- Bewegungsfreiheit (...)
- Beschäftigungsfreiheit (...)
- Gestaltungsfreiheit (...)

⁵⁵ vgl. Krüger 1991, S. 51

⁵⁶ Krause-Hotopp 1996, S. 21

- Freiheit der Art gegenseitige Hilfestellung“⁵⁷

In der Praxis hat sich erwiesen, dass es einfacher ist, zuerst den Wochenplan im Unterricht einzuführen, und erst dann mit der Freiarbeit zu beginnen.

3.3. Stationenbetrieb

In der Literatur finden sich auch die Begriffe Lernzirkel, Lernstraße, Stationenlernen und Zirkelkabinett.

Der Stationenbetrieb kommt aus dem Sportbereich. Das sogenannte Zirkeltraining ist so aufgebaut, dass es mehrere Stationen gibt, die unterschiedliche Übungen beinhalten. Der/die SportlerIn führt dann die einzelnen Trainingseinheiten der Reihe nach durch.⁵⁸ Beim „offenen Lernen“ wird eine ähnliche Strategie angewandt: Es werden ebenfalls „Stationen“ in der Klasse aufgebaut, die unterschiedliches Material beinhalten.

Es gibt zwei Arten, wie diese Lernstationen aufgebaut werden können: Entweder können die SchülerInnen die zu lösenden Aufgaben direkt an der Station erledigen, oder sie müssen sich das Material an ihren Platz mitnehmen und haben dort die Möglichkeit den Arbeitsanweisungen zu folgen.⁵⁹ Hat der/die SchülerIn eine Station erledigt, wechselt er/sie zur nächsten.

Damit Stationenbetrieb möglich wird, muss zuerst ein Arbeitsplan verfasst werden. Auf diesem werden die einzelnen Stationen aufgelistet, um welche Aufgaben es sich handelt und welchen Charakter diese haben (Wahl-, Pflicht- oder Wahlpflichtaufgaben). Des Weiteren werden die Sozialform und die Art der Kontrolle angegeben.⁶⁰ Zum Schluss gibt es noch eine Spalte, in der die SchülerInnen eintragen können, welche Aufgaben sie bereits erledigt haben.

Die Unterrichtsmaterialien und die einzelnen Lernstationen sollen so aufgebaut sein, dass leistungsschwache SchülerInnen gefördert, hochbegabte hingegen gefordert werden.⁶¹

„Der Stationenbetrieb gewinnt bei den Lehrern immer mehr an Beliebtheit, da er aufgrund seiner einfachen Struktur, der vielseitigen Verwendbarkeit und der klaren Orientierung an

⁵⁷ Bammer, S. 29

⁵⁸ vgl. Bauer, 1997, S. 58

⁵⁹ vgl. Fürweger, S. 28

⁶⁰ vgl. Schweifer, S. 6

⁶¹ vgl. Bammer S. 32

reformpädagogischen Prinzipien als vermittelnde Position zwischen stärker geschlossenem und eher offenem Unterricht zu suchen ist." ⁶²

3.4. Werkstattunterricht

BAMMER hat in ihrer Diplomarbeit den Werkstattunterricht wie folgt definiert:

„Der Begriff ‚Werkstatt‘ soll an die Arbeit in einer Werkstatt erinnern: Hier wird gearbeitet und zwar gleichzeitig an verschiedenen Aufträgen, zum Teil alleine, zum Teil in Gruppen und meistens ohne den „Meister“. Als grundsätzlich methodische Prinzipien einer Werkstatt gelten entdeckendes, handlungsorientiertes und ganzheitliches Lernen.“⁶³

Die Idee geht auf Cèlestin Freinet zurück, der der Meinung war, dass die SchülerInnen „natürlich lernen“. Der/die LehrerIn sollte vor dem Werkstattunterricht die notwendigen Materialien vorbereiten und Wochenpläne erstellen. Wichtig bei der Werkstattarbeit ist, dass zahlreiches und vielfältiges Lernmaterial zur Verfügung gestellt wird. Das beinhaltet Arbeitsblätter, als auch Bastelarbeiten, sowie Spiele. Der /die Lehrerin soll nur mehr als Berater fungieren.⁶⁴

Auch bei dieser Art des „offenen Unterrichts“ wird auf Individualisierung und Differenzierung Wert gelegt.

Weiters werden folgende Fähigkeiten der SchülerInnen verbessert und gefördert:

- „Selbstständigkeit und Selbstverantwortlichkeit“ ⁶³
- „Kooperation und gegenseitige Verantwortung“ ⁶³
- „Freie Entfaltung der Persönlichkeit“ ⁶³
- „Kritische Auseinandersetzung mit der Umwelt“ ⁶³

Damit die Materialien nicht beschädigt werden oder abhanden kommen, kann man als LehrerIn das sogenannte „Chefprinzip“ im Werkstattunterricht einführen: Jede/r SchülerIn ist „Chef“ eines bestimmten Materials. Diese/r soll den anderen bei Fragen zur Seite stehen und darauf achten, dass sich das Lernangebot nach dem Werkstattunterricht wieder im alten Zu-

⁶² Schweifer, S. 57

⁶³ Bammer, S. 35

⁶⁴ vgl. Bammer, S. 35 f.

stand befindet. Des Weiteren ist diese/r SchülerIn für die Kontrolle der Aufgaben in seinem/ihrem Bereich zuständig.⁶⁵

3.5. Projektarbeit

Projekte werden in der heutigen Zeit immer wichtiger. Auch in der Wirtschaft wird oft projektorientiert gearbeitet. Deshalb sollten zumindest SchülerInnen der Oberstufe mit der Projektarbeit vertraut gemacht werden. Diese Projekte können klassenintern von Schülergruppen geplant und durchgeführt werden, es besteht aber auch die Möglichkeit einer Kooperation mit anderen Klassen, Lehrern, Eltern oder Schulen.

BÖNSCH teilt die Projektarbeit in vier Phasen ein:

- „Projektinitiative“⁶⁶: Es gibt verschiedene Möglichkeiten zu Projektideen zu kommen. Entweder wird von dem/der LehrerIn ein Thema bestimmt, oder die SchülerInnen wählen eines nach ihren Interessen aus. Es kann auch ein aktuelles Problem untersucht werden.
- „Projektplan“⁶⁶: In dieser Phase wird die Umsetzung des Projekts geplant, und klar gestellt, welche Erwartungen an das Projekt gestellt werden.
- „Projektarbeit“⁶⁶: Hier wird das Projekt umgesetzt. Die betroffenen Personen treffen sich regelmäßig und tauschen sich aus, ob das Projekt planmäßig verläuft.
- „Projektergebnis“⁶⁶: Nach Beendigung des Projekts, wird das Ergebnis präsentiert.

Ein Vorteil der Projektarbeit ist, dass die SchülerInnen aktuelle Themen bearbeiten, zu denen sie Bezug haben. Der Sinn des Lernens dieser Materie wird dadurch klar gemacht. Da die SchülerInnen meistens länger an einem Projekt arbeiten, setzt dies eine intensive Auseinandersetzung mit dem Thema voraus.⁶⁷

3.6. Mögliche Probleme bei der Öffnung des Unterrichts

Da noch nicht sehr viele LehrerInnen „moderne Unterrichtsformen“ in ihren Unterricht einbinden, müssen viele SchülerInnen erst an diese neuen Arbeitsmethoden gewöhnt werden.

⁶⁵ vgl. Bammer, S. 36

⁶⁶ Bönsch, 1995, S. 148

⁶⁷ vgl. Peterssen 1997, S. 126

Manche SchülerInnen interpretieren diese Freiheiten beim Lernen falsch. Sie unterhalten sich, machen die Aufgaben nur sehr langsam bis gar nicht, schreiben die Lösungen direkt vom Lösungsblatt ohne selbst über die Aufgabenstellungen nachgedacht zu haben, oder sie machen einfach gar nichts.

Das bedeutet, die SchülerInnen müssen langsam zu den Arbeitsweisen geführt werden. Sie müssen eigenverantwortlich lernen. Auch das muss erst gelernt werden.

In ihrer Diplomarbeit hat ANGERER Hypothesen von möglichen Problemen im Unterricht aufgestellt und diese anhand einer empirischen Untersuchung bestätigt. Hier die Zusammenfassung der Ergebnisse:

- „Offener Unterricht lässt sich kaum in 50-Minuten-Einheiten realisieren
- Abtrennbare Spiel-, Lese- und Arbeitsecken, Material- und Medienangebote, variable Sitzgelegenheiten,... wären wünschenswert, sind aber nicht immer realisierbar
- Vielfältige, verschiedene Lerntypen ansprechende Arbeitsmaterialien, die auch einen eigenständigen Wissenserwerb ermöglichen, müssen angeboten werden
- Die Bereitstellung solcher Lernmaterialien bedeutet einen enormen Zeit- und Arbeitsaufwand für den Lehrer
- Eine bessere Kooperation innerhalb des Lehrerkollegiums wäre von Vorteil
- Sowohl Lehrer als auch Schüler müssen sich erst an ihre neuen Aufgaben gewöhnen
- Viele Schüler werden anfangs sicherlich Probleme mit der freien Zeiteinteilung bzw. der Eigenverantwortlichkeit haben
- Der Lehrer muss lernen, „nur“ Helfer und Beobachter zu sein, die individuellen Schwierigkeiten bzw. Begabungen der Schüler zu erkennen und diese dementsprechend zu fördern.
- In offenen Lernformen kann nicht so viel Unterrichtsstoff durchgenommen werden wie im Frontalunterricht, da die Schüler zum selbstständigen Erarbeiten des Stoffes mehr Zeit brauchen, als wenn er vom Lehrer vorgetragen wird. Außerdem muss das individuelle Lerntempo der Schüler berücksichtigt werden, wobei sich die für ein Thema vorgesehene Lernzeit nach dem langsamsten Schüler richten muss.“⁶⁸

⁶⁸ Angerer, S. 33 f.

3.7. Moderne Unterrichtsmethoden im Mathematikunterricht

In der Praxis zeigt sich, dass offene Lernformen in vielen Fächern bereits angewendet werden. Im Mathematikunterricht wird allerdings noch immer frontal unterrichtet. Eingesetzt wird hierbei nur das fragende-entwickelnde Unterrichtsgespräch.

Im Mathematikunterricht trägt der/die LehrerIn neuen Stoff vor, Beispiele werden an der Tafel vorgerechnet, und zur Hausübung bekommen die SchülerInnen dann schematisch ähnliche Aufgaben zu lösen.⁶⁹

Ein Grund, warum LehrerInnen den „offenen Unterrichts“ in der Mathematik bisher vermieden haben, ist das Zeitproblem. Moderne Unterrichtsmethoden benötigen viel Zeit in der Vorbereitung der Materialien, aber auch den SchülerInnen muss genügend Freiraum beim Bearbeiten dieses Lernangebots bleiben. Dabei ist es gerade in der Mathematik schon schwer, den Unterrichtsstoff im Frontalunterricht durchzubringen.

Wenn man sich allerdings den Lehrplan genauer ansieht, merkt man, dass jedem/r LehrerIn gewisse Spielräume geboten werden. Wie intensiv man gewisse Themen im Unterricht behandelt, obliegt allein dem/der LehrerIn.

Dabei sollte man bedenken:

„1. Was Schüler sich selbst erarbeitet haben, verstehen sie in der Regel auch besser.

2. Was Schüler selbst ausprobiert und getan haben, merken sie sich besser.“⁷⁰

Man darf aber nicht vergessen, dass nur „offener Unterricht“ auch nicht zielführend ist. Neue komplizierte Inhalte sollten in der Mathematik von dem/der LehrerIn vorgetragen werden. Außerdem ist es eine willkommene Abwechslung, sich manchmal „berieseln“ zu lassen.

„In einem Unterricht, der Schülern zu ihrer individuell größtmöglichen Bildung verhelfen will, muss stets der Lehrer entscheiden, welches Lernen bei welcher Lernaufgabe angemessen ist, welche Didaktik in sein Unterrichtsganzes passt, wo und wann offenes Lernen, freie Arbeit, ein Gespräch, kooperatives Handeln, Projektunterricht angebracht sein kann – wo aber vor allem methodisch diszipliniertes Denken zu lernen ist, wo nicht jede Behauptung schon

⁶⁹ vgl. Awecker 1990, S. 32

⁷⁰ Fürweger, S. 54

ein gerechtfertigtes Argument ist, wo Lernen eine argumentative Auseinandersetzung bleibt.“⁷¹

4. Das Unterrichtsmaterial im Mathematikunterricht

Damit „offener“ Unterricht möglich wird, muss man eine Vielfalt an Materialien erstellen, um den SchülerInnen eine große Auswahl bieten zu können. Es ist jedoch sehr zeitintensiv sie zu sammeln oder zu erstellen. Daher sind manche LehrerInnen nicht gewillt, ihre Zeit dafür zu opfern.

Wenn man sich als LehrerIn dazu entschließt, moderne Unterrichtsformen einzusetzen, muss man bei der Erstellung von Materialien einiges beachten:

- Es soll die SchülerInnen individuell fordern bzw. fördern.
- Es sollten möglichst viele Lerntypen angesprochen werden.
- Es soll die Interessen der SchülerInnen ansprechen.⁷²

Wichtig ist auch, dass ersichtlich ist, in welcher Sozialform die Kinder arbeiten dürfen. Weiters ist eine Arbeitsanleitung unerlässlich, wenn man Lernspiele erstellt, da die SchülerInnen selbstständig arbeiten sollen. Somit sollten alle Materialien selbsterklärend sein.

Ein weiterer Aspekt, der zu beachten ist, ist die Selbstkontrolle. Den SchülerInnen soll die Möglichkeit geboten werden, ihre Arbeitsschritte und Lösungen selbst zu kontrollieren. Dadurch soll die Eigenständigkeit jedes einzelnen gefördert werden.

Es empfiehlt sich, Materialien in unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden anzubieten, damit schwächere SchülerInnen nicht überfordert und leistungsstarke SchülerInnen nicht unterfordert werden.

Des Weiteren sollte das Unterrichtsmaterial so zusammengestellt werden, dass die SchülerInnen motiviert werden. Dazu ist es notwendig, verschiedene Arten von Materialien bereit zu stellen. Hier ein paar Ideen, die im Unterricht eingesetzt werden können, und die ich unter anderem im Anschluss bei meinem Unterrichtsmaterial verwendet habe. Es gäbe zwar noch viel mehr Arten, wie man Material erstellen kann, aber alle zu nennen, würde den Rahmen

⁷¹ Allabauer 1994, S. 125

⁷² vgl. Bammer, S. 40

meiner Diplomarbeit sprengen. Wichtig ist, dass die SchülerInnen Spaß am Arbeiten damit haben:

- **Herkömmliche Arbeitsblätter**
- **Rote Folie:** Hierbei ist ein Arbeitsblatt in eine rote Folie gesteckt, wobei sich die Lösungen bereits in roter Schriftfarbe auf dem Papier befinden. Durch die rote Folie ist dies jedoch nicht ersichtlich. Die SchülerInnen sollen dann mit einem wasserlöslichen Stift auf der Folie schreiben. Zur Kontrolle ziehen sie dann das Arbeitsblatt aus der Folie und können die rot geschriebenen Lösungen mit den ihren vergleichen.
- **Kluppspiele:** Es gibt Karten mit jeweils einer Aufgabenstellung und unterschiedlichen Antwortmöglichkeiten. Die SchülerInnen sollen eine Kluppe an der richtigen Stelle befestigen. Zur Kontrolle brauchen sie nur das Aufgabenkärtchen umdrehen, da auf der Rückseite ein Punkt an der richtigen Stelle zu sehen ist.
- **Drehscheibe/Lernscheibe:** Die SchülerInnen drehen die Scheibe willkürlich, bis sie ein Beispiel gefunden haben, das sie dann lösen sollen.
- **Brettspiele:** Brettspiele sind vielseitig einsetzbar. Eine Spielanleitung ist, wie bereits erwähnt, unerlässlich.
- **Kartenspiele:** Kartenspiele sind ebenfalls für viele Themen geeignet. Varianten sind z.B. Schnapsen oder „Schwarzer Peter“.
- **Puzzle:** Ein Arbeitsblatt wurde zerschnitten und ist nun wieder richtig zu ordnen.
- **Laufdiktat:** Ein Text wurde z.B. an die Tafel geklebt. Die SchülerInnen müssen nun zur Tafel gehen, den Text lesen und merken. Dann müssen sie zu ihrem Platz zurück und niederschreiben, was sie sich gemerkt haben. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis der gesamte Text in das Heft des/r jeweiligen SchülerIne übertragen wurde.
- **Dosendiktat:** Das Dosendiktat ist dem Laufdiktat ähnlich, nur wird hier der Text in kleine Streifen zerschnitten und in eine Dose geworfen. Der/die SchülerIn muss die Streifen in die richtige Reihenfolge bringen und dann den ersten Streifen lernen, in die Dose werden und auswendig niederschreiben, usw.

Im Folgenden sind die Materialien aufgelistet, die ich zu den jeweiligen Themengebieten erstellt habe.

4.1. Gleichungen und Ungleichungen

Bei diesem Thema habe ich mich für den Stationenbetrieb entschieden, da es sehr viele Freiheiten lässt, was den zeitlichen Ablauf der Aufgaben betrifft. Ich habe mich hierbei an den Lehrplan der Oberstufe in einer AHS gehalten:

„Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme

- Arbeiten mit einfachen Ungleichungen (Abschätzungen, Umformungen, Fallunterscheidungen)
- Lösen von linearen Gleichungssystemen mit drei Gleichungen in drei Variablen⁷³

Begonnen habe ich mit einer Wiederholung der Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme mit zwei Gleichungen in zwei Variablen. Dann werden Ungleichungen behandelt und zum Schluss gehe ich auf lineare Gleichungssysteme mit drei Gleichungen in drei Variablen ein.

Die Art der Materialien habe ich teilweise von ACDCA 2003

(<http://www.bildungsservice.at/nlk/>) übernommen. Für die Beispiele habe ich folgende Lehrbücher verwendet:

- Lehrbuch der Mathematik 5 (Reichel, Müller, Laub; öbv & hpt Wien, 4. Auflage, 1999)
- Mathematik 1 (Schalk, Steiner, Reniets Verlag GmbH, 3. Auflage, 1999)
- Mathematik verstehen 6 (Malle, Ramharter, Ulovec, Kendl; öbv & hpt Wien, 1. Auflage, 2005)

Wenn ich im Folgenden noch weitere Quellen verwendet habe, habe ich diese an der entsprechenden Stelle angeführt.

⁷³ http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf

Arbeitsplan

Gleichungen,
Ungleichungen,
Gleichungssysteme

STATION	ARBEITS-FORM	SOZIAL-FORM	AUFGABENSTELLUNG	PFLICHT/WAHL	KONTROLLART
Nr. 1 Gleichungen - Wiederholung	 		Lege die ausgeschnittenen Puzzle-Teile richtig zusammen! Du erhältst dadurch das Arbeitsblatt für diese Station.	Pflicht	Selbstkontrolle (Kontrollblatt)
Nr. 2 Gleichungen – Welche Methode?	 	 	Überprüfe deine Kenntnisse! Lies die Spielregeln genau durch!	Wahl	Selbstkontrolle
Nr. 3 Gleichungen – Lernscheibe	 		① Nimm die Lernscheibe und drehe die Aufgabenscheibe zu einem Beispiel! ② Anschließend drehe die Verfahrensscheibe, um dir ein Lösungsverfahren auszusuchen! ③ Löse das von dir gewählte Beispiel und schreibe es in dein Heft. ④ Wiederhole das Verfahren 2 x!	Wahl	Selbstkontrolle
Nr. 4 Ungleichungen – Einführung			Lies dir das Arbeitsblatt durch!	Pflicht	Keine Kontrolle notwendig!
Nr. 5 Ungleichungen – Trivial Pursuit	  	 	Ziehe aus dem Kasten eine Aufgabenkarte und berechne die Lösungsmenge. Dein Partner überprüft die Richtigkeit auf der Rückseite. Danach ziehe die nächste Karte und verfahre wie beim ersten Mal. Stoppe die Zeit, wenn du vier richtige Aufgaben gelöst hast und trage deine Zeit in die Klassenliste ein.	Wahl/Pflicht (mit Station 8)	Partnerkontrolle
Nr. 6 Systeme linearer Ungleichungen	  		Lies dir die Arbeitsanleitungen auf den Arbeitsblättern in der roten Folie durch und fülle mit einem wasserlöslichen Stift die entsprechenden Stellen aus. Anschließend ziehe das jeweilige Arbeitsblatt aus der Folie und kontrolliere deine Antworten.	Pflicht	Selbstkontrolle (Kontrollblatt)

Zeichenerklärung:
 schreiben
 basteln - Klebstoff

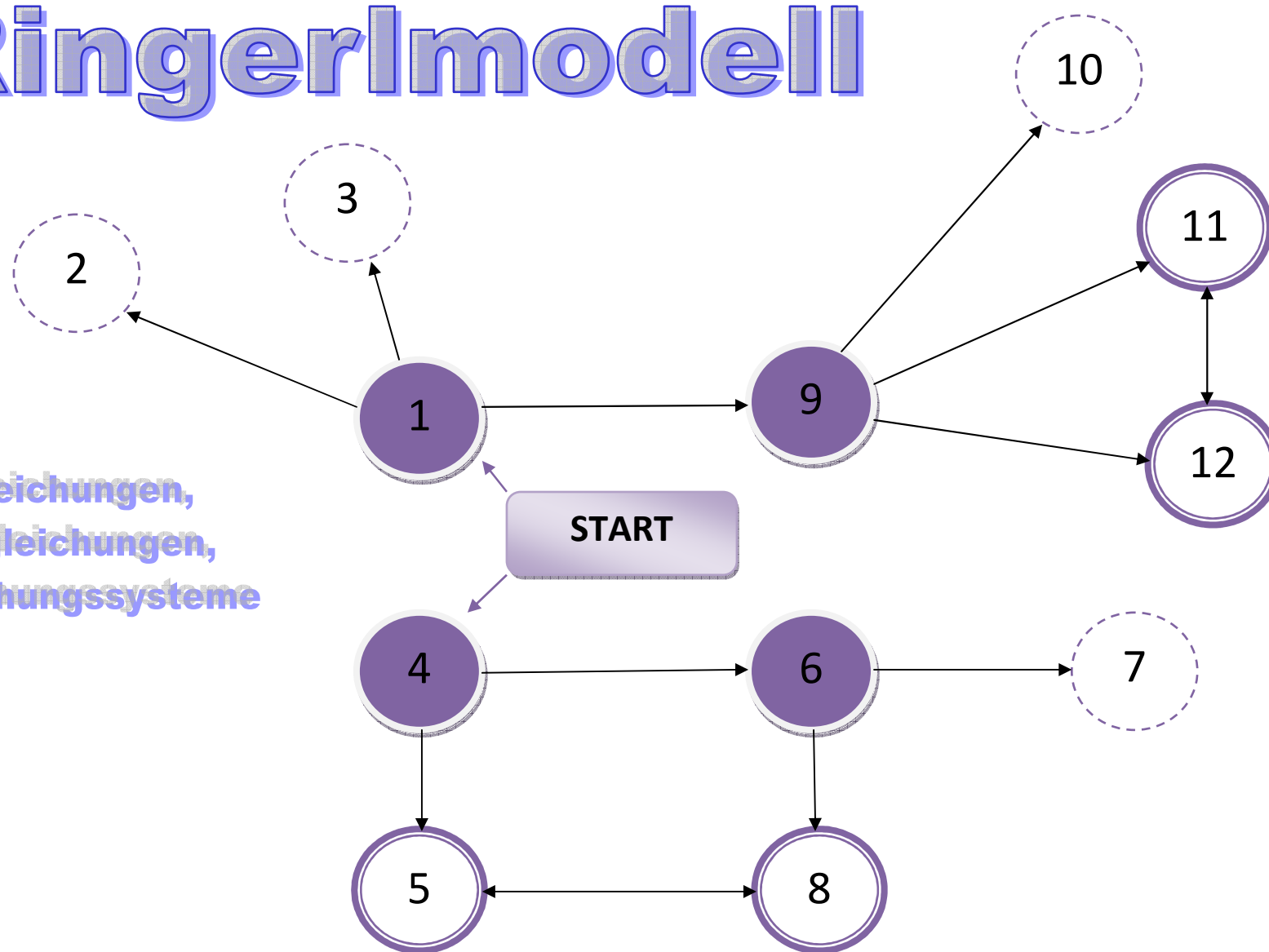
 lesen
 Bewegung
  Dreieck/usw. wird benötigt

 Spiel
 Walkman
 Nicht am Beginn machen – Bedarf ein Vorwissen

Nr. 7 Ungleichungen – Mensch ärgere dich nicht	  	   	Lies die Anleitung durch und spiele! Zum Rechnen verwende dein Schul- übungsheft.	Wahl	Partnerkontrolle
Nr. 8 Ungleichungen – Hör genau!	   		Nimm den Ball und schieße auf die 6 Dosen. Fallen 1 oder 2 Dosen um, so wähle dir 5 Tracks aus! Fallen 3 oder 4 Dosen um, so wähle dir 4 Tracks aus! Fallen 5 oder 6 Dosen um, so wähle dir 3 Tracks aus! Hör dir die Problemstellung jedes Audiotitels genau an (mach dir beim Abhören Notizen) und übersetze das Problem in eine Ungleichung, schreibe es ins Heft und löse es anschließend! Nachdem du mit allen Tracks fertig bist, hole dir den Kontrollzettel und vergleiche!	Wahl/Pflicht (mit Station 5)	Selbstkontrolle (Kontrollblatt)
Nr. 9 Lineare Gleichungs- systeme	 		Lies dir die Arbeitsanleitung am Arbeitsblatt durch und fülle aus.	Pflicht	Lehrerkontrolle
Nr. 10 Gleichungssysteme - Unendlich, leer oder Lösung?	 	 	Entscheide ohne zu rechnen und fülle das Arbeitsblatt mit einem wasser- löslichen Stift aus. Lösche nach der Kontrolle mit dem Lösungsblatt deine Eintragungen wieder weg!	Wahl	Partnerkontrolle (Kontrollblatt)
Nr. 11 Gleichungs- systeme - Dosenschießen	   		Nimm den Ball und schieße auf die 6 Dosen. Jeder Dosennummer ent- spricht eine Nummer auf den daneben liegenden Aufgabenkarten. Nimm nun die Aufgabenkarten mit den Nummern jener Dosen, die nicht umge- fallen sind. Sollten alle Dosen umfallen, so suche dir trotzdem ein Beispiel aus. Stelle dann die Dosen wieder genauso auf, wie du sie vorgefunden hast. Lies jede Aufgabenstellung genau durch, stelle ein Gleichungssys- tem auf und löse dieses im Heft. Wenn du mit allen Aufgaben fertig bist, hole den Kontrollzettel und vergleiche deine Ansätze und Lösungen.	Wahl/Pflicht (mit Station 12)	Selbstkontrolle (Kontrollzettel)
Nr. 12 Gleichungssysteme Würfeln	 		In der Mappe befinden sich 6 Arbeitsblätter. Würfle einmal. Die Augen- zahl sagt dir, welches Arbeitsblatt du zu behandeln hast. Löse im Heft!	Wahl/Pflicht (mit Station 11)	Lehrerkontrolle

Ringerlmodell

Gleichungen,
Ungleichungen,
Gleichungssysteme



Station 1 - Wiederholung

Definition: Eine Gleichung der Bauart

$$ax + by = c, \text{ wobei } a, b, c \in \mathbb{R}, a \text{ und } b \neq 0$$

heißt **lineare Gleichung** mit zwei Variablen x und y .



Im Fall $c = 0$ heißt die Gleichung

homogen.

Im Fall $c \neq 0$ heißt die Gleichung

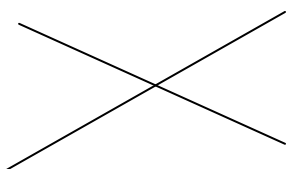
inhomogen.

Grafische Lösungsfälle linearer Gleichungssysteme mit 2 Variablen:

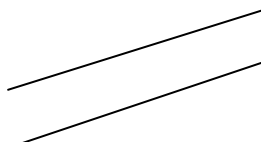
eindeutig lösbar
einelementige Lösungsmenge

unlösbar
leere Lösungsmenge

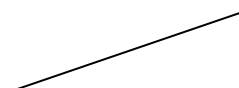
mehrdeutig lösbar
unendliche Lösungsmenge



Die beiden Funktionen schneiden sich.



Die beiden Funktionen sind parallel.



Die beiden Funktionen sind identisch.

Algebraisches Lösen von linearen Gleichungssystemen mit 2 Gleichungen und 2 Variablen:

Gleichsetzungsverfahren
(Komparationsverfahren)

$$\text{I: } 4x + 2y = 24$$

$$\text{II: } -7x + y = -33$$

$$\text{I': } y = -2x + 12$$

$$\text{II': } y = 7x - 33$$

$$-2x + 12 = 7x - 33$$

$$x = 5$$

$$\rightarrow y = 2$$

Einsetzungsverfahren
(Substitutionsverfahren)

$$\text{I: } 4x + 2y = 24$$

$$\text{II: } -7x + y = -33$$

$$\text{I: } 4x + 2y = 24$$

$$\text{II': } y = 7x - 33$$

$$4x + 2(7x - 33) = 24$$

$$x = 5$$

$$\rightarrow y = 2$$

Additionsverfahren
(GAUSS'sches Eliminationsverfahren)

$$\text{I: } 4x + 2y = 24$$

$$\text{II: } -7x + y = -33 \quad |(-2)$$

$$\text{I: } 4x + 2y = 24$$

$$\text{II': } 14x - 2y = -66$$

$$18x = 90$$

$$x = 5$$

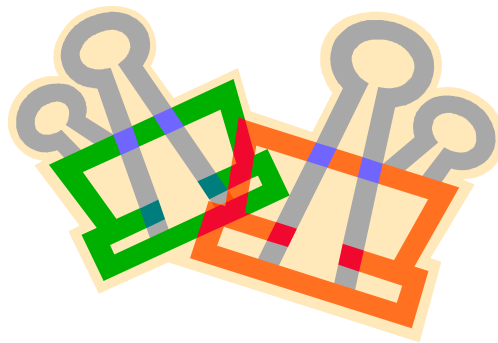
$$\rightarrow y = 2$$



Station 2 - Welche Methode?

Kluppenspiel

Du findest auf jedem Aufgabenkärtchen rechts ein Gleichungssystem und jeweils links davon die drei Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aus Station 1. Du sollst nun eine Kluppe bei jenem Lösungsverfahren befestigen, welches am besten zur Lösung des angegebenen Gleichungssystems geeignet ist. Du kannst deine Antwort dann kontrollieren, in dem du das Aufgabenkärtchen wendest. Auf der Rückseite ist die richtige Antwort markiert.



Spielregeln

Gespielt wird zu zweit. Hast du eine Frage richtig beantwortet, bekommst du einen Punkt. Dann ist dein/e PartnerIn an der Reihe und darf die nächste Frage beantworten.

Falls du die Antwort nicht weißt, wird die Aufgabenstellung an den/die andere/n abgegeben und er/sie darf antworten. Wenn die Lösung richtig ist, bekommt er/sie dann den Punkt und darf auch noch das nächste Aufgabenkärtchen bearbeiten.

Falls ihr beide die Antwort nicht wisst bzw. falsch geantwortet habt, wird das Kärtchen beiseite gelegt.

Gewonnen hat derjenige/diejenige mit der höchsten Punkteanzahl.

Viel Spaß beim Spielen! ☺



Lineare Gleichungssysteme 01	
☐ Gleichsetzungsverfahren ☐ Einsetzungsverfahren ☐ Additionsverfahren	Welches Verfahren eignet sich am besten für das folgende Gleichungssystem? $\begin{aligned}y &= 53 - 8x \\ 15x - 8y &= 50\end{aligned}$

Lineare Gleichungssysteme 02	
☐ Gleichsetzungsverfahren ☐ Einsetzungsverfahren ☐ Additionsverfahren	Welches Verfahren eignet sich am besten für das folgende Gleichungssystem? $\begin{aligned}2x + 3y &= -6 \\ x - 3y &= 51\end{aligned}$

Lineare Gleichungssysteme 03	
☐ Gleichsetzungsverfahren ☐ Einsetzungsverfahren ☐ Additionsverfahren	Welches Verfahren eignet sich am besten für das folgende Gleichungssystem? $\begin{aligned}7x + 9y &= 73 \\ x &= 2y + 17\end{aligned}$

Lineare Gleichungssysteme 04	
☐ Gleichsetzungsverfahren ☐ Einsetzungsverfahren ☐ Additionsverfahren	Welches Verfahren eignet sich am besten für das folgende Gleichungssystem? $y = 17 + 2x$ $y = 3x + 24$

Lineare Gleichungssysteme 05	
☐ Gleichsetzungsverfahren ☐ Einsetzungsverfahren ☐ Additionsverfahren	Welches Verfahren eignet sich am besten für das folgende Gleichungssystem? $3x + 7y = -3$ $9x - 14y = -114$

Lineare Gleichungssysteme 06	
☐ Gleichsetzungsverfahren ☐ Einsetzungsverfahren ☐ Additionsverfahren	Welches Verfahren eignet sich am besten für das folgende Gleichungssystem? $y = 53 - 8x$ $15x - 8y = 50$

Lineare Gleichungssysteme 07	
☐ Gleichsetzungsverfahren ☐ Einsetzungsverfahren ☐ Additionsverfahren	Welches Verfahren eignet sich am besten für das folgende Gleichungssystem? $\begin{aligned}x/3 - y/2 &= 1 \\ y &= 13 - x\end{aligned}$

Lineare Gleichungssysteme 08	
☐ Gleichsetzungsverfahren ☐ Einsetzungsverfahren ☐ Additionsverfahren	Welches Verfahren eignet sich am besten für das folgende Gleichungssystem? $\begin{aligned}x &= 5y - 4 \\ 6x - 3y &= 3\end{aligned}$

Lineare Gleichungssysteme 09	
☐ Gleichsetzungsverfahren ☐ Einsetzungsverfahren ☐ Additionsverfahren	Welches Verfahren eignet sich am besten für das folgende Gleichungssystem? $\begin{aligned}11x + 5y &= 149 \\ 7x + 10y &= 13\end{aligned}$

Lineare Gleichungssysteme 10	
☐ Gleichsetzungsverfahren ☐ Einsetzungsverfahren ☐ Additionsverfahren	Welches Verfahren eignet sich am besten für das folgende Gleichungssystem? $\begin{aligned}3y &= 2x \\ 3y &= -x + 9\end{aligned}$

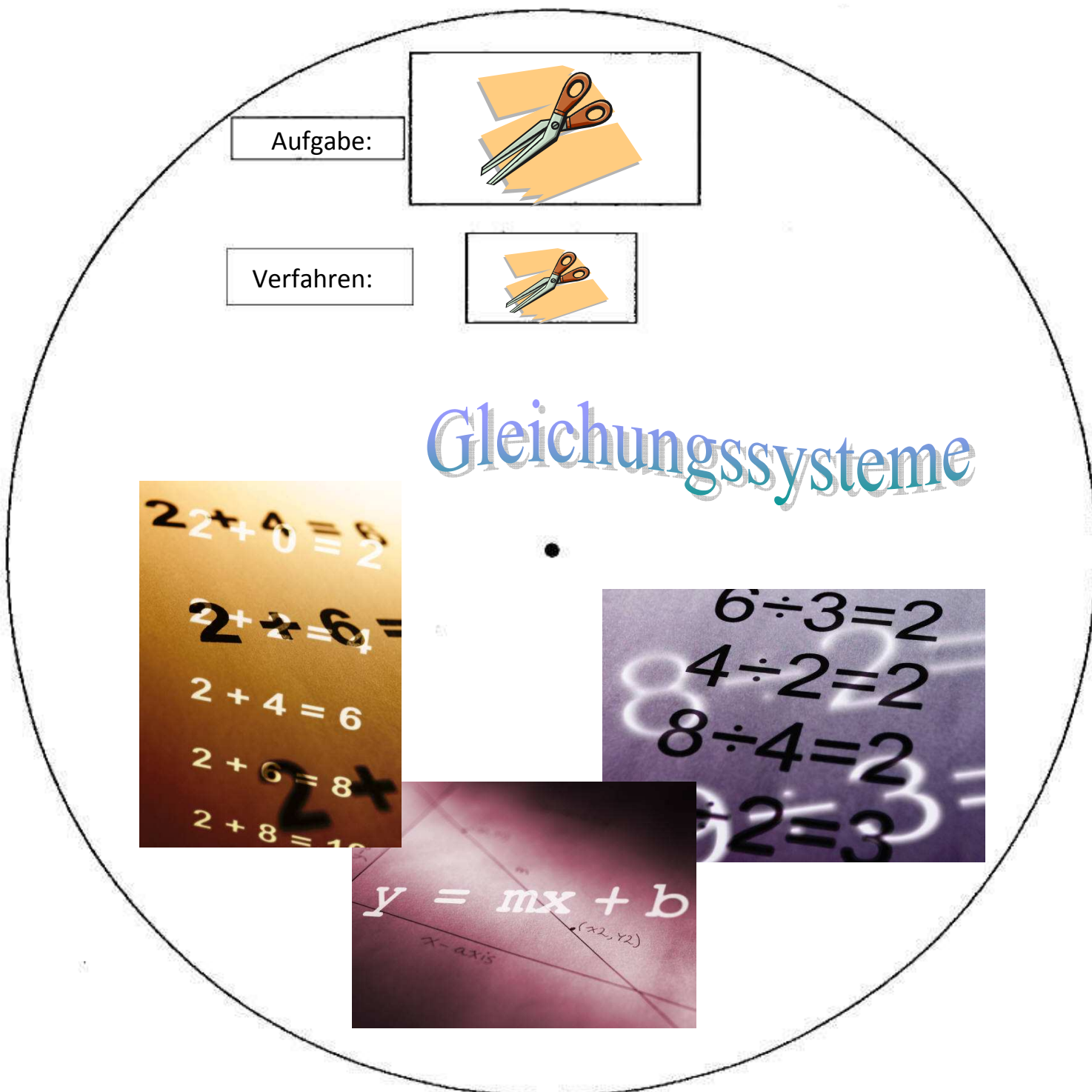
Lineare Gleichungssysteme 11	
☐ Gleichsetzungsverfahren ☐ Einsetzungsverfahren ☐ Additionsverfahren	Welches Verfahren eignet sich am besten für das folgende Gleichungssystem? $\begin{aligned}12x + y &= 25 \\ y &= 3x - 5\end{aligned}$

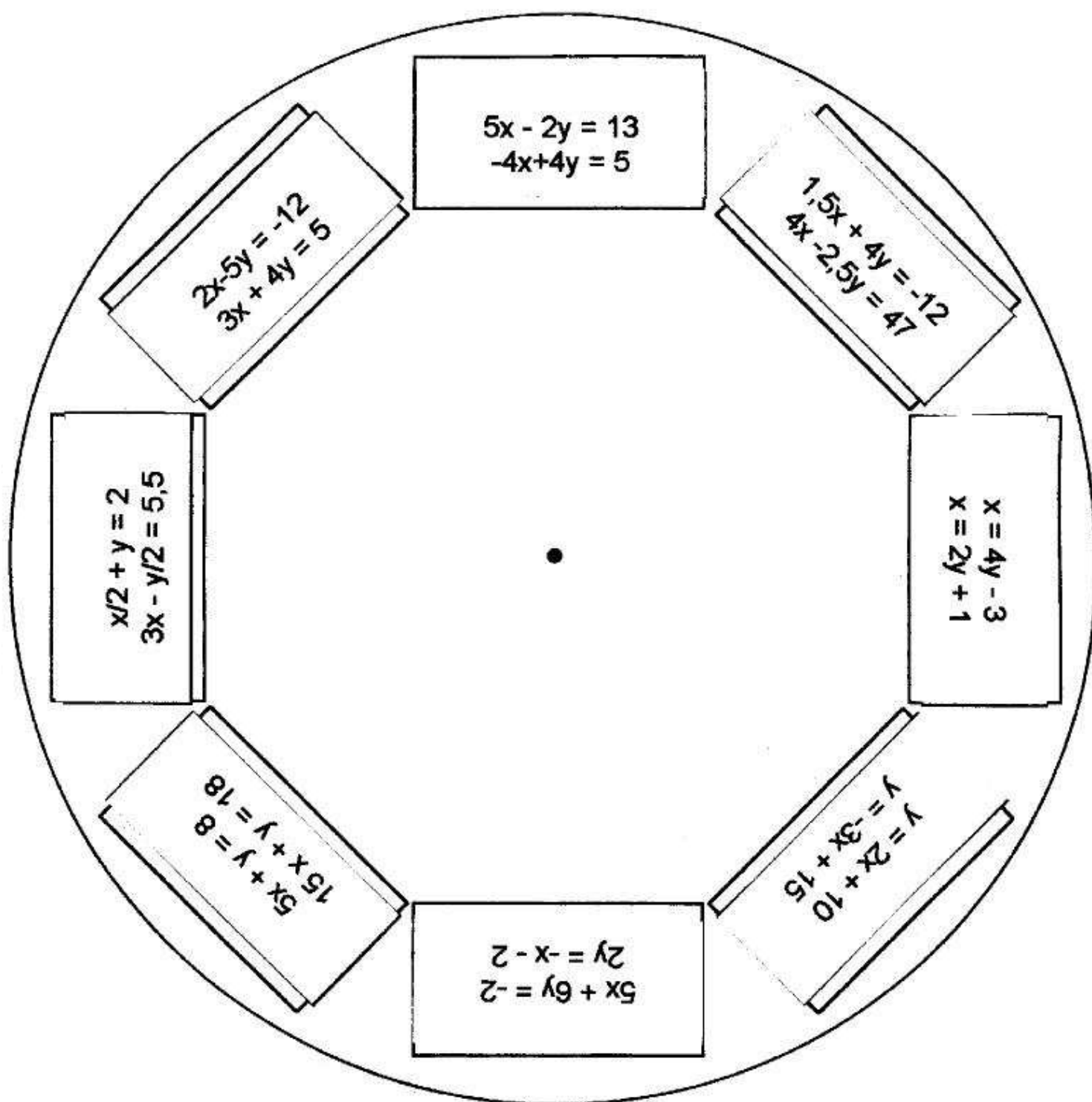
Lineare Gleichungssysteme 12	
☐ Gleichsetzungsverfahren ☐ Einsetzungsverfahren ☐ Additionsverfahren	Welches Verfahren eignet sich am besten für das folgende Gleichungssystem? $\begin{aligned}35x - 18y &= 139 \\ 25x + 27y &= 179\end{aligned}$

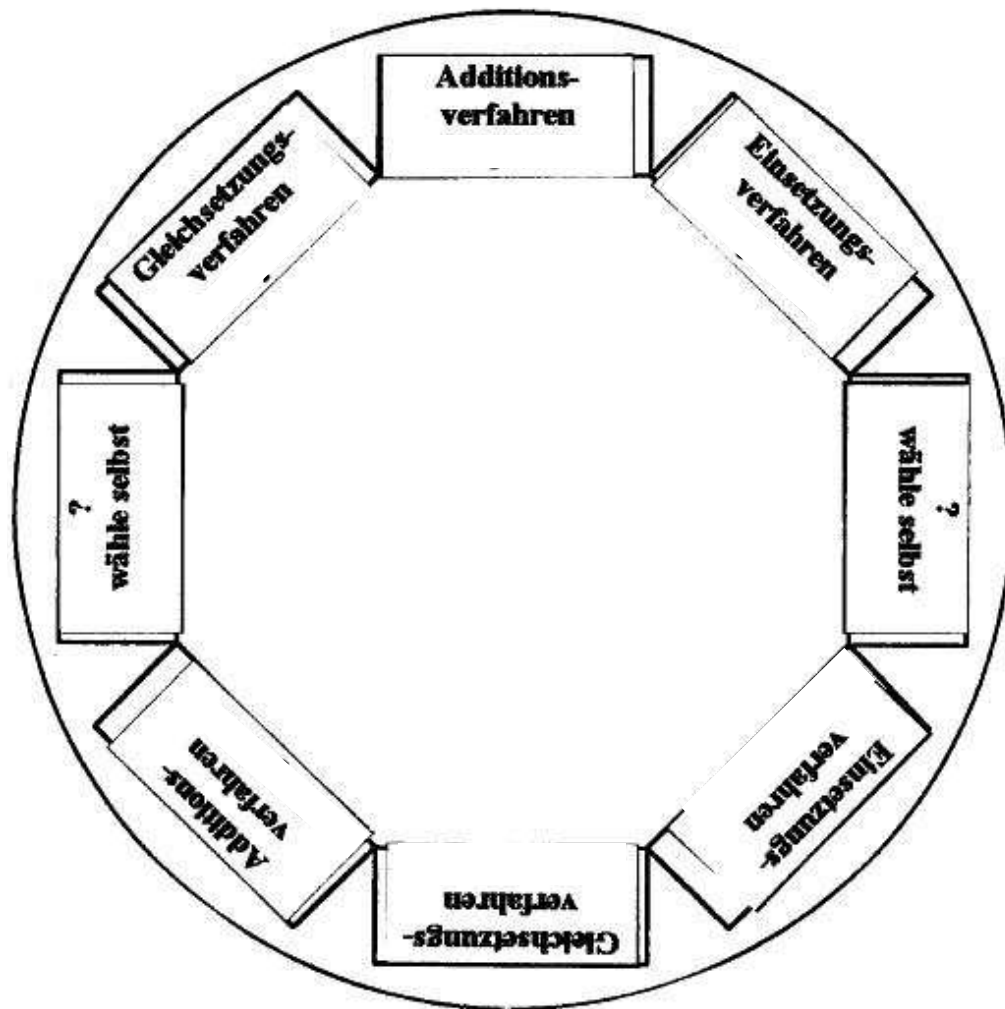
Station 3 – Lernascheibe

Die Deckscheibe ausdrucken, ausschneiden und, wenn möglich, folieren. Auch die Fenster neben „Aufgabe“ und „Verfahren“ sind auszuschneiden. Dann ebenso die Aufgaben- und Verfahrensscheibe ausschneiden. Damit die Lernascheibe stabiler ist, wird empfohlen die Scheiben auf Zeichenkarton zu kleben. Mit einer Spaltklammer nun die Scheiben in der Mitte zusammenfügen!

Deckscheibe:



Aufgabenscheibe:

Verfahrensscheibe:

Station 4 – Ungleichungen Einführung

Wiederholung aus der 4. Klasse:

Anders als bei Gleichungen sind Terme der linken & der rechten Seite einer Ungleichung durch ein Ungleichheitszeichen ($<$, $\leq$, $>$, $\geq$ oder $\neq$) verbunden.

Addition, **Subtraktion** und **Multiplikation** und **Division** mit einer **positiven** Zahl sind **Äquivalenzumformungen**, bei denen sich nichts am Ungleichheitszeichen ändert:

Eine Ungleichung bleibt „richtig“, wenn man

- auf beiden Seiten die gleiche Zahl addiert.
- auf beiden Seiten die gleiche Zahl subtrahiert.
- auf beiden Seiten mit der gleichen **positiven** Zahl multipliziert.
- auf beiden Seiten durch die gleiche **positive** Zahl dividiert.

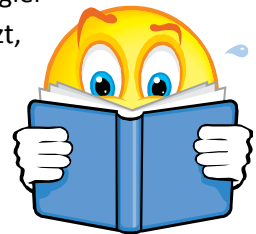


Was passiert, wenn ich beide Seiten der **Ungleichung mit einer negativen Zahl multipliziere**? Das Ungleichheitszeichen ändert sich (oder man tauscht die Seiten):

$$a < b \quad | \quad (-1) \quad \Rightarrow \quad -b < -a$$

Multipliziert man eine Ungleichung mit einem Term $T(x)$ oder dividiert man sie durch einen Term $T(x)$, so hat man grundsätzlich in einer Fallunterscheidung die Fälle $T(x) > 0$ und $T(x) < 0$ zu untersuchen. Im Fall $T(x) > 0$ bleibt das Ungleichheitszeichen erhalten, im Fall $T(x) < 0$ dreht es sich um.

Merke: Ein wichtiger Unterschied zwischen linearen Gleichungen und linearen Ungleichungen besteht darin, dass eine lineare Gleichung stets genau eine Lösung besitzt, während eine lineare Ungleichung mehrere Lösungen, ja sogar unendlich viele Lösungen besitzen kann. In einem solchen Fall ist es sinnvoll, alle Lösungen der Ungleichung zu einer **Lösungsmenge** zusammenzufassen.



Beispiele:

Löse (1) in $\mathbb{N}$, (2) in $\mathbb{Z}$, (3) in $\mathbb{Q}$, (4) in $\mathbb{R}$

$$5x - 1 < x + 1$$

Lösung:

$$\begin{array}{ll} 5x - 1 < x + 1 & | +1 \\ 5x < x + 2 & | -x \\ 4x < 2 & | : 4 \text{ (positiv!!)} \\ x < 0,5 \end{array}$$

- (1) $L = \{0\}$
- (2) $L = \{\dots; -3; -2; -1; 0\}$
- (3) $L = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0,5\}$
- (4) $L =]-\infty; 0[$

$$x/2 \geq 5 + 3x$$

Lösung:

$$\begin{array}{ll} x/2 \geq 5 + 3x & | -3x \\ -2,5x \geq 5 & | : (-2,5) \text{ (negativ!!)} \\ x \leq -2 \end{array}$$

- (1) $L = \{\}$
- (2) $L = \{\dots; -3; -2\}$
- (3) $L = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq -2\}$
- (4) $L =]-\infty; -2]$

Station 5 – Trivial Pursuit

Spielanleitung

Ziehe aus dem Stapel eine Karte. Du findest darauf eine Ungleichung, die du lösen musst. Dein/e PartnerIn stoppt die Zeit, während du rechnest. Danach überprüft er/sie, ob du richtig gerechnet hast, indem er/sie die Lösung auf der Rückseite betrachtet. Wiederhole diesen Vorgang 4x. Dann addiere deine Zeiten und trag sie in die Klassenliste ein.

Viel Spaß beim Spielen! 😊



Arbeitskarten:

$$2(3x - 1) - 5(x - 2) - 3(4 - 2x) < -15$$

$$G = \mathbb{R}$$

$$3(x - 1) - 2(2x - 5) + 4(1 - 3x) < 2(5x - 7)$$

$$G = \mathbb{R}$$

$$2(x - 5) - 3(7 - x) < 3(x + 2) + 2(x - 7) - 23$$

$$G = \mathbb{R}$$

$$7(x - 3) - 5(2x + 3) + 6x - 7 < 3(3x - 1) - 19$$

$$G = \mathbb{R}$$

$$7x - [5 + 5x - 3] < 3(x - 1) - x + 7$$

$$G = \mathbb{R}$$

$$4x - [7 - (3x - 1)] < 2x + 5(x - 3)$$

$$G = \mathbb{R}$$

$$6(2x - 5)(x - 3) < (4x - 2)(3x - 15)$$

$$G = \mathbb{R}$$

$$(3x + 3)(x + 4) > 3(x + 6)(x - 1)$$

$$G = \mathbb{R}$$

$$4(x - 1) - (x - 1)(x + 1) > 5 - (x - 2)^2$$

$$G = \mathbb{R}$$

$$(3 - x)^2 > (x - 2)(x + 8) + 1$$

$$G = \mathbb{N}$$

$$(5x + 2)(x - 3) - x^2 + 29 < (2x - 9)^2$$

$$G = \mathbb{N}$$

$$(3x + 1)(x - 2) + x^2 > 12 + (2x - 1)^2$$

$$G = \mathbb{R}$$

$$16(2 - x)^2 + (3x - 2)^2 < (15 - 5x)^2$$

$$G = \mathbb{N}$$

$$8(1 - x)^2 > (3 - 2x)^2 + (3 + 2x)^2$$

$$G = \mathbb{R}$$

$$4x - [7 - (3x - 1)] < 2x + 5(x - 3)$$

$$G = \mathbb{N}$$

Lösungskarten (Rückseiten):

$$x < -11/7$$

$$L =]-\infty; -11/7[$$

$$x > 25/23$$

$$L =]25/23; \infty[$$

$$\text{f.A.}$$

$$L = \{\}$$

$$x > -23/6$$

$$L =]-23/6; \infty[$$

$$\text{w.A.}$$

$$L = \mathbb{R}$$

$$\text{f.A.}$$

$$L = \{\}$$

f.A.

$$L = \{\}$$

w.A.

$$L = \mathbb{R}$$

f.A.

$$L = \{\}$$

$$x < 2$$

$$L = \{0;1\}$$

$$x < 58/23$$

$$L = \{0;1;2\}$$

$$x < -15$$

$$L =]-\infty;-15[$$

$$x < 157/74$$

$$L = \{0;1;2\}$$

$$x < 10/16$$

$$L =]-\infty;10/16[$$

$$f.A.$$

$$L = \{\}$$

Station 6 – Systeme linearer Ungleichungen

Konjunktive Ungleichungssysteme mit einer Variablen

Bei einem *konjunktiven* System von Ungleichungen mit derselben Variablen x sind die Ungleichungen mit einem $\wedge$ -Zeichen verbunden. Wir wollen nun so ein Ungleichungssystem von zwei Ungleichungen in einer Variablen lösen, und überlegen uns anhand eines Beispiels die Vorgangsweise.

Es gilt (1) $G = \mathbb{R}$, (2) $G = \mathbb{N}$

Löse das Ungleichungssystem $(2x - 5 < 7) \wedge (-3x - 1 \leq -7)$!

Wir vereinfachen vorerst beide Ungleichungen getrennt mittels Äquivalenzumformungen:

I) $2x - 5 < 7 \quad +5$ $2x < 12 \quad : 2 \text{ (positiv)}$ $x < 6$ (1) $L_1 = \underline{]-\infty; 6[}$ (2) $L_1 = \underline{\{x \in \mathbb{N} \mid x < 6\} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}}$	II) $-3x - 1 \leq -7 \quad +1$ $-3x \leq -6 \quad : (-3) \text{ (negativ)}$ $x \geq 2$ (1) $L_2 = \underline{[2; \infty[}$ (2) $L_2 = \underline{\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 2\} = \{2; 3; 4; 5; \dots\}}$
---	--

Da die erste *und* die zweite Bedingung erfüllt sein müssen, ist die Lösungsmenge L die Durchschnittsmenge der beiden Teillösungsmengen L_1 und L_2 :

(1) $L = L_1 \cap L_2 = \underline{[2; 6[}$

(2) $L = L_1 \cap L_2 = \underline{\{2; 3; 4; 5\}}$

Merke: Die Lösungsmenge L eines konjunktiven Systems ist die **Durchschnittsmenge** der Teillösungsmengen der einzelnen Ungleichungen. Die Lösungsmenge L ist stets Teilmenge der Grundmenge G des Systems.

Disjunktive Ungleichungssysteme mit einer Variablen

Bei einem *disjunktiven* System von Ungleichungen mit derselben Variablen x sind die Ungleichungen mit einem $\vee$ -Zeichen verbunden. Wir wollen nun so ein Ungleichungssystem von zwei Ungleichungen in einer Variablen lösen, und überlegen uns anhand eines Beispiels die Vorgangsweise.

Es gilt (1) $G = \mathbb{N}$, (2) $G = \mathbb{R}$

Löse das Ungleichungssystem $(2x - 5 < 1) \vee (-3x - 1 \leq -13)$!

Wir vereinfachen vorerst beide Ungleichungen getrennt mittels Äquivalenzumformungen:

$$\begin{array}{ll} \text{I)} & 2x - 5 < 1 \quad | +5 \\ & 2x < 6 \quad | : 2 \text{ (positiv)} \\ & x < 3 \end{array}$$

$$(1) L_1 = \underline{\{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\} = \{0; 1; 2\}}$$

$$(2) L_1 = \underline{]-\infty; 3[}$$

$$\begin{array}{ll} \text{II)} & -3x - 1 \leq -13 \quad | +1 \\ & -3x \leq -12 \quad | : (-3) \text{ (negativ)} \\ & x \geq 4 \end{array}$$

$$(1) L_2 = \underline{\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 4\} = \{4; 5; 6; 7; \dots\}}$$

$$(2) L_2 = \underline{[4; \infty[}$$

Da die erste *oder* die zweite Bedingung erfüllt sein müssen, ist die Lösungsmenge L die Vereinigungsmenge der beiden Teillösungsmengen L_1 und L_2 :

$$(1) L = L_1 \cup L_2 = \underline{\mathbb{N} \setminus \{3\}}$$

$$(2) L = L_1 \cup L_2 = \underline{\mathbb{R} \setminus [3; 4[}$$

Merke: Die Lösungsmenge L eines disjunktiven Systems ist die Vereinigungsmenge der Teillösungsmengen der einzelnen Ungleichungen. Die Lösungsmenge L ist stets Teilmenge der Grundmenge G des Systems.

Ungleichungen mit Bruchtermen

Wir überlegen uns die Vorgehensweise bei Ungleichungen mit Bruchtermen wieder anhand eines Beispiels.

Es gilt $G = \mathbb{R}$!

Löse $\frac{1}{x-1} < \frac{2}{3}$!

Zuerst müssen wir uns die Definitionsmenge anschauen. Welche Werte darf x nicht annehmen?

$x - 1 \neq 0 \rightarrow x \neq 1$, also $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Als nächstes wollen wir die Ungleichung „Bruchfreimachen“ durch Multiplizieren mit dem Hauptnenner, also mit $3(x - 1)$. Da wir noch nicht wissen, ob dieser positiv oder negativ ist, müssen wir eine **Fallunterscheidung** vornehmen:

1. Fall: $3(x - 1) > 0$, also $x > 1$

$$\frac{1}{x-1} < \frac{2}{3} \quad | \cdot 3(x-1) \text{ (positiv)}$$

$$3 < 2x - 2 \quad | +2$$

$$5 < 2x \quad | : 2 \text{ (positiv)}$$

$$2,5 < x$$

Unter Annahme $x > 1$ erhält man:

$$L_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid (2,5 < x) \wedge (x > 1)\} =]2,5; \infty[$$

2. Fall: $3(x - 1) < 0$, also $x < 1$

$$\frac{1}{x-1} < \frac{2}{3} \quad | \cdot 3(x-1) \text{ (negativ)}$$

$$3 > 2x - 2 \quad | +2$$

$$5 > 2x \quad | : 2 \text{ (positiv)}$$

$$2,5 > x$$

Unter Annahme $x < 1$ erhält man:

$$L_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid (x < 2,5) \wedge (x < 1)\} =]-\infty; 1[$$

Da *entweder* der 1. Fall *oder* der 2. Fall eintritt, ist L die Vereinigungsmenge der Teillösungsmengen L_1 und L_2 :

$$L = \{x \in \mathbb{R} \mid (x > 2,5) \vee (x < 1)\} = \mathbb{R} \setminus [1; 2,5]$$

Station 7 – Mensch ärgere dich nicht

Spielanleitung

Vorbereitung

Die Spielvorlage liegt auf dem Tisch zwischen euch. Jede/r von euch erhält eine Spielfigur und stellt diese auf das Startfeld. Die Aufgabenkarten werden gut gemischt und in einem Stapel verdeckt neben das Spielfeld gelegt.

Spielbeginn

Ihr sollt alle einmal würfeln! Die niedrigste Augenzahl beginnt! Weiter geht es im Uhrzeigersinn. Das Startfeld wird nicht mitgezählt.

Spielverlauf

Jeder würfelt reihum nur einmal (auch bei 6) und fährt die gewürfelte Augenzahl. Treffen zwei Spielfiguren aufeinander, so muss die stehende Spielfigur zwei Felder zurückziehen (Sonderfelder werden beachtet).

Aktionsfelder



Aufgabenfeld:

Landest du auf diesem Feld, so musst du eine Aufgabenkarte abheben, und die Aufgabe erfüllen. Die Mitspieler geben acht, ob die Aufgabe richtig gelöst wird.

richtige Antwort: 3 Felder weiterziehen

falsche Antwort: 3 Felder zurückziehen



Es geht aufwärts!

Kommst du auf diesem Feld zu stehen, so kannst du zum verbundenen Feld hinaufwandern.



Es geht bergab!

Kommst du auf dieses Feld, so musst du leider hinunter und die Schleife ausfahren.

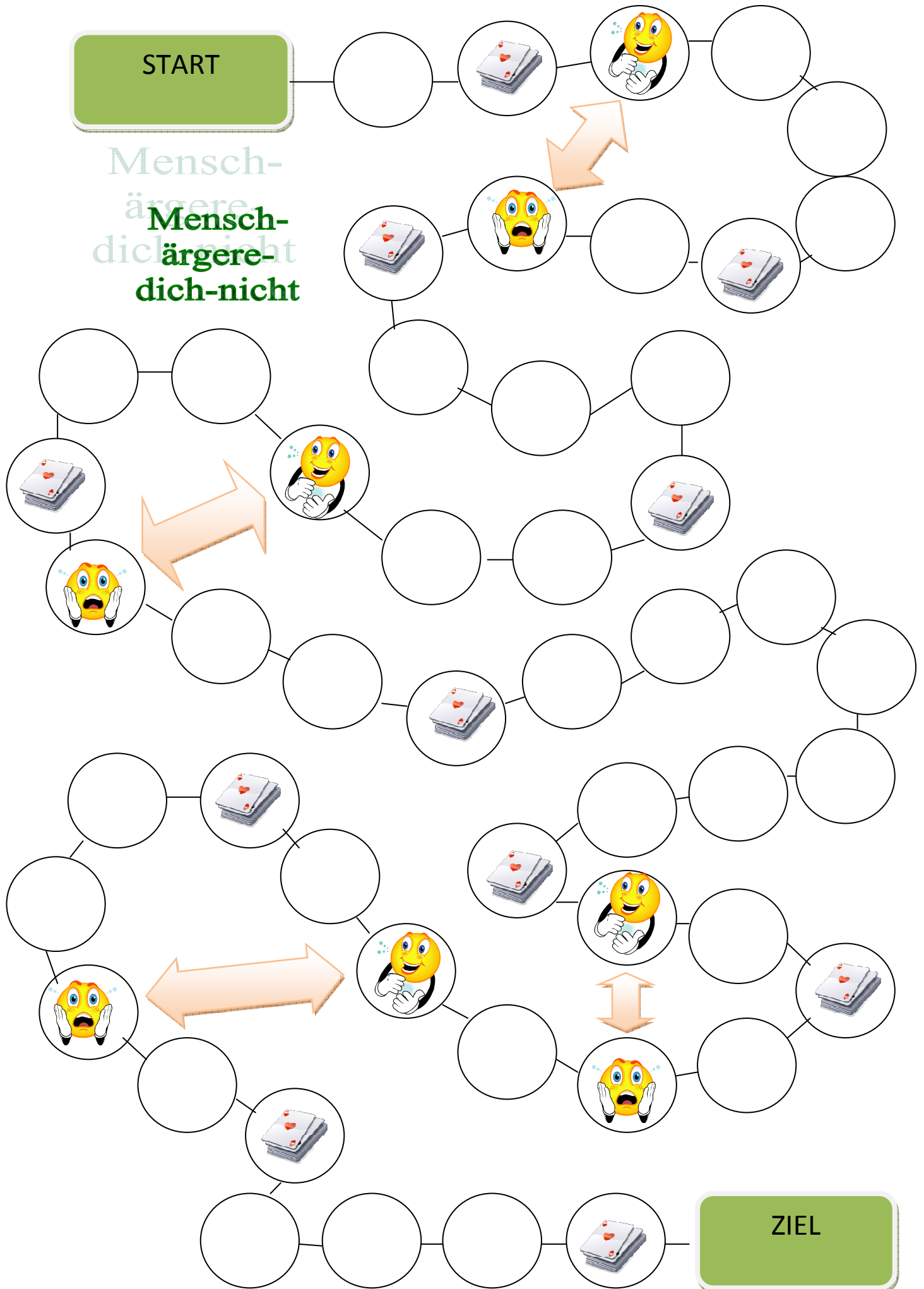
Spielende

Jenem/r SpielerIn, dem/r es gelingt, als erste/r genau das Ziel zu erreichen (ist die Augenzahl zu hoch muss er/sie auf die nächste Runde warten), ist der/die SiegerIn.

Viel Erfolg beim Spielen! 😊

START

Mensch-
ärgerst
dich-nicht



ZIEL

Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $(2x - 5 < 9) \wedge (3x + 1 > 10)$	$L =]3;7[$
Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $(5x + 11 \geq -4) \wedge (8x - 5 < 11)$	$L = [-3;2[$
Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $(7x + 9 \geq -12) \wedge (-4x + 13 > -7)$	$L = [-3;5[$
Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $(4x - 3 < 9) \wedge (6x - 3 > 9)$	$L =]2;3[$
Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $(3x + 4 \geq -8) \wedge (5x - 8 < 5)$	$L = [-4;\frac{13}{5}[$

Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $(3x + 12 > -9) \wedge (-2x + 9 \geq -10)$	$L =]-7; \frac{19}{2}]$
Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $(5x + 4 > 14) \wedge (3x - 9 < 5)$	$L =]2; \frac{14}{3}[$
Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $(3x - 6 > 3) \wedge (2x - 10 \leq 3)$	$L =]3; \frac{13}{2}]$
Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $-5 < 2x - 3 < 7$	$L =]-1; 5[$
Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $-4 \leq 3x + 5 < 14$	$L = [-2; 3[$

Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $-9 \leq 4x + 3 < -1$	$L = [-3; -1[$
Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $x - 3 \leq -6x < x$	$L =]0; \frac{3}{7}]$
Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $(2x - 4 > 5) \wedge (3x + 4 > 5)$	$L =]3; \infty[$
Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $(5x - 6 > 9) \wedge (2x + 4 > 9)$	$L =]\frac{13}{2}; \infty[$
Ermittle die Lösungsmenge für das Ungleichungssystem. $G = \mathbb{R}$ $(6x + 5 \geq 3 - x) \wedge (2x + 5 > x - 4)$	$L = [-\frac{2}{7}; \infty[$

Ermittle die Lösungsmenge für die Ungleichung. $G = \mathbb{R}$ $\frac{1}{x-4} < \frac{1}{2}$	$L = \mathbb{R} \setminus [4;6]$
Ermittle die Lösungsmenge für die Ungleichung. $G = \mathbb{R}$ $\frac{3}{x-2} < \frac{1}{2}$	$L = \mathbb{R} \setminus [2;8]$
Ermittle die Lösungsmenge für die Ungleichung. $G = \mathbb{R}$ $\frac{3}{2x-1} > 5$	$L =]\frac{1}{2}; \frac{4}{5}[$
Ermittle die Lösungsmenge für die Ungleichung. $G = \mathbb{R}$ $\frac{x}{x-3} < 2$	$L = \mathbb{R} \setminus [3;6]$
Ermittle die Lösungsmenge für die Ungleichung. $G = \mathbb{R}$ $\frac{2x}{4-x} > -2$	$L =]-\infty; 4[$

Station 8 – Hör genau!

Angaben



Aufgabenquelle: <http://schulen.eduhi.at/riedgym/mathematik/klasse1/math1start.htm>

Welche natürlichen Zahlen erfüllen beide Ungleichungen?

- (1) Vermindert man das Doppelte der Zahl um 6, so erhält man mehr als 12.
Verdoppelt man die Zahl, erhält man höchstens 26.
- (2) Vergrößert man die Zahl um 10, so ist das Ergebnis größer als 33. Vermindert man jedoch die Zahl um 8, so erhält man höchstens 24.
- (3) Verdoppelt man eine Zahl, so erhält man mindestens 15.
Vermehrt man jedoch die Zahl um 15, so erhält man weniger als 25.
- (4) Welche Zahlen ergeben mit 5 multipliziert mindestens 27?
Verkleinert man 24 um diese Zahlen, so erhält man weniger als 25.
- (5) Max fährt für 8 Wochen zu seiner Tante. Vater und Mutter stellen Bedingungen, wieviel Geld er ausgeben darf. Der **Vater** sagt zu Max: „Vergrößerst du das Doppelte des Geldbetrages um € 8,-, so darf höchstens € 220,- herauskommen!“ Die **Mutter** erlaubt: „Vermindert man den Geldbetrag um € 40,-, so darf sich mindestens € 40,- ergeben.“
Wie viel Geld darf Max ausgeben, wenn er beide Aufforderungen erfüllt? Welche Geldbeträge sind möglich? Gib ein zur Aufgabe passendes Ungleichungssystem an!
- (6) Löse das Rätsel eines verborgenen Schatzes! Ein Seeräuberschatz ist auf einer Insel vergraben. Damit der Schatz nur von intelligenten Leuten gefunden werden kann, muss folgendes Rätsel zuerst gelöst werden: Gehe vom höchsten Punkt der Insel **höchstens** 500 Schritte nach Norden. **Mindestens** so viele Schritte sind nach Norden zu gehen, wie folgendes Zahlenrätsel angibt: Wie lautet das Doppelte der größten, ungeraden dreistelligen Zahl mit der Ziffernsumme 3?
Wie viele Schritte vom höchsten Punkt der Insel muss in Richtung Norden gesucht werden? Gib alle möglichen Schrittzahlen an! Schreibe zuerst ein passendes Ungleichungssystem!

Jede Problemstellung muss digital aufgenommen werden und auf CD gebrannt werden, oder auf einen MP3-Player geladen werden.

Hör genau! Kontrollblatt



(1) $2x - 6 > 12$ $L_1 = \{10, 11, 12, \dots\}$
 $2x \leq 26$ $L_2 = \{0, 1, 2, \dots, 13\}$
 $L_1 \cap L_2 = \{10, 11, 12, 13\}$

(2) $x + 10 > 33$ $L_1 = \{24, 25, 26, \dots\}$
 $x - 8 \leq 24$ $L_2 = \{0, 1, 2, \dots, 32\}$
 $L_1 \cap L_2 = \{24, 25, 26, \dots, 32\}$

(3) $2x \geq 15$ $L_1 = \{8, 9, 10, \dots\}$
 $x + 15 < 25$ $L_2 = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$
 $L_1 \cap L_2 = \{8, 9\}$

(4) $5x \geq 22$ $L_1 = \{6, 7, 8, \dots\}$
 $34 - x < 25$ $L_2 = \{10, 11, 12, \dots, 34\}$
 $L_1 \cap L_2 = \{10, 11, 12, \dots, 34\}$

(5) $2x + 8 \leq 220$ $L_1 = \{\dots, 104, 105, 106\}$
 $x - 50 \geq 40$ $L_2 = \{90, 91, 92, \dots\}$
 $L_1 \cap L_2 = \{90, 91, 92, \dots, 106\}$

(6) $x \leq 500$ $L_1 = \{\dots, 498, 499, 500\}$
 $x \geq 2 \cdot 201$ $L_2 = \{402, 403, 404, \dots\}$
 $L_1 \cap L_2 = \{402, 403, 404, \dots, 500\}$

Station 9 – Lineare Gleichungssysteme in drei Variablen

Man kann solche Gleichungssysteme mit den uns schon bekannten Verfahren lösen, nämlich dem **Substitutionsverfahren** oder dem **Eliminationsverfahren**.



Substitutionsverfahren – Beispiel:

System S(I,II,III)

$$(I) \quad x - 2y + 3z = -1$$

$$(II) \quad 2x + y - z = 6$$

$$(III) \quad 3x - 2y + z = 1$$

Wir drücken beispielsweise aus (III) z durch x und y aus:

$$(III) \quad z = \underline{\hspace{2cm}}$$

Wir setzen dies in die beiden anderen Gleichungen ein:

$$(I) \quad x - 2y + 3(\underline{\hspace{2cm}}) = -1$$

$$(II) \quad 2x + y - (\underline{\hspace{2cm}}) = 6$$

Wenn man beide Gleichungen vereinfacht, erhält man:

$$(I) \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(II) \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Jetzt haben wir wieder ein Gleichungssystem in zwei Variablen und können dieses wie bisher lösen. Löse es im Schulübungsheft und kontrolliere, ob du folgende **Lösung** erhältst: $x = 2$, $y = 3$.

In (III) eingesetzt erhält man für $z = 1$.

Eliminationsverfahren - Beispiel:

System S(I,II,III)

$$(I) \quad x - 2y + 3z = -1$$

$$(II) \quad 2x + y - z = 6$$

$$(III) \quad 3x - 2y + z = 1$$

Im ersten Schritt multiplizieren wir (I) mit (-2):

$$-2 \cdot (I) \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Dann addieren wir (II) zu dieser erhaltenen Gleichung:

$$-2(I) + (II) \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (IV)$$

Im zweiten Schritt multiplizieren wir (I) mit (-3):

$$-3 \cdot (I) \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Dann addieren wir (III) zu dieser erhaltenen Gleichung:

$$-3(I) + (III) \quad \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (V)$$

Im nächsten Schritt wird in den Gleichungen (IV) und (V) y eliminiert, und wir erhalten z. Rechne das Beispiel im Schulübungsheft nach dieser Methode fertig!

Lösungen: $x = 2$, $y = 3$, $z = 1$.

Station 10 – Unendlich, leer oder Lösung?

**Arbeitsblatt**

Kreuze bei den folgenden Gleichungssystemen das entsprechende Kästchen an:

	Unendlich viele Lösungen	Unlösbar (leer)	Eine Lösung
1) $5x + 7y - 3z = 20$ $5x + 7y - 3z = 33$ <u>$3x - 6y - 3z = 33$</u>	☐	☐	☐
2) $3x - 4y + 6z = 12$ $6x - 8y + 12z = 24$ <u>$5x + 4y + 3z = 110$</u>	☐	☐	☐
3) $2x + 6y + z = 9$ $3x - 2y + 2z = 3$ <u>$-x + 3y - z = 1$</u>	☐	☐	☐
4) $x + y + z = 1$ $x - y + z = 1$ <u>$x + y - z = 1$</u>	☐	☐	☐
5) $4x - 3y + z = 66$ $-8x + 6y - 2z = 5$ <u>$16x - 12y + 4z = 6$</u>	☐	☐	☐
6) $4x - 3y + z = 14$ $5x - 4y - 2z = 10$ <u>$11x - 9y - 7z = 16$</u>	☐	☐	☐

Kontrollblatt

	Unendlich viele Lösungen	Unlösbar (leer)	Eine Lösung
1) $5x + 7y - 3z = 20$ $5x + 7y - 3z = 33$ <u>$3x - 6y - 3z = 33$</u>	☐	☒	☐
2) $3x - 4y + 6z = 12$ $6x - 8y + 12z = 24$ <u>$5x + 4y + 3z = 110$</u>	☒	☐	☐
3) $2x + 6y + z = 9$ $3x - 2y + 2z = 3$ <u>$-x + 3y - z = 1$</u>	☐	☐	☒
4) $x + y + z = 1$ $x - y + z = 1$ <u>$x + y - z = 1$</u>	☐	☐	☒
5) $4x - 3y + z = 66$ $-8x + 6y - 2z = 5$ <u>$16x - 12y + 4z = 6$</u>	☐	☒	☐
6) $4x - 3y + z = 14$ $5x - 4y - 2z = 10$ <u>$11x - 9y - 7z = 16$</u>	☒	☐	☐

Station 11 – Dosenschießen

Angaben

- (1) Ein Vater und seine beiden Söhne sind zusammen 100 Jahre alt. Der Vater ist doppelt so alt wie sein ältester Sohn und 30 Jahre älter als sein jüngster Sohn. Wie alt sind sie?
- (2) Eine dreistellige Zahl hat die Ziffernsumme 12. Vertauscht man die Einer- und Zehnerziffer dieser Zahl, erhält man eine um 63 kleinere Zahl. Vertauscht man in letzterer die Einer- und Hunderterziffer, ist die auf diese Weise gebildete Zahl um 39 kleiner als das 5-fache der ursprünglichen Zahl. Wie lautet die ursprüngliche Zahl? (Man wähle die Ziffern der ursprünglichen Zahl als Variable)
- (3) Jemand besitzt drei Sparbücher, deren Summe 157 000,- Euro ausmacht. Im ersten ist um 1000,- Euro weniger als die Hälfte des Guthabens des zweiten Buches angelegt. Die 4-fache Einlage des dritten Sparbuches ist um 16 000,- Euro kleiner als die 3-fache des zweiten Buches. Die Einlagen der drei Sparbücher sind zu berechnen.
- (4) Für private Gärtnerei soll 10 kg Pflanzendünger hergestellt werden, welcher aus Kalium (40%), Stickstoff (35%) und Phosphor (25%) besteht. Dazu gibt es drei verschiedene Düngersorten:
1. Sorte enthält 40% Kalium, 50% Stickstoff und 10% Phosphor;
 2. Sorte enthält 30% Kalium, 20% Stickstoff und 50% Phosphor;
 3. Sorte enthält 50% Kalium, 30% Stickstoff und 20% Phosphor.
- (5) Eine Arbeit soll von den Arbeitern A, B und C fertig gestellt werden. A und B brauchen zusammen 36 Tage, A und C 45 Tage und B und C 60 Tage zur Fertigstellung. Wie lange braucht jeder Arbeiter allein?
- (6) In einer Fabrik werden Produkte mit einem Verkaufspreis von 20,- Euro, 30,- Euro und 50,- Euro erzeugt. Das Doppelte des Verkaufserlöses des ersten Produktes ist um 500,- Euro größer als der Erlös des dritten Produktes. Der 1,5-fache Verkaufserlös des ersten Produktes ist genau so groß wie der doppelte Verkaufserlös des zweiten Produktes. Es ist zu berechnen, wie viel Stück je Produkt verkauft wurden, wenn die gesamten Verkaufserlöse 7 000,- Euro betragen!

Jede Aufgabe kommt auf ein A5-Blatt.

Beispielquellen:

www.studienkolleg-bochum.de/kubach/VRPDF/LGS.pdf

Schalk, Steiner: Mathematik 1, Reniets Verlag

www.a-paulitsch.de/website-2/.../Blatt3.1-Mischungsaufgaben.doc

Beispiel 1 (Station 11):

Wie war das mit dem Alter?



Ein Vater und seine beiden Söhne sind zusammen 100 Jahre alt. Der Vater ist doppelt so alt wie sein ältester Sohn und 30 Jahre älter als sein jüngster Sohn. Wie alt sind sie?

Beispiel 2 (Station 11):

Ziffernsalat:



Eine dreistellige Zahl hat die Ziffernsumme 12.

Vertauscht man die Einer- und Zehnerziffer dieser Zahl, erhält man eine um 63 kleinere Zahl. Vertauscht man in letzterer die Einer- und Hunderterziffer, ist die auf diese Weise gebildete Zahl um 39 kleiner als das 5-fache der ursprünglichen Zahl. Wie lautet die ursprüngliche Zahl? (Man wähle die Ziffern der ursprünglichen Zahl als Variable)

Beispiel 3 (Station 11):

Wer spart, der hat!



Jemand besitzt drei Sparbücher, deren Summe 157 000,- Euro ausmacht. Im ersten ist um 1000,- Euro weniger als die Hälfte des Guthabens des zweiten Buches angelegt. Die 4-fache Einlage des dritten Sparbuches ist um 16 000,- Euro kleiner als die 3-fache des zweiten Buches. Die Einlagen der drei Sparbücher sind zu berechnen.

Beispiel 4 (Station 11):

Aus dem Garten:



Für private Gärtnerei soll 10 kg Pflanzendünger hergestellt werden, welcher aus Kalium (40%), Stickstoff (35%) und Phosphor (25%) besteht. Dazu gibt es drei verschiedene Düngersorten:

1. Sorte enthält 40% Kalium, 50% Stickstoff und 10% Phosphor;
2. Sorte enthält 30% Kalium, 20% Stickstoff und 50% Phosphor;
3. Sorte enthält 50% Kalium, 30% Stickstoff und 20% Phosphor.

Beispiel 5 (Station 11):

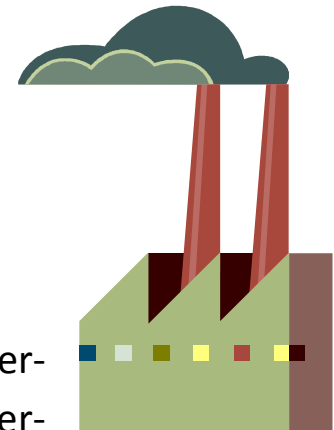
Fleißig, wie ein Arbeiter:



Eine Arbeit soll von den Arbeitern A, B und C fertig gestellt werden. A und B brauchen zusammen 36 Tage, A und C 45 Tage und B und C 60 Tage zur Fertigstellung. Wie lange braucht jeder Arbeiter allein?

Beispiel 6 (Station 11):

Aus der Produktion:



In einer Fabrik werden Produkte mit einem Verkaufspreis von 20,- Euro, 30,- Euro und 50,- Euro erzeugt. Das Doppelte des Verkaufserlöses des ersten Produktes ist um 500,- Euro größer als der Erlös des dritten Produktes. Der 1,5-fache Verkaufserlös des ersten Produktes ist genau so groß wie der doppelte Verkaufserlös des zweiten Produktes. Es ist zu berechnen, wie viel Stück je Produkt verkauft wurden, wenn die gesamten Verkaufserlöse 7 000,- Euro betragen!

Kontrollblatt

(1) x_1 ... Alter des Vaters, x_2 ... Alter des ältesten Sohnes, x_3 ... Alter des jüngsten Sohnes

$$\begin{array}{lcl} \text{I} & x_1 + x_2 + x_3 & = 100 \\ \text{II} & x_1 - 2x_2 & = 0 \\ \text{III} & x_1 & - x_3 = 30 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \text{Der Vater ist 52 Jahre alt, die Söhne 26 bzw. 22 Jahre.} \\ \end{array}$$

(2) x ... Hunderterziffer, y ... Zehnerziffer, z ... Einerziffer

$$\begin{array}{lcl} \text{I} & x + y + z & = 12 \\ \text{II} & -9y + 9z & = -63 \\ \text{III} & -499x + 50y + 5z & = -39 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \text{Die ursprüngliche Zahl lautete 192.} \\ \end{array}$$

(3) a ... 1. Sparbuch, b ... 2. Sparbuch, c ... 3. Sparbuch

$$\begin{array}{lcl} \text{I} & a + b + c & = 157000 \\ \text{II} & a - 0,5b & = -1000 \\ \text{III} & 3b - 4c & = 16000 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{1. Sparbuch: 35 000 €} \\ \text{2. Sparbuch: 72 000 €} \\ \text{3. Sparbuch: 50 000 €} \end{array}$$

(4)

$$\begin{array}{lcl} \text{Kalium} & 0,4x_1 + 0,3x_2 + 0,5x_3 & = 0,4 \cdot 10 \\ \text{Stickstoff} & 0,5x_1 + 0,2x_2 + 0,3x_3 & = 0,35 \cdot 10 \\ \text{Phosphor} & 0,1x_1 + 0,5x_2 + 0,2x_3 & = 0,25 \cdot 10 \end{array}$$

Von der 1. Sorte braucht man 4 kg, von der 2. Sorte 3 kg und von der 3. Sorte 3 kg.

(5) a ... 1. Arbeiter A, b ... 2. Arbeiter B, c ... 3. Arbeiter c

$$\begin{array}{lcl} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} & = & \frac{1}{36} \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{c} & = & \frac{1}{45} \\ \frac{1}{b} + \frac{1}{c} & = & \frac{1}{60} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Arbeiter A: 60 Tage} \\ \text{Arbeiter B: 90 Tage} \\ \text{Arbeiter C: 180 Tage} \end{array}$$

(6) I $2x + 3y + 5z = 700$

II $4x - 5z = 500$

III $3x - 6y = 0$

$x = 100$ Stück, $y = 50$ Stück, $z = 70$ Stück.



Station 12 – Würfeln**Arbeitsblatt 1**

Löse das folgende Gleichungssystem in drei Variablen mit einem Verfahren deiner Wahl.

$$3x - 2y - 3z = 16$$

$$x + y + z = 7$$

$$4x - 3y + 2z = 13$$

Ausführung:

Lösung: $x = 5,75$; $y = 2,5$; $z = -1,25$

Station 12 – Würfeln



Arbeitsblatt 2

Löse das folgende Gleichungssystem in drei Variablen mit einem Verfahren deiner Wahl.

$$5x + 3y - 2z = 5$$

$$9x - 7y + 8z = 19$$

$$5x + 6y + 6z = 35$$

Ausführung:

Lösung: $x = 1$; $y = 2$; $z = 3$

Station 12 – Würfeln**Arbeitsblatt 3**

Löse das folgende Gleichungssystem in drei Variablen mit einem Verfahren deiner Wahl.

$$2x + 2y - 3z = 1$$

$$5x + 3y - 4z = 4$$

$$7x - 3y + 2z = 6$$

Ausführung:

Lösung: $x = 1$; $y = 1$; $z = 1$

Station 12 – Würfeln



Arbeitsblatt 4

Löse das folgende Gleichungssystem in drei Variablen mit einem Verfahren deiner Wahl.

$$2x + 6y + z = 9$$

$$3x - 2y + 2z = 3$$

$$-x + 3y - z = 1$$

Ausführung:

Lösung: $x = 1$; $y = 1$; $z = 1$

Station 12 – Würfeln**Arbeitsblatt 5**

Löse das folgende Gleichungssystem in drei Variablen mit einem Verfahren deiner Wahl.

$$\begin{aligned}2x + 7y - 9z &= 16 \\11x + 8y - 10z &= 45 \\12x + 3y - 2z &= 44\end{aligned}$$

Ausführung:

Lösung: $x = 3$; $y = 4$; $z = 2$

Station 12 – Würfeln



Arbeitsblatt 6

Löse das folgende Gleichungssystem in drei Variablen mit einem Verfahren deiner Wahl.

$$7x + 3y - 2z = 45$$

$$5x + 7y - 5z = 35$$

$$8x + 8y - 3z = 70$$

Ausführung:

Lösung: $x = 6$; $y = 5$; $z = 6$

4.2. Folgen und Reihen

Für dieses Thema habe ich nur lose Arbeitsblätter erstellt. Ein Stationenbetrieb erscheint mir hier nicht sehr sinnvoll, da das Thema „Folgen und Reihen“ sehr aufbauend ist, und daher wenig Entscheidungsfreiheit lässt, was die Reihenfolge der zu bearbeitenden Arbeitsblätter betrifft. Ich beziehe mich auf folgende Teilgebiete aus dem Lehrplan:

„Folgen

- rekursives und explizites Darstellen von Folgen
- Untersuchen von Folgen auf Monotonie (...)
- (...)
- Arbeiten mit arithmetischen und geometrischen Folgen und Reihen (...)
- Verwenden von Folgen zur Beschreibung diskreter Prozesse in anwendungsorientierten Bereichen (insbesondere Geldwesen)⁷⁴

Für die Beispiele habe ich folgende Lehrbücher verwendet:

- Lehrbuch der Mathematik 6 (Reichel, Müller, Laub, Hanisch; öbv & hpt Wien, 4. Auflage, 1999)
- Mathematik 2 (Schalk, Steiner, Reniets Verlag GmbH, 3. Auflage, 1999)
- Mathematik verstehen 6 (Malle, Ramharter, Ulovec, Kandl; öbv & hpt Wien, 1. Auflage, 2005)
- Ist Gleich 3 (Hanisch, Reichel, Müller, Schak; Verlag Hölder-Pichler-Tempsky Wien, 1. Auflage, 1996)

Wenn ich im Folgenden noch weitere Quellen verwendet habe, habe ich diese an der entsprechenden Stelle angeführt.

⁷⁴ http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf

Zahlenfolgen - Kluppenspiel

Die Antworten sind mittels richtiger Kluppe den Aufgaben zuzuordnen. Du findest auf den Kluppen eine Nummer, die der einer Aufgabenstellung entspricht.



Setze die Zahlenfolgen fort!

- | | | |
|-----|---|------------------------------------|
| 1) | -7; -3; 1; ... | 32; 64; ... |
| 2) | 2; 5; 10; 17; | 44; 50; ... |
| 3) | $\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; \dots$ | 5; 9; ... |
| 4) | $1; \frac{1}{2}; 1; \frac{1}{3}; 1; \frac{1}{4}; \dots$ | -48; 96; ... |
| 5) | 20; 26; 32; 38; ... | $1; \frac{1}{5}; \dots$ |
| 6) | -3; 6; -12; 24; ... | 120; 720; ... |
| 7) | 1; 1; 2; 3; 5; | $\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}; \dots$ |
| 8) | $\frac{1}{3}; 1; 3; 9; \dots$ | 8; 13; ... |
| 9) | 2; 4; 8; 16; ... | 26; 37; ... |
| 10) | 1; 2; 6; 24; ... | 27; 81; ... |



Rekursive oder explizite Darstellung?



Aufgabenblatt

Sind die unten stehenden Bildungsgesetze einer Folge rekursiv oder explizit angegeben? Kreuze an! Vergleiche anschließend mit dem Lösungsblatt!

	Rekursive Darstellung	Explizite Darstellung
$x_{n+1} = x_n + 2$	☐	☐
$x_{n+1} = x_n : 5$	☐	☐
$x_n = 2n$	☐	☐
$x_{n+1} = x_n \cdot 2$	☐	☐
$x_n = 5n + 20$	☐	☐
$x_n = \frac{1}{2}n$	☐	☐
$x_{n+1} = x_n + (2n + 1)$	☐	☐
$x_n = n^2 - n + 5$	☐	☐
$x_n = x_{n-1} + 4$	☐	☐
$x_{n+1} = x_n : 4 + x_n$	☐	☐
$x_n = 2^n$	☐	☐

Lösungsblatt

	Rekursive Darstellung	Explizite Darstellung
$x_{n+1} = x_n + 2$	☒	☐
$x_{n+1} = x_n : 5$	☒	☐
$x_n = 2n$	☐	☒
$x_{n+1} = x_n \cdot 2$	☒	☐
$x_n = 5n + 20$	☐	☒
$x_n = \frac{1}{2}n$	☐	☒
$x_{n+1} = x_n + (2n + 1)$	☒	☐
$x_n = n^2 - n + 5$	☐	☒
$x_n = x_{n-1} + 4$	☒	☐
$x_{n+1} = x_n : 4 + x_n$	☒	☐
$x_n = 2^n$	☐	☒

Arithmetische und Geometrische Folgen – Puzzle

Die Kärtchen von der rechten Seite müssen auf das richtige Feld auf der linken Seite geklebt werden.

a_1	a_n	d	n
1		2	5

a_5
9

b_1	b_n	q	n
3	192		7

q
2

a_1	a_n	d	n
3	-12		6

d
-3

b_1	b_n	q	n
	-3584	-2	10

b_1
7

a_1	a_n	d	n
7	19	3	

n
5

b_1	b_n	q	n
4		0,5	4

b_5
0,5

Die böse $\sqrt{2}$ – ein Kartenspiel zur Monotonie von Folgen

Findet immer zwei zusammengehörige Kärtchen, dann dürft ihr sie niederlegen. Verloren hat derjenige, der zuletzt die Karte mit der $\sqrt{2}$ in der Hand hält.

Arithmetische Folge mit $a_1 = 2$ und $d = 6$	2; 8; 14; 20; 26 streng monoton steigend, da $d > 0$
Arithmetische Folge mit $a_1 = 2$ und $d = -3$	2; -1; -4; -7; -10 streng monoton fallend, da $d < 0$

Arithmetische Folge mit $a_1 = 0$ und $d = 0,5$	0; 0,5; 1; 1,5; 2 streng monoton steigend, da $d > 0$
Arithmetische Folge mit $a_1 = 4$ und $d = 0$	4; 4; 4; 4; 4 konstante Folge, da $d = 0$
Arithmetische Folge mit $a_1 = 12$ und $d = -0,2$	12; 11,8; 11,6; 11,4; 11,2 streng monoton fallend, da $d < 0$

Geometrische Folge mit $b_1 = 5$ und $q = 2$	5; 10; 20; 40; 80 streng monoton steigend, da $b_1 > 0$ und $q > 1$
Geometrische Folge mit $b_1 = 12$ und $q = 0,5$	12; 6; 3; 1,5; 0,75 streng monoton fallend, da $b_1 > 0$ und $0 < q < 1$
Geometrische Folge mit $b_1 = 2$ und $q = -1$	2; -2; 2; -2; 2 alternierende Folge, da $q < 0$

Geometrische Folge mit $b_1 = -2$ und $q = 0,5$	-2; -1; -0,5; -0,25; -0,125 streng monoton steigend, da $b_1 < 0$ und $0 < q < 1$
Geometrische Folge mit $b_1 = -5$ und $q = 3$	-5; -15; -45; -135; -405 streng monoton fallend, da $b_1 < 0$ und $q > 1$
$\sqrt{2}$	<i>Für dieses Kärtchen ist keine Verwendung vorgesehen!</i>

Lass den Würfel entscheiden!



Würfle einmal und löse das Beispiel mit der Nummer, die dir die Augenzahl des Würfels zeigt!

- 1) Die Summe dreier Zahlen, die eine arithmetische Reihe bilden, ist 24. Die Summe ihrer Quadrate beträgt 480. Berechne die drei Zahlen! (Lösung: -4; 8; 20)



- 2) Die Längen der Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks bilden eine geometrische Folge. Berechne die Länge der Seiten, wenn die kürzere Kathete 70 mm lang ist! (Lösung: 70 mm, 89 mm, 117 mm)



- 3) Eine Spirale entsteht durch fortlaufendes, endloses Aneinanderfügen von Halbkreisen, wobei ab dem zweiten Durchmesser jeder Durchmesser $\frac{4}{5}$ des vorhergehenden Durchmessers beträgt. Der erste Durchmesser betrage 10 cm. Wie lang ist die Spirale? (Lösung: 50 cm)



- 4) Ein Gummiball fällt aus 1 m Höhe, steigt dann 0,8 m wieder auf, steigt nach dem nächsten Hinunterfallen 0,64 m auf, usw. Die Höhen bilden dabei eine geometrische Folge. Welchen Weg legt der Ball insgesamt zurück? (Lösung: 5 m)



- 5) Das vierte Glied einer arithmetischen Reihe ist 21, die Summe der ersten sechs Glieder 114. Berechne das erste und das sechste Glied! (Lösung: $a_1 = 9$, $a_6 = 29$)



- 6) Zum Decken einer trapezförmigen Dachfläche wurden 4860 Ziegel verwendet. Berechne die Anzahl der Ziegelreihen, wenn die unterste Reihe aus 180 Ziegeln besteht und jede darüberliegende Reihe um 3 Ziegel weniger enthält! (Lösung: 40 Reihen)



4.3. Stochastik

Auch für diese Thematik habe ich mich für ein paar einzelne Arbeitsblätter entschieden. Diese können jederzeit im Unterricht eingebaut werden. Ich beziehe mich auf folgende Teilgebiete aus dem Lehrplan:

„Stochastik

- (...)
- Kennen der Problematik des Wahrscheinlichkeitsbegriffs; Auffassen von Wahrscheinlichkeiten als relative Anteile, als relative Häufigkeiten und als subjektives Vertrauen
- Berechnen von Wahrscheinlichkeiten aus gegebenen Wahrscheinlichkeiten; Arbeiten mit der Multiplikations- und der Additionsregel; Kennen des Begriffs der bedingten Wahrscheinlichkeit
- (...)“⁷⁵

Für die Beispiele habe ich folgende Lehrbücher verwendet:

- Mathematik 2 (Schalk, Steiner, Reniets Verlag GmbH, 3. Auflage, 1999)
- Mathematik verstehen 6 (Malle, Ramharter, Ulovec, Kandl; öbv & hpt Wien, 1. Auflage, 2005)
- Ist Gleich 4 (Hanisch, Reichel, Müller, Schak; Verlag Hölder-Pichler-Tempsky Wien, 1. Auflage, 1997)
- Angewandte Mathematik 4 (Kronfellner, Peschek; Verlag Hölder-Pichler-Tempsky Wien, 1. Auflage, 1998)

Wenn ich im Folgenden noch weitere Quellen verwendet habe, habe ich diese an der entsprechenden Stelle angeführt.

⁷⁵ http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf

Würfelspiel

Dieses Spiel wird zu zweit gespielt und ihr benötigt zwei Würfel. Zuerst müsst ihr euch entscheiden, wer soll bei gerader Augenzahl gewinnen, und wer bei ungerader Augensumme? Wenn diese Fragen geklärt sind, kann es losgehen. Jeder von euch darf einmal beide Würfel zugleich werfen.



Wer von euch hat gewonnen?

Kann man daraus auf eine Strategie schließen?

Das wollen wir jetzt anhand einer Tabelle herausfinden. Macht 30 Probewürfe und tragt die erhaltenen Werte ein:

	Augensumme	Stricherliste	Absolute Häufigkeit	Relative Häufigkeit	Gewinnchance in Prozent
Gerade	2				
	4				
	6				
	8				
	10				
	12				
Ungerade	1				
	3				
	5				
	7				
	8				
	11				

Münzen werfen



Nimm dir eine 1-€-Münze und wirf sie!

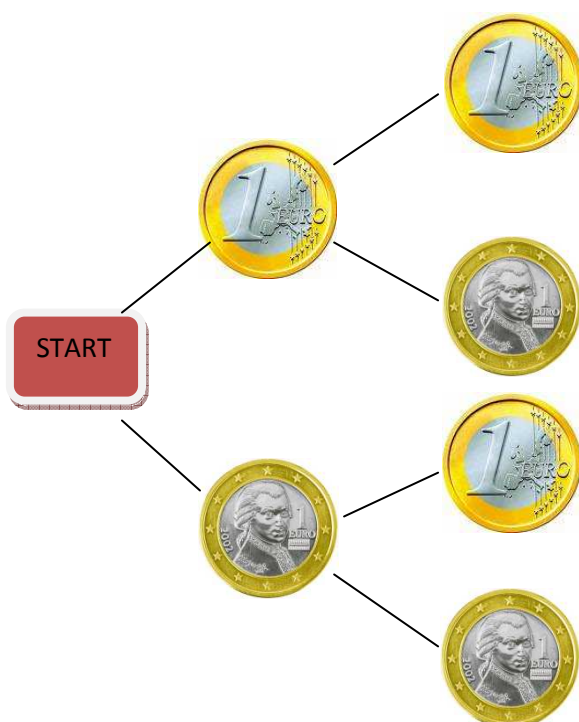
Welche Möglichkeiten gibt es? „Kopf“ oder „Zahl“

Wie groß sind die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten? jeweils 50 %

Nun wollen wir uns folgendes Spiel anschauen:

Eine Münze soll viermal geworfen werden. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass immer „Zahl“ erscheint?

Zur Veranschaulichung machen wir ein Baumdiagramm:



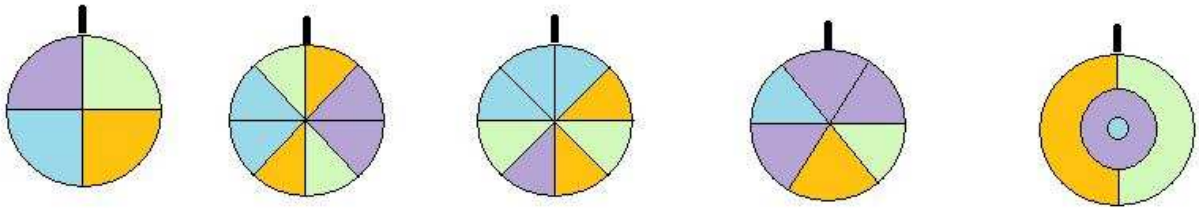
Zeichne das Baumdiagramm in dein Heft. Trage dann an den „Ästen“ die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten ein.

Stelle das Baumdiagramm nun bis zum vierten Wurf fertig!

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass immer „Zahl“ erscheint?

Glücksrad

Im Folgenden findet ihr fünf Glückräder!



Bei welchem Glücksrad ist die Gewinnchance für **orange** am größten?

Berechne nun auch für die anderen Farben die Gewinnchancen:

	orange	lila	blau	grün
Gewinnchance				

Für welche Farbe würdest du dich entscheiden?

Bunt gewinnt

Jede/r dieser SpielerInnen besitzt eine unterschiedliche Anzahl an Kugeln in seiner/ihrer Urne. Die Kugeln haben unterschiedliche Farben, wobei unterschieden wird in „bunt“, „schwarz“.



(Beachte: rot, blau, grün, usw. zählen zur Kategorie „bunt“!)

Vervollständige die Tabelle:

	Sandra	Alexander	Clemens	Kerstin
Urne	○○○○○	○○○ ○○○	○○○○ ○○○	○○○
Bruch $\frac{\text{bunt}}{\text{alle}}$				
Dezimalzahl				
Prozent				

	Petra	Stefan	Julia	Martin
Urne	○○○○○	○○○○ ○○○○	○○○○ ○○	○○○○ ○○○○
Bruch $\frac{\text{bunt}}{\text{alle}}$				
Dezimalzahl				
Prozent				



Literaturverzeichnis

Allabauer, Kurt. 1994. *Neue didaktische Modelle auf dem Prüfstand der Pädagogik.* s.l. : Dissertation an der Universität Wien, 1994.

Angerer, Karin. 1999. *Kritische Bermerkungen zum offenen Unterricht.* s.l. : Diplomarbeit an der Universität Wien, 1999.

Awecker, Peter. 1990. *Was kann denn am Mathematikunterricht schon offen sein?, in: Erziehung heute.* s.l. : Heft 3, 1990.

Bammer, Anette. 2003. *Offenes Lernen im Mathematikunterricht.* s.l. : Diplomarbeit an der Technischen Universität Wien, 2003.

Bauer, Roland. 1997. *Schülergerechtes Arbeiten in der Sekundarstufe I/Lernen an Stationen.* Berlin : s.n., 1997.

Böhm, Peter. 1990. *Alles offen? Offenes LErnen in Wiener Grundschulen - Eine Zwischenbilanz, in: Erziehung heute.* s.l. : Heft 1-2, 1990.

Bönsch, Manfred. 1995. *Differenzierung in Schule und Unterricht/Ansprüche, Formen, Strategien.* München : s.n., 1995.

Fürweger, Silke. 2005. *Einsetzbarkeit offener Lernformen im Mathematikunterricht höherer Schulen.* s.l. : Diplomarbeit an der Universität Wien, 2005.

Gössinger, Petra. 1993. *Verbesserungsmöglichkeiten der sozialen Situation im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I - Die Berücksichtigung methodischer Handlungssituationen und deren Einsatzmöglichkeiten in offenen Unterrichtsphasen.* s.l. : Diplomarbeit an der Universität Wien, 1993.

Hammerer, Franz. 1994. *Freie Lernphase in der Grundschule.* Wien : ÖBV Pädagogischer Verlag GmbH, 1994.

Jürgens, Eiko. 1996. *Die "neue" Reformpädagogik und die Bewegung offener Unterricht/Theorie, Praxis und Forschungslage.* s.l. : 3. Auflage, Sankt Augustin, 1996.

Krause-Hotopp, Diethelm. 1996. *Veränderte SchülerInnen - Veränderter Unterricht, in Nauck, Joachim (Hrsg.): Offener Unterricht, Ziel, Praxis, Wirkungen (Band 10).* Braunschweig : s.n., 1996.

- Krüger, Rudolf. 1991.** *Projekt offener Unterricht/Wochenplan-Freiarbeit-Projekte-informeller Unterricht (Schulleiter-Handbuch 60)*. Braunschweig : SL Verlag GmbH, 1991.
- Meyer, Hilbert. 1987.** *Unterrichtsmethoden (II: Praxisband)*. Frankfurt am Main : Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co, 1987.
- . **2003.** *Unterrichts-Methoden II/Praxisband*. Berlin : s.n., 2003.
- Meyer-Willner, Gerhard. 1996.** *Ausgewählte reformpädagogische Bemühungen zur offeneren Gestaltung des Unterrichts in: Nauck, Joachim (Hrsg.): Offener Unterricht/Ziele-Praxis-Wirkungen*. s.l. : 3. Auflage, Braunschweig, 1996.
- Peschel, Falko. 2002.** *Offener Unterricht: Idee, Realität, Perspektive und ein praxiserprobtes Konzept zu Diskussion*. s.l. : Verlag Hohengehren, 2002.
- Peterssen, Wilhelm H. 1997.** *Methoden-Lexikon, in: Friedrich Jahresheft*. 1997.
- Puscher, Regina. 1996.** *Wege zur freien Arbeit, in: Mathematik lehren*. s.l. : Heft 79, 1996.
- Reiß, Günter und Eberle, Gerhard. 1992.** (Hrsg.): *Offener Unterricht - Freie Arbeit mit lernschwachen Schülerinnen und Schülern*. Weinheim : Deutscher Studien Verlag, 1992.
- Sattlberger, Eva. 2001.** *College preparatory mathematics versus offenes Lernen. Ein Vergleich zweier Mathematikprogramme hinsichtlich ihrer Eignung zur Vermittlung von Schlüsselqualifikationen basierend auf einer in Kalifornien durchgeführten Fragebogenuntersuchung*. s.l. : Dissertation an der Universität Wien, 2001.
- Schweifer, Margit. 2002.** *Offenes Lernen im Mathematikunterricht*. s.l. : Diplomarbeit an der Universität Wien, 2002.
- Schweighofer, Silvia. 1993.** *Aktives Lernen statt passiver Rezeption durch offenes Lernen auf der Mittelstufe*. s.l. : Diplomarbeit an der Universität Wien, 1993.
- Strouhal, Hannelore. 1994.** *Probleme didaktischer Offenheit auf der Sekundarstufe I*. s.l. : Diplomarbeit an der Universität Wien, 1994.
- Van Dick, Lutz.** *Freie Arbeit, Offener Unterricht, Projektunterricht, Handelnder Unterricht, Praktisches Lernen - Versuch einer Synopse, in: Pädagogik*. s.l. : 6/91.
- Wallrabenstein, Wulf. 1991.** *Offene Schule - Offener Unterricht/Ratgeber für Eltern und Lehrer*. s.l. : Reinbek bei Hamburg, 1991.

Internetquellen

www.wikipedia.org

www2.uni-jena.de

home.schule.at

www.wissen.de

www.hugo-gaudig-oberschule.de

www.debakelgeert.nl

evl.htldornbirn.vol.at/aktuell/akademielehrgang_ev/modul3/Reformpaedagogen.doc

http://www.hugo-gaudig-oberschule.de/HGO1/Hugo_Gaudig/hugo_gaudig.htm

http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11668/lp_ahs_neu_allg.pdf

<http://tibs.at/nlk/allgem/03lernps.htm>

Abbildungsverzeichnis

Ich habe mich bemüht, sämtliche Inhaber der Bildrechte ausfindig zu machen und ihre Zustimmung zur Verwendung der Bilder in dieser Arbeit eingeholt. Sollte dennoch eine Urheberrechtsverletzung bekannt werden, ersuche ich um Meldung bei mir.

Abbildung 1: Maria Montessori (www.wikipedia.org).....	11
Abbildung 2: Peter Petersen (www2.uni-jena.de).....	12
Abbildung 3: Cèlestin Freinet (home.schule.at).....	12
Abbildung 4: Berthold Otto (www.wissen.de).....	12
Abbildung 5: Hugo Gaudig (www.hugo-gaudig-oberschule.de)	12
Abbildung 6: Helen Parkhurst (www.debakelgeert.nl)	13
Abbildung 7: Georg Kerschensteiner (www.wissen.de)	13

Weitere Grafiken wurden aus Word 2007 übernommen.

Zusammenfassung/Abstract

Im Rahmen meiner Diplomarbeit werden moderne Unterrichtsformen und deren Einsatz im Mathematikunterricht etwas näher erläutert. Es soll ein kurzer und aussagekräftiger Einblick in diese Unterrichtsform und deren historische Entwicklung gegeben werden. Neben Vor- und Nachteilen werden auch die Schwierigkeiten erwähnt, die mit der Umstellung von geschlossenem Unterricht in offenen Unterricht einhergehen.

Die Arbeit beinhaltet einen praktischen Teil, welcher den Großteil dieser Arbeit ausmacht. Er enthält offene Unterrichtsmaterialien zu Themengebieten der 10. Schulstufe.

Abstract (in English)

In my diploma thesis modern teaching forms („open education“) and their use in mathematic lessons are explained. I want to give a short and expressive insight into this teaching form and its historical development. Aside from advantages and disadvantages the difficulties, which go along with the conversion of classic teaching in open education, are also mentioned.

The work contains a large part, where I created worksheets for pupils of the 10th grade.

Lebenslauf

Name:	Katrin Daniel
Geburtsdatum:	28. April 1986, Horn
Staatsbürgerschaft:	Österreich
Eltern:	Herbert und Waltraud Daniel
Schulbildung:	1992 – 1996 Volksschule Frauenhofen-St.Bernhard 1996 – 2004 BG Horn 2004 Reifeprüfung am BG Horn 2004 Beginn des Lehramtsstudiums Mathematik und Informatik an der Universität Wien 2007 – 2009 Bakkalaureatsstudium Informatikmanagement 2009 Beginn des Magisterstudiums Informatikmanagement
Beruflicher Werdegang:	2005-2007 Beschäftigung beim Institut für Lernhilfe (IFL) Juli 2007 Leitung des Kiddy-Camp in Tulln für die Kinderwelt NÖ (Dauer: 1 Woche) August 2007 Betreuerin und Lehrerin im Lerncamp in Pressbaum für das IFL (Dauer: 2 Wochen) seit September 2008 Lehrerin an der HTL Donaustadt für das Fach „Computerunterstützte Textverarbeitung“