



universität
wien

DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

Vorbereitungskurse für Studienanfänger/innen der Mathematik – ein Vergleich zwischen der Universität Wien und der KU Leuven (Belgien)

verfasst von / submitted by

Veronika Schippani

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2018 / Vienna, 2018

Studienkennzahl lt. Studienblatt /
degree programme code as it appears on
the student record sheet:

A 190 406 299

Studienrichtung lt. Studienblatt /
degree programme as it appears on
the student record sheet:

UF Mathematik, UF Philosophie/Psychologie

Betreut von / Supervisor:

Univ.-Prof. Mag. Dr. Hans Humenberger

Danksagung

Der Beginn dieser Arbeit markiert gleichzeitig ein Ende – nämlich das Ende meines Studiums. Das ist ein guter Anlass, um all jenen Danke zu sagen, die mich ein Stück des Weges begleitet haben und auf so vielfältige Art zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Zu allererst meiner Familie, in besonderer Weise meinen Eltern ein großes Dankeschön, dass ihr mir auf meinem Weg durch Schule und Studium stets meine eigenen Entscheidungen treffen habt lassen, mich darin unterstützt habt und irgendwann aufgehört habt, euch darüber zu wundern, wie lange „ich schreibe gerade meine Diplomarbeit fertig“ eigentlich dauern kann.

Dann meinen Freund/innen und Studienkollegen, vor allem jenen Kollegen, die im Laufe der Jahre zu Freunden geworden sind. Danke, dass ihr mir mit Rat und Tat zur Seite steht, mich ermutigt und mich nicht vergessen lasst, dass man Erfolge auch feiern muss. Danke auch fürs Lösungen finden und aufbauen, wenn ich meinen Laptop verwünschte und kurz davor war, die Nerven wegzuwerfen.

Danken möchte ich auch den Kolleginnen und Kollegen, die als Vortragende die „Workshops zur Aufarbeitung“ des Schulstoffs im Wintersemester 2015 begleitet haben, vor allem auch dafür, dass sie sich durch meine Anwesenheit, meinen mitunter kritischen Blick und die rege Notiztätigkeit nicht ablenken ließen und immer für Fragen und Rückmeldungen offen waren.

Ein besonderer Dank gebührt auch Michael Eichmair und Lukas Riegler und der gesamten Projektgruppe hinter „Mathematik macht Freu(n)de“, die mir die Verwendung ausgewählter Aufgaben aus ihren wirklich genialen Kompetenzheften „Differenzieren“ möglich machten.

Heel erg bedankt ook aan Mevr. Carolien van Soom, de verantwoordelijke voor de wiskunde zomercursus aan de KU Leuven, voor haar steun en de nuttige tips voor, tijdens en nog lang na mijn bezoek in Leuven. Een grote “Dank U” moet ik ook zeggen aan alle docenten en jobstudenten van de zomercursus 2015, die altijd hun best deden om al mijn vragen te beantwoorden en mij tijdens de middagspauzes bezig hielden.

Zu guter Letzt ein großes Dankeschön auch meinen Betreuer Univ.-Prof. Mag. Dr. Hans Humenberger, vor allem für seine anscheinend unendliche Geduld und die vielen interessanten Anregungen und kritischen Fragen zu meiner Arbeit.

Plagiatserklärung

Hiermit erkläre ich, die vorgelegte Arbeit selbstständig und ausschließlich unter Zuhilfenahme der angegebenen Hilfsmittel und Quellen verfasst zu haben. Alle wörtlich oder sinngemäß anderen Werken entnommenen Passagen und Gedankengänge sind durch genaue Angabe der Quelle ausgewiesen. Bei Quellen aus dem Internet sind diese Angaben noch durch die URL und das Zugriffsdatum ergänzt.

Ich versichere außerdem, dieser Arbeit nicht bereits andernorts zur Beurteilung vorgelegt zu haben.

Wien, im Februar 2018

Veronika Schippani

Vorwort – Zur Entstehung dieser Arbeit

Den Anstoß zur Themenwahl dieser Diplomarbeit gab ein Vortrag von Doz. Dr. Franz Embacher im Rahmen des fachdidaktischen Kolloquiums an der Fakultät für Mathematik der Universität Wien im Sommersemester 2014. Daraufhin setzte sich die Autorin der vorliegenden Arbeit mit den verschiedenen Konzepten zur Vorbereitung von Studienanfängerinnen/Studienanfängern des Faches Mathematik in einer Seminararbeit auseinander. Aus einem Gespräch mit Prof. Dr. Hans Humenberger entstand dann die Idee, den im Sommersemester 2015 geplanten Erasmus Aufenthalt an der belgischen Universität Leuven dafür zu nutzen, den dort bestehenden Vorbereitungskurs zu untersuchen und schließlich den Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs in Wien gegenüberzustellen.

Da die besagten Kurse in Belgien jedoch nur vor Beginn des Wintersemesters stattfinden, wurde das Sommersemester dafür genutzt, mit den Menschen, die die Kurse organisieren, in Kontakt zu treten, Absprachen zu treffen und zum belgischen Schul- bzw. Hochschulsystem zu recherchieren. Aus verschiedenen Gesprächen ergab sich dann, dass eine teilnehmende Beobachtung an den Kursen begleitet von einer Befragung mittels Fragebogen möglich und sinnvoll ist. Aufbauend auf die an der KU Leuven bereits existierende Befragung mittels Fragebogen am Ende des Vorbereitungskurses wurde dann ein ähnlicher Fragebogen erarbeitet, der einen Vorher-Nachher-Vergleich ermöglichen sollte. Dieser Fragebogen erhebt jedoch nicht die Leistung bzw. die Leistungsveränderung der Teilnehmer/innen, sondern ihre Erwartungen an die Kurse und wie sehr diese sie erfüllt haben.

Wie im Kapitel „KU Leuven“ noch genauer erläutert wird, ist die KU Leuven niederländischsprachig. Natürlich sind sowohl die Kurse als auch die Unterlagen zu den Kursen, die für diese Arbeit verwendet wurden, auf Niederländisch. Die in Belgien verwendeten Fragebögen wurden ebenfalls in der Sprache der Universität¹, d.h. auf Niederländisch, erstellt. Damit diese Arbeit auch für

¹ Hier von der „Landesprache“ zu sprechen, könnte für Verwirrung sorgen, da Französisch ebenfalls Landesprache in Belgien ist und sogar eine Deutschsprachige Gemeinschaft besteht. Auch „Erstsprache der Studierenden“ scheint nicht passend, einerseits aufgrund der Mehrsprachigkeit Belgiens und andererseits, weil nicht davon ausgegangen werden kann, dass

Menschen ohne Niederländischkenntnisse lesbar ist, sind im Fließtext jeweils die deutschen Übersetzungen zu finden und in Fußnoten wird der Originalwortlaut wiedergegeben.

keine Studierenden mit anderer Erstsprache (wie z.B. Türkisch oder Arabisch) am Kurs teilnehmen.

Inhalt

Einleitung, Forschungsinteresse und Ziel der Diplomarbeit	1
A) Theoretischer Hintergrund und Forschungsstand	3
1. Mathematische Vor- und Brückenkurse	3
Begriffsdefinition	3
Probleme im Übergang von der Schule zur Hochschule	4
Kurskonzepte	7
B) Instrumente der eigenen empirischen Analyse	11
1. Empirische Erhebung mittels Fragebögen bei den Teilnehmerinnen/Teilnehmern	11
Aufbau und Inhalt des Eingangsfragebogens	13
Aufbau und Inhalt des Abschlussfragebogens	16
2. Teilnehmende Unterrichtsbeobachtung	19
Der verwendete Beobachtungsleitfaden	21
3. Aufbau des verwendeten Analyseschemas	24
Bereich 1: Akteurinnen/Akteure	26
Bereich 2: äußere Rahmenbedingungen	29
Bereich 3: Lehr-Lernszenario	31
Bereich 4: Lehr-Lernmittel sowie Mediennutzung	34
Bereich 5: Methodischer Aufbau und Gestaltung des Lernszenarios	36
C) Die beiden Universitäten: Eine kurze Vorstellung	37
1. KU Leuven	37
2. Universität Wien	39
D) Die Beschreibung der Kurse	41
1. Akteurinnen/Akteure	41
Beschreibung der Akteurinnen/Akteure nach Handlungsebenen	42
Ziele	45

Motivation.....	46
Voraussetzungen seitens der Akteurinnen/Akteure.....	47
2. Äußere Rahmenbedingungen	51
Infrastruktur.....	51
Lehr-Lernziele	52
Lehr-Lernmittel.....	55
Einbettung ins Studium	56
3. Lehr/Lernszenario	58
Kursstruktur.....	59
Interaktion	68
Individualisierungspotenzial	72
Gestaltung Kurseinheiten.....	74
4. Lehr/Lernmittel sowie Mediennutzung	77
Lernmaterial	77
Formen der Distribution von Lerninhalten	81
5. Methodischer Aufbau und Gestaltung des Lernszenarios	83
Verlauf der Einheiten.....	83
E) Conclusio und offene Fragen	89
Zum Aufbau des Kurses und der Einheiten.....	89
Implikationen für den Mathematik-Unterricht.....	91
F) Vorschlag Kursmodul „Differentialrechnung“	93
1. Akteurinnen/Akteure	93
Voraussetzungen seitens der Vortragenden	93
Aufgaben der Vortragenden	94
2. Äußere Rahmenbedingungen	94
Infrastruktur.....	94
Lehr-Lernmittel.....	95

Lehr- und Lernziele	95
3. Lehr/Lernszenario	98
Kursstruktur	98
Interaktion, Individualisierungspotential und Gestaltung Kurseinheiten	98
4. Lehr/Lernmittel sowie Mediennutzung.....	99
Lernmaterial.....	99
Formen der Distribution von Lerninhalten	101
5. Methodischer Aufbau und Gestaltung der Kurseinheit	101
Methodik	101
Aufbau	103
G) Kursunterlagen.....	1
1. Differenzieren.....	2
I. Differenzenquotient und Differentialquotient	2
II. Differenzierbarkeit	6
III. Ableitungen elementarer Funktionen	8
IV. Ableitungsregeln	9
V. Die Ableitungsfunktion.....	16
2. Aufgabensammlung:	18
I. Grundvorstellungen zum Ableitungsbegriff.....	18
II. Ableitungen elementarer Funktionen	20
III. Ableitungsregeln	20
3. Lösungen	22
4. Arbeitsblätter	25
H) Anhang	i
1. Zusammenfassung.....	i
2. English abstract	iii
3. Fragebögen.....	iv

KU Leuven – Vor dem Kurs.....	iv
KU Leuven – Nach dem Kurs.....	vi
Universität Wien – Vor dem Kurs	viii
Universität Wien – Nach dem Kurs	x
4. Übersicht Kursmodule KU Leuven - Originaltitel	xiv
3. Vortragsfolien zum vorgeschlagenen Kursmodul	xv
I) Quellen- und Literaturverzeichnis.....	xvii
1. Literaturverzeichnis	xvii
2. Online-Quellen	xxi
3. Quellen Kursmaterial/Aufgabensammlung	xxiii
4. Abbildungsverzeichnis.....	xxiv

Einleitung, Forschungsinteresse und Ziel der Diplomarbeit

Vom „Angstfach Mathematik“ ist immer wieder zu hören oder zu lesen, wenn sich Berichte, Erzählungen und Nachrichten um das Fach Mathematik in der Schule drehen. Es ist tatsächlich so, dass Mathematik schon unter Schülerinnen/Schülern nicht zu den beliebtesten Fächern gehört und dementsprechend auch nicht eine jener Studienrichtungen ist, die mit überfüllten Hörsälen zu kämpfen haben. Zusätzlich zeigt sich aber auch noch das Problem, dass aus der geringen Anzahl jener, die beschließen, Mathematik zu studieren, viele schon in den ersten Semestern wieder aufhören. Um diese Dynamik etwas abzufedern, haben Universitäten begonnen, vorbereitende Mathematikurse anzubieten.

Für die vorliegende Arbeit wurden zwei dieser Vorbereitungskurse exemplarisch ausgesucht und einer fachdidaktischen Analyse mit besonderem Schwerpunkt auf die Analysis-Teile unterzogen. Den „Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs“ für Studienanfänger/innen des Bachelorstudiums Mathematik an der Universität Wien wurde der „Sommerkurs Mathematik“² an der KU Leuven in Belgien gegenübergestellt. Dieser Vergleich ist insofern besonders attraktiv, da beide Kurse inhaltlich nur Schulstoff wiederholen und keine neuen Stoffgebiete einbringen, die Art und Weise, wie und in welchem Rahmen das passiert, aber große Unterschiede aufweisen. Der fachdidaktischen Analyse liegen die Beobachtungen, die während der Kurse gemacht wurden, und die Kursunterlagen, die Teilnehmer/innen bekommen, zu Grunde. Außerdem wurden zur Unterfütterung und Illustration einiger Punkte der Analyse zu Beginn und am Ende der Kurse Befragungen mit Hilfe von Fragebögen für die Teilnehmenden durchgeführt.

Das Forschungsinteresse, das hinter dieser Diplomarbeit steht, wird durch die Frage „Wie sind Vorbereitungskurse für Mathematikstudienanfänger/innen gestaltet?“ und in besonderer Weise „Wie kann die Schulstoff-Analysis in Vorbereitungskursen thematisiert werden, sodass ein Einstieg ins

² „Zomercursus Wiskunde“

Mathematikstudium gut möglich ist?“ zusammengefasst. Die Ergebnisse der quantitativen Befragung der Teilnehmer/innen dienen außerdem zur Behandlung der sich aus der ersten Frage ergebenden Teilfrage „Was erwarten Teilnehmer/innen von mathematischen Vorbereitungskursen?“

Natürlich bilden zwei ausgesuchte Kurse noch nicht das gesamte Spektrum an Möglichkeiten zur Vorbereitung von Studienanfänger/innen ab. Daher sind im ersten Teil dieser Arbeit ein Überblick über verschiedenste Kurskonzepte sowie ein theoretischer Abriss darüber, welche Gründe es für das Abhalten solcher Kurse gibt, und welche Implikationen für Kursstruktur und -konzept sich daraus ergeben, zu finden.

Nach Kastner (Vgl. 1990, 233) liegt Unterrichtsbeobachtung immer – auch und gerade wenn sie wissenschaftlichen Untersuchungen dient – der Wunsch zu Grunde, aus den erhobenen Daten eine Verbesserung ableiten zu können. Für die vorliegende Arbeit muss das etwas umformuliert werden, da – wie schon in der Einleitung erwähnt – kein von außen herangetragen Wunsch nach Verbesserung der Kurse ausschlaggebend für die Untersuchung war, sondern vor allem die Hoffnung, aufgrund der Untersuchung nützliche Erkenntnisse für die Gestaltung von Mathematikunterricht in der Schule gewinnen zu können. Natürlich dürfen auch Rückschlüsse gezogen werden, die sich auf die zukünftige Gestaltung von Vor- und Brückenkursen auswirken. So bildet den Abschluss der Arbeit ein Vorschlag, wie die Schul-Analyse, insbesondere eine Einführung in die Differentialrechnung, in Vorbereitungskursen behandelt werden könnte, der sich auf die Ergebnisse und Erkenntnisse der fachdidaktischen Analyse stützt und somit als Conclusio des umfangreichen Mittelteils der Arbeit angelegt ist.

A) Theoretischer Hintergrund und Forschungsstand

1. Mathematische Vor- und Brückenkurse

Das folgende Kapitel setzt sich mit der Definition mathematischer Vor- und Brückenkurse auseinander und bietet einen Einblick in die Vielschichtigkeit der Probleme zu Studienbeginn, die derartige Kurse notwendig machen. Abschließend wird ein Überblick über verschiedene Kursmodelle und die jeweiligen Vor- und Nachteile, die sie mit sich bringen, gegeben.

Begriffsdefinition

In den letzten Jahren wurde als wesentliches Moment im Hochschuldasein eines/einer Studierenden die Studieneingangsphase entlarvt. Das Zentrum für Hochschulentwicklung Zürich (online) nennt vier Teilphasen der Studieneingangsphase. Nämlich „Orientierung, Vorbereitung, Optimierung und Profilierung von Studierenden“. Der Aspekt „Vorbereitung“ meint die Vorbereitung der Studierenden seitens der Hochschule auf die „hochschulspezifischen Anforderungen“. Das kann

„durch Einführungswochen, Begrüßungsveranstaltungen und spezifische Kursangebote (wissenschaftliches Arbeiten, Selbstmanagement, Studienorganisation usw.)“ (ZHE Zürich, online)

geschehen. Unter Optimierung wird eine Verringerung der das Vorwissen betreffenden Heterogenität unter den Studierenden verstanden. Diese vorhandenen Lücken im Vorwissen werden versucht, durch Kurse zu schließen.

Ghislaine Gueudet (Vgl. 2008: 248) hält fest, dass es nicht das Ziel der Schule sein kann, die Schüler/innen auf die Wissenschaft Mathematik an der Universität vorzubereiten. Darum müssten also Lehrveranstaltungen eingeführt werden, die nur wiederholen und keinen neuen Stoff bringen und somit versuchen, das Schulwissen in akademisches Wissen umzuwandeln. Das heißt, Wiederholung und Vertiefung durch Setzen von andern Akzenten bzw. weniger problemorientierte Herangehensweise. Bei derartigen Kursen wird ausschließlich Stoff behandelt, der den Studierenden bereits aus der Schule bekannt sein muss oder kann. Es handelt sich also „um Inhalte, die in früheren Zeiten (oder in einzelnen Bundesländern) auf Schulniveau behandelt wurden bzw. werden“ (Lotz und Lampe 2014: 765) bzw. – auf das österreichische System umgelegt – um

Inhalte, die in manchen Schulformen, die zur schriftlichen Reife- und Diplomprüfung³ führen, am Lehrplan stehen.

Ein anderer Ansatz ist es, in solchen Kursen auch neue Inhalte zu präsentieren, die ganz sicher noch nicht aus der Schule bekannt, aber für das Verständnis der Inhalte der ersten Semester des Mathematikstudiums essentiell sind. Meistens werden sowohl Kurse, die das zuerst beschriebene Ziel verfolgen als auch Kurse, die sich an der zweiten Zielsetzung orientieren, als mathematische Vor- und Brückenkurse bezeichnet, wobei die Ausdrücke „Vorkurs“ und „Brückenkurs“ häufig synonym verwendet werden.

Zur deutlicheren Abgrenzung der in der weiteren Arbeit untersuchten „Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs“ von der Vorlesung „Einführung ins mathematische Arbeiten“ an der Universität Wien bzw. zur klareren Einschränkung der Art der untersuchten Kurse wird folgende Definition festgelegt:

Von mathematischen Vorkursen wird gesprochen, wenn von Kursen die Rede ist, die sich mit Inhalten beschäftigen, die vor-universitär sind; die also Schulstoff wiederholen – auch wenn es sich nur um Unterrichtsinhalte mancher Schulformen handelt – und evtl. auf ein abstrakteres Niveau bringen.

Als mathematische Brückenkurse werden Kurse bezeichnet, die (auch) Inhalte präsentieren, die kein Schulstoff mehr sind.

Probleme im Übergang von der Schule zur Hochschule

Es existieren zentrale Unterschiede zwischen Schulmathematik und Hochschulmathematik. Rach und Heinze (2012: 125) nennen einerseits „die Veränderung des Charakters der Domäne Mathematik“ und andererseits die Veränderungen in Verbindung mit der „Organisation der Lerngelegenheiten und die individuelle Nutzung dieser.“ (ebd.) Diese Zweiteilung von Problemen zu Studienbeginn findet sich auch bei anderen Autorinnen/Autoren wieder.

Der erste genannte Punkt zeigt sich unter anderem darin, dass Mathematik in der Schule „allgemeinbildende Funktion“ (Rach und Heinze 2012: 125) hat mit Fokus auf heuristische Problemlösefähigkeiten und teils starker

³ Umgangssprachlich: Matura

Anwendungsorientierung. (ebd., vgl. auch Gueudet 2008: 239ff) „Dagegen lernen die Studierenden die Mathematik an der Hochschule [...] primär als Geisteswissenschaft kennen.“ (Rach und Heinze 2012: 125) Die den neuen Studierenden bekannten Anwendungsbeispiele „aus realen Kontexten im Sinne von Modellierungsaktivitäten (und nicht innerhalb des mathematischen Wissensgebäudes)“ spielen hingegen zu Beginn kaum eine Rolle. (Vgl. Rach und Heinze 2012: 125f) Oder man kann es mit den Worten von Ableitinger und Herrmann (2014: 327-328) ausdrücken:

„Studierende werden im ersten Ausbildungsjahr mit einer für sie größtenteils fremden Disziplin konfrontiert, in der plötzlich etwas anderes im Zentrum steht als das bloße Anwenden praktischer Werkzeuge auf wohlbekannte Aufgabentypen.“

Ein sehr häufig verwendeter Terminus dafür ist die Diskontinuität, der fehlende Zusammenhang zwischen Schule und Hochschule. Manchmal wird sogar von einem Abstraktionsschock gesprochen, da die an der Hochschule gebräuchliche „Definition-Satz-Beweis“-Arbeitsweise im deutlichen Gegensatz zu dem in der Schule gebräuchlichen Erarbeiten des Stoffes an Hand von Beispielen und Aufgaben steht. (Vgl. Ableitinger und Herrmann 2014: 327f, 331; Schichl et. al 2014: 411; Reichersdorfer et al 2014: 41).

Bei erfahreneren Mathematikerinnen/Mathematikern zeigt sich, dass sie beim Problemlösen (sei es nun anwendungsorientiert oder innermathematisch) mehrere Denkansätze kombinieren oder zwischen ihnen wechseln können. Diese Fähigkeit fehlt Anfängerinnen/Anfängern oft noch, denn die dazu notwendigen Erfahrungen werden in der Schule kaum gemacht. Ebenso verhält es sich mit dem richtigen Gebrauch logisch korrekter mathematischer Sprache. Sie wird als völlig neue und fremde Welt wahrgenommen und erst mit der Zeit und durch das Vorbild der Vortragenden bzw. durch die zur Verfügung gestellten Lernunterlagen lernen Studierende bspw. Quantoren richtig einzusetzen. (Vgl. Gueudet 2008: 241-245)

Um diese Zusammenhangslosigkeit zu überwinden, reicht aber eine bloße Festigung und Vertiefung des Schulstoffes nicht aus, denn sie besteht nicht allein in fachlicher Hinsicht. (Vgl. Reichersdorfer et al. 2014: 42ff) Auch in der Art des Unterrichtens auf der Hochschule finden sich starke Gegensätze zur Schule, es mangelt bspw. an persönlicher Betreuung und ständigem Feedback zum

Lernfortschritt. (Vgl. Clark und Lovric 2009: 762) Dadurch ergeben sich völlig neue Anforderungen an die eigenen Lernstrategien. Nicht zu vergessen sind auch die neuen Ansprüche an Selbstorganisation, sich zurecht finden im Gebäude, Abgabetermine selbstständig einhalten etc. (Vgl. Ableitinger und Herrmann 2014: 328f, Vgl. auch Roth et. al 2015: Vorwort) Wie Reichersdorfer et al. (2014: 37) schreiben, können Vor- und Brückenkurse also

„Studierende in die mathematische Arbeitsweise einführen, Lernstrategien, Methodenwissen und spezifische Fertigkeiten vermitteln oder organisatorische Aspekte des Studiums aufgreifen.“

Durch soziale Effekte, wie das Kennenlernen von Kommilitoninnen/Kommilitonen und Tutorinnen/Tutoren, soll ebenfalls der Einstieg ins Studium erleichtert werden. (Vgl. Abel und Weber 2014: 14f, Reichersdorfer et al. 2014: 45)

Neben den Gründen, die sich in den unterschiedlichen Inhalten, Herangehensweisen und Lernkulturen von Schulmathematik und Hochschulmathematik finden lassen, darf auch nicht vergessen werden, dass die Gruppe der neuen Studierenden durchaus heterogen ist. Sie unterscheiden sich nicht nur aufgrund ihrer Schulbildung – man erlangt in Österreich dieselbe allgemeine Hochschulreife, ob man nun in einer AHS, HTL oder BAKIP maturiert hat –, sondern auch in Bezug auf ihre mathematischen Fähigkeiten. Tempelaar et al. (2011: 232) halten fest, dass Studierende oft Probleme mit grundlegenden mathematischen Tätigkeiten haben, die eigentlich zum Stoff der Unterstufe gehören. Auch das stellt natürlich gewisse Ansprüche an die Breite des anzubietenden Lehrstoffs.

Zusammenfassend kann also gesagt werden, dass das Vorbereiten von Studierenden mittels Vorbereitungskursen auf die sich von denen der Schule stark unterscheidenden Ansprüche, sei es in fachlicher, sozialer oder lernstrategischer Hinsicht, den Studienanfängerinnen/Studienanfängern auf verschiedene Art und Weise einen besseren Einstieg ins Hochschulleben ermöglichen kann, und so auch dem frühzeitigen Ausscheiden aus dem Studium aufgrund von Überforderung abseits der fachlichen Ansprüche möglicherweise vorgebeugt werden kann. (Vgl. Schwarz et al. 2013: 938-941, Ableitinger und Herrmann 2014: 328f)

Kurskonzepte

So unterschiedlich wie die Gründe, die die Universitäten veranlassen, vorbereitende Mathematikurse abzuhalten, sind auch die Kurskonzepte, die entwickelt wurden.

Eine mögliche Einteilung vorbereitender Kurse kann über die zeitliche Komponente passieren. So geschieht eine Unterscheidung zwischen den Kursen, die vor Beginn des Semesters stattfinden und jenen, die die Studieneingangsphase begleitend während des ersten Semesters stattfinden. In jeder dieser Unterkategorien kann man wieder unterscheiden zwischen Online-Kursen, bei denen sich die Studierenden mittels einer eigens zur Verfügung gestellten Lernplattform Wissen aneignen, und Präsenzkursen, die von Tutorinnen/Tutoren oder Lehrenden geleitet an der Universität stattfinden.

Das Abhalten von Kursen als Vorkurse mit zeitlichem „vor“ hat zwar den Vorteil, dass so der direkte Einstieg in den Stoff des ersten Semesters mit Semesterbeginn möglich ist, jedoch kann es, falls der Kurs als Präsenzkurs geführt wird, aufgrund von noch anstehenden Wohnortwechseln etc. dazukommen, dass es einigen (zukünftigen) Studierenden nicht möglich ist, teilzunehmen. Fischer (2014: 3) nennt auch mögliche „rechtliche Grauzonen“, die aus Präsenzkursen vor Semesterbeginn entstehen können, da sie sich nicht im Curriculum wiederfinden und das Semester noch nicht begonnen hat. Diese Schwäche gleichen Online-Vorkurse aus. Hier erwähnen Studienanfänger/innen als positiv, dass die Zeiteinteilung und die persönliche Arbeitsgeschwindigkeit völlig flexibel sind. Außerdem kann von jedem Ort aus gearbeitet werden, was das Wohnsitzproblem löst. (Vgl. Krumke et al. 2012: 3)

Kurse, die während des ersten Semesters angeboten werden, sind ebenfalls nicht mehr vom Wohnsitzproblem betroffen. Jedoch bilden sie einen zusätzlichen Termin im vielleicht ohnehin schon sehr vollen Kalender einer/eines Erstsemestrigen und könnten so möglicherweise den Stresslevel noch erhöhen. Ein Vorteil, der sich aus der Parallelität zu den curricularen Lehrveranstaltungen des ersten Semesters ergeben kann, ist, dass auch Studierende, die erst während eben dieser Vorlesungen etc. feststellen, dass sie den Schulstoff

nochmals wiederholen und festigen müssen, noch die Möglichkeit dazu bekommen.

Natürlich gibt es nicht nur die beiden „Extrema“ reiner Präsenzkurs oder ausschließlicher Online-Kurs, viele Hochschulen verknüpfen beides zu so genannten Blended-Learning Kursen. (Vgl. Greefrath und Kürten 2014: 447, Vgl. auch Greefrath et. al 2015: 21) Diese scheinen die Vorteile von Präsenzkursen (persönlicher Kontakt und Feedback, Kennenlernen von Kommilitoninnen/Kommilitonen etc.) mit den Vorteilen von Online-Kursen zu verbinden und werden laut Erfahrungsberichten einiger deutscher Hochschulen sehr gut angenommen. Sie bieten nämlich neben einer Chance, Ressourcenschonend zu arbeiten auch die Möglichkeit, in den Präsenzphasen mehr zu individualisieren, da bestimmte Inhalte bereits zuhause selbstständig erarbeitet wurden, und dann vor Ort mehr Zeit für Fragen, die sich daraus ergeben haben, bleibt. (Vgl. Krumke et al. 2012: 3; Fischer 2014: 125f, 134)

Die meisten der Vor- oder Brückenkurse sind freiwillig, manche enden mit einem verbindlichen Test, der von allen Erstsemestrigen (ob Kursteilnehmer/in oder nicht) bestanden werden muss. So ist bspw. der Besuch des Vorkurses an der Universität Kassel freiwillig, aber „der Besuch bzw. das Bestehen des anschließenden Mathematiktests nicht freiwillig, sondern in der Prüfungsordnung verankert.“ (Greefrath et al. 2014: 453) Hier ist bei Nicht-Bestehen des Mathematiktests ein studienbegleitender Mathematik-Brückenkurs zu besuchen, dessen Abschluss die Voraussetzung für ein erneutes Antreten beim Mathematiktest bildet. (Vgl. Greefrath et al. 2014: 453).

Durch die Freiwilligkeit ergibt sich aber das Problem, dass es aufgrund zu hoher Selbsteinschätzung, meist bedingt durch die Erfahrung in der Schule stets mit „Sehr gut“ beurteilt worden zu sein, zur Nichtteilnahme kommt. (Vgl. Schichl et. al 2014: 422) Um dem entgegenzuwirken, erhält man bspw. an der Hochschule in Esslingen bereits mit der Zulassungsbescheinigung

„ein Anmeldeformular für den Kompaktkurs, der in den letzten beiden Wochen vor Vorlesungsbeginn stattfindet. Das Anmeldeformular enthält eine Reihe typischer Aufgaben, welche die Studienanfänger lösen können sollten. Ist das nicht der Fall, wird ihnen eine Teilnahme am Kompaktkurs dringend empfohlen.“ (Abel und Weber 2014: 12)

Ebenfalls ausschlaggebend für die Konzeption von Vor- oder Brückenkursen ist natürlich auch, welche Ziele im Vordergrund stehen sollen. Da Vor- und Brückenkurse zeitlich und ressourcentechnisch oft stark begrenzt sind, ist eine sinnvolle Auswahl und Schwerpunktsetzung der Zielbereiche notwendig. Erschwert wird diese Auswahl der Inhalte mitunter dadurch, dass die Vor- und Brückenkurse oft nicht nur für eine Studienrichtung konzipiert sind, sondern bspw. für alle Studienanfänger/innen in den MINT Fächern. (Vgl. Fischer 2014: 269f, Reichersdorfer et al 2014: 37f) Natürlich ergibt sich zusätzlich ein anderer Aufbau, falls man den Schwerpunkt auf den Ausgleich der mathematischen Defizite bzw. den Aufbau höherer mathematischer Kompetenz legen möchte, als wenn man seinen Schwerpunkt auf die sozialen Aspekte der Vor- und Brückenkurse legen will.

So wurden bspw. an der Universität Hamburg bei einer Testung vor Studienbeginn sehr heterogene Kenntnisse in der Schulmathematik festgestellt (die Mehrheit schnitt sehr gut oder gut ab, einige hatten aber grundlegende Defizite). Durch das Angebot von freiwilligen Online-Übungen wurde versucht, einen Ausgleich zu erzielen. Dieses Angebot bestand auch im Laufe des ersten Semesters weiter und wurde durch ein Forum ergänzt, in dem man Fragen zum Studium stellen konnte. Zusätzlich stellte man durch Befragungen auch fest, dass die Studierenden Unterstützung „in affektiv-motivationaler Hinsicht“ (Schwarz et al. 2013: 939) brauchen, und machte das so zu einem der Projektziele, das man wiederum durch Förderung der Studierendenvernetzung zu erreichen versuchte. (Vgl. Schwarz et al. 2013: 938-941)

Die Entscheidung, ob ein Präsenz-, Online- oder Blended-Learning-Kurs vor oder im Laufe des ersten Semesters abgehalten wird, ist also zusammenfassend einerseits abhängig davon, welche Antworten auf Fragen wie „Ist ein personalintensiver Präsenzkurs möglich?“, „Welche Räumlichkeiten sind verfügbar?“, „Wie ist es um das nötige Knowhow und die technischen Voraussetzungen für Online-Angebote bestellt?“ gegeben werden und welche Möglichkeiten in zeitlicher Hinsicht vorhanden sind. Denn nicht allen Universitäten ist es möglich, bspw. im September eine ganze Woche Räume und Personal zur Verfügung zu stellen, an anderen Universitäten wiederum wäre es den Studierenden aufgrund von übervollen Stundenplänen im ersten Semester

nicht möglich, noch zusätzlich einen als Präsenzveranstaltung geführten Vorbereitungskurs zu besuchen. Andererseits spielt bei der Konzeption eines vorbereitenden Mathematikurses natürlich auch die Abwägung, ob zusätzlich zu den fachlichen Schwierigkeiten zu Beginn des Studiums auch die möglichen Schwierigkeiten in sozialer und lernstrategischer Hinsicht bearbeitet werden sollen, da das durch Kurskonzepte, bei denen zumindest teilweise Anwesenheit gefordert ist, leichter möglich ist.

B) Instrumente der eigenen empirischen Analyse

Die für die Analyse verwendeten Daten wurden einerseits durch Vorher- und Nachherfragebögen erhoben und sind andererseits das Ergebnis von teilnehmender Unterrichtsbeobachtung.

Im folgenden Kapitel werden zuerst der Aufbau der Fragebögen sowie die Umstände der Erhebung besprochen. Anschließend werden die Überlegungen, die der teilnehmenden Beobachtung zu Grunde liegen, erläutert. Den Abschluss dieses Kapitels bildet eine Erläuterung zum verwendeten Analyseschema, das der Datenauswertung gedient hat.

1. Empirische Erhebung mittels Fragebögen bei den Teilnehmerinnen/Teilnehmern

Bei beiden Kursen wurde zu Beginn des Kurses sowie an dessen Ende den Teilnehmerinnen/Teilnehmern ein zwei A4-Seiten umfassender Fragebogen ausgeteilt. Das Ausfüllen war freiwillig und den Teilnehmerinnen/Teilnehmern wurde vorab von der Verfasserin der Arbeit erklärt, dass es sich um eine anonyme Befragung im Rahmen einer Diplomarbeit handelt. In Wien wurde den Studierenden zusätzlich angeboten, den Fragebogen online auszufüllen.

An der KU Leuven wird jährlich am Ende des Kurses ein Fragebogen an die Teilnehmer/innen ausgegeben. Dieser diente als Orientierungshilfe beim Erstellen der Fragebögen für diese Arbeit.

Aufgrund der verschiedenen Kurskonzepte der beiden Universitäten unterscheiden sich auch die Fragebögen, die jeweils verwendet wurden. Jedoch sind diese Unterschiede minimal. Auf welche Fragen das konkret zutrifft, wird im Folgenden erläutert, wenn näher auf die einzelnen Fragen eingegangen wird.

Die Anweisungen und Aufgabenstellungen der Fragebögen waren meistens in der zweiten Person Singular formuliert, also der persönlichen „Du“-Form. Zu den einzelnen Fragen waren immer bereits verschiedene Auswahlmöglichkeiten vorformuliert. Teilweise – wenn es sinnvoll erschien – hatten die Teilnehmer/innen auch noch die Möglichkeit, eigene Antwortmöglichkeiten hinzuzufügen. Wenn nur eine Antwort angekreuzt werden sollte, konnte das entweder aus den zur

Auswahl stehenden Möglichkeiten abgeleitet werden (Bspw. „Ja“ oder „Nein“) oder es war konkret angegeben.

Bei den beiden Befragungen wurde bewusst darauf verzichtet, nach dem Geschlecht der Teilnehmer/innen zu fragen, da Studien existieren, die zeigen, dass die oft eingangs gestellte Frage nach dem biologischen Geschlecht gerade bei naturwissenschaftlichen oder mathematischen Fragebögen dazu führt, dass Frauen eine so genannte „Stereotypenbedrohung“ erleben. Das heißt, sie fühlen sich – trotz möglicherweise hohem Vertrauen in ihre mathematischen Fähigkeiten – in den Stereotyp „Frauen verfügen über weniger mathematische Begabung als Männer“ gedrängt und geben eher Antworten, die diesem Stereotyp auch entsprechen. (Vgl. Eschert 2015: online)

An der KU Leuven haben an der Eingangsbefragung 16, an der Abschlussbefragung 17 Personen teilgenommen. Das sind 100% der Teilnehmenden, die im folgenden Semester mit einem Bachelorstudium der Mathematik oder Physik beginnen wollten. Kein/e Teilnehmer/in hat angegeben, dass er/sie mit einem Twin-Bachelor⁴ beginnen wird. Das Verhältnis von Mathematik zu Physik ist 7:9 bzw. 7:10. Die Differenz zwischen Beginn und Ende erklärt sich dadurch, dass ein Teilnehmer zu spät zur ersten Einheit gekommen ist und sich auch nicht als zukünftiger Student der Physik deklariert hat.

Die Teilnehmer/innenzahlen der Befragungen in Wien schwanken deutlich mehr. Den Fragebogen zu Beginn haben 26 Teilnehmer/innen ausgefüllt, den am Ende des Kurses nur noch neun. Hier erklärt sich die große Schwankung durch die deutliche Abnahme der Teilnehmer/innenzahlen in den letzten Einheiten. 21 jener Teilnehmer/innen, die zu Beginn einen Fragebogen beantwortet haben, haben angegeben, für das Bachelorstudium der Mathematik inskribiert zu sein, vier für das Bachelorstudium Unterrichtsfach Mathematik und eine Person hat „sonstiges“ angekreuzt. Am Ende haben acht der neun Ausfüllenden bei Studienrichtung „Bachelorstudium Mathematik“ angekreuzt, die eine Person, die

⁴ Der Twin-Bachelor Mathematik-Physik macht es Studierenden möglich, beide Bachelorstudien parallel zu führen und sich relevante Lehrveranstaltungen automatisch anrechnen zu lassen.

noch auf die Gesamtanzahl von neun fehlt, hat angegeben, Studierende/r des Bachelorstudiums Unterrichtsfach Mathematik zu sein.

Aufbau und Inhalt des Eingangsfragebogens

Die Fragen des Eingangsfragebogens können in drei Blöcke unterteilt werden. Im ersten Block wurden drei allgemeine Fragen zur Person der Teilnehmerin/des Teilnehmers gestellt.

Zuerst wurde nach dem inskribierten Studium gefragt. Diese Frage ergibt sich aus der Tatsache, dass an der Uni Wien die Workshops eigentlich für Studierende des Bachelorstudiums Mathematik gedacht sind, aber natürlich auch von Studierenden des Mathematik Lehramts oder anderen Fächern mit mathematischem Schwerpunkt besucht werden können. In Belgien wurde diese Frage darum vom bereits bestehenden Fragebogen übernommen, da aus den Teilnahmezahlen der letzten Jahre bekannt war, dass kaum mehr als fünf aller Teilnehmer/innen mit dem Bachelorstudium Mathematik beginnen werden. Da sich aber im ersten Jahr das Bachelorstudium Physik nur kaum von jenem der Mathematik unterscheidet bzw. auch ein Twin-Bachelor angeboten wird, bei dem es möglich ist, beide Studien parallel zu führen und sich Lehrveranstaltungen anrechnen zu lassen, wurde der Fragebogen auch an Teilnehmende ausgeteilt, die in weiterer Folge Physik studieren wollten.

Die zweite Frage bezog sich darauf, ob die Teilnehmer/innen bereits Erfahrung mit einer Ausbildung auf Hochschulebene haben. Einerseits stand hinter dieser Frage die Absicht, unterschiedliche Erwartungshaltungen abhängig von gemachten oder nicht gemachten Erfahrungen erkennen zu können und andererseits sollte dadurch schlicht die Durchmischung der Kursgruppe sichtbar gemacht werden.

Um die Heterogenität der Kursgruppe zu erfassen, wurde auch die dritte Frage gestellt. Diese bezog sich auf das Ausmaß der Mathematikstunden im letzten Schuljahr. Das ist eine der Fragen, die aus dem bestehenden belgischen Fragebogen übernommen wurde. Außerdem wurde deshalb diese Formulierung beibehalten, weil eine Differenzierung in „AHS – BHS“ nicht aufschlussreich genug gewesen wäre und eine feinere Unterscheidung der in Österreich zur

schriftlichen Reife- und Diplomprüfung führenden Schularten zur einer zu kleinen Zerstückelung der Daten führen hätte können.

Der mittlere Teil des Fragebogens wird durch zwei Fragen gebildet, die konkret danach fragen, warum der/die Teilnehmer/in sich für eben dieses Studium entschieden hat und welche Tätigkeiten er oder sie mit Mathematik verbindet. Das Forschungsinteresse hinter dieser Frage bezieht sich auf die oft in der Literatur zu findende Beobachtung, dass sich Studienanfänger/innen aufgrund ihrer Erfahrungen mit Schulmathematik andere Dinge unter Mathematik vorstellen, als ihnen dann auf der Universität begegnen.

Den abschließenden Frageblock des Eingangsfragebogens bilden sieben Fragen, die sich auf den Kurs selbst beziehen. Zuerst wird nach dem Grund für den Kursbesuch gefragt. Auch das ist eine der Fragen, die aus dem bestehenden Fragebogen aus Leuven übernommen wurde. Für das Beibehalten sprach, dass man aus den Antworten auf diese Frage möglicherweise ableiten kann, ob der Kurs auf Informationsveranstaltungen präsent genug ist bzw. ob die Motivation, den Kurs zu besuchen hauptsächlich von außen kommt, oder ob diese intrinsisch begründet und daher auch beständiger ist. Hier unterscheiden sich der Wiener und der belgische Fragebogen wieder. Eine der Möglichkeiten im an der Uni Wien verwendeten Fragebogen ist „Wegen meines Ergebnisses beim Online-Selbsttest.“ während an der KU Leuven „Wegen meines Ergebnisses beim Einstufungstest.“⁵ zur Auswahl stand.

Die darauf folgende Frage forderte die Teilnehmer/innen dazu auf, auf einer ganzzahligen Skala von 0 bis 5 anzugeben, wie sehr die genannten Erwartungen an die Kurse bei ihnen zutreffen. Die formulierten Erwartungen beziehen sich auf verschiedene Ebenen der Kurse. Einerseits wird die inhaltliche Ebene abgefragt, mit Aussagen wie „Ich erwarte mir den Schulstoff zu vertiefen und auf ein abstrakteres Niveau zu bringen“, andererseits sind aber auch Statements wie „Ich erwarte mir neue Lernstrategien oder -tricks kennenzulernen“ oder „Ich erwarte mir meine neuen Studienkolleginnen/Studienkollegen kennenzulernen“ wiederzufinden, die sich auf die oft beschriebenen Schwierigkeiten mit dem

⁵ „Omwille van de score die ik heb behaald op de Ijkingtoets“

hohen Selbstorganisationsanspruch an der Universität im Gegensatz zur Schule und die veränderten sozialen Gegebenheiten wie wechselnde Gruppenzusammenstellung und fehlende Lerngruppenkonsistenz beziehen. Auch bei dieser Frage unterscheiden sich die Fragebögen etwas. Zusätzlich zu den Aussagen, die am an der Uni Wien verwendeten zu finden sind, fanden sich noch die Statements „Den Campus kennenlernen“⁶, „Einblick in die Anforderungen des Studiums bekommen“⁷ und „Einblick in die Arbeitsweise an der Universität bekommen“⁸ wieder. Auf diese wurde im deutschsprachigen Fragebogen verzichtet da der Kurs an der Uni Wien erst während des laufenden Semesters stattfindet und daher die Studierenden schon durch den Besuch von anderen Lehrveranstaltungen die in diesen Aussagen abgefragten Rahmenbedingungen kennenlernen können.

Darauf folgte eine Frage, die aufgrund der sozialen Dimension der Kurse gestellt wurde und auf beiden Bögen zu finden war. Sie fragte danach, ob die Teilnehmer/innen schon andere Teilnehmer/innen kennen und gab die drei Antworten „Nein, noch nicht.“, „Ja, eine Person.“ und „Ja, mehrere Personen.“ zur Auswahl.

Abschließend war eine Aufzählung aller Module bzw. Workshoptitel zu finden und die Teilnehmer/innen waren aufgefordert, die drei Module bzw. Workshops zu nennen, bei denen sie erwarteten, dass sie am meisten dazulernen und jene drei zu identifizieren, von denen sie meinten, dass sie ihnen am leichtesten fallen bzw. möglicherweise sogar überflüssig sind. Am Wiener Fragebogen fanden sich dann noch die Zusatzfragen „Planst du, diese Workshops zu besuchen?“ und „Planst du, diese Workshops trotzdem zu besuchen?“. Dadurch, dass in Leuven der Kurs eine Woche durchgängig stattfindet und daher davon ausgegangen wird, dass die Teilnehmer/innen alle Module besuchen, wurde diese Frage am Fragebogen für die KU Leuven weggelassen.

⁶ „De campus leren kennen.“

⁷ „Inzicht krijgen in de eisen van de studie.“

⁸ „Inzicht krijgen in de werkwijze van de universiteit.“

Aufbau und Inhalt des Abschlussfragebogens

Am Ende des Kurses bzw. des letzten Workshops wurde wieder ein Fragebogen ausgegeben, der sich stark an der Eingangsbefragung orientiert hat, um einen Vorher-Nachher-Vergleich möglich zu machen.

An der Universität Wien beginnt der Abschlussfragebogen wieder mit der Frage nach der Studienrichtung. Diese Frage wurde in Belgien nicht mehr gestellt, da die Teilnehmer/innen eine Zahl am Fragebogen vermerkt haben, sodass man den Fragebogen vom Beginn eindeutig jenem vom Ende des Kurses zuordnen konnte. Darauf wurde in Wien verzichtet, da sich die Gruppe von Workshop zu Workshop verändert hat und nicht davon ausgegangen werden konnte, dass es wieder exakt dieselben Menschen sind, die den Fragebogen ausfüllen.

Aufgrund dieser offenen Gestaltung der Anwesenheit war am Wiener Fragebogen als zweites mittels einer Auflistung zum Ankreuzen abgefragt, welche Workshops man besucht hatte. An diese Auflistung anschließend befand sich – angelehnt an den Fragebogen zu Beginn – die Aufforderung, anzugeben, bei welchen drei Einheiten man am meisten dazugelernt hat und welche drei einem am leichtesten gefallen sind. Auch auf diese Einschätzung wurde am Fragebogen in Belgien verzichtet da genau diese Frage am offiziellen Fragebogen der KU Leuven gestellt wird und man – in Absprache mit der Kursorganisation – Doppelungen vermeiden wollte.

Im Anschluss an diesen einleitenden Teil wurden die Teilnehmer/innen erneut dazu aufgefordert, durch Ankreuzen auf einer ganzzahligen Skala von 0 bis 5 anzugeben, welche Erwartungen die Kurse erfüllt haben. Hier fanden sich exakt die gleichen Aussagen wieder, die auch am Eingangsfragebogen vertreten waren.

Die Reihenfolge der folgenden Fragen am deutschsprachigen Fragebogen unterscheidet sich von jener am niederländischsprachigen, meistens aus Platzgründen. Die weitere Erläuterung wird sich an ersterem orientieren und jeweils erklären, wo diese Frage am in Belgien verwendeten Fragebogen zu finden ist.

Am Fragebogen für die Uni Wien folgte eine Frage, die sich wieder auf die soziale Dimension des Kurses bezog und lautete „Hast du auch außerhalb der

Workshops mit den Menschen zusammengearbeitet, die du hier kennengelernt hast?“. Die Teilnehmer/innen in Leuven haben eine ähnliche Frage gestellt bekommen, jedoch als allerletzte am Fragebogen. Diese war deshalb als „Planst du weiter mit den Studienkolleginnen/Studienkollegen zusammenzuarbeiten, die du in dieser Woche kennengelernt hast?“⁹ formuliert, weil der Kurs vor Semesterbeginn gestartet ist und die Frage nach bereits bestehender Zusammenarbeit daher nicht sinnvoll gewesen wäre.

Daran anschließend wurden die Studierenden gebeten, bei sechs Aussagen über die Workshops jeweils auf einer ganzzahligen Skala von 0 bis 5 anzugeben, wie sehr sie diesen Aussagen zustimmen. Diese Aussagen bezogen sich vor allem auf den konkreten Verlauf und didaktischen Aufbau der Kurseinheiten. Beispiele dafür sind „Ich hatte in den Workshops immer genügend Möglichkeiten, um Fragen zum Stoff zu stellen.“ oder „Ich hätte lieber mehr Übungsaufgaben selbst gelöst.“. Auch am belgischen Fragebogen findet sich diese Tabelle wieder, jedoch unterscheiden sich die Aussagen hier leicht. Vor allem da mehr Zeit für selbstständiges Üben vorgesehen war, wurde mit Aussagen wie „Ich hatte immer genügend Zeit, um die Übungsaufgaben zu lösen.“¹⁰ und „Ich wusste immer, was in den Übungsaufgaben von mir erwartet wurde“¹¹ diesem Unterschied Rechnung getragen. Im Gegensatz dazu wurde im Fragebogen für Leuven die Aussage „Es war zu viel Frontalunterricht“ weggelassen, da sich die Zeit, in der rein vorgetragen wurde, auf einen Bruchteil des gesamten Kurses beschränkte. Da in Leuven und Wien unterschiedlich mit den Lösungen zu den Übungsaufgaben umgegangen wurde, waren auch die sich darauf beziehenden Fragen unterschiedlich formuliert.

Das daran anschließende Fragenpaar dazu, ob man dem Vortrag/Inhalt des Kurses immer folgen konnte, und falls man Schwierigkeiten damit hatte, welche es waren, fand sich in beiden Fragebögen wieder, wobei in Leuven noch eine Frage dazwischenkam. Die zur Auswahl gestellten Schwierigkeiten stimmten in

⁹ „Ben je van plan met de medestudenten die je deze week hebt leren kennen, verder samen te werken?“

¹⁰ „Ik had altijd genoeg tijd om de oefeningen op te lossen.“

¹¹ „Ik wist altijd wat in de oefeningen van mij verwacht wordt.“

beiden Fragebögen etwa überein wobei kleine Abweichungen aufgrund des unterschiedlichen Aufbaus vorhanden sind. So ist eine der Auswahlmöglichkeiten am in Wien verwendeten Fragebogen „...lag an der Uhrzeit, zu der die Workshops stattfanden.“ während in Leuven „...wegen der langen Zeit, die ich konzentriert bleiben musste.“¹² zur Auswahl stand.

Die darauffolgende Frage war den Teilnehmerinnen/Teilnehmern schon aus dem Fragebogen zum Beginn bekannt und beschäftigte sich mit der Tätigkeit, die sie am meisten mit Mathematik verbinden. Aus dem nochmaligen Abfragen erhoffte man sich eine Veränderung des Bildes von Mathematik ablesen zu können, die durch die Kurse erreicht wurde. Am belgischen Fragebogen war das die zweite Frage und folgte somit direkt der anderen Frage, die sich ebenfalls auf die Befragung am Beginn der Kurse bezog.

Zwei wichtige Punkte, die immer wieder in der Literatur genannt sind, sind die falsche Vorstellung von Mathematik auf Hochschulebene, die die Studienwahl beeinflusst, sowie heilloses Überschätzen der eigenen mathematischen Fähigkeiten. Die vorletzte Frage am in Wien verwendeten Fragebogen zielt darauf ab, herauszufinden, ob die Kurse einerseits etwas am mathematischen Selbstbild verändert haben und ob sie wirklich Orientierungscharakter haben, also den Studierenden helfen festzustellen, ob sie das Studium der Mathematik wirklich interessiert. Das ist jene Frage, die im an der KU Leuven verwendeten Fragebogen vor den Fragen kommt, die sich mit den erlebten Schwierigkeiten auseinandersetzen.

Der Fragebogen für die Workshops an der Uni Wien wird abgeschlossen durch ein Feld, in dem die Teilnehmer/innen noch sonstige Anmerkungen zu den Workshops machen konnten. Auf dieses Feld wurde am anderen Fragebogen wieder verzichtet, um eine Doppelung mit dem offiziellen Fragebogen der KU Leuven zu verhindern.

¹² „...omwille van de lange tijd die ik moest geconcentreerd blijven.“

2. Teilnehmende Unterrichtsbeobachtung

Das, was im Alltagsverständnis unter Beobachtung verstanden wird, unterscheidet sich von dem, wovon die Wissenschaft spricht, wenn sie etwas beobachtet haben will. So schreibt Merrens (1992: 218) dass „mit Beobachtung eine zielgerichtete, aufmerksame und systematische Wahrnehmung bezeichnet wird“.

Die Soziologie und in besonderer Weise die Kultur- und Sozialanthropologie bedienen sich vornehmlich der Methode der teilnehmenden Beobachtung zur Datenerhebung, da sie

„soziale Lebenswelten oder -milieus, soziale Gruppen, Ortsgesellschaften, einzelne Personen oder auch Organisationen in ihrer ‚natürlichen‘ Umgebung, das heißt in ihren Alltagskontexten erforscht“ (Rosenthal 2005: 101)

Unter teilnehmender Beobachtung versteht man also eine Untersuchung natürlicher Situationen durch aktive Teilnahme, bei der das Verstehen im Vordergrund steht und die der oben genannten Definition von Beobachtung gerecht wird. Besonders geeignet ist diese Methode, wenn das Ziel der Beobachtung die Interaktionen zwischen verschiedenen Akteurinnen/Akteuren des beobachteten Feldes ist. (Vgl. Ricken 2011: 129ff)

Eine Besonderheit dieser Untersuchungsform ist, dass die Datenerhebung noch in der Situation selbst geschieht und keine Aufnahme oder Ähnliches gemacht wird, die später (mehrmals) angesehen und ausgewertet werden kann. Das schränkt die Methode zwar einerseits ein, da Beobachtungen wirklich nur unmittelbar und nur eine begrenzte Anzahl zur gleichen Zeit gemacht werden können, jedoch ermöglicht sie auch Perspektiven- bzw. Positionswechsel und Interaktion mit den Akteurinnen/Akteuren im Feld. (Vgl. Ricken 2011: 133f)

Kastner (Vgl. 1990, 233f) nennt vier Voraussetzungen, die gegeben sein müssen damit Unterrichtsbeobachtung valide und wertvolle Ergebnisse mit sich bringt. Kombiniert mit den Voraussetzungen, die für erfolgreiche Datenerhebung mittels teilnehmender Beobachtung von Nöten sind, ergeben sich folgende Punkte:

- **Authentizität**

Es soll der echte Unterricht beobachtet werden, keine extra aufbereiteten Schein-Situationen. Der beobachtete Unterricht darf nicht durch die Anwesenheit der Beobachterin/des Beobachters gestört werden.

- **Kontinuität**

Damit gültige Aussagen über die Gesamtheit des Unterrichts getätigt werden können, muss die Beobachtung sich über mehr Einheiten als bloß eine erstrecken.

- **Berücksichtigung des Situationsverständnisses der Beteiligten bei der Interpretation**

Es darf zu keinem Zeitpunkt der Erhebung außer Acht gelassen werden, dass es sich um subjektive Beobachtungen einer Person mit bestimmten Forschungsinteresse handelt und dass jede Interpretation eine reine Interpretation dieser Person ist.

- **Unmittelbarkeit der Rückmeldungen**

Feedback an die Lehrpersonen soll konkret und unmittelbar möglich sein damit Verbesserungen so schnell wie möglich umgesetzt werden können. Auch bei Unklarheiten soll in Interaktion mit den Akteurinnen/Akteuren getreten werden, um sie zu klären und keine missverstandenen Situationen festzuhalten.

Um den Anforderungen „Authentizität“ und „Kontinuität“ gerecht werden zu können, wurde für die vorliegende Arbeit jeweils der gesamte Kurs bzw. alle Einheiten besucht und ein Platz im Auditorium eingenommen, von dem eine gute Übersicht über den Hörsaal möglich war. Die Vortragenden sowie die Tutorinnen/Tutoren wurden direkt vor Beginn ihrer Einheiten (bzw. vor Beginn der ersten Einheit, die sie im Rahmen des Kurses gehalten haben) persönlich über die Beobachtung informiert und es wurde ihnen das dahinterliegende Forschungsinteresse erklärt. Da die Studierenden angehalten wurden an der Fragebogenbefragung teilzunehmen, waren auch sie informiert, dass es sich um eine Untersuchung für eine wissenschaftliche Abschlussarbeit handelt und nicht die Leistung von einzelnen Studierenden beobachtet wird, sondern allein Kursinhalt und -ablauf.

Auf das Spannungsverhältnis zwischen Beobachtung und Interpretation wird besonders eingegangen in der Erarbeitung des Beobachtungsschemas, wie sie im folgenden Kapitel erläutert ist.

Rückmeldungen über Beobachtungen wurden auf Nachfrage von Vortragenden unmittelbar nach den Kursen persönlich und verbal gegeben. Auch die Phase der Auswertung der Kursinhalte stand ganz im Zeichen der Kommunikation mit den Kursverantwortlichen an der KU Leuven.

Der verwendete Beobachtungsleitfaden

Da systematisches Vorgehen essentiell für wissenschaftlich fundierte Beobachtungen ist, wurde ausgehend von Hilbert Meyers Text „Was ist guter Unterricht?“ ein Leitfaden zur Beobachtung erstellt. Meyer (Vgl: 2004: 23 - 120) identifiziert zehn Merkmale guten Unterrichts. „Methodenvielfalt“, „individuelles Fördern“, „intelligentes Üben“ und „vorbereitete Umgebung“ sind jene, nach deren Indikatoren während der Beobachtung der Kurse gesucht wurde. Da Meyers Text nicht vorwiegend Unterricht an der Hochschule thematisiert, wurden einige der von ihm identifizierten Indikatoren bei der Erstellung der Leitfragen nicht berücksichtigt.

Trotz des Vorhandenseins eines Beobachtungsleitfadens ist teilnehmende Beobachtung durch Offenheit charakterisiert, das heißt, dass auch während der Beobachtung neue, relevante Themen und Zusammenhänge oder interessante Perspektiven entdeckt und in die Untersuchung mit aufgenommen werden können. (Vgl. Ricken 2011: 132)

In der folgenden Tabelle finden sich die ausgewählten Charakteristika guten Unterrichts und die davon ausgehend formulierten Leitfragen wieder. In der zweiten Spalte neben den im Beobachtungsleitfaden formulierten Fragen ist vermerkt, in welchen Bereich des Analyseschemas, das im folgenden Kapitel vorgestellt wird, sich die Beobachtungen einordnen lassen.

Methodenvielfalt	
- Welche Sozialform wird gewählt? (Plenumsunterricht, Gruppenunterricht, Partner/innenarbeit, Einzelarbeit)	Bereich 3: Lehr-Lernszenario - Gestaltung

- Welche Medien werden eingesetzt? - Unterscheiden sich die Einheiten in ihrer Verlaufsform?	Kurseinheiten
Individuelles Fördern	
- Gibt es Zusatzaufgaben für Studierende, die schneller fertig sind? - Wird darauf eingegangen, für welche Studienrichtung, die gerechneten Übungsaufgaben besonders relevant sind? - Kommt es zu Einzelgesprächen zwischen Vortragenden/Tutorinnen/Tutoren und Teilnehmerinnen/Teilnehmern? - Fragen welcher Art werden gestellt? Wie werden sie beantwortet?	Bereich 3: Lehr-Lernszenario - Interaktion - Individualisierungspotenzial
Intelligentes Üben	
- Passen die Übungsaufgaben zum Lerngegenstand? - Wie sind Übungsphasen in die Einheiten eingebaut? - Werden Strategien beim Lösen von Aufgaben benannt? - Wie werden die Lösungen besprochen?	Bereich 3: Lehr-Lernszenario - Interaktion - Gestaltung Kurseinheiten Bereich 4: Lehr-Lernmittelnutzung - Lernmaterial
Vorbereitete Umgebung	
- Sind alle benötigten Geräte und Materialien vorhanden und funktionieren sie? - Sind der/die Vortragende von allen Orten im Hörsaal gut sichtbar und	Bereich 2: Äußere Rahmenbedingungen - Infrastruktur

hörbar? - Ist genügend Platz für alle Teilnehmer/innen?	
--	--

Tabelle 1: Leitfragen des Beobachtungsleitfadens

Da im belgischen Kurs viele Fragen auch in Einzelgesprächen während der Übungsphasen an die Tutorinnen/Tutoren gestellt werden, wurde während der Beobachtung nur die Anzahl der Fragen festgehalten und ausschließlich bei Fragen, die während des Vortrages gestellt wurden, auch der Wortlaut.

Eine gute Dokumentation der Beobachtung ist vor allem aufgrund der subjektiven Komponente der teilnehmenden Beobachtung von äußerster Wichtigkeit. (Vgl. Ricken 2011: 132ff) Während der Kurse wurde stets in einer Farbe festgehalten, was an der Tafel geschrieben wurde und welche Übungsaufgaben gerechnet wurden, welche Erklärungen dazu gegeben wurden in einer anderen Farbe, und die sich an den Leitfragen orientierenden Beobachtungen in einer dritten Farbe in der Mitschrift bzw. den verwendeten Kursunterlagen vermerkt. Außerdem wurde jeweils vermerkt, welche Teile der Einheit wie viel Zeit in Anspruch genommen haben.

3. Aufbau des verwendeten Analyseschemas

Nach Christmann (1980: 220-225) gliedert sich eine didaktische Analyse in einen mathematischen und einen außermathematischen Teil. Im außermathematischen Teil wird unter anderem untersucht, welche außermathematischen „Situationen durch den Lerninhalt erschlossen werden können“ (Christmann 1980: 222) und für welche Berufsgruppen die Lerninhalte wesentlich sind. Auch Überlegungen zu „Unterrichtsvoraussetzungen wie Vorkenntnisse, Vorerfahrungen, Methodenerfahrungen und allgemeinen Lernbedingungen und -voraussetzungen“ (ebd. 223f) fließen hier ein.

Das Modell zur Beschreibung der Kurse beschäftigt sich vor allem mit dem außermathematischen Teil und wurde ausgehend von jenem entwickelt, das Pascal R. Fischer in seiner Dissertation an der Universität Paderborn über Blended-Learning Kurse zur Vorbereitung von Studienanfängerinnen/Studienanfängern verwendet hat. In diesem Schema sind die von Christmann erwähnten Überlegungen, die den außermathematischen Teil einer didaktischen Analyse charakterisieren, gut wiedererkennbar. Fischer geht in seiner Dissertation von vier Untersuchungsbereichen aus.

1. Akteur/innen der Kurse
2. Äußere Rahmenbedingungen
3. Lehr/Lernszenario
4. Lehr/Lernmittel sowie Mediennutzung

Da dieses ursprünglich ein Konzept zur Untersuchung von Blended-Learning Kursen war und nun auf Präsenzkurse angewandt wird, wurden für die vorliegende Arbeit einige Anpassungen in den Gliederungen der einzelnen Bereiche vorgenommen. Auch andere Gegebenheiten haben die Autorin dazu veranlasst, Änderungen am Schema durchzuführen. Im folgenden Kapitel wird genau auf diese Veränderungen eingegangen.

Zur besseren Übersicht ist zu jedem untersuchten Bereich die von Fischer erarbeitete Tabelle wiedergegeben. Durchgestrichene Tabelleninhalte wurden weggelassen, blau gedruckte hinzugefügt. Die dahintersteckenden Überlegungen sind jeweils im auf die Tabelle folgenden Fließtext zu finden. Unveränderte Subkategorien werden nicht näher kommentiert.

Aufbau des verwendeten Analyseschemas

Der mathematische Teil der Analyse, der sich vor allem auf die fachdidaktische Gestaltung der Kurseinheiten bezieht, ist in einen eigenen, fünften Bereich ausgegliedert, der die Überschrift „Methodischer Aufbau und Gestaltung des Lernszenarios“ trägt. Die Inhalte des fünften Bereiches werden ebenso wie jene der vier an Fischers Schema angelehnten, anschließend besprochen.

Bereich 1: Akteurinnen/Akteure

Im ersten Bereich beschreibt das Schema von Fischer die Akteurinnen/Akteure der Kurse. Zuerst beschreibt er sie nach Handlungsebenen getrennt, dann versucht er ihre Ziele zu erfassen, anschließend setzt er sich noch mit Engagement/Motivation, den Einflussmöglichkeiten auf die Handlungsebenen und den Voraussetzungen, die die Akteurinnen/Akteure jeweils mitbringen, auseinander.

Bereich 1 Akteurinnen/Akteure	
Beschreibung der Akteur/innen getrennt nach Handlungsebenen	zB • Institutionelle Ebene (Universität, Fachbereich, IT-Abteilung) • Dozent/in • Tutor/in • Lernende als Gruppe • Individuelle/r Lernende/r
Ziele	Nach Akteurinnen/Akteuren getrennt
Engagement /Motivation	Nach Akteurinnen/Akteuren getrennt
Einflussmöglichkeiten auf Ebenen	Nach Akteurinnen/Akteuren getrennt
Voraussetzungen	Nach Akteurinnen/Akteuren getrennt • Fachliche Wissen <i>Ausbildung</i> • Didaktisches/pädagogische Wissen <i>Ausbildung</i> • Technisches Wissen • Persönlichkeit/Einstellung • <i>Erfahrung</i> • <i>Einstiegs/Einstufungs/Selbsttest</i>

Tabelle 2: Änderungen im Bereich 1 des Analyseschemas

Akteur/innen nach Handlungsebenen getrennt

Wie aus der Tabelle ablesbar ist, wurde die IT Abteilung aus der Aufzählung der Akteurinnen/Akteure gestrichen, da es sich bei den beiden in dieser Arbeit untersuchten Kursen um Präsenzkurse handelt, bei denen dieser Abteilung keine tragende Rolle zukommt.

Ziele

Die Ziele, die von den jeweiligen Akteurinnen/Akteuren verfolgt werden, werden in der vorliegenden Arbeit vor allem anhand von Literaturstudium im Kapitel „Mathematische Vor- und Brückenkurse“ behandelt bzw. wird darauf eingegangen, welche Kursziele in der Bewerbung der Kurse angegeben werden. Hinsichtlich der Ziele, die die Teilnehmer/innen verfolgen könnten, werden die Ergebnisse aus den Fragebögen herangezogen.

Engagement/Motivation

Engagement und Motivation sind jeweils innerpsychische Determinanten bzw. Prozesse, die im Rahmen der Untersuchung für diese Arbeit nicht erhoben werden können. Daher wird auf den Punkt „Engagement“ vollständig verzichtet und „Motivation“ nur auf der Ebene der Teilnehmer/innen beschrieben. Als Motivation werden die Gründe bezeichnet, die jemanden bewegen, eine Handlung zu setzen, in diesem Fall einen Kurs zur Auffrischung ihrer/seiner Mathematikkenntnisse zu besuchen. Diese Gründe dürfen auf keinen Fall mit jenen Gründen verwechselt werden, weshalb die Teilnehmer/innen genau diesen Kurs besuchen. Nach letzteren wurde in den Fragebögen explizit gefragt. Die motivationalen Gründe, die eingangs beschrieben wurden, können aus den – ebenfalls mittels Fragebogen erhobenen – Erwartungen hinsichtlich des Kurses abgeleitet werden.

Voraussetzungen

Fischer schlägt hier vor „Wissen“ zu beschreiben. Da es sich aber mit Wissen ebenso wie mit Engagement und Motivation verhält, wird in dieser Arbeit auf die „fachliche Ausbildung“ eingegangen. Ebenso auch im Fall von „didaktische/pädagogische Ausbildung“. Auf die Beschreibung des technischen Wissens wird wieder aufgrund des Umstandes, dass es sich um Präsenzkurse handelt, verzichtet. Die verwendeten Untersuchungsmerkmale der

Instrumente der eigenen empirischen Analyse

teilnehmenden Beobachtung und des Fragebogens lassen auch keine Aussagen über die Persönlichkeit und Einstellung der Akteurinnen/Akteure zu, darum wird auch dieser Punkt gestrichen. Hinzugefügt zum Schema wurden „Erfahrung“ sowie „Einstiegs-/Einstufungs-/Selbsttest“. Erfahrung bezieht sich in diesem Fall nicht nur darauf, wie oft die Vortragenden bereits diesen Kurs gehalten haben, sondern auch auf die Erfahrungen, die Teilnehmer/innen möglicherweise schon mit einer Ausbildung auf Hochschulelevel oder mit Mathematik im Allgemeinen gemacht haben.

Bereich 2: äußere Rahmenbedingungen

Im zweiten Bereich wird auf die äußeren Rahmenbedingungen eingegangen. Hier wurde das Schema weitgehend übernommen, allein der Punkt „Kosten“ wurden jeweils ausgespart, da dies nicht Teil der vorliegenden Untersuchung ist, und die Subkategorie „Personal“ ist schon in „Bereich 1: Akteurinnen/Akteure“ erfasst.

Bereich 2 Äußere Rahmenbedingungen	
Infrastruktur	• Anzahl und Größe der Räume • Art des Raumes (Hörsaal, Seminarraum, PC-Raum,...) • Raumausstattung (Beamer, Tafel,...)
Personal	• Anzahl Dozent/innen, Tutor/innen, Online-Tutor/innen, Supervisor/innen) • Kosten
Lehr-Lernmittel	• Zur Verfügung gestellte Lehr-Lernmittel (PC, Skripte, ...) • Lernplattformen • Kosten
Lehr-Lernziele	• Vorgaben zB durch Lehrpläne, Modulhandbücher, etc. • Kontrolle der Lehrziele
Einbettung ins Studium	• Einbettung in das Curriculum des Studiengangs • Relevanz für Studienverlauf und Verbindlichkeit des Kurses

Tabelle 3: Änderungen im Bereich 2 des Analyseschemas

Lehr-Lernziele

Da es sich bei beiden Kursen um solche handelt, die allein den Schulstoff wiederholen wollen, wird sich ein Teil dieser Untersuchung auch damit beschäftigen, welche Teile des Schulstoffs hier nicht berücksichtigt werden und welche schon. Im Fall der Workshops in Wien wird auch noch das Stoffgebiet, das bei der zentralisierten Reife- und Diplomprüfung zum Prüfungsstoff zählt,

Instrumente der eigenen empirischen Analyse

zum Vergleich herangezogen. Die Kontrolle der Lernziele wird in dieser Subkategorie ausgespart da in der Subkategorie „Kursstruktur“ in Bereich 3 der Punkt „Lernkontrolle“ thematisiert wird.

Bereich 3: Lehr-Lernszenario

Gerade in Bezug auf das Lehr-Lernszenario unterscheiden sich Präsenz- von Blended-Learning- oder Online-Kursen sehr deutlich. Daher kam es in dieser Kategorie zu vielen Anpassungen. Zu den letzten beiden Subkategorien bleibt nur zu sagen, dass „Gestaltung Selbstlernphasen“ natürlich hinfällig ist und „Gestaltung Präsenzphase“ aus Gründen der Logik zu „Gestaltung Kurseinheiten“ umbenannt wurde.

Bereich 3 Lehr-Lernszenario	
Kursstruktur	• <i>Kurstyp</i> • Dauer des Kurses • Aufteilung Präsenzphasen/Selbstlernphasen • Intensität <i>Dauer</i> der Anteile (Gewichtung/Bedeutung für Konzept) • Verpflichtende und freiwillige <i>Reihenfolge der</i> Bestandteile • Anwesenheits- oder Lernkontrolle
Lerngruppenbildung	• Welche Gruppen gibt es? (offizielle, inoffizielle, ...) • Wer definiert die Gruppen? • Kriterien für die Aufteilung • Durchlässigkeit der Gruppen • Relevanz für Präsenzphasen/Selbstlernphasen
Interaktion	• Unterstützungsangebot durch Lehrende • Unterstützung durch Lernende • Kollaborationsmöglichkeiten • Kommunikationsmöglichkeiten – <i>Möglichkeit Fragen zu stellen, Verfügbarkeit der Vortragenden</i>
Individualisierungspotential	• Anpassung an individuelle Lernvoraussetzungen • Möglichkeit zur Individualisierung von

	Lernzielen • Möglichkeit der Individualisierung von Lernprozessen • Angebote zur individuellen Lernunterstützung • Individuelle Lernzielkontrollen
Gestaltung Präsenzphasen Kurseinheiten	• Veranstaltungsformen (Vorlesung/Tutorien) • Lehr-Lernziele und Umsetzung • Lernort • Lernklima • Auswahl der Lerninhalte • Timing • Auswahl der Lernmethoden • Rolle der Akteurinnen/Akteure
Gestaltung Selbstlernphasen	

Tabelle 4: Änderungen im Bereich 3 des Analyseschemas

Kursstruktur

Da es sich bei den beiden analysierten Kursen um Vorkurse unterschiedlicher Art handelt, ist in der Unterkategorie „Kursstruktur“ noch die Frage nach dem Kurstyp hinzugefügt worden. Dass der Punkt „Aufteilung Präsenzphasen/Selbstlernphasen“ entfällt, ist erneut dem Umstand geschuldet, dass es sich um keinen Blended-Learning-Kurs handelt. Aus demselben Grund wurde auch die Frage nach verpflichtenden oder freiwilligen Bestandteilen gestrichen. Es wird hingegen danach gefragt, in welcher Reihenfolge die Bestandteile des Vorkurses angeordnet sind.

Lerngruppenbildung

Der Punkt der Lerngruppenbildung wurde insofern ausgeklammert, da nur der Kurs während der Unterrichtsphasen beobachtet wurde und es da zu keiner Lerngruppenbildung kam.

Interaktion

Aufbau des verwendeten Analyseschemas

In der Subkategorie „Interaktion“ wurde der Punkt „Kommunikationsmöglichkeiten“ spezifiziert durch „Möglichkeit Fragen zu stellen“ und „Verfügbarkeit der Vortragenden“.

Bereich 4: Lehr-Lernmittel sowie Mediennutzung

Der vierte Bereich des von P. R. Fischer verwendeten Analyseschemas setzt sich mit den Lehr- bzw. Lernmitteln und der Mediennutzung im Kurs auseinander. In dieser Kategorie nimmt der Bereich der Mediennutzung den meisten Platz ein, was verständlich ist, wenn man bedenkt, dass das Schema für Blended-Learning-Kurse entwickelt wurde. Da es sich bei den in dieser Arbeit untersuchten Kursen um Präsenzkurse handelt, wurde die Subkategorie des „Lernsystems“ gänzlich gestrichen. Außerdem werden in der Analyse zuerst die Lernmaterialien beschrieben und dann anschließend erst die Distributionsformen von Lerninhalten, um auch die zeitliche Abfolge im Kurs wiederzugeben. An welchen Punkten sich die Subkategorien orientieren, wurde bis auf eine später erklärte Ausnahme vollständig übernommen. In die erste Subkategorie fällt jeglicher Einsatz von Medien bzw. die Präsentationsform der Lerninhalte während der Einheiten sowie die Art der Zurverfügungstellung im Vorhinein bzw. im Nachhinein. In der letzten werden die Lernmaterialien beschrieben.

Bereich 4 Lehr-Lernmittel und Mediennutzung	
Formen der Distribution von Lerninhalten	• Wie wird Wissen bereitgestellt? • Welche Medien werden genutzt?
Lernsystem	• Beschreibung des verwendeten Lernsystems • Genutzte und ungenutzte Funktionalitäten • Bedeutung für das Lehr/Lernkonzept • Intensität des Einsatzes • Freiwilligkeit der Benutzung • Technische Voraussetzungen/Zugangsbeschränkungen • Technischer Support • Technische Kommunikationsmöglichkeiten • Rolle und Rechte der Akteur/innen (Gestaltungsmöglichkeiten, Kontrollmöglichkeiten, Kollaborationsmöglichkeiten) • Nutzung durch die Lernenden

Lernmaterial	• Umfang • <i>Aufbau</i> • Formate • Mathematikdidaktische und mediendidaktische Gestaltung • Nutzung durch die Lernenden
--------------	--

Tabelle 5: Änderungen im Bereich 4 des Analyseschemas

Lernmaterial

In Bereich 4 sollen die Lernmaterialien vor allem von einem außermathematischen Standpunkt beschrieben werden, wie auch in der ursprünglichen Konkretisierung dieses Punktes angegeben wird es also um Umfang, Aufbau etc. gehen. Der Unterpunkt „Mathematikdidaktische und mediendidaktische Gestaltung“ wird aus dem Bereich der Lehr-Lernmittel in den neu eingefügten fünften Bereich verschoben. Dort wird die im Lernmaterial implizierte Methodik und wie diese im Kurs dann tatsächlich umgesetzt wurde beschrieben. Das erfolgt exemplarisch an jenem Modul oder Workshop, das bzw. der sich mit der (Einführung in die) Differentialrechnung beschäftigt.

Bereich 5: Methodischer Aufbau und Gestaltung des Lernszenarios

Dieser Bereich wurde zum Zweck der Untersuchung des methodischen Aufbaus und der methodischen Herangehensweisen eingefügt und enthält vor allem Beschreibungen des Verlaufs der Einheit (Wovon wird ausgegangen? Wie werden Inhalte motiviert? Usw.)

In der Beschreibung des vorhergehenden Bereichs ist angeklungen, dass die methodische Gestaltung der Einheiten, die durch den Aufbau der Lernmaterialien impliziert wird hier ebenso thematisiert wird, wie welche Inhalte aus den Unterlagen ausgewählt wurden, wie auf sie Bezug genommen wurde und ob sich in Notation etc. Parallelen oder Unterschiede ergeben.

Zur besseren Übersicht wurden die Unterkategorien „Verlauf der Einheit“ und „Lernmaterial in der Einheit“ hier getrennt voneinander aufgeschlüsselt, sie getrennt zu beschreiben erscheint aber als nicht sinnvoll, da bspw. bei der Motivation von Inhalten auch das Lernmaterial eine wichtige Rolle spielen kann.

Bereich 5 Methodischer Aufbau und Gestaltung des Lernszenarios	
Verlauf der Einheit	• Motivation von Inhalten • Gegebene Beispiele • Bearbeitete Aufgaben • Verwendete Notation • Zeitliche Gewichtung
Lernmaterial in der Einheit	• Einsatz und Bezugnahme • Parallelen und Unterschiede

C)Die beiden Universitäten: Eine kurze Vorstellung

Im folgenden Kapitel werden die beiden Universitäten, an denen die für den vorliegenden Vergleich herangezogenen Kurse abgehalten wurden, kurz vorgestellt. In dieser Vorstellung wird auch auf Unterschiede im Hinblick auf die Schulsysteme in Belgien und Österreich eingegangen, da natürlich auch die Vorbildung der Studierenden ausschlaggebend für die Inhalte und den Aufbau der Kurse ist. Außerdem wird versucht, einen kurzen Einblick in die Struktur und die Anforderungen des ersten Semesters im jeweiligen Bachelorstudium Mathematik zu geben.

1. KU Leuven

Die KU Leuven (früher: Katholische Universität Leuven) liegt in der belgischen Region Flandern in der Nähe der Hauptstadt Brüssel. Sie ist die größte und älteste Universität Belgiens und zählt zum Zeitpunkt der Untersuchung 56.750 Studierende in 16 Fakultäten und an 15 Standorten. Von diesen 15 Standorten sind zwei in Leuven selbst situiert und die anderen 13 auf elf flämische Städte bzw. Brüssel verteilt. (Vgl. KU Leuven 2016-1: online)

Das Departement für Mathematik wird von der Fakultät für Naturwissenschaften beherbergt und hat eine Niederlassung am Campus in Leuven sowie eine am Campus Kortrijk in der Provinz West-Flandern. Die Fakultät für Naturwissenschaften umfasste im Wintersemester 2015/16 insgesamt etwa 2.900 Studierende, wovon 103 Bachelor- und 72 Masterstudierende dem Departement für Mathematik in Leuven zuzurechnen sind und 47 weitere am Campus Kortrijk im Bachelorstudiengang sind. Der Bachelorstudiengang Mathematik dauert sechs Semester und für die Masterstudiengänge Mathematik bzw. Mathematics (rein in englischer Sprache) sind jeweils vier Semester vorgesehen. (Vgl. KU Leuven 2016-2: online)

Exkurs – Das belgische Schulsystem

Das belgische Schulsystem sieht keine abschließende Prüfung am Ende der Schulausbildung vor, die zum Hochschulstudium berechtigt. Es besteht ab dem 6. Geburtstag Unterrichtspflicht, die 12 Jahre andauert. Die ersten sechs Jahre wird die Grundschule besucht, anschließend kann zwischen den sechsjährigen Mittelschulformen ASO (Algemeen Secundair Onderwijs – Allgemeine

Die beiden Universitäten: Eine kurze Vorstellung

Mittelschule), TSO (Technisch Secundair Onderwijs – Technische Mittelschule), KSO (Kunst Secundair Onderwijs – Mittelschule mit Kunstschwerpunkt) oder einer siebenjährigen BSO (Beroeps Secundair Onderwijs – Mittelschule mit Berufsausbildung) gewählt werden, deren Abschluss jeweils zum Studium an Universität oder Hochschule berechtigt. Es gibt auch sechsjährige BSO-Formen, die in den letzten drei Jahren ähnlich einer österreichischen Berufsschule berufsbegleitend geführt sind und deren Absolventinnen/Absolventen auf den Arbeitsmarkt vorbereitet werden. Abhängig von Schultyp und dann nochmals vom gewählten Zweig haben Schüler/innen zwischen drei und sechs Wochenstunden Mathematik. An manchen Schulen werden diese mittels Freifächern noch auf acht Stunden erweitert. Da keine Wehrpflicht mehr existiert, sind die meisten Studierenden bei Beginn ihres Studiums 18 Jahre alt und schließen mit ihrem Hochschulstudium direkt an ihre Schulkarriere an. (Vlg. Kloots 2003: online)

Das akademische Jahr an der KU Leuven ist in zwei Semester geteilt. Das erste Semester beginnt jeweils am dritten Montag im September, das zweite am zweiten Montag im Februar. Die Lehrveranstaltungen laufen dann etwa 13 Wochen lang und daran schließt eine zweiwöchige „Blokperiode“ an, in der weder Lehrveranstaltungen noch Prüfungen sind, diese Zeit dient ausschließlich zum Lernen. Daran anschließend wiederum folgt eine dreiwöchige Prüfungszeit. Zusätzlich zu den beiden Prüfungszeiten an den Enden der Semester existiert auch die Möglichkeit, in den letzten drei Augustwochen Prüfungen abzulegen. An der KU Leuven ist es nicht vorgesehen, dass schiefsemestrig ins Studium eingestiegen wird.

Im ersten Semester im Bachelorstudium Mathematik sind Lehrveranstaltungen im Ausmaß von 30 ECTS vorgesehen, die in gleichen Teilen durch die Fächer „Lineare Algebra“, „Einführung ins Programmieren“, „Allgemeine Physik: Mechanik“, „Beweisen und Argumentieren“ und „Analysis“ abgedeckt werden. Jedes dieser Fächer setzt sich aus Vorlesungen und Übungen bzw. Praktikumsteilen zusammen, wobei von den ca. 20 Wochenstunden Lehrveranstaltung pro Semester nur in jenen mit Tests oder in Praktika Anwesenheitspflicht herrscht. (Vgl. KU Leuven 2016-3: online)

2. Universität Wien

Als größte und älteste Universität Österreichs beherbergt die Universität Wien zum Zeitpunkt der Erhebung rund 96.000 Studierende. Sie bietet insgesamt 176 verschiedenen Studien an, davon 56 Bachelorstudien, die in 15 Fakultäten und vier Zentren organisiert sind. Die Fakultät für Mathematik beherbergte im Wintersemester 2015/16 2.646 Studierende, im Bachelorstudium Mathematik waren davon 880, 166 davon wiederum Studienanfänger/innen. (Vgl. Universität Wien 2016-1: online)

Um zu einem Studium an einer österreichischen Universität zugelassen zu werden, ist ein (in Österreich anerkanntes) Reife- und Diplomprüfungszeugnis notwendig oder das Ablegen einer Studienberechtigungsprüfung. In Österreich ist es an Allgemeinbildenden Höheren Schulen (AHS) oder Berufsbildenden Höheren Schulen (BHS) möglich, eine Reife- und Diplomprüfung abzulegen. Seit dem Schuljahr 2015/16 gibt es an allen österreichischen Schulen die zentralisierte Reife- und Diplomprüfung, wobei festzuhalten ist, dass diese je nach Schultyp Aufgaben aus anderen Teilbereichen der Schulmathematik umfasst.

Für das Bachelorstudium Mathematik ist eine Studiendauer von sechs Semestern vorgesehen, ein Einstieg ist sowohl im Wintersemester als auch im Sommersemester möglich. Zu Beginn des Studiums muss das Pflichtmodul „Studieneingangs- und Orientierungsphase (StEOP) – Grundlagen der höheren Mathematik“ absolviert werden. Dieses hat einen Umfang von 15 ECTS und besteht aus der 2-stündigen Übung „Hilfsmittel aus der EDV“ und der 3-stündigen Vorlesung „Einführung in das mathematische Arbeiten“. Der Stoff dieser Vorlesung bildet zusammen mit den Kapiteln des Schulstoffs, die auch in den Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs behandelt werden, den Prüfungsstoff der StEOP Modulprüfung, deren Bestehen Voraussetzung ist für das Ablegen weiterer Prüfungen sowie das Fortsetzen des Studiums im Allgemeinen. Der erste Termin dieser Prüfung findet bereits Mitte bzw. Ende November statt, wenn die geblockte StEOP Vorlesung zu Ende ist. Weitere Lehrveranstaltungen, die den Studierenden für das erste Semester empfohlen werden, sind „Einführung in die lineare Algebra und Geometrie“ und „Einführung in die Analysis“, die aber erst nach Ende der Vorlesung der StEOP beginnen. Zu

Die beiden Universitäten: Eine kurze Vorstellung

diesen beiden Hauptvorlesungen werden jeweils auch Übungen mit prüfungsimmanentem Charakter abgehalten, die aber schon zu Beginn des Semesters starten und in den ersten Wochen noch die StEOP Vorlesung begleiten. (Vgl. Studentpoint Universität Wien 2016: online)

D) Die Beschreibung der Kurse

Es folgt nun die Beschreibung der Kurse anhand des Schemas, das im Kapitel „Aufbau des verwendeten Analyseschema“ erläutert wurde. Eine Tabelle veranschaulicht jeweils am Beginn des Kapitels die beschriebenen Bereiche und die zugehörigen Subkategorien. Anschließend werden die einzelnen Subkategorien immer zuerst in Bezug auf die KU Leuven und dann in Bezug auf die Universität Wien behandelt.¹³ Falls es sinnvoll ist, erfolgt die Beschreibung bzw. der Vergleich auch direkt. Das kann im Fall von großen Ähnlichkeiten oder starkem Kontrast zwischen den beiden Kursen zutreffen sowie bei kleineren zu beschreibenden Bereichen.

Zusätzlich zu den Beobachtungen, die mit Hilfe der Leitkategorien der einzelnen Bereiche beschrieben werden, sind im Folgenden auch Auswertungen aus den Fragebögen für die Kursteilnehmer/innen einbezogen.

1. Akteurinnen/Akteure

Bereich 1	Akteur/innen
Beschreibung der Akteurinnen/Akteuren getrennt nach Handlungsebenen	zB • Institutionelle Ebene (Universität, Fachbereich) • Dozent/in • Tutor/in • Lernende als Gruppe • Individuelle/r Lernende/r
Ziele	Nach Akteurinnen/Akteuren getrennt
Motivation	Nach Akteurinnen/Akteuren getrennt

¹³ Diese Reihung ergibt sich aus der Tatsache, dass der Vorkurs an der KU Leuven auch zeitlich vor jenem an der Universität Wien stattgefunden hat.

Voraussetzungen	Nach Akteurinnen/Akteuren getrennt • Fachliche Ausbildung • Didaktisches/pädagogische Ausbildung • Erfahrung • Einstiegs/Einstufungs/Selbsttest
-----------------	---

Tabelle 6: Bereich 1 des verwendeten Analyseschemas

Beschreibung der Akteurinnen/Akteure nach Handlungsebenen

Betrachtet man den Sommerkurs Mathematik an der KU Leuven, gibt es folgende Gruppen von Handelnden: Zu allererst das „Monitoraat Wetenschappen“, das für die Organisation und die inhaltliche Ausrichtung der Kurse zuständig ist. Das Monitoraat erstellt die Kursunterlagen, teilt die Vortragenden ein und die Tutorinnen/Tutoren den jeweiligen Vortragenden zu. Das Monitoraat Wetenschappen ist eine Einrichtung speziell zur Begleitung Erstsemestriger der Fakultät für Naturwissenschaften. Studierende in ihrem ersten Studienjahr können sich mit Fragen rund um den Lehrstoff aber auch zu Lernstrategien an die jeweiligen „Monitoren“ wenden. Außerdem stehen sie zur Besprechung von (vielleicht weniger erfreulichen) Zwischentestergebnissen zur Verfügung. Im Wintersemester finden wöchentliche Tutorien statt, in denen abwechselnd für jede der relevanten Lehrveranstaltungen der für die jeweilige Lehrveranstaltung zuständige „Monitor“ häufige Fragen zum Lehrstoff beantwortet und Tipps zur besten Lernmethode für dieses Fach gibt. (Vgl. KU Leuven 2016-4: online)

Als Handelnde der zweiten Ebene sind die Vortragenden in den Kursen zu nennen: Die Vortragenden sind teils Assistentinnen/Assistenten an der Fakultät; manche von ihnen arbeiten an ihrem Doktorat, andere sind schon fertig damit, wieder andere haben den Master in Mathematik erst einige Monate davor abgeschlossen. Andere der Vortragenden wiederum sind dem Monitoraat zuzurechnen. Insgesamt wurden die Einheiten im untersuchten Sommerkurs an der KU Leuven von sechs verschiedenen Personen gehalten. Je zwei davon waren dem Monitoraat Naturwissenschaften mit Schwerpunkt Mathematik zuzurechnen, zwei der Vortragenden der Studierendenbegleitung Ingenieurwissenschaften und zwei dem Institut für Mathematik als Assistenten.

In jeder Kurseinheit sind auch zwei Tutorinnen/Tutoren anwesend. Dabei handelt es sich um Masterstudierende im letzten Jahr. Insgesamt gab es vier Tutorinnen/Tutoren, sie sind in Zweierteams verschiedenen Vortragenden zugeordnet, verbringen aber jeweils einen ganzen Tag bei derselben Kursgruppe.

Schließlich sind natürlich auch noch die Kursteilnehmer/innen zu nennen. Aufgrund der geringen Größe der Fakultät für Naturwissenschaften bzw. der Fakultäten im Allgemeinen und der Kursstruktur, wie sie im Kapitel Lehr/Lernszenario beschrieben ist, ergibt sich eine Kursgruppe, in der sich neben zukünftigen Mathematikerinnen/Mathematikern auch Physiker/innen sowie Bioingenieurinnen/Bioingenieure, Architektinnen/Architekten und Studierende technischer Fächer wie Bauingenieurwesen oder Elektrotechnik befinden. Insgesamt nehmen am untersuchten Kurs Programm B etwa 250 Studierende teil, davon haben sieben angegeben, mit dem Bachelorstudium Mathematik beginnen zu wollen und zehn, dass sie mit dem Bachelorstudium Physik beginnen wollen.

An der Universität Wien sind hier zwei Gruppen von Handelnden zu beschreiben. Einerseits die Gruppe der Vortragenden und andererseits natürlich die Gruppe der Teilnehmenden.

Wie Schichl et al. (Vgl. 2014: 412) ebenfalls schreiben, werden die Workshops von einem Team von erfahreneren Studierenden gehalten. Jede/r der fünf Vortragenden hält ca. 2 bis 3 Workshops. Die Einteilung und Koordination hat die Fakultät für Mathematik inne. Diese legt die Inhalte fest und stellt auch die Materialien für die Workshops zur Verfügung. Jedoch ist das Halten der Workshops nicht die einzige Aufgabe, die diese erfahrenen Studierenden erfüllen. Sie sind auch als Tutorinnen/Tutoren tätig, leiten die Erstsemestrigentutorien und begleiten somit die neuen Studierenden im Rahmen der StEOP. Somit begegnen sie den Erstsemestrigen immer wieder in verschiedenen Rollen und werden – im besten Fall – zum/zur ersten Ansprechpartner/in für diese, wenn sie Fragen zur StEOP haben.

Die zweite zu beschreibende Gruppe von Handelnden sind natürlich die Erstsemestrigen, die die Workshops besuchen. An der Fakultät für Mathematik der Universität Wien konnten im Wintersemester 2015 drei verschiedene

Die Beschreibung der Kurse

Bachelorstudien begonnen werden: das Bachelorstudium Mathematik, das Bachelorstudium Lehramt Mathematik und das Bachelorstudium Lehramt Darstellende Geometrie (in Zusammenarbeit mit der Technischen Universität Wien). Schulstoff ist nur für jene Studierenden, die das Bachelorstudium Mathematik betreiben, Teil ihrer StEOP bzw. der Prüfung am Ende dieser Phase. Daher sind die Workshops vor allem für diese Studierenden gedacht, stehen aber natürlich auch allen anderen offen. Laut Statistik der Universität Wien¹⁴ gab es im WiSe 2015 166 neue Studierende im Bachelorstudium Mathematik, in den ersten Workshops waren etwa 70 Menschen anwesend. 26 haben einen Fragebogen für diese Diplomarbeit ausgefüllt und dabei hat sich das in Abbildung 1 wiedergegebene Bild ergeben.

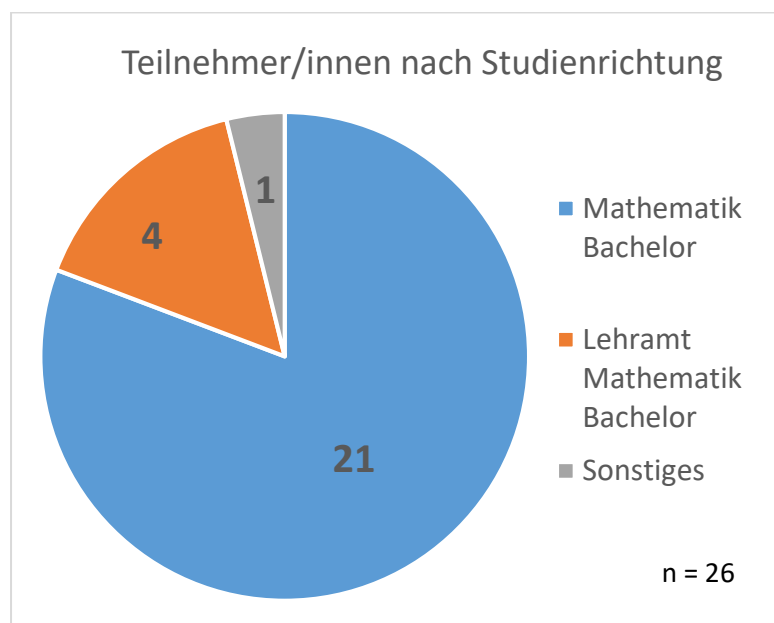


Abbildung 1: Absoluter Anteil der verschiedenen Studienrichtungen an der Kursgruppe - Universität Wien

Davon ausgehend, dass die Gruppe jener, die den Fragebogen zu Beginn ausgefüllt haben, repräsentativ für die gesamte Teilnehmendengruppe war, waren etwa 56 dieser 70 Workshopbesucher/innen Erstsemestrige im Bachelorstudium

¹⁴ Vgl. Universität Wien online Universität Wien (2016-1): Studienservice und Lehrwesen – Statistische Daten. Online unter: <https://studienservice-lehrwesen.univie.ac.at/wir-ueber-uns/koordination-studienservices/statistische-daten/> (Zugriff am 20.05.2016)

Mathematik. Dann würde etwa ein Drittel der Erstsemestrigen an den Workshops teilnehmen.

Ziele

Abgesehen davon, dass – unabhängig von welcher der beiden Universitäten nun die Rede ist – das Hauptziel aller Akteurinnen/Akteure sicherlich die Wiederholung, Vertiefung und Festigung des Stoffes der Schulmathematik bei den Studienanfängerinnen und Studienanfängern ist, gibt es noch weitere Ziele – wie in Kapitel „Probleme im Übergang von der Schule zur Hochschule“ beschrieben –, die ebenfalls von verschiedenen Gruppen von Handelnden verfolgt werden.

Die in der vorhergehenden Subkategorie beschriebene Durchmischung der Vortragenden an der KU Leuven macht es den neuen Studierenden möglich, dass sie bereits während dieser ersten Woche an der Universität Menschen unterschiedlicher Ebenen kennen lernen, mit denen sie auch später – sei es im Rahmen der Erstsemestrigenbegleitung durch das Monitaraat oder als Vortragende in Übungseinheiten – zu tun haben werden. Die dahinterstehenden Ziele seitens des Monitaraats könnte eine niedrigere Hemmschwelle gegenüber den freiwilligen Beratungsangeboten sein aber auch eine Erleichterung in Hinblick auf die sozialen Schwierigkeiten zu Studienbeginn. Auf die erwähnte Schwierigkeit der inkonsistenten Lerngruppen eingehend hat das Monitaraat beim im September 2015 stattfindenden Sommerkurs die Studierenden erstmals aufgrund ihrer (zukünftigen) Studienrichtung in Cluster zu je acht Personen geteilt. Diesen acht Personen wurde ein bestimmter Platz im Hörsaal zugewiesen, sodass zukünftige Studienkolleginnen/Studienkollegen quasi dazu verpflichtet wurden, nebeneinander zu sitzen. Außerdem erhielt jede dieser Gruppen ein Päckchen Spielkarten, eine Frisbee und den Auftrag, gemeinsam das in den Lernunterlagen befindliche Quiz zu lösen, bei dem es ebenfalls – am Ende der Woche – ein kleines Spielzeug zu gewinnen gab.

Die Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffes an der Universität Wien werden wie im vorigen Subbereich beschrieben, durch jene Personen gehalten, die den Studierenden während der gesamten StEOP als Tutorinnen/Tutoren zur Seite stehen. Das heißt, neben der möglichst guten Vorbereitung auf die erste

Prüfung ermöglichen die Workshops den Studierenden auch nochmals Kontakt zu den Tutorinnen/Tutoren aufzunehmen. Dass den Teilnehmenden die Vortragenden in den Workshops schon in einer anderen Rolle begegnet sind, kann auch förderlich in Bezug auf die Hemmschwelle, die Workshops zu besuchen und Fragen zu stellen, wirken.

Motivation

An der KU Leuven geben etwas mehr als die Hälfte (9 von 16) der Befragten an, sich auf Grund ihres Ergebnisses beim Einstufungstest¹⁵ für den Besuch des Sommerkurses entschieden zu haben. Bei dieser Frage war es möglich, mehrere Antworten auszuwählen, die am häufigsten gewählte Antwort war „Ich habe selbst nach Möglichkeiten gesucht, um meine Vorkenntnisse aufzufrischen.“¹⁶. Aus der Kombination dieser beiden Antwortmöglichkeiten kann abgeleitet werden, dass einige zukünftige Studierende auf der Suche nach Möglichkeiten, um den Schulstoff zu wiederholen, sowohl auf Informationen zum Sommerkurs gestoßen sind, als auch auf den Hinweis, dass man um am Sommerkurs teilzunehmen, den Einstufungstest „IJkingstoets“ absolvieren muss.

An der Universität Wien hingegen war bei beinahe 80% die Teilnahme an den Workshops das Ergebnis selbstständiger Recherche nach Möglichkeiten, seine Mathematikkenntnisse aufzufrischen.

Diese oben zitierte Frage wird noch weiter im nächsten Abschnitt behandelt und auch durch Abbildung 2 illustriert. Viel interessanter im Zusammenhang mit Motivation, sind die Erwartungshaltungen, die die Teilnehmenden gegenüber den Vorbereitungskursen hatten. Denn aus diesen kann sich durchaus die Motivation, einen Kurs zu besuchen anstatt Selbststudium zuhause zu betreiben, ableiten. „Neue/zukünftige Studienkolleg/innen (besser) kennenlernen“ und „Tutor/innen (Vortragende) kennenlernen“ die eine durchschnittliche Zustimmung von über 3 erhalten haben. Das heißt, dass sowohl in Leuven als auch in Wien die Studierenden das vom jeweiligen Vorbereitungskurs erwarten. Etwas, das das Selbststudium eines Schulbuches eher nicht bieten kann. Durch die

¹⁵ „IJkingstoets“

¹⁶ „Ik was zelf op zoek gegaan naar mogelijkheden om mijn voorkennis op te frissen.“

Teilnehmenden an der Universität Wien wurde die Erwartung, Inhalte dazuzulernen, die in der Schule nicht Thema waren, durchschnittlich mit 3,7 beurteilt, liegt also zwischen „erwarte ich eher schon“ und „erwarte ich“. Das zeigt ein hohes Bewusstsein für die möglichen eigenen Schwächen. Andererseits darf hier nicht übersehen werden, dass diese Fragen von denjenigen beantwortet wurden, die den Vorbereitungskurs besuchen. Wie hoch die Zahl jener ist, die die eigenen Mathematikkenntnisse, wie im Kapitel zu Probleme im Übergang von der Schule zur Hochschule beschrieben, überschätzen und deshalb keinen Kurs besuchen, kann nicht gesagt werden. An der KU Leuven hingegen lag das arithmetische Mittel der Angaben zwischen „erwarte ich eher nicht“ und „erwarte ich eher schon“. Dieser Unterschied lässt sich möglicherweise damit erklären, dass – wie in der folgenden Subkategorie noch genauer beschrieben – die Teilnehmenden in Leuven wesentlich mehr Wochenstunden Mathematik in ihrem letzten Schuljahr hatten.

Eine andere Vermutung, die sich aus den angegebenen Erwartungen ableiten lässt, ist, dass die Teilnehmenden es möglicherweise nicht gewohnt sind, sich Wissen ausschließlich selbst anzueignen und deshalb gerne auf das Angebot eines Kurses zurückgreifen.

Voraussetzungen seitens der Akteurinnen/Akteure

Im Bereich 1 wurden bereits bei der Beschreibung der Akteurinnen/Akteure einige Voraussetzungen erwähnt, die die Vortragenden beider Kurse erfüllen. Daraus lassen sich natürlich auch Aussagen über die Erfahrungswerte der Dozentinnen/Dozenten und Tutorinnen/Tutoren ableiten.

So kann davon ausgegangen werden, dass an der KU Leuven diejenigen Vortragenden, die schon länger für das Monitoraat arbeiten, auch schon öfter Kurse gehalten haben während die Tutorinnen/Tutoren das meistens nur einmalig als Sommerjob machen. Schließlich ist man ja für gewöhnlich auch nur einmal im letzten Jahr vor dem Abschluss eines Studiums. Einige der Tutorinnen/Tutoren nutzen diesen Sommerjob an der Universität, um einerseits in eine neue Rolle im universitären Lehrbetrieb hinein zu schnuppern. Das ist vor allem für jene relevant, die ein an ihren Masterabschluss anschließendes Doktorat anstreben und dann auch mit den Tätigkeiten eines Assistenten konfrontiert sein könnten.

Die Beschreibung der Kurse

Andererseits bietet die Tätigkeit als Tutor/in auch die Möglichkeit, fachdidaktisches Wissen, das man möglicherweise in der Lehrer/innenausbildung erlangt hat, anzuwenden und Unterricht zu beobachten bzw. sogar selbst zu gestalten.

Die Kontinuität im Team der Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs ist an der Universität sicherlich geringer, da die Vortragenden jedes Jahr neu mittels Ausschreibung gesucht werden. Wobei natürlich nicht ausgeschlossen ist, dass die selbe Person mehrere Jahre nacheinander als Vortragende/r tätig ist. Die Unterlagen – also, vor allem die Handouts – werden jedoch zur Verfügung gestellt somit ist auch hier gesichert, dass aus – gut dokumentierten Erfahrungen vorhergegangener Jahre gezehrt werden kann. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Gründe, sich als Vortragende/r für die Workshops bzw. Tutor/in für die StEOP zu bewerben, übereinstimmen mit jenen, die die Tutorinnen/Tutoren in Leuven dazu bewegen. Wobei aber möglicherweise der erstgenannte Grund überwiegt, da nur eine Person, die im WiSe 2015 als Vortragende bei den Sommerkursen tätig war, ein Lehramtsstudium betrieben hat.

Über die Teilnehmer/innen des Sommerkurses an der KU Leuven lassen sich folgende Aussagen aus den beantworteten Fragebögen ableiten: 14 der 16 zu Beginn befragten Studierenden hatten mehr als sechs Wochenstunden Mathematik in ihrem letzten Schuljahr. Für ebenso viele wird es die erste Ausbildung auf Hochschulebene sein, die sie beginnen werden. Aufgrund der vorliegenden Informationen zum Belgischen Schulsystem kann also davon ausgegangen werden, dass eine überwiegende Mehrheit der befragten Teilnehmer/innen erst ca. drei Monate vor Beginn des Kurses die Schule abgeschlossen hat und im letzten Schuljahr wahrscheinlich sechs oder mehr Wochenstunden Mathematik hatte.

Neben der bereits erwähnten, verpflichtenden Teilnahme am Einstufungstest vor Beginn des Kurses setzt die KU Leuven auch voraus, dass sich die Teilnehmer/innen des hier beschriebenen Mathematikurses einige grundlegende

Module im Selbststudium vor Beginn des Kurses aneignen.¹⁷ Dass dieser IJkingstoets genannte Einstufungstest Voraussetzung ist, zeigt auch Abbildung 2. Immerhin geben über 50% der Befragten in Leuven an, dass ihr Ergebnis beim Einstufungstest sie dazu bewogen hat, den Kurs zu besuchen.

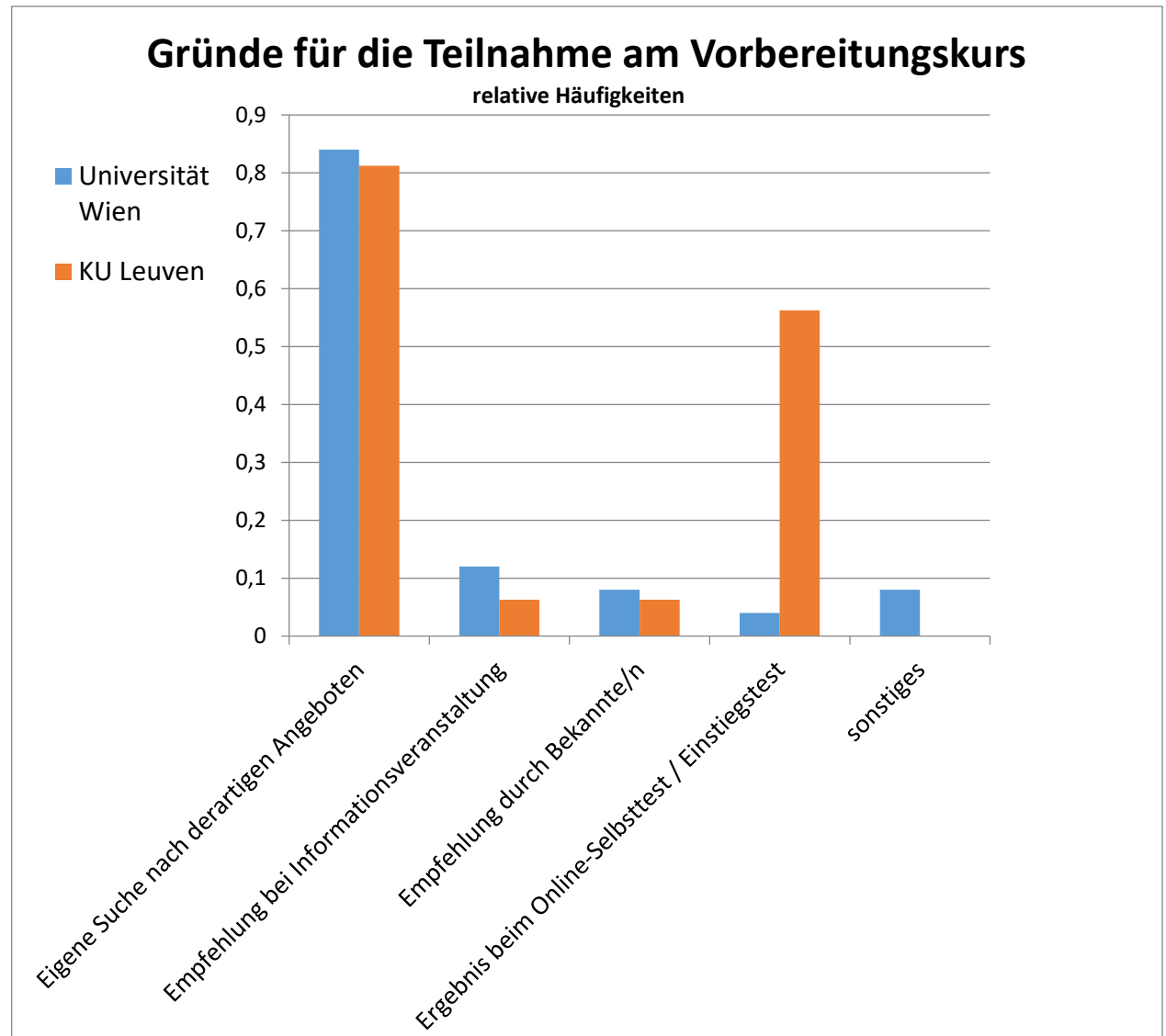


Abbildung 2: Gründe für die Teilnahme am Vorbereitungskurs - Vergleich in relativen Häufigkeiten

Anders sieht das in Wien aus. Hier hat die überwiegende Mehrheit sich entschlossen, an den Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs teilzunehmen, weil sie ihre Vorkenntnisse aus sich heraus auffrischen wollten. Die restlichen Antwortmöglichkeiten wurden etwa gleich oft genannt, etwas voran liegen die

¹⁷ Auf welche Module das zutrifft und weshalb diese Module im Selbststudium zu absolvieren sind, wird in Kapitel „Lehr/Lernszenario“ unter der Kategorie „Kursstruktur“ erklärt.

Die Beschreibung der Kurse

Informationsveranstaltungen, da könnte die Einführungsveranstaltung am ersten Tag des neuen Semesters gemeint sein, bei der auch explizit auf die Möglichkeit der Workshopteilnahme hingewiesen wird. Der Online-Selbsttest hingegen hat am wenigsten Nennungen bekommen. Es stellt sich die Frage, ob dieser den Studierenden eigentlich bekannt ist.

In Bezug auf die Teilnehmer/innen an den Workshops in Wien sind noch zwei Punkte festzuhalten. Einerseits haben 20 der 26 Befragten angegeben, dass es ihr erstes Studium auf Hochschulebene sein wird. Das heißt, über 20 Prozent haben bereits – mehr oder weniger – Erfahrung mit Lehrbetrieb an Universität oder Hochschule. All diese bereits erfahreneren Studierenden sind im Bachelorstudium Mathematik und gehören gleichzeitig zur großen Gruppe derer, die drei oder vier Wochenstunden Mathematik in ihrem letzten Schuljahr hatten. Denn nur 4 der 26 Personen, die einen Fragebogen ausgefüllt haben, hatten nur zwei Wochenstunden Mathematik und die eine Person, die angegeben hat, dass sie weder im Bachelorstudium Mathematik noch im Bachelorstudium Lehramt Mathematik ist, hatte laut Angabe keinen Mathematikunterricht in ihrem letzten Jahr an der Schule.

2. Äußere Rahmenbedingungen

Bereich 2	Äußere Rahmenbedingungen
Infrastruktur	• Anzahl und Größe der Räume • Art des Raumes (Hörsaal, Seminarraum, PC-Raum,...) • Raumausstattung (Beamer, Tafel,...)
Lehr-Lernziele	• Vorgaben zB durch Lehrpläne, Modulhandbücher, etc. • Kontrolle der Lehrziele
Lehr-Lernmittel	• Zur Verfügung gestellte Lehr-Lernmittel (PC, Skripte etc.) • Lernplattformen
Einbettung ins Studium	• Einbettung in das Curriculum des Studiengangs • Relevanz für Studienverlauf und Verbindlichkeit des Kurses

Tabelle 7: Bereich 2 des verwendeten Analyseschemas

Infrastruktur

Der Zomercursus Wiskunde hat die gesamte Woche im selben Hörsaal am Campus Aarenberg II in Leuven stattgefunden. Das ist der Campus, an dem auch ein Großteil der Fakultät Naturwissenschaften untergebracht ist. In diesem Hörsaal sind Sitzplätze für etwa 250 Personen vorhanden, die in fünf Blöcken leicht ansteigend angeordnet sind. Somit hatte die Kursgruppe gut Platz. Der Hörsaal konnte von hinten durch zwei Türen oder durch eine Tür rechts neben den Tafeln betreten werden. Durch die Anordnung in fünf Blöcken ergeben sich sechs Gänge, von denen aus die Sitzplätze betreten werden können und die auch ein Durchgehen durch den Hörsaal möglich machen. Der Hörsaal verfügt über vier Tafeln sowie eine Leinwand, die heruntergelassen werden kann um Dinge mit Hilfe des vorhanden Beamers bzw. des Visualizers zu projizieren. Zwischen den Auditoriumsplätzen und den Tafeln befindet sich ein langer Tisch, der nochmals durch eine Stufe erhöht steht. Somit soll die Sichtbarkeit der/des Vortragenden noch verbessert werden. Der Hörsaal verfügt außerdem über ein Audiosystem, mit dessen Hilfe die Vortragenden ein Funkmikrofon für den

Vortrag verwenden konnten. Dadurch war trotz großen Hörsaals und großer Kursgruppe die Hör- und Sichtbarkeit der/des Dozentin/Dozenten stets gegeben.

Die Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffes haben ebenfalls stets im selben Hörsaal der Fakultät für Mathematik stattgefunden. Der Hörsaal verfügt über 80 Sitzplätze, die als ein Block von mehreren Reihen angeordnet sind und mehr als genug Platz für die Studierenden bieten. Durch die beiden Türen an der Stirnseite des Hörsaals – also neben der Tafel – kann der Hörsaal betreten werden und der Sitzplatzblock, der leicht ansteigend angeordnet ist und somit auch den Menschen in den hinteren Reihen gute Sicht auf die/den Vortragende/n bietet, ist entweder von links oder von rechts zu begehen. Der Hörsaal verfügt über zwei lange Tafeln, die hintereinander angeordnet sind, und bei Bedarf nach oben bzw. unten verschoben werden können, um die Beschriftung beider möglich zu machen. Außerdem ist hinter den beiden Tafeln eine weiße Tafel angeracht, die als Projektionsfläche dienen kann, falls der ebenfalls vorhandene Beamer verwendet wird. Zwischen den Sitzplätzen im Auditorium und dem Vortragenden befindet sich noch ein großer Tisch, der auch ein Waschbecken integriert hat und über die Steuerungselemente für Licht und Ton in diesem Hörsaal verfügt. Aufgrund der geringen Größe des Hörsaals war es aber nicht notwendig, die Lautsprecheranlage für den Vortrag in Verwendung zu nehmen.

Lehr-Lernziele

Den Lehrplan (Vgl. VVKSO (2002): Online und VVKSO (2004): Online) für Mathematik in einer flämischen ASO mit Schwerpunkt Mathematik/Naturwissenschaften betrachtend, fällt auf, dass in den letzten vier Schuljahren Teile folgender großer Kapitel der Schulmathematik behandelt werden sollen: Reelle Funktionen, Geometrie, Statistik und Zahlentheorie und Algebra. Im Bereich der Statistik werden verschiedene Mittelwerte thematisiert, absoluter und relativer Anteil, die Deutung des relativen Anteils als Wahrscheinlichkeit und neben der Binomialverteilung auch noch die Normalverteilung als Beispiel für eine stetige Verteilung besprochen. Von diesen Inhalten, die laut Lehrplan etwa 10% der Unterrichtszeit in den letzten beiden Jahren ausmachen sollen, ist gar nichts im Kurs wiederzufinden. Ebenfalls nicht berücksichtigt sind Inhalte aus den Kapiteln zu Folgen und Reihen und Kombinatorik. Die vorgesehenen Inhalte zu ebenen Figuren wie Dreiecken

werden im Vorbereitungskurs an der KU Leuven nicht berücksichtigt, während Vektoren und insbesondere die Lage von Geraden und Ebenen im Raum sehr wohl Raum im Kurs bekommen.

Der später noch genauer untersuchte Teil der Analysis umfasst laut Lehrplan einerseits Funktionenlehre, insbesondere die Eigenschaften von Polynomfunktionen, rationalen Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen und trigonometrischen Funktionen. Andererseits – und das nimmt beinahe ein Viertel der Zeit in den letzten zwei Schuljahren ein – stehen natürlich auch Ableitungen und Integrale am Lehrplan. Laut Lehrplan sollen die Schüler/innen den Begriff der Ableitung als momentane Änderungsrate kennen und interpretieren können, die erste und zweite Ableitung von den vorher genannten Funktionen bestimmen können und mit ihrer Hilfe die Eigenschaften von Funktionen untersuchen. Extremwertaufgaben stehen ebenfalls explizit auf dem Lehrplan, wobei hier der Schwerpunkt beim Modellieren der Aufgaben liegt. Nur als Wahlinhalt ist die Regel von l'Hospital vorgesehen, die aber sehr wohl im Kurs vorausgesetzt wird.

Der Bereich der mathematischen Logik und Mengenlehre ist nicht konkret im Lehrplan der letzten vier Schuljahre zu finden, teilweise sind diese Themen im Lehrplan der ersten beiden Jahre ASO verortet. Wie im Kapitel Kursstruktur näher erörtert wird, wird diesem Modul im Kurs sehr viel Zeit gewidmet.

Die für den Kurs ausgewählten Inhalte wurden in 18 Module aufgeteilt. Diese sind in drei Kategorien geteilt, wie es in der folgenden Tabelle zu erkennen ist.¹⁸ Die Module 1 bis 5 werden als Basismodule A bezeichnet und sind für die Kursteilnehmer/innen des B Programms bereits im Voraus im Selbststudium zu erledigen. Die Module des zweiten Blocks werden sowohl im Programm A als auch im Programm B behandelt, während die Module der dritten Kategorie ausschließlich im B Programm vorkommen.

Basismodule A

¹⁸ Eine Tabelle mit den Originalbezeichnungen der Module findet sich im Anhang.

1. Grundlagen der Algebra
2. Summenzeichen und Fakultät
3. Lineare Algebra A
4. Grenzwerte und Asymptoten rationaler Funktionen
5. Exponentieller und logarithmischer Wachstum und Zerfall

Basismodule AB

6. Trigonometrie, Geometrie in der Ebene und Vektoren in der Physik
7. Polarkoordinaten
8. Komplexe Zahlen
9. Funktionsgraphen und -kurven
10. Die Ableitung einer Funktion: Rechenregeln und Anwendungen
11. Extremwertaufgaben
12. Integrationsmethoden: Substituieren und partiell Integrieren
13. Ungleichungen und Absolutbetrag
14. Geraden und Ebenen

Vertiefung – nur Programm B

15. Mathematische Logik, Mengenlehre, Funktionen und Beweismethoden
16. Lineare Algebra B
17. Integrale in Anwendungen
18. Gemischte Übungen

Tabelle 8: Übersicht Module KU Leuven

Die Vorgaben des Lehrplans für die Österreichische AHS Oberstufe (Vgl. BMB (2017-1): Online) betrachtend darf natürlich nicht außer Acht gelassen werden, dass es einerseits den gültigen Lehrplan gibt und andererseits die vorgegebenen Inhalte und Kompetenzen zur neuen standardisierten Reife- und Diplomprüfung (SRDP) (Vgl. BMB (2017-2): Online). Vergleicht man diese beiden, fällt auf, dass einige im Lehrplan berücksichtigte Inhalte als nicht relevant für die zentrale

Reifeprüfung betrachtet werden. Das sind beispielsweise Folgen und Reihen, Trigonometrie in allgemeinen Dreiecken, Polarkoordinaten, der Satz von Bayes und die Verkettung von Funktionen. Wie aus Tabelle 9 zu erkennen ist, werden Folgen und Reihen auch in den Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs nicht behandelt. Verkettung von Funktionen jedoch werden behandelt, und zwar in Verbindung mit Ableitungsregeln in den Workshops zu Differenzieren und Kurvendiskussionen.

Angebotene Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffes	
Primzahlen und Teilbarkeiten	Trigonometrie
Gleichungen und Ungleichungen	Geraden und Ebenen
Funktionen	Differenzieren
Vektoren	Kurvendiskussionen
Komplexe Zahlen	Extremwertaufgaben
Gleichungssysteme	Integrieren
Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung	

Tabelle 9: Übersicht über angebotene Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffes

Lehr-Lernmittel

Den Teilnehmerinnen und Teilnehmern des Sommerkurses an der KU Leuven wird gegen einen Druckkostenbeitrag ein Skriptum zur Verfügung gestellt, das Unterlagen zu allen Modulen umfasst (auch zu jenen, die im Selbststudium zu erledigen sind). Außerdem beinhaltet dieses etwa 500-seitige Skriptum auch die Übungsaufgaben, die in den Einheiten aufgetragen werden, sowie die Lösungen dazu. Interessierte können die Kursunterlagen auch vorab als pdf-Datei anfordern.

An der Universität Wien wurden den Teilnehmerinnen/Teilnehmern auf jener Website, auf der auch alle anderen Informationen zu den Kursen bereitgestellt waren, vorab Handouts zum Download zur Verfügung gestellt. Diese Handouts sind abhängig vom Modul zwischen vier und zwölf Seiten lang und beinhalten vor allem die theoretischen Inhalte. Übungsaufgaben waren nur selten darauf zu

finden. Es wurden auch jeweils gedruckte Versionen der Handouts von den Vortragenden mit in den Workshop gebracht.

Einbettung ins Studium

Wie in der Vorstellung der beiden Universitäten schon erwähnt, ist keiner der beiden beschriebenen Kurse verpflichtend oder curricular vorgesehen. Sie sollen jeweils ausschließlich dazu dienen, die Schulmathematikkenntnisse der Teilnehmenden aufzufrischen bzw. auf jenen Stand zu bringen, der für die Lehrveranstaltungen in den kommenden Semestern notwendig ist bzw., im Fall der Universität Wien, die Studierenden auf den Teil der StEOP-Prüfung vorbereiten, der Schulstoff umfasst.

Im Sommerkurs der KU Leuven wurde immer wieder explizit darauf hingewiesen, welche Inhalte besonders wichtig sind aber auch darauf, dass die zukünftigen Studierenden jeweils bei ihren Vortragenden nachfragen müssen, was und wie viele Details diese verlangen. Im Modul zu komplexen Zahlen wurde beispielsweise darauf hingewiesen, dass durchschnittlich nur 30 – 40% der Studierenden die Prüfungsfragen zu diesem Teilgebiet richtig beantwortet haben und deshalb ein Online-Modul entwickelt wurde. Innerhalb dieses Online-Moduls seien dann die Teile 1 bis 5 Voraussetzung, um den ersten Lehrveranstaltungen folgen zu können. Ähnliche Hinweise wurden auch in den Einheiten zu linearer Algebra, Differential- und Integralrechnung gegeben.

Die Workshops an der Universität Wien waren zeitlich so gelegt, dass den Erstsemestrigen ein Besuch möglich war und durch die Auswahl an Vortragenden waren sie auch gut in die StEOP eingebunden.

An der Universität Wien zeigte sich hier eine Stärke der Auswahl der Vortragenden. Da diese – wie bereits im Abschnitt Akteurinnen/Akteure ausgeführt – auch als Tutor/innen für die StEOP tätig sind, können sie konkrete Fragen zum Stoff der StEOP Prüfung wahrscheinlich besonders kompetent beantworten. Diese Fragen wurden meistens aber nach Ende der Workshops in Gesprächen zwischen den Studierenden und den Vortragenden gestellt. Die Inhalte der Workshops wurden natürlich auch in Betracht der Anforderungen der StEOP-Prüfung ausgewählt, jedoch wurde mehr Augenmerk auf das theoretische Verständnis dieser Inhalte gelegt als auf konkretes Üben und Vorbereiten von

relevanten Aufgaben für die StEOP Prüfung. Was jedoch zu beobachten war, ist dass die Vortragenden immer wieder sehr schematische Lösungsansätze dargeboten haben. Das heißt, sie haben den Studierenden quasi „Kochrezepte“ präsentiert, mit denen jeweils eine bestimmte Art von Aufgaben – ihrer Meinung nach – zu lösen sind.

3. Lehr/Lernszenario

Bereich 3	Lehr-Lernszenario
Kursstruktur	• Kurstyp • Dauer des Kurses • Dauer der Anteile (Gewichtung/Bedeutung für Konzept) • Reihenfolge der Bestandteile • Anwesenheits- oder Lernkontrolle
Interaktion	• Unterstützungsangebot durch Lehrende • Unterstützung durch Lernende • Kollaborationsmöglichkeiten • Kommunikationsmöglichkeiten – Möglichkeit Fragen zu stellen, Verfügbarkeit der Dozentinnen/Dozenten
Individualisierungspotenzial	• Anpassung an individuelle Lernvoraussetzungen • Möglichkeit zur Individualisierung von Lernzielen • Möglichkeit der Individualisierung von Lernprozessen • Angebote zur individuellen Lernunterstützung • Individuelle Lernzielkontrollen
Gestaltung-Kurseinheiten	• Veranstaltungsformen (Vorlesung/Tutorien) • Lehr-Lernziele und Umsetzung • Lernort • Lernklima • Auswahl der Lerninhalte • Timing • Auswahl der Lernmethoden • Rolle der Akteurinnen/Akteure

Tabelle 10: Bereich 3 des verwendeten Analyseschemas

Kursstruktur

Bei beiden untersuchten Kursen handelt es sich um freiwillige Präsenzkurse ohne Anwesenheitskontrolle oder Lernstandserhebungen innerhalb der Kurse. Neben diesen grundlegenden Gemeinsamkeiten können in der Ausgestaltung der Kurse die folgenden Unterschiede erkannt werden.

An der KU Leuven findet der Sommerkurs in einer Woche, geblockt von 9 bis 16:15 Uhr, statt. Der Kurstag ist in vier Einheiten zu je 90 Minuten unterteilt sodass die Vormittage und Nachmittage jeweils zwei Einheiten mit 15 Minuten Pause dazwischen umfassen und es eine 75-minütige Mittagspause gibt. Es ergeben sich dadurch insgesamt 20 Einheiten, wobei die erste Einheit am Montag für Organisatorisches und Einführung verwendet wurde und die letzte am Freitag entfallen ist. Einige Module, wie in Kapitel „Lehr/Lernszenario“ beschrieben, sind im Selbststudium vorzubereiten. Im Fall des Moduls „Komplexe Zahlen“ wurde dies durch eine E-Learning Plattform, die für die Teilnehmenden der Sommerkurse nach ihrer Anmeldung zum Kurs freigeschaltet wurde, unterstützt. Die verwendete E-Learning Plattform war eine Open-Source-Plattform und nicht die ansonsten durch die KU Leuven verwendete Plattform „Toledo“.

Der genaue Ablauf der einzelnen Einheiten war natürlich einerseits abhängig von der/dem Vortragenden aber auch vom Inhalt des Moduls. Ein fester Bestandteil war jeweils zu Beginn ein kurzer Überblick darüber, was auf die Teilnehmer/innen in der jeweiligen Einheit zukommt und – falls die Dozentin/der Dozent zum ersten Mal vor dieser Kursgruppe vortrug – eine kurze Vorstellung. Jede Einheit umfasste auch Übungsphasen, auf die später noch genauer eingegangen wird.

In der folgenden Tabelle 11 ist die Reihenfolge der Module wiedergegeben. In dritten Spalte ist die Gesamtdauer der Module angegeben, in der vierten, wie viel Minuten jeweils für selbstständiges Arbeiten – also, meistens das Lösen von Übungsaufgaben begleitet von Tutor/innen – aufgewendet wurde. Insbesondere im Modul „Gemischte Übungen“ war beinahe die gesamte Zeit für das Bearbeiten und Lösen von Aufgaben reserviert.

Die Beschreibung der Kurse

Montag		Dauer	Üben
9:00 – 10:30	Organisatorisches, Einführung		
10:45 – 12:15	Mathematische Logik, Mengenlehre, Funktionen und Beweistechniken	270‘	85‘
13:30 – 15:00			
15:15 – 16:45			
Dienstag		Dauer	Üben
9:00 – 10:30	Funktionsgraphen und -kurven	90‘	75‘
10:45 – 12:15	Die Ableitung einer Funktion: Rechenregeln und Anwendungen	90‘	70‘
13:30 – 15:00	Extremwertaufgaben	90‘	65‘
15:15 – 16:45	Integrationsmethoden: Substituieren und partiell Integrieren	90‘	65‘
Mittwoch		Dauer	Üben
9:00 – 10:30	Lineare Algebra	270‘	105‘
10:45 – 12:15			
13:30 – 15:00			
15:15 – 16:45	Geraden und Ebenen	90‘	48‘
Donnerstag		Dauer	Üben
9:00 – 10:30	Trigonometrie	90‘	70‘
10:45 – 12:15	Polarkoordinaten und komplexe Zahlen	90‘	70‘
13:30 – 15:00	Integrale in ihren Anwendungen	90‘	50‘
15:15 – 16:45	Ungleichungen und Absolutbetrag	90‘	55‘

Freitag		Dauer	Üben
9:00 – 10:30	Gemischte Übungen	270'	250'
10:45 – 12:15			
13:30 – 15:00			

Tabelle 11: Kursaufbau KU Leuven

Diese Aufstellung betrachtend fällt einem auf, dass gleich zu Beginn des Kurses wirklich viel Zeit, nämlich ein Sechstel der Gesamtkurszeit, in grundlegende Techniken der Mathematik investiert wird. Diese Schwerpunktsetzung zu Beginn macht es den Vortragenden späterer Module möglich, sich auf diese Inhalte zu berufen und wie selbstverständlich die mathematische Sprache der Mengenlehre und Logik zu verwenden. Möglicherweise beruht diese Entscheidung auch auf der Erfahrung, dass Teilnehmer/innen in der Schule wenig bis keine Vorerfahrungen mit dieser Art mathematischer Sprache gemacht haben und diesen „Crash-Kurs“ zu Beginn bitter nötig haben. Das könnte auch daraus abgeleitet werden, dass 10 der 16 befragten Teilnehmer/innen das Modul „Logik und Mengenlehre“ als eines jener drei genannt haben, bei dem sie vermuten, dass sie am meisten dazulernen werden.

Auch der linearen Algebra wurden drei Einheiten zu je 90 Minuten gewidmet und dieses Modul rangiert ebenfalls weit vorne, wenn man Teilnehmer/innen fragt, wo sie glauben, am meisten dazulernen zu können, immerhin 5 von 16 haben es genannt, somit liegt es mit den Modulen zu Integralen in ihren Anwendungen und den gemischten Übungen ex aequo auf Platz 4, direkt hinter komplexen Zahlen (acht Nennungen) und Funktionsgraphen und -kurven (sechs Nennungen). Die drei Module, bei denen die meisten Teilnehmenden vorab der Meinung waren, dass sie am wenigsten dazulernen würden, waren „Ableitungsregeln“ (acht Nennungen), „Geraden und Ebenen“ (sieben Nennungen) und mit jeweils sechs Nennungen auf dem dritten Platz „Funktionsgraphen und -kurven“ und „Extremwertaufgaben“.

Wenn die Module „Geraden und Ebenen“, „Polarkoordinaten und komplexe Zahlen“ sowie „Ungleichungen und Absolutbetrag“ gemeinsam mit dem Modul „Lineare Algebra“ in den größeren Bereich der „Linearen Algebra und Geometrie“

Die Beschreibung der Kurse

eingerechnet werden, kommt dieser Teil auf insgesamt 540 Minuten, das ist ein Drittel der Gesamtkurszeit. Ebenfalls viel Zeit wird den Modulen gewidmet, die der Analysis zuzurechnen sind, nämlich fünfmal 90 Minuten. Die restliche Kurszeit wurde für einen großen Übungsblock am letzten Kurstag verwendet, in dem aus allen Kapiteln nochmals Übungen zu finden waren. Werden diese Zeiten um die Übungszeit bereinigt, die doch über 65% der Gesamtkurszeit einnimmt, zeigt sich das in Tabelle 12 durch absolute Zahlen bzw. in Abbildung 3 in relativen Anteilen wiedergegebene Bild. Hierzu ist noch anzumerken, dass im Modul „Gemischte Übungen“ ca. 20 Minuten nicht zum Lösen von Aufgaben bestimmt waren, sondern zur Erläuterung der Angaben oder Wiederholung von Inhalten aus den die Analysis betreffenden Modulen dienten. Daher sind diese 20' noch dem Analysis-Bereich zugeordnet.

Logik etc.	Lin. Algebra u. G.	Analysis
185'	282'	145'

Tabelle 12: Absoluter Anteil der einzelnen Bereiche an der Gesamtkurszeit, bereinigt um Übungszeit

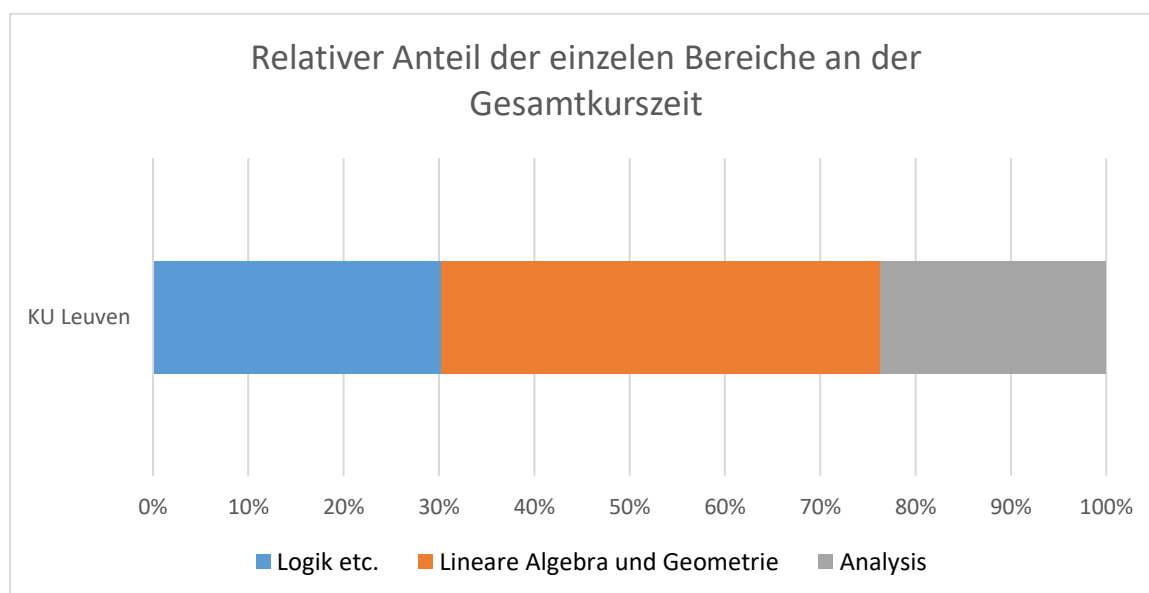


Abbildung 3: Relativer Anteil der einzelnen Bereiche an der Gesamtkurszeit - KU Leuven

Auch hier wird deutlich, dass dem Bereich der Linearen Algebra und Geometrie sehr viel Aufmerksamkeit geschenkt wird. Das kann einerseits natürlich darauf zurückgeführt werden, dass dieser Sammelbegriff hier sehr weit gefasst wurde. Andererseits darf aber auch nicht vergessen werden, dass es sich beim

Sommerkurs an der KU Leuven nicht ausschließlich um einen Kurs für zukünftige Studierende der Mathematik handelt, sondern dass die Mehrheit der Teilnehmer/innen im Begriff ist, ein ingenieurwissenschaftliches Studium zu beginnen und gerade für – beispielsweise – zukünftige Elektrotechniker/innen ist der sichere Umgang mit Vektoren, Matrizen und komplexen Zahlen das tägliche Brot.

Durch die Bereinigung um die in den Modulen zum Üben aufgewendete Zeit, überholt das Modul zu Logik und Mengenlehre die Analysis. Zu den bereits weiter oben genannten Gründen, diesem ersten Modul viel Zeit zu widmen, erfüllt dieser Bereich noch eine ganz andere Funktion. Die möglichen Erwartungen an den Sommerkurs „Die Arbeitsweise der Universität kennenlernen“¹⁹ und „Neue mathematische Methoden kennenlernen“²⁰ haben die Befragten vorab durchschnittlich mit 3,1 bzw. 2,6 bewertet, das heißt sie lagen rund um „erwarte ich eher schon“. Die drei Top-Erwartungen zu Beginn waren „Den Schulstoff wiederholen“²¹ (4,4), „Den Schulstoff vertiefen und abstrahieren“²² (3,3) und „Meine zukünftigen Studienkolleginnen/Studienkollegen kennenlernen“²³ (3,5), waren also zwischen „erwarte ich eher schon“ und „erwarte ich“ angesiedelt. Bei der Frage im Nachhinein wie sehr der Sommerkurs die genannten Erwartungen erfüllt hat, konnten die beiden Aussagen, die sich auf die Arbeitsweise und die Methoden an der Universität bezogen, zulegen. Der größte Zuwachs, der jedoch zu beobachten war, fand bei „Meine zukünftigen Studienkolleginnen/Studienkollegen kennenlernen“ statt. Diese wurde im Nachhinein mit durchschnittlich 3,8 bewertet. In dieser Steigerung zeigt sich wahrscheinlich, dass die sozialen Aspekte in der Kursgestaltung, die im nachfolgenden Absatz beschrieben werden, durchaus Wirkung auf die Teilnehmer/innen hatten. Immerhin haben alle Befragten angegeben, dass sie

¹⁹ „Inzicht krijgen in de werkwijze van de universiteit“

²⁰ „Nieuwe wiskundige methoden leren“

²¹ „De leerstof van school herhalen“

²² „De leerstof van school verdiepen en abstraheren“

²³ „Mijn toekomstige medestudenten leren kennen“

Die Beschreibung der Kurse

auch nach der Woche weiterhin mit den Menschen zusammenarbeiten wollen, die sie im Rahmen dieses Kurses kennengelernt haben.

Obgleich der Kurs inhaltlich sehr dicht ist und natürlich vor allem dazu dient, die Mathematikkenntnisse der zukünftigen Studierenden aufzufrischen, sind auch andere Zielsetzungen zu beobachten. Neben der Clustereinteilung, die in Kapitel Akteurinnen beschrieben wurde und die Teilnehmer/innen dazu animieren sollte, sich gegenseitig etwas kennen zu lernen und soziale Kontakte zu ihren zukünftigen Studienkolleginnen/-kollegen aufzubauen, wurde am ersten Kurstag ein Hotdog-Stand durch die Studierendenvertretungen organisiert, bei dem es in der Mittagspause gratis Hotdogs gab. Damit sollte den Teilnehmerinnen/Teilnehmern ein erster, sehr niederschwelliger Kontakt mit ihren Vertretungen ermöglicht werden. Ebenfalls am ersten Kurstag kamen zusätzlich noch Mitglieder der Studierendenvertretung am Beginn einer Einheit in den Hörsaal und stellten sich und die freiwilligen Kennenlertage, die an einem Wochenende am Beginn des Semesters stattfinden, vor. Außerdem wurde für die Pausen, neben den Frisbees und den Spielkarten, von der Studierendenvertretung ein Set zum Spielen von „Wikingerschach“ auf der Wiese zur Verfügung gestellt, das – wahrscheinlich auch aufgrund des guten Wetters – eifrig genutzt wurde durch die Teilnehmenden.

Die Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs an der Universität Wien fanden über einen Zeitraum von acht Wochen meist zweimal wöchentlich statt. Beginnend in der ersten Woche des Wintersemesters 2015 begleiteten sie so also die parallel stattfindende StEOP. Durch den Nationalfeiertag am 26.10. gab es in Woche 4 nur einen Workshop. Der Zeitpunkt der Workshops, Montag und Dienstag von 8:00 bis 9:30 Uhr war eigentlich konstant, im Laufe der Workshops wurden jedoch die letzten beiden Einheiten aufgrund von Terminschwierigkeiten auf den Nachmittag gelegt. Die Information darüber wurde einerseits in den vorhergehenden Workshops gegeben und andererseits auch auf der Website mit der Übersicht über alle Workshops publiziert. Die zur Verfügung gestellten Handouts gaben den Aufbau und den Inhalt der Workshops meist recht akkurat wieder.

In der folgenden Tabelle sind die Reihenfolge und der Zeitpunkt der einzelnen Workshops zusammengefasst. Wie zu erkennen ist, haben alle Einheiten 90

Minuten gedauert. Da sie vor allem aus Vortragsphasen bestanden haben, sind diese 90 Minuten als reine Vortragszeit gerechnet.²⁴

Woche 1	
Mo, 05.10. 8:00 – 9:30	Primzahlen und Teilbarkeiten
Di, 06.10. 8:00 – 9:30	Gleichungen und Ungleichungen
Woche 2	
Mo, 12.10. 8:00 – 9:30	Funktionen
Di, 13.10. 8:00 – 9:30	Vektoren
Woche 3	
Mo, 19.10. 8:00 – 9:30	Komplexe Zahlen
Di, 20.10. 8:00 – 9:30	Gleichungssysteme
Woche 4	
Di, 27.10. 8:00 – 9:30	Trigonometrie
Woche 5	
Mo, 02.11. 8:00 – 9:30	Geraden und Ebenen
Di, 03.11. 8:00 – 9:30	Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung
Woche 6	
Mo, 09.11. 8:00 – 9:30	Differenzieren

²⁴ Die einzige Ausnahme bildet hier der Workshop „Trigonometrie“, hier wurden 18 Minuten der gesamt 90 Minuten für Aufgaben, die die Teilnehmer/innen selbst lösen sollten, verwendet. Das sind zwar 20% der Zeit des Workshops, aber nur etwa 1,5% der Gesamtkurszeit. Darum werden diese 18 Minuten in allen weiteren Berechnungen nicht berücksichtigt.

Woche 7	
Mo, 16.11. 8:00 – 9:30	Kurvendiskussionen
Di, 17.11. 17:00 – 18:30	Extremwertaufgaben
Woche 8	
Di, 24.11. 17:00 – 18:30	Integrieren

Tabelle 13: inhaltliche und zeitliche Abfolge der Workshops an der Universität Wien

Die Reihenfolge, in der die Einheiten angeordnet sind, erinnert an die Reihenfolge, in der die jeweiligen Themen auch in der Schule im Lehrplan stehen. Während „Primzahlen und Teilbarkeiten“ ein Thema des zweiten Jahrs in der Sekundarstufe I sind, wird der Funktionsbegriff erst im vierten Jahr behandelt und der Bereich der Differential- und Integralrechnung findet erst in den letzten Jahren der Sekundarstufe II Eingang in den Unterricht. Natürlich kann das nicht als sichere Regel angenommen werden, denn bspw. kommt das Thema „Gleichungen“ immer wieder im Lehrplan verschiedener Schulstufen vor, angefangen vom intuitiven Lösen linearer Gleichungen im ersten Jahr in der Sekundarstufe I, über Äquivalenzumformungen als Lösungsstrategie für lineare Gleichungen im zweiten und quadratischen Gleichungen im vierten Jahr bis zu Wurzelgleichungen und logarithmischen Gleichungen in späteren Jahren und kann so nicht fix an einem Zeitpunkt verortet werden.

Der erste Workshop steht thematisch etwas isoliert – in keinem anderen Workshop werden nochmals Inhalte der Zahlentheorie explizit behandelt. Auch aus dieser Sichtweise heraus ist es durchaus logisch, ihn an den Rand der Abfolge zu stellen. Die darauffolgenden Workshops „Gleichungen und Ungleichungen“ und „Funktionen“ behandeln nicht nur jeweils ein Kapitel aus der Linearen Algebra bzw. der Analysis, sondern wiederholen auch notwendige Grundbegriffe der Mathematik, um in den weiteren Workshops gut folgen zu können. Wenn man versucht, alle Workshops den großen Bereichen „Lineare Algebra und Geometrie“, „Analysis“, „Zahlentheorie“ und „Stochastik“ zuzuordnen, ergibt sich folgende Zeitaufteilung in absoluten Zahlen:

Zahlentheorie	Lin. Algebra u. G.	Analysis	Stochastik
90'	450'	540'	90'

Tabelle 14: Absoluter Anteil der Bereiche an der Gesamtkurszeit

Als relative Anteile betrachtet ergibt sich dann folgendes Bild:

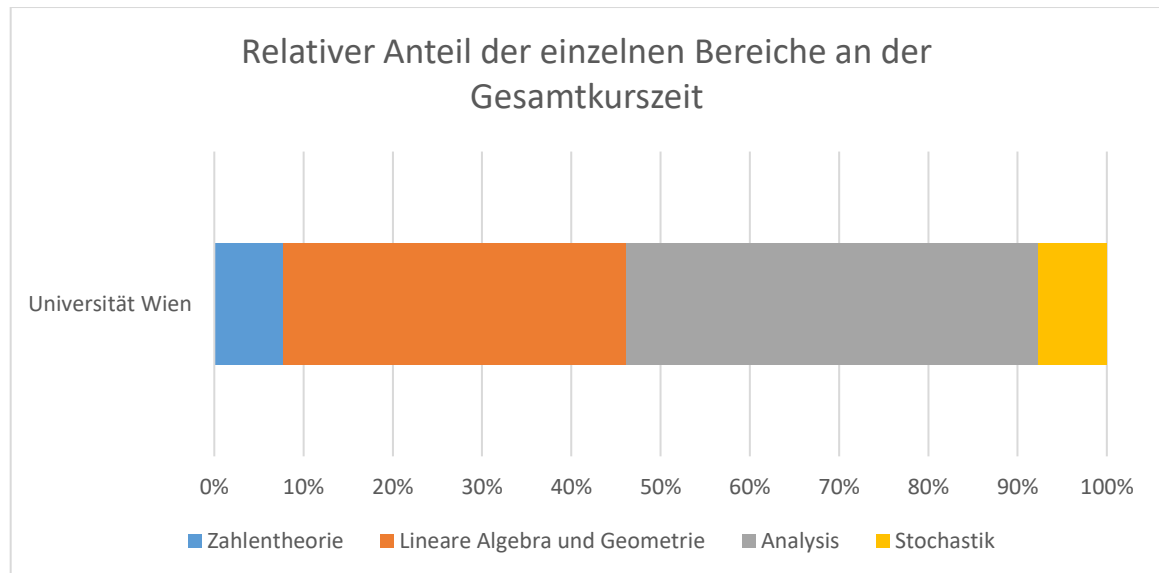


Abbildung 4: Relativer Anteil der einzelnen Bereiche an der Gesamtkurszeit - Universität Wien

Dabei wurden die Workshops „Gleichungen und Ungleichungen“, „Vektoren“, „komplexe Zahlen“, „Gleichungssysteme“ und „Geraden und Ebenen“ dem Bereich der Linearen Algebra und Geometrie zugeordnet, „Primzahlen und Teilbarkeit“ natürlich der Zahlentheorie und „Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung“ der Stochastik. Alle anderen Workshops wurden als Teil der Analysis gezählt.

Den Prozentstreifen in Abbildung 4 betrachtend fällt auf, dass den Bereichen der Linearen Algebra und Geometrie und der Analysis beinahe gleich viel Zeit gewidmet wird, mit einem leichten Plus auf Seiten der Analysis. Diese Aufteilung erscheint durchaus sinnvoll, wenn zwei Punkte bedacht werden. Erstens, dass die Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffes für Erstsemestrige im Bachelorstudium der Mathematik gedacht sind. Das Curriculum des Bachelorstudiums sieht vor, dass im Bereich der Analysis mindestens 61 ECTS von insgesamt 180 im gesamten Studium absolviert werden. Dem Bereich der

Algebra kommen 35 ECTS zu, der Stochastik immerhin noch 10 ECTS und der Zahlentheorie gar nur 5.²⁵ Ein – wenn auch nur leichter – Akzent auf der Analysis ist also nur logisch. Zweitens sind die ersten beiden großen Vorlesungen, die im Curriculum vorgesehen sind, die „Einführung in die lineare Algebra“ und die „Einführung in die Analysis“. Eine schwerpunktmäßige Festigung und Wiederholung der Schulinhalte dieser Bereiche ist also durchaus notwendig.

Die im Kapitel „Mathematische Vor- und Brückenkurse – Kurskonzepte“ beschriebenen sozialen Funktionen mathematischer Vorkurse kommen beim an der Universität Wien angewandten Konzept quasi nicht zum Tragen. Das ist möglicherweise auch nicht notwendig, da die Studierenden in der Einführungsvorlesung und den die Vorlesung begleitenden Übungen bereits viel Kontakt zu ihren Studienkolleginnen/Studienkollegen haben. Bereits zu Beginn der Workshops haben 12 von 25 Befragten angegeben, dass sie bereits einen oder mehrere andere Teilnehmer/innen kennen. Für das Knüpfen sozialer Kontakte steht den Studierenden das Erstsemestrigen-Tutorium, organisiert und durchgeführt von der Studierendenvertretung, zur Verfügung. Zu diesen wöchentlichen Treffen lädt die Studierendenvertretung im Rahmen der Einführungsvorlesung. Trotzdem war durch die Aussage „Meine neuen Studienkolleginnen/Studienkollegen besser kennenlernen“ die Erwartung formuliert, die die zweithöchste Zustimmung bekommen hat. Jedoch ist hier die Rede von einer Zustimmung von rund 3,39, das heißt zwischen „erwarte ich eher schon“ und „erwarte ich“. Aus der Befragung zum Kursende kann abgeleitet werden, dass für den/die durchschnittliche/n Teilnehmer/in diese Erwartung weder besonders erfüllt noch besonders nicht erfüllt wurde.

Interaktion

Wie bereits im vorigen Unterabschnitt erwähnt, wurde an der KU Leuven 65% der Kurszeit für Übungen verwendet. Für die restliche Zeit wurde die Sozialform des Plenumsunterrichts gewählt, hin und wieder und vor allem abhängig vom Vortragenden mit mehr oder weniger Fragen an das Plenum. Die Übungen wurden verschränkt mit den durch die Vortragenden frontal gehaltenen

²⁵ Vgl. Curriculum für das Bachelorstudium Mathematik (Version 2014) – Stand Juli 2014

Theorieblöcken über alle Module verteilt (siehe dazu auch Tabelle 11). In diesen Übungsphasen hatten die Teilnehmenden die Möglichkeit, den anwesenden Tutorinnen/Tutoren sowie der/dem Vortragenden Fragen zum Inhalt der Einheiten bzw. direkt zu den Übungen zu stellen. Diese Möglichkeit wurde auch rege genutzt, aus der teilnehmenden Beobachtung des Kurses ist bekannt, dass in den Übungsphasen durchschnittlich etwa 1,25 Fragen pro Minute gestellt wurden. Da die Tutorinnen/Tutoren ihre Pausen ebenfalls am Campus verbracht haben, waren sie auch zwischen den Einheiten für Fragen zum Sommerkurs oder rund ums Studium verfügbar. Es konnte auch beobachtet werden, dass viele Teilnehmenden beim Lösen von Übungsaufgaben zu zweit oder dritt zusammenarbeiteten und sich so auch gegenseitig unterstützten bzw. ihre Ansätze verglichen. Oft waren verschiedene Ansätze auch der Inhalt der Fragen der Teilnehmenden, vor allem natürlich, wenn sie zu unterschiedlichen Lösungen geführt haben und die Teilnehmenden den Fehler nicht selbst finden konnten.

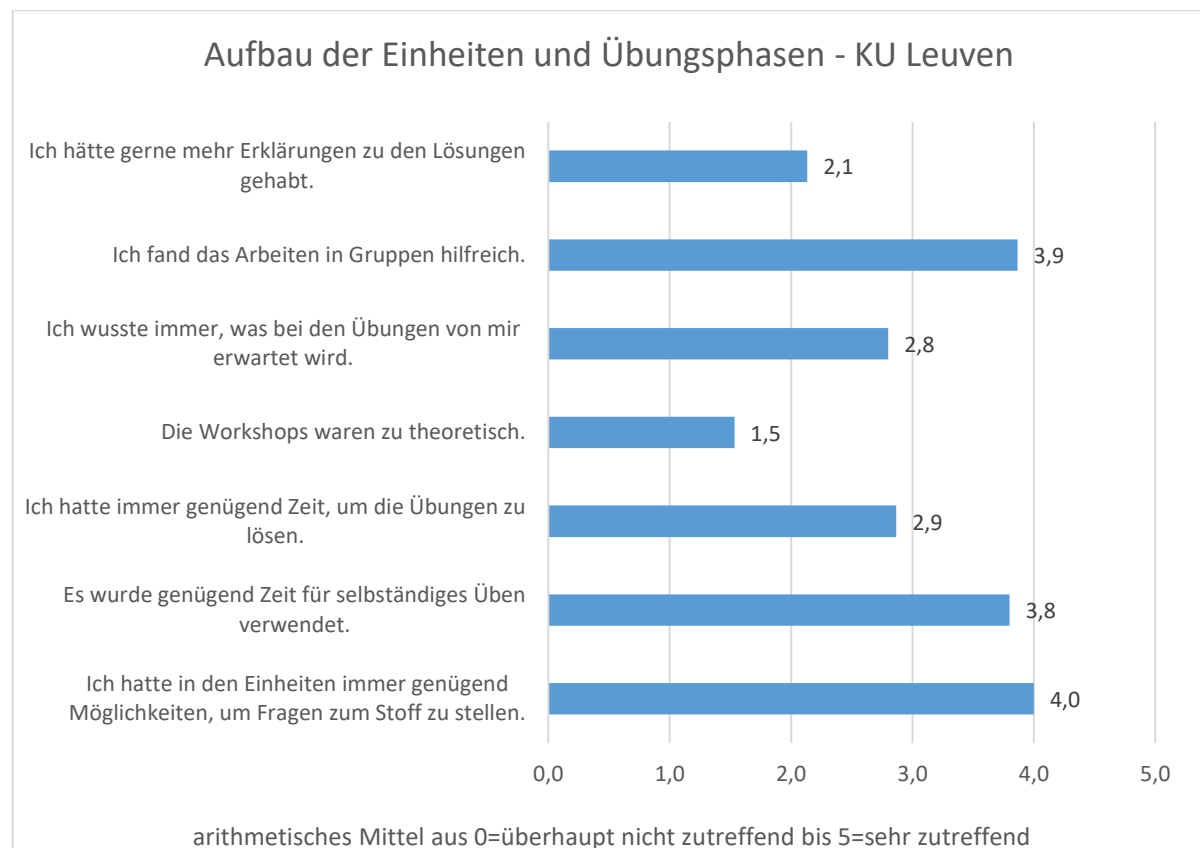


Abbildung 5: Zustimmung zu Aussagen zum Aufbau der Einheiten und Übungen an der KU Leuven

Die Zusammenarbeit zwischen den Teilnehmenden fand meist innerhalb der durch die Kursorganisation definierten Clustern statt. Innerhalb der ersten

Übungsphase im ersten Modul wurden sie explizit von den Vortragenden aufgefordert, die Übungsaufgaben nicht nur allein zu lösen, sondern zusammenzuarbeiten. Dass dieser Aufforderung sofort nachgekommen wurde, konnte schon allein aus dem plötzlich höheren Lärmpegel abgeleitet werden. Bei der Befragung am Kursende wurden die Befragten gebeten, ihre Zustimmung zu vorformulierten Aussagen über den Aufbau des Kurses – Verteilung von Vortrags- und Übungsphasen und die Übungsphasen selbst – auf einer Skala von 0 für „überhaupt nichtzutreffend“²⁶ bis 5 für „sehr zutreffend“²⁷ anzugeben. Wie in Abbildung 5 zu erkennen ist, haben die Aussagen „Ich hatte während der Einheiten genügend Möglichkeiten, um Fragen zum Stoff zu stellen“²⁸, „Ich fand das Arbeiten in Gruppen hilfreich“²⁹ und „Es wurde genug Zeit für selbstständiges Üben verwendet“³⁰ die höchste durchschnittliche Zustimmung erreicht. Auch mit den Erklärungen, die zu den Übungsaufgaben gegeben wurden, waren die befragten Teilnehmer/innen anscheinend durchaus zufrieden. Die Lösungen zu den Übungen aus den Unterlagen waren zwar in den Unterlagen selbst zu finden, detaillierte Erklärungen dazu aber nicht. Diese wurden dann meistens – teils zu allen Aufgaben, teils nur exemplarisch – von den Dozenten im Anschluss an die Übungsphasen dem Plenum präsentiert.

Aus der Beschreibung der Tabelle 10 ist bereits bekannt, dass in den Workshops an der Universität Wien quasi ausschließlich vorlesungsartiger Plenumsunterricht gehalten wurde. Die Fragen, die seitens der Vortragenden an die Teilnehmer/innen gestellt wurden, bezogen sich meist auf die Aufgabe, die gerade an der Tafel vorgerechnet wurde.

Da es während der Workshops wenig Phasen gab, die allein dafür gedacht waren, dass die Teilnehmenden Fragen im Zwiegespräch mit der/dem Vortragenden stellen konnten ohne, dass alle andere Teilnehmer/innen sie hören konnten, nutzten viele Teilnehmer/innen ihre/seine Anwesenheit nach Ende der

²⁶ „helemaal niet“

²⁷ „helemaal wel akkoord“

²⁸ „Ik had tijdens de les genoeg mogelijkheden om vragen te stellen“

²⁹ „Ik vond het werken in groepen nuttig“

³⁰ „Er werd genoeg tijd aan zelfstandig oefenen besteed“

Workshops um Fragen zum Stoff des Workshops oder der Vorlesung zu stellen. Abhängig von den Vortragenden gab es natürlich auch immer wieder Fragen an das Plenum bzw. Fragen aus dem Plenum zu Notationen oder Konventionen. Diese bezogen sich aber fast immer auf den aktuell dargebotenen Unterrichtsstoff.

Auch an der Universität Wien hatten die Teilnehmer/innen die Möglichkeit, am Ende des Kurses vorformulierte Aussagen zum Aufbau der Workshops mit Hilfe einer ganzzahligen Skala von 0 „überhaupt nicht zutreffend“ bis 5 „sehr zutreffend“ zu beurteilen. Betrachtet man die Auswertung in Abbildung 6, zeigt sich, dass die am Ende des Kurses befragten Teilnehmer/innen sehr zufrieden waren mit den ihnen gebotenen Möglichkeiten um Fragen zu stellen (arithmetisches Mittel aus den Bewertungen: 4,4) und der Geschwindigkeit, mit der Beispiele an der Tafel präsentiert bzw. Aufgaben durch den Vortragenden gelöst wurden (3,7). Auch haben sie weder mehrheitlich angegeben, dass die Workshops zu sehr in der Form von Frontalunterricht gehalten wurden oder zu theoretisch waren (arithmetisches Mittel aus den Bewertungen 1,7 bzw. 1,3), noch haben sie durchschnittlich deutlich zugestimmt, dass sie lieber mehr Übungsaufgaben selbst gelöst hätten (2,3). Die Aussage „Es wurde genug Zeit für selbstständiges Üben verwendet“ bekam eine durchschnittliche Zustimmung von 3,3. Das ist etwa mit „eher schon zutreffend“ zu deuten.

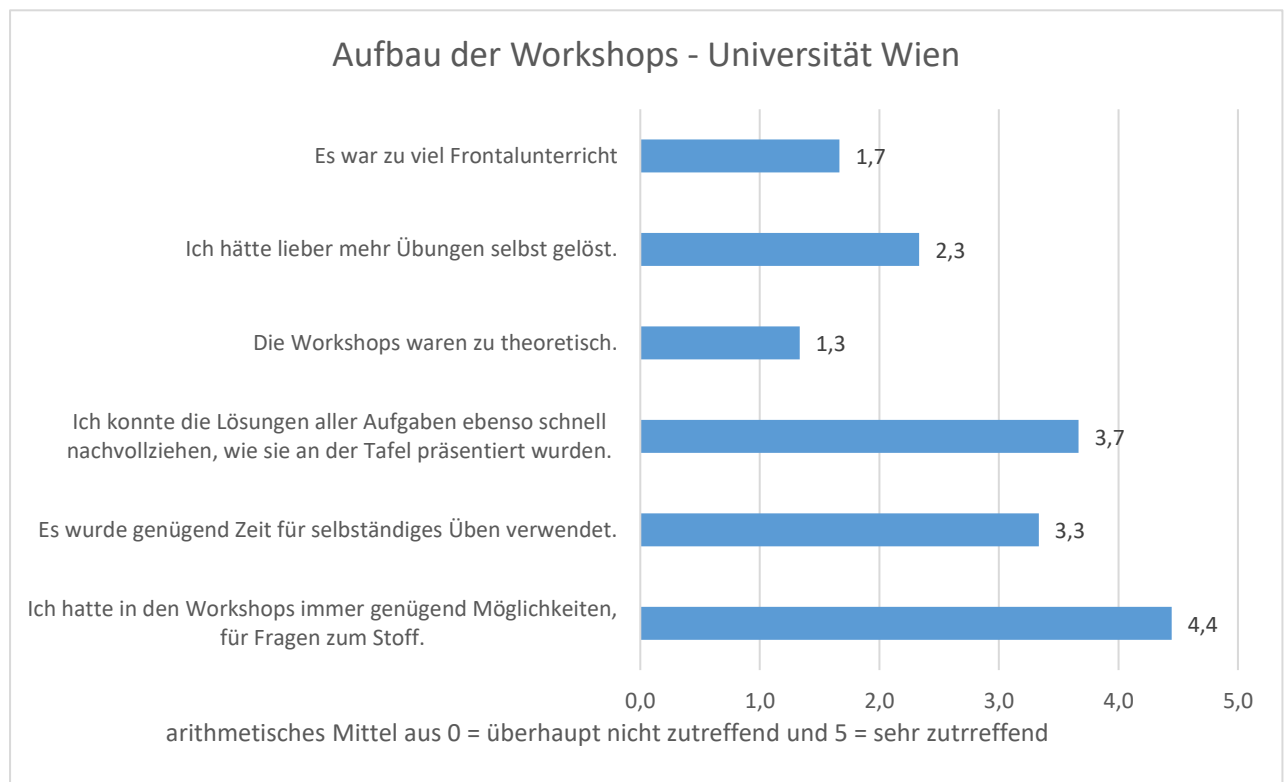


Abbildung 6: Zustimmung zu Aussagen zum Aufbau der Workshops an der Universität Wien

Individualisierungspotenzial

An der KU Leuven bestand die Kursgruppe am ersten Tag aus etwa 120 Teilnehmenden, ab dem zweiten Tag aus etwa 110 Teilnehmenden, die von zwei Tutorinnen/Tutoren und einer/einem Vortragenden betreut wurden. Durch die im vorigen Abschnitt beschriebenen Interaktionsmöglichkeiten konnte von den Tutorinnen/Tutoren bzw. den Dozentinnen/Dozenten im direkten Gespräch mit den Teilnehmerinnen/Teilnehmern durchaus individuell auf die Bedürfnisse und Fragen der zukünftigen Studierenden eingegangen werden. Da den Teilnehmenden die Plätze nach ihren zukünftigen Studienrichtungen zugewiesen wurden, konnten die Tutorinnen/Tutoren und Vortragenden dann auch ausgehend davon, wo jemand sitzt, darauf eingehen, wie relevant das behandelte Kapitel ist. Bei manchen Übungen wurde auch dezidiert darauf hingewiesen, was davon besonders relevant ist und warum.

