



universität
wien

DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„Mathematische Modellierungsprojekte in Österreich und
Deutschland: Konzepte, Beispiele und fachdidaktische
Analysen“

verfasst von / submitted by

David Wimmer

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of
Magister der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2017 / Vienna, 2017

Studienkennzahl lt. Studienblatt /
degree programme code as it appears on
the student record sheet:

A 190 406 412

Studienrichtung lt. Studienblatt /
degree programme as it appears on
the student record sheet:

Lehramtsstudium UF Physik UF Mathematik

Betreut von / Supervisor:

Univ.-Prof. Mag. Dr. Johann Humenberger

Mitbetreut von / Co-Supervisor:

-

Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle bei allen Personen bedanken, die mich unterstützt haben und ohne die diese Arbeit nicht zustande gekommen wäre.

Als erstes möchte ich meiner Freundin *Claudia Moser* danken, die mir immer zur Seite gestanden ist und mich immer wieder aufs Neue motiviert hat.

Außerdem möchte ich meiner Familie danken, die mir beim Schreiben der Arbeit zur Seite gestanden hat und mir dieses Studium überhaupt erst ermöglicht hat. Mein spezieller Dank gilt hier meiner Mutter *Roswitha Wimmer*, die mir geholfen hat diese Arbeit zu korrigieren.

Vielen Dank auch an meinen Freund und Studienkollegen *Christian Jäger* für die fachliche Unterstützung und die sportliche Ablenkung während der letzten Monate.

Weiters möchte ich mich bei meinem Betreuer Prof. *Johann Humenberger* bedanken, der für mich den Kontakt zu den Veranstaltern der Modellierungswochen hergestellt hat und mir viele Tipps und Verbesserungsvorschläge gegeben hat.

Ich möchte mich auch bei Herrn *Pimann* und Frau *Kendi* bedanken, die sich die Zeit genommen haben, um mir von ihren Modellierungsveranstaltungen zu erzählen.

Darüber hinaus gilt mein besonderer Dank Herrn *Frühmann*, der sich nicht nur die Zeit genommen hat mit mir ein Interview zu führen, sondern mir darüber hinaus auch die Möglichkeit gegeben hat, bei der Modellierungswoche der Uni Graz die SchülerInnen zu befragen.

Ein herzlicher Dank gilt auch dem gesamten Team der TU-Kaiserslautern, insbesondere Herrn *Capraro*, für die Möglichkeit an der Felix-Klein-Modellierungswoche teilzunehmen und für die tolle Zeit in Oberwesel.

Vorwort

Schon während meiner Schulzeit war ich fasziniert von Mathematik und konnte daher nie begreifen, warum so viele meiner Klassenkameraden dieses Unterrichtsfach nicht mochten. Im Laufe meines Studiums habe ich begonnen, unter einem anderen Blickwinkel auf meine Schulzeit zurückzublicken und festgestellt, dass wir im Mathematikunterricht zwar sehr viel gelernt haben, aber fast nichts darüber gehört haben, wo Mathematik im Alltag überall zu finden ist.

Weil ich eine HTL besucht habe, war für mich die Anwendung meist sehr klar. Ich kann mir aber vorstellen, dass viele AHS Schüler nur wenig Bezug zu angewandter Mathematik haben und daher einige davon das Fach für sinnlos halten und sich fragen, wozu sie das alles lernen müssen.

Im Laufe meines Studiums habe ich ein Seminar bei Professor Humenberger besucht, in dem es um mathematisches Modellieren ging. Darunter versteht man grob gesprochen die Bearbeitung von realitätsnahen Aufgaben mit Hilfe von Mathematik. Im Laufe des Seminars haben wir StudentInnen auch einen Nachmittag damit verbracht, mit SchülerInnen Modellierungsaufgaben zu bearbeiten. Ich war begeistert davon, wie viel Spaß die SchülerInnen an dieser Form des Mathematikunterrichts hatten, und habe mich infolge dessen gefragt, warum solche Modellierungsaufgaben nicht Teil eines jeden Mathematikunterrichts sind?

Um der Frage genauer nachzugehen habe ich beschlossen, meine Diplomarbeit über dieses Thema zu schreiben. In Folge meiner Beschäftigung mit dem Thema habe ich erkannt, dass das Gebiet viel zu groß ist, um alles in einer Arbeit zu behandeln. Ich werde mich daher in dieser Arbeit auf mathematische Modellierungsprojekte konzentrieren. Unter einem mathematischen Modellierungsprojekt verstehe ich eine Modellierungsaufgabe, deren Bearbeitung längere Zeit in Anspruch nimmt. Dazu aber später mehr.

Zuerst werde ich einen Überblick darüber geben, was man genau unter mathematischem Modellieren versteht und wie man SchülerInnen Modellierungskompetenz vermitteln kann. Dann werde ich mich mit der Frage beschäftigen, warum mathematisches Modellieren im Unterricht vorkommen sollte. Anschließend werde ich verschiedene mathematische Modellierungsprojekte vorstellen und auch eine genaue Analyse eines Modellierungsprojekts durchführen,

das ich selbst in der Praxis erprobt habe. Zum Schluss werde ich noch empirische Daten über Modellierungsprojekte und deren Umsetzung im Rahmen von Modellierungswochen präsentieren.

Im Rahmen meiner Arbeit habe ich viel über mathematische Modellierung gelernt und freue mich schon darauf, meinen SchülerInnen einmal einen möglichst anwendungsorientierten Unterricht bieten zu können.

Vor allem möchte ich aber auch anderen Lehrkräften vermitteln, wie man mathematisches Modellieren im Unterricht umsetzen kann, und sie dazu motivieren dies auch zu tun.

Abstract

Even during my school days, I was fascinated by mathematics and, therefore, could never understand why so many of my classmates did not like this subject. In the course of my studies, I began to look back at my school days from a different angle and found that we have learned a lot in mathematics, but have not heard anything about mathematics in everyday life.

For me the application was mostly very clear, because I visited a technical school. But I can imagine that many AHS students have little reference to applied mathematics and, therefore, some of them consider the subject to be meaningless and ask themselves why they have to learn all this.

In the course of my studies I attended a seminar taught by Professor Humenberger, which was about mathematical modeling. This is roughly understood as the processing of realistic tasks with the aid of mathematics. During the seminar, we (the college students) spent an afternoon studying modeling tasks with students. I was excited by how much fun the students had in this form of mathematics teaching and I was wondering why such modeling tasks are not part of any mathematics teaching?

In order to examine the question more closely, I decided to write my diploma thesis on this subject. In consequence of my concern with the subject, I have realized that the area is too large to handle everything in one work. In this thesis, I shall concentrate on mathematical modeling projects. Under a mathematical modeling project, I understand a modeling task that takes a long time to complete.

First, I will give an overview of what one understands by mathematical modeling and how to teach students modeling skills. Then I will deal with the question of why mathematical modeling should occur in the classroom. Subsequently, I will present various mathematical modeling projects and will also carry out an exact analysis of a modeling project which I have tested in practice. Finally, I will present empirical data on modeling projects and their implementation within modeling weeks.

As part of my work, I have learned a lot about mathematical modeling and I am looking forward to offering my students the best possible application-oriented teaching.

Above all, I would also like to teach other teachers how to implement mathematical modeling in teaching and motivate them to do so.

Inhaltsverzeichnis

DANKSAGUNG.....	III
VORWORT	IV
ABSTRACT.....	VI
1 WAS VERSTEHT MAN UNTER MATHEMATISCHEM MODELLIEREN?	1
1.1 Modellierungskreisläufe	3
1.1.1 Modellierungskreislauf nach Ortlieb.....	4
1.1.2 Modellierungskreislauf nach BLUM	8
1.1.3 Eignungen der verschiedenen Modelle.....	12
1.2 Modellierungsaufgaben	14
1.2.1 Offenheit	15
1.2.2 Realitätsbezug	16
1.2.3 Unterschied zu eingekleideten Aufgaben	18
1.3 Zusammenfassung.....	20
2 MODELLIEREN LEHREN BZW. LERNEN	21
2.1 Schwierigkeiten beim Modellieren.....	21
2.2 Wie kann man als Lehrperson Modellieren lehren?	25
2.2.1 Bearbeitungsstrategien für SchülerInnen	25
2.2.2 Bearbeitung von Teilschritten	27
2.2.3 Lehrerverhalten beim Modellieren	33
2.2.4 Wie plant man Modellierungsunterricht?.....	41
2.3 Zusammenfassung.....	43
3 GRÜNDE FÜR DEN EINSATZ IM UNTERRICHT	44
3.1 Gesetzliche Vorgaben zum Modellieren	44
3.1.1 Deutschland.....	44
3.1.2 Österreich.....	48
3.2 Positive Effekte des Modellierens für das Individuum	51
4 BEISPIELE FÜR MODELLIERUNGSPROJEKTE	53
4.1 Seehundpopulation in Gefahr	53
4.1.1 Angabe	53
4.1.2 Möglicher Lösungsweg.....	54
4.1.3 Fazit zur Aufgabe	58
4.2 Der Krieg der Eichhörnchen.....	60
4.2.1 Angabe	60
4.2.2 Möglicher Lösungsweg.....	62
4.3 Der Müll muss schleunigst weg!.....	62
4.3.1 Angabe	62
4.3.2 Möglicher Lösungsweg.....	63
4.3.3 Fazit zur Aufgabe	68
4.4 Durchheizen oder morgens aufheizen?	69
4.4.1 Angabe	69

4.4.2	Möglicher Lösungsweg.....	69
4.4.3	Fazit zur Aufgabe.....	72
4.5	Sichere „Freunde“ beim Klettern	72
4.5.1	Angabe:	72
4.5.2	Möglicher Lösungsweg.....	73
4.5.3	Fazit zur Aufgabe.....	79
4.6	Zusammenfassung.....	80
5	EMPIRISCHE UNTERSUCHUNG.....	81
5.1	Ausführliche Analyse eines Modellierungsprojektes	81
5.1.1	Projekttagebuch	81
5.1.2	Fazit zur Schülerlösung.....	88
5.2	Einige Modellierungswochen im Überblick.....	89
5.2.1	„Felix-Klein-Modellierungswoche“ der TU Kaiserslautern	89
5.2.2	„Woche der Modellierung mit Mathematik“ der Universität Graz.....	92
5.2.3	„Projektwoche Angewandte Mathematik“ der Universität Linz.....	94
5.2.4	„Modellierungstage“ am BG/BRG Villach St. Martin	96
5.2.5	Modellierungstage an der eigenen Schule.....	97
5.3	Befragung der SchülerInnen	98
5.3.1	Ergebnisse der Befragung	102
6	ABSCHLUSSBEMERKUNG	114
	LITERATURVERZEICHNIS	115
	ABBILDUNGSVERZEICHNIS.....	118
	TABELLENVERZEICHNIS:	121
A.	ANHANG.....	A-1
(1)	Schülerbericht zur Aufgabe: Sichere „Freunde“ beim Klettern.....	A-1
(2)	Transkripte.....	A-10
a)	Interview mit Patrick Capraro (Modellierungswoche Kaiserslautern)	A-10
b)	Interview mit Patrick Frühmann (Modellierungswoche Graz)	A-15
c)	Interview mit Paul Pimann (Modellierungswoche Linz).....	A-22
d)	Interview mit Britta Kendi (Modellierungstage BG/BRG Villach St. Martin)	A-29

1 Was versteht man unter *mathematischem Modellieren*?

Man findet in der Literatur keine einheitliche Definition, was unter *mathematischem Modellieren* zu verstehen ist. Dies formuliert zum Beispiel Böhm sehr treffend. Er sagt, dass es ein großes Problem ist, den Begriff *mathematisches Modellieren* zu definieren, da eine „große Breite verschiedener Interpretationen des Begriffs“ (Böhm, 2013, S. 34) vorliegt.

Daher möchte ich kurz einige Ansichten vergleichen und dann die Gemeinsamkeiten aufzeigen, um für diese Arbeit zu klären, was unter *mathematischem Modellieren* verstanden wird. Laut Leiss und Tropper meint *mathematisches Modellieren* im Grunde nichts anderes, als „die Bearbeitung realitätsbezogener Problemstellungen mithilfe mathematischer Mittel“ (Leiss & Tropper, 2014, S. 23). Eine andere Formulierung von Blum lautet wie folgt: „*Mathematisches Modellieren*“ soll das Übersetzen zwischen Realität und Mathematik bezeichnen“. (Blum, 2007, S. 3) Als Gemeinsamkeit kann man herauslesen, dass in beiden Zitaten *mathematisches Modellieren* in Zusammenhang mit der Realität gebracht wird. Laut Pollak ist hier unter Realität der „Rest der Welt“ außerhalb der Mathematik zu verstehen (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 11). Mathematisches Modellieren verlangt also immer eine Aufgabe mit Realitätsbezug. Wie viel Realitätsbezug notwendig ist, um von Modellieren sprechen zu können, wird später behandelt.

Es gibt auch Werke, die den Begriff viel weiter fassen, zum Beispiel (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 11 f.). Hier wird *mathematisches Modellieren* als ein Teilgebiet angewandter Mathematik beschrieben. Genauer wird auf Pollak verwiesen, der folgende vier Teilbereiche angewandter Mathematik unterscheidet:

- *Klassische Angewandte Mathematik (i. W. physikalische Anwendungen der Analysis)*
- *Anwendbare Mathematik (unter anderem Statistik, Lineare Algebra, Informatik, Analysis)*
- *Vereinfachtes Modellieren (einmaliges Durchlaufen eines Modellierungskreislaufs)*

- *Modellieren (mehrmaliges Durchlaufen eines Modellierungskreislaufs)*

(Pollak, 1977)

Die ersten beiden Teilbereiche legen den Fokus auf den mathematischen Inhalt. Die letzten beiden Teilbereiche hingegen legen den Fokus auf den Bearbeitungsprozess (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 11 f.).

Hier lässt sich wieder eine Gemeinsamkeit mit der ersten Definition finden. Es geht beim *mathematischen Modellieren* vorwiegend um den Prozess der Bearbeitung und nicht nur um die mathematischen Mittel, die dazu nötig sind. Der Bearbeitungsprozess wird von Böhm noch genauer beschrieben. Er behauptet, dass „*die Bewältigung von Modellierungsanforderungen in der Regel eine mehrschrittige Bearbeitung verlangt, die häufig anhand von Modellierungskreisläufen als idealisierte Darstellungen beschrieben werden*“ (Böhm, 2013, S. 34).

Zusammenfassend kann man *mathematisches Modellieren* durch folgende Eigenschaften charakterisieren:

- Der Fokus liegt auf dem Prozess der Bearbeitung.
- Es ist ein Realitätsbezug vorhanden.
- Eine mehrschrittige Bearbeitung ist nötig (Modellierungskreislauf).

Die mehrschrittige Bearbeitung kann in speziellen Fällen auch entfallen. Zum Beispiel, wenn man explizit bestimmte Teilbereiche im Bearbeitungsprozess üben möchte. Haben wir es im Folgenden mit einer mathematischen Tätigkeit zu tun, die die genannten Anforderungen erfüllt, so sprechen wir von *mathematischem Modellieren*.

Wie (Pollak, 1977) & (Böhm, 2013) erwähnt haben, kann man den Modellierungsprozess als Kreislauf darstellen. Dies wollen wir uns nun im nächsten Kapitel genauer ansehen.

1.1 Modellierungskreisläufe

Ein Modellierungskreislauf beschreibt den Bearbeitungsprozess einer Modellierungsaufgabe in mehreren Stationen. Es ist wichtig zu erwähnen, dass ein solcher Modellierungskreislauf nur eine Idealisierung ist und es bei der Bearbeitung einer Aufgabe zu Abweichungen kommen kann. Es stellt sich daher die Frage, wozu man sich dann überhaupt mit Modellierungskreisläufen beschäftigt?

Zum einen können Modellierungskreisläufe dem Lernenden bei der Bearbeitung einer Aufgabe helfen, aber auch Lehrpersonen können ihre Schüler besser unterstützen, wenn sie eine Vorstellung davon haben, wie ein Modellierungsprozess ablaufen kann. Laut (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 14) dienen Modellierungskreisläufe darüber hinaus zur Strukturierung und als Grundlage für empirische Forschung.

Es gibt verschiedene Ansätze, wie ein Modellierungskreislauf aussehen kann. Manche Autoren unterteilen den Kreislauf in sehr viele Stationen, Andere begnügen sich mit weniger. Was alle Modellierungskreisläufe gemeinsam haben, ist eine Unterscheidung von realer Welt und mathematischer Welt. Um ein reales Problem zu lösen, muss dieses zunächst mathematisiert werden und nach dem Lösen des mathematischen Modells muss die Lösung wieder interpretiert werden. Wie genau diese Schritte beschrieben werden, hängt vom Modellierungskreislauf ab. Ich möchte jetzt auf zwei ausgewählte Modellierungskreisläufe eingehen, da diese meiner Meinung nach die Fülle an verschiedenen Modellen sehr gut repräsentieren.

1.1.1 Modellierungskreislauf nach Ortlieb

Einer der einfachsten Modellierungskreisläufe stammt von (Ortlieb, 2004).

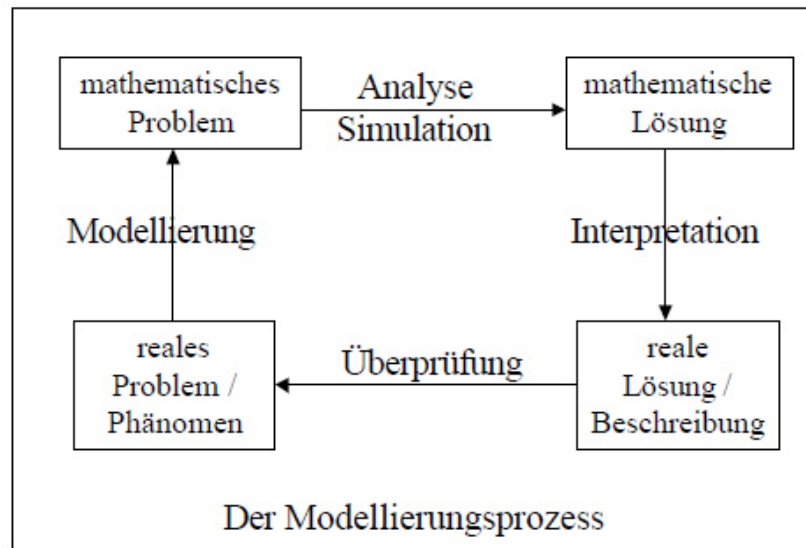


Abbildung 1: Vierstufiger Modellierungskreislauf (Ortlieb, 2004)

Ortlieb unterscheidet vier Stationen bei der Bearbeitung einer Modellierungsaufgabe. Ausgegangen wird von einer Problemstellung in der Realität, welche die Aufgabe darstellt. Dieses **reale Problem** wird durch Modellierung in ein **mathematisches Problem** umgewandelt, das dann mit Hilfe mathematischer Mittel gelöst wird. Man erhält eine **mathematische Lösung**, die nun aber noch interpretiert werden muss, um zu einer **realen Lösung** zu kommen. Im letzten Schritt wird noch überprüft, ob diese Lösung das Problem zufriedenstellend löst (Ortlieb, 2004).

Ortlieb warnt davor, diesen Modellierungskreislauf als eine Art Algorithmus zu sehen, der nur angewendet werden muss und geradewegs zu einem Ergebnis führt. Vielmehr handelt es sich um eine Beschreibung, wie bei der Lösung einer Modellierungsaufgabe vorgegangen werden kann, aber die einzelnen Schritte können sehr unterschiedlich ausfallen und somit können auch die Ergebnisse einer Modellierungsaufgabe variieren.

Um den Modellierungskreislauf genauer zu verstehen, betrachten wir folgende Aufgabe: vgl. (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 14 f.)

Das Luftvolumen folgenden Heißluftballons soll berechnet werden.



Abbildung 2: Heißluftballon beim Start (Staufenberg-Adler Flug-Sport-Gruppe, 2017)

1. Modellieren

Das reale Problem ist in diesem Fall das Volumen im Inneren des Ballons zu ermitteln. Da in der Angabe keinerlei Informationen gegeben sind und das Problem zunächst noch viel zu komplex ist, müssen wir Idealisierungen vornehmen, um das Problem bewältigen zu können.

Zum Beispiel können wir annehmen, dass der Ballon aus einem halbkugelförmigen Oberteil und einem Unterteil in Form eines Kegelstumpfes besteht. Außerdem vernachlässigen wir die Dicke der Außenhaut und setzen die Innenmaße gleich den Außenmaßen.

Da wir auch nichts über die Dimensionen des Ballons wissen, müssen wir diese schätzen. Das können wir etwa durch das Vergleichen mit näherungsweise bekannten Größen auf dem Bild, wie zum Beispiel der Länge des Autos oder der Größe der Personen, machen.



Abbildung 3: Ermittlung der Abmaße des Ballons durch Vergleichen mit bekannten Längen

Da wir nicht wissen, um welches Auto es sich handelt, können wir die Länge nicht genau angeben. Es wird also die Länge mit vier Meter geschätzt. Es ergibt sich jedoch ein Problem dadurch, dass der Ballon weiter weg ist als das Auto. Würden wir also die Maße des Ballons in Beziehung zum Auto setzen, würden wir einen mehr oder weniger großen Fehler machen. Besser ist es die Größe der Personen im Korb als Referenz zu verwenden. Diese Größe wird mit 1,8 m angenommen.

Durch Vergleichen der Strichlängen erhalten wir folgende Abmessungen des Ballons:

- Durchmesser oben: 23,5 m
- Durchmesser unten: 5 m
- Höhe des Kegelstumpfes: 14,5 m

Das Resultat daraus ist folgendes mathematisches Modell des idealisierten Ballons.

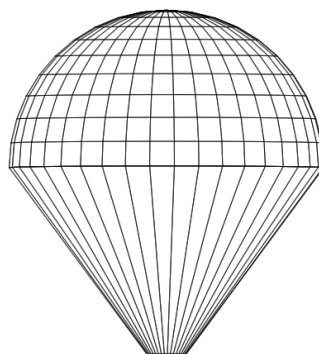


Abbildung 4: idealisiertes Modell eines Heißluftballons

All diese Schritte zum mathematischen Modell werden in dem Modellierungskreislauf von (Ortlieb, 2004) als Modellieren zusammen gefasst. Es ist klar, dass hier nicht jeder auf das gleiche mathematische Modell kommen wird und somit auch verschiedene Lösungen entstehen können.

2. Analyse/Simulation

In diesem Modell können wir nun mathematisch weiterarbeiten, indem wir die bekannten Formeln für Volumina von Kugel und Kegel anwenden und erhalten damit eine mathematische Lösung.

$$\begin{aligned}V_{Halbkugel} &= \frac{1}{12} \cdot \pi \cdot d^3 = \frac{1}{12} \cdot \pi \cdot 23,65^3 \approx 3460 \text{ m}^3 \\V_{Kegelstumpf} &= h \cdot \frac{\pi}{12} \cdot (D^2 + Dd + d^2) \\&= 14,5 \cdot \frac{\pi}{12} \cdot (23,65^2 + 23,65 \cdot 5,1 + 5,1^2) \approx 2680 \text{ m}^3 \\&\Rightarrow V_{gesamt} \approx 3460 \text{ m}^3 + 2680 \text{ m}^3 \approx \mathbf{6140 \text{ m}^3}\end{aligned}$$

3. Interpretation

Diese Lösung muss nun als reale Lösung, interpretiert werden. In diesem Fall ist das trivial, denn das berechnete Volumen kann einfach dem Volumen der Luft im Ballon gleichgesetzt werden.

4. Überprüfung

Der letzte Schritt im Modellierungskreislauf von Ortlieb ist die Überprüfung des Ergebnisses. Das heißt, man überprüft, ob das Ergebnis realistisch ist. Dies kann zum Beispiel durch eine Recherche geschehen. In (Wikipedia, 2017) findet man eine grobe Angabe des Volumens eines Heißluftballons mit 3.000 bis 10.000 Kubikmeter. Das Ergebnis ist also durchaus realistisch. Würde die Überprüfung ergeben, dass das Ergebnis nicht realistisch ist, müsste man die Annahmen nochmals überprüfen und den Kreislauf erneut durchlaufen.

Bei komplexeren Aufgaben ist es meist der Fall, dass man das Ergebnis öfter „nachbessern“ muss. Das erklärt auch die Unterscheidung von (Pollak, 1977) in „Vereinfachtes Modellieren (einmaliges Durchlaufen eines Modellierungskreislaufs) und Modellieren (mehrmaliges Durchlaufen eines Modellierungskreislaufs)“, (vgl. mit oben).

Es sei jedoch noch einmal darauf hingewiesen, dass eine Modellierungsaufgabe wie diese keine eindeutige „richtige“ Lösung hat. In folgendem Zitat kommt das auf den Punkt:

„Beim Bearbeiten von realitätsbezogenen Aufgaben ist es möglich, mehrere Lösungen zu einer Aufgabe zu erstellen, indem man Annahmen variiert und / oder verschiedene mathematische Lösungswege wählt“ (Kaiser, 2015, S. 25).

Im obigen Beispiel sollte dieser Sachverhalt hinreichend klar geworden sein.

1.1.2 Modellierungskreislauf nach BLUM

Ein anderer Modellierungskreislauf wurde „von Blum und seinen Mitarbeitern im Rahmen des DISUM-Projekts entwickelt“ (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 17). Dieser Modellierungskreislauf ist weitaus komplexer als jener von Ortlieb. Wie der folgenden Abbildung entnommen werden kann, wird im Kreislauf in Mathematik und den Rest der Welt unterschieden. Dies ist typisch für die meisten Modellierungskreisläufe, auch wenn es nicht immer so explizit gekennzeichnet ist wie hier.

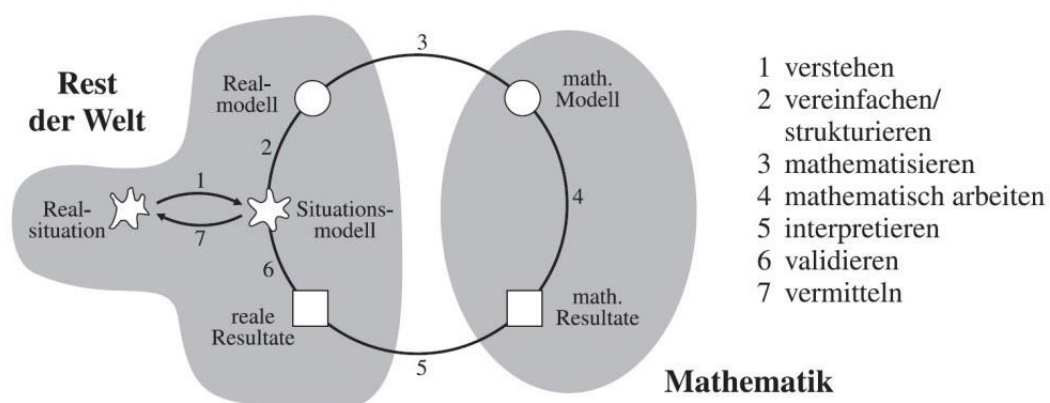


Abbildung 5: Modellierungskreislauf nach Blum (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 18)

Im Gegensatz zu Ortlieb unterscheidet Blum sieben Phasen der Bearbeitung, die in der Abbildung des Modellierungskreislaufes benannt sind. Leiss und Tropper beschreiben die einzelnen Phasen noch deutlich genauer:

1. „Verstehen der Realsituation und Konstruktion eines Situationsmodells
2. Bilden eines Realmodells durch Vereinfachen und Strukturieren der Situation
3. Bilden eines mathematischen Modells durch Mathematisieren des Realmodells
4. Lösen der dem mathematischen Modell zugrunde liegenden innermathematischen Problemstellung
5. Interpretieren des erzeugten innermathematischen Resultats
6. Validieren der realen Lösung bezüglich der realen Problemstellung, ggf. resultierend in einem erneuten Durchlauf des Kreislaufs
7. Darlegen und Erklären der Aufgabenlösung“

(Leiss & Tropper, 2014, S. 24)

Ein wesentlicher Unterschied zum Modellierungskreislauf von Ortlieb ist, dass bei Blum die Erstellung eines mathematischen Modells nicht in einem Schritt abläuft sondern in drei Schritten.

Auch hier wollen wir versuchen, den Modellierungskreislauf anhand einer Aufgabe genauer zu verstehen. Wir betrachten die Aufgabe „Windeln“ von Leiss und Tropper. Die Angabe ist in der folgenden Abbildung dargestellt:

Windeln

Herr und Frau Brettleimer haben ein Baby bekommen.

Herr Brettleimer möchte für 469,- € ein Set Stoffwindeln kaufen, die man in der Waschmaschine reinigen und nahezu unbegrenzt wieder verwenden kann. Die Reinigungskosten betragen ca. 0,05 € pro Windel.

Frau Brettleimer ist der Meinung, dass Stoffwindeln viel zu teuer sind. Sie will für die drei Jahre, in denen das Kind Windeln braucht, lieber Fertigwindeln für 0,25 € pro Windel kaufen.

Welche der beiden Möglichkeiten sollten die Brettleimers wählen?
Begründe deine Antwort.



Abbildung 6: Aufgabe "Windeln" (Leiss & Tropper, 2014, S. 25)

1. Verstehen

Zuerst muss man klarerweise die Aufgabe verstehen. Man kann diesen Schritt so auffassen, dass der Text in ein mentales Modell, ein sogenanntes Situationsmodell, umgewandelt wird. (IQB, 2009, S. 79)

Dies klingt banal, kann aber oft, durch zum Beispiel sprachliche Barrieren, ein ernstes Hindernis darstellen. Im Kompetenzmodell würde man das als fehlende Kompetenz „Kommunizieren“ auffassen. (Leiss & Tropper, 2014, S. 54) Außerdem ist das Verstehen der Aufgabe immer an das Vorwissen der Lernenden gebunden und kann auch deshalb zu Schwierigkeiten führen. (Leiss & Tropper, 2014, S. 54).

2. Vereinfachen / Strukturieren

Hat man verstanden, dass es bei der Aufgabe darum geht, zwei Windelsorten finanziell zu vergleichen, kann man damit beginnen, die Situation zu vereinfachen und zu strukturieren.

In diesem Schritt geht es darum die wichtigen Angaben herauszufiltern und fehlende Angaben zu ergänzen. Es entsteht ein Realmodell.

Welche Windelsorte verursacht weniger Kosten?

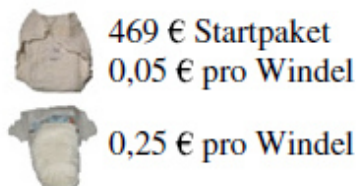


Abbildung 7: Strukturierte Darstellung der Situation (Leiss & Tropper, 2014, S. 26)

In der obigen Abbildung ist die Situation übersichtlich dargestellt. Wichtig ist hierbei zu verstehen, dass die 469€ nur eine einmalige Zahlung darstellen und die Windeln dann quasi ewig verwendet werden können. Was nun noch fehlt, ist eine Angabe wie viele Windeln benötigt werden. Aus der Angabe kann entnommen werden, dass das Baby ca. 3 Jahre lang Windeln benötigt. Es gibt jedoch keine Angabe darüber, wie viele Windeln pro Jahr bzw. pro Tag benötigt werden. Außerdem wäre es ja möglich die Stoffwindeln auch für ein mögliches nächstes Baby zu verwenden, was die Situation wieder ändern würde. Wie oben ist auch hier klar zu erkennen, dass bei Modellierungsaufgaben keine eindeutige Lösung existiert.

Wir nehmen an, dass 5 Windeln pro Tag benötigt werden und kein weiteres Baby zu erwarten ist.

3. Mathematisieren

In diesem Schritt werden die Angaben aus dem realen Modell in eine mathematische Form übersetzt, um die Angebote dann mit mathematischen Hilfsmitteln vergleichen zu können. Wir stellen also zwei Gleichungen auf, die die Kosten der verschiedenen Windeln darstellen und berechnen die Anzahl der nötigen Windeln.

$$K_1 = 469 + 0,05 \cdot W$$

$$K_2 = 0,25 \cdot W$$

$$W = 3 \cdot 365 \cdot 5 \dots \text{Anzahl der benötigten Windeln}$$

Die Gleichungen, die hier aufgestellt wurden, bilden das mathematische Modell. ¹

4. Mathematisch arbeiten

Nun geht es darum das vorliegende mathematische Modell zu lösen. Da wir eine sehr einfache Aufgabe vor uns haben, ist dieser Schritt nicht aufwendig. Wir können einfach K_1 und K_2 anhand der Formeln in Punkt 3 berechnen. Es ergeben sich dabei folgende Werte (Diese Werte bilden die mathematische Lösung):

$$K_1 = 742,75$$

$$K_2 = 1368,75$$

5. Interpretieren

Die mathematische Lösung muss nun wieder auf die Realität zurück bezogen und entsprechend interpretiert werden. Bei unserer Aufgabe bedeutet „ $K_1 = 742,75$ “ bzw. „ $K_2 = 1368,75$ “, dass die Stoffwindeln, unter unseren Annahmen, Kosten von circa 750€ verursachen und die Fertigwindeln etwa 1350€. Das heißt die Fertigwindeln sind deutlich teurer.

¹ Etwas fortgeschrittenere SchülerInnen könnten auf die Idee kommen anstatt der einzelnen Kosten für die verschiedenen Windeln gleich die Kostendifferenz $K = K_2 - K_1$ zu berechnen. Ist diese positiv so ist Variante 2 um den Betrag K teurer.

6. Validieren

Das Resultat muss nun noch überprüft werden. Das heißt man überlegt sich, ob die Größenordnung des Ergebnisses plausibel ist, ob die Genauigkeit der Situation angemessen ist usw.

Sollte das Ergebnis nicht plausibel sein „so ist der Modellierungskreislauf – beispielsweise mit veränderten Annahmen – erneut zu durchlaufen.“ (IQB, 2009, S. 80)

Leiss und Tropper nennen in diesem Schritt mögliche weitere Faktoren, die das Ergebnis beeinflussen könnten. Es gilt den Einfluss dieser Faktoren auf das Ergebnis abzuwägen und gegebenenfalls die Faktoren zu berücksichtigen. Solche Faktoren wären etwa:

- *„Fallen ggf. weitere Kosten für die Waschmaschine an?*
- *Fallen ggf. weitere Kosten für eine größere Mülltonne an?*
- *Umweltbezogene Aspekte? „*

(Leiss & Tropper, 2014, S. 26)

- Komfort für das Baby
- Aufwand für die Eltern

7. Darlegen

Im letzten Schritt soll die Lösung noch in Worten zusammengefasst werden. Hierbei geht es besonders darum, das Ergebnis einfach und verständlich für Außenstehende darzustellen. Zum Beispiel so:

Unter den getroffenen Annahmen, dass über einen Zeitraum von 3 Jahren jeden Tag 5 Windeln benötigt werden, sind die Stoffwindeln etwa 600 € billiger und man sollte sich daher für diese entscheiden. Vgl. (Leiss & Tropper, 2014, S. 26)

1.1.3 Eignungen der verschiedenen Modelle

Nach diesem umfangreichen Beispiel wollen wir uns überlegen, welche Vor- bzw. Nachteile der Modellierungskreislauf von Blum gegenüber jenem von Ortlieb aufweist. Laut Borromeo Ferri eignet sich der Modellierungskreislauf von Blum hervorragend zur Analyse von Modellierungsprozessen (Borromeo Ferri, 2009, S. 21). Es wird beschrieben, dass die erste Station im Modellierungskreislauf von Blum, das Situationsmodell, eine der „*bedeutendsten Stationen im Modellierungsprozess*“ (Borromeo Ferri, 2009, S. 21) ist. Daher sollte man als Lehrperson Kenntnis dieser Station haben, um von außen „*kognitive Hürden beim Modellieren zu diagnostizieren*.“ (Borromeo Ferri, 2009, S. 21) Die Diagnose anhand dieser detaillierten Schritte wird jedoch keineswegs als trivial beschrieben. Vielfach sind sich zum Beispiel die Schritte *Interpretieren* und *Validieren* so ähnlich, dass sie als ein Schritt aufgefasst werden können.

Meiner Meinung nach ist es für Lehrpersonen besser den Modellierungsprozess feiner zu unterteilen, um detailliertere Hilfestellungen geben zu können. In der Praxis obliegt es dann dem Feingefühl der Lehrperson, wie genau man die einzelnen Stationen differenzieren will.

Will man den Modellierungskreislauf jedoch dazu verwenden, um SchülerInnen zu vermitteln, wie man bei Modellierungsaufgaben vorgehen kann, kann es mit dem Modellierungskreislauf von Blum zu Problemen kommen. Wie schon erwähnt, ist es im Modellierungskreislauf von Blum nicht trivial die einzelnen Phasen zu differenzieren. Vor allem für SchülerInnen, die auch noch mit dem Bearbeiten der Aufgabe selbst beschäftigt sind, kann dies eine Überforderung darstellen. In Oberstufen wäre es zwar möglich, aber für Unterstufen Schülerinnen ist dieser Modellierungskreislauf als Leitfaden ungeeignet (Borromeo Ferri, 2009, S. 21).

Wir haben nun einiges über Modellierungskreisläufe gehört und wozu diese gut sein können. Wir werden später noch einmal darauf zurückkommen, wenn wir genauer betrachten, wie man Modellierungskompetenz vermitteln kann (siehe Kapitel 0**Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.**)

Als nächstes wollen wir uns genauer damit befassen, wodurch sich Modellierungsaufgaben gegenüber anderen Aufgaben auszeichnen.

1.2 Modellierungsaufgaben

In diesem Kapitel soll es darum gehen, genauer zu erläutern, was unter einer Modellierungsaufgabe verstanden werden soll. Da es keine einheitliche Definition gibt, findet man Modellierungsbeispiele auch unter anderen Namen.

Es gibt *„eine große Spanne von kurzen, weniger realistischen Aufgaben zu nur einer Teilkompetenz des Modellierens bis zu authentischen Modellierungsprojekten, die über einen längeren Zeitraum stattfinden.“* (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 23)

Es ist mir daher wichtig, die Eigenschaften einer Aufgabe festzulegen, die wir dann als Modellierungsaufgabe bezeichnen wollen. Ich möchte mit einem Zitat von Blum beginnen, in dem einige wichtige Punkte vorkommen, die eine Modellierungsaufgabe ausmachen.

„Träger von Modellierungsaktivitäten sind Aufgaben (in einem weiten Sinne). Unter einer Modellierungsaufgabe verstehe ich eine realitätsbezogene Aufgabe, die substantielle Anforderungen in Bezug auf die Übersetzungsprozesse Realität ↔ Mathematik stellt.“ (Blum, 2007, S. 3)

Was können wir nun aus diesem Zitat entnehmen? Zum einen kann eine Modellierungsaufgabe als Träger einer Modellierungsaktivität verstanden werden. Wie Modellierungsaktivitäten aussehen können, haben wir schon im vorherigen Kapitel genauer beleuchtet. Die Charakteristika, die wir dort kennen gelernt haben, finden sich auch im Zitat von Blum wieder. So soll eine Modellierungsaufgabe Bezug zur Realität haben und es soll vor allem um Übersetzungsprozesse zwischen Mathematik und Realität gehen. Blum spricht von einer Modellierungsaufgabe, wenn die Aufgabe Anforderungen in den Schritten 2,3,5 und 6 des seines Modellierungskreislaufes stellt (Blum, 2006, S. 11). Das heißt es muss einerseits eine Übersetzung einer Realsituation in ein mathematisches Modell erfolgen und andererseits muss das mathematische Resultat auch wieder auf die Realität bezogen, interpretiert und validiert werden (Blum, 2006, S. 9-11). Analog zur Aussage von Blum wird auch hier die Bedeutung einer Übersetzung zwischen Mathematik und Realität betont.

Weiters haben wir in den Beispielaufgaben erkannt, dass oft fehlende Angaben ergänzt werden müssen und dadurch die Aufgabe prinzipiell sehr offen ist.

Die angesprochenen Punkte findet man auch in (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 28 f.). Hier wird besonders die Offenheit einer Modellierungsaufgabe hervorgehoben, weshalb wir diese auch gleich näher betrachten wollen.

1.2.1 Offenheit

Der Begriff „*Offenheit*“ allein ist noch sehr grob und muss daher präzisiert werden. Genauer geht es um „*die Offenheit nach Anfangszustand, Transformation und Zielzustand*“ (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 28).

Wie das genau gemeint ist, wollen wir uns anhand folgender Aufgabe verdeutlichen:

Was kostet das Verputzen dieses Hauses?



Abbildung 8: Beispielaufgabe: „Haus verputzen“ (Greefrath, 2004, S. 20)

In dieser Aufgabe ist sowohl der Anfangszustand als auch die Transformation („*d. h. der Weg vom Anfangszustand zum Zielzustand der Aufgabe*“ (Greefrath, 2004, S. 17)) offen gehalten. Der Zielzustand ist jedoch klar definiert. Man will am Ende einen Geldbetrag wissen, mit dem man beim Verputzen des Hauses rechnen sollte. Der Wert kann jedoch variieren, da die Schüler den Anfangszustand (Fläche des Hauses, Kosten für das Verputzen pro Quadratmeter) schätzen müssen.

Greefrath ist der Meinung, dass man SchülerInnen durch Bearbeitung von weniger offenen Aufgaben an sehr offene Aufgaben heranführen kann. Er gibt dazu verschiedene Variationen der Aufgabe oben an, die unterschiedliche Grade der Offenheit aufweisen. Jenen Personen, die hierzu noch genauere Informationen haben wollen, sei also (Greefrath, 2004) ans Herz gelegt.

Weitere Beispiele zu offenen Aufgaben wären etwa Fermi-Aufgaben.

„Sie sind im Prinzip unterbestimmte offene Aufgaben mit klarem Endzustand aber unklarem Anfangszustand sowie unklarer Transformation, bei denen die Datenbeschaffung - meist durch mehrfaches Schätzen - im Vordergrund steht.“
(Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 29)

Fermi-Aufgaben gelten als sehr gute Aufgaben, um erste Modellierungserfahrungen zu sammeln. Sie zeichnen sich besonders dadurch aus, dass der Fokus nicht auf dem Rechnen liegt, sondern auf dem Weg zur Lösung. Es ist also das Durchlaufen eines Modellierungskreislaufes wichtig. Besonders im Vordergrund stehen das Vereinfachen und Validieren. Außerdem können die Schüler bei solchen Aufgaben lernen mit Ungenauigkeiten umzugehen, was im normalen Mathematikunterricht meist wenig vorkommt, für das Modellieren aber oft notwendig ist. (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 29)

In einer Modellierungsaufgabe muss zumindest ein Punkt (Anfangszustand, Transformation und Zielzustand) offen sein, um von einer solchen zu sprechen.

1.2.2 Realitätsbezug

In einem bereits zuvor genannten Zitat von (Blum, 2007, S. 3) ist die Rede davon, dass Modellierungsaufgaben einen gewissen Bezug zur Realität brauchen. Es ist jedoch nicht klar, ob es ausreicht auf die Realität zu verweisen, oder ob eine Modellierungsaufgabe wirklich eine authentische Anwendung von Mathematik darstellen muss. Besonders deutlich wird das in folgendem Zitat:

„Die größten Differenzen zeigten sich beim geforderten Realitätsgehalt der Situation, also des Originals. Auf der einen Seite gibt es Positionen, die einen authentischen Bezug auf außermathematische Situationen verlangen, auf der anderen Seite gibt es Positionen, die sich mit einem realitätsbezogenen Kontext zufrieden geben“ (Böhm, 2013, S. 34).

Ein Beispiel für eine Aufgabe bei der zwar Realitätsbezug vorhanden ist, wo aber die Problemstellung für den Alltag eher irrelevant ist, wäre etwa die Aufgabe „Riesenschuhe“:

Riesenschuhe



Florentino poliert in einem Sportzentrum auf den Philippinen das laut Guinness-Buch der Rekorde weltgrößte Paar Schuhe. Ein Schuh ist 2,37 m breit und 5,29 m lang.

Wie groß wäre der Riesenmensch ungefähr, dem dieses Paar Schuhe passen würde?

Beschreibe deinen Lösungsweg.

Abbildung 9: Angabe zur Aufgabe "Riesenmensch" (Blum, 2006, S. 13)

Solche Aufgaben können zwar helfen, Modellierungskompetenzen zu fördern, aber die Motivation ist höher, wenn die Aufgabe den persönlichen Alltag der Kinder, oder einen möglicherweise später relevanten Kontext, anspricht (Maaß & Mischo, 2012, S. 33).

Es ist jedoch meist schwierig, mit einer Aufgabe genau das Interesse aller SchülerInnen zu treffen. Durch die Heterogenität in einer Klasse wird das noch zusätzlich erschwert. Meiner Meinung nach sollte man mit den Aufgaben immer so nahe wie möglich an der Lebenswelt der SchülerInnen bleiben, aber ich sehe auch eine Berechtigung von Aufgaben, die lediglich einen Bezug zur Realität aufweisen, da es hier unter anderem darum geht, sich eine möglicherweise fiktive Situation vorzustellen, wie der oben beschriebene Riesenmensch, was meiner Meinung nach auch wichtig ist. Solche Aufgaben können zum Üben von Modellierungsaktivitäten dienen. Hier sollte man dann aber ehrlich zu den SchülerInnen sein und sagen, dass die Aufgabe nur zum Üben dient. Man sollte nicht versuchen, solche Aufgaben als echte Anwendungen zu verkaufen.

Da ich also beide Varianten von realitätsbezogenen Aufgaben (viel bzw. wenig Relevanz für den Alltag) für gerechtfertigt halte, will ich auch im Folgenden beide Typen als Modellierungsaufgaben bezeichnen.

1.2.3 Unterschied zu eingekleideten Aufgaben

Unter eingekleideten Aufgaben versteht man Aufgaben, die keinen wirklichen Realitätsbezug haben und nur dazu dienen, erlernte Rechenwerkzeuge zu üben. Bei einer eingekleideten Aufgabe kann die Situation der Aufgabe verändert werden, ohne dass sich bei der Bearbeitung etwas ändert. Außerdem ist es von Anfang an klar, wie man vorgehen muss, um die Aufgabe lösen zu können, und es sind genau die erforderlichen Daten in der Angabe enthalten (vgl. (Blum, 2007, S. 4) & (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 23-24)).

Bei Modellierungsaufgaben ist es hingegen das Ziel, das „*jeweilige Realproblem in den Griff zu bekommen*“ (Blum, 2007, S. 4). Das heißt die Situation ist nicht austauschbar, sondern von zentraler Bedeutung für die Aufgabe. Außerdem steht nicht das Einüben einer Rechenmethode im Vordergrund, sondern die Bearbeitung eines Sachverhalts. In der folgenden Tabelle sind die wesentlichen Unterschiede zwischen den beiden Aufgabentypen dargestellt.

	Eingekleidete Aufgabe	Modellierungsaufgabe
Schwerpunkt	Rechnerisch	sachbezogen
Ziel	Anwendung und Übung von Rechenfertigkeiten	Umwelterschließung mit Hilfe von Mathematik
Darstellung	in einfache Sachsituationen eingekleidet	reale Daten und Fakten bzw. offene Angaben
Kontext	kein wirklicher Realitätsbezug	echter Realitätsbezug
Tätigkeiten	Rechnen	Interpretieren, Recherchieren, Vereinfachen, Mathematisieren, Rechnen, Interpretieren, Validieren

*Tabelle 1: Vergleich eingekleidete Aufgaben & Modellierungsaufgaben
Vgl.: (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 25)*

Wir wollen nun anhand einer Aufgabe betrachten, wie man durch Änderungen der Angabe eine eingekleidete Aufgabe in eine Modellierungsaufgabe umwandeln kann und dabei auch darauf achten, wie sich die Charakteristik der Aufgabe ändert.

Zum Lehrsatz des Pythagoras findet man folgende beliebte Übungsaufgabe:

Aufgabe: An einer Küste steht ein Leuchtturm der Höhe h .

a) Zeige, dass für die Sichtweite s gilt:

$s = \sqrt{2rh + h^2}$, wobei $r = 6370$ km der Erdradius ist.

b) Als Näherung kann man $s = \sqrt{2rh}$ benutzen. Warum?

c) Die Lichtstrahlen des Leuchtturms soll man auf See noch in 22 km Entfernung sehen können. Wie hoch muss die Lichtquelle mindestens angebracht werden?

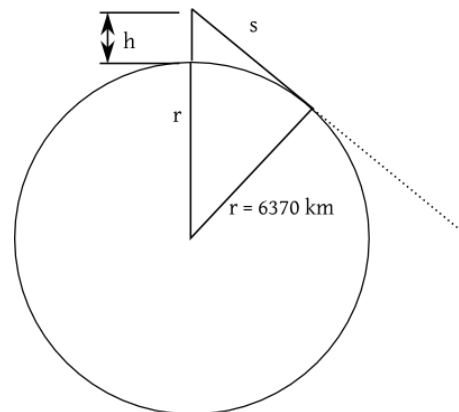


Abbildung 10: Skizze zur Berechnung der Sichtweite (Lehrpfad: Satzgruppe des Pythagoras, 2017)

(Lehrpfad: Satzgruppe des Pythagoras, 2017)

Diese Aufgabe stellt ein Paradebeispiel einer eingekleideten Aufgabe dar. Dadurch, dass schon eine Skizze angegeben ist und die Aufgabe auch im Kapitel zum Lehrsatz des Pythagoras gestellt wird, ist von Anfang an klar, wie man bei der Aufgabe vorgehen muss. Es steht also eindeutig das Üben des Satzes von Pythagoras im Vordergrund. Würde man die Situation mit dem Leuchtturm weglassen und nur die Skizze sowie die Daten behalten so würde sich an der Aufgabe nichts ändern.

Man kann die Aufgabe aber sehr leicht in eine Modellierungsaufgabe umformen:

Zehn Kilometer vor einem flachen australischen Strand in der Nähe von Melbourne liegt eine sehr gefährliche Untiefe, an der regelmäßig Schiffe kentern. Die Regierung ist nun daran interessiert, durch den Bau eines Leuchtturms Schiffe zu warnen. Welche Höhe muss der Leuchtturm haben um den genannten Zweck erfüllen zu können?

Eine ähnliche Aufgabe findet sich zum Beispiel auch in (Pötzi, 2009) oder in (Blum, Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehrer, 2006).

Man erkennt hier, dass sich durch wenige Änderungen an der Aufgabe der Charakter völlig geändert hat. Nun stehen eindeutig das Problem und der damit verbundene Modellierungsprozess im Vordergrund.

Dadurch kann man eine solche Aufgabe natürlich auch nicht mehr in zwanzig Minuten behandeln, sondern wird vermutlich sehr viel mehr Zeit investieren müssen.

1.3 Zusammenfassung

Wir haben bisher verschiedene Ansätze kennengelernt, was unter *mathematischem Modellieren* verstanden wird und uns auch mit Modellierungskreisläufen und Modellierungsaufgaben auseinander gesetzt.

Für den weiteren Verlauf der Arbeit möchte ich noch eine Unterscheidung von Modellierungsaufgaben bezüglich der Bearbeitungsdauer einführen.

Wenn bei einer Aufgabe eine gewisse Offenheit, ein Realitätsbezug und ein Übersetzungsprozess zwischen Realität und Mathematik vorhanden sind, so spreche ich von einer **Modellierungsaufgabe**. Ist die Aufgabe so komplex, dass sich die Bearbeitung über mehrere Unterrichtsstunden zieht, so werde ich im Folgenden die Aufgabe als **Modellierungsprojekt** bezeichnen (in Anlehnung an (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 23)).

Im folgenden Kapitel wollen wir uns die Frage stellen, wie man Modellieren lehren bzw. lernen kann.

2 Modellieren lehren bzw. lernen

Um eine Antwort auf die Frage zu geben, wie man Modellieren lehren bzw. lernen kann, möchte ich zunächst darauf eingehen, ob bzw. wo SchülerInnen Schwierigkeiten bei der Bearbeitung einer Modellierungsaufgabe haben. In einem Artikel untersucht Blum die Frage, ob Modellieren „zu schwer“ für SchülerInnen sei. Er kommt dabei zu folgendem Schluss: *„Modellieren ist schwer, aber nicht zu schwer“* (Blum, 2007, S. 8). Diese Aussage soll als Motivation für das folgende Kapitel dienen und darstellen, dass es keineswegs ein sinnloses Unterfangen ist, SchülerInnen das Modellieren zu lehren.

2.1 Schwierigkeiten beim Modellieren

Bei der Analyse der auftretenden Schwierigkeiten wollen wir nach dem Modellierungskreislauf von Blum (siehe Kapitel 1.1.2) vorgehen, da dieser, wie schon erwähnt, besser für die Analyse von Lösungsprozessen geeignet ist. Siehe auch (Blum, 2007, S. 5).

Blum sieht in jedem Schritt des Modellierungskreislaufes eine *„potentielle kognitive Hürde beim Lösen von Modellierungsaufgaben“* (Blum, 2007, S. 6). Siehe auch (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 31) oder (Blum, 2006, S. 13).

Besonders hervorgehoben werden jedoch die Konstruktion eines Situationsmodells und daraus die Konstruktion eines Realmodells. Viele Lernende umgehen diesen Schritt, indem sie einfach die Zahlen aus der Angabe entnehmen und darauf ein bestimmtes erlerntes Schema anwenden. Der Kontext wird dabei ignoriert. Bei typischen eingekleideten Aufgaben führt diese Strategie manchmal erfolgreich ans Ziel. Sie scheitert jedoch völlig bei Modellierungsaufgaben. (siehe (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 31) & (Blum, 2007, S. 7)). Ein Beispiel hierzu wäre folgende Schülerlösung zur Aufgabe „Riesenmensch“:

„Gegeben ist das Foto eines Paares von Riesenschuhen (2,37 m breit und 5,29 m lang). Aufgabe: Wie groß wäre der Riesenmensch, dem diese Schuhe passen würden?“
(Blum, 2007, S. 3) vgl. auch Kapitel 1.2.2

$$2,37 \text{ m} \cdot 5,23 \text{ m} = 12,5373 \text{ m}$$

Antwort: Der Mensch wäre 12,53 m groß.

Abbildung 11: Schülerlösung Riesenmensch (Blum, 2007, S. 3)

Hier werden, wie oben beschrieben, lediglich die Zahlen aus der Angabe entnommen und dann auf diese Zahlen eine Rechenoperation angewandt. Man erkennt hier, dass bereits die ersten Schritte im Modellierungskreislauf zum Hindernis werden können.

Das Mathematisieren und das anschließende mathematische Arbeiten werden auch bei eingekleideten Aufgaben geübt und fallen daher meist nicht am schwersten.

Das Validieren wird von SchülerInnen sehr selten ausgeübt, obwohl es im Modellierungsprozess eine wichtige Rolle spielt. Dies erklärt auch das schwach ausgeprägte „Bewusstsein für sinnvolle Ergebnis-Genauigkeiten“ (Blum, 2007, S. 7). Laut Blum scheint für die SchülerInnen die Lehrkraft dafür verantwortlich zu sein, die Lösung zu validieren.

In der Schülerlösung zur Aufgabe „Riesenmensch“ hat von Seiten der SchülerInnen höchstwahrscheinlich keine Validierung des Ergebnisses stattgefunden, da sonst aufgefallen wäre, dass es komisch ist, wenn ein Mensch nur 2,5 mal so groß ist wie seine Schuhe lang sind. Außerdem müsste das Ergebnis der Rechnung die falsche Einheit, nämlich m^2 , haben. Ein weiteres Beispiel, bei dem die fehlende Validierung nicht dermaßen offensichtlich ist, wäre etwa folgende Schülerlösung zur Aufgabe „Leuchtturm“. (ähnlich zur Aufgabe in Kapitel 1.2.3):

Leuchtturm

In der Bremer Bucht wurde 1884 direkt bei der Küste der 30,7 m hohe Leuchtturm „Roter Sand“ gebaut. Er sollte Schiffe durch sein Leuchtfeuer davor warnen, dass sie sich der Küste nähern.

Wie weit war ein Schiff ungefähr noch vom Leuchtturm entfernt, wenn es ihn zum ersten Mal sah?

Runde geeignet. Beschreibe deinen Lösungsweg.



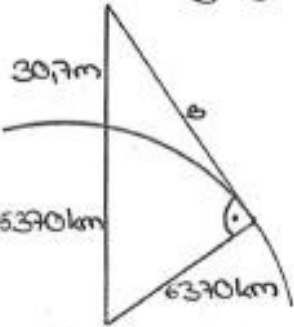
Abbildung 12: Angabe Modellierungsaufgabe „Leuchtturm“ (Blum, 2006, S. 10)

Man findet dazu folgende Schülerlösung:

Annahmen ②

Erdradius: 6370 km

Wetterbedingungen: Kaltfront, kein Niederschlag



$$s^2 = (6370 \text{ km} + 30,7 \text{ m})^2 - (6370 \text{ km})^2$$

$$s^2 = (6370,0307 \text{ km})^2 - (6370 \text{ km})^2$$

$$s^2 = 391,1189 \text{ km}^2$$

$$s = 19,78 \text{ km}$$

Vom Horizont aus sieht man ca. 20 km weit.

Neue Annahme: Schiff $\rightarrow$ 10 m hoch

$$s^2 = (6370,0307 \text{ km})^2 - (6370,01 \text{ km})^2$$

$$s = 16,24 \text{ km}$$

Antwort:

Wenn das Schiff 10 m hoch ist, gute Wetterbedingungen herrschen und der Erdradius 6370 km beträgt, dann kann man den Leuchtturm aus ca. 16 km Entfernung sehen.

Abbildung 13: Schülerlösung zur Aufgabe „Leuchtturm“
(Blum, 2006, S. 16)

Zunächst wirkt die Schülerlösung recht plausibel. Es wurden vernünftige Annahmen gemacht und aus der Skizze kann man entnehmen, dass der Schüler / die Schülerin verstanden hat, wie man an die Aufgabe heran gehen kann. Deshalb gelangt der Schüler / die Schülerin auch zum richtigen Zwischenergebnis, dass man vom Leuchtturm aus ca. 20 km sieht. Im zweiten Schritt, in dem dann die Entfernung berechnet werden soll, von der das Schiff den Leuchtturm sieht, erhält der Schüler / die Schülerin das Ergebnis, dass das Schiff den Leuchtturm erst aus einer Entfernung von 16 km sieht.

Hier stimmt nun offenbar etwas nicht. Wieso ist die Entfernung plötzlich kleiner? Durch eine Validierung des Ergebnisses hätte der Schüler / die Schülerin den Fehler finden können.

Man darf natürlich nicht die Schiffshöhe einfach in die vorhandene Gleichung einbauen, da sich die Situation verändert hat. Durch eine neue Skizze kann hier wieder Klarheit geschaffen werden.

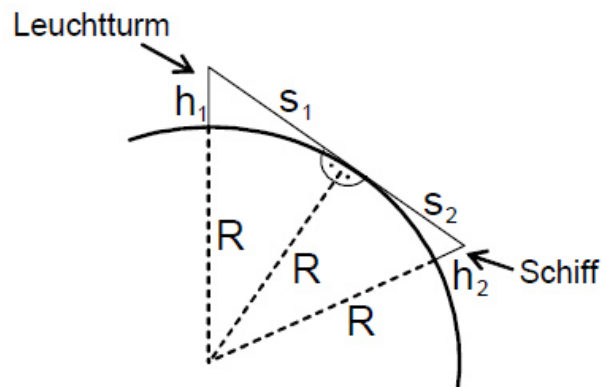


Abbildung 14: Skizze zur Aufgabe "Leuchtturm" (Blum, 2006, S. 19)

Nun ist völlig klar, wie gerechnet werden muss. Wir werden uns im weiteren Verlauf der Arbeit noch mit der Frage beschäftigen, wie man als Lehrperson intervenieren kann, wenn man solche Fehler in der Bearbeitung beobachtet (siehe Kapitel 2.2.3).

Das Beispiel zeigt sehr anschaulich, dass besonders bei Modellierungsaufgaben immer auch eine Validierung des Ergebnisses stattfinden sollte. Als Lehrperson sollte man die SchülerInnen immer wieder darauf hinweisen bzw. die SchülerInnen dazu bringen von sich aus eine Validierung durchzuführen.

In (Blum, 2006, S. 13-14) wird behauptet, dass SchülerInnen im Allgemeinen keine Strategie haben, wie sie mit Modellierungsaufgaben umgehen sollen und daher oft überfordert sind. Hinzu kommt noch der Faktor, dass SchülerInnen bei Modellierungsaufgaben oft völlig alleine arbeiten und dadurch die Überforderung noch größer wird.

In (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 48-51) wird eine Schülerlösung sehr genau analysiert und auch hierbei auf Schwierigkeiten eingegangen. Jenen Lesern, die sich hierfür genauer interessieren, kann ich es nur empfehlen, diesen Artikel zu lesen.

2.2 Wie kann man als Lehrperson Modellieren lehren?

Da wir nun wissen, wo die größten Schwierigkeiten im Modellierungsprozess liegen, können wir uns die Frage stellen, wie man Modellieren lehren bzw. lernen kann.

Es wird bei den Ausführungen in diesem Kapitel immer wieder auf das DISUM-Projekt verwiesen und daher soll kurz erklärt werden, worum es sich dabei handelt. Wir haben den Begriff schon einmal im Kapitel 1.1.2 (Modellierungskreislauf nach Blum) gehört, aber es wurde noch nicht erklärt, worum es in dem Projekt geht. DISUM bedeutet *„Didaktische Interventionsformen für einen selbstständigkeitsorientierten aufgabengesteuerten Unterricht am Beispiel Mathematik“* (Blum, 2006, S. 12). Im Projekt werden schwerpunktmäßig Modellierungsaufgaben in Klassen der achten bis zehnten Schulstufe behandelt (sowohl im Labor als auch im Unterricht) und didaktisch analysiert.

2.2.1 Bearbeitungsstrategien für SchülerInnen

Als erstes wollen wir uns mit dem Problem befassen, dass SchülerInnen meist nicht wissen, wie sie mit Modellierungsaufgaben umgehen sollen. In der Literatur wird folgender Schluss daraus gezogen:

„Schülern müssen adäquate Strategien zum Lösen von Modellierungsaufgaben an die Hand gegeben werden.“ (Blum, 2006, S. 13)

In diesem Kapitel wollen wir uns damit beschäftigen, wie solche Strategien aussehen könnten. Viele Autoren empfehlen hierzu spezielle Modellierungskreisläufe für SchülerInnen auszugeben (vgl. (Blum, 2006, S. 20) oder (Leiss & Tropper, 2014, S. 30-34)).

Wie schon in Kapitel 1.1 erwähnt können Modellierungskreisläufe für SchülerInnen dabei helfen, eine Struktur in den Bearbeitungsprozess zu bringen. Es wird empfohlen, Modellierungskreisläufe für SchülerInnen möglichst einfach zu gestalten und auch die Formulierungen so zu gestalten, dass sie möglichst das Handeln der SchülerInnen ansprechen, um die SchülerInnen nicht zu überfordern. Siehe (Leiss & Tropper, 2014, S. 30) oder auch Kapitel 1.1. Oft findet man in Schulbüchern „Anleitungen“ zum

Umgang mit realitätsbezogenen Aufgaben. Für eine Auflistung solcher „Anleitungen“ aus Schulbüchern siehe etwa (Leiss & Tropper, 2014, S. 31f.).

Ich möchte als Beispiel für einen Schülermodellierungskreislauf den vierschrittigen Modellierungskreislauf aus dem DISUM-Projekt präsentieren (Skizze unten).

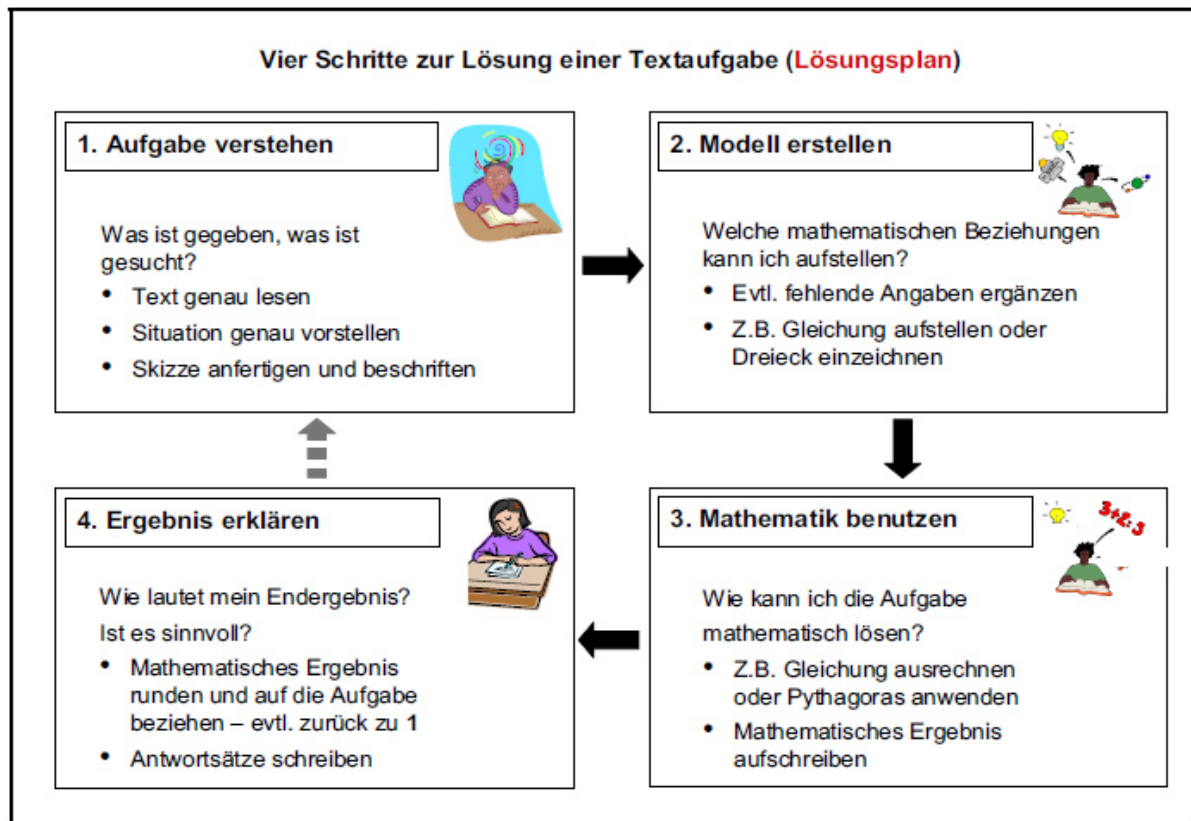


Abbildung 15: "Lösungsplan" für Modellierungsaufgaben (Blum, 2006, S. 21)

Dieser Kreislauf wurde speziell für Aufgaben verwendet, bei denen lineare Gleichungen aufgestellt werden sollen bzw. aus einer Skizze Dreiecke erkannt werden müssen. Erkennen kann man das im Modellierungskreislauf oder „Lösungsplan“, wie er im DISUM-Projekt genannt wird, im Bereich 2 bzw. 3. Hier steht: „Gleichungen aufstellen oder Dreiecke einzeichnen“ bzw. „*Gleichungen ausrechnen² oder Pythagoras anwenden*“. Eine Aufgabe für die dieser Modellierungskreislauf passen würde wäre zum Beispiel die Aufgabe „Leuchtturm“. Laut (Blum, 2006, S. 20) sollte man immer versuchen, den „Lösungsplan“, aufgabenspezifisch zu gestalten.

SchülerInnen sollten darin geübt werden, Aufgaben mit Hilfe des Lösungsplans zu bearbeiten. Dadurch kann sich auch in einem gewissen Maß metakognitives Wissen

² Eigentlich müsste es hier heißen „Gleichungen lösen“

aufbauen (Leiss & Tropper, 2014, S. 30). Als Übung kann man die SchülerInnen dazu auffordern, den Modellierungskreislauf für die Aufgabe zu konkretisieren. Zum Beispiel für die Aufgabe „Leuchtturm“: *„Situation genau vorstellen“* → *„stell dir vor du wärst auf dem Schiff“* (Blum, Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehrer, 2006).

In den Unterrichtsreihen des DISUM-Projektes war der Lösungsplan ein sehr wichtiger Bestandteil des Unterrichts. Außerdem wurde Wert darauf gelegt gewisse Teilschritte des Modellierungsprozesses isoliert zu üben. Damit wollen wir uns nun im nächsten Kapitel beschäftigen.

2.2.2 Bearbeitung von Teilschritten

Es scheint zunächst sehr einsichtig, dass es von Vorteil ist gewisse Schritte im Modellierungskreislauf, die den SchülerInnen schwer fallen (siehe Kapitel 2.1), speziell zu üben. Wie das folgende Zitat zeigt, ist man sich auf theoretischer Ebene jedoch nicht so sicher.

Es „besteht auf theoretischer Ebene u. a. eine Diskussion darüber, ob Lehrer ihren Schülern mathematisches Modellieren im Rahmen eines ganzheitlichen Ansatzes oder vielmehr durch die gezielte Vermittlung einzelner Schritte des Modellierungsprozesses näher bringen sollten“ (Leiss & Tropper, 2014, S. 29)

Man findet aber auch Autoren die davon überzeugt sind, dass es Sinn macht Teilschritte des Modellierungsprozesses dezidiert zu üben, wie etwa folgenden Zitaten entnommen werden kann:

„Es soll ein breites Spektrum von Aufgaben behandelt werden, die gezielt auch die Teilkompetenzen des Modellierens ansprechen.“ (Blum, 2006, S. 19)

„...ist es sinnvoll, Aufgaben zur Diagnose und Förderung von Teilkompetenzen des Modellierens zu entwickeln, mit dem Ziel umfassende Modellierungskompetenzen von Schülerinnen und Schülern zu fördern.“ (Greefrath, 2012, S. 129)

Auch in der Praxis hat sich der Ansatz bewährt. So wurden in Unterrichtsreihen des DISUM-Projekts beide Methoden kombiniert. Das heißt es wurden sowohl Aufgaben ganzheitlich behandelt als auch Teilschritte geübt. Die Ergebnisse daraus waren „äußerst ermutigend“ (Blum, 2006, S. 21). Daher soll im Folgenden darauf eingegangen werden, wie man Teilschritte des Modellierens behandeln kann.

Da in Deutschland „Modellieren“ als eigene Kompetenz in den Bildungsstandards genannt wird (siehe Kapitel 3.1.1), findet man in der deutschen Literatur sehr häufig den Begriff der Teilkompetenz des Modellierens. Vor allem in diesem Kapitel kann es vorkommen, dass in Zitaten (wie auch in obigem Zitat von (Blum, 2006, S. 19)) der Begriff der Teilkompetenz auftritt. Bei den Teilkompetenzen des Modellierens handelt es sich Großteiles um die Fähigkeit, die Teilschritte im Modellierungsprozess ausführen zu können.

Greefrath fasst in der folgenden Tabelle die Teilkompetenzen des Modellierens zusammen und gibt zusätzlich Indikatoren an, an denen man erkennt, ob ein Schüler / eine Schülerin die Teilkompetenz beherrscht oder nicht. Dabei bezieht er sich unter anderem auf den Kernlehrplan Nordrhein-Westfalens.

Tabelle 2: Teilkompetenzen des Modellierens mit Indikatoren (Greefrath, 2012, S. 130)

Teilkompetenz	Indikator
Vereinfachen	Die Schülerinnen und Schüler trennen wichtige und unwichtige Informationen einer Realsituation.
Mathematisieren	Die Schülerinnen und Schüler übersetzen Realsituationen in Mathematische Modelle (z. B. Term, Gleichung, Figur, Diagramm, Funktion)
Rechnen	Die Schülerinnen und Schüler arbeiten mit dem mathematischen Modell.
Interpretieren	Die Schülerinnen und Schüler beziehen die im Modell gewonnenen Informationen auf die Realsituation.
Validieren	Die Schülerinnen und Schüler überprüfen die im Modell gewonnenen Informationen an der Realsituation (Validieren des Resultates). Sie vergleichen und bewerten verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation (Validieren des Modells).
Beurteilen	Die Schülerinnen und Schüler beurteilen kritisch das verwendete mathematische Modell.
Realisieren	Die Schülerinnen und Schüler ordnen einem mathematischen Modell eine passende Realsituation zu bzw. finden zu einem mathematischen Modell eine passende Realsituation.

Man erkennt, dass die Teilkompetenzen sehr ähnlich zu den Schritten aus dem Modellierungskreislauf von Blum sind, wenn auch nicht identisch. Der Begriff der Teilkompetenz ist also nichts völlig Neues. Ich wollte den Begriff trotzdem an dieser Stelle erläutern, um im Folgenden Unklarheiten zu vermeiden und möglichst im Einklang mit der Literatur zu bleiben.

Damit man bei einem Schüler bzw. einer Schülerin von einer guten Modellierungskompetenz sprechen kann, müssen die oben genannten Teilkompetenzen vorhanden sein. Greefrath schreibt, dass vor dem Üben der Teilkompetenzen erhoben werden muss, was die SchülerInnen schon gut können bzw. wo Lernbedarf besteht. Dazu empfiehlt er sogenannte Diagnoseaufgaben. Das sind Modellierungsaufgaben, die spezielle Merkmale aufweisen und sich somit besonders gut dazu eignen, Schwächen der SchülerInnen zu identifizieren.

Neben den Merkmalen, die eine Modellierungsaufgabe ohnehin aufweist, sollte eine Diagnoseaufgabe sehr viel Offenheit bezüglich der Bearbeitung bieten, um den SchülerInnen möglichst vielfältige Lösungen zu ermöglichen. Außerdem sollten *„ausreichend Möglichkeiten und Anreize für individuelle Erläuterungen und ausführliche Begründungen sowie Nebenrechnungen zur Verfügung stehen.“* (Greefrath, 2012, S. 131)

Greefrath schreibt, dass es oft reicht die Formulierung zu ändern, oder Aufforderungen zur Erklärung zu integrieren, um eine Aufgabe zu einer Diagnoseaufgabe zu machen. Die Aufgabe muss so gestaltet werden, dass nicht nur die Lösung sichtbar wird, sondern man auch feststellen kann, wie die Aufgabe gelöst wurde und wo Schwierigkeiten aufgetreten sind. Es eignen sich daher besonders Aufgaben, die möglichst nur eine Teilkompetenz verlangen, da dann die Interpretation leichter fällt. Greefrath formuliert das besonders streng:

„Wird beispielsweise mehr als eine Teilkompetenz angesprochen oder ist die Aufgabe keine Modellierungsaufgabe mehr, so kann sie nicht zur Diagnose einer bestimmten Teilkompetenz des Modellierens eingesetzt werden.“ (Greefrath, 2012, S. 131)

Da auch Greefrath schreibt, dass das Erstellen von Modellierungsaufgaben zu einer Teilkompetenz sehr schwierig ist, möchte ich hier kurz zwei Beispiele bringen, um darzustellen, wie solche Aufgaben aussehen können. Es ist besonders darauf zu achten, dass beim Reduzieren einer Aufgabe zu einer Teilaufgabe der Realitätsbezug

nicht verloren geht und die Aufgabenstellung weiterhin sinnvoll erscheint. Konkret soll nun die Modellierungsaufgabe „Stau“ einmal auf eine Teilaufgabe zum Vereinfachen und einmal zum Validieren reduziert werden.

Modellierungsaufgabe „Stau“:

„Die Sommerferien beginnen häufig mit vielen Kilometern Stau in Deutschland. Im letzten Jahr waren es an einem Tag insgesamt 180 km. Wie viele Menschen befanden sich dann vermutlich im Stau?“ (Greefrath, 2012, S. 132)

Zuerst wollen wir uns daraus eine Aufgabe entwickeln, die speziell die Teilkompetenz „Vereinfachen“ behandelt. Da das „Vereinfachen“ kein einzelner Prozess im Modellierungskreislauf von Blum bzw. Ortlieb ist, beziehen wir uns bei der Frage was die SchülerInnen hier genau lernen sollen, auf Tabelle 2: Teilkompetenzen des Modellierens mit Indikatoren. Dort wird als Indikator für die Teilkompetenz Vereinfachen genannt, dass die SchülerInnen wichtige von unwichtigen Informationen trennen können. Auf dieser Basis können wir nun eine Aufgabe entwerfen, die genau das behandelt.

„Stau“ Teilkompetenzaufgabe 1 zum Vereinfachen:

Katja und Toni wollen berechnen, wie viele Menschen sich vermutlich in einem Stau der Länge 180 km befinden. Sie haben sich überlegt, welche Informationen wichtig sein könnten, und eine Liste von benötigten Informationen erstellt.

Für welche dieser Informationen würdest du dich entscheiden? Begründe!

*Fahrzeuglänge, Wetter, Art des Fahrzeugs
Benzinverbrauch, Bundesland, Abstand
zum nächsten Pkw, Anzahl der Fahrspuren
Jahreszeit, Alter des Fahrers, Anzahl der
Mitfahrer, Tageszeit, Wochentag,
Baustellen, Ferienzeit*

(Greefrath, 2012, S. 132)



Abbildung 16: Abbildung zur Teilkompetenzaufgabe 1 (Greefrath, 2012, S. 132)

In der Aufgabe soll von den Schülern bewertet werden, welche Informationen für die Aufgabe relevant sind und welche nicht. Wichtig ist dabei, dass die Schüler ihre Entscheidungen auch begründen müssen. Daher ist die Aufgabe sowohl zur Förderung als auch zur Diagnose gut geeignet.

Die Aufgabe mag auf den ersten Blick sehr banal wirken. Doch man kann sich sehr schnell davon überzeugen, dass es überhaupt nicht trivial ist, die wichtigen von den unwichtigen Informationen zu trennen. Zum Beispiel wird gefragt, ob die Tageszeit relevant ist für die Fragestellung. Im ersten Moment würde man das vielleicht verneinen. Doch wenn man sich überlegt, dass die Tageszeit einen Einfluss darauf hat, ob viele Pendler unterwegs sind, erkennt man schon einen wichtigen Einfluss. Wären nur Urlauber unterwegs, so müsste man mit mehr Personen pro Wagen rechnen. Bei Pendlern hingegen befindet sich oft nur eine Person in einem Auto.

Man erkennt hier sehr gut, dass auch vermeintlich unwichtige Informationen sehr relevant sein können. Daher ist es auch sehr wichtig hier eine Begründung für die Entscheidungen der SchülerInnen einzufordern, um zu verhindern, dass sie nur aus dem Bauch heraus entscheiden.

An dieser Stelle bietet es sich auch an, noch einmal einen Rückblick auf Kapitel 1.2 zu machen und zu überlegen, warum es sich bei dem Beispiel noch immer um eine Modellierungsaufgabe handelt. Wir haben Modellierungsaufgaben so definiert, dass eine gewisse Offenheit vorhanden sein muss und ein Realitätsbezug zu erkennen ist. Die Aufgabe ist wie auch die Ausgangsaufgabe immer noch offen, da die „Lösungen“ der Schüler sehr unterschiedlich ausfallen können. Es liegt also eine Offenheit bezüglich des Zielzustandes vor. Auch der Realitätsbezug der Aufgabe ist weiterhin vorhanden. Zur Analyse des Beispiels siehe (Greefrath, 2012, S. 132).

Wie oben bereits erwähnt, wollen wir uns noch eine weitere Aufgabe zur Teilkompetenz „Validieren“ ansehen. Es wurde schon berichtet, dass von Seite der SchülerInnen sehr selten eine Validierung durchgeführt wird, da die SchülerInnen oft der Meinung sind, dass die Validierung Aufgabe der Lehrperson ist (vgl. Kapitel 2.1). Es ist daher besonders wichtig das Validieren speziell zu thematisieren, um die Schüler darauf hinzuweisen, dass eine Lösung immer einer Validierung bedarf.

„Stau“ Teilkompetenzaufgabe 2 zum Validieren:

Katja und Toni wollen berechnen, wie viele Menschen sich vermutlich in einem Stau der Länge 180 km befinden. Sie gehen davon aus, dass ein Fahrzeug 10 m Platz auf der Straße benötigt, und haben sich folgende Rechnungen überlegt.

$$3 \cdot 18\,000 \cdot 4 =$$

$$3 \cdot 18\,000 \cdot 2 =$$



Vergleiche die beiden Rechnungen und bewerte sie! (Greefrath, 2012, S. 133)

Abbildung 17: Abbildung zur Teilkompetenzaufgabe 2 (Greefrath, 2012, S. 133)

Die Schüler müssen hier zwei vorgegebene Rechnungen vergleichen und bewerten. Dabei müssen sie zunächst verstehen, was die Rechnungen aussagen. Das heißt, sie müssen das zugrunde liegende mathematische Modell verstehen und die Zahlen interpretieren. Die Rechnungen könnte man beispielsweise wie folgt interpretieren:

Die Zahl 3 am Beginn steht vermutlich für die Anzahl der Fahrspuren auf der Autobahn (wie auch der Abbildung entnommen werden kann). Die Zahl 18000 steht für die Anzahl der Autos, die auf einer Länge von 180 km hintereinander stehen. Hier ist von entscheidender Bedeutung, dass man weiß, welcher Platz pro Auto angenommen worden ist. Multipliziert man nun die beiden Zahlen so erhält man die Gesamtzahl der Autos, die im Stau stehen. Das heißt, die letzte Zahl in den Rechnungen gibt an, wie viele Personen durchschnittlich in einem Auto sitzen. Hier müssen die SchülerInnen überlegen, welche Annahme sie für sinnvoller halten.

Wie auch bei der vorherigen Aufgabe werden die SchülerInnen dazu aufgefordert, ihre Entscheidung zu begründen bzw. die Rechnungen zu bewerten. Dadurch eignet sich auch diese Aufgabe sowohl zur Diagnose als auch zur Förderung der Teilkompetenz des „Validierens“ (vgl. mit (Greefrath, 2012, S. 132)).

Analog zur vorherigen Aufgabe wollen wir, um den Sinn der Aufgabe zu verstehen, nachlesen, welchen Indikator Greefrath für die Teilkompetenz „Validieren“ angibt:

Die Schülerinnen und Schüler überprüfen die im Modell gewonnenen Informationen an der Realsituation. (Validieren des Resultates)

Sie vergleichen und bewerten verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation. (Validieren des Modells) (vgl. Tabelle 1)

Da das mathematische Modell für beide Rechnungen gleich ist, handelt es sich hier um eine Validierung des Resultates. Die Schüler sollen hiermit lernen ihre Annahmen auf Plausibilität zu prüfen.

In den letzten Kapiteln ging es vielfach darum, wie man SchülerInnen im Modellierungsprozess unterstützen kann, warum es sinnvoll ist Teilschritte im Modellierungsprozess speziell zu üben und auch wie Aufgaben und Hilfsmittel dazu aussehen könnten. Es stellt sich nun die Frage, wie man als Lehrer in einem Unterricht, der Modellierungsaktivitäten behandelt, agieren soll. Dieser Frage wollen wir jetzt nachgehen.

2.2.3 Lehrerverhalten beim Modellieren

Ein Zitat, das mir sehr gut gefällt, weil es in sehr wenigen Worten auf den Punkt bringt, wie Unterricht aussehen soll, in dem SchülerInnen modellieren, lautet:

“...teaching becomes more open and less predictable” (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 47)

Auf Deutsch würde das in etwa heißen: *“...Unterricht wird offener und weniger vorhersehbar.”*

Bevor wir uns genauer ansehen, wie man Modellieren unterrichten kann, möchte ich noch erwähnen, worauf ich mich in diesem Kapitel beziehen werde. Die Theorie stammt hauptsächlich aus (Blum & Borromeo Ferri, 2009). Dort analysiert man Ergebnisse des **DISUM-Projekts**, das wir schon erklärt haben, sowie auch Ergebnisse aus dem **COM²-Projekt**. COM bedeutet *“Cognitive-psychological analysis of modelling processes in mathematics lessons”*. Analog zum DISUM-Projekt wird auch im COM²-Projekt analysiert wie SchülerInnen der Jahrgänge acht bis zehn sowie LehrerInnen mit Modellierungsaktivitäten umgehen.

Um zu verstehen, wie man sich als LehrerIn verhalten soll, wenn man seinen SchülerInnen Modellierungskompetenzen beibringen will, analysieren wir Abbildung 18 (siehe unten). In der Abbildung wird dargestellt, dass man sich als LehrerIn nicht in den Modellierungsprozess einmischen soll. Dies ist jedoch nicht korrekt, wie zum Beispiel folgender Beobachtung entnommen werden kann:

“lack of support very often causes motivational, social, or cognitive problems and leads to failure” (Blum & Leiß, 2005, S. 1627)

Aber das Bild ist nicht völlig falsch. Auch der zweite Weg, bei dem der Lehrer / die Lehrerin die Gruppen sehr viel unterstützt und sich somit die SchülerInnen nur noch auf ihn / sie konzentrieren, sollte nicht gewählt werden. Vielmehr gilt es einen Mittelweg zwischen diesen beiden zu finden. Es sollte so sein, dass die SchülerInnen alleine arbeiten. Aber man sollte als Lehrperson immer wieder kontrollieren, was die SchülerInnen machen und wenn nötig Anmerkungen geben. Dieser Sachverhalt kommt etwa in folgendem Zitat sehr gut zur Geltung:

„For quality teaching, it is crucial that a permanent balance between (minimal) teacher’s guidance and (maximal) students’ independence is maintained (according to Maria Montessori’s famous maxim: “Help me to do it by myself”).” (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 52)

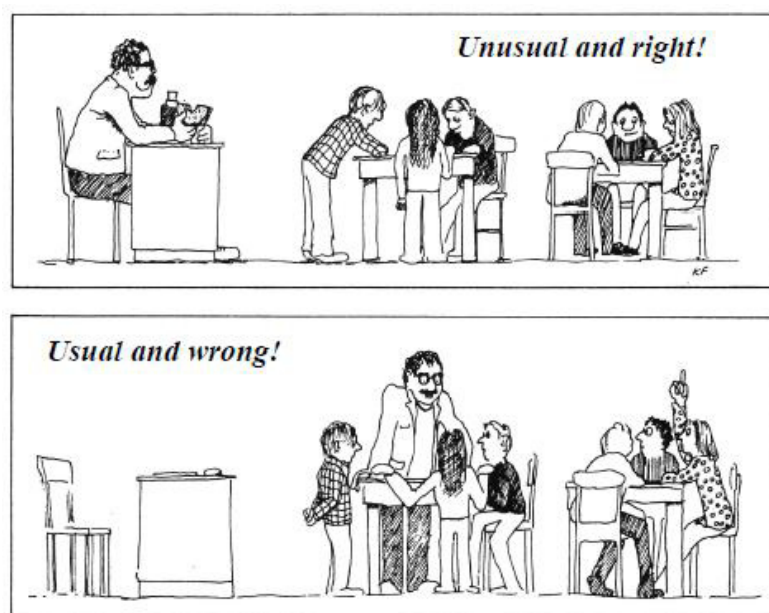


Abbildung 18: Etwas falscher Blick auf die Lehrerrolle beim Modellieren (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 51)

Laut (Blum & Borromeo Ferri, 2009) erzielt man diese Balance zwischen Schülerunabhängigkeit und minimaler Lehrerintervention am besten durch strategische Hinweise zum Bearbeitungsprozess. Solche Hinweise könnten zum Beispiel wie folgt lauten: „Stell dir die Situation einmal vor!“, „Was wollt ihr erreichen?“, „Was fehlt noch?“, „Passt dieses Resultat zur realen Situation?“

Man sollte darauf achten, die Hinweise immer auf einer Metaebene zu halten. In der Realität sind die Interventionen der Lehrkräfte meist viel zu konkret und verletzen dadurch die Unabhängigkeit der SchülerInnen (vgl. (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 52)). Es wird in der Literatur erwähnt, dass gerade dieser Punkt für Lehrkräfte sehr schwer umzusetzen ist und daher speziell geübt werden muss. (vgl. (Blum & Borromeo Ferri, 2009) oder (Blum & Leiß, 2005))

Aus diesem Grund möchte ich näher auf das Thema eingehen und einige Beispiele für Lehrerinterventionen diskutieren. Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass die Lehrpersonen, die hier angesprochen werden, zu den besten Lehrpersonen Deutschlands gehören, aber auch hier noch Potential zur Verbesserung besteht. Meiner Meinung nach sollte man sich als angehende Lehrkraft nicht unbedingt gleich zu Beginn solche LehrerInnen als Maßstab nehmen. Es kann leicht dazu führen, dass man dann verzweifelt, wenn der eigene Unterricht nicht so gut abläuft, wie es hier oft dargestellt wird. Es verlangt viel Übung für jede Situation im Unterricht eine passende Interventionsmöglichkeit zu finden. Daher wollen wir auch in einigen Fällen analysieren, wie solche Interventionen aussehen könnten. Für eine gute Umsetzung im eigenen Unterricht reicht es jedoch nicht aus auch noch so viele Fallbeispiele zu lesen. Das Üben in der Praxis ist unerlässlich. Aber Fallbeispiele können ein guter Anhaltspunkt für eigene Interventionen sein.

Im ersten Fallbeispiel wurde die Aufgabe „Feuerwehr“ behandelt (Angabe siehe Abbildung 19). Die Aufgabe wurde zwar in einer 9. Klasse einer Realschule in Deutschland gestellt, der Dialog zwischen Lehrperson und SchülerIn ist hier aber trotzdem auf Englisch, da er für eine englische Publikation übersetzt wurde.

Feuerwehr

Die Münchner Feuerwehr hat sich im Jahr 2004 ein neues Drehleiter-Fahrzeug angeschafft. Mit diesem kann man über einem am Ende der Leiter angebrachten Korb Personen aus großen Höhen retten. Dabei muss das Feuerwehrauto laut einer Vorschrift 12 m Mindestabstand vom brennenden Haus einhalten.



Die technischen Daten des Fahrzeugs sind:

Fahrzeugtyp:	Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL - Diesel
Baujahr:	2004
Leistung:	205kw (279 PS)
Hubraum:	6374 cm ³
Maße des Fahrzeug:	Länge 10m Breite 2,5m Höhe 3,19m
Maße der Leiter:	30m Länge
Leergewicht:	15540kg
Gesamtgewicht:	18000 kg

Aus welcher maximalen Höhe kann die Münchner Feuerwehr mit diesem Fahrzeug Personen retten?
Schreibe deinen Lösungsweg auf.

Abbildung 19: Angabe zur Modellierungsaufgabe "Feuerwehr" (Schukajlow, 2009)

Ein Schüler bzw. eine Schülerin der Klasse dachte, dass er bzw. sie schon fertig sei. Die Lehrkraft bemerkte jedoch, dass der Schüler bzw. die Schülerin vergessen hatte die Höhe des Fahrzeuges selbst zu berücksichtigen. Daraufhin spielte sich folgender Dialog ab:

T.: *"You have disregarded a little thing!"*

S.: *"... this calculation of a?"*

T.: *"No, you have calculated everything correctly, by the way. You only have to read once more precisely!"*

Abbildung 20: Lehrer-Schüler Dialog zur Aufgabe "Feuerwehr" (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 52)

Die Lehrperson stößt hier durch die Bemerkung, dass etwas nicht beachtet wurde, einen Reflexionsprozess bei dem Schüler bzw. der Schülerin an. Die Lehrkraft verrät jedoch nicht, worin der Fehler genau besteht, und gibt lediglich den Hinweis, dass es sinnvoll sei alles noch einmal genau durchzulesen.

Durch diese Intervention bewahrt die Lehrkraft die Unabhängigkeit des Schülers bzw. der Schülerin, indem sie ihm bzw. ihr die Verantwortung überlässt, den Fehler selbst

zu finden. Und tatsächlich wurde aufgrund dieser Intervention der Fehler sehr schnell, und noch wichtiger, selbstständig gefunden.

Die Intervention, die von der Lehrperson ausgeht, mag sehr simpel wirken und so mancher wird sich vielleicht fragen, warum so viele Lehrkräfte Schwierigkeiten damit haben. Es sei jedoch noch einmal darauf hingewiesen, dass es keineswegs trivial ist immer die richtigen Worte zu finden. Es gibt in der Literatur daher zahlreiche Verweise auf die Schwierigkeit solcher Interventionen.

Der folgende Ausschnitt einer Unterrichtsstunde stammt aus einer Klasse die das Problem „Filling up“ behandelt hat. Die Angabe lautete wie folgt:

Filling up
Mister Stone lives in Trier which is close to the border of Luxemburg. To fill up his VW Golf he drives to Luxemburg where immediately behind the border, 20 km away from Trier, there is a petrol station. There you have to pay 0.85 Euro for one litre of petrol whereas in Trier you have to pay 1.1 Euro.
Is it worthwhile for Mister Stone to drive to Luxemburg?



Abbildung 21: Angabe zur Aufgabe "Filling up" (Blum & Leiß, 2005, S. 1625)

S1: We don't know a lot of the data for the Golf, that's why we can't come up with an answer.
L: What are you missing?
S2: What it consumes and stuff.
L: Consumes – your parents have a car?
S2: Yeah.
S3: A Clio.
L: What does it consume?
S3: Not much.
L: What does "not much" mean?
S3: So and so many litres per 100 km, but I don't know how many.
S4: I think around 8 or 10, or? Could that be, roughly?
L: That very well might be, yes. And what do your parents have?
S2: Yeah, I have no idea how much.
S4: We have an Escort, it's pretty much like a Golf, isn't it?
L: That's definitely a good idea. So we'll take the consumption of an Escort.
S4: Okay. Let's estimate, I don't know exactly, 9?
S3: 9.
L: That's sounds pretty good, yes.
S4: 9 litres, okay.

Abbildung 22: Ausschnitt eines Lehrer-Schüler Gesprächs zur Aufgabe "Filling up" (Blum & Leiß, 2005, S. 1630)

In dem Lehrer-Schüler Gespräch geht es darum, dass eine Schülergruppe Probleme damit hat etwas auszurechnen, weil in der Angabe nichts darüber steht, wie viel das angegebene Auto verbraucht. Anstatt, dass die Lehrkraft den SchülerInnen einfach sagt, wie viel ein VW Golf circa verbraucht, bringt er sie durch geschickte Anregungen dazu sich die Frage selbst zu beantworten. Der Lehrer geht hier auf einen wichtigen Aspekt ein, wie unbekannte Daten gewonnen werden können. Oft können diese durch Abrufen von alltäglichem Wissen erhalten werden. Da man ohnehin keine vollständigen Angaben hat, geht es vielmehr darum begründbare Annahmen zu machen als exakte Daten zu verwenden. Der Vergleich mit dem Auto der Eltern ist hier also ein guter Ansatz. Laut (Blum & Leiß, 2005, S. 1630) ist diese Intervention ein guter Mittelweg, die Schüler alleine arbeiten zu lassen, bzw. ihnen die fehlenden Daten des Autos zu geben.

Zum Abschluss dieses Kapitels folgt noch ein letztes Fallbeispiel einer Lehrerintervention zu einer Schülerlösung der Aufgabe „Leuchtturm“ (siehe Kapitel 2.1 – Angabe laut Abbildung 12 und Schülerlösung laut Abbildung 13)

Es wurde schon erläutert, wo hier der Fehler liegt und wie die Aufgabe richtig zu lösen wäre. Nun soll behandelt werden, wie man als Lehrperson reagieren kann, wenn man den Fehler bei einem Schüler oder einer Schülerin entdeckt.

Wie schon die vorherigen stammt auch dieses Fallbeispiel aus dem DISUM-Projekt. Der Lehrer, der die Aufgabe in seinem Unterricht behandelt hatte, hat während der Bearbeitung den Fehler, wie oben dargestellt, bei einer Schülergruppe entdeckt. Anstatt gleich einzugreifen hat er die SchülerInnen weiter rechnen lassen und hat parallel dazu selbst weitere Berechnungen, auf Basis des falschen Modells der SchülerInnen, durchgeführt. Nachdem er die SchülerInnen ihr falsches Ergebnis präsentieren ließ, thematisierte er das Problem mit der ganzen Klasse wie folgt:

Wenn ich die Frage, welchen Einfluss hat eigentlich die Höhe des Punktes auf dem Schiff, von dem aus man den Leuchtturm beobachtet. [...] Ich hab das nun eben gerade mal gerechnet, mit meinem schlaun Rechner, ich möchte Euch die Ergebnisse mal kurz zeigen. [...] (L. projiziert seine Rechnung mit TC an die Wand.)

[...] So, das c_1 in dieser Tabelle ist einfach die angenommene Höhe des Schiffs. $c_1=0$ bedeutet also die Lösung [...] von Gruppe 1, die auf diese Frage gar nicht eingegangen ist. $c_1=5$ bedeutet 5 Meter Höhe, 10 Meter Höhe, 15 Meter Höhe. [...] Es ist also

tatsächlich so: Wenn man das so rechnet, wie Ihr es getan habt, dann gilt: Je höher der Punkt des Schiffes ist, desto später sieht man den Leuchtturm. Wir haben jetzt noch etwa 5 Minuten Zeit. Ich möchte Euch bitten, dass Ihr in den 5 Minuten, und zwar jeder Tisch für sich, in den Stammgruppen also, Euch diesen Zusammenhang zwischen der Höhe des Schiffes und der Lösung dieser Aufgabe, dass Ihr Euch bitte diesen Zusammenhang anhand einer Skizze noch mal versucht klar zu machen. Ist es denn wirklich richtig so, wie es da gerechnet wurde? Ich habe es schlicht und ergreifend genauso gerechnet, wie der Max es vorgetragen hat. (Blum, 2006, S. 17-18)

Auch hier klärt der Lehrer den Fehler nicht selbst auf, sondern regt die SchülerInnen dazu an über die Konsequenzen des Modells zu reflektieren und dann zu prüfen, ob das Modell korrekt ist, oder ob es verworfen werden muss. Im Anschluss an die Intervention des Lehrers gelang es, trotz der geringen verbleibenden Zeit, noch den meisten SchülerInnen den Fehler zu finden und zu korrigieren.

Auch hier hat es der Lehrer geschafft, durch Anregung der SchülerInnen auf einer Metaebene, eine gute Balance zwischen Lehrer-Anleitung und Selbstständigkeit der SchülerInnen zu finden. vgl. (Blum, 2006, S. 18)

Als Folgerung aus all diesen Beispielen ergibt sich, dass LehrerInnen für ein gutes Gelingen von Modellierungsunterricht damit vertraut sein sollten, wie sie Interventionen einleiten. In der Literatur wird das wie folgt formuliert:

“Teachers have to know a broad spectrum of intervention modes, also and particularly strategic interventions. „ (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 54)

Aber auch bei Lehrkräften, die gut mit dem Bisherigen vertraut sind, können Fehler bei Interventionen auftreten. Insbesondere dann, wenn die Interventionen massiv durch die eigene Lösungsvariante und den Denkstil der Lehrperson geprägt sind. In der DISUM Studie ging dies sogar soweit, dass man Schülerlösungen aus verschiedenen Klassen allein aufgrund der Lösungsvariante einer Klasse zuordnen konnte. Und das, obwohl es ein Ziel der LehrerInnen war verschiedene Lösungen zuzulassen und auch herauszufordern. (Blum, 2006, S. 18) Blum und Borromeo Ferri ziehen daraus folgenden Schluss.

„It is important to support students' individual modelling routes and to encourage multiple solutions. To this end, teachers have to be familiar with the task spaces and to be aware of their own potential preferences for special solutions.”

(Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 54)

Als Lehrperson sollte man sich also im Vorfeld gut mit der Aufgabe auseinandersetzen und verschiedene Lösungswege überdenken. Blum und Borromeo Ferri haben herausgefunden, dass dies ein sehr wichtiger Faktor für den Lernerfolg der SchülerInnen ist (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 53). Im Unterricht sollte darauf geachtet werden, die SchülerInnen bei ihren Lösungswegen zu unterstützen, ohne sie zu der Lösung hinzuführen, die man selbst favorisiert.

Nicht nur der favorisierte Lösungsweg, sondern auch die persönliche Einstellung, beziehungsweise die Sichtweise auf Mathematik prägen den Unterricht entscheidend. Diesen Sachverhalt hat man in der DISUM-Studie nachweisen können. So wurden die Lehrer im Vorfeld über ihre Ansichten zur Mathematik befragt und aufgrund dessen einem gewissen Typ zugeordnet. Im Folgenden werden zwei Zitate von Lehrpersonen dargestellt, die im Anschluss an die Präsentationen der Schülerlösungen entstanden. Der Lehrer Mr. P. wird als „analytischer Denker“ beschrieben wohingegen Mrs. R. als „visuelle Denkerin“ eingestuft wird.

Reaction of Mr P.: *“That was really good. [...] But what I am missing as a maths teacher is that you can use more terms, more abstract terms and that you write down a formula and not only numbers. This way corresponds more to the way that thinking physicians and mathematicians prefer, when you use and transform terms and get a formula afterwards [...]” [Mr. P. then developed with the pupils a formula after this statement.]*

Reaction of Mrs. R.: *“So we have different solutions. But what I recognized and what I missed in our discussion till now is the fact that you are not thinking of what is happening in the reality! When you want to illustrate yourself the lighthouse and the distance to a ship, then think for example of the Dom [name of a famous fair in Hamburg]. I can see the Dom from my balcony. Or, whatever, think of taking off with a*

plane in the evening and so on. Two kilometres. Is that much? Is that less?” (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 53)

Aus den Zitaten sind eindeutig die Schwerpunkte zu erkennen, die die Lehrpersonen in ihrem Unterricht setzen. Während Mr. P. sich stark darauf konzentriert seine Schüler an eine formale Beschreibung des Problems heran zu führen, konzentriert sich Mrs. R. verstärkt auf eine Validierung der Ergebnisse, indem sie die SchülerInnen dazu anregt sich die reale Situation vorzustellen. Laut Blum und Borromeo Ferri ist dieser Sachverhalt auch in anderen Phasen des Unterrichts zu erkennen. (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 53)

Wie oben gilt auch hier, dass man sich der Tatsache bewusst sein sollte, dass der persönliche Denkstil den Unterricht beeinflusst. Man sollte darauf achten immer wieder jene Dinge mit den SchülerInnen zu behandeln, die man normalerweise nicht im Fokus hat.

Im nächsten Kapitel soll die Frage geklärt werden, wie Modellierungsunterricht konkret gestaltet werden kann und wie man sich als Lehrperson am besten vorbereiten sollte.

2.2.4 Wie plant man Modellierungsunterricht?

Zu Beginn sei gleich erwähnt, dass es so etwas wie ein Patentrezept für Modellierungsunterricht nicht gibt, wie auch folgendem Zitat entnommen werden kann:

“There is, of course, no general “king’s route” for teaching modelling. However, some implications from the empirical findings are plausible (though not at all trivial!) for teaching modelling in an effective way.” (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 54)

Die gute Nachricht aus dem Zitat ist: Obwohl es keine generelle Lösung gibt Modellieren zu unterrichten, so gibt es doch verschiedene Ansätze, die alle zum Ziel führen können, aber nicht müssen. Vgl. auch:

„Vielmehr können unterschiedliche Unterrichtsformen zu ähnlichen Effekten führen.“
(Blum, 2006, S. 19)

Es soll hier nun darauf eingegangen werden, wie man Modellierungsunterricht aufbauen könnte. In den Unterrichtseinheiten des DISUM-Projektes wählten viele LehrerInnen folgenden Aufbau:

1. *Vorstellung der Aufgabe im Plenum*
2. *Einzelarbeit*
3. *Gruppenarbeit*
4. *Individuelles Aufschreiben von Lösungen*
5. *Präsentation von Lösungen im Plenum*
6. *Vergleich der Lösungen und reflektierender Rückblick*

(Blum, 2006, S. 14)

Dieser Aufbau ist nicht als starres Konzept zu sehen, sondern er kann auch variiert werden. So musste in manchen Stunden des DISUM-Projekts jeder Schüler / jede Schülerin eine eigene Lösung verschriftlichen, anstatt einer Gruppenlösung, wie oben in Phase 4. In Phase 5 wurden dann Präsentationen in neuen Gruppen durchgeführt (Expertenmethode). (Blum, 2006, S. 14)

In folgendem Zitat wird besonders die Bedeutung eines Wechsels zwischen Gruppenarbeit und Arbeit mit der ganzen Klasse hervorgehoben.

“The most important guiding principles for this teaching unit were: [...] Systematic change between independent work in groups (coached by the teacher) and whole-class activities (especially for comparison of different solutions and retrospective reflections)” (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 55)

Es ist empirisch belegt, dass auf diese Weise der Lernerfolg bezüglich der Modellierungskompetenz höher ist als bei SchülerInnen die völlig alleine arbeiten. Siehe: (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 55).

Wie schon erwähnt, sollte man die SchülerInnen von Anfang an mit einem speziellen „Lösungsplan“ (Modellierungskreislauf für SchülerInnen) bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben unterstützen. Auch die Lehrperson sollte sich der Bedeutung des Modellierungskreislaufes für die Diagnose und die strategische Unterstützung bewusst sein. So sollte man sich als Lehrperson im Vorfeld verschiedene

Lösungsansätze für eine Aufgabe vorbereiten und sich überlegen, wo potenzielle Hürden für SchülerInnen auftreten könnten. (Blum, 2006, S. 20)

Bevor die Frage geklärt wird, warum es so wichtig ist die Modellierungskompetenz der SchülerInnen zu verbessern, soll der wichtigste Inhalt von Kapitel 2 zusammengefasst und übersichtlich dargestellt werden.

2.3 Zusammenfassung

Im vorangegangenen Kapitel wurde umfangreich die Frage behandelt, wie man mathematisches Modellieren lehren bzw. lernen kann. Hierbei gibt es zahlreiche Wege, die zum Ziel führen können. Der wichtigste Punkt ist jedoch, dass zur Förderung der Modellierungskompetenz die SchülerInnen in Modellierungsaktivitäten eingebunden werden müssen. Das heißt die SchülerInnen müssen selbstständig Beispiele bearbeiten. Dieser Prozess kann nicht, durch auch noch so gute Belehrung, ersetzt werden. (Blum, 2006, S. 19)

Es gibt Studien, die darauf hinweisen, dass ein „guter“ Unterricht die Modellierungskompetenz von SchülerInnen stark verbessern kann. (Blum, 2006, S. 19) Solch ein „guter“ Unterricht sollte unter anderem folgende Merkmale aufweisen:

- *„Es soll ein breites Spektrum von Aufgaben behandelt werden, die gezielt auch die Teil-Kompetenzen des Modellierens ansprechen.“* (Blum, 2006, S. 19) Vor allem das Vereinfachen und das Validieren fällt SchülerInnen besonders schwer und sollte daher speziell geübt werden.
- *„Günstig zur Herausforderung von Modellierungsaktivitäten ist ein Wechsel zwischen Plenums-, Einzel- und Gruppenarbeit.“* (Blum, 2006, S. 19)
- Es ist sehr wichtig SchülerInnen eine Strategie für die Bearbeitung von Modellierungsaufgaben in die Hand zu geben. (z.B.: „Lösungsplan“ siehe Abbildung 15)
- Die Lehrperson sollte sich der Bedeutung des Modellierungskreislaufes als strategisches Hilfsmittel bewusst sein.
- In der Vorbereitung der Lehrperson sollten verschiedene Lösungswege durchdacht und dabei auf eventuelle Hürden geachtet werden.

- Die Aufgabe sollen von den SchülerInnen möglichst selbstständig behandelt werden. Das heißt aber für den Lehrer nicht die SchülerInnen völlig alleine arbeiten zu lassen. Vielmehr sollen Interventionen von Seite der Lehrperson erfolgen, die die SchülerInnen dazu anregen selbst eine Lösung für ein Problem zu finden.
- Ein reflektierender Vergleich der Schülerlösungen führt zu einer Abrundung des Lernprozesses und sollte daher nicht vernachlässigt werden.

Vgl.: (Blum, 2006, S. 19-20)

Es mag nun so erscheinen, dass man als Lehrperson auf so viel achten muss, dass es unmöglich ist einen „guten“ Modellierungsunterricht zu gestalten. Es weisen die empirischen Resultate jedoch darauf hin, dass es durchaus möglich ist und die Ergebnisse sehr ermutigend sind.

3 Gründe für den Einsatz im Unterricht

Im folgenden Kapitel soll die Frage geklärt werden, warum man sich überhaupt mit mathematischem Modellieren beschäftigt. Dabei wird im Speziellen auf zwei Punkte eingegangen. Zuerst wird geklärt, wie das Thema in den Bildungsstandards verankert ist. Danach wird noch darauf verwiesen, welche positiven Effekte mathematisches Modellieren für die Lernenden selbst hat.

3.1 Gesetzliche Vorgaben zum Modellieren

3.1.1 Deutschland

In Deutschland gelten sowohl für die Sekundarstufe I als auch für die Sekundarstufe II die Bildungsstandards als Grundlage dafür, was die SchülerInnen können sollen. Die Bildungsstandards sind dazu da, um *„für Transparenz schulischer Anforderungen zu sorgen, die Entwicklung eines kompetenzorientierten Unterrichts zu fördern und eine Grundlage für die Überprüfung der erreichten Ergebnisse zu schaffen. [...] Unter einer Kompetenz wird dabei die Fähigkeit verstanden, Wissen und Können in den jeweiligen*

Fächern zur Lösung von Problemen anzuwenden.“ (Kultusministerkonferenz, 2012, S. 5)

Es soll nun geklärt werden, was man sich, laut den Bildungsstandards, vom Mathematikunterricht erwartet. Bis zur allgemeinen Hochschulreife soll eine „*vertiefte Allgemeinbildung, allgemeine Studierfähigkeit sowie wissenschaftspropädeutische Bildung*“ (Kultusministerkonferenz, 2012, S. 11) entwickelt werden. Da es in dieser Arbeit um mathematisches Modellieren geht, ist besonders folgende geforderte Aufgabe des Mathematikunterrichts interessant:

*Bildungstheoretische Grundlagen des Mathematikunterrichts sind der Allgemeinbildungsauftrag wie auch die **Anwendungsorientierung des Unterrichtsfaches Mathematik**. Demnach wird Mathematikunterricht durch drei Grunderfahrungen geprägt, die jeder Schülerin und jedem Schüler vermittelt werden müssen:*

- *Mathematik als Werkzeug, um Erscheinungen der Welt aus Natur, Gesellschaft, Kultur, Beruf und Arbeit in einer spezifischen Weise wahrzunehmen und zu verstehen,*
- *Mathematik als geistige Schöpfung und auch deduktiv geordnete Welt eigener Art,*
- *Mathematik als Mittel zum Erwerb von auch über die Mathematik hinausgehenden, insbesondere heuristischen Fähigkeiten.*

(Kultusministerkonferenz, 2012, S. 11)

Es wird hier unter anderem die Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts betont. Besonders die erste Grunderfahrung, die hier dezidiert angeführt ist, spricht speziell das mathematische Modellieren an. Daraus kann man schließen, dass in Deutschland das Modellieren einen sehr hohen Stellenwert als Bildungsziel des Mathematikunterrichts hat. Daher ist es auch nicht verwunderlich, dass *Modellieren* als eigene Kompetenz angeführt wird. Das deutsche Kompetenzmodell, das zeigt, was die SchülerInnen können sollen, lässt sich in einem dreidimensionalen Koordinatensystem wie folgt darstellen:

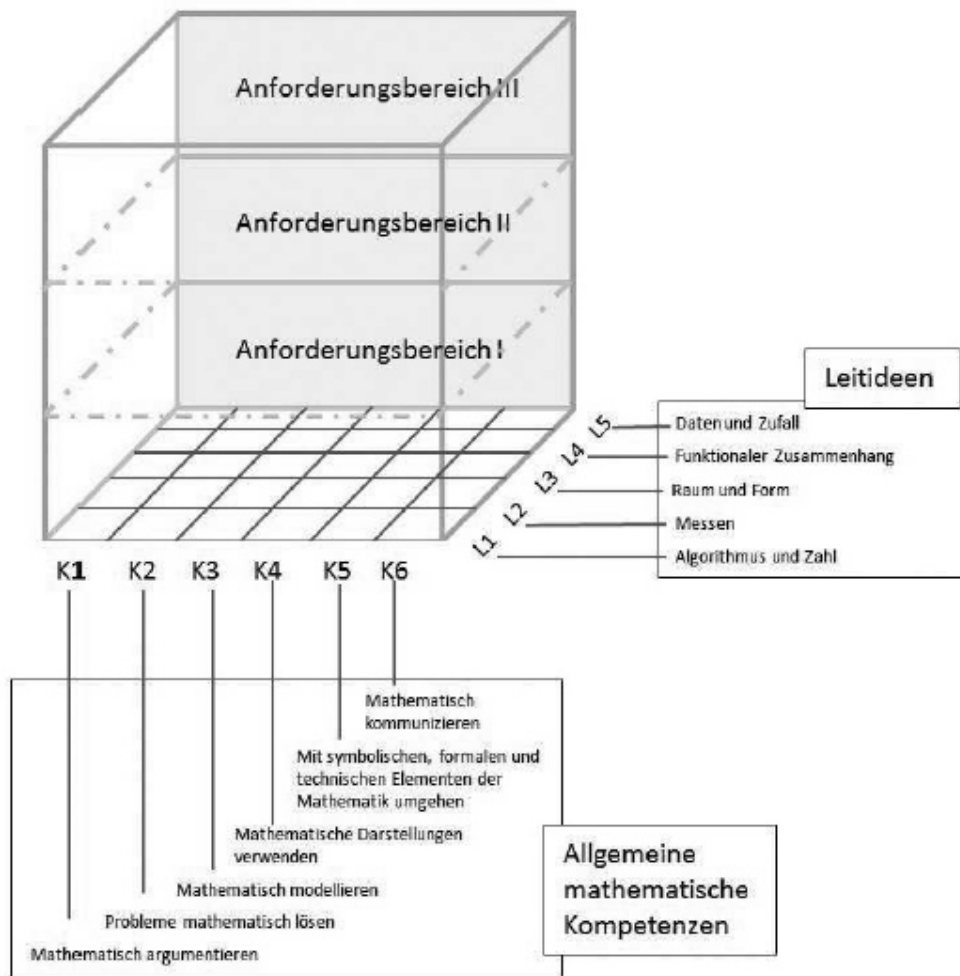


Abbildung 23: Kompetenzmodell der deutschen Bildungsstandards für Mathematik (Kultusministerkonferenz, 2012, S. 12)

Man unterscheidet hier drei Dimensionen einer mathematischen Kompetenz:

1. die „allgemeinen mathematischen Kompetenzen“,
2. die „inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen“, geordnet nach „Leitideen“,
3. die „Anforderungsbereiche“.

(Blum, Drücke-Noe, Hartung, & Köller (Hrsg.), 2010, S. 19)

Für diese Arbeit ist besonders die allgemeine mathematische Kompetenz K3 (mathematisch modellieren) interessant. Die Kompetenz des Modellierens wird in den Bildungsstandards in Anlehnung an einen Modellierungskreislauf beschrieben. Es werden auch dezidiert Teilschritte wie „Vereinfachen“ oder „Interpretieren“ genannt. In (Blum, Drücke-Noe, Hartung, & Köller (Hrsg.), 2010, S. 40-43) wird erwähnt, dass man gewisse Teilkompetenzen des Modellierens auch anderen Bereichen wie etwa K6

(mathematisch kommunizieren) zuordnen kann. Bei der Kompetenz K3 geht es vor allem um die Übersetzungsprozesse zwischen Realität und Mathematik.

Die allgemeine Kompetenz des Modellierens ist immer untrennbar mit einem mathematischen Inhalt und einem Anforderungsbereich verknüpft. *„Man wird erst dann vom hinreichenden Erwerb einer allgemeinen mathematischen Kompetenz sprechen, wenn diese an ganz unterschiedlichen Leitideen in allen drei Anforderungsbereichen erfolgreich eingesetzt werden kann.“* (Kultusministerkonferenz, 2012, S. 12) Das heißt es ist wichtig im Unterricht sehr vielseitige Modellierungsaufgaben zu behandeln. Genauer heißt das, Modellierungsaufgaben mit verschiedenen mathematischen Inhalten sowie verschiedenen Komplexitätsstufen zu behandeln.

Da nun aber noch nicht klar ist, was die SchülerInnen genau können müssen, werden die Anforderungen in den Bildungsstandards konkretisiert.

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können

- *vertraute und direkt erkennbare Modelle anwenden*
- *eine Realsituation direkt in ein mathematisches Modell überführen*
- *ein mathematisches Resultat auf eine gegebene Realsituation übertragen*

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können

- *mehrschrittige Modellierungen mit wenigen und klar formulierten Einschränkungen vornehmen*
- *Ergebnisse einer solchen Modellierung interpretieren*
- *ein mathematisches Modell an veränderte Umstände anpassen*

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können

- *eine komplexe Realsituation modellieren, wobei Variablen und Bedingungen festgelegt werden müssen*
- *mathematische Modelle im Kontext einer Realsituation überprüfen, vergleichen und bewerten*

(Kultusministerkonferenz, 2012, S. 15)

Man kann erkennen, dass auch dezidiert Teilkompetenzen des Modellierens angesprochen werden. Vor allem der Anforderungsbereich I besteht nur aus Teilkompetenzen.

Personen die sich noch genauer für die Bildungsstandards in Deutschland interessieren sei folgende Literatur ans Herz gelegt: (Blum, Drücke-Noe, Hartung, & Köller (Hrsg.), 2010)

Als nächstes wird die Verankerung des Modellierens in Österreich untersucht.

3.1.2 Österreich

Wie in Deutschland bildet auch in Österreich ein Kompetenzmodell die Grundlage dafür, was die SchülerInnen lernen sollen. In Österreich unterscheidet man zwischen den Kompetenzen, die in der Unterstufe erworben werden sollen, und jenen, die in der Oberstufe erworben werden sollen. Die Kompetenzmodelle sind zwar ähnlich, unterscheiden sich aber in gewissen Punkten. Das Kompetenzmodell der Unterstufe ist den Bildungsstandards für Mathematik zu entnehmen. Siehe: (Bildungsstandards für Mathematik - 8. Schulstufe, 2017). Das Kompetenzmodell der Oberstufe dient als Grundlage für die schriftliche Reifeprüfung und kann beispielsweise hier gefunden werden: (Die kompetenzorientierte Reifeprüfung, 2017).

Bei beiden Modellen besteht eine mathematische Kompetenz immer aus drei Dimensionen. *„Mathematische Kompetenzen haben [...] eine Handlungsdimension (auf welche Art von Tätigkeit sie sich beziehen, also was getan wird), eine Inhaltsdimension (auf welche Inhalte sie sich beziehen, also womit etwas getan wird) und eine Komplexitätsdimension (bezogen auf die Art und den Grad der Vernetzungen).“* (Bildungsstandards für Mathematik - 8. Schulstufe, 2017) Das Kompetenzmodell der Unterstufe und jenes der Oberstufe unterscheiden sich nur in der Inhaltsdimension. Da in dieser Arbeit vor allem die Handlungsdimension von Interesse ist soll im Folgenden nicht mehr zwischen den beiden Kompetenzmodellen unterschieden werden.

Im Bereich der Handlungsdimension unterscheidet man im österreichischen Kompetenzmodell folgende vier Bereiche:

„H1 Darstellen, Modellbilden

Darstellen meint die Übertragung gegebener mathematisierbarer Sachverhalte in eine (andere) mathematische Repräsentation bzw. Repräsentationsform.

Modellbilden erfordert über das Darstellen hinaus, in einem gegebenen Sachverhalt die relevanten mathematischen Beziehungen zu erkennen (um diese dann in mathematischer Form darzustellen), allenfalls Annahmen zu treffen, Vereinfachungen bzw. Idealisierungen vorzunehmen u. Ä.

H2 Rechnen, Operieren

Rechnen im engeren Sinn meint die Durchführung numerischer Rechenoperationen, Rechnen in einem weiteren Sinn meint regelhafte Umformungen symbolisch dargestellter mathematischer Sachverhalte.

Operieren meint allgemeiner und umfassender die Planung sowie die korrekte, sinnvolle und effiziente Durchführung von Rechen- oder Konstruktionsabläufen und schließt z. B. geometrisches Konstruieren oder auch das Arbeiten mit bzw. in Tabellen und Grafiken mit ein.

H3 Interpretieren

Interpretieren meint, aus mathematischen Darstellungen Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte zu erkennen und darzulegen sowie mathematische Sachverhalte und Beziehungen im jeweiligen Kontext zu deuten.

H4 Argumentieren, Begründen

Argumentieren meint die Angabe von mathematischen Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise / Entscheidung sprechen. Argumentieren erfordert eine korrekte und adäquate Verwendung mathematischer Eigenschaften / Beziehungen, mathematischer Regeln sowie der mathematischen Fachsprache.

Begründen meint die Angabe einer Argumentation(skette), die zu bestimmten Schlussfolgerungen/Entscheidungen führt.“

(Die kompetenzorientierte Reifeprüfung, 2017)

Man erkennt zwar viele Gemeinsamkeiten zwischen den einzelnen Handlungsbereichen des österreichischen Kompetenzmodells und der Modellierungskompetenz, wie sie in den deutschen Bildungsstandards beschrieben wird, aber es wird in Österreich keine eigene Modellierungskompetenz erwähnt.

Es wurde in Kapitel 2.2.2 in Tabelle 2 bereits erwähnt, welche Teilkompetenzen die Modellierungskompetenz enthält. Hier soll nun überprüft werden ob, im österreichischen Kompetenzmodell, auf all diese Teilkompetenzen verwiesen wird. Nachfolgende Tabelle stellt die Teilkompetenzen mit Indikatoren laut Greefrath dar, sowie Zitate aus dem österreichischen Kompetenzmodell, die auf die Teilkompetenzen verweisen.

Teilkompetenz laut Greefrath	Indikator laut Greefrath	Zitate aus dem österreichischen Kompetenzmodell
Vereinfachen	<i>Die SchülerInnen trennen wichtige von unwichtigen Informationen einer Realsituation</i>	• <i>Modellbilden erfordert [...] Vereinfachungen bzw. Idealisierungen vorzunehmen u. Ä.</i>
Mathematisieren	<i>Die SchülerInnen übersetzen Realsituationen in Mathematische Modelle (z.B. Term, Gleichung, Figur, Diagramm, Funktion)</i>	• <i>alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/ Darstellung der Mathematik übersetzen</i> • <i>problemrelevante mathematische Zusammenhänge identifizieren und mathematisch darstellen</i> • <i>ein für die Problemstellung geeignetes mathematisches Modell verwenden oder entwickeln</i>
Rechnen	<i>Die SchülerInnen arbeiten mit dem mathematischen Modell</i>	• <i>numerische Rechenverfahren durchführen (z. B. Rechnen mit Dezimalzahlen, Brüchen, Potenzen usw.)</i> • <i>elementare Rechenoperationen in den jeweiligen Inhaltsbereichen planen und durchführen</i> • <i>mit und in Tabellen oder Grafiken operieren</i> • <i>geometrische Konstruktionen durchführen</i> • <i>beim Operieren zwischen verschiedenen Lösungswegen entscheiden</i>
Interpretieren	<i>Die SchülerInnen beziehen die im Modell gewonnen Informationen auf die Realsituation</i>	• <i>Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten</i>

Validieren	<i>Die SchülerInnen überprüfen die im Modell gewonnen Informationen an der Realsituation Sie vergleichen und bewerten verschiedene mathematische Modelle für eine Realsituation</i>	• <i>Ergebnisse abschätzen, sinnvoll runden, näherungsweise rechnen</i> • <i>mathematische Argumente nennen, die für oder gegen die Verwendung [...], eines Modells [...] sprechen</i> • <i>verschiedene mathematische Modelle für ein Problem entwickeln und ihre Problemadäqutheit abwägen</i>
Beurteilen	<i>Die SchülerInnen beurteilen kritisch das verwendete mathematische Modell</i>	• <i>die Entscheidung für eine mathematische Handlung oder eine mathematische Sichtweise problembezogen argumentativ belegen</i>
Realisieren	<i>Die SchülerInnen ordnen einem mathematischen Modell eine passende Realsituation zu bzw. finden zu einem mathematischen Modell eine passende Realsituation</i>	• <i>ein für die Problemstellung geeignetes mathematisches Modell verwenden oder entwickeln</i>

Tabelle 3: Teilkompetenzen des Modellierens im österreichischen Bildungsstandard Mathematik

Die Teilkompetenzen sind aus Tabelle 2 entnommen (siehe (Greefrath, 2012, S. 130)). Die Zitate stammen aus (Die kompetenzorientierte Reifeprüfung, 2017, S. 13-14). Aus Platzgründen wurden die Sätze nicht einzeln zitiert, sondern dies hier ist als Sammelzitat für alle Inhalte der Tabelle zu verstehen.

Man kann der Tabelle entnehmen, dass im österreichischen Kompetenzmodell zwar nicht dezidiert auf das Modellieren hingewiesen wird, aber es finden sich Zitate zu allen Teilkompetenzen. Das Modellieren ist also auch im österreichischen Kompetenzmodell verankert.

3.2 Positive Effekte des Modellierens für das Individuum

Es wurde in diesem Kapitel bereits gezeigt, dass sowohl im österreichischen als auch im deutschen Kompetenzmodell das Modellieren verankert ist und somit von den SchülerInnen erlernt werden soll. Es soll nun noch auf Argumente für das Modellieren, außerhalb der gesetzlichen Rahmenbedingungen, eingegangen werden.

Blum und Borromeo Ferri stellen in einem ihrer Artikel die Frage: „*Why is modelling so important for students?*“ (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 47) Diese Frage soll hier nun geklärt werden.

Es wird bereits seit langer Zeit die Forderung gestellt, dass der Mathematikunterricht mehr Bezug zum Alltag beziehungsweise zur Realität herstellen soll. (Blum, 2006, S.

8) Doch warum wird dieser Bezug zum Alltag gefordert? In (Blum, 2006, S. 11) wird auf folgende vier Gründe verwiesen:

- *„Nur mit Realitätsbezügen kann der Mathematikunterricht zum Umweltverstehen, zur Alltagsbewältigung und zur Berufsvorbereitung beitragen („pragmatische“ Gründe).*
- *Realitätsbezüge sind ein Vehikel zur Kompetenzentwicklung und sind insbesondere für die Förderung der Kompetenz Modellieren unentbehrlich („formale“ Gründe).*
- *Realitätsbezüge helfen Schülern beim Mathematiklernen, sie dienen zum besseren Verstehen und Behalten von mathematischen Inhalten und können diese motivieren („lernpsychologische“ Gründe).*
- *Nur mit Realitätsbezügen lässt sich ein adäquates Mathematikbild bei Schülern aufbauen („kulturbezogene“ Gründe).“*

(Blum, 2006, S. 11)

Auf den zweiten Punkt (Modellieren zur Kompetenzentwicklung) wurde bereits oben verwiesen. Punkt 3 ist von besonderem Interesse für den Mathematikunterricht selbst, aber auch von Bedeutung für die SchülerInnen. Die Bedeutung für die Gesellschaft bzw. die Wissenschaft wird in Punkt 1 und 4 betont.

Ähnliche Argumente für das Modellieren findet man auch bei anderen Autoren wie etwa hier:

- *“help students’ to better understand the world,*
- *support mathematics learning (motivation, concept formation, comprehension, retaining),*
- *contribute to develop various mathematical competencies and appropriate attitudes,*
- *contribute to an adequate picture of mathematics.”*

(Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 47)

Von dieser Fülle an positiven Argumenten sollte nun auch der größte Skeptiker davon überzeugt sein, dass es von Vorteil ist mathematisches Modellieren im Unterricht zu behandeln.

4 Beispiele für Modellierungsprojekte

Im Verlauf dieser Arbeit wurden schon sehr viele Modellierungsaufgaben vorgestellt. Da der Fokus dieser Arbeit eher auf Modellierungsprojekten liegen soll, sollen nun einige Beispiele für Modellierungsprojekte angeführt werden. Zur Erinnerung: Unter einem Modellierungsprojekt soll eine Modellierungsaufgabe verstanden werden, deren Bearbeitung einen längeren Zeitraum einnimmt als ein bis zwei Unterrichtsstunden.

4.1 Seehundpopulation in Gefahr

4.1.1 Angabe

In Norwegen existiert eine Seehundpopulation, die schon seit geraumer Zeit von Meeresbiologen beobachtet wird. Die Population umfasste Anfang März genau 20000 Tiere. Es hat sich nun eine ansteckende Krankheit in der Population ausgebreitet, die auch zum Tod der Tiere führen kann. Da die Seehunde durch die Krankheit stark gefährdet sind, haben die Meeresbiologen beschlossen jeden Tag die Anzahl und den Gesundheitszustand der Seehunde zu überprüfen. Zu Beginn der genauen Beobachtung waren bereits 60 Tiere tot. In folgender Tabelle sind die Entwicklungen vom ersten Beobachtungstag auf den zweiten dargestellt.



Abbildung 24: Seehunde am Strand (Sylter Rundschau, 2017)

1. Tag	2. Tag
19801 gesunde Tiere	19722 blieben weiterhin gesund 79 gesunde Tiere wurden krank
139 kranke Tiere	28 kranke Tiere wurden wieder gesund 69 kranke Tiere blieben krank 42 kranke Tiere sind gestorben
60 tote Tiere	

- Erstelle auf Basis der vorhandenen Daten ein Modell wie sich die Population entwickeln könnte.
- Stelle die Entwicklung der gesunden, kranken und toten Tiere über einen Zeitraum von einem Monat graphisch dar. Beschreibe die Ergebnisse!

- c) Die Meeresbiologen haben nach den ersten sieben Beobachtungstagen insgesamt bereits 335 tote Tiere gezählt. Überprüfe, ob die Beobachtungen mit deinem Modell vereinbar sind und versuche gegebenenfalls dein Modell zu verbessern.
- d) Die Meeresbiologen überlegen die Tiere einer neuartigen Impfung zu unterziehen. Geimpft werden dabei alle Tiere. Durch den Impfstoff werden aber nicht alle Tiere immun, sondern es werden lediglich Tiere die einmal krank sind und von selbst wieder gesund werden, dauerhaft immun gegen die Krankheit. Würde diese Impfung die Population retten? Begründe!

Die Aufgabe wurde in Anlehnung an eine Aufgabe aus (Kultusministerkonferenz, 2012, S. 36-40) erstellt.

4.1.2 Möglicher Lösungsweg

Es soll im Folgenden eine mögliche Lösung beschrieben werden. Dabei wird anhand des „Lösungsplans“ aus dem DISUM-Projekt vorgegangen (vgl. Abbildung 15). Wie die Angabe wurde auch die Lösung in Anlehnung an (Kultusministerkonferenz, 2012, S. 36-40) erstellt.

1. Aufgabe verstehen

Zunächst müssen die SchülerInnen den Text genau lesen und sich klar werden worum es in der Aufgabe geht. Es ist für die Aufgabe praktisch die Seehunde in die drei Kategorien „Gesund“, „Krank“ und „Tot“ zu gliedern. Gefragt ist nun wie sich die Anzahl der Seehunde in den drei Kategorien entwickelt.

2. Modell erstellen

Da nur die Daten von zwei Beobachtungstagen gegeben sind müssen Annahmen über die Krankheitsausbreitung und über die generelle Vermehrung der Seehunde gemacht werden. Solche Annahmen wären etwa:

Die Übergänge zwischen den Zuständen sind jeden Tag prozentuell gleich.

Es werden keine Geburten noch natürlichen Tode berücksichtigt.

Auf Basis dieser Annahme können die relativen Häufigkeiten der Übergänge zwischen den Kategorien, aus den gegebenen Daten ermittelt werden.

$$\frac{19722}{19801} \approx 0.99601$$

Das heißt von den gesunden Tieren sind ca. 99,6% am nächsten Tag auch noch gesund. Analog verfährt man mit den restlichen Übergängen. Am besten überträgt man diese relativen Häufigkeiten dann in eine übersichtliche Skizze und erhält daraus folgenden Übergangsgraphen³:

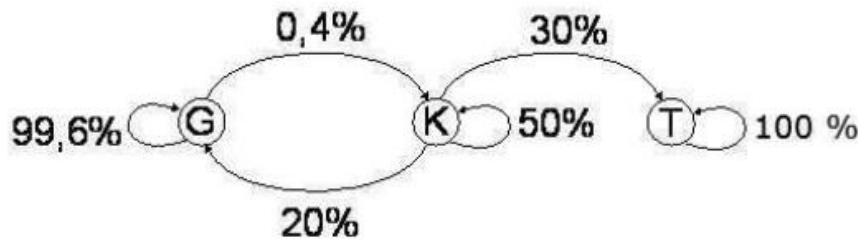


Abbildung 25: Übergangsgraph mit den Zuständen Gesund-Krank-Tot (Kultusministerkonferenz, 2012, S. 38)

3. Mathematik benutzen

In diesem Schritt geht es darum mit mathematischen Mitteln die Entwicklung der Seehundpopulation auf Basis des aufgestellten Modells zu berechnen.⁴

Die zeitliche Entwicklung solch eines linearen Zusammenhangs lässt sich leicht mit einem Tabellenkalkulationsprogramm berechnen.

Es ergeben sich dabei folgende Zusammenhänge zwischen den Anzahlen der Tiere am Tag n und dem folgenden Tag:

$$G_{n+1} = G_n \cdot 0,996 + K_n \cdot 0,2$$

$$K_{n+1} = K_n \cdot 0,5 + G_n \cdot 0,004$$

$$T_{n+1} = K_n \cdot 0,3 + T_n$$

³ In Österreich werden Übergangsgraphen nur selten in der Schule behandelt, weshalb davon auszugehen ist, dass SchülerInnen vermutlich die Daten anders darstellen würden.

⁴ Für SchülerInnen die bereits im Umgang mit Übergangsmatrizen vertraut sind wäre folgender Weg denkbar (Schüler die damit noch nicht gearbeitet haben werden die Aufgabe eher so lösen wie oben beschrieben):

Die Anzahl der Tiere in den verschiedenen Kategorien stellen wir in einem Vektor $\vec{v}$ dar. Beim Übergang von einem Tag zum nächsten ergibt sich der neue Vektor durch Multiplikation mit einer Matrix wie folgt:

$$\vec{v}_{n+1} = M \cdot \vec{v}_n = \begin{pmatrix} 0,996 & 0,2 & 0 \\ 0,004 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_g \\ v_k \\ v_t \end{pmatrix}$$

Durch Anwenden der Rechenregeln für die Matrixmultiplikation und vergleichen mit dem obigen Rechenweg, kann man sich leicht davon überzeugen, dass beide Wege äquivalent sind

Die Variablen G_n, K_n, T_n bezeichnen die Anzahlen der gesunden, kranken bzw. toten Tiere am Tag n . Mit Hilfe der obigen Formeln wurden die folgenden Daten mit Excel berechnet.

Tag	Gesunde Tiere	krankte Tiere	tote Tiere
1	19801	139	60
2	19750	149	102
3	19700	153	146
4	19652	155	192
5	19605	156	239
6	19558	157	286
7	19511	157	333
8	19464	156	380
9	19417	156	427
10	19371	156	473
11	19324	155	520
12	19278	155	567
13	19232	155	613
14	19186	154	660
15	19140	154	706
16	19094	153	752
17	19049	153	798
18	19003	153	844
19	18958	152	890
20	18912	152	936
21	18867	152	981
22	18822	151	1027
23	18777	151	1072
24	18732	151	1117
25	18687	150	1163
26	18643	150	1208
27	18598	149	1253
28	18553	149	1297
29	18509	149	1342
30	18465	148	1387

Tabelle 4: zeitliche Entwicklung der Seehundpopulation

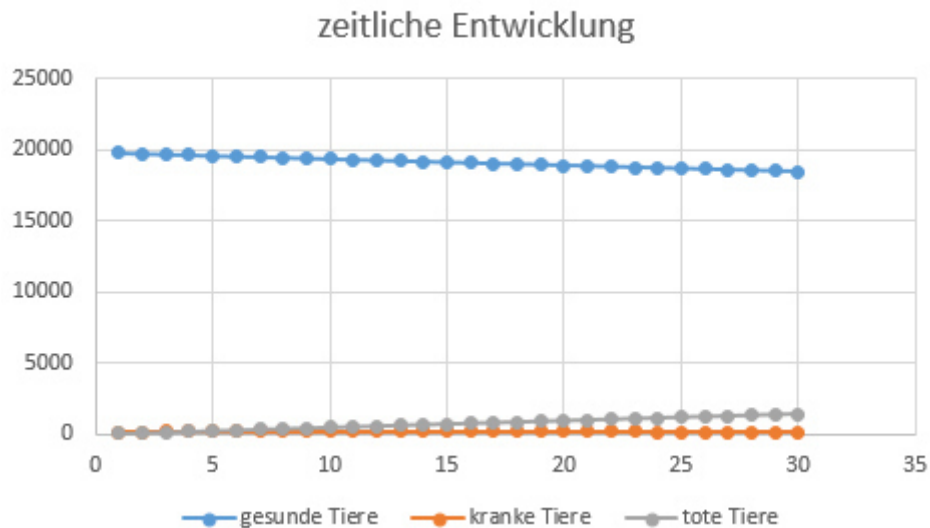


Abbildung 26: graphische Darstellung der obigen Daten

4. Ergebnis erklären

Man kann anhand der Berechnungen erkennen, dass die Anzahl der kranken Tiere in etwa konstant bleibt und pro Tag circa gleich viele Tiere sterben. Das heißt die Krankheit breitet sich gleichmäßig aus und es sind nach einem Monat „erst“ ca. 7% der Seehunde gestorben. Das Modell scheint die Realität sehr gut zu beschreiben, da die reale Anzahl der toten Tiere nach einer Woche sehr gut mit den berechneten Daten übereinstimmt. In diesem Modell sterben auf lange Sicht alle Seehunde. Das heißt mathematisch gesprochen: $\lim_{n \rightarrow \infty} G_n = 0$.

Nun stellt sich die Frage, wie man die Krankheit stoppen könnte. Durch die Impfung bekommt man eine vierte Kategorie der Seehunde die wir als „Immun“ bezeichnen wollen. In diese Kategorie fallen alle Seehunde die einmal gesund geworden sind und nun nicht mehr erkranken können. Erstellt man für diese Situation einen neuen Übergangsgraphen so stellt man fest, dass letztendlich alle Tiere in der Kategorie „Tot“ bzw. „Immun“ landen. Anhand der relativen Häufigkeiten der Übergänge erkennt man, dass ca. 40% der Tiere immun werden und 60% sterben. Dies erklärt sich dadurch, dass sich die Tiere entsprechend den relativen Häufigkeiten im Verhältnis 20:30 aufteilen. Die Impfung würde die Population also retten.

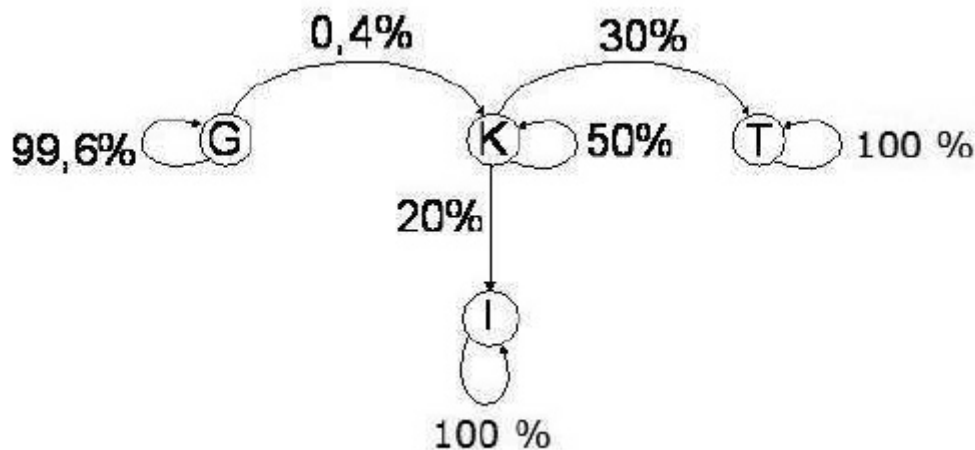


Abbildung 27: Übergangsgraph unter Berücksichtigung der Impfung (Kultusministerkonferenz, 2012, S. 40)

Betrachtet man die Situation in der Realität so ergeben sich einige interessante Punkte die es wert sind genauer bedacht zu werden. So ist es wahrscheinlich sehr schwer alle 20000 Seehunde zu impfen. Wäre es nicht einfacher die 150 kranken Seehunde in Quarantäne zu stellen? Außerdem erscheint über einen Zeitraum von einem Monat die Annahme, dass keine natürlichen Tode berücksichtigt werden unrealistisch. Die Annahme, dass keine Geburten stattfinden ist jedoch gerechtfertigt, da Seehunde normalerweise in Juni oder Juli zur Welt kommen (Wikipedia, 2017) und die Aufgabe im März handelt. Man könnte die Aufgabe abändern und annehmen, dass Seehunde die von selbst gesund werden auch ohne Impfung immun sind und die Impfung eine andere Wirkung hat. Hier sind der Kreativität keine Grenzen gesetzt.

Da man diese Punkte aber nicht eindeutig klären kann, soll an dieser Stelle nicht weiter darauf eingegangen werden.

4.1.3 Fazit zur Aufgabe

Die Aufgabe erfordert wenig mathematische Kenntnisse und kann daher schon früh in der Schule eingesetzt werden. Ein grundlegendes Verständnis von relativen Häufigkeiten und gewisse Excel Kenntnisse sollten aber schon vorhanden sein. Generell liegt der Fokus der Aufgabe nicht auf den mathematischen Mitteln, sondern auf der Erstellung und Interpretation eines Krankheitsmodells.

Die Anfangsdaten lassen unterschiedliche Annahmen der SchülerInnen zu. So würde die Annahme, dass pro Tag immer gleich viele Seehunde sterben, auch zu einem ähnlichen Ergebnis führen. Auf lange Sicht würde diese Annahme aber zu einer

negativen Anzahl von gesunden Seehunden führen, was natürlich sinnlos ist. Es erscheint außerdem logischer, dass die Anzahl der kranken Seehunde und damit die Anzahl der Tode pro Tag von der Anzahl der gesunden Seehunde abhängig ist.

Durch Variation der Anfangsdaten kann man die Aufgabe jedoch stark verändern. Man könnte zum Beispiel die Krankheit sehr viel „aggressiver“ gestalten. Legt man fest, dass sich pro Tag etwa 10% statt 0,4% anstecken so ergeben sich folgende Anfangsdaten:

1. Tag	2. Tag
19801 gesunde Tiere	17821 blieben weiterhin gesund 1980 gesunde Tiere wurden krank
139 kranke Tiere	28 kranke Tiere wurden wieder gesund 69 kranke Tiere blieben krank 42 kranke Tiere sind gestorben
60 tote Tiere	

Tabelle 5: Anfangsdaten für einen „aggressiven“ Krankheitsverlauf

Ausgehend von diesen Daten würde man folgenden Krankheitsverlauf erhalten:

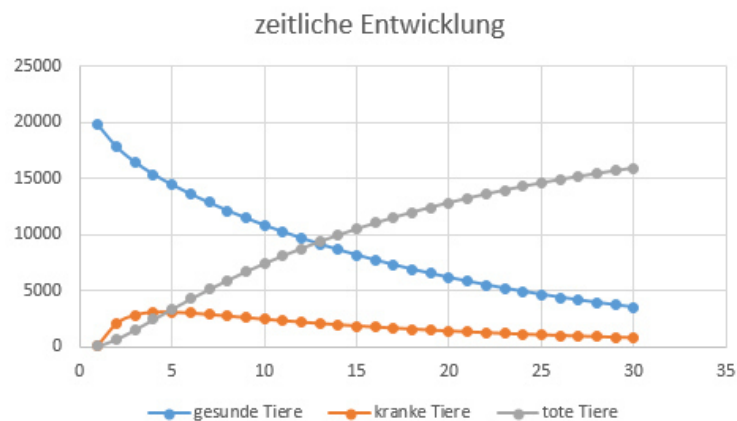


Abbildung 28: zeitliche Entwicklung der Seehundpopulation bei einem "aggressiven" Krankheitsverlauf

Man erkennt, dass nach einem Monat bereits 80% der Tiere gestorben sind. Eine Impfung wäre hier deutlich sinnvoller als unter den ursprünglichen Anfangsdaten.

4.2 Der Krieg der Eichhörnchen

Die folgende Aufgabe beruht auf der gleichen mathematischen Basis wie die Aufgabe „Seehundpopulation in Gefahr“. Daher möchte ich auch nur die Angabe vorstellen, da es mir vor allem darum geht zu zeigen, dass man ein mathematisches Thema in sehr unterschiedlichen Kontexten antreffen kann. Die Aufgabe beruht auf einer schon Bestehenden. Für die ursprüngliche Aufgabe und eine ausführliche Lösung siehe: (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 115-124)

4.2.1 Angabe

*„Ende des 19. Jahrhunderts wurde das graue Eichhörnchen (*Sciurus carolinensis*), auch Grauhörnchen genannt, aus Nordamerika nach Großbritannien eingeschleppt. Seit 1876, als die ersten Tiere freigelassen wurden, haben sie sich in England und Wales verbreitet. Auch in Teilen von Schottland und Irland sind sie mittlerweile zu finden. Gleichzeitig verschwand das heimische rote Eichhörnchen, das europäische Eichhörnchen, (*Sciurus vulgaris*) aus den meisten Gebieten, die durch das graue Eichhörnchen bevölkert wurden.“* (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 15)

Die Verdrängung der roten Eichhörnchen wurde zu einem öffentlich diskutierten Thema und es wurden Stimmen laut, die verlangten die grauen Eichhörnchen zum Abschuss frei zu geben, um die roten Eichhörnchen zu schützen. Im Jahr 2006 wurde dann schließlich solch ein Gesetz erlassen. Diese Aufgabe soll die Frage beantworten, ob es gerechtfertigt ist die grauen Eichhörnchen zu erschießen mit der Begründung, dass nur so die roten Eichhörnchen gerettet werden können.



Abbildung 29: Eichhörnchen (rechts) und Grauhörnchen (links) (Kinder Tierlexikon, 2017)

Datenlage

Zur Analyse der Verbreitung der Eichhörnchen wurde eine Untersuchung durchgeführt, in der die britischen Waldgebiete in Planquadrate von 10x10 km aufgeteilt wurden. Einmal pro Jahr wurden Förster befragt, welche Eichhörnchen sie in den Gebieten beobachten konnten. Es waren folgende Antworten möglich:

„R: nur rote Eichhörnchen,

G: nur graue Eichhörnchen,

B: beide Eichhörnchenarten,

K: keine der Eichhörnchenarten.“

(Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 15)

Die Umfrage wurde über einen Zeitraum von etwa 15 Jahren durchgeführt. Um eine Veränderung feststellen zu können werden nur jene Gebiete berücksichtigt in denen Daten aus zwei aufeinanderfolgenden Jahren vorhanden sind. Die folgende Tabelle enthält alle Daten der Jahrespaare von 1973-1974 bis 1987-1988. So gab es beispielsweise insgesamt 61 Fälle wo in einem Jahr nur rote Eichhörnchen gesichtet wurden und im folgenden Jahr nur graue Eichhörnchen.

Tabelle 6: Veränderung der Eichhörnchenpopulation (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 15)

Folge- jahr	erstes Jahr				Σ
	R	G	B	K	
R	2.529	35	257	5	2.805
G	61	733	20	91	905
B	282	25	4.311	335	4.953
K	3	123	310	5.930	6.366
Σ	2.875	916	4.898	6.361	15.050

- Erstelle ein Modell, das die Entwicklung der Eichhörnchenverteilung beschreibt!
- Versuche anhand deines Modells zu entscheiden, ob die roten Eichhörnchen auf lange Sicht verschwinden werden.
- Reflektiere über die getroffenen Modellannahmen! Wie realistisch ist dein Modell?

4.2.2 Möglicher Lösungsweg

Berechnet man die längerfristige Verteilung der Eichhörnchen unter ähnlichen Annahmen wie oben (Die prozentuellen Änderungen von einem Jahr auf das nächste sind gleich.) so erhält man, dass das rote Eichhörnchen nicht vom grauen Eichhörnchen verdrängt wird, sondern etwa 17% der Fläche alleine bewohnt.

Für eine ausführliche Lösung sei nochmals auf (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 115-124) verwiesen.

Für interessierte Leser sei an dieser Stelle eine weitere Aufgabe zu diskreten Prozessen erwähnt. In (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 95-105) findet man die Aufgabe „Bevölkerungswachstum unter Berücksichtigung der Altersstruktur“ sowie eine ausführliche Analyse.

4.3 Der Müll muss schleunigst weg!

Die Aufgabe und die zugehörige Lösung sind angelehnt an die Aufgabe „Optimale Routenplanung bei der Müllabfuhr“, siehe (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 47-58).

4.3.1 Angabe

In Österreich fallen pro Jahr und Kopf mehr als 600 kg Müll an. (siehe (nachrichten.at, 2017)) Diese gewaltige Menge muss regelmäßig von einem Müllwagen abgeholt und auf einen Müllplatz gebracht werden. Die Planung der Routen für die Müllwagen ist eine wichtige und anspruchsvolle Aufgabe. Anfang des Jahres 2017 sind erneut die Kosten für die Müllabfuhr in Wien gestiegen. (siehe (Vienna online, 2017)) Daher ist es jetzt in Zeiten steigender Kraftstoffpreise mehr denn je von Interesse, die Routen der Müllwagen zu optimieren. In folgendem Gebiet soll ein neuer Müllplatz mit einem eigenen Müllwagen gebaut werden.

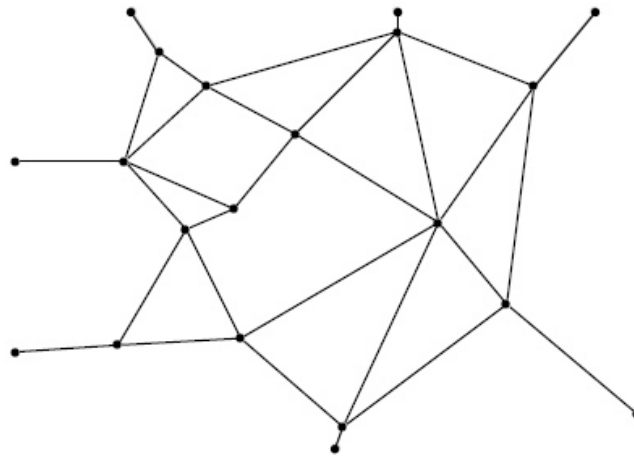


Abbildung 31: Graph von Modelstown (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 55)

Die Straßen, die aus der Stadt hinaus führen, müssen in jedem Fall einmal in jede Richtung befahren werden und sind daher für die Optimierung der Route unwichtig. Sie werden daher im Folgenden nicht berücksichtigt.

Als nächstes muss eine Annahme darüber getroffen werden, wie schnell der Müllwagen vorankommt. Es wird hier angenommen, dass der Müllwagen zwei Minuten für 100 m benötigt. Mit Hilfe dieser Annahme und dem Maßstab im Stadtplan können die Fahrzeiten für alle Straßen ermittelt werden. Der folgende reduzierte Graph beinhaltet die gerundeten Fahrzeiten der Straßen in Minuten (die Zeiten werden Kantengewichte genannt). Die Straßen, die aus der Stadt führen, wurden weggelassen.

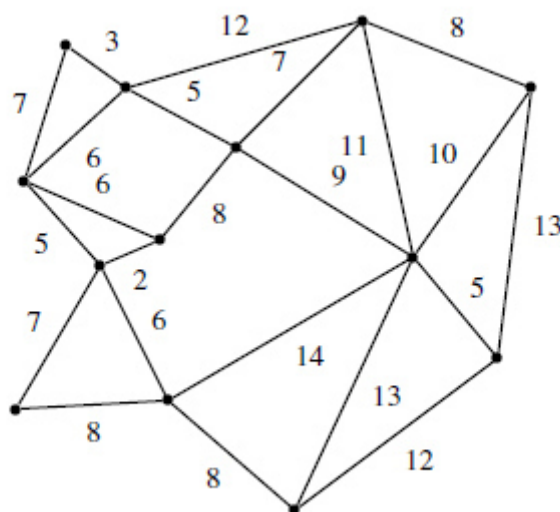


Abbildung 32: reduzierter Graph mit Kantengewichten (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 56)

Mit Hilfe dieses Graphen soll nun eine möglichst schnelle Route gefunden werden.

3. Mathematik benutzen

Eine optimale Route wäre klarerweise, wenn jede Straße genau einmal befahren würde. Da jeder Knoten auf einem Weg erreicht und auf einem anderen wieder verlassen werden muss, muss die Anzahl der Kanten, die von einem Knoten wegführen (Grad des Knoten) gerade sein, um jede Straße genau einmal befahren zu können. Besitzt ein Knoten einen ungeraden Grad, so ist es nicht möglich jede Straße genau einmal zu befahren und es müssen Straßen doppelt befahren werden. Es wird daher der Graph auf Knoten mit ungeradem Grad abgesucht. Es finden sich genau 4 Knoten mit ungeradem Grad. Um den Grad aller Knoten gerade zu machen, führen wir zwischen zwei „ungeraden“ Knoten eine weitere Kante ein. Das heißt dann, dass diese Straße zweimal befahren wird.

Man erkennt am nachfolgenden Graph (Abbildung 33), dass die Einführung einer neuen Kante immer den Grad von zwei Knoten ändert.

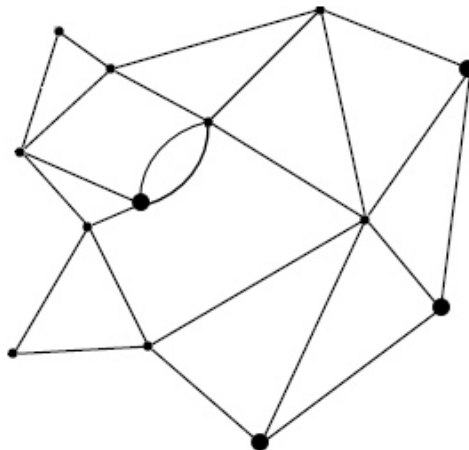


Abbildung 33: Einführung einer zusätzlichen Kante und fett markierte die ursprünglichen Knoten mit ungeradem Grad

Das heißt es müssen immer 2 Knoten mit ungeradem Grad mit neuen Kanten verbunden werden, um keine weiteren Knoten mit ungeradem Grad zu erhalten. Dies ist zum Beispiel wie weiter unten dargestellt möglich. (siehe Abbildung 34)

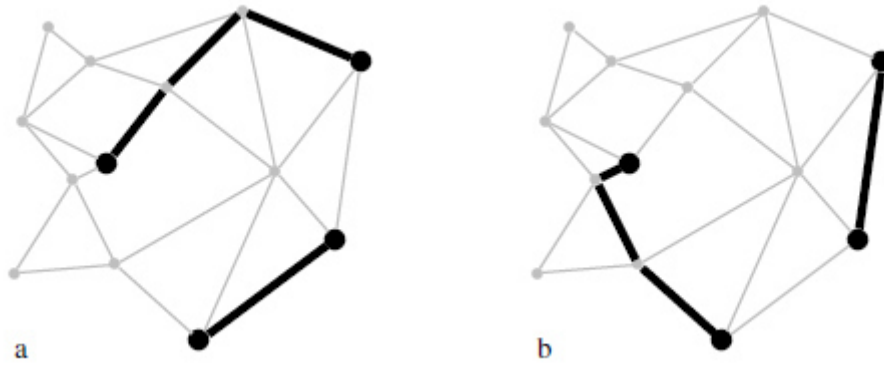


Abbildung 34: 2 mögliche Varianten um die ungeraden Knoten zu verbinden

Um zu bewerten, welche Variante besser ist, berechnet man die Summe der Kantengewichte der neuen Kanten. Da diese Summe die zusätzliche Wegdauer darstellt, wird jene Variante bevorzugt, deren Summe kleiner ist. Hier ist das Variante b. Zeichnet man nun die neuen Kanten ein, so erhält man einen Graph, der nur Knoten mit geradem Grad beinhaltet. In diesem Graph gilt es nun eine Route zu finden die jede Straße (Kante) genau einmal benutzt (Eulertour genannt). Laut einem Satz aus der Graphentheorie ist es immer möglich eine solche Eulertour zu finden, falls der Graph zusammenhängend ist und nur Knoten mit geradem Grad enthält, wie es hier der Fall ist.

SchülerInnen würden ab hier vermutlich einfach durch Probieren eine Eulertour suchen. Hier soll jedoch eine systematische Variante vorgestellt werden. Genauer soll „Fleury's Algorithmus“ vorgestellt werden.

- 1) Begonnen wird mit einer beliebigen Kante und diese wird markiert.
- 2) Die nächste Kante muss nun so gewählt werden, dass der Restgraph (jene Elemente die noch nicht markiert sind) weiterhin zusammenhängend ist.
- 3) Wenn alle Kanten markiert wurden, ist man fertig.

Im Folgenden werden einige Bilder zu den Schritten des Algorithmus dargestellt (Ab hier wird nicht mehr der reduzierte Graph, ohne die Straßen die aus der Stadt führen, verwendet, sondern es werden jene Straßen wieder eingezeichnet. Da diese Straßen in beide Richtungen befahren werden müssen sind sie auch doppelt eingezeichnet.):

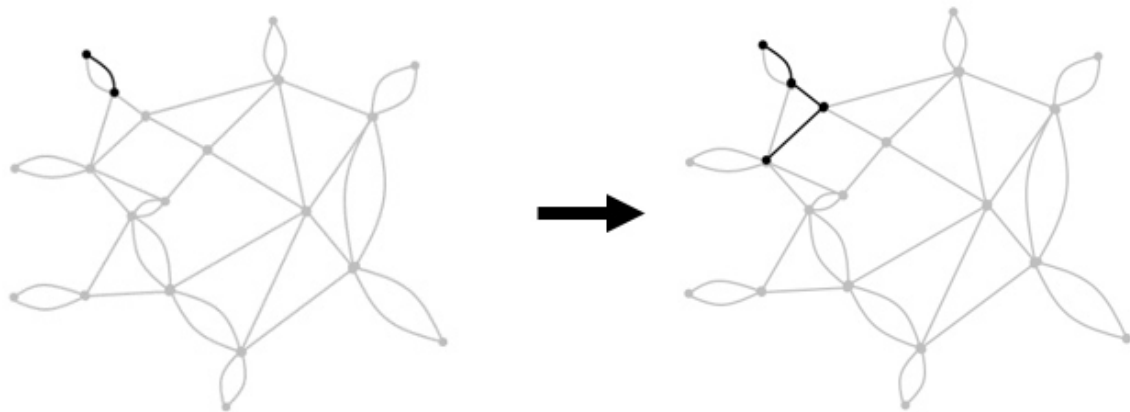


Abbildung 35: erster Schritt des Algorithmus (links) und Beginn von Schritt zwei rechts

In der unteren Abbildung (Abbildung 36) ist im linken Graph eine verbotene Route strichliert eingezeichnet. Man erkennt, dass hier eine Kante links oben vom Restgraph abgeteilt wird, was gegen die Vorschrift des Algorithmus verstößt. Daher wird die Route wie rechts dargestellt konstruiert:

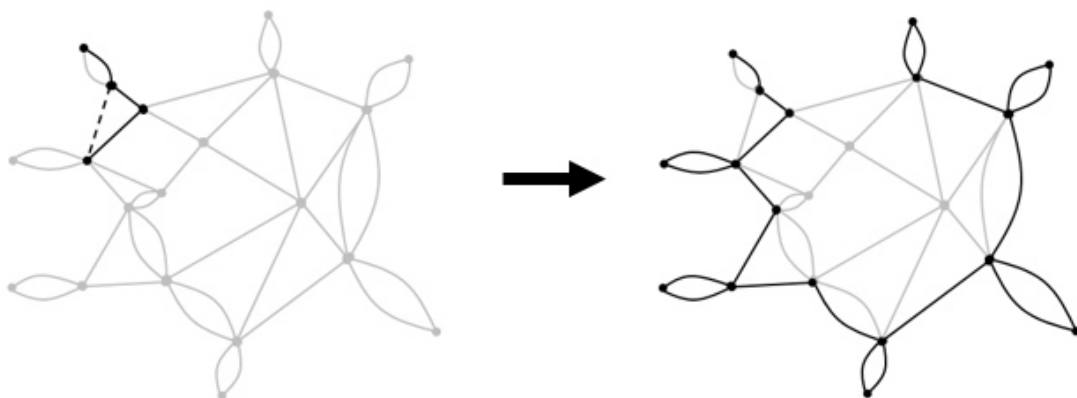


Abbildung 36: mehr von Schritt zwei

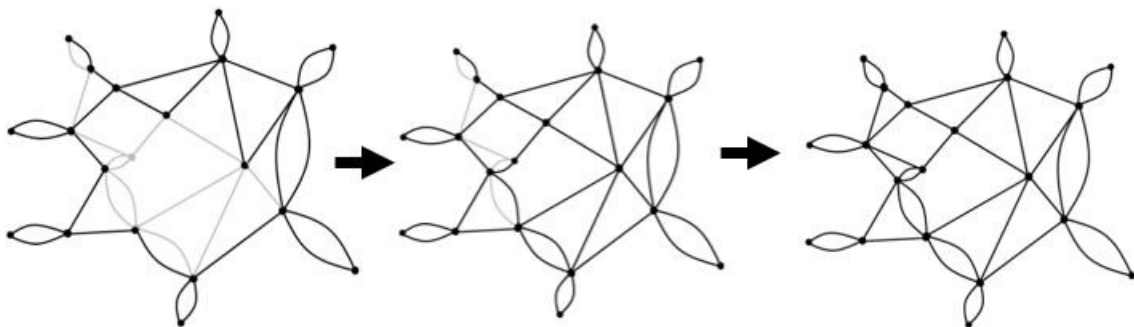


Abbildung 37: Der Rest von Schritt zwei bis zur fertigen Route

Nun ist die optimale Route für die Müllabfuhr fertig. Addiert man alle Kantengewichte, so erhält man eine Gesamtdauer der Fahrt von 354 Minuten.

4) Ergebnis erklären

Die Dauer der Route entspricht fast 7 Stunden und passt somit perfekt in den Arbeitstag eines Müllmanns mit etwa 8 Stunden. Man kann sogar noch eine Stunde für das Abladen des Wagens oder für eventuelle Verzögerungen einrechnen. Da es unwichtig ist, wo man die Tour startet (es werden immer alle Kanten genau einmal befahren), kann der Müllplatz prinzipiell überall gebaut werden. Am günstigsten ist es wahrscheinlich etwas außerhalb des Stadtteils.

4.3.3 Fazit zur Aufgabe

Ich bin der Meinung, dass viele SchülerInnen zunächst durch „Probieren“ versuchen die Aufgabe zu lösen. Meiner Meinung nach sollten es die meisten schaffen die Stadtkarte dabei auf einen Graphen zu reduzieren.

Der schwierigste Schritt wird wahrscheinlich sein den Graphen so zu erweitern, dass jede Kante genau einmal befahren wird. Ich könnte mir auch vorstellen, dass viele SchülerInnen nicht von Anfang an auf den Gedanken kommen, dass eine optimale Route genau jede Kante einmal verwendet. Als Hilfestellung könnte man einen einfacheren Graphen vorbereiten, an dem die Schüler zunächst eine Optimierung versuchen können. Oder man gibt lediglich den Hinweis zunächst einen einfacheren Graphen zu erfinden und hier eine optimale Route zu finden.

Ist einmal die Hürde überwunden den Graphen zu erweitern, so ist meiner Meinung nach das Problem schon so gut wie gelöst. Das Finden einer Route im erweiterten Graph schaffen die SchülerInnen sicherlich sehr schnell durch Probieren. Als Lehrperson kann man im Nachhinein noch verschiedene Algorithmen vorstellen, um diesen Schritt zu systematisieren. Zu nennen sind hier etwa „Fleurys Algorithmus“ oder der „Zwiebelschalalgorithmus“ (siehe (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 50-52)).

Die Aufgabe könnte man durch einige Zusätze noch variieren. Man könnte etwa Einbahnstraßen einführen, oder zusätzlich den Verkehr zu unterschiedlichen Tageszeiten berücksichtigen.

Die Aufgabe erfordert keine speziellen Vorkenntnisse von Seiten der SchülerInnen, sollte aber meiner Meinung nach trotzdem erst in der Oberstufe behandelt werden, da ich die Aufgabe als recht anspruchsvoll einschätze.

4.4 Durchheizen oder morgens aufheizen?

Die folgende Aufgabe wurde von Herrn Professor Humenberger entwickelt und von mir und drei Studienkollegen im Rahmen eines Seminars bearbeitet. Die Lösung die dabei entstanden ist, ist sehr umfangreich und soll daher nur vereinfacht dargestellt werden.

4.4.1 Angabe

Immer wieder stellt sich diese Frage Personen, die für die Heizung in Wohnungen bzw. Häusern verantwortlich sind.

Man hört dabei auch oft den Standpunkt: „Ausschalten der Heizung nachts bzw. eine Nachtabenkung bringt ja eh nichts, denn dann muss man am Morgen umso mehr Energie in das Wiederaufheizen der Wohnung investieren.“

Stellen Sie ein mathematisches Modell des zugrundeliegenden Prozesses auf und bearbeiten Sie folgende Fragen.

- Bringt nächtliches Ausschalten der Heizung bzw. eine Nachtabenkung Energieersparnis?
- Fällt die Antwort darauf immer gleich aus oder hängt sie von gewissen anderen „Bedingungen“ ab?
- Wie hängt eigentliche „Energie“ und „Temperatur“ zusammen?

4.4.2 Möglicher Lösungsweg

Für diese Lösung der Aufgabe ist folgendes physikalische Gesetze nötig:

Das Fouriersche Gesetz

Das Gesetz besagt, dass die durch Wärmeleitung übertragene Wärmeleistung $\dot{Q}$ (Wärmestrom), für den vereinfachten Fall eines festen Körpers mit zwei parallelen Wandflächen, wie folgt berechnet werden kann (Wikipedia, 2017):

$$\dot{Q} = U * A * (T_{W_1} - T_{W_2})$$

Einheit für $\dot{Q}$ ist Watt (W).

Hierbei stehen die einzelnen Formelzeichen für folgende Größen:

- T_{W_1} Temperatur der wärmeren Wandoberfläche
- T_{W_2} Temperatur der kälteren Wandoberfläche
- A : Fläche, durch die die Wärme strömt
- U U-Wert (Kennwert für die Isolierung des Hauses)

Durch Integration des Wärmestroms (Wärmeverlust pro Zeit) über die Zeit erhält man die Wärme, die über die Wände nach außen abgegeben wird. Diese Wärmemenge muss im Gleichgewichtszustand gleich der Wärmemenge sein, die durch die Heizung zugeführt wird, da sich sonst die Gesamtenergie im Haus ändern würde. Die Energie E , die pro Tag zugeführt wird, ergibt sich also durch:

$$E = \int_0^{24} \dot{Q}_{(t)} dt = U * A * \int_0^{24} (T_{\text{innen}}(t) - T_{\text{außen}}(t)) dt$$

U und A sind ja gleich, bei laufender und abgeschalteter Heizung. Das heißt, der Energieverbrauch unterscheidet sich nur im Integral über die Temperaturdifferenz. Klarerweise wird die Temperaturdifferenz kleiner, wenn man die Heizung abschaltet. Also $\Delta T_1 < \Delta T_2$. Die folgende Grafik stellt die Temperatur in Grad Celsius über die Zeit in Stunden dar. Die horizontale Linie bei 22°C stellt den Temperaturverlauf im Haus dar, wenn durchgeheizt wird. Der Knick der Temperaturkurve zwischen 0 und 6 Uhr stellt den Temperaturverlauf dar, wenn die Heizung in der Nacht abgeschaltet wird. Die Außentemperatur wird durch die Glockenkurve unten repräsentiert.

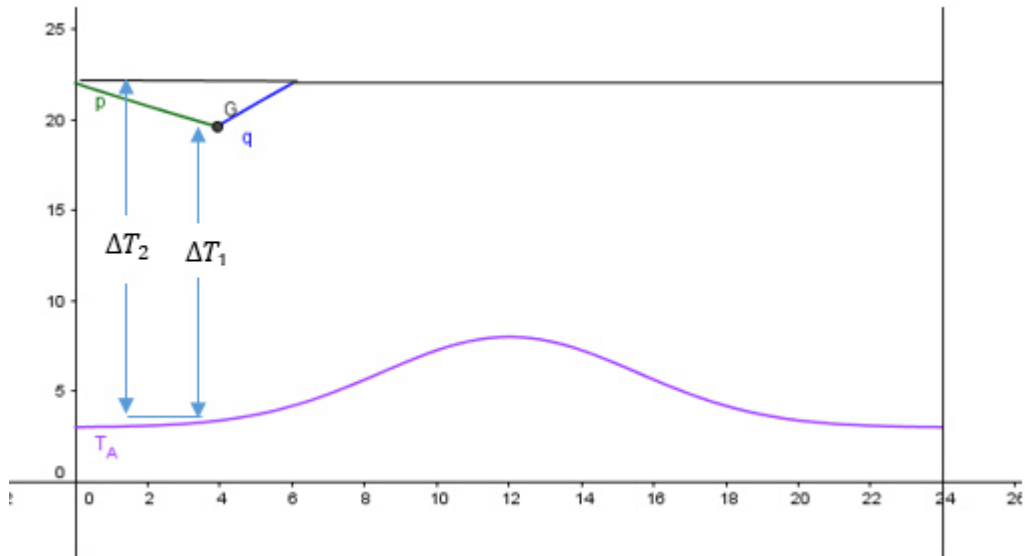


Abbildung 38: Temperaturverlauf im und außerhalb des Hauses beim Durchheizen bzw. abschalten der Heizung in der Nacht

Nach obiger Feststellung wird auch das Integral über die Temperaturdifferenz kleiner, wenn man die Heizung abschaltet, und somit auch die nötige Energie bei abgeschalteter Heizung.

In dem Modell ist es also egal, wie das Haus aufgebaut ist. **Eine Nachtabschaltung der Heizung ist, bezogen auf die Minimierung der Energiekosten, im Modell immer sinnvoll.**

In der Realität spielen dann natürlich noch die Art der Heizung und andere Faktoren eine Rolle für die tatsächlich benötigte Energie. Hier wird nur jene Energie, die tatsächlich zum Heizen verwendet wird, betrachtet.

4.4.3 Fazit zur Aufgabe

Diese Aufgabe ist eher für SchülerInnen in hohen Jahrgängen geeignet, da man schon mit der Idee des Integrierens vertraut sein sollte, um die Aufgabe zu bearbeiten.

Der physikalische Hintergrund kann bei Bedarf von der Lehrperson angeregt werden, sollten die SchülerInnen von selbst zu überhaupt keinem Ansatz kommen.

Vom Arbeitsaufwand her ist die Aufgabe sehr offen. So kann man etwa zusätzlich danach fragen, wie groß die Ersparnis durch ein Abschalten der Heizung ist. Durch diesen kleinen Zusatz wird die Aufgabe sehr viel komplexer und die SchülerInnen sind garantiert gut ausgelastet.

4.5 Sichere „Freunde“ beim Klettern

Dieses Projekt soll etwas ausführlicher analysiert werden, da es im Rahmen einer Modellierungswoche der TU Kaiserslautern von SchülerInnen bearbeitet wurde. Im nächsten Kapitel wird noch genauer erklärt, was das genau heißt, und es wird zusätzlich analysiert, wie die SchülerInnen beim Bearbeiten des Projekts vorgegangen sind. Doch vorher zum Projekt selbst.

4.5.1 Angabe:

Im Jahre 1967 wurde der Klettersport durch Klemmgeräte – später auch *Friends* genannt – revolutioniert. Diese Geräte lassen sich in verschieden breiten Rissen platzieren und halten im Falle eines Sturzes durch Reibung an den Wänden.

Bis dahin konnte lediglich in nach unten hin enger werdenden Rissen eine Sicherung in Form von Keilen gelegt werden. Diese mussten jedoch genau in den Riss passen. Ansonsten musste mit viel Aufwand ein Haken geschlagen oder gebohrt werden. Durch die neue Erfindung braucht man nicht mehr so viele verschiedene Keile, da ein *Friend* ein ganzes Intervall an verschiedenen Rissbreiten abdeckt und sogar in Rissen platziert werden kann, die sich nach unten hin öffnen.



Abbildung 39: Ein älterer Friend in einem Riss (Sicher Klettern lernen, 2017)

Die einzelnen Klemmbacken werden dabei durch Federkraft „nach außen gepresst“. D. h. für das Anbringen in einem Spalt muss man zuerst an der Feder ziehen, so dass die Backen sich drehen und der Friend dadurch möglichst schmal wird. Durch Loslassen der Feder gehen die Klemmbacken dann wieder nach außen, und der Friend ist dadurch stabilisiert.

Ihr werdet nun von einer Outdoor-Firma, die in Zukunft auch *Friends* produzieren will, als Mathematiker eingestellt.

- 1) Wie ist das möglich, dass auch nach unten offene Risse mittels *Friends* Halt geben können?
- 2) Welche Form der Klemmbacken würdet ihr entwickeln bzw. empfehlen?
- 3) Welche Einsatzbereiche (Spaltbreite und -form, Felsart) hätte euer Produkt?
- 4) Es gibt auch Formen mit zwei „Achsen“. Was ändert sich dadurch?

4.5.2 Möglicher Lösungsweg

Zu Beginn sollen kurz die Bauteile eines Friends benannt werden, um im Folgenden keine Missverständnisse zu erzeugen.

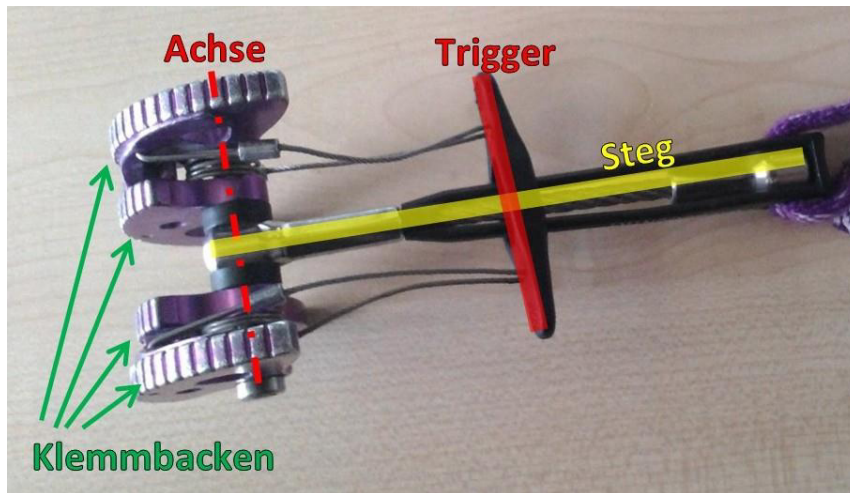


Abbildung 40: Bauteile eines Friends (Bergfreunde.de, 2017)

Wie man aus der Abbildung erkennen kann, besteht ein Friend aus 4 Klemmbacken die auf einer Achse montiert sind. Über den Steg wird die Achse mit einem Karabiner verbunden, an dem dann das Seil eingehängt wird. Der Trigger dient dazu die Klemmbacken zusammen zu ziehen, damit man den Friend in einem Spalt platzieren kann. Für Leser, die sich unter einem Friend und dessen Anwendung beim Klettern nichts vorstellen können, sei auf folgendes Video verwiesen:

<https://www.youtube.com/watch?v=BnVJ2blHbLs>

Physikalisch gesehen kann man bei einer Verbindung zwischen zwei Teilen drei verschiedene physikalische Wirkungsprinzipien unterscheiden. Danach werden die Verbindungen in formschlüssige, kraftschlüssige und stoffschlüssige Verbindungen eingeteilt. (Wikipedia, 2017)

Hier ist die Verbindung kraftschlüssig, solange die Wände glatt sind. Durch gezackte Backen der Friends kann auch ein gewisser formschlüssiger Anteil hinzukommen, welcher hier jedoch außer Acht gelassen wird.

Eine kraftschlüssige Verbindung ist dadurch gekennzeichnet, dass die Teile durch eine Reibungskraft, genauer eine Haftreibungskraft, in Position bleiben. Für die Haftreibung existiert eine obere Grenze, die durch die Normalkraft F_N auf die Fläche und den Haftreibungskoeffizienten μ_H bestimmt wird. Es gilt:

$$F_{R,Max} = \mu_H * F_N$$

Wenn die Kraft, die durch den Kletterer auf den Friend wirkt, die maximale Reibungskraft übersteigt, so löst sich die Verbindung und der Friend rutscht aus dem Riss. Es stellt sich nun die Frage, wie bei einem Friend eine Normalkraft entwickelt wird, die die Klemmbacken an die Risswände drückt.

Von Beginn an werden die Backen durch eine Feder nach außen gedrückt, wodurch der Friend im Riss hält. Diese Kraft ist jedoch nur sehr klein und dient nur dazu den Friend in Position zu halten. Durch die Form des Friends entsteht jedoch ein Drehmoment, das die Backen gegen die Wand drückt, wenn der Friend belastet wird.

Dieses Drehmoment wird durch die Reibungskraft verursacht und berechnet sich wie folgt:

$$M_A = F_R * \frac{d}{2}$$

In dieser Formel beschreibt M_A das Drehmoment nach außen und d bezeichnet die Spaltbreite. Diesem Drehmoment wirkt ein Drehmoment entgegen das durch die Kraft der Wände auf die Backen verursacht wird. Dieses berechnet sich so (x ist der Vertikalabstand zwischen der Achse und dem Auflagepunkt der Backen an den Risswänden, siehe Abbildung 41).

$$M_I = F_N * x$$

Im Gleichgewichtsfall müssen diese Drehmomente gleich groß sein, da sonst ein resultierendes Moment auf den Friend wirken würde und sich dadurch die Backen drehen würden. Es gilt daher:

$$M_A = M_I \Leftrightarrow F_R * \frac{d}{2} = F_N * x$$

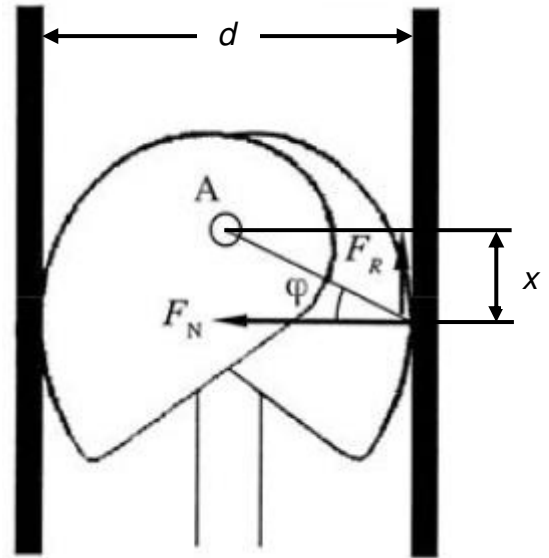


Abbildung 41: Skizze eines Friends mit den wirkenden Kräften (Czermin, Dullnig, Mathelitsch, & Schneider, S. 15)

Nun kann man F_R durch die maximale Reibungskraft ersetzen und erhält

$$F_N * \mu_H * \frac{d}{2} \geq F_R * \frac{d}{2} = F_N * x \Leftrightarrow \mu_H * \frac{d}{2} \geq x$$

Durch geometrische Überlegungen (siehe dazu Abbildung 41) kommt man zu folgendem Zusammenhang:

$$\tan(\varphi) = \frac{2x}{d}$$

Durch Einsetzen in die vorherige Formel kommt man schließlich zu der Bedingung:

$$\mu_H \geq \tan(\varphi)$$

Die Arcustangensfunktion ist streng monoton steigend, weshalb sie auf die Ungleichung angewendet werden darf, ohne dass man das Ungleichungszeichen umdrehen muss. Daher ergibt sich:

$$\varphi \leq \arctan(\mu_H)$$

Man findet für μ_H Werte von ca. 0,3 (zwischen Aluminium und Granit). (Czermin, Dullnig, Mathelitsch, & Schneider, S. 15) Das bedeutet für den Winkel:

$$\varphi \leq 16,7^\circ$$

Je kleiner der Winkel, desto „besser“ hält der Friend, das heißt desto kleiner darf μ_H werden, ohne dass die Klemmwirkung aussetzt. Andererseits bedeutet ein kleinerer Winkel auch größere Kräfte auf den Friend. Dieser kann nicht unendlich hohe Kräfte aushalten, weshalb für den Winkel eine untere Grenze existiert. Diese soll nun berechnet werden.

Die maximale Kraft, die auf den Friend wirkt, ergibt sich durch die Materialeigenschaften des Kletterseils. Kletterseile haben in der Regel einen Fangstoß (maximale Kraft, die auf das Seil wirken kann) von ca. 10kN. Da vom Friend aus ein Seilstrang zum Sicherer und einer zum Kletterer führt, können auf den Friend bis zu 20kN wirken. Das heißt pro Klemmbacke muss eine Reibungskraft von 5kN aufgebracht werden. Die größte Kraft, die auf den Friend wirkt, ist die Normalkraft auf die Klemmbacken, die die Reibung hervorruft, weshalb auch diese für die Festigkeit entscheidend ist. Die Schubspannung τ in der Achse ergibt sich als Quotient der

wirkenden Kraft durch die Querschnittsfläche. Wenn man von einem Durchmesser der Achse von 5 mm ausgeht und als maximale Schubspannung $900 \frac{N}{mm^2}$ (hochfester Stahl vgl. (Czermin, Dullnig, Mathelitsch, & Schneider, S. 15)) annimmt, erhält man folgenden Zusammenhang:

$$\tau = \frac{F}{A} \rightarrow 900 \geq \frac{F_N}{(5^2 * \pi)/4}$$

Mit dem Wissen von oben ergibt sich:

$$F_N = \frac{F_R}{\tan(\varphi)} \rightarrow 900 \geq \frac{5000 * 4}{5^2 * \pi * \tan(\varphi)}$$

Daraus ergibt sich als untere Grenze für den Winkel:

$$\varphi \geq \arctan\left(\frac{5000 * 4}{5^2 * \pi * 900}\right) = 15,8^\circ$$

Als Mittelweg wird ein Winkel von 16 Grad gewählt. Dieser Winkel soll bei jeder Spaltbreite zwischen Backe und Wand vorliegen. Anders gesagt soll die Tangente an die Kontur der Klemmbake immer den gleichen Winkel mit dem entsprechenden Radiusvektor einnehmen. Diese Bedingung wird nur von einer einzigen Kurve erfüllt, der logarithmischen Spirale. Durch Nachrechnen kann man dies überprüfen (siehe dazu etwa (Roth, 2008)). Diese Berechnungen erfordern jedoch mathematische Mittel, die über das Schulniveau hinausgehen.

In (Wikipedia, 2017) findet man folgende Formel für die logarithmische Spirale:

$$r(\alpha) = a \cdot e^{k \cdot \alpha}$$

Außerdem findet man den Zusammenhang: $\tan(\varphi) = k$. Die Variable φ bezeichnet dabei den Winkel wie er in Abbildung 41 eingezeichnet ist. Es gilt der Zusammenhang $\varphi = 90^\circ - \theta$, wobei θ der Tangentenwinkel der logarithmischen

Spirale ist. Durch diesen Zusammenhang erhält man dann folgende Formel für die logarithmische Spirale:

$$r(\alpha) = a \cdot e^{\tan(\varphi) \cdot \alpha} = a \cdot e^{\tan(16^\circ) \cdot \alpha}$$

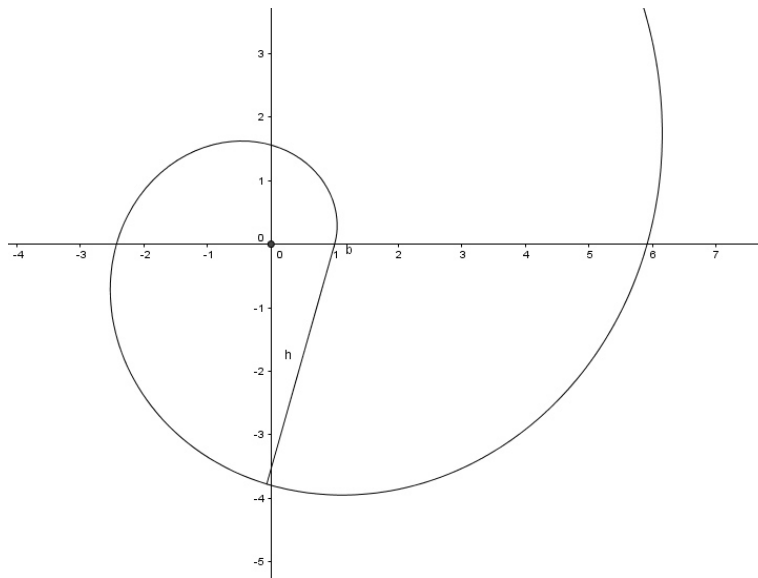


Abbildung 42: logarithmische Spirale ($a=1$) und abgetrennter Bereich für die Klemmbackenform

In der Abbildung oben ist die logarithmische Spirale mit Geogebra gezeichnet und ein Bereich, der die Kontur der Klemmbacken dargestellt, abgetrennt worden.

Ist der Spalt nach unten hin offen, ändert sich an der Wirkungsweise des Friends nichts. Die Felswand liegt wieder unter dem gleichen Winkel an der Backe an, was dazu führt, dass sich der Friend so fest wie nötig im Fels verkeilt. Es gibt jedoch einen kritischen Öffnungswinkel der Felsspalte, ab dem das Prinzip nicht mehr funktioniert. Ist die Achse unter den Berührungspunkten der Backen mit der Wand, so hält der Friend auf keinen Fall mehr. Dieser Punkt wird bei einem Öffnungswinkel der Spalte von mehr als $2 \cdot \varphi$ erreicht. Hier würde die resultierende Kraft aus Normalkraft und Reibungskraft nämlich nicht mehr schräg nach oben zeigen, also den Friend halten, sondern schräg nach unten, was dazu führt, dass der Friend aus dem Spalt fällt. Bei einer derartigen Felsspalte würde man den Friend jedoch gar nicht mehr platzieren können, da ja der Friend von Anfang an nicht mehr gehalten würde. Zu beachten ist jedoch, dass bei nach unten offenen Spalten die nötige Normalkraft größer wird und somit die Festigkeit des Friend auf die Probe gestellt wird. Auch wenn der Friend bei sehr weit geöffneten

Spalten (knapp unter der Grenze für den Öffnungswinkel von $2 \cdot \varphi$) vom Prinzip her noch halten würde, würde er bereits bei nicht all zu hoher Belastung brechen.

Der Einsatzbereich des Friends ergibt sich durch die maximale und minimale Breite. Die maximale Breite ist leicht zu finden. Sie ergibt sich, wenn beide Backen mit dem äußersten Bereich an der Wand anliegen. Die minimale Breite ist da schon etwas komplizierter. Hier muss man prüfen, wie weit man die Segmente einklappen kann, ohne dass sie auf der anderen Seite überstehen (siehe Grafik).

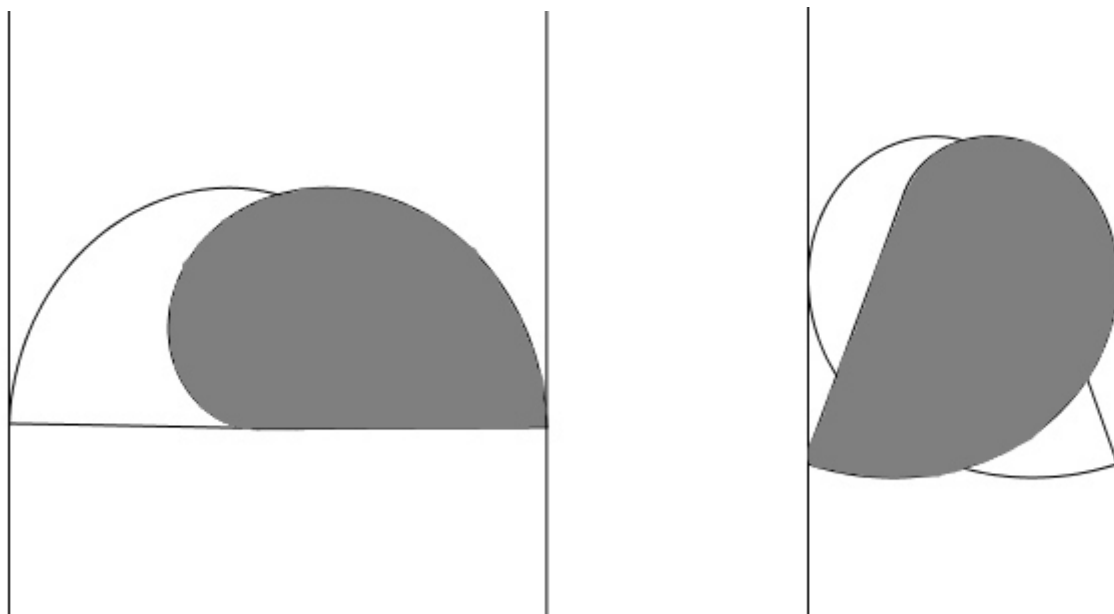


Abbildung 43: Links einachsiger Friend maximal geöffnet und rechts maximal geschlossen

Mit Hilfe von Geogebra kann man die Breiten ermitteln. Man erkennt, dass bei einer Bauweise mit 2 Achsen die minimale Breite kleiner ist, bei gleicher maximaler Breite. Das heißt die Bauweise mit 2 Achsen bietet einen größeren Einsatzbereich für das Gerät. Weitere Vor- und Nachteile der unterschiedlichen Bauweisen werden zum Beispiel hier angeführt: (Bergfreunde.de, 2017).

4.5.3 Fazit zur Aufgabe

Die Aufgabe würde sich gut als fachübergreifendes Projekt für die Fächer Mathematik, Physik, technisches Werken und Sport eignen, da sowohl physikalisches Fachwissen nötig ist als auch Wissen über die speziellen Anforderungen beim Klettern. Zusätzlich könnte man den entwickelten Friend bauen und in der Realität erproben.

Es ist jedoch nicht nötig die Aufgabe fachübergreifend zu gestalten, da das Wissen auch von den SchülerInnen selbst, durch Recherche, erworben werden kann. Wenn man einen Zugang zu realer Kletterausrüstung hat, kann man den SchülerInnen diese zu Beginn des Projekts zur Verfügung stellen, um das Verstehen der Friends zu erleichtern.

Die größte Hürde in dieser Aufgabe sehe ich im Bereich des physikalischen Fachwissens. Dazu gehören einerseits das Verständnis von Kräften und Drehmomenten und andererseits die Berechnung der Festigkeit. Ich würde Lehrkräften, die dieses Projekt in ihrer Klasse durchführen wollen, empfehlen sich in diesem Bereich Unterlagen vorzubereiten, um wenn nötig die SchülerInnen zu unterstützen. Speziell im Bereich der Festigkeitsberechnungen halte ich es hier sogar für sinnvoll, dass die Lehrperson mehr beiträgt als sonst üblich, da die SchülerInnen mit diesem Bereich wahrscheinlich noch gar keinen Kontakt gehabt haben.

Je nachdem, ob das Thema in der Klasse schon behandelt wurde, könnte auch der Umgang mit der logarithmischen Spirale schwer fallen, da die Formel dazu in Polarkoordinaten gegeben ist.

Ich halte die Aufgabe für sehr interessant, da sie die Möglichkeit zu einer weiten Vernetzung mit anderen Unterrichtsfächern bietet. Für den Regelunterricht halte ich die Aufgabe allerdings für zu anspruchsvoll. Für sehr begabte SchülerInnen ist die Aufgabe jedoch durchaus machbar.

4.6 Zusammenfassung

Im vergangenen Kapitel wurden unterschiedlichste Modellierungsprojekte vorgestellt. Es zeigt sich, dass oft nur sehr wenig Hintergrundwissen nötig ist, um solch komplexe Fragestellungen beantworten zu können. Ich möchte daher jeder Lehrkraft, ob an einer Schule oder einer Universität, ans Herz legen sich genauer mit dem Thema „mathematische Modellierung“ zu beschäftigen und es dann auch im Unterricht umzusetzen.

Jenen Lehrenden, die noch an weiteren Anregungen für Modellierungsprojekte interessiert sind, kann ich empfehlen die Homepages von Modellierungswochen zu durchforsten. Was Modellierungswochen sind und wo diese beispielsweise stattfinden, soll im nächsten Kapitel geklärt werden.

5 Empirische Untersuchung

Die empirischen Untersuchungen, die ich im Rahmen meiner Arbeit durchgeführt habe, beziehen sich auf Modellierungswochen in Österreich und Deutschland. Eine Modellierungswoche ist eine Art Projektwoche, bei der die SchülerInnen eine Woche lang im Team ein Modellierungsprojekt bearbeiten. Solche Modellierungswochen werden in der Regel in Kooperation mit einer Universität durchgeführt.

5.1 Ausführliche Analyse eines Modellierungsprojektes

Hier soll nun, wie schon in Kapitel 4.5 angekündigt, beschrieben werden, wie das Modellierungsprojekt „Friends“ von einer Schülergruppe bearbeitet wurde. Die Schülergruppe bestand aus 4 Schülern und 2 Schülerinnen. Das Ganze geschah im Rahmen einer Modellierungswoche der TU Kaiserslautern. Es soll darauf eingegangen werden, wie die SchülerInnen die Aufgabe bearbeitet haben bzw. wie ich in den Bearbeitungsprozess als Betreuer eingegriffen habe.

5.1.1 Projekttagbuch

Zu Beginn des Projekts war es für mich sehr schwierig einen Mittelweg zu finden, wie ich mich verhalten soll. Einerseits nahm ich die Rolle des Auftraggebers in der fiktiven Situation des Projekts ein, wo die SchülerInnen bei einer Firma angestellt sind und das Produkt entwickeln sollen. Andererseits war ich aber auch der fachliche Betreuer der Gruppe, der sie im Bearbeitungsprozess begleiten sollte.

Ich entschied mich dafür am Anfang eher als Auftraggeber zu agieren und dann mehr und mehr in die Betreuerrolle überzugehen. Um einen besseren Überblick über die zeitlichen Verhältnisse zu erhalten, wird die Beschreibung im Folgenden jeweils in Vormittag und Nachmittag gegliedert. An jedem Vor- bzw. Nachmittag standen den SchülerInnen ca. vier Stunden Arbeitszeit zur Verfügung.

Montagvormittag

Zu Beginn habe ich den SchülerInnen genau erklärt, was ich mir als Auftraggeber von Ihnen erwarte (siehe Angabe). Zusätzlich habe ich ihnen drei Friends sowie einen

künstlichen Felsspalt zur Verfügung gestellt. Diese Ausrüstung sollte zur „Konkurrenzanalyse“ dienen. Ich habe es zu Beginn so gehandhabt, dass ich die Gruppe immer 1,5 h alleine arbeiten lassen und anschließend mit ihnen ein Gespräch über die Fortschritte geführt habe. Dadurch wollte ich es vermeiden der Versuchung zu erliegen mich zu sehr in den Bearbeitungsprozess einzumischen. Ich war für die Gruppe jedoch immer für Fragen verfügbar.

Am Beginn des Projekts haben die SchülerInnen zuerst selbstständig versucht über Friends zu recherchieren. Dabei kamen sie sehr schnell darauf, dass die Form der Backen durch eine logarithmische Spirale beschrieben wird. Der Hintergrund dazu wurde jedoch nicht gefunden. Außerdem kamen die SchülerInnen auf die Erkenntnis, dass der Friend durch Reibung im Spalt gehalten wird, weil die Backen bei Belastung gegen die Felswände drücken. Dabei ist für die Stärke der Kraft das Material von Bedeutung. Die SchülerInnen haben also bereits am ersten Vormittag einen großen Teil der wichtigen Informationen zusammengetragen, können diese Informationen aber noch nicht in einem zusammenhängenden Modell beschreiben. Nach der Recherche haben die SchülerInnen selbstständig damit begonnen die Aufgaben für den weiteren Verlauf zu verteilen.

Montagnachmittag

Am Nachmittag gelang es den Schülern eine Skizze anzufertigen, die die Kräfte darstellt, die am Friend angreifen. Die Skizze ist in der nebenstehenden Abbildung dargestellt. (Hier ist anzumerken, dass die Skizze in dieser Formatierung aus der Abschlusspräsentation der SchülerInnen stammt und zuvor nicht genauso ausgesehen hat.)

Mit Hilfe der Skizze gelang es den SchülerInnen eine Formel für die Reibungskraft in Abhängigkeit von der wirkenden Kraft am Friend, sowie dem Winkel α , zu entwickeln.

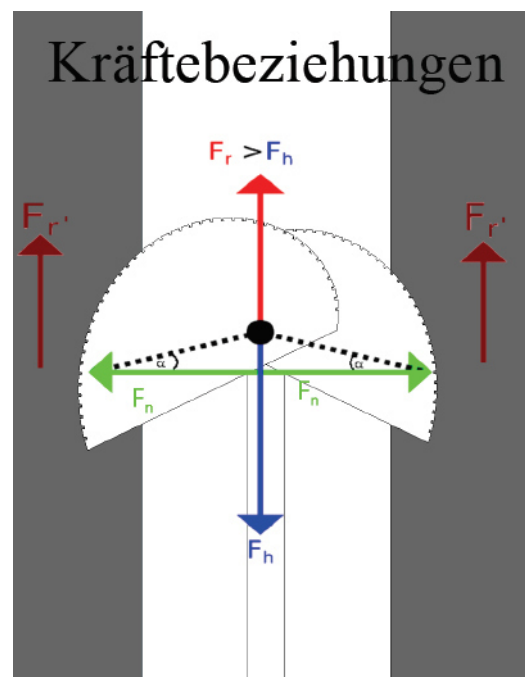


Abbildung 44: Wirkende Kräfte am Friend (von der Schülergruppe erstellt)

Mit Hilfe dieser Formel hat einer der Schüler ein Programm geschrieben, das die Reibungskraft für verschiedene Winkel α berechnet. Als wirkende Kraft am Friend wurde dabei ein Newton angenommen.

Die SchülerInnen haben die Ergebnisse so interpretiert, dass bei sehr kleinen Winkeln der Friend am besten hält, da hier die Reibungskraft viel größer ist als die angreifende Kraft. Der Winkel 0° wurde von der Schülergruppe ohne wirkliche Begründung ausgeschlossen. Weiters haben sie festgestellt, dass ab einem Winkel von $16,7^\circ$ der Friend nicht mehr funktionieren würde, da dann die Kraft am Friend größer ist als die Reibungskraft. In der folgenden Abbildung ist ein Ausschnitt des Programms der SchülerInnen dargestellt.

16.64°	Fn = 0,8364755	Fr = 0,2509425	Fres = 1,0037705	Fres >= Fh
16.65°	Fn = 0,8359435	Fr = 0,2507835	Fres = 1,0031325	Fres >= Fh
16.66°	Fn = 0,8354125	Fr = 0,2506245	Fres = 1,0024945	Fres >= Fh
16.67°	Fn = 0,8348815	Fr = 0,2504645	Fres = 1,0018585	Fres >= Fh
16.68°	Fn = 0,8343515	Fr = 0,2503055	Fres = 1,0012225	Fres >= Fh
16.69°	Fn = 0,8338225	Fr = 0,2501475	Fres = 1,0005875	Fres >= Fh
16.70°	Fn = 0,8332935	Fr = 0,2499885	Fres = 0,9999525	
16.71°	Fn = 0,8327655	Fr = 0,2498305	Fres = 0,9993185	
16.72°	Fn = 0,8322385	Fr = 0,2496715	Fres = 0,9986855	
16.73°	Fn = 0,8317115	Fr = 0,2495135	Fres = 0,9980535	
16.74°	Fn = 0,8311855	Fr = 0,2493555	Fres = 0,9974225	
16.75°	Fn = 0,8306595	Fr = 0,2491985	Fres = 0,9967915	
16.76°	Fn = 0,8301345	Fr = 0,2490405	Fres = 0,9961615	

Abbildung 45: Ausgabe des Programms der SchülerInnen zur Berechnung der Reibungskraft

Ich habe an diesem Punkt die Schüler aufgefordert sich dem Problem einmal nicht mit konkreten Zahlen zu nähern, sondern Variablen zu verwenden.

Weiters hatten die Schülerinnen, die mit der Recherche beauftragt wurden, große Schwierigkeiten einen Wert für die Haftreibung zu ermitteln. Da dies meiner Meinung aber nicht das ist, woran es scheitern soll, habe ich den Schülerinnen einen Wert von 0,3 vorgegeben, mit dem sie arbeiten können. Hätte man an dieser Stelle mehr Zeit und Material zur Verfügung, könnte man den Haftreibungskoeffizienten für verschiedene Materialpaarungen durch Versuche selbst ermitteln.

Mir ist aufgefallen, dass die SchülerInnen sehr motiviert sind und sich von den Pausen (je eine Kaffeepause am Vor- bzw. Nachmittag sowie die Mittagspause) eher irritiert fühlten. In folgendem Kommentar eines Schülers kommt das besonders zur Geltung:

„Könnte nicht jemand den Kuchen runter bringen und wir essen ihn hier. Dann könnten wir die Pause durcharbeiten.“

Dienstagvormittag

Am Dienstagvormittag haben drei Schüler damit begonnen nach einem Zusammenhang zwischen ihren bisherigen Ergebnissen und der logarithmischen Spirale zu suchen, da sie durch die Recherche schon wussten, dass die Friendbacken diese Kontur aufweisen sollen.

Den übrigen SchülerInnen gab ich den Auftrag zu überlegen, was passiert, wenn ein sehr kleiner Winkel α für den Friend gewählt wird. Nach sehr kurzer Zeit kam auch schon der Kommentar, dass man überprüfen müsse, ob das Material stark genug sei. Da die SchülerInnen keine Ahnung davon hatten, wie man Festigkeiten berechnet und auch nach einer Stunde Recherche noch wenig Verbesserung bemerkbar war, habe ich beschlossen den SchülerInnen die Grundlagen dazu beizubringen.

Die SchülerInnen haben dann für verschiedene am Friend angreifende Kräfte die nötige Dimensionierung bestimmt. Daraufhin habe ich eingegriffen und den SchülerInnen erklärt, dass es ausreicht die maximale Kraft, die am Friend angreifen kann, zu berücksichtigen.

Dienstagnachmittag

Am Nachmittag haben die SchülerInnen eine untere Grenze für den Winkel berechnet, indem sie die Festigkeit der Achse berücksichtigt haben. Laut ihrer Dimensionierung sollte die Normalkraft einen Wert von 17kN nicht überschreiten. Diesmal haben sie die untere Grenze für den Winkel jedoch nicht wie zuvor mit einem Programm berechnet, sondern beide Grenzen mit Hilfe von Geogebra ermittelt. Dabei haben sie die resultierende Reibungskraft und die auftretende Normalkraft in Abhängigkeit von α geplottet und eine Kraft auf den Friend von 20kN angenommen. Die Grenzen ergeben sich dann durch Schnitte mit den Geraden $y = 17000$ (maximal erlaubte Normalkraft) und $y = 20000$ (minimal nötige Reibungskraft). Der Plot der SchülerInnen ist in folgender Abbildung zu sehen. Der Winkel α , den die SchülerInnen dann weiter verwendet haben, wurde als Mittelwert der Grenzen berechnet.

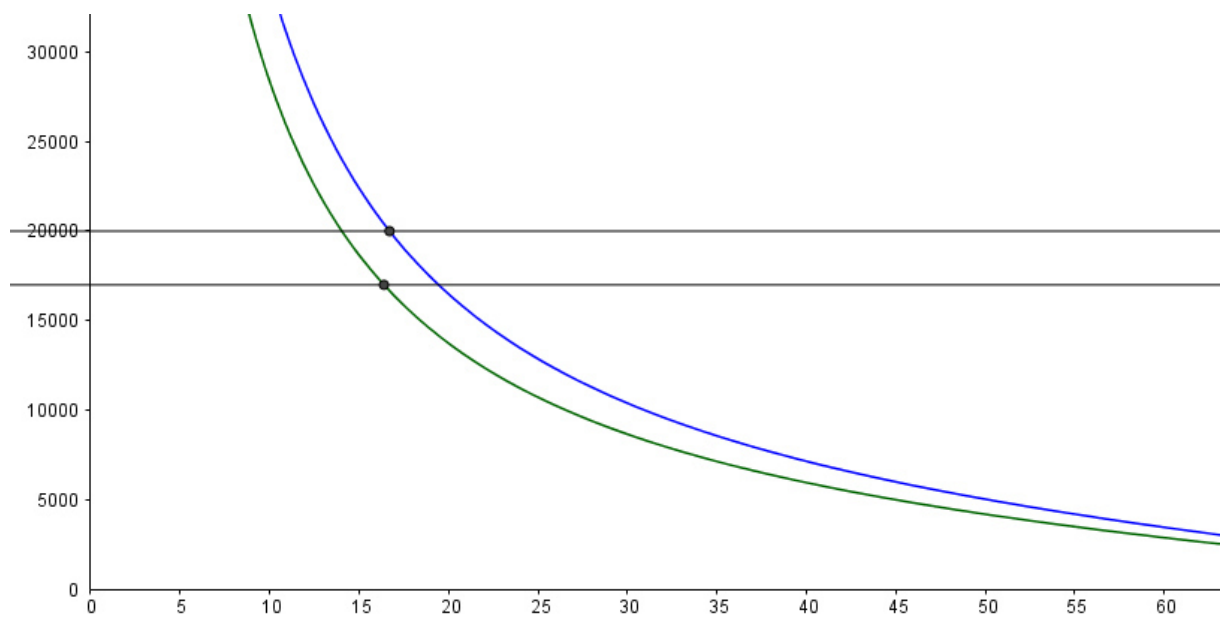


Abbildung 46: Ermittlung der Grenzen für den Winkel α mit Hilfe von Geogebra

Am Nachmittag hat man bei den SchülerInnen schon deutliche Erschöpfungszeichen erkannt, und es kam immer wieder zu Blödeleien, was den Arbeitsprozess verzögert hat. Den Rest des Nachmittags haben die SchülerInnen damit verbracht die logarithmische Spirale in Geogebra darzustellen bzw. über den Zusammenhang zwischen dem berechneten Winkel und der Steigung der Spirale zu recherchieren.

Mittwochvormittag

Da den Schülern noch immer nicht 100% klar war, was genau der Zusammenhang zwischen Spirale und Friend ist (Position der Achse, wie bekomme ich aus der Spirale die Backenform,...), habe ich den SchülerInnen zwei Bilder ausgedruckt und sie aufgefordert den Zusammenhang zu finden. Anzumerken ist hier, dass die SchülerInnen schon beide Bilder hatten.

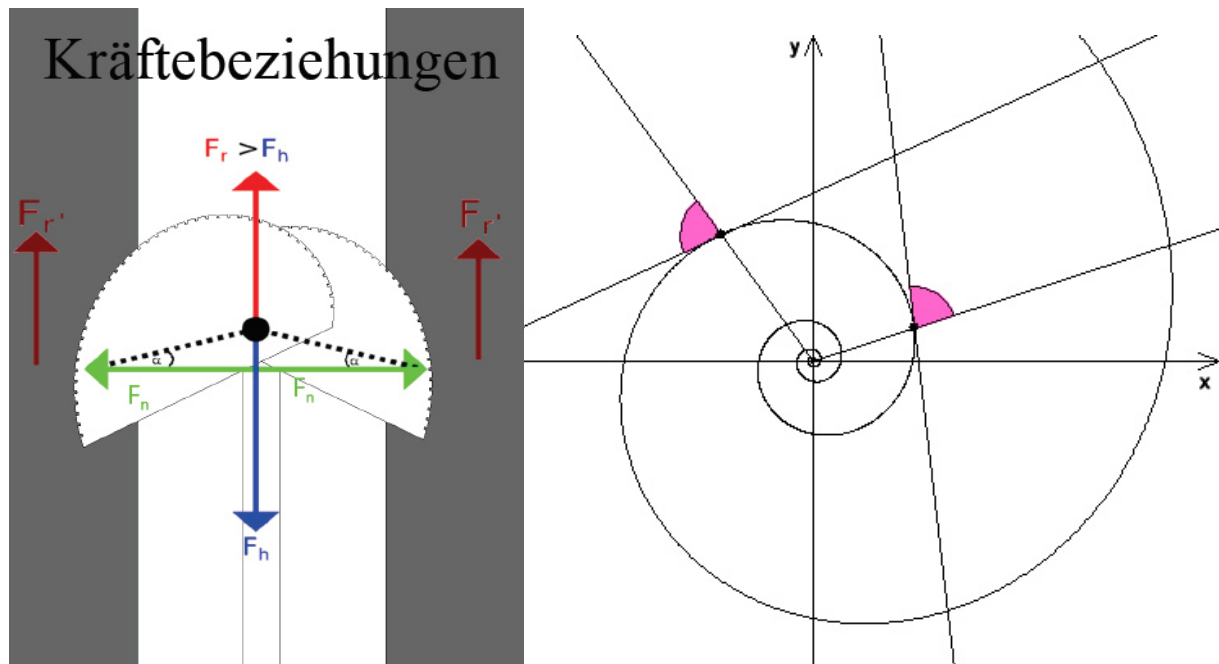


Abbildung 47: Skizze der wirkenden Kräfte (links); logarithmische Spirale mit eingezeichnetem Tangentenwinkel (rechts) (Wikipedia, 2017)

Durch die Anregungen haben die SchülerInnen sehr rasch den Zusammenhang verstanden und eine Form für die Backen entwickelt. Anschließend sollten die SchülerInnen ein Modell aus Holz bauen. Das Material dafür habe ich zur Verfügung gestellt. Unter anderem hatten die SchülerInnen Laubsägeholz, Schrauben und Spiralfedern zur Verfügung. Beim Bauen sind die SchülerInnen ziemlich schnell vorangekommen und das Ergebnis war auch sehr zufriedenstellend.



Abbildung 48: Im linken Bild sieht man die SchülerInnen beim Bauen des Prototyps und im rechten Bild ist das fertige Gerät zu sehen

Mittwochnachmittag:

An sich wäre an diesem Nachmittag keine Arbeitsphase geplant gewesen, aber einige der SchülerInnen waren so begeistert vom Bauen des Friends, dass sie den Nachmittag dazu verwendet haben noch weiter an ihrem Prototyp zu arbeiten. Unter anderem haben sie dabei die Kontur mit Schleifpapier beklebt, um die Haftreibung zu optimieren. Ansonsten wurde an diesem Nachmittag nicht mehr gearbeitet.

Donnerstag:

An diesem Tag habe ich die SchülerInnen daran erinnert, dass von ihnen verlangt wird, dass sie einen Bericht und eine Präsentation erstellen. Ich habe den SchülerInnen daher empfohlen so bald wie möglich damit zu beginnen, damit sie gegen Abend keinen Stress bekommen.

Der Bericht ist so zu verfassen, dass auch ein Außenstehender verstehen soll, was geschrieben wird. Das heißt alle nicht allgemein bekannten Begriffe müssen erklärt werden und auch die Gedankenschritte müssen beschrieben werden. Die Präsentation wird am Freitag vorgetragen und soll den anderen Schülergruppen einen Eindruck dieses Modellierungsprojekts vermitteln.

Im Laufe des Tages hat sich gezeigt, dass die Erstellung des Berichts und der Präsentation mehr Zeit in Anspruch nimmt als geplant und sich die SchülerInnen mit (meiner Meinung nach unwichtigen) Details aufhalten. Ich habe für mich daraus den Schluss gezogen, dass man die SchülerInnen während der Bearbeitung des Themas schon stärker dazu drängen sollte ihre Arbeit zu dokumentieren. Um 23 Uhr waren dann sowohl Bericht als auch Präsentation fertig. (Der Bericht ist im Anhang zu finden)

Freitag:

An diesem Tag standen nur noch die Präsentationen der Schülergruppen am Plan. Die Präsentation wurde von den SchülerInnen zufriedenstellend absolviert. Ich habe festgestellt, dass es sinnvoll gewesen wäre vorher den SchülerInnen einige wichtige Punkte mitzuteilen, die bei einer Präsentation zu beachten sind. Unter anderem etwa:

- Nur wichtige Ergebnisse sollten mit konkreten Zahlen genannt werden
- Zwischenergebnisse nur erwähnen, wenn nötig
- Es sollte ein roter Faden erkennbar sein
- Nicht zu oft den Vortragenden wechseln

- Wenn ein Presenter / Beamer vorhanden ist vorher damit vertraut machen
- ...



Abbildung 49: Die SchülerInnen am Ende der Modellierungswoche mit ihren Teilnehmerurkunden sowie die Betreuungslehrerin (dritte Person von rechts) und ich als fachlicher Betreuer (ganz rechts) (TU-Kaiserslautern, 2017)

Anschließend war die Abreise.

5.1.2 Fazit zur Schülerlösung

Besonders gut fand ich, dass sich die SchülerInnen selbstständig organisiert haben und es auch keine Auseinandersetzungen im Team gab.

Ich war überrascht, dass die größte Hürde für die SchülerInnen darin lag von den Berechnungen, auf Basis der wirkenden Kräfte, zur logarithmischen Spirale zu gelangen. So habe ich nach dem ersten Tag vermutet, dass die SchülerInnen die Aufgabe sehr schnell lösen werden. Es hat sich dann aber gezeigt, dass doch noch Schwierigkeiten zu überwinden waren.

Das Bauen eines Prototyps aus Holz hat den SchülerInnen sehr großen Spaß gemacht und ich würde das auf jeden Fall beibehalten, wenn ich die Aufgabe noch einmal stellen würde.

Ich war aber nicht völlig zufrieden damit, wie ich die Aufgabe gestellt habe. So würde ich beim nächsten Mal gewisse Werkstoffe (mit Kenngrößen) vorgeben, die für die

Berechnungen verwendet werden dürfen. Man könnte dies etwa so in die Situation integrieren:

In unserer Firma haben wir bereits Erfahrung mit den Werkstoffen, die in der folgenden Tabelle dargestellt sind (...). Es wäre kostengünstiger, wenn diese Werkstoffe verwendet werden würden. Natürlich ist es aber auch möglich andere Werkstoffe zu benutzen wenn dies gerechtfertigt erscheint.

Alles in Allem war ich aber sehr zufrieden damit, wie die SchülerInnen mit der Aufgabe umgegangen sind.

5.2 Einige Modellierungswochen im Überblick

In diesem Kapitel soll ein kurzer Überblick darüber gegeben werden, wo überall Modellierungswochen stattfinden und wie diese aufgebaut sind. Es werden hier natürlich nicht alle Modellierungswochen beschrieben die in Österreich und Deutschland stattfinden, sondern nur einige Ausgewählte. Die Informationen die in diesem Kapitel präsentiert werden beruhen zum Teil auf Interviews mit den Veranstaltern, sind teilweise aber auch den Websites der Veranstaltungen entnommen. Da in den folgenden Zusammenfassungen nur die wichtigsten Informationen angeführt sind, sind die vollständigen Transkripte der Interviews im Anhang zu finden, für jene die sich für bestimmte Modellierungswochen noch genauer interessieren.

5.2.1 „Felix-Klein-Modellierungswoche“ der TU Kaiserslautern

Als erstes soll die Modellierungswoche der TU Kaiserslautern vorgestellt werden. Die Modellierungswoche fand im Jänner 2017 in der Rheintal-Jugendherberge in Oberwesel statt. Veranstaltet wurde die Modellierungswoche von Herrn Martin Bracke und Herrn Patrick Capraro, mit dem ich dann auch das Interview geführt habe. Für jene Personen, die sich zusätzlich noch selbst über diese Modellierungswoche informieren wollen, sei hier auf die Homepage verwiesen:

<http://komms.uni-kl.de/schulprojekte/kurzprojekte/modellierungswochen/>

Die Felix-Klein Modellierungswoche findet jedes Jahr zwei Mal, im Umfang von fünf Tagen, statt. Es nehmen in etwa 40 SchülerInnen teil, die dann in Gruppen von circa 4-6 Personen eingeteilt werden. Die Veranstalter sind der Meinung, dass in größeren Gruppen die Gefahr wächst, dass sich ein Schüler / eine Schülerin abkapselt und nicht mehr mitmacht, während bei kleineren Gruppen zu viel Arbeit pro Person anfallen würde (siehe Transkript Seite A-13)

Die Modellierungswoche beginnt am ersten Tag mit der Anreise und der Vorstellung der Projekte. Die SchülerInnen dürfen sich dann, je nach Interesse, für mehrere Projekte entscheiden und werden dann so auf die Projekte verteilt, dass jeder / jede möglichst an dem Projekt arbeitet, an dem er / sie will. Weiters wird auch darauf geachtet, dass die SchülerInnen einer Gruppe möglichst von verschiedenen Schulstandorten stammen. Jeder Schülergruppe wird außerdem eine Lehrperson zugeteilt, die dafür zuständig ist die SchülerInnen zu beaufsichtigen. Die BetreuerInnen von der Universität, die die Projekte stellen, sind nur für die fachliche Betreuung der Gruppen zuständig. In diesem Jahr gab es das übergeordnete Thema „E-Mobilität & Smart-Cities“, zu dem dann die meisten Projekte erstellt wurden. In der Regel gibt es so etwas jedoch nicht und es obliegt allein den BetreuerInnen, wie sie ihre Projekte gestalten. Mittlerweile existiert an der TU Kaiserslautern ein großer Pool an Aufgaben, der auch immer wieder dazu genutzt wird, um neuen BetreuerInnen einen Überblick zu geben, wie die Projekte aussehen könnten. Den BetreuerInnen wird abgeraten im Vorfeld eine detaillierte Lösung des Projekts auszuarbeiten, da sonst die Gefahr besteht die SchülerInnen zu sehr auf diese Lösung hin zu drängen. Es wird aber schon empfohlen sich grob zu überlegen, wie man bei dem Projekt vorgehen könnte und wo Schwierigkeiten auftauchen könnten. Alleine schon deshalb, um im Vorfeld die Schwierigkeit abschätzen zu können. (siehe Transkript Seite A-13)

Im Anschluss an den Anreisetag folgen vier Tage, die der Bearbeitung der Projekte dienen, wobei in diesen vier Tagen auch ein kurzer Bericht über das Projekt erstellt werden muss bzw. eine Präsentation für den Abschlusstag zu erstellen ist. Die fachlichen BetreuerInnen fungieren bei den Projekten zum einen als „Auftraggeber“ des Problems und andererseits sollen sie die SchülerInnen bei der Bearbeitung unterstützen. Als „Auftraggeber“ versorgt man die SchülerInnen, wenn nötig, mit Hintergrundinformationen und sieht zu, dass das, was die SchülerInnen machen, auch das ist, was gefordert wird. Gerade in der Anfangsphase der Bearbeitung wird

empfohlen die mathematischen Methoden nicht zu hinterfragen. Erst später sollte man mehr in die Rolle des Betreuers / der Betreuerin wechseln und den SchülerInnen auch Hilfestellungen auf einer mathematischen Ebene geben. (siehe Transkript Seite A-13)

Am letzten Tag erfolgt noch die Präsentation der Ergebnisse und anschließend dürfen die SchülerInnen abreisen. In der folgenden Abbildung ist der Ablaufplan der diesjährigen Modellierungswoche dargestellt.



**Mathematische Modellierungswoche in Oberwesel
vorläufiges Programm vom 08. bis 13. Januar 2017**

**FELIX KLEIN
ZENTRUM FÜR
MATHEMATIK**

So, 08. Januar	Mo, 09. Januar	Di, 10. Januar	Mi, 11. Januar	Do, 12. Januar	Fr, 13. Januar
Individuelle Anreise bis 18 Uhr, Im Anschluss an das Abendessen:	08.00 Uhr Frühstück 09.00 Uhr Gruppenarbeit	08.00 Uhr Frühstück 09.00 Uhr Gruppenarbeit	08.00 Uhr Frühstück 09.00 Uhr Gruppenarbeit	08.00 Uhr Frühstück 09.00 Uhr Gruppenarbeit	08.00 Uhr Frühstück, im Anschluss Zimmer- Check out
- Begrüßung	10.30 Uhr	10.30 Uhr	10.30 Uhr	10.30 Uhr	09.00 Uhr
- Überblick über Ablauf	Pause	Pause	Pause	Pause	Präsentationen
- Projektvorstellungen	11.00 Uhr	11.00 Uhr	11.00 Uhr	11.00 Uhr	10.45 Uhr
- Projektauswahl	Gruppenarbeit	Gruppenarbeit	Gruppenarbeit	Gruppenarbeit	Pause
- Einteilung in Arbeitsgruppen	12.30 Uhr	12.30 Uhr	12.30 Uhr	12.30 Uhr	11.15 Uhr
- Inforunde für Lehrkräfte	Mittagessen	Mittagessen	Mittagessen	Mittagessen	Präsentationen
	14.30 Uhr	14.30 Uhr	anschließend	14.30 Uhr	12.30 Uhr
	Gruppenarbeit	Gruppenarbeit	Exkursion/freier Nachmittag	Vorbereitung der Präsentationen	Mittagessen
	16.00 Uhr	16.00 Uhr	ca. 18.30 Uhr	16.00 Uhr	13.30 Uhr
	Pause	Pause	Abendessen	Pause	Präsentationen
	16.30 Uhr	16.30 Uhr		16.30 Uhr	15.00 Uhr
	Gruppenarbeit	Gruppenarbeit		Vorbereitung der Präsentationen	Abschluss
	18.30 Uhr	18.30 Uhr		18.30 Uhr	ca. 16.00 Uhr
	Abendessen	Abendessen		Abendessen	Abreise

Laut Herrn Capraro gibt es verschiedene Gründe, warum die Modellierungswoche veranstaltet wird.

„Zum einen ist natürlich unser Interesse, dass die Schüler mal einen anderen Blickwinkel auf das Fach Mathematik kennen lernen, damit man ein bisschen eher die Vorstellung hat, was man mit Mathematik machen kann und was halt auch Mathematiker, die im Berufsleben stehen, mit Mathematik machen können. Das andere ist natürlich auch, dass wir hier auch Lehrer haben, die dann im Idealfall auch Impulse mitnehmen für ihren eigenen Unterricht, oder für Projektarbeiten, die sie an der Schule machen, dass somit unser Beitrag auch nachhaltig die Schullandschaft verändert.“ (siehe Transkript Seite A-10)

Von der TU Kaiserslautern werden zusätzlich zu den Modellierungswochen auch zahlreiche Fortbildungen für LehrerInnen angeboten, um dafür zu sorgen, dass auch im normalen Unterricht mehr modelliert wird.

Die Anmeldung für die Modellierungswoche erfolgt nicht direkt durch die SchülerInnen, sondern es werden die Schulen kontaktiert, die wiederum die Information an die LehrerInnen weiterleiten. Die LehrerInnen laden schlussendlich die SchülerInnen ein und melden sich für die Modellierungswoche an, falls von Seite der SchülerInnen Interesse besteht. Es wird dann versucht jene Schulen zu bevorzugen, die noch nicht sehr oft an der Modellierungswoche teilgenommen haben, um möglichst vielen verschiedenen Personen zu ermöglichen einmal an einer Modellierungswoche teilzunehmen.

Es obliegt nach der Anmeldung jeder Schule selbst zu entscheiden, wie die Modellierungswoche für die Schüler eingestuft wird. Manche Schulen stellen ihre Schüler für den Zeitraum der Modellierungswoche komplett vom Unterricht frei während andere die Modellierungswoche als schulische Veranstaltung einstufen. Für alle Schulen ist es aber so, dass ein Lehrer pro Schule mitkommen muss, um die Schüler zu beaufsichtigen.

„Die Modellierungswochen werden seit 2015 im Rahmen des Projekts Schulentwicklung für Mathematische Modellierung in MINT-Fächern (SchuMaMoMINT) durch den Europäischen Sozialfonds (ESF) gefördert.“ (TU-Kaiserslautern, 2017). Zusätzlich gibt es noch weitere Geldgeber, auf die hier aber nicht näher eingegangen wird. Für die SchülerInnen und LehrerInnen bleibt noch ein Unkostenbeitrag in Höhe von etwa zwanzig Prozent der tatsächlich anfallenden Kosten zu bezahlen.

5.2.2 „Woche der Modellierung mit Mathematik“ der Universität Graz

Die Woche der Modellierung mit Mathematik fand heuer das dreizehnte Mal statt. Herr Frühmann, der die Veranstaltung gemeinsam mit Herrn Keeling leitet, war so freundlich mir in einem Interview über die Modellierungswoche zu berichten. Die Veranstaltung wurde in Anlehnung an die Modellierungswochen in Linz und Kaiserslautern konzipiert, siehe (Woche der Modellierung mit Mathematik, 2017). Im Gegensatz zur Felix-Klein Modellierungswoche findet die Woche der Modellierung mit

Mathematik nur einmal im Jahr statt. Der Veranstaltungsort ist dabei jedes Jahr das JUFA Hotel in Pöllau. Ziel der Veranstaltung ist es unter anderem den SchülerInnen einen Einblick darüber zu geben, wo Mathematik im Alltag vorkommen kann und ihnen darüber hinaus auch zu vermitteln, wie man im Team arbeitet. Weitere Ziele und zahlreiche andere Informationen zur Veranstaltung findet man auf der Homepage:

<http://imsc.uni-graz.at/modellwoche/aktuell.html>

Wenn der Termin für die Modellierungswoche festgelegt ist (meist Mitte Februar) werden die Schulen der Steiermark kontaktiert, dass die Veranstaltung wieder stattfindet und die interessierten SchülerInnen herzlich eingeladen sind sich zu bewerben. Die Zahl der SchülerInnen die teilnehmen dürfen ist aus finanziellen Gründen auf 30 Teilnehmer beschränkt. Wenn die Zahl der Anmeldungen die Zahl der Plätze übersteigt werden die älteren SchülerInnen bevorzugt, sowie jene die noch nie teilgenommen haben. Auch der Zeitpunkt der Anmeldung ist entscheidend (siehe Transkript Seite A-18). Im Normalfall übersteigt die Anmeldungsanzahl die Kapazitätsgrenze aber nicht dramatisch, sodass nur wenige SchülerInnen abgewiesen werden müssen.

Wie bei der Modellierungswoche der TU Kaiserslautern wird auch in Graz der Großteil der Kosten von Sponsoren getragen. Unter anderem gehören die Uni Graz und der Landesschulrat Steiermark zu den Sponsoren. (siehe Transkript Seite A-18). Alle SchülerInnen, die an der Modellierungswoche teilnehmen, müssen dann noch einen Kostenbeitrag von 100€ bezahlen.

In Graz werden die SchülerInnen ausschließlich von den BetreuerInnen der Universität beaufsichtigt. Das heißt es sind keine zusätzlichen Lehrer auf der Veranstaltung anwesend. Laut Herrn Frühmann wurde es zwar zu Beginn der Veranstaltung so gehandhabt, dass jeder Schüler / jede Schülerin von einem Lehrer / einer Lehrerin begleitet werden musste, aber dieser Ansatz hat sich nicht bewährt, weil *„die Schüler eher gehemmt gewirkt haben, als Lehrer da waren. Und es hat sich das System, wie es jetzt läuft, besser bewährt, weil die Schüler einmal von der Schulsituation wegkommen und sich dadurch besser entfalten können“* (siehe Transkript Seite A-19). Mit insgesamt sieben Tagen ist die Modellierungswoche der Uni Graz die längste der Modellierungswochen, die hier vorgestellt werden. Die Veranstaltung beginnt an einem Samstag mit der Anreise und der Vorstellung der Projekte. Zusätzlich bietet man den

SchülerInnen am ersten Tag die Gelegenheit einander kennen zu lernen. Die SchülerInnen werden am ersten Tag auch in 5 Gruppen zu je 6 Personen eingeteilt, wobei die SchülerInnen über einen Stimmzettel bekannt geben können an welchem Projekt sie arbeiten wollen.

Von Sonntagvormittag bis Freitagmittag arbeiten die SchülerInnen an ihren Projekten. Das sind insgesamt 40 Stunden Arbeitszeit. Die Projekte werden von BetreuerInnen der Universität erstellt. Es gibt dabei keine Vorgaben, wie die Projekte aussehen sollen bzw. was sie beinhalten sollen. Auch die Vorbereitung zu den Projekten ist den BetreuerInnen selbst überlassen. Es gibt BetreuerInnen, die sich sehr intensiv auf die Projekte vorbereiten und schon viele Schritte im Kopf haben. Es gibt aber auch BetreuerInnen, die sehr offen in die Projekte gehen und wenig vorbereitet haben. Für alle BetreuerInnen ist es aber gleich, dass sie während der Arbeitsphase immer gemeinsam mit den SchülerInnen im Gruppenarbeitsraum sind.

Am letzten Tag, üblicherweise ein Freitag, müssen die SchülerInnen ihre Ergebnisse vor den restlichen Gruppen präsentieren. Außerdem ist auch ein kurzer Bericht zu erstellen, der dann auf der Homepage veröffentlicht wird.

5.2.3 „Projektwoche Angewandte Mathematik“ der Universität Linz

Die Informationen zu dieser Veranstaltung stammen aus einem Interview mit Herrn Pimann, der die organisatorische Leitung innehat, sowie von der Homepage der Veranstaltung. Die genauen Termine der Veranstaltung, sowie viele weitere Informationen finden sich auf der Homepage:

<http://www.projektwoche.jku.at/>

Wie die „Woche der Modellierung mit Mathematik“ der Universität Graz findet auch die „Projektwoche Angewandte Mathematik“ der Universität Linz einmal im Jahr statt. Im Gegensatz zu den beiden bisher beschriebenen Modellierungswochen wird diese Modellierungswoche von einem Verein veranstaltet. Ziel des Vereins „Talente OÖ“ ist es mit dieser Veranstaltung begabte und hochbegabte SchülerInnen zu fördern. Dieser Tatsache entsprechend werden jene SchülerInnen bevorzugt angenommen, welche ein Gutachten aufweisen können, dass sie mathematisch hochbegabt sind. Ansonsten

wird das Motivationsschreiben bewertet, welches die SchülerInnen für ihre Bewerbung zur Veranstaltung verfassen müssen. Generell müssen sich die SchülerInnen selbst für die Veranstaltung anmelden und im Zuge dessen muss sich auch jeder Schüler / jede Schülerin beim Verein registrieren. Mit dieser Registrierung stimmen sowohl Schüler als auch Eltern „*einer langen Liste von Dingen zu*“ (siehe Transkript Seite A-28). Die Veranstaltung hat rechtlich gesehen den Status einer schulbezogenen Veranstaltung. Die Aufsichtspflicht für die SchülerInnen ist dabei durch den Veranstalter gegeben und es sind nicht wie in Kaiserslautern zusätzliche Lehrer anwesend. Dies und noch andere rechtliche Dinge werden durch die Registrierung beim Verein geklärt.

Anders als bei den bisher beschriebenen Modellierungswochen müssen sich die SchülerInnen hier schon für die angebotenen Projekte bewerben. Es wird versucht möglichst wenige SchülerInnen abzuweisen und daher gibt es oft Projekte, die von bis zu 13 SchülerInnen gemeinsam bearbeitet werden, obwohl laut Veranstalter eine Anzahl von 8 SchülerInnen pro Gruppe optimal wäre. Dies wird so begründet: „*Weniger sind wahrscheinlich nicht gut, weil dann die Schüler nicht mehr so viele Möglichkeiten haben zusammen zu arbeiten und mehr ist auch nicht gut, weil dann die Betreuung darunter leidet.*“ (siehe Transkript Seite A-27).

Insgesamt ergibt sich daher eine Gesamtanzahl von 60 bis 70 SchülerInnen die an der Modellierungswoche teilnehmen. Pro Teilnehmer fallen Kosten in Höhe von etwa 300€ an, wobei 140€ pro Teilnehmer selbst bezahlt werden müssen. Den Restbetrag übernimmt der Verein welcher von diversen Sponsoren unterstützt wird. Dazu gehören unter anderem die Arbeiterkammer OÖ, Fabasoft, die Industriellenvereinigung OÖ, das Land OÖ, sowie die Wirtschaftskammer OÖ, siehe (Projektwoche Angewandte Mathematik, 2017).

Wie schon erwähnt werden jedes Jahr genau 6 verschiedene Projekte angeboten. Jedes Projekt wird dabei von einem Institut der JKU Linz gestellt und hat ein demensprechendes übergeordnetes Thema, wie zum Beispiel Geometrie. Da es an der JKU mehr als 6 Institute gibt, wechseln die Themen aber immer wieder, sodass es etwa nicht jedes Jahr ein Projekt zum Thema Kryptographie gibt. Die Projekte werden immer von einem Angestellten des Instituts erstellt und in Folge dessen auch betreut. Die Vorbereitung für die Projekte ist in Linz sehr intensiv für die ReferentInnen. Die ReferentInnen sollen sich für die verschiedensten Fälle Materialien vorbereiten, um auf alles gefasst zu sein. „*Wenn die Schüler zum Beispiel an einem Arbeitsschritt wirklich*

nicht weiter kommen, so sollen die Referenten zu diesem Arbeitsschritt etwas Fertiges liefern können, um zu sagen: "Wir machen jetzt von hier weiter!". Die Referenten müssen den Schülern also durchaus viel erklären und beibringen, aber nur auf konkrete Nachfrage und nicht ungebeten.“ (siehe Transkript Seite A-25)

Ansonsten gilt aber wie auch bei den anderen Veranstaltungen, dass man die SchülerInnen möglichst frei arbeiten lässt.

Der Ablauf der Modellierungswoche ist ähnlich zu den bisher beschriebenen mit dem Unterschied, dass die SchülerInnen am Ende keinen Bericht über ihr Projekt erstellen müssen. Es wird nur gefordert, dass die SchülerInnen am letzten Tag eine kurze Präsentation halten. Die Materialien der Präsentationen können auf der Homepage eingesehen werden.

Das Feedback der SchülerInnen zur Veranstaltung ist laut dem Veranstalter durchwegs positiv. Es haben *„circa die Hälfte der Schüler die heuer teilnehmen, [...] schon einmal teilgenommen.“* (siehe Transkript Seite A-28), was an sich schon einiges aussagt.

5.2.4 „Modellierungstage“ am BG/BRG Villach St. Martin

Zuletzt sollen nun noch die „Modellierungstage“ am BG/BRG Villach St. Martin vorgestellt werden. Auch hier stammen die Informationen hauptsächlich aus einem Interview. Diesmal mit Frau Kendi, die die Modellierungstage des Öfteren organisiert hat. Diese Veranstaltung unterscheidet sich insofern von den anderen, als sie von einer Schule veranstaltet wird. Es gab zwar immer die Kooperation mit einer Universität (unter anderem die TU-Kaiserslautern, die Universität Graz, die Universität Salzburg und die Universität Wien), aber die Schule steht im Vordergrund. Die Modellierungstage finden derzeit nicht statt, aber es ist möglich, dass sie bald wieder aufgenommen werden.

Im Gegensatz zu den anderen Modellierungsveranstaltungen müssen sich die SchülerInnen hier nicht bewerben, sondern es werden von den LehrerInnen Klassen ausgewählt, die dann vollständig an den Modellierungstagen teilnehmen. Frau Kendi beschreibt, dass Sie und Ihre KollegInnen *„jene Klassen ausgewählt haben, von denen sie der Meinung waren, dass man mit ihnen gut arbeiten kann“* (siehe Transkript Seite

A-30). Natürlich spielt es auch eine wichtige Rolle, ob sich der Klassenlehrer / die Klassenlehrerin für das Thema begeistern kann. Außerdem nahmen hauptsächlich Oberstufenklassen an den Modellierungstagen teil.

Ziel der Veranstaltung ist es unter anderem, dass die SchülerInnen *„die Alltagsrelevanz von Mathematik erfahren, indem sie bereits erworbenes mathematisches Wissen in realen Problemen (Alltagsproblemen) anwenden“* (Kendi, 2008, S. 9). Auch die Teamarbeit spielt eine wichtige Rolle.

Die Modellierungstage haben immer 3 Tage gedauert. Am ersten Tag wurden zunächst die Themen vorgestellt und die SchülerInnen in Gruppen eingeteilt. Hier war es so, dass auch mehrere Gruppen dasselbe Projekt bearbeitet haben. Dies kommt dadurch zustande, dass zum Beispiel im Juli 2008 3 Klassen (69 SchülerInnen) teilgenommen haben, aber nur 5 Projekte zur Auswahl standen. Um die Gruppengröße klein zu halten mussten daher manche Gruppen dasselbe Projekt behandeln. Die genaue Größe der Gruppen richtet sich danach, wie viele SchülerInnen sich für ein Projekt interessieren. Die Projekte für die Modellierungstage wurden immer an den Universitäten erstellt und teilweise auch von MitarbeiterInnen der Universitäten betreut. Es haben jedoch auch immer die hauseigenen MathematikerInnen SchülerInnen betreut.

Am dritten Tag wurde noch bis etwa Mittag gearbeitet und anschließend mussten die SchülerInnen ihre Ergebnisse präsentieren.

5.2.5 Modellierungstage an der eigenen Schule

Im vergangenen Abschnitt wurde ein Überblick darüber gegeben, wo Modellierungsveranstaltungen stattfinden und wie diese aufgebaut sind.

Ich denke, dass besonders die Modellierungstage am BRG Villach St. Martin für die Lehrkräfte unter den Lesern besonders interessant sind, da eine ähnliche Veranstaltung prinzipiell an jeder Schule realisiert werden könnte. Aber was bräuchte man an einer Schule alles, um Modellierungstage durchzuführen? Frau Kendi hat das wie folgt kommentiert: *„Ich denke, dass es sehr hilfreich wäre, wenn diese Schulen schon einen Pool an Aufgaben mit Ausarbeitungen hätten, um sich zu orientieren, wie Modellierungsaufgaben für Schüler aussehen könnten. Wenn das gegeben ist, könnte man sicher in jeder Schule Modellierungstage durchführen“* (siehe Transkript Seite A-33). Die Aufgaben der Modellierungstage des BRG Villach St. Martin findet man zum

Seite | 97

Beispiel in (Kendi, 2008), (Pötzi, 2009) oder (Kendi, 2010). Es existiert also schon ein gewisser Pool an Aufgaben, und ich möchte daher alle Lehrkräfte, die dies hier lesen, bitten ihren SchülerInnen solch eine tolle Veranstaltung anzubieten.

5.3 Befragung der SchülerInnen

Im Rahmen dieser Arbeit sollen nun noch empirische Resultate präsentiert werden, die im Rahmen einer SchülerInnen-Befragung erhoben wurden. Befragt wurden dabei in etwa 60 SchülerInnen der „Felix-Klein Modellierungswoche“ der TU-Kaiserslautern und der „Woche der Modellierung mit Mathematik“ der Universität Graz. Unter anderem sollten durch die Befragung folgende Fragen beantwortet werden:

- Wurde im bisherigen Unterricht der SchülerInnen auf Aspekte der Modellierung eingegangen?
- Wie gut kommen Modellierungswochen an?
- Was war schwierig beim Bearbeiten der Projekte?
- Hatte jeder das Gefühl einen Beitrag zur Lösung zu liefern? Hat dies einen Einfluss auf die Bewertung der Modellierungswoche?
- Was ist an den Modellierungswochen gut? Was kann noch verbessert werden?
- Denken die Schüler, dass Mathematik im Alltag, im Beruf, bzw. in der Gesellschaft wichtig ist? Hat sich diese Meinung durch die Modellierungswoche geändert?

Auf den folgenden Seiten ist der Fragebogen dargestellt, den die SchülerInnen erhalten haben.

Fragebogen Modellierungswoche

Danke, dass du dir die Zeit nimmst den Fragebogen auszufüllen. Die Daten dienen lediglich meiner Diplomarbeit und werden selbstverständlich anonym behandelt.

Angaben zur Person

Wie alt bist du? _____

Welches Geschlecht hast du? ☐ männlich ☐ weiblich

Bezug zur Mathematik

Wie gern magst du Mathematik?	Sehr gern	☐	☐	☐	☐	☐	Überhaupt nicht
Wie sehr strengst du dich in Mathematik an?	Sehr viel	☐	☐	☐	☐	☐	Überhaupt nicht
Beschäftigst du dich auch in deiner Freizeit manchmal mit Mathematik?	Ja! Sehr oft.	☐	☐	☐	☐	☐	Nein! Niemals.
Macht es dir Spaß an kniffligen Aufgaben zu tüfteln?	Ja! Sehr sogar.	☐	☐	☐	☐	☐	Nein! Gar nicht.

Welche Note hast du normalerweise in Mathematik? _____

Zum Mathematikunterricht

	Stimme völlig zu				Lehne völlig ab
Wir werden auch im normalen Unterricht dazu ermutigt eigene Lösungswege zu probieren.	☐	☐	☐	☐	☐
Wir lernen, wie wichtig Mathematik im Alltag sein kann.	☐	☐	☐	☐	☐
Wir lernen, dass Mathematik in vielen Berufen eine wichtige Rolle spielt.	☐	☐	☐	☐	☐

Zur Modellierungswoche

Wie gut hat dir die Modellierungswoche gefallen?	Sehr gut	☐	☐	☐	☐	☐	Überhaupt nicht
Würde es dir gefallen öfter an einer Modellierungswoche teilzunehmen?	Ja	☐	☐	☐	☐	☐	Nein

Wie schwierig war das Projekt?	Sehr schwierig	☐	☐	☐	☐	☐	Sehr leicht
Die Aufgabenstellung war klar und verständlich.	Stimme völlig zu	☐	☐	☐	☐	☐	Stimme gar nicht zu
Das Projekt war eine sinnvolle Anwendung von Mathematik.	Stimme völlig zu	☐	☐	☐	☐	☐	Stimme gar nicht zu

Was war beim Bearbeiten des Projekts besonders schwierig?

Hattest du das Gefühl die Arbeit wurde gleichmäßig auf die Gruppenmitglieder verteilt?

Ja ☐

Nein ☐

Wenn Nein, hast du eher viel oder eher wenig beigetragen?

☐
Sehr viel

☐
☐
☐

☐
Sehr wenig

Hat sich dein Interesse an Mathematik durch die Modellierungswoche gesteigert?	Ja! Sehr sogar.	☐	☐	☐	☐	☐	Nein! Gar nicht.
--	--------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------

Was hat dir an der Modellierungswoche gut gefallen?

Was kann man aus deiner Sicht noch verbessern?

Persönliche Einstellung zur Mathematik

Beantworte die folgenden Fragen einmal so wie du sie vor der Modellierungswoche beantwortet hättest und einmal so wie du sie jetzt nach der Modellierungswoche siehst.

Kann man mathematisches Wissen auch im Alltag gebrauchen?

Vor der Modellierungswoche: ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Ja Nein

Nach der Modellierungswoche: ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Ja Nein

Wie wichtig ist deiner Meinung nach Mathematik um später einen Beruf zu bekommen?

Vor der Modellierungswoche: ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Sehr wichtig Völlig egal

Nach der Modellierungswoche: ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Sehr wichtig Völlig egal

Wie wichtig ist Mathematik deiner Meinung nach für die Gesellschaft?

Vor der Modellierungswoche: ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Sehr wichtig Völlig egal

Nach der Modellierungswoche: ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Sehr wichtig Völlig egal

Weitere Anmerkungen:

Vielen Dank für deine Mithilfe!

5.3.1 Ergebnisse der Befragung

Im ersten Teil des Fragebogens wurde ermittelt, welchen Bezug die SchülerInnen zur Mathematik haben. Das heißt wie gerne sie Mathematik ausüben. Da sich die SchülerInnen freiwillig für die Veranstaltungen bewerben müssen, würde man annehmen, dass sich jeder Schüler / jede Schülerin sehr für Mathematik begeistert. In den Resultaten zeichnet sich wenig überraschend auch dieser Trend ab. Es ist jedoch nicht so, dass jeder Schüler / jede Schülerin angibt, dass er / sie Mathematik sehr gerne mag. Es gab sogar einige SchülerInnen, die auf die Frage „Wie gern magst du Mathematik?“ mit „3“ geantwortet haben, wobei „1“ heißt „Sehr gerne“ und „5“ „Überhaupt nicht“. In der folgenden Tabelle sind die ersten vier Fragen sowie die Mittelwerte der Antworten dargestellt. Eine 1 stellt eine starke Zustimmung dar, während eine 5 für starke Ablehnung steht.

Tabelle 7: Mittelwerte der Antworten zu den Fragen über den Bezug der SchülerInnen zur Mathematik

Frage:	Mittelwert
Wie gern magst du Mathematik?	1,43
Wie sehr strengst du dich in Mathematik an?	2,22
Beschäftigst du dich auch in deiner Freizeit manchmal mit Mathematik?	2,54
Macht es dir Spaß an kniffligen Aufgaben zu tüfteln?	1,54
Welche Note hast du normalerweise in Mathematik?	1,33

Man erkennt aus Tabelle 7, dass keineswegs alle Mittelwerte sehr nahe bei 1 liegen, aber es zeigt sich doch sehr deutlich, dass die SchülerInnen, die an Modellierungswochen teilnehmen, überdurchschnittlich begeistert von Mathematik sind.

Um zu erfragen, in wie weit Modellierungsaktivitäten derzeit im Unterricht ausgeübt werden, wurden 3 Fragen über den Unterricht der SchülerInnen gestellt.

Frage 1:	Wir werden auch im normalen Unterricht dazu ermutigt eigene Lösungswege zu probieren.
Frage 2:	Wir lernen, wie wichtig Mathematik im Alltag sein kann.
Frage 3:	Wir lernen, dass Mathematik in vielen Berufen eine wichtige Rolle spielt.

Das Antwortverhalten ist in dem folgenden Diagramm dargestellt.

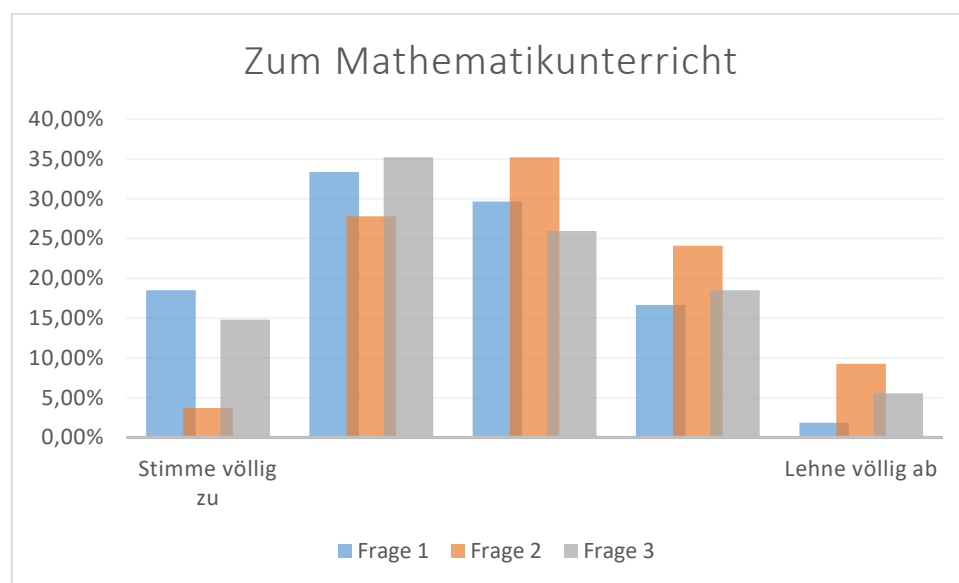


Abbildung 50: Antwortverhalten der SchülerInnen zu den Fragen über ihren Mathematikunterricht

Man erkennt, dass sich die Antworten hier eher im Mittelfeld bewegen. Bei Frage 1 und 3 ist eine leichte Tendenz zu positiveren Antworten zu erkennen. Im Großen und Ganzen ist aber auch hier eher die Tendenz zur Mitte. Das heißt es wird weder sehr viel noch sehr wenig Modellierungsbezug im Unterricht hergestellt.

Interessant ist bei dieser Frage ein Ländervergleich. Das heißt es wird das Antwortverhalten der SchülerInnen aus Kaiserslautern mit jenen aus Graz verglichen. Man erkennt, dass die SchülerInnen aus Deutschland angeben im Unterricht stärker dazu ermutigt werden eigene Lösungswege zu gehen, aber dafür weniger darüber erfahren wo Mathematik im Alltag und im Beruf vorkommt.

Tabelle 8: Vergleich der Mittelwerte der beiden Modellierungswochen bei den Fragen zum Mathematikunterricht

Frage:	Mittelwert Graz	Mittelwert Kaiserslautern
Wir werden auch im normalen Unterricht dazu ermutigt eigene Lösungswege zu probieren.	2,79	2,16
Wir lernen, wie wichtig Mathematik im Alltag sein kann.	2,97	3,20
Wir lernen, dass Mathematik in vielen Berufen eine wichtige Rolle spielt.	2,59	2,72

Nun soll geklärt werden, wie gut die Modellierungswoche bei den SchülerInnen ankommt. Das Antwortverhalten der SchülerInnen zu den zwei Fragen, die dazu gestellt wurden, ist in den folgenden Diagrammen gezeigt.

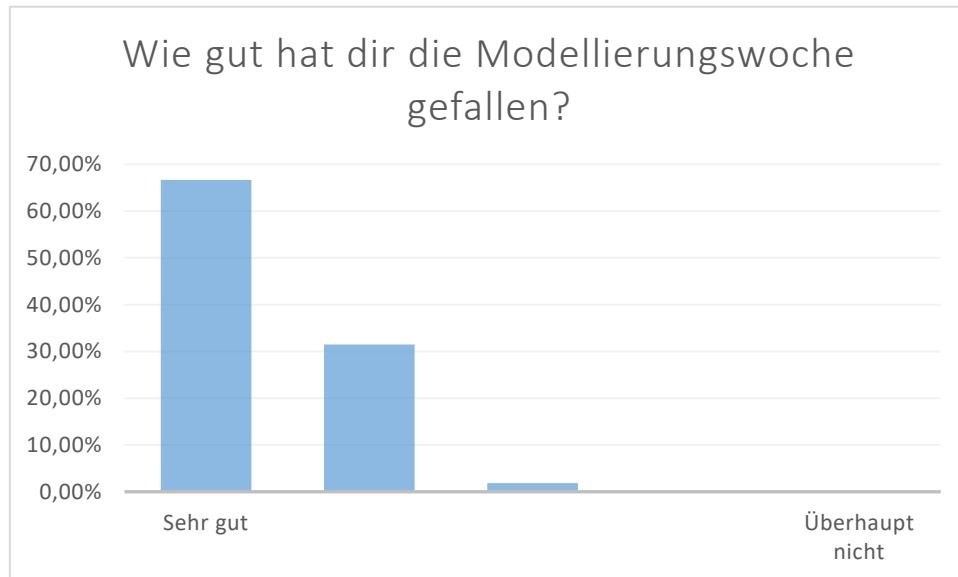


Abbildung 52: Antwortverhalten zur Frage: "Wie gut hat dir die Modellierungswoche gefallen?"

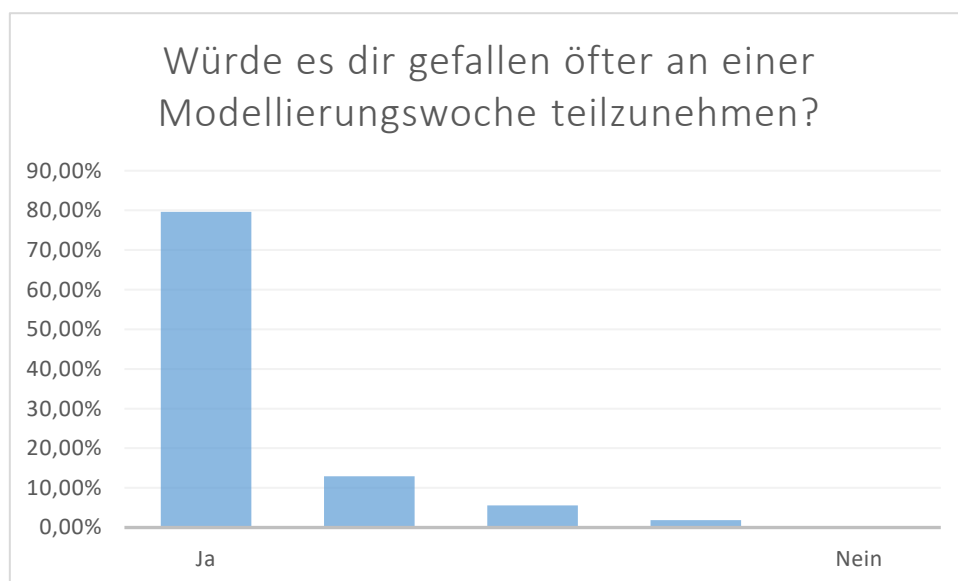


Abbildung 51: Antwortverhalten zur Frage: "Würde es dir gefallen öfter an einer Modellierungswoche teilzunehmen?"

Die Meinung der Veranstalter, die ich über die Interviews erfahren habe, und auch mein persönlicher Eindruck sind durch das Antwortverhalten bei diesen Fragen bestätigt worden. Fakt ist, dass über 98% der SchülerInnen angegeben haben, dass ihnen die Modellierungswoche „Sehr gut“ bzw. „Gut“ (Die Antwortkategorie ist nicht direkt so benannt; Gemeint ist die Antwort 2 auf der 5-teiligen Skala,) gefallen hat.

Weiters geben 80 % der SchülerInnen an, dass es ihnen gefallen würde noch einmal an einer Modellierungswoche teilzunehmen. Dies ist meiner Meinung nach ein sehr positives Feedback, da oben schon dargestellt wurde, dass die Modellierungswoche kein Urlaub für die SchülerInnen ist, sondern ihnen durchaus einiges abverlangt.

In zwei offenen Fragen wurde zusätzlich erhoben, was den SchülerInnen an den Modellierungswochen gut gefallen hat bzw. wo noch etwas verbessert werden kann. Es werden hier nun einige Schülerantworten präsentiert. Dabei möchte ich die Antworten der Modellierungswochen in Graz bzw. Kaiserslautern trennen.

Zur Modellierungswoche der Uni-Graz:

Was hat dir an der Modellierungswoche gut gefallen?

- Teamarbeit: gemeinsam ein schwieriges Thema zu bearbeiten und verstehen
- Die Anwendung von Mathematik an wahrheitsgetreuen Situationen/Problemen.
- Betreuung, Essen, Arbeitsklima, Programm, vielfältige Problemstellungen
- Meine Teamkollegen; War wirklich sehr toll; familiärer Umgang
- Das intensive Arbeiten über einen relativ großen Zeitraum.
- Mit anderen Menschen über Mathematik zu reden (geht in der Schule nicht).
- Wir haben sehr viel gemacht- genau richtig; ich habe mich (nicht wie in der Schule) mal nicht gelangweilt.
- Alles!
- Eigenständiges Arbeiten
- Gemeinschaft
- Dass alle Teilnehmer wirklich nett sind und man die Betreuer wirklich alles fragen kann. Im Team besteht eine wirklich gute Zusammenarbeit und die Aufgaben sind zwar schwierig aber sehr interessant und es macht Spaß sie manchmal im Team zu lösen.
- ...

Was kann man aus deiner Sicht noch verbessern?

- Bessere Erklärungen bei Mathlab.
- Mehr Gelegenheiten für Sport / Bewegung.
- Mathlab für den Mac! Mehr Gelegenheit für Sport / Bewegung.
- Mathlab für Mac!
- Mehr Sichtweisen als nur Mathematik
- Innerhalb eines Themas mit mehreren "Werkzeugen" der Mathematik arbeiten, da wir wirklich hauptsächlich programmiert haben
- Werbung! → Ich hätte fast nicht davon erfahren.
- Mehr Zeit (2 Wochen)
- ...

Aus den Antworten der SchülerInnen kann man ablesen, dass vor allem das Umfeld und das Konzept der Modellierungswoche selbst die SchülerInnen begeistert. Von Seiten der SchülerInnen besteht noch der Wunsch mehr Gelegenheiten für Sport / Bewegung zu haben. Außerdem bestand der Wunsch weniger zu programmieren. In einer offenen Frage dazu, was besonders schwer gefallen ist, zeigt sich auch deutlich, dass vor allem das Programmieren den SchülerInnen Schwierigkeiten bereitet hat.

Zur Modellierungswoche der TU-Kaiserslautern:**Was hat dir an der Modellierungswoche gut gefallen?**

- netter Umgang von Projektleitern mit Schülern
- viel Freizeit die man sich selbst einteilen konnte
- Der handwerklich Teil (ist was anderes als nur Tippen und denken)
- Die Aufgabe und die Zusammenarbeit
- Das Aufteilen in kleine Gruppen mit verschiedenen Themen
- Mir hat es echt gefallen, dass wir mit fremden Schülern zusammengearbeitet haben. Somit konnten wir uns gut auf die Aufgabenstellung konzentrieren.
- Das selbstständige Arbeiten; das Essen
- Die Gruppenatmosphäre war mit fast allen sehr gut.
- Das freie Arbeiten & man lernt was fürs Leben

- Dass man selbstständig gearbeitet hat und somit eigenen Ideen nachgehen konnte
- Neue Dinge wie zum Beispiel neue Software kennen zu lernen. Eigenständig reale Probleme mit Mathematik lösen
- Intensives Arbeiten an einer Aufgabe → Hineinsteigern in die Aufgabe
- Das eigene Einteilen der Aufgaben; eigene Interpretation der Aufgabenstellung
- Anwendung von Mathematik an alltäglichen Problemen
- Gemeinsame Lösung mit eigenen Ideen
- ...

Was kann man aus deiner Sicht noch verbessern?

- Fast Nichts!
- Es waren viel zu viele Menschen aus einer Schule dabei. Es war sehr schwierig eine Gruppe außerhalb der Schule und Arbeitsgruppe kennen zu lernen. Deshalb wäre am Anfang der Woche eine „Kennenlernrunde“ wohl ganz praktisch.
- Meiner Meinung nach könnten die Lehrer / Aufseher uns mitteilen, ob wir auf einem falschen / richtigen Weg sind. Zudem fände ich es gut, wenn die Aufgaben auf die Gruppenmitglieder verteilt werden würden. Auch mehr Informationen zu den Projekten wären hilfreich gewesen.
- Mehr stilles Wasser. Noch mehr selbstständiges Arbeiten, also ohne Anweisungen was wie gemacht werden soll. Hilfestellungen aber beibehalten.
- Vielleicht könnte man anbieten die Zimmereinteilung den Teilnehmern selbst zu überlassen. Außerdem hat mich manches Sozialverhalten sehr irritiert.
- Modellierungswoche verlängern und vergrößern.
- Eventuell könnte man Themen wählen, die einen direkten Bezug zur Mathematik haben.
- Gruppenmitglieder sind auf unterschiedlichem Niveau
- statt eine Woche auf zwei Wochen verbessern (auf jeden Fall VERLÄNGERN)
- Handyverbot während der Gruppenarbeiten → alle sollten mitarbeiten
- Lehrer sollten klarere Aufgabe haben. Wissen, was und inwiefern sie etwas tun sollten.

- ..., dass Projektleiter und Lehrer sich nicht zu viel heraushalten und einen alleine lassen. (Andererseits ist selbstständiges Arbeiten wichtig und die Lehrer sollten die Lösung nicht vorgeben.)
- Die Projektbetreuer könnten Ihre Projekte besser vorbereiten, indem sie mehr Informationen und vor allem genaue Werte mitbringen.
- ...

Betrachtet man die Antworten der SchülerInnen aus Deutschland, so fällt einem auf, dass sich die Punkte, die den SchülerInnen gefallen haben, zu einem großen Teil mit denen der SchülerInnen aus Österreich decken.

Bei den Verbesserungsvorschlägen fällt besonders auf, dass manche SchülerInnen ein Problem mit der freien Arbeit an den Projekten hatten. Besonders fällt das in folgenden Antworten auf:

„..., dass Projektleiter und Lehrer sich nicht zu viel heraushalten und einen alleine lassen. (Andererseits ist selbstständiges Arbeiten wichtig und die Lehrer sollten die Lösung nicht vorgeben.)“

„Meiner Meinung nach könnten die Lehrer / Aufseher uns mitteilen, ob wir auf einem falschen / richtigen Weg sind. Zudem fände ich es gut, wenn die Aufgaben auf die Gruppenmitglieder verteilt werden würden. Auch mehr Informationen zu den Projekten wären hilfreich gewesen.“

Dies sind eigentlich Punkte, die im Konzept vorkommen sollen, welche aber von den SchülerInnen kritisiert werden. Ansonsten besteht auch bei den deutschen SchülerInnen teilweise der Wunsch die Modellierungswoche zu verlängern.

Wie bereits erwähnt, enthielt der Fragebogen auch eine Frage dazu, was besonders schwierig beim Bearbeiten der Projekte war. Im Folgenden sind einige Antworten beispielhaft dargestellt.

Antworten der SchülerInnen der Modellierungswoche der TU-Kaiserslautern

- Das Darstellen der logarithmischen Spirale (wegen den Polarkoordinaten die ich vorher nicht kannte).
- Alle Faktoren zu beachten: Simulation, Recherchen,...
- Für mich war es herausfordernd ohne große Physikkenntnisse das Thema zu bearbeiten, aber durch die Unterstützung habe ich es gut bewältigt. Leider hatte ich einige Differenzen mit einer Person.
- Kompromisse eingehen
- Die Datenlage war sehr mager, dadurch war das Erstellen von Formeln sehr schwierig.
- Die Daten am Anfang auszuwerten. Man musste sich erstmal einarbeiten, um einen Überblick zu erhalten.
- Das eigene finden von Lösungswegen und das selbstständige Verteilen der Arbeit.
- Beim Bearbeiten der Aufgabe war es besonders schwierig Ergebnisse im Zusammenhang zu verstehen und zu interpretieren.
- ...

Antworten der SchülerInnen der Modellierungswoche der Universität Graz

- Matlab programmieren des Algorithmus
- Anfänglich das Modell zu verstehen
- Anders denken als in der Schule. Viel theoretischer! War anfangs etwas abstrakt, gewöhne mich aber daran.
- Die Formeln und Gleichungen mit Matlab zu programmieren.
- In die Sprache des Programmierens hinein zu finden.
- Neue Wege zu gehen, die man noch nie zuvor gelernt hat und sich einfach nur auf das eigene Gehirn und die Logik zu verlassen.
- Wenn man vorher noch nichts mit Matlab zu tun hatte, fällt es relativ schwer, seine eigenen Gedanken in Programmiersprache umzuschreiben. Mit der Zeit verbessert sich das aber.
- Man sollte dazu sagen, dass Mathe selbst nicht das schwierigste war, sondern der Umgang mit Matlab.
- ...

Es fällt auf, dass die SchülerInnen aus Deutschland vor allem beim Erstellen der Modelle Probleme hatten, aber auch bei der Interpretation der Ergebnisse. Die SchülerInnen aus der Steiermark hatten teilweise ähnliche Probleme. Hier fällt weiters ganz stark auf, dass es dem Großteil der SchülerInnen schwer gefallen ist mit Mathlab zu arbeiten bzw. etwas zu programmieren.

Weiters wurden Fragen über die Projekte selbst gestellt. Die erste Frage betrifft die Schwierigkeit.

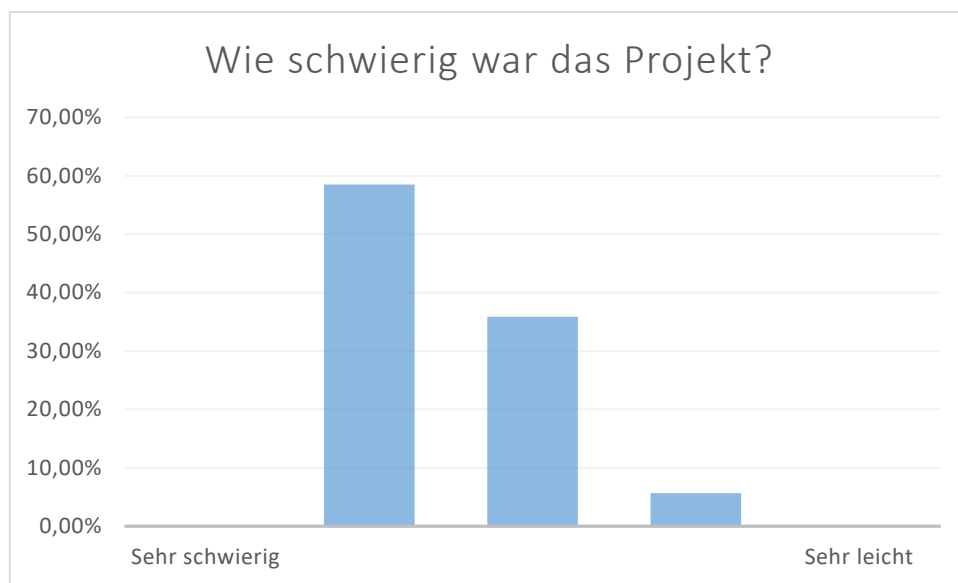


Abbildung 53: Antwortverhalten zur Frage: "Wie schwierig war das Projekt?"

Interessant ist, dass kein Schüler / keine Schülerin angegeben hat die Projekte seien „Sehr schwierig“ bzw. „Sehr leicht“ gewesen. Es gibt jedoch einen klaren Trend, dass die Projekte eher schwierig als leicht gewesen sind.

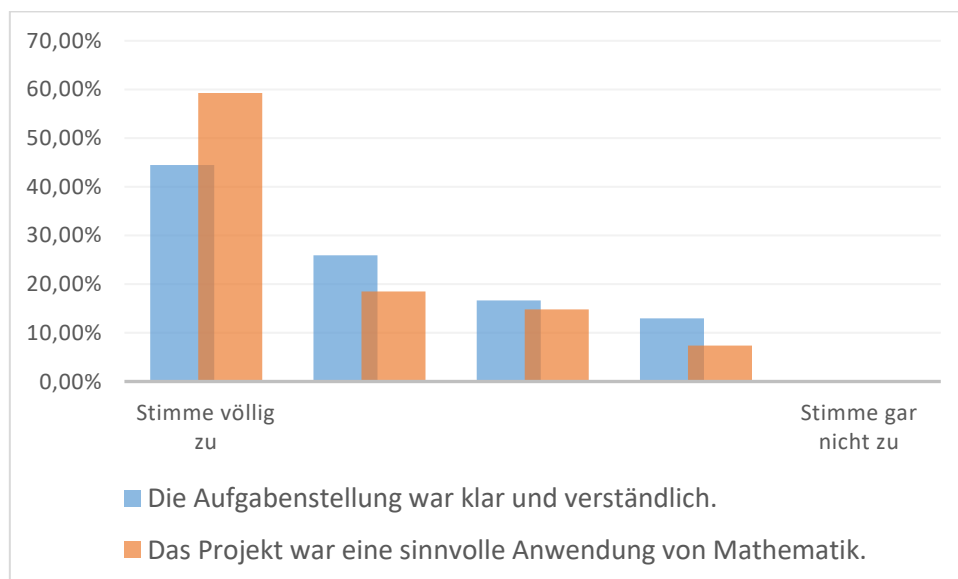


Abbildung 54: Antwortverhalten der SchülerInnen zu Fragen über die Projekte

Interessant ist auch, dass nicht einmal bei den authentischen Projekten der Modellierungswochen alle SchülerInnen davon überzeugt sind, dass die Projekte eine sinnvolle Anwendung von Mathematik darstellen (siehe Abbildung 54). Es verwundert hingegen kaum, dass nur knapp mehr als 40 Prozent der SchülerInnen angeben, dass die Aufgabenstellung klar und verständlich war, wenn man sich die Antworten zu den offenen Fragen in Erinnerung ruft. Dort haben die SchülerInnen oft angegeben, dass sie Schwierigkeiten damit haben nicht genau zu wissen was sie tun sollen. Das Antwortverhalten ist daher wahrscheinlich eher auf die Anforderungen der Projekte im Vergleich zu gewöhnlichen Schulaufgaben zurückzuführen, als auf die Aufgabenstellungen an sich.

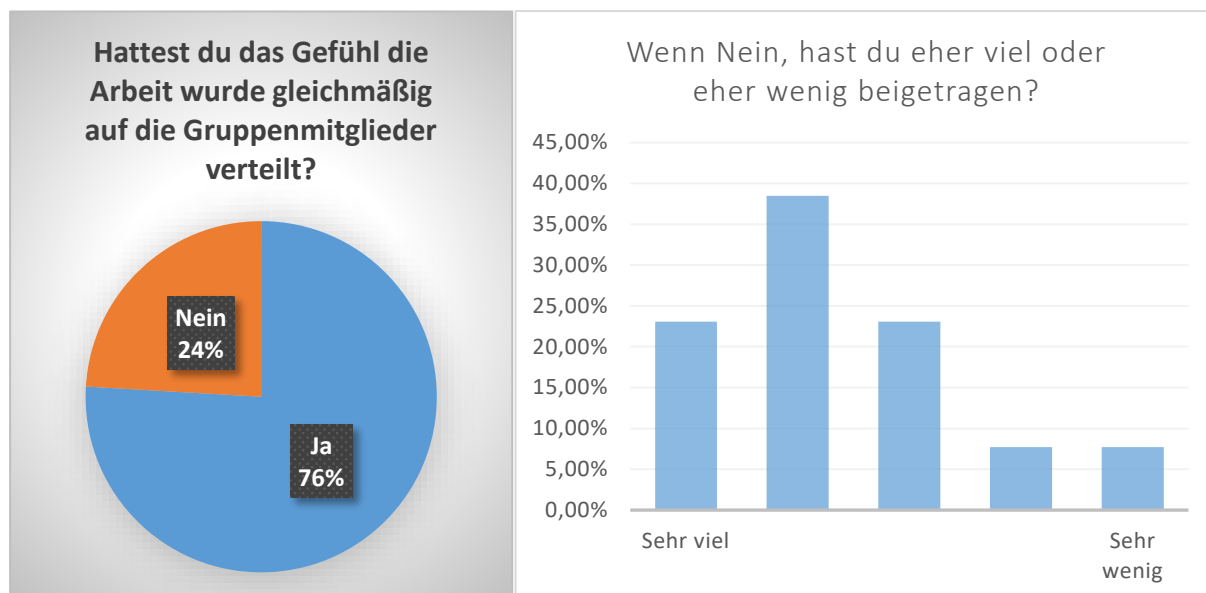


Abbildung 55: Antwortverhalten zur Arbeitsverteilung in den Gruppen

Aus Abbildung 55 kann man ablesen, dass fast ein Viertel der SchülerInnen das Gefühl hatte, dass die Arbeit nicht gleichmäßig auf die Gruppen verteilt war. Jene SchülerInnen haben dann zumeist angegeben, dass sie eher viel als wenig beigetragen. Das heißt es hat vermutlich einige wenige Personen gegeben, die sich absichtlich, oder aus Überforderung, oder ähnlichen Gründen, zurück genommen haben. Natürlich hat auch die Atmosphäre in der Gruppe einen Einfluss darauf, wie sehr sich einzelne SchülerInnen engagieren. Eine Schülerin, die angegeben hat „Sehr wenig“ beigetragen zu haben, hat bei einer offenen Frage geschrieben: Man könnte verbessern, „dass Projektleiter und Lehrer sich nicht zu viel heraushalten und einen

alleine lassen.“ Hier war also vermutlich Überforderung der Grund für den Rückzug der Schülerin.

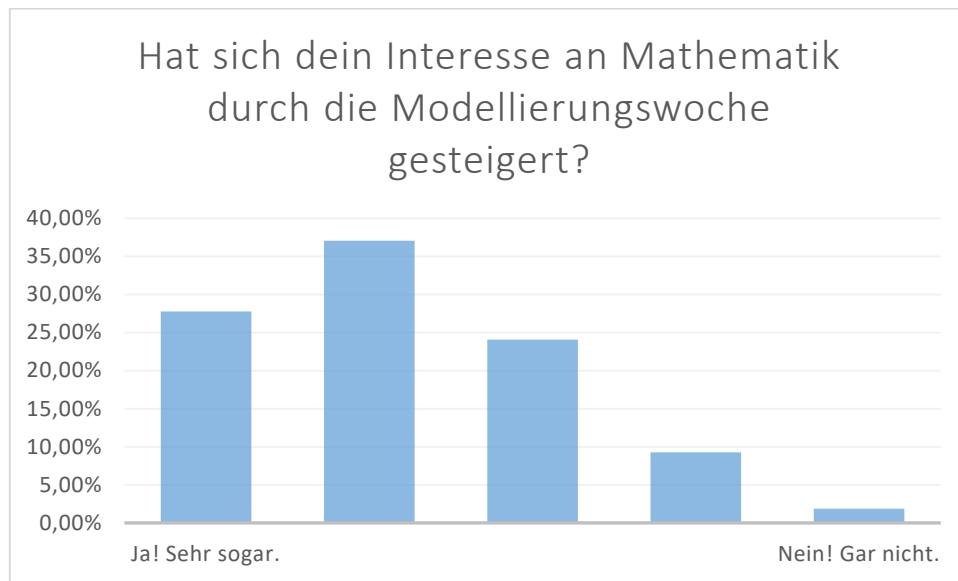


Abbildung 56: Abbildung 53: Antwortverhalten zur Frage: "Hat sich dein Interesse an Mathematik durch die Modellierungswoche gesteigert?"

Bei der Frage, ob sich das Interesse der SchülerInnen an Mathematik durch die Modellierungswoche gesteigert hat, geht die Tendenz zu einer Steigerung des Interesses. Man muss jedoch bei dieser Frage erwähnen, dass einige SchülerInnen Probleme mit dieser Frage hatten und mich während der Befragung angesprochen haben, wie sie die Frage beantworten sollen, wenn ihr Interesse schon vor der Modellierungswoche sehr hoch war. Ich habe den SchülerInnen geraten nach ihrem Gefühl zu entscheiden. Ich könnte mir durchaus vorstellen, dass noch andere SchülerInnen bei dieser Frage Probleme hatten und das Ergebnis womöglich dadurch beeinflusst wurde.

Zuletzt wurde noch untersucht, wie sich die Sichtweise der SchülerInnen auf Mathematik durch die Modellierungswoche verändert hat. In Abbildung 57 ist das Antwortverhalten der SchülerInnen zu folgenden drei Fragen dargestellt:

- *Kann man mathematisches Wissen auch im Alltag gebrauchen?*
- *Wie wichtig ist deiner Meinung nach Mathematik um später einen Beruf zu bekommen?*
- *Wie wichtig ist Mathematik deiner Meinung nach für die Gesellschaft?*

Es ist zu erkennen, dass die SchülerInnen nach der Modellierungswoche Mathematik in allen drei Punkten deutlich besser einstufen.

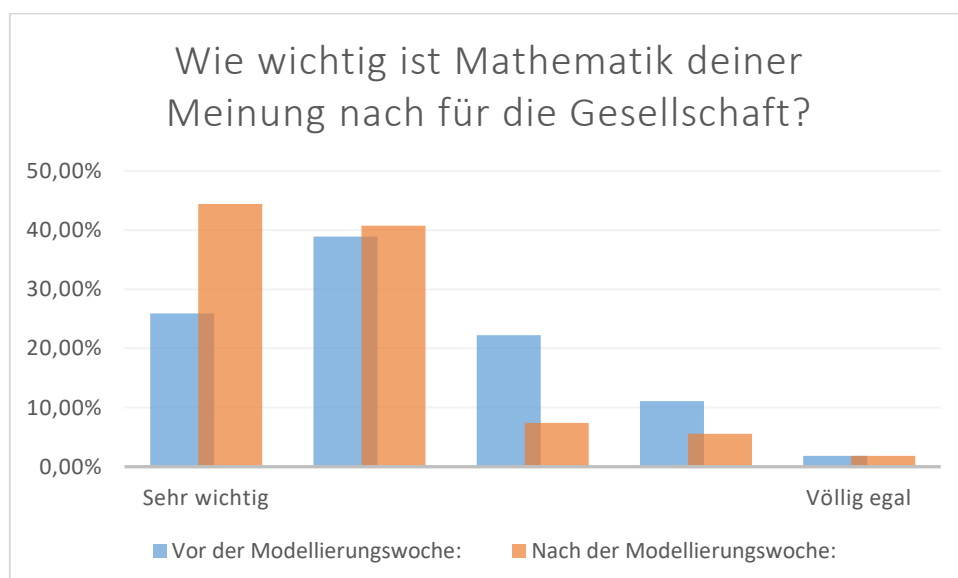
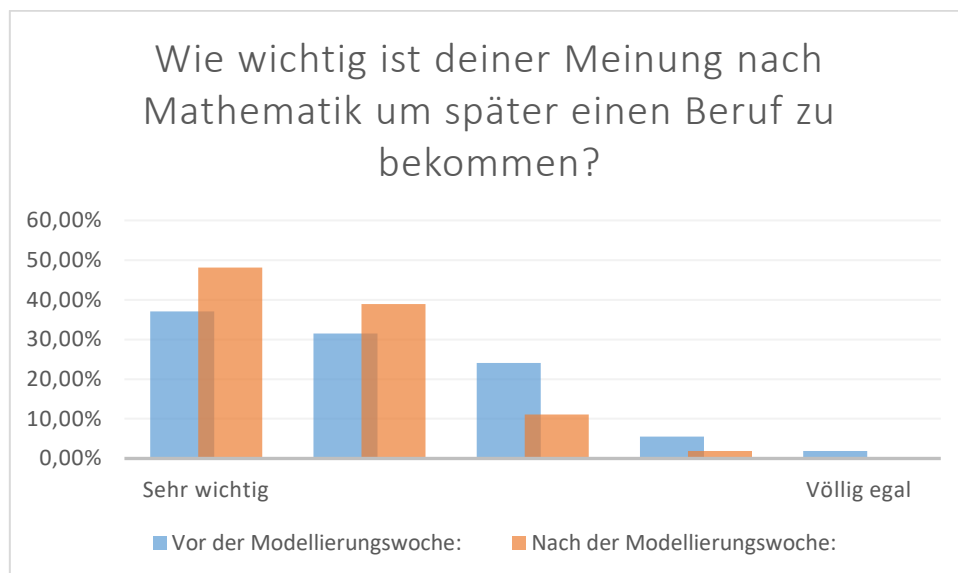
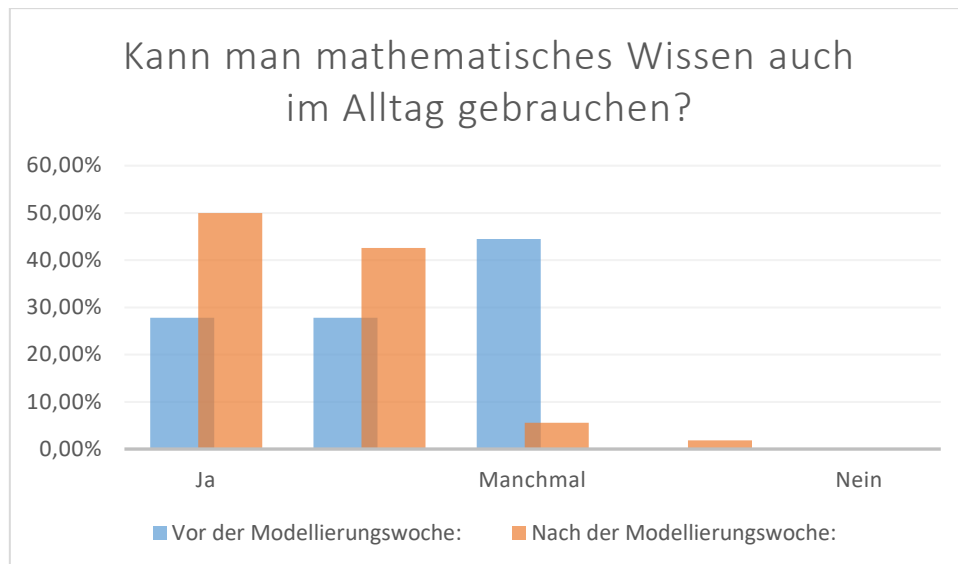


Abbildung 57: Antwortverhalten der SchülerInnen zu den Fragen wie sich ihre Sichtweise auf Mathematik verändert hat

6 Abschlussbemerkung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde erörtert, dass Modellieren ein sehr wichtiger Bildungsinhalt ist und im Unterricht sowohl Vorteile für SchülerInnen als auch LehrerInnen bietet. Ich habe daher versucht Tipps zu geben wie man Modellierungsprojekte aufziehen kann und wie solche aussehen könnten. Des Weiteren habe ich auch im Rahmen einer empirischen Untersuchung versucht zu belegen, dass Modellieren für die SchülerInnen sehr motivierend ist. Aber nicht nur die Fragebogenergebnisse weisen auf diesen Tatbestand hin, sondern auch die Interviews mit den Organisatoren diverser Modellierungsveranstaltungen.

Ich hoffe ich konnte mit dieser Arbeit möglichst viele Leser motivieren sich weiter mit dem Thema der Modellierung zu beschäftigen und auch viele Lehrkräfte dazu anregen zumindest hin und wieder Modellierungsaufgaben in ihrem Unterricht einzubauen.

Literaturverzeichnis

- Bergfreunde.de*. (28. 4 2017). Von <https://www.bergfreunde.de/basislager/1-oder-2-achsen-bei-klemmgeraeten/> abgerufen
- Bildungsstandards für Mathematik - 8. Schulstufe*. (18. 04 2017). Von Bundesministerium für Bildung und Frauen: https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_m_sek1_kompetenzbereiche_m8_2013-03-28.pdf abgerufen
- Blum, W. (2006). Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehrer. In A. Büchter, H. Humenberger, S. Hußmann, & S. Prediger, *Realitätsnaher Mathematikunterricht-vom Fach aus und für die Praxis*. Berlin: Franzbecker.
- Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren - zu schwer für Schüler und Lehrer? *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007* (S. 3-12). Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, S. 45-58.
- Blum, W., & Leiß, D. (2005). "FILLING UP" – The Problem of independent preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. *Cerme 4*, (S. 1623-1634).
- Blum, W., Drücke-Noe, C., Hartung, R., & Köller (Hrsg.), O. (2010). *Bildungsstandards Mathematik: konkret*. Berlin: Cornelsen Verlag.
- Böhm, U. (2013). *Modellierungskompetenzen langfristig und kumulativ fördern*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Borromeo Ferri, R. (2009). *Wege zur Innenwelt des mathematischen Modellierens*. Hamburg: Viewweg+Teubner Verlag.
- Czermin, T., Dullnig, P., Mathelitsch, L., & Schneider, W. B. (kein Datum). Bergsteigen und Klettern- Was sagt die Physik dazu. *Physik in unserer Zeit*. Von <http://www.solstice.de/cms/upload/pdf/KLETTTERN.pdf> abgerufen
- Die kompetenzorientierte Reifeprüfung*. (18. 04 2017). Von Bundesministerium für Bildung und Frauen: https://www.bmb.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung_ahs_lfmath.pdf?5te94m abgerufen

- Greefrath, G. (2004). Offene Aufgaben mit Realitätsbezug. Eine Übersicht mit Beispielen und erste Ergebnisse aus Fallstudien. *mathematica didactica*, 2(27), S. 16-38.
- Greefrath, G. (2012). Aufgaben zu Teilkompetenzen des Modellierens. In W. Blum, R. Borromeo Ferri, & K. Maaß, *Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität* (S. 129-137). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- IQB, H.-U. z. (2009). *Handreichung VERA 8 Mathematik 2009*. Von http://www.nibis.de/nli1/allgemein/gosin/vergleich/v8-2009/Mathe_Handreichung_THA.pdf abgerufen
- Kaiser, G. (2015). *Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Kaiser, G., Borromeo Ferri, R., & Greefrath, G. (2013). *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Kendi, B. M. (7 2008). *Erarbeiten und Testen von Unterrichtssequenzen zum Modellieren im Mathematikunterricht*. Von https://www.imst.ac.at/imst-wiki/images/6/60/1033_Langfassung_Kendi.pdf abgerufen
- Kendi, B. M. (9 2010). *Modellieren in der Mathematik mit französischen, italienischen und österreichischen Schüler/innen*. Von https://www.imst.ac.at/imst-wiki/images/7/76/BrittaKendi_lang.pdf abgerufen
- Kinder Tierlexikon*. (18. 4 2017). Von <http://www.kinder-tierlexikon.de> abgerufen
- Kultusministerkonferenz*. (18. 10 2012). Von Bildungsstandards im Fach Mathematik für die allgemeine Hochschulreife: http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf abgerufen
- Lehrpfad: Satzgruppe des Pythagoras*. (17. 3 2017). Von <http://www.lohnt-nicht.de/schule/Gym-Aichach/Mathe-9a/Lernpfad-Pythagoras/Inhalt/Schweitenaufgaben.xhtml> abgerufen
- Leiss, D., & Tropper, N. (2014). *Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht*. Berlin Heidelberg: Springer Spektrum.
- Maaß, K., & Mischo, C. (2012). Fördert mathematisches Modellieren die Motivation in Mathematik? *mathematica didactica* , S. 25-49.
- nachrichten.at*. (20. 04 2017). Von <http://www.nachrichten.at/nachrichten/chronik/OEsterreicher-produzieren-601-kg-Muell-pro-Kopf-und-Jahr;art58,355706> abgerufen

- Ortlieb, C. P. (2004). Mathematische Modelle und Naturerkenntnis. *mathematica didactica*, S. 23-40.
- Ortlieb, C. P., Dresky, C., Gasser, I., & Günzel, S. (2013). *Mathematische Modellierung - Eine Einführung in zwölf Fallstudien*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Pollak, H. (1977). The Interaction between Mathematics and Other School Subjects (Including Integrated Courses). *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, S. 255-264.
- Pötzi, S. (2009). *Modellieren im Mathematikunterricht*. Villach: IMST-Fonds.
- Projektwoche Angewandte Mathematik*. (27. 05 2017). Von <http://www.projektwoche.jku.at/> abgerufen
- Roth, O. (2008). *Differentialgleichungen- Vorlesung Universität Würzburg*. Von <http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~roth/kapitel1.pdf> abgerufen
- Schukajlow, S. (11. 6 2009). *Fachdidaktikzentrum Wien*. Von Selbstständigkeitsorientierter Unterricht mit Modellierungsaufgaben: http://rfdzmathematik.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/ag_rfdz_mathematik/VortraegelstronTagung/Schukajlow.pdf abgerufen
- Sicher Klettern lernen*. (28. 04 2017). Von <http://www.kletterbergsport.de/html/bohrhaken-klemmkeile.html> abgerufen
- Staufenberg-Adler Flug-Sport-Gruppe*. (7. 3 2017). Von http://www.staufenberg-adler.de/images/phocagallery/20140519_Heissluftballon/thumbs/phoca_thumb_I_dsc07612.jpg abgerufen
- Sylter Rundschau*. (11. 04 2017). Von <http://www.shz.de/lokales/sylter-rundschau/sylter-seehunde-als-filmstars-id5420541.html> abgerufen
- TU-Kaiserslautern*. (17. 5 2017). Von <http://komms.uni-kl.de/schulprojekte/kurzprojekte/modellierungswochen/> abgerufen
- Vienna online*. (20. 04 2017). Von <http://www.vienna.at/stadt-wien-erhoeht-gebuehren-fuer-wasser-muellabfuhr-und-parkscheine/4854464> abgerufen
- Wikipedia*. (2017). Von www.wikipedia.org abgerufen
- Woche der Modellierung mit Mathematik*. (18. 05 2017). Von <http://imsc.uni-graz.at/modellwoche/aktuell.html> abgerufen

Abbildungsverzeichnis

Ich habe mich bemüht sämtliche Inhaber der Bildrechte ausfindig zu machen und ihre Zustimmung zur Verwendung in dieser Arbeit eingeholt. Sollte trotzdem eine Urheberrechtsverletzung bekannt werden, ersuche ich um Meldung bei mir.

Abbildung 1: Vierstufiger Modellierungskreislauf (Ortlieb, 2004)	4
Abbildung 2: Heißluftballon beim Start (Staufenberg-Adler Flug-Sport-Gruppe, 2017)	5
Abbildung 3: Ermittlung der Abmaße des Ballons durch Vergleichen mit bekannten Längen	6
Abbildung 4: idealisiertes Modell eines Heißluftballons	6
Abbildung 5: Modellierungskreislauf nach Blum (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 18)	8
Abbildung 6: Aufgabe "Windeln" (Leiss & Tropper, 2014, S. 25)	9
Abbildung 7: Strukturierte Darstellung der Situation (Leiss & Tropper, 2014, S. 26)	10
Abbildung 8: Beispielaufgabe: „Haus verputzen“ (Greefrath, 2004, S. 20)	15
Abbildung 9: Angabe zur Aufgabe "Riesenmensch" (Blum, 2006, S. 13)	17
Abbildung 10: Skizze zur Berechnung der Sichtweite (Lehrpfad: Satzgruppe des Pythagoras, 2017)	19
Abbildung 11: Schülerlösung Riesenmensch (Blum, 2007, S. 3)	22
Abbildung 12: Angabe Modellierungsaufgabe „Leuchtturm“ (Blum, 2006, S. 10)	22
Abbildung 13: Schülerlösung zur Aufgabe „Leuchtturm“ (Blum, 2006, S. 16)	23
Abbildung 14: Skizze zur Aufgabe "Leuchtturm" (Blum, 2006, S. 19)	24
Abbildung 15: "Lösungsplan" für Modellierungsaufgaben (Blum, 2006, S. 21)	26
Abbildung 16: Abbildung zur Teilkompetenzaufgabe 1 (Greefrath, 2012, S. 132)	30
Abbildung 17: Abbildung zur Teilkompetenzaufgabe 2 (Greefrath, 2012, S. 133)	32
Abbildung 18: Etwas falscher Blick auf die Lehrerrolle beim Modellieren (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 51)	34
Abbildung 19: Angabe zur Modellierungsaufgabe "Feuerwehr" (Schukajlow, 2009)	36
Abbildung 20: Lehrer-Schüler Dialog zur Aufgabe "Feuerwehr" (Blum & Borromeo Ferri, 2009, S. 52)	36
Abbildung 21: Angabe zur Aufgabe "Filling up" (Blum & Leiß, 2005, S. 1625)	37

Abbildung 22: Ausschnitt eines Lehrer-Schüler Gesprächs zur Aufgabe "Filling up" (Blum & Leiß, 2005, S. 1630)	37
Abbildung 23: Kompetenzmodell der deutschen Bildungsstandards für Mathematik (Kultusministerkonferenz, 2012, S. 12).....	46
Abbildung 24: Seehunde am Strand (Sylter Rundschau, 2017)	53
Abbildung 25: Übergangsgraph mit den Zuständen Gesund-Krank-Tot (Kultusministerkonferenz, 2012, S. 38).....	55
Abbildung 26: graphische Darstellung der obigen Daten.....	57
Abbildung 27: Übergangsgraph unter Berücksichtigung der Impfung (Kultusministerkonferenz, 2012, S. 40).....	58
Abbildung 28: zeitliche Entwicklung der Seehundpopulation bei einem "aggressiven" Krankheitsverlauf.....	59
Abbildung 29: Eichhörnchen (rechts) und Grauhörnchen (links) (Kinder Tierlexikon, 2017)	60
Abbildung 30: Straßenkarte des Stadtteils "Modelstown" (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 54).....	63
Abbildung 31: Graph von Modelstown (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 55)	64
Abbildung 32: reduzierter Graph mit Kantengewichten (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 56).....	64
Abbildung 33: Einführung einer zusätzlichen Kante und fett markierte die ursprünglichen Knoten mit ungeradem Grad	65
Abbildung 34: 2 mögliche Varianten um die ungeraden Knoten zu verbinden	66
Abbildung 35: erster Schritt des Algorithmus (links) und Beginn von Schritt zwei rechts	67
Abbildung 36: mehr von Schritt zwei	67
Abbildung 37: Der Rest von Schritt zwei bis zur fertigen Route.....	67
Abbildung 38: Temperaturverlauf im und außerhalb des Hauses beim Durchheizen bzw. abschalten der Heizung in der Nacht	71
Abbildung 39: Ein älterer Friend in einem Riss (Sicher Klettern lernen, 2017)	73
Abbildung 40: Bauteile eines Friends (Bergfreunde.de, 2017)	74
Abbildung 41: Skizze eines Friends mit den wirkenden Kräften (Czermin, Dullnig, Mathelitsch, & Schneider, S. 15)	75

Abbildung 42: logarithmische Spirale ($a=1$) und abgetrennter Bereich für die Klemmbackenform.....	78
Abbildung 43: Links einachsiger Friend maximal geöffnet und rechts maximal geschlossen.....	79
Abbildung 44: Wirkende Kräfte am Friend (von der Schülergruppe erstellt)	82
Abbildung 45: Ausgabe des Programms der SchülerInnen zur Berechnung der Reibungskraft	83
Abbildung 46: Ermittlung der Grenzen für den Winkel α mit Hilfe von Geogebra	85
Abbildung 47: Skizze der wirkenden Kräfte (links); logarithmische Spirale mit eingezeichnetem Tangentenwinkel (rechts) (Wikipedia, 2017).....	86
Abbildung 48: Im linken Bild sieht man die SchülerInnen beim Bauen des Prototyps und im rechten Bild ist das fertige Gerät zu sehen	86
Abbildung 49: Die SchülerInnen am Ende der Modellierungswoche mit ihren Teilnehmerurkunden sowie die Betreuungslehrerin (dritte Person von rechts) und ich als fachlicher Betreuer (ganz rechts) (TU-Kaiserslautern, 2017)	88
Abbildung 50: Antwortverhalten der SchülerInnen zu den Fragen über ihren Mathematikunterricht	103
Abbildung 51: Antwortverhalten zur Frage: "Würde es dir gefallen öfter an einer Modellierungswoche teilzunehmen?"	104
Abbildung 52: Antwortverhalten zur Frage: "Wie gut hat dir die Modellierungswoche gefallen?"	104
Abbildung 53: Antwortverhalten zur Frage: "Wie schwierig war das Projekt?"	110
Abbildung 54: Antwortverhalten der SchülerInnen zu Fragen über die Projekte.....	110
Abbildung 55: Antwortverhalten zur Arbeitsverteilung in den Gruppen.....	111
Abbildung 56: Abbildung 53: Antwortverhalten zur Frage: "Hat sich dein Interesse an Mathematik durch die Modellierungswoche gesteigert?"	112
Abbildung 57: Antwortverhalten der SchülerInnen zu den Fragen wie sich ihre Sichtweise auf Mathematik verändert hat	113

Tabellenverzeichnis:

Tabelle 1:Vergleich eingekleidete Aufgaben & Modellierungsaufgaben Vgl.: (Kaiser, Borromeo Ferri, & Greefrath, 2013, S. 25).....	18
Tabelle 2: Teilkompetenzen des Modellierens mit Indikatoren (Greefrath, 2012, S. 130)	28
Tabelle 3: Teilkompetenzen des Modellierens im österreichischen Bildungsstandard Mathematik.....	51
Tabelle 4: zeitliche Entwicklung der Seehundpopulation.....	56
Tabelle 5: Anfangsdaten für einen „aggressiven“ Krankheitsverlauf.....	59
Tabelle 6: Veränderung der Eichhörnchenpopulation (Ortlieb, Dresky, Gasser, & Günzel, 2013, S. 15).....	61
Tabelle 7: Mittelwerte der Antworten zu den Fragen über den Bezug der SchülerInnen zur Mathematik.....	102
Tabelle 8: Vergleich der Mittelwerte der beiden Modellierungswochen bei den Fragen zum Mathematikunterricht	103

Anhang

(1) Schülerbericht zur Aufgabe: Sichere „Freunde“ beim Klettern

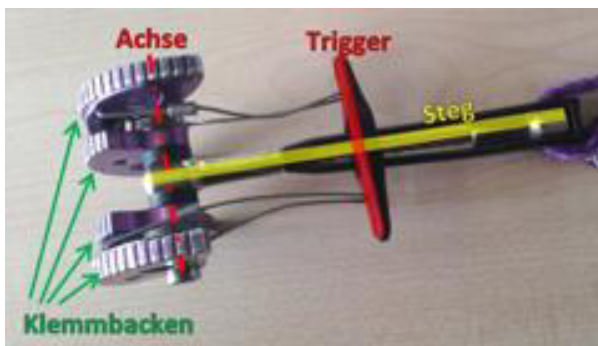
Sichere „Friend“ beim Klettern

Arbeitsbericht der Modellierungswoche vom 08.-13.01.2017

von Noor Hourmant, Moritz Endemann, Tobias Arens, Henrike Reller, Bastian Müller, Finn Kock

Im Rahmen der Mathematischen Modellierungswoche Oberwesel (8. Januar – 13. Januar 2017) hat uns der Aufbau, die Funktionsweise und der Eigenentwurf eines „Friends“ beschäftigt. Wir bedanken uns herzlichst für die freundliche Unterstützung des KOMMS und des Felix Klein Zentrums für Mathematik.

Wie funktioniert ein Friend?



Ein „Friend“ funktioniert, indem man ihn mithilfe des Triggers in eine Felsspalte anbringt. Der Kletterer ist am Steg befestigt. Fällt er, so drücken sich die Klemmbacken gegen die Felswand, sodass ein „Friend“ eine

Kraft von bis zu 20kN halten kann, sofern er aus den richtigen Materialien besteht und alle Bauteile richtig berechnet wurden.

Betrachtet man diese beachtliche Leistung, so stellt sich die Frage, inwiefern die Form, das Material und die Kraftverteilung zusammenspielen, dass dies möglich wird.

Um dem Kletterer den Aufstieg zu erleichtern, ist es von Vorteil, wenn die „Friends“ und die restliche Ausrüstung möglichst leicht sind. Außerdem ist das Gerät sehr großen Kräften ausgesetzt, vor allem Achse und Steg werden stark

belastet. Deshalb müssen durch das Material Gewicht und Stabilität vereint werden.

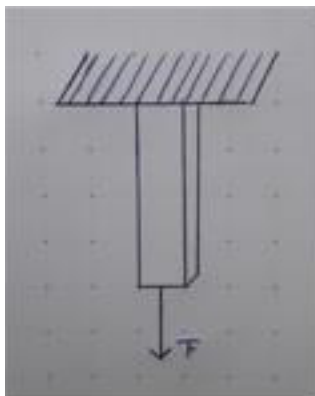
Als nächstes recherchierten wir über mögliche Materialien, woraufhin wir zu dem Schluss kamen, dass Aluminium einen Gewichtsvorteil hat, Stahl jedoch stabiler ist. Für beide Materialien errechneten wir mit Hilfe der Spannungsformeln welche Querschnittsfläche der Steg und die Achse innehaben müssten, sodass sie den Kräften standhalten.

$$\text{Zugspannung: } \sigma = F/A \quad \Leftrightarrow \quad A = F/\sigma$$

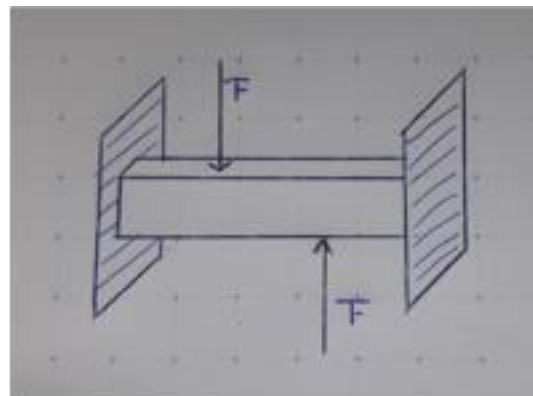
(σ = Zugspannung)

$$\text{Scherspannung: } \tau = F/A \quad \Leftrightarrow \quad A = F/\tau$$

(τ = Scherspannung)



Zugspannung am Steg



Scherspannung an der Achse

Bei der Zugspannung wird auf jeden Punkt des Materials die selbe Kraft ausgeübt, da, wie der Name schon sagt, einfach gezogen wird, um Spannung aufzubauen.

Bei der Scherung wird an zwei oder mehr Punkten Druck von verschiedenen Seiten ausgeübt. Das funktioniert nur, wenn die Stange an beiden Seiten befestigt ist. Der Druck an verschiedenen Stellen der Achse ist unterschiedlich, weil nur der Teil der Stange belastet wird, an dem die Kraft wirkt.

Dadurch ergaben sich durch Einsetzen in die Formel

$$A = \pi r^2 \quad \Leftrightarrow \quad r = \sqrt{(A/\pi)}$$

unterschiedliche Radien, die in dieser Tabelle festgehalten sind:

Bauteil	Material	Kraft F in N	A in mm ²	Radius r in mm
Steg	hochfester Stahl mit $\sigma = 900 \text{ N/mm}^2$	10.000	12	1,95
		20.000	23	2,71
		30.000	34	3,29
	Aluminiumlegierung mit $\sigma = 270 \text{ N/mm}^2$	10.000	36	3,34
		20.000	75	4,86
		30.000	112	5,95
Achse	hochfester Stahl mit $\tau = 900 \text{ N/mm}^2$	17.000	19	2,46
	Aluminiumlegierung mit $\tau = 270 \text{ N/mm}^2$	17.000	63	4,48

Es fällt auf, dass Achse und Steg unterschiedlichen Kräften ausgesetzt sind, obwohl man denken könnte, dass beide gleich sind. Das kommt durch den Aufbau und die Geometrie des „Friends“ zustande.

Nun fragen sie sich vielleicht, wie wir auf die Kraft von 17.000 Newton kommen, die die Achse tragen muss. Es gibt einen einfachen rechnerischen Zusammenhang zwischen der maximalen Reibungskraft F_R und der Normalkraft F_N , aber dazu muss man erst verstehen, was die Normalkraft und die Reibungskraft sind. Die Reibungskraft ist die Kraft, mit der der Kletterer oben gehalten wird. Sie muss größer gleich der nach unten gerichteten Kraft sein. Die nach unten gerichtete Kraft beträgt 20kN. Die Reibungskraft verteilt sich aber auf die vier Backen des „Friends“, deshalb beträgt die Reibungskraft effektiv 5kN. Die Normalkraft ist die Kraft, mit der die Backen gegen den Felsen drücken. Es ist die Kraft, die die Achse aushalten muss. μ ist der Reibungskoeffizient, der bei Aluminium auf Stein etwa 0,3 beträgt.

Man berechnet nun mit der Formel:

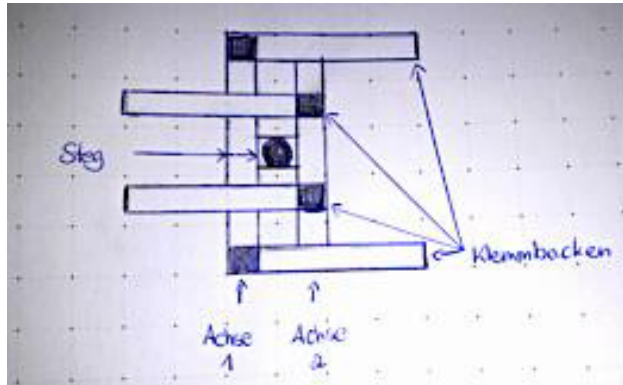
$$F_R = \mu \cdot F_N \Leftrightarrow F_N = F_R / \mu$$

$$\Rightarrow F_N = 5.000\text{N} / 0,3$$

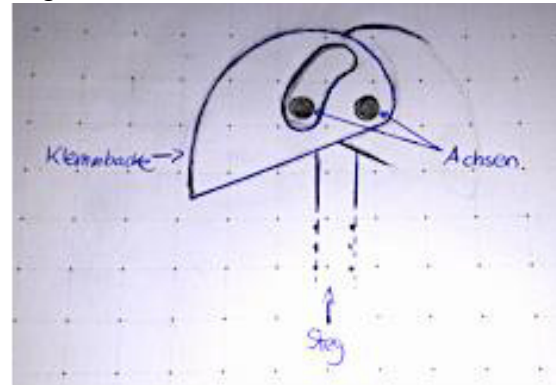
Aufgerundet kommt man so auf 17.000N, die die Achse aushalten muss. Wie man in der Tabelle sieht, beträgt der Durchmesser dann etwa 5mm.

Eine weitere Frage für Kletterer ist, ob es sinnvoll ist, einen zweiachsigen „Friend“ statt eines einachsigen zu verwenden. Die grundlegende Physik eines Friends ändert sich dadurch nicht, aber es gibt dennoch Vor- und Nachteile.

Zunächst sollten wir den Aufbau eines zweiachsigen „Friends“ betrachten.



Doppelachsiger „Friend“ von oben



Doppelachsiger „Friend“ von der Seite

Die größte Schwäche eines zweiachsigen „Friends“ ist, dass er bei gleichem Gewicht eine niedrigere Bruchlast hat. Achse 1 wird nämlich durch Biegungsspannung statt durch Scherspannung belastet.

Der Vorteil von zweiachsigen „Friends“ ist, dass sie bei gleicher Maximalbreite eine kleinere Minimalbreite haben (42% Verkleinerung bei zweiachsigen; 38% bei einachsigen). Außerdem können sich beim zweiachsigen „Friend“ die Backen nicht gegen den Steg verdrehen, was zu einer besseren Handhabung führt.

Zusätzlich gibt es bei den größeren „Friends“ einen nicht unerheblichen Gewichtsnachteil.

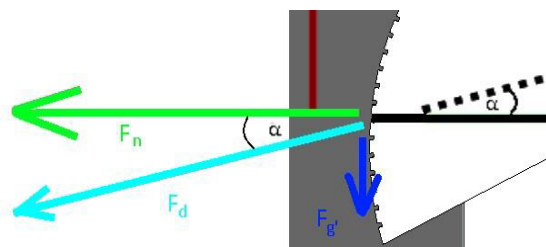
Physikalische Überlegungen zur Kräfteverteilung

Zunächst stellten wir einige Überlegungen auf, wie die Funktionsweise der sogenannten „Friends“ ist. Dabei betrachteten wir ausschließlich die Kräfteverteilung der Zugkraft auf die „Backen“. Damit der „Friend“ an der Felswand nicht abrutscht, muss die Reibungskraft F_r genauso groß oder größer sein als die Hangantriebskraft F_h . Bei einer senkrechten Spalte ist diese äquivalent zu der Gewichtskraft F_g . Ansonsten errechnet man diese mit $[F_h = \sin(\alpha) * F_g]$. Die gesamte Reibungskraft ist das Produkt aus 4 (Anzahl der

Auflagepunkte), der Normalkraft F_n und dem Haftreibungs-koeffizienten μ , für den wir 0.3 für Stahl auf Stein angenommen haben. Die Normalkraft ist ein Teil der Kraft F_d , die entlang des Kräftedreiecks, gebildet aus den beiden Auflagepunkten und der Achse, auf die Felswand wirkt. Sie lässt sich mit $[F_n = F_g' / 4 * \tan(\alpha)]$ berechnen. Damit ergibt sich für F_r die Formel

$$[F_r = 4 * 0.3 * F_g / (4 * \tan(\alpha))].$$

Einige Berechnungen ließen wir mithilfe eines selbstgeschriebenen Programms durchführen, welches uns eine ganze Liste an Daten ausgab, abhängig von einer ganzen Reihe an Werten für α . So konnten wir den maximalen Winkel für α



approximieren. Die oben gezeigte Formel verwendeten wir dann zur exakten Berechnung des maximalen Winkels für α . Dazu stellten wir F_r mit F_g gleich, stellten nach α um und erhielten die Formel $[\alpha = \arctan(0.3)]$, was 16.699° entspricht und die Berechnungen des Programms bestätigte. Ein größerer Winkel würde dazu führen, dass der „Friend“ bei einer bestimmten Zugkraft den Halt verliert.

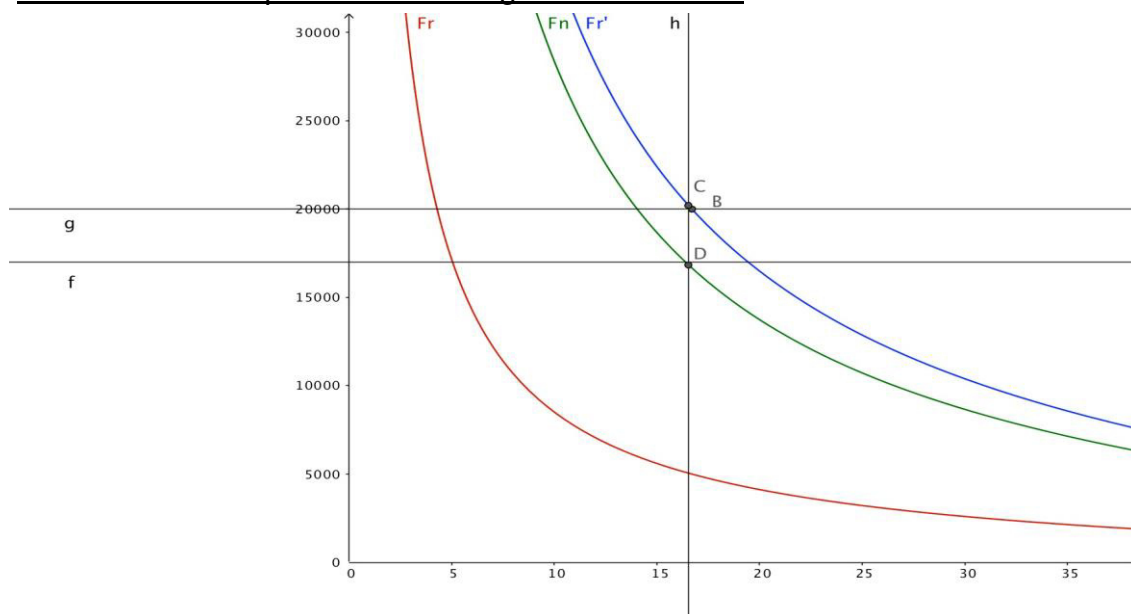
Danach schrieben wir ein Programm zur ersten Erstellung von logarithmischen Spiralen, die man durch Eingabe verschiedener Parameter modifizieren konnte. Diese ersten Zeichnungen der logarithmischen Spirale wurden später mit GeoGebra ersetzt.

Veranschaulichung mithilfe von GeoGebra:

Um unsere Ergebnisse zu veranschaulichen übertrugen wir die Gleichungen, von welchen unser Programm bereits Ergebnisse ausgegeben hat, in „GeoGebra“. Die Graphen der Funktionsgleichungen beschreiben die verschiedenen Kräfte, die auf den „Friend“ wirken. Wir erstellten für die Funktionen Parameter, um die graphische Darstellung unserer Ergebnisse so

flexibel wie möglich zu machen. Somit waren wir dann in der Lage mit der Festlegung der Minimal- und Maximalbelastbarkeit den optimalen Winkel weiter einzugrenzen. Wir kamen zu dem Schluss, dass der Winkel zwischen $16,39^\circ$ und $16,7^\circ$ liegen muss, damit er Belastbarkeit und Stabilität kombiniert. Wir errechneten den Mittelwert und kamen letztlich auf einen Winkel von $16,54^\circ$. Demzufolge optimierten wir den uns vorgelegten „Friend“, von der Marke „Wild Country“, welcher als Winkel zwischen den zwei Auflagepunkten und der Achse lediglich $13,75^\circ$ aufweist.

Wie wir auf den optimalen Winkel gekommen sind?

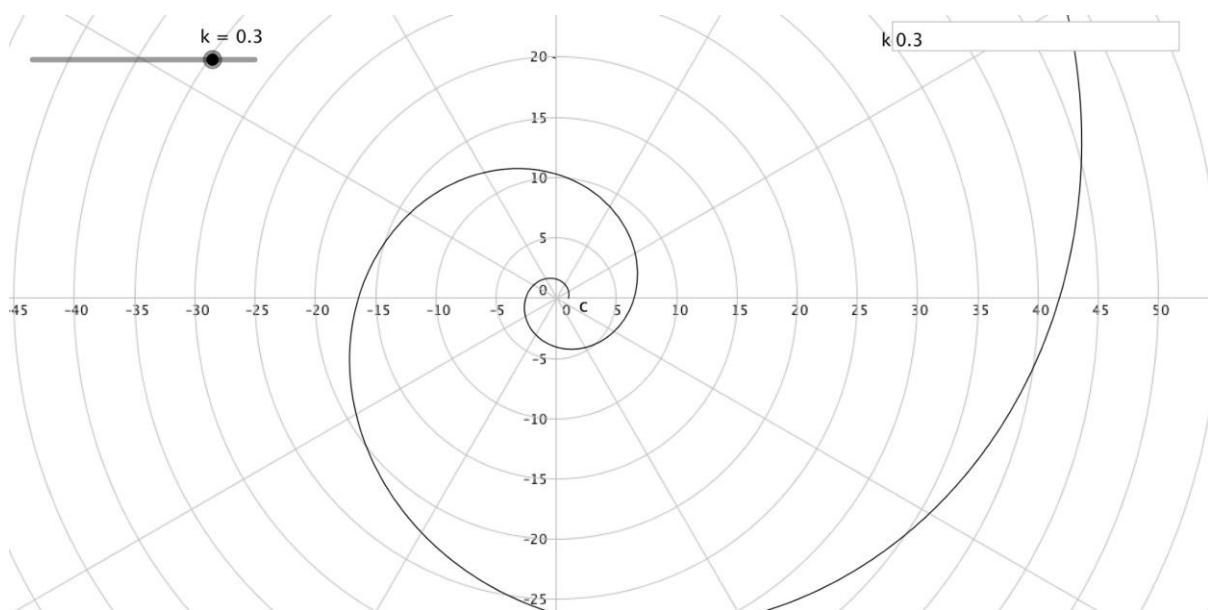


Das Koordinatensystem zeigt den Winkel in Abhängigkeit von der Belastung. Der blaue Graph zeigt die Gesamtreibung am Fels, welche entscheidend für die Belastbarkeit des „Friends“ ist. Die grüne Kurve veranschaulicht die Normalkraft der Backen, die auf den Fels drücken. Die rote Funktion beschreibt die Reibung auf einer Seite des Felsens. Sie zeigt ein Viertel des blauen Graphen.

Wir haben zwei Parallelen (g und f) zur x-Achse eingezeichnet, welche die Anforderungen an den „Friend“ zeigen. Der „Friend“ muss mindestens 20kN, also 2t aushalten, um dem Kletterer auch unter extremen Belastungen ausreichend Halt zu geben. Die untere Parallele beschreibt die Maximalbelastbarkeit der Achse, welche bei 1,7t liegt. Von den beiden

Schnittpunkten, an denen diese Parallelen ihren zugeordneten Graph schneiden, errechneten wir den Mittelwert und kamen somit auf einen Winkel von $16,54^\circ$.

Außerdem verwendeten wir GeoGebra, um die logarithmische Spirale, welche die Form unserer späteren Backen darstellt, zu konstruieren. Ein wichtiger Punkt bei der Darstellung einer logarithmischen Spirale ist die Umstellung des Koordinatensystems in ein Polarkoordinatensystem. Weiterhin recherchierten wir nach den Formeln für die Spirale und verwendeten erneut Parameter, um die Variablen beliebig oft ändern zu können und somit eine geeignete Größe für unser Modell herauszuarbeiten.



Unser Fazit :

Müssten wir nun als Mathematiker einen Vorschlag für eine Set entwerfen, so sähe dieses folgendermaßen aus:

Die „Friends“ in unserem Set würden für eine Maximalbelastung von 20kN und harten Felsen konstruiert. Sie wären demnach vor allem für Sandstein nicht

empfehlenswert. Aufgrund unserer Materialerkenntnisse können wir sagen, dass es für die Klemmbacken als größte Bestandteile des „Friends“ am sinnvollsten wäre, die Aluminiumlegierung zu verwenden, da jene nicht so hohen Kräften ausgesetzt und außerdem erhebliche Gewichtseinsparungen möglich sind. Achse und Steg sollten aus hochfestem Stahl bestehen, damit sie den gewaltigen Krafteinwirkungen standhalten können und gleichzeitig weder zu dick noch zu unhandlich werden. Da die Aluminiumlegierung dreimal so leicht ist wie Stahl, sie aber für dieselbe Stabilität einen erheblich größeren Radius bräuchte, sind Steg und Achse aus Stahl sogar effektiv leichter. Nach unseren Ergebnissen aus dem Vergleich zwischen ein- und zweiachsigen „Friends“ geht zusätzlich hervor, dass es am sinnvollsten ist, die ganz kleinen „Friends“ einachsig zu bauen, da für zwei Achsen bei einer Breite von etwa 7mm kein Platz bleibt. Bei den nächstkleineren und mittleren jedoch sind zwei Achsen empfehlenswert, weil die Vorteile beim Justieren überwiegen. Aufgrund des Gewichtsunterschiedes sind einachsige große und sehr große „Friends“ besser. Die kleinere Minimalbreite der zweiachsigen Variante ist hier nicht mehr vonnöten.

Ausblick:

Als neue Produktidee würden wir einen „Doppelfriend“ entwickeln, der aus zwei einzelnen „Friends“ besteht, die jedoch einen gemeinsamen Steg besitzen. Daraus resultiert, dass zu den bereits vorhandenen vier Klemmbacken weitere vier Backen darüber angebracht werden. Die jeweiligen Backenpartien könnten dann eine oder zwei Achse/n besitzt. Diese Kombination aus zwei „Friends“ wäre sehr vorteilhaft, da es im Falle eines Sturzes eine zusätzliche Absicherung gäbe, was vor allem in nach unten geöffneten Felsspalten sehr nützlich wäre. Die Mechanik bliebe genau wie bekannt gleich, nur würde man mit dem Trigger beide Backenpartien gemeinsam bedienen. Ein weiterer Vorteil wäre, dass die Bauweise des „Doppelfriends“ stark variabel wäre. Es gäbe durch Unterschiede in Größe, Höhe oder Achsenanzahl für die Backenpartien viele Kombinationsmöglichkeiten, um den „Doppelfriend“ perfekt anzupassen. In der Natur existieren die unterschiedlichsten Felsoberflächen und je nach

Witterungsbedingungen können diese nass, bemoost beziehungsweise brüchig beschaffen sein. In diesem Falle haben wir uns überlegt, noch zusätzlich zu den Zähnen verschiedene Profile für die Backen anzuwenden. Ein Beispiel dafür wäre Gummiprofil, selbstverständlich gäbe es noch weitere geeignete Materialien, wofür eine weitere Recherche nötig wäre.



Entwurfszeichnung 1

Bauen eines Friends aus Holz

Für eine saubere Form der späteren Klemmbacken druckten wir eine erstellte Vorlage aus und schnitten mit Laubsägen diese Form aus Holz aus. Wir verwendeten dabei 4 mm Verbundholzplatten und fertigten 8 Klemmbacken an, von denen wir jeweils zwei zu einer zusammenklebten, um eine höhere Stabilität zu gewährleisten und es gleichzeitig gegen Verzug zu sichern. Nachdem wir den Leim trocknen ließen, schoben wir 2 Klemmbacken auf eine Gewindestange, dazwischen die Feder einer Wäscheklammer. Danach kam der Steg, eine einfache Holzleiste, die wir mit Feilen und Sägen bearbeiteten, wieder gefolgt von 2 Klemmbacken, dazwischen wieder eine Wäscheklammerfeder. Am Ende schraubten wir noch eine Mutter, um alles in Position zu halten. Der Hauptteil war also erledigt. Es fehlte nur noch der Grip auf den Klemmbacken, den wir ihnen durch 4 angeleimte Schleifpapierstreifen gaben. Und schon hatten wir einen Friend, der deutlich besser als erwartet funktionierte.

Bildnachweise:

<https://www.bergfreunde.de/basislager/1-oder-2-achsen-bei-klemmgeraeten/>

(2) Transkripte

a) Interview mit Patrick Capraro (Modellierungswoche Kaiserslautern)

David W.: Als erstes würde mich interessieren was deine Motivation dafür ist, dass du solche Modellierungswochen organisierst? #00:00:09-0#

Patrick C.: Naja Gut. Ahm da sind verschiedene Dinge. Zum einen ist natürlich unser Interesse dass die Schüler mal einen anderen Blickwinkel auf das Fach Mathematik kennen lernen, damit man ein bisschen eher die Vorstellung hat was man mit Mathematik machen kann und was halt auch Mathematiker die im Berufsleben stehen mit Mathematik machen können. Das Andere ist natürlich auch, dass wir hier auch Lehrer haben, die dann im Idealfall auch Impulse mitnehmen für ihren eigenen Unterricht, oder für Projektarbeiten die sie an der Schule machen, dass somit unser Beitrag auch nachhaltig die Schullandschaft verändert. #00:00:58-6#

David W.: Also regt ihr hier auch eine Weiterarbeit an der Schule an? #00:01:02-9#

Patrick C.: Ja es gibt ja auch andere Veranstaltungen wo wir gezielt an Schulen gehen und ahm Modellierungstage durchführen aber auch Fortbildungen durchführen letztendlich mit dem Ziel das Lehrerkollegien soweit mit den Dingen vertraut gemacht werden, dass sie auch selbstständig im größeren Stil Modellierungsaktivitäten verfolgen können. Das ist sozusagen die große Vision die hinter dem ganzen steht. #00:01:34-8#

David W.: Was sollten deiner Meinung nach die Schüler alles lernen bei solch einem Projekt? Worauf kommt es euch da besonders an? #00:01:41-2#

Patrick C.: Besonders...Würd ich mal sagen, dass sie (...) dass sie eine bestimmte Herangehensweise an Probleme lernen, dass sie etwas besser vielleicht einschätzen können Probleme zu strukturieren und die Probleme dann tatsächlich strukturiert zu lösen, als sich einfach hin zu setzen und zu sagen: „ich hab jetzt eine Aufgabe gestellt bekommen und kuck ganz ganz viel Dinge nach die mir halt spontan dazu einfallen und versuch einfach mal ganz planlos daran zu arbeiten.“ Und zum anderen natürlich auch um zu sehen es gibt bei Aufgaben die man in der Schule löst nicht immer die eine richtige Antwort sondern , das ist ja auch bei unseren Problemen ganz wichtig, es gibt viele verschiedene Wege solch eine Aufgabe zu lösen und naja ob das richtig ist oder nicht ist oft schwer zu sagen, naja ist insofern schwer zu sagen dass man sagen kann es gibt vieles das richtig ist, es gibt vielleicht Dinge die sehr gut sind und Dinge die weniger gut sind aber man kann eben schwer zwischen richtig und falsch unterscheiden. Und vielen Schülern fällt das denk ich schwer weil sie es eben aus der Schule gewohnt sind: Man hat eine Aufgabe und es gibt eine richtige Lösung und wenn ich die nicht hab dann bin ich eben falsch. Und ich hoffe eben auch, dass die Schüler das sehen, dass es im richtigen Leben oft anders ist. #00:03:33-9#

David W.: Wie bist du persönlich zu dem Thema gekommen, dass du an so Modellierungswochen teilnimmst? #00:03:40-5#

Patrick C.: Ich bin ganz einfach dadurch dazu gekommen, dass ich im Fachbereich Mathematik gefragt wurde ob ich da mal mitmachen würde und ich hab mir eben spontan gesagt ja das klingt interessant das möchte ich mir mal anschauen und seitdem war ich auch wirklich bei jeder Modellierungswoche dabei. Also es hat mir einfach spontan Spaß gemacht. #00:04:04-5#

David W.: Das ist ja bei euch an der Uni sehr stark vertreten das Modellierungsteam. #00:04:07-5#

Patrick C.: Ja. Wobei ich von meiner Arbeit an sich zunächst überhaupt nichts mit angewandter Mathematik zu tun hatte. Ich komm eher aus dem theoretischen Bereich. Aber ja das stimmt natürlich wir haben eine recht große Arbeitsgruppe die sich mit solchen Dingen beschäftigt und insofern sind auch die Schulaktivitäten da recht stark geworden über die Jahre hinweg. #00:04:34-6#

David W.: Das ist ja auch für Deutschland in Kaiserslautern überdurchschnittlich stark vertreten oder so Modellierungswochen? #00:04:42-0#

Patrick C.: Würd ich schon sagen. Ich weiß nicht ob ich da den vollen Überblick habe aber ich denke das ist durchaus überdurchschnittlich. #00:04:50-5#

David W.: Und die Schüler wie werden die ausgewählt? Müssen sich die bei euch bewerben oder werden da die Schulen kontaktiert? #00:04:57-1#

Patrick C.: Die Schulen werden informiert dass die Modellierungswochen stattfinden und das sind dann eben die Lehrer die sich dazu anmelden und die Schüler dann dazu einladen hinzugehen. Also die Lehrer wählen letztendlich die Schüler aus die sich dann dazu bewerben können. Und von den Anmeldungen wählen wir dann auch entsprechend nach nicht ganz so klar festgelegten Kriterien die Schulen aus. Wir versuchen natürlich auch eine Schule die bisher noch nicht teilgenommen hat bei der Anmeldung zu bevorzugen. Wir versuchen auch darauf zu achten, dass möglichst das Verhältnis zwischen Schülern und Schülerinnen ausgewogen ist. Das heißt eine Schule die nur Jungs anmeldet hat vielleicht weniger Chancen als eine Schule die Jungs und Mädchen hinschickt, aber aktuell ist es auch so dass die Anmeldezahlen nicht so exorbitant hoch sind dass wir da große Mengen an Schule abweisen müssen. #00:06:18-2#

David W.: Ok aber es gibt schon mehr Bewerber wie Plätze oder? #00:06:20-9#

Patrick C.: Das ist von Jahr zu Jahr unterschiedlich. Also manchmal ist es so da ham wir sehr viele Bewerber und müssen ein paar Schulen leider abweisen. Manchmal ist es auch so dass es grade so aufgeht und dass wir dann sogar vielleicht ein paar Schülerplätze frei haben wo wir dann noch sagen müssen die Schulen können mehr Schüler mitschicken als üblich. Da ham wir jetzt die letzten Jahre auch festgestellt es gibt einfach auch ein Problem die Schulen zu informieren. Viele Lehrer kommen dann im Nachhinein wenn die Anmeldefrist schon abgelaufen ist und sagen wir ham das gar nicht mitbekommen obwohl die Post abgeschickt wurde ist es letztendlich in den Kollegien nicht angekommen wo man nicht weiß wo unterwegs der Brief verloren gegangen ist. Ob das im Sekretariat geschehen ist oder ob vielleicht die Post einen Fehler gemacht hat das wissen wir dann nicht. #00:07:30-1#

David W.: OK. Und wie ist so der generelle Eindruck von den Schülern? Sagen die Schüler eher: " Was das ist Mathematik? Das hab ich mir ganz anders vorgestellt." oder sagen sie eher: " ja genau das ist das was ich machen will!" Wie ist da so das generelle Feedback? #00:07:45-0#

Patrick C.: Also zunächst einmal würde ich sagen, dass das Feedback der Schüler meistens sehr positiv ist, also den meisten macht das sehr viel Spaß. Das ist auch so die Rückmeldung die wir aus unseren Fragebögen bekommen. Ich bin mir jetzt nicht ganz sicher wie von Schülerseite bewertet wird (...) wie der Blick eben darauf ist (...) was eben Mathematik ist. Ob das eben das ist was sie sich erwartet oder erhofft haben oder ob sie da eher verwundert sind das die Arbeitsweise eine ganz andere ist (...) definitiv ist die Rückmeldung die: "Es ist vieles anders als in der Schule." und das ist auch oft positiv bewertet weil die Schüler eben mehr Freiheiten haben (...) Ich kann mir durchaus vorstellen dass viel erstmal etwas verwundert sind, denn oft ist die Vorstellung die Schüler haben die dass man ganz anspruchsvolle

Mathematik benutzen muss unter Umständen Dinge die man in der Schule noch gar nicht lernt und dass man dann ganz viele neue Inhalte erarbeiten muss um überhaupt sinnvolle Lösungen zu bekommen und die Tatsache ist die dass viele Lösungen mit ganz ganz einfachen mathematischen Methoden auskommen nur eben dass dann vielleicht die (...) der Weg den man gehen muss um die richtige Strategie zu entwickeln diese einfachen Methoden anzuwenden, dass das eben die große Denkleistung ist bei den Projekten. Ich glaub dass das doch viele Schüler am Anfang etwas verwundert. #00:09:46-9#

David W.: Wie ist denn das mit den Schülern geregelt dass sie eine Woche von der Schule freigestellt werden? Regelt das die Schule? #00:09:55-4#

Patrick C.: Das regelt die Schule ja. Da nehmen wir keinen Einfluss darauf. Manchmal ist es eben so dass die Schüler vom Unterricht komplett freigestellt sind. Das heißt das ist wie wenn sie bei einer privaten Veranstaltung wären. Andere Schulen regeln das eben so, dass das eine schulische Veranstaltung ist (...) was letztendlich auch zur Folge hat, dass für die Lehrer auch die Aufsichtspflicht unterschiedlich gehandhabt wird aber wir nehmen darauf keinen Einfluss und wir (...) haben da auch nicht den großen Überblick drüber, da sich bei uns eben auch die meisten Mitarbeiter nicht mit den tatsächlichen Regelungen der Schulen auskennen also das sind ja doch zum Teil recht komplizierte Regeln die die Lehrer dann auch einhalten müssen. (...) Von unserer Seite wird das eben so gehandhabt, dass die Lehrer eben die Aufsichtspflicht haben und von unserer Seite halten wir uns da ganz raus. #00:11:20-3#

David W.: Aber es muss von jeder Schule von der Schüler kommen auch ein Lehrer mitkommen der quasi die Schüler beaufsichtigt? #00:11:26-5#

Patrick C.: Prinzipiell ja. Wir machen manchmal auch Ausnahmen. Das ist zwar nicht unbedingt gewollt aber manchmal ergibt es sich einfach so, weil beispielsweise ein Lehrer ganz kurzfristig krank wird und wir die Schüler dann anschließend nicht abweisen wollen dann sorgen wir eben dafür dass die Eltern der Schüler uns schriftlich bestätigen dass es in Ordnung geht dass die Schüler mitkommen aber wir keine Aufsichtspflicht eben übernehmen. #00:11:56-6#

David W.: Wie ist das mit den Kosten geregelt? Müssen die Schüler selber etwas bezahlen? #00:11:59-6#

Patrick C.: Die Schüler und auch die Lehrer zahlen einen Unkostenbeitrag der aber in der Größenordnung vielleicht (...) ich glaub weniger als zwanzig Prozent der tatsächlich anfallenden Kosten pro Kopf abdeckt. Und da sind dann auch wirklich nur die Unterkunft und Verpflegung mitgerechnet. Solche Dinge wie die Personalkosten die wir haben und die Kosten für Technik die tauchen da dann überhaupt nicht auf. Das wird dann von anderer Stelle abgedeckt. #00:12:48-0#

David W.: Macht das dann der Sozialfond von dem am Anfang die Rede war? #00:12:47-9#

Patrick C.: Genau. Das läuft dann über die EU-Förderung. #00:12:54-9#

David W.: OK. Habt ihr eigentlich fixe Vorgaben wie viele Schüler pro Gruppe ihr aufnehmt? So einen groben Richtwert vielleicht? #00:13:01-5#

Patrick C.: Meinst du jetzt die einzelnen Projektgruppen? #00:13:05-9#

David W.: Ja genau. #00:13:07-8#

Patrick C.: Ich glaub fixe Vorgaben haben wir da nicht. Wir versuchen eben die Größe, sagen wir mal bei so etwa 4-6 Schüler zu haben. Viel mehr wäre wahrscheinlich kompliziert, weil dann auch die

Möglichkeiten sehr groß sind, dass sich ein Schüler abkapselt und sagt: "Die Anderen die arbeiten so fleißig und ich hab grad keine Lust" oder vielleicht sogar "Ich fühl mich abgehängt ich arbeite nicht mehr mit!". Das wär uns zu gefährlich. Andererseits eine Gruppengröße von weniger als 4 Leuten da wird's dann auch wieder schwer in dieser kurzen Zeit auf sinnvolle Ergebnisse zu kommen. Ist ja doch viel Arbeit, die sie hier absolvieren. #00:13:56-5#

David W.: Ja das stimmt. Und wie macht ihr das mit den Aufgaben? Wer entwirft die bei euch? Habt ihr da so viele Leute am Institut oder? #00:14:06-7#

Patrick C.: Ja gut die Aufgaben die werden meistens von den Betreuern die mitkommen entworfen. Wer neu dabei ist und sich da vielleicht ein bisschen unsicher ist dem geben wir natürlich auch Tipps was man eben als Aufgabe nehmen kann. Wir haben einen recht großen Pool an Aufgaben mittlerweile von denen werden auch manche Aufgaben dann nach ein paar Jahren mal wieder verwendet falls man eben keine neuen Ideen hat. Aber ich glaube die Anzahl der Dopplungen die es dann gibt sind relativ gering. Vor allem achten wir dann darauf dass so innerhalb von ein bis zwei Jahren Aufgaben nicht doppelt bearbeitet werden weil es auch immer wieder mal vorkommt, dass ein Schüler zweimal teilnimmt. Ist zwar selten aber haben wir schon erlebt, weil eine Schule eben (...) weil dann ein Lehrer wieder gekommen ist der von den Schülern die er gefragt hat so wenige Interesse hatten dass es dann die Möglichkeit gab dass ein Schüler ein zweites Mal mitfährt. Weiß ich auch nicht wie das dann intern passiert, aber diese Schüler sollten dann halt nicht unbedingt dann wieder dieselben Aufgaben sehen wenn sie ein zweites Mal dabei sind. Oder für die Lehrer die mitkommen ist es ja auch spannender wenn sie nicht immer dieselben Aufgaben sehen, sondern sehen: Da gibt's auch mal was Neues! Ist ja dann für alle Beteiligten etwas interessanter. #00:15:45-1#

David W.: Und was wären da so Kriterien? Du hast gesagt ihr gebt den Neuen immer Tipps wie man so Beispiele erstellt. Was wäre da so zum Beispiel? #00:15:58-8#

Patrick C.: Ich mein eine Möglichkeit wäre halt die dass man jemandem der Interesse hat ein Projekt zu bearbeiten einfach mal alte Projekte gibt, dass er die sich anschaut um einen Überblick zu erhalten: "Was sind das überhaupt für Aufgabenstellungen die wir hier machen?" Dann kann man das ja auch ein bisschen besser einschätzen. Bei manchen Leuten ist es auch so, (...) Ich mein die meisten Betreuer die mitkommen sind Mitarbeiter des Fachbereichs, Doktoranten zum Beispiel. Manchmal bietet es sich einfach an ein Doktorarbeitsthema dafür zu verwenden. Da kann man dann eben mit dem betreffenden Betreuer darüber reden wie man die Fragestellung umformuliert damit es für dieses Projekt ansprechend ist. Auf diese Weise findet man meistens sehr interessante Themen die für die Modellierungswoche auch geeignet sind. #00:17:16-1#

David W.: Und wie bereitet ihr euch dann auf die Beispiele vor? Rechnet ihr die selber zu Hause mal durch oder überlegt einen oder mehrere Lösungswege? #00:17:24-1#

Patrick C.: Davon raten wir sogar ab das zu tun. Ich mein es ist durchaus so, dass ich mir zu Hause mal Gedanken mache, wie würde ich das lösen. Allein um grob abschätzen zu können wie schwer die Aufgabe ist. Aber ich werde mich mit Sicherheit nicht hinsetzen und eine Lösung konkret durcharbeiten, weil dann wiederum die Gefahr zu groß wird, dass ich als Betreuer versuche meine Schüler auf einen bestimmten Weg zu drängen. Das ich dann sage: "Ich hab da zu Hause so viel Zeit hineingesteckt und die Lösung ist so toll ich will jetzt dass die Schüler genau das machen!" Gerade das soll nicht passieren. Die Schüler sollen ihre eigenen Ideen umsetzen und sollen ihre eigenen Erfahrungen machen. #00:18:17-7#

David W.: Und worauf achtest du wenn du den Schülern Tipps gibst, wenn sie sich zum Beispiel in eine falsche Richtung verirren? #00:18:26-9#

Patrick C.: Naja zunächst achte ich darauf (...) der Gedanke ist ja der dass wir als Betreuer die Auftraggeber sind. Das heißt wir stellen uns vor wir seien Leute die keine Ahnung von Mathematik haben und einfach nur eine Lösung haben wollen. Wir versorgen daher die Schüler mit Hintergrundinformationen zu den Problemen die sie vielleicht brauchen und versuchen auf einer nicht mathematischen Ebene zu zuhören und zu entscheiden: Ist das was die Schüler da machen das was ich als Aufgabensteller haben will oder versuchen sie Fragen zu beantworten die mich gar nicht interessieren. Natürlich kann ich als Mathematiker nicht ganz abstellen dass ich dann auch über die mathematischen Inhalte nachdenke die die Schüler erarbeiten. Da versuch ich mich einfach dahingehend zurück zu halten, dass ich in der frühen Phase des Projektes die mathematischen Methoden nicht hinterfrage. Und selbst wenn ich weiß, die Schüler versuchen da gerade etwas, das wird nicht funktionieren, oder ich befürchte es wird nicht funktionieren, dann lass ich sie trotzdem arbeiten und manchmal irrt man sich selbst und sieht die Schüler haben es doch geschafft, oder manchmal laufen die Schüler dann gegen die Wand und stellen fest wir haben jetzt ganz viel Zeit verbraten mit einer Lösung die nicht funktioniert, aber das ist dann eben ein Lerneffekt den die Schüler haben. Wenn ich dann feststelle beispielsweise das Projekt ist jetzt schon recht weit fortgeschritten die Schüler haben gute Ideen ihnen mangelt es aber an gewissen Rechenmethoden, an ganz simplem Handwerkszeug, einfach ihre Ideen umzusetzen, dann würd ich mich auch mal hinsetzen und ihnen etwas erklären, ihnen ein mathematisches Handwerkszeug an die Hand geben, ihnen da vielleicht einen Crashkurs geben wie man irgendeine Methode verwendet. Oder vielleicht dass ich ihnen einen Crashkurs im Programmieren gebe, dass sie eben einen tollen Algorithmus, den sie sich einfallen lassen haben mit einer Software umsetzen können. Insofern würd ich mich da durchaus einmischen. Aber wichtig ist eben, dass die mathematischen Ideen nicht von mir kommen sondern von den Schülern. #00:21:17-3#

David W.: Bezüglich der Inhalte habt ihr da bei jeder Modellierungswoche so einen Schwerpunkt wie diesmal mit der E-Mobilität? #00:21:24-3#

Patrick C.: Nein das haben wir normalerweise nicht! Meistens ist es eben so: Jeder Betreuer überlegt sich ein Thema das ihn persönlich interessiert oder das er vielleicht für sehr angebracht hält. Manchmal gibt es auch einfach aktuelle Ereignisse die sich anbieten und man die aufgreift. Beispielsweise hatten wir schon mal bei Fußball WM oder EM, dass man sich mit Rankings von Sportmannschaften beschäftigt hat. Aber wir machen da normalerweise keine Vorgaben. Dieses Mal war es tatsächlich eine Ausnahme, dass wir gesagt haben: Das Thema Energie und Mobilität, das ist einfach ein sehr wichtiges Thema, das möglicherweise auch viele Leute interessiert und wir versuchen das mal Schwerpunktmäßig zu verfolgen, einfach weil wir es für ein sehr wichtiges Thema halten. #00:22:37-3#

David W.: Und habt ihr auch schon so Fälle gehabt wo ihr die Ergebnisse weiter verwendet habt? Ihr habt ja zum Beispiel bei der Einführung erwähnt, dass sich eine Aufgabe mit einem Parkkonzept für Kaiserslautern beschäftigt. Wenn da was Gutes rauskommt das man das vielleicht der Uni vorschlagen kann? #00:22:52-0#

Patrick C.: Also wir hatten es vereinzelt tatsächlich, dass Projekte weiter verfolgt werden. Einmal zum Beispiel kann ich mich erinnern, da ging es um ein Geschäft in Kaiserslautern, den Laufladen, der eben Sportschuhe und Kleidung verkauft hat, oder nach wie vor verkauft, die richten einen Wettkampf aus, mit mehreren Wettkämpfen pro Jahr im Langlauf. Wenn man an einer bestimmten Anzahl an Wettläufen teilgenommen hat kann man eben in die Endwertung aufgenommen werden und nach einem ganz bestimmten Schlüssel werden dann halt Punkte vergeben und ein Sieger wird gekürt. Man war eben unzufrieden mit der Art und Weise wie diese Bewertung durchgeführt wird. Deshalb haben wir das mal tatsächlich als Aufgabe gestellt und die Lösung der Schüler wurde letztendlich umgesetzt und von diesem Laufladen tatsächlich verwendet. Was da vermutlich die Begründung war, war einerseits, dass gewisse Forderungen die gegeben waren von den Schülern sehr gut erfüllt wurden, andererseits war diese Bewertung selbst für Nichtmathematiker sehr einfach nachzuvollziehen. Es war keine seltsame Formel

vor der man Angst hat sondern man konnte, es selbst mit wenig mathematischem Wissen sehr gut nachvollziehen wie die Bewertung zustande kommt und das ist eben bei so einer Sache auch sehr wichtig. Ein Läufer will nicht nur wissen, dass er eine bestimmte Punkteanzahl hat sondern er will auch wissen warum er diese Punkteanzahl hat. Dementsprechend war das eben ein sehr erfolgreiches Projekt. Es gibt aber prinzipiell auch die Möglichkeit, selbst wenn im Vorhinein nicht ein tatsächlicher Auftraggeber da ist der Interesse hat diese Lösung abzukaufen, dass man auch nach der Modellierungswoche an einem Projekt weiter arbeitet. Auch das die Schüler sich vielleicht nochmal treffen und ihre Ergebnisse ausbauen und dann noch zu versuchen irgendjemanden zu finden der sich dafür interessiert. Also prinzipiell ist diese Option natürlich immer da. #00:25:36-2#

David W.: Ok! Danke das war's auch schon. Danke dass du mir geholfen hast. #00:25:39-3#

Patrick C.: Bitteschön #00:25:40-8# .

b) Interview mit Patrick Frühmann (Modellierungswoche Graz)

David W.: Wie bist du eigentlich dazu gekommen, dass du hier teilnimmst? Darf ich du sagen? #00:00:08-1#

Patrick F.: Ja sicher. Ja es hat sich so entwickelt: Ich habe von der Modellierungswoche schon früher etwas gewusst, also schon länger. Ich bin aber in den ersten Jahren nur insofern beteiligt gewesen, dass ich Schüler empfohlen habe. Als ich dann meine ersten Lehraufträge auf der Uni bekommen habe, habe ich den Kollegen Keeling kennengelernt und der hat mich darauf angesprochen. Das war, wie soll ich sagen, das hat sofort sehr gut gepasst. Wir haben uns sofort sehr gut verstanden und er hat mich dann eingeladen die Funktion als Mitveranstalter zu übernehmen. Ich habe dann spontan zugesagt, ohne genau zu wissen was auf mich zukommt und das hat sofort super funktioniert. Und dann, also jetzt, ist es mittlerweile so, dass wir uns beide sehr auf die Veranstaltung freuen und ich muss sagen ich mache das hier wirklich sehr gerne. #00:01:15-2#

David W.: Ja das ist wirklich eine super Veranstaltung. #00:01:15-2#

Patrick F.: Sicher. Und auch in jeder Hinsicht. Ob das jetzt die Kollegen sind die hier sind von der Uni, oder die Schüler. Es ist einfach schön zu beobachten, zu sehen, was hier entsteht und welche Resultate die Schüler immer wieder schaffen. Von dem her wirklich eine tolle Sache und da bin ich auch gerne dabei. #00:01:38-3#

David W.: Seit wann gibt es die Modellierungswoche bei euch? #00:01:38-3#

Patrick F.: Das ist jetzt die dreizehnte. #00:01:42-1#

David W.: Also schon ziemlich lange. #00:01:42-1#

Patrick F.: Ja . #00:01:45-7#

David W.: Ich habe das zum Beispiel als Schüler noch gar nicht gekannt. #00:01:48-4#

Patrick F.: Ja das ist eben eine meiner Aufgaben, wo ich bemüht bin, dass ich schaue, dass die Modellierungswoche bekannter wird. Auch bei den Kollegen und nicht nur in Form von einer Email die ich ausschicke, sondern das man versucht mit den Lehrerkollegen auch Kontakt aufzubauen, ihnen auch zu erzählen was hier passiert, weil viele sich das nicht ganz vorstellen können. Und dadurch finde ich, dass

das Netzwerk immer größer wird und ich finde das entwickelt sich sehr gut. #00:02:23-1#

David W.: Und die Schüler erfahren dann von den Lehrern dass die Modellierungswoche stattfindet? #00:02:25-9#

Patrick F.: Ja genau. Das ist auch der Plan. #00:02:30-9#

David W.: Das heißt ihr schickt an alle Schulen in der Steiermark eine Mail, dass die Modellierungswoche wieder stattfindet? #00:02:35-3#

Patrick F.: Ja das ist einmal der Anfang. Aber dann kontaktiere ich noch einige Personen persönlich, da ich ja schon viele kenne und wir reden. Dadurch kommt schon ein direkterer Kontakt zustande. #00:02:50-8#

David W.: Die Lehrer die es schon wissen melden sich wahrscheinlich auch so oder? #00:02:58-6#

Patrick F.: Genau. #00:02:58-6#

David W.: Was sollten die Schüler deiner Meinung nach hier lernen? #00:03:06-1#

Patrick F.: Ich finde einfach, dass wichtig ist, also ich sehe das etwas idealistisch, also ich denke mir wichtig ist es, dass einerseits ein Erfahrungsaustausch da ist in beiderlei Hinsicht, also zum Einen dass sie sehen welche Anwendungen es geben kann, wo Mathematik überall eine Rolle spielt. Das sie sehen, dass das auch eine sehr wichtige Rolle in vielen Bereichen spielen kann, wenn man es richtig einsetzt. Und dann finde ich auch wichtig, dass die Schüler möglichst frei gelassen werden, damit sie ihre eigene Kreativität einfließen lassen können. Und dabei ist es wichtig, dass die Betreuer das Fingerspitzengefühl haben, wo bringen sie ihnen jetzt neben dem eigentlichen Arbeitsprozess auch noch irgendwelche Dinge bei, die sie brauchen um bestimmte Dinge zu programmieren, oder bestimmte Ableitungen, Differential, oder Integralsachen, je nach dem was gebraucht wird. Und ich finde das sehr wertvoll an der Woche, dass der Horizont der Schüler sich erweitert. Also dass die Schüler auch an Dinge ganz anderes herangehen. Nicht wie es leider manchmal transportiert wird, dass Mathematik nur irgendein striktes Beispiel lösen kann. Das heißt ich habe einen Algorithmus den ich anwenden kann und dann bin ich fertig und habe das Ergebnis. #00:04:49-6#

David W.: Ja das ist leider noch sehr häufig in der Schule, dass man schon alles gegeben hat. #00:04:56-3#

Patrick F.: Ja! Wie soll ich sagen, ich glaube dass es mit der Zeit jetzt schon besser wird. Ich glaube schon, dass immer mehr die Anwendungsorientierung in den Klassen stattfindet. Ich bin auch jemand der das sehr viel betreibt in der Schule. #00:05:06-6#

David W.: Ok das heißt du unterrichtest auch an der Schule? #00:05:08-0#

Patrick F.: Ja ich bin am Gymnasium in Leibnitz. Also ich bin einerseits AHS-Lehrer und andererseits auch auf der Uni. Dort habe ich Lehraufträge für die Lehramtsausbildung. Und dort sind wir auch schon sehr dahinter, dass sich der Unterricht weiter entwickelt. Also nicht nur so wie es lange Zeit war dieses Schienendenken. Sondern, dass man weiterdenkt. #00:05:39-3#

David W.: Nicht nur so Pseudoanwendungen? #00:05:42-4#

Patrick F.: Ja genau, sondern wirkliche Anwendung. Ich finde auch, dass es wichtig ist zu sehen, dass

man das Ergebnis im Vorhinein nicht wissen kann und dass es nicht immer so ist, dass ich auf ein vorgefertigtes Ergebnis hinarbeite. Ich habe zwar ein Ziel, aber auch nicht mehr. #00:05:55-3#

David W.: Es gibt auch nicht immer das eine richtige Ergebnis. #00:06:00-7#

Patrick F.: Genau. #00:06:03-9#

David W.: Machst du das auch persönlich in deinen Klassen, dass du Modellierungsaufgaben einbringst? #00:06:09-2#

Patrick F.: Ja, oft. Also ich versuche das bereits in der Unterstufe. Je nachdem wie es passt, auch mit fächerübergreifenden Elementen. Mir ist es einfach wichtig, dass die Schüler viel Raum haben für Kreativität. Die andere Seite ist auch, dass viel Motivation und Spaß dabei ist. #00:06:34-4#

David W.: Ja sicher. #00:06:38-4#

Patrick F.: Weil die Angst der größte Gegner in der Schule ist. Wenn man die Angst überwindet etwas Neues zu entdecken, dann ist viel möglich. #00:06:52-2#

David W.: Machst du dann die Modellierungsprojekte eher im Rahmen des Mathematikunterrichts, oder schon als richtige Projekte über mehrere Tage? #00:07:00-3#

Patrick F.: Ja, das ist unterschiedlich. Also es findet Beides statt. Das eine sind eher kleine Dosen im Unterricht. Dass man sagt man beschäftigt sich mit einer kleinen Fragestellung, oder man macht einen Projektunterricht, der sich dann auch mal über 2 Wochen zieht. Aber es kann auch ausgeweitet werden, indem man auch andere Fächer mit einbezieht. Aber ich finde, dass es auch hier wichtig ist, dass man spontan bleibt und sieht was auf einen zukommt. Manchmal ergeben sich durch den Zeitgeist einfach interessante Fragestellungen. Ich finde es ist wichtig, dass man plant und ein gewisses Konzept über das Jahr hat, um gewisse Ziele und Inhalte zu erreichen. Aber ich finde es ist ganz wichtig, dass man auch Zeit offen lässt, wo ich dann die Möglichkeit habe spontan zu sein. #00:08:15-3#

David W.: Das muss halt auch von der Organisation in der Schule passen, dass ich dafür überhaupt die Möglichkeit habe. #00:08:18-4#

Patrick F.: Genau. #00:08:20-7#

David W.: Cool dass das bei euch so gut funktioniert. #00:08:23-4#

Patrick F.: Ja! In Leibnitz das Gymnasium ist generell sehr offen und war naturwissenschaftlich immer gut besetzt. Auch das Kollegium und die Direktion sind sehr aufgeschlossen und dadurch passiert viel. Nicht nur in Mathematik, sondern auch in anderen Fächern. #00:08:49-5#

David W.: Ich glaube, dass sowieso jeder Lehrer der so etwas einmal gesehen hat, das für gut befindet. #00:08:55-2#

Patrick F.: Sicher! Und auch so ist es meiner Meinung nach für die Dynamik gut. Einerseits für die Dynamik innerhalb einer Klasse, wo die Schüler besseres Sozialverhalten lernen, dass ich jemand anderem helfe und besser im Team arbeiten kann. Es geht eher in die Richtung zu unterstützen und miteinander zu arbeiten, als mich selbst in den Mittelpunkt zu setzen und die anderen verschwinden quasi. #00:09:36-7#

David W.: Die Schüler bewerben sich bei euch oder? #00:09:38-8#

Patrick F.: Ja. Es gibt einen Anmeldezeitraum der meistens so bis Mitte Jänner ist und da bewerben sich die Schüler per Mail. Daraus wird dann eine Liste, aus der unter gewissen Reihungskriterien die Schüler ausgewählt werden.

David W.: Wird dabei nur nach Alter selektiert? #00:10:06-5#

Patrick F.: Nein. #00:10:07-2#

David W.: Oder nach Noten? #00:10:07-2#

Patrick F.: Nein das gar nicht. Es ist zum einen der Zeitpunkt der Anmeldung entscheidend und auch die siebten und achten Klassen werden bevorzugt, gegenüber den Sechsten. Und es spielt auch eine Rolle, ob jemand schon einmal hier war. Weil wir doch, sagen wir wollen jemand der noch nie hier war eher die Möglichkeit geben, damit mehrere die Chance haben einmal teilzunehmen. Von der Kapazität sind wir im Moment leider mit 30 begrenzt. Das ist so vorgegeben, weil das Budget so ist und wir könnten im Moment nicht auf 35 oder 40 erweitern. #00:10:54-5#

David W.: Wenn sich mehr Sponsoren finden vielleicht einmal. #00:10:55-4#

Patrick F.: Sicher. Dann schaut es wieder anders aus. Aber im Moment ist es eben so. #00:11:00-2#

David W.: Wie viele Bewerbungen habt ihr dann pro Modellierungswoche? Geht sich das gut aus mit 30 Schülern? #00:11:02-4#

Patrick F.: Ja! Also es ist immer eine Gratwanderung. Einerseits möchte ich gar nicht haben, dass ich zum Beispiel 60 Anmeldungen habe, weil es mir Leid tut, wenn ich dann 30 Personen absagen muss. Aber meistens stellt sich eine Zahl so gegen 40 ein. #00:11:26-3#

David W.: Ok das passt ja gut. Dann muss man nicht so vielen Personen absagen. #00:11:28-3#

Patrick F.: Genau. Ein paar Absagen habe ich immer und das passt auch. Solange alles bleibt wie bisher werden wir auch die Art und Weise des Bewerbens gleich behalten, weil ich möchte nicht mehr versprechen als ich halten kann. #00:11:49-9#

David W.: Wenn es so gut funktioniert braucht man ja auch nichts ändern. #00:11:51-8#

Patrick F.: Nein. #00:11:52-8#

David W.: Du hast es jetzt ja schon angesprochen: die Kosten. Wie finanziert ihr die Modellierungswoche? #00:11:56-6#

Patrick F.: Naja es gibt viele Sponsoren. Es unterstützt uns auch der Landesschulrat. Es unterstützt uns die Uni und das Fachdidaktik Zentrum und es gibt auch immer wieder Zusatzsponsoren. Dadurch bleibt nur mehr ein Restbetrag pro Schüler von ca. 100€ und das ist ja nicht so viel. #00:12:21-9#

David W.: Ja stimmt. Für eine Woche inklusive Unterkunft ist das Okay. #00:12:24-5#

Patrick F.: JA! Und die Unterkunft hier ist ja wirklich top, weil wir drei Mal sehr gutes Essen bekommen und sehr schöne Zimmer haben. Und außerdem bekommen die Schüler von uns auch gewisse

Computerprogramme. #00:12:35-9#

David W.: Da bekommt man schon etwas für sein Geld. #00:12:38-0#

Patrick F.: Ja! #00:12:41-5#

David W.: Und betreut werden die Schüler nur von euch Angestellten der Uni? #00:12:46-8#

Patrick F.: Ja das haben wir uns so zurechtgelegt. Es gibt immer 5 Gruppen mit je 6 Schülern die mit einem Betreuer von der Universität arbeiten. Am ersten Tag, dem Samstag, werden diese 5 Projekte vorgestellt, die werden vorher nicht bekannt gegeben, also für die Schüler ist das Alles neu. Dann können sie sich mit einem Stimmzettel entscheiden wo sie hin wollen. Ich versuche dann das zuzuteilen und wenn es sehr unausgeglich ist das durch persönliche Gespräche zu klären, so dass immer 6 Schüler pro Gruppe sind. #00:13:39-9#

David W.: Und Lehrer sind keine anwesend? Das heißt ihr übernehmt die Betreuungspflicht, oder Aufsichtspflicht? #00:13:48-3#

Patrick F.: Ja das übernehme ich. Das ist eine meiner Aufgaben, weil ich auch vom Landesschulrat dafür freigestellt werde. Aber die Verantwortung haben wir Betreuer dann schