



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

„Quantenphysik zum Angreifen?“

Sechs quantenoptische Experimente demonstrieren
einen einfachen Zugang zur Quantenphysik

verfasst von

Lewin Mäser

angestrebter akademischer Grad

Magister der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2018

Studienkennzahl lt. Studienblatt:

A 190 412 313

Studienrichtung lt. Studienblatt:

Lehramtsstudium UF Physik UF Geschichte, Sozialkunde,
Politische Bildung

Betreut von:

emer. o. Univ.-Prof. Dr. Dr. h.c. Dr. h.c. Anton Zeilinger

Inhalt

Zusammenfassung.....	5
Abstract	5
Einleitung.....	6
1. Teil – Physikalische und experimentellen Grundlagen zu den Experimenten	7
1 Licht in einem Glasfaserinterferometer	7
1.1 Interferenz.....	7
1.2 Prinzipieller und idealisierter Versuchsaufbau eines MZI	8
1.3 Erklärungen zur Entstehung der Interferenz.....	9
1.4 Experimenteller Aufbau des MZI in Glasfaserkabel	12
1.5 Zusammenfassung.....	16
2 Licht am Strahlteiler	17
2.1 Nachweis der Existenz des Photons	17
2.2 Experimenteller Aufbau: Licht am Strahlteiler	18
2.3 Darstellung und Erklärung des Experiments mit Hilfe des quantenphysikalischen Formalismus	20
2.4 Zusammenfassung.....	22
3 Das Doppelspaltexperiment mit einzelnen Photonen	23
3.1 Grundlagen	23
3.2 Quantenphysikalische Betrachtung des Doppelspalts	26
3.3 Experimenteller Aufbau: Doppelspaltexperiment mit einzelnen Photonen.....	29
3.4 Zusammenfassung.....	31
4 Licht trifft auf Polarisatoren	32
4.1 Grundlagen	32
4.2 Experimenteller Aufbau: Licht trifft auf Polarisatoren	34
4.3 Zusammenfassung.....	35
5 Licht in einem MZI mit Polarisatoren	36
5.1 Experimenteller Aufbau: Licht in einem MZI mit Polarisatoren.....	36
5.2 Das MZI mit „Welcher Weg“-Information.....	38
5.3 Messung ohne Wechselwirkung	41
5.4 Zusammenfassung.....	42
6 Verschränkte Photonen.....	43
6.1 Geschichte der Verschränkung.....	43
6.2 Verborgene Variablen und John Bell	45

6.3	Schlupflöcher und Experimente	49
6.4	Erzeugung von verschränkten Photonenpaaren	49
6.5	Experimenteller Aufbau: Verschränkte Photonen	52
6.6	Justierung des Experiments.....	57
6.7	Ergebnisse.....	59
6.7.1	Darstellung der Down Conversion.....	59
6.7.2	Detektionseffizienz und Verschränkungszustand	60
6.7.3	Exemplarische Verletzung der Ungleichung von Bell	62
6.7.4	Langzeitergebnisse und Messdaten der documenta (13)	64
6.8	Zusammenfassung.....	66
2. Teil –	Didaktische Überlegungen zu den Experimenten.....	67
	Vorhandene didaktische Konzepte zur Quantenphysik	67
	Präkonzepte und Schülervorstellungen	69
7	Licht in einem Glasfaserinterferometer: Wellenbild und Interferenz.....	70
8	Licht am Strahlteiler: Teilchenbild und Zufall.....	72
9	Das Doppelspaltexperiment mit einzelnen Photonen: Das Quantenbild	73
10	Licht trifft auf Polarisatoren: Änderung des Zustands durch Messungen.....	77
11	Licht in einem Interferometer mit Polarisatoren: Verfügbare Information bestimmt das Ergebnis	79
12	Verschränkte Photonen: Einsteins spukhafte Fernwirkung in Aktion.....	82
12.1	Was ist Verschränkung? Was kann man sich darunter vorstellen?	82
12.2	Wie wird Verschränkung im Experiment erzeugt?.....	83
12.3	Wie wird die Verschränkung gemessen?	84
12.4	Kann Verschränkung auch klassisch erklärt werden? Was sind verborgene, lokale Variablen? Was wird im Experiment eigentlich überprüft?	84
12.5	Wie kann das Ergebnis interpretiert werden? Für was sind verschränkte Photonen gut?... 85	
13	Zusammenfassung und Ausblick	87
	Literaturverzeichnis	88

Vorwort

Der Ursprung der hier vorgestellten Experimente liegt im Jahr 2012, als das Team des Instituts für Quantenoptik und Quanteninformation (IQOQI) in Wien rund um Anton Zeilinger auf die „dokumenta (13)“ in Kassel eingeladen wurde. Nach anfänglicher Skepsis, und der Hartnäckigkeit der Kuratorinnen und künstlerischen Leiterin Carolyn Christov-Bakargiev geschuldet, ließ sich das Team auf die ungewöhnliche Aufgabe ein. Es entstanden fünf verschiedene quantenoptische Experimente, die den Besucherinnen und Besuchern der „dokumenta“ einen Einblick in die Grundlagen und in aktuelle wissenschaftliche Fragestellungen der Quantenphysik ermöglichen sollten.[1]

Es handelt sich also um den Versuch, Menschen mit recht geringem Vorwissen in Quantenphysik einen Einblick in diese spannende wissenschaftliche Disziplin zu ermöglichen. Besonders daran ist, dass einem breiten Publikum auch ein experimenteller Zugang in diese Thematik ermöglicht wurde, der in dieser Form beispielsweise in Schulen oder bei populärwissenschaftlicher Literatur nicht möglich ist. Zusätzlich ergab sich durch die Verwendung von experimenteller Ausstattung des IQOQI auch die Möglichkeit einen Einblick in moderne Labortätigkeiten und den wissenschaftlichen Alltag zu ermöglichen.

Die Experimente wurden nach der positiven Bilanz und Erfahrung während der dokumenta nicht zurückgebaut, sondern in einer Art Schauraum, dem „Vorführlabor“, gemeinsam aufgestellt und für interessierte Gruppen (meist Schülergruppen) in Form von Führungen zugänglich gemacht. Im Rahmen der vorliegenden Diplomarbeit wurde dieses Vorführlabor betreut, Führungen durchgeführt, die Experimente aufbereitet, teilweise verändert, sowie ein weiteres Experiment hinzugefügt. Im ersten Teil der Arbeit werden die verschiedenen Experimente vorgestellt und die wichtigsten physikalischen und experimentellen Grundlagen dargestellt. Im zweiten Teil wird eine kurze einfache Beschreibung der Experimente präsentiert, die versucht diese auf möglichst anschauliche Art und Weise zu erklären, dabei werden auch didaktische Überlegungen angeführt.

Die Arbeit richtet sich somit an alle Personen, die einen einfachen, experimentell orientierten Einstieg in die Quantenphysik und dabei insbesondere in die Quanteninformationstechnologie suchen. Darüber hinaus natürlich an Lehramtsstudentinnen und –studenten, sowie an Lehrerinnen und Lehrer, um ihnen, neben dem an den Universitäten meist formal-mathematischen Zugang, eine experimentelle Zugangsweise zur Quantenphysik aufzuzeigen.

Zusammenfassung

Mit Hilfe von sechs verschiedenen quantenoptischen Experimenten werden Grundlagen der Quantenphysik und auch mögliche zukünftige Anwendungen aufgezeigt. Die Experimente umfassen *Licht in einem Glasfaserinterferometer: Das Wellenbild und Interferenz*, *Licht am Strahlteiler: Teilchenbild und Zufall*, *Das Doppelspaltexperiment: Das Quantenbild*, *Licht tritt durch Polarisatoren: Änderung des Zustands durch Messung*, *Licht in einem Interferometer mit Polarisatoren: Verfügbare Information bestimmt das Ergebnis* und *Verschränkte Photonen: Einsteins spukhafte Fernwirkung in Aktion*. Ziel dieser Experimente ist es, einem Publikum mit wenig Vorwissen die Welt der Quantenphysik näher zu bringen und Einblicke in aktuelle Forschung, verwendete Geräte und wissenschaftliche Methoden zu ermöglichen. Die Experimente werden auf möglichst einfache und anschauliche Art präsentiert. Ausgangspunkt ist die Frage, wie Licht beschrieben werden kann. Die Experimente führen in ihrer Zusammenstellung angefangen von einem einfachen Wellenmodell von Licht zu einem modernen Quantenmodell und der Beschreibung des quantenphysikalischen Phänomens der Verschränkung. Dabei werden die wichtigsten physikalischen und experimentellen Grundlagen erklärt und auch der didaktischen Frage nachgegangen, was mit den Experimente erklärt werden kann.

Abstract

Six different quantum optic experiments show foundations of quantum physics and possible future applications. The experiments contain *light in a glass fiber interferometer: wave picture and interference*, *light at a beam splitter: particle picture and randomness*, *the double slit experiment: quantum picture*, *light passes through a polarizer: changing the state by measurement*, *light in an interferometer with polarizers: information defines the outcome* and *entangled photons: Einsteins spooky action at work*. Goal of the experiments is to present the world of quantum physics to an audience, who has little previous knowledge, and to give them an insight in current research, utilized equipment and scientific methods. The experiments are presented in a simple and demonstrative way. Initially the question is raised, how light may be described. In the presented assembly the experiments direct from a simple wave picture of light to the modern quantum picture and finally to the quantum phenomenon of entanglement. The most important physical and experimental basics are explained, as well as the educational question what may be explained with the experiments.

Einleitung

Auf möglichst anschauliche Art und Weise sollen einem Publikum, das wenig Vorwissen zum Thema Quantenphysik besitzt, einige Grundlagen dieser Disziplin mit Hilfe von quantenoptischen Experimenten näher gebracht werden. Die zentrale Frage, die an die diversen Experimente gestellt werden kann, lautet dabei:

Was ist Licht?

Wobei zuerst festgehalten werden muss, dass diese Frage strenggenommen von der Physik gar nicht beantwortet werden kann. Die Frage muss umformuliert werden, um überhaupt beantwortet werden zu können:

Wie kann Licht beschrieben werden?

Sechs verschiedene Experimente versuchen diese Frage zu beantworten und führen dabei in die faszinierende Welt der modernen Quantenphysik ein.

Die Experimente umfassen *Licht in einem Glasfaserinterferometer: Das Wellenbild, Licht am Strahlteiler: Teilchenbild und Quantenzufall, Das Doppelspaltexperiment: Das Quantenbild, Licht tritt durch Polarisatoren: Änderung des Zustands durch Messung, Licht in einem Interferometer mit Polarisatoren: Verfügbare Information bestimmt das Ergebnis und Verschränkte Photonen: Einsteins spukhafte Fernwirkung in Aktion.*

Insbesondere im zweiten Teil der Arbeit, aber auch schon im Ersten, wird versucht den mathematischen Formalismus der Quantenmechanik durch einfache Worte zu beschreiben, was zwangsläufig zu der Frage führt, was dieser Formalismus bedeuten soll. Deswegen sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die Frage der Interpretation der Quantenmechanik nach wie vor Teil eines Diskurses ist. Exemplarisch zeigt sich dies in der qualitativen Befragung von 33 Teilnehmerinnen und Teilnehmer einer Konferenz zu den Grundlagen der Quantenphysik aus dem Jahr 2011 und der Conclusio dieser Umfrage:

„Quantum theory is based on a clear mathematical apparatus, has enormous significance for the natural sciences, enjoys phenomenal predictive success, and plays a critical role in modern technological developments. Yet, nearly 90 years after the theory's development, there is still no consensus in the scientific community regarding the interpretation of the theory's foundational building blocks. Our poll is an urgent reminder of this peculiar situation.” [2] S. 229

Die hier verwendeten Beschreibungen orientieren sich an gängigen Vorstellungen und Interpretationen. Für einen kurzen Überblick über vorhandene Vorstellungen sei auf die zitierte Umfrage hingewiesen. Eine etwas detailliertere Behandlung, die auch die historische Entwicklung der Interpretationen darstellt, bietet das Buch von Andrew Whitaker [3].

1. Teil – Physikalische und experimentellen Grundlagen zu den Experimenten

1 Licht in einem Glasfaserinterferometer

Das erste Experiment entspricht einem Mach-Zehnder-Interferometer (MZI) in Glasfasern. Der prinzipielle Aufbau und die Funktionsweise von Interferometrie ist eine bereits über 100 Jahre alte experimentelle Methode, die in unterschiedlichsten Anwendungen eingesetzt wird. Dem Namen entsprechend geht der Aufbau auf Ludwig Zehnder [4] und Ludwig Mach [5] zurück, die beide ein solches Interferometer am Ende des 19. Jahrhunderts entwickelt haben. Interferometer funktionieren üblicherweise mit der Trennung und Überlagerung (Superposition) von Licht. Dabei können Interferenzeffekte beobachtet werden, die zur sehr genauen Messung verschiedener physikalischer Eigenschaften verwendet werden können. Eines der bekanntesten Interferometer-Experimente der Physikgeschichte ist das Michelson-Morley-Experiment. Mit dessen Hilfe wurde versucht den sogenannten Lichtäther nachzuweisen, was misslang und schlussendlich als Nachweis für seine Nichtexistenz diente [6]. Ein anderes öffentlichkeitswirksames Beispiel war der erst kürzlich erbrachte experimentelle Nachweis für die Existenz von Gravitationswellen am Laser Interferometer Gravitationalwave Observatory (LIGO) [7]. Es gibt weitere unzählige Anwendungen von Interferometern und, wie wir sehen werden, spielen sie auch in der Quantenphysik eine herausragende Rolle.

1.1 Interferenz

Die Grundlage für solche Experimente liefert die Eigenschaft von Licht, dass es als Welle beschrieben werden kann. Eine Welle (mathematisch eine Funktion von Ort x und Zeit t) zeichnet sich dadurch aus, dass sie als Summe (Superposition) von Einzelwellen aufgefasst werden kann:

$$\psi_{Ges}(x, t) = \sum_i \psi_i(x, t)$$

Für den vereinfachten und idealisierten Fall, dass Frequenz ω und Amplitude a zweier Wellen $\psi_1(t)$ und $\psi_2(t)$ ident sind und wir davon ausgehen, dass sie sich räumlich genau gleich ausbreiten, können wir sie als Schwingungen beschreiben und es gilt mit $\psi_1(t) = a \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$ und $\psi_2(t) = a \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$:

$$\psi_1(t) + \psi_2(t) = a \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + a \cdot \sin(\omega t + \varphi_2) = 2a \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)^1$$

Bei gleicher Phase² $|\varphi_1 - \varphi_2| = 2n \cdot \pi$ ergibt sich somit:

$$\psi_1(t) + \psi_2(t) = 2a \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Es entsteht also dieselbe Welle mit doppelter Amplitude, was auch als konstruktive Interferenz bezeichnet wird.

¹ Für die Berechnung wurde folgender Zusammenhang verwendet:

$$\sin(x) + \sin(y) = 2 \sin\left(\frac{x + y}{2}\right) \cos\left(\frac{x - y}{2}\right)$$

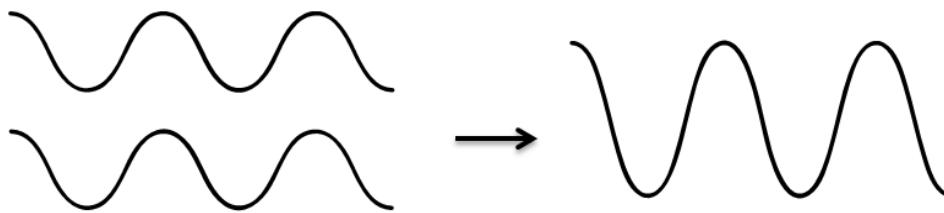
² Bzw. ganzzahligen Vielfachen Phasen.

Bei einer Phasendifferenz von $|\varphi_1 - \varphi_2| = (2n + 1) \cdot \pi$ ergibt sich dagegen gerade:

$$\psi_1(t) + \psi_2(t) = 0$$

Die beiden Wellen heben sich auf, dies wird auch als destruktive Interferenz bezeichnet. Dieser Zusammenhang lässt sich auch anschaulich und vereinfacht darstellen, siehe Abb. 1. Natürlich entstehen üblicherweise wesentlich kompliziertere Interferenzstrukturen, nicht nur völlige Auslöschung und Verstärkung. Ein Alltagsbeispiel für Interferenz wäre das Muster, das entsteht, wenn in einen Teich zwei Steinen geworfen werden und sich die entstehenden Wellen überlagern.

a) Konstruktive Interferenz:



b) Destruktive Interferenz:

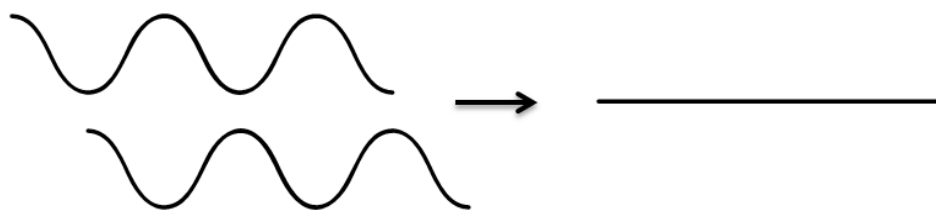


Abb. 1: Vereinfachte Darstellung der Interferenz von 2 Wellen. In **a)** befinden sich die Wellen in gleicher Phase und interferieren konstruktiv, in **b)** entspricht die Phasendifferenz 180° und die Wellen interferieren destruktiv.

Wichtige Voraussetzung für stabile Interferenzbilder sind sogenannte kohärente Wellen. Zeitliche Kohärenz ist gegeben, wenn sich die Phasenbeziehung zwischen zwei Wellen nicht ändert, räumliche Kohärenz bedingt eine konstante Beziehung der Wellenlängen zueinander. Anschaulich kann man sich Kohärenz beispielsweise im Alltag bei einer Gruppentanzvorführung (beispielsweise bei der Polonaise auf einem Ball) vorstellen. Alle Tänzerinnen und Tänzer müssen zur exakt gleichen Zeit (zeitliche Kohärenz) die exakt gleiche Bewegung (räumliche Kohärenz) ausführen, erst dadurch entsteht für einen Beobachter ein zusammenhängendes Bild einer gemeinsamen Bewegung (Interferenzeffekt).

1.2 Prinzipieller und idealisierter Versuchsaufbau eines MZI

Die prinzipielle Anordnung eines MZI ist in Abb. 2 dargestellt. Das Licht wird von der Quelle (S) auf einen halbversilberten Spiegel (A) gelenkt, der die Hälfte des Lichts reflektiert und die andere Hälfte transmittiert – üblicherweise spricht man von einem sogenannten Strahlteiler. Es entstehen zwei Lichtstrahlen, die unterschiedlichen Wegen (1 und 2) folgen. Über normale Spiegel (B_1 und B_2) werden die Lichtstrahlen auf einen weiteren Strahlteiler (C) gelenkt, der im Vergleich zu A die reflektierende Schicht auf der gegenüberliegenden Seite hat. Hier treffen sich die Lichtstrahlen und werden gleichzeitig wieder auf zwei Wege aufgeteilt. D_1 und D_2 bezeichnen Detektoren, bzw. einfach

einen Schirm, auf dem das einfallende Licht beobachtet werden kann. Wenn die Wege 1 und 2 exakt gleich lang sind, kann beobachtet werden, dass lediglich Licht in Detektor D_2 registriert wird.

Vorausgesetzt ist eine perfekte Justierung des Aufbaus, Vernachlässigung von optischen Fehlern der verwendeten Komponenten und alleinige Berücksichtigung der Lichtstrahlen auf der optischen Achse des Interferometers.

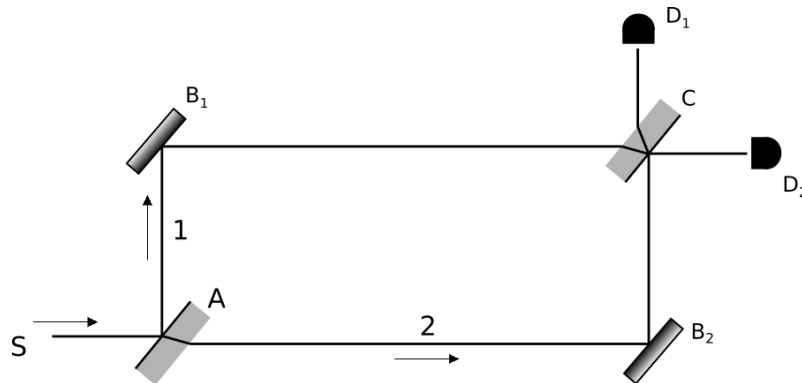


Abb. 2: schematische Darstellung der idealisierten MZI Versuchsanordnung. Ein Lichtstrahl von der Quelle (Source) S wird durch einen Strahlteiler auf zwei Wege (1 und 2) aufgeteilt. In den Detektoren D_1 und D_2 wird das Licht registriert. Wenn die Wege 1 und 2 exakt gleich lang sind, dann interferiert das Licht so, dass nur in D_2 Licht registriert werden kann.

1.3 Erklärungen zur Entstehung der Interferenz

Die Erklärung für dieses Verhalten liefert offensichtlich die erwähnte Interferenz, es muss sich ein Phasenunterschied zwischen den beiden Wegen ergeben, sodass das Licht in D_2 konstruktiv interferiert und in D_1 destruktiv. Unter der idealisierten Annahme, dass beide Wege exakt gleich lang sind (dies gilt auch für die gebrochenen Wege durch die Strahlteiler), kann ein solcher Phasenunterschied nur mit unterschiedlichen Reflexionen der Teilstrahlen zustande kommen. Die übliche Erklärung für die Schulphysik, wie beispielsweise bei Zetie [8], lautet, dass ein Lichtstrahl bei einer Reflexion an einem Spiegel eine Phasenverschiebung von π erfährt. Dies passiert jedoch nur, wenn der Lichtstrahl von einem Medium mit höherem Brechungsindex reflektiert wird. Das heißt, wenn das Licht von Luft auf die spiegelnde Grenzfläche trifft, erfährt es eine Phasenverschiebung, wenn es dagegen vom inneren des Glases auf die spiegelnde Grenzschicht trifft, erfährt es keine Phasenverschiebung. Deswegen ist in der obigen Anordnung der zweite Strahlteiler C so angeordnet, dass er die spiegelnde Schicht auf der gegenüberliegenden Seite, wie Strahlteiler A hat. Betrachten wir die Möglichkeiten im Detail, die das Licht hat, um zu D_1 , bzw. zu D_2 zu gelangen.

Für D_2 gibt es die Möglichkeit, dass das Licht am ersten Strahlteiler A reflektiert wird und dem Weg 1 folgt, es wird dabei am Spiegel B_1 reflektiert und transmittiert zum Schluss durch den Strahlteiler C . Dies entspricht zwei Reflexionen oder einer Phasenverschiebung von 2π . Die zweite Möglichkeit für D_2 ergibt sich mit einer Transmission am ersten Strahlteiler A , einer Reflexion am Spiegel B_2 und einer Reflexion am Strahlteiler C . Dies entspricht ebenfalls zwei Reflexionen und damit einer Phasenverschiebung von 2π . Beide Möglichkeiten haben somit dieselbe Phase und die Lichtstrahlen interferieren konstruktiv.

Für D_1 gibt es die Möglichkeit, dass das Licht am ersten Strahlteiler A reflektiert wird und dem Weg 1 folgt, es wird dabei am Spiegel B_1 reflektiert und zum Schluss beim Strahlteiler C wieder reflektiert. Die letzte Reflexion erfolgt jedoch im Glas des Strahlteilers selbst und führt damit zu keiner

Phasenverschiebung des Lichts. Damit haben wir zwei Reflexionen, die zu einer Phasenverschiebung von 2π führen. Die zweite Möglichkeit für D_1 ergibt sich mit einer Transmission am ersten Strahlteiler A, einer Reflexion am Spiegel B_2 und einer Transmission am Strahlteiler C. Also nur eine Reflexion und damit eine Phasenverschiebung von π . Damit ergibt sich ein Phasenunterschied von π zwischen den beiden möglichen Wegen bei D_1 und das Licht interferiert destruktiv.

Der Vorteil dieser Erklärung ist die Einfachheit und die Tatsache, dass sie ohne viel Mathematik auskommt, was beispielsweise in der Schule wünschenswert ist. Allerdings ist vorausgesetzt, dass die Strahlteiler im Versuchsaufbau entgegengesetzt aufgebaut sind und dass die reflektierende Schicht auf einer Seite des Strahlteilers liegt.

In unserem experimentellen Aufbau (siehe unten) können beide Voraussetzungen nicht erfüllt werden.

Eine alternative, sehr kompakte und einfache Erklärung für das MZI liefert Embacher [9] in seinem online präsentierten Konzept zur Quantentheorie, das er didaktisch speziell für die Schule ausgelegt hat. Er verzichtet dabei auf eine detaillierte Behandlung der Phasenverschiebung und betrachtet den gesamten Versuchsaufbau. Er argumentiert anhand der experimentellen Beobachtungen und der Energieerhaltung sehr allgemein.

„Für die beiden in den Belichtungsmesser 2 [entspricht bei uns D_2] fallenden Teistrahlen[!] herrschen jeweils identische Bedingungen. Beide (jener, der den oberen Weg [unser Weg 1] und jener, der den unteren Weg [unser Weg 2] genommen hat) sind einmal "nach links" und danach "nach rechts" reflektiert worden. Nach Durchtritt des zweiten halbdurchlässigen Spiegels sind sie in Phase. Sie interferieren konstruktiv, d.h. sie addieren einander, so als ob sie nie getrennt worden wären. Belichtungsmesser 2 empfängt also Licht derselben Intensität wie sie der in die Apparatur einfallende Strahl hatte. Daher bleibt für Belichtungsmesser 1 [entspricht D_1] nichts mehr übrig, denn die gesamte Intensität kann sich nicht vergrößert haben. Die beiden in Belichtungsmesser 1 fallenden Strahlen müssen einander also auslöschen!“ [9]

Er argumentiert also ausschließlich damit, dass die Lichtstrahlen in D_2 dieselben Veränderungen erfahren haben und somit in Phase sein müssen. Danach schließt er nur auf Grund der Energieerhaltung, dass in D_1 kein Licht ankommen kann. Für eine detaillierte Betrachtung der Phasenverschiebung an einem einzelnen Strahlteiler liefert er somit keine Erklärung.

Knackpunkt für eine allgemeinere Erklärung ist die Tatsache, dass an einem Strahlteiler üblicherweise immer eine Phasendifferenz zwischen reflektiertem und transmittiertem Strahl entsteht, die für den Fall eines spiegelsymmetrischen Strahlteilers gerade $\frac{\pi}{2}$ entspricht. Eine allgemeine und übersichtliche Erklärung für die Phasenverschiebungen an einem Strahlteiler liefert Zeilinger in [10]. Er setzt dabei lediglich voraus, dass der Strahlteiler verlustfrei ist und dass dementsprechend die Energieerhaltung gilt, allerdings ist für ein Verständnis seiner Argumentation vorausgesetzt, dass eine Vertrautheit mit Matrizenrechnungen und komplexen Zahlen vorhanden ist. Ohne Matrizen kommt Pade in [11] und [12] aus, dessen Erklärung hier kurz dargestellt wird.

Es wird eine ebene Welle betrachtet, die auf einen verlustfreien spiegelsymmetrischen Strahlteiler trifft, siehe Abb. 3 a). Dabei teilt sich die eingehende Amplitude 1 in eine reflektierte R und transmittierte T auf. Wobei für die jeweiligen Änderungen der Amplituden nach dem Durchgang gilt:

$$R = re^{i\varphi_r} \text{ und } T = te^{i\varphi_t}$$

Pade argumentiert anschließend anhand der Spiegelsymmetrie des Strahlteilers:

„Der Brechungsindex n soll über den ganzen Strahlteiler konstant sein. Da der Strahlteiler symmetrisch ist, treten dieselben Amplitudenverhältnisse auf, wenn man die ebene Welle von rechts statt von links einfallen lässt.“ [12] S. 323

Wir sehen dies in Abb. 3 b), wir gehen also davon aus, dass T und R ident sind, unabhängig von welcher Seite die ursprüngliche Welle auf den Strahlteiler trifft. Als nächstes berücksichtigen wir die Energieerhaltung:

„Der Energiestrom, der von einer Welle transportiert wird, ist proportional zum Betragsquadrat der Amplitude. Da wir außerhalb der strahlteilenden Schicht überall dasselbe Medium annehmen, sind die Proportionalitätsfaktoren überall gleich, und die Energieerhaltung reduziert sich auf die Gleichung[...]“ [11] S. 39

$$1 = R^*R + T^*T$$

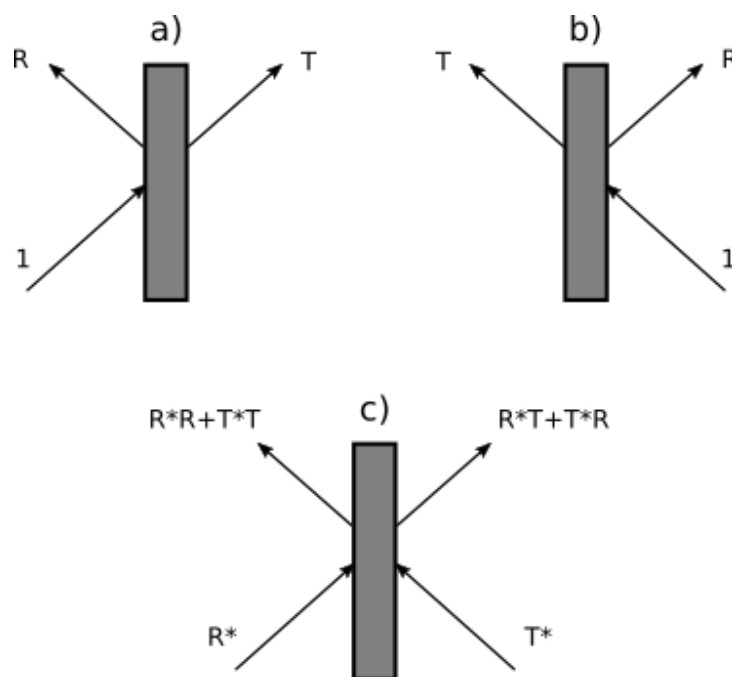


Abb. 3: Aufteilung der Amplituden an einem Strahlteiler nach Pade [11] S. 39. **a)** Amplitude 1 wird aufgeteilt in R und T **b)** a) seitenvertauscht **c)** Überlagerung von zwei Wellen mit Amplituden R^* bzw. T^*

In weiterer Folge argumentiert Pade mit der Gleichheit der Zahlen und betrachtet den Fall, der in Abb. 3 c) dargestellt ist. Es werden zwei Wellen mit Amplitude R^* und T^* von unterschiedlichen Seiten auf den Strahlteiler geleitet. Im linken oberen Ausgang kommt somit die reflektierte Amplitude von R^* an, was R^*R entspricht, und die transmittierte Amplitude T^* , was analog T^*T entspricht. Die gesamte Amplitude auf der linken Seite entspricht der Summe, die, wie oben gezeigt, $R^*R + T^*T = 1$ entsprechen muss. Auf der rechten oberen Seite des Strahlteilers kommt dagegen der transmittierte Teil von R^* an, was R^*T entspricht, und der reflektierte Teil von T^* , was T^*R entspricht. Diese Summe muss im Einklang mit der Energieerhaltung verschwinden:

$$R^*T + T^*R = 0$$

Mit $R = re^{i\varphi_r}$ und $T = te^{i\varphi_t}$ ergibt sich:

$$rte^{i(\varphi_t - \varphi_r)} + tre^{i(\varphi_r - \varphi_t)} = 0$$

Da $e^{i\varphi} + e^{-i\varphi} = 2 \cos \varphi$ kann diese Gleichung nur erfüllt werden, wenn der Cosinus Null ist:

$$\cos(\varphi_r - \varphi_t) = 0$$

Dies entspricht dem geforderten relativen Phasenunterschied von $\frac{\pi}{2}$, zwischen reflektiertem und transmittiertem Strahl.

Pade setzt also auch ein Grundwissen im Umgang und der Darstellung von Komplexen Zahlen voraus und argumentiert mit der Spiegelsymmetrie (es darf keinen Unterschied geben, von welcher Seite ich die Welle in den Strahlteiler schicke), der Gleichheit von Zahlen zur Berechnung der Amplituden, der Energieerhaltung und betrachtet die Situation verlustfrei.

Betrachten wir mit diesem Wissen noch einmal den prinzipiellen Aufbau des MZI in Abb. 2. Wir vernachlässigen gleich die Phasenverschiebung die von den beiden Spiegeln (B_1 und B_2) erzeugt werden, da sie auf allen Wegen identisch ist und betrachten nur die Phasenverschiebungen, die durch die Strahlteiler zustande kommen. Für D_2 gibt es die Möglichkeit (1), dass das Licht am Strahlteiler A reflektiert wird und bei C transmittiert wird, dies entspricht einer Phasenverschiebung von $\frac{\pi}{2}$. Im zweiten Fall (2) wird das Licht bei A transmittiert und bei C reflektiert, also insgesamt wieder $\frac{\pi}{2}$. Beide Lichtstrahlen erfahren dieselbe Phasenverschiebung und wir haben in D_2 konstruktive Interferenz. Für D_1 gibt es die Möglichkeit (1), dass das Licht bei A und bei C reflektiert wird, was einer gesamten Phasenverschiebung von π entspricht. Auf dem anderen Weg (2) wird das Licht zweimal transmittiert und erfährt keine Phasenverschiebung. Insgesamt erhalten wir also eine Phasendifferenz von π und das Licht interferiert destruktiv.

Diese Erklärung ist auch für unseren experimentellen Aufbau geeignet und mit der Voraussetzung, dass für einen Strahlteiler eine Phasenverschiebung von $\frac{\pi}{2}$ angenommen werden kann, lässt sich das idealisierte Ergebnis des MZI einfach darstellen.

1.4 Experimenteller Aufbau des MZI in Glasfaserkabel

Im Gegensatz zum prinzipiellen und idealisierten Aufbau des MZI weiter oben, erfolgt die Anordnung, wie der Name sagt, ausschließlich in Glasfaserkabeln. Dies erleichtert den Aufbau erheblich, da keine aufwendige Feinjustierung der Lichtstrahlen gemacht werden muss, was in üblichen MZI-Experimenten normalerweise nötig ist. Nachteil ist dabei sicherlich, dass der Aufbau nicht die übersichtliche Form von Abb. 2 besitzt. Als Lichtquelle wird ein Helium-Neon-Laser mit einer Wellenlänge von 632nm und einer Leistung von 1mW betrieben. Als Strahlteiler fungieren 2 2x2 Single Mode Fused Fiber Optic Coupler (50:50) für eine Wellenlänge von 632nm. Ein 2x2 Single Mode Fused Fiber Optic Coupler besteht im Prinzip aus zwei Glasfaserkabeln, deren optische Kerne auf einem Teilstück so nah aneinander gebracht werden, dass ein Übertritt von einer Faser in die andere möglich ist, in diesem Fall mit der Wahrscheinlichkeit von 50%.³ Weitere Elemente des

³ Die prinzipielle Erzeugung eines solchen Couplers ist recht einfach erklärt, die Faserkerne werden miteinander verdreht und im Zentrum verschmolzen, während dieses Vorgangs wird Licht in die Faser geleitet und in den

Versuchsaufbaus sind die Glasfaserkabeln selbst und ein Polarisationskompensationselement (Fiber Paddle Controller), das dazu dient auftretende Unterschiede zwischen der Polarisation des Lichts in den unterschiedlichen Wegen auszugleichen.⁴

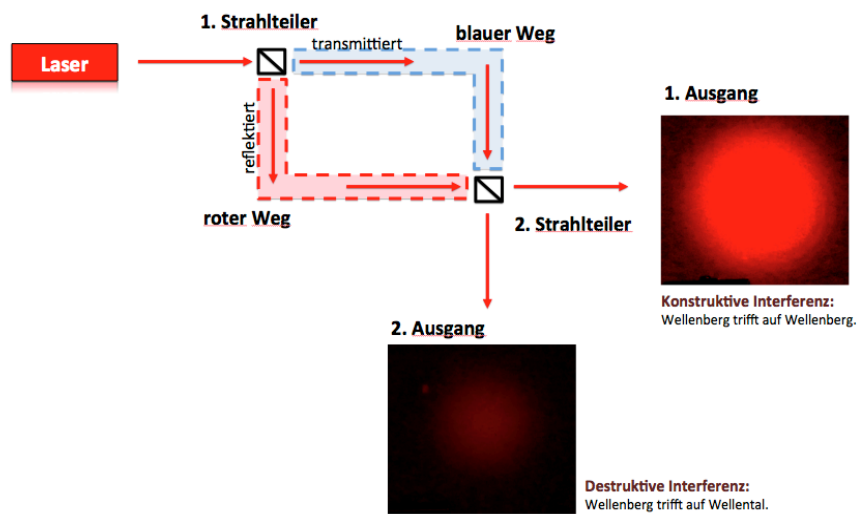


Abb. 4: schematische Darstellung des Versuchsaufbaus und des sichtbaren Ergebnisses in den beiden Ausgängen.

Ausgängen die Intensität gemessen, sobald das richtige Verhältnis erreicht wird, stoppt man den Schmelzvorgang. Siehe [15] S. 205f und vgl. mit [16] S. 143.

⁴ Polarisation wird im Detail weiter unten im Experiment Licht trifft auf einen Polarisator behandelt. Die hier angesprochenen Unterschiede in der Polarisation können durch Biegen und Krümmung der Glasfasern entstehen, für eine ausführliche Erklärung dieses Effekts siehe [13], für eine Darstellung der Funktionsweise eines Polarisationskompensationselement siehe [14].

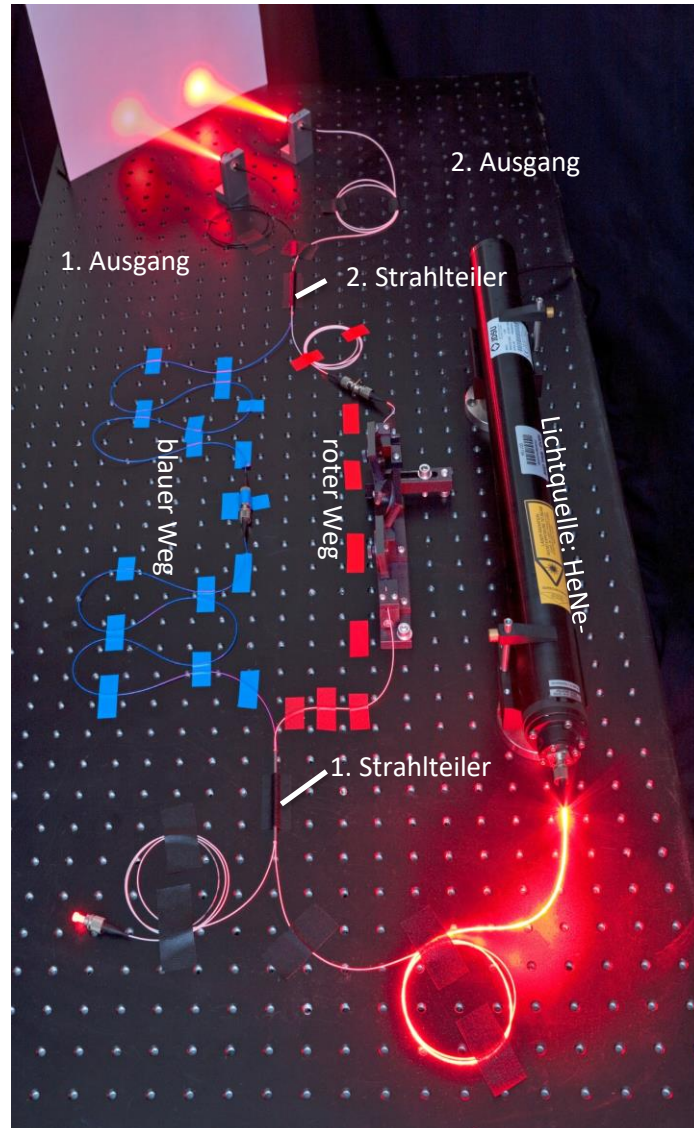


Abb. 5: Aufbau des Glasfaserinterferometers. Picture 23-05-2012 (c) Lois Lammerhuber

Der gesamte Versuchsaufbau ist auf einem Breadboard montiert und mit einer Plexiglashülle geschützt, die ein ausgeschnittenes Fenster besitzt, bei dem eine Hand über die Fasern gelegt werden kann. Zusätzlich ist eine Glühlampe montiert, die auf den „roten Weg“ gerichtet ist. Der Aufbau ist in Abb. 4 und Abb. 5 ersichtlich.

Das kontinuierliche Licht des Lasers wird direkt in die Faser eingekoppelt und so zum 1. Strahlteiler geleitet und dort aufgeteilt. Es folgt zwei unterschiedlichen Wegen (rot und blau), trifft jeweils auf den 2. Strahlteiler und teilt sich wiederum auf zwei Ausgänge auf. Die beiden Ausgänge werden mit je einer Linse auf einem Schirm abgebildet. Das Ergebnis des Experiments ist in Abb. 4 ersichtlich. Es entstehen zwei komplementäre Interferenzbilder. Wir erhalten mit unserem Aufbau damit praktisch den oben beschriebenen Fall eines idealisierten MZI. Dies wird dank der perfekten Justierung durch die Glasfasern erreicht und der Tatsache, dass die Fehler der optischen Komponenten bei der verwendeten Intensität des Lichts vernachlässigt werden können. Bei genauer Betrachtung eines einzelnen Ausgangs können sehr schwach ausgeprägte Interferenzringe erkannt werden, die

vermutlich durch zusätzliche Reflexionen an den beiden Ausgängen der Fasern hervorgerufen werden.⁵

Die komplementären Interferenzbilder in den beiden Ausgängen sind jedoch nicht stabil. Die Bilder schwanken leicht, das bedeutet, dass einmal das Bild des 1. Ausgangs heller ist und einmal das Bild des 2. Ausgangs. Diese Veränderungen sind natürlich perfekt komplementär, sodass die Gesamtintensität beider Ausgänge zusammen immer gleich groß bleibt. Erklären lässt sich diese Beobachtung, wenn wir nun die Weglängen der beiden Wege (in Abb. 4 und Abb. 5 als roter bzw. blauer Weg gekennzeichnet) in Betracht ziehen. Bisher haben wir angenommen, dass beide Wege exakt gleich lang sind. Der Zusammenhang zwischen Weglänge l und der Phasenverschiebung δ ist gegeben mit der Wellenlänge λ als $\delta = \frac{2\pi l}{\lambda}$. Eine Verschiebung von π entspricht einer völligen Intensitätsverschiebung zwischen den beiden Ausgängen. Die ist bereits erreicht, wenn das Verhältnis von Weglänge zu Wellenlänge $\frac{1}{2}$ beträgt. Bei der gegebenen Wellenlänge von $\lambda = 632\text{nm}$ oder $\lambda = 6,32 \cdot 10^{-7}\text{m}$ reicht also ein relativer Unterschied der beiden Weglängen von $\Delta l \approx 3 \cdot 10^{-7}\text{m}$ aus, um eine Phasenverschiebung von π zu erreichen. Dieses Verhalten ist auch anschaulich in Abb. 6 dargestellt.

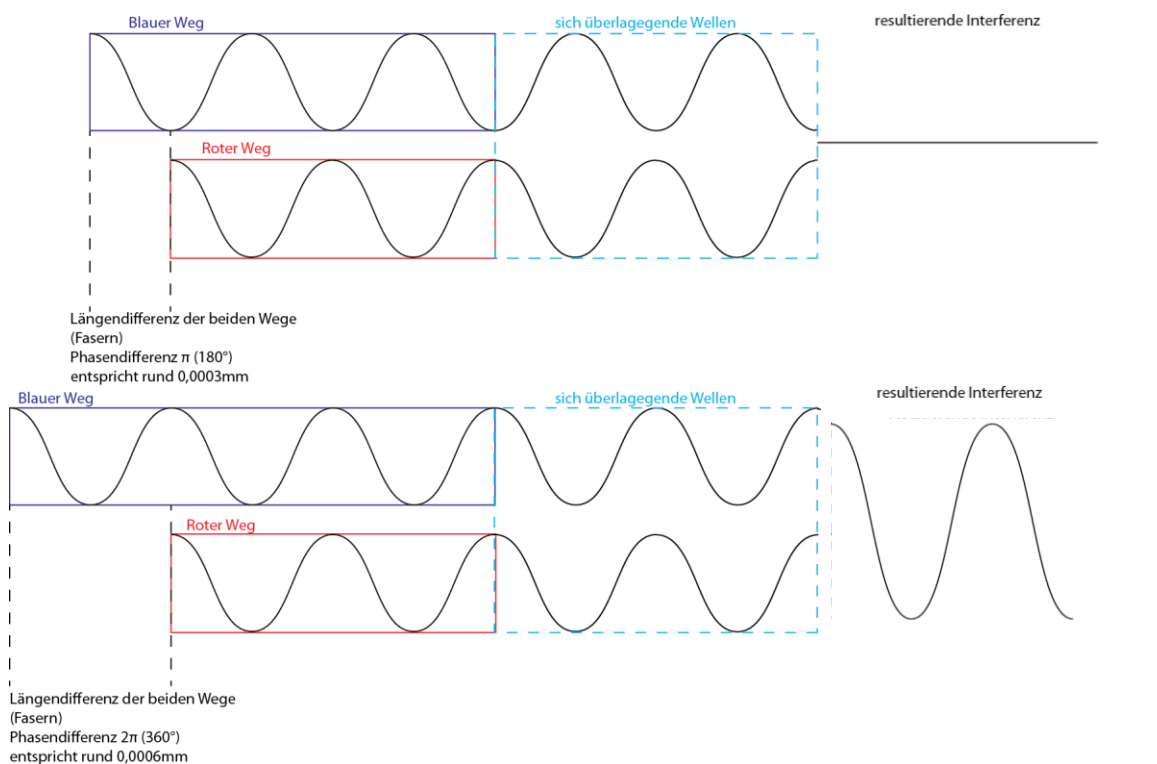


Abb. 6: schematische Darstellung der Interferenz mit idealisierten 2 dimensional Wellen in Abhängigkeit der Längen- und damit Phasendifferenz.

Die extreme Sensibilität auf Weglängenveränderungen erklärt das leichte Schwanken der Interferenzbilder. Leichte Temperaturschwankungen reichen aus, um den Brechungsindex und damit die Lichtgeschwindigkeit im Material zu ändern, dies entspricht de facto einer „Weglängenänderung“. Recht eindrucksvoll lassen sich diese Schwankungen durch Berühren einer

⁵ Dass Reflexionen an den Ausgängen/bei den Linsen entstehen kann auch in Abb. 5 daran erkannt werden, dass am 1. Strahlteiler, der ebenfalls zwei Eingänge hat, das offene Ende unter der langen Belichtungszeit rot leuchtet.

Faser eines Weges verstärken. Aus diesem Grund ist im Versuchsaufbau, wie oben beschrieben, auch ein Fenster in der Plexiglasabdeckung eingelassen und zusätzlich eine Glühlampe montiert, die auf den roten Weg zielt und ihn stark erhitzen kann. Die übertragene Wärme der Hand bzw. der Glühlampe reicht aus, um die Temperatur der Faser in diesem Bereich zu erhöhen und damit auch ihre „Länge“ zu verändern.

1.5 Zusammenfassung

Mit der Grundlage der Interferenz von Wellen lässt sich das präsentierte Experiment leicht verstehen. Je nach Anforderungsniveau ist auch eine genauere Auseinandersetzung mit der Phasenverschiebung an einem Strahlteiler sinnvoll. In den präsentierten Erklärungen ist eine klassische Betrachtung von Licht als Welle völlig ausreichend. Auch der beobachtbare Effekt der Änderung der Phasenverschiebung durch relative Längenveränderung zwischen den beiden Wegen, lässt sich mit dieser Betrachtung leicht erklären. Der besondere Vorteil in diesem Aufbau liegt in der einfachen Justierbarkeit und der Tatsache, dass die Beobachtungen den Erwartungen eines idealisierten MZI entsprechen. Durch die Tatsache, dass ein Verändern der Weglängen durch jeden beliebigen Beobachter möglich ist, eignet es sich auch hervorragend als interaktives Demonstrationsexperiment.

An dieser Stelle muss die Frage gestellt werden, inwiefern eine solche klassische Betrachtungsweise des Experiments in ein Vorführlabor der Quantenoptik passt? Deswegen sei darauf hingewiesen, dass die Fähigkeit der Interferenz, bzw. die Superposition von Wellen, eine fundamentale Grundeigenschaft der Quantenphysik ist. Darüber hinaus kommen Interferometer in den verschiedensten quantenoptischen Setups vor und das MZI wird weiter unten auch noch aus quantenphysikalischer Perspektive betrachtet.

2 Licht am Strahlteiler

Die Funktionsweise eines Strahlteilers wurde bereits im vorigen Experiment ausführlich besprochen. Mit Hilfe des hier vorgestellten Aufbaus soll die Quantennatur von Licht aufgezeigt werden.

Die Existenz, bzw. Beschreibung, von Licht als Photon geht auf eine Reihe von Experimenten und Arbeiten am Ende des 19. und beginnenden 20. Jahrhunderts zurück. Der Begriff Photon wurde 1926 von Gilbert Lewis vorgeschlagen⁶ [17]. Dem vorausgegangen ist die berühmte Arbeit von Max Planck von 1900 [18], in der er die Energie von Licht in einem Hohlraumresonator mit einer neuen Konstante h beschreibt und damit quantisiert. Der berühmte photoelektrische Effekt, bei dem eine elektrostatisch aufgeladene Metallplatte mit Licht unterschiedlicher Wellenlängen bestrahlt wird, geht auf Hallwachs und das Jahr 1888 zurück [19]. Dabei kann beobachtet werden, dass das einstrahlende Licht in der Lage ist, die Ladungen aus der Metallplatte zu entfernen und dass dazu insbesondere ultraviolettes Licht effektiv ist, was mit der damals gängigen Beschreibung von Licht nicht nachvollziehbar ist. In seiner Arbeit von 1905 stellt Einstein schließlich eine neue Auffassung von Licht für jene Bereiche vor, die der klassischen Beschreibung des Lichts Probleme bereitet:

„Nach der hier ins Auge zu fassenden Annahme ist bei Ausbreitung eines von einem Punkte ausgehenden Lichtstrahles die Energie nicht kontinuierlich auf größer und größer werdende Räume verteilt, sondern es besteht dieselbe aus einer endlichen Zahl von in Raumpunkten lokalisierten Energiequanten, welche sich bewegen, ohne sich zu teilen und nur als Ganze absorbiert und erzeugt werden können.“ [20] S. 133

Mit dieser Annahme lässt sich beispielweise der photoelektrische Effekt anschaulich erklären. Deswegen wird der photoelektrische Effekt gerne als Beweis für die Quantennatur von Licht herangezogen. Tatsächlich kann er aber auch semiklassisch erklärt werden. Semiklassisch bedeutet in groben Zügen, dass das Licht klassisch beschrieben wird und dass nur die Absorption und Emission quantisiert und zufällig passiert. Erst 1974 gelang es Clauser in einem anderen experimentellen Aufbau zu zeigen, dass die semiklassische Beschreibung des Lichts sein Ergebnis nicht erklären kann [21]. Streng genommen hat es also rund 70 Jahre gedauert, von der Postulierung der Lichtquanten durch Einstein bis zu ihrer experimentellen eindeutigen Bestätigung, bzw. bis zur Widerlegung der konkurrierenden Sichtweise. In weiterer Folge führte die nachgewiesene Existenz, in höherem Maße die Möglichkeit der experimentellen Bereitstellung von einzelnen Photonen, zu vielen verschiedenen Grundlagenexperimenten der Quantenphysik und stimulierte die Entwicklung eines neuen Forschungsbereichs, die Quanteninformationstechnologie. Einen schönen und kompakten Überblick über diese Entwicklung liefert der Artikel von Zeilinger, Weihs, Jennewein und Aspelmeyer zum hundertjährigen Jubiläum des Photons⁷ [22].

2.1 Nachweis der Existenz des Photons

Im Folgenden wird eine stark vereinfachte Versuchsanordnung von Clauser präsentiert.

Es wird eine spezielle Lichtquelle verwendet, die gleichzeitig Photonenpaare in unterschiedliche Richtungen aussendet. Aus klassischer Sicht wird gleichzeitig in unterschiedliche Richtungen Licht

⁶ Jedoch nicht explizit für die Lichtquanten von Einstein und seiner Arbeit von 1905, trotzdem setzte sich der Begriff für diese Lichtquanten durch.

⁷ Im Sinne Einsteins, also eigentlich das Jubiläum des Lichtquants nach Einstein.

ausgesendet. Im Fall von Clauser wurden dazu Atomkaskaden ausgenutzt.⁸ Ein Photon wird dabei als sogenanntes Trigger-Photon verwendet, das heißt es werden nur jene Detektionen verwendet, bei denen Trigger-Photon und „normales“ Photon, hinreichend genau gleichzeitig detektiert werden. Das Trigger-Photon wird dazu verwendet, das andere Photon anzukündigen. Dies garantiert, dass tatsächlich davon ausgegangen werden kann, dass ein einzelnes Photon auf den Strahlteiler trifft. Hier wird es, wenn es tatsächlich als unteilbares Photon beschrieben werden kann, reflektiert oder transmittiert und entsprechend nur von Detektor D_R oder D_T registriert werden (siehe Abb. 7). Aus semiklassischer Sicht sollte im Gegensatz dazu auch eine gleichzeitige Detektion möglich sein. Der Strahlteiler sorgt in dieser Betrachtungsweise nur dafür, dass sich die Intensität des Lichts verringert, die Welle teilt sich in reflektiert und transmittiert auf. Wenn die Intensität in einem Arm für eine Detektion ausreicht, sollte sie das auch im anderen Arm. Das Ergebnis von [21] zeigt, dass gleichzeitige Detektionen hinreichend genau im Experiment ausgeschlossen werden können und dass semiklassische Theorien von Licht das Ergebnis nicht erklären können.

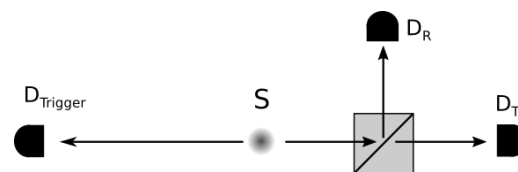


Abb. 7: prinzipieller Aufbau des Experiments von Clauser nach [21]. Die Source (Quelle) sendet Photonenpaare in zwei Richtungen aus. Links: Detektion des Trigger-Photons. Rechts: Einzelnes Photon trifft auf einen Strahlteiler.

2.2 Experimenteller Aufbau: Licht am Strahlteiler

Als Lichtquelle wird bei unserem experimentellen Aufbau ein Diodenlaser mit einer Wellenlänge von 532nm verwendet, der durch Density Filter auf eine Leistung von unter 1mW abgeschwächt wird. Vor den beiden Detektoren befinden sich Filter zum Abschwächen des Laserlichts und zwei Bandpassfilter, die lediglich Licht mit der Wellenlänge $532 \pm 2\text{nm}$ durchlassen. Das Experiment ist wieder auf einem Breadboard montiert und ebenfalls durch eine Plexiglasabdeckung geschützt. Der genaue Aufbau ist in Abb. 8 ersichtlich und in Abb. 9 schematisch dargestellt.

⁸ Eine genauere Behandlung einer Photonenpaarquelle wird weiter unten anhand der Betrachtung parametrischer Fluoreszenz behandelt.

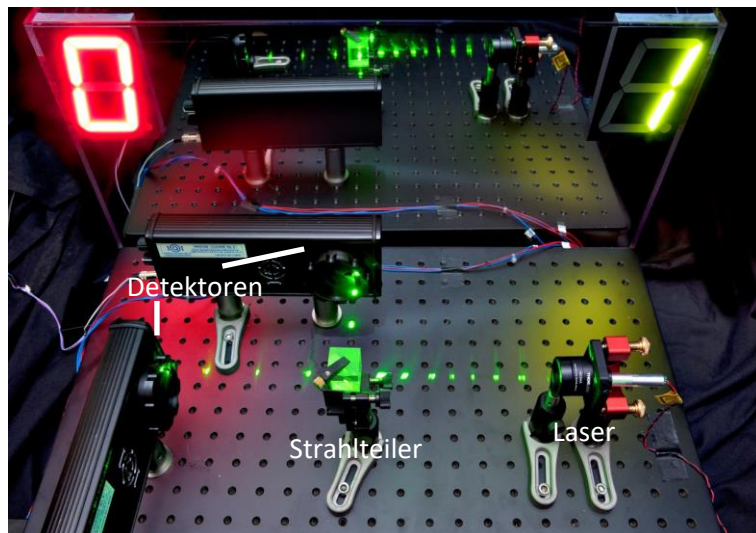


Abb. 8: experimenteller Aufbau Licht an einem Strahlteiler. Picture 23-05-2012 (c) Lois Lammerhuber

Das kontinuierliche Licht des Lasers trifft auf den Strahlteiler und wird im Verhältnis von 50:50 aufgeteilt. 50% wird reflektiert und 50% wird transmittiert. In jedem Weg hinter dem Strahlteiler befindet sich jeweils ein Detektor, der das Licht registriert. Jedes Mal, wenn ein Detektor Licht detektiert, sendet er ein elektrisches Signal aus, welches über einen eingebauten Lautsprecher als „Klick“ zu hören ist und welches gleichzeitig eine Anzeige aktiviert.

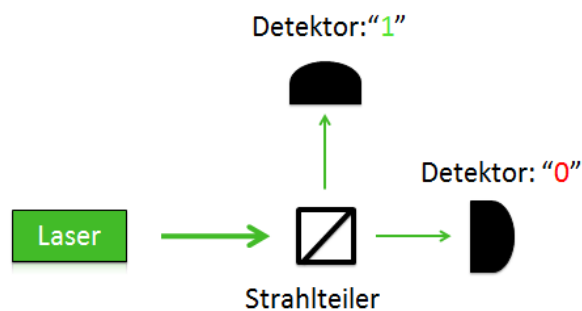


Abb. 9: schematische Darstellung, Licht an einem Strahlteiler

Dabei sind die Detektoren an unterschiedliche Lautsprecher und unterschiedliche Anzeigen angeschlossen. Eine Anzeige gibt immer eine Null aus, wenn sie aktiviert wird und die andere gibt immer eine Eins aus, wie auch in Abb. 8 und Abb. 9 ersichtlich ist. Wenn die Eins aufblinkt, wissen wir, dass der obere Detektor (in Abb. 9 ersichtlich) Licht registriert hat und wenn eine Null aufblinkt, wissen wir, dass der untere Detektor etwas registriert hat.

Die Intensität des Lasers wird mit Hilfe der Filter und der Empfindlichkeit der Detektoren so abgeschwächt, dass sich die Detektionsrate eines Detektors auf weniger als einen „Klick“ pro Sekunde verringert. Ein „Klick“ soll dabei der Detektion eines Photons entsprechen. Dadurch wird der Fall simuliert, dass nur sehr wenig Licht unterwegs ist und dass argumentiert werden kann, dass ein Photon nach dem anderen auf den Strahlteiler trifft. Da bei dieser Versuchsanordnung keine korrelierten Photonenpaare verwendet werden, die einzelne Photonen ankündigen, kann der Versuch in der Form die Existenz von einzelnen Photonen nicht nachweisen. Es handelt sich somit um ein Analogieexperiment, welches das Ergebnis simuliert. Die Gründe für diese abgespeckte Versuchsanordnung liegen am einfacheren Aufbau und damit an der besseren Übersichtlichkeit für

Demonstrationszwecke. Zudem lassen sich die verwendeten Detektoren nicht direkt triggern. Ein nachträgliches Sampling würde den gewünschten Vorzeigeeffekt vermindern.⁹

Jeder „Klick“ und jede Ausgabe der Detektoren mit den Zahlen „0“ oder „1“ entspricht der experimentellen Feststellung, ob ein Photon am Strahlteiler transmittiert oder reflektiert wurde. Im Experiment kann beobachtet werden, dass fast immer nur einer der beiden Detektoren Licht registriert, praktisch nie beide gleichzeitig. Im Weiteren lässt sich auch keine wie auch immer geartete Regel feststellen, wann und welcher Detektor als nächstes Licht detektiert, dies passiert völlig zufällig.

2.3 Darstellung und Erklärung des Experiments mit Hilfe des quantenphysikalischen Formalismus

Das Ergebnis des Experiments lässt sich also mit dem Postulat von einzelnen Photonen erklären und verstehen. Vollständigkeitshalber sei jedoch angeführt, dass auch eine semiklassische Erklärung möglich ist. Licht kann als kontinuierliche elektromagnetische Welle beschrieben werden, der Detektionsprozess im Detektor erfolgt hier diskret und zufällig. Die Wahrscheinlichkeit, dass es in beide Detektoren gleichzeitig zu einer Detektion kommt, ist bei geringer Lichtintensität ausreichend gering.

Trotzdem werden wir uns nun mit einer quantenphysikalischen Beschreibung des Versuchs auseinandersetzen. Dementsprechend betrachten wir den quantenphysikalischen Zustand des Photons. In diesem Fall ist die Ausbreitungsrichtung des Photons von Interesse. Wir nehmen an, dass sich die Ausbreitungsrichtung lediglich in zwei Dimensionen ändern kann und nehmen Abb. 9 als Ausgangspunkt. Ein Photon, welches vom Laser in Richtung Detektor 0 fliegt sei demnach $|0\rangle := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und Richtung Detektor 1 entsprechend $|1\rangle := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Wir bilden also einen zweidimensionalen Zustandsraum, indem wir unsere Photonen beschreiben können. Dabei sind $|0\rangle$ und $|1\rangle$ komplexe Vektoren in der praktischen $\langle bra | ket \rangle$ Schreibweise (der $\langle bra |$ ist die komplexkonjugierte zum $|ket\rangle$): $|0\rangle^* = \langle 0|$.¹⁰

Damit lässt sich der Zustand vor dem Strahlteiler einfach Beschreiben als:

$$|\psi_1\rangle = |0\rangle$$

Das Photon fliegt in Richtung Detektor 0. Offensichtlich bewirkt ein Strahlteiler dann folgendes:

$$|1\rangle \xrightarrow{\text{Strahlteiler}} a_1|0\rangle + a_2|1\rangle$$

Wobei a_1 und a_2 im Allgemeinen komplexe Amplituden sind. Da wir von einem verlustfreien, spiegelsymmetrischen 50:50 Strahlteiler ausgehen, gilt die Normierung $|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$. Wir

⁹ Eine Lösung des Problems wäre zusätzlich zur Verwendung einer Photonenpaarquelle, das Anbringen einer dritten Anzeige, die mit dem Detektor des Trigger-Photons korreliert ist. So würde die Beobachtung darauf beschränkt werden, dass immer Trigger-Anzeige und eine der beiden anderen aufscheinen sollten, niemals jedoch alle drei gemeinsam. In der Praxis würde das Detektoren erfordern, die eine sehr hohe Quanteneffizienz aufweisen, ansonsten würde immer nur ein einzelner Schirm aufblinken. Einen Aufbau dieser Form für ein Quantenoptische Praktikum für Schüler, Lehrer und Studenten hat Bronner [23] verwirklicht.

¹⁰ Bra-Ket-Formalismus, auch Dirac-Notation genannt, nach dem englischen Physiker Paul Dirac, auf den diese Schreibweise zurückgeht [24].

vernachlässigen an dieser Stelle, dass a_2 eine relative Phasenverschiebung¹¹ von $i = e^{i\frac{\pi}{2}}$ im Vergleich zu a_1 erfährt, da es in diesem Versuchsaufbau für die Detektion keine Rolle spielt. Auch die globale Phase ist für die Messung irrelevant und wir können reelle Konstanten annehmen: $a_1 = a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Der quantenphysikalische Zustand lässt sich nach dem Strahlteiler damit beschreiben als:

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

Dieser Zustand, der für ein einzelnes Photon gilt, beschreibt eine Überlagerung von „Photon Richtung Detektor 0“ $|0\rangle$ und „Photon Richtung Detektor 1“ $|1\rangle$. Das Photon befindet sich aus quantenphysikalischer Sicht also in einer Überlagerung der beiden möglichen Zuständen.¹²

Um von dieser abstrakten Darstellung zu Messwerten zu gelangen, stellen wir uns die Frage: Befindet sich das Photon im Zustand Richtung Detektor 0?

Allgemein gilt, dass, wenn sich ein System in einem Zustand $|\varphi\rangle$ befindet, dann existiert eine Wahrscheinlichkeitsamplitude das System in einem anderen Zustand $|\psi\rangle$ zu erhalten, die über das Skalarprodukt $\langle\psi|\varphi\rangle$ berechnet wird. Wobei $\langle\psi|$ die komplexkonjugiert zu $|\psi\rangle$ ist. Die Wahrscheinlichkeit für diesen Zustand ist dann das Betragsquadrat $P_{(\psi)} = |\langle\psi|\varphi\rangle|^2$.¹³

Unsere Frage lässt sich also aufschreiben als die Wahrscheinlichkeit den Zustand $|0\rangle$ zu erhalten:

$$\langle 0|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle 0|0\rangle + \langle 0|1\rangle)$$

Da nach Definition $\langle 0|1\rangle = 0$ und $\langle 0|0\rangle = 1$ ist, ergibt sich:

$$\langle 0|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Und die Wahrscheinlichkeit damit:

$$P_{(0)} = |\langle 0|\psi_2\rangle|^2 = \frac{1}{2}$$

Die Wahrscheinlichkeit dass ein Photon hinter dem Strahlteiler von Detektor 0 detektiert wird ist also 50%. Das gleiche gilt auch für die Wahrscheinlichkeit für eine Detektion bei Detektor 1. Dieses Ergebnis lässt sich auch direkt an den Amplituden a_1 und a_2 ablesen, weswegen sie auch Wahrscheinlichkeitsamplituden genannt werden.

Die Detektion des einzelnen Photons in einem der Detektoren ist also für beide Fälle gleich wahrscheinlich. Es gibt jedoch keine Ursache dafür, ob das Photon reflektiert oder transmittiert wird, hinter dem Strahlteiler befindet es sich in einem Überlagerungszustand beider Möglichkeiten. Erst

¹¹ Siehe Licht in einem Glasfaserinterferometer.

¹² So ein einfacher Zustand wird auch als Quantum-Bit (Qubit) bezeichnet. Vgl. [23] S.6-7

¹³ Wird auch als Bornsche Regel oder Bornsche Wahrscheinlichkeitsinterpretation bezeichnet, Born wandte diese 1926 erstmals bei Stoßvorgängen an [25].

bei der Detektion ist der Zustand des Photons festgelegt.¹⁴ Für ein einzelnes Photon ist es völlig zufällig, nicht vorhersagbar, welchen Detektor es auslösen wird.

Dieses antideterministische Verhalten von Einzelereignissen ist eine Grundeigenschaft der Quantenphysik und ein großer Unterschied zur klassischen Physik. Feynman formuliert es in seinen bekannten Lectures on Physics so:

„That is, that we are unable now to predict what will happen in physics in a given physical circumstance which is arranged as carefully as possible. If we have an atom that is in an excited state and so is going to emit a photon, we cannot say when it will emit the photon. It has a certain amplitude to emit the photon at any time, and we can predict only a probability for emission; we cannot predict the future exactly.” [26] S. 2-6

Der Zufall hat in der Quantenphysik also eine qualitativ andere Bedeutung, wie in der klassischen Physik. Die klassische Physik geht davon aus, dass alle Vorgänge in der Natur deterministisch beschrieben werden können, das bedeutet, wenn ich alle Eigenschaften eines Systems kenne, dann kann ich genau bestimmen, vorhersagen, also determinieren, wie sich dieses System weiterentwickelt. Der Zufall tritt in der klassischen Physik nur deswegen in Erscheinung, weil wir aus praktischen Gründen zu wenig über das betrachtete System wissen. Die Quantenphysik gibt dagegen an, wie wahrscheinlich es ist, dass ein bestimmtes Messergebnis eintritt. Eine einzelne Messung, wie beispielsweise, ob ein Photon an einem Strahlteiler reflektiert oder transmittiert wird, ist völlig zufällig, erst bei der Betrachtung von vielen Photonen wird die vorhergesagte Wahrscheinlichkeit deterministisch reproduziert.

Das zufällige Verhalten kann auch tatsächlich ausgenutzt werden. So produzieren wir in unserem experimentellen Aufbau im Prinzip eine binäre Zufallszahl. Es müssten nur die Ergebnisse der Detektoren (also die Nullen und Einsen) aufgeschrieben werden und man erhält eine zufällig generierte binäre Zahl. Vergleichbare Apparaturen können mittlerweile für Sicherheits- und Kryptographie-Systeme gekauft werden, man spricht von quantum random number generation (QRNG) [27].

2.4 Zusammenfassung

Das Experiment Licht am Strahlteiler simuliert auf übersichtliche und anschauliche Weise die Existenz von einzelnen Photonen. Das Ergebnis des Experiments lässt sich zwar mit einer semiklassischen, jedoch nicht mit einer klassischen Beschreibung nachvollziehen. Der quantenphysikalische Formalismus eignet sich, das Verhalten eines einzelnen Photons am Strahlteiler auf einfache und nachvollziehbare Weise zu beschreiben. Dabei zeigt sich, dass sich in der Quantenphysik auch ein einzelnes Photon in einem Superpositionszustand von mehreren Möglichkeiten befinden kann. Das Messergebnis demonstriert zudem die grundlegende antideterministische Eigenschaft von Einzelereignissen in der Quantenphysik. Dies kann auch direkt zur Erzeugung einer Zufallszahl ausgenutzt werden.

¹⁴ Dieser Übergang vom Überlagerungszustand zu einem konkreten Messergebnis wird auch als Messproblem benannt. Da nicht klar ist, was dazu führt, dass gerade der beobachtete Zustand gemessen wird.

3 Das Doppelspaltexperiment mit einzelnen Photonen

Das Doppelspaltexperiment ist eines der bekanntesten Experimente der Quantenphysik. Ursprünglich wurde es von Young im Jahr 1802 dazu verwendet die Welleneigenschaften von Licht zu zeigen [28]. Später spielte es zusammen mit dem Einzelspaltexperiment eine wichtige Rolle als Gedankenexperiment in der Debatte zwischen Niels Bohr und Albert Einstein. Einen Überblick über die Debatte, sowie generell über die historische Entwicklung der Quantenphysik, lässt sich bei Whitaker [3] finden. Unter Physikstudenten ist das Experiment nicht zuletzt deswegen so bekannt, da es in Feynmans Lectures on Physics, Vol. III Quantum Mechanics, eine zentrale Rolle spielt [26]. Darüber hinaus lässt es sich natürlich auch in vielen Schulbüchern finden. Experimentell wurde der Doppelspalt neben Licht auch für andere Quantenobjekte realisiert. So beispielsweise für Elektronen in den 1960er Jahren [29]. Mittlerweile wurden auch die Quanteneigenschaften von großen Molekülen mit Doppelspaltexperimenten nachgewiesen [30][31].

3.1 Grundlagen

Das Doppelspaltexperiment wird üblicherweise mit der Frage behandelt: Was für ein Ergebnis kann erwartet werden, wenn unterschiedliche physikalische Objekte auf einen Doppelspalt geschickt werden und deren Verteilung auf einem Schirm dahinter angesehen wird?

Wenn beispielsweise kleine Kugeln nacheinander auf einen Doppelspalt geschickt werden, dann kann das Ergebnis erwartet werden, dass Abb. 10 zeigt.

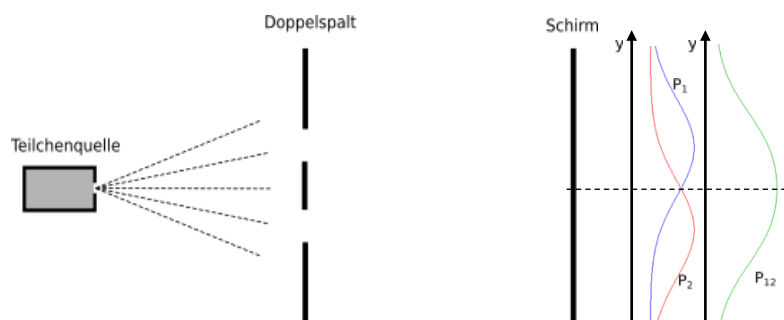


Abb. 10: zu erwartendes Ergebnis hinter einem Doppelspalt mit Kugeln. P_1, P_2 und P_{12} sind die Wahrscheinlichkeiten eine Kugel am Ort y zu finden.

Wir erhalten zu jedem Spalt eine Wahrscheinlichkeitsverteilung (P_1, P_2) für ein Auftreffen der Kugeln auf dem Schirm. Die Summe der beiden Verteilungen entspricht der gesamten Verteilung ($P_{12} = P_1 + P_2$) hinterm Doppelspalt. In unserem Fall ist der Abstand der Spalte offensichtlich so klein, dass sich die meisten Kugeln genau hinter der Mitte des Doppelspalts finden lassen. Für die Verteilung ist es dabei egal, ob wir den Versuch so durchführen, dass wir abwechselnd je einen Spalt schließen und für die einzeln ankommenden Kugeln immer nur ein Spalt offen ist. Solange insgesamt annäherungsweise gleich viele Kugeln durch jeden Spalt geflogen sind, erhalten wir P_{12} .

Wenn wir Wasserwellen auf einen Doppelspalt schicken, dann können wir ein Ergebnis wie in Abb. 11

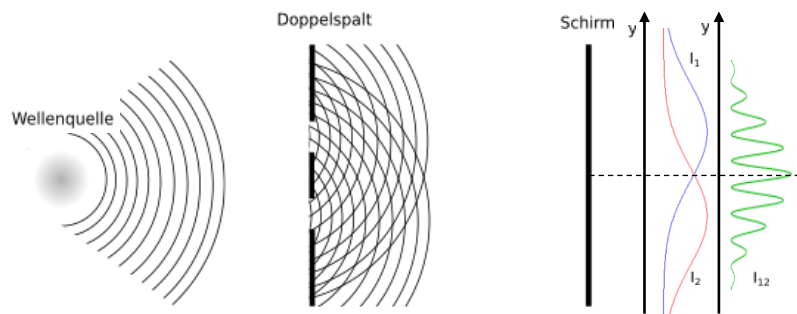


Abb. 11: zu erwartendes Ergebnis hinter einem Doppelspalt mit Wellen. I_1 , I_2 und I_{12} sind die Intensitäten der Wellen an einem Ort y auf dem Schirm. Wobei $I_1 \propto |a_1|^2$, $I_2 \propto |a_2|^2$ und $I_{12} \propto |a_1 + a_2|^2$.

erwarten.

Wenn eine Wasserwelle von der Quelle auf den Doppelspalt trifft, wird jeder Spalt zu einer Quelle einer neuen Welle und die beiden so entstehenden Wellen überlagern sich auf dem Weg zum Schirm. Wenn die beiden Wellen genau gleichzeitig im jeweiligen Spalt entstehen und ident sind, dann hängt die Phasendifferenz (φ) nur vom zurückgelegten Weg ab. Analog zum MZI entsteht konstruktive und destruktive Interferenz, die als Maxima und Minima der Intensität am Schirm sichtbar sind. Wenn wir nun die Intensitäten am Schirm genauer betrachten, so stellen wir fest, dass die Intensität für beide Spalten offen (I_{12}) nicht einfach der Summe der Intensitäten der Einzelspalte (I_1 , I_2) entspricht.

$$I_1 + I_2 \neq I_{12}$$

Da $I_{12} \propto |a_1 + a_2|^2$ mit $I_1 \propto |a_1|^2$ und $I_2 \propto |a_2|^2$:

$$|a_1 + a_2|^2 = |a_1|^2 + |a_2|^2 + 2|a_1||a_2|\cos(\varphi)$$

Beim Berechnen von I_{12} entsteht demnach ein Interferenzterm ($2|a_1||a_2|\cos(\varphi)$), der für das Entstehen der Maxima und Minima verantwortlich ist.

Das heißt, dass es hier sehr wohl einen entscheidenden Unterschied macht, ob während des Versuchsdurchgangs beide Spalten offen sind oder nur einer. Dies ist offensichtlich, da die Wasserwellen nur interferieren können, wenn beide Spalten offen sind.

Im Folgenden wollen wir die Intensitätsverteilung für Licht genauer betrachten.

Wenn wir Licht auf den Doppelspalt schicken, dann gehen wir in der klassischen Physik davon aus, dass die zwei Spalte zwei identische Wellen erzeugen, die sich im Punkt P am Schirm treffen und auf

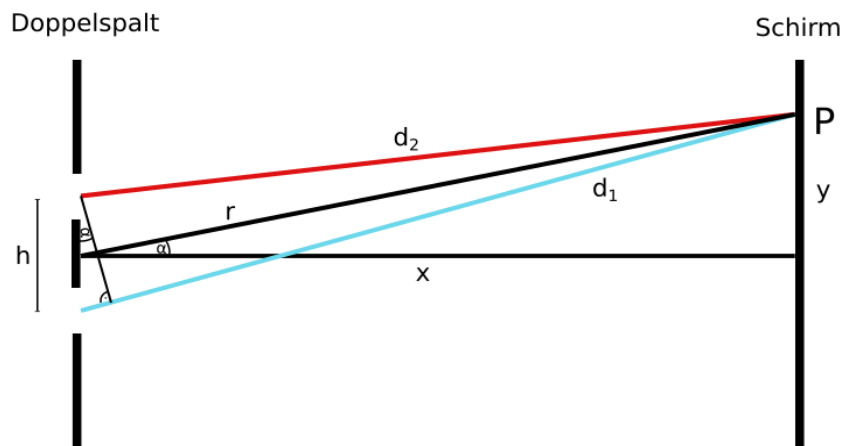


Abb. 12: schematische Darstellung des Doppelspalts.

Grund der unterschiedlichen Weglängen d_1 und d_2 eine Phasendifferenz φ haben. Siehe Abb. 12.

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) \quad (3.1)$$

Konstruktive Interferenz erhalten wir, wie wir bereits beim MZI sehen konnten, immer bei ganzzahligen Vielfachen von 2π dementsprechend muss gelten: $d_1 - d_2 = n \cdot \lambda$

Wenn der Abstand zwischen Schirm und Doppelspalt x groß ist im Vergleich zum Spaltabstand h und zum Abstand am Schirm y , dann kann annäherungsweise angenommen werden, dass $\sin(\alpha) = \frac{d_1 - d_2}{h}$ gilt und $n \cdot \lambda = h \cdot \frac{y}{x}$. Siehe hierzu Abb. 12 und Abb. 13.

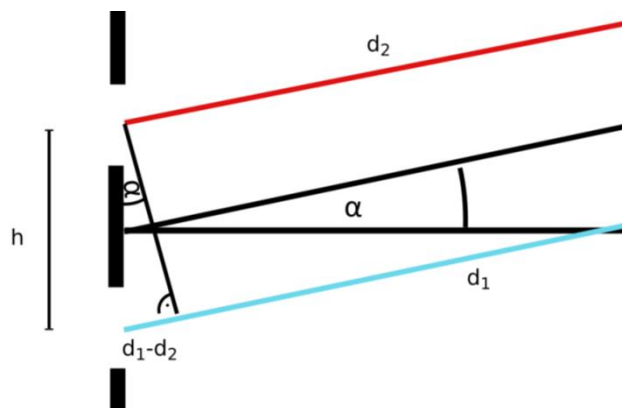


Abb. 13: Bildliche Darstellung, dass bei $(y, h \ll x)$ $\sin(\alpha) = \frac{d_1 - d_2}{h}$ gilt.

Dadurch können wir die Phasenverschiebung anschreiben als:

$$\varphi = h \frac{2\pi}{\lambda} \frac{y}{x} \quad (3.2)$$

Wir betrachten nun die Summe von zwei Wellen der beiden Spalte:

$$\psi_1(d_1, t) + \psi_2(d_2, t) = a_0(e^{i(kd_1 - \omega t)} + e^{i(kd_2 - \omega t)}) = a_0 e^{i(kd_2 - \omega t)}(1 + e^{i(\varphi)})$$

Wobei $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ und nach (3.1) $d_1 = \frac{\varphi + kd_2}{k}$ eingesetzt wurde.

Die Intensität ergibt sich damit in Abhängigkeit der Phasendifferenz als das Betragsquadrat dieser Summe, wobei $I_0 = |a_0|^2$:

$$I(\varphi) = 2 \cdot I_0 \cdot (1 + \cos(\varphi)) = 4 \cdot I_0 \cdot \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

Mit (3.2) lässt sich die Intensität in Abhängigkeit vom Abstand der beiden Spalten h , der Wellenlänge λ des Lichts, dem Abstand zwischen Schirm-Doppelspalt x und schließlich der Position am Schirm y darstellen:

$$I(x, y, h, \lambda) = 4 \cdot I_0 \cdot \cos^2\left(h \frac{\pi y}{\lambda x}\right)$$

Wir haben hier allerdings die Spaltbreite b vernachlässigt. Auch ein Einzelspalt erzeugt ein Interferenzmuster, die Intensitätsverteilung lässt sich ähnlich berechnen, nur dass anstatt der Summe von 2 Wellen über alle möglichen Wellen der gesamte Spaltbreite integriert werden muss. Wir geben hier lediglich das kombinierte Ergebnis von Doppelspalt und Einzelspalt an:

$$I(x, y, b, h, \lambda) = 4 \cdot I_0 \cdot \text{sinc}^2\left(b \frac{\pi y}{\lambda x}\right) \cdot \cos^2\left(h \frac{\pi y}{\lambda x}\right) \quad (3.3)$$

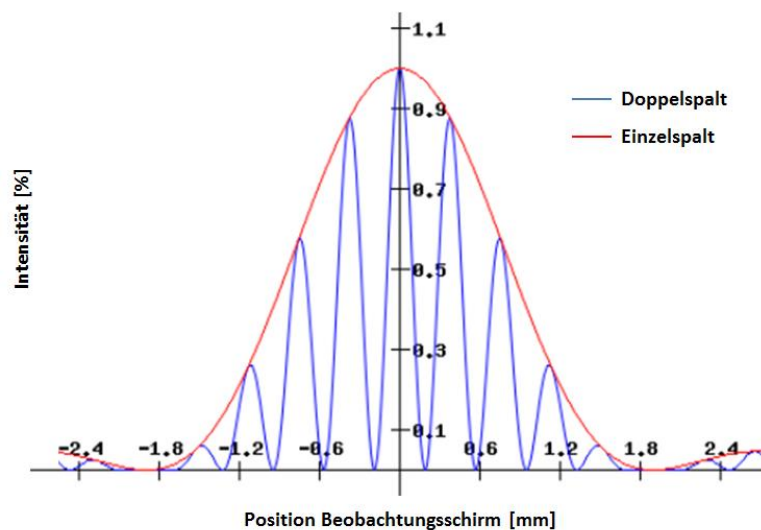


Abb. 14: Berechnung der Intensitätsverteilung für den Doppelspalt nach (3.3).
 $b = 0,1\text{mm}$, $h = 0,5\text{mm}$, $\lambda = 632\text{nm}$, $x = 300\text{mm}$

In Abb. 14 ist die Intensitätsverteilung für unseren Aufbau ausgerechnet.

3.2 Quantenphysikalische Betrachtung des Doppelspalts

Die Erklärung des Interferenzmusters für einzelne Photonen erfolgt in der Quantenphysik über die möglichen Zustände eines einzelnen Photons, das auf den Doppelspalt trifft. Bei einer gleichmäßigen Ausleuchtung des Doppelspaltes ist der Durchgang durch beide Spalte gleich wahrscheinlich. Analog zum Fall beim Strahlteiler kann der Zustand für ein einzelnes Photon folgendermaßen angeschrieben werden:

$$|\psi_{\text{Photon}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle + |R\rangle)$$

Ein Photon befindet sich demnach in einem Überlagerungszustand der beiden Möglichkeiten **linker Spalt (L)** und **rechter Spalt (R)**, der Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ergibt sich, da wir annehmen, dass der Durchgang durch beide Spalte gleich wahrscheinlich ist. Die Wahrscheinlichkeit ein Photon an einer bestimmten Position hinter dem Spalt zu detektieren hängt von der Wahrscheinlichkeit ($P_{(y)}$) ab, das Photon an einem bestimmten Ort y hinter dem Spalt zu detektieren.

$$\begin{aligned} P_{(y)} &= |\langle y | \psi_{\text{Photon}} \rangle|^2 \\ &= \frac{1}{2} \langle y | \psi_{\text{Photon}} \rangle \langle \psi_{\text{Photon}} | y \rangle \\ &= \frac{1}{2} (\langle y | L \rangle + \langle y | R \rangle) (\langle L | y \rangle + \langle R | y \rangle) \\ &= \frac{1}{2} (\underbrace{\langle L | y \rangle \langle y | L \rangle}_{\text{linker Spalt}} + \underbrace{\langle R | y \rangle \langle y | L \rangle + \langle L | y \rangle \langle y | R \rangle}_{\text{Interferenzterm}} + \underbrace{\langle R | y \rangle \langle y | R \rangle}_{\text{rechter Spalt}}) \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit setzt sich also zusammen aus der Wahrscheinlichkeit des linken und des rechten Spalts, sowie einem gemischten Interferenzterm. Dieser Interferenzterm ist gemeint, wenn davon gesprochen wird, dass das Photon mit sich selbst interferiert oder dass es durch beide Spalten gleichzeitig geht und doch durch keinen. Grundsätzlich muss man hier sehr vorsichtig mit den Begriffen umgehen¹⁵. Wenn von der Wahrscheinlichkeit des linken Spaltes gesprochen wird, dann impliziert das, dass das Photon tatsächlich durch einen Spalt durchgehen würde. Tatsächlich ist das nicht der Fall. Die Quantenphysik macht keine Aussage darüber durch welchen Spalt ein einzelnes Photon durchgeht. Wahrscheinlichkeit bedeutet eben nicht, dass das Photon einen klassischen Zustand hat und wir nur nicht genau wissen welchen Zustand es hat, sondern, dass es keinen fixen klassischen Zustand hat.

Diese Tatsache ist insofern recht schwer zu verstehen, wenn bedacht wird, dass wir im Experiment Licht am Strahlteiler feststellen konnten, dass es sich bei Licht um Photonen handelt, die sich eben nicht aufteilen und die Energie des einzelnen Photons nur auf einen Detektor übertragen wird. Deswegen erscheint die Frage durch welchen Spalt ein Photon geht durchaus legitim.

Wenn wir experimentell herausfinden wollen, ob das Photon durch einen bestimmten Spalt durchgeht, dann hebt diese Messung die Interferenz auf. Leicht kann das dadurch bewerkstelligt werden, dass ein Spalt geschlossen wird.¹⁶ Der Zustand des einzelnen Photons am Spalt reduziert sich dann auf:

$$|\psi_{\text{Photon}}\rangle = |L\rangle$$

Dadurch verschwindet der Interferenzterm und die Wahrscheinlichkeit, dass ein detektiertes Photon vom linken Spalt kommt ist 1. Damit entspricht die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Verteilung eines Einzelspalts. Eine Veränderung im Setup verändert aus quantenphysikalischer Sicht den Zustand des Photons.

¹⁵ Wie eigentlich überall in der Quantenphysik.

¹⁶ Eine Alternative wäre der Einsatz von Polarisatoren vor jedem Spalt, diese Vorgehensweise wird weiter unten in einem MZI experimentell durchgeführt.

Einer detaillierten quantenphysikalische Berechnung des Interferenzmusters wird hier nicht nachgegangen, im Endeffekt sollte (3.3) oder eine dazu konsistente Form für ein einzelnes Photon herauskommen, wobei die Intensität durch Wahrscheinlichkeit ersetzt sein muss. Interessanterweise lässt sich eine ausführliche quantenphysikalische Beschreibung des Doppelspalts kaum finden:

“Most authors emphasize that classical physics cannot describe the double slit experiment with particles. Yet, bolstered by the de Broglie hypothesis, they still ascribe to the classical maxim, ‘Waves exhibit interference. Particles do not’. They then conclude that, ‘When particles exhibit interference, they are behaving like waves’. Then the subsequent analysis is simply wave theory, and any interference effects are made to agree with Young’s experiment.”[32] S.615

Marcella [32] kritisiert diese übliche Vorgehensweise und präsentiert eine quantenmechanische Berechnung, jedoch wird auch er kritisiert, da auch seine Darstellung keiner quantenphysikalischen Beschreibung des Problems entspricht:

“Marcella has presented a straightforward technique employing the Dirac formalism to calculate single- and double-slit interference patterns.[...] We show that he implicitly makes the same approximations found in classical treatments of interference and that no new physics has been introduced.”[33] S. 107

3.3 Experimenteller Aufbau: Doppelspaltexperiment mit einzelnen Photonen

Der experimentelle Aufbau ist Abb. 15 abgebildet und in Abb. 16 skizziert. Er besteht aus einem Helium-Neon-Laser mit einer Wellenlänge von 632nm, zwei Spiegeln, Neutral Density Filtern (Graufiltern), einem Doppelspalt, einer Andor-iXon EMCCD Kamera mit vorgestelltem Filter und einer Linse. Zusätzlich ist vor dem Doppelspalt ein verschiebbares Metallplättchen angebracht, das verwendet werden kann, um einen Spalt abzudecken. Um das Abdecken genau beobachten zu können ist eine weitere Kamera (Thorlabs) auf den Doppelspalt gerichtet und der Spalt wird von hinten mit einer blauen LED (450nm) beleuchtet. Der gesamte Versuchsaufbau ist auf einem Breadboard montiert und mit einer Plexiglasabdeckung geschützt. Das Metallplättchen lässt sich durch zwei Knöpfe von außen motorisiert verschieben. Direkt neben dem Versuch ist der Computer mit Bildschirm für die Ausgabe der EMCCD Kamera und der zweiten Kamera, die den Doppelspalt zeigt.

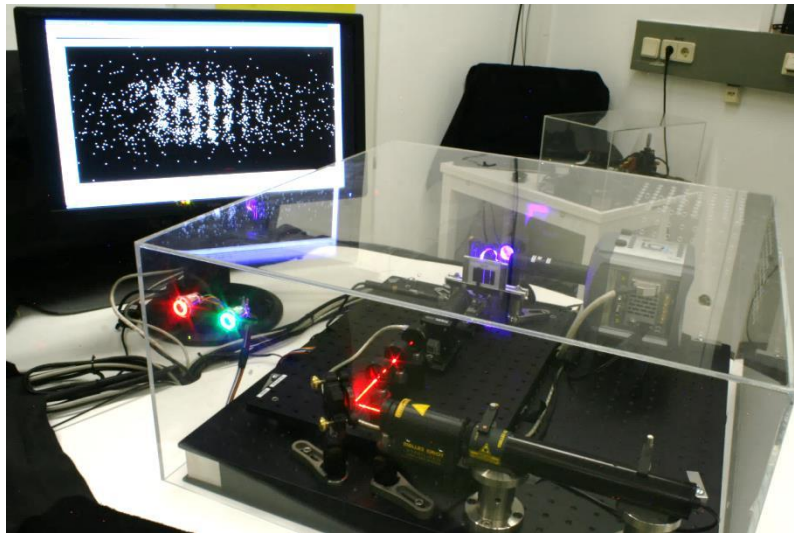


Abb. 15: Versuchsaufbau Doppelspaltexperiment.

Das Licht des Laser wird über einen Spiegel umgeleitet und trifft im Experiment zunächst auf die ND-Filter. Dabei werden mehrere ND-Filter hintereinandergestellt, an Stelle eines einzelnen starken Filters, so kann die Abschwächung des Laserlichts nachvollzogen und gesehen werden. Die Filter haben den Zweck das Licht so stark abzuschwächen, dass argumentiert werden kann, dass immer nur ein einzelnes Photon nach dem anderen auf den Doppelspalt trifft.

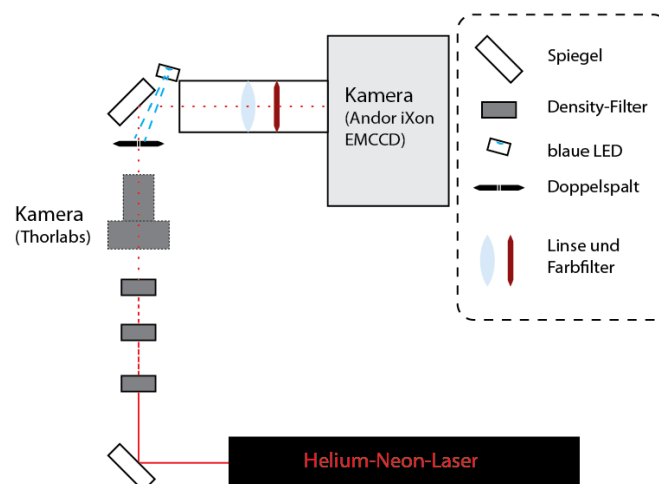


Abb. 16: schematischer Versuchsaufbau des Doppelspaltexperiments

Vor den Filtern haben wir im Experiment eine Leistung des Lasers von $P \approx 1 \text{ mW}$. Die Energie eines einzelnen Photons lässt sich mit $E = \frac{hc}{\lambda}$ bestimmen, wobei für das Plank'sche Wirkungsquantum $h \approx 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, die Lichtgeschwindigkeit $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und die Wellenlänge $\lambda = 632 \text{ nm}$ angenommen wird. Mit $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ ergibt sich eine Photonenzahl pro Sekunde von $N_{\text{photon}} = 10^{15}$. Insgesamt wird die Leistung durch die Filter um den Faktor 10^{-7} verringert, wir erhalten dann $N_{\text{photon}} = 10^8$. Unter der Annahme, dass wir eine regelmäßige Verteilung der Photonen über eine Sekunde haben¹⁷, herrscht ein Zeitfenster von $\Delta t = 10 \text{ ns}$ zwischen zwei Photonen. In diesem Zeitraum kommt ein Photon in etwa 3 Meter weit, was eine Größenordnung größer ist, als der Abstand in unserer Versuchsanordnung. Wir können mit dieser Näherung davon ausgehen, dass immer nur ein Photon nach dem anderen auf den Doppelspalt trifft.¹⁸

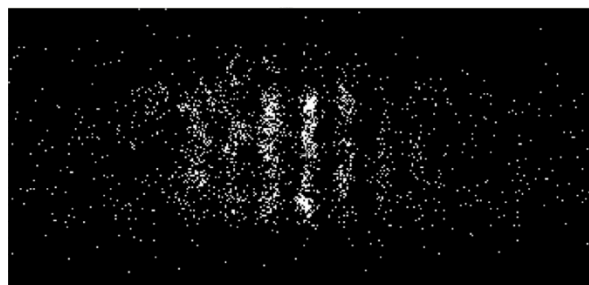
Nach dem Doppelspalt werden die Photonen über einen Spiegel umgelenkt, mit Hilfe einer Linse auf den Kamerachip abgebildet und treten dabei durch einen Farbfilter, der dafür sorgen soll, dass wirklich nur das Licht des Lasers auf die Kamera trifft. Zum Schluss werden die Photonen in der Kamera (Andor iXon EMCCD) detektiert. Die Kamera wird bei einer Temperatur von -55°C betrieben, um thermische und elektronische Hintergrundereignisse möglichst gering zu halten, sie erreicht damit eine theoretische Quanteneffizienz von bis zu 90%. Die Belichtungszeit wird auf das mögliche Minimum von $\Delta t = 10^{-5} \text{ s}$ eingestellt. Im Betrieb wird über eine Vielzahl von Detektionsereignissen akkumuliert, das ermöglicht, dass sich das Bild der ankommenden Photonen in Echtzeit aufbaut. Der schrittweise Aufbau der Messung ist in Abb. 17 a), b) und c) ersichtlich. In Abb. 17 d) kann das Echtzeitbild der Kamera (Thorlabs) gesehen werden, dass beide Spalten offen sind.



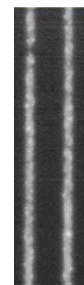
Abb. 17: a) schrittweiser Aufbau des Interferenzmusters am Doppelspalt



b) schrittweiser Aufbau des Interferenzmusters am Doppelspalt



c) schrittweiser Aufbau des Interferenzmusters am Doppelspalt



d) Bild der Kamera (Thorlabs). Zwei Spalten offen

¹⁷ Für kohärentes Laserlicht wird üblicherweise eine Poisson-Verteilung angenommen.

¹⁸ Auch hier gilt dieselbe Problematik, wie beim Strahlteiler: Bei abgeschwächtem Laserlicht kann das Experiment immer noch semiklassisch erklärt werden. Es wäre eine Paarphotonenquelle nötig, bei der ein „Trigger“-Photon den Detektionsprozess ankündigt, um tatsächlich einzelne Photonen zu garantieren. Wir begnügen uns auf das abgeschwächte Laserlicht, da sich die Kamera nicht extern triggern lässt und die Darstellung für Demonstrationszwecke mit ihr wesentlich ansprechender ist, als beispielsweise im Vergleich zu einer Datenauswertung mit einer verschiebbaren APD. Vgl. hierzu den Versuchsaufbau bei [23] S. 79.

Während des Akkumulationsprozesses baut sich das Bild Pixel für Pixel auf, zunächst erscheint das Ergebnis zufällig und es ist kein wirkliches Muster erkennbar. Mit der Zeit bilden sich jedoch klar erkennbare Interferenzstreifen, siehe Abb. 17 c). Der Abstand der Maxima beträgt dabei in etwa 20 Pixel, bei einer Pixelgröße von $16\mu\text{m}$, stimmt dies mit dem Abstand der Maxima in Abb. 14 überein.

Mit Hilfe des motorisierten Metallplättchens kann in Echtzeit die Versuchsanordnung verändert und ein Spalt abgedeckt werden. Wie in Abb. 18 zu sehen ist, verschwindet dabei das Interferenzmuster.

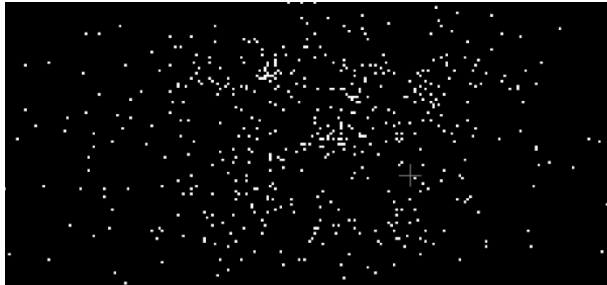
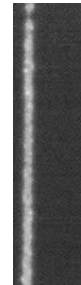


Abb. 18: a) Ergebnis des Doppelspaltexperiments mit einem Spalt abgedeckt.



b) Bild der Kamera (Thorlabs). Ein Spalt abgedeckt.

Das Ergebnis ist aus quantenphysikalischer Sicht nicht weiter verwunderlich. Der rechte Spalt ist abgedeckt, dadurch gibt es bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit keinen Interferenzterm mehr, dementsprechend auch kein Interferenzmuster.¹⁹

3.4 Zusammenfassung

Das Doppelspaltexperiment mit einzelnen Photonen zeigt auf eindrucksvolle Weise das quantenphysikalische Verhalten von Quantenobjekten an einem Doppelspalt. Besonders am experimentellen Aufbau ist die Tatsache, dass sich in Echtzeit der Aufbau des Interferenzmusters beobachten lässt und dass interaktiv zwischen Doppel- und Einzelspalt hin und her gewechselt werden kann. Dabei zeigt sich insbesondere die bereits im Experiment Licht am Strahlteiler festgestellte Zufälligkeit von Einzelereignissen, die Fähigkeit der Interferenz von einzelnen Quantenobjekten²⁰ und dass eine Veränderung des Experiments mit einer Veränderung des Zustands eines einzelnen Photons einhergeht.

¹⁹ Das Interferenzmuster des Einzelspalts ist in unserem Aufbau zu gering, um gut sichtbar zu sein.

²⁰ Wir vermeiden hier absichtlich die Verwendung des Begriffs Welle-Teilchen-Dualismus, da er irreführend sein kann, wie auch noch im 2. Teil der Arbeit, weiter unten, festgestellt wird.

4 Licht trifft auf Polarisatoren

Der Versuch demonstriert einerseits die Funktionsweise von Polarisatoren und andererseits dass eine Messung in der Quantenphysik zu einer Änderung des Zustandes führt.

4.1 Grundlagen

Die Polarisation von Licht wurde erstmals im Jahr 1808 vom französischen Physiker Malus festgestellt [34]. Mit der Entdeckung wurde die damals vorherrschende Meinung, dass Licht ähnlich wie Schall eine longitudinale Welle ist und sich in einem flüssigen oder gasförmigen Äther bewegt, in Frage gestellt.²¹ Für transversale Wellen lässt sich die Polarisation nämlich recht anschaulich und einfach verstehen. Eine linear polarisierte Welle kann nur in einer ganz bestimmten Ebene schwingen. Wir stellen uns beispielsweise eine schwingende Gitarrensaite in einem Koordinatensystem vor und legen die Saite in die z-Achse, dann kann die Gitarrensaite in der gesamten xy-Ebene schwingen (in Abb. 19 findet sich der Versuch dies bildlich darzustellen).

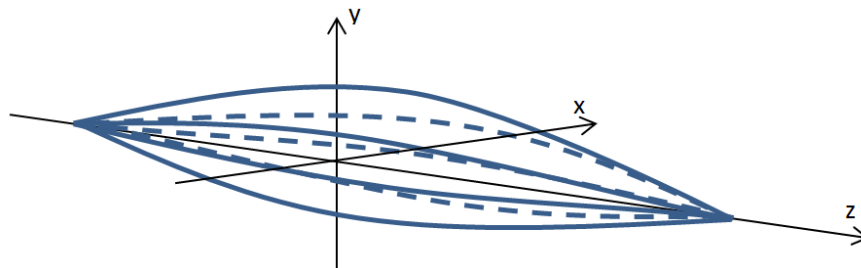


Abb. 19: schematische Darstellung der möglichen Auslenkungen einer schwingenden Saite in der xy-Ebene

Mit Hilfe eines horizontalen Spaltes lässt sich diese Saite so begrenzen, dass sie nur mehr in einer Ebene, beispielsweise horizontal, schwingen kann. So eine Saite/Welle bezeichnen wir dann als vertikal polarisiert, siehe Abb. 20.

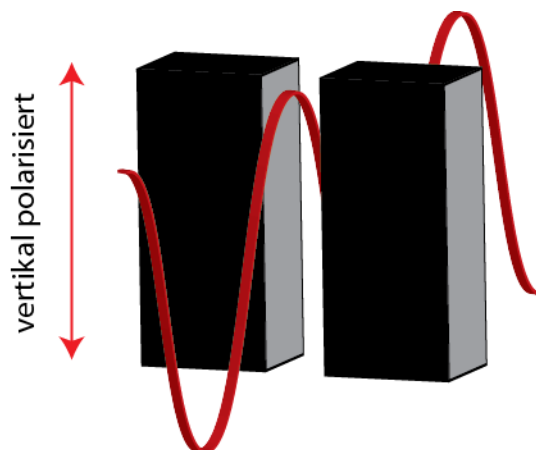


Abb. 20: Bild einer vertikal polarisierten Welle

²¹ Für einen kurzen Überblick über die Geschichte der Entdeckung der Polarisation siehe [35] oder in [36] S. 481-485

Neben linearer Polarisation sind noch weitere Polarisationen möglich. So beispielsweise zirkuläre Polarisation, dabei dreht sich die Schwingungsebene kontinuierlich, in der Form wie bei einem Korkenzieher.

Für Licht legt die Polarisation die Ebene fest, in der das elektrische Feld schwingen kann. Ein linearer Polarisator muss somit aus einem Material bestehen, das die Energie des elektrischen Feldes bis auf eine Ebene absorbiert, ganz analog zum Spalt und der schwingenden Saite.

Wenn linear polarisiertes Licht unter einem Winkel von α auf einen idealen Polarisator trifft, dann gilt für die Intensität des Lichts das Gesetz von Malus:

$$I = I_0 \cdot \cos^2(\alpha)$$

Wenn also vertikal polarisiertes Licht auf einen vertikalen Polarisator trifft, dann ist $\alpha = 0^\circ$ und $I = I_0$, folglich kommt das ganze Licht durch. Wenn dagegen vertikales Licht auf einen horizontalen Polarisator trifft, ist $\alpha = 90^\circ$ und $I = 0$, folglich wird das gesamte einfallende Licht absorbiert.

Für die Beschreibung der Polarisation von einzelnen Photonen können wir gleich vorgehen, wie im Experiment Licht am Strahlteiler. Wir beschreiben die möglichen Polarisationszustände als komplexe Vektoren. Wir betrachten im Experiment lediglich lineare Polarisation und definieren vier mögliche lineare Polarisationszustände:

$$|H\rangle := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |V\rangle := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |D\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |A\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.0)$$

$|H\rangle$ entspricht dabei horizontal polarisiertem Licht, $|V\rangle$ vertikal polarisiertem Licht, $|D\rangle$ diagonal polarisiertem Licht und $|A\rangle$ antidiagonal polarisiertem Licht.²² Dabei kann horizontal polarisiertes Licht als Kombination von diagonal und antidiagonal aufgefasst werden, genauso wie umgekehrt diagonal als Kombination von horizontal und vertikal, etc.:

$$\begin{aligned} |H\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|D\rangle - |A\rangle), & |V\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|D\rangle + |A\rangle) \\ |D\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle), & |A\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|V\rangle - |H\rangle) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Die Funktion eines Polarisators lässt sich bei einzelnen Photonen nicht durch eine Intensitätsverringern in Abhängigkeit vom Winkel auffassen, sondern muss der Wahrscheinlichkeit entsprechen, dass ein Photon durch den Polarisator durchgeht. Ein Polarisator wirkt dabei als Operator auf unsere definierten Vektoren. Wir können zum Beispiel die Wirkung eines vertikal eingestellten Polarisationsoperators $\mathbf{P}_{(V)} = |V\rangle\langle V|$ auf den Zustand $|V\rangle$ betrachten:

$$\mathbf{P}_{(V)}|V\rangle = |V\rangle\langle V|V\rangle = 1 \cdot |V\rangle$$

Dies entspricht dem Auftreffen eines vertikal polarisierten Photons auf einen vertikal eingestellten Polarisator. Wie zu erwarten, ändert sich der Zustand des Photons nicht. Es ist auch nach dem Durchgang durch den Polarisator noch vertikal polarisiert. Die Wahrscheinlichkeit das Photon im

²²Durch die Definition gilt $\langle H|H\rangle = \langle V|V\rangle = \langle D|D\rangle = \langle A|A\rangle = 1$ und $\langle H|V\rangle = \langle V|H\rangle = \langle D|A\rangle = \langle A|D\rangle = 0$

vertikalen Zustand zu erhalten, lässt sich einfach an Hand des Eigenwerts 1 ablesen, und ist hier dann 100%.²³

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Photon mit horizontaler Polarisation ($|H\rangle$) einen Polarisator passiert, der im Vergleich zum Photon antidiagonal ($\mathbf{P}_{(A)} = |A\rangle\langle A|$) eingestellt ist, lässt sich auf dieselbe Weise berechnen. Dabei benützen wir den Zusammenhang aus (4.1):

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{(A)}|H\rangle &= |A\rangle\langle A|H\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|A\rangle\langle A|D\rangle - |A\rangle\langle A|A\rangle) \\ \mathbf{P}_{(A)}|H\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}}|A\rangle\end{aligned}\quad (4.2)$$

Die Wahrscheinlichkeit das Photon in einem antidiagonalen Zustand zu erhalten beträgt also 50%. Was an dieser Schreibweise deutlich wird, ist dass der Operator den Zustand des Photons verändert. Nach dem Durchgang durch den antidiagonal eingestellten Polarisator ist das Photon antidiagonal polarisiert und zwar unabhängig von der Polarisation vor dem Polarisator.

4.2 Experimenteller Aufbau: Licht trifft auf Polarisatoren

Der Aufbau besteht aus einem Diodenlaser mit 632nm, drei Polarisatoren und einem Schirm. Der Versuch ist auf einem Breadboard montiert und mit einer Plexiglasabdeckung geschützt. Zwei Polarisatoren sind verankert, der mittlere Polarisator lässt sich mit einer an ihm montierten Stange entlang einer Schiene von außerhalb der Plexiglasabdeckung verschieben. Der Aufbau ist in Abb. 21 und Abb. 22 ersichtlich.

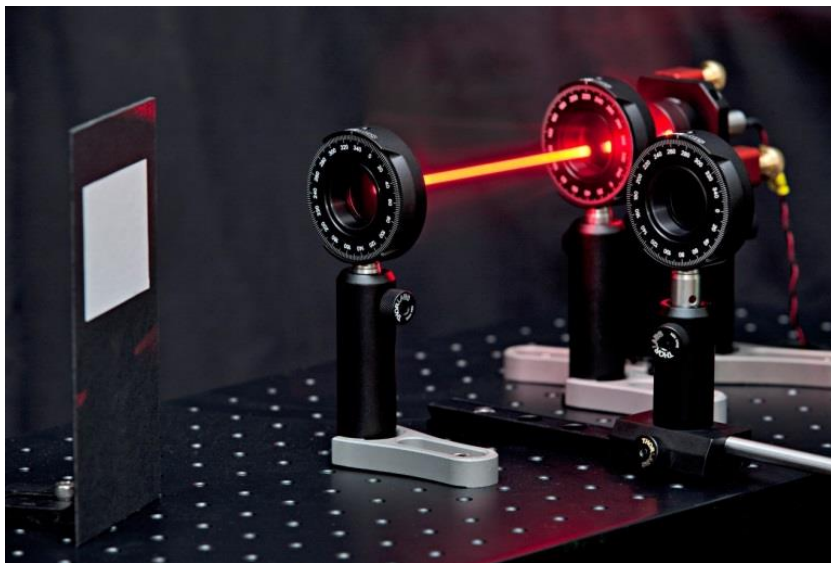


Abb. 21: Licht tritt durch Polarisatoren (1). Picture 23-05-2012 (c) Lois Lammerhuber

²³ Im Experiment Licht am Strahlteiler haben wir die Wahrscheinlichkeit über das Betragsquadrat des Skalarprodukts definiert, was hier $P_{(V)} = |\langle V|V\rangle|^2$ entspricht. Wenn wir mit $\mathbf{P}_{(V)}|V\rangle = |V\rangle\langle V||V\rangle = \mu|V\rangle$ erhalten, dann kann dies auch so angeschrieben werden: $P_{(V)} = \langle V|\mathbf{P}_{(V)}|V\rangle = |\mu|^2$. Achtung $\mathbf{P}_{(V)} \neq P_{(V)}$!

Im Experiment wird das Licht des Lasers auf den ersten Polarisator geschickt, der vertikal eingestellt ist und das Licht dementsprechend vertikal polarisiert. Der zweite Polarisator ist im Vergleich zum ersten horizontal eingestellt, wie in Abb. 21 ersichtlich, kommt durch den zweiten kein Licht hindurch. Das Experiment zeigt also, dass vertikal polarisiertes Licht von einem horizontal eingestellten Polarisator absorbiert wird. Wenn nun ein weiterer Polarisator in den Lichtstrahl eingeschoben wird, der im Vergleich zu den beiden anderen genau diagonal ausgerichtet ist, dann kann beobachtet werden, dass das Licht nun durch alle drei Polarisatoren durchtritt und auf den Schirm trifft. Siehe Abb. 22.

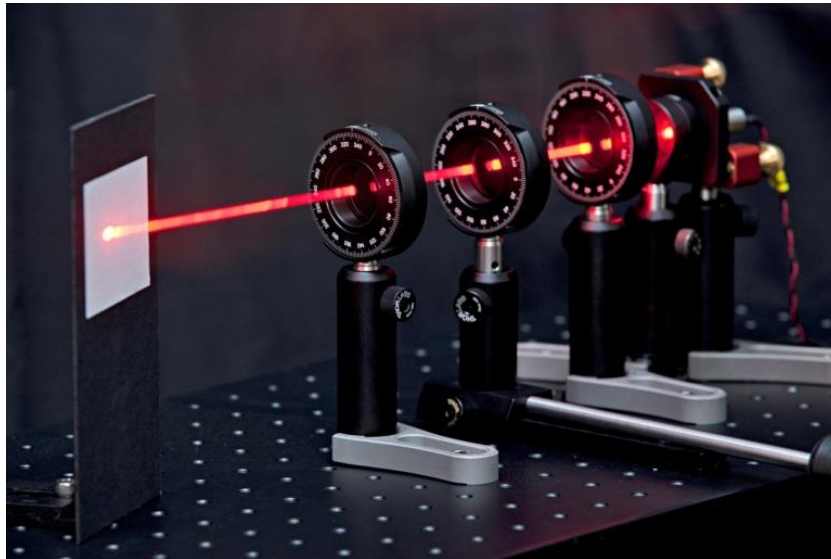


Abb. 22: Licht tritt durch Polarisatoren (2) Picture 23-05-2012 (c) Lois Lammerhuber

Die quantenphysikalische Erklärung für dieses Ergebnis ist dabei recht einfach zu verstehen. Ein vertikal polarisiertes Photon kann nicht durch einen horizontal eingestellten Polarisator durchkommen, da $\langle H|V \rangle = 0$ ist. Die Wahrscheinlichkeit für ein vertikal polarisiertes Photon einen diagonal eingestellten Polarisator zu passieren ist analog zu (4.2) 50%, dabei wird das Photon diagonal polarisiert. Nun trifft ein diagonal polarisiertes Photon auf den horizontal eingestellten Polarisator und die Wahrscheinlichkeit für einen Durchtritt ist wieder 50%. Insgesamt ergibt sich also eine Wahrscheinlichkeit von 25%, dass ein vertikal polarisiertes Photon durch einen diagonalen und anschließend einen horizontalen Polarisator durchtritt. Wichtig ist, dass beim Durchtreten durch den Polarisator sich der Zustand des Photons ändert. Eine Polarisationsmessung legt die Polarisation des gemessenen Photons fest.

4.3 Zusammenfassung

Da das Experiment mit kontinuierlichem, sichtbarem Licht durchgeführt wird, ist auch eine klassische Erklärung des beobachtbaren Phänomens möglich. Für einen rein quantenphysikalischen Versuchsaufbau müsste der Schirm mit einem Detektor ersetzt werden und der Laser mit einer Photonenpaarquelle, die durch ein korreliertes Trigger-Photon garantieren würde, dass wirklich nur einzelne Photonen auf die Polarisatoren treffen. Dabei wäre der Effekt nur mit einer Ausgabe über einen Bildschirm sichtbar.

Der hier gewählte Versuchsaufbau besticht dagegen mit Einfachheit und eignet sich genauso das Verhalten von einzelnen Photonen an einem Polarisator zu besprechen. Zudem lässt sich mit den Polarisatoren die besondere Rolle von Messungen in der Quantenphysik behandeln.

5 Licht in einem MZI mit Polarisatoren

Im ersten Experiment wurde das MZI klassisch erklärt und dazu verwendet das Phänomen der Interferenz aufzuzeigen. Im Folgenden soll gezeigt werden, dass es sich auch sehr übersichtlich mit dem quantenphysikalischen Formalismus beschreiben lässt und dass ein analoges Phänomen wie beim Doppelspalt beobachtet werden kann. Die nötigen Grundlagen wurden bereits durch die vorhergehenden Experimente gelegt.

5.1 Experimenteller Aufbau: Licht in einem MZI mit Polarisatoren

Das Experiment ist vom Prinzip her dasselbe, wie das Glasfaserinterferometer, nur dass es anstatt in Glasfaserkabeln in „Free Space“ aufgebaut ist. Die wichtigsten Komponenten sind der Diodenlaser (532nm), zwei Strahlteiler, zwei Spiegel und drei Polarisatoren. Der Aufbau ist in Abb. 23 abgebildet und in Abb. 25 schematisch dargestellt.

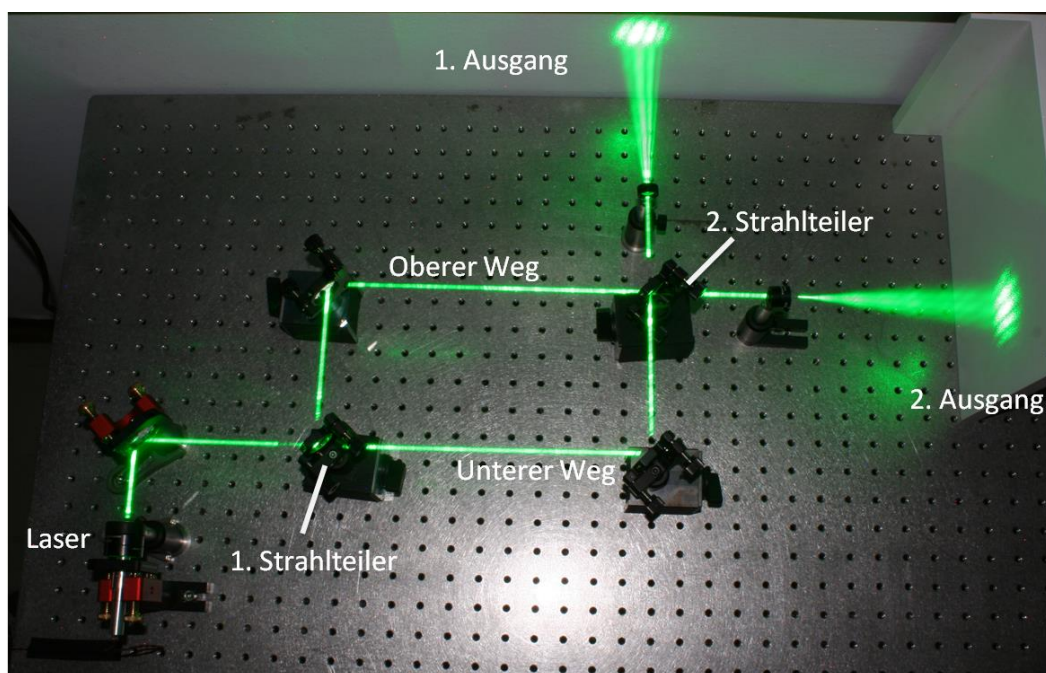


Abb. 23: Versuchsaufbau MZI mit Polarisatoren

Das Licht wird vom Laser ausgesandt und trifft auf den ersten Strahlteiler. 50% des Lichts wird reflektiert und 50% transmittiert. Das Licht folgt zwei unterschiedlichen Wegen, in diesem Fall als „oberer“ beziehungsweise „unterer Weg“ bezeichnet, siehe hierzu Abb. 23. Die beiden Lichtstrahlen werden mit Hilfe der beiden Spiegel auf den zweiten Strahlteiler geleitet. In den beiden Ausgängen dieses Strahlteilers überlagert sich das Licht der beiden Wege und es entsteht ein Interferenzmuster.

Der große Unterschied im Vergleich zum MZI in Glasfaserkabel besteht darin, dass die Justierung bei diesem Interferometer wesentlich ungenauer ist. Die beiden Strahlen überlappen sich also nicht genau. Aus Sicht des Schirms handelt es sich nicht um eine Lichtquelle, sondern um zwei räumlich getrennte, ähnlich wie beim Doppelspalt. Aus diesem Grund entsteht bei der Überlagerung, im Gegensatz zum idealisierten MZI, in beiden Ausgängen ein Muster mit hellen und dunklen Streifen. Wie zu erwarten sind die beiden Muster in Übereinstimmung mit dem idealisierten MZI komplementär zueinander. Dies lässt sich in Abb. 24 sehen. Zusätzlich lassen sich bei diesem Versuchsaufbau Polarisatoren in die beiden Arme des Interferometers einfügen und wieder entfernen, siehe Abb. 25.

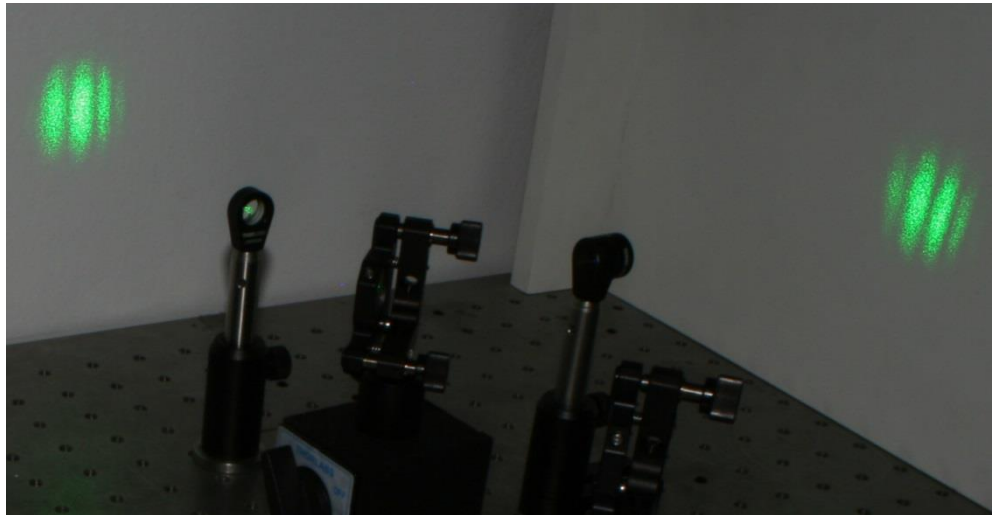


Abb. 24: Interferenzmuster im Experiment.

Für die Beschreibung des Experiments mit Hilfe des quantenphysikalischen Formalismus betrachten wir das Experiment als ideales MZI und beschreiben es zunächst ohne Polarisatoren.²⁴ Von Interesse sind analog zur Beschreibung beim Experiment Licht am Strahlteiler die Ausbreitungsrichtungen eines einzelnen Photons. Wir definieren mit Abb. 25:

$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ein Photon, das in der Achse Richtung 2. Ausgang unterwegs ist und $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ Richtung 1. Ausgang.

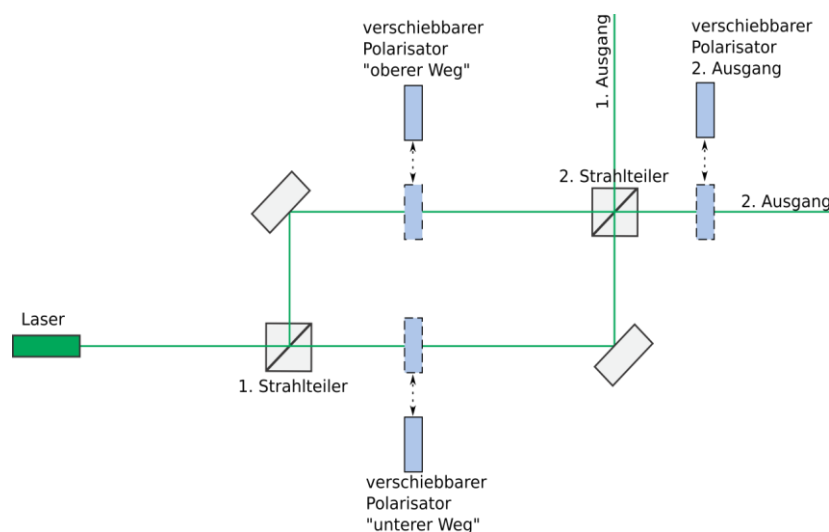


Abb. 25: schematische Darstellung des MZI mit verschiebbaren Polarisatoren.

Dabei betrachten wir 4 Zustände: Einmal vor dem 1. Strahlteiler $|\psi_1\rangle$, nach dem 1. Strahlteiler $|\psi_2\rangle$, nach den Spiegeln $|\psi_3\rangle$ und nach dem 2. Strahlteilern $|\psi_4\rangle$.

Die Wirkungen der Strahlteiler und Spiegel auf einen Zustand können folgendermaßen beschrieben werden:²⁵

²⁴ Wir benutzen dabei eine Vorgehensweise, die Pade in seinem Einführungsbuch Quantenmechanik zu Fuß benutzt [12] hier insbesondere S. 75-79

²⁵ Alternativ wäre auch die Darstellung mit Hilfe von Operatoren möglich, dann wäre der Operator für einen Strahlteiler $T = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i|0\rangle\langle 1| + i|1\rangle\langle 0|)$ und für einen Spiegel $S = -|0\rangle\langle 1| - |1\rangle\langle 0|$

$$\begin{aligned}
|0\rangle &\xrightarrow{\text{Strahlteiler}} \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle), & |1\rangle &\xrightarrow{\text{Strahlteiler}} \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + i|0\rangle) \\
|1\rangle &\xrightarrow{\text{Spiegel}} -|0\rangle, & |0\rangle &\xrightarrow{\text{Spiegel}} -|1\rangle
\end{aligned}$$

Im Gegensatz zum Experiment Licht am Strahlteiler können wir hier den relativen Phasenunterschied ($i = e^{i\frac{\pi}{2}}$) nicht vernachlässigen. Ansonsten ändert sich nichts an der Darstellung.²⁶ Die Wirkung des Spiegels entspricht einfach einer Richtungsänderung des Lichtstrahls, das Minus ergibt sich durch die auftretende Phasenverschiebung $e^{i\pi} = -1$.

Mit diesen Bedingungen lassen sich die 4 Zustände leicht darstellen, bzw. ausrechnen:

$$|\psi_1\rangle = |0\rangle$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|1\rangle - i|0\rangle)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + i|0\rangle)) - i\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle) = \frac{1}{2}(-|1\rangle - i|0\rangle - i|0\rangle - i^2|1\rangle) = -i|0\rangle$$

Hinter dem zweiten Strahlteiler bleibt also nur noch die Ausbreitungsrichtung $|0\rangle$ für ein einzelnes Photon übrig und die Wahrscheinlichkeit für eine Detektion im Ausgang 2 ist 100%. In Worten könnte der Vorgang folgendermaßen beschrieben werden:

Aus quantenphysikalischer Sicht befindet sich das Photon nach dem ersten Strahlteiler in einer Überlagerung (Superposition) der beiden Möglichkeiten „oberer Weg“ und „unterer Weg“. Es ergibt keinen Sinn, sich vorzustellen, dass das Photon einen bestimmten Weg zurücklegt.²⁷ Die Interferenz hinter dem 2. Strahlteiler kommt dadurch zustande, dass sich das einzelne Photon in einer Überlagerung der beiden Wege befindet. Dabei lassen sich die Wege und damit die Überlagerungsterme nicht unterscheiden und dank der Phasenverschiebungen an den Strahlteilern heben sie sich im 1. Ausgang gegenseitig auf und verstärken sich im 2. Ausgang. Die abstrakten Möglichkeiten des einzelnen Photons interferieren.

5.2 Das MZI mit „Welcher Weg“-Information

Da das Experiment Licht am Strahlteiler gezeigt hat, dass sich Photonen am Strahlteiler nicht aufteilen, sondern nur in einem Detektor detektiert werden können, erscheint die Frage, welchen Weg ein Photon zurücklegt, durchaus legitim. Die einfachste Variante den Weg zu bestimmen, haben wir beim Doppelspalt-Experiment angewendet. Wir haben einfach einen der beiden Spalte abgedeckt. Dann ist klar, dass die Photonen, die durchkommen, den offenen Weg genommen haben. Dasselbe lässt sich natürlich auch in diesem Experiment machen, wir können einfach einen der beiden Wege blockieren. Angenommen wir blockieren den oberen Weg dann gilt hinter den Spiegeln:

²⁶ Wir vernachlässigen wieder die globale Phase und $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ergibt sich aus der Normierung, bzw. bedeutet, dass das Photon mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% reflektiert bzw. transmittiert wird, siehe Licht am Strahlteiler.

²⁷ Vergleiche hierzu die Erklärungen beim Doppelspalt. Im Prinzip handelt es sich bei beiden Experimenten um dasselbe Phänomen.

$$|\psi_3\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

Und damit hinterm 2. Strahlteiler:

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + i|0\rangle)) = -\frac{1}{2}|1\rangle - \frac{1}{2}i|0\rangle$$

Das Photon kann also mit 25% Wahrscheinlichkeit in beiden Ausgängen ankommen, die Interferenz ist aufgehoben.²⁸

Wir können jedoch auch eine Variante wählen, bei der wir den Weg lediglich markieren ohne eine Seite völlig abzublocken. Dazu benutzen wir Polarisatoren. Wenn in jedem Weg unterschiedliche Polarisatoren sind, kann durch eine spätere Messung der Polarisation im Ausgang herausgefunden werden, von welchem Weg das Photon gekommen ist. Voraussetzung für ein eindeutiges Ergebnis ist, dass die Polarisationen entgegengesetzt sind, deswegen steht in einem Arm ein horizontaler Polarisator und im anderen ein vertikaler, siehe Abb. 26.

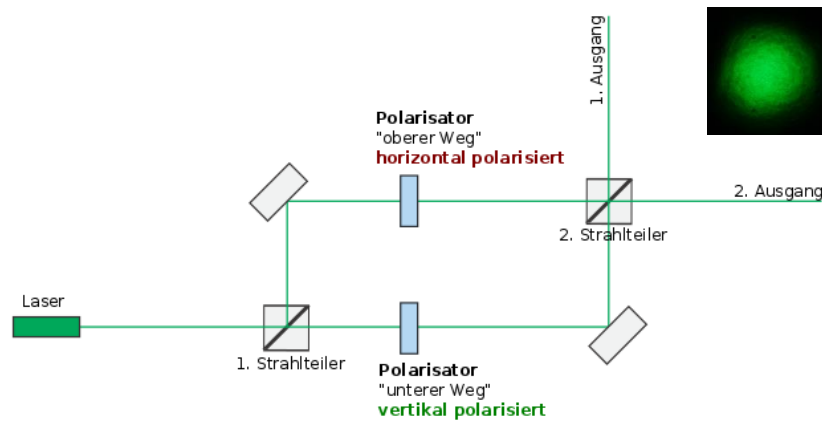


Abb. 26: Markierung des Weges durch Polarisatoren. Das Interferenzmuster verschwindet.

Wir benutzen die Definitionen der Polarisation (4.0) und (4.1) vom Experiment. Licht trifft auf Polarisatoren. Den horizontal bzw. vertikal eingestellten Polarisator können wir dann schreiben als $\mathbf{P}_{(H)} = |H\rangle\langle H|$ bzw. $\mathbf{P}_{(V)} = |V\rangle\langle V|$. Das Laserlicht ist bereits linear polarisiert und wir definieren es als diagonal polarisiert.²⁹ Wir schreiben es gleich als Überlagerung zwischen horizontaler und vertikaler Polarisation an:

$$|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H_0\rangle + |V_0\rangle) \text{ und } |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H_1\rangle + |V_1\rangle)$$

Der Index 0 zeigt dabei an, dass sich der Zustand in Richtung 2. Ausgang bewegt. Der Index 1 zeigt an, dass sich der Zustand in Richtung 1. Ausgang bewegt. Wir kombinieren also die Information über die Ausbreitungsrichtung und die Polarisation.

Dann gilt: $\mathbf{P}_{(H)}|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|H_0\rangle$, $\mathbf{P}_{(V)}|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|V_0\rangle$, $\mathbf{P}_{(H)}|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|H_1\rangle$, $\mathbf{P}_{(V)}|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|V_1\rangle$.

²⁸ Die restlichen 50% entsprechen offensichtlich der Wahrscheinlichkeit, dass das Photon vom Hindernis absorbiert wird.

²⁹ Im Experiment können wir so vorgehen, dass wir die Polarisatoren so einstellen, dass durch beide dieselbe Intensität durchkommt und dass, wenn sie hintereinander im Laserstrahl stehen, kein Licht durchkommt. Dann kann die Polarisation des Lasers als diagonal aufgefasst werden.

Wir betrachten direkt den Zustand vor dem zweiten Strahlteiler und setzen lediglich die Polarisatoren ein und berechnen daraus die Situation hinterm Strahlteiler:

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\mathbf{P}_{(V)}|1\rangle - i\mathbf{P}_{(H)}|0\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}|V_1\rangle - i\frac{1}{\sqrt{2}}|H_0\rangle\right) = -\frac{1}{2}(|V_1\rangle + i|H_0\rangle)$$

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(-|V_1\rangle - i|V_0\rangle - i|H_0\rangle - i^2|H_1\rangle) = \frac{1}{2\sqrt{2}}(-|V_1\rangle - i|V_0\rangle - i|H_0\rangle + |H_1\rangle) \quad (5.0)$$

Es gibt demnach keine Interferenz, das Photon kommt mit 25% Wahrscheinlichkeit entweder im 1. Ausgang oder im 2. Ausgang an.³⁰ Das Interferenzmuster verschwindet, dieses Ergebnis ist in Abb. 26 ersichtlich. Auch die Markierung eines Weges durch Polarisation verändert den Überlagerungszustand des Photons so, dass die einzelnen Terme nicht mehr interferieren. Dieses Ergebnis kann auch so interpretiert werden, dass die prinzipiell mögliche Information über den Weg des Photons die Interferenz unmöglich macht.

Wenn dagegen beide Polarisatoren gleich eingestellt sind, gibt es keine Information über den Weg des Photons. Die Gleichung (5.0) lautet dann:

$$|\psi_4\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(-|H_1\rangle - i|H_0\rangle - i|H_0\rangle + |H_1\rangle) = -i\frac{1}{\sqrt{2}}|H_0\rangle$$

Also trifft das Photon mit 50% Wahrscheinlichkeit im 2. Ausgang ein³¹, da keine Information über den Weg vorhanden ist. Siehe Abb. 27.

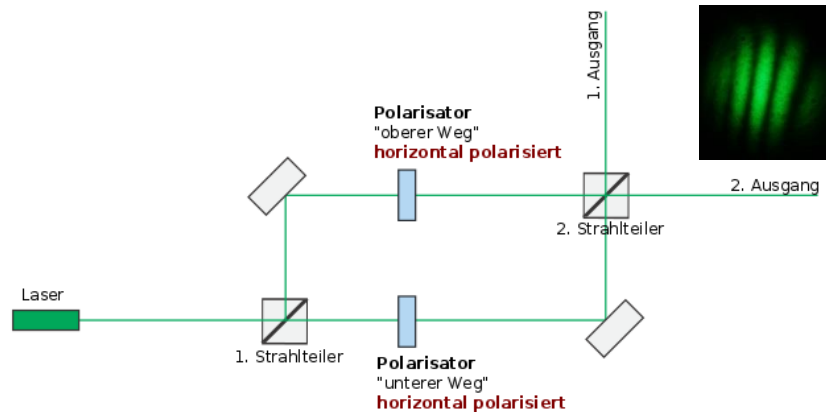


Abb. 27: Beide Wege im MZI sind gleich markiert. Es entsteht ein Interferenzmuster.

Faszinierenderweise lässt sich das Experiment auch so durchführen, dass, zusätzlich zu vertikal und horizontal eingestellten Polarisatoren, ein diagonal eingestellter Polarisator hinter dem 2. Strahlteiler positioniert wird, siehe Abb. 28.

Der diagonale Polarisator $\mathbf{P}_{(D)} = |D\rangle\langle D|$ wird dann einfach auf den Zustand hinterm 2. Strahlteiler (5.0) angewendet, wobei analog zu (4.2) gilt:

$$\mathbf{P}_{(D)}|H\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|D\rangle \text{ und } \mathbf{P}_{(D)}|V\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|D\rangle, \text{ dann ergibt sich:}$$

$$\mathbf{P}_{(D)}|\psi_4\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(-\mathbf{P}_{(D)}|V_1\rangle - i\mathbf{P}_{(D)}|V_0\rangle - i\mathbf{P}_{(D)}|H_0\rangle + \mathbf{P}_{(D)}|H_1\rangle) = -i\frac{1}{2}|D_0\rangle$$

³⁰ Die restlichen 50% entsprechen der Wahrscheinlichkeit, dass das Photon von einem Polarisator absorbiert wird.

³¹ Mit 50% Wahrscheinlichkeit wird es von den Polarisatoren absorbiert.

Es kommt also wieder zu Interferenz und das Photon trifft mit 25% Wahrscheinlichkeit im 2. Ausgang ein (Abb. 28).³²

Der dritte Polarisator verändert die bisherigen Polarisations-Markierungen eines einzelnen Photons im 2. Ausgang. Das Photon besteht bis zum diagonalen Polarisator aus einer Überlagerung von horizontaler und vertikaler Polarisation, die sich nicht gegenseitig aufheben oder verstärken kann.

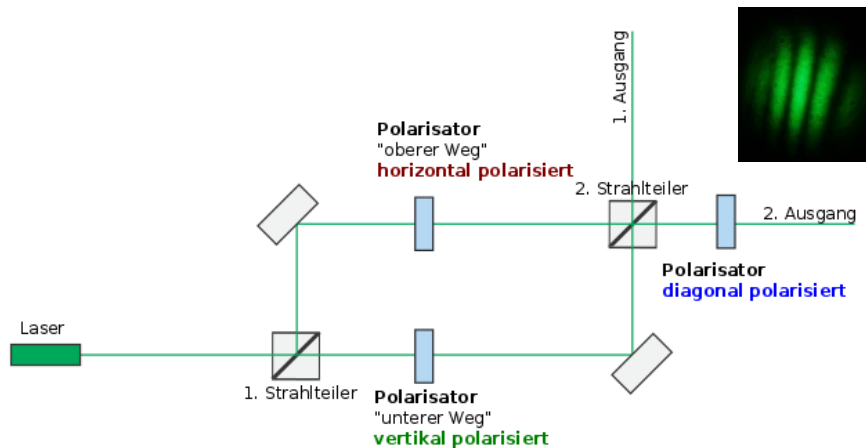


Abb. 28: MZI mit Polarisatoren. Der Diagonal eingestellte Polarisator „löscht“ die Weg-Markierung und das Interferenzmuster wird sichtbar.

Der diagonale Polarisator verändert sowohl den horizontalen als auch den vertikalen Anteil dieser Polarisation in einen diagonalen. Entscheidend ist dabei, dass beides gleich wahrscheinlich ist. Da die Polarisation nun wieder gleich ist, können sich die beiden Anteile der Überlagerung wieder gegenseitig aufheben oder verstärken und das Interferenzmuster entsteht erneut.

5.3 Messung ohne Wechselwirkung

Neben den hier aufgezeigten Eigenarten des MZI, zeigt das berühmte Gedankenexperiment von Elitzur und Vaidman [37] eindrücklich, wie sich die Quantenphysik von unserer alltäglichen Erfahrung unterscheiden kann. Dabei zeigen sie, dass mit dem MZI eine nicht lokale Messung ohne Wechselwirkung möglich ist und präsentieren zum Veranschaulichen folgendes Gedankenexperiment:

Angenommen man hätte eine Sammlung von Bomben mit jeweils einem Zünder, der so gebaut ist, dass bereits ein einzelnes Photon reicht ihn zum Auslösen zu bringen. Im Weiteren sind einige der Zünder schadhaft, sodass die Photonen nicht absorbiert werden und die Bomben Blindgänger sind. Nun sollen die Blindgänger aussortiert werden. Aus klassischer Sicht muss jede gute Bombe bei einer wie auch immer gestalteten Überprüfung explodieren, was den Test sinnlos macht.

³² Die restlichen 75% entsprechen der Wahrscheinlichkeit durch die Polarisatoren absorbiert zu werden.

Elitzur und Vaidman schlagen nun ein MZI vor, bei dem eine einzelne Bombe so in einen Arm des MZI gelegt wird (Abb. 29), dass das Photon den Zünder treffen kann. Wenn der Zünder schadhaft ist wird

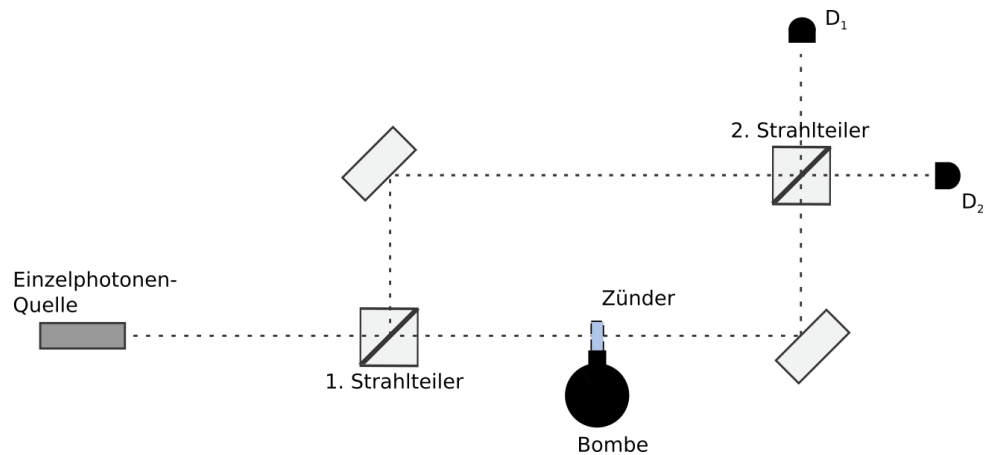


Abb. 29: MZI mit Bombentest. Nach [37]

das Photon nicht absorbiert und fliegt im MZI weiter. Zur Erinnerung im idealen MZI werden nur Photonen in Detektor D₂ ankommen. Wenn der Zünder schadhaft ist, dann können alle Photonen in D₂ detektiert werden. Wenn nun ein Hindernis in einem Arm ist, dann gibt es keine Überlagerungen für das Photon und es kann mit einer Wahrscheinlichkeit von 25% im Detektor D₁ detektiert werden. Eine Detektion in D₁ sagt uns dann, dass eine funktionierende Bombe im Weg ist, ohne dass das Photon den Zünder ausgelöst hat.

5.4 Zusammenfassung

Das Experiment vereint einige der bisher besprochenen Eigenarten der Quantenphysik und zeigt, dass die Ununterscheidbarkeit von einzelnen Termen eines Überlagerungszustands entscheidend für Interferenz ist. Es zeigt in gewisser Weise noch eindrücklicher, als der Doppelspalt, dass Quantenobjekte nicht lokale Eigenschaften haben, dies kann durch das präsentierte Gedankenexperimente zusätzlich verdeutlicht werden.

6 Verschränkte Photonen

In den beiden vorigen Experimenten haben wir den Polarisationszustand eines einzelnen Photons als Kombination von zwei Basiszuständen beschrieben. Also beispielsweise als Überlagerung der Zustände $|H\rangle$ und $|V\rangle$:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$$

Wenn wir nun ein System von zwei Photonen betrachten, so werden diese über den Produktraum beschrieben und die Basiszustände entsprechen den Produkten der Zustände der beiden Photonen:

$$|H_1\rangle|H_2\rangle, \quad |H_1\rangle|V_2\rangle, \quad |V_1\rangle|H_2\rangle, \quad |V_1\rangle|V_2\rangle$$

Die Indizes entsprechen den zwei unterschiedlichen Photonen. In diesem Produktraum sind nun Zustände möglich, die sich nicht als Produkt der Zustände der einzelnen Photonen schreiben lassen:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H_1\rangle|V_2\rangle - |V_1\rangle|H_2\rangle) \neq (a|H_1\rangle + b|V_1\rangle)(c|H_2\rangle + d|V_2\rangle) \quad (6.0)$$

Solche Zustände werden als verschränkte Zustände bezeichnet.

Verschränkung bedeutet in diesem Beispiel, dass der gemeinsame Polarisationszustand von zwei Photonen so definiert ist, dass er nicht als Produkt des Polarisationszustandes der einzelnen Photonen beschrieben werden kann. Damit ist der Polarisationszustand eines einzelnen Photons nicht mehr definiert und unbestimmt. Das heißt, erst wenn die Polarisation eines Photons gemessen wird entstehen der Zustand des einzelnen Photons und gleichzeitig auch der Zustand des anderen Photons. Besonders verblüffend ist nun, dass dieser verschränkte Zustand auch erhalten bleibt, wenn sich die beiden Photonen aus klassischer Sicht bereits voneinander getrennt haben und in unterschiedliche Richtungen wegfliegen.³³

In der klassischen Physik ist ein solcher Zustand nicht möglich und dementsprechend schwer fällt es, sich einen vorzustellen.³⁴ Der Versuch Verschränkung mit einem anschaulichen klassischen Bild zu beschreiben, muss also scheitern.

6.1 Geschichte der Verschränkung

Der Begriff der Verschränkung geht auf Erwin Schrödinger zurück, der diesen 1935 vorschlägt, in derselben Arbeit in der er auch sein berühmt gewordenes Katzenexperiment präsentiert [38]. In einer englischen Veröffentlichung fasst er die enorme Bedeutung, die er diesem Phänomen zuschreibt, zusammen:

“When two systems, of which we know the states by their respective representatives, enter into temporary physical interaction due to known forces between them, and when after a time of mutual influence the systems separate again, then they can no longer be described in the same way as before, viz. by endowing each of them with a representative of its own. I would not call that one but rather the characteristic trait of quantum mechanics, the one that

³³ Aus quantenphysikalischer Sicht, befinden sich beide Photonen in einer Überlagerung der Polarisationszustände und auch in einer Überlagerung der unterschiedlichen Richtungen.

³⁴ Mathematisch könnte man ihn möglicherweise mit Primzahlen vergleichen, die sich auch nicht durch ein Produkt von anderen Zahlen beschreiben lassen.

enforces its entire departure from classical lines of thought. By the interaction the two representatives (or ψ -functions) have become entangled."[39] S. 555

Inspiriert wurde er dabei von einer Arbeit ebenfalls aus dem Jahr 1935 von Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen (EPR): Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?[40] „Das Erscheinen dieser Arbeit gab den Anstoß zu dem vorliegenden – soll ich sagen Referat oder Generalbeichte?“ [38] S. 845

Die Arbeit von EPR ist somit der Ausgangspunkt für Verschränkung. Motiviert wurde sie durch die Debatte zwischen Bohr und Einstein, wobei Einstein unzufrieden mit den Implikationen der Quantenphysik in ihrer gängigen Form war, wie beispielsweise die antideterministische Eigenschaft von Einzelereignissen³⁵. Einstein sah die Quantenphysik als unvollständig an und wollte dies mit der Arbeit von 1935 auch belegen:

„In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality.”[40] S. 777

Kurz zusammengefasst sind die wichtigsten Annahmen, denen eine Theorie nach EPR genügen muss, Vollständigkeit, Realität und Lokalität.

Vollständig bedeutet, dass für jedes Element der physikalischen Realität auch ein Gegenstück in der physikalischen Theorie vorhanden ist. Wenn also ein Teilchen in der Realität bestimmte Eigenschaften haben kann, dann müssen diese Eigenschaften auch durch die Theorie beschrieben werden. Wenn unter diesem Aspekt der oben beschriebene polarisationsverschränkte Zustand betrachtet wird, dann fällt auf, dass die Beschreibung der Quantenphysik verlangt, dass die einzelnen Photonen keinen fixen Polarisationszustand haben können, da dieser eben durch die Quantenphysik nicht beschrieben wird.

Real heißt, dass wenn es möglich ist eine zu messende physikalische Größe mit Sicherheit vorherzusagen, ohne dabei das zu messende System zu stören, dann existiert auch ein entsprechendes Element in der Realität. Wenn ich also hundertprozentig weiß, dass die Polarisation eines Photons horizontal ist, dann existiert auch tatsächlich ein reales Photon mit dieser Polarisation.

Lokalität wird zwar nicht so explizit erwähnt, wie Vollständigkeit und Realität, jedoch gehen EPR davon aus, dass nach der räumlichen Trennung von zwei Systemen, ein Messergebnis des einen Systems keinen Einfluss auf eine Messung im anderen System haben kann.

Für ihren Beweis benützen EPR einen mathematischen und recht formalen Zugang, wie Whitaker festhält, störte dies im Nachhinein möglicherweise Einstein selbst.³⁶ Deswegen wird an dieser Stelle das Argument auf anschaulichere Weise mit einem Gedankenexperiment wie bei [3] dargestellt.

Angenommen ein ruhendes Atom zerfällt in zwei elementare Teilchen. Dann kann mit der Impulserhaltung angenommen werden, dass sich die zwei Teilchen mit gleich großem Impuls in

³⁵ Wie weiter oben bereits vermerkt liefert Whitaker in seinem Buch „Einstein, Bohr and the Quantum Dilemma“ einen schönen Überblick über die Debatte zwischen Einstein und Bohr und über die sehr interessante historische Entwicklung der Quantenphysik generell [3].

³⁶ Siehe [3] S. 226

entgegengesetzte Richtungen bewegen. Dadurch sind auch die Orte der Teilchen miteinander korreliert. Wenn man den Ort des ersten Teilchens kennt, dann entspricht der Ort des zweiten genau derselben Entfernung zum Ausgangspunkt in die Gegenrichtung. Dies entspricht offensichtlich einer klassischen Beschreibung. Aus der üblichen quantenphysikalischen Sicht existiert weder ein Wert für den Ort, noch für den Impuls bevor dieser nicht gemessen wird. Zusätzlich kommutieren Orts und Impulsoperator nicht miteinander und das heißt, dass ein einzelnes Teilchen nicht gleichzeitig einen beliebig genau definierten Wert für Ort und Impuls haben kann. Oder, so wie es EPR ausdrücken: *„when the two operators to two physical quantities do not commute the two quantities cannot have simultaneous reality.“*[40] S.780

Wenn wir in unserem Beispiel nun den Impuls des ersten Teilchens messen, dann wissen wir gleichzeitig auch den Impuls des zweiten Teilchens. In der Argumentation von EPR muss Lokalität gelten, dann kann die Messung des ersten Teilchen aber keinen (instantanen) Einfluss auf das zweite Teilchen haben. Wenn das zweite Teilchen jetzt also einen definierten Impuls hat, dann kann das aus Sicht von EPR nur dann der Fall sein, wenn es diesen Impuls auch schon vor der Messung hatte.

Genau das Gleiche können wir natürlich auch für den Ort des Teilchens machen. Wir können also über die Messung am ersten Teilchen auch einen genauen Ort für das zweite Teilchen erhalten, wieder nur dann, wenn dieser Wert schon vor der Messung festgestanden ist. Damit haben auch die nicht kommutierenden Größen gleichzeitig beliebig genaue Werte.

Die Quantenphysik beschreibt allerdings keine solchen Werte, die vor einer Messung feststehen und damit muss sie aus Sicht von EPR unvollständig sein.

6.2 Verborgene Variablen und John Bell

Die Arbeit von EPR wurde zunächst nicht wirklich beachtet, ausgenommen von Schrödinger und natürlich Niels Bohr³⁷ fand sich recht wenig Widerhall. Es dauerte bis 1964, als sich der irische Physiker John Bell, der sich neben seiner Tätigkeit am CERN mit diesen grundlegenden philosophischen Fragen der Quantenphysik befasste, seine Arbeit zu EPR und verborgenen Variablen veröffentlichte.

Eine Lösung für das Problem von EPR wäre nämlich die Einführung von verborgenen lokalen Variablen. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Messergebnisse der Quantenphysik eigentlich von diesen verborgenen Variablen abhängen, die jedoch bisher unentdeckt sind:

„[...]In the view that the result of every measurement is determined by the value of an extra variable, and that the statistical features of quantum mechanics arise because the value of this variable is unknown in individual instances.“ [42] S. 9

Bell zeigt nun, dass die statistischen Ergebnisse der Quantenphysik gerade nicht mit Hilfe von solchen verborgenen lokalen Variablen beschrieben werden können. Damit legt er den Grundstein für eine experimentelle Überprüfung.

³⁷ Bohr war in der Auseinandersetzung in der Gegenposition zu Einstein natürlich bemüht, zu zeigen, dass die Quantenphysik sehr wohl komplett ist [41].

Bell betrachtet dazu den Fall einer Spinmessung von zwei verschränkten $\text{Spin}\frac{1}{2}$ -Teilchen³⁸, die sich in unterschiedliche Richtungen voneinander weg bewegen. Ihr Zustand kann analog zu (6.0) beschrieben werden:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_1\rangle|\downarrow_2\rangle - |\downarrow_1\rangle|\uparrow_2\rangle)$$

Wobei die einzelnen Spinzustände wie die zuvor kennengelernten Polarisationszuständen beschrieben werden, mit Spin-Up $|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und Spin-Down $|\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ in z-Richtung. Eine Messung des Spins an einem einzelnen Teilchen kann durch einen Stern-Gerlach-Magneten durchgeführt werden und entspricht dem Operator $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$ oder $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}$. Wobei $\vec{a}$ und $\vec{b}$ beliebigen normierten Messrichtungen entsprechen ($|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$) und $\vec{\sigma} = \{\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z\}$ mit den Paulimatrizen:

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Die Messung des Spins eines einzelnen Teilchens kann nur +1 oder -1 ergeben, wenn entlang der gleichen Richtung gemessen wird.³⁹ Also wenn $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$ den Wert 1 ergibt, dann ergibt $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{a}$ den Wert -1, oder umgekehrt.

Der quantenphysikalische Erwartungswert ergibt sich als $\langle\psi|\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a} \otimes \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}|\psi\rangle$ mit

$$\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} a_3 & a_1 - ia_2 \\ a_1 + ia_2 & -a_3 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} b_3 & b_1 - ib_2 \\ b_1 + ib_2 & -b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}|\uparrow\rangle = a_3|\uparrow\rangle + (a_1 + ia_2)|\downarrow\rangle \text{ und } \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}|\uparrow\rangle = b_3|\uparrow\rangle + (b_1 + ib_2)|\downarrow\rangle$$

$$\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}|\downarrow\rangle = (a_1 - ia_2)|\uparrow\rangle + (-a_3)|\downarrow\rangle \text{ und } \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}|\downarrow\rangle = (b_1 - ib_2)|\uparrow\rangle + (-b_3)|\downarrow\rangle$$

Bei der Berechnung des Erwartungswerts des Verschränkten Zustand muss beachtet werden, dass $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$ und $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}$ jeweils nur auf ein Teilchen wirken:

$$\begin{aligned} \langle\psi|\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a} \otimes \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}|\psi\rangle &= \\ &= \frac{1}{2}[\langle\uparrow|\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}|\uparrow\rangle_1\langle\downarrow|\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}|\downarrow\rangle_2 - \langle\uparrow|\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}|\downarrow\rangle_1\langle\downarrow|\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}|\uparrow\rangle_2 \\ &\quad - \langle\downarrow|\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}|\uparrow\rangle_1\langle\uparrow|\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}|\downarrow\rangle_2 + \langle\downarrow|\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}|\downarrow\rangle_1\langle\uparrow|\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}|\uparrow\rangle_2] \\ &= \frac{1}{2}[-a_3b_3 - (a_1 - ia_2)(b_1 + ib_2) - (a_1 + ia_2)(b_1 - ib_2) - a_3b_3] \\ &= -\vec{a} \cdot \vec{b} \end{aligned} \tag{6.1}$$

Wenn wir nun mit EPR davon ausgehen, dass Lokalität herrscht, dann kann die Messung des Spins des einen Teilchens keinen Einfluss auf die Messung beim anderen Teilchen haben und der

³⁸ Er bezieht sich dabei auf ein Gedankenexperiment von Bohm und Aharanov, die das EPR Problem für eine Messung an einem $\text{Spin}\frac{1}{2}$ -Teilchens beschreiben [43].

³⁹ Wir nehmen für $\frac{\hbar}{2} = 1$ an.

Spinzustand muss vorherbestimmt sein. Dazu führt Bell die zusätzlichen Parameter λ ein, für die eine normierte Wahrscheinlichkeitsverteilung gilt:

$$\int \rho(\lambda) d\lambda = 1$$

Das Ergebnis der Messung $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$ hängt dann nur von λ und $\vec{a}$ ab und gleiches gilt für $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}$:

$$A(\vec{a}, \lambda) = \pm 1, B(\vec{b}, \lambda) = \pm 1 \quad (6.2)$$

Der Erwartungswert für eine Messung mit den Messrichtung $\vec{a}$ und $\vec{b}$ entspricht dann dem Produkt von $A(\vec{a}, \lambda)$ und $B(\vec{b}, \lambda)$:

$$P(\vec{a}, \vec{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}, \lambda) \quad (6.3)$$

Wenn die lokal verborgenen Variablen in der Lage sein sollen, die quantenphysikalischen Vorhersagen korrekt zu reproduzieren, dann muss bei paralleler Messrichtung der Erwartungswert mit (6.1) $P(\vec{a}, \vec{b}) = -1$ sein. Das geht nur mit $\vec{a} = \vec{b}$ und $A(\vec{b}, \lambda) = -B(\vec{b}, \lambda)$. Dann kann (6.3) geschrieben werden als:

$$P(\vec{a}, \vec{b}) = - \int d\lambda \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) A(\vec{b}, \lambda)$$

Als nächstes betrachtet Bell einen weiteren Einheitsvektor $\vec{c}$, also eine weitere Messrichtung, dann gilt:

$$P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{c}) = - \int d\lambda \rho(\lambda) [A(\vec{a}, \lambda) A(\vec{b}, \lambda) - A(\vec{a}, \lambda) A(\vec{c}, \lambda)]$$

Dies kann mit $A(\vec{b}, \lambda)^2 = 1$ auch geschrieben werden als:

$$P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{c}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) A(\vec{b}, \lambda) [A(\vec{b}, \lambda) A(\vec{c}, \lambda) - 1]$$

Als nächstes wird auf beiden Seiten der Betrag gebildet und die Dreiecksungleichung angewendet:

$$\begin{aligned} |P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{c})| &= \left| \int d\lambda \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) A(\vec{b}, \lambda) [A(\vec{b}, \lambda) A(\vec{c}, \lambda) - 1] \right| \\ &\leq \int d\lambda \rho(\lambda) |A(\vec{b}, \lambda) A(\vec{c}, \lambda) - 1| \\ &= \int d\lambda \rho(\lambda) [1 - A(\vec{b}, \lambda) A(\vec{c}, \lambda)] \\ &= 1 + P(\vec{b}, \vec{c}) \\ |P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{c})| &\leq 1 + P(\vec{b}, \vec{c}) \end{aligned} \quad (6.4)$$

Wir erhalten somit eine Ungleichung für 3 verschiedene Messrichtungen. Wenn wir die folgenden Messrichtungen (siehe Abb. 30) annehmen: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ und $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$.

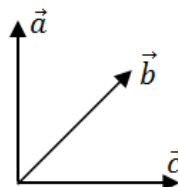


Abb. 30: Messrichtungen

Dann kann leicht gezeigt werden, dass die obige Ungleichung (6.4) durch die Erwartungswerte der Quantenphysik (6.1) verletzt wird:

$$|-\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}| \leq 1 - \vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \not\leq 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Die Ergebnisse der Quantenphysik können also nicht durch verborgene lokale Variablen reproduziert werden. Bell schließt daraus, dass es in einer Theorie mit verborgenen Variablen, die die Messergebnisse definieren, einen nicht lokalen Mechanismus geben muss, der dafür sorgt, dass die Einstellungen der Messrichtungen bei A einen instantanen Einfluss auf die Messung bei B haben und umgekehrt. Alternativ kann es aus seiner Sicht auch sein, dass die Vorhersage der Quantenphysik für solche Experimente ungültig ist und dass sie nur Experimente beschreiben kann, bei denen die Messungen so nahe sind, dass ein lokaler Informationsaustausch (mit maximal Lichtgeschwindigkeit) zwischen den Stationen während einer Messung möglich ist.⁴⁰

Neben dieser ursprünglichen Ungleichung von Bell wurden eine Reihe weiterer Ungleichungen erstellt, die als Bellsche Ungleichungen bezeichnet werden.⁴¹

Für das hier präsentierte Experiment eignet sich eine weitere Ungleichung von Bell aus dem Jahr 1971 [47], da sie im Gegensatz zu ursprünglichen Ungleichung nicht von perfekter Korrelation und fehlerfreien Messvorrichtungen ausgeht. Bell geht davon aus, dass auch die Messvorrichtungen durch verborgene lokale Variablen bestimmt sein könnten und dass es praktisch auch vorkommt, dass ein Detektor kein Photon registriert. Er erhält dabei folgende Ungleichung:

$$|P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{b}')| + |P(\vec{a}', \vec{b}') + P(\vec{a}', \vec{b})| \leq 2 \quad (6.5)$$

Auch hier kann leicht gezeigt werden, dass sie durch (6.1) verletzt wird. Nehmen wir die

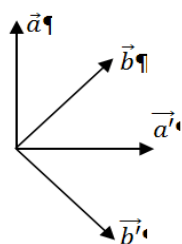


Abb. 31: Messrichtungen

Messrichtungen wie in Abb. 31 an, dann gilt:

$$\begin{aligned} & |P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{b}')| + |P(\vec{a}', \vec{b}') + P(\vec{a}', \vec{b})| \\ &= |-\vec{a} \cdot \vec{b} - (-\vec{a} \cdot \vec{b}')| + |-\vec{a}' \cdot \vec{b}' + (-\vec{a}' \cdot \vec{b})| \\ &= \left| -\frac{1}{\sqrt{2}} - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \right| + \left| -\frac{1}{\sqrt{2}} + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \right| = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

⁴⁰ Bzw. dass die Einstellungen der Messapparaturen lange vor der Messung feststehen.

⁴¹ Siehe beispielsweise [44][45][46].

6.3 Schlupflöcher und Experimente

Bell hat, wie bereits oben erwähnt, festgestellt, dass bei einer experimentellen Überprüfung seiner Ungleichung einige Bedingungen erfüllt sein müssen, dass lokale Variablen ausgeschlossen werden können. Diese Bedingungen werden auch Schlupflöcher genannt. Ein experimenteller Test sollte möglichst versuchen, diese Schlupflöcher (engl. „loopholes“) nicht zu ermöglichen.

Die wichtigsten Schlupflöcher sind dabei, das „**locality loophole**“, „**fair-sampling loophole**“ (detection loophole) und das „**freedom-of-choice loophole**“.

„**Locality loophole**“: Der Versuchsaufbau muss so gestaltet sein, dass es für die Messstationen nicht möglich ist auf lokale Weise Informationen über die Messeinstellungen auszutauschen. Dies gewährleistet die Bedingung, dass die Einstellung bei A keinen lokalen Einfluss auf die Einstellungen und damit das Ergebnis bei B haben kann. Ansonsten wäre es denkbar, dass die Stationen eben auf unbekannte Weise Informationen austauschen und sich gegenseitig beeinflussen. Dies wird dadurch erreicht, dass die Messstationen weit genug voneinander und der Quelle entfernt sind und dass die Messeinstellungen schnell genug und zufällig erfolgen.

„**Fair-sampling loophole**“ (detection loophole): Da die Detektoren keine hundertprozentige Effizienz aufweisen, entsprechen die gemessenen Teilchen nur einem Teil der möglichen Messungen. Aus Sicht verborgener lokaler Variablen ist es möglich, dass gerade die gemessenen Teilchen die Ungleichung verletzen, bei einer Betrachtung aller Teilchen würde die Ungleichung jedoch erfüllt.

„**Freedom-of-choice loophole**“: Es muss gewährleistet sein, dass die Einstellungen der Messrichtungen frei oder zufällig gewählt werden und nicht voneinander abhängen.

Die ersten experimentellen Tests von Bellschen Ungleichungen benützten Photonenpaare, die durch Atomkaskaden erzeugt wurden, an Stelle von Spin-Messungen, wird die Polarisation der dabei erzeugten Photonen gemessen. Der erste experimentelle Test erfolgte 1972 [48], die ersten Experimente die signifikant einzelne Schlupflöcher vermieden, folgten 1981 und 1982 [49][50]. Daran lässt sich erkennen, dass einerseits die technischen Gegebenheiten für solche Tests zuerst entwickelt werden mussten und andererseits, dass es nach wie vor dauerte, bis sich das Interesse an Verschränkungsexperimenten steigerte und auch mehr Mittel zur Verfügung gestellt wurden. Heute sieht die Situation anders aus und Verschränkungsexperimente mit Photonen sind mittlerweile auch in quantenphysikalischen Praktika für Studenten zugänglich, in der Forschung werden immer genauere Experimente durchgeführt, mittlerweile wurden die drei hier genannten Schlupflöcher gleichzeitig signifikant geschlossen [51][52][53].

6.4 Erzeugung von verschränkten Photonenpaaren

Für die Erzeugung wird im vorliegenden Experiment die spontane parametrische Fluoreszenz ausgenutzt, im Englischen als Spontaneous Parametric Down Conversion (SPDC) bezeichnet. Dabei wird benutzt, dass, wenn ein Pumpstrahl auf einen nicht linearen optischen Kristall trifft, aus einem absorbierten Pump-Photon zwei Polarisationsverschränkte Photonen entstehen. Eine detaillierte Darstellung und Erklärung des SPDC Prozesses lässt sich beispielsweise bei Shih [54] finden.

Wenn Licht auf ein nicht lineares optisches Medium trifft, dann induziert es eine Polarisation, die folgendermaßen angeschrieben werden kann:

$$P_i = x_{i,j}^{(1)} E_j + x_{i,j,k}^{(2)} E_j E_k + x_{i,j,k,l}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots$$

Wobei $x^{(m)}$ der Tensor der nichtlineare Suszeptibilität m -ter Ordnung ist und E dem induzierenden elektrischen Feld entspricht. Für den Prozess der SPDC ist $x^{(2)}$ verantwortlich. Die Wechselwirkung mit dem Material wird mit dem Hamiltonoperator beschrieben:

$$\hat{H} = \epsilon_0 \int_V d^3\vec{r} x_{i,j,k}^{(2)} \hat{E}_i \hat{E}_j \hat{E}_k$$

V ist das Wechselwirkungsvolumen und $\hat{E}_i, \hat{E}_j, \hat{E}_k$ sind Feldoperatoren. Nach [54] lässt sich daraus mit einem störungstheoretischen Ansatz der Zustand ermitteln, der die Erzeugung der beiden Photonen beschreibt, wobei eine unendliche Wechselwirkungszeit in einem unendlich großen Kristall angenommen wird:

$$|\psi'\rangle = A \int d^3\vec{k}_e \int d^3\vec{k}_o \delta(\omega_e + \omega_o - \omega_p) \delta(\vec{k}_p - \vec{k}_e - \vec{k}_o) \hat{a}_{\vec{k}_e}^\dagger \hat{a}_{\vec{k}_o}^\dagger |0\rangle$$

Dabei fasst A alle auftretenden Konstanten zusammen, $\vec{k}_p$ ist der Wellenvektor und ω_p die Frequenz des Pumpstrahls, analog sind $\vec{k}_e, \vec{k}_o$ Wellenvektoren und ω_e, ω_o die Frequenzen der entstehenden außerordentlich (Indizes e) und ordentlich polarisierten Photonen (Indizes o), $\hat{a}_{\vec{k}_e}^\dagger$ und $\hat{a}_{\vec{k}_o}^\dagger$ sind die jeweiligen Erzeugungsoperatoren und $|0\rangle$ ist der Vakuumzustand. Es entsteht somit unter der Einstrahlung eines Pumpstrahls ein Paar von Photonen, eines außerordentlich polarisiert und eines ordentlich polarisiert.⁴²

Bei Betrachtung der δ -Funktionen sieht man, dass in Übereinstimmung mit Energie und Impulserhaltung gelten muss:

$$\omega_p = \omega_e + \omega_o$$

$$\vec{k}_p = \vec{k}_e + \vec{k}_o$$

Im Kristall sind dabei nur bestimmte Ausbreitungsrichtungen möglich. Für den Fall, dass $\omega_e = \omega_o = 2\omega_p$ entstehen zwei gleich große Kegeloberflächen, die sich schneiden, wie in Abb. 32 dargestellt.⁴³

⁴² Außerordentlich polarisiert bedeutet, dass die Polarisation parallel zur aufgespannten Ebene zwischen $\vec{k}_p$ und der optischen Achse des Kristalls ist und ordentlich, dass sie normal auf die Ebene steht. Außerordentlich und ordentlich sind somit entgegengesetzt polarisiert

⁴³ Dies gilt für den im Experiment verwendeten BBO-Kristall Typ II. Für eine detaillierte Bestimmung des Austrittswinkels siehe wieder [54] [54] oder auch [55].

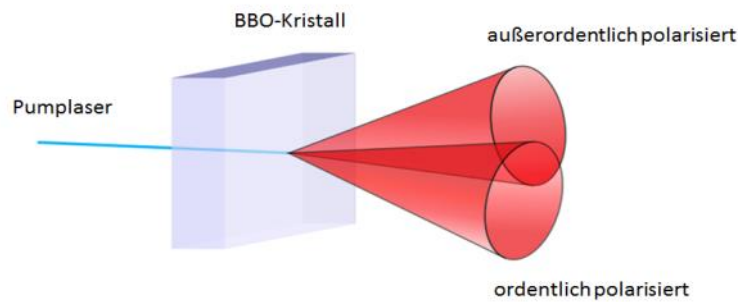


Abb. 32: Die Down-Conversion-Photonen verlassen den Kristall nur entlang zwei gedachter Kegeloberflächen.

Ein Schnitt durch die Kegeloberflächen entspricht Abb. 33. Es kann nun ausgenutzt werden, dass die beiden Kegel im Vergleich zueinander gerade entgegengesetzt polarisiert sind:

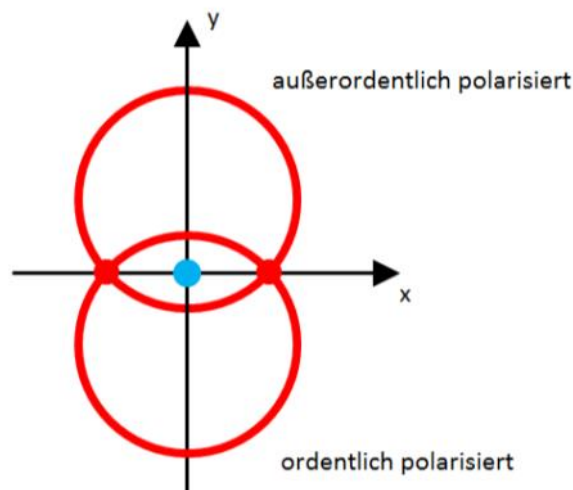


Abb. 33: Darstellung eines gedachten Schnitts durch die Kegeloberflächen aus Abb. 32. Die roten Punkte markieren die Schnittpunkte. Der blaue Punkt entspricht dem Pumplaser.

Ein Photon befindet sich beispielsweise auf dem oberen Kegel und ist horizontal polarisiert, dann befindet sich das dazugehörige Partnerphoton auf der gegenüberliegenden Seite auf dem unteren Kegel und ist vertikal polarisiert. Wenn sich ein Photon im Schnittpunkt befindet, dann befindet sich das Partnerphoton immer im anderen Schnittpunkt. Um nun eine Verschränkung zu erreichen muss gewährleistet sein, dass das Wellenpaket, das beide Photonen beschreibt, in Ort und Zeit nicht unterscheidbar ist. Wegen der unterschiedlichen Polarisation von außerordentlichem und ordentlichem Strahl, erfahren die Beiden unterschiedliche Brechungsindizes im Kristall, sie haben also unterschiedliche Geschwindigkeiten. Dies kann dadurch kompensiert werden, dass die Photonen hinter dem Kristall durch eine $\frac{\lambda}{2}$ Platte geschickt werden, die die Polarisation um 90° dreht⁴⁴, danach werden sie durch einen weiteren Kristall mit identischen Eigenschaften aber halber Dicke geschickt. Damit wird der Unterschied zwischen den beiden Strahlen im Mittel kompensiert und das

⁴⁴ Außerordentlicher und ordentlicher Strahl werden demnach getauscht.

Wellenpaket ist ununterscheidbar.⁴⁵ Wenn wir nun nur die Photonenpaare der Schnittpunkte betrachten, erhalten wir einen polarisationsverschränkten Zustand, wie in (6.0):

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H_1\rangle|V_2\rangle - |V_1\rangle|H_2\rangle) \quad (6.6)$$

Der SPDC-Prozess liefert uns somit ein Verschränktes Photonenpaar, welches sich räumlich getrennt ausbreitet und damit gut für ein Experiment verwendet werden kann.

Neben dem hier beschriebenen Verschränkungszustand (6.6) gibt es drei weitere sogenannte maximal verschränkte Zustände für zwei Teilchen, auch als Bell-Zustände bezeichnet. Der angeführte Zustand kennzeichnet sich dadurch aus, dass er rotationsinvariant ist. Er bleibt also auch erhalten, wenn die Messbasis der Polarisation gedreht wird. Wenn wir anstelle von horizontal und vertikal die Messbasis auf diagonal und antidiagonal drehen, erhalten wir denselben Zustand:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|D_1\rangle|A_2\rangle - |A_1\rangle|D_2\rangle)$$

Dies lässt sich leicht überprüfen, indem einfach die Definitionen von (4.1) in (6.6) eingesetzt werden.

6.5 Experimenteller Aufbau: Verschränkte Photonen

Das Experiment dient zur Demonstration der Herstellung von verschränkten Photonenpaaren, im Weiteren zum Beleg, dass diese Verschränkung nicht durch die Annahmen von verborgenen lokalen Variablen nach Bell erklärt werden kann.

Der Aufbau besteht aus einer Vielzahl von optischen Geräten, er lässt sich unterteilen in die sogenannte Verschränkungs-Quelle, zwei räumlich getrennte Messstationen, die als Alice beziehungsweise Bob bezeichnet werden und die Koinzidenzlogik mit der Auswertung der Ergebnisse auf einem Computer. Ein Übersichtsplan ist in Abb. 34 dargestellt, ein Bild der Quelle in Abb. 35, in Abb. 36 und Abb. 37 ist der detaillierte schematische Plan von Quelle und den Messstationen ersichtlich. Die Quelle ist auf einem Breadboard montiert, welches durch einen schwarzen

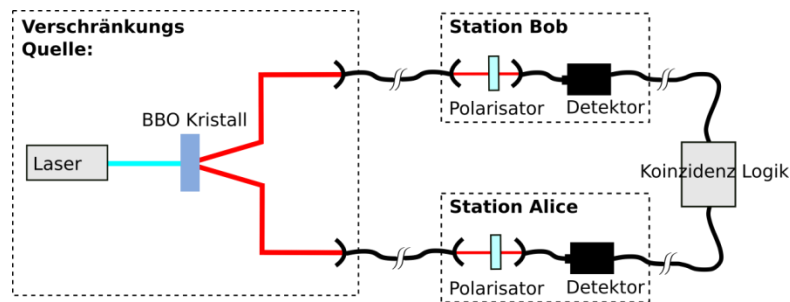


Abb. 34: Übersichtsplan des Verschränkungsexperiments

Metallrahmen umgeben ist, der mit einer speziellen Plexiglasscheibe abgedeckt ist, die das Licht des Lasers nicht durchlässt. Somit ist gewährleistet, dass die Quelle im Betrieb betrachtet werden kann, jedoch nicht gefährlich für die Besucher und Besucherinnen ist.

⁴⁵ Für eine genauere Beschreibung und Herleitung siehe wieder [54] [54]oder [55].

Im Experiment wird ein Laser mit einer Wellenlänge von 405nm und 60mW als Quelle für den Pumpstrahl benutzt. Dieser erregt in einem BBO-Kristall Typ II verschränkte Photonenpaare mit einer Wellenlänge von 810nm. Dabei wird die Elliptizität der Polarisation des Laserstrahl mit einer $\frac{\lambda}{4}$ Platte kompensiert und mit einer Linse auf den Kristall fokussiert.

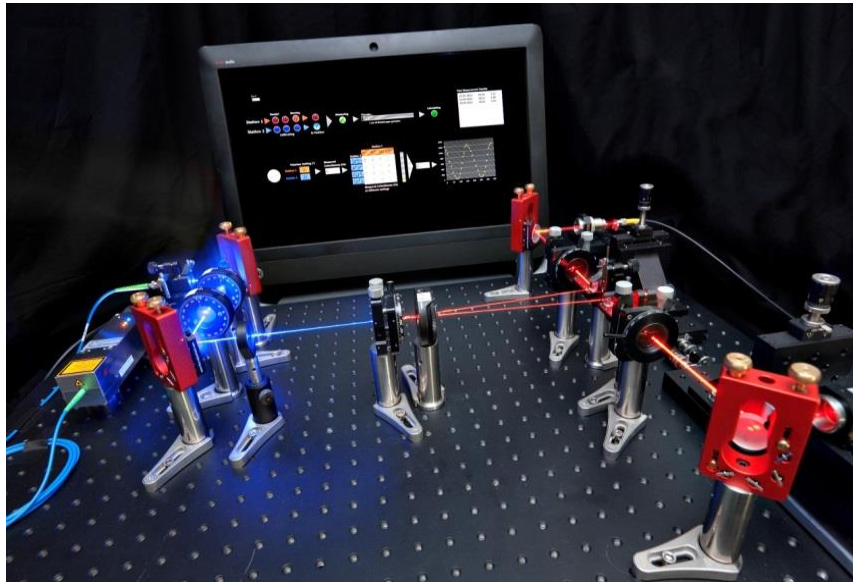


Abb. 35: Aufbau der Verschränkungsquelle Picture 23-05-2012 (c) Lois Lammerhuber

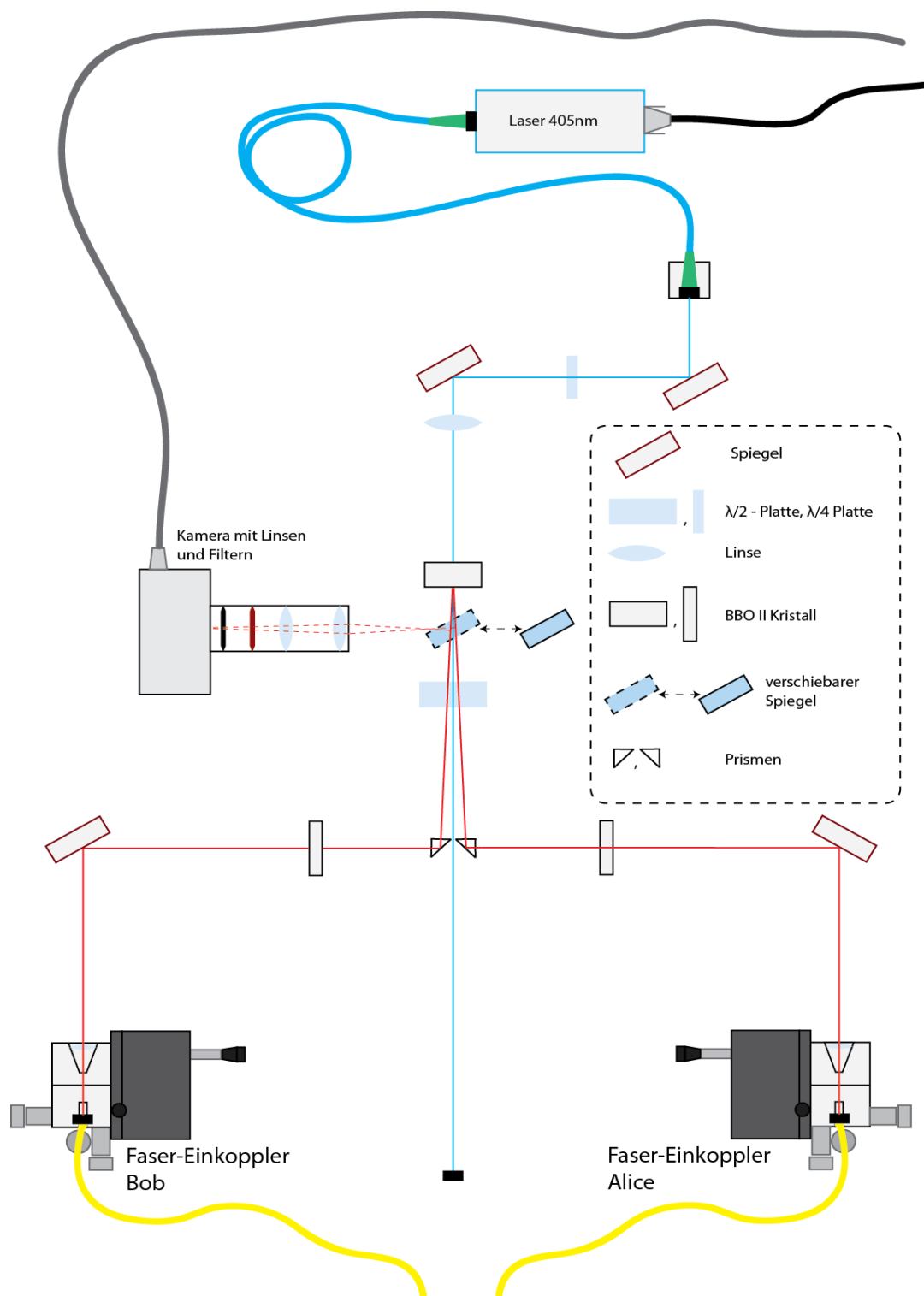


Abb. 36: Detailplan der Verschränkungsquelle

Direkt hinter dem Kristall befindet sich ein verschiebbarer Spiegel, dieser kann von außen mit einem Stab händisch verschoben werden. In Position hinter dem Kristall leitet der Spiegel das Licht direkt in eine Kamera um. Dieser ist ein Bandpassfilter, der lediglich eine Wellenlänge von $810 \pm 2 \text{ nm}$ durchlässt, zusätzlich ein Longpassfilter, der das intensive Licht des Pumplasers weiter abschwächt,

und eine Linse vorgebaut, die die divergierenden Strahlen des Photonenpaares auf den Chip der Kamera abbildet. Mit der Kamera ist es somit möglich, die Ringe der oben beschriebenen Down Conversion zu zeigen, die Ausgabe erfolgt am Bildschirm des Doppelspaltexperiments, welches auf demselben Tisch aufgebaut ist. Wenn der verschiebbare Spiegel nicht im Weg steht, dann tritt das Photonenpaar durch die $\frac{\lambda}{2}$ Platte durch, die die Polarisation um 90° dreht. Über Prismen werden beide Teile des verschränkten Zustands durch jeweils einen BBO Kristall halber Dicke geleitet, über jeweils einen Spiegel und eine Linse schließlich in eine Singlemode Glasfaser eingekoppelt. Der eine

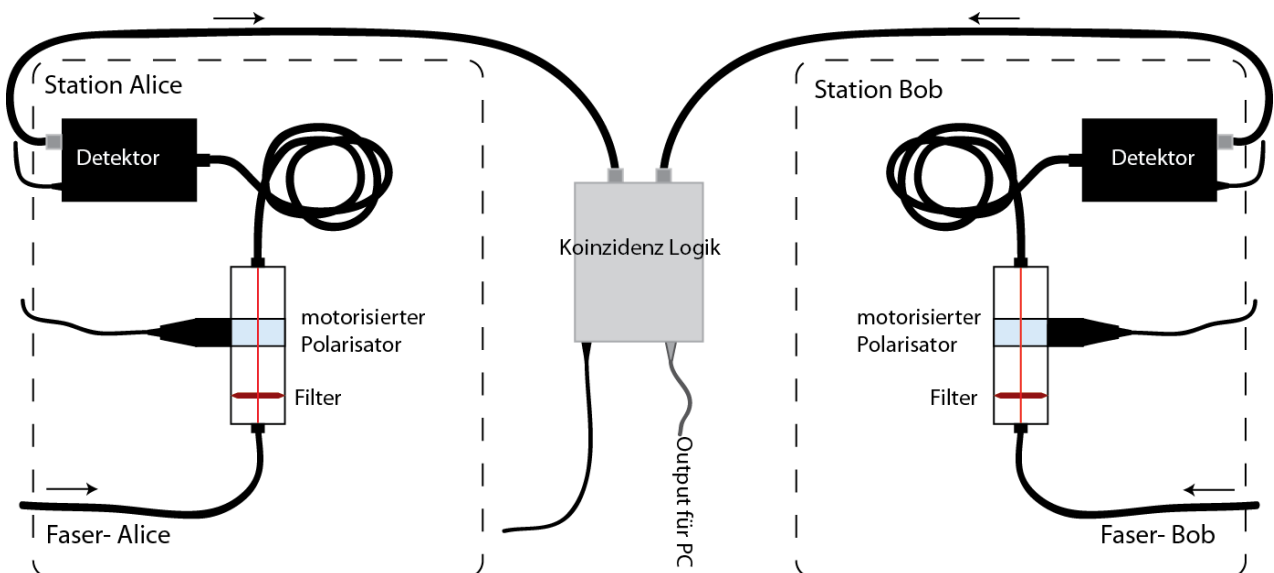


Abb. 37: Detailplan der Messstationen

Teil des verschränkten Photonenpaares gelangt so zur Station Bob und der andere Teil zur Station Alice, siehe Abb. 36.

In den jeweiligen Messstationen durchläuft das Licht zunächst einen Bandpassfilter für 810nm und trifft dann auf einen motorisierten, drehbaren Polarisator, danach wird es in ein Multimode Glasfaserkabel eingekoppelt und schließlich von einem Detektor (Avalanche Photodiode kurz APD) detektiert. Der Aufbau der Messstationen ist jeweils auf einem kleinen Breadboard montiert, die kurze Strecke des Lichts außerhalb der Faser ist mit Hilfe von „Lens Tubes“ gegen von außen einfallendem Licht geschützt, siehe Abb. 38. Die Multimodefaser ist aus demselben Grund mehrfach mit schwarzem Klebeband umwickelt. Dies ermöglicht mit recht einfachen Mitteln ein

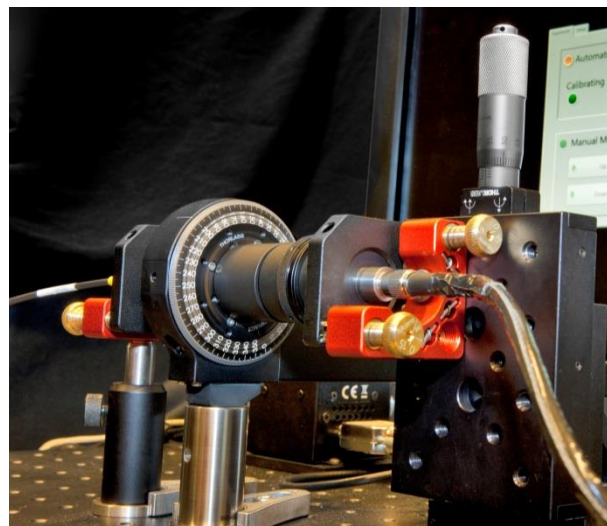


Abb. 38: Bild des Polarisators bei einer Messstation. Picture 23-05-2012 (c) Lois Lammerhuber

Experimentieren bei Tageslicht.

Die Detektionen der beiden Messstationen werden zur Koinzidenzlogik gesendet und dort im Hinblick auf ihren Detektionszeitpunkt betrachtet. Das Zeitfenster für eine gleichzeitige Detektion ist dabei $\Delta t = 3ns$ und wird als Koinzidenz ausgegeben.⁴⁶ Zur Ausgabe des Ergebnisses und zur Steuerung der Polarisatoren wird das Programm Lab View genutzt. Die Eigentliche Bell-Messung läuft voll automatisch ab. Die beiden Messstationen führen durch Lab View gesteuert vorprogrammierte Winkelstellungen aus und die auftretenden Koinzidenzen werden übersichtlich mit einem Computer bei der Quelle dargestellt. Das Interface ist in Abb. 39 dargestellt. Bei den jeweiligen Messstationen befindet sich ebenfalls jeweils ein Computer, der die motorisierten Polarisatoren steuert und die Stellung samt den gerade gemessenen Koinzidenzwerten übersichtlich darstellt, siehe Abb. 40.

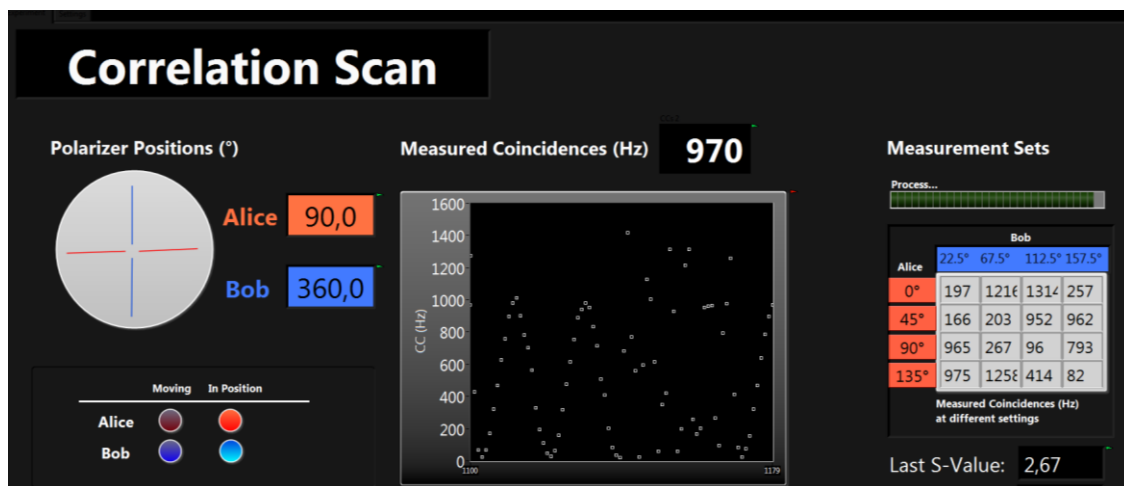


Abb. 39: Interface der Bell-Messung. In der Tabelle rechts sind die Winkelpositionen mit den Koinzidenzen, sowie den Winkelstellungen ersichtlich. Darunter steht der daraus berechnete Bell-Wert (S-Value). Links sind die momentanen Winkelpositionen der Messstationen dargestellt. In der Mitte sind die Koinzidenzen unterschiedlicher Messungen in einem Diagramm dargestellt.

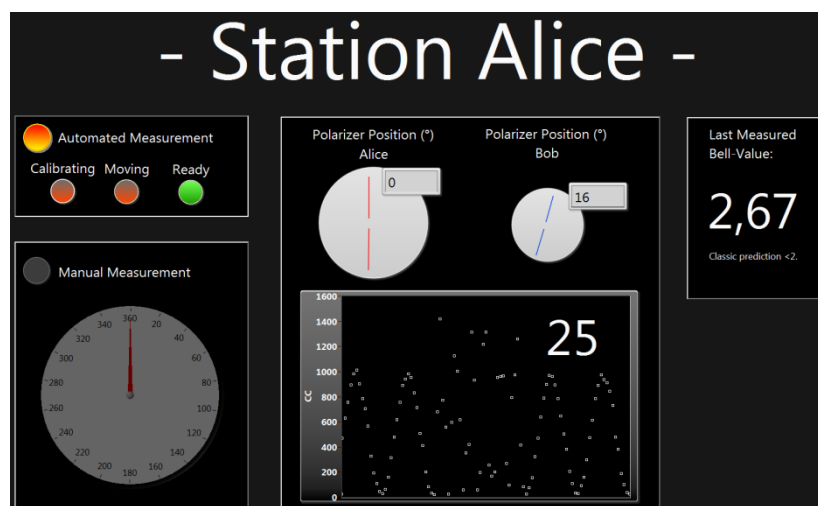


Abb. 40: Interface der Messstation Alice. Links sieht man wie die Messung abläuft und ob sie automatisiert oder manuell durchgeführt wird. In der Mitte sieht man die Winkelpositionen der Polarisatoren und darunter die zuletzt gemessenen Koinzidenzen in einem Diagramm. Rechts der zuletzt berechnete Bell-Wert.

⁴⁶ Zusätzlich ist ein Delay nötig, da der Weg zu den beiden Messstation und von den beiden Messstationen zur Koinzidenzlogik nicht exakt gleich groß ist.

6.6 Justierung des Experiments

Beim Aufbau des Experiments wird zunächst der Pumpaserstrahl mit Hilfe von Lochblenden möglichst perfekt in einer waagrechten Geraden justiert, in die der BBO-Kristall eingesetzt wird. Zur Einkopplung der unsichtbaren Kegelschnittpunktstrahlen werden rote Justierlaser verwendet. Die Justierlaser werden jeweils direkt von Hinten an die beiden Fasern gehängt und der Strahlenverlauf wird rückwärts von den Einkopplern ausgehend aufgebaut. Dabei wird mit Hilfe der Lochblenden der Justierlaserstrahl jeweils so eingestellt, dass er einerseits in derselben Höhe wie der Pumpaser liegt und andererseits in einem Winkel von 3° im Vergleich zum Pumpaser auf den Kristall trifft. Anschließend werden Bandpassfilter für $810 \pm 2 \text{ nm}$ vor die Einkoppler gestellt und die Detektoren anstelle der Justierlaser an die Faser angehängt. Es wird die Einkopplung auf die Wellenlänge von 810 nm optimiert und zunächst versucht ein Maximum an Einzeldetektionen an den jeweiligen Detektoren zu erreichen. Dazu stehen bei den Einkopplern horizontale und vertikale Verschiebung, horizontale und vertikale Verkippung und Veränderung des Fokusabstands zur Verfügung. Dabei wird so vorgegangen, dass beispielsweise horizontal verschoben wird bis ein Maximum erreicht ist, anschließend wird leicht horizontal gekippt, sodass die Zählraten zurückgehen, nun wird wieder verschoben und überprüft, ob sich ein höheres Maximum erreichen lässt. Ist dies der Fall wird der Vorgang wiederholt, bis das höchste Maximum erreicht wird, wenn nicht, muss der Vorgang rückgängig gemacht werden und in die andere Richtung verschoben werden. Dies wird horizontal und vertikal durchgeführt. Die maximale Einzelzählrate verschafft den Spielraum zum anschließenden Optimieren der Koinzidenzzählraten. Um sicher zu gehen, dass tatsächlich auf die Schnittpunkte der beiden ausgestrahlten Kegel optimiert wird, wird ein Polarisator in den Strahlengang vor dem jeweiligen Einkoppler gestellt. Dabei wird zunächst ein Maximum für horizontale Polarisation gesucht und anschließend der Polarisator auf vertikal gedreht, auch hier wird ein Maximum gesucht. Es wird nun zwischen den Polarisationen hin und her gewechselt und optimiert. Wenn tatsächlich genau der Schnittpunktstrahl eingekoppelt ist, dann muss die Einzelzählrate für beide Polarisationsrichtungen gleichzeitig ein Maximum haben. Das Drehen des Polarisators ändert nichts mehr an den Einzelzählraten. Wenn dies für beide Detektoren gilt, kann mit einer sogenannten Korrelationsmessung (Correlation Scan) überprüft werden, ob tatsächlich der gewünschte verschränkte Zustand (6.6) vorliegt. Wir erwarten, dass bei gleicher Winkeleinstellung der beiden Polarisatoren praktisch keine Koinzidenzen auftauchen, bei entgegengesetzten Winkeleinstellungen dagegen ein Maximum. Ein Polarisator bleibt fixiert, der andere wird in 10° Schritten um 360° gedreht, es erfolgt für jede Position eine Koinzidenzmessung über 3 Sekunden, als Ergebnis erhält man eine Verteilung, wie in Abb. 41 sichtbar. Da der Zustand rotationsinvariant ist, sollte sich an der Form nichts ändern, wenn die Basis gewechselt wird, siehe Abb. 42.

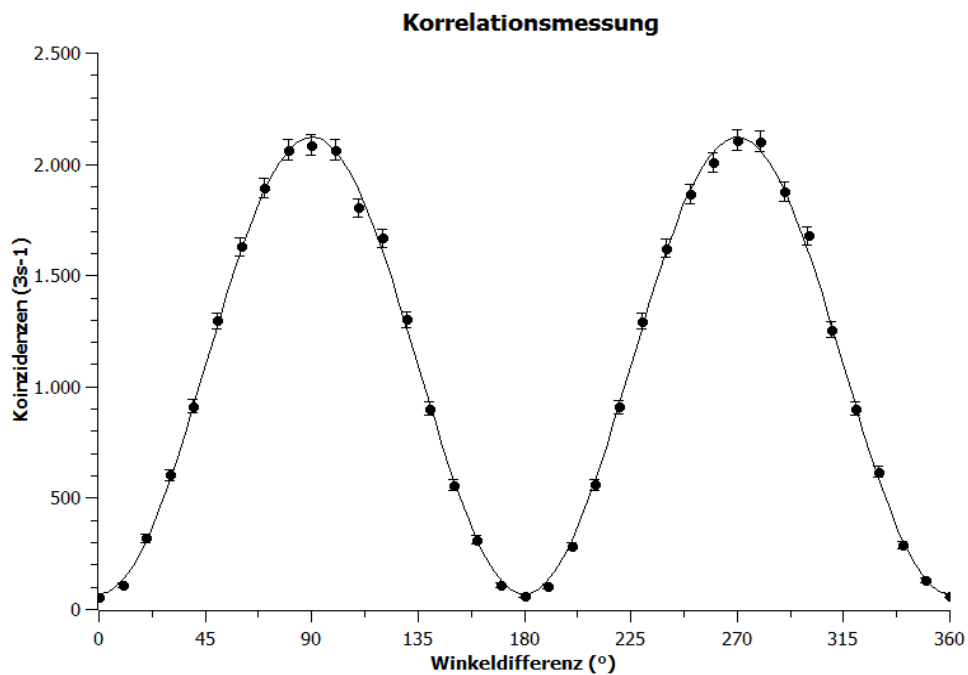


Abb. 41: Korrelationsmessung zwischen Alice und Bob mit einem $\sin^2$ -formigen Fit (für die Basis $0^\circ/90^\circ$).

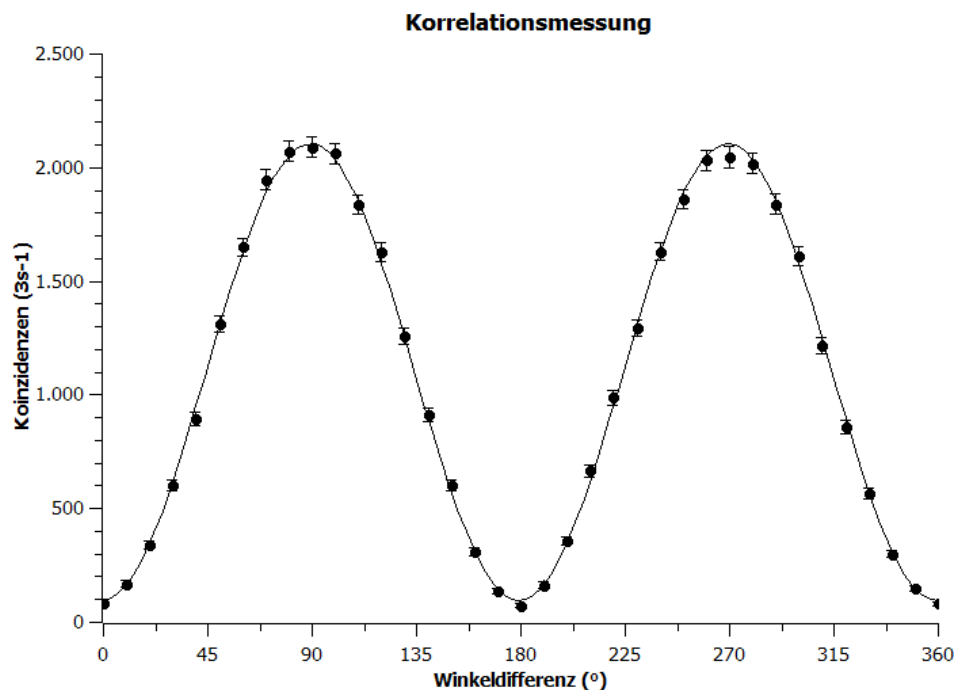


Abb. 42: Korrelationsmessung zwischen Alice und Bob mit einem $\sin^2$ -formigen Fit (für die Basis $45^\circ/135^\circ$).

Wenn der gewünschte verschränkte Zustand vorhanden ist, können die Detektoren in den eigentlichen Messstationen angehängt werden und die Quelle an die langen Glasfaserkabeln⁴⁷ angeschlossen werden, die zu Alice beziehungsweise zu Bob führen. Nun muss ein Abgleich der

⁴⁷ Während der Ausstellung auf der dokumenta (13) waren die beiden Messstationen in etwa 25 Meter Luftlinie voneinander entfernt.

Glasfaserkabeln durchgeführt werden. Wie im Experiment Licht in einem Glasfaserinterferometer bereits erwähnt wurde, kann durch Biegen und Krümmung der Glasfaserkabel eine Polarisationsdrehung entstehen.⁴⁸ Da die Polarisationsmessung erst am Ende der Faser erfolgt und nicht vor dem Einkoppeln, muss diese Polarisationsdrehung ausgeglichen werden, dazu gibt es für jede Faser einen Paddle Controller, der ein Faserstück kontrolliert verdreht und so die Polarisation dreht.⁴⁹ [14] Es wird nun vor jeden Einkoppler ein Polarisator positioniert und es erfolgt ein Abgleich der Polarisatoren vor den Fasern mit den Polarisatoren in den Messstationen. Dabei wird der Polarisator in der Messstation auf 0° eingestellt und der Polarisator vor dem Einkoppler auf horizontal eingestellt. Die Paddle Controller werden so verdreht, dass bei dieser Einstellung ein Maximum der Einzelzählrate erreicht wird. Dann wird der Polarisator der Messstation auf 90° eingestellt und es sollte ein Minimum der Einzelzählrate erreicht werden, was den Dark Counts⁵⁰ des Detektors entsprechen sollte. Danach wird dieser Vorgang auch für eine diagonale Polarisationsstellung des Polarisators vor dem Einkoppler und der Einstellung von 45° (→ Maximum) und 135° (→ Minimum) in der Messstation durchgeführt. Es muss solange zwischen horizontal und diagonal hin und her gewechselt werden und jeweils die Stellung der Paddle Controller angepasst werden, bis die Minima der Einzelzählraten in beiden Fällen in etwa gleich groß sind und praktisch den Dark Counts entsprechen.

6.7 Ergebnisse

6.7.1 Darstellung der Down Conversion

Das erste Ergebnis des Experiments ist die Demonstration der Kegeloberflächen, die durch den SPDC-Prozess erzeugt werden. Dazu wird einfach der Spiegel von Hand in Position gebracht. In Abb. 43 sieht man die erwarteten gleich großen Ringe, wenn lediglich das Licht mit einer Wellenlänge von 810nm betrachtet wird. In den Schnittpunkten entstehen so verschränkte Photonenpaare.

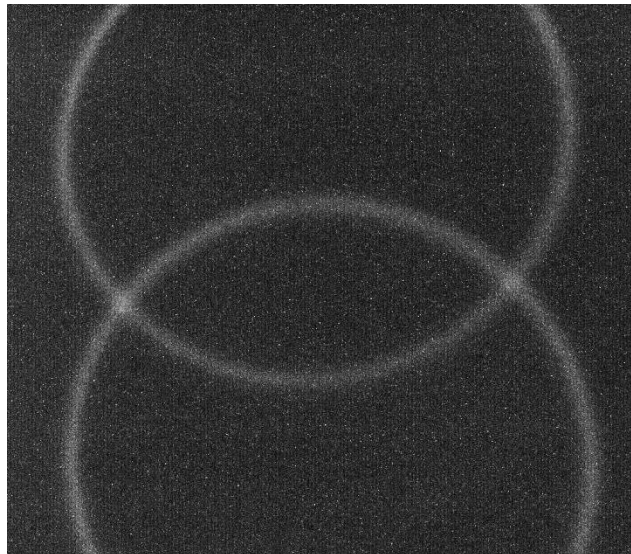


Abb. 43: Bild der Down Conversion. Aufgenommen mit einem Filter für $810 \pm 2 \text{ nm}$.

⁴⁸ siehe [13]

⁴⁹ Für die Funktionsweise siehe [14].

⁵⁰ Entspricht den elektronisch und thermisch induzierten Hintergrundereignissen des Detektors.

Unter Verwendung verschiedener Bandpassfilter lässt sich zeigen, wie sich die Ausbreitungsrichtungen der beiden Kegeloberflächen in Abhängigkeit der Wellenlänge verändern. Das Ergebnis lässt sich in Abb. 44 sehen. Der Tausch der Filter in Echtzeit ist leider nicht möglich, da dazu die Abdeckung des Experiments entfernt werden muss. Zu beachten ist, dass in diesem Fall die

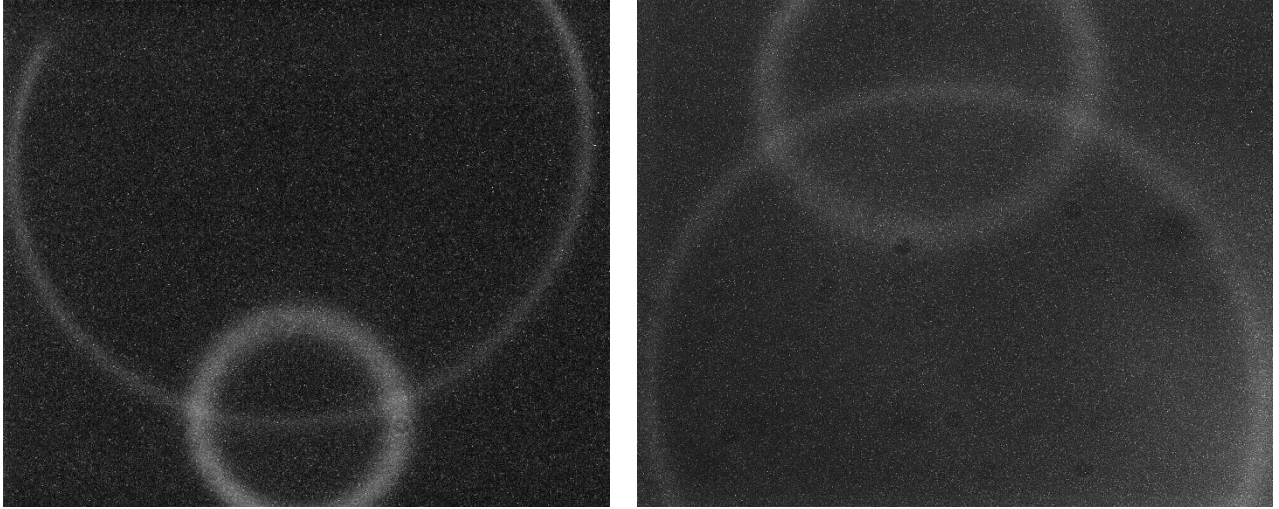


Abb. 44: Bild der Down Conversion. Links aufgenommen mit einem Filter für $760\pm 2\text{nm}$. Rechts aufgenommen mit einem Filter für $850\pm 10\text{nm}$.

Photonen der Schnittpunkte nicht verschränkt sind und die beiden Ringe nicht vom selben Pump-Photon erzeugt werden. Da sie dann die Energieerhaltung verletzen würden. Die Wellenlänge der verschränkten Photonenpaare ist im Normalfall unterschiedlich und kann nur beim Sonderfall gleich sein, wenn die Energie der beiden erzeugten Photonen gerade der halben Energie des Pump-Photons entspricht. Da für die Frequenz ja gelten muss:

$$\omega_p = \omega_e + \omega_o$$

Damit sind nur beim Filter der Wellenlänge von $810\pm 2\text{nm}$ die Photonen-Paare sichtbar, die auch vom selben Pump-Photon erzeugt wurden. In den anderen Fällen ist die Energie der beiden erzeugten Photonen unterschiedlich und damit ihre Frequenz und Wellenlänge.

6.7.2 Detektionseffizienz und Verschränkungszustand

Die Detektionseffizienz lässt sich durch den Vergleich der Einzelzählraten der beiden Detektoren im Verhältnis zur Koinzidenzzählrate bei steigender Laserleistung bestimmen, da Einzel- und Koinzidenzzählraten linear ansteigen.⁵¹ Dabei gilt $N_A = \eta_A N$ und $N_B = \eta_B N$ mit der Einzelzählrate der beiden Detektoren (N_A, N_B), der Detektionseffizienz für den jeweiligen Weg und Detektor (η_A, η_B) und der tatsächlich erzeugten Photonenanzahl (N). Mit der Bedingung für die Koinzidenzzählrate $N_k = \eta_A \eta_B N$ lässt sich die Effizienz der beiden Detektoren bestimmen als:

$$\eta_A = \frac{N_k}{N_B} \text{ und } \eta_B = \frac{N_k}{N_A}$$

Mit den Ausgleichsgeraden aus Abb. 46 und Abb. 45 ergibt sich eine Effizienz von $3,42\pm 0,07\%$ für die Detektion von Photonen bei der Station Bob und $7,3\pm 0,2\%$ für Photonen bei der Station Alice. Die hohen Verluste lassen sich insbesondere durch das lange Glasfaserkabel, sowie das erneute Aus- und

⁵¹ Vgl. mit [55].

Einkoppeln bei den Messstationen erklären. Der Unterschied zwischen den beiden Messstationen lässt sich durch die Verwendung von zwei unterschiedlichen Detektoren erklären und der Tatsache, dass eine Glasfaser auf Grund eines Knicks verkürzt wurde.

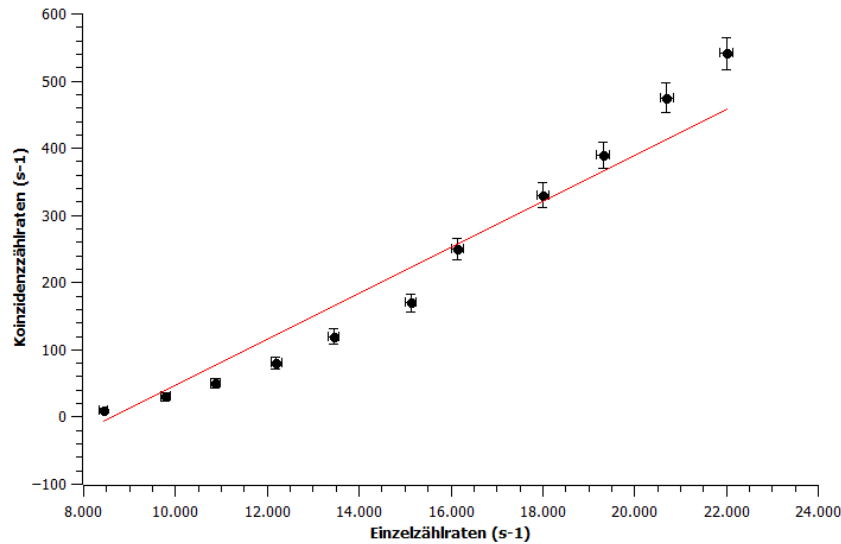


Abb. 46: Koinzidenzzählrate im Verhältnis zur Einzelzählrate von Detektor Alice mit linearem Fit.

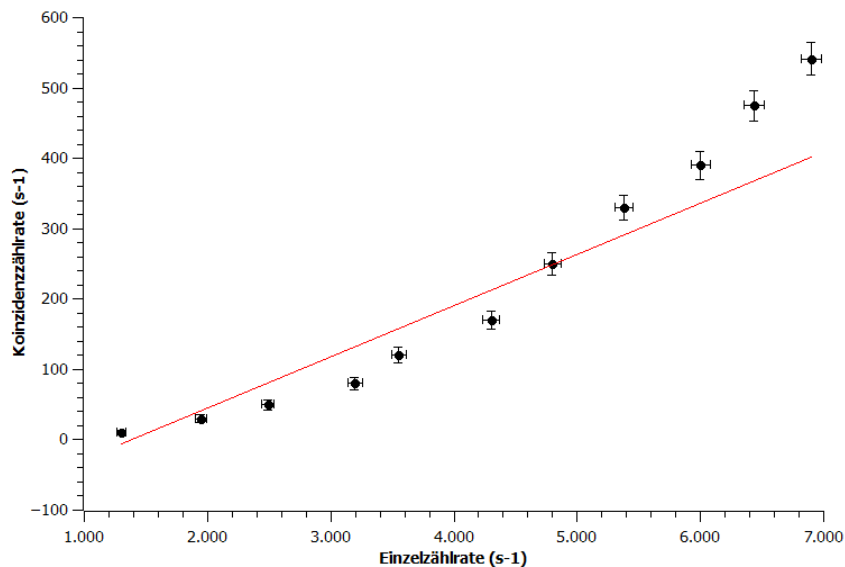


Abb. 45: Koinzidenzzählrate im Verhältnis zur Einzelzählrate von Detektor Bob mit linearem Fit.

Der Verschränkungszustand ist bereits in Abb. 41 und Abb. 42 dargestellt, ein Maß für die Verschränkung ist der Kontrast der dargestellten Kurve, die sogenannte Visibilität (V). Sie berechnet sich mit Hilfe des Koinzidenzmaximums und -minimums:

$$V = \frac{N_{k,max} - N_{k,min}}{N_{k,max} + N_{k,min}}$$

Für die Basis $0^\circ/90^\circ$ erhält man mit dem Fit aus Abb. 41 für die Visibilität $V = 0,93 \pm 0,09$ und für die Basis $45^\circ/135^\circ$ mit dem Fit aus Abb. 42 $V = 0,91 \pm 0,08$. Verschlechtert wird der Kontrast in

unserem Setup insbesondere durch die Tatsache, dass neben zufälligen auftretenden Koinzidenzen die Abstimmung der langen Glasfasern mit den Paddle Controllern nicht für beide Basen perfekt gelingt.

6.7.3 Exemplarische Verletzung der Ungleichung von Bell

Wie weiter oben schon erwähnt, eignet sich für unseren Versuchsaufbau die Ungleichung von Bell (6.5), wir definieren mit ihr den sogenannten Bell-Wert (S):

$$S := \left| P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{b}') \right| + \left| P(\vec{a}', \vec{b}') + P(\vec{a}', \vec{b}) \right|$$

Für verborgene lokale Variablen im Sinne von EPR muss dabei gelten, dass $S \leq 2$. Wenn wir ein Ergebnis bekommen, bei dem $S > 2$ gilt, dann können wir verborgene, lokale Variablen als Erklärung ausschließen.

Für die konkrete Messung entsprechen die Messrichtungen $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{a}'$ und $\vec{b}'$ den Winkelstellungen der Polarisatoren α , β , α' und β' . Für ein Photonenpaar bei einer Messung unter den Winkeln α und β gibt es pro Photon jeweils zwei mögliche Messungen: es tritt durch den Polarisator und ist dementsprechend parallel orientiert, oder es tritt nicht durch und ist orthogonal orientiert. Um auch den orthogonalen Fall zu messen, muss zusätzlich eine Messung mit normaler Winkelstellung durchgeführt werden. Insgesamt ergibt dies vier Möglichkeiten für eine Koinzidenz: Beide sind parallel (α, β), das erste ist parallel, das zweite orthogonal ($\alpha, \beta_{\perp}$), das erste ist orthogonal, das zweite parallel ($\alpha_{\perp}, \beta$) und beide sind orthogonal ($\alpha_{\perp}, \beta_{\perp}$). Im Experimente wird die Koinzidenzrate (N_k) für die vier Fälle gemessen und daraus lässt sich dann der Erwartungswert (P) für die jeweilige Winkelstellung berechnen.

$$P(\alpha, \beta) = \frac{N_k(\alpha, \beta) - N_k(\alpha, \beta_{\perp}) - N_k(\alpha_{\perp}, \beta) + N_k(\alpha_{\perp}, \beta_{\perp})}{N_k(\alpha, \beta) + N_k(\alpha, \beta_{\perp}) + N_k(\alpha_{\perp}, \beta) + N_k(\alpha_{\perp}, \beta_{\perp})}$$

Es müssen somit insgesamt Messungen für 4 mal 4 Winkelstellungen durchgeführt werden. Die Winkel zwischen den Messrichtungen aus Abb. 31 verletzen die Ungleichung maximal, jedoch für $\text{Spin}_{\frac{1}{2}}$ -Teilchen. Für Photonen müssen die Winkelstellungen halbiert werden, da aus dem Gegenteilpaar Spin-Up gegenüber Spin-Down (dies entspricht einem Messwinkelunterschied von 180°) horizontal polarisiert gegenüber vertikal polarisiert (dies entspricht einem Messwinkelunterschied von 90°) wird. Wir wählen somit die folgenden Winkelstellungen, die die Ungleichung maximal verletzen: $\alpha = 0^\circ$, $\beta = 22,5^\circ$, $\alpha' = 45^\circ$ und $\beta' = 67,5^\circ$.

	Bob:			
Alice	$\beta \quad 22,5^\circ$	$\beta' \quad 67,5^\circ$	$\beta_{\perp} \quad 112,5^\circ$	$\beta_{\perp}' \quad 157,5^\circ$
$\alpha \quad 0^\circ$	197	1216	1314	257
$\alpha' \quad 45^\circ$	166	203	952	962
$\alpha_{\perp} \quad 90^\circ$	965	267	96	793
$\alpha_{\perp}' \quad 135^\circ$	975	1258	414	82

Tabelle 1: Darstellung der gemessenen Koinzidenzraten (Messdauer 3s) für maximal verletzende Winkelstellungen.

Die Daten der Koinzidenzmessung sind in Tabelle 1 ersichtlich. Daraus lässt sich der Bell-Wert berechnen, mit:

$$P(0^\circ, 22,5^\circ) = -0,77 \pm 0,02$$

$$P(0^\circ, 67,5^\circ) = 0,59 \pm 0,02$$

$$P(45^\circ, 22,5^\circ) = -0,54 \pm 0,02$$

$$P(45^\circ, 67,5^\circ) = -0,77 \pm 0,02$$

$$S = |-0,77 - 0,59| + |-0,54 - 0,77| = \mathbf{2,67 \pm 0,03}$$

Dies entspricht einer Verletzung der klassischen Vorhersage des Bell-Werts von mehr als 20 Standardabweichungen. Die Fehler wurden auf Grundlage der statistischen Fehler der Koinzidenzraten berechnet (siehe unten). Das Ergebnis lässt sich somit nicht mit Hilfe von verborgenen lokalen Variablen im Sinne von EPR erklären. Die oben beschriebenen Schlupflöcher können durch das Experiment nicht geschlossen werden, da die Winkelstellungen lange vor dem Experiment feststehen und die Detektionseffizienz zu gering ist. Die Berechnung und Darstellung dieses exemplarischen Ergebnisses zeigt, dass sich der Aufbau für eine prinzipielle Verletzung der Bellschen Ungleichung eignet. Dabei lässt sich die Quelle während der automatisch ablaufenden Messung unter Tageslichtbedingungen betrachten und alle wichtigen optischen Instrumente sind sichtbar.

6.7.3.1 Fehlerbetrachtung

Bei der exemplarischen Berechnung der Verletzung der Ungleichung betrachten wir den statistischen Fehler. Üblicherweise wird die Statistik der Koinzidenzraten (N_k) durch eine Poissonverteilung beschrieben.⁵² Die Standardabweichung entspricht dann:

$$\Delta N_k = \sqrt{N_k}$$

Wir folgen der Fehlerbetrachtung bei [55] und definieren zwei neue Größen N_p und N_s mit:

$$N_p = N_p(\alpha, \beta) = N_k(\alpha, \beta) + N_k(\alpha_\perp, \beta_\perp)$$

$$N_s = N_s(\alpha, \beta) = N_k(\alpha, \beta_\perp) + N_k(\alpha_\perp, \beta)$$

Mit den Fehlern: $\Delta N_p = \sqrt{N_p}$ und $\Delta N_s = \sqrt{N_s}$

Dadurch lässt sich der Erwartungswert

$$P(\alpha, \beta) = \frac{N_k(\alpha, \beta) - N_k(\alpha, \beta_\perp) - N_k(\alpha_\perp, \beta) + N_k(\alpha_\perp, \beta_\perp)}{N_k(\alpha, \beta) + N_k(\alpha, \beta_\perp) + N_k(\alpha_\perp, \beta) + N_k(\alpha_\perp, \beta_\perp)}$$

folgendermaßen anschreiben (die Abhängigkeit von den Winkelstellung lassen wir übersichtlichkeitshalber weg):

$$P = \frac{N_p - N_s}{N_p + N_s}$$

⁵² Siehe [55].

Der Fehler entspricht dann mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta P = \frac{2 \cdot \sqrt{N_p^2 N_s + N_p N_s^2}}{(N_p + N_s)^2}$$

Der Fehler des Bell-Werts entspricht:

$$\Delta S = \sqrt{(\Delta P(\alpha, \beta))^2 + (\Delta P(\alpha, \beta'))^2 + (\Delta P(\alpha', \beta))^2 + (\Delta P(\alpha', \beta'))^2}$$

6.7.4 Langzeitergebnisse und Messdaten der documenta (13)

Neben dem dargestellten Einzelergebnis ist die Frage wesentlich, wie stabil die Quelle unter „extremen“ Bedingungen ist. Wie lange ist die Quelle bei einmaliger Justierung in der Lage automatisiert einen Bell-Wert $S > 2$ zu messen? Wann muss nachjustiert werden? Mit „extremen“ Bedingungen ist dabei gemeint, dass sich die Quelle nicht in einem abgesichertem, ruhigem Labor, auf einem stabilen Tisch befindet, sondern auf Ausstellungstischen in einem öffentlichen Rahmen, bei dem tausende von Menschen an ihr vorbei laufen, sich am Tisch anlehnen, die Schutzabdeckung der Quelle berühren, etc. Genau für diesen Zweck wurde sie schließlich erstellt und unter diesen Bedingungen auf der documenta (13) auch betrieben.

Zunächst betrachten wir die Situation unter Laborbedingungen im Vorführlabor, in Abb. 47 sehen wir die Daten von wiederholten Bell-Messungen über 3 Tage hinweg. Eine Messung entspricht dabei einer Korrelationsmessung und der Bestimmung des Bell-Werts, dies dauert rund 10 Minuten. Aus diesen Daten wurden der Mittelwert und die Standardabweichung des Bell-Wertes bestimmt:

$$S = 2,58 \pm 0,05$$

Wir sehen, dass die Quelle recht stabil ist und dass wir auch bei ständigem Betrieb über 3 Tage hinweg eine ausreichend gute Verletzung der verborgenen, lokalen Variablen erreichen (eine Verletzung um ca. 12 Standardabweichungen). Der Wert verschlechtert sich im betrachteten

3-Tages-Messung

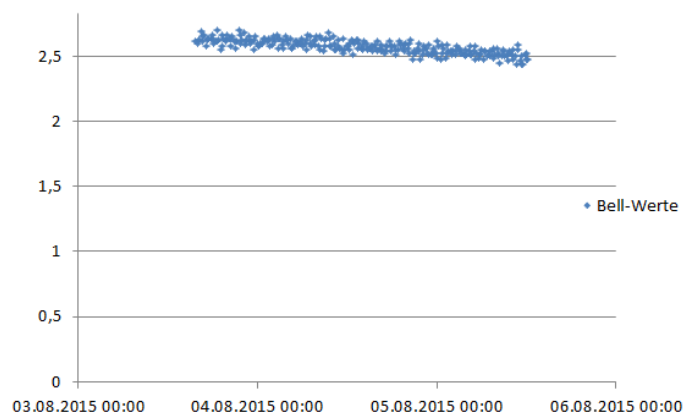


Abb. 47: Darstellung der Ergebnisse der Bell-Messungen über 3 Tage

Zeitraum jedoch linear. Dies kann eventuell dadurch erklärt werden, dass die Quelle auf nicht sehr stabilen Tischen steht und Erschütterungen, beispielsweise durch Bauarbeiten, die zu dieser Zeit

auch am Gebäude stattgefunden haben, das Alignment der Quelle verschlechtern. Eine weitere Ursache könnte sein, dass sich die Paddle Controller mit der Zeit leicht verstellen und somit die Polarisation zwischen den Messstationen nicht mehr abgestimmt ist, dies führt ebenfalls zu einer Verschlechterung des Verschränkungsgrads. Wenn die Verschränkung im selben Tempo weiter linear nachlässt, würde es jedoch über eine Woche dauern bis das klassische Limit von $S \leq 2$ erreicht wird und ein Nachjustieren der Quelle nötig wäre.

Während der dokumenta (13) wurden ebenfalls immer wieder Daten aufgenommen, über einen Zeitraum von insgesamt 3 Monaten (5.6.-16.9.2012). Im Monat Juni wurden dabei praktisch durchgehend brauchbare Daten aufgenommen, die hier exemplarisch gezeigt werden. In Abb. 48 sehen wir einerseits, dass die meiste Zeit eine Verletzung des klassischen Limits vorhanden war, dass es andererseits über diesen langen Zeitraum immer wieder zu erheblichen Verschlechterungen des Bell-Wertes gekommen ist. Dies kann so erklärt werden, dass Besucherinnen oder Besucher, auf welche Weise auch immer, das Alignment des Setups gestört haben müssen. Das Alignment musste deswegen immer wieder nachgestellt werden, dies geschah üblicherweise dann, wenn der Bell-Wert zu nah an das klassische Limit kam. Phasen in denen mehrere Tage keine Verletzung des klassischen Limits erreicht wurden, können so erklärt werden, dass zu diesem Zeitpunkt keine wissenschaftlichen Betreuungspersonen des IQOQI vor Ort waren, die Zeit hatten, die Quelle nachzustellen.

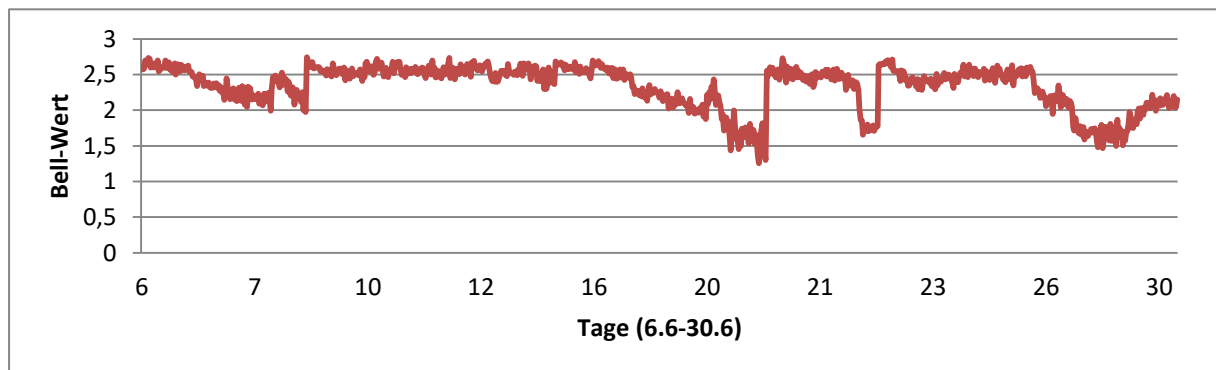


Abb. 48: Bell-Werte vom 6.6-30.7 während der dokumenta (13)

Um einen etwas genaueren Blick auf die Daten zu ermöglichen sind 3 verschiedene Tage mit je 8 Stunden exemplarisch ausgewählt und in Abb. 49 dargestellt.

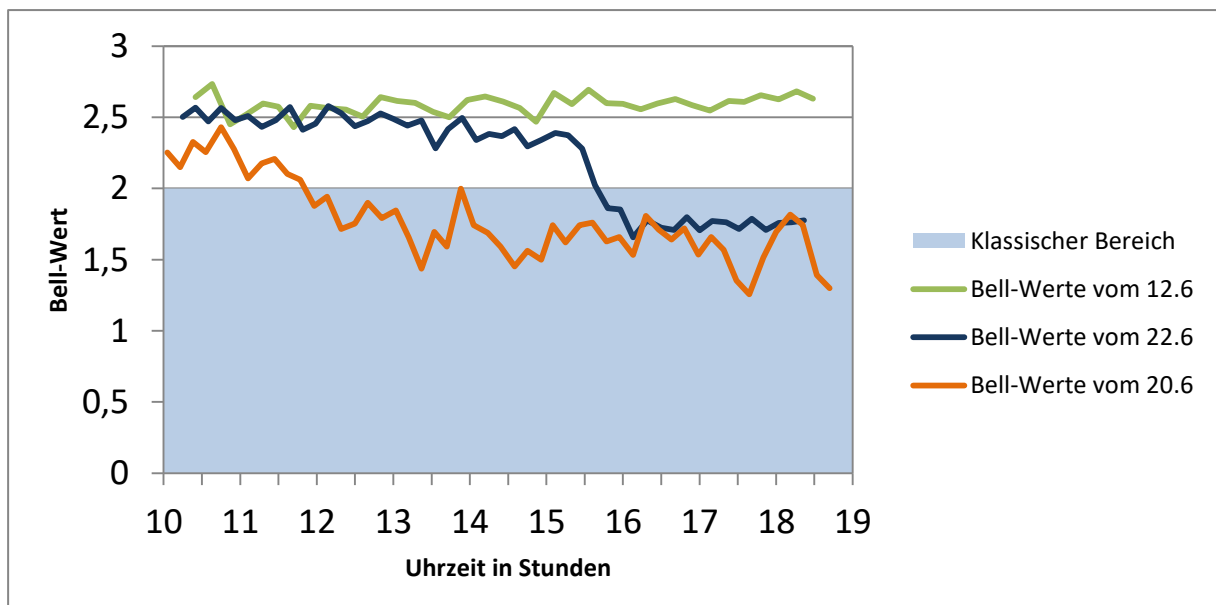


Abb. 49: Verhalten der Bell-Werte im Detailvergleich von 3 unterschiedlichen Tagen

Wir sehen in Abb. 49, dass sich einzelne Tage sehr unterscheiden können. Der 12.6. liefert uns praktisch durchgehend relativ stabile Werte, klar vom klassischen Limit abgegrenzt. Wir erhalten für den Mittelwert und die Standardabweichung über diesen Zeitraum $S = 2,59 \pm 0,07$, was dem ermittelten Wert unter Bedingungen im Vorführlabor nahe kommt. Am 22.6. können wir beobachten, dass der Wert zunächst recht stabil bleibt und dann innerhalb von 2 Stunden sehr stark abnimmt und dann wieder recht stabil auf einem Niveau unterhalb des klassischen Limits bleibt. Die Werte des 20.6. kennzeichnen sich dagegen dadurch aus, dass sie grundsätzlich stark schwanken und sich unterhalb des klassischen Limits befinden. Über die Ursache für diese erheblichen Unterschiede lassen sich nur Mutmaßungen treffen, da aus den Daten nicht hervorgeht, welche besonderen Rahmenbedingungen an den Tagen vorgeherrscht haben. Am wahrscheinlichsten lässt sich die Verschlechterung der Bell-Werte, wie oben schon erwähnt, durch eine Verschlechterung des Alignements durch Interaktion mit Besucherinnen und Besuchern erklären. Im Grunde ist die Quelle jedoch recht stabil und liefert auch über längeren Zeitraum brauchbare Werte.

Der experimentelle Aufbau konnte sich während der dokumenta (13) durchaus bewähren, auch wenn immer wieder Nachjustierungen nötig waren. So ermöglichte der Aufbau, dass eine Vielzahl⁵³ an Besucherinnen und Besuchern in Echtzeit die Verletzung von verborgenen lokalen Variablen experimentell beobachten konnten.

6.8 Zusammenfassung

Das Experiment zeigt das spannende Verhalten von zwei verschränkten Quantenobjekten an Hand von polarisationsverschränkten Photonenpaaren. Es handelt sich um einen Aufbau, der speziell für die öffentlich zugängliche Demonstration der Verletzung einer Bellschen Ungleichung und den damit verbundenen verborgenen lokalen Variablen konzipiert wurde. Damit bietet es auch universitätsfernen und fachfremden Personen die Möglichkeit in Echtzeit, unter Tageslichtbedingungen und voller Einsicht des experimentellen Aufbaus die Verletzung eines naiven im Einklang mit Alltagserfahrungen stehenden Weltbildes zu beobachten. Das Experiment stellt die Lokalität und Realität im Sinne EPRs in Frage und beweist, dass diese Annahmen nicht ohne Zusatzannahmen (Loopholes) für Quantenobjekte gelten können. Im frei zugänglichen Rahmen der dokumenta (13) und der damit verbunden Anzahl an Personen handelt es sich sicherlich um ein historisch bisher einzigartiges Experiment, welches in seiner Ausführung und verwendeten Materialien weitgehend der modernen Forschungsarbeit entspricht und auch Einblick in die Arbeitsweise von Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern bietet.

⁵³ Die dokumenta (13) hatte eine Gesamtbesucherzahl von 905.000 Personen [56].

2. Teil – Didaktische Überlegungen zu den Experimenten

Die vorgestellten Experimente wurden konzipiert und aufgebaut um Personen mit wenig bis gar keinem Vorwissen zur Quantenphysik oder auch zur Physik im Allgemeinen einen Einblick in dieses spannende Forschungsfeld zu ermöglichen. Die entscheidende didaktische Frage ist dementsprechend, wie ein so komplexes Thema möglichst anschaulich und einfach vermittelt werden kann. Hierzu wurde eine einfache Beschreibung der Experimente entwickelt, deren Inhalte in groben Zügen auch in einer rund einstündigen Führung durch die ausgestellten Experimente Platz haben sollen. Zusätzlich wurden Plakate zu den einzelnen Experimenten entwickelt, die es ermöglichen sollen, den Ablauf der Experimente und deren Ergebnis selbständig und ohne Führung zu verstehen. Es ist klar, dass ein ausführliches Verständnis in so einer kurzen Zeitspanne nicht zu erreichen ist, das Hauptanliegen muss somit auf einem motivierenden Einstieg und Überblick liegen, was eventuell zu einer weiteren Beschäftigung der Besucherinnen und Besuchern mit dem Thema führt. Gleichzeitig orientiert sich die Beschreibung natürlich an den Erklärungen zu den Experimenten im ersten Teil der Arbeit und so werden sich einige Inhalte wiederholen oder gleichen.

Daneben soll diese Beschreibung auch als Ausgangspunkt für Studentinnen und Studenten oder Lehrpersonen dienen, die sich mit dem spannenden Forschungsfeld der Quantenoptik und Quanteninformationstechnologie auseinandersetzen möchten und dieses Thema in ihren Unterricht einfließen lassen wollen. Die Experimente lassen sich vorzüglich auch als Gedankenexperimente im Unterricht besprechen, beziehungsweise sind drei der sechs vorgestellten Experimente durchaus auch im Rahmen eines Schulbudgets erschwinglich.

Vorhandene didaktische Konzepte zur Quantenphysik

Wie zahlreiche Veröffentlichungen zeigen, erfreut sich die Quantenphysik in den letzten Jahren einer regen Behandlung in der didaktischen Forschung. Es sollen hier einige inspirierende Konzepte exemplarisch vorgestellt werden, ohne Anspruch auf eine vollständige Darstellung.

Insbesondere die Dissertationsarbeit von Patrick Bronner [23] muss im Zusammenhang mit den hier vorgestellten Experimenten erwähnt werden. Bronner stellt darin erstmals ein umfangreiches didaktisches Curriculum vor, welches völlig auf einer experimentellen Behandlung der Quantenphysik aufbaut und dabei insbesondere moderne quantenoptische Experimente verwendet. Dabei wurde ein Labor eingerichtet, das für Schulklassen in Form eines 3,5 Stunden dauernden Laborworkshops zugänglich ist, bei dem die Schülerinnen und Schüler an eigenen Experimenten arbeiten. Als Ergänzung wurden auch Simulationen der verschiedenen Experimente entwickelt und ein Internetauftritt durch die Universität Erlangen gestaltet [57]. Dabei wurde auch dem Anspruch genüge getan, dass alle verwendeten Experimente tatsächlich nur quantenphysikalisch erklärt werden können, dass also tatsächlich mit einzelnen Quantenobjekten Experimente durchgeführt werden und auch semiklassische Theorien ausgeschlossen werden können. *„Der neue Zugang über die Quantenoptik stellt einen radikalen Bruch mit den bereits etablierten traditionellen Ansätzen zur Vermittlung der Quantenphysik dar.“* [23] S. 155

In der Erprobung wurde zudem ein Unterrichtskonzept erstellt, welches sich an den folgenden Punkten orientiert:⁵⁴

- Motivation zur Quantenphysik
- Grundlagen:
 - Detektion von Licht
 - Einzelphotonenquelle
- Quanteneigenschaften:
 - Unteilbarkeit
 - Zufall
 - Interferenz
 - Quantenkryptographie
 - Verschränkung

Damit ergeben sich viele Überschneidungen mit unserer Beschreibung, wenn auch der Rahmen der Experimente bei Bronner ein anderer ist. Wichtigster Unterschied ist sicherlich, dass das Curriculum direkt für die Schule geplant wurde und somit eine Einbettung in den Schulunterricht Voraussetzung für einen Besuch des Labors ist. Auch verzichten wir aus Gründen der experimentellen Anschaulichkeit auf dem rigorosen Festhalten an der Verwendung von Versuchsaufbauten, die rein quantenphysikalisch erklärt werden können.

Einen weiteren Zugang, der für die hier vorgestellte Beschreibung inspirierend wirkte, liefern Kübelbeck und Müller [58]. Sie orientieren sich ihrerseits besonders am Münchner Unterrichtskonzept zur Quantenphysik [59] und am Milq, dem Internetauftritt zur Lehrerfortbildung zur Quantenphysik [60]. In ihrem Konzept arbeiten sie 4 Wesenszüge der Quantenphysik heraus, die sie auch mit verschiedenen Gedankenexperimenten demonstrieren:

- Stochastische Vorhersagbarkeit
- Fähigkeit zur Interferenz
- Mögliche Messergebnisse
- Komplementarität

Für unsere Beschreibung ist dabei passend, dass sie den mathematischen Formalismus weitgehend aussparen, um somit auch einen Zugang für Personen zu ermöglichen, die „[...] von der Unanschaulichkeit der Quantenwelt und der Schwierigkeit des Formalismus abgeschreckt sind.“ [58] S. 6 Daneben verwenden sie jedoch den Zeigerformalismus, um beispielsweise das Doppelspaltexperiment quantitativ zu erklären, was für unseren Fall uninteressant ist.

Einen weiteren spezielleren Zugang mit Hilfe von Qubits bieten Dür und Heusler in [61] und [62]. Dabei verwenden sie den Dirac-Formalismus für das einfachste Quantensystem, den Qubit, und schlagen eine Verwendung des Formalismus in einfachster Form auch für die Schule vor, wobei die abstrakte Darstellung durch anschauliche Bilder unterstützt wird. Dies entspricht mehr oder weniger den einfachen mathematischen Beschreibungen, die im ersten Teil für die Experimente, wie beispielsweise „Licht am Strahlteiler“, verwendet wurde. Es erscheint dementsprechend eine vernünftige Vorgangsweise, auch in unserer einfachen Beschreibung der Experimente die formale Beschreibung in einfachster Form zu thematisieren, und die Formeln zu erklären. So lassen sich

⁵⁴ Siehe hierzu [23] insbesondere S.139 u. S.127-130 vgl. mit [57]

plakative Sätze, wie: „Das Photon befindet sich an zwei Orten gleichzeitig und doch an keinem“, oder „das Photon geht durch beide Spalten gleichzeitig und doch durch keinen“, besser erklären und hinterfragen.

Für einen weiteren kurzen Überblick über fachdidaktische Konzepte und auch deren historische Entwicklung sei auf die Überblicksdarstellung bei [60] verwiesen, oder auf [23] S. 3-5.

Präkonzepte und Schülervorstellungen

Neben diesen grundlegenden Konzepten sind insbesondere die Präkonzepte zur Quantenphysik der Besucherinnen und Besucher von Interesse, wenn sie sich mit den Experimenten auseinandersetzen. In diesem Zusammenhang gibt es eine Reihe von empirischen Ergebnissen zu Schülervorstellungen zur Quantenphysik, wobei wir davon ausgehen, dass sich diese Erkenntnisse auch auf unserer Zielgruppe übertragen lassen. Einen Überblick über die verschiedensten Untersuchungen bietet Müller in [63], an dieser Stelle werden die für uns wichtigsten Vorstellungen kurz zusammengefasst:

- Licht wird als Welle und Teilchen aufgefasst.

Bereits vor der Behandlung von Licht als Energieportion konnte bei einem großen Anteil der Schülerinnen und Schülern festgestellt werden, dass eine dualistische Sichtweise zu Licht vorhanden ist. Diese dualistische Sichtweise löst sich durch den Unterricht zur Quantenphysik nur schwer auf, sondern wird eher bestätigt, es gelingt nur wenigen Schülerinnen und Schülern zu einem qualitativ neuen Bild von Licht zu kommen. [63] S. 31-35

- Lokalisierung von Quantenobjekten

Schülerinnen und Schüler haben erhebliche Schwierigkeiten mit der nicht permanent möglichen Lokalisierung von Quantenobjekten. Über die Frage nach dem Ort oder der Bahn eines Quantenobjekts werden oft widersprüchliche Erklärungen herangezogen. Dies lässt sich durch die plakative Aussage „irgendwo muss es ja sein“ charakterisieren und dem Missverständnis, dass diese Unbestimmtheit einer Messungenauigkeit oder Störung durch die Messung geschuldet ist. [63] S. 11, S.26-28 Ähnliche Vorstellungen lassen sich auch noch bei Lehramtskandidatinnen und Kandidaten feststellen. [63] S. 45-47

- Quantenobjekte sind Teilchen

Häufig haben Schülerinnen und Schüler auch nach dem Unterricht in Quantenphysik Teilchenvorstellungen von Photonen und Elektronen, diese werden gerne als kleine Kugeln aufgefasst. Die bereits angesprochene dualistische Sichtweise wird dabei durch Vorstellungen gelöst, dass das Photon beispielsweise der mathematischen Wellenbeschreibung folgt und sich auf und ab bewegt. [63] S. 16, 31-33

- Umgang mit der Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Grundsätzlich gehen Schülerinnen und Schüler richtig mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen um und akzeptieren die Verwendung als Kalkül. Die Entstehung der Wahrscheinlichkeitsverteilung bedarf jedoch aus Sicht der Meisten einer kausalen Erklärung, ansonsten wird sie oft als Ungenauigkeit interpretiert und nicht als etwas Fundamentales anerkannt. [63] S. 22-23

Ein weiteres Ergebnis, von Müller im Zusammenhang mit der Erstellung des Münchner Unterrichtskonzepts selbst erhoben, betrifft die Vorstellungen von Lehramtsstudentinnen und –studenten aus den Jahren 1996-98. Dabei lässt sich feststellen, dass viele der genannten Punkte auch noch bei einigen Studentinnen und Studenten anzutreffen sind. Abschließend wurde unter anderem gefragt, ob die Studentinnen und Studenten bereits etwas von Schrödingers Katze gehört hätten und dieselbe Frage wurde ihnen für das EPR-Paradoxon gestellt. Das Ergebnis zeigte, dass 90% bereits von Schrödingers Katze gehört hatten, aber nur rund 25% vom EPR-Paradoxon. [63] S.43-50

Dies entspricht einer zusätzlichen Motivation für die vorliegende Arbeit.

Was kann und soll mit den Experimenten erklärt werden?

Unter Berücksichtigung der genannten Präkonzepte und inspiriert durch die vorgestellten didaktischen Konzepte werden die Experimente des ersten Teils aus didaktischer Sicht und mit möglichst einfachen Erklärungsansätzen präsentiert. Dabei wird der Reihenfolge entsprochen, die auch während einer Führung mit einer Schulklasse durch das Vorführlabor erfolgte. Die Erklärungen zu den verschiedenen Experimenten bauen aufeinander auf und behandeln die folgenden Punkte:

- Modellentwicklung
- Superpositionsprinzip
- Quantenzufall
- Quantenbild – Wie kann die abstrakte Wellenfunktion interpretiert werden?
- Änderung des Zustands durch Messung
- Verschränkung

7 Licht in einem Glasfaserinterferometer: Wellenbild und Interferenz

Eine Hauptschwierigkeit bei der Vermittlung von Quantenphysik liegt an einem Verständnis, was ein Modell und eine Theorie in der Physik ist und welchen genauen Zweck sie erfüllt.

„Viele Schwierigkeiten besonders mit weniger anschaulichen Bereichen der Naturwissenschaften haben ihren Ursprung darin, dass Theorien mit den Phänomenen selbst identifiziert werden. Dann entsteht Erklärungsbedarf, wo nichts erklärt werden kann. [...] „Wenn es nicht kreist, was tut das Elektron dann im Atom?““ [58] S. 10

Eine Behandlung der Frage, was ein Modell in der Physik und besonders in der Quantenphysik bedeutet, soll demnach den Ausgangspunkt bilden. Das MZI in Glasfaser dient einerseits als Einführungsexperiment und soll das Interesse der Besucherinnen und Besucher wecken und andererseits soll es einer ersten Formulierung eines einfachen und verständlichen Modells von Licht dienen. Es ist hierfür auch interaktiv gestaltet. Das bedeutet, dass es möglich ist, die Glühbirne im Experiment durch einen frei zugänglichen Schalter einzuschalten oder die Hand über eine der Fasern zu legen, da sich in der Plexiglasabdeckung eine Öffnung dafür befindet. Die zentrale Frage für eine Beobachterin oder einen Beobachter lautet, wie kann das Schwanken der Intensität der beiden Ausgänge erklärt werden und wieso ändert sich dies so stark, wenn ich meine Hand über die Glasfaser lege? Um dies zu beantworten, muss zunächst geklärt werden, wie Licht physikalisch beschrieben werden kann. Dafür sollen zwei einfache Modelle von Licht vorgeschlagen werden und

das damit verbundene zu erwartende Ergebnis im Experiment mit den Beobachtungen verglichen werden. Es wird ein einfaches Teilchenmodell einem einfachen Wellenmodell von Licht gegenübergestellt. Dadurch wird an vorhandene Vorstellungen der Besucherinnen und Besucher angeknüpft.

Bei einem Teilchenmodell wird Licht als aus Teilchen bestehend aufgefasst und die Helligkeit eines Lichtstrahls hängt von der Anzahl der Teilchen ab, die Teilchen sind elementar und damit unteilbar. Was passiert im Experiment? Angenommen der Laser sendet 100 Lichtteilchen aus, dann treffen diese 100 Teilchen auf den ersten Strahlteiler. Dort teilen sie sich statistisch auf und 50 gelangen so auf den roten Weg und 50 auf den blauen Weg. Beim zweiten Strahlteiler passiert dasselbe und wir erwarten für jeden Ausgang 50 Lichtteilchen (jeweils 25 Teilchen die über den blauen Weg und 25 Teilchen die über den roten Weg gegangen waren). Dies bedeutet wir erwarten mit unserem einfachen Teilchenmodell ein Ergebnis bei dem die Helligkeit in den beiden Ausgängen gleich groß sein sollte.

Beim Wellenmodell gehen wir davon aus, dass Licht eine kontinuierliche Welle ist. Die Helligkeit (Intensität) hängt von der Höhe (Amplitude) der Welle ab, ganz ähnlich wie bei einer Wasserwelle. Je höher die Wasserwelle ist, desto mehr Energie wird mit ihr transportiert. Der Laser sendet eine kontinuierliche Lichtwelle aus. Am ersten Strahlteiler teilt sich die Welle in zwei kleinere gleich große Wellen auf, mit jeweils der halben Intensität der ursprünglichen Welle. Die zwei Wellen treffen nach dem zweiten Strahlteiler aufeinander und überlagern sich. Die Überlagerung von Wellen wird als Interferenz bezeichnet und hängt davon ab, in welchem Verhältnis die Wellen aufeinandertreffen, dies ist im ersten Teil in Abb. 1 ersichtlich. Wenn also gerade ein Wellenberg auf einen Wellenberg trifft, dann entsteht ein größerer Wellenberg, wenn jedoch gerade ein Wellenberg auf ein Wellental trifft, dann heben sich die beiden gegenseitig auf und es entsteht keine Welle. Die Helligkeit in den Ausgängen hängt also davon ab, in welchem Verhältnis die beiden Wellen aufeinandertreffen. Wenn ich nun die Hand über eine Faser im blauen Weg lege, dann erwärmt sich die Faser und dehnt sich dadurch aus⁵⁵. Sie ist nun etwas länger, wie die Faser im roten Weg, und dadurch verschiebt sich das Verhältnis der Wellen, wenn sie beim zweiten Strahlteiler wieder aufeinandertreffen. Ich kann mit diesem Experiment also auch Temperaturänderungen feststellen.

Wir sehen also, dass mit einem recht einfachen Wellenmodell die Beobachtung im Experiment erklärt werden können und gleichzeitig, dass ein einfaches Teilchenmodell nicht in der Lage ist das Ergebnis zu erklären.

Die hier vorgestellte Erklärung ist natürlich stark vereinfacht, es wird zum Beispiel nicht auf die im ersten Teil beschriebene Phasenverschiebung zwischen reflektiertem und transmittiertem Strahl beim Strahlteiler eingegangen. Für ein oberflächliches Verständnis des beobachtbaren Phänomens ist die Erklärung jedoch bereits ausreichend. Neben dem Einstieg und der Demonstration, wie ein physikalisches Modell in der Physik entstehen kann, soll vor allem die Vermittlung der Fähigkeit zur Interferenz von Licht im Vordergrund der Erklärung stehen.

⁵⁵ Tatsächlich wird der Ausdehnungseffekt durch die Änderung des Brechungsindex überlagert. Die Änderung der Lichtgeschwindigkeit in einem Arm, wird hier vereinfacht auch einfach als Weglängenänderung betrachtet, auch wenn dies physikalisch nicht ganz korrekt ist. Da das Prinzip der relativen Phasenverschiebung zwischen den beiden Armen dadurch einfacher erklärt werden kann.

8 Licht am Strahlteiler: Teilchenbild und Zufall

Das Experiment dient einerseits der Überprüfung des im ersten Experiment formulierten einfachen Modells von Licht und demonstriert gleichzeitig den Aufbau und die Funktionsweise eines Quantenzufallszahlengenerators.

Um das Ergebnis des Experiments zu erklären, sollen zunächst wieder die beiden bereits vorgestellten einfachen Modelle von Licht miteinander verglichen werden. Anschließend kann auf den Quantenzufallszahlengenerator und den oben ausgeführten Unterschied zu einem klassischen zufälligen Prozess eingegangen werden.

Bei einem einfachen Wellenmodell von Licht gehen wir davon aus, dass der Laser eine kontinuierliche Lichtwelle aussendet. Der angebrachte Filter sorgt dafür, dass die Intensität der Welle stark abnimmt, sie also kleinere Wellenberge und -täler besitzt. Beim Strahlteiler teilt sich die Welle in noch kleinere gleich große Wellen auf. Die Intensität nimmt also weiter ab, aber beide Wege werden vom Licht realisiert. Wenn nun die beiden Wege vom Strahlteiler zu den jeweiligen Detektoren gleich weit entfernt sind, sollten beide Wellen genau gleichzeitig bei den Detektoren ankommen. Wenn beide Detektoren gleich eingestellt sind und gleich gut funktionieren, dann ist zu erwarten, dass sie immer zur gleichen Zeit Licht detektieren. Siehe hierzu Abb. 50 links.

Beim Teilchenmodell nehmen wir wieder an, dass Licht aus unteilbaren Teilchen besteht. Der Filter sorgt dafür, dass nur wenig Teilchen durchkommen. So wenig, dass immer nur ein Teilchen nach dem anderen auf den Strahlteiler trifft. Die Teilchen werden dann mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% entweder reflektiert oder transmittiert. Die Aufteilung funktioniert statistisch und es ist nicht möglich vorherzusagen, ob ein Teilchen als nächstes reflektiert oder transmittiert wird. Wenn nur sehr wenige Lichtteilchen unterwegs sind, dann kann nach dieser Überlegung immer nur ein Detektor Licht detektieren und dies ist zufällig. Siehe hierzu Abb. 50 rechts.

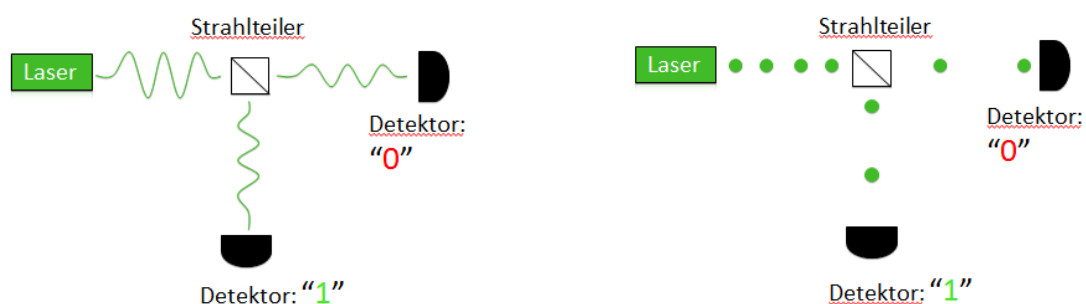


Abb. 50: Experiment Licht am Strahlteiler. Links mit einem einfachen Wellenbild: Die Detektoren sollten gleichzeitig „klicken“. Rechts mit einem einfachen Teilchenbild: Die Detektoren sollten nicht gleichzeitig „klicken“.

Das Ergebnis des Experiments, wie es im ersten Teil der Arbeit beschrieben ist, kann also mit einem einfachen Teilchenmodell erklärt werden. Damit stehen wir vor dem Dilemma, dass wir bei der Beschreibung von Licht in zwei unterschiedlichen Experimenten, zwei unterschiedliche Arten der Beschreibung verwendet haben. Und diese beiden Beschreibungen scheinen gegenseitig im Widerspruch zu stehen. Einmal beschreiben wir Licht als eine kontinuierliche Welle und dann als diskretes Teilchen. Zusätzlich verrückt erscheint auch die Tatsache, dass in beiden Experimenten Strahlteiler zum Einsatz kommen, sich Teilchen und Wellen aber völlig anders an einem Strahlteiler aufteilen. Was ist Licht nun? Welle? Teilchen? Ändert es sein Verhalten einfach auf Grund von

Experimente? Können wir diese Fragen überhaupt stellen? Wir haben schließlich nur festgestellt, dass wir Licht auf jene oder die andere Art und Weise beschreiben können.

Das zweite Experiment liefert mit dem Widerspruch zum ersten Experiment eine schöne Möglichkeit die Besucher und Besucherinnen zu eigenen Überlegungen anzuregen und zuvor entwickelte Vorstellungen und Modelle selbst infrage zu stellen. Es demonstriert, dass Licht als Teilchen beschrieben werden kann und zeigt eine fundamentale Eigenart der Quantenphysik: Das statistische Verhalten von Einzelereignissen. An dieser Stelle sollte auch auf die grundlegende Rolle des Zufalls und den Unterschied zur klassischen Physik eingegangen werden, wie dies im ersten Teil der Arbeit beschrieben ist.

In Anlehnung an [61] lässt sich hier, je nach Publikum, auch der quantenphysikalische Formalismus einführen, als eine einfache Beschreibung, die die Wahrscheinlichkeit einer Detektion beschreibt:⁵⁶

$$|\psi_{\text{Photon}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

Die Formel drückt dabei aus, dass die Detektion von Detektor 0 und Detektor 1 gleich wahrscheinlich ist und dass die Quantenphysik eben einfach beide Möglichkeiten gleichzeitig beschreibt. Das dazu passende „Quantenbild“ kann wie in Abb. 51 dargestellt werden.

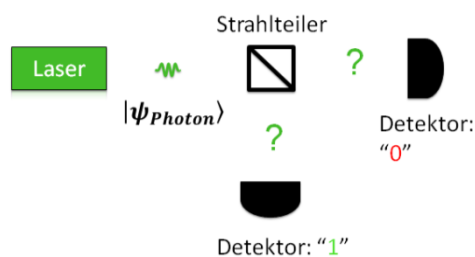


Abb. 51: Experiment Licht am Strahlteiler mit dem Versuch der Darstellung eines Quantenbilds. Bis zur Detektion befindet sich das einzelne Photon in einer Überlagerung der beiden Möglichkeiten $|0\rangle$ und $|1\rangle$.

9 Das Doppelspaltexperiment mit einzelnen Photonen: Das Quantenbild

Nach den ersten beiden Experimenten, soll weiter der Frage nachgegangen werden, wie Licht beschrieben werden kann. Dazu wird das Experiment wieder mit den beiden einfachen Modellen durchgedacht.

⁵⁶ Zielführend ist auch eine zweite Behandlung des Experiments, nachdem das Doppelspaltexperiment besprochen wurde und die Notwendigkeit einer quantenphysikalischen Beschreibung herausgearbeitet wurde.

Wenn wir uns Licht als Welle vorstellen, dann trifft es wie eine Wasserwelle auf den Doppelspalt. Jeder Spalt wird zu einer Quelle einer neuen Welle. Die beiden so entstehenden Wellen können sich, wie im ersten Experiment, miteinander überlagern und ein Interferenzmuster entsteht. Aus geometrischen Überlegungen ergibt sich die stärkste Überlagerung (größte Intensität) genau in der Mitte zwischen den beiden Spalten, da hier der Weg, den die beiden Wellen zurücklegen, genau

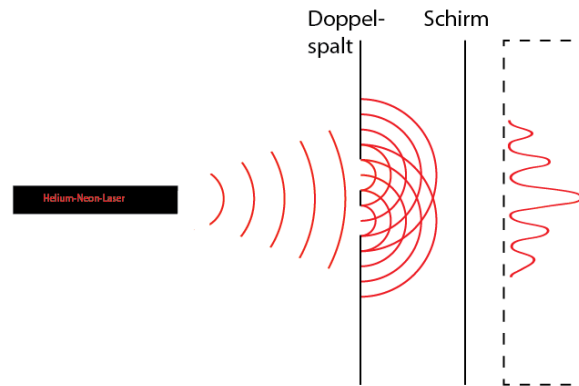


Abb. 52: einfache Darstellung des Doppelspalts. Zu erwartendes Ergebnis mit einem Wellenmodell

derselbe ist.⁵⁷ Siehe hierzu die Abb. 52. In der gestrichelten Box ist die schematische Verteilung des ankommenden Lichtes am Schirm dargestellt, die höchste Stelle der Kurve symbolisiert dabei, dass hier die Intensität der Lichtwelle besonders groß ist.

Wenn wir uns Licht als unteilbares Teilchen vorstellen, dann sendet der Laser Lichtteilchen auf den Doppelspalt. Damit erwarten wir, dass sich auf einem Schirm hinter den Spalten zwei Bereiche bilden, in denen die meisten Teilchen auftreffen. Siehe hierzu die Abb. 53. In der gestrichelten Box ist die schematische Verteilung des ankommenden Lichtes am Schirm dargestellt, die höchste Stelle der Kurve symbolisiert dabei, dass in diesem Bereich besonders viele Teilchen aufgetroffen sind.

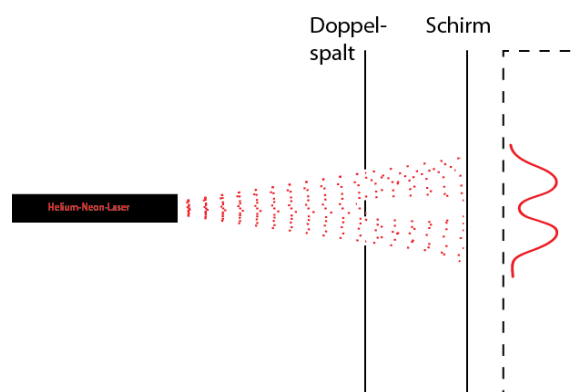


Abb. 53: einfache Darstellung des Doppelspalts. Zu erwartendes Ergebnis mit einem Teilchenmodell.

Die verwendete Kamera (Andor iXon EMCCD) registriert das Licht als diskrete Signale, die in Form von weißen Pixeln auf dem Bildschirm ausgegeben werden. Die Funktionsweise der Kamera lässt sich gut mit dem Teilchenmodell nachvollziehen. Nach und nach werden alle detektierten Lichtteilchen im

⁵⁷ Dies gilt natürlich nur wenn die Wellen in beiden Spalten zur selben Zeit entstehen. In der Mitte ist dann immer der höchste Wellenberg und das tiefste Wellental zu finden. Für Licht heißt das, dass es hier am hellsten ist.

Ausgabebild aufaddiert, sodass der zunächst schwarze Schirm von weißen Punkten durchsetzt wird. Das Punktemuster erscheint zunächst sehr willkürlich und zufällig. Mit der Zeit kann erkannt werden, dass es Bereiche gibt, in denen sehr viele, und solche, in denen sehr wenige Lichtteilchen registriert werden. Es entsteht ein Interferenzmuster mit hellen und dunklen Streifen, so wie es vom Wellenmodell vorhergesagt und anschaulich verstanden werden kann. Dieses Ergebnis ist in Abb. 17 dargestellt. Wir haben hier also ein Experiment, dessen Ergebnis sowohl die Beschreibung durch ein Teilchenmodell, als auch die Beschreibung durch ein Wellenmodell benötigt, damit es anschaulich erklärt werden kann. Vielleicht liegt die Lösung also einfach darin begründet, dass Licht Welle und Teilchen gleichzeitig ist?

Doch auch die Kombination der beiden Modelle liefert keine befriedigende Antwort auf das Verhalten von Licht. Denn wir gehen davon aus, dass die Lichtteilchen immer nur hintereinander und einzeln auf den Doppelspalt treffen, sich also nicht gegenseitig beeinflussen können. Eine Voraussetzung für die Interferenz von Wellen ist aber gerade, dass sie sich gegenseitig beeinflussen beziehungsweise überlagern können.

Absurd erscheint auch die Überlegung, was mit einer kontinuierlichen Welle passiert, wenn sie auf den Kamerachip trifft. Die Welle müsste bei ihrem Auftreffen auf die Kamera plötzlich und instantan zu einem Punkt zusammenbrechen und immer nur einen ganz bestimmten Raumbereich des Kamerachips anregen. Das wäre circa so, als ob eine Wasserwelle beim Auftreffen auf eine Sandburgmauer plötzlich verschwinden würde und nur ein einziges Sandkorn nass machen würde.

Um diesem komischen Verhalten weiter nachzugehen, kann das Experiment verändert werden. Wir wollen nun herausfinden durch welchen der Spalten die Lichtteilchen durchtreten. Mit Hilfe der kleinen Metallplatte kann einer der Spalten abgedeckt werden und das Experiment nun mit nur einem Spalt durchgeführt werden. Damit wissen wir sicher, dass alle Lichtteilchen, die detektiert werden, durch diesen Spalt gehen. Das Ergebnis ist in Abb. 18 ersichtlich. Das Interferenzmuster verschwindet und wir erhalten ein Ergebnis, das wir für Teilchen durchaus erwarten würden. Es entsteht lediglich ein heller Bereich, hinter dem offenen Spalt. Wenn wir dieses Ergebnis auf zwei Spalten hochrechnen würden, dann dürfte eigentlich keine Interferenz auftreten. Nach unserem klassischen Verständnis von Lichtteilchen macht das aber keinen Sinn, denn woher "wissen" denn die Lichtteilchen, die durch den offenen Spalt durchgehen, dass der andere Spalt gerade geschlossen ist? Oder im anderen Fall woher wissen die Lichtteilchen die durch einen Spalt durchgehen, dass der andere offen ist und sie nun ein Interferenzmuster bilden sollen?

Wir müssen uns an dieser Stelle von unseren einfachen und anschaulichen Modellen von Licht verabschieden, so wie dies auch die Physikerinnen und Physiker machen mussten:

„Newton thought that light was made up of particles, but then it was discovered that it behaves like a wave. Later, however (in the beginning of the twentieth century), it was found that light did indeed sometimes behave like a particle. Historically, the electron, for example, was thought to behave like a particle, and then it was found that in many respects it behaved like a wave. So it really behaves like neither. Now we have given up. We say: 'It is like neither.'“ [26] S. 1-1

Eine Lösung für das Problem liefert uns die Quantenmechanik, wir betrachten nun also ein „Quantenmodell“ von Licht.

In der Quantenmechanik besteht Licht aus Energieportionen, also aus sogenannten Photonen. Ein einzelnes Photon wird dabei von einer mathematischen Funktion beschrieben, der sogenannten Wellenfunktion. Die Wellenfunktion ordnet dem einzelnen Photon dabei aber keinen fixen Ort zu, wie dies in der klassischen Physik der Fall wäre, sondern mit ihrer Hilfe lässt sich die Wahrscheinlichkeit berechnen ein Photon an einem bestimmten Ort zu messen. Entscheidend ist dabei, dass bis zur Messung des Ortes, dass Photon keinen festgelegten Ort besitzt, es besitzt damit auch keine Bahn. Wenn nun ein Photon auf einen Doppelspalt trifft, beschreibt die Wellenfunktion beide Orts-Möglichkeiten gleichzeitig, dass Photon kann schließlich mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit durch den einen oder eben den anderen Spalt hindurch. Quantenmechanisch gesehen befindet sich das Photon in einer Überlagerung beider Möglichkeiten. In einem sogenannten Superpositionszustand:

$$|\psi_{\text{Photon}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{Möglichkeit links}\rangle + |\text{Möglichkeit rechts}\rangle)$$

Eine klassische Bahn oder ein Weg eines Photons ist bei dieser Beschreibung unbestimmt, es ist vom theoretischen Aspekt her gar nicht möglich zu sagen, dass ein Photon durch einen bestimmten Spalt hindurchgegangen wäre. Es gibt lediglich zwei Möglichkeiten, die ein einzelnes Photon hat und die interferieren im „Quantenmodell“ miteinander. Es interferiert also die abstrakte mathematische Beschreibung und nicht real vorstellbare Wellen oder Teilchen. Wo ich also ein Photon in meiner Kamera hinter dem Doppelspalt messe, hängt von einer Wahrscheinlichkeitsverteilung ab, die für jedes einzelne Photon gilt, jedoch erst erkennbar wird, wenn ich sehr viele Photonen detektiert habe. Genau wie beim Experiment Licht am Strahlteiler ist das Einzelereignis, also an welcher Stelle und zu welchem Zeitpunkt ein einzelnes Photon registriert wird, zufällig. Erst nach einer gewissen Anzahl an Photonen kann das Interferenzmuster sichtbar werden.

Wenn nun einer der Spalten geschlossen wird, dann verändern sich automatisch die Möglichkeiten eines einzelnen Photons. Wenn es nun mit der Kamera detektiert wird, dann ist hundertprozentig bestimmt, dass es durch den offenen Spalt gekommen ist. Dadurch gibt es keine unterschiedlichen Möglichkeiten mehr, die miteinander interferieren könnten. Man erhält eine klassische Wahrscheinlichkeitsverteilung, wie, wenn man klassische Teilchen durch einen Spalt schießen würde.

Die Quantenmechanik ist also in der Lage das Verhalten der Photonen und das Ergebnis des Experiments korrekt und ohne Widersprüche zu beschreiben. Leider ist diese Beschreibung jedoch nicht anschaulich, denn eigentlich kann man sich nicht wirklich etwas darunter vorstellen. Ein Photon soll etwas sein, das keinen Ort hat, dem wir keine Bahn zuordnen können, das sich bis zur Detektion in einem Überlagerungszustand befindet, bei dem es gleichzeitig an zwei Orten ist und doch an keinem und am Schluss, bei der Messung, taucht es dann doch an einem ganz bestimmten Ort auf.

In unserer Alltagserfahrung gibt es nichts vergleichbares, weswegen auch unsere Alltagssprache so ein Verhalten nicht sinnvoll ausdrücken kann. Immer wenn man versucht sich unter einem Photon ein Teilchen vorzustellen, das keinen Ort hat, hat man sich bereits ein Teilchen an einem Ort vorgestellt, deswegen ist auch der Begriff des Teilchens mit Vorsicht zu benützen. Physikerinnen und Physiker benutzen den Begriff Teilchen oder Quantenteilchen in erster Linie aus Gewohnheit, was kein Problem ist, solange man sich bewusst ist, dass damit etwas gänzlich anderes beschrieben wird, wie mit dem alltäglichen Begriff Teilchen. Etwas weniger missverständlich ist der Begriff Quantenobjekt. Photonen sind also Quantenobjekte, genauso wie Elektronen, Atome oder auch Moleküle, wobei für alle diese Objekte das oben beschriebene Verhalten nachgewiesen wurde.

Das Experiment eignet sich die bisher getroffene Vorstellungen zu den Eigenschaften von Licht infrage zu stellen und dementsprechend zu einer Einführung eines quantenphysikalischen Modells von Licht. Es lassen sich zudem einige wichtige Grundphänomene der Quantenphysik beobachten und thematisieren:

- Statistische Verhalten: Die Photonen werden einzeln gesehen völlig zufällig von der Kamera detektiert. Ab einer gewissen Anzahl wird ein Muster erkennbar, das der Wahrscheinlichkeitsverteilung eines einzelnen Photons entspricht.
- Superpositionsprinzip: Einem einzelnen Photon ist es möglich mehrere klassische Möglichkeiten gleichzeitig zu verwirklichen.
- Messungen bestimmen den Zustand der Photonen: Durch die Messung (*Durch welchen Spalt geht ein Photon?*) werden die Möglichkeiten der Photonen verändert und damit ihr Zustand und das experimentelle Ergebnis.

Der letzte Punkt wird im nächsten Experiment weiter vertieft.

10 Licht trifft auf Polarisatoren: Änderung des Zustands durch Messungen

Das Experiment dient der Einführung des Polarisationsbegriffs und soll demonstrieren, dass der Zustand von Quantenobjekten durch eine Messung verändert werden kann.

Was ist Polarisation von Licht? Am einfachsten lässt sich Polarisation von Licht mit Hilfe eines Wellenbildes von Licht erklären. Demnach legt die Polarisation fest in welcher Ebene eine Welle schwingen darf. Als Beispiel kann man sich eine schwingende Saite vorstellen, die nur vertikal schwingen kann, weil sie von einem vertikalen Spalt begrenzt wird, der jegliche horizontale Schwingung sofort absorbieren würde. Dann ist diese Saite vertikal polarisiert. Siehe hierzu die beiden Abbildungen im ersten Teil der Arbeit: Abb. 19 und Abb. 20.

Ganz ähnlich wie eine Saite kann auch Licht polarisiert werden, wobei der Polarisator die Rolle des Spaltes übernimmt und nur eine Schwingungsebene des Lichtes durchlässt.⁵⁸

Mathematisch lässt sich die Polarisation sehr anschaulich mit Hilfe von Vektoren darstellen, dabei zeigt sich, dass diagonale Polarisation auch als Kombination von horizontaler und vertikaler Polarisation beschrieben werden kann. Siehe Abb. 54.

Wie kann das Ergebnis des Experiments erklärt werden? Aus naiver Sicht würde man erwarten, dass die Polarisatoren Messinstrumente sind, die mir sagen, ob Licht eine bestimmte Polarisation hat oder nicht. Damit wählt der erste Polarisator aus dem „unpolarisierten“ Licht des Lasers dasjenige Licht aus, das vertikal polarisiert ist. Damit lässt sich erklären, dass vertikal polarisiertes Licht nicht durch einen horizontal orientierten Polarisator durchkommt, wie im ersten Teil in Abb. 21 zu sehen ist. Mit

⁵⁸ Die hier verwendeten Polarisatoren kennzeichnen sich dadurch aus, dass sie die Schwingungen von Licht in bestimmten räumlichen Richtungen sehr gut absorbieren können. Diese Absorption erfolgt durch bewegliche Ladungen im Material des Polarisators, die die Schwingung des Lichtes in eine eigene Bewegung umwandeln und so absorbieren. Wenn die Schwingung so orientiert ist, dass sie nicht in eine Bewegung der Ladungen umgewandelt werden kann, dann bleibt sie erhalten und wird nicht absorbiert.

dieser Vorstellung lässt sich allerdings das präsentierte Ergebnis mit einem diagonalen Polarisator, siehe Abb. 22, nicht erklären.

Die Quantenmechanik geht dagegen davon aus, dass die Messung an einem Zustand, nicht etwas misst, was davor schon in genau dieser Form vorhanden war, sondern dass die Messung den Zustand festlegt. Die Polarisatoren ändern den Zustand der Photonen, die hindurchtreten. Vor einer Messung ist der Zustand des Photons unbestimmt, das bedeutet es besitzt keine festgelegte Polarisation. Der erste Polarisator wählt also nicht die Photonen aus, die vertikal polarisiert sind, sondern legt fest, dass die, die durchkommen, vertikal polarisiert sind. Ob ein einzelnes Photon durchkommt oder absorbiert wird ist zufällig und wird durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung beschrieben.

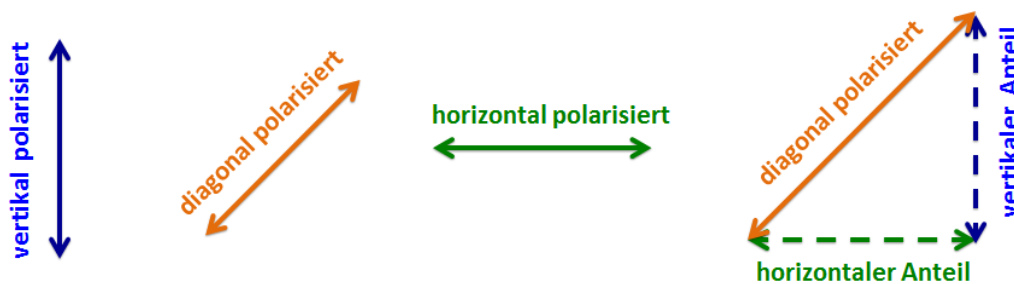


Abb. 54: schematische Darstellung der Polarisation mit Hilfe Vektoren. Der diagonale Vektor kann durch einen horizontalen Anteil und einen vertikalen Anteil beschrieben werden.

Wenn im Versuchsablauf ein vertikal polarisiertes Photon auf einen diagonal eingestellten Polarisator trifft, dann wird es mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit absorbiert oder durchgelassen. Dies kommt daher, dass die diagonale Polarisation auch als Kombination von horizontaler und vertikaler Polarisation verstanden werden kann. Ein diagonal polarisiertes Photon befindet sich also in einem Superpositionszustand von horizontal und vertikal polarisiert. Ein Photon kann also mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit in beiden Zuständen gemessen werden. In Abb. 54 ist dies schematisch mit Hilfe von Vektoren dargestellt.

Ein vertikal polarisiertes Photon kann also mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit durch einen diagonal eingestellten Polarisator hindurch. Wenn es durchgelassen wird, dann ändert sich der Zustand des Photons, sodass es nun diagonal polarisiert ist. In diesem Moment „vergisst“ das Photon, dass es zuvor vertikal polarisiert war. Wenn nun ein diagonal polarisiertes Photon auf einen horizontalen Polarisator trifft, dann kann es wieder mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit durchgelassen werden und Photonen können am Schirm beobachtet werden. Das wird in Abb. 22 beobachtet.

Anders sieht die Situation aus, wenn der diagonale Polarisator nicht im Lichtstrahl steht. Dann trifft ein vertikal polarisiertes Photon auf einen horizontalen Polarisator. Ein vertikal polarisiertes Photon hat keinen horizontalen Anteil, wie die vektorielle Schreibweise in Abb. 54 deutlich macht. Die Wahrscheinlichkeit, dass es durch den horizontalen Polarisator durchkommen kann, ist daher Null.⁵⁹

Ein Polarisator legt also den Polarisationszustand von Photonen fest und bestimmt damit auch die Möglichkeiten, die diese Photonen bei einer anschließenden Messung haben können. Ähnlich muss ein Messvorgang in der Quantenphysik so verstanden werden, dass er einen von meist mehreren

⁵⁹ Die Wahrscheinlichkeit, ob ein Photon durch einen Polarisator hindurchkommen kann, hängt ganz allgemein vom Winkelverhältnis zwischen der Polarisation des Photons und der Orientierung des Polarisators ab.

möglichen Werten festlegt. Jede Messung, die ich während eines Versuches mit Quantenobjekte durchführe, verändert auch den Zustand des untersuchten Quantensystems. Ich kann damit auch Zustände und ihre charakteristische Eigenschaften, die ich gemessen habe, wieder aufheben. So hebt der diagonal eingestellte Polarisator beispielsweise den Zustand, dass die Photonen vertikal polarisiert sind, auf und damit hebt er auch deren charakteristische Eigenschaft auf, dass sie nicht durch einen horizontal eingestellten Polarisator durchkommen können.

Das Experiment eignet sich den Einfluss von Messungen in der Quantenphysik zu thematisieren, zudem kann das Phänomen der Polarisation anschaulich eingeführt werden, da dies eine wichtige Voraussetzung für die beiden nächsten Experimente ist.

11 Licht in einem Interferometer mit Polarisatoren: Verfügbare Information bestimmt das Ergebnis

Das Experiment vereint einige der bereits behandelten Eigenarten der Quantenphysik und dient dazu das bereits erklärte MZI auch aus Sicht der Quantenphysik zu besprechen. Es fasst somit noch einmal die wichtigsten Eigenarten zusammen. Die Erklärung des Experiments gleicht dabei sehr stark der Erklärung im ersten Teil der Arbeit, nur dass auf eine Behandlung des mathematischen Formalismus verzichtet wird. In Anlehnung an [61] und [62] würde es sich bei etwas mehr Zeit hervorragend eignen, zu zeigen, dass sich dieses Experiment schön mit dem quantenmechanischen Formalismus beschreiben lässt.⁶⁰

Beim MZI in Glasfaserkabel haben wir uns vorgestellt, dass eine Welle beziehungsweise ein Teilchen auf den Strahlteiler trifft und den Weg durch das Experiment realisiert. Nun wollen wir uns mit Hilfe dieses Aufbaus überlegen, wie das Experiment aus Sicht der Quantenphysik abläuft.

Vorweg stellen wir fest, dass bei diesem Aufbau nicht ein heller und ein dunkler Ausgang entstehen, sondern, dass, wie beim Doppelspaltexperiment, Interferenzstreifen entstehen. Dies liegt daran, dass sich das Experiment nicht so exakt und gut justieren lässt, wie der Aufbau in Glasfaserkabeln. Für eine schematische Darstellung des Versuchsaufbaus und der entstehenden Interferenzstreifen siehe Abb. 55 oben.

Wenn ein einzelnes Photon auf den ersten Strahlteiler trifft, dann ist es, wie wir bereits im Experiment *Licht am Strahlteiler* sehen konnten, für ein einzelnes Photon völlig zufällig, ob es am Strahlteiler reflektiert oder transmittiert wird. Im Quantenbild befindet sich das Photon nach dem ersten Strahlteiler in einer Überlagerung (Superposition) der beiden Möglichkeiten „oberer Weg“ und „unterer Weg“. Ohne Messung macht es keinen Sinn sich vorzustellen, dass das Photon einen bestimmten Weg zurücklegt, die Quantenphysik beschreibt einen solchen Weg nicht. Die Interferenz entsteht dadurch, dass die beiden Wegmöglichkeiten des Photons sich nicht unterscheiden lassen. Es interferiert aus quantenphysikalischer Sicht die Möglichkeit des „oberen Wegs“ mit der Möglichkeit des „unteren Wegs“. Es interferiert, wie auch schon beim Doppelspalt festgehalten wurde, die abstrakte mathematische Beschreibung. Plakativ kann dann gesagt werden, dass das einzelne Photon mit sich selbst interferiert.

⁶⁰ Auch Pade nützt es in seinem Einführungsbuch zur Quantenmechanik, um den Formalismus einzuführen, siehe [12].

Was passiert nun, wenn wir den Weg des Photons feststellen wollen?

Wenn eine Hand in einen Arm gehalten wird, kann leicht festgestellt werden, dass das Interferenzmuster verschwindet. Dies entspricht der Festlegung, dass das einzelne Photon vom anderen Weg kommen muss und damit kennen wir dessen Weg. Aus quantenphysikalischer Sicht heben wir dadurch den Überlagerungszustand eines einzelnen Photons auf. Entweder es wird geblockt oder es geht den noch freien Weg, eine Überlagerung der zwei Möglichkeiten ist nicht mehr möglich und dadurch verschwindet auch das Interferenzmuster.

Wir können jedoch auch etwas subtiler vorgehen und die beiden Wege lediglich markieren. Dabei wird in jeden Weg ein Polarisator gestellt, die im Vergleich zueinander entgegengesetzt orientiert sind. Ein Polarisator ist zum Beispiel horizontal polarisiert und der andere vertikal. Die Idee ist, dass durch eine weitere Messung der Polarisation nach dem zweiten Strahlteiler im Nachhinein die Polarisation eines Photons theoretisch festgestellt werden kann und damit auch die Frage nach dem Weg geklärt werden kann.⁶¹ Das Ergebnis ist, dass in diesem Fall das Interferenzmuster verschwindet. Siehe Abb. 55 Mitte.

Aus quantenphysikalischer Sicht wird der Superpositionszustand des Photons (Überlagerung aus „oberer Weg“ und „unterer Weg“) durch eine Überlagerung der Polarisationen ergänzt. Es gibt nun die Möglichkeit horizontal polarisiert (-> „oberer Weg“) oder vertikal polarisiert (-> „unterer Weg“). Der Zustand eines einzelnen Photons besteht nun aus zwei unterscheidbaren Polarisationen. Der Überlagerungszustand bleibt dabei zwar erhalten, aber da die Polarisationen entgegengesetzt orientiert sind, können sie sich nicht mehr gegenseitig aufheben oder verstärken. Das Interferenzmuster verschwindet.

Wenn die Polarisatoren dagegen gleich eingestellt sind, entsteht das Interferenzmuster, da sich nun die Überlagerungsterme wieder gegenseitig aufheben können.

Faszinierender Weise kann, ganz ähnlich wie im Experiment *„Licht tritt durch Polarisatoren“*, durch das Einbringen eines weiteren Polarisators die Markierung auch noch nach dem zweiten Strahlteiler verändert werden. Die beiden Polarisatoren werden dabei wieder entgegengesetzt orientiert und das Interferenzmuster verschwindet. Im zweiten Ausgang wird jedoch ein dritter Polarisator eingefügt, der im Vergleich zu den beiden anderen gerade diagonal eingestellt ist. Das Interferenzmuster entsteht im zweiten Ausgang erneut. Siehe Abb. 55 unten.

⁶¹ Diese Argumentation funktioniert jedoch nur aus klassischer Sicht. Denn, wie wir gesehen haben, ändert in der quantenphysikalischen Betrachtungsweise die Polarisationsmessung die Polarisation des Photons. Es kann nicht abgeleitet werden, dass das Photon die gemessene Polarisation auch schon vor der Messung besessen hätte und somit ist auch kein Rückschluss auf den Weg möglich.

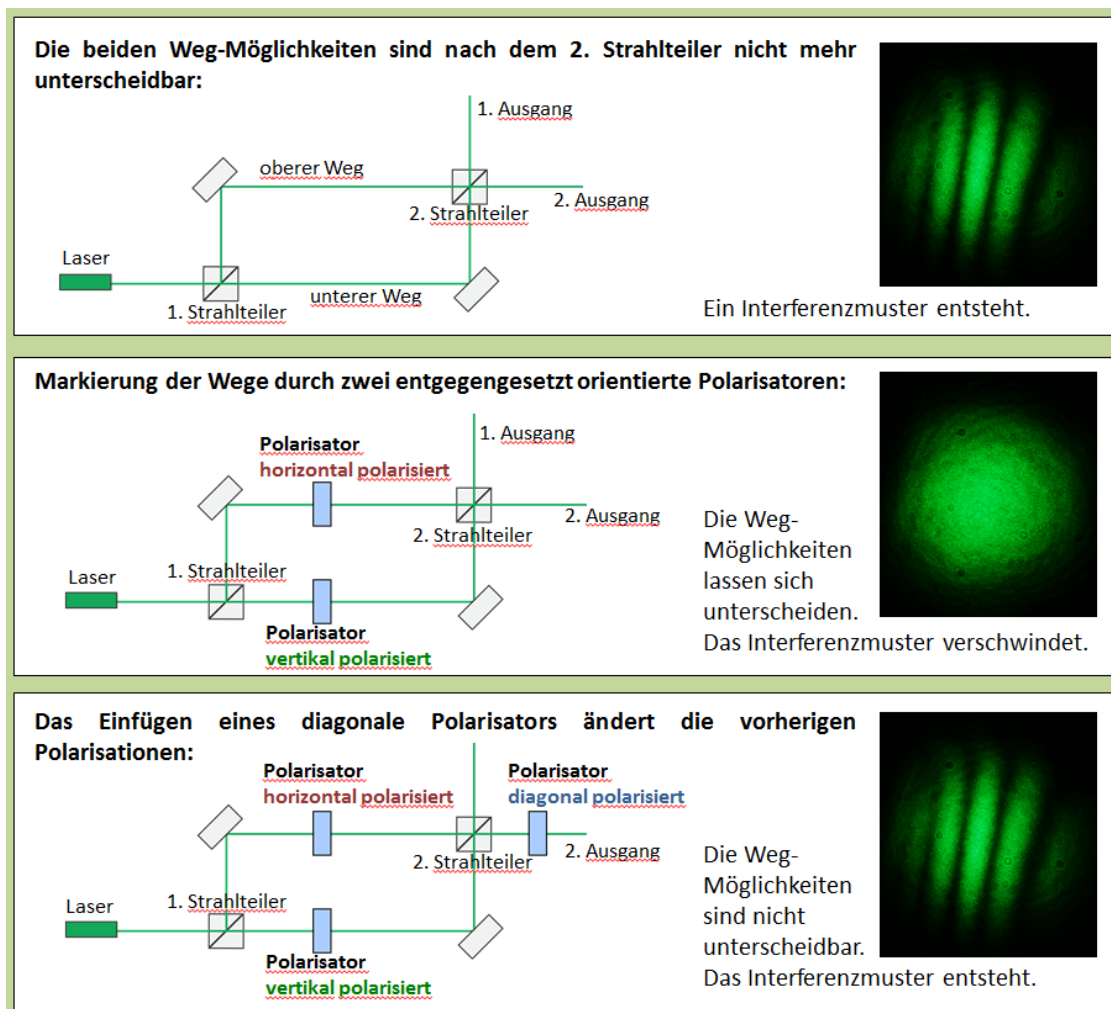


Abb. 55: Übersichtliche Darstellung der verschiedenen Versuchsvarianten des MZI mit Polarisatoren.

Der dritte Polarisator verändert die bisherigen Polarisations-Markierungen eines einzelnen Photons im zweiten Ausgang. Das Photon besteht bis zum diagonalen Polarisator aus einer Überlagerung von horizontaler und vertikaler Polarisation, die sich nicht gegenseitig aufheben oder verstärken kann. Der diagonale Polarisator verändert sowohl den horizontalen, als auch den vertikalen Anteil dieser Polarisation in einen diagonalen.⁶² Da die Polarisation nun wieder gleich ist, können sich die beiden Anteile der Überlagerung wieder gegenseitig aufheben oder verstärken und das Interferenzmuster entsteht erneut.

Das Experiment vereint also einige der bisher besprochenen Eigenarten der Quantenphysik und zeigt, wie im Experiment die Zustände von einzelnen Photonen verändert werden können und wie dies zu unterschiedlichen Phänomenen und Messergebnissen führen kann. Die Einstellung der Polarisatoren entscheidet darüber, ob die Teile des Superpositionszustandes miteinander interferieren können oder nicht. Das Experiment veranschaulicht zudem die Idee, dass durch die Markierung mit den Polarisatoren eine „Welcher-Weg“-Information entsteht, diese Information kann jedoch durch Anbringen eines diagonalen Polarisators wieder gelöscht werden. So ein Versuchsaufbau wird auch als Quantenradierer bezeichnet. Die Information, die bei der Messung erhoben wird, entscheidet über den Zustand des beobachteten Quantenobjekts.

⁶² Vergleiche mit dem Experiment *Licht trifft auf Polarisatoren*: Die Wahrscheinlichkeit für ein Photon durch den diagonalen Polarisator durchzukommen ist für horizontale und vertikale Polarisation genau gleich groß.

An dieser Stelle lässt sich auch das im ersten Teil erwähnte Gedankenexperiment einbauen, um die nicht lokalen Eigenschaften des Überlagerungszustandes zu thematisieren.

12 Verschränkte Photonen: Einsteins spukhafte Fernwirkung in

Aktion

Offensichtlich ist dieses Experiment wesentlich umfangreicher, als die fünf Experimente, die zuvor vorgestellt wurde. Mit den Grundlagen, die jedoch in den ersten Experimenten gelegt wurden, lässt es sich in seinen Grundzügen verstehen. Hier wird versucht das Experiment anhand von fünf Fragen zu erklären.

12.1 Was ist Verschränkung? Was kann man sich darunter vorstellen?

Bei der Erklärung zur Verschränkung sollte zunächst festgehalten werden, dass man sie sich klassisch nicht vorstellen kann und auch auf die Probleme einfacher klassischer Analogien eingegangen werden.

Wenn wir uns Verschränkung mit einem klassischen Bild vorstellen wollen, verhält es sich in etwa so, wie wenn eine Person zwei unterschiedliche Süßigkeiten in ihren Händen hinter ihrem Rücken versteckt und eine andere Person erraten muss in welcher Hand sie sich befindet. Die andere Person hat nur die gesamte Information, dass wenn die eine Süßigkeit in der linken Hand ist, dann befindet sich die andere in der rechten Hand und umgekehrt. Ganz wichtig ist dabei, dass die Person, die die Süßigkeiten versteckt, diese ständig und so schnell wie möglich von der linken zur rechten Hand tauscht, und zwar so schnell, dass sie selbst nicht genau weiß in welcher Hand sich welche Süßigkeit gerade befindet. Erst wenn die andere Person sich für eine Hand entschieden hat und damit eine Messung durchführt, wird das hin und her tauschen gestoppt und es entscheidet sich der jeweilige Zustand, also die Frage, welche Süßigkeit in welcher Hand ist.

Bei dieser Erklärung gibt es zwei Probleme:

- Aus klassischer Sicht befindet sich die Süßigkeiten auch ohne Wissen der Personen jeweils in der linken oder rechten Hand, in der Quantenphysik befinden sie sich jedoch in der Überlagerung der beiden Zustände. Das heißt vor der Messung existieren aus Sicht der Quantenphysik die beiden Süßigkeiten gar nicht unabhängig voneinander.
- Zusätzlich müsste man sich auch vorstellen, dass dies auch dann funktioniert, wenn die beiden Hände der Person räumlich voneinander getrennt sind und dass sie trotzdem die Süßigkeiten austauschen kann. Wir sehen klar, dass dies aus klassischer Sicht keinen Sinn ergibt.

In der Quantenphysik versteht man unter Verschränkung einen Zustand von mindestens zwei Quantenobjekten, die so miteinander verknüpft sind, dass eine einzelne Eigenschaft eines Objekts nicht unabhängig von der Eigenschaft des anderen Objekts beschrieben werden kann. Wenn dann eines der beiden Objekte gemessen wird, wird dadurch auch der Zustand des anderen Objekts festgelegt.

In der klassischen Physik und in unseren alltäglichen Erfahrungen gibt es nirgends so einen Effekt. Dementsprechend verrückt erscheint es uns auch, wenn wir die Folgen von Verschränkung

abschätzen und uns diesen Effekt bei klassischen Gegenständen, wie eben bei den Süßigkeiten vorstellen wollen.

Eine nützliche Alternative zu der Vorstellung mit den Süßigkeiten bietet der Vergleich mit Würfeln, um die Rolle des Zufalls bei der Messung hervor zu heben:

Angenommen wir besitzen zwei verschränkte Würfel. Alice bekommt einen Würfel und Bob bekommt einen Würfel. Beide gehen mit ihren Würfeln in unterschiedliche Räume und würfeln jeder für sich. Weder Alice noch Bob fällt irgendetwas besonders auf, sie erhalten beide einfach eine zufällige Folge von Augenzahlen und schreiben diese auf eine Liste. Wenn sich die beiden später wieder treffen und ihre Listen miteinander vergleichen, können sie feststellen, dass sie bei gleichen Zeitpunkten immer genau das entgegengesetzte Ergebnis voneinander erhalten haben. Ihre beiden Würfel sind miteinander verschränkt: Das Ergebnis des einen Würfels hängt mit dem Ergebnis des anderen zusammen. Egal wie weit die Würfel bei der Messung (dem Würfeln) voneinander entfernt waren.

Die Würfel eignen sich als Analogie, da sie die bereits besprochene Zufälligkeit der Messungen simulieren. Allerdings handelt es sich bei den Würfeln um eine klassische Zufälligkeit, die durch den Mangel an Information erklärt werden kann, im Gegensatz zur Zufälligkeit der Quantenphysik.

12.2 Wie wird Verschränkung im Experiment erzeugt?

Die Problematik des Entstehungsprozesses der beiden Photonen kann mit dem möglicherweise bekannten Schema des Übergangs eines Atoms vom angeregten Zustand in den Grundzustand verglichen werden. Ansonsten kann der Kristall auch einfach als Black-Box behandelt werden, der ein Photon absorbiert und zwei aussendet. Hier ergibt sich das Problem, dass Photonen zuvor als unteilbar charakterisiert wurden und hier offensichtlich ein Kristall dazu in der Lage ist, so ein Photon doch zu „teilen“. Dieses Problem kann durchaus thematisiert werden, wenn es Besucherinnen und Besuchern auffällt.

Mit Hilfe des verschiebbaren Spiegels können dann die Ringe der Down Conversion gezeigt werden (Abb. 43) und erklärt werden, dass sich die Partnerphotonen immer auf dem gegenüberliegenden Ring befinden und zueinander orthogonale Polarisation aufweisen. Dann kann logisch erklärt werden, dass durch die Auswahl der Photonen aus den Schnittpunkten, nicht klar ist, von welchem Ring sie kommen und dadurch auch nicht klar ist, welche Polarisation sie haben. Man weiß dementsprechend nur noch, dass, wenn das eine vertikal ist, dann muss das andere horizontal polarisiert sein und umgekehrt. An dieser Stelle kann durchaus auch die Formel für einen verschränkten Zustand gezeigt und erklärt werden:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H_1\rangle|V_2\rangle - |V_1\rangle|H_2\rangle)$$

Der Laser erzeugt Photonen mit einer bestimmten Energie. Diese Photonen werden auf den BBO Kristall fokussiert. In diesem Kristall wird die Energie der eintreffenden Photonen absorbiert und in Form von zwei neuen Photonen wieder abgegeben. Dieser Prozess wird als Spontane parametrische Fluoreszenz bezeichnet. Es werden nur die Photonen der Schnittpunkte verwendet, da sie miteinander verschränkt sind. Die Photonen befinden sich in einem Überlagerungszustand und erst die Messung legt die Polarisation eines einzelnen Photons fest, so wie dies auch schon im vorigen

Experiment festgestellt werden konnte. Wenn irgendeine beliebige Polarisation an einem Photon gemessen wird, dann muss das Partnerphoton immer die entgegengesetzte Polarisation haben.

12.3 Wie wird die Verschränkung gemessen?

Die verschränkten Photonen werden in der Quelle räumlich getrennt und jeweils zur Station Alice oder Bob geleitet.

Alice und Bob führen beide in ihren Messstationen eine voneinander unabhängige Polarisationsmessung durch. Dies entspricht dem Würfeln im Würfelbeispiel. Das ankommende Photon hat noch keine Polarisation, es trifft auf den Polarisator, wird durchgelassen und erhält dabei eine Polarisation. Ob es durchgelassen wird, ist für das einzelne Photon völlig zufällig. Der Detektor misst all jene Photonen, die durch den Polarisator durchgelassen werden und gibt dabei jeweils ein Signal ab.

Die Signale der beiden Detektoren werden zur sogenannten Koinzidenzlogik weitergeleitet. Dort werden die Ergebnisse der beiden Messstationen miteinander verglichen. Dies entspricht dem Vergleich der Listen im Würfelbeispiel. Es wird ermittelt, wie oft beide Detektoren genau gleichzeitig ein Photon detektieren. Wie oft also beide Partnerphotonen von den Messstationen detektiert werden. Dies wird als Koinzidenz bezeichnet. Im Computer werden diese Koinzidenzen dann noch in Zusammenhang mit den Winkelstellungen der Polarisatoren von Alice und Bob gebracht.

Beispiel: Wenn der Polarisator bei Alice horizontal eingestellt ist und der bei Bob vertikal, dann erwarten wir Koinzidenzen. Da das Photon bei Alice durch den Polarisator horizontal polarisiert wird, muss das Photon bei Bob auf Grund der Verschränkung entgegengesetzt polarisiert sein, also vertikal. Wenn also ein Unterschied von 90° zwischen den Winkelstellungen von Alice und Bob herrscht, dann erwarten wir die höchste Wahrscheinlichkeit für Koinzidenzen. Wenn dagegen die beiden Polarisatoren die gleichen Winkelstellungen haben, dann erwarten wir praktisch keine Koinzidenzen.

12.4 Kann Verschränkung auch klassisch erklärt werden? Was sind verborgene, lokale Variablen? Was wird im Experiment eigentlich überprüft?

Um die Tragweite des Experiments zu verstehen, ist natürlich auch eine kurze Behandlung der historischen Entwicklung nötig.

Verborgene, lokale Variablen wurden besonders durch eine Arbeit von Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen (EPR) aus dem Jahr 1935 motiviert. Darin postulierten sie einige Grundannahmen, denen physikalische Theorien genügen sollten: *Vollständigkeit*, *Realität* und *Lokalität*. Die Quantenphysik führt unter den Annahmen von EPR zu einem Widerspruch (EPR-Paradoxon) und wurde von Ihnen deswegen als unvollständig betrachtet. Als Lösung wurden verborgene, lokale Variablen vorgeschlagen.

- **Vollständig:** Eine vollständige Theorie muss alle Eigenschaften, die in der Wirklichkeit existieren, auch in der Theorie beschreiben.

- **Lokal:** bedeutet, dass zwei räumlich getrennt Objekte sich nur unter Austausch von Information gegenseitig beeinflussen können und Informationsaustausch maximal mit Lichtgeschwindigkeit erfolgen kann.
- **Real:** bedeutet, dass eine Wirklichkeit unabhängig von der Beobachtung dieser Wirklichkeit existiert. Ein Objekt hat bereits Eigenschaften bevor sie beobachtet werden.
- **Verborgene Variable:** ist der Wert, in dem die Information gespeichert ist, wie sich ein Objekt bei einer Messung verhalten soll. *Verborgene* deshalb, weil diese Information für uns nicht zugänglich ist.

Dem irischen Physiker John Bell gelang es 1964 erstmals einen mathematischen Unterschied zwischen den Vorhersagen der verborgenen Variablen und der Quantenphysik zu formulieren. Für bestimmte Winkeldifferenzen zwischen den beiden Messstationen sind die zu erwartenden Koinzidenzen für Quantenphysik und verborgene, lokale Variablen verschieden.

Wir überprüfen in unserem Experiment, ob die Quantenphysik tatsächlich unvollständig ist und ob die Annahmen von EPR stimmen.

12.5 Wie kann das Ergebnis interpretiert werden? Für was sind verschränkte Photonen gut?

Im Experiment werden vier Wahrscheinlichkeiten ermittelt, Koinzidenzen bei unterschiedlichen Winkeln zu finden. Mit Hilfe einer sogenannten Bell-Ungleichung (benannt nach John Bell) stellen wir diese Wahrscheinlichkeiten in Form eines einzelnen Wertes dar. Für die verborgenen, lokalen Variablen darf dieser Wert nicht größer als 2 sein, für die Quantenphysik nicht größer als $2,83 (2\sqrt{2})$.

Der Wert ist in unserem Experiment eindeutig größer wie 2! Verborgene, lokale Variablen können den Widerspruch (EPR-Paradoxon) nicht auflösen und das Ergebnis beschreiben. Die Quantenphysik kann dagegen Verschränkung vollständig beschreiben.

Zumindest eine der Grundannahmen von EPR muss deswegen aufgegeben werden:

- Entweder: Die Quantenphysik funktioniert nicht nach unseren lokalen Annahmen: es ist möglich, dass sich zwei räumlich getrennte Quantenobjekte instantan gegenseitig beeinflussen.⁶³
- Oder: Unsere Vorstellungen einer naiven unabhängigen Realität werden durch die Verschränkung in Frage gestellt: Wirklichkeit entsteht erst durch die Beobachtung dieser Wirklichkeit.
- Oder beides? Die Frage der Interpretation der Quantenphysik ist umstritten und Teil einer nicht abgeschlossenen Diskussion.

Neben den spannenden philosophischen Fragen ergeben sich auch praktische und anwendungsbezogene Folgen der Verschränkung. Besonders im Bereich der Kommunikation verspricht die Verschränkung in den nächsten Jahren eine herausragende Rolle zu spielen.

⁶³ Hier sei darauf hingewiesen, dass eine Kommunikation mit Überlichtgeschwindigkeit nicht möglich ist, da es sich bei der Messung um einen Zufallsprozess handelt. Ohne klassischen Austausch von Daten kann die Verschränkung gar nicht festgestellt werden, so wie dies auch im Gedankenexperiment mit den Würfeln der Fall ist.

- Quantencomputer, die für bestimmte Probleme ein Vielfaches der Rechenleistung von herkömmlichen Computern haben.
- Quantenkryptographie, eine Verschlüsselungsvariante, die eine abhörsichere Übertragung von Informationen ermöglicht. Erst kürzlich wurde das erste quantenverschlüsselte interkontinentale Videogespräch durchgeführt [64].
- In diesem Zusammenhang steht der mögliche Aufbau eines globalen Quanteninternets.
- Ghost Imaging nützt nicht lokale Eigenschaften von Quantenobjekten, um „ohne direkte Wechselwirkung“ Objekte zu untersuchen, was beispielsweise für nicht invasive medizinische Untersuchungen verwendet werden könnte.
- ...

13 Zusammenfassung und Ausblick

Mit Hilfe der sechs vorgestellten Experimente wurde ein einfacher, schlüssiger und experimenteller Einstieg zum Thema Quantenphysik aufgezeigt.

Die ersten fünf Experimenten können in ihrem vorgestelltem Aufbau auch alle klassisch beziehungsweise semiklassisch erklärt werden. Der Hauptgrund liegt daran, dass sie nicht mit angekündigten, einzelnen Photonen, sondern mit kontinuierlichem Laserlicht betrieben werden. Der Grund hierfür liegt an einer besseren Demonstrationsmöglichkeit und dem einfacheren und übersichtlicheren Aufbau. Streng genommen handelt es sich also bei keinem dieser Experimente, um ein quantenphysikalisches Experiment, wenn sich solche dadurch kennzeichnen, dass sie nur quantenphysikalisch erklärt werden können. Trotzdem konnte gezeigt werden, dass sich die Experimente sehr gut zur Demonstration und Behandlung von fundamentalen Grundlagen der Quantenphysik eignen. Anhand dieser ersten fünf Experimente konnten drei wichtige Grundprinzipien aufgezeigt werden: Statistisches Verhalten, Superpositionsprinzip und Präparation von Quantenzuständen. Zudem wurde mit ihnen die Problematik der Modellbildung behandelt. Daneben würden sie sich auch für eine einfache Einführungen und Beschreibung des Dirac-Formalismuses eignen.

Das sechste Experiment behandelt die Verschränkung, die ein weiteres wichtiges Grundprinzip der Quantenphysik ist und eine wichtige Grundlage für moderne Forschungsfelder, wie insbesondere für die Quantenkommunikation mit Quantenkryptographie und Quantencomputing. Ein solches Experiment ist mittlerweile Standard in quantenoptischen Praktika an Universitäten, der Aufbau im Vorführlabor entspricht dem Versuch, dieses spannende Experiment einem breiteren Publikum zu vermitteln. Es wurde hierfür eine Verschränkungsquelle präsentiert, die unter Tageslicht funktioniert, bei der alle wichtigen optischen Bauteile einsehbar sind, die völlig automatisiert verschränkte Photonenpaare erzeugt und somit optimal für Demonstrationszwecke geeignet ist. Die Quelle könnte auch als Ausgangspunkt dienen, für die Demonstration eines Quantenkryptographieexperiments beziehungsweise könnte die prinzipielle Funktionsweise der abhörsicheren Schlüsselerstellung damit erklärt werden. Genauso könnte sie als Ausgangspunkt der Erklärung der Quantenteleportation dienen.

Während der documenta (13) und danach bei unzähligen Führungen im Vorführlabor konnten sich die Experimente in ihrer Form bewähren und lieferten einem großen Publikum einen Einblick in die faszinierende Welt der Quantenphysik. Sie sind aus didaktischer Sicht insbesondere auch für Lehramtstudentinnen und –studenten interessant, somit würden sie sich auch hervorragend für Praktika im Studienplan des Lehramtstudiums Unterrichtsfach Physik eignen.

Literaturverzeichnis

- [1] Redaktion (uni:view). Documenta 13. Zeilinger zeigt Quantenphysik-Experimente. Medienportal Universität Wien.(2012)
<https://medienportal.univie.ac.at/uniview/wissenschaft-gesellschaft/detailansicht/artikel/documenta-13-zeilinger-zeigt-quantenphysik-experimente/>
(August 2017)
- [2] M. Schlosshauer, J. Kofler und A. Zeilinger. A snapshot of foundational attitudes toward quantum mechanics. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*. 44. (2013) S. 222-230
- [3] A. Whitaker. *Einstein, Bohr and the Quantum Dilemma. From Quantum Theory to Quantum Information*. (Cambridge, 2006)
- [4] L. Zehnder. Ein neuer Interferenzrefraktor. In: *Zeitschrift für Instrumentenkunde* XI Jahrgang. (1891) S. 275-283
- [5] L. Mach. Ueber einen Interferenzrefraktor. In: *Zeitschrift für Instrumentenkunde* XII Jahrgang. (1892) S. 89-93
- [6] A. A. Michelson. The Relative Motion of the Earth and Luminiferous Aether. In: *Amer. J. Sci. Third Series*. Vol. XXII. Art. XXI. (1881) S. 120-129
- [7] B. P. Abbott, et al. Observation of Gravitational Waves from Binary Black Hole Merger. *Phys. Rev. Lett.* Vol. 116. (2016) S. 061102
- [8] K. P. Zetie, S. F. Adams und R. M. Tocknell. How does a Mach-Zehnder interferometer work? *Physics Education*. Vol. 35(1). (2000) S. 46-48
- [9] F. Embacher. Quantentheorie. Unterrichtskonzept – eine ungewöhnlicher Einstieg. In: http://homepage.univie.ac.at/Franz.Embacher/MERLIN_MPI/konzept.htm (August 2017)
- [10] A. Zeilinger. General properties of lossless beam splitters in interferometry. *Am. J. Phys.* Vol. 49(9). (1981) S.882-883
- [11] J. Pade, L. Polley. Phasenverschiebung am Strahlteiler. *PhyDid A - Physik Didaktik in Schule und Hochschule*. Vol.3(1). (2004) S. 39-40
- [12] J. Pade. *Quantenmechanik zu Fuß*. (Berlin, Heidelberg 2012)
- [13] R. Ulrich, A. Simon. Polarization optics of twisted single-mode fibers. *Appl. Opt.* Vol. 18(13). (1979) S. 2241-2251
- [14] Thorlabs, Inc. Fiber Paddle Controllers: Achieving Distinct Polarization States.
https://www.thorlabs.de/images/TabImages/Fiber_Polarization_Controller_Lab_Facts.pdf
(August 2017)
- [15] B. P. Pal. *Guided Wave Optical Components and Devices. Basics, Technology, and Applications*. (Amsterdam u.a. 2006) In: eBook Collection. EBSCOhost. (August 2017) S. 205
- [16] J. Chrisp, B. Ellito. *Introduction to Fiber Optics*. (Amsterdam 2005) In: eBook Collection. EBSCOhost. (August 2017) S. 143
- [17] G. Lewis. The Conservation of Photons. *Nature* 118(2981). (1926) S. 874-875
- [18] M. Planck. Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 2. (1900) S. 237-245
- [19] W. Hallwachs. Ueber den Einfluss des Lichts auf electrostatisch geladene Körper. *Annalen der Physik und Chemie*. 33. (1888) S. 301-312
- [20] A. Einstein. Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. *Annalen der Physik und Chemie*. 17. (1905) S. 132-148

- [21] J. F. Clauser. Experimental distinction between the quantum and classical field-theoretic predictions for photoelectric effect. *Physical Review D*. 9(4). (1974) S. 853-860
- [22] A. Zeilinger, G. Weihs, T. Jennewein und M. Aspelmeyer. Happy Centenary, photon. *Nature*. 433(6995). (2004) S. 54-58
- [23] P. Bronner. Quantenoptische Experimente als Grundlage eines Curriculums zur Quantenphysik des Photons. In: H. Niedderer, H. Fischler und E. Sumfleth (Hg.). *Studien zum Physik- und Chemielernen*. 103. (Berlin, 2010)
- [24] P. A. M. Dirac. *The Principles of Quantum Mechanics*. (Oxford, 1930)
- [25] M. Born. Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge. *Zeitschrift für Physik*. 37(12). (1926) S. 863-867
- [26] R. P. Feynman. *The Feynman Lectures on Physics*. Vol. 3 Quantum Mechanics. (Reading, Mass. 1965) In: http://www.feynmanlectures.caltech.edu/III_toc.html (August 2017)
- [27] ID-Quantique. Quantis Random Number Generator. In: <http://www.idquantique.com/random-number-generation/quantis-random-number-generator/> (August 2017)
- [28] T. Young. The Bakerian Lecture: Experiments and Calculations Relative to Physical Optics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. Vol. 94. (1804) S. 1-16
- [29] G. Möllenstedt und C. Jönsson. Elektronen-Mehrfachinterferenz an regelmäßig hergestellten Feinspalten. *Zeitschrift für Physik* 155. (1959) S. 472-474
- [30] M. Arndt, et al. Wave-particle duality of C60 molecules. *Nature* 401. (1999) S. 680–682
- [31] S. Gerlich, et al. Quantum interference of large organic molecules. *Nature Communications*. Vol.2. (2011) S. 263
- [32] T. V. Marcella. Quantum interference with slits. *Eur. J. of Phys.* 23(6). (2002) S.615-621
- [33] T. Rothman und S. Boughn. 'Quantum interference with slits' revisited. *Eur. J. of Phys.* 32. (2011) S.107-113
- [34] É.-L. Malus. Sur une propriété de la lumière réfléctie par les corps diaphanes. *Nouveau Bull. d. Sci. par la Soc. Philomatique*. (Paris 1809) S. 266-269 *Mém. de la Soc. D'Arcueil*. Vol 2 zit.n. G. Horváth. Polarization of Patterns in Nature. Imaging Polarimetry with Atmospheric Optical and Biological Applications. (Diss. 2003) S.2 In: <https://arago.elte.hu/sites/default/files/DSc-Thesis-2003-GaborHorvath-01.pdf> (August 2017)
- [35] G. Horváth. Polarization of Patterns in Nature. Imaging Polarimetry with Atmospheric Optical and Biological Applications. (Diss. 2003) S.2 In: <https://arago.elte.hu/sites/default/files/DSc-Thesis-2003-GaborHorvath-01.pdf> (August 2017)
- [36] K. Weber. Polarisation und Doppelbrechung des Lichts. In: H. Niedrig[Hg.]. *Optik. Wellen- und Teilchenoptik*. (Berlin, New York 2004) S. 481-632
- [37] A. C. Elitzur und L. Vaidman. Quantum mechanical interaction-free measurements. *Found. Phys.* 23(7). (1993) S. 987-997
- [38] E. Schrödinger. Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik. *Naturwissenschaften* 23 (1935) S. 807-812, 823-828, 844-849
- [39] E. Schrödinger. Discussion of Probability Relations between Separated Systems. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 31(4). (1935) S. 555-563
- [40] A. Einstein, B. Podolsky und N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.* 47. (1935) S. 777-780
- [41] N. Bohr. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete? *Phys. Re.* 48. (1935) S. 696-702
- [42] J. Bell. On the Einstein Podolsky Rosen Paradox. *Physics*. 1(3). (1964) S. 195-200

- [43] N. Bohm und Y. Aharonov. Discussion of Experimental Proof for the Paradox of Einstein, Rosen, and Podolsky. Phys. Rev. Lett. 108(4). (1957) S. 1070-1076
- [44] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony und R. A. Holt. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. Phys. Rev. Lett. Vol. 23(15). (1969) S.880-884
- [45] E. P. Wigner. On Hidden Variables and Quantum Mechanical Probabilities. American Journal of Physics. 38(8). (1970) S.1005-1009
- [46] B. d'Espagnat. The Quantum Theory and Reality. Scientific American. 271(5). (1979)
- [47] J. Bell. Introduction to the Hidden-Variable Question. In: M. Bell, K. Gottfried und M. Veltman. John S. Bell on the foundations of quantum mechanics (Singapore, New Jersey, London, Hong Kong, 2001) Reprinted From Foundations of Quantum Mechanics. (New York, 1971) S. 22-32
- [48] S. J. Freedman und J. F. Clauser. Experimental test of local hidden-variable theories. Phys. Rev. Lett. 28(14). (1972) S. 938-941
- [49] A. Aspect, J. Dalibard und G. Roger. Experimental Test of Realistic Local Theories via Bell's Theorem. Phys. Rev. Lett. 47(7). (1981) S. 460-463
- [50] A. Aspect, J. Dalibard und G. Roger. Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers. Phys. Rev. Lett. 49(25). (1982) S. 1804-1807
- [51] M. Giustina, et al. Significant-Loophole-Free Test of Bell's Theorem with Entangled Photons. Phys. Rev. Lett. 115. (2015) S. 250401-7
- [52] L. K. Shalm, et al. Strong Loophole-Free Test of Local Realism. Phys. Rev. Lett. 115. (2015) S. 250402-10
- [53] B. Hensen, et al. Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres. Nature. 526. (2015) S.682-686
- [54] Y. Shih. Entangled biphoton source-property and preparation. Reports on Progress in Physics. 66. (2003) S.1009-1044
- [55] S. Barz. Eine Quelle polarisationsverschränkter Photonenpaare im physikalischen Praktikum für Fortgeschrittene. Staatsexamensarbeit. (Universität Mainz, 2008)
- [56] DOCUMENTA (13). In: <http://d13.documenta.de/de/#de/welcome/> (August 2017)
- [57] J.-P. Meyn. QuantumLab. In: <http://www.didaktik.physik.uni-erlangen.de/quantumlab/> (August 2017)
- [58] J. Küblbeck und R. Müller. Die Wesenszüge der Quantenphysik. Modell, Bilder, Experimente. (Köln, 2003)
- [59] R. Müller und H. Wiesner. Das Münchner Unterrichtskonzept zur Quantenmechanik und Photonen im Mach-Zehnder-Interferometer – ein Zugang zur Deutung der Quantenphysik. In: R. Müller und H. Wiesner. Physik in der Schule. 38. (2000) S. 138ff u. S. 338ff
- [60] Quantenphysik in der Schule. In: <http://www.milq-physik.de/>
- [61] W. Dür, S. Heusler. Was man vom einzelnen Qubit über Quantenphysik lernen kann. PhyDid. 1/11. (2012) S. 1-16
- [62] W. Dür, S. Heusler. Was man von zwei Qubits über Quantenphysik lernen kann: Verschränkung und Quantenkorrelationen. PhyDid. 1/13. (2012) S. 11-34
- [63] R. Müller. Schülervorstellungen zur Quantenphysik. In: R. Müller (Hg.). Quantenphysik in der Schule. Studien zum Physiklernen. 26. (Berlin 2003) S.17-50
- [64] Österreichische Akademie der Wissenschaften. Austrian and Chinese Academies of Sciences successfully conducted first inter-continental quantum video call. In: <https://www.oeaw.ac.at/en/austrian-academy-of-sciences/the-oeaw/article/erstes-abhoersicheres-quanten-videotelefonat-zwischen-wien-und-peking-geglueckt->

[1/?tx_news_pi1%5Bcontroller%5D=News&tx_news_pi1%5Baction%5D=detail&cHash=1e80a2c4867594ade3cb215cb325edd2](1/?tx_news_pi1%5Bcontroller%5D=News&tx_news_pi1%5Baction%5D=detail&cHash=1e80a2c4867594ade3cb215cb325edd2) (Oktober 2017)