Weiteres Individualisierungspotenzial bargen die ausführlichen und detaillierten Materialien, die die Teilnehmenden auch schon vorab per Mail anfordern und sich so einerseits schon im Vorfeld des Kurses damit vorbereiten konnten oder auch

im Kurs selbst Einzelheiten, die nicht explizit erwähnt oder übersprungen wurden, darin nachschlagen konnten. Bei Fragen, die den Tutorinnen/Tutoren während der Übungsphasen gestellt wurden, haben diese auch des Öfteren – begleitend zu ihrer Erklärung – auf die entsprechende Stelle in den Kursunterlagen verwiesen.

Es wurde an keiner Stelle während der Einheiten an die Studierenden die Frage gerichtet, wie viele Wochenstunden Mathematik sie im letzten Schuljahr hatten, um individuell auf ihr Vorwissen eingehen zu können, aber bei einigen Themen zB totalgeordneten Mengen oder Notationen wie $f: A \rightarrow B; x \mapsto f(x)$ wurde von den Vortragenden explizit darauf hingewiesen, dass es normal ist, dass dieses Thema oder diese Schreibweise für einige ganz neu ist, weil sie in der Schule noch nicht davon gehört haben.

Die Gruppe der Teilnehmer/innen an der Universität Wien war wesentlich kleiner als an der KU Leuven. Im ersten Workshop waren 73 Personen anwesend, ca. 70 Personen waren durchschnittlich in den ersten beiden Wochen anwesend. In Woche 3 waren es noch ca. 40 Teilnehmer/innen, die die Workshops besucht haben. Die drei Workshops mit den wenigsten Teilnehmerinnen/Teilnehmern waren „Trigonometrie“, „Differenzieren“ (jeweils um die 20) und „Extremwertaufgaben“ mit nur 14 Teilnehmenden. Somit entsprach der Betreuungsschlüssel eher einer Übung als einer Vorlesung. Die Kursgruppe wurde jeweils von einer Person betreut. Dadurch, dass der Kurs eigentlich ausschließlich für Studierende des Bachelorstudiums Mathematik gedacht war und alle Vortragenden ebenfalls Mathematik – sei es nun im Lehramts- oder Bachelorstudium – studieren, konnten sie die Anforderungen des Studiums und vor allem der Studieneingangsphase gut einschätzen und die relevanten Inhalte auswählen.

Obwohl statistisch gesehen zu erwarten war, dass die Teilnehmer/innen aus verschiedenen Schulformen kommen, wurde das nie von den Vortragenden abgefragt, um auf etwaige Unterschiede im Vorwissen der Teilnehmenden eingehen zu können. Jedoch wurde immer wieder explizit auf möglicherweise aus der Schule bekannte Notationen hingewiesen bspw. $y = kx + d$ für lineare Funktionen und auf Konventionen wie *„wenn ich log schreibe, meine ich immer den natürlichen Logarithmus“* Aufmerksam gemacht.

Da die online verfügbaren Materialien zu den Workshops recht knapp formuliert waren, war hier das Individualisierungspotenzial in Bezug auf die zuzugewinnenden Informationen aus dem Studium dieser Materialien gering. Es konnten kaum nicht in den Workshops angesprochene Inhalte daraus gewonnen werden. Jedoch waren auf der Website zu den Workshops Hinweise auf Schulbücher zu finden, die zum Vertiefen des Schulstoffes geeignet seien.

Gestaltung Kurseinheiten

Zur Gestaltung der Kurseinheiten kann hier, zusammenfassend aus den vorhergehenden Unterkategorien und ergänzend durch weitere Beobachtungen, Folgendes festgehalten werden: In beiden beobachteten Kursen gab es jeweils einen Vortragenden, der eine größere Gruppe (max. 70 Personen in Wien und rund 110 Personen in Leuven) betreute. Der Grundcharakter beider Kurse war vorlesungsartig. Sie fanden in typischen Hörsälen statt und bauten – wenn es um Input ging – auf frontal gehaltene Vorträge auf. Aufgrund der geringeren Breite des Stoffes an der KU Leuven – wie im Unterkapitel „Lehr-Lernziele“ beschrieben, wurden hier vor allem Inhalte der letzten vier Schuljahre vor dem Schulabschluss behandelt – waren die Lehr-Lernziele etwas genauer definiert als in Wien. Manche der Vortragenden an der KU Leuven haben versucht, die Inhalte des jeweiligen Moduls möglichst gut mit Beispielen zu motivieren bzw. an Hand von Beispielen aufzubauen. Dadurch entstand ein Lernklima, das die Partizipation der Teilnehmenden erforderte und auch förderte.

Das Lernklima in den Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffes in Wien war durch den rein frontalen Vortrag, der diese dominierte, weniger partizipativ. Das heißt auch, dass es weniger exploratives bzw. entdeckendes Lernen seitens der Teilnehmer/innen gab. Die Problemstellungen wurden ihnen in mathematischer Sprache und meistens losgelöst von Anwendungen präsentiert, und Lösungen wurden dazu – meistens direkt und ohne Nachfrage ans Plenum oder Aufforderung selbst nachzudenken – mitgeliefert. Das ist aber natürlich auch durch die Breite des dargebotenen Stoffes zu erklären. Wenn der Anspruch erhoben wird, dass in 90 Minuten alles an Schulstoff zum Thema Gleichungen wiederholt werden soll, dann stellt das eine große Herausforderung dar, die am leichtesten durch inhaltlich sehr dichten Frontalvortrag zu bewältigen ist. Die fehlende oder geringe Anwendungsorientierung lässt sich sicherlich auch darauf

zurückführen, dass der Kurs für Studierende der Mathematik gedacht ist und nicht für Erstsemestrige technischer Fächer.

Der sehr partizipative Ansatz in Leuven, der im vorhergehenden Absatz beschrieben wurde, konnte in Wien vor allem in den letzten Workshops beobachtet werden, als die Gruppengröße kleiner wurde. So wurde im Workshop zu Extremwertaufgaben der reine Frontalunterricht zu einem Dialog zwischen Vortragendem und Studierenden, und die Vorgehensweise bei Extremwertaufgaben, die als „Kochrezept“ präsentiert wurde, durch die Studierenden entwickelt und auch bei allen vorgerechneten Aufgaben durch geschicktes Fragen und Hinführen durch den Vortragenden durch die Workshop-Teilnehmer/innen angewandt.

Die Inhalte beider untersuchter Kurse wurden jeweils durch jene Instanz vorgegeben, die für die Organisation der Kurse zuständig war. Welche der zum jeweiligen Kapitel gehörenden Definitionen, Beispiele, Aufgaben usw. dann aber konkret in der jeweiligen Einheit besprochen wurden, stand den Vortragenden frei. So wurden in Wien im Workshop „Differenzieren“ im Punkt „10.5 Ableitung wichtiger Funktionen“ die Ableitungen der Funktionen $f(x) = e^x$ und $f(x) = a^x$ besprochen und begründet, während der Zusammenhang zwischen $f(x) = \log(x)$ und $f'(x) = \frac{1}{x}$ mit den Worten „*das müsst ihr mir jetzt einfach glauben*“ erklärt wurde. In der Einheit zu Trigonometrie lag ein besonderer Schwerpunkt auf dem Berechnen von bestimmten Sinus- und Cosinuswerten ohne Technologieeinsatz sowie dem selbstständigen Lösen von Aufgaben, dafür wurde für den Beweis des Sinussatzes auf das Handout und Selbststudium verwiesen.

Sowohl in Wien als auch in Leuven dauerten Einheiten prinzipiell 90 Minuten. Diese Länge wurde meistens sehr genau eingehalten. Hin und wieder haben Vortragende eine Aufgabe oder ein Thema noch fertig erklärt und deshalb bis zu 10 Minuten überzogen. In diesem Fall war es aber den Vortragenden immer bewusst und er oder sie hat sich auch dafür entschuldigt und begründet, warum noch Zeit nötig ist. Falls es dazu kam, haben die meisten Teilnehmenden aber trotzdem beschlossen, weiter zu bleiben. Einige wenige – in Leuven vor allem, wenn es um die letzte Einheit am Tag ging – haben den Hörsaal zur vereinbarten

Die Beschreibung der Kurse

Zeit sehr leise verlassen und diejenigen, die noch aufmerksam arbeiten wollten, möglichst nicht gestört.

4. Lehr/Lernmittel sowie Mediennutzung

Bereich 4 Lehr-Lernmittel und Mediennutzung	
Lernmaterial	• Umfang • Aufbau • Formate • Nutzung durch die Lernenden
Formen der Distribution von Lerninhalten	• Wie wird Wissen bereitgestellt? • Welche Medien werden genutzt?

Tabelle 15: Bereich 4 des verwendeten Analyseschemas

Lernmaterial

Wie schon in den vorhergehenden Kapiteln mehrmals erwähnt, konnten die Teilnehmer/innen des Sommerkurses an der KU Leuven eine gedruckte und in einer Ringmappe eingeordnete Version der Kursmaterialien am ersten Kurstag gegen einen Druckkostenbeitrag erwerben. Um sich vorab schon auf jene Kapitel vorzubereiten, die im Selbststudium zu erledigen waren, konnten sie auch digitale Versionen der Unterlagen anfordern, die ihnen dann per E-Mail zugeschickt wurden. Diese 498 A4 Seiten umfassenden Unterlagen beinhalteten alle Module des A und des B Programmes und bildeten die Grundlage für die Vorträge in den Einheiten. Sie umfassten auch alle Aufgaben, die in den Übungsphasen gelöst werden sollten und auch einige darüber hinaus.

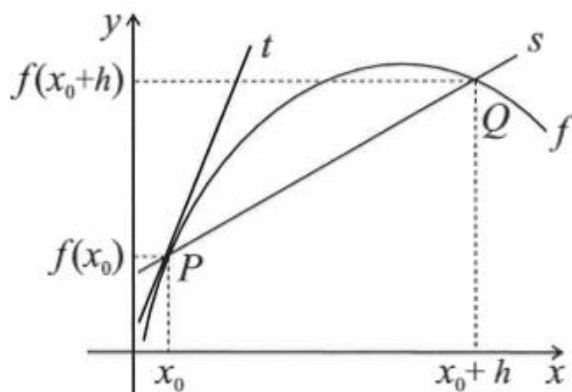
Die Kursunterlagen waren nach Modulen sortiert und jedes Modul verfügte über ein eigenes Inhaltsverzeichnis und Seitenzahlen. Die meisten Module begannen mit einer kleinen Einleitung dazu, was auf den folgenden Seiten besprochen werden sollte, und mit einer Auffrischung der Basisbegriffe. Im Fall des Moduls „Die Ableitung einer Funktion: Rechenregeln und Anwendungen“ beispielsweise begann die etwa halbseitige Einleitung folgendermaßen:

„Die Ableitung einer Funktion f an einer Stelle $a \in \mathbb{R}$ gibt an, wie sich der Funktionswert $f(x)$ in der Umgebung von a verändert. Das Vorzeichen der Ableitung in einem Punkt a gibt an ob die Funktion steigend oder fallend ist in der Umgebung von a . Die Funktion, die der Funktion f an der Stelle x eine reelle Zahl x , nämlich ihre Ableitung, zuweist, heißt die Ableitungsfunktion (oder kurz die Ableitung) von f . Diese Funktion wird meistens geschrieben als f' oder $\frac{df}{dx}$. Das Bestimmen der Ableitung einer Funktion heißt differenzieren oder ableiten. Das Konzept der Ableitung einer Funktion wurde im 17. Jhdt. ziemlich gleichzeitig von Isaac Newton und Gottfried Leibniz entwickelt.

In diesem Modul wird die (grafische) Bedeutung der Ableitung gemeinsam mit ihrer Definition kurz wiederholt.“ (KU Leuven 2015: 10-1)

Die Module selbst waren in Kapitel unterteilt und die Inhalte wurden mitunter auch mit Beispielen motiviert. Am hier abgedruckten Beispiel einer Seite aus Modul 10 können folgende, auch für die anderen Module gültige, Beobachtungen gemacht werden: Wichtige Formeln oder Berechnungen wurden aus dem Fließtext hervorgehoben und zentriert. Definitionen waren innerhalb eines Moduls fortlaufend nummeriert und befanden sich in Kästchen. Manche Überlegungen und Inhalte wurden auch durch Grafiken illustriert. Das wird aus der in Abbildung 7 eingefügten Beispielseite sehr deutlich.

Soweit es sich beobachten ließ, haben alle Teilnehmenden die Kursunterlagen rege genutzt. Einige haben Notizen in die Unterlagen selbst gemacht, andere auf extra Zettel. Die Übungsaufgaben sollten auf eigenen Blättern gelöst werden, das wurde von Vortragenden auch explizit erwähnt.



Figuur 1: Raaklijn als limietstand van koorden — Afgeleide als limiet van differentiequotienten

de functie f in het punt a :

$$f'(a) = \frac{df}{dx}(a) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

We komen op deze manier tot onderstaande definitie van afleidbaarheid van een functie en afgeleide van een functie.

Definitie 1.1 (Afleidbaarheid en afgeleide van een functie)

Zij f een functie en $a \in \mathbb{R}$. Indien de limiet

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

bestaat en eindig is, heet f *afleidbaar* of *differentieerbaar* in het punt $a \in \mathbb{R}$. De waarde van deze limiet wordt dan de *afgeleide* van f in a genoemd en wordt genoteerd met

$$f'(a) \quad \text{of} \quad \frac{df}{dx}(a).$$

Dus

$$f'(a) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{df}{dx}(a) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

De functie die x afbeeldt op $f'(x)$ noemt men dan de *afgeleide functie* (of kortweg de *afgeleide*) van f . Ze wordt genoteerd met

$$f' \quad \text{of} \quad \frac{df}{dx}.$$



Abbildung 7: Beispielseite aus den Kursunterlagen an der KU Leuven (Modul 10, Seite 2)

Die Unterlagen, die den Teilnehmerinnen/Teilnehmern der Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs seitens der Universität Wien zur Verfügung gestellt wurden, waren wesentlich weniger umfangreich. Pro Workshop waren es etwa vier bis sieben Seiten, die so formatiert waren, dass pro A4 Seite im Querformat

Die Beschreibung der Kurse

zwei Seiten abgebildet waren. Auch online standen die Materialien in dieser Form zur Verfügung.

Falls die Teilnehmer/innen sich die Unterlagen nicht vorab von der Homepage heruntergeladen und ausgedruckt hatten, hatten die Vortragenden auch immer noch genügend Versionen der Handouts mit in den Workshops. Jeweils abhängig vom Vortragenden wurde mehr oder weniger mit den Handouts gearbeitet. Meistens hielt sich die/der Vortragende aber sehr an dem am Handout vorgeschlagenen Ablauf, was Notizen in den zur Verfügung gestellten Unterlagen vereinfachte, falls man klein genug schreiben konnte, um auf den sehr vollen Handouts noch mehr Information unterbringen zu können. Die kompakte Form, die schnellere Übersicht über den Inhalt des Workshops bieten kann, geht somit zu Lasten der Möglichkeit, Notizen direkt auf den Handouts zu machen.

10 Differenzieren

10.1 Tangentenproblem

Gegeben sei eine Funktion $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, wobei $D \subseteq \mathbb{R}$ den Definitionsbereich von f bezeichne. Wir sind an der Steigung $f'(x_0)$ der Tangente an f in einem bestimmten Punkt x_0 interessiert. Die entscheidende Idee ist die Approximation der Tangentensteigung durch die Steigung von nahe liegenden Sekanten. Wir wählen uns eine positive Zahl h und betrachten die beiden Punkte x_0 und $x_0 + h$. Die Steigung der Sekante durch diese Punkte ist gegeben durch

$$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

und wird der Differenzenquotient zu h an der Stelle x_0 genannt. Gehen wir nun davon aus, dass f an der Stelle x_0 tatsächlich eine Tangente besitzt. Wenn wir h dann immer kleiner wählen, wird sich die Sekantensteigung immer weiter der Tangentensteigung $f'(x_0)$ im Punkt x_0 annähern. Wir schreiben

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Ausgesprochen wird diese Gleichung so: $f'(x_0)$ ist der Limes bzw. Grenzwert von $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$, für h gegen 0. Wenn sich die rechte Seite tatsächlich immer genauer einer fixen Zahl annähert, sagt man auch der obige Limes existiert.

10.2 Gibt es immer eine Tangente?

Es kann aber auch passieren, dass man f in x_0 nicht sinnvoll eine Tangente zuordnen kann. Dies wird typischerweise dadurch verursacht, dass der Funktionsgraph bei x_0 eine Spitze oder eine Sprungstelle aufweist.

Eine Funktion heißt *differenzierbar* in einem Punkt x_0 , falls sie in x_0 eine Tangente besitzt, oder anders gesagt, falls der obige Grenzwert existiert.

Ist eine Funktion in jedem Punkt ihres Definitionsbereichs differenzierbar, so sagt man einfach die Funktion ist differenzierbar.

Ist eine Funktion in einem Punkt differenzierbar, so darf sie dort also weder eine Spitze noch eine Sprungstelle besitzen. Eine Funktion heißt *stetig* in einem Punkt, wenn ihr Graph dort keine Sprungstellen besitzt. Wir können also festhalten:

Ist eine Funktion f in einem Punkt x_0 differenzierbar, so ist sie dort auch stetig.

Eine stetige Funktion muss aber noch nicht differenzierbar sein, wie das folgende Beispiel zeigt:

Beispiel 10.1. Sei $f(x) = |x|$ die Betragsfunktion. Diese ist stetig, besitzt aber im Nullpunkt einen Knick, weshalb sie dort nicht differenzierbar ist. Exakter begründet man das so: Laut Definition müsste der Grenzwert

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{|0+h| - |0|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{|h|}{h}$$

existieren. Nähern wir uns dem Nullpunkt von links, so erhalten wir als Grenzwert -1 , nähern wir uns aber von rechts, so erhalten wir 1 . Also kann dieser Grenzwert nicht existieren.

10.3 Die Ableitung einer Funktion

Wir gehen nun davon aus, dass uns eine differenzierbare Funktion $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ vorliegt, $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall.

Die Funktion f ordnet jedem $x \in I$ eine reelle Zahl zu, nämlich $f(x)$. Nun ist aber f in jedem Punkt differenzierbar und zu einem $x \in I$ erhalten wir nicht nur den Funktionswert $f(x)$, sondern auch noch die Steigung $f'(x)$ der Tangente in x . Das liefert uns eine neue Funktion

$$f': I \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto f'(x),$$

die jedem x die Steigung der zugehörigen Tangente zuordnet. f' wird Ableitung von f genannt. f' ist also jene Funktion, sodass $f'(x)$ gerade die Steigung der Tangente an die Funktion f im Punkt x angibt.

10.4 Ableitung elementarer Funktionen

Um uns mit dieser Definition etwas vertraut zu machen, berechnen wir für zwei einfache Funktionen deren Ableitung.

- 1 -

Abbildung 8: Beispielseite eines Handouts an der Universität Wien

Der Aufbau der Handouts unterschied sich auch von Workshop zu Workshop, meistens waren sie, wie auch aus Abbildung 8 deutlich wird aber sehr textlastig und mit wenigen Grafiken versehen. Kästchen, in denen sich wichtige Definitionen oder Anmerkungen fanden, gab es nicht. Ebenso wie in den

Kursunterlagen in Leuven waren Formeln, Gleichungen, wichtige Berechnungen etc. durch Zentrierung hervorgehoben.

Formen der Distribution von Lerninhalten

Wie bereits in der vorhergehenden Unterkategorie erwähnt, waren die Unterlagen zu beiden untersuchten Kursen entweder vorab online erhältlich oder man konnte sie ausgedruckt am Kursort bekommen. Diese Unterlagen bildeten in beiden Kursen die Basis für die Einheiten. Dort waren die wichtigsten Definitionen, Erklärungen, Übungsaufgaben etc. zu finden.

Dennoch wurde mit den Kursunterlagen unterschiedlich umgegangen. An der KU Leuven wurde das sehr umfangreiche Skriptum vor allem als ausführliche Hintergrundinformation, aus der exemplarisch die wichtigsten Dinge wiederholt und illustriert wurden, bzw. Sammelort für Aufgabenstellungen genutzt. An der Universität Wien bildeten die Handouts die meiste Zeit den Leitfaden, dem die Vortragenden folgten. Die meisten Definitionen, Sätze und Beispiele, die an die Tafel geschrieben wurden, waren wortwörtlich im Handout zu finden. Ein/e Teilnehmer/in hat diesbezüglich nach Ende des Kurses im dafür vorgesehenen Feld des Fragebogens vermerkt: *„Weiters wurde vieles auf die Tafel abgemalt, was bereits am Zettel stand.“*

Die Kursinhalte wurden nicht nur unterschiedlich den Teilnehmenden zur Verfügung gestellt, sie wurden auch unterschiedlich präsentiert. Während an der KU Leuven sowohl Tafel, PowerPoint Präsentationen oder der zur Verfügung stehende Visualizer verwendet wurden, kam in den Workshops an der Universität Wien nur die Tafel zum Einsatz. An der KU Leuven kamen im Modul zu Mathematischer Logik selbst kleine Video-Sequenzen zum Einsatz. Die Teilnehmer/innen konnten an den betreffenden Stellen in ihren Unterlagen einen QR-Code finden, den sie mit ihrem Smartphone scannen sollten, wodurch sich dann automatisch der Link zum jeweiligen Video öffnete.

Die Vielfalt an eingesetzten Präsentationsmethoden an der KU Leuven konnte auch in Bezug auf die Lösungen zu den gerechneten Übungsaufgaben beobachtet werden. Diese wurden wiederum – wahrscheinlich abhängig von der Vorliebe der Vortragenden – teils mittels PowerPoint Präsentation besprochen

Die Beschreibung der Kurse

oder am Visualizer aufgelegt bzw. direkt – mit Erklärung – am Visualizer oder an der Tafel vorgerechnet.

5. Methodischer Aufbau und Gestaltung des Lernszenarios

Bereich 5 Methodischer Aufbau und Gestaltung des Lernszenarios	
Verlauf der Einheit	• Motivation von Inhalten • Gegebene Beispiele • Bearbeitete Aufgaben • Verwendete Notation • Zeitliche Gewichtung
Lernmaterial in der Einheit	• Einsatz und Bezugnahme • Parallelen und Unterschiede

Da die Inhalte der beiden Kurse wie bereits ausreichend besprochen jeweils sehr umfangreich sind, wird hier konkret das Modul 10 „Die Ableitung einer Funktion“ bzw. der Workshop zu „Differentialrechnung“ untersucht.

Verlauf der Einheiten

In beiden untersuchten Kursen wurden diesen Kapiteln 90 Minuten zuerkannt. Wie bereits im vorhergehenden Unterabschnitt erwähnt, begann das Kapitel zur Ableitung einer Funktion im Sommerkurs der KU Leuven mit einer Einleitung, in der ein Überblick über den Inhalt des Moduls gegeben wurde sowie mit der Bedeutung der Ableitung einer Funktion. Dann folgt in den Kursunterlagen die Herleitung der Ableitung als Grenzwert des Differenzenquotienten durch das Tangentenproblem. Das ist auch grafisch visualisiert. In der Kurseinheit selbst wurde dann direkt durch eine Grafik, die über den Visualizer projiziert wurde, das Tangentenproblem erörtert und so die grafische Bedeutung der Ableitung einer Funktion als Ausgangspunkt gewählt. Anschließend wurde auf die in einer übersichtlichen Tabelle zusammengefassten Standardableitungen und die Rechenregeln in den Unterlagen verwiesen. Die in den Kursunterlagen zu findende Definition (siehe dazu auch den vorhergehenden Unterabschnitt) wurde in einer kürzeren – das heißt mit weniger verschriftlichter Erklärung – Version projiziert und besprochen. Das erste Beispiel, das nach etwa zehn Minuten Input gebracht wurde, ist in den Kursunterlagen auf Seite 5 zu finden. Hier sind

insgesamt zwölf Beispiele von Ableitungsberechnungen abgedruckt, bei denen verschiedene Standardfunktionen mit Hilfe von unterschiedlichsten Rechenregeln abgeleitet werden. Obwohl diese Aufgabe inklusive Lösung also in den Unterlagen zu finden ist, wurde sie vom Dozenten an der Tafel nochmals gerechnet und erklärt. Anschließend wurde Beispiel 9 aus der genannten Sammlung vom Dozenten an der Tafel besprochen. Hier ist die Aufgabenstellung, die Ableitung der Funktion $s(t) = \sqrt{5} \cos^3(4t^2 - 7)$ zu berechnen. In den Unterlagen ist Schritt für Schritt erklärt, wie die Funktionen hier miteinander verkettet sind, und dass die Kettenregel verwendet werden muss. Der Dozent rät den Studierenden im Kurs jedoch, sich das wie folgt schematisch aufzuschreiben und dann zuerst die letzte Funktion abzuleiten, dann die vorletzte usw.

$$t \mapsto 4t^2 - 7 \xrightarrow{\cos} \cos(4t^2 - 7) \xrightarrow{^3} \cos^3(4t^2 - 7)$$

So bildet auch der Vortragende an der Tafel die Ableitung der Funktion s . Die in den Unterlagen genannte Formel für die Kettenregel wird also nicht explizit genannt.

Zum Abschluss des Input-Teils dieses Moduls weist der Vortragende noch darauf hin, dass es bei manchen Funktionen von Vorteil ist, wenn man bestimmte Tricks kennt, um die Limiten berechnen zu können, und bespricht, wann die Regeln von de l'Hôpital eingesetzt werden dürfen. Das auf Seite 14 dieses Moduls zu findende Beispiel, in dem $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$ zu berechnen ist, wird auch noch durch den Vortragenden an der Tafel vorgeführt und schrittweise erklärt. Nach etwa 20 Minuten kündigt der Vortragende nun an, dass die restliche Zeit zum selbstständigen Üben verwendet werden soll und legt einen Zettel mit den Aufgabennummern auf den Visualizer. Er betont noch extra, dass die Lösungen zu den Aufgaben in den Unterlagen zu finden sind und nur Aufgabe 13 am Ende der Einheit gemeinsam gelöst werden wird. Insgesamt wurden 14 Aufgaben für die verbleibenden 70 Minuten aufgetragen, eine davon wurde als Extra-Übung deklariert (Aufgabe 8). Bei den ersten acht Aufgaben war jeweils die Berechnung der Ableitung von Funktionen wie $f(t) = (1 + t) \ln t$ oder $r(\theta) = \frac{a}{\theta}$ mit $a < 0$ gefragt. Bei einer dieser Übungsaufgaben sollten die Teilnehmer/innen auch die

Gleichung der Tangente in einem Punkt P am Graphen der Funktion f bestimmen und in einer anderen mit Hilfe der Regeln von de l'Hôpital Limiten berechnen. Zwei der aufgetragenen Aufgaben, Nummer 12 und 13, waren Multiple Choice Aufgaben aus dem IJkingstoets von Juli 2012 bzw. 2015.

Aufgabe 13 war die einzige der aufgetragenen, die man unter Umständen als Anwendungsaufgabe bezeichnen könnte und verlangte, dass die abzuleitende Funktionsgleichung selbst aufgestellt werden muss. Nach 40 Minuten Selbstarbeitsphase forderte der Dozent die Teilnehmer/innen auf, nun besagte Aufgabe 13 anzuschauen und gab ihnen noch weitere fünf Minuten bevor er begann, mit Hilfe des Visualizers die Lösungsschritte zu erklären. Zuerst erarbeitete er den Ansatz und erklärte, wie man zur Funktionsgleichung kommt. Dann gab der Vortragende nochmals Zeit zum selbstständigen Weiterarbeiten und wies nochmals darauf hin, dass die Tutorinnen/Tutoren dazu da wären, um weiterzuhelfen, falls man selbst nicht mehr weiterkäme. 10 Minuten nach offiziellem Ende der Einheit – die meisten Studierenden hatten zu diesem Zeitpunkt noch weitergearbeitet – versprach der Vortragende, dass am Beginn der Nachmittagseinheit die komplette Lösung der Aufgabe präsentiert werden würde. Das wurde dann auch wirklich gemacht und nahm etwa 15 Minuten der folgenden Einheit zu Extremwertaufgaben in Anspruch.

In den Workshops an der Universität Wien wird das Kapitel „Differenzieren“ ebenfalls ausgehend vom Tangentenproblem betrachtet. Dazu zeichnete der Vortragende zuerst den Graphen einer Funktion an die Tafel und legte eine Sekante durch die Punkte $(x_0, f(x_0))$ und $(x_0 + h, f(x_0 + h))$. Durch das Bilden des Limes $h \rightarrow 0$ wurde dann der Differentialquotient definiert und eine Tangente an den Graphen im Punkt $(x_0, f(x_0))$ gelegt. Am Handout zu diesem Workshop findet sich unter der Überschrift Tangentenproblem keinerlei Skizze oder grafische Darstellung, sondern nur die Definitionen von Differenzen- und Differentialquotient mit Erklärungen. Anschließend kam der Begriff der Differenzierbarkeit zur Sprache, am Handout unter der Überschrift „Gibt es immer eine Tangente?“ und im Workshop selbst unter „Was kann schiefgehen?“. Obwohl in der Erklärung am Handout über Spitzen und Sprungstellen gesprochen wird, sind auch hier keine Abbildungen von Funktionsgraphen zu finden. Auch beim – durch Bildung des Differentialquotienten begründeten –

Die Beschreibung der Kurse

Beispiel, das für „nicht differenzierbar“ gegeben wird, nämlich $f(x) = |x|$ an der Stelle 0, wird nicht durch Visualisierung des Funktionsgraphen unterstützt. Im Workshops selbst wurden verschiedene Graphen von Funktionen mit Unstetigkeitsstellen skizziert und Überlegungen zu links- und rechtsseitigem Grenzwert gemacht. Auch eine Skizze zur am Handout genannten Betragsfunktion wurde an die Tafel gezeichnet.

Anschließend wurde die Funktion f' definiert, die Ableitung von f genannt wird und mit $f'(x)$ die Steigung der Tangente an die Funktion f im Punkt x angibt. Am Handout wird der Zusammenhang $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ erst unter der nächsten Überschrift verdeutlicht, wenn die Ableitung einer konstanten Funktion und in weiterer Folge der identischen Funktion $f(x) = x$ berechnet wird. Der Vortragende im Workshop definierte die Ableitungsfunktion jedoch gleich mit dem Differentialquotienten. Auch wurden die beiden Beispiele im Workshop besprochen, dort jedoch mit Skizze des jeweiligen Funktionsgraphen.

Nach dieser etwa 25-minütigen Einleitung mit viel Input seitens des Vortragenden, wurde die am Handout zu findende Tabelle „Ableitung wichtiger Funktionen“ an die Tafel geschrieben. Diese werden weder am Handout noch im Workshop selbst bewiesen, der Vortragende dazu: *„die sind viel schwieriger zu zeigen, das müsst ihr mir jetzt einfach glauben“*.

Es folgen sowohl im Workshop als auch am Handout die Rechenregeln zum Differenzieren. Es werden Summen-, Vielfachen-, Produkt-, Quotienten-, Ketten- und Umkehrregel formuliert und besprochen. Die Summen- und Vielfachenregel wurden über die Definition der Ableitung mittels Differentialquotient begründet. Für die Summenregel sah das folgendermaßen aus:

$$\begin{aligned} \text{"Beweis": } u'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)+g(x+h)-f(x)-g(x)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h)-f(x)}{h} + \frac{g(x+h)-g(x)}{h} \right) = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h)-g(x)}{h} = f'(x) + g'(x) \end{aligned}$$

Der Vortragende im Workshop nennt dieses Einsetzen und Nachrechnen „Beweis“ und erklärt die Schritte jeweils recht genau, begründet aber nie mit den Eigenschaften des Grenzwertes, die er aber verwendet. Jedoch verweist er gleichzeitig auf die Analysis Vorlesung, in der das genauer thematisiert wird.

Die Quotientenregel wird folgendermaßen vom Vortragenden begründet:

$$\text{Beweis: } u = \frac{f}{g} \Leftrightarrow u \cdot g = f$$

$$\text{Ableitung liefert: } u' \cdot g + u \cdot g' = f'$$

$$\text{Auflösen nach } u' \text{ liefert: } u' = \frac{f' - u \cdot g'}{g} = \frac{f' - \frac{f}{g} \cdot g'}{g} = \frac{g \cdot f' - f \cdot g'}{g^2}$$

Diese Begründung der Quotientenregel findet sich am Handout nicht wieder. Anzumerken ist auch, dass in dem Fall keine Anführungszeichen bei „Beweis“ zu finden sind. Das kann daran liegen, dass bei der Begründung der Quotientenregel keine Eigenschaften verwendet werden, die noch zu beweisen wären.

Die Kettenregel wird als die wichtigste von allen bezeichnet. Es wird eine Aufgabe vorgerechnet, die auch am Handout unter Punkt 10.2. (i) zu finden ist. Hier wurde Wert daraufgelegt, dass die einzelnen verketteten Funktionen richtig benannt werden. Der Vortragende weist auch darauf hin, dass die Kettenregel aus der Schule möglicherweise als innere und äußere Ableitung bekannt ist und verwendet genau diese Ausdrücke bei seiner Erklärung an der Tafel, die wie folgt aussieht:

$$u(x) = \sin(x^2) \quad \text{setze} \quad f(x) = \sin(x) \quad \text{und} \quad g(x) = x^2$$

$$u = f \circ g \quad u'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x$$

Bevor die Umkehrregel durch den Logarithmus aus der Tabelle zu Beginn motiviert, durch Einsetzen begründet und mit dem ebenfalls am Handout wiederzufindenden Beispiel der Wurzelfunktion untermalt wird (mit Skizze), zeigt der Vortragende an der Tafel noch, wie die Kettenregel bei mehr als zwei verketteten Funktionen aussieht. Das stellt eine Ergänzung zum Handout dar.

Die Beschreibung der Kurse

Nach 80 Minuten schließt der Vortragende schließlich den Workshop und trägt den Teilnehmerinnen/Teilnehmern auf, daheim nachzurechnen, warum $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ gilt und wie die Ableitung eines beliebigen Polynoms aussieht.

E) Conclusio und offene Fragen

Wie schon in der Einleitung angekündigt, ist der an diesen Abschnitt der Arbeit anschließende Vorschlag, wie ein Kursmodul zu Differentialrechnung gestaltet werden kann, als Conclusio des Vergleichs im Mittelteil angelegt. Hier folgend finden sich vor allem Anmerkungen und offene Fragen bzw. neu aufgetretene Fragestellungen, die in Zusammenhang mit den Erkenntnissen aus den Fragebögen stehen, und Antworten auf die eingangs gestellte Frage, was für den Schulunterricht des Faches Mathematik zu lernen wäre.

Zum Aufbau des Kurses und der Einheiten

Werden die Aussagen der Studierenden, die sie bei der Beantwortung der Fragebögen getätigt haben, betrachtet, fällt vor allem folgender Punkt ins Auge:

Unter den Teilnehmerinnen/Teilnehmern der Workshops an der Universität Wien zeigt sich eine hohe Zufriedenheit mit dem (vergleichsweise doch geringen) Anteil der Übungszeit an den Workshops. Offen ist, ob der Grund darin liegt, dass in den die StEOP begleitenden Übungen sowieso konkret geübt wird, ob sie lieber unbegleitet üben oder ob die Motivation zusätzliche Übungen selbstständig zu lösen generell nicht hoch ist und ihnen Workshops mit weniger direktem Arbeitsaufwand daher lieber sind?

Ebenfalls aus der empirischen Erhebung mittels der Fragebögen leiten sich noch folgende Überlegungen zu den Teilnehmerinnen/Teilnehmern der Workshops ab.

Es haben bloß vier Personen angegeben, nur zwei Wochenstunden Mathematik in ihrem letzten Schuljahr gehabt zu haben. Das könnte natürlich darauf zurückzuführen sein, dass diejenigen, die so wenig Mathematikunterricht hatten, gar kein Interesse daran haben, Mathematik zu studieren. Wahrscheinlich stimmt das für den Großteil auch wirklich. Aufgrund der hohen Anzahl von Studienanfängerinnen/Studienanfängern müssten aber schon allein wegen der vielen verschiedenen Möglichkeiten, die es in Österreich gibt, die Hochschulreife zu erlangen, mehr als vier Personen unter den Erstsemestrigen sein, die trotz weniger Wochenstunden Mathematikunterricht beschließen, Mathematik zu studieren. Daher – wo sind diese Menschen? Warum besuchen gerade sie die Workshops nicht? Oder halten sie sich aufgrund des in der Schule

möglicherweise erlebten umgekehrten „big-fish-little-pond“-Effekts für derart gut im Bereich der Schulmathematik, dass sie die Workshops nicht besuchen?

Der Anteil der Workshop-Teilnehmer/innen an der Gesamtzahl der neuen Studierenden im Wintersemester 2015/16 war recht gering. Schichl et al. (Vgl. 2014: 416f) berichten aber von einer sehr hohen Durchfallquote im ersten Semester des Mathematikstudiums an der Universität Wien. Eine der offenen Fragen, die sich also stellt, ist: Wie kann der Besuch der Workshops attraktiver gemacht werden? Oder – in Anbetracht der derzeitigen Umstrukturierungen der Workshops in „Konversatorien zur Aufarbeitung des Schulstoffs“ bzw. „Kolloquien zur Aufarbeitung des Schulstoffs“ – wurden diese durch die Erneuerung ansprechender? Bzw. was bleibt noch zu tun? Und wie haben sich die Zufriedenheit der Studierenden und die Erfolgsquote verändert?

Die letzte Änderung, die mit Wintersemester 2017 in Kraft tritt, verändert die Kursstruktur maßgeblich von einem das erste Semester begleitenden Kurs zu einem Kurs, der vor Semesterbeginn geblockt in einer Woche stattfindet. Die Hintergründe und begleitenden Überlegungen (fach-)didaktischer, inhaltlicher und organisatorischer Natur stellen hier ein spannendes Feld zukünftiger Überlegungen dar.

Andererseits schreiben Schichl et al. (ebd.) auch, dass das typische Nicht Genügend in 4 bis 5 Workshops war. Vielleicht erfüllen die Workshops doch nicht das, was sie sollen? Ganz klar passen Name und Aufbau in der untersuchten Form nicht zusammen. In Wien wird von „Workshops“ gesprochen. Schon allein dieser Titel legt ein Lernszenario nahe, in dem das selbstständige Tätigwerden der Lernenden im Vordergrund steht. Auch „Aufarbeitung (des Schulstoffs)“ suggeriert wesentlich mehr Aktivität seitens der Teilnehmenden, als es in den untersuchten Einheiten der Fall war.

Auf die eingangs gestellte Frage danach, wie die Vorbereitungskurse gestaltet sind, kann also nun die vielleicht nicht so sehr zufriedenstellende Antwort gegeben werden, dass es von Universität zu Universität unterschiedlich ist und bleibt, dass die Verfügbarkeit von Internet und Online-Angeboten die Kurse zwar verändert aber nicht ausschlaggebend für große strukturelle Veränderungen zu sein scheint, und dass – und das ist aus pädagogisch-didaktischer Sicht natürlich

sehr erfreulich – die Bedürfnisse der Studierenden bei Veränderungen anscheinend durchaus berücksichtigt werden.

Implikationen für den Mathematik-Unterricht

Natürlich kann der Mathematikunterricht in der Schule nur einen begrenzten Beitrag dazu leisten, dass möglichen Studierenden der Mathematik (oder eines mathematischen Studiums) der Einstieg in ebendieses erleichtert wird. Eine vollkommene Ausrichtung des Unterrichtes darauf würde wahrscheinlich einerseits einen Großteil der Schüler/innen überfordern und andererseits auch die durch das SchUG bzw. die Verordnungen zur SRDP festgelegten Ziele des Mathematikunterrichts verfehlen.

Es können aber aus den Ergebnissen dieser Arbeit durchaus Maßnahmen abgeleitet werden, die sinnvollerweise in jeden Mathematikunterricht eingebaut werden können. Wie schon angedeutet, betreffen diese aber Großteils nicht das „Was“, sondern das „Wie“.

Die Vielfalt der Grundvorstellungen zum Begriff der Ableitung, wie sie in der Einführung zur entwickelten Einheit angesprochen wird, kann nicht in 45 bis 90 Minuten, wie sie in einem Vorbereitungskurs zur Verfügung stehen, geschaffen werden. Es ist davon auszugehen, dass in jedem Mathematikunterricht jede dieser Grundvorstellungen vorkommt, meistens wahrscheinlich aber nur implizit. Die Herausforderung besteht also darin, neben den verschiedenen zu erwerbenden Kompetenzen, die bei der Auswahl der Aufgaben zu bedenken sind, auch die verschiedenen Grundvorstellungen zu berücksichtigen und diese auch explizit im Unterricht anzusprechen. Welche Aufgabenstellungen sich dafür besonders gut eignen, ist im Fall der Differentialrechnung teilweise der vorgeschlagenen Einheit zu entnehmen. Für andere Kapitel der Mathematik ist dazu eine tiefergehende Auseinandersetzung mit verschiedenen Grundvorstellungen und ihrem Aufbau notwendig.

Ähnlich ist das Problem der Notation zu behandeln. Gerade um Schülerinnen und Schüler auf ein breites Berufsfeld und vielfältige Einsatzmöglichkeiten von (höherer) Mathematik vorzubereiten, ist es wichtig, auch schon im Mathematikunterricht in der Schule eine größere Vielfalt in der Notation bestimmter Dinge einzuführen. Das kann die Schreibweise der ersten Ableitung

Conclusio und offene Fragen

betreffen, die vielleicht je nach Kontext der Aufgabe anders gewählt werden kann, oder auch den Hinweis darauf, dass beispielsweise in der Elektrotechnik die komplexe Einheit mit „j“ statt mit „i“ bezeichnet wird. Die Verwendung und das Thematisieren unterschiedlicher Notationen ist sicherlich auch im Sinne der Schüler/innen, die ja einerseits auch nicht sicher wissen, in welcher Schreibweise die Aufgabenstellungen der SRDP auf sie zukommen und andererseits auf eine Vielfalt von Berufsfeldern und Herausforderungen im späteren Leben vorbereitet werden sollen.

F) Vorschlag Kursmodul „Differentialrechnung“

Der ausgehend von den gemachten Beobachtungen und Untersuchungen erarbeitete Vorschlag eines Kursmoduls zur Differentialrechnung ist dem verwendeten Analyseschema entsprechend aufgebaut und gliedert sich somit wieder in fünf Bereiche. Innerhalb dieser Bereiche werden natürlich nur mehr ausgewählte Kategorien – nämlich jene, über die im Vorhinein Aussagen getroffen werden können – beschrieben.

1. Akteurinnen/Akteure

Dieses Modul richtet sich (vor allem) an Studienanfänger/innen des Bachelorstudiums der Mathematik an der Universität Wien, die im Rahmen des ersten Semesters in einem freiwilligen Mathematik-Vorbereitungskurs (vergleichbar mit den Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs aus dem WiSe 2015) den Schulstoff rund um den Einstieg in die Differentialrechnung wiederholen wollen. Die Größe der Kursgruppe wird mit rund 50 Personen angenommen.

Voraussetzungen seitens der Vortragenden

Gehalten soll dieses Modul von einer/einem erfahreneren Studierenden im Masterstudiengang Mathematik (oder einem vergleichbaren Mathematikstudiengang) werden. Um diese gut auf die Ansprüche des Vorbereitungskurses vorzubereiten, sollte es eine Schulung geben, in denen nicht nur die inhaltlichen Zielsetzungen besprochen werden sollten, sondern auch Überlegungen zu den sonstigen Schwierigkeiten zu Studienbeginn mit den zukünftigen Vortragenden geteilt werden sollten. Das wäre dann auch der Ort, um mit ihnen Vor- und Nachteile bestimmter Notationen zu klären, gemeinsam zu besprechen, welche Inhalte der Kursunterlagen auf jeden Fall in der Einheit thematisiert werden müssen und welche zur Vertiefung bzw. als Zusatzinformation dienen, und sie mit den Kursmaterialien und den technischen Gegebenheiten in den Hörsälen/Seminarräumen vertraut zu machen. Denn ein Grund für die beschriebene überwiegende Verwendung der Tafel als einziges Unterrichtsmaterial könnte sein, dass einerseits kein digitales Material zur Verfügung gestellt wurde und andererseits auch das Know-How zur Bedienung der im Hörsaal vorhandenen Einrichtungen gefehlt hat.

Neben fachlichen und technischen Qualifikationen sind aber auch fachdidaktische Kenntnisse gefragt, wie vor allem im folgenden Unterabschnitt deutlich wird.

Aufgaben der Vortragenden

Um dem Anspruch, die Studierenden nicht nur inhaltlich, sondern auch auf lernstrategischer Ebene auf die Anforderungen des Studiums bestmöglich vorzubereiten, gerecht zu werden, ist die Rolle der Vortragenden im Vergleich zum beschriebenen Kurs an der Universität Wien verändert bzw. eine Mischform aus den Rollen der Vortragenden und jener der Tutorinnen/Tutoren.

So besteht die Aufgabe während der vor allem frontal gehaltenen Inputphasen darin, Zusatzinformationen und -beispiele zu jenen aus den Lernunterlagen zu geben bzw. das, was im Lernmaterial zu finden ist, nochmals – möglicherweise anders – zu erklären.

In jenen Phasen, in denen die Studierenden selbst tätig sind, sollen die Vortragenden vor allem beratend zur Verfügung stehen, Aufgabenstellungen erklären und ermutigen, eigene Lösungsansätze mit Hilfe der Unterlagen zu suchen und die Arbeitsblätter am Ende des Kursmaterials für eine eigenständig erstellte, übersichtliche Zusammenfassung zu nutzen.

2. Äußere Rahmenbedingungen

Infrastruktur

Wie später in Lehr/Lernszenario erläutert wird, sieht dieser Vorschlag viel individuelle Übungszeit für die Studierenden vor, in der sie Aufgaben alleine oder in Kleingruppen lösen sollen. Daher wäre ein Seminarraum mit Tischen und ohne aufsteigende Sitzreihen geeigneter als ein klassischer Hörsaal, natürlich nur unter der Prämisse, dass in einem Seminarraum auch alle Teilnehmenden Platz finden können.

Der jeweilige Raum sollte in jedem Fall über Tafeln und einen Beamer, der mit einem Laptop o.ä. verbunden werden kann, verfügen.

Lehr-Lernmittel

Es steht außer Frage, dass für einen sinnvollen Vorbereitungskurs auch eigene Lernunterlagen erarbeitet werden müssen, die den Kursteilnehmerinnen/Kursteilnehmern leicht zugänglich sind. Da die vorgeschlagene Einheit in einem freiwilligen Kurs verortet ist, der jedoch Inhalte, die prüfungsrelevant sind, behandelt, sollten die Unterlagen – wie es sowohl bei den beobachteten Kursen an der KU Leuven sowie dem an der Universität Wien der Fall war – auch jenen Studierenden zugänglich sein, die den Vorbereitungskurs nicht besuchen.

Beibehalten werden sollte also die leichte Zugänglichkeit über die Website der Fakultät für Mathematik, auf der auch alle weiteren Informationen zum Kurs zu finden sind.

Ob die Vortragenden einige Versionen der Kursunterlagen in die Einheiten mitbringen, würde wahrscheinlich davon abhängen, wer die Kopierkosten übernimmt, da durch den weit größeren Umfang natürlich höhere Kosten anfallen würden. (Ganz zu schweigen von möglicherweise unnötig produziertem Papiermüll, der anfällt, falls die mitgebrachten Versionen nicht gebraucht werden.) Eventuell könnte in Zusammenarbeit mit der Studienrichtungsvertretung bzw. dem Erstsemestrigentutorium angeboten werden, dass man zu den gewohnt günstigen Preisen des Jourdienstes dort auch die Unterlagen des Vorbereitungskurses in gebundener Form erwerben kann. Das würde es Menschen, die gerade am Beginn ihres Studiums stehen und möglicherweise über keinen eigenen Drucker verfügen, vereinfachen, rechtzeitig zu einer gedruckten Version der Unterlagen zu gelangen.

Lehr- und Lernziele

Roorda und Daemen (Vgl. 2013: 112f) halten fest, dass man als Lehrkraft in der Schule beim Einführen der Differentialrechnung vor einigen Fragen steht wie „Soll man von Anwendungsaufgaben ausgehen?“ „Wie viel Zeit nimmt man sich für den Aufbau eines guten Begriffs der Schüler/innen für Ableitung etc.?“ „Oder verwendet man sie lieber für das Üben von Ableitungsregeln?“ „Welche Rolle kann Technologieeinsatz bei all dem spielen?“ Und: „In wie weit kann man an Anwendungen aus den Naturwissenschaften anschließen?“.

Das sind nicht nur Fragen, die sich Lehrkräfte in den höheren Schulen stellen sollten, diese Fragen müssen auch gestellt werden, wenn ein mathematischer Vorbereitungskurs sich mit dem Thema der Differentialrechnung auseinandersetzt. Einige der Fragen müssen natürlich angepasst werden, so spielt die Frage der Anschlussmöglichkeit an Anwendungen aus den Naturwissenschaften möglicherweise eine geringere Rolle. Wahrscheinlich kommen aber aufgrund des anderen Settings andere Fragen hinzu. Fragen wie „Welche Inhalte werden von den Studienanfängerinnen/Studienanfängern erwartet, welche hören sie nochmals in den Vorlesungen des ersten Semesters? Welche Inhalte hören sie nicht mehr?“ „Wozu brauchen sie diese Inhalte? Geht es darum, etwas zu wiederholen und die Vertiefung in den Vorlesungen einfacher zu gestalten oder sollen die erstsemestrigen Studierenden auf eine Prüfung vorbereitet werden? Und falls dem so ist, was wird bei dieser Prüfung von ihnen verlangt?“. Im Großen und Ganzen also Fragen, die auch schon bei der Beschreibung der verschiedenen Kursmodelle eine Rolle gespielt haben.

Inhaltlich orientiert sich dieser Vorschlag stark an den beiden untersuchten Einheiten zu Differentialrechnung. Die primäre Zielsetzung dieser Einheit ist es, die Studierenden zu befähigen, den Teil der StEOP-Prüfung, der sich mit Schulstoff befasst, positiv zu absolvieren und ihr Schulwissen zu reaktivieren. Schulwissen zu reaktivieren heißt aber in diesem Fall nicht nur, bereits Gelerntes zu wiederholen, sondern auch Grundvorstellungen zum Ableitungsbegriff, die noch nicht (explizit) thematisiert wurden, anzusprechen bzw. zu festigen. Die vier Grundvorstellungen zum Ableitungsbegriff, die Greefrath et al. (Vgl. 2016: 147) identifizieren, lauten wie folgt:

- Lokale Änderungsrate
- Tangentensteigung
- Lokale Linearität
- Verstärkungsfaktor

Natürlich können die einzelnen Grundvorstellungen nicht vollständig isoliert betrachtet werden. Einerseits ist das klar, da es sich ja um Grundvorstellungen zu ein und derselben Sache handelt, und andererseits wird das auch nochmals deutlich, wenn man betrachtet, dass gemäß Greefrath et al. (ebd.) die beiden Aspekte der Differentialrechnung „Grenzwert des Differenzenquotienten“ und

„Lokale lineare Approximation“ in jeweils drei dieser vier Grundvorstellungen einfließen. (Vgl. Greefrath et al. 2016: 147 – 150)

Beweise für Ableitungsregeln oder die Eigenschaften von Limiten folgen ohnehin in den Vorlesungen des ersten Semesters. Diese zu kennen ist nicht notwendig, um erfolgreich ins Mathematikstudium einsteigen zu können. Das Bilden von Grundvorstellungen jedoch ist durch den Aufbau und die Methodik von Vorlesungen im Setting der Studieneingangsphase schwer bis nicht möglich. Daher soll dieses Kursmodell besonders diese Chance berücksichtigen.

Neben den inhaltlichen Zielsetzungen dieses Moduls, sind auch folgende Effekte erwünscht:

- Die Studierenden können neuen Lehrstoff in Gruppen er- und bearbeiten.
- Die Studierenden kennen Kolleginnen/Kollegen, denen sie ebenfalls Fragen stellen können.

Die Struktur des ersten Semesters macht diese Lernerfahrungen zwar auch in anderen Situationen, vor allem in den zur StEOP gehörenden Übungen, möglich, aber doch soll dieses Konzept dezidiert auch Zielsetzungen sozialer Art, auf die in Kapitel „Probleme im Übergang von der Schule zur Hochschule“ eingegangen wurde, verfolgen.

3. Lehr/Lernszenario

Kursstruktur

Wie bereits eingangs erwähnt, versteht sich dieser Vorschlag in der Logik des Vorbereitungskurses der Fakultät für Mathematik der Universität Wien. Es ist also ein freiwilliger Kurs, dessen Einheiten als reine Präsenzphasen gehalten werden und findet im Laufe des ersten Semesters parallel zur StEOP Vorlesung statt.

Die hier vorgestellte Einheit sieht einen Zeitrahmen von 90 Minuten ohne Pause vor, wie es in beiden untersuchten Kursen gehandhabt wurde. Innerhalb der Einheit soll etwa die Hälfte der Zeit für den Aufbau der Grundvorstellungen verwendet werden und die anderen 45 Minuten zum Kennenlernen und Einüben der Ableitungen elementarer Funktionen bzw. der Ableitungsregeln. Diese beiden Phasen sollen verschränkt stattfinden, sodass sich Vortrag und eigene Tätigkeit immer wieder abwechseln, wobei – wie im folgenden Unterabschnitt erläutert wird – im ersten Teil der Input durch die/den Vortragenden überwiegen wird.

Interaktion, Individualisierungspotential und Gestaltung Kurseinheiten

Wie im konkreten Verlaufsplan dieses Vorschlags deutlich wird (vorgestellt im Abschnitt Lehr-Lernmittel), sollen etwa 45 Minuten dieser Einheit der Motivation der Differentialrechnung und der Aktivierung bzw. Festigung von verschiedenen Grundvorstellungen dienen. Diese erste Hälfte wird vor allem aus als Frontalunterricht gehaltenem Input bestehen. In der zweiten Hälfte der Einheit, in der es vor allem ums Kennenlernen und Üben von Ableitungsregeln geht, steht das selbstständige Tun der Studierenden im Mittelpunkt und es sind viele Phasen der Einzel- bzw. Gruppenarbeit vorgesehen, in denen die/der Vortragende vor allem als Fragenbeantworter/in und Ratgeber/in zur Verfügung stehen soll. Das heißt, dass der Grad der Interaktion der/des Vortragenden mit den Teilnehmerinnen/Teilnehmern des Kurses wesentlich höher ist, als es im beschriebenen Workshop an der Universität Wien der Fall war. Auch soll die Verfügbarkeit der Vortragenden für individuelle Lernunterstützung, Hilfestellung und Zwiesgespräche durch vermehrte Einzelarbeitszeit erhöht werden. (Siehe auch „Aufgaben der Vortragenden“)

Wie auch im Abschnitt zu Lehr-Lernmittel angesprochen, sieht dieser Vorschlag wesentlich ausführlichere Kursunterlagen vor, die auch Informationen bieten, die nicht direkt in der Einheit angesprochen werden und somit von interessierten Studierenden nachgelesen werden können. Ein Beispiel dafür sind die Beweise der Ableitungsregeln. Diese werden in den Einführungsvorlesungen behandelt (und machen dort dann auch Teil des Prüfungsstoffes aus), sind aber der mathematischen Vollständigkeit zu Liebe und für interessierte Studierende auch in den vorgeschlagenen Unterlagen zum Modul „Differentialrechnung“ zu finden. Somit bergen die im Rahmen dieser Diplomarbeit entwickelten Kursunterlagen hohes Individualisierungspotential, auch dadurch, dass sie Arbeitsblätter umfassen, die den Studierenden als Hilfestellungen bei der Vorbereitung auf die Prüfung dienen können.

4. Lehr/Lernmittel sowie Mediennutzung

Lernmaterial

Wie im Abschnitt „Lehr-Lernziele“ erklärt wird, umfasst der Schulstoff, der für die erste Prüfung und das weitere Studium vorausgesetzt wird, wesentlich mehr als sinnvollerweise in 13 Einheiten à 90 Minuten erklärt werden kann. Die KU Leuven hat in dem Sinne darauf reagiert, dass einige Module im Selbststudium zu absolvieren sind und andere auszugsweise präsentiert werden. In den zur Verfügung gestellten Unterlagen aber sind ausführliche Informationen zu allen Modulen, so dass man, selbst wenn man im Sommerkurs anwesend war, noch Zusatzinformationen gewinnen konnte.

Schichl et al. (2014: 422) halten schon einige Jahre vor dieser Diplomarbeit fest, „dass die Qualität der Workshopunterlagen [an der Universität Wien – Anm.] verbesserungswürdig erscheint“. Angelehnt an die Kursunterlagen der KU Leuven und dem Kommentar einer/eines Studierenden entsprechend, dass die Vortragenden in den Kursen ohnehin nur genau die Inhalte der Handouts wiedergeben, schien es für diesen Vorschlag sinnvoll, wenn nicht notwendig, ausführlichere Kursunterlagen zu entwickeln, die auch Übungsaufgaben (inkl. Lösungen) umfassen und im Anhang dieser Arbeit zu finden sind. Gleichzeitig ist aber auch die gute Vorbereitung der und durch die Vortragenden notwendig, wie sie im Abschnitt „Akteurinnen“ festgeschrieben ist.

Weitere Überlegungen, die genauer im Abschnitt „Lehr-Lernmittel“ erörtert werden, haben dieses Vorhaben noch zusätzlich unterstützt. Umfangreichere Unterlagen machen aber auch eine bessere optische Hervorhebung der wichtigen Bereiche notwendig, nach dem Vorbild der KU Leuven ist das durch Kästchen, in denen Definitionen oder Rechenregeln zu finden sind, und kleinere Schriftgröße, falls es sich nur um Zusatzinformation handelt, passiert.

Aufgrund dessen, dass der Großteil der Studierenden durch ein Smartphone ständigen Zugang zu Webapplikationen bzw. dem Internet hat, sind in den Kursunterlagen – inspiriert durch Beispiele aus dem Sommerkurs in Leuven – immer wieder QR-Codes zu finden, die zu GeoGebra-Anwendungen führen und mit Hilfe derer bspw. die Annäherung der Sekante an die Tangente dynamisch veranschaulicht werden soll.

Der umfangreiche Aufgabenteil der Kursunterlagen macht es schnelleren Studierenden möglich, in der Zeit, die für das Lösen von Aufgaben vorgesehen ist, zusätzliche Aufgaben zu lösen. Besonders viele Übungsaufgaben sind rund um die Kettenregel zu finden. Das steht im Zusammenhang damit, dass diese zwar im Lehrplan vorgesehen ist, aber nicht mehr im Stoffgebiet der zentralisierten Reife- und Diplomprüfung liegt. Somit kann es passieren, dass in einigen Schulen die Kettenregel nur noch rudimentär behandelt wird und den Studierenden gerade in diesem Zusammenhang die Übung fehlt.

Am Ende der Kursunterlagen sind auch Arbeitsblätter zu finden. Diese sollen den Studierenden als Unterstützung dabei dienen, die wesentlichen Inhalte des Kurses kompakt zusammen zu fassen. Außerdem soll die kompakte Zusammenfassung der Inhalte den Studierenden dabei helfen, trotz umfangreicher Unterlagen, einen guten Überblick behalten zu können, und auch eine der angesprochenen lernstrategische Unterstützung darstellen.

Bei der Befragung in der letzten Workshopeinheit in Wien nannten die Studierenden verschiedene Gründe, warum sie den Workshops teilweise nicht mehr folgen konnten. Neben die Rahmenbedingungen betreffenden Punkten („Aufgrund der Uhrzeit“) und individuellen Schwierigkeiten („Nach 50min Konzentrationsschwäche“), wurden auch inhaltliche Anmerkungen wie „die unbekannte Notation“ und „Stoffgebiete, die in der Schule nicht behandelt

wurden“ gemacht. Es überrascht nicht, dass „unbekannte Notation“ sogar die häufigste Nennung war, schließlich stellt sie einen der bekannten Stolpersteine für Studienanfänger/innen dar. Daher wurde in diesem Kurseinheitenvorschlag (bzw. in den zugehörigen Unterlagen) versucht, möglichst viele verschiedene Notationen zu verwenden und aber gleichzeitig auch zu erklären, was sie bedeuten und warum vielleicht gerade in diesem konkreten Fall, eine bestimmte Notation handlicher ist als eine andere. Zusätzlich ist es gerade auch eine Aufgabe der Vortragenden, darauf hinzuweisen, warum welche Notation verwendet wird, woher sie kommt und worauf dabei zu achten ist.

Formen der Distribution von Lerninhalten

Wie im vorhergehenden Abschnitt ausführlich erklärt, sollen die Kursunterlagen intensiv und auf verschiedenste Arten genutzt werden und den Kursteilnehmerinnen/Kursteilnehmern leicht zugänglich sein.

Andererseits sollen auch die in den Hörsälen vorhandenen Tafeln nicht ungenutzt bleiben, sondern gerade bei der Entwicklung und Präsentation von Lösungen zu Aufgaben zum Einsatz kommen. Wobei hier – eingehend auf die Rückmeldung, dass nicht nur vom Handout abgemalt werden soll – ein wohlüberlegtes Gleichgewicht zwischen Inhalten, die direkt an die Tafel geschrieben werden, und Inhalten, die via PowerPoint Präsentation fertig gebeamt werden bzw. mit Hilfe von GeoGebra visualisiert werden. Dazu gibt es ein Set Vortragsfolien, das gemeinsam mit den Kursunterlagen entwickelt wurde und zur im Abschnitt Aufbau angegebenen Verlaufsplanung passt.

5. Methodischer Aufbau und Gestaltung der Kurseinheit

Methodik

Wie bereits in den vorherigen Abschnitten angeklungen ist, stehen die verschiedenen Grundvorstellungen zu Beginn der Einheiten im Mittelpunkt. So wird durch das Vorstellen des Tangentenproblems an Hand einer in einen Kontext eingebetteten Aufgabe ein kurzer Einblick in eine der Grundvorstellungen der Differentialrechnung gegeben und die Begriffe der mittleren und lokalen Änderungsrate gefestigt.

Anschließend wird der Begriff der Differenzierbarkeit thematisiert und sowohl grafisch veranschaulicht als auch rechnerisch behandelt. In diesem Teil des Kursmoduls liegt aber der Fokus vor allem darauf, den Teilnehmerinnen/Teilnehmern zu verdeutlichen, bei welcher Art von Funktionen bzw. an welchen Stellen von Funktionen Probleme mit der Differenzierbarkeit auftreten können, anstatt wirklich tief in das Thema einzutauchen.

Ein erheblicher Teil der Gesamtzeit des Kursmoduls wird dem selbstständigen Anwenden und Einüben der verschiedenen Ableitungsregeln gewidmet. Bewusst kommt hier Faktor- und Summenregel weniger Zeit zu als der Kettenregel.

Um immer wieder während der Einheit auf bereits präsentierte Inhalte Bezug nehmen zu können, ist es besonders wichtig, die Ableitungen elementarer Funktionen und die Ableitungsregeln zu jedem Zeitpunkt – nachdem sie Thema waren – sichtbar verfügbar zu haben. Im Fall der Ableitungen elementarer Funktionen soll das durch die ständig gebeamte Folie mit diesen Ableitungen erfolgen. Die Ableitungsregeln werden eine nach der anderen an die Tafel geschrieben und durch Beispiele illustriert. Hier kommt den Vortragenden die Aufgabe zu, die Tafeln so einzuteilen, dass alle Ableitungsregeln und die Beispiele dazu gleichzeitig Platz haben, sich also während der Kurseinheit auf der Tafel eine Art Sammlung aller Regeln ergibt, wie sie die Kursteilnehmer/innen auch selbstständig auf dem ersten der in den Kursunterlagen befindlichen Arbeitsblätter zusammenstellen können.

Aufbau

Dauer	Inhalt	Sozialform ³¹	Lernmaterial ³²
5'	Überblick über die Inhalte (und Nicht-Inhalte) der Einheit <i>Anm: An dieser Stelle kann die Kursgruppe gefragt werden, ob sie besondere Schwerpunkte setzen möchte; ob es Studierende gibt, die konkrete Fragen haben bzw. ob nun Überschriften genannt wurden, die ihnen gar nichts sagen.</i>	L-Vortrag	Vortragsfolien (VF) 1 und 2
5'	Vorstellung der Aufgabenstellung „Durchschnittliche und aktuelle Steigung Barringer-Krater“ aus Grundvorstellungen zum Ableitungsbegriff Aufgabe B)	L-Vortrag	VF 3 und 4
5'	Selbstarbeitsphase Aufgabe B) <i>Anm: Die/Der Vortragende kann an dieser Stelle darauf hinweisen, dass auch zu zweit oder dritt zusammengearbeitet werden kann und soll.</i>	Gruppenarbeit	
5'	Besprechen der Lösung zu Aufgabe B)	L-S-Gespräch	VF 5 und 6

³¹ L-Vortrag steht in diesem Fall für Input in Form von Frontal durch den Vortragenden gehaltenen Vortrag, L-S-Gespräch steht für dialogisch geführten Unterricht – also Vortrag, der sich aus Fragen an und Antworten von Kursteilnehmerinnen/Kursteilnehmern gestaltet. Gruppenarbeit für Arbeit in Kleingruppen von bis zu 4 Personen.

³² Die Kursunterlagen sowie die möglichen Vortragsfolien (VF) sind im Anhang zu finden.

	<i>Anm: Die Grafiken sind in den Vortragsfolien zu finden während die restliche Lösung der Aufgabe gemeinsam mit den Kursteilnehmenden an der Tafel entwickelt werden soll.</i> ³³		Tafel
10‘	Hinführung zu Differenzen- und Differentialquotient durch Besprechen von Beispiel 1: und Übertragung der in Aufgabe B) gesetzten Schritte in die Begrifflichkeiten „Differenzenquotient“, „mittlere Änderungsrate“ und „Sekantensteigung“ sowie „Differenzialquotient“, „Tangentensteigung“ und „aktuelle/momentane Änderungsrate“. <i>Anm: Da die Kursteilnehmer/innen das Beispiel 1 auch vollständig in ihren Unterlagen finden können, soll die/der Vortragende selbstständig entscheiden, ob nur die Vortragsfolie mit der Aufgabenstellung oder auch die Lösung mittels PowerPoint präsentiert wird. Wichtig um die beiden Aufgaben in Beziehung zu einander zu setzen ist, dass beide Lösungen gleichzeitig betrachtet werden können.</i> - Definition Ableitung	L – Vortrag	VF 7 - 9 und Tafel VF 10
10‘	Differenzierbarkeit - Definition(en)		

³³ Vollständige Musterlösungen zu den im Kursmodul verwendeten Aufgaben sind im Anhang zu finden.

	- Differenzierbarkeit grafisch: Aufgabe 1: erster Graph gemeinsam, anderen drei selbstständig, Lösung gemeinsam besprechen - Differenzierbarkeit und Stetigkeit – Beispiel 2	L – Vortrag Gruppenarbeit	VF 11 - 13 Tafel
5‘	Ableitungen elementarer Funktionen <i>Anm: Obwohl in den Kursunterlagen bewiesen, werden die Ableitungen elementarer Funktionen ohne Beweis präsentiert. Um sie für die folgenden Aufgaben präsent zu haben, wird empfohlen, die Vortragsfolie mit der Übersicht die restliche Zeit sichtbar zu lassen.</i> <i>Hier soll die/der Vortragende die Teilnehmer/innen auf das Arbeitsblatt ganz am Ende der Kursunterlagen verweisen. Dieses kann zuhause als Lernhilfe für die Ableitungen elementarer Funktionen ausgefüllt werden.</i>		VF 14
5‘	Ableitungsregeln Teil 1 - Faktor- und Summenregel Faktorregel anhand von $f(x) = 4 \cdot \tan(x)$ Summenregel anhand von $f(x) = \ln(x) + x^2$ Hinweis auf Kombination von Faktor- und Summenregel bspw. bei Polynomfunktionen (siehe dazu auch Beispiel 5)	L – Vortrag	Tafel

	<i>Anm: Es können auch statt der beiden vorgeschlagenen Funktionen Beispiel 3: und Beispiel 4:</i> <i>besprochen werden. Jedoch wird empfohlen, den Studierenden möglichst viele verschiedene Beispiele zu präsentieren. (Das behält für die gesamte Einheit Gültigkeit)</i>		
5‘	Faktor- und Summenregel – Übungsphase Übungsaufgaben: III. Ableitungsregeln, Aufgabe A) b) - h)	Gruppenarbeit	
5‘	Ableitungsregeln Teil 2 – Produkt- und Quotientenregel Produktregel an Hand von $h(x) = \sin(x) \cdot 2^x$ Quotientenregel an Hand von $u(x) = \frac{\ln(x)}{x^4}$ <i>Anm: Besonders bei Produkt-, Quotienten- und Kettenregel ist auf eine ordentliche, übersichtliche Notation und konsistente Benennung der (Teil-)Funktionen Wert zu legen.</i>	L – Vortrag	Tafel
10‘	Produkt- und Quotientenregel – Übungsphase Übungsaufgaben: III. Ableitungsregeln, Aufgabe C) a) - d)	Gruppenarbeit	
10‘	Ableitungsregeln Teil 3 – Kettenregel Besprechen der Vorbemerkungen – „Was bedeutet Verkettung von Funktionen?“	L – Vortrag	Tafel

	Präsentation von Beispiel 9 Lösen von III. Ableitungsregeln, Aufgabe B) b) <i>Anm: Bei der Kettenregel wird empfohlen, Beispiel 9 aus den Kursunterlagen als hinführendes Beispiel zu verwenden, da die Teilnehmer/innen zu Beginn möglicherweise die Notation in den Kursunterlagen, in der viel Wert auf das klare Identifizieren und Benennen der Teilfunktionen gelegt wird, als fremd und ungeschickt empfinden und sie so aber sehen, wie diese Notation zu Stande kommt und warum sie durchaus sinnvoll ist.</i>		
10‘	Kettenregel und verschiedene Aufgaben – Übungsphase Übungsaufgaben: III. Ableitungsregeln, Aufgabe B) a), c) – e) (Kettenregel) III. Ableitungsregeln, Aufgabe C) g) - j) (verschiedene Aufgaben)	Gruppenarbeit	

G) Kursunterlagen

1. Differenzieren	2
I. Differenzenquotient und Differentialquotient	2
II. Differenzierbarkeit.....	6
III. Ableitungen elementarer Funktionen	8
IV. Ableitungsregeln	9
V. Die Ableitungsfunktion	16
2. Aufgabensammlung:.....	18
I. Grundvorstellungen zum Ableitungsbegriff.....	18
II. Ableitungen elementarer Funktionen	20
III. Ableitungsregeln	20
3. Lösungen	22
4. Arbeitsblätter.....	25

1. Differenzieren

Funktionen sind das zentrale Untersuchungsobjekt der Analysis. Der große Mathematiker David Hilbert ging sogar so weit zu sagen: „Nächst dem Zahlbegriff ist der Funktionsbegriff der wichtigste in der Mathematik.“ (zitiert nach Heuser 2009: 102)

Beim Untersuchen von Funktionen ist es oft weit weniger interessant, wie ihre Werte an bestimmten Stellen aussehen, vielmehr ist es von Interesse, „Veränderungen dieser Werte bei Veränderung des Arguments zu kennen.“ (Heuser 2009: 260) Wir wollen uns also im Folgenden mit Änderungsraten von Funktionen beschäftigen. Das Mittel dazu liefert die Differentialrechnung.

I. Differenzenquotient und Differentialquotient

Die lokale Änderungsrate einer Funktion, d.h. die an einer Stelle, wird stets durch ihre Steigung an eben dieser Stelle angegeben. Im Fall einer linearen Funktion, die durch eine Gerade repräsentiert wird, ist die Steigung an jedem Punkt gleich und wir erhalten sie mit Hilfe des Steigungsdreiecks bzw. des Quotienten $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Leider ist das Leben – auch in der Mathematik – nicht monokausal linear und somit begegnen uns auf unserem Weg durch die Mathematik schnell Funktionen, deren Steigung von Stelle zu Stelle variiert.

Daher ist es naheliegend, zuerst die mittlere Änderungsrate einer Funktion auf einem Intervall $[a; b]$ zu betrachten. Dazu folgendes Beispiel:

Beispiel 1:

Gegeben ist die Polynomfunktion dritten Grades $f(x) = \frac{x^3}{2} - x^2 + 1$. Bestimmen Sie die mittleren Änderungsraten der Funktion auf den Intervallen $[0; 1,75]$, $[0; 1]$ und $[0; 0,5]$!

$$[0; 1,75]: \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1,75) - f(0)}{1,75} = \frac{\frac{49}{128}}{1,75} = -\frac{7}{32}$$

$$[0; 1]: \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1) - f(0)}{1} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{1} = -\frac{1}{2}$$

$$[0; 0,5]: \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(0,5) - f(0)}{0,5} = \frac{\frac{13}{16} - 1}{0,5} = -\frac{3}{8}$$

In Abbildung K 1 ist der Graph der Funktion f zu sehen. Die eben berechneten mittleren Änderungsraten entsprechen geometrisch betrachtet den Steigungen der Sekanten, die in Abbildung K 1 zu sehen sind.

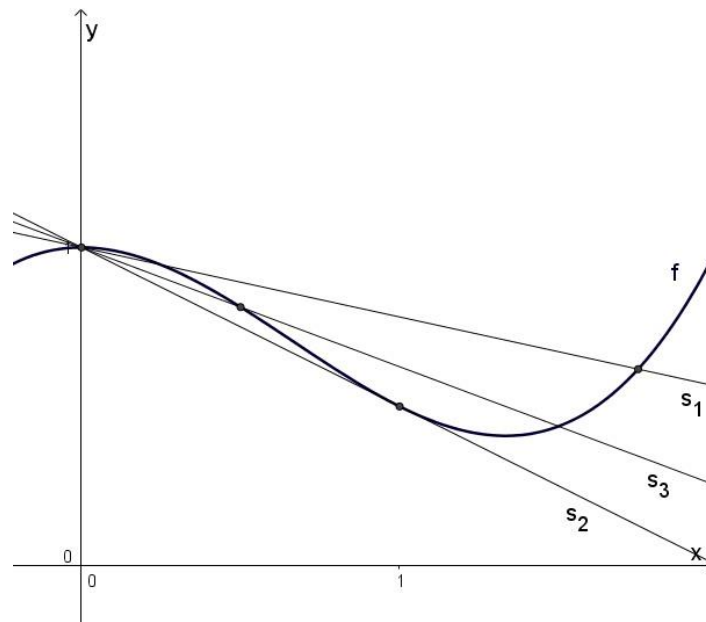


Abbildung K 1

Dem Beispiel können wir entnehmen, dass der Differenzenquotient nur wenig über den tatsächlichen Verlauf der Kurve aussagt, wenn das Δx bzw. h groß gewählt wird. Je kleiner Δx bzw. h wird, desto besser nähern wir uns der momentanen oder lokalen Änderungsrate an.

Allgemein kann also nochmals festgehalten werden: Grafisch entspricht der Differenzenquotient der Steigung der Sekanten, die durch die beiden Punkte $P(x_0, f(x_0))$ und $Q(x_1, f(x_1))$ – oder (äquivalent dazu) $Q(x_0 + h, f(x_0 + h))$ – des Graphen gelegt werden.

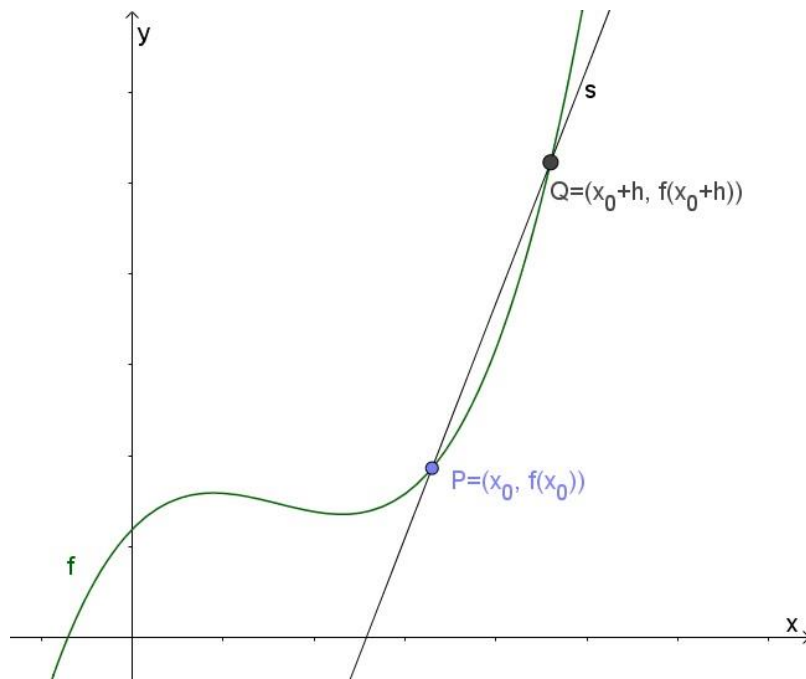


Abbildung K 2

Wie deutlich zu sehen ist, nähert die Sekante die Funktion auf einem bestimmten Stück in der Nähe von Punkt P linear an. Aber nicht nur das. Damit geht einher, dass sich ihre Steigung auch als Näherung für die Steigung der Funktion f im Punkt P eignet.

Natürlich gilt auch hier: Die Annäherung der Steigung der Sekante an die Steigung der Funktion f an der Stelle x_0 wird umso besser, je kleiner das h wird. Im Idealfall soll h beliebig klein werden. Wir wollen also den Grenzwert $h \rightarrow 0$ betrachten.

Grafisch bedeutet das den Übergang von der Sekante durch P und Q , deren Steigung durch den Ausdruck $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ gegeben ist, zur Tangente an den Graphen im Punkt P , deren Steigung somit durch den „Differentialquotient“ genannten Grenzwert $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ gegeben ist. Aus dieser grafischen Interpretation lässt sich eine Definition der Ableitung einer Funktion formulieren:

Sei $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, $I \subseteq \mathbb{R}$, eine auf dem offenen Intervall I differenzierbare Funktion und $x_0 \in I$. Dann legen wir fest, dass

$$f'(x) := \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

die Ableitung der Funktion f in x_0 heißt.

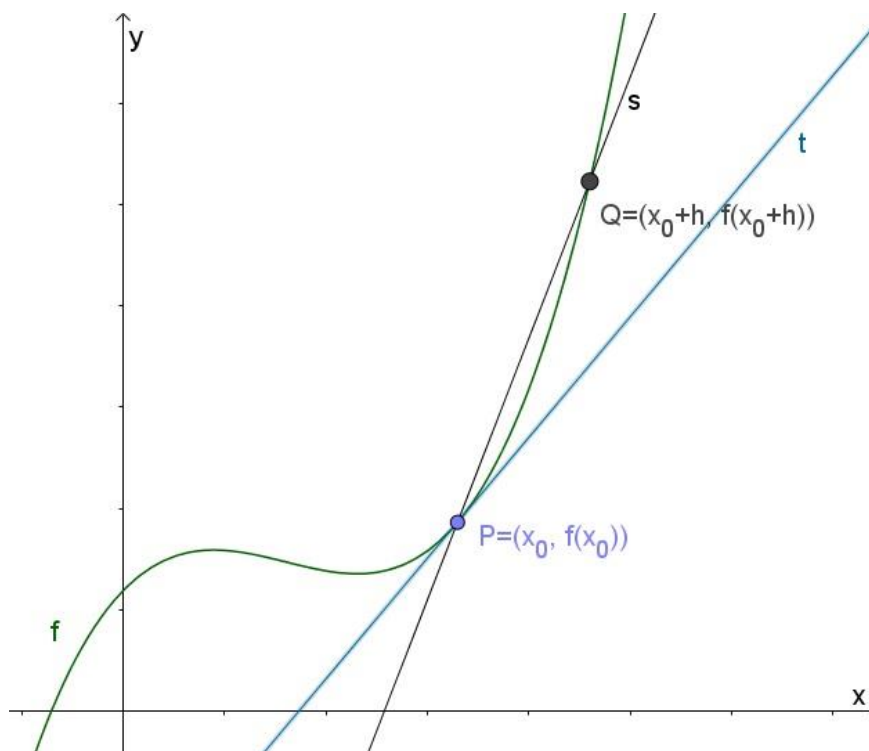


Abbildung K 3

Der Differentialquotient gibt also in einer graphischen Interpretation die Steigung der Tangente³⁴ an den Funktionsgraphen im Punkt P an, die in dem bestimmten Punkt genau mit der Steigung der Funktion selbst übereinstimmt. Durch die Steigung erhält man jedoch gleichzeitig eine weitere Information, nämlich die lokale Richtung.

³⁴ Zur Erinnerung: Im Gegensatz zur Tangente an einen Kreis kann die Tangente an einen Funktionsgraphen den Graphen durchaus in mehreren Punkten berühren oder schneiden. Wichtig in dieser Vorstellung ist, dass sich Tangente an den Funktionsgraphen in einem Punkt so gut anschmiegt, dass die beiden Funktionen in einem unendlich kleinen Bildausschnitt nicht mehr zu unterscheiden sind.

Aber nicht nur das, die Tangente an die Funktion im Punkt P ist auch die lineare Bestapproximation in diesem Punkt. Die Annäherung, die durch die erste Ableitung gefunden werden kann, ist sogar so gut, dass sie in einem kleinen Intervall die Funktion ersetzen kann.

Im Laufe der Zeit und auch abhängig vom jeweiligen Kontext haben sich für den Differentialquotienten bzw. die Ableitung unterschiedliche Schreibweisen und Symbole ergeben. Ist die Funktion durch ihre Funktionsgleichung $y = f(x)$ gegeben, so schreibt man für die Ableitung $y' = f'(x)$. Leibniz – neben Newton einer der Begründer der Differentialrechnung – verwendete die Schreibweise $\frac{dy}{dx}$ für den Differentialquotienten. Dieses Symbol kommt noch aus den Ursprüngen der Differentialrechnung, die damals auch „Infinitesimalrechnung“ genannt wurde und wird als „dy nach dx“ gelesen. Es bringt damit einerseits zum Ausdruck, dass die betrachteten Differenzen der x - und y -Werte „infinit“ (also – unendlich) klein werden und andererseits, dass die Funktion y nach der Variablen x abgeleitet wird. Somit ist diese Schreibweise besonders praktisch, wenn nicht von vornherein klar ist, nach welcher der Funktionsvariablen abgeleitet werden soll und wird später im Studium noch öfter Verwendung finden. (Vgl. Blaha 2004: online, Leblhuber o.J.: online)

II. Differenzierbarkeit

Gegeben sei wieder eine Funktion $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, wobei $D \subseteq \mathbb{R}$ den Definitionsbereich von f bezeichnet. Um die Ableitung der Funktion f an der Stelle $x_0 \in D$ berechnen zu können, um die Funktion f also zu differenzieren, muss die Funktion an der Stelle x_0 natürlich über eine dazu notwendige Eigenschaft verfügen, die wir in der Definition der Ableitung vorausgesetzt haben: Differenzierbarkeit.

Graphisch bedeutet das, dass der Funktion f an der Stelle x_0 sinnvoll und eindeutig eine Tangente zugeordnet werden kann. Wir können festhalten:

Eine Funktion f heißt differenzierbar an einer Stelle x_0 , falls sie in x_0 eine eindeutig bestimmte Tangente besitzt.

Oder anders gesagt:

Eine Funktion f heißt differenzierbar in x_0 , falls der Grenzwert $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ existiert.

Falls eine Funktion f in allen Punkten ihres Definitionsbereichs D differenzierbar ist, dann nennen wir diese Funktion differenzierbar.

An den hier abgebildeten Funktionsgraphen erkennen wir, dass das nicht immer der Fall sein muss. Besonders bei so genannten Sprungstellen oder „Spitzen“ treten Probleme auf.

Aufgabe 1: Hier sind die Graphen von vier Funktionen abgebildet, die nicht überall differenzierbar sind. Markieren Sie jeweils die Stellen, an denen der Funktion keine eindeutige Tangente zugeordnet werden kann.

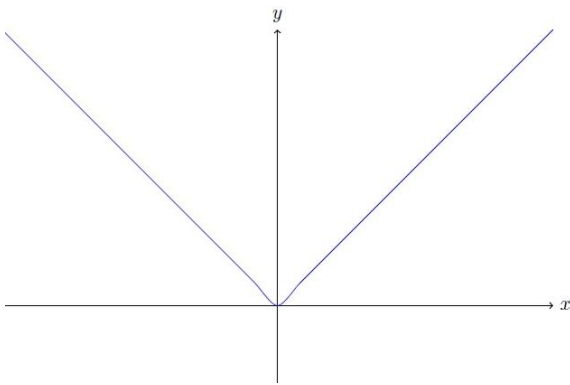


Abbildung K 4

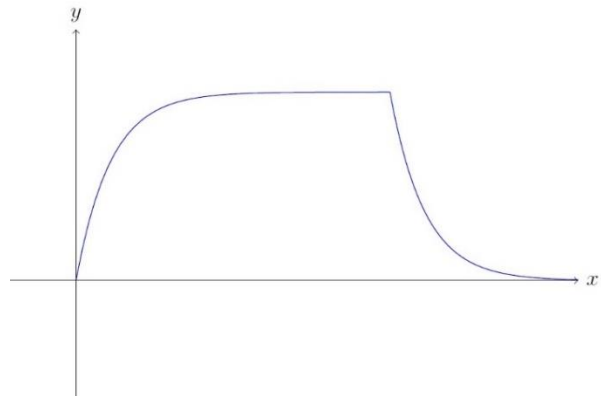


Abbildung K 5

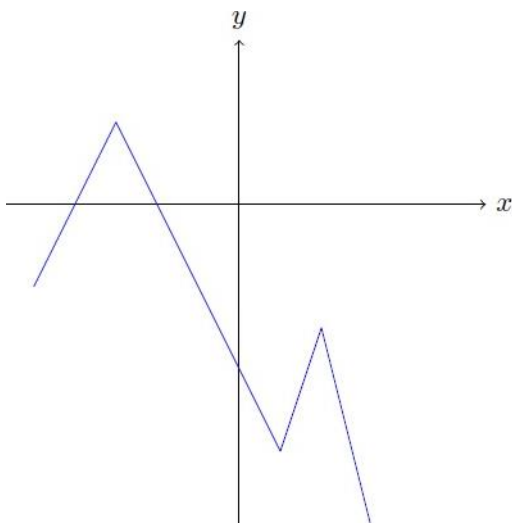


Abbildung K 6

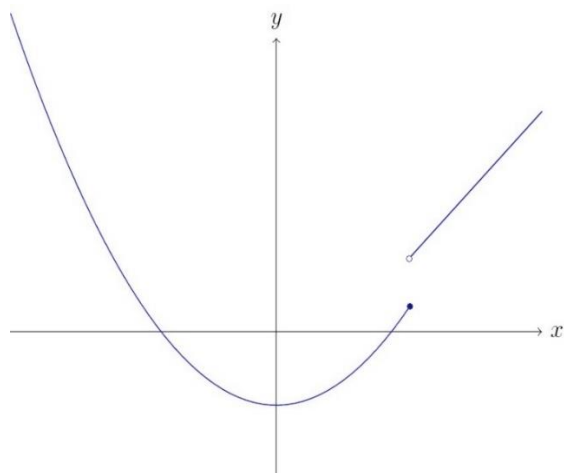


Abbildung K 7

Aus der Differenzierbarkeit einer Funktion lässt sich eine andere wichtige Eigenschaft ableiten: Stetigkeit. Umgekehrt ist das aber nicht der Fall, wie neben den abgebildeten Funktionsgraphen stetiger Funktionen (Abbildung K 4 - Abbildung K 6) auch das folgende Beispiel zeigt:

Beispiel 2:

Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow D$, $f(x) = |x|$ mit $|x| := \begin{cases} x & \text{für } x \geq 0 \\ -x & \text{für } x < 0 \end{cases}$. Betrachten wir die Funktion an der Stelle $x_0 = 0$. Da $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 = f(0)$ gilt, ist die Funktion stetig. Jedoch folgt aus der Definition von $|x|$ und der von Differenzierbarkeit, dass $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{|h|}{h} = \begin{cases} -1 & \text{für } h < 0 \\ 1 & \text{für } h > 0 \end{cases}$ und die Funktion daher an der Stelle $x_0 = 0$ nicht differenzierbar ist.

III. Ableitungen elementarer Funktionen

Wie in der Kurseinheit zu „Funktionen“ schon deutlich wurde, gibt es viele verschiedene Formen von Funktionen. Manche von ihnen können als „elementare“ Funktionen bezeichnet werden. Sie stellen die Grundbausteine aller anderen Funktionen dar.

Die Ableitungen der häufigsten elementaren Funktionen sind hier ohne Beweis zusammengefasst.³⁵

Potenzfunktion	
$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
Exponentialfunktion	
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = a^x \cdot \ln(a)$

³⁵ Interessierte können die Ableitungen leicht mit Hilfe des Differentialquotienten nachrechnen. Der Ansatz für bspw. die Ableitungsregel der Potenzfunktionen lautet: $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h}$

Logarithmusfunktion³⁶	
$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
$f(x) = \log_a(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(a)}$
Winkelfunktionen	
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$
$f(x) = \tan(x)$	$f'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$

IV. Ableitungsregeln

Funktionen treten oft nicht isoliert auf, immer wieder sind sie auch miteinander oder mit Konstanten verknüpft. Um diese addierten, multiplizierten oder vielleicht sogar verketteten Funktionen ableiten zu können, gibt es eine Reihe von Ableitungsregeln, die im Folgenden zu finden sind. Um dem Anspruch auf mathematische Vollständigkeit Genüge zu tun, ist jeweils auch ein Beweis angegeben.³⁷ Dieser soll aber nicht im Zentrum des nächsten Abschnitts stehen, da die Beweise ohnehin ausführlich in den Einführungsvorlesungen behandelt werden. Hier geht es vielmehr um das Kennen und richtige Anwenden der jeweiligen Rechenregeln. Dazu sind jeweils direkt unter den Beweisen Beispiele angeführt und es finden sich auch noch Übungsaufgaben dazu im Anhang.

Für alle kommenden Regeln und Beispiele in diesem Abschnitt legen wir einmal fest:

Seien f und g zwei auf ganz $\mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen. Dann gelten folgende Regeln:

³⁶ Es soll hier – analog zur Schule aber im Gegensatz zur Mathematik an der Hochschule – folgende Festlegung gelten: $\log_{10} \dots \lg$ und $\log_e \dots \ln$

³⁷ Für die hier folgenden Beweise wird die Linearität des Limes vorausgesetzt. Begründungen bzw. Beweise dazu sind in Schulbüchern zu finden bzw. werden in den Einführungsvorlesungen nachgereicht.

Faktorregel

Sei $c \in \mathbb{R}$ konstant. Dann gilt:

$$(c \cdot f)'(x) = c \cdot f'(x)$$

Beweis:

$$\begin{aligned}(c \cdot f)'(x) &= \frac{(c \cdot f)(x+h) - (c \cdot f)(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{c \cdot f(x+h) - c \cdot f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} c \cdot \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \\ &= c \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = c \cdot f'(x)\end{aligned}$$

Beispiel 3:

Berechnen Sie f' für $f(x) = -6 \sin(x)$!

Aufgrund der Faktorregel kann der Faktor -6 direkt übernommen werden und es gilt: $f'(x) = -6 \cdot (\sin(x))' = -6 \cdot \cos(x)$

Summenregel

Sowohl Summe als auch Differenz differenzierbarer Funktionen sind differenzierbar und es gilt:

$$(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$$

Beweis:

$$\begin{aligned}(f + g)'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f + g)(x+h) - (f + g)(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + g(x+h) - (f(x) + g(x))}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = f'(x) + g'(x)\end{aligned}$$

Beispiel 4:

Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktion $f(x) = 2^x + \cos(x)$!

Beide Summanden werden einzeln abgeleitet und dann wiederum addiert:

$$f'(x) = 2^x \cdot \ln(2) - \sin(x)$$

Die Kombination aus Faktor- und Summenregel wird auch jedes Mal verwendet, wenn die Ableitung einer Polynomfunktion berechnet wird.

Beispiel 5:

Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktion f !

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 + x - 1$$

Die Koeffizienten 3 und -2 können wegen der Faktorregel direkt übernommen werden: $f'(x) = 3(x^4)' - 2(x^2)' + (x)' - (1)'$

Aufgrund der Summenregel wissen wir, dass jeder Summand einzeln abgeleitet werden muss: $f'(x) = 3 \cdot 4x^3 - 2 \cdot 2x + 1 - 0 = 12x^3 - 4x + 1$

Produktregel

Das Produkt differenzierbarer Funktionen ist wieder differenzierbar und es gilt:

$$(f \cdot g)'(x) = (f' \cdot g)(x) + (f \cdot g')(x)$$

Beweis:³⁸

$$\begin{aligned} (f \cdot g)'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f \cdot g)(x+h) - (f \cdot g)(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) \cdot g(x+h) - f(x) \cdot g(x)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) \cdot g(x+h) - f(x) \cdot g(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) \cdot g(x+h)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) \cdot g(x+h)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} g(x+h) \cdot \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} f(x) \cdot \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = \\ &= g(x) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + f(x) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = (f' \cdot g)(x) + (f \cdot g')(x) \end{aligned}$$

Beispiel 6:

Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $h(x) = x^4 \cdot \ln(x)$!

Die Funktion h ist das Produkt der beiden Funktionen f mit und g mit.

³⁸ Bei diesem „Standard“ – Beweis der Produktregel wird ein sehr üblicher Trick angewandt: Man fügt durch Addition und gleichzeitige Subtraktion einen Term ein, der weitere Umformungen möglich macht und schließlich das gewünschte Ergebnis liefert. Der eingefügte Term ist hier farblich markiert. „Beweistricks“ wie diese werden in der Vorlesung „Einführung ins mathematische Arbeiten“ thematisiert und zählen zum Standard-Repertoire von Mathematikerinnen/Mathematikern.

$$f(x) = x^4 \qquad g(x) = \ln(x)$$

Es müssen zuerst die Ableitungen der beiden Teilfunktionen berechnet werden:

$$f'(x) = 4x^3 \qquad g'(x) = \frac{1}{x}$$

Dann gilt wegen der Produktregel:

$$h'(x) = 4x^3 \cdot \ln(x) + x^4 \cdot \frac{1}{x} = 4x^3 \cdot \ln(x) + x^3 = x^3(4 \ln(x) + 1)$$

Was für das Produkt von zwei Funktionen gilt, kann natürlich auch ausgeweitet werden auf drei oder mehr Funktionen.

Beispiel 7:

Berechnen Sie $\frac{dy}{dx}$ von $y = 7x \cdot \cos(x) \cdot \sqrt{x^3}$.

Betrachte y zunächst als Produkt der beiden Faktoren $f(x) = 7x$ und $g(x) = \cos(x) \sqrt{x^3}$.

$$f(x) = 7x \qquad g(x) = \cos(x) \sqrt{x^3}$$

Leite die beiden Faktoren für sich ab:

$$f'(x) = 7 \qquad g'(x) = (\cos(x) \sqrt{x^3})'$$

Somit als Zwischenergebnis:

$$y'(x) = 7 \cos(x) \sqrt{x^3} + 7x \cdot (\cos(x) \sqrt{x^3})'$$

Wobei nun noch $g'(x)$ berechnet werden muss – mit Hilfe der Produktregel:

$$u(x) = \cos(x) \qquad v(x) = \sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}}$$

$$u'(x) = -\sin(x) \qquad v'(x) = \frac{3}{2} \sqrt{x}$$

$$g'(x) = -\sin(x) \sqrt{x^3} + \cos(x) \cdot \frac{3}{2} \sqrt{x}$$

Eingesetzt in das Zwischenergebnis ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 y' &= 7 \cos(x) \sqrt{x^3} + 7x \left(-\sin(x) \sqrt{x^3} + \cos(x) \cdot \frac{3}{2} \sqrt{x} \right) \\
 &= 7 \cos(x) \sqrt{x^3} - 7x \cdot \sin(x) \sqrt{x^3} + 7x \cdot \cos(x) \cdot \frac{3}{2} \sqrt{x} = \\
 &= 7x \cdot \left(\cos(x) \sqrt{x} - \sin(x) \sqrt{x^3} + \frac{3}{2} \cos(x) \sqrt{x} \right) = \\
 &= 7x \left(\frac{5}{2} \cos(x) \sqrt{x} - \sin(x) \sqrt{x^3} \right) = 7\sqrt{x^3} \cdot \left(\frac{5}{2} \cos(x) - x \cdot \sin(x) \right)
 \end{aligned}$$

Quotientenregel

Der Quotient zweier differenzierbarer Funktionen ist wiederum differenzierbar und es gilt:

$$\left(\frac{f}{g} \right)'(x) = \frac{(f' \cdot g)(x) - (f \cdot g')(x)}{g^2(x)}$$

Beweis:

Für diesen Beweis wird die Produktregel vorausgesetzt.

Setze $u = \frac{f}{g} \Leftrightarrow f = (u \cdot g)$ dann gilt: $f' = (u \cdot g)'$ und somit weiter

$$f' = u' \cdot g + u \cdot g'$$

$$\frac{f'}{g} = u' + \frac{u \cdot g'}{g}$$

$$\frac{f'}{g} - \frac{u \cdot g'}{g} = u'$$

Nun wird $u = \frac{f}{g}$ eingesetzt:

$$\frac{f'}{g} - \frac{\left(\frac{f}{g} \right) \cdot g'}{g} = \left(\frac{f}{g} \right)'$$

$$\frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2} = \left(\frac{f}{g} \right)'$$

Beispiel 8:

Berechnen Sie die Ableitung der Funktion u mit $u(x) = \frac{3^x}{x^3}$.

Zuerst werden die Funktionen in Zähler und Nenner separat betrachtet und abgeleitet:

$$f(x) = 3^x \qquad g(x) = x^3$$

$$f'(x) = 3^x \cdot \ln(3) \qquad g'(x) = 3x^2$$

Dann wird gemäß der Quotientenregel die Ableitung von u gebildet:

$$u'(x) = \frac{3^x \cdot \ln(3) \cdot x^3 - 3^x \cdot 3x^2}{x^6} = \frac{3^x x^2 \cdot (x \cdot \ln(3) - 3)}{x^6} = \frac{3^x (x \cdot \ln(3) - 3)}{x^4}$$

Kettenregel - Vorbemerkungen

Verkettung von Funktionen meint das hintereinander Ausführen von Funktionen. Das heißt, auf das Argument x der Funktion wird die erste Funktion angewandt und auf den dadurch entstehenden Funktionswert dann schließlich als neues Argument, die zweite Funktion.

Ein Beispiel für eine verkettete Funktion ist $f(x) = \sin(2x)$. Schrittweise gesehen, passiert folgendes mit dem Argument x :

$$\boxed{x} \rightarrow \text{rechne } \cdot 2 \rightarrow \boxed{2x} \rightarrow \text{wende "sin" an} \rightarrow \boxed{\sin(2x)}$$

Eigentlich besteht die Funktion f also aus zwei nacheinander ausgeführten Funktionen g und h , es gilt somit: $f(x) = h(g(x))$ oder $f(x) = (h \circ g)(x)$.

Wenn wir nun die Ableitung einer solchen verketteten Funktion berechnen wollen, brauchen wir eine neue Regel, die Kettenregel.

Kettenregel

Eine verkettete Funktion f , zusammengestellt aus den differenzierbaren Funktionen v und u , ist wiederum differenzierbar und es gilt:

$$f'(x) = (v \circ u)'(x) = v'(u(x)) \cdot u'(x)$$

Die Kettenregel ist auch bekannt als „äußere Ableitung mal innere Ableitung“.

Beweis:³⁹

Zuerst halten wir fest: $u'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (v \circ u)'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(u(x+h)) - v(u(x))}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{v(u(x+h)) - v(u(x))}{u(x+h) - u(x)} \cdot \frac{u(x+h) - u(x)}{h} \right) = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(u(x+h)) - v(u(x))}{u(x+h) - u(x)} \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h} = \end{aligned}$$

Wir sehen, der zweite Faktor entspricht schon $u'(x)$. Im ersten Faktor kann $\lim_{h \rightarrow 0}$ durch $\lim_{u(x) \rightarrow u(x+h)}$ ersetzt werden und man erhält direkt: $v'(u(x)) = u'(x)$

Achtung! Hier darf nicht übersehen werden, dass diese Umformung nur gilt, wenn $u(x+h) \neq u(x)$. Leider gibt es aber unzählige Funktionen, bei denen für jedes x ein noch so kleines h existiert, sodass $u(x+h) = u(x)$ ist. Um die Gültigkeit der Kettenregel auch für diese Funktionen zu zeigen, ist ein anderer Beweisweg notwendig.

Beispiel 9:

Berechnen Sie die Ableitung von $f(x) = \sin(2x)$

Zuerst müssen die verketteten Funktionen identifiziert werden:

$$\boxed{x} \rightarrow \text{rechne } \cdot 2 \rightarrow \boxed{2x} \rightarrow \text{wende "sin" an} \rightarrow \boxed{\sin(2x)}$$

$$u(x) = 2x \qquad v(u) = \sin(u)$$

Anschließend können diese Teilfunktionen abgeleitet werden:

$$\begin{aligned} u'(x) &= 2 & v'(u) &= \cos(u) \\ v'(u(x)) &= \cos(2x) \end{aligned}$$

Somit ergibt sich nach der Kettenregel:

³⁹ Auch hier wird wiederum ein beliebiger Beweistrick verwendet: Man multipliziert mit einem Bruch, dessen Wert 1 ist, Zähler und Nenner jedoch sucht man so aus, damit die gewünschten Umformungen möglich sind.

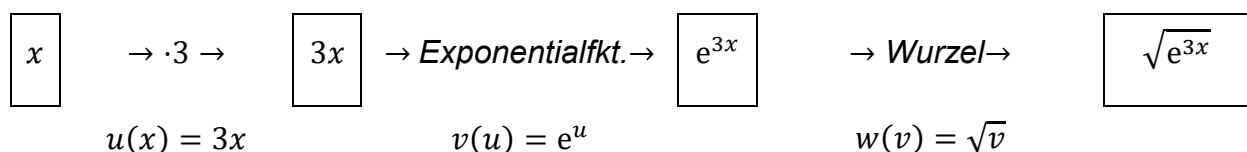
$$f'(x) = 2 \cdot \cos(2x)$$

Die Kettenregel kann natürlich auch angewandt werden, wenn mehr als zwei Funktionen verkettet sind.

Beispiel 10:

Berechnen Sie die Ableitung von $f(x) = \sqrt{e^{3x}}$

Zuerst müssen die verketteten Funktionen identifiziert werden:



Anschließend können diese Teilfunktionen abgeleitet werden:

$u'(x) = 3$	$v'(u) = e^u$	$w'(v) = \frac{1}{2\sqrt{v}}$
	$v'(u(x)) = e^{3x}$	$w'(v(u(x))) = \frac{1}{2\sqrt{e^{3x}}}$

Somit ergibt sich nach der Kettenregel:

$$f'(x) = \frac{3e^{3x}}{2\sqrt{e^{3x}}} = \frac{3}{2}\sqrt{e^{3x}}$$

V. Die Ableitungsfunktion

Bis jetzt haben wir gesehen, was hinter der Idee der Ableitung steckt und wie wir die Ableitung verschiedener grundlegender Funktionen bestimmen können. Man kann die Ableitung selbst wiederum als Funktion betrachten, die jedem x den Wert seiner Ableitung f' zuordnet. Diese Zuordnung kommt insbesondere durch die Schreibweise $f'(x)$ zum Ausdruck. (Vgl. Leblhuber o.J.: online)

Die Ableitung einer Funktion bzw. die Ableitungsfunktion hat verschiedene Eigenschaften, die im Kursmodul zu „Kurvendiskussionen“ genauer besprochen

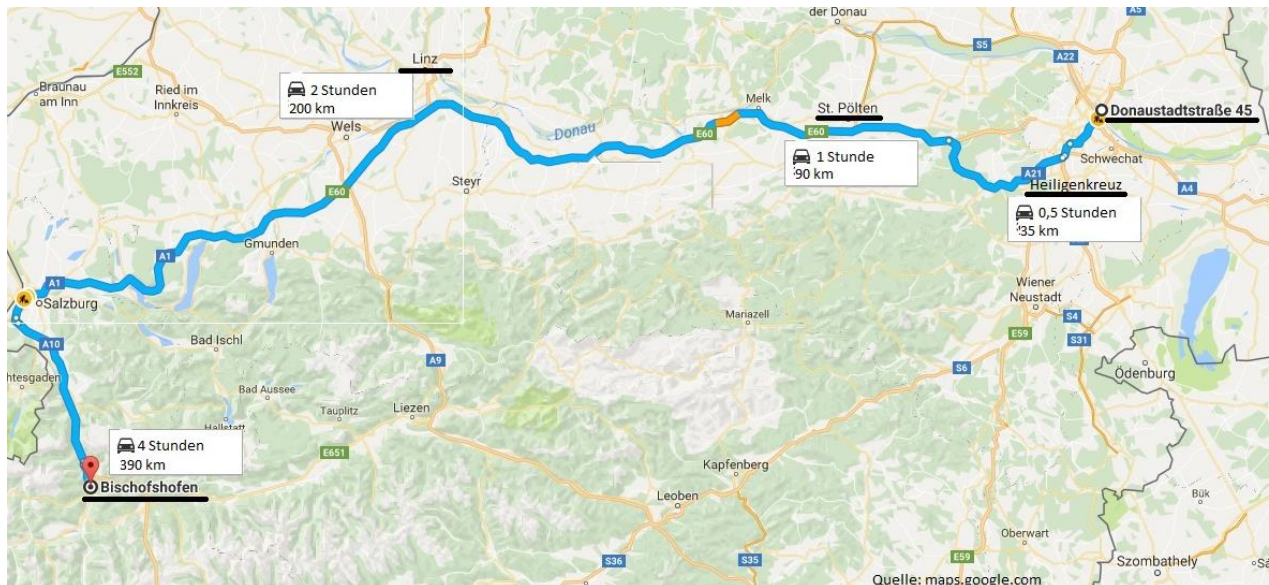
werden und die mit den Eigenschaften der Funktion selbst in Zusammenhang stehen.

2. Aufgabensammlung:

I. Grundvorstellungen zum Ableitungsbegriff

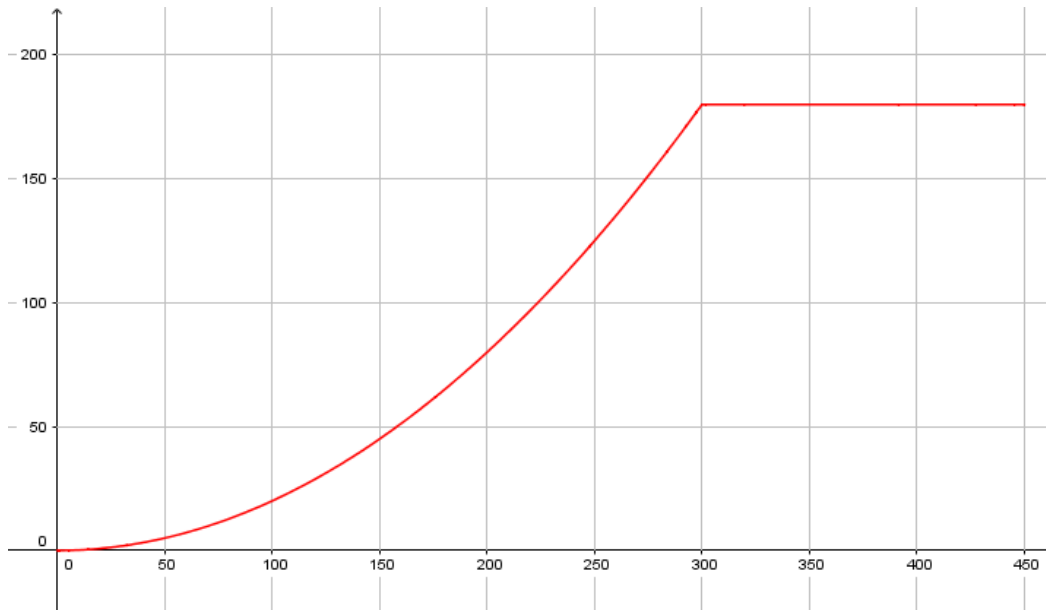
A) Autofahrt von Stadlau, Wien 22, nach Bischofshofen, Salzburg

Anlässlich der 4-Schanzen-Tournee fährt jemand von der Stadlau, Wien 22 nach Bischofshofen, Salzburg. In unregelmäßigen Abständen schaut er auf die Uhr und den Kilometerstand, so dass sich am Ende der Fahrt folgendes Bild ergibt:



- Erstellen Sie eine Tabelle, die der Zeit t (in Stunden) die zurückgelegte Strecke s in km zuordnet.
- Berechnen Sie
 - die Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h in der ersten Stunde
 - die Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h während der gesamten Autofahrt
 - die Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h zwischen St. Pölten und Bischofshofen.
- Betrachten Sie die zurückgelegte Strecke als Funktion s , die jedem Zeitpunkt t die zurückgelegten Kilometer $s(t)$ zuordnet. Wie kann die Durchschnittsgeschwindigkeit in einem Zeitraum $[t_1; t_2]$ berechnet werden?
- Skizzieren Sie mit Hilfe der Wertetabelle aus 1) einen möglichen Graphen der Funktion s . Was ist dabei zu beachten?
- Wie kann man die verschiedenen Durchschnittsgeschwindigkeiten grafisch interpretieren?

- B) Der Barringer-Meteoritenkrater in Arizona hat einen Durchmesser von bis zu 1200 Metern und ist bis zu 180 Meter tief. Sein Querschnitt bis zum Kraterrand kann „rechts“ von einer sehr flachen Stelle durch die Funktion $k(x) = 0,002x^2$ für $0 \leq x \leq 300$ beschrieben werden.



- Berechnen Sie die durchschnittliche Steigung des Kraters!
- Im Krater befindet sich ein Fahrzeug, das eine Steigung von bis zu 115% bewältigen kann. Kann das Fahrzeug den Kraterrand erreichen und aus dem Krater herausfahren?⁴⁰

C) Die Funktion $s(t) = 2 + 15t + \frac{1}{2} \cdot t^2$ gibt Auskunft über den zurückgelegten Weg s (in m) bezogen auf die Zeit t (in s).

- Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit in km/h im Intervall $[0s;5s]$
- Ermitteln Sie die Momentangeschwindigkeit in km/h zu den Zeitpunkten: 0s, 2,5s und 5s.
- Vergleichen Sie die drei Ergebnisse mit der zuvor berechneten mittleren Geschwindigkeit. Was fällt Ihnen auf?

D) Gegeben ist die quadratische Funktion $f(x) = 3x^2 + 1$. Die beiden Punkte $A(2, y_A)$ und $B(5, y_B)$ liegen auf dem Funktionsgraphen.⁴¹

- Berechnen Sie y_A und y_B .
- Berechnen Sie die Steigung der Sekante durch die Punkte A und B .
- Geben Sie eine Gleichung der Sekante durch die Punkte A und B an.

E) Gegeben ist die quadratische Funktion $f(x) = 4x^2 - 2$. Die beiden Punkte $A(2, 14)$ und $B(2 + h, f(2 + h))$ liegen auf dem Funktionsgraphen.⁴²

- Berechnen Sie die Steigung der Sekante durch die Punkte A und B .

⁴⁰ Vgl. https://wiki.zum.de/wiki/Benutzer:Roland_Weber/Differentialrechnung_Version_Vorlesung_2 (Zugriff am 02.08.2017)

⁴¹ Aus: Kompetenzheft zum Differenzieren I (2017), M. Eichmair u. L. Riegler, S. 1, Aufg. 1.1.

⁴² Vgl. Kompetenzheft zum Differenzieren I (2017), M. Eichmair u. L. Riegler, S. 1, Aufg. 1.2.

- b. Geben Sie eine Gleichung der Sekante durch die Punkte A und B an.
- c. Berechnen Sie (ohne Verwendung der Ableitungsregeln) die Steigung der Tangente im Punkt A .
- d. Geben Sie eine Gleichung der Tangente im Punkt A an.

II. Ableitungen elementarer Funktionen

- A) An welcher Stelle besitzt der Graph von $y = \frac{1}{x}$ eine Tangente, die parallel zur Geraden $y = -\frac{x}{2} + 3$ verläuft?⁴³
- B) Der Graph einer Polynomfunktion 2. Grades schneidet bei $x = 1$ die x -Achse und bei $y = 3$ die y -Achse. Die Steigung des Graphen an der Stelle $x = 3$ beträgt $-0,5$. Ermitteln Sie die Gleichung der Polynomfunktion!⁴⁴

III. Ableitungsregeln

- A) Bilden Sie mit Hilfe der Faktor- und Summenregel die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| a. $f(x) = 4$ | b. $f(x) = 3x^2 + 4x + 2$ |
| c. $f(x) = \sqrt{x}$ | d. $f(x) = 7^x + 3^x$ |
| e. $f(x) = 9x^4 - 4x^2 - 8$ | f. $f(x) = -6 \cos(x)$ |
| g. $f(x) = e^x + 2x$ | h. $f(x) = -3 \ln(x)$ |
| i. $f(x) = 6 \cdot \sqrt[3]{x}$ | j. $f(x) = 3x^2 - \tan(x) + 5e^x$ |

- B) Berechnen Sie bei den folgenden verketteten Funktionen $\frac{dy}{dx}$:

- | | |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| a. $y = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ | b. $y = 3 \lg(5x)^2$ |
| c. $y = (4^x + 1)^3$ | d. $y = \ln(\sqrt[3]{\cos^2(2x)})$ |
| e. $y = 8^{\sin(x)}$ | f. $y = e^{\ln(x)}$ |
| g. $y = \sqrt[3]{1 - x^3}$ | h. $y = \tan^3(6x)$ |

⁴³ Aus: Ingenieur Mathematik 3, S.60 Aufg. 3.21

⁴⁴ Aus: Ingenieur Mathematik 3, S. 64 Aufg. 3.35

Aufgabensammlung:

C) Bilden Sie mit Hilfe der Ihnen bekannten Ableitungsregeln die erste Ableitung der folgenden Funktionen! Geben Sie jeweils an, welche Regel(n) Sie verwendet haben!

a. $f(x) = 3x^2 \cdot \sqrt{7x}$

b. $f(x) = \frac{x^3+4x}{x-3}$

c. $f(x) = 6x + 3x \cdot \sin(x)$

d. $f(x) = \frac{x^2}{2^x}$

e. $f(x) = \frac{2e^x+x}{x \cdot e^x+1}$

f. $f(x) = \frac{5}{x^2} + 5^{x^2}$

g. $f(x) = 4e^{2x}$

h. $f(x) = -2 \cos(5x) - \frac{3x}{\ln(x)}$

i. $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sin(x)}$

j. $f(x) = \sqrt[3]{(x^2+3)^4}$

k. $f(x) = 5 \cdot x^{-2} + \frac{3}{x}$

l. $f(x) = (2 \cdot x - 4) \cdot \lg(x)$

3. Lösungen

I. Grundvorstellungen zum Ableitungsbegriff

A)

a)

t (in h)	0	0,5	1	2	4
s (in km)	0	35	90	200	390

$$\begin{aligned} \bar{v}_{[0;1]} &= 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ \bar{v}_{[0;4]} &= 97,5 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ \bar{v}_{[1;4]} &= 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$

$$\text{c) } \bar{v}_{[t_1; t_2]} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$$

d) Bei der Skizze ist zu beachten, dass es sich um eine monoton wachsende Funktion handeln muss.

e) Grafisch betrachtet können die Durchschnittsgeschwindigkeiten als Steigung der Geradenstücke zwischen den festgelegten Punkten des Funktionsgraphen interpretiert werden.

B)

$$\text{a) } \frac{k(300) - k(0)}{300} = \frac{3}{5}$$

b) $k'(300) = \frac{6}{5}$, Das Fahrzeug kann den Krater nicht verlassen

C)

$$\text{a) } \bar{v}_{[0;5]} = 63 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } v(0) &= s'(0) = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ v(2,5) &= s'(2,5) = 63 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ v(5) &= s'(5) = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$

c) Die mittlere Geschwindigkeit im Intervall $[0; 5]$ entspricht genau der Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 2,5s$

D)

$$\begin{aligned} \text{a) } y_A &= 13 \\ y_B &= 76 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} = 21$$

$$\text{c) } s(x) = 21x - 29$$

E)

$$\text{a) } \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 4h + 16$$

$$\text{b) } s(x) = (4h + 16)x - (8h + 18)$$

$$c) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 16$$

$$d) t(x) = 16x - 18$$

II. Ableitungen elementarer Funktionen

$$F) x = \pm\sqrt{2}$$

$$G) y = \frac{x^2}{2} - \frac{7}{2}x + 3$$

III. Ableitungsregeln

A)

$$a) f'(x) = 0$$

$$c) f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$e) f'(x) = 36x^3 - 8x$$

$$g) f'(x) = e^x + 2$$

$$i) f'(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$b) f'(x) = 6x + 4$$

$$d) f'(x) = 3^x \cdot \ln(3) + 7^x \cdot \ln(7)$$

$$f) f'(x) = 6 \cdot \sin(x)$$

$$h) f'(x) = -\frac{3}{x}$$

$$j) f'(x) = 6x - \frac{1}{\cos^2(x)} + 5e^x$$

B)

$$a) y' = \frac{1}{\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

$$c) y' = 3 \cdot (4^x + 1)^2 \cdot 4^x \cdot \ln(4)$$

$$e) y' = 8^{\sin(x)} \cdot \ln(8) \cdot \cos(x)$$

$$g) y' = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{(1-x^3)^2}}$$

$$b) y' = \frac{6 \lg(5x)}{x \ln(10)}$$

$$d) y' = -\frac{4}{3} \cdot \tan(2x)$$

$$f) y' = \frac{1}{x} \cdot e^{\ln(x)}$$

$$h) y' = 18 \cdot \frac{\sin^2(6x)}{\cos^2(6x)}$$

C)

$$a) f'(x) = \frac{15}{2} \cdot \sqrt{7x^3}$$

$$b) f'(x) = \frac{(x-3)(3x^2+4) - x(4+x^2)}{(x-3)^2}$$

$$c) f'(x) = 6 + 3 \sin(x) + 3x \cos(x)$$

$$d) f'(x) = \frac{2x - \ln(2) \cdot x^2}{2x}$$

$$e) f'(x) = \frac{1 - x^2 e^x + 2e^x - 2e^{2x}}{(xe^x + 1)^2}$$

Produktregel, Kettenregel, Faktorregel

Quotientenregel, Faktorregel,
Summenregel

Summenregel, Faktorregel,
Produktregel

Quotientenregel

Quotientenregel, Produktregel,

f) $f'(x) = 2e^{x^2} \cdot x - \frac{10}{x^3}$

g) $f'(x) = 8e^{2x}$

h) $f'(x) = 10 \cdot \sin(5x) + \frac{3-3\ln(x)}{\ln^2(x)}$

i) $f'(x) = \frac{\frac{\sin(x)}{x} - \cos(x) \cdot \ln(x)}{\sin^2(x)}$

j) $f'(x) = \frac{8x}{3} \cdot \sqrt[3]{x^2 + 3}$

k) $f'(x) = -10x^3 - \frac{3}{x^2}$

l) $f'(x) = \frac{2x-4+2x \cdot \ln(x)}{x \cdot \ln(10)}$

Faktorregel, Summenregel

Faktorregel, Summenregel, Kettenregel

Faktorregel, Kettenregel

Summenregel, Faktorregel,
Kettenregel, Quotientenregel

Quotientenregel

Summenregel, Kettenregel

Faktorregel, Summenregel

Faktorregel, Summenregel,
Produktregel

4. Arbeitsblätter

Fassen Sie die Ableitungsregeln zusammen, erklären Sie sie in Worten und illustrieren Sie mit Hilfe eines Beispiels!

Faktorregel:	In Worten:
Beispiel:	

Summenregel:	In Worten:
Beispiel:	

Produktregel:	In Worten:
Beispiel:	

Quotientenregel:	In Worten:
Beispiel:	

Kettenregel:	In Worten:
Beispiel:	

Vervollständigen Sie die Tabelle und formulieren Sie Merksätze⁴⁵ gemäß dem Beispiel!

Potenzfunktion		
$f(x) = x^n$	$f'(x) =$	„Hochzahl nach vorne und um eins vermindern“
Exponentialfunktion		
$f(x) = e^x$	$f'(x) =$	
$f(x) =$	$f'(x) = a^x \cdot \ln(a)$	
Logarithmusfunktion		
$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) =$	
$f(x) =$	$f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(a)}$	
Winkelfunktionen		
$f(x) =$	$f'(x) = \cos(x)$	
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) =$	
$f(x) =$	$f'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	

⁴⁵ Vgl. Kompetenzheft zum Differenzieren I (2017), M. Eichmair u. L. Riegler, S. 11

H)Anhang

1. Zusammenfassung

„Aller Anfang ist schwer“ – dieses geflügelte Wort gilt vor allem für den Beginn eines Mathematikstudiums. Vielerlei Herausforderungen kommen auf Studienanfänger/innen zu – ein universitäres Studium erfordert ein hohes Maß an Selbstorganisation, die Vortragenden wechseln quasi ständig und auch die Menschen, die neben einem im Hörsaal sitzen, sind täglich andere, ein oder vielleicht mehrere große und möglicherweise unübersichtliche Gebäude, in denen es sich zurechtzufinden gilt und – das ist dann wohl das Spezifikum des Mathematikstudiums – natürlich die mathematischen Schwierigkeiten unterschiedlichster Art obwohl die Schulnoten der Studienanfänger/innen durchaus gut waren. Diese mathematischen Stolpersteine am Beginn des Studiums reichen von grundlegenden Schwierigkeiten mit algebraischen Umformungen über mangelnde Kenntnisse im Hinblick auf die verschiedenen gebräuchlichen Notationen bis zu erheblichen Lücken in dem, was seitens der Universität als Schulwissen vorausgesetzt wird.

Gerade diese Problematik beschäftigt viele Hochschulen, nicht nur in Österreich oder dem deutschen Sprachraum, schon länger und es wurden verschiedene Modelle von mathematischen Vorbereitungskursen entwickelt, um Studienanfänger/innen beim Überwinden dieser fachlichen Anfangsschwierigkeiten zu unterstützen. Eine mögliche Einteilung der verschiedenen Kursmodelle geschieht anhand der zeitlichen Komponente – so gibt es Vorkurse, die auch wirklich vor Semesterbeginn stattfinden, und auch jene, die das erste Semester begleiten. Neben anderen Vor- und Nachteilen bieten diese den Studierenden meistens die Möglichkeit auch während des ersten Semesters noch einzusteigen, wenn erst dann die fachlichen Lücken offenbar werden.

Exemplarisch für die vielen verschiedenen Kursmodelle, die es gibt, wurden der „Mathematik Sommerkurs“ an der KU Leuven (Belgien) und die „Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs“ an der Universität Wien beobachtet und fachdidaktisch analysiert. Die beiden untersuchten Kurse unterscheiden sich hinsichtlich der Frage, wann sie stattfinden. Während – wie es der Name

vermuten lässt – der belgische Kurs im September vor Semesterstart stattfindet, begleiten die Workshops das erste Semester kontinuierlich. Ähnlich sind die untersuchten Kurse sich, was die erforderte Anwesenheit der Studierenden betrifft, es handelt sich also in beiden Fällen um Präsenzkurse, wobei bei keinem der Kurse die Anwesenheit überprüft wurde. Präsenzkurse haben eher als E-Learning-Kurse oder Mischformen daraus – sogenannte Blended-Learning-Kurse – zusätzlich den Vorteil, dass wie nebenbei auch die eingangs erwähnten Schwierigkeiten mit der neuen Lernumgebung und jene in sozialer Hinsicht kleiner werden.

Als wesentliche Unterscheidungsmerkmale der in dieser Arbeit untersuchten Kurse wurden durch die Analyse schließlich einerseits der inhaltliche und methodische Aufbau der Kurseinheiten und andererseits auch die Art und der Umfang der zur Verfügung gestellten Unterlagen identifiziert. So war der Anteil der Zeit, der der eigenständigen Arbeit an Aufgaben gewidmet war, an der KU Leuven wesentlich höher als in Wien und auch die zur Verfügung gestellten Unterlagen legten anderen didaktischen Umgang nahe.

Ausgehend von diesen Erkenntnissen schließt die vorliegende Arbeit mit einem Vorschlag, wie der Bereich der Schulanalysis, konkret jener der Differentialrechnung, in einem mathematischen Vorbereitungskurs behandelt werden könnte, wobei ganz konkret auf das im Wintersemester 2015 an der Universität Wien beobachtete Szenario der das erste Semester begleitenden Kurseinheiten mit der jeweiligen Dauer von 90 Minuten eingegangen wird. Es wurden dazu eine konkrete Verlaufsplanung der vorgeschlagenen Einheit sowie auch umfangreichere, mit vielen Grafiken und Aufgaben versehene Kursunterlagen entwickelt, die hohes Individualisierungspotenzial bieten und gleichzeitig versuchen, den Übergang, der nicht nur in Sprache und Notation, sondern auch weg vom reinen Problemlöseansatz in der Schule, erfolgen muss, zu unterstützen.

2. English abstract

Regarding the different problems and challenges one has to overcome when studying mathematics, one of the first and maybe most unexpected is the transition between high school and university. This has different reasons, varying from a lack of knowledge in basic algebra to a big discrepancy between high school and university regarding the definition of school-mathematics.

To support first-year students in coping with this mathematical challenge, universities have started to offer preparational courses. As examples for the wide range of existing courses, two are being described and didactically analysed in this thesis, the “summer course” of the KU Leuven (Belgium) and the “workshops for the recapitulation of school-mathematics” of the University of Vienna. The most obvious difference were the didactical and methodical approaches, mainly regarding the question, how much work students should do for themselves during the courses and how much time is dedicated to explanations and presentations by the lecturers. Influenced by the varying approaches also the provided course documents showed a lot of differences and suggested a different use in class.

Based on the results of the didactical analysis, a course unit on differential calculus was developed. The proposed approach dedicates nearly half of the course time to the solution of tasks which should help evolve the understanding of the basic ideas of differential calculus. Additionally, extensive course materials were developed, which are to be found in the end of the thesis and should support the students in working individually on coping with their own lacks of knowledge.

3. Fragebögen

KU Leuven – Vor dem Kurs

Zomercursus Wiskunde

Pagina 1

Deze bevraging is anoniem. Je antwoorden op deze vragenlijst worden gebruikt in een wetenschappelijke studie naar de zomercursus wiskunde.

Welke bacheloropleiding ga je beginnen?

- ☐ Wiskunde ☐ Fysica ☐ Twin-bachelor wiskunde en fysica

Was je eerder al ingeschreven aan de universiteit?

- ☐ Ja ☐ Nee

Hoeveel uren (per week) wiskunde volgde je in de laatste graad van het secundair onderwijs?

Waarom heb je voor wiskunde/fysica gekozen?

(meer dan 1 antwoord mogelijk)

- ☐ Ik was er op school altijd goed in
- ☐ Ik vind het heel leuk om bewijzen op te stellen
- ☐ Ik los heel graag problemen op
- ☐ Ik had een heel goede en motiverende wiskundeleerkracht/fysicaleerkracht op school
- ☐ Ik vind het heel leuk om problemen wiskundig te modelleren
- ☐ Ik kan getallen goed memoriseren
- ☐ Ik heb gehoord dat er vele vacatures voor wiskundigen/fysici zijn
- ☐ Mijn moeder/mijn vader is ook wiskundige/fysicus
- ☐ Iemand heeft me het aangeraden
- ☐ Ik wist niet wat ik anders zou moeten studeren
- ☐ Ik kan goed rekenen
- ☐ Andere:

Welke actie associëer je het meest met wiskunde?

(Slechts 1 antwoord mogelijk)

- ☐ Rekenen met getallen ☐ Modelleren ☐ Vormen meetkundig construeren
- ☐ Bewijzen ☐ Vergelijkingen oplossen ☐ Oppervlakte, omtrek, inhoud enz. berekenen
- ☐ Problemen oplossen ☐ Statistische gegevens onderzoeken ☐ Functies analyseren
- ☐ Andere:

Waarom volg je deze zomercursus?

(meer dan 1 antwoord mogelijk)

- ☐ Omwille van de score die ik heb behaald op de ijkintoets ☐ Het werd mij aangeraden op een infodag
- ☐ Een bekende (leerkracht, familielid, vriend) heeft mij dit aangeraden ☐ Ik was zelf op zoek gegaan naar mogelijkheden om mijn voorkennis op te frissen
- ☐ Andere:

Wat verwacht je van deze cursus?

Duid bij elke stelling aan, hoe veel je dat verwacht. (0 = helemaal niet, 5 = helemaal wel)

	0	1	2	3	4	5
De campus leren kennen	☐	☐	☐	☐	☐	☐
De leerstof van school herhalen	☐	☐	☐	☐	☐	☐
De leerstof van school verdiepen en abstraheren	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Een voorsprong tegenover niet-deelnemers bereiken	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Inhoud bijleren die een voorwaarde voor de lessen in het eerste semester is	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Inhoud bijleren die niet aan bod kwam op school	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Inzicht krijgen in de eisen van de studie	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Inzicht krijgen in de werkwijze van de universiteit	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Mijn toekomstige medestudenten leren kennen	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Mijn toekomstige monitoren en assistenten leren kennen	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Nieuwe aspecten van wiskunde leren	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Nieuwe leerstrategieën en -trucs leren	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Nieuwe wiskundige methoden leren	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Tips voor de studieplanning krijgen	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Andere: 	☐	☐	☐	☐	☐	☐

↓ +1

Ken je al iemand van de deelnemers?

☐ Nee, nog niet
 ☐ Ja, één iemand
 ☐ Ja, twee of meer deelnemers

Hieronder staat een lijstje van de verschillende modules die je zult krijgen.

- 1 Logica, verzamelingenleer, functies en bewijstechnieken
- 2 Lineaire algebra
- 3 Grafieken van functies en krommen
- 4 Rekenregels voor afgeleiden
- 5 Minimum-maximum problemen
- 6 Complexe getallen

- 7 Ongelijkheden en absolute waarden
- 8 Goniometrie
- 9 Rechten en vlakken
- 10 Integratietechnieken
- 11 Integralen aan het werk
- 12 Geïntegreerde oefeningen

Geef de top 3 modules waarvan je verwacht dat je het meest zal bijleren!

Van welke drie modules verwacht je dat ze het gemakkelijkst - misschien zelfs overbodig - zullen zijn?

KU Leuven – Nach dem Kurs

Zomercursus Wiskunde - Deel 2

Pagina 1

Deze bevraging is anoniem. Je antwoorden op deze vragenlijst worden gebruikt in een wetenschappelijke studie naar de zomercursus wiskunde.

Achteraf – aan welke van je verwachtingen voldeed de zomercursus?

Duid bij elke stelling aan, hoe veel de cursus eraan voldeed, (0 = helemaal niet, 5 = helemaal wel)

	0	1	2	3	4	5
De campus leren kennen	☐	☐	☐	☐	☐	☐
De leerstof van school herhalen	☐	☐	☐	☐	☐	☐
De leerstof van school verdiepen en abstraheren	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Een voorsprong tegenover niet-deelnemers bereiken	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Inhoud bijleren die een voorwaarde voor de lessen in het eerste semester is	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Inhoud bijleren die niet aan bod kwam op school	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Inzicht krijgen in de eisen van de studie	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Inzicht krijgen in de werkwijze van de universiteit	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Mijn toekomstige medestudenten leren kennen	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Mijn toekomstige monitoren en assistenten leren kennen	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Nieuwe aspecten van wiskunde leren	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Nieuwe leerstrategieën en -trucs leren	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Nieuwe wiskundige methoden leren	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Tips voor de studieplanning krijgen	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Andere: 	☐	☐	☐	☐	☐	☐

↓ +1

Achteraf – welke actie associëer je nu het meest met wiskunde?

(Slechts 1 antwoord mogelijk)

☐ Rekenen met getallen	☐ Modelleren	☐ Vormen meetkundig construeren
☐ Bewijzen	☐ Vergelijkingen oplossen	☐ Oppervlakte, omtrek, inhoud enz. berekenen
☐ Problemen oplossen	☐ Statistische gegevens onderzoeken	☐ Functies analyseren
☐ Andere:		

Hieronder staan een aantal uitspraken waarmee je al dan niet akkoord kan gaan. Duid voor elk van die uitspraken op een schaal van 0 tot 5 aan in welke mate het je mening vertolkt.

(0 = helemaal niet, 5 = helemaal akkoord)

	0	1	2	3	4	5
Ik had tijdens de les genoeg mogelijkheden om vragen te stellen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Er werd genoeg tijd aan zelfstandig oefenen besteed.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Ik had altijd genoeg tijd om de oefeningen op te lossen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Er kwam te veel theorie aan bod.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Ik wist altijd wat in de oefeningen van mij verwacht wordt.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Ik vond het werken in groepjes nuttig.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Ik had graag meer uitleg over de oplossingen gehad.	☐	☐	☐	☐	☐	☐

De deelname aan een zomercursus zal ook helpen om te bepalen of je studiekeuze juist is en of je wiskundige vaardigheden aan de eisen van de universiteit zullen voldoen.

Hieronder vind je enkele stellingen waar je "meer", "even (veel)" of "minder" kan invullen.

meer even (veel) minder

Ik ben nu	☐	☐	☐	zeker over mijn studiekeuze.
Ik heb nu	☐	☐	☐	vertrouwen in mijn wiskundige vaardigheden.

Er waren momenten waar ik het moeilijk vond om de lessen te volgen.

☐ Ja, vaak.	☐ Ja, één of twee keer.	☐ Nee, helemaal niet.
---------------------------------	---	---

Als ik het moeilijk had om de lessen te kunnen volgen, was dat meestal omwille van...

(Meer dan 1 antwoord mogelijk)

☐ het hoge niveau van het leerstof.
☐ de onbekende notatie die er gebruikt werd.
☐ de snelheid van de presentatie.
☐ de slechte leesbaarheid van de presentatie op bord.
☐ het verschil tussen de voorbeelden gegeven door de lesgever en de voorbeelden in de cursustekst.
☐ de lange tijd die ik moest geconcentreerd blijven.
☐

Ben je van plan met de medestudenten die je deze week hebt leren kennen, verder samen te werken?

☐ Ja	☐ Nee
--------------------------	---------------------------

Universität Wien – Vor dem Kurs

Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffes

Pagina 1

Diese Umfrage ist anonym und wird für eine wissenschaftliche Untersuchung im Rahmen einer Diplomarbeit an der Universität Wien, Fakultät für Mathematik durchgeführt.

Für welches Studium bist du inskribiert?

- ☐ Mathematik Bachelor ☐ Lehramt Mathematik Bachelor ☐ sonstiges

Ist das dein erstes Studium bzw. deine erste Ausbildung auf Hochschulniveau (FH, PH etc.)?

- ☐ Ja ☐ Nein

Wie viele Wochenstunden Mathematik hattest du in deinem letzten Jahr in der Schule?

Warum hast du dich entschieden, Mathematik zu studieren?

(mehrere Antworten möglich)

- ☐ Ich war in der Schule immer gut darin.
- ☐ Ich mache gerne Beweise.
- ☐ Ich löse gerne Probleme.
- ☐ Ich hatte eine/n sehr gute/n und motivierende/n Mathematiklehrer/in/lehrer.
- ☐ Ich finde mathematisches Modellieren von Problemen toll.
- ☐ Ich habe ein gutes Zahlengedächtnis.
- ☐ Ich habe gehört, dass man als Mathematiker/in gute Jobchancen hat.
- ☐ Mein Vater/Meine Mutter ist auch Mathematiker/in.
- ☐ Es wurde mir empfohlen.
- ☐ Ich habe nicht gewusst, was ich sonst studieren soll.
- ☐ Ich kann gut rechnen.
- ☐ Sonstiges:

Welche Tätigkeit verbindest du am ehesten mit Mathematik?

(Nur 1 Antwort möglich)

- ☐ Rechnen mit Zahlen ☐ Modellieren ☐ Geometrisch konstruieren
- ☐ Beweisen ☐ Lösen von Gleichungen ☐ Oberflächen, Umfänge, Flächeninhalte usw. berechnen
- ☐ Probleme lösen ☐ Statistische Daten untersuchen ☐ Funktionen analysieren
- ☐ Sonstiges:

Warum besuchst du diesen Workshop/diese Workshops?

(mehrere Antworten möglich)

- ☐ Wegen meines Ergebnisses beim Online-Selbsttest. ☐ Es wurde mir bei einer Informationsveranstaltung empfohlen.
- ☐ Ein/e Bekannte/r (Lehrer/in, Familienmitglied, Freund/in) hat es mir empfohlen. ☐ Ich habe selbst nach Möglichkeiten gesucht, um meine Vorkenntnisse aufzufrischen.
- ☐ Sonstiges:

Was erwartest du dir von diesen Workshops?

Gib jeweils an, wie sehr du das erwartest. (0 = überhaupt nicht, 5 = sehr)

	0	1	2	3	4	5
Den Schulstoff vertiefen und auf ein abstrakteres Niveau bringen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Den Schulstoff wiederholen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Einen Vorsprung gegenüber Nicht-Teilnehmenden erreichen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Stoff dazu lernen, der in den Lehrveranstaltungen des ersten Semesters vorausgesetzt wird.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Inhalte kennenlernen, die in der Schule nicht unterrichtet wurden.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Meine neuen Studienkolleg/innen besser kennenlernen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Neue Aspekte von Mathematik kennenlernen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Neue Lernstrategien und -tricks lernen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Neue mathematische Methoden kennenlernen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Tipps für die Studienplanung bekommen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Tutor/innen kennenlernen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Sonstiges: 	☐	☐	☐	☐	☐	☐

↓ +1

Kennst du schon jemand von den Teilnehmer/innen?

- ☐ Nein, noch nicht.
 ☐ Ja, eine Person.
 ☐ Ja, zwei oder mehr Personen.

Hier findest du eine Liste aller Workshops, die angeboten werden.

- 1 Primzahlen und Teilbarkeiten
- 2 Gleichungen und Ungleichungen
- 3 Funktionen
- 4 Vektoren
- 5 Komplexe Zahlen
- 6 Gleichungssysteme
- 7 Trigonometrie
- 8 Geraden und Ebenen
- 9 Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung
- 10 Differenzieren
- 11 Kurvendiskussionen
- 12 Extremwertaufgaben
- 13 Integrieren

Von welchen drei Einheiten würdest du am ehesten erwarten, dass du etwas dazulernst?**Planst du, diese Workshops zu besuchen?**

- ☐ Ja
 ☐ Nein

Von welchen drei Einheiten würdest du erwarten, dass sie am einfachsten für dich oder sogar überflüssig sind?**Planst du, diese Workshops trotzdem zu besuchen?**

- ☐ Ja
 ☐ Nein

Universität Wien – Nach dem Kurs

Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffes - Teil 2

Pagina 1

Diese Umfrage ist anonym und wird für eine wissenschaftliche Untersuchung im Rahmen einer Diplomarbeit an der Universität Wien, Fakultät für Mathematik durchgeführt.

Für welches Studium bist du inskribiert?

☐

Mathematik Bachelor

☐

Lehramt Mathematik Bachelor

☐

sonstiges

Welche der Workshops hast du besucht?

☐

Mo, 05.11. Primzahlen und Teilbarkeiten

☐

Mo, 02.11. Geraden und Ebenen

☐

Di, 06.10. Gleichungen und Ungleichungen

☐

Di, 03.11. Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung

☐

Mo, 12.10. Funktionen

☐

Mo, 09.11. Differenzieren

☐

Di, 13.10. Vektoren

☐

Mo, 16.11. Kurvendiskussionen

☐

Mo, 19.10. Komplexe Zahlen

☐

Di, 17.11. Extremwertaufgaben

☐

Di, 20.10. Gleichungssysteme

☐

Di, 24.11. Integrieren

☐

Di, 27.10. Trigonometrie

Bei welchen drei Einheiten hast du am meisten dazugelernt?

Welche drei Einheiten, die du besucht hast, waren für dich am einfachsten?

Im Nachhinein - Welche Erwartungen wurden in den Workshops erfüllt?

Gib jeweils an, wie sehr sie erfüllt wurden. (0 = überhaupt nicht, 5 = sehr)

	0	1	2	3	4	5
Den Schulstoff vertiefen und auf ein abstrakteres Niveau bringen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Den Schulstoff wiederholen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Einen Vorsprung gegenüber Nicht-Teilnehmenden erreichen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Inhalte kennenlernen, die in der Schule nicht unterrichtet wurden.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Meine neuen Studienkolleg/innen besser kennenlernen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Neue Aspekte von Mathematik kennenlernen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Neue Lernstrategien und -tricks lernen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Neue mathematische Methoden kennenlernen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Stoff dazu lernen, der in den Lehrveranstaltungen des ersten Semesters vorausgesetzt wird.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Tipps für die Studienplanung bekommen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Tutor/innen kennenlernen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Sonstiges:	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Hast du auch außerhalb der Workshops mit den Menschen zusammengearbeitet, die du hier kennengelernt hast?

☐ Ja

☐ Nein

Anhang

Du findest hier einige Aussagen über die Workshops. Gib bei jeder Aussage an, wie sehr du ihr zustimmst wobei 0 Ablehnung und 5 volle Zustimmung ist.

	0	1	2	3	4	5
Ich hatte in den Workshops immer genügend Möglichkeiten, um Fragen zum Stoff zu stellen.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Es wurde genügend Zeit für selbstständiges Üben verwendet.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Ich konnte die Lösungen aller Aufgaben eben so schnell nachvollziehen, wie sie an der Tafel präsentiert wurden.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Die Workshops waren zu theoretisch.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Ich hätte lieber mehr Übungen selbst gelöst.	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Es war zu viel Frontalunterricht.	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Es gab Augenblicke, in denen ich es mühsam fand, um dem Stoff in den Workshops noch zu folgen.

- ☐ Ja, öfter. ☐ Ja, ein oder zweimal. ☐ Nein, überhaupt nicht.

Wenn es schwierig war, dem Stoff zu folgen, lag das meistens..

- ☐ ..am hohen Niveau des Stoffes. ☐ ..an der schlechten Lesbarkeit der Dinge an der Tafel.
☐ ..an der unbekannten Notation. ☐ ..am Unterschied zwischen Handout und tatsächlichem Vortrag.
☐ ..an der Geschwindigkeit des Vortrags. ☐ ..an der Uhrzeit, zu der die Workshops stattfanden.
☐

Im Nachhinein - Welche Tätigkeit verbindest du jetzt am ehesten mit Mathematik?

(nur 1 Antwort möglich)

- ☐ Rechnen mit Zahlen
 ☐ Modellieren
 ☐ Geometrisch konstruieren
☐ Beweisen
 ☐ Lösen von Gleichungen
 ☐ Oberflächen, Umfänge, Flächeninhalte usw. berechnen
☐ Probleme lösen
 ☐ Statistische Daten untersuchen
 ☐ Funktionen analysieren
☐ Sonstiges:

Die Workshops sind auch Teil der Orientierung am Beginn des Mathematik-Studiums und sollen helfen, um festzustellen, ob die Studienwahl die richtige war und ob die eigenen mathematischen Fähigkeiten den Ansprüchen der Universität gerecht werden.

Hier findest du nun zwei Sätze, die du bitte so ergänzt, dass sie auf dich bezogen eine wahre Aussage ergeben.

- | | mehr | ebenso | weniger | |
|--------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--|
| Ich bin nun | ☐ | ☐ | ☐ | sicher über meine Studienwahl. |
| Ich habe nun | ☐ | ☐ | ☐ | Vertrauen in meine mathematischen Fähigkeiten. |

Was möchtest du sonst noch zu den Workshops sagen?

(Lob, Verbesserungsvorschläge, Anmerkungen...)

4. Übersicht Kursmodule KU Leuven - Originaltitel

Basismodules A (zelfstudie voor B-programma)

1. Algebraïsch rekenen
2. Het sommatieteken en de faculteit
3. Lineaire Algebra A
4. Limieten en asymptoten van rationale functies
5. Groeimodellen – Exponentiële en logaritmische functies

Basismodules AB (worden zowel in het A- als B-programma behandeld)

6. Goniometrie, vlakke meetkunde en rekenen met vectoren in de fysica
7. Poolcoördinaten
8. Complexe getallen
9. Grafieken van functies en krommen
10. De afgeleide functie: Rekenregels en toepassingen
11. Minimum-maximumproblemen
12. Integratietechnieken: substitutie en partiële integratie
13. Ongelijkheden en absolute waarde
14. Rechten en vlakken

Uitbreiding (worden enkel in het B-programma behandeld)

15. Logica, verzamelingenleer, functies en bewijstechnieken
16. Lineaire Algebra B
17. Integralen aan het werk
18. Geïntegreerde oefeningen

3. Vortragsfolien zum vorgeschlagenen Kursmodul

Modul: Differentialrechnung

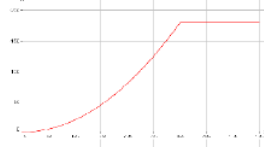
Mathematik-Vorbereitungskurs für Studienanfänger/innen

Modul Differentialrechnung – Inhalte

- Einführung – Von der Sekante zur Tangente, Definition Ableitungsbegriff, Differenzierbarkeit
- Ableitung elementarer Funktionen
- Ableitungsregeln (ohne Beweis)
- **Ableitungsfunktion**

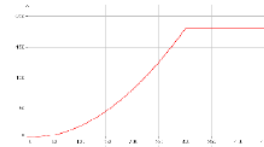
Grundvorstellungen – Aufgabe B)

Der Barringer-Meteoritenkrater in Arizona hat einen Durchmesser von bis zu 1200 Metern und ist bis zu 180 Meter tief. Sein Querschnitt bis zum Kraterrand kann an einer sehr flachen Stelle durch die Funktion $k(x) = 0,002x^2$ für $0 \leq x \leq 300$ beschrieben werden.



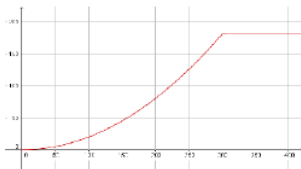
Grundvorstellungen – Aufgabe B)

- Berechnen Sie die durchschnittliche Steigung des Kraters!
- Im Krater befindet sich ein Fahrzeug, das eine Steigung von bis zu 115% bewältigen kann. Kann das Fahrzeug den Kraterrand erreichen und aus dem Krater herausfahren?



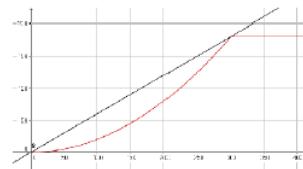
Lösung: Grundvorstellungen – Aufgabe B)

a) Durchschnittliche Steigung:



Lösung: Grundvorstellungen – Aufgabe B)

a) Durchschnittliche Steigung:



Differenzen- und Differentialquotient

Beispiel 1:

Gegeben ist die Polynomfunktion dritten Grades $f(x) = \frac{x^3}{2} - x^2 + 1$.

Bestimmen Sie die mittleren Änderungsraten der Funktion auf den Intervallen $[0; 1,75]$, $[0; 1]$ und $[0; 0,5]$!

Differenzen- und Differentialquotient

Beispiel 1:

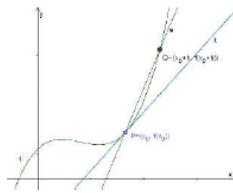
$$[0; 1,75]: \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1,75) - f(0)}{1,75} = \frac{\frac{49}{128} - 1}{1,75} = -\frac{7}{32}$$

$$[0; 1]: \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1) - f(0)}{1} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{1} = -\frac{1}{2}$$

$$[0; 0,5]: \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(0,5) - f(0)}{0,5} = \frac{\frac{13}{16} - 1}{0,5} = -\frac{3}{8}$$

Anhang

Differenzen- und Differentialquotient – Grenzübergang



Differenzen- und Differentialquotient – Definition Ableitung

Sei $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, $I \subseteq \mathbb{R}$, eine auf dem offenen Intervall I differenzierbare Funktion und $x_0 \in I$. Dann legen wir fest, dass

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

die Ableitung der Funktion f in x_0 heißt.

Differenzierbarkeit

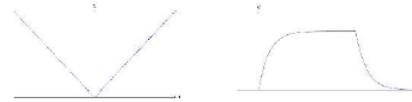
Eine Funktion f heißt differenzierbar an einer Stelle x_0 , falls sie in x_0 eine eindeutig bestimmte Tangente besitzt.

oder

Eine Funktion f heißt differenzierbar in x_0 , falls der Grenzwert $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ existiert.

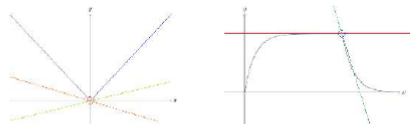
Differenzierbarkeit – Aufgabe 1:

Markieren Sie die Stellen, an denen der Funktion keine eindeutige Tangente zugeordnet werden kann.



Differenzierbarkeit – Aufgabe 1:

Markieren Sie die Stellen, an denen der Funktion keine eindeutige Tangente zugeordnet werden kann.



Ableitungen elementarer Funktionen

Potenzfunktion	
$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
Exponentialfunktion	
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = a^x \cdot \ln(a)$
Logarithmusfunktion	
$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
$f(x) = \log_a(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x \ln(a)}$
Winkelfunktionen	
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$
$f(x) = \tan(x)$	$f'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$

I) Quellen- und Literaturverzeichnis

1. Literaturverzeichnis

ABLEITINGER, Christoph und HERRMANN, Angela (2014): Das Projekt "Mathematik besser verstehen" - Ein Begleitprogramm zu den Vorlesungen Analysis und Lineare Algebra im Studienfach Mathematik LA für GyGeBK. In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P.R. Fischer, R. Hochmuth, W. Koepf, S. Schreiber und T. Wassong (Hrsg.). Mathematische Vor - und Brückenkurse. Konzepte, Probleme und Perspektiven (S. 327 - 342). Wiesbaden: Springer.

ABEL, Heinrich und WEBER, Bruno (2014): 28 Jahre Esslinger Modell - Studienanfänger und Mathematik. In In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P.R. Fischer, R. Hochmuth, W. Koepf, S. Schreiber und T. Wassong (Hrsg.). Mathematische Vor - und Brückenkurse. Konzepte, Probleme und Perspektiven (S. 9 - 19). Wiesbaden: Springer

CHRISTMANN, Norbert (1980): Einführung in die Mathematik-Didaktik. Paderborn, München, Wien, Zürich: Schöningh.

CLARK, Megan und LOVIC, Miroslav (2009): Understanding secondary-tertiary transition in mathematics. In International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 40: 6, S. 755 - 776.

FISCHER, Pascal Rolf (2014): Mathematische Vorkurse im Blended-Learning-Format. Konstruktion, Implementation und wissenschaftliche Evaluation. Wiesbaden: Springer Fachmedien

GREEFRATH, Gilbert, KÄPNICK, Friedhelm und STEIN, Martin (Hrsg.) (2013): Beiträge zum Mathematikunterricht 2013. Münster: WTM-Verlag

GREEFRATH, Gilbert. und KÜRTEN, Ronja (2014): Übergang Schule-Fachhochschule - Konzepte und erste Ergebnisse aus dem Projekt Rechenbrücke. In: J. Roth und J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S. 447 - 450). Münster: WTM-Verlag.

GREEFRATH, Gilbert, HOEVER Georg, KÜRTEN, Ronja und NEUGEBAUER Christoph (2015): Vorkurse und Mathematiktests zu Studienbeginn - Möglichkeiten und Grenzen. In J. Roth, Th. Bauer, H. Koch und S. Prediger (Hrsg.), Übergänge konstruktiv gestalten, Ansätze für eine zielgruppenspezifische Hochschuldidaktik Mathematik (S. 19 - 32)

GREEFRATH, Gilbert, NEUGEBAUER, Christoph, KOEPF, Wolfram und HOEVER, Georg (2014): Studieneingangstests und Studienerfolg. Mögliche Zusammenhänge am Beispiel zweier Hochschulen. In: J. Roth und J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S. 451 - 454). Münster: WTM-Verlag.

GUEUDET, Ghislaine (2008): Investigating the secondary-tertiary transition. In Educ Stud Math 67, S. 237 – 254

HEUSER; Harro (2009): Lehrbuch der Analysis Teil 1. 17. Auflage. Stuttgart: Teubner.

KASTNER, Herbert (1980): Unterrichtsbeobachtung. In Die deutsche Schule; Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, Bildungspolitik und pädagogische Praxis. 4/1980, S. 232 - 235.

KRUMKE, Sven, ROEGNER, Katharina, SCHÜLER, Lothar, SEILER, Ruedi und STENS, Rudolf L. (2012): Der Online-Mathematik-Brückenkurs OMB. Eine Chance zur Lösung der Probleme der Schnittstelle Schule/Hochschule. Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 2012, Vol. 20(2) S. 115-120

LOTZ, Joachim und LAMPE, Bertolt, In: J. Roth und J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2014 (S. 763 - 766). Münster: WTM-Verlag

MERKENS, Hans (1992): Teilnehmende Beobachtung. Analyse von Protokollen teilnehmender Beobachter. In HOFFMEYER-ZLOTNIK, J.H.P., Analyse verbaler Daten. Über den Umgang mit qualitativen Daten. (S. 214 - 247) Opladen: Westdeutscher Verlag.

MEYER Hilbert (2004): Was ist guter Unterricht? 6. Auflage 2009, Berlin: Cornelsen

RACH, Stephanie und HEINZE, Aiso (2013): Welche Studierenden sind im ersten Semester erfolgreich? Zur Rolle von Selbsterklärungen beim Mathematiklernen in der Studieneingangsphase. In Journal für Mathematik Didaktik 34, S. 121 - 147.

REICHERSDORFER, Elisabeth, UFER, Stefan, LINDMEIER, Anke und REISS Kristina (2014). Der Übergang von der Schule zur Universität: Theoretische Fundierung und praktische Umsetzung einer Unterstützungsmaßnahme am Beginn des Mathematikstudiums. In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P.R. Fischer, R. Hochmuth, W. Koepf, S. Schreiber und T. Wassong (Hrsg.). Mathematische Vor - und Brückenkurse. Konzepte, Probleme und Perspektiven (S. 37-53). Wiesbaden: Springer

RICKEN, Judith (2011): Universitäre Lernkultur, Fallstudien aus Deutschland und Schweden. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

RIECK Wolf (1981): Orientierungsveranstaltungen zu Studienbeginn. Eine hochschuldidaktische Analyse. Hamburg: Arbeitsgemeinschaft für Hochschuldidaktik e.V.

ROSENTHAL, Gabriele (2005): Interpretative Sozialforschung. Eine Einführung. Weinheim: Juventa.

ROTH, Jürgen und AMES, Judith (Hrsg.) (2014): Beiträge zum Mathematikunterricht 2014. Münster: WTM-Verlag

ROTH, Jürgen, BAUER, Thomas, KOCH, Herbert und PREDIGER, Susanne (Hrsg.) (2015): Übergänge konstruktiv gestalten, Ansätze für eine zilegruppenspezifische Hochschuldidaktik Mathematik. Wiesbaden: Springer Fachmedien

SCHICHL, Herrmann, SÜSS-STEPANCIK, Evelyn und STEINBAUER, Roland (2014): Einführung in das mathematische Arbeiten. Ein Passage-Point an der Universität Wien. In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P.R. Fischer, R. Hochmuth, W. Koepf, S. Schreiber und T. Wassong (Hrsg.). Mathematische Vor - und Brückenkurse. Konzepte, Probleme und Perspektiven (S. 410 - 423). Wiesbaden: Springer

SCHWARZ, Björn, HERRMANN, Philip, KAISER, Gabriele, RICHTER Birgit und STRUCKMEIER, Jens (2013): Ein Projekt zur Unterstützung angehender Mathematiklehrkräfte in der ersten Phase ihres Studiums - Erste Erfahrungen aus der Begleitung einführender fachmathematischer Lehrveranstaltungen. In

Greefrath G., Käpnick F. und Stein M. (Hrsg) (2013): Beiträge zum Mathematikunterricht 2013. (S. 938 - 941). Münster: WTM-Verlag

TEMPELAAR, Dirk T., RIENTIES, Bart, KAPER, Wolter, GIESBERS, Bas, VAN GASTEL, Leendert, VAN DE VRIE, Evert, VAN DER KOOIJ, Henk und CUYPERS, Hans (2011): Effectiviteit van facultatief aansluitonderwijs wiskunde in de transitie van voortgezet naar hoger onderwijs. [Die Effektivität von freiwilligen mathematischen Brückenkursen im Übergang von höherer Schule zur Hochschule.] In Pedagogische Studien, S. 231 - 248.

2. Online-Quellen

In der Reihenfolge innerhalb der Arbeit:

ZHE Zürich (2016): Studieneingangsphase. Online unter: <https://zhe-zuerich.ch/themen/studieneingangsphase/> (Zugriff am 31.05.2016)

ESCHERT Silke (2015): „White Men Can’t Jump“ and „Girls Can’t Do Math“? Wenn Stereotype Motivation und Leistung bedrohen. Online unter: <http://de.in-mind.org/article/white-men-cant-jump-and-girls-cant-do-math-wenn-stereotype-motivation-und-leistung-bedrohen> (Zugriff am 14.06.2016)

KU Leuven (2016-1): Over ons - Geschiedenis. Online unter: <http://www.kuleuven.be/over-kuleuven/geschiedenis.html> (Zugriff 18.05.2016)

KU Leuven (2016-2): Inschrijvingsaantallen. Online unter: <http://www.kuleuven.be/prodstudinfo/index/50000050.html> (Zugriff 18.05.2016)

KLOOTS, Hanne (2003): Uitspraakonderwijs in het vak Nederlands in Vlaanderen en Nederland op het einde van de twintigste eeuw – Het Vlaamse en het Nederlandse Onderwijssysteem. [Aussprachenunterricht im Fach Niederländisch in Flandern und den Niederlanden am Ende des zwanzigsten Jahrhunderts – Das flämische und das niederländische Schulsystem]. Online

Quellen- und Literaturverzeichnis

unter: http://uahost.uantwerpen.be/apil/apil104/2_Vergelijking.pdf (Zugriff am 18.05.2016)

KU Leuven (2016-3): Onderwijsaanbod – Bachelor in de Wiskunde. Online unter: https://onderwijsaanbod.kuleuven.be/opleidingen/n/SC_51016765.htm (Zugriff am 18.05.2016)

Studentpoint Universität Wien (2016): Curriculum für das Bachelorstudium Mathematik (Version 2014) – Stand Juli 2014. Online unter: https://studentpoint.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/studentpoint_2011/Curriculum/Bachelor/BA_Mathematik_Vers2014.pdf (Zugriff am 20.05.2016)

Universität Wien (2016-1): Studienservice und Lehrwesen – Statistische Daten. Online unter: <https://studien-service-lehrwesen.univie.ac.at/wir-ueber-uns/koordination-studienservices/statistische-daten/> (Zugriff am 20.05.2016)

VVKSO (Vlaams Verbond van het Katholiek Secundair Onderwijs) (2002): Leerplan Secundair Onderwijs. Wiskunde – Tweede Graad ASO. Eerste Leerjaar – Zweede Leerjaar. [Lehrplan Höhere Schulen. Mathematik – 2 Stufe ASO. Erstes und Zweites Lernjahr]. Online unter: <http://ond.vvkso-ict.com/leerplannen/doc/Wiskunde-ASO-2002-047.pdf> (Zugriff am 20.05.2017)

VVKSO (2004): Wiskunde – Leerplan A. Derde Graad ASO. Studierichtingen met component wiskunde. Leerplan Secundair Onderwijs. [Mathematik – Lehrplan A. 3. Stufe ASO. Ausbildungsschwerpunkt Mathematik]. Online unter: <http://ond.vvkso-ict.com/leerplannen/doc/Wiskunde-2004-019.pdf> (Zugriff am 20.05.2017)

BMB (Bundesministerium für Bildung) (2017-1): Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne – allgemeinbildende höhere Schulen, Fassung vom 31.08.2017 Online

unter: <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568&FassungVom=2017-08-31> (Zugriff am 05.09.2017)

BMB (2017-2): Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik. Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen. Online unter: https://www.srdp.at/fileadmin/user_upload/downloads/Begleitmaterial/07_MAT/srdp_ma_konzept_2013-03-11.pdf (Zugriff am 05.09.2017)

KU Leuven (2016-4): Monitaraat Wetenschappen. Online unter: <http://wet.kuleuven.be/monitaraat/> (Zugriff am 26.05.2016)

BLAHA, Michael (2004): Skriptum zur Mathematik. Online unter: <http://www.mathe-online.at/nml/materialien/SkriptumBlaha/> (Zugriff am 16.03.2017)

LEBLHUBER, Gabriele (o.J): Differenzieren 1. Online unter: <http://www.mathe-online.at/mathint/diff1/i.html> (Zugriff am 17.07.2017)

3. Quellen Kursmaterial/Aufgabensammlung

EICHMAIR Michael, RIEGLER Lukas (2017): Kompetenzheft zum Differenzieren I. Online verfügbar unter: <http://mathematikmachtfreunde.univie.ac.at/materialien/> (Zugriff am 01.08.2017)

SCHIPPANI Veronika (2018): „Sekante an Funktion“ – GeoGebra Arbeitsblatt mit Schieberegler. Online verfügbar unter: <https://www.geogebra.org/m/nnSveVFM> (Zugriff zuletzt am 09.01.2018)

TIMISCHL Wolfgang, KAISER Gerald (2011): Ingenieur-Mathematik 3. Wien: Dorner

WEBER Roland (2014): Differentialrechnung Version Vorlesung 2. Online verfügbar unter:

https://wiki.zum.de/wiki/Benutzer:Roland_Weber/Differentialrechnung_Version_Vorlesung_2 (Zugriff am 02.08.2017)

4. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 7: Beispielseite aus den Kursunterlagen an der KU Leuven (Modul 10, Seite 2). Verwendet im „Zomercursus Wiskunde“ im September 2015. Autor/in unbekannt.

Abbildung 8: Beispielseite eines Handouts an der Universität Wien. Verwendet in den „Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs“ am 09.11.2015. Autor/in unbekannt.

Alle weiteren Abbildungen wurden von der Autorin selbst mit Hilfe von Microsoft Excel, TexStudio bzw. GeoGebra erstellt.

Sollte dennoch eine Urheberrechtsverletzung bekannt werden, wird um Meldung bei der Autorin ersucht.