

MAGISTERARBEIT

Titel der Magisterarbeit

„Untersuchung der Validität von Rendite- und Volatilitätsmodellen
zur Berechnung des Value at Risk in der Finanzmarktkrise“

Verfasser

Christopher Scharl, Bakk. rer. soc. oec.

angestrebter akademischer Grad

Magister der Sozial- und Wirtschaftswissenschaften
(Mag. rer. soc. oec.)

Wien im Juni 2009

Studienkennzahl

A 066 915

Studienrichtung

Betriebswirtschaft

Betreuer

Univ. Prof. DDr. Jürgen Huber

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
Abbildungsverzeichnis	III
Tabellenverzeichnis	IV
Formelverzeichnis	V
Abkürzungsverzeichnis	VI
1. Einleitung	1
2. Value at Risk; seine Bestandteile und zugrunde liegenden Annahmen	3
2.1. Überblick	3
2.2. Verteilung der Renditen	3
2.2.1. Überblick	3
2.2.2. Normalverteilung	4
2.2.2.1. Grundlegende Annahmen und Prinzipien	4
2.2.2.2. Momente	4
2.2.3. Noah-Effekt	6
2.2.4. Joseph-Effekt	7
2.3. Beschaffenheit von Renditen	8
2.3.1. Stochastische Prozesse	8
2.3.2. AR(p)	10
2.3.3. MA(q)	11
2.3.4. ARMA(q,p)	12
2.4. Volatilitätsmodelle	12
2.4.1. Überblick	12
2.4.2. Volatility Clustering	13
2.4.3. Naives Modell	14
2.4.4. EWMA (exponentially weighted moving average)	14
2.4.5. ARCH (autoregressive conditional heteroscedasticity)	15
2.4.6. GARCH (generalized autoregressive conditional heteroscedasticity)	16
3. Value at Risk	17
3.1. Allgemeine Definition	17
3.2. Value at Risk Modelle	19
3.2.1. Überblick	19
3.2.2. Local Valuation	20
3.2.2.1. Delta Normal VaR	20
3.2.2.2. Delta Gamma VaR	21
3.2.2.3. β -Mapping	22
3.2.3. Full Valuation	23
3.2.3.1. Historische Simulation	23
3.2.3.2. Monte Carlo Simulation	23
3.2.3.3. Runs Test	24
4. Empirische Analyse	26
4.1. Überblick	26
4.2. Maximum Likelihood	26
4.3. Regression Output	27
4.4. Austrian Traded Index	28
4.5. Dow Jones Industrial	36
4.6. Value at Risk Berechnungen	41
4.6.1. Überblick	41
4.6.2. ATX	42
4.6.3. Dow Jones	43

II

4.7. Vergleich der Märkte.....	44
4.7.1. Renditenverteilung	44
4.7.2. Renditenmodelle.....	45
4.7.3. Volatilitätsmodelle	45
4.7.4. Value at Risk	46
5. Kritikpunkte aller Modelle und Methoden.....	47
5.1. Überblick.....	47
5.2. Kritik an der Normalverteilung	47
5.3. Kritik am Value at Risk.....	50
Exkurs: Die Reflexivitätstheorie von George Soros	51
5.4. Kritik an der Zufälligkeit.....	53
5.5. Kritik an den Investoren	56
6. Schlussfolgerung	60
Anhang 1: Daten, Tabellen, Abbildungen sowie weiterführende Erklärungen	61
Anhang 2: Abstract.....	67
Anhang 3: Curriculum Vitae	69
Literaturverzeichnis.....	70

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Tägliche Renditen des ATX über einen Zeitraum von 12.11.1992-6.5.2009	6
Abbildung 2: gleitende xx-Tage Durchschnittsfunktionen von tägliche Renditen des ATX im Zeitraum 17.3.1993 – 6.5.2009	7
Abbildung 3: gleitende xx-Tage Durchschnittsfunktionen der Volatilitäten des ATX im Zeitraum 17.3.1993 – 6.5.2009	8
Abbildung 4: Mapping Procedere – Quelle: Jorion P. (2007) p. 280.....	18
Abbildung 5: Illustration von den Unterschieden zwischen Delta Normal- und Delta Gamma Methode; Quelle: Longerstaey (1996) p.14	21
Abbildung 6: Kursentwicklung des ATX von 4.1.1993 bis 6.5.2009	29
Abbildung 7: Renditen des ATX von 4.1.1993 bis 6.5.2009, mit markierten Volatility Clusters	29
Abbildung 8: Histogramm der täglichen Renditen des ATX über den gesamten Beobachtungszeitraum	30
Abbildung 9: Korrelogramm der ATX Renditen in dem Zeitraum 4.1.1993-30.6.2008	32
Abbildung 10: Unterschiede zwischen der realen, durch MA(2) und ARMA(2,2) resultierenden Zeitreihen	34
Abbildung 11: Kursentwicklung des Dow Jones im Zeitraum von 4.1.1993 – 6.5.2009	36
Abbildung 12: Renditen des ATX von 4.1.1993 – 6.5.2009, mit markierten Volatility Clusters	37
Abbildung 13: Histogramm der täglichen Renditen des Dow Jones über den gesamten Beobachtungszeitraum	38
Abbildung 14: Korrelogramm des Dow Jones Renditen in dem Zeitraum 4.1.1993-30.6.2008	39
Abbildung 15: Unterschiede zwischen der realen und durch ARMA(2,2) resultierende Zeitreihen	40
Abbildung 16: zwei Kursverläufe, einer davon real, der andere künstlich erstellt	55
Abbildung 17: die täglichen Renditen der Kursverläufe von Abbildung (16).....	55
Abbildung 18: die Anzahl der Standardabweichungen vom Mittelwert der Kursverläufe von Abbildung (16)	56
Abbildung 19: Straddle resultierend aus einem Short Put und Short Call	61
Abbildung 20: <i>Maximum likelihood Estimation</i> bei ARCH(p) Modellen mittels Excel	62
Abbildung 21: Vergleich der beiden Dow Jones Reihen mit und ohne extremer Ereignisse ..	63
Abbildung 22: Normalverteilungen der Standardabweichungen der künstlichen und realen Zeitreihe	66

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Statistische Daten der tägliche Renditen des ATX im Zeitraum 5.1.1993-6.5.2009	31
Tabelle 2: Regression Output für den Test auf ein MA(2) Modell	33
Tabelle 3: Regression Output für den Test auf ein ARMA(2,2) Modell	34
Tabelle 4: Resultate der ARCH & GARCH Modelle mittels Maximum Likelihood Methode	35
Tabelle 5: Statistische Daten der tägliche Renditen des Dow Jones im Zeitraum 5.1.1993-6.5.2009	38
Tabelle 6: Resultate der ARCH & GARCH Modelle mittels Maximum Likelihood Methode	40
Tabelle 7: Vergleich der VaR Berechnungen des ATX	43
Tabelle 8: Vergleich der VaR Berechnungen des Dow Jones	44

Formelverzeichnis

Formel 1: Schiefe	4
Formel 2: Kurtosis.....	5
Formel 3: Jarque Bera Test	5
Formel 4: Wiener Prozess	9
Formel 5: Prognose von Renditen	9
Formel 6: AR(p) Prozess	10
Formel 7: MA(q) Prozess	11
Formel 8: ARMA(q,p) Prozess	12
Formel 9: bedingte Varianz	13
Formel 10: Varianz für Naives Modell	14
Formel 11: Varianz für das EWMA Modell	15
Formel 12: stochastischer Prozess und Varianz für das ARCH(p) Modell.....	15
Formel 13: ARCH(p) Modell	15
Formel 14: GARCH(p,q) Modell	16
Formel 15: Varianz für Delta Normal Methode	20
Formel 16: Value at Risk Delta Normal Methode	20
Formel 17: Value at Risk β -Mapping	22
Formel 18: E(R) und Var(R) Runs Test	24
Formel 19: Bedingung für die Ablehnung der Nullhypothese	24
Formel 20: ARCH(2) ATX	34
Formel 21: GARCH(1,2) ATX	35
Formel 22: EWMA ATX	35
Formel 23: ARCH(2) Dow Jones	40
Formel 24: GARCH(1,2) Dow Jones	41
Formel 25: EWMA Dow Jones	41
Formel 26: allgemeine Formel für eine stabile Pareto Verteilung	48

Abkürzungsverzeichnis

AR	autoregressive model
ARCH	autoregressive conditional heteroscedasticity
ARMA	autoregressive moving average model
ATX	Austrian Traded Index
EWMA	exponentially weighted moving average
FX	foreign exchange
GARCH	generalized autoregressive conditional heteroscedasticity
JGB	Japanese Government Bonds
MA	moving average model
Nikkei	japanischer Aktienindex
VaR	Value at risk
VarKovM	Varianz Kovarianz Matrix

1. Einleitung

...the fundamental strength of our core operations is intact, and we made important advances in key markets. We remain confident in our strategy to leverage our financial strength and global franchise to continue our growth in both emerging and developed markets.

Martin J. Sullivan, CEO von AIG, Annual Report 2007

Die American International Group Aktie hatte am 1.6.2007 ihren Höchststand von \$ 72,65 auch Wochen später am 9.10.2007 war der Kurs noch immer bei \$ 70,11. Dann begann ein Szenario, welches man sich unter keinen Umständen hätte vorstellen können. Der Kurs der American International Group fiel von diesem Tag an, an knapp 53% aller 396 Handelstagen, genau genommen kein Grund zur Besorgnis, wenn man von Zufälligkeit ausgeht, sollten 50% der Beobachtungen unter Null sein. Das große Aber liegt jedoch in der Intensität des Verfalls. Der Kurs der Aktie war am 5.3.2009 auf ihrem bisherigen Tiefststand (Stand: 6.5.2009) von \$ 0,35; dies ist ein relativer Kursverlust von 99,5%, mit täglichen Renditen innerhalb von vier Tagen (12.9. – 17.9.2008) in einem Bereich von -23,85% bis -93,63%. Jeder Laie kann bei diesem Beispiel erkennen, dass diese Beobachtungen nicht „normal“ sein können. Die Wahrscheinlichkeit einer Beobachtung von -93,63% liegt jenseits jeglicher Vorstellungskraft, sie kann leider mit Hilfe von Microsoft Excel nicht mehr berechnet werden¹.

Dieses Beispiel soll illustrieren, dass die Welt der Finanzen von Extremen bestimmt wird und eine Beobachtung ausreicht um den Wert einer ganzen Firma zu vernichten. Seit Beginn des 20. Jahrhunderts haben Wissenschaftler und Ökonomen versucht Modelle zu entwickeln, mit denen es möglich ist, Renditen, Volatilitäten, Kovarianzen, Verteilungen, etc. vorherzusagen und somit auf dem Markt Profit zu machen. Den Anfang dazu machte Louis Bachelier im Jahr 1900 mit seiner Doktorarbeit *Théorie de la Spéculation*, später entwickelten viele weitere Wissenschaftler (Harry Markowitz, William Sharpe, Fischer Black, Myron Scholes um nur ein paar zu nennen) darauf aufbauend Modelle und Verfahren zur Vorhersage und Optimierung von Portfoliorenditen. Als Investor möchte man nun wissen, welches Risiko man mit seinem Vermögen eingeht. Dazu sollen diese Modelle dienen, einerseits in der Prognose

¹ wie die genaue Wahrscheinlichkeit für solche Ereignisse berechnet wird, soll im späteren Verlauf dieser Arbeit gezeigt werden. Vorab sei nur erwähnt, dass dazu vor allem der Mittelwert und die Standardabweichungen als die ausschlaggebenden Parameter nötig sind. Im Fall von AIG lag das langfristige Mittel im Zeitraum von September 1984 – Oktober 2007 bei 0,001% und die Standardabweichung bei 2,3%. Eine tägliche Rendite von -93,63% zu beobachten entspricht einer Abweichung ca. 40 Standardabweichungen, zuviel um eine Wahrscheinlichkeit zu definieren

und andererseits in der Quantifizierung des Risikos. Bezüglich letzteren hat sich eine Kennzahl namens Value at Risk entwickelt².

Diese Arbeit beschäftigt sich mit den wichtigsten und gängigsten Modellen, die in der heutigen Zeit dazu verwendet werden Prognosen abzugeben um daraufhin Werte für den Value at Risk zu bestimmen. Zuerst werden die zu Grunde liegenden Annahmen und Komponenten des Value at Risk erklärt. Dies soll dem Leser einerseits einen Überblick über die gängigen Methoden verschaffen und veranschaulichen wie die Ausgangslage für die Berechnungen im empirischen Teil dieser Arbeit ist. Nach der Erklärung der Annahmen, werden Rendite- und Volatilitätsprognosemodelle vorgestellt und beschrieben. Diese beschränken sich auf die einfacheren Modelle ohne komplizierte Erweiterungen, die das weitere Verständnis erschweren würden. Danach erfolgt eine empirische Studie anhand zweier Indices, um einen möglichen Vergleich zu schaffen, wird sowohl ein kleiner Markt (ATX in Wien) als auch ein großer Markt (Dow Jones Industrial Average in New York) analysiert. Es werden die in der Arbeit vorgestellten Modelle getestet und Prognosen über den weiteren Verlauf abgegeben, bevor anschließend Value at Risk Berechnungen durchgeführt werden und diese auf ihre Verlässlichkeit hinsichtlich der Finanzmarktkrise und extremer Ereignisse (sowie das oben beschriebene von AIG) zu prüfen. Die Arbeit wird durch eine ausführlichen Kritik sämtlicher Annahmen und Modelle abgerundet. Dieser Punkt soll den Leser zum kritischen Überdenken der Finanzwelt animieren.

² das erste Mal wurde der Terminus 1993 in einem Report der *Group of Thirty* erwähnt

2. Value at Risk; seine Bestandteile und zugrunde liegenden Annahmen

2.1. Überblick

Der zentrale Ausgangspunkt für die folgenden Abschnitte 2, 3 und 4 ist die Hypothese von Louis Bachelier, der sich in seiner Dissertation im Jahr 1900 vor allem mit logarithmischen Preisänderungen beschäftigte. Die drei wesentlichen Elemente seiner Hypothese waren³:

- Annahme einer Normalverteilung
- Annahme der Unabhängigkeit
- Annahme konstanter Varianz

In diesem Abschnitt wird weiter unten auf das erste Element, die Annahme der Normalverteilung eingegangen. Die weiteren Annahmen werden in den kommenden Abschnitten erläutert.

2.2. Verteilung der Renditen

2.2.1. Überblick

In diesem Abschnitt wird auf die Beschaffenheit von Aktienrenditen eingegangen. Es wird angenommen, dass sie einem stochastischen Prozess folgen, welcher einen stetigen Wert (Drift) aufweisen kann. Um mit diesen Prozess Vorhersagen auf das Verhalten der Renditen treffen zu können, werden unterschiedliche Modelle vorgestellt, welche sich vor allem darin unterscheiden ob der maßgebliche Einfluss von der Rendite oder des Schocks der vorangegangenen Tage/Daten abhängt, beziehungsweise von Beiden. Abschließend wird die Verteilung näher besprochen, dies dient im Wesentlichen der späteren empirischen Analyse, da versucht wird Diskrepanzen zwischen den zugrunde liegenden Annahmen und dem tatsächlichen Verhalten aufzuzeigen und kritisch zu hinterfragen. Der Kritik am Ende dieser Arbeit soll auf verschiedene Meinungen von Experten verweisen, welche für und gegen eine Normalverteilung sprechen.

³ Bachelier L. (2006) p. 26-49

2.2.2. Normalverteilung

2.2.2.1. Grundlegende Annahmen und Prinzipien

Der zentrale Grenzwertsatz bildet die Ausgangslage für eine Normalverteilung. Hierbei geht man davon aus, dass von einander unabhängige und zugleich identisch verteilte Zufallsvariablen in ihrer Summe normal verteilt sind⁴. Das hat zur Folge, dass keine Zufallsvariable auf eine Andere Einfluss haben darf, da man sonst nicht von Normalverteilung sprechen kann. Ebenso darf der Einfluss einer einzelnen Zufallszahl in Relation zu der Gesamtheit aller Zufallszahlen nur einen verschwindend geringen Betrag ausmachen; dies ist ein weiteres Kriterium für eine Normalverteilung⁵. Bei den Zufallsvariablen kann man zwischen endlichen und unendlichen Sequenzen unterscheiden. Die Unterscheidung hängt davon ab, ob eine Sequenz a_n nur eine begrenzte Anzahl von Termen besitzt oder nicht⁶.

2.2.2.2. Momente

Die beiden ersten Momente der Normalverteilung sind der Erwartungswert und die Varianz. Diese werden nicht näher erläutert, sie sind in jedem Statistikbuch zu finden und werden dort detailliert beschrieben⁷. Für den späteren Verlauf dieser Arbeit interessant sind vor allem die höheren Momente wie Schiefe und Kurtosis. Die Schiefe erfasst vor allem den Grad der Asymmetrie, dieser Wert ist bei einer Standard Normalverteilung null. Er wird nach folgender Formel berechnet:

$$S = \frac{E[(X - E(X))^3]}{\sigma^3}$$

Formel 1: Schiefe

X Werte der Zeitreihe

σ Standardabweichung

Falls dieser Wert größer als Null ist, liegt eine rechtsschiefe Verteilung vor, bei der die Werte unterhalb des Mittelwertes häufiger zu beobachten sind; bei einem Wert kleiner als Null liegt eine linksschiefe Verteilung vor, bei dieser sind Werte oberhalb des Mittelwertes häufiger anzutreffen⁸.

⁴ Den Beweis zu dieser Aussage finden Sie in Bryc W. (1995) p.26-27

⁵ Bauer H. (1991) p. 53-68

⁶ Jones W.B./Thron W.J. (1980) p.17-18

⁷ In Brannath W./Futschik A. (2001) finden Sie Erklärungen beginnend bei p. 89ff.

⁸ Brannath W./Futschik A. (2001) p. 35-36

Das nächst höhere Moment ist die Kurtosis, sie misst wie stark sich die Wölbung der Dichte von der der Normalverteilung unterscheidet. Bei einer Standard Normalverteilung liegt dieser Wert bei Drei. Bei Werten größer als Drei spricht man von leptokurtischen Verteilungen, hier sind die Enden dicker (*fat tails*), d.h. es ist weitaus wahrscheinlicher Werte mit größeren Abweichungen vom Mittelwert anzutreffen als bei einer Standard Normalverteilung. Wenn der Wert unter Drei liegt, spricht man platykurtischen Verteilungen, bei diesen ist es weniger wahrscheinlich große Abweichungen zu beobachten⁹. Die Kurtosis wird wie folgt berechnet:

$$K = \frac{E[X - E(X)]^4}{\sigma^4}$$

Formel 2: Kurtosis

X Werte der Zeitreihe
 σ Standardabweichung

Schiefe und Kurtosis werden im späteren Verlauf dieser Arbeit dazu verwendet um die Renditen der unterschiedlichen Märkte auf ihre Normalverteilung zu testen¹⁰. Dazu wird der Jarque-Bera Test¹¹ verwendet, wobei versucht wird die Hypothese einer Normalverteilung zu falsifizieren. Der Jarque-Bera Test folgt einer χ^2 Verteilung mit zwei Freiheitsgraden¹² und wird mit folgender Formel berechnet:

$$JB = \frac{n * [S^2 + \frac{(K-3)^2}{4}]}{6}$$

Formel 3: Jarque Bera Test

n Anzahl der Beobachtungen
 S Schiefe
 K Kurtosis

⁹ Gadiant Y. (2006) p. 30

¹⁰ Schiefe und Kurtosis werden oft in Bezug auf Renditeverteilungen genannt, einen Überblick über die verschiedenen Exempel in diesen Verteilungen wird in Malevergne Y./ Sornette D. (2006) p. 37-43 dargestellt

¹¹ weiterführende Informationen finden Sie in Jarque C.M./Bera A.K. (1980) p. 255-259

¹² Thadewald T./Büning H. (2007) p. 91; die Anzahl von zwei Freiheitsgraden resultiert aus der Abhängigkeit von zwei Faktoren: Schiefe & Kurtosis

Je nach Konfidenzlevel gilt es einen gewissen Betrag zu vergleichen¹³, ist der JB – Wert größer als der Vergleichswert $[JB \geq \chi^2_{1-\alpha,2}]$ konnte die Hypothese einer Normalverteilung erfolgreich falsifiziert werden.

2.2.3. Noah-Effekt

Warum auf Normalverteilung getestet werden soll, zeigt folgendes Beispiel. Abbildung (1) zeigt tägliche stetige Renditen; auffällig ist, dass häufig Extreme unabhängig von der Richtung zu beobachten sind. Vor allem im letzten Teil, ab Oktober 2008 lassen sich sehr viele Extreme beobachten. Daraus könnte man schließen, dass keine Normalverteilung vorliegt.

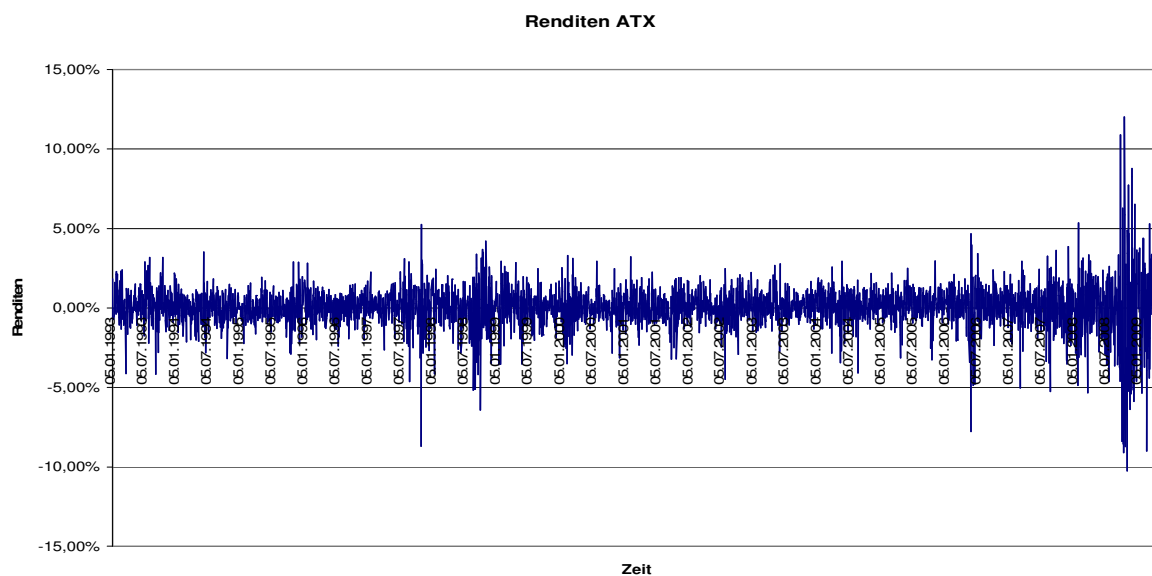


Abbildung 1: Tägliche Renditen des ATX über einen Zeitraum von 12.11.1992-6.5.2009

Benoit Mandelbrot bezeichnet dieses Phänomen als Noah- oder Sintflut-Effekt, bei welchem er sich auf nicht Gaußsche Verteilungen hinsichtlich Preisfolgen beruft. In seiner Arbeit beschrieb er den Effekt wie folgt¹⁴:

The equivalent of a flood may be either of two kinds: a price change, either up or down, that some may ride and others will consider catastrophic.

¹³ eine genaue Auflistung der Werte bzgl. deren Freiheitsgrade und Quantile finden Sie in Brannath W./Futschik A. (2001) p. 320

¹⁴ Mandelbrot B. (1972) p. 260

2.2.4. Joseph¹⁵-Effekt

Weiters erwähnt Benoit Mandelbrot in seiner Arbeit, dass versucht wird lang anhaltende Trends aus Renditen heraus zu lesen. Die geschätzten gleitenden Durchschnittsrenditen weichen jedoch erheblich von der langfristigen erwarteten Rendite bzw. Trend ab¹⁶. Mandelbrot sieht die Zeitreihe von eindeutigen und nicht periodischen Zyklen charakterisiert. Dies wird als Joseph-Effekt bezeichnet¹⁷.

Folgende Abbildungen sollen dies illustrieren. Es wurden bei beiden Abbildungen, jeweils ein 50-, 100-, und 250 Tage gleitender Durchschnitt gebildet und dieser anschließend annualisiert, wobei in Abbildung (2) die Renditen und in Abbildung (3) die Volatilitäten abgebildet werden.

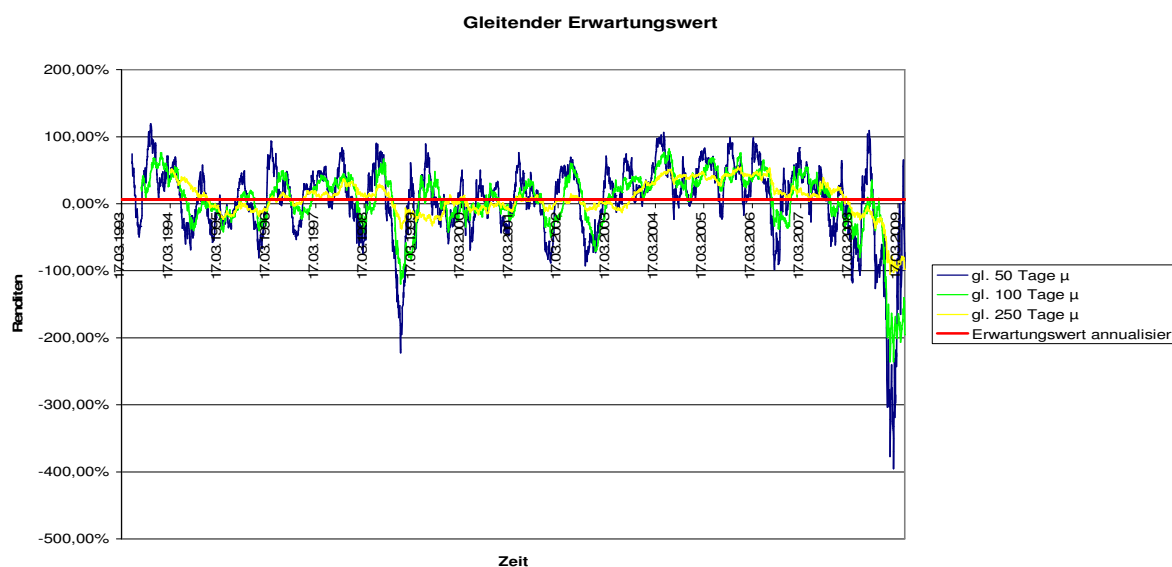


Abbildung 2: gleitende xx-Tage Durchschnittsfunktionen von tägliche Renditen des ATX im Zeitraum 17.3.1993 – 6.5.2009

¹⁵ bei dem Namen Joseph spielt Mandelbrot auf die sieben mageren und sieben fetten Jahre aus der Joseph – Geschichte des Alten Testaments an.

¹⁶ hier ist jedoch anzumerken, dass dieser Effekt bei geringerer Datenmenge abgeschwächt bzw. vielleicht sogar verschwindet. Gleiches gilt ebenso für das weiter unten vorgestellte Phänomen des Volatility Clusterings

¹⁷ Mandelbrot B. (1972) p. 260

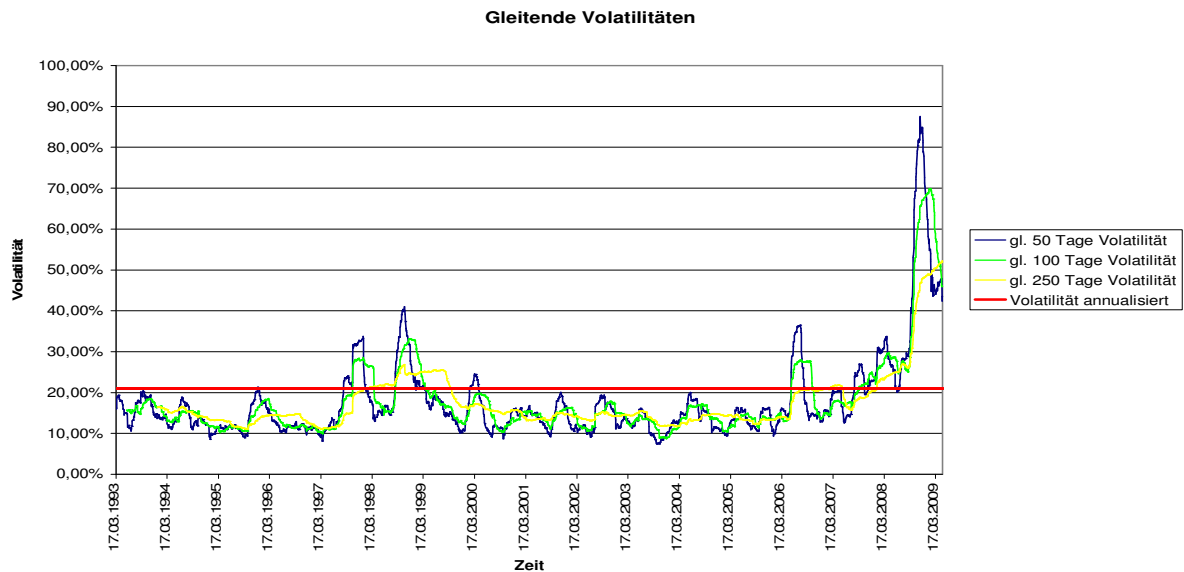


Abbildung 3: gleitende xx-Tage Durchschnittsfunktionen der Volatilitäten des ATX im Zeitraum 17.3.1993 – 6.5.2009

Eine zusammenfassende Erläuterung wird in Abschnitt 2.4.2. geschildert, da auch noch der letzte Aspekt der Hypothese von Bachelier behandelt werden muss.

2.3. Beschaffenheit von Renditen

2.3.1. Stochastische Prozesse

Um zukünftige Renditen bestimmen zu können, modelliert man sie mit Hilfe eines stochastischen Prozesses. Dies ist ein Prozess bei dem zufällige Ereignisse zeitlich aneinander gereiht werden und somit in Summe einen Verlauf beschreiben. Der für den Kapitalmarkt relevanteste stochastische Prozess ist der Wiener Prozess oder auch Brownsche Bewegung genannt.

Dem Wiener Prozess liegt ein Markov Prozess zugrunde. Bei diesem Prozess ist die einzige relevante Information um den Wert von Morgen zu bestimmen der heutige Wert. Somit ist er unabhängig von jeglichen Informationen und Ergebnissen, die sich bis zu diesem Zeitpunkt ereignet haben. Mit Hilfe einer Wahrscheinlichkeitsverteilung wird die Unsicherheit über den zukünftigen Wert bestimmt¹⁸. Zur Modellierung von Aktienrenditen bedient man sich der Annahme, dass diese, obwohl sie nur zu gewissen Zeiten und Beträgen handelbar sind¹⁹,

¹⁸ Wilmott P. (2007) p. 120

¹⁹ Aktien werden nur an gewissen Tagen und zu bestimmten Zeiten in eindeutigen limitierten Beträgen gehandelt, dies bedeutet eigentlich, dass sie einem *discrete-time stochastic process* folgen. Der Einfachheit

einem *continuous-time stochastic process* folgen. Die Tatsache, dass mit modernen elektronischen Banking- und Tradingsystemen jederzeit und somit in sehr kurzen Zeitintervallen gehandelt werden kann, soll als Rechtfertigung für diese Annahme dienen²⁰. Die Veränderungen sind normal verteilt mit $N(0,1)$ ²¹, somit ist es möglich auch Subverteilungen zu generieren²². Ein Wiener Prozess, welcher ein *continuous-time stochastic process* ist, erfüllt nun diese beiden Kriterien, einerseits die Unabhängigkeit einzelner Werte und andererseits Wahrscheinlichkeitsverteilung mit $N(0,1)$ ²³. Der Wiener Prozess sieht im Detail wie folgt aus:

$$dx = adt + bdz$$

Formel 4: Wiener Prozess

wobei adt ein Drift ist pro Zeiteinheit und bdz eine Konstante multipliziert mit einer Zufallszahl die normal verteilt ist mit $N(0,1)$ ²⁴. Formel (4) ist vor allem für Abschnitt 4 dieser Arbeit von Bedeutung, da anhand einer empirischen Analyse verschiedener Märkte die Funktion des Wiener Prozesses näher gebracht wird.

Der stochastische Prozess zur Vorhersage von Renditen besteht aus einem bestimmmbaren und einem nicht bestimmmbaren Teil²⁵.

$$R_{t+1} = E_t(R_{t+1}) + \varepsilon_{t+1}$$

Formel 5: Prognose von Renditen

wobei der erste Teil der rechten Seite den bestimmmbaren und das ε den nicht bestimmmbaren Teil darstellt. Der bestimmmbare Teil sollte einer Struktur folgen. Dabei kann man zwischen verschiedenen Varianten unterscheiden. Einerseits kann die Rendite von heute eine lineare Funktion von vorangegangenen Renditen [AR(p)], andererseits eine lineare Funktion von vorangegangenen Schocks [MA(q)], aber auch eine Kombination aus den beiden Varianten sein

halber wird jedoch ein *continuous-time stochastic process* verwendet. Zur klaren mathematischen Unterscheidung vgl. Serfozo R. (2009) p. 2-30

²⁰ Gardiner C. (2009) p. 11

²¹ $N(0,1)$ bedeutet eine Standard Normalverteilung mit einem Mittelwert von 0 und Standardabweichung von 1; Auf den Mittelwert von Null wird im späteren Verlauf dieser Arbeit noch eingegangen.

²² Anm. betrachtet man den Zeithorizont von fünf Jahren, kann man die Wahrscheinlichkeitsverteilungen zusammenzählen, wenn sie voneinander unabhängig sind. Auf Grund der Annahme, dass die Renditen einem Markov Prozess folgen, sind sie dies auch. Das Ergebnis ist wieder eine Wahrscheinlichkeitsverteilung mit addierten Mittelwerten und Varianzen. Hull J.C. (2006) p. 263-265

²³ Anderson T.W./Darling D.A. (1952) p. 195-197

²⁴ Hull J.C. (2006) p.267-268

²⁵ Nelson C.C./Kim M.J. (1993) p. 641-661

[ARMA(q,p)]²⁶. Der unbestimmbare Teil folgt einem White Noise Prozess, dieser ist charakterisiert durch einen Mittelwert von 0, einer konstanten Varianz und keiner Korrelation zwischen zwei Werten von ε_t ²⁷. Ein White Noise Prozess ist somit ein stationärer Prozess²⁸. Im Folgenden werden nun die verschiedenen Renditeprognose-Modelle vorgestellt. Im Abschnitt 4 werden diese Modelle angewandt und getestet, ebenso wird versucht herauszufinden, ob der White Noise Prozess wirklich stationär ist. Bevor die Modelle vorgestellt werden gilt es die Begriffe Autokorrelation und partielle Autokorrelation kurz zu beschreiben.

Nach Stephen J. Taylor (2007) ist die Autokorrelation bei stationären Prozessen die Korrelation zwischen einer Zufallsvariable X_n und $X_{n+\tau}$, bei nicht stationären Prozessen gilt selbiges unter dem Zusatz, dass die Korrelation der beiden Zufallsvariablen nur von der Zeit τ abhängig ist. Bei der partiellen Autokorrelation, wird die Korrelation zwischen Y_n und Y_{n+s} , ohne Korrelationen zwischen den beiden Zeitpunkten n und $n+s$ zu berücksichtigen, bestimmt.

2.3.2. AR(p)

Das erste Modell ist ein autoregressiver Prozess [AR(p)], bei welchem der bestimmbare Teil der Rendite von einer Anzahl früherer Renditen abhängt²⁹. Die Länge p lässt sich wie folgt bestimmen: Ein stochastischer Prozess y_t folgt einer Ordnung p wenn die ersten p Gewichte nicht Null sind und alle darauf folgenden gleich Null sind. Dieser wird definiert mit:

$$y_t = c + \sum_i^p \alpha_i y_{t-i} + \varepsilon_t$$

Formel 6: AR(p) Prozess

y_t	stochastischer Prozess
c	Drift
α	Gewichtungsfaktor
ε	ein White Noise Prozess

²⁶ Taylor S.J. (2007) p.36-40

²⁷ Yates R. (2006) p. 3-4

²⁸ Box G.E.P./Jenkins G.M. (1994) erklären die verschiedenen Varianten von Stationarität bezüglich der vorgestellten Modelle

²⁹ EvIEWS6 Users Guide II p. 64-71

Um die Ordnung p zu bestimmen bedient man sich der Autokorrelations- und partiellen Autokorrelationsfunktion. Die Autokorrelationsfunktion ist dadurch charakterisiert, dass sie entweder einseitig ausklingt oder oszillierend (in Abhängigkeit eines positiven oder negativen α) gegen Null strebt. Mit der partiellen Autokorrelationsfunktion kann die Ordnung bestimmt werden, indem sie nach der Länge p abbricht³⁰. Ein autoregressiver Prozesse p -ter Ordnung ist stationär, wenn $|\alpha| < 1$ ist³¹.

2.3.3. MA(q)

Das nächste Modell ist ein Moving-Average Prozess [MA(q)], bei welchem der bestimmbare Teil der Rendite von einer Anzahl früherer Schocks abhängt³². Die Länge q lässt sich wie folgt bestimmen: Ein stochastischer Prozess y_t folgt einer Ordnung q wenn die ersten q Gewichte nicht Null sind und alle darauf folgenden gleich Null sind, dieser wird definiert mit:

$$y_t = c + \sum_j^q \beta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$

Formel 7: MA(q) Prozess

y_t	stochastischer Prozess
c	Drift
β	Gewichtungsfaktor
ε	ein White Noise Prozess

Auch hier gilt zur Bestimmung der Ordnung die Betrachtung der Autokorrelations- und der partiellen Autokorrelationsfunktion. Der Unterschied beim MA Prozess besteht darin, dass die Ordnung mit dem Abbruch der Autokorrelationsfunktion nach der Länge q bestimmt wird und die partielle Autokorrelationsfunktion entweder einseitig ausklingt oder oszillierend gegen Null strebt³³.

³⁰ Specht K. (2000) p. 19-22

³¹ Fabozzi F/Focardi S./Kolm P. (2006) p. 354 - 356

³² Eviews6 Users Guide II p. 71

³³ Specht K. (2000) p. 23-24

2.3.4. ARMA(q,p)

Das letzte Modell, welches hier vorgestellt wird, ist der Autoregressive-Moving-Average Prozess. Im Wesentlichen eine Kombination aus einem AR(p) und MA(q) Prozess, welcher wie folgt aussieht:

$$y_t = c + \sum_i^p \alpha_i y_{t-i} + \sum_j^q \beta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$

Formel 8: ARMA(q,p) Prozess

y_t	stochastischer Prozess
c	Drift
α	Gewichtungsfaktor für AR
β	Gewichtungsfaktor für MA
ε	ein White Noise Prozess

Die Bestimmung der Länge p und q ist bei diesem Prozess schwieriger als bei den Vorhergehenden. Die Autokorrelationsfunktion strebt wieder exponentiell oder oszillierend gegen Null, jedoch nur bis zu der Länge $(q-p)$. Die partielle Autokorrelationsfunktion verhält sich nach einer Länge von $(p-q)$ wie die eines MA Prozesses³⁴.

In Abschnitt 4 wird das Programm Eviews6 dazu verwendet um den der Zeitreihe zugrunde liegenden adäquaten Prozess zu ermitteln, um mit diesen eine Analyse vornehmen zu können.

Kritik an der Verteilung: In Abschnitt 4 wird näher auf die tatsächliche Verteilung von Aktienrenditen eingegangen. Es zeigt sich, dass die Bedingungen der Standard Normal Verteilung nicht erfüllt sind.

2.4. Volatilitätsmodelle

2.4.1. Überblick

In diesem Abschnitt werden die verschiedensten Volatilitätsmodelle vorgestellt. Sie sollen helfen die Volatilitäten zu prognostizieren. Sie unterscheiden sich vor allem in den Gewichtungsfaktoren von einander. Während bei den einfachen Modellen konstante Gewichtungen erfolgen, beruhen die komplexeren Modelle auf dynamischen Gewichtungen.

³⁴ Specht K. (2000) p. 25-26

Dem weiter unten beschriebenen Phänomen des *Volatility Clustering* wird somit entgegen gewirkt. Die Entwicklung begann 1982 mit dem von Engle vorgestellten ARCH-Modell, im Laufe der Zeit wurde dieses Modell um immer mehr Komponenten erweitert. In dieser Arbeit wird jedoch nur auf das GARCH-Modell³⁵ von Bollerslev eingegangen.

Für alle Modelle gilt, dass eine große Menge an Beobachtungen nötig ist um gehaltvolle Aussagen über die mögliche Entwicklung von Volatilitäten treffen zu können. In Abschnitt 4 wird gezeigt, dass es zu unterschiedlichen Ergebnissen kommen kann, wenn die Datenmengen in ihrer Größe differenzieren. Weiters werden die Ergebnisse der verschiedenen Modelle zur Value at Risk³⁶ Berechnung verwendet, auch hier sollen Diskrepanzen aufgezeigt werden.

2.4.2. Volatility Clustering

Ein weiteres Phänomen, welches sich bei Renditen beobachten lässt, ist das so genannte *Volatility Clustering*. Wie aus Abbildung (1) ersichtlich treten große und kleine Schwankungen nicht isoliert von einander auf, sondern man kann feststellen, dass auf große (kleine) Renditen meist große (kleine) Renditen folgen. Es ist jedoch, wie vorhin schon beim Noah-Effekt erwähnt, irrelevant bzw. unabhängig von der Richtung³⁷.

Zusammen mit dem Noah- und Joseph-Effekt kann man mit dem Phänomen des *Volatility Clustering* die drei Elemente der Hypothese von Bachelier widerlegen. Um dies auch quantitativ zu bestätigen wurde schon einhergehend der Jarque-Bera Test vorgestellt, mit dem die Normalverteilung überprüft werden kann. Das Element der Unabhängigkeit wird mit Hilfe der Autokorrelation kontrolliert, dabei wird im späteren Verlauf der so genannte Q-Test verwendet³⁸.

Wie im vorangegangenen Abschnitt besprochen, bestehen Renditen aus einem bestimmaren ($E_t[R_{t+1}]$) und einem unbestimmaren zufallsbedingten Teil (ε_{t+1}). Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich die bedingte Varianz wie folgt³⁹:

$$\sigma_t^2 = E_t[R_{t+1}^2] - \mu_t^2 \equiv E_t[\varepsilon_{t+1}^2]$$

Formel 9: bedingte Varianz

³⁵ weitere Mitglieder der GARCH - Familie finden Sie z.B. in *Hentschel L. (1995)*

³⁶ vgl. Abschnitt 3

³⁷ vgl. Abschnitt 2.2.3.

³⁸ vgl. Abschnitt 4

³⁹ *Dockner E./Strobl G. (1999) p. 3*

In der finanzwirtschaftlichen Praxis werden oft Verfahren mit gleitender Durchschnittsbildung verwendet. Im Folgenden werden diese Verfahren bzw. Modelle näher erläutert.

2.4.3. Naives Modell

Das naive Modell ist das einfachste Verfahren um bedingte Varianzen vorherzusagen. Es sieht konstante Gewichte vor und hängt somit wesentlich vom betrachteten Zeithorizont ab⁴⁰. Formell ausgedrückt bedeutet dies⁴¹:

$$\hat{\sigma}_T^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_{T+1-i}^2$$

Formel 10: Varianz für Naives Modell

k Anzahl der vergangenen Beobachtungen

R_t^2 quadrierten Renditen

Offensichtliche Kritikpunkte sind zum einen die Bestimmung des richtigen Zeithorizonts, daher werden in Abschnitt 4 die Auswirkungen von unterschiedlichen Zeithorizonten aufgezeigt. Zum anderen gibt es, wie weiter oben schon erwähnt, das Phänomen des *Volatility Clustering*, hierzu müssten die jüngeren Beobachtungen stärker gewichtet werden, als die Älteren. Um diesen Problemen entgegen zu wirken wurde ein Verfahren entwickelt, welches exponentiell glättet.

2.4.4. EWMA (exponentially weighted moving average)

Bei diesem Modell wurde ein Glättungsparameter (meist mit dem griechischen λ [Lambda] abgekürzt) eingeführt, welcher dazu führt, dass den jüngeren Beobachtungen mehr Bedeutung zukommt⁴². Charakteristiken dieses Modells sind, einerseits die dynamische Betrachtung der Volatilitäten und eine stabile Relation zwischen den Werten bei gleich bleibenden λ ⁴³. Das EWMA – Modell wird berechnet mit:

⁴⁰ Dockner E./Harold P. (1999) p. 5

⁴¹ nach Jorion (2007) wird der Mittelwert der Renditen nicht berücksichtigt, da man annimmt dieser sei bei täglichen Renditen Null

⁴² Specht K. (2000) p. 41-44

⁴³ der Wert für λ liegt in der Regel zwischen 0,94 und 0,98 vgl. RiskMetrics™

$$\hat{\sigma}_T^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^i R_{T+1-i}^2 = (1 - \lambda)(r_{t-1} - \mu)^2 + \lambda \sigma_{t-1}^2$$

Formel 11: Varianz für das EWMA Modell

λ Glättungsfaktor

R_t^2 quadrierten Renditen

2.4.5. ARCH (autoregressive conditional heteroscedasticity)

Engle hat 1982 ein Modell entwickelt, welches die bedingte Varianz in Abhängigkeit von vergangenen Daten stellt. Die, der Varianz zugrunde liegenden, Variablen sind durch einen stochastischen Prozess definiert, mit einem bedingten Mittelwert von Null⁴⁴.

$$y_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2$$

Formel 12: stochastischer Prozess und Varianz für das ARCH(p) Modell

y_t stochastischer Prozess

ε_t White Noise Prozess mit $V(\varepsilon_t) = 1$

h_t Varianz

α Gewichtungsfaktor

unter der Bedingung, dass folgende Ungleichungen erfüllt sein müssen

$$\alpha_0 > 0 \text{ und } 0 \leq \alpha_1 < 1$$

unterliegt die Varianz mehreren vergangen Schocks ändert sich Formel (12) zu der generellen Form:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i}^2$$

Formel 13: ARCH(p) Modell

Die Länge p kann empirisch bestimmt werden, in Abschnitt 4 wird dies mit Hilfe der *Maximum Likelihood Methode*⁴⁵ erzielt.

⁴⁴ Engle R.F. (1982) p. 987-1007 Engle unterstellte für ein ARCH Modell eine Normalverteilung

⁴⁵ genauere Information zu dieser Methode finden Sie in Abschnitt 4 und dem Anhang

Damit hat Engle die Basis geschaffen, Volatilitäten dynamisch zu gewichten und so den Schwankungen anzupassen. Die Volatilität hängt somit von einer Konstanten ab (dies ist der wesentliche Unterschied zum vorangegangenen EWMA-Modell), sowie von den bis zur Länge p gewichteten Schocks.

2.4.6. GARCH (generalized autoregressive conditional heteroscedasticity)

Aufbauend auf das von Engle entwickelte ARCH-Modell, hat Tim Bollerslev (1986) eine Erweiterung vorgenommen, da das ARCH-Modell eine große Anzahl von Parametern benötigt um eine ausreichende Spezifikation zu garantieren:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

Formel 14: GARCH(p,q) Modell

h_t	Varianz
α	Gewichtungsfaktor
ε_t	White Noise Prozess mit $V(\varepsilon_t) = 1$
β	Gewichtungsfaktor

Wenn die beiden Gewichtungsfaktoren α und β in Summe kleiner als Eins sind, dann ist das GARCH(1,1)⁴⁶ stationär⁴⁷. In Abschnitt 4 zeigt sich, dass bei dem geschätzten GARCH(p,q) $\alpha+\beta$ sehr nahe bei Eins liegt.

Das GARCH(p,q) Modell unterscheidet sich vom ARCH(p) Modell dadurch, dass die bedingte Varianz nicht nur von vergangenen Varianzen sondern auch verzögerte bedingte Varianzen zulässt⁴⁸.

⁴⁶ das in der Praxis am häufigsten verwendete GARCH Modell

⁴⁷ Bollerslev T. (1986) p. 311

⁴⁸ Bollerslev T. (1986) p.307-328; interessant ist vor allem, dass er das GARCH(p,q) Modell als „sort of adaptive learning mechanism“ beschreibt, dies bedeutet es stellt sich ein gewisser Lerneffekt in dem Modell ein. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit, wird auf das damit zusammenhängende Problem hingewiesen.

3. Value at Risk

3.1. Allgemeine Definition

Bevor im Speziellen darauf eingegangen wird, welche Bedeutungen die Berechnung des Value at Risk (VaR) hat, soll eine generelle Beschreibung den Begriff näher bringen.

Der VaR ist im eigentlichen Sinne eine Darstellung von finanziellem Marktrisiko⁴⁹. Dieses Risiko wird vor allem von Preisfluktuationen entweder in absoluten Werten (also der tatsächliche Verlust in einer Position) oder im Vergleich mit einer Benchmark (da insbesondere der Grad der *underperformance*) beeinflusst⁵⁰. Das Marktrisiko kann auch durch ein Restrisiko veranlasst werden, solche wären zum einen das Basis-Risiko (verursacht durch Veränderungen in der Korrelation von verschiedenen Vermögensgegenständen) zum anderen aber auch das Spread-Risiko (verursacht von Veränderungen im Unterschied zwischen zwei Vermögensgegenständen)⁵¹. Diese Arten von Marktrisiko können nun mit Hilfe des VaR für einzelne Titel aber auch ganze Portfolios dargestellt werden und zwar möglichst einfach durch Reduktion auf eine einzelne Zahl.

Hier einige unterschiedliche formale Definitionen von VaR:

*VaR summarizes the worst loss over a target horizon that will not be exceeded with a given level of confidence*⁵²

*VaR is a measure of the maximum potential change in value of a portfolio of financial instruments with a given probability over a pre-set horizon*⁵³

Aus diesen Definitionen lassen sich drei wesentliche Begriffe herauslesen:

- das Konfidenzniveau, das die statistische Sicherheit des VaR repräsentiert
- der Zeithorizont über den der VaR zutreffen soll
- und die Währung in welcher der VaR angegeben werden soll⁵⁴

⁴⁹ Jorion P. (2007) p. 22-27 unterscheidet beim finanziellen Risiko zwischen vier verschiedenen Arten: Markt-, Liquidität-, Kredit- und operationalem Risiko

⁵⁰ Longerstaey (1996) p. 24

⁵¹ Laubsch/Ulmer (1999) p. 13

⁵² Jorion P. (2007) p. 17

⁵³ Longerstaey (1996) p.6

Die Wahl des Konfidenzniveaus ist umstritten, 95% bedeuten zwar, dass einmal in 20 Trading Tagen der Portfoliowert um mehr als der VaR fällt, ein hohes Konfidenzniveau von 99,9% kann aber zu einem falschem Gefühl der Sicherheit führen. Auf welche Wahl das Niveau schlussendlich fällt, wird einerseits von Basel II bei 99% festgelegt und andererseits bleibt es jeder Firma, zumindest für interne Berechnungen, frei ein beliebiges Niveau zu wählen. Für die genauen Wahrscheinlichkeiten werden bestimmte Vielfache an Standardabweichungen verwendet, je nach Wahl des Konfidenzniveaus.

Nachdem diese drei Faktoren bestimmt wurden, ist der erste Schritt das Portfolio mit den aktuellen Marktwerten zu berechnen⁵⁴. Um die möglichen Preisfluktuationen berechnen zu können, ist es notwendig die Risikofaktoren zu bestimmen. Bei einer Vielzahl von Vermögensgegenständen und jeweiligen Risikofaktoren kann deren Anzahl schnell steigen und eine Berechnung erschweren. Deshalb wurde das *Mapping* eingeführt.

Beim Mapping werden die relevanten Risikofaktoren identifiziert, mit dem Ziel die Anzahl zu einer überschaubaren Zahl zusammenzufassen ohne dabei die Genauigkeit zu vernachlässigen. Nachfolgende Graphik soll dies illustrieren:

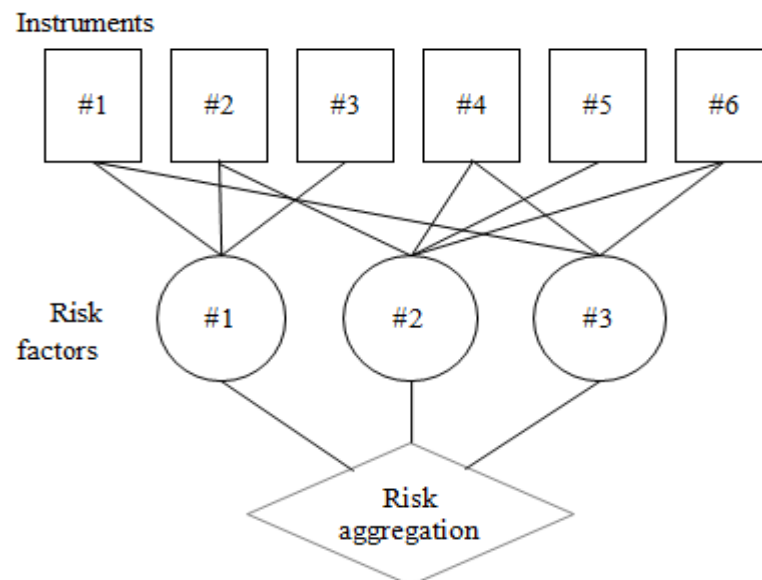


Abbildung 4: Mapping Procedere – Quelle: Jorion P. (2007) p. 280

⁵⁴ Laubsch/Ulmer (1999) p. 10-11, die Währung ist für gewöhnlich die Inlandswährung des Investors

⁵⁵ die nachfolgende Vorgehensweise bei der Bestimmung des VaR geschieht in Anlehnung an Longerstaey (1996) p. 105-110 und Laubsch/Ulmer (1999) p. 107-119

Beim *Mapping* gibt es viele verschiedene Techniken, diese werden hier jedoch nicht weiter ausgeführt⁵⁶.

Der nächste Schritt ist das Hauptmerkmal des VaR, nämlich die Entwicklungsprognose der Risikofaktoren über den Zeithorizont. Die verschiedenen Methoden werden weiter unten erklärt, ihnen allen gleich ist das Treffen einer Annahme über die Verteilung der Risikofaktoren.

Sobald diese Verteilung und deren Parameter ermittelt wurden, wird je nach Evaluierungsmethode⁵⁷ der Wert des Portfolios unter Berücksichtigung der relevanten Risikofaktoren bestimmt. Anhand dessen dann der *worst loss*⁵⁸ über den Zeithorizont mit einer gewissen Sicherheit ausgedrückt werden kann.

3.2. Value at Risk Modelle

3.2.1. Überblick

Der nachfolgende Abschnitt soll die gängigsten Methoden zur Berechnung des VaR aufzeigen. Die grundlegende Unterscheidung erfolgt hier in *local*- und *full-valuation*. Bei der *local valuation* erfolgt die Messung des Risikos einmalig zu Beginn und anschließend werden mögliche Entwicklungen mit Hilfe von Derivaten ermittelt und bewertet. Es werden die Delta Normal Methode vorgestellt, die ausschließlich auf linearen Zusammenhängen basiert, sowie die Delta Gamma Methode, die zusätzlich zweite Ableitungen mit einbezieht. Bei der *full-valuation* wird das Risiko durch eine vollständige Berechnung ermittelt, der Portfoliowert wird anhand verschiedenster Szenarien berechnet. Es lässt sich schon erahnen, dass die unterschiedlichen Ansätze und Methoden sehr wahrscheinlich unterschiedliche Annahmen sowie VaR Werte zum Ergebnis haben⁵⁹.

⁵⁶ sehen Sie dazu bitte in *Longerstaey* (1996) p. 117-121 das wohl bekannteste Verfahren: das Cash-Flow Mapping, das helfen soll Zinsrisiko zu bestimmen

⁵⁷ vgl. Abschnitt 3.2.

⁵⁸ vgl. die oben genannten Zitate von *Jorion* und *Longerstaey*

⁵⁹ eine ausführliche Darstellung folgt in der empirischen Analyse in Abschnitt 4, dort werden die unterschiedlichen Ergebnisse der verschiedenen VaR Methoden aufbereitet

3.2.2. Local Valuation

3.2.2.1. Delta Normal VaR

Das einfachste VaR Modell ist das Delta Normal. Bei diesem Modell unterstellt man einen linearen *Mapping* Prozess sowie die Annahme einer Normalverteilung⁶⁰ der relevanten Risikofaktoren⁶¹. Die Evaluierung erfolgt in zwei Schritten, im Ersten (*Mapping* Prozess) werden die verschiedenen Vermögensgegenstände linear berechnet, bezüglich ihrer Abhängigkeit von den Risikofaktoren. Weiters wird mit der Normalverteilungsannahme die Anzahl der relevanten Parameter drastisch reduziert, da auf Grund eines Mittelwertes von Null, nur noch die Volatilität beziehungsweise die Kovarianzen zwischen einzelnen Vermögensgegenständen von Bedeutung sind. In Abschnitt 4 werden die Volatilitäten und Kovarianzen aus den historischen Werten berechnet.

Die genaue Berechnung an sich sieht wie folgt aus: man definiert einen Vektor mit den Gewichtungen der Risikofaktoren, dieser wird danach mit der Varianz-Kovarianz Matrix (VarKovM) multipliziert. Es wird angenommen, dass die VarKovM über den Zeithorizont des Value at Risk konstant bleibt. Das Ergebnis dieser Matrixmultiplikation wird mit einem angemessenen Konfidenzintervall und dem Portfoliowert multipliziert⁶². Formell ausgedrückt:

$$\sigma^2(R_{p,t+1}) = w_t' \Sigma_{t+1} w_t$$

Formel 15: Varianz für Delta Normal Methode

Formel für die Volatilität des Gesamtportfolios mit

$R_{p,t+1}$ Rendite des Portfolios zum Zeitpunkt t+1

w' transponierter Gewichtungsvektor

Σ Varianz Kovarianz Matrix

der VaR ergibt sich dann mit

$$VAR = \alpha W \sqrt{w_t' \Sigma_{t+1} w_t} \quad \text{oder} \quad VAR = \alpha W \sigma(R_{p,t+1})$$

Formel 16: Value at Risk Delta Normal Methode

⁶⁰ die Normalverteilungsannahme vereinfacht insbesondere, da die lineare Kombination von normal verteilten Variablen ebenso normal verteilt sein muss, *Jones W.B. & Thron W.J. (1980)*

⁶¹ *Jorion P. (2007)* p. 247

⁶² angelehnt an die Darstellung in *Jorion P. (2007)* p. 260-262

α	Konfidenzintervall
W	Portfoliowert

Die Vorteile dieses Modells sind eindeutig die Einfachheit der VaR Ermittlung, es können andere Parameter für α und den Zeithorizont eingesetzt werden und man bekommt schnell die Veränderungen im VaR. Der Nachteil ist die Linearität, sie verhindert, dass Instrumente mit nichtlinearem Verlauf mit Hilfe des Delta Normal Modells ermittelt werden können. Die Annahme der Normalverteilung zieht weiterhin das Problem mit sich, dass in historischen Daten meist *fat tails* vorhanden sind und diese eben systematisch unterschätzt werden und somit kein adäquates Ergebnis erreicht werden kann.

3.2.2.2. Delta Gamma VaR

Wie oben erwähnt, zieht man bei der Delta Normal Methode eine lineare Beziehung zwischen den Vermögensgegenständen und den Risikofaktoren (z.B. die erste Ableitung einer Preisfunktion in Abhängigkeit des Risikofaktors) obwohl den Vermögensgegenständen nichtlineare Beziehungen zugrunde liegen⁶³. Bei der Delta Gamma Methode wird diese Beziehung um die zweite Ableitung erweitert um genauere Veränderungen im Wert der Vermögensgegenstände zu bestimmen⁶⁴. Abbildung (5) soll dies anhand des Wertes einer Put Option darstellen.

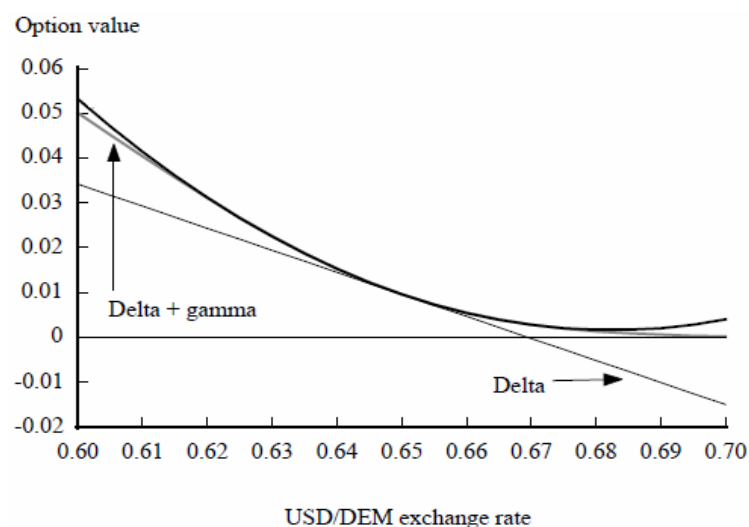


Abbildung 5: Illustration von den Unterschieden zwischen Delta Normal- und Delta Gamma Methode;

Quelle: Longerstaey (1996) p.14

⁶³ Longerstaey (1996) p. 13

⁶⁴ Hull J. (2006) p. 352-355; ein Beispiel wäre bei Anleihen außer der *Duration* auch die *Convexity* mit einzubeziehen.

Die Unterscheidung zur Delta Normal Methode ist die höhere Komplexität im *Mapping* Prozess sowie bei der Faktorenbestimmung. Mehrere Faktoren benötigen eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung, welche im einfachsten Fall durch eine bivariate Standard Normalverteilung gegeben sein kann.

Ein interessantes Beispiel, das den Unterschied zwischen Delta Normal und Delta Gamma Methode am besten veranschaulicht, ist der Fall der Barings Group 1995. Nick Leeson (Leiter der Tochtergesellschaft Barings Futures Singapore) hatte Ende 1994 *long* Positionen in Nikkei Futures und *short* Positionen in JGB (Japanese Government Bonds) und *short* Volatilitätspositionen in Nikkei gehandelten Optionen⁶⁵. Das daraus resultierende Konstrukt ist ein so genannter *short* Straddle⁶⁶, bei diesem kann ein Delta von Null auftreten, das Gamma jedoch sehr hoch sein.

3.2.2.3. β -Mapping

Ein noch einfacheres Modell der VaR Berechnung ist das so genannte Beta-Mapping. Es basiert auf dem Marktmodell, welches einen linearen Zusammenhang zwischen der Rendite eines Wertpapiers und der Rendite des Marktportfolios definiert⁶⁷. Der VaR wird ähnlich wie bei dem Delta Normal Modell nach Formel (16) berechnet. Die Volatilität wird beim Beta-Mapping jedoch nicht anhand der VarKovM berechnet, sondern beim gültigen Marktmodell ist die Volatilität ein linearer Zusammenhang zwischen dem Beta des Portfolios und des Marktrisikos⁶⁸. Der VaR ergibt sich somit formell:

$$VAR = W\alpha\sigma_M\beta_P$$

Formel 17: Value at Risk β -Mapping

W	Portfoliowert
α	Konfidenzintervall
σ_M	Marktvolatilität
β_P	gewichtetes Portfoliobeta

⁶⁵ Reverse Bank of Australia Bulletin (Nov. 1995)

⁶⁶ vgl. Anhang Abbildung (19)

⁶⁷ Lintner J. (1965) p. 18-20; der unsystematischen Komponente ε_t wird wiederum ein White Noise Prozess unterstellt der einen Mittelwert von Null aufweist und somit der lineare Zusammenhang ausreichend begründet wird.

⁶⁸ Dockner E.J./Harold P. (1999) p. 3-4; wiederum unter der Annahme, dass σ_ε^2 im Mittel unberücksichtigt bleibt

Vorteile und Nachteile entsprechen denen des Delta Normal Modells, außer dass mitunter das Beta-Mapping schneller berechnet werden kann und die Reduzierung auf einen einzelnen Risikofaktor.

3.2.3. Full Valuation

3.2.3.1. Historische Simulation

Bei der historischen Simulation werden keine Annahmen über die Verteilungen der Risikofaktoren getroffen. Es werden vergangene Daten aus einem bestimmten Zeitfenster genutzt um die heutigen Werte der Positionen zu bestimmen. Die Größe der herangezogenen Daten sollten entsprechend dem Zeithorizont gewählt werden⁶⁹. Der wesentliche Vorteil dieser Methode liegt in der individuellen Verteilung, da automatisch *fat tails* miteinbezogen werden und eine vollständige Verteilung von möglichen Portfoliowerten vorliegt⁷⁰. Es werden keine Annahmen über eine Verteilung benötigt und somit etwaige Ungenauigkeiten wie bei der Normalverteilung eher ausgeschlossen. Auf der anderen Seite ist das Problem bei der historischen Simulation, dass man aus der Vergangenheit auf die Zukunft schließt⁷¹. Zeiten mit hoher Volatilität können so überbewertet werden, aber Zeiten mit geringen Schwankungen können zu Unterschätzungen führen.

3.2.3.2. Monte Carlo Simulation

Bei Monte Carlo Simulationen werden zufällige verschiedene Szenarien generiert um den Portfoliowert zu bestimmen. Das starke Gesetz von großen Zahlen ermöglicht die Annahme, dass bei einer großen Anzahl von Zufallszahlen der Durchschnitt ungefähr dem wahren Erwartungswert entspricht⁷².

Diese Szenarien werden durch den jeweiligen Input bestimmt, zuerst werden die Parameter des stochastischen Prozesses definiert, der der Monte Carlo Simulation zu Grunde liegen soll. Die Definition erfolgt meist anhand historischer Daten bzw. anderer Modelle zur Bestimmung von erwarteten Renditen und Volatilitäten⁷³. In einem zweiten Schritt werden die zufälligen Szenarien zu einer Gesamtverteilung, von welchem der VaR errechnet wird,

⁶⁹ dieser liegt bei ungefähr 504 Tagen, da man ein Geschäftsjahr auf ca. 252 Trading-Tage schätzt und mindestens Daten aus zwei Jahren verwenden sollte

⁷⁰ Laubsch/Ulmer (1999) p. 8-9

⁷¹ Jorion P. (2007) p. 262-265

⁷² McLeish D. (2005) p. 77

⁷³ solche Modelle sind unter anderem die oben genannten; vgl Abschnitt 2.3. und 2.4.

zusammengefasst. Die Monte Carlo Simulation vermeidet die Fehler der anderen Methoden wie die Stabilität von Renditen und Volatilitäten sowie die Missachtung von *fat tails*. Auf der anderen Seite jedoch, können die stochastischen Prozesse unzutreffend sein bzw. falsche Parameter implizieren⁷⁴.

Ein großes Problem der Monte Carlo Simulation ist die Generierung von Zufallszahlen bzw. Szenarien. Der erforderliche Generator sollte zumindest im Grundsatz den Grenzwertsatz und das starke Gesetz der großen Zahlen berücksichtigen. Ebenso ist oft nicht garantiert, dass der Output auch wirklich zufällig ist, Microsoft Excel z.B. verwendet als Ausgangspunkt für seine Generierung das jeweilige Datum. Deshalb ist es nötig Tests durchzuführen, die bestätigen sollen ob „ungefähr“⁷⁵ Zufälligkeit vorliegt.

3.2.3.3. Runs Test

Bei Runs Test werden aus einer Grundgesamtheit beliebig viele Elemente n gezogen. Diese Elemente n werden danach in chronologischer Reihenfolge gelistet. Dabei werden jegliche Elemente gleicher Ordnung bzw. Ausprägung zu einem so genannten „Run“ R zusammengefasst⁷⁶.

Die Nullhypothese ist, dass die Elemente zufällig ausgesucht wurden. Um diese zu testen benötigt man den Erwartungswert sowie die Varianz der Verteilung von R . Wobei:

$$E(R) = \frac{2n-1}{3} \text{ und } Var(R) = \frac{3n-5}{18}$$

Formel 18: E(R) und Var(R) Runs Test

gilt; die Hypothese kann nun abgelehnt werden, wenn

$$\left| \frac{R - \frac{2n-1}{3}}{\sqrt{\frac{3n-5}{18}}} \right| > z$$

Formel 19: Bedingung für die Ablehnung der Nullhypothese

⁷⁴ Jorion P. (2007) p. 266-267

⁷⁵ der Begriff „ungefähr“ wird hier deshalb in Apostroph gesetzt, da es unmöglich ist mit Sicherheit sagen zu können, ob eine Folge wirklich zufällig ist. Hier wäre vor allem der Ansatz interessant nach Bestätigungen zu suchen bei denen die Hypothese von Zufälligkeit abgelehnt wird.

⁷⁶ McLeish D. (2005) p.86-87

R	Anzahl der Runs
n	Gesamtanzahl der Elemente
z	das jeweilige Quantil zum ausgewählten Signifikanzniveau einer $N(0,1)$

Ein kleines Beispiel soll dies veranschaulichen:

aufgelistet sind 15 Zahlen, generiert mit dem Befehl „=Zufallszahl()“ in Microsoft Excel
 0,96; 0,74; 0,17; 0,2; 0,03; 0,37; 0,67; 0,69; 0,46; 0,67; 0,27; 0,31; 0,58; 0,13; 0,2 nun wird
 beim jeweils darauf folgenden Element beachtet ob sich der Wert vergrößert + oder verringert
 - hat, daraus ergibt sich die Folge +---+---+---+---+, die Anzahl der Runs beträgt also $R = 11$.
 Aus Formel (4.f) ergibt sich nun bei einem Signifikanzniveau von 0,1% ($z=3,09$) $\rightarrow 0,8944 >$
 $3,09$; die Nullhypothese kann nicht abgelehnt werden, somit lässt sich erwarten, dass die
 Zahlen wirklich zufällig ausgewählt wurden.

Zusammenfassend kann die Monte Carlo Simulation in vier Schritten erklärt werden⁷⁷.

1. Eine Verteilung bestimmen welche die empirischen Daten reflektiert
2. davon ein zufälliges Datenset generieren
3. die relevanten Parameter daraus bestimmen
4. Schritt 2 & 3 ausreichend wiederholen um eine signifikante Aussage treffen zu können

⁷⁷ Löffler G./Posch P. (2007) p. 114-115

4. Empirische Analyse

4.1. Überblick

Die in den vorangegangenen Abschnitten erläuterten Modelle und Verfahren werden hier zur Ermittlung und Prognose des Marktrisikos sowie zur Berechnung des VaR verwendet. Es werden zwei bekannte Märkte analysiert, zum einen ein kleiner Markt wie der ATX in Wien und zum anderen der Dow Jones Industrial in New York. Als Datenbasis werden die historischen täglichen Schlusskurse über den Zeitraum 4.1.1993 bis 6.5.2009 herangezogen. Die Daten umfassen somit 4040 Beobachtungen, diese werden in zwei verschiedene Bereiche unterteilt. Die erste Periode umfasst die Beobachtungen von 4.1.1993 bis einschließlich 30.6.2008⁷⁸. Darauf aufbauend sollen Prognosen über den restlichen Zeitraum getätigt werden. Es wird überprüft inwieweit Rendite- und Volatilitätsschätzungen, VaR, Stress-Tests, etc. Gültigkeit bzw. Relevanz finden in Zeiten einer globalen Finanzmarktkrise, sowie Unterschiede zwischen den beiden Märkten. Es soll gezeigt werden, ob man sich eher auf Modelle verlassen kann, entwickelt von kleinen oder großen Märkten.

4.2. Maximum Likelihood

Im Folgenden werden nun noch einige der verwendeten Verfahren erklärt, welche zur Berechnung der Daten genutzt werden. Das wohl wichtigste Verfahren ist die „Maximum Likelihood“ Methode. Ausgangspunkt ist eine Datenmenge und ein mathematisches Modell. Man versucht nun die Parameter des mathematischen Modells so zu bestimmen, sodass die Wahrscheinlichkeit die Datenmenge zu beobachten maximiert wird⁷⁹. Das bedeutet man bestimmt zuerst eine Funktion, welche beschreibt, wie die Wahrscheinlichkeit der Datenmenge von den Parametern abhängt. Danach verändert man die Werte der Parameter solange, bis die Wahrscheinlichkeit maximiert wird. Die *Maximum Likelihood* Methode wurde schon zu Beginn des 20. Jahrhunderts von R. A. Fischer entwickelt. Fischer hat seine Methode auf der Normalverteilung aufgebaut und entwickelt⁸⁰.

Ein kleines Beispiel soll diese Methode besser illustrieren: man wirft eine Münze 100 Mal, das Ergebnis ist 100 Mal Kopf und keinmal Zahl. Der erste Schritt ist die Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilung, welche in diesem Beispiel binomial ist. Weiters ist bekannt, dass der Werfer eine von drei Münzen ausgewählt hat. Die erste Münze hat auf der einen

⁷⁸ dieser wird weiterführend als „in-sample“ Bereich bezeichnet

⁷⁹ Löffler/Posch (2007) p.108

⁸⁰ Aldrich J. (1997) p. 162-176

Seite Kopf auf der anderen Zahl, die Zweite hat auf beiden Seiten Kopf und die Letzte auf beiden Seiten Zahl. Man bestimmt nun die Münze mit der es am wahrscheinlichsten ist, bei 100 Würfeln 100 Mal Kopf zu bekommen. Nach der Formel für die Binomialverteilung⁸¹ ergibt sich für die Wahrscheinlichkeiten der drei Münzen: $7,8 \cdot 10^{-31}$; 1 und 0; Somit wird bei Auswahl der zweiten Münzen, das Ergebnis am wahrscheinlichsten.

4.3. Regression Output

Für die Regressionsanalyse wichtige Parameter werden anschließend kurz erklärt, es handelt sich hier bei um das Akaike Info Kriterium, das Schwarz Kriterium und der Durbin Watson Test. Das Akaike und Schwarz Kriterium sind beides Informationskriterien, welche helfen sollen die Anzahl der Terme in einer Gleichung zu bestimmen. Beide sind auf die in dieser Arbeit verwendete *Maximum Likelihood* Methode anwendbar. Der Unterschied der beiden besteht darin, dass Schwarz Gideon davon ausgeht, dass ein wahres Modell existiert⁸² und Akaike Hirotugo dies verneint und nur ein annähernd richtiges Modell beschreiben möchte⁸³. Der Durbin Watson Test dient zur Überprüfung von Autokorrelationen erster Ordnung. Sein Koeffizient „d“ dient als Maß für die Interpretation einer Autokorrelation zwischen zwei Variablen, dabei liegt der Wert von „d“ Wert normalerweise zwischen 0 und 4, und genau bei 2 sollte keine Autokorrelation vorliegen⁸⁴.

Für die Interpretation der Regression - Outputs⁸⁵ werden nun einige der Werte erklärt, da auf Grund des Programms eine Tabelle nur in englischer Sprache verfügbar ist:

- Coefficient: zeigen die Mitwirkung der unabhängigen Variablen zur Bestimmung der abhängigen Variable
- Standard Error: misst die statistische Verlässlichkeit der Koeffizienten⁸⁶
- t-Statistic: eine Teststatistik für die Hypothese, dass der Koeffizient einen bestimmten Wert hat⁸⁷
- Probability: Wahrscheinlichkeit für den T-Test

⁸¹ nachzulesen in Holland H./Scharnbacher K. (2004) p.16

⁸² Schwarz G. (1978) p. 461 - 464

⁸³ Akaike H. (1974) p. 716 - 723

⁸⁴ Urban/Mayerl (2008) p. 264-267

⁸⁵ im folgenden werden die Regression Outputs als solche bezeichnet und unabhängig von Relevanz einzelner Werte immer in demselben Format gezeigt.

⁸⁶ Urban/Mayerl (2008) p. 146-153

⁸⁷ Brannath W./Futschik A. (2001) p. 210-213

- R^2 : auch Determinationskoeffizient oder Bestimmtheitsmaß genannt; bestimmt wie optimal die Modellschätzung ist. Der Wert kann zwischen 0 und 1 liegen, wobei gilt, je höher desto optimaler⁸⁸
- Adjusted R^2 : gibt das Bestimmtheitsmaß an, korrigiert um die Freiheitsgrade
- Standard Error of the regression: gibt den Wert der Größe des Prognosefehlers an
- Sum of squared residuals: Summe der quadrierten Residuen
- Log Likelihood: gibt den Wert der Likelihoodfunction wieder
- Mean dependent var: Mittelwert der abhängigen Variable
- S.D. dependent var: Standardabweichung der abhängigen Variable
- Akaike info criterion, Schwarz criterion, Durbin Watson Statistic⁸⁹

4.4. Austrian Traded Index

Dieser Teil beschäftigt sich zuerst mit der Frage nach der Verteilung der Renditen, danach folgt eine Aufzeigung der Autokorrelation und partiellen Autokorrelation. Anhand derer versucht wird, ein Modell zu ermitteln, welches die Entwicklung der täglichen Renditen am besten ausdrückt. Nachdem ein Prognosemodell für die Renditen bestimmt wurde, folgen verschiedene Volatilitätsbestimmungen mittels der weiter oben genannten Verfahren und Modelle.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Kursentwicklung sowie die täglichen Rendite für den gesamten Beobachtungszeitraum. Die Kursentwicklung zeigt einen deutlichen Abwärtstrend beginnend ab Juli 2008, ebenso zeigt sich das Phänomen des *Volatility Clustering*⁹⁰ sehr deutlich ab diesem Zeitpunkt. Aus vorangegangenen Abbildungen⁹¹ wird auch sichtbar, dass vor allem bei gleitenden Durchschnitten die Abweichungen vom langjährigen Mittel erheblich abweichen können. Das lässt auf interessante Ergebnisse im weiteren Verlauf dieser Arbeit schließen.

⁸⁸ Urban/Mayerl (2008) p. 57-62

⁸⁹ vgl. Abschnitt 4.3.

⁹⁰ diese sind rot umrandet in Abbildung (7)

⁹¹ vgl. Abschnitt 2.2.3. Abbildung (2) und (3)

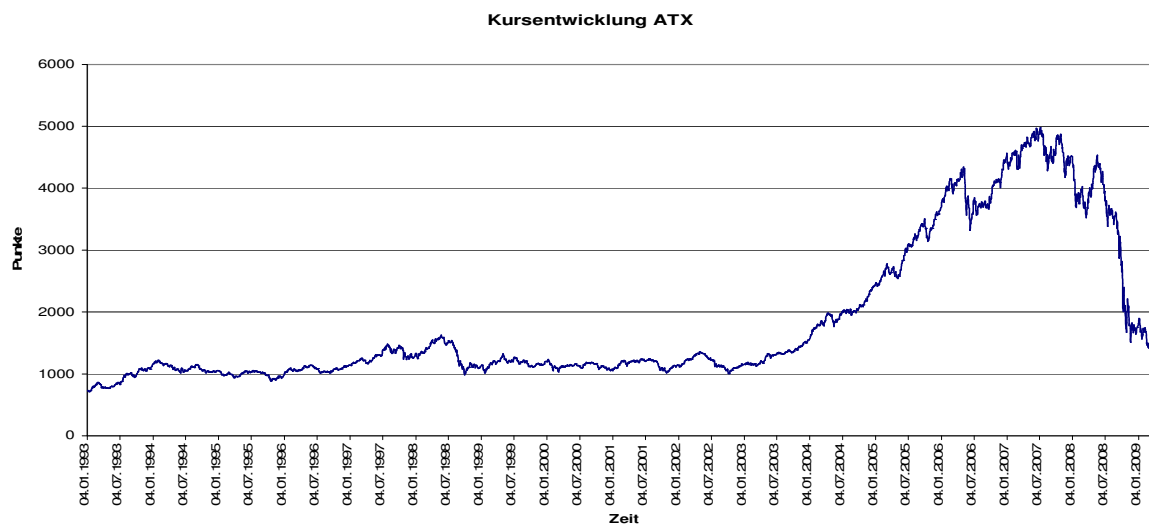


Abbildung 6: Kursentwicklung des ATX von 4.1.1993 bis 6.5.2009

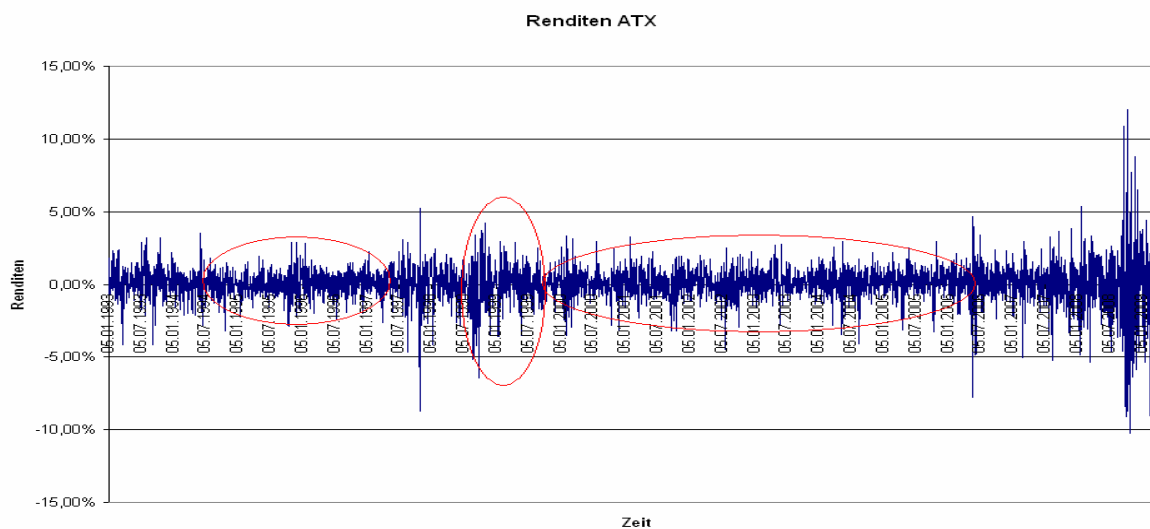


Abbildung 7: Renditen des ATX von 4.1.1993 bis 6.5.2009, mit markierten Volatility Clusters

Aus Abbildung 2 lässt sich eindeutig erkennen, dass die Renditen sich bis ca. Mitte 2007 in einem Bereich von -2,5% und +2,5% bewegten, mit Ausnahme von immer wieder auftretenden Intervallen höherer Volatilitäten. In der Finanzmarktkrise jedoch stieg dieser Bereich auf -5% bis +5% mit etlichen Renditen, welche weit darüber hinaus reichten.

Es folgt nun ein Histogramm der Renditen sowie erste relevante statistische Daten:

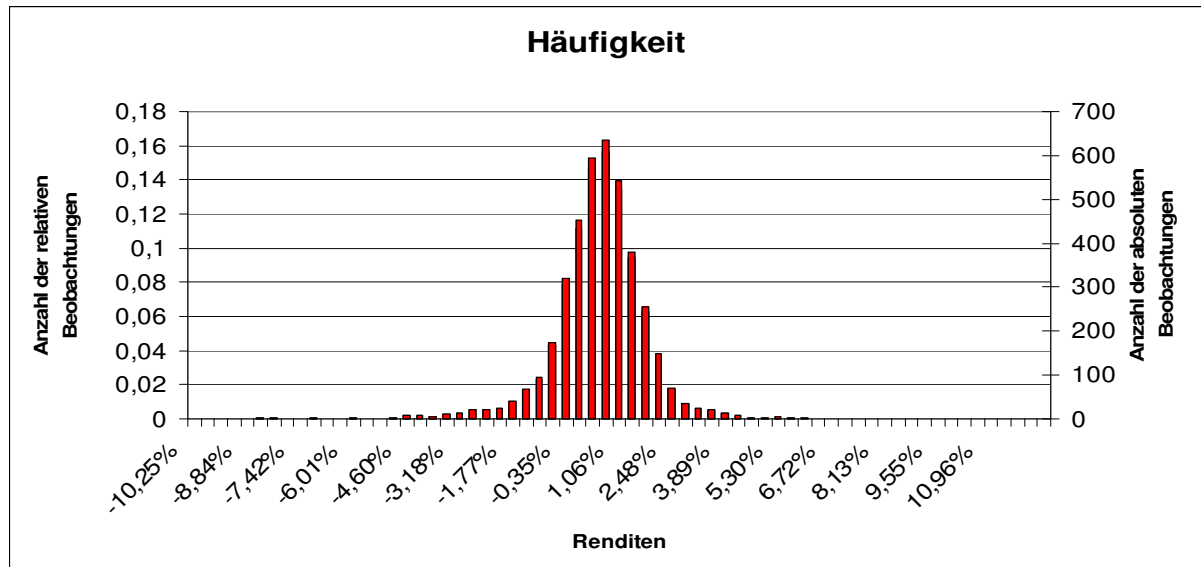


Abbildung 8: Histogramm der täglichen Renditen des ATX über den gesamten Beobachtungszeitraum

Abbildung (8) zeigt auf den ersten Blick eine annähernde Normalverteilung, diese sollte eine Schiefe von Null und eine Kurtosis von Drei aufweisen. Tabelle (1)⁹² zeigt die Ergebnisse von den Momenten der Verteilung. Wie normalerweise angenommen, sollten Renditen einem White Noise Prozess folgen mit einem Mittelwert von Null. Die täglichen ATX-Renditen weisen jedoch einen positiven Mittelwert auf, der jährlich sogar 6,4 % beträgt. Die Schiefe von nur -0,486 weist noch keine größere Abweichung von der Standard Normalverteilung auf. Die Kurtosis auf der anderen Seite weicht mit 13,08 erheblich von der Sollgröße Drei ab. Das bedeutet der ATX weist *fat tails* auf und somit eine höhere Wahrscheinlichkeit für größere Abweichungen vom Mittelwert. Dies lässt die Annahme vermuten, dass die Renditen nicht normal verteilt sind. Der Jarque-Bera Test bestätigt dies eindeutig mit einem Wert von über 17.000. Als Schlussfolgerung bleibt, dass die Verteilung der Renditen nicht der einer Standard Normalverteilung entspricht, welche jedoch als Grundlage für sämtliche in dieser Arbeit vorgestellten Modelle dienen sollte.

Series: RETURN ATX				
Sample 1/05/1993 5/06/2009				
Observations 4040				
	Daily	Weekly	Monthly	Yearly
Mean	0.025432	0.127064	0.533669	6.404031
Median	0.070000			

⁹² statistische Daten wurden mit dem Programm Eviews 6 berechnet

Maximum	12.02000			
Minimum	-10.25000			
Std. Dev.	1.324107	2.960883	6.068005	21.020187
Skewness	-0.485608			
Kurtosis	13.07984			
Jarque-Bera	17262.00			
Probability	0.000000			

Tabelle 1: Statistische Daten der tägliche Renditen des ATX im Zeitraum 5.1.1993-6.5.2009

Der nächste Schritt ist die Analyse von Autokorrelation und partieller Autokorrelation. Wie schon weiter oben erwähnt⁹³, können sie zur Bestimmung des Modells helfen. Die nachfolgende Abbildung ist ein Auszug aus der Zeitreihenanalyse des ATX mit Hilfe des Programms Eviews 6⁹⁴. Die Länge wurde auf 36 festgesetzt (Standardmaß bei der Berechnung von Autokorrelationsfunktionen) und beinhaltet den „In-Sample“ Beobachtungszeitraum von 4.1.1993 – 30.6.2008. Um nachfolgende Abbildung (Korrelogramm) besser verstehen zu können ist es wichtig zu wissen, dass die kurzen senkrechten Striche ein Konfidenzintervall beschreiben. Solange also die Balken über diese hinausgehen sind sie von Relevanz und dienen der Bestimmung der genauen Ordnung. Die Abbildung (9) zeigt eine ausklingende partielle Autokorrelation, welche zumindest bis zu einer Länge von 15 gut sichtbar ist, es lässt sich aber auch erkennen, dass sogar eine Länge von 35 noch Relevanz zeigt. Eine ausklingende partielle Autokorrelation lässt auf einen Moving Average Prozess einer bestimmten Ordnung schließen, wenn die Autokorrelation nach einer gewissen Länge abbricht. Abbildung (9) zeigt einen solchen Abbruch nach einer Länge von zwei. Als erste Schlussfolgerung daraus kann man einen MA(2) vermuten. Wenn man jedoch die Autokorrelationsfunktion genauer betrachtet, sieht man, dass die Längen 7,13,14,18,19,... ebenfalls wieder Relevanz aufweisen. Es wird demnach auch die Signifikanz eines ARMA(q,p) Prozesses getestet.

⁹³ vgl. Abschnitt 2.3.2. – 2.3.4.

⁹⁴ Autokorrelation, partielle Autokorrelation wurden mit diesem Programm berechnet

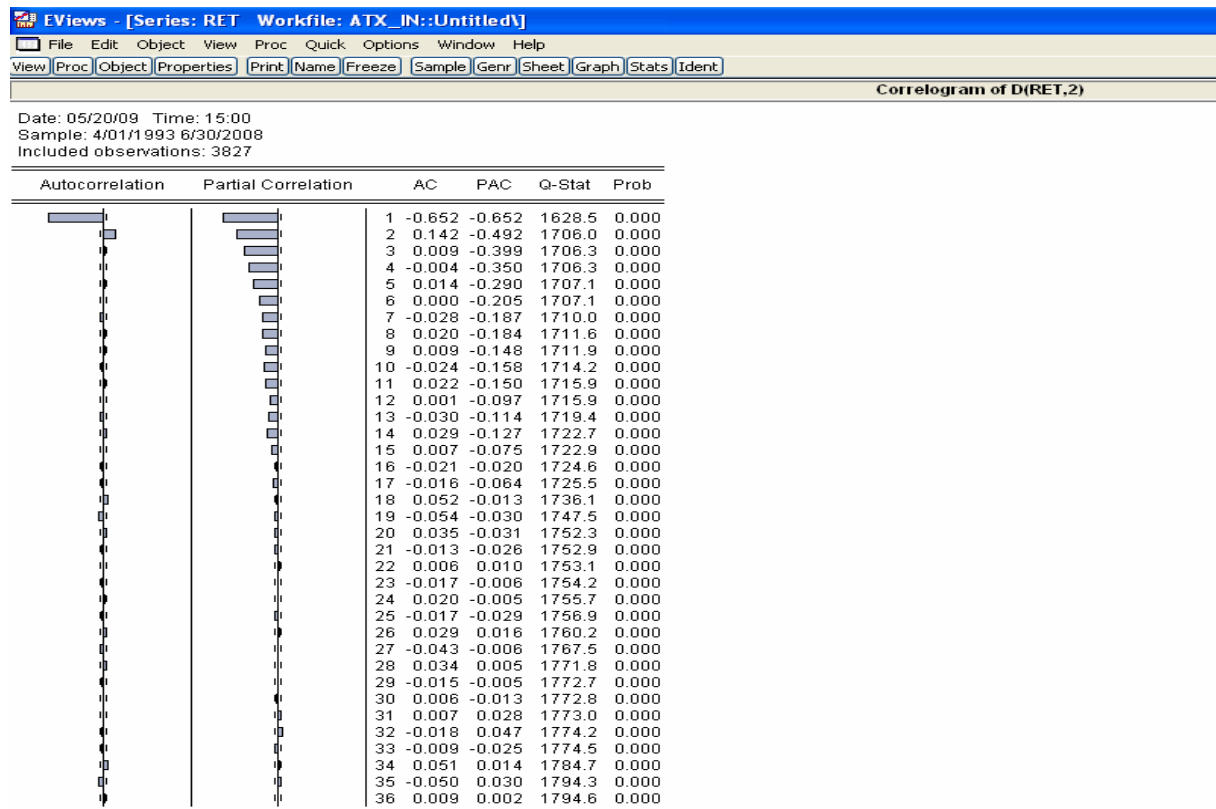


Abbildung 9: Korrelogramm der ATX Renditen in dem Zeitraum 4.1.1993-30.6.2008

Tabelle (2) zeigt den Regression Output für ein MA(2) Modell. Der erste Parameter auf den man achten sollte ist das R^2 , welches mit einem Wert von 0,92 schon relativ hoch ist und die Zeitreihe ausreichend erklärt. Der Durbin-Watson Test zeigt jedoch nur einen Wert nahe bei Null, daraus lässt sich schließen, dass das MA(2) Modell eine hohe positive Autokorrelation aufweist. Die resultierende Gleichung zur Vorhersage des ATX liefert nicht genügend Aussagekraft.

timeseries: ATX_In				
Method: Nonlinear Least Squares (Levenberg-Marquardt)				
date: 05-20-09 time: 16:12				
Included observations: 3830				
p = 0 - q = 2 - constant - manual selection				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1793,580706	19,7258143	90,92555953	0
MA(1)	1,737059541	0,0061897	280,6371746	0
MA(2)	0,923168746	0,00619526	149,0121616	0

R-squared	0,918669	Mean dependent var	1817,378569
Adjusted R-squared	0,918627	S.D. dependent var	1180,804738
S.E. of regression	336,836745	Akaike info criterion	14,477857
Sum squared resid	434207566,059649	Schwarz criterion	14,482753
Log likelihood	-27722,095780	Durbin-Watson stat	0,309577

Tabelle 2: Regression Output für den Test auf ein MA(2) Modell

Als nächstes wird ein ARMA(q,p) Modell unterstellt und auf seine Signifikanz getestet. Das bedeutet man versucht die Zeitreihe mittels der vorangegangenen Renditen und Schocks vorherzusagen. Es wurden verschiedene ARMA(q,p) Modelle getestet; die folgende Tabelle (3) zeigt den Regression Output für das ARMA(2,2) Modell, welches die In-Sample Zeitreihe am besten beschreibt. Die t-Statistik Werte sind ausreichend gering und das Bestimmtheitsmaß mit 0,999 bestätigt die Güte des Modells. Der Durbin Watson Test zeigt im Vergleich zum MA(2) Modell einen Wert sehr nahe bei Zwei und beweist damit, dass keine Autokorrelation vorherrscht. Die Abbildung (10) zeigt graphisch den Unterschied zwischen der realen ATX Kursentwicklung und den durch einerseits durch das MA(2) Modell und andererseits durch das ARMA(2,2) Modell bestimmten Kursentwicklungen. Es wird deutlich, dass das ARMA(2,2) Modell die wirkliche Entwicklung besser repliziert als das MA(2) Modell. Die Linie des Kursverlaufes der realen ATX Entwicklung wurde extra dick gezeichnet, da ansonsten kein Unterschied zwischen ihr und dem ARMA(2,2) Modell in dieser Abbildung zu erkennen gewesen wäre.

timeseries: ATX_In				
Method: Nonlinear Least Squares (Levenberg-Marquardt)				
date: 05-20-09 time: 16:31				
Included observations: 3828				
p = 2 - q = 2 - no constant - auto selection				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	1,532864892	0,26799331	5,719787813	1,1482E-08
AR(2)	-0,532709703	0,26808508	-1,98709193	0,04698345
MA(1)	-0,538747316	0,26792925	-2,010782016	0,04441855
MA(2)	0,040348796	0,01705009	2,366486062	0,01800741
R-squared	0,999505	Mean dependent var	1817,946857	
Adjusted R-squared	0,999504	S.D. dependent var	1180,851327	

S.E. of regression	26,293279	Akaike info criterion	9,377548
Sum squared resid	2643670,888090	Schwarz criterion	9,384079
Log likelihood	-17944,627207	Durbin-Watson stat	1,998948

Tabelle 3: Regression Output für den Test auf ein ARMA(2,2) Modell

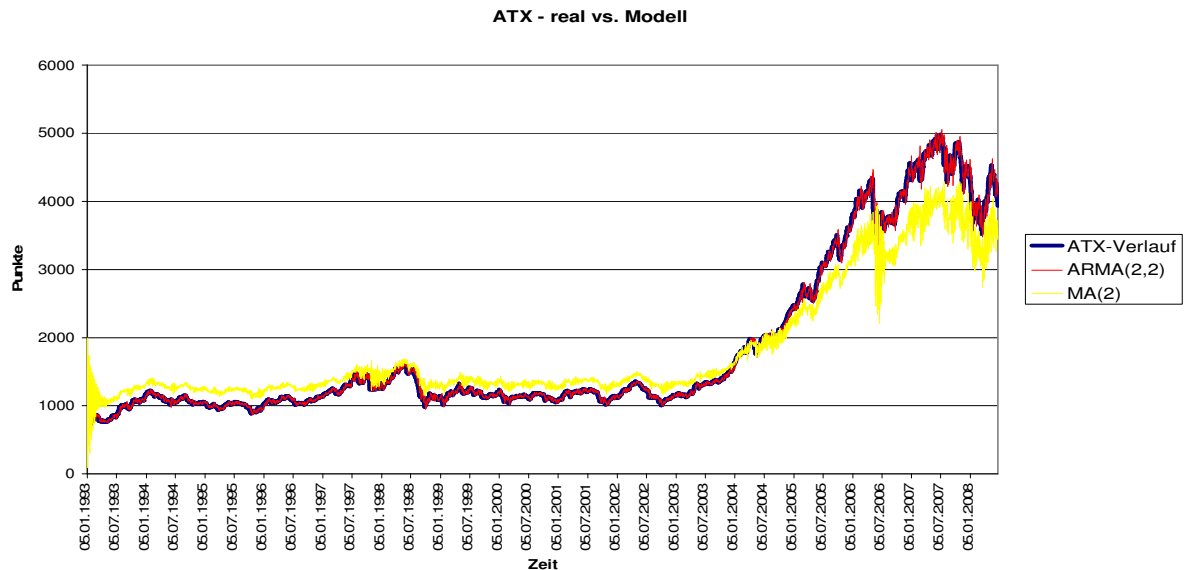


Abbildung 10: Unterschiede zwischen der realen, durch MA(2) und ARMA(2,2) resultierenden Zeitreihen

Als nächster Schritt werden mittels *Maximum Likelihood*⁹⁵ Methode, die auf die Zeitreihe am besten geeigneten Volatilitätsmodelle⁹⁶ errechnet. Ausgangspunkt für die Berechnungen ist wiederum die In-Sample Zeitreihe. Das Ziel dieses Verfahren ist einerseits ein geeignetes Modell zu finden um Vorhersagen treffen zu können und andererseits aufzuzeigen wie unterschiedlich die Volatilitäten sein können, welche danach zur VaR Berechnung herangezogen werden.

Die Resultate der Berechnungen für die ARCH & GARCH Modelle finden Sie in der Tabelle (4). Es werden nun die Modelle ausgewählt die von der Summe der *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) am größten sind. Bei den ARCH(p) Modellen ist der beste Prozess ein ARCH(2). Die Volatilitätsgleichung hierfür lautet:

$$h_t = 0,000095 + 0,380609 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,187345 * \varepsilon_{t-2}^2$$

Formel 20: ARCH(2) ATX

⁹⁵ eine genaue Erklärung wie mit dieser Methode die Modelle berechnet wurden finden Sie im Anhang

⁹⁶ ARCH, GARCH, EWMA

Parameter	ARCH(1)	ARCH(2)	ARCH(3)	GARCH(1,1))	GARCH(1,2))	GARCH(2,1))	GARCH(2,2))
α_0	0,000121	0,000095	0,000000	0,000024	0,000024	0,000042	0,000024
α_1	0,423386	0,380609	0,391088	0,265767	0,288041	0,581821	0,288330
α_2		0,187345	0,293853			0,000000	0,000000
α_3			0,320057				
β_1				0,622839	0,283309	0,183105	0,283762
β_2					0,315477		0,315004
Persistance				0,889	0,887	0,765	0,887
Summe	29201,42	29342,97	28989,14				
MLE	6	8	7	29455,962	29485,126	29100,516	29485,126

Tabelle 4: Resultate der ARCH & GARCH Modelle mittels Maximum Likelihood Methode

Bei den GARCH(q,p) Modellen lässt sich sehr schön erkennen, dass eine Erhöhung der Länge q auf 2 keinen Sinn mehr macht, da sowohl beim GARCH(2,1) als auch beim GARCH(2,2) das α_2 Null beträgt. Weiters sieht man beim Vergleichen von GARCH(1,2) und GARCH(2,2), dass beinahe dieselben Ergebnisse vorliegen. Die Summe der Faktoren zeigt ob das Modell stationär ist, diese sollte kleiner als Eins sein. Als Schlussfolgerung der Berechnungen wird das GARCH(1,2) als das beste Modell identifiziert und die Volatilitätsgleichung lautet somit:

$$h_t = 0,000024 + 0,288041 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,283309 * h_{t-1} + 0,315477 * h_{t-2}$$

Formel 21: GARCH(1,2) ATX

Die Ergebnisse des EWMA-Modell, ebenfalls berechnet mittels *Maximum Likelihood* Methode, zeigen ein Lambda von 0,8884. Das bedeutet, dass die Volatilitäten von gestern mit einem Glättungsfaktor von knapp 89% gewichtet werden und die Residuen mit 11%. Schätzungen für die Volatilitäten mittels EWMA-Modell werden anhand folgender Gleichung berechnet⁹⁷.

$$\sigma_t^2 = 0,1116 * (r_{t-1} - \mu)^2 + 0,8884 * \sigma_{t-1}^2$$

Formel 22: EWMA ATX

⁹⁷ Beobachtungszeitraum ist auch hier der In-Sample Zeitraum

4.5. Dow Jones Industrial

Der nächste Teil der empirischen Analyse beschäftigt sich mit dem Dow Jones Index. Dieser ist ein weitaus größerer Index hinsichtlich seiner Marktkapitalisierung gegenüber dem ATX. Dieser Teil soll mögliche Unterschiede zwischen den beiden Indices aufzeigen, welche vielleicht auf Grund der Größe des Marktes resultieren können. Ebenso ob die ausgesuchten Modelle eher verlässlich sind bzw. konsistent im Hinblick auf die Länge, als bei einem kleinen Markt wie dem ATX.

Zunächst werden die folgenden Abbildungen und Tabellen das Kursverhalten, die Verteilung der Renditen mittels Zeitreihe und Histogramm sowie dazugehörige statistische Daten aufzeigen. Diese beziehen sich vorerst auf den gesamten Beobachtungszeitraum. Der auffälligste Unterschied zwischen den beiden Kursentwicklungen ist die Entwicklung in den 90er Jahren, während der ATX sich sogar bis in das Jahr 2003 immer im Bereich von ca. 1300 Punkten bewegte, relativ gesehen also kaum Entwicklung statt fand, schaffte der Dow Jones in demselben Zeitraum eine Steigerung von knapp 3.500 Punkten auf 8.000 Punkten mit Phasen um die 11.000 Punktemarke. Die zweite Auffälligkeit liegt bei den Renditen, es sind deutlich mehr und stärker ausgeprägte *Volatility Clusters*⁹⁸ vorhanden, verglichen mit den Renditen des ATX. Die Konzentration und die Höhe der Renditen müssen deutlich höher sein als beim ATX, da sich ansonsten die Kursentwicklung des Dow Jones nicht vereinbaren ließe.

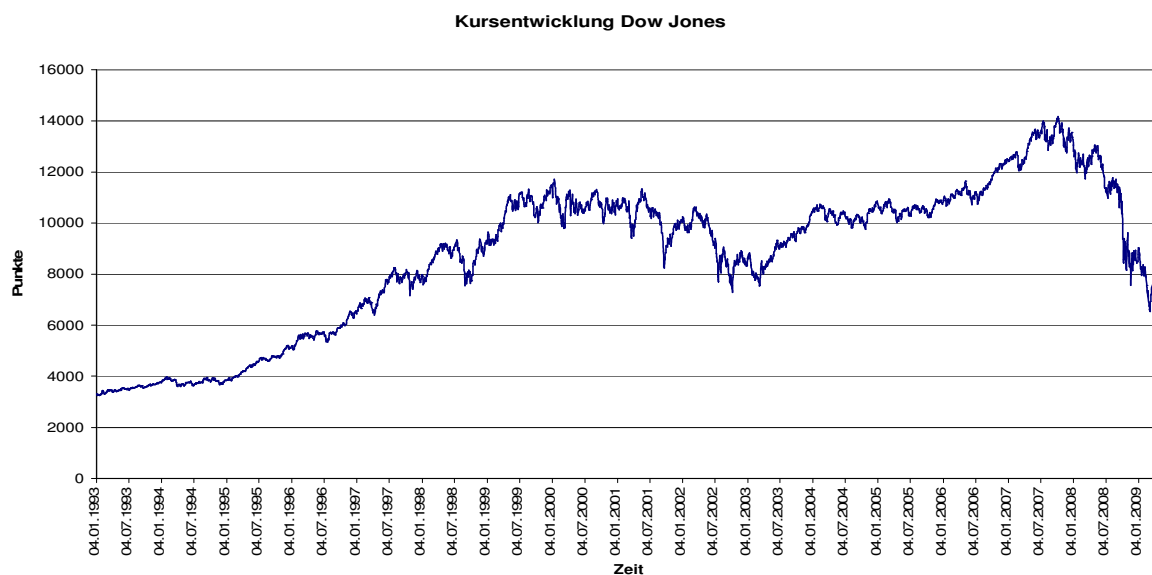


Abbildung 11: Kursentwicklung des Dow Jones im Zeitraum von 4.1.1993 – 6.5.2009

⁹⁸ gekennzeichnet in Abbildung (12)

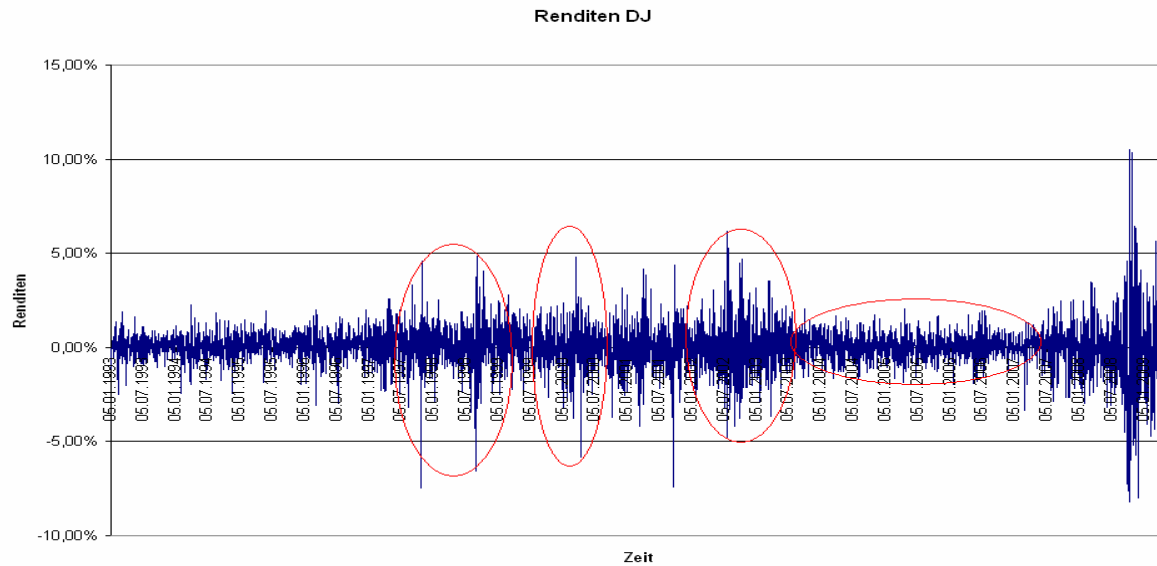


Abbildung 12: Renditen des ATX von 4.1.1993 – 6.5.2009, mit markierten Volatility Clusters

Das Histogramm zeigt auf den ersten Blick wiederum eine annähernde Normalverteilung. Ein Blick auf Tabelle (5) mit den Ergebnissen der statistischen Analyse zeigt, dass auch hier keine Standard Normalverteilung vorliegt. Jedoch ist die Abweichung weniger stark ausgeprägt als beim ATX. Dies zeigen einerseits die Minimum- und Maximumwerte, welche beide um knapp 2% höher bzw. niedriger ausfallen, andererseits aber auch die Kurtosis, die zwar noch immer weit über der Sollgröße liegt, jedoch mit „nur“ 11,73 harmloser ausfällt als beim ATX. Der Jarque - Bera Test zeigt auch hier eine klare Ablehnung der Normalverteilungsannahme. Abschließend zur statistischen Analyse bleibt noch zu sagen, dass zwar die annualisierte Rendite geringer ist als beim ATX, der Dow Jones jedoch weniger volatil.

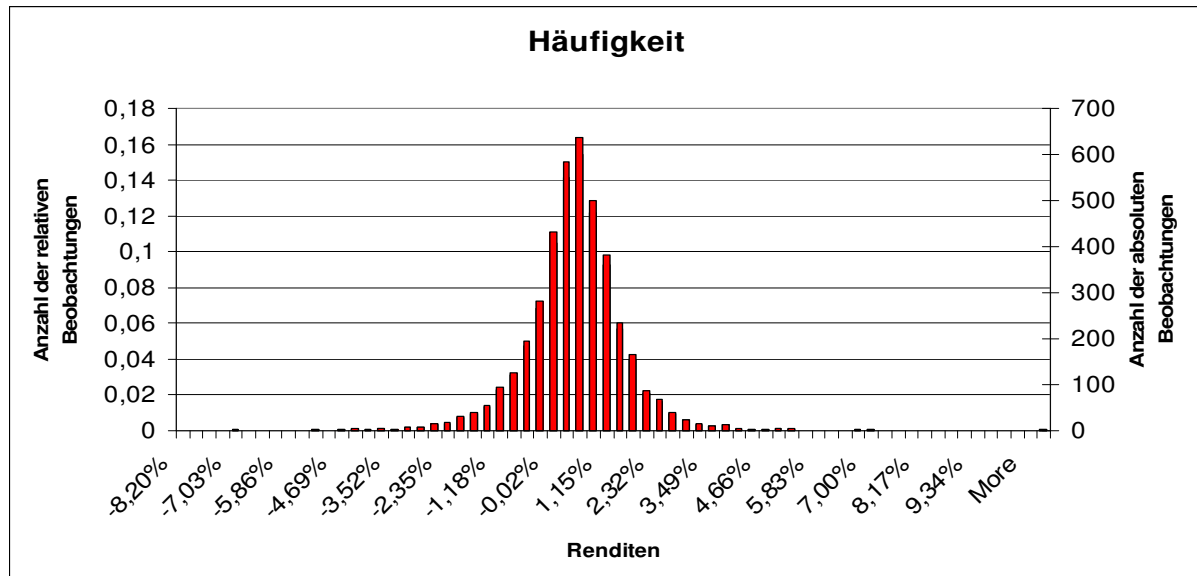


Abbildung 13: Histogramm der täglichen Renditen des Dow Jones über den gesamten Beobachtungszeitraum

Series: RETURN DOW				
Sample 1/05/1993 5/06/2009				
Observations 4116				
	Daily	Weekly	Monthly	Yearly
Mean	0.022942	0.11471	0.481782	5.781384
Median	0.050000			
Maximum	10.51000			
Minimum	-8.20000			
Std. Dev.	1.166358	2.608056	5.344924	18.515360
Skewness	-0.125082			
Kurtosis	11.73652			
Jarque-Bera	13100.78			
Probability	0.000000			

Tabelle 5: Statistische Daten der täglichen Renditen des Dow Jones im Zeitraum 5.1.1993-6.5.2009

Der nächste Schritt ist die Analyse von Autokorrelation und partieller Autokorrelation. Die nachfolgende Abbildung zeigt einen Auszug aus der Zeitreihenanalyse des Dow Jones. Die Länge wurde wieder auf 36 festgesetzt und beinhaltet nur den „In-Sample“ Beobachtungszeitraum von 4.1.1993 – 30.6.2008. Das Korrelogramm des Dow Jones in Abbildung (14) zeigt im Gegensatz zu dem des ATX eine stärkere Ausprägung der ausklingenden partiellen Autokorrelation, welche zumindest bis zu einer Länge von 24 gut

sichtbar ist. Die Autokorrelation weist einen oszillierenden Charakter vor, sie ist ebenfalls stärker sichtbar als beim ATX. Als Schlussfolgerung deutet dies eindeutig auf einen ARMA(q,p) Prozess hin, da beide Autokorrelationen ausklingen bzw. oszillieren und nicht nach einer gewissen Länge abbrechen.

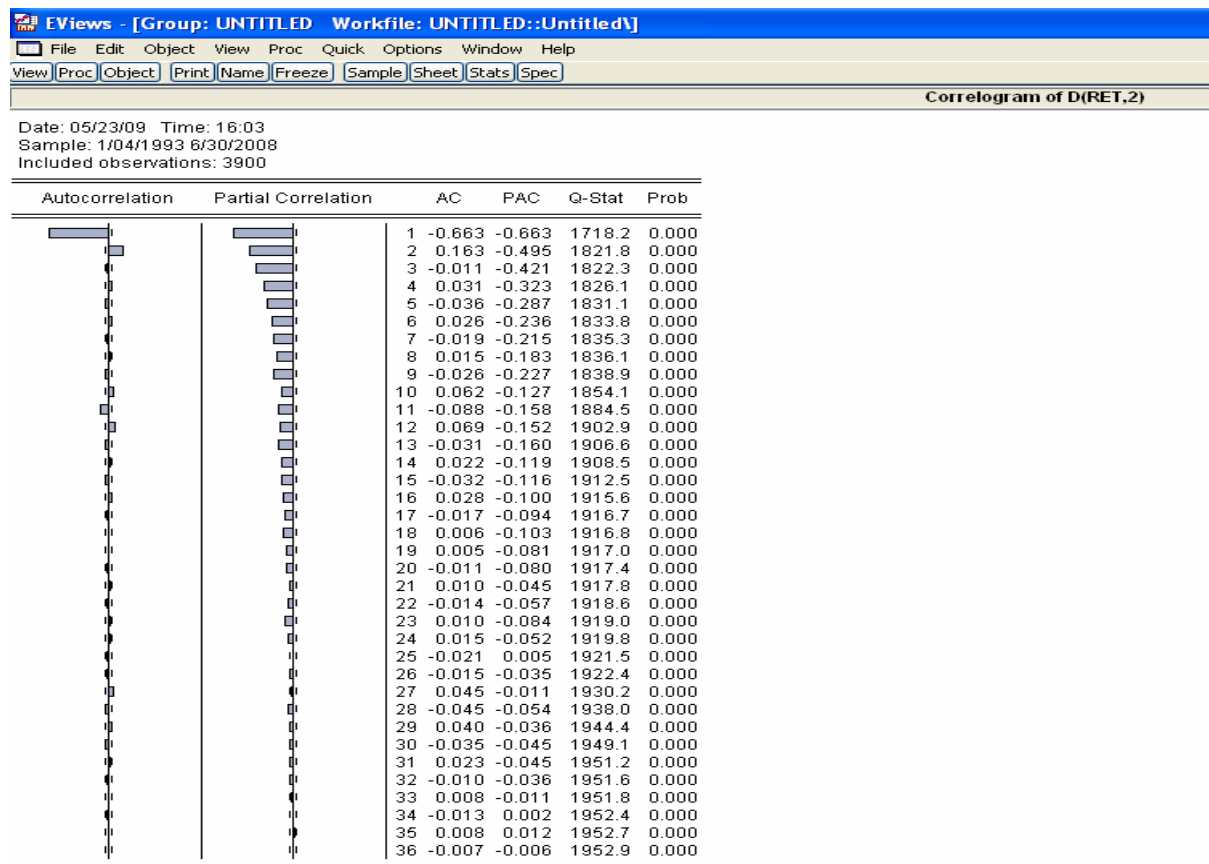


Abbildung 14: Korrelogramm des Dow Jones Renditen in dem Zeitraum 4.1.1993-30.6.2008

Beim Dow Jones wird gleich zu Beginn auf ein passendes ARMA(q,p) Modell getestet. Die folgende Tabelle zeigt den Regression Output wiederum für ein ARMA(2,2) Modell. Die wichtigen Kennzahlen wie das Bestimmtheitsmaß, T-Statistik und der Durbin Watson Test zeigen alle zufrieden stellende Werte. Die Abweichung der Zeitreihe zur realen Zeitreihe ist, wie schon beim ATX, minimal⁹⁹. Als Folge wird das ARMA(2,2) Modell als Prognose Modell verwendet.

⁹⁹ vgl. Abbildung 4.4.

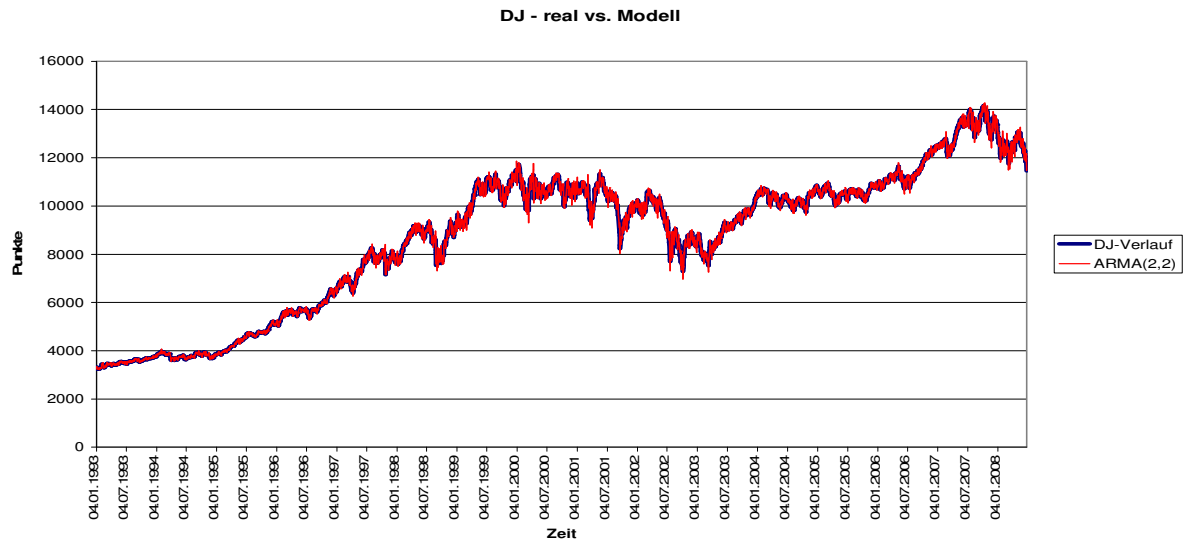


Abbildung 15: Unterschiede zwischen der realen und durch ARMA(2,2) resultierende Zeitreihen

Auch beim Dow Jones gilt es mittels *Maximum Likelihood*¹⁰⁰ Methode die, auf die Zeitreihe am besten passenden Volatilitätsmodelle zu bestimmen. Ausgangspunkt für die Berechnungen ist wiederum die In-Sample Zeitreihe.

Die Resultate der Berechnungen für die ARCH & GARCH Modelle finden Sie in der Tabelle (6). Nach demselben Verfahren werden nun die Modelle ausgewählt, die von der Summe der *Maximum Likelihood Estimation* am größten sind. Bei den ARCH(p) Modellen ist der beste Prozess ebenfalls ein ARCH(2), mit der Volatilitätsgleichung:

$$h_t = 0,000084 + 0,471891 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,160712 * \varepsilon_{t-2}^2$$

Formel 23: ARCH(2) Dow Jones

Parameter	ARCH(1)	ARCH(2)	ARCH(3)	GARCH(1,1)	GARCH(1,2)	GARCH(2,1)	GARCH(2,2)
α_0	0,000106	0,000084	0,000000	0,000009	0,000007	0,000017	0,000007
α_1	0,500195	0,471891	0,238102	0,267916	0,244675	0,540393	0,243926
α_2		0,160712	0,346312			0,000000	0,000000
α_3			0,285288				
β_1				0,702388	0,243243	0,402130	0,241419
β_2					0,482078		0,484217
Persistence				0,970	0,970	0,943	0,970
Summe							
MLE	29990,252	30111,860	29702,179	29908,747	29974,312	29524,196	29974,311

Tabelle 6: Resultate der ARCH & GARCH Modelle mittels Maximum Likelihood Methode

¹⁰⁰ eine genaue Erklärung wie mit dieser Methode die Modelle berechnet wurden finden Sie im Anhang

Bei den GARCH(q,p) Modellen ist es genauso wie beim ATX sinnlos eine Erhöhung der Länge q auf 2 vorzunehmen, da sowohl beim GARCH(2,1) als auch beim GARCH(2,2) das α_2 Null beträgt. Ebenfalls zeigen auch GARCH(1,2) und GARCH(2,2) fast dieselben Ergebnisse. Bei der Summe der Faktoren ist der Dow Jones eindeutig näher bei Eins als der ATX, bei allen GARCH(q,p) Prozessen liegt der Wert sehr nahe bei Eins. Als Schlussfolgerung der Berechnungen wird das GARCH(1,2) als das beste Modell identifiziert mit der Volatilitätsgleichung:

$$h_t = 0,000007 + 0,244675 * \varepsilon_{t-1}^2 + 0,243243 * h_{t-1} + 0,482078 * h_{t-2}$$

Formel 24: GARCH(1,2) Dow Jones

Weitaus interessanter ist die Bestimmung der Parameter bei dem EWMA Modell. JP Morgan empfiehlt die Höhe des Glättungsfaktors im Bereich von 0,94 - 0,98 anzusetzen. Der ATX wies mit einem Lambda von ca. 0,89 keine allzu große Diskrepanz auf. Die Ergebnisse mittels EWMA – Modell beim Dow Jones hingegen weichen extrem von dieser Empfehlung bzw. Richtlinie ab. Die vorliegende In-Sample Zeitreihe wird am besten durch ein Lambda von nur 0,6247 beschrieben, das bedeutet, dass folgende Gleichung zur Schätzung der Volatilität gilt:

$$\sigma_t^2 = 0,3753 * (r_{t-1} - \mu)^2 + 0,6247 * \sigma_{t-1}^2$$

Formel 25: EWMA Dow Jones

4.6. Value at Risk Berechnungen

4.6.1. Überblick

In diesem Teil der Arbeit werden nun die alternativen Volatilitätsmodelle bezüglich ihrer Schätzungen und der Ermittlung des Value at Risk getestet. Mit den Modellen wird der Out - Sample Zeitraum von 1.7.2008 - 6.5.2009 nachgestellt und dient zur Bestimmung des Value at Risk. Es wird ermittelt welches Modell die geringste Fehlerquote aufweist, bzw. wie verlässlich die Modelle in ihrer Gesamtheit sind. Abschließend werden die Ergebnisse miteinander verglichen. Für beide Märkte gilt, dass unser Portfolio aus einem Indexzertifikat¹⁰¹ besteht, welches in einem Verhältnis 1:1 ausgegeben wurde, d.h. wir bezahlen den aktuellen Punktestand des jeweiligen Index in Euro/Dollar.

¹⁰¹ ein Indexzertifikat ist die Nachbildung eines Aktienindex, es muss nicht mühselig der gesamte Index mit den einzelnen Titeln repliziert werden vgl. *Tolle/Hutten/Rüthemann/Wohlwend* (2006) p. 92 - 95

Die Berechnungen wurden wie folgt durchgeführt: Der erste Schritt war für jeden Tag im Out-Sample Zeitraum die Volatilitäten mittels der drei Modelle¹⁰² zu berechnen. Im nächsten Schritt wurde der Value at Risk für den jeweiligen Tag nach den Basel II Bestimmungen mit einem Konfidenzintervall von 99% und einer Dauer von 10 Tagen berechnet. Zum Vergleich wurde anhand des realen Kursverlaufes der größtmögliche Verlust in den nächsten zehn Tagen errechnet. Für den Fall, dass der VaR kleiner als dieser Verlust war, wurde die Zahl Eins vermerkt ansonsten Null.

4.6.2. ATX

Für den ATX wurden die Formeln (20), (21) und (22) für die Berechnung der Volatilitäten mittels ARCH(2), GARCH(1,2) und EWMA verwendet. Die Ergebnisse sind wie folgt: das ARCH(2) Modell weist eine mittlere tägliche Volatilität von 2,84% auf, beim GARCH(1,2) ist diese 3,09% und bei dem EWMA Modell ist die Volatilität am größten mit einem Wert von 3,55%. Der durchschnittliche VaR wurde mit der Formel (16), einem α von 2,33 und für die Zeitdauer die Wurzel aus 10 berechnet. Diese sind aus Tabelle (SD) ersichtlich, ebenso wie die Fehlerquoten der einzelnen Modelle. Man kann nun relativ deutlich sehen, dass die Auswahl des verwendeten Modells einen erheblichen Einfluss auf den VaR und seine Verlässlichkeit hat. Der Unterschied zwischen dem ARCH(2) und GARCH(1,2) beim durchschnittlichen VaR beträgt 42,56 Punkte, das sind knapp mehr als 1% vom anfänglichen Portfoliowert. Im Vergleich mit dem EWMA Modell liegt der Unterschied bei 120,6 Punkten [ARCH(2)] (3,06% vom Portfoliowert) oder 78,04 Punkten [GARCH(1,2)] (1,98% vom Portfoliowert). Am meisten beeindruckend sind die Fehlerquoten der jeweiligen Modelle, bei einem Konfidenzintervall von 99% dürfte diese bei nicht mehr als einem Prozent liegen. Bei insgesamt 210 Beobachtungen darf der VaR nur 2,1 Mal nicht zutreffen. Die Tabelle zeigt ein gänzlich anderes Bild, das ARCH(2) Modell lag insgesamt 29 Mal falsch, wenig Unterschied ist beim GARCH(1,2) Modell anzutreffen mit 20 falschen Aussagen. Das beste Modell für den Beobachtungszeitraum der Finanzmarktkrise ist das EWMA Modell, zwar lag es ebenfalls weit öfter falsch, als angenommen werden müsste, fiel jedoch mit 9 falschen Aussagen geringer aus, als bei den anderen. Man ist nun möglicherweise versucht die Hypothese aufzustellen, dass die hohe durchschnittliche Volatilität beim EWMA Modell dazu geführt hat, dass es eine geringere Fehlerquote aufgewiesen hat. Ob diese Hypothese [1] standhält, wird sich bei einer zweiten Ansicht des Dow Jones zeigen.

¹⁰² ARCH(2), GARCH(1,2), EWMA

ATX			
Parameter / Modell	ARCH(2)	GARCH(1,2)	EWMA
durchschnittliche Volatilität	2,84%	3,09%	3,55%
durchschnittliche VaR	409,79	452,35	530,39
Fehlerquote			
relativ	13,81%	9,52%	4,29%
absolut	29	20	9

Tabelle 7: Vergleich der VaR Berechnungen des ATX

4.6.3. Dow Jones

Für den Dow Jones wurden die Formeln (23), (24) und (25) für die Berechnung der Volatilitäten mittels ARCH(2), GARCH(1,2) und EWMA verwendet. Die Ergebnisse sind wie folgt: das ARCH(2) Modell weist eine mittlere tägliche Volatilität von 2,38% auf, beim GARCH(1,2) ist diese 2,65% und bei dem EWMA Modell ist die Volatilität am größten mit einem Wert von 2,76%. Erste Auffälligkeit gegenüber dem ATX ist, dass die durchschnittlichen Volatilitäten geringer ausfallen. Um die Hypothese[1] nun erfolgreich zu falsifizieren, sollte beim Dow Jones, das EWMA Modell wieder die geringste Fehlerquote aufweisen. Auch hier wurde der durchschnittliche VaR mit der Formel (16), einem α von 2,33 und für die Zeitdauer die Wurzel aus 10 berechnet. Man kann in der Tabelle (8) wieder deutlich sehen, dass die Auswahl des verwendeten Modells erhebliche Unterschiede im VaR aufweist. Der Unterschied zwischen dem ARCH(2) und GARCH(1,2) beim durchschnittlichen VaR beträgt 196,34 Punkte (1,72% vom anfänglichen Portfoliowert), ARCH(2) zu EWMA 224,31 Punkte (1,97% vom Portfoliowert), aber nur 27,97 Punkte oder 0,25% Unterschied zwischen EWMA und GARCH(1,2). Generell sind die Diskrepanzen in den VaR nicht so erheblich wie auf dem kleineren ATX Markt. Jedoch hat dies keine Auswirkungen auf die Fehlerquoten, denn auch beim Dow Jones sind diese größer als das SOLL von einem Prozent. Sie liegen im Vergleich zum ATX aber näher zusammen. Die USA hatten in Summe um drei Handelstage mehr als Österreich und kommen somit insgesamt auf 213 Beobachtungen. Für die erlaubte Fehlerquote hat dies nur geringen Einfluss, diese liegt nun bei 2,13 Mal. Insgesamt lag man mit dem ARCH(2) Modell 15 Mal falsch, mit dem GARCH(1,2) Modell 5 Mal und mit dem EWMA Modell 7 Mal. Somit wurde auch Hypothese [1] falsifiziert, da man eigentlich die geringste Fehlerquote bei dem EWMA

Modell erwarten hätte müssen, mit einem Wert von 3,29 % ist sie jedoch höher als das GARCH(1,2).

DJ			
Parameter / Modell	ARCH(2)	GARCH(1,2)	EWMA
durchschnittliche Volatilität	2,38%	2,65%	2,76%
durchschnittliche VaR	1394,53	1590,87	1618,84
Fehlerquote			
relativ	7,04%	2,35%	3,29%
absolut	15	5	7

Tabelle 8: Vergleich der VaR Berechnungen des Dow Jones

4.7. Vergleich der Märkte

Als abschließender Punkt der empirischen Studie werden die beiden Märkte miteinander verglichen. Es sollen die in der Studie ermittelten Fakten aufbereitet und zusammengefasst werden.

4.7.1. Renditenverteilung

Bei beiden Märkten konnte die Normalverteilungsannahme ohne Probleme widerlegt werden. Die Jarque – Bera Tests waren mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit ausreichend signifikant. Nur als Beispiel sei hier erwähnt, dass das Minimum und Maximum des ATX innerhalb von elf Handelstagen realisiert wurde, dies klingt zwar noch nicht wirklich spektakulär, doch ist das Minimum (-10,25%) eine Abweichung von über sieben Standardabweichungen vom Mittelwert, das Maximum noch mehr. Solche Abweichungen sollten laut Normalverteilungen einmal in 239.258.778.241.119 Handelstagen passieren und hier waren es gleich zwei innerhalb von nur elf Handelstagen¹⁰³. Der gesamte ATX hatte seit seinem Bestehen (1.1.1991) aber einstweilen nur etwas mehr über 4500 Handelstage. Auch beim Dow Jones ist das Bild nicht weniger beeindruckend mit Abweichungen von ebenfalls sieben Standardabweichungen innerhalb von drei Handelstagen¹⁰⁴. Die Normalverteilungsannahme ist, wie immer wieder in dieser Arbeit erwähnt, die zentrale Basis für sämtliche der vorgestellten Modelle; sie abzulehnen, bedeutet auch die Relevanz bzw.

¹⁰³ das Minimum war am 27.10.2008 und das Maximum am 13.10.2008

¹⁰⁴ das Minimum war am 15.10.2008 und das Maximum am 13.10.2008

Verlässlichkeit der Modelle in Frage zu stellen. In Abschnitt 5 wird ein neues Verteilungsmodell vorgestellt, welches insbesondere durch *fat tails* gekennzeichnet ist.

4.7.2. Renditenmodelle

Das ARMA(2,2) Modell wurde auf beiden Märkten, als das beste Vorhersagemodell errechnet. Der Mittelwert der Residuen beim ATX betrug 0,2158 für den In-Sample Zeitraum, im Out-Sample Zeitraum betrug dieser Wert 4,6363. Auf den ersten Blick erscheint dieser Wert sehr viel höher, aber relativiert auf einen Zeitraum von 210 Beobachtungen lagen die Mittelwerte der Residuen in einem Bereich von -1,3659 bis 4,2761 über den gesamten Beobachtungszeitraum¹⁰⁵. Beim Dow Jones sieht das Bild nicht sehr viel anders aus, zwar ist der Mittelwert der Residuen in der Finanzmarktkrise nicht knapp über dem Maximum des gesamten Beobachtungszeitraums, aber ansonsten sind ähnlich wenig Unstimmigkeiten. Die Residuen lagen im Schnitt über einen Zeitraum von 213 Beobachtungen im Bereich von -11,8654 bis 12,1436, da schneidet der Mittelwert der Finanzmarktkrise von 3,6162 sehr gut ab¹⁰⁶. Die Unterschiede in den Ausprägungen der Residuen resultieren aus den unterschiedlich hohen Kursniveaus der beiden Indices.

4.7.3. Volatilitätsmodelle

Betrachtet man zuerst die Volatilitätsmodelle, so kann man feststellen, dass die Ausprägungen bei den ARCH(p) und GARCH(q,p) Modellen gleich waren. Ein kleiner Markt wie Wien und ein großer Markt wie New York führten beide zu denselben Ergebnissen hinsichtlich der Modellwahl. Das EWMA Modell zeigte doch einen großen Unterschied auf, die Differenz beim Glättungsfaktor war 0,2636, ihnen beiden gemein war, dass sie nicht im von JP Morgan's RiskMetricsTM empfohlenen Bereich von 0,94 – 0,98 lagen. Alle drei entwickelten Modelle konnten die, für die VaR Berechnungen relevanten, Volatilitätsberechnungen nicht ausreichend genau bestimmen. Es war auch nicht möglich fest zu stellen, ob ein Modell bei beiden Märkten in seinen Schätzungen erfolgreicher war als ein anderes. Die geringste Fehlerquote beim ATX lieferte das EWMA Modell, beim Dow Jones jedoch nicht. Das beste Modell beim Dow Jones war das GARCH(1,2), aber beim ATX wies dieses eine mehr als doppelt so hohe Fehlerquote auf als das EWMA Modell. Der Vorteil bei diesem Resultat ist, dass keine Hypothese über die Überlegenheit eines Modells aufgestellt werden kann, da schon bei einer kleinen Menge an Daten jedes unterschiedlich erfolgreich war. Die gängigen

¹⁰⁵ sämtliche 210 Tage Mittelwerte finden Sie im Anhang

¹⁰⁶ sämtliche 213 Tage Mittelwerte finden Sie im Anhang

Volatilitätsmodelle liefern keine zufrieden stellenden Ergebnisse, die Unterschiede sind zu hoch und ihre Verlässlichkeit schwankt von Markt zu Markt.

4.7.4. Value at Risk

Zuerst werden die Werte zwischen den beiden Indices, danach die Fehlerquoten der jeweiligen Indices zwischen In-Sample und Out-Sample Zeitraum verglichen.

Die Fehlerquoten sind beim ATX wesentlich höher als beim Dow Jones, einem Bereich von 4,29% - 13,81% steht ein Bereich von 2,35% - 7,04% gegenüber. Beide Bereiche liegen über dem erlaubten Level von einem Prozent, daraus folgt, dass ein Portfolio um ein vielfaches öfter einen gewissen Wert verliert, als es laut Value at Risk sollte.

Noch deutlicher wird die Schwäche des Value at Risk, wenn man die beiden Beobachtungszeiträume vergleicht. Beim ATX z.B. lagen die Fehlerquoten der drei Modelle im In-Sample Zeitraum¹⁰⁷ bei 3,14% [ARCH(2)], 3,27% [GARCH(1,2)] und 5,31% EWMA. Daraus lässt sich vieles erkennen, nicht nur das die höchste Fehlerquote gerade einmal um einen Prozentpunkt höher ist, verglichen mit dem Out-Sample Zeitraum, sondern auch, dass insgesamt die Quoten drastisch minimiert wurden. Außerdem ist auf einmal das EWMA Modell, das mit Abstand schlechteste und das ARCH(2), welches noch für den Out-Sample Zeitraum mit 13,81% eine enorme Fehlerquote aufwies, das beste Modell.

Beim Dow Jones ist es ähnlich, hier liegen die Fehlerquoten im In-Sample Zeitraum¹⁰⁸ bei 1,28% [ARCH(2)], 1,64% [GARCH(1,2)] und 4,65% EWMA. Interessant ist, dass mittels ARCH(2) und GARCH(1,2) die Fehlerquoten relativ nahe beim den erlaubten ein Prozent liegen. Nur die EWMA - Quote ist höher als beim Out-Sample Zeitraum. Auch beim Dow Jones wurden die Platzierungen der Modelle verändert, das ARCH(2), in der Finanzkrise noch das schlechteste Modell, ist nun das Beste.

Der Value at Risk ist ein Verfahren, dass zwar ganz nützlich sein kann in „normalen“ Wirtschaftszeiten, mitunter auch leicht turbulenten Zeiten. Diese können dann zu den etwas höheren Fehlerquoten führen. Jedoch in Zeiten globaler Finanzkrisen ist er wie aus den Daten und der Studie ersichtlich nutzlos.

¹⁰⁷ berechnet nach demselben Prinzip wie für den Out-Sample Zeitraum nur mit insgesamt 3821 Beobachtungen

¹⁰⁸ berechnet nach demselben Prinzip wie für den Out-Sample Zeitraum nur mit insgesamt 3893 Beobachtungen

5. Kritikpunkte aller Modelle und Methoden

5.1. Überblick

In diesem Teil der Arbeit wird auf die verschiedenen zugrunde liegenden Annahmen sowie die Verteidigung und Ablehnung der in dieser Arbeit verwendeten Methoden und Modelle eingegangen. Es werden die Meinungen und Erkenntnisse verschiedener in dieser Branche bekannten Personen gegenübergestellt und analysiert. Dieser Abschnitt beschäftigt sich zuerst mit der Normalverteilung und bringt die Arbeit von Mandelbrot und seiner Untersuchung von Baumwollpreisen näher. Danach erfolgt eine kritische Untersuchung an den Pro und Contra des Value at Risk, dabei wird vor allem auf die Diskussion zwischen Philippe Jorion und Nassim Taleb eingegangen. Ein kurzer Exkurs über die Reflexivitätstheorie von George Soros soll die Unvollkommenheit der Märkte näher bringen. Anschließend wird das Problem der Zufälligkeit erläutert. Hier soll vor allem anhand eines Beispiels gezeigt werden, wie schwer es einerseits ist reale von künstlichen Zeitreihen zu unterscheiden und wie fehlerhaft bzw. „normal“ diese verlaufen. Als letzter Punkt dieses Abschnittes wird auf die Fehlerquelle Mensch eingegangen. Es werden die Probleme der Wahrnehmung und Verarbeitung von Informationen aufgegriffen und geschildert wie diese in der Finanzwelt zu falschen Entscheidungen führen können. Das Ganze wird illustriert mit den Studien und dazugehörigen Beispielen von Tversky Amos und Kahneman Daniel.

5.2. Kritik an der Normalverteilung

Benoit Mandelbrot war schon in den 60er Jahren der Meinung, dass Preis Veränderungen über einen bestimmten Zeitraum keiner Normalverteilung (oder auch Gaußsche Verteilung) folgen, sondern einer anderen Ausprägung einer stabilen Pareto¹⁰⁹ Verteilung¹¹⁰. Andere Ausprägungen dieser Art der Verteilung zeichnen sich, im Gegensatz zur Normalverteilung durch *fat tails*, sowie einer höheren Spitze im Zentrum aus, welches beide aus der empirischen Studie zu beobachtende Phänomene waren. Generell lässt sich eine stabile Verteilung mit der folgenden Formel ausdrücken¹¹¹:

$$\int e^{itx} dH(x) = \{\exp\{-c^\alpha |t|^\alpha \left[1 - i\beta \operatorname{sgn}(t) \tan \frac{\pi\alpha}{2}\right]\} + i\delta \quad \text{wenn } \alpha \neq 1$$

¹⁰⁹ benannt nach dem italienischem Ökonomen Vilfredo Pareto

¹¹⁰ Mandelbrot B. (1967) p. 1057

¹¹¹ Rachev S./Mittnik S. (2000) p. 27

$$= \left\{ \exp \left\{ -c |t| \left[1 + i\beta \frac{2}{\pi} \operatorname{sgn}(t) \ln |t| \right] \right\} + i\delta t \right\} \quad \text{wenn } \alpha = 1$$

Formel 26: allgemeine Formel für eine stabile Pareto Verteilung

$\operatorname{sgn}(t)$ ist 1;0 oder -1, wenn $t > 0$; =0 oder < 0 ;

Parameter: $0 < \alpha \leq 2$; $-1 \leq \beta \leq 1$, $c \geq 0$ und $\delta \in \mathbb{R}$

α ist dabei der Parameter für Stabilität, β der für Schiefe, c dient der Skalierung und δ der für die Position. Wenn $\alpha=2$, dann entspricht dies der Normalverteilung, bei einem $\alpha=1$ und $\beta=0$ einer Cauchy Verteilung. Die stabile Pareto Verteilung auf die sich Mandelbrot bezieht, hat einen endlichen Mittelwert, aber eine unendliche Varianz¹¹².

Das große Problem mit der heutigen Finanzwirtschaft ist, dass die Normalverteilungsannahme zwar schon oft widerlegt wurde und dies auch bekannt ist, trotzdem aber immer wieder erfolgreich den Weg zurück gefunden hat. Denn ohne eine Normalverteilung würden Renditen keiner Brownschen Bewegung folgen und wären somit nicht log-normal verteilt. Wie schon weiter oben beschrieben und in der empirischen Studie¹¹³ gezeigt, sind die Bewegungen in beide Richtungen zu groß um auf eine Normalverteilung umgelegt werden zu können. Die extremen Preisbewegungen werden meist auf logische Ursachen zurückgeführt, und sollten deshalb nicht für die restlichen Daten verwendet werden. Ansonsten wäre die Random Walk Annahme widerlegt, da jegliche Veränderungen im Preis zufällig und unabhängig von einander geschehen sollen. Ein Ausschließen von extremen Ereignissen bringt jede Verteilung einer Normalverteilung näher. Des Weiteren stellt sich die Frage warum man nur großen Preisbewegungen Gründe zuschreiben sollte und nicht auch kleineren, das wäre eine Reduktion der Analyse nur auf Perioden mit keinen relevanten Ereignissen und damit Veränderungen im Preis¹¹⁴. Ein Gedankenexperiment an dieser Stelle soll diese Aussage näher bringen: wenn extreme Ereignisse wirklich auf fundamentalen Daten basieren sollten und deshalb nicht der Random Walk Annahme entsprechen, werden sie aus der Zeitreihe ausgenommen. Als extreme Ereignisse gelten nun alle Bewegungen die mehr als drei Standardabweichungen vom Mittelwert stattfinden sowohl positive als auch negative. Als zu beobachtende Zeitreihe werden die Renditen des Dow Jones verwendet. Bei diesem bedeuten Bewegungen von drei Standardabweichungen alle Renditen kleiner als -3,476% und größer als 3,522%, das entspricht insgesamt einer Abdeckung laut Normalverteilung von

¹¹² Mandelbrot B. (1967) p. 1058

¹¹³ vgl. Abschnitt 4.4. und 4.5. bzw. Tabelle (1) und (5)

¹¹⁴ Mandelbrot B. (1963) p. 403 - 409

99,73%, oder anders ausgedrückt es sollten von den 4116 Beobachtungen nur elf außerhalb dieses Bereiches liegen. Als nächster Schritt werden nun alle Renditen außerhalb der oben genannten Grenzen heraus genommen und in Zukunft so behandelt, als wäre an diesen Tagen nicht gehandelt worden. Am unteren Ende der Renditen wurden nun 35 und am oberen Ende 26 Beobachtungen ausgeschlossen. Die Zeitreihe besteht also nur noch aus 4055 Handelstagen und nicht wie die prognostizierten 4105. Als letzten Schritt werden die Handelstage wieder nach dem Datum geordnet und die neue Kursentwicklung ausgerechnet. Der Punktestand des Dow Jones beträgt nun am 6.5.2009 12.954,80 Punkte, im Vergleich dazu liegt der reale Wert bei 8512,28 Punkten einem Plus von 52,19% oder einer jährlichen Überschussrendite von 2,6%. Im Anhang finden Sie eine Abbildung über die neue Kursentwicklung. Diese zeigt sehr deutlich, dass die Diskrepanz der beiden Zeitreihe vor allem erst gegen Ende des Zeitraumes, also in der Zeit der Finanzmarktkrise sehr auseinander geht. Das Experiment soll illustrieren wie unterschiedlich sich der Kurs entwickeln kann, wenn man die extremen Ereignisse aus dem Random Walk ausschließt. Die Schätzung würde eine jährliche Rendite ergeben die absolut um 2,6% oder relativ um fast 50% höher ist als die tatsächliche Rendite von 5,78%. Der zweite Aspekt der Normalverteilung ist die Tatsache, dass ein einzelnes Ereignis isoliert betrachtet keinen Einfluss auf die Gesamtheit der anderen haben darf. Wenn man nun den Handelstag mit der besten Rendite vom ATX am 13.10.2008 entfernt, also ein einzelnes Ereignis, sollte dies keinen Einfluss auf die Gesamtverteilung des ATX nehmen. Die Zahlen sprechen jedoch für sich, dass dies nicht so ist. Ein einzelner Handelstag von über 4040 hat dazu geführt, dass die jährliche Rendite von vorher 6,404031% auf 4,796% fällt, also einem Minus von 1,608% oder relativ um knapp 25%. Der Einfluss des 13.10.2008 ist somit enorm auf die Gesamtheit der Beobachtungen, dieser eine Handelstag kann zu einem Minus von einem Viertel der jährlichen Rendite führen, von den Grundsätzen der Normalverteilung kann also keine Rede sein. Es ist nicht möglich eine durchschnittliche Rendite zu bestimmen, wenn eine Beobachtung ausreicht die Schätzung dermaßen zu beeinflussen.

Ein weiterer bekannter Effekt in der Finanzwelt ist der so genannte Momentum Effekt oder besser Mathäus Effekt¹¹⁵. Dieser wurde von Robert Merton entwickelt und begründet, er beobachtete die Anzahl an Zitationen verschiedener Autoren und fand heraus, dass obwohl die meisten von Ihnen denselben Aufwand tätigten und zu denselben Ergebnissen kamen und somit alle gleich gestellt sein sollten, manche von Ihnen mehr Ruhm und Erwähnungen

¹¹⁵ Anspielung auf das Mathäus Evangelion in der Heiligen Schrift Kapitel 25 Vers 29

fanden als andere. Er führte dies darauf zurück, dass einmal zufällig gewählte Autoren in mehreren Büchern, Fachzeitschriften und Berichten erwähnt werden und somit deren Präsenz steigt und die Wahrscheinlichkeit erhöht abermals zitiert zu werden. Ein anfänglicher Vorteil führt zu immer mehr Erwähnungen und Ruhm, wohingegen all diejenigen, welche zu Beginn nicht ausgewählt wurden, zu keinem gesteigerten Ansehen finden werden¹¹⁶. Dasselbe Prinzip wurde für Renditen auch angewandt, hier jedoch mit dem Begriff Momentum Effekt bezeichnet. Es soll eben beschreiben, dass, wenn Preise von Wertpapieren oder Vermögensgegenstände steigen (fallen), es wahrscheinlicher ist, dass sie auch in Zukunft weiterhin steigen (fallen). Als Beweis für diese Aussage gibt es einen Forschungsbericht von Harvey Campbell, in dem er seine Studie von den Aktienmärkten in über 17 Industrienationen näher bringt. Er fand heraus, dass Indices, die in einem Monat fielen, eine höhere Wahrscheinlichkeit aufwiesen auch im Folgemonat wieder zu fallen¹¹⁷.

5.3. Kritik am Value at Risk

Dieser Teil schildert zuerst eine Verteidigung zur Verwendung des VaR als Instrument für Risikomanagement und danach Gründe für die Ablehnung.

Der Value at Risk hat es ermöglicht dem breiten Kundenspektrum von Banken, Versicherungen und anderen finanziellen Institutionen eine Kennzahl zu geben, die auch Laien verstehen. Der VaR reduziert die unterschiedlichen Risiken von Unternehmungen auf eine anschauliche Zahl, mit welcher gleichzeitig gewarnt werden kann in welchem Ausmaß und zu welcher Wahrscheinlichkeit es möglich ist Geld zu verlieren. Dadurch wird potenziellen Investoren ein Überblick über das genommene Risiko gegeben. Weitere Steigerungen im VaR über kurze Zeiträume hinweg, kann Institutionen helfen nach den Ursachen zu suchen und somit ihr Gesamtrisiko zu reduzieren¹¹⁸. Eine weitere wichtige Errungenschaft war die Möglichkeit auch das Risiko von Instrumenten mit asymmetrischen Auszahlungen (wie beispielsweise Optionen) mit anderen zu kombinieren und ein Ausmaß über die Gesamtbelastung zu geben. Mittels VarKovM ist es möglich ein gemeinsames Risiko aus diesen ausrechnen zu können, sowie eine Vorhersage über zukünftige Entwicklungen der Volatilitäten und damit auch der Korrelationen mittels der oben genannten Modelle wie ARCH, GARCH und EWMA. Philippe Jorion sieht eine weitere Steigerung der Volatilitätsprognosen durch Daten von Optionen gegeben. Er sieht die zukünftigen

¹¹⁶ Merton R. (1968) p. 56 - 63

¹¹⁷ Campbell H. (1991) p. 111 - 157

¹¹⁸ Jorion P. (1997)

Volatilitäten in den Optionspreisen, welche mittels der *implied volatility* Methode¹¹⁹ errechnet werden können.

Der Value at Risk hat auch sehr viele Schattenseiten wie die empirische Studie dieser Arbeit gezeigt hat. Zu aller erst hat die Studie gezeigt, dass sämtliche Volatilitätsmodelle wie ARCH, GARCH und EWMA zur Prognose von Volatilitäten und damit auch Korrelationen in Krisenzeiten völlig unzureichend sind, das macht Risikoberechnungen mittel VarKovM sinnlos. Denn sie würden zu falschen Ergebnissen führen die offensichtlich das Gesamtrisiko unterschätzen könnten und ein falsches Gefühl für Sicherheit vermitteln. Bei genauerer Betrachtung wurde weiter oben erklärt¹²⁰, dass Bollerslev das GARCH Modell als eine Art Lernprozess ansieht, bei dem sich eine gewisse Erinnerung an vorangegangenen Tagen entwickelt. Jetzt stellt sich die Frage nach der Unabhängigkeit der Renditen, diese sind laut Normalverteilung¹²¹ dadurch gekennzeichnet, dass keine Zufallsvariable auf eine andere einen Einfluss haben darf. Wenn man mit dem GARCH Modell jetzt aber annimmt, dass dies doch möglich ist, dann wird damit schon automatisch die Normalverteilungsannahme abgelehnt und darf nicht weiter verwendet werden. Ein weiterer Aspekt an dieser Stelle, welcher der Random Walk Annahme widerspricht, ist die Tatsache, dass z.B. manche Investoren auf schlechte/gute Nachrichten sofort reagieren und dementsprechend ihre Orders setzen. Diese können, müssen aber nicht unbedingt mit Limits versehen sein, auf jeden Fall sind diese Informationen für andere sichtbar¹²² (d.h. der Markt sieht zu welchem Kurs andere bereit sind bestimmte Mengen zu kaufen/verkaufen), und somit auch Kurs beeinflussend. Manche Investoren reagieren jedoch erst Tage oder Wochen später auf diese Informationen je nach ihren finanziellen Zielen und beeinflussen somit erst zeitversetzt den Kurs.

Exkurs: Die Reflexivitätstheorie von George Soros

Bezüglich des Kritikpunktes Volatilitäten aus Optionen herauszulesen, gibt es eine interessante Theorie von George Soros. Diese bezieht sich zwar nicht unmittelbar auf die *implied volatility* Methode, aber auf das zugrunde liegende Prinzip. Man kann Situationen verstehen oder sich an ihr beteiligen. Um Gegebenheiten zu verstehen, wird die kognitive

¹¹⁹ bei dieser Methode werden die derzeit herrschenden Preise für Optionen dazu verwendet um mittels z.B. der Black-Scholes Formel die implizierte Volatilität, welche zu diesem Preis geführt haben muss, zu berechnen. Dies setzt voraus, dass alle anderen relevanten Parameter gegeben sind und konstant bleiben. vgl. *Luenberger D.G.* p. 351 – 364 oder *Hull J.C.* (2006) p. 281-301

¹²⁰ vgl. Abschnitt 2.4.6. Fußnote (48)

¹²¹ vgl. Abschnitt 2.2.2.1.

¹²² Annahme von Eugene F. Fama über die starke Effizienz von Märkten, in der alle Informationen sofort eingepreist sind.

Funktion aktiv, auf sie einzuwirken die manipulative Funktion. Um die Wahrheit nun zu erkennen, ist es vonnöten, dass diese beiden Funktionen unabhängig voneinander agieren. Falls beide zusammen wirken, dann bestehen die zu beobachtenden Gegebenheiten nicht nur aus Fakten, sondern auch aus Absichten. Wie bei einer Gleichung mit Unbekannten gibt es bei der kognitiven Funktion eine unabhängige Variable (tatsächlicher Stand der Dinge) und eine abhängige Variable (Wahrnehmung) und vice versa bei der manipulativen Funktion. Man erkennt nun, dass ein gleichzeitiges Wirken beider Funktionen dazu führt, dass die unabhängige Variable ständig interferiert. Genau dieses Phänomen bezeichnet Soros als Reflexivität. Ein Beispiel hierzu wäre die oben erwähnte *implied volatility*, auf Grund von Tatsachen (welche auch immer diese sein mögen) und Fakten bestimmen die Investoren den Preis von Optionen, diese Preise werden dann wiederum herangezogen um die Volatilitäten, welche eigentlich ein relevantes Faktum bei der Preisbildung sein sollten, zu bestimmen. Hier wirken die kognitive (das Bestimmen des Faktum Volatilität) und die manipulative (die Erwartungshaltung an den Markt und somit an den Preis) Funktion gleichzeitig. Das Resultat sind Unregelmäßigkeiten und damit unvollkommene Informationen, der Markt jedoch geht für all seine Modelle von vollkommener Information aus, sowie die Unfähigkeit zur Wahrheitsfindung. Das bedeutet, dass die objektiven Fakten und Aussagen der Welt durch subjektive Erwartungen, Erfahrungen, Instinkten und Emotionen beeinflusst werden und die eindeutige Wahrheit nicht erkennbar ist. Es entstehen Aussagen, die auf das studierte Objekt Einfluss nehmen. Die Aussage eines österreichischen Studenten: „Alle Österreicher lügen“ wäre eine solche. Wäre die Aussage korrekt, hätte der Student selbst nicht gelogen und die Aussage wäre falsch. Wäre die Aussage falsch, weil er selbst nicht die Wahrheit spricht, wäre sie überflüssig. Hier lässt sich sehr deutlich das Paradigma der unvollkommenen Information erkennen¹²³.

Ein weiteres Beispiel könnte die Betrachtung des Black-Litterman Modells sein. Anders als bei dem Minimum Varianz Portfolio von Harry Markowitz (1952), der davon ausging, dass Investoren nicht auf den potenziellen Gewinn achten, sondern viel mehr auf Diversifikation. Deshalb reduzierte er seine Überlegungen auf zwei Parameter, einerseits den erhofften Profit (erwartete Rendite) und andererseits die mögliche Abweichung davon (Volatilitäten), diese Parameter von Wertpapieren sind bekannt und eine Kombination aus mehreren führt zu einer Reduktion bzw. Optimierung des Portfoliorisikos und schließlich zu der optimalen

¹²³ Soros G. (2008) p. 25 – 32

Gewichtung der Wertpapiere¹²⁴. Beim Black-Litterman Modell trifft das genaue Gegenteil zu. Das Black-Litterman Modell glaubt nicht daran, dass die Rendite bekannt sind, da es einfacher ist Volatilitäten und Korrelationen zu bestimmen, als erwartete Renditen. Da effiziente Portfolios auf eine Veränderung der Renditen reagieren, wurde versucht ein Modell zu entwickeln, dass mehr Konsistenz verspricht. Daraus resultierend nimmt man bei diesem Modell an, dass die Kombination, also vor allem die Gewichtungen der Wertpapiere, des Portfolios bekannt ist. Ausgehend von diesem Wissen werden die Renditen berechnet die mit diesem Portfolio konsistent sind, dazu kommen Erwartungshaltungen sowie erwartete Fehler als Berichtigung des Modells. Anschließend hat man mit den Gewichtungen konsistente Renditen¹²⁵. Das bizarre Problem an diesem Modell sind die Gewichtungen, denn eben diese werden aus den Portfolios von großen institutionellen sowie renommierten Investoren herausgelesen. Diese Investoren konstruieren ihre Portfolios wiederum aus Erwartungshaltungen über die zukünftigen Entwicklungen von Wertpapieren und verletzen somit den Wahrheitsfindungsgedanken, den Soros in seiner Theorie beschreibt. Die Erwartungen des einen, werden herangezogen um die Erwartungen des anderen zu bestimmen. Diese Verfahren beruht somit auf keinen echten Fakten, frei von der Verzerrung durch die Wahrnehmung der Individuen, die in diesem selbst involviert sind.

5.4. Kritik an der Zufälligkeit

Um finanzielle Modelle zu testen bzw. um finanzielle Pfade/Entwicklungen zu simulieren, werden Computer verwendet die Zufälligkeit replizieren sollen um so möglichst viele Szenarien zu generieren, die dazu dienen soll glaubwürdig zu erscheinen. Ein bekanntes Prozedere ist die MC - Simulation¹²⁶ sie soll eben zufällig eine Abfolge von Preisen bilden. Es werden nun ein paar Abbildungen gezeigt, welche Kursverläufe zeigen sollen. Die Achsenbeschriftungen sowie sämtliche Hilfslinien fehlen mit Absicht, es soll illustriert werden, dass es sehr schwer ist zu sagen ob eine echte oder eine generierte Zeitreihe vorliegt, welchem Zeitraum und Ausmaß sie entsprechen. Die ersten beiden Abbildungen (16) zeigen kein eindeutiges Bild, welches eine echte oder vom Computer generierte Zeitreihe ist. Beide zeigen einen Trend nach oben und annähernd ähnlichen Verlauf. Ein Blick auf die nächsten beiden Abbildungen (17) jedoch erklärt die ganze Situation. Diese zeigen die täglichen Renditen der beiden Kursverläufe. Hier erkennt man eindeutig, dass das der erste Kursverlauf künstlich erzeugt wurde, die Renditen weisen kein *Volatility Clustering* auf, noch gibt es

¹²⁴ Markowitz H. (1952) p. 77 - 91

¹²⁵ Dockner E. (2008) Lecture Notes

¹²⁶ vgl. Abschnitt 3.2.3.2.

große Unterschiede zwischen den einzelnen Renditen. Er wurde mit Hilfe eines Makros und dem „Zufallszahlgenerator“ in Microsoft Excel erstellt¹²⁷, mit einem Mittelwert, Standardabweichung sowie Anzahl der Beobachtungen gleich dem des Dow Jones. Der zweite Kursverlauf zeigt eindeutige *Volatility Clusters* und extreme Abweichungen in beide Richtungen, der Zeitraum umfasst die Beobachtungen vom ersten Handelstag 1995 bis zum letzten Handelstag 1999¹²⁸. Die Gesamtentwicklung liegt bei beiden Zeitreihen bei ca. 300%, beim ersten jedoch ist sie das Resultat aus vielen gleichen und kleinen Renditebewegungen, beim Dow Jones erfolgte die Entwicklung aber auf Grund von vereinzelt sehr großen Bewegungen¹²⁹. Wie schon weiter oben angeführt¹³⁰, können einzelne Ereignisse großen Einfluss auf die Grundgesamtheit haben. Die letzten Abbildungen (18) zeigen die Anzahl der Standardabweichungen der jeweiligen täglichen Renditen von deren Mittelwert. Auch hier kann man erkennen, dass die Abweichungen des künstlichen Kursverlaufes immer in einem moderaten Bereich liegen, sie erreichen nie eine Abweichung von mehr als vier. Ein Histogramm zeigt sogar, dass die Wahrscheinlichkeiten exakt denen der Normalverteilung entsprechen. Ein solches Histogramm über die Verteilung der künstlichen Zeitreihe finden Sie im Anhang, hier werden nur die unterschiedlichen Ausprägungen in der Anzahl der Abweichungen dargestellt. Bei der realen Zeitreihe kann man sehr gut die vielen Extreme beobachten, die manchmal sogar eine Anzahl von knapp acht Standardabweichungen erreichen.

¹²⁷ den genauen Code für das Makro finden Sie im Anhang

¹²⁸ dieses Beispiel erfolgte in Anlehnung an die Darstellungen und Erkenntnisse von *Mandelbrot B. / Hudson R.* (2004) p. 16 - 20

¹²⁹ Mandelbrot Benoit nennt dieses Phänomen bzw. Unterscheidung in der Bewegung „mild-“ und „wild-chance“; ein anderer Wissenschaftler Nassim Nicholas Taleb bezeichnet diesen Unterschied als „Mediocristan“ und „Extremistan“; vgl. hierzu *Mandelbrot B.* (2004) p. 25-39 und *Taleb N.* (2008) p. 52-58

¹³⁰ vgl. Abschnitt 5.2.

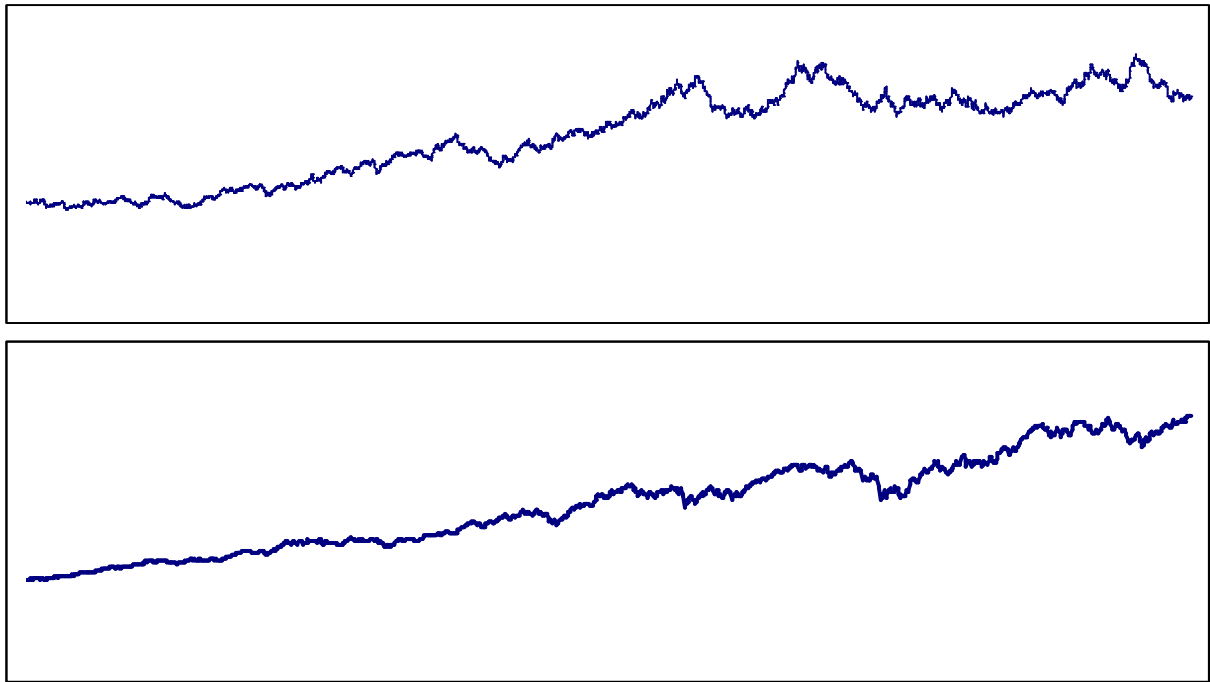


Abbildung 16: zwei Kursverläufe, einer davon real, der andere künstlich erstellt

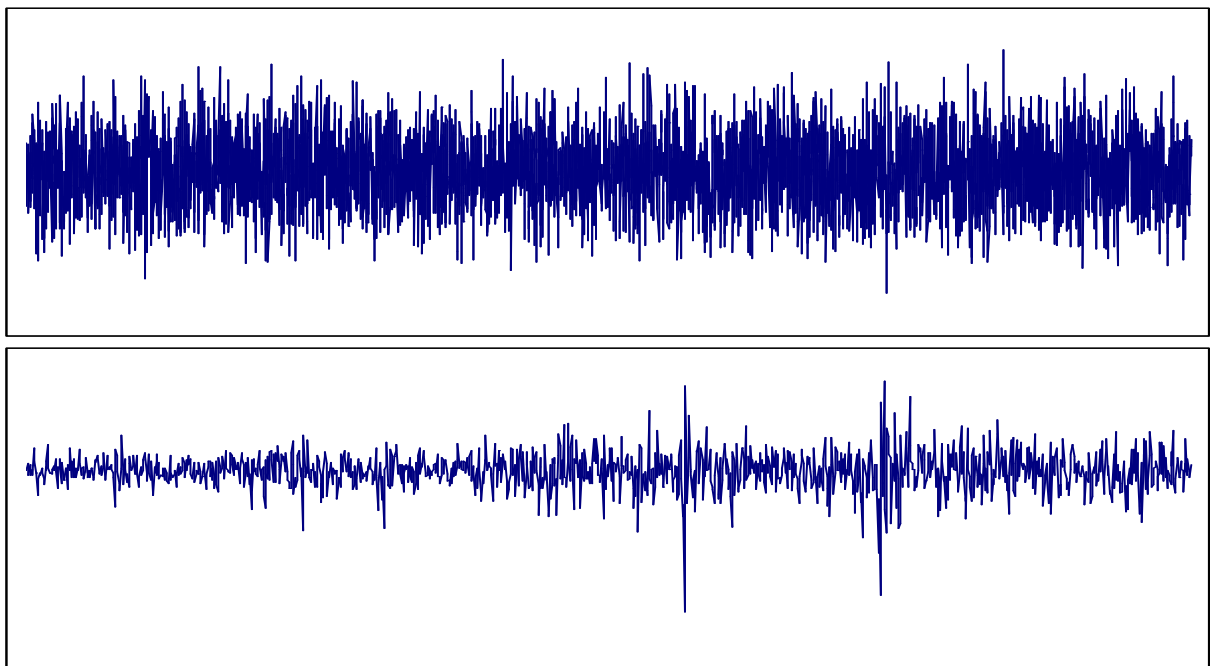


Abbildung 17: die täglichen Renditen der Kursverläufe von Abbildung (16)

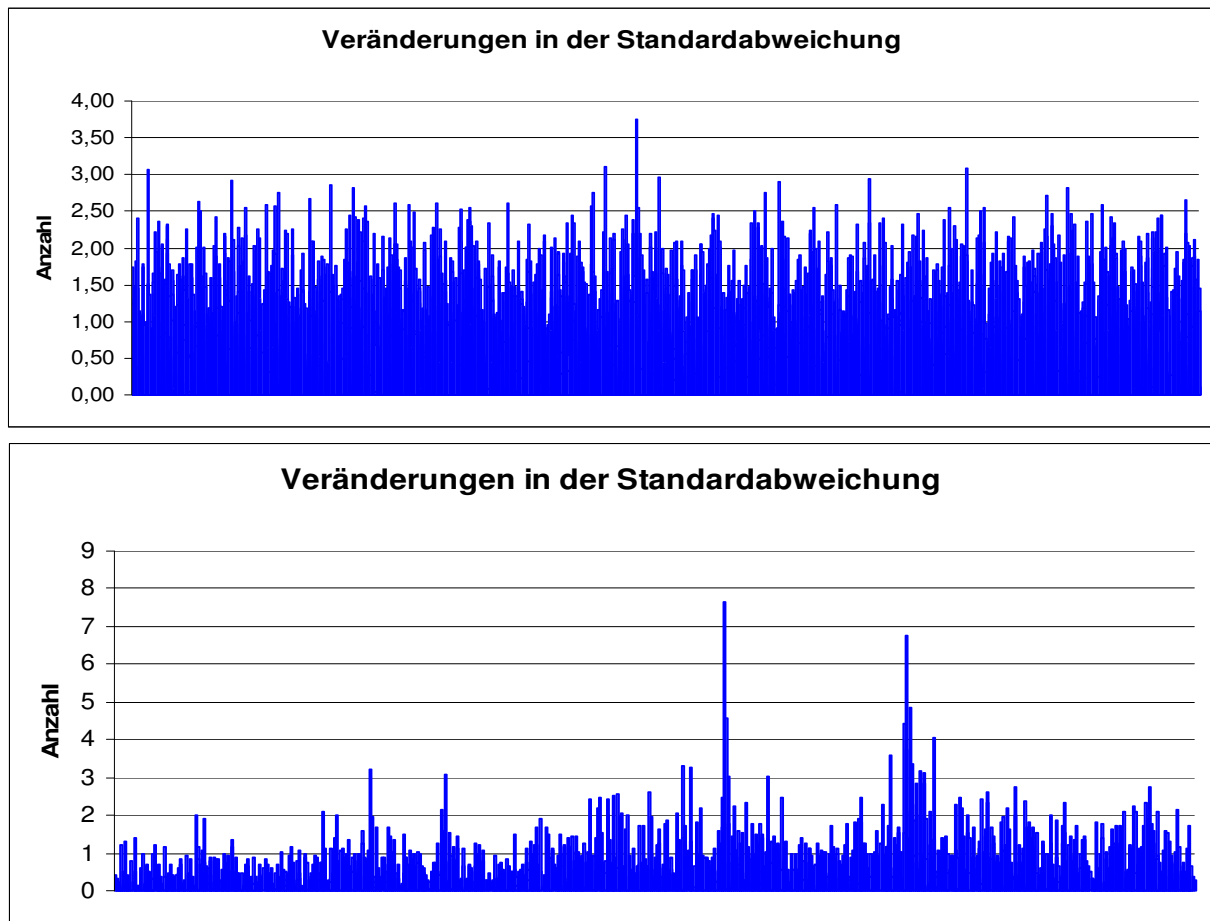


Abbildung 18: die Anzahl der Standardabweichungen vom Mittelwert der Kursverläufe von Abbildung (16)

5.5. Kritik an den Investoren

Eine der grundlegenden Annahmen in der Finanzwelt ist, dass Investoren rational handeln. Durch den Zugang zu allen Informationen über z.B. eine Aktie treffen unterschiedliche Investoren unabhängig von einander eine rationale Entscheidung. Sie werden in Firmen investieren, bei denen sie erwarten, dass sie steigen und ihren Anteil reduzieren bei den Firmen, die ihrer Erwartung nach fallen. Ihre Handlungen führen die Preise auf deren fairen Wert. Ihr Handeln ist durch so genannte Nutzenfunktionen bestimmt, welche jedes Mal zu demselben Ergebnis führen¹³¹. Wären all diese Aussagen wahr, hätte sich nicht in den letzten Jahren ein neues wissenschaftliches Gebiet, *behavioural finance* genannt, entwickelt.

Eben dieses geht davon aus, dass Investoren nicht immer rational handeln, dass sie ihre Entscheidungen nicht strikt auf Grund von Analysen treffen, sondern eher emotional und nach ihrem Gefühl handeln. Bedingt wird dies dadurch, dass der Mensch nicht für diese Fülle an

¹³¹ Mandelbrot B. (2004) p. 83

Informationen geschaffen ist. Es ist ihm unmöglich größere Datenmenge komplett zu verarbeiten ohne zu vereinfachen und somit manches außer Acht zu lassen. Der Mensch bedient sich somit bewusster und unbewusster Heuristiken¹³². Im Folgenden werden in Anlehnung an Goldberg J. und von Nitzsch R. (2000) einiger dieser Heuristiken erklärt um verständlich zu machen warum der Mensch immer noch Modelle verwendet, welche schon längst als falsch bewiesen wurden beziehungsweise nicht mehr adäquat sind. Generell unterscheidet man zwischen Heuristiken, die zur Reduzierung der Komplexität verwendet werden und solche welche eine schnelle Urteilsfindung ermöglichen. Zum Ersten gehören die Vereinfachung sowie das *Mental Accounting*, zum Zweiten die Verankerungs- und Repräsentativitätsheuristik¹³³.

Die Vereinfachung besteht darin, die Komplexität eines Sachverhaltes auf ein angemessenes Minimum zu reduzieren. Der menschliche Verstand ist nur begrenzt fähig Informationen aufzunehmen, die Anzahl wird dabei auf sieben voneinander unabhängigen Informationseinheiten geschätzt¹³⁴. Die Vereinfachung besteht darin, kleine Unterschiede z.B. bei Zahlen auf- oder abzurunden oder eine Struktur in der Abfolge von Wörtern zu finden und diese als Informationseinheit zu speichern¹³⁵.

Mental Accounting oder auch *psychological account* beschreibt den Rahmen eines Ergebnisses einerseits durch ein ganzes Set von Ergebnissen, welche gemeinsam und in der Art ihrer Kombination betrachtet werden und andererseits ein Ergebnis, welches als neutral angesehen wird. Das bedeutet, dass Menschen dazu neigen gewisse Ereignisse obwohl sie das gleiche Ergebnis haben, unterschiedlich zu beurteilen, weil sie in vorgegebenen *Accounts* (Konten) denken¹³⁶. In der Studie von Tversky A. & Kahneman D. wurde folgendes Beispiel angeführt: Beide Male besucht jemand ein Konzert und ist gezwungen erneut eine Karte am Schalter kaufen zu müssen in Situation A jedoch hat er eine Karte hinterlegen lassen und hat auf dem Weg dorthin den Preis von \$10 also einen Geldschein verloren und in Situation B hat er die Karte schon gekauft und hat diese auf dem Weg zum Konzert verloren. In Situation A gaben 88% der 183 Befragten an wieder eine Karte kaufen zu wollen, wohingegen in Situation B sich nur 46% der 200 Befragten abermals zum Kauf einer Karte entschieden hätten. Sie führten die unterschiedlichen Ergebnisse darauf zurück, dass in Situation A der

¹³² Methoden und Strategien zur Informationsverarbeitung

¹³³ Goldberg J./von Nitzsch R. (2000) p. 49 - 51

¹³⁴ Miller G. (1956) p. 81 - 97

¹³⁵ Goldberg J./von Nitzsch R. (2000) p. 52 - 53

¹³⁶ Tversky A./Kahneman D. (1981) p. 456 - 457

Verlust auf zwei unterschiedliche Konten (Geld und Konzert) verbucht wurde, in Situation B jedoch der Gesamtverlust von \$20 nur auf dem Konto Konzert verbucht wurde. In der Finanzwelt hat diese Eigenschaft den Nachteil, dass oft keine Zusammenhänge zwischen einzelnen Wertpapierpositionen gesehen werden, so können zwar Wertpapiere einzeln betrachtet ein hohes Risiko aufweisen, doch die Kombination aus mehreren eine sinnvolle Investition sein.

Verankerungsheuristik oder auch *Anchoring* genannt gehört zu den Heuristiken die es Menschen ermöglicht auf Basis der vereinfachten Informationen zu einer schnellen Urteilsfindung zu kommen¹³⁷. Beim *Anchoring* hat der Mensch vom Beginn einer Problemstellung an eine Vorstellung über das Endresultat, eine Antwort oder Wert fixiert sich von Anfang an in seinem Kopf. Dieses Endresultat erfolgt aus Erwartungen, kürzliche Ereignisse oder aus der Formulierung des Problems, es wird als „Anker“ bezeichnet. Solch ein Anker kann nun von außen vorgegeben beziehungsweise definiert werden, oder auch auf Grund von unvollkommenen Informationen entstehen. Die wahre Antwort oder Lösung des Problems weicht meist nicht sonderlich von diesem „Anker“ ab beziehungsweise verzerrt dieser die Überlegungen des Menschen¹³⁸. In der Finanzwelt können z.B. Terminkurse als „Anker“ fungieren und somit kann der wahre Wert von den Schätzungen erheblich abweichen. Das *Anchoring* kann zu erheblichen Fehlinterpretationen führen, weil man sich im Kopf ständig auf seinen „Anker“ oder Richtgröße bezieht¹³⁹.

Als letzten Punkt aus dem Bereich des behavioural finance wird hier die Repräsentativitätsheuristik beschrieben. Bei dieser wird das Denkmuster des Menschen angesprochen. Ereignisse, die eher in das Schema passen, werden automatisch mit einer höheren Wahrscheinlichkeit angesehen als solche die nicht dem typischen Schema entsprechen. Diese Schemata entwickeln sich aus Erfahrungen, Erwartungen und Lernprozessen. Das Problem dabei ist, dass es einerseits zur Überschätzung von Wahrscheinlichkeiten kommen kann und andererseits Zusammenhänge über zu bewerten beziehungsweise welche zu sehen wo keine existieren¹⁴⁰.

¹³⁷ Goldberg J./von Nitzsch R. (2000) p. 66

¹³⁸ Tversky A./Kahneman D. (1974) p. 1128 - 1129

¹³⁹ Beispiele dafür finden Sie in der Arbeit von Tversky A./Kahneman D. (1974)

¹⁴⁰ Goldberg J./von Nitzsch R. (2000) p. 71 - 76

Ein interessantes Beispiel für die Überschätzung von Wahrscheinlichkeiten stammt von Tversky A. und Kahneman D.: sie erzählen die Geschichte einer 31 Jahre alten Frau, die sich mit sozialer Gerechtigkeit und Diskriminierung auseinandersetzt. Danach stellen sie ihren Probanden zwei Behauptungen auf, aus welchen sie wählen müssen, die wahrscheinlicher auf Linda zutrifft.

1. Linda ist Bankangestellte
2. Linda ist Bankangestellte und aktiv in der Frauenbewegung

Aus ihrer Studie ging hervor, dass knapp 87% der Befragten Behauptung 2 für wahrscheinlicher halten. Dies führen sie auf das Schema Denken zurück¹⁴¹.

Für die Finanzwelt kann dies folgende Auswirkungen haben: Informationen können falsch interpretiert werden und somit als eher wahrscheinlich gelten. Ebenso erscheinen auf Grund des Denkmusters Aktien, die über einen längeren Zeitraum gefallen sind, als lukrativ, da der Kurs wieder steigen muss um einen Ausgleich zu schaffen. Dies führt unweigerlich wieder zu der Ablehnung, dass Aktienrenditen voneinander unabhängig sind, weil man davon ausgeht, dass frühere Beobachtungen Einfluss auf den zukünftigen Verlauf haben.

¹⁴¹ Tversky A./Kahneman D. (1983) p. 297

6. Schlussfolgerung

Die verschiedenen Modelle haben unterschiedliche Ergebnisse gezeigt. Die Renditemodelle waren nicht imstande auch nur annähernd Vorhersagen treffen zu können, zwar waren die Residuen im Mittel nahe bei Null, doch die täglichen Fehler waren einfach zu groß sowohl im In-Sample Zeitraum als auch im Out-Sample Zeitraum. Bei den Volatilitätsprognosen war der Gesamteindruck besser, im In-Sample Zeitraum war man mit Ihnen durchaus imstande treffende Value at Risk Berechnungen durchzuführen, doch die Fehlerquoten waren bei sämtlichen Modellen außerhalb des SOLLS. Im Out-Sample Zeitraum waren die Prognosen eine Katastrophe, mit Abweichungen die zwölf Mal größer als das SOLL waren, sind sie nicht zu gebrauchen. Ebenso war keines der Modelle imstande sich von den anderen in seiner Verlässlichkeit abzuheben. Die Studie hat somit gezeigt, dass Value at Risk Berechnungen zwar in Zeiten geringer Volatilität durchaus fähig sind seriöse Ergebnisse zu liefern, doch gänzlich unbrauchbar sind in Zeiten einer Wirtschaftskrise. Aber eben diese hoch volatilen Zeiten machen den Großteil meines Gewinnes oder Verlustes aus, denn wie aus der Arbeit hervor ging, kann eine einzelne Beobachtung (AIG -93,63%) alle in den vergangenen Jahrzehnte erzielten Gewinne vernichten. Auf Grund der Normalverteilungsannahme werden diese jedoch nicht berücksichtigt, beziehungsweise von Analysten und Wissenschaftlern als Ausreißer oder a posteriori als erklärbare Phänomene tituliert, die nichts mit dem Random Walk einer Aktie gemein haben, da sie nicht zufällig geschehen. Die Zufälligkeit wird auf der einen Seite als MUSS für die Normalverteilung und manche Modelle angesehen, aber auf der anderen Seite wird wiederum (GARCH oder dem Gefühl, dass eine Aktie nach Tagen von negativen doch wieder positive Renditen aufweisen muss) eine Art Lernprozess unterstellt, der die Zufälligkeit verneint. Es scheint als könne sich der Mensch nicht entscheiden, was er wo zu verwenden gedenkt. Dies hat jedoch einen rationalen Grund: er kann es einfach nicht. Die Psychologie hat oft gezeigt, dass Menschen in ihrer Wahrnehmung und damit Informationsverarbeitung beeinträchtigt werden. Dies mag auf Grund von der Fülle an Informationen geschehen, aber vielleicht auch einfach wegen ihrer Komplexität. Jedenfalls steht fest, dass der Mensch nicht so rational agiert, wie es die Modelle und die Wissenschaft von ihm erwartet. Er macht Fehler bei seinen Entscheidungen, er schätzt Wahrscheinlichkeiten und Relationen falsch, er zieht Assoziationen wo keine sind oder übersieht sie, aber am scheinbar wichtigsten ist, dass er seine Entscheidungen meist anhand seiner Erfahrung und Gelerntem trifft und nicht anhand von Rationalität. Dies mag jetzt nicht zwangsläufig schlecht sein, das einzige, das es zu Bemängeln gibt, ist die Tatsache, dass Rationalität und „Bauchgefühl“ nicht in einem mathematischen Modell zu vereinen sind.

Anhang 1: Daten, Tabellen, Abbildungen sowie weiterführende Erklärungen

Straddle

Dieser Straddle soll das Beispiel aus Abschnitt 3.2.2.2. veranschaulichen. Die Kombination aus einem Short Call & Put, generiert eine Auszahlungsstruktur die durch die rote Linie dargestellt ist. Kleine Bewegungen führen somit zu Gewinnen, während große schnell zu großen Verlusten führen können. Das Delta oder auch Steigung an der Spitze ist demnach Null, die Delta Normal Methode kann unter Umständen somit kein Risiko ausweisen, die zweite Ableitung, also die Krümmung oder das Gamma, ist jedoch enorm groß.

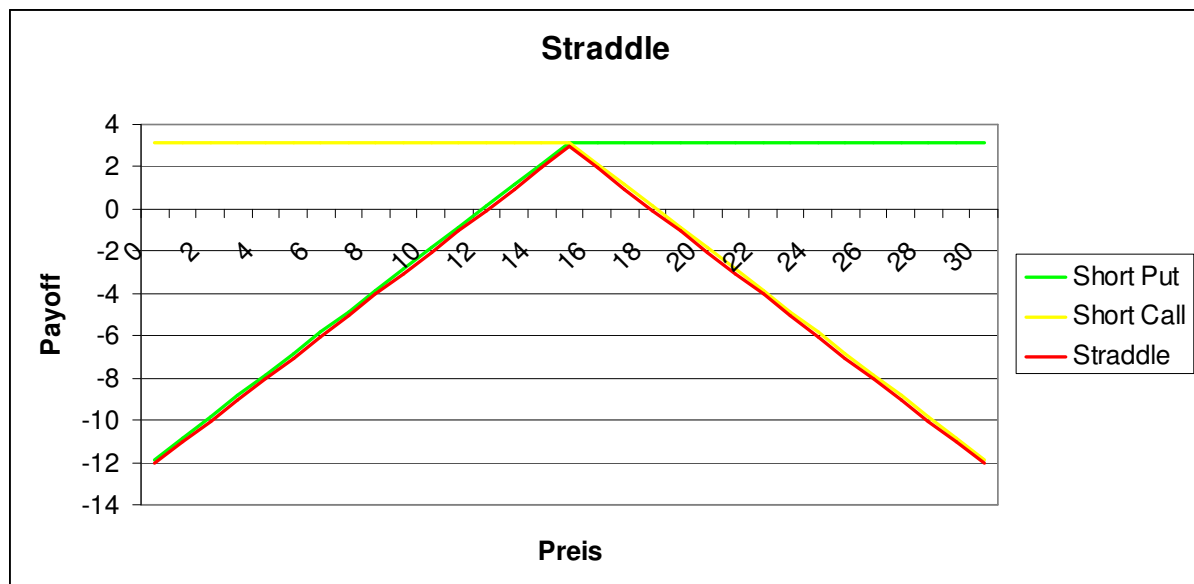


Abbildung 19: Straddle resultierend aus einem Short Put und Short Call

Maximum Likelihood Methode

Es wird an einem kleinen Beispiel illustriert wie diese Methode funktioniert und wie sie verwendet wurde um die genannten Modelle zu entwickeln.

Ausgangsdaten:

Es sind die historischen Schlusskurse des ATX in Spalte B gegeben, sowie die Daten in Spalte A. Die stetigen Renditen wurden mit der Formel $=\ln(B3/B2)$ berechnet und nach unten kopiert. In Spalte D finden Sie die Residuen sowie deren quadrierten Werte in Spalte E. In den Spalten F-H wurden dann die jeweiligen ARCH(p) Formeln eingegeben und nach unten

kopiert. Diese finden Sie in Abbildung XX. In den Spalten I-K wurden dann die “Maximum Likelihood” Schätzgröße mit in der Abbildung beschriebenen Formel berechnet und wiederum nach unten kopiert. Das Ziel ist nun die Wahrscheinlichkeit für diese Beobachtungen zu maximieren, dazu summiert man zuerst die Schätzgrößen auf (Zellen M8:O8). Danach bedient man sich des Excel Solver und maximiert Zelle M8, indem man die Parameter des ARCH(p) Modell (hier die Zellen M3 und M4) verändern lässt. Einzige Nebenbedingung ist, dass die Konstante α_0 größer als Null sein muss, da dies im Solver nicht möglich ist, stellen wir die Nebenbedingung $M3 \geq 0,0000000000000001$ auf. Zum Schluss klickt man auf „Solve“ und Excel berechnet die optimalen Parameter. Dieselbe Prozedur führt man an den anderen ARCH(p) Modellen ebenfalls durch. Das beste Modell ergibt sich durch die größte Summe an *Maximum Likelihood Estimation*. Ebenso wurden die GARCH(q,p) und EWMA Modelle mit dieser Methode in Excel berechnet.

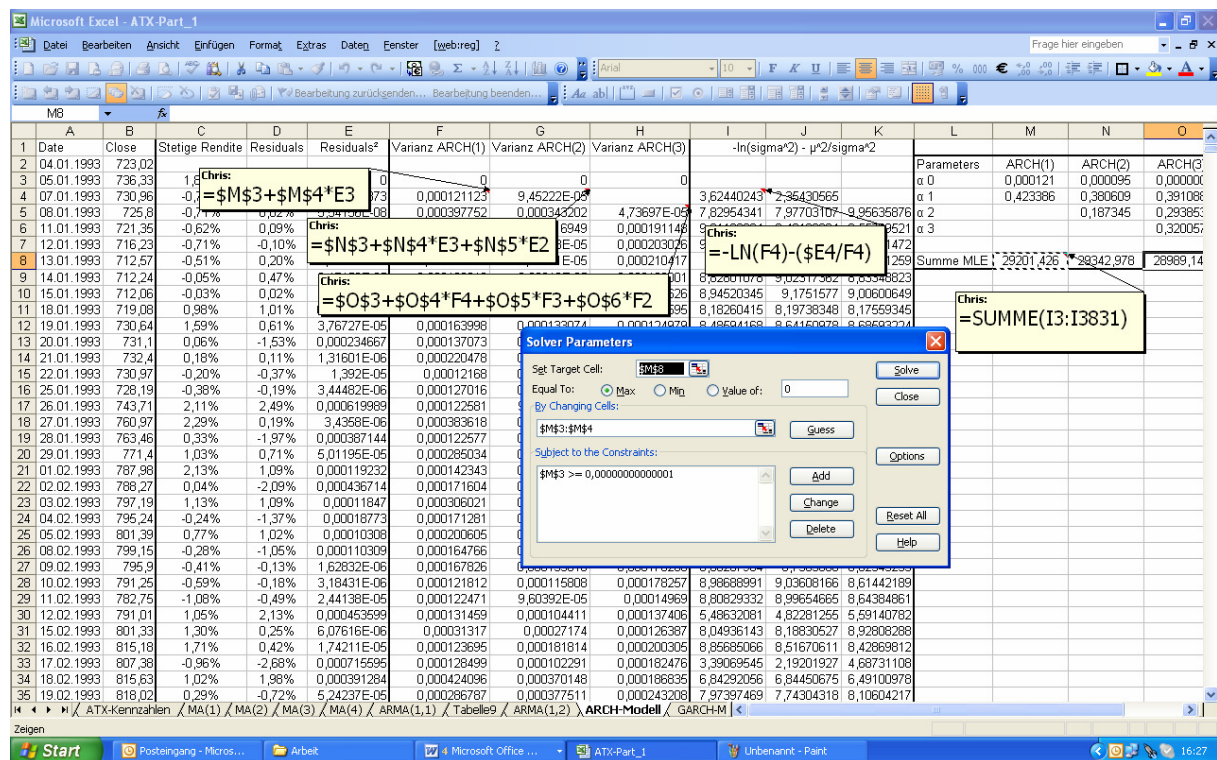


Abbildung 20: Maximum likelihood Estimation bei ARCH(p) Modellen mittels Excel

Mittelwerte der Residuen

In Abschnitt 4 wurden bei der Analyse der Märkte die Renditemodelle und ihre Residuen beschrieben, im Anschluss finden Sie die jeweiligen Mittelwerte der Residuen für den ATX (210 Tage Mittel) und für den Dow Jones (213 Tage Mittel)

ATX:

1,10473391; 0,09505761; -0,77382212; 0,08420319; -0,00226274; 0,20723338; -1,36591353;
-0,44095639; -0,08409099; -0,25510448; 0,21135479; -1,20753764; 2,12735631;
1,82831055; 4,27613609; 0,29924109

Dow Jones:

1,72636973; 0,49613654; 3,02319345; 4,51339494; 6,07066278; 3,63928098; 1,78528045;
12,1435694; -3,89309001; -0,62383763; -2,51810163; -11,8654915; 5,35563779;
0,56982532; -1,46658292; 5,12712874

Unterschied im Kursverlauf (mit und ohne Extreme)

Die folgende Abbildung zeigt den Unterschied der beiden Zeitreihen des Dow Jones mit und ohne die Extreme. Sie beruft sich auf die Aussagen aus Abschnitt 5.2. Man kann deutlich erkennen, dass vor allem gegen Ende des Beobachtungszeitraumes die Kurse weit auseinander gehen, da viele der sehr hohen Tagesverluste fehlen.

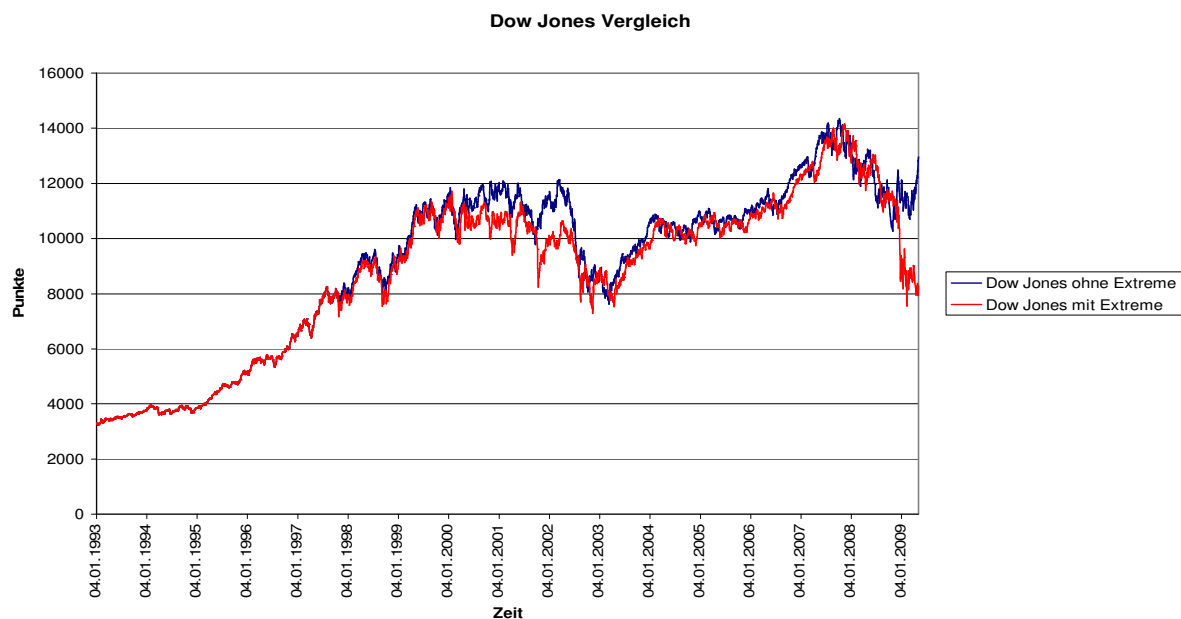


Abbildung 21: Vergleich der beiden Dow Jones Reihen mit und ohne extremer Ereignisse

VBA Code für den künstlichen Kursverlauf von Abschnitt 5.4.

Sub Preis()

'INPUT

Sinit = Range("Sinit") 'Anfangspreis (at t=0)

mu = Range("mu") 'Drift

```
sig = Range("sig")           'Standardabweichung vom Aktienpreis
N = Range("n")               'Anzahl der Zeitschritte
Y = Range("y")               'Simulationszeit in Jahren
M = Range("m")               'Anzahl der Simulationen
dt = Y / N                   'Länge eines Zeitschritts in Jahren(Deltat_t)
nu = mu - (sig ^ 2) / 2      'Drift von dem logarithmischen Prozess
```

'ein Arrayfeld beschreiben welches den Aktienpreis von t=0 to t=N erklärt

```
ReDim s(0 To N) As Double
```

'Starte Simulation mit dem Anfangspreis

```
s(0) = Sinit
```

'Preissimulation

```
For j = 1 To M
```

```
sum_CT = 0
```

```
    For t = 1 To N
```

```
        'Zufallszahl (von der Standard Normalverteilung)
```

```
        z = NRnd()
```

```
        'Prozesssimulation für log(S)
```

```
        s(t) = s(t - 1) * Exp(nu * dt + sig * Sqr(dt) * z)
```

```
        Range("St").Cells(t, j) = s(t)
```

```
    Next t
```

```
    CT = Application.WorksheetFunction.Max(0, s(t - 1) - K)
```

```
    sum_CT = sum_CT + CT
```

```
    call_value = sum_CT / M * Exp(-mu * Y)
```

```
    Range("cv").Cells(cv, j) = call_value
```

```
Next j
```

'OUTPUT: Ausgabe im Spreadsheet

```
For j = 1 To M
```

```
    For t = 1 To N
```

```
        Range("t").Cells(t, 1) = t
```



```
    Next t
Next j
End Sub
```

```
Function NRnd()
s = 0
  For i = 1 To 12
    s = s + Rnd
  Next i
  NRnd = s - 6
End Function
```

Normalverteilungen der Standardweichungen

Die folgende Abbildung (bezogen auf Abschnitt 5.4.) zeigt die Verteilung der Standardabweichungen zuerst bei der künstlichen Zeitreihe und danach bei der realen. Bei der künstlichen ist sehr schön die Normalverteilung zu erkennen, Abweichungen von mehr als drei Standardabweichungen treten nur in weniger als 0,1% aller Fälle auf. Hingegen ist die Wahrscheinlichkeit für mehr als drei Standardweichungen bei der realen Zeitreihe um knapp 14 Mal größer nämlich bei 1,4%.

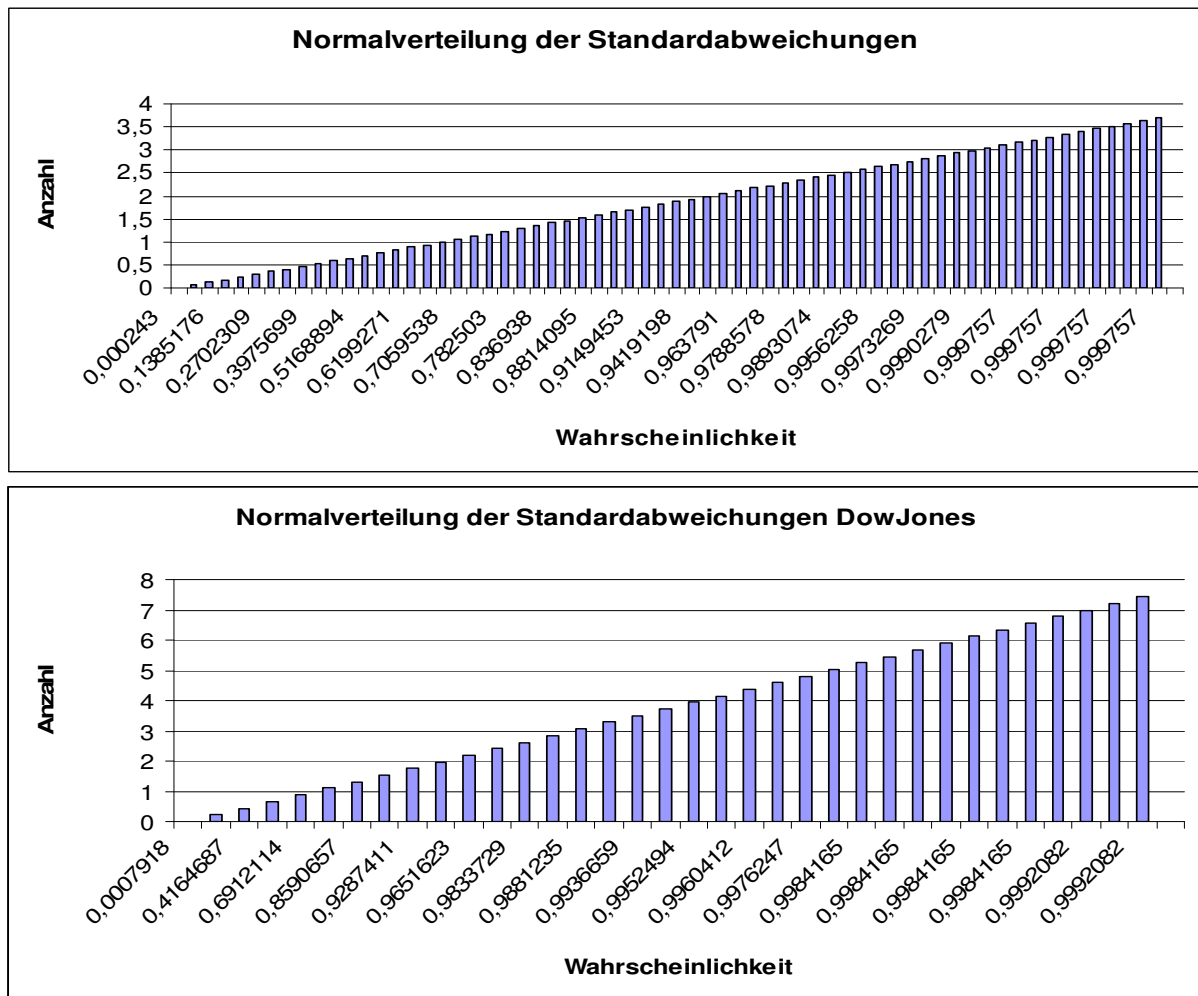


Abbildung 22: Normalverteilungen der Standardabweichungen der künstlichen und realen Zeitreihe

Anhang 2: Abstract

Deutsche Version

Die Finanzmarktkrise hat zu erheblichen Verlusten in allen Bereichen der Unternehmen und des täglichen Lebens geführt. Spekulationen haben zu einem beinahe Zusammenbruch des kompletten Finanzsystems geführt. Risiken wurden falsch berechnet beziehungsweise bewertet. Die herrschenden Modelle und Annahmen wurden in Frage gestellt.

Der Fokus dieser Magisterarbeit liegt in der Untersuchung über die Validität solcher Modelle zur Vorhersage von Renditen und Volatilitäten sowie die Berechnung des Value at Risk anhand dieser Modelle. Wie sicher sind diese Prognosen um das Risiko in hoch volatilen Zeiten schätzen zu können? Die zugrunde liegenden Annahmen werden kritisch hinterfragt und auf ihre Konsistenz zwischen den Modellen geprüft.

Im ersten Teil der Arbeit werden die gängigsten Annahmen dargestellt und erklärt warum die verwendeten Modelle auf Ihnen beruhen. Des Weiteren werden die Modelle detailliert beschrieben, damit im darauf folgenden Teil der Arbeit die empirische Studie besser verstanden werden kann.

Die empirische Studie ermittelt anhand zweier verschieden großer Märkte (Wien und New York) zuerst die zu verwendenden Modelle um anschließend für den Zeitraum der Finanzmarktkrise Prognosen abgeben zu können. Diese werden auf ihre Validität untersucht und es wird analysiert ob und wenn ja welche Modelle sich besser eignen. Die Wahl der Märkte resultierte aus der Überlegung ob die Größe dabei eine Rolle spielt.

Der letzte Punkt der Magisterarbeit beschäftigt sich mit den Fehlern der vorgestellten Annahmen und Modelle. Dabei wird insbesondere kritisch hinterfragt, warum manche von Ihnen so lange überleben konnten und es scheinbar auch weiterhin tun werden. Weiters wird die größte Fehlerquelle Mensch analysiert und dargestellt warum er nicht fähig sein kann die Komplexität der Finanzwelt zu begreifen, beziehungsweise die schnelle des Informationsflusses zu verarbeiten.

English Version

The current financial crisis has lead to extraordinary losses in all types of companies and every day life. Speculations have almost caused a complete breakdown of the whole financial system. According to mis- calculated or evaluated risks. The major models and assumptions were questioned.

The main focus of this Master Thesis is the analysis of the validation of these models to predict return and volatility in order to make statements about the current value at risk. How effective are those forecasts of risks in extremely volatile times? These underlying assumptions are critically questioned and proofed to see if they were consistent within the different models

The first part of this Thesis gives an impression about the most common assumptions and tries to explain why the models base on them. Further more these models are explained in detail in order to make the understanding of the following empirical study easier.

The empirical part evaluates the recommended models of the two used markets (Vienna and New York). Afterwards forecasts are made for the time horizon of the financial crisis. The validation should show if any or exactly what model outperforms the others. The reason for these two markets is if their size makes any difference.

As a last point the weaknesses of the models concerned will be explained. Especially the question why some of them could survive for such a long time and still will might be answered. Finally the biggest source of mistakes, the human being, will be analysed. The Thesis will try to show why man cannot understand the complexity of the financial system as well as handle the vast amount of information.

Anhang 3: Curriculum Vitae

Christopher Scharl, österreichischer Staatsbürger, wurde geboren, aufgezogen und unterrichtet in Niederösterreich St. Pölten. Er hat das Privtgymnasium der englischen Fräulein in der Schneckgasse St. Pölten besucht und am 11.6.2003 seine Matura mit dem Schwerpunkt in Mathematik abgeschlossen. Nach seiner Matura schrieb er sich an der Universität Wien für das Bakkalaureatsstudium der Betriebswirtschaft ein. Seine Interessen galten in den ersten Semestern vor allem den mathematischen Zusammenhängen der Betriebswirtschaft, dem Bereich des Marketings und den Gesetzen. Er inskribierte im Oktober 2006 für das Studium der Rechtswissenschaften ebenfalls an der Universität Wien.

Die Fokussierung in der Betriebswirtschaft lag im weiteren Verlauf des Bakkalaureatsstudiums im Produktions- und Finanzmanagement sowie den rechtlichen Rahmenbedingungen der Rechnungslegung. Er schloss am 23.1.2008 sein Bakkalaureatsstudium ab. Die Bakkalaureatsarbeiten verfasste er über den österreichischen Aktienindex und über das *Supply Chain Management*.

Anschließend schrieb er sich für das Magisterstudium der Betriebswirtschaft im Januar 2008 ein. Seine Spezialisierungen lagen dabei im Bereich des Banking, Risk Management, Portfoliomanagement und Investmentanalyse.

In seinem Rechtsstudium galt seine Spezialisierung vor allem in erster Hinsicht der Ergänzung des Wissens aus dem Betriebswirtschaftstudium. Er absolvierte Kurse aus den Bereichen des Bank- und Börserechts, Versicherungsrechts sowie aus dem Wertpapierrechts.

Literaturverzeichnis

- Aldrich John** (1997) *R.A.Fischer and the Making of Maximum Likelihood 1912-1922; Statistical Science Vol. 12, 2007, p.162-176*
- Akaike Hirotugo** (1974) *A new look at the statistical Identification Model; IEEE Transactions on Automated Control Vol. 19 p. 716 - 723*
- Anderson T.W. & Darling D.A.** (1952) *Asymptotic Theory of Certain Goodness of Fit Criteria Based on Stochastic Processes; Annals of Mathematical Statistics, Vol. 23, p. 193-212*
- Bachelier L.** (2006) *Louis Bachelier's Theory of speculation: the origins of modern finance; Princeton, Princeton University Press*
- Bauer Heinz** (1991) *Wahrscheinlichkeitstheorie 4th Edition; Berlin, New York Walter de Gruyter*
- Bollerslev Tim** (1986) *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity; Journal of Econometrics Vol. 31 p. 307-328*
- Box G.E.P. & Jenkins G.M.** (1994) *Time series analysis forecasting and control 3rd Edition, San Francisco Prentice Hall*
- Brannath Werner & Futschik Andreas** (2001) *Statistik für Wirtschaftswissenschaftler, WUV Universitätsverlag*
- Bryc Wlodzimierz** (1995) *The Normal Distribution Characterizations with Applications New York Springer Verlag*
- Campbell Harvey** (1991) *The World Price of Covariance Risk; Journal of Finance Vol. 46 p. 111 – 157*
- Dockner Engelbert & Harold Peter** (1999) *Die Bedeutung von Volatilitätsprognosen, Verteilungsschätzungen und Portfoliobewertung im Rahmen von Value at Risk Modellen, Working Paper Series No.34*
- Dockner Engelbert & Strobl Günter** (1999) *Volatility Forecasts and the Enhancement of Risk/Return Profiles through Automated Trading Strategies; Working Paper Series No.44*
- Dockner Engelbert** (2008) *Lecture Notes Portfoliomanagement SS 2008*
- Engle Robert F.** (1982) *Autoregressive Heteroskedasticity with the estimates of the Variance of United Kingdom Inflation; Econometrica Vol. 50 No. 4 pp. 987-1007*
- Fabozzi Frank, Focardi S., Kolm P.** (2006) *Financial Modeling of the Equity Market; John Wiley & Sons*

- Gadiant Yves** (2006) *ARCH-/GARCH-Modelle und deterministisches Chaos-eine empirische Analyse von Renditezeitreihen des Swiss Market Index (SMI)*; Bamberg, Difo-Druck GmbH
- Gardiner Crispin** (2009) *Stochastic Methods, A Handbook for the Natural and Social Sciences 4th Edition*; Springer Verlag Berlin Heidelberg
- Global Derivatives Study Group** (1993) *Derivatives: Practices and Principles*; Group of Thirty, Global Derivatives Study Group, Washington D.C.
- Goldberg Joachim & von Nitzsch Rüdiger** (2000) *Behavioral Finance Gewinnen mit Kompetenz*; München FinanzBuch Verlag GmbH
- Hentschel Ludger** (1995) *All in the family Nesting symmetric and asymmetric GARCH Models*; *Journal of financial Economics* Vol. 39 Issue 1 p. 71-104
- Holland Heinrich & Scharnbacher K.** (2004) *Grundlagen statistischer Wahrscheinlichkeiten - Kombinationen, Wahrscheinlichkeiten, Binomial- und Normalverteilung, Konfidenzintervalle, Hypothesentests*; Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr.Th.Gabler/GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden
- Hull John C.** (2006) *Options, Futures and other derivatives 6th Edition*, Prentice Hall
- Jarque Carlos M. & Bera Anil K.** (1980) *Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals*; *Economics Letters* 6 (3) p. 255–259
- Jones William B. & Thron W.J.** (1980) *Continued Fractions Analytic Theory and Applications* London Addison-Wesley Publishing Company
- Jorion Philippe & Nassim Taleb** (1997) *The Jorion - Taleb Debate*; *Derivatives Strategy* Vol.2 No.4
- Jorion Philippe** (2007) *Value at risk 3rd Edition*; New York McGraw Hill
- Laubsch A.J. & Ulmer A.** (1999) *Risk Management - A practical guide*; RiskMetrics Group
- Lintner John** (1965) *The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets*; *The Review of Economics and Statistics* Vol. 47, No.1 p. 13-37
- Löffler Gunter & Posch Peter** (2007) *Credit Risk Modeling using Excel and VBA*; England, John Wiley & Sons
- Longerstaey J.** (1996) *RiskMetrics - Technical Document 4th Edition*; New York J.P.Morgan/Reuters
- Luenberger David G.** (1998) *Investment Science*; New York Oxford University Press
- Mandelbrot Benoit & Hudson Richard** (2004) *The (mis)Behavior of Markets*; New York Basic Books

- Mandelbrot Benoit & Taylor Howard M.** (1967) *On the distribution of Stock Price Differences; Operations Research Vol. 15 No.6 p. 1057-1062*
- Mandelbrot Benoit** (1963) *The Variation of certain Speculative Prices; The Journal of Business Vol. 36 No. 4 p. 394-419*
- Mandelbrot Benoit** (1972) *Statistical methodology for nonperiodic cycles: From the covariance to the R/S analysis; Annals of Social and Economic Measurement 1 p. 259-290*
- Markowitz Harry** (1952) *Portfolio Selection; Journal of Finance Vol.7 No.1 p. 77-91*
- McLeish Don L.** (2005) *Monte Carlo Simulation & Finance; John Wiley & Sons*
- Merton Robert K.** (1968) *The Matthew Effect in Science; Science 159 p. 56 – 63*
- Miller George A.** (1956) *The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on our Capacity for Processing Information*
- Nelson C.C. & Kim M.J.** (1993) *Predictable Stock Returns: The role of small Sample Bias; Journal of Finance, Vol. 48 No.2 p. 641-661*
- Rachev Svetlozar & Mitnik Stefan** (2000) *Stable Paretian Models in Finance; John Wiley & Sons*
- Reverse Bank of Australia** (1995) *Implications of the Barings Collapse for Bank Supervisors; November 1995*
- Schwarz Gideon** (1978) *Estimating the Dimension of a Model; The Annals of Statistics Vol. 6, No. 2 p. 461 - 464*
- Serfozo Richard** (2009) *Basics of Applied Stochastic Processes; Springer Verlag Berlin Heidelberg*
- Soros George** (2008) *Das Ende der Finanzmärkte und deren Zukunft; München FinanzBuch Verlag GmbH*
- Specht Katja** (2000) *Modelle zur Schätzung der Volatilität: eine theoretische und empirische Analyse am Beispiel von Finanzmarktdaten, Wiesbaden Gabler*
- Taleb Nassim N.** (2008) *Der Schwarze Schwan, Die Macht höchst unwahrscheinlicher Ereignisse; München Carl Hanser Verlag*
- Taylor Stephen J.** (2007) *Asset Price Dynamics, Volatility and Prediction, Princeton University Press*
- Thadewald Thorsten & Büning Herbert** (2007) *Jarque Bera Test and its Competitors for Testing Normality - A Power Comparison; Journal of Applied Statistics Vol. 34, 2007, p. 87-105*
- Tolle S., Hutter B., Rüthemann P., Wohlwend H.** (2006) *Strukturierte Produkte in der Vermögensverwaltung, 2nd Edition; Zürich, Neue Züricher Zeitung*

Tversky Amos & Kahneman Daniel (1974) *Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases*; *Science New Series* Vol. 185 No. 4157 p. 1124 - 1131

Tversky Amos & Kahneman Daniel (1981) *The Framing of decisions and the Psychology of Choice*; *Science New Series* Vol. 211 No. 4811 p. 453 - 458

Tversky Amos & Kahneman Daniel (1983) *Extensional versus Intuitive Reasoning: The Conjunction Fallacy in Probability Judgement*; *Psychological Review* Vol. 90 No. 4 p. 293 - 315

Urban Dieter & Mayerl Jochen (2008) *Regressionsanalyse: Theorie, Technik und Anwendung 3rd Edition*; VS Verlag für Sozialwissenschaften, Wiesbaden

Wilmott Paul (2007) *Paul Wilmott introduces quantitative finance 2nd Edition*, John Wiley & Sons

Yates Randy (2006) *Mean of a White Noise Process*, Digital Signal Labs

<http://finance.yahoo.com> – sämtliche für Abschnitt 1 und 4 relevanten Daten für die Zeitreihen des ATX und Dow Jones wurden dieser Homepage entnommen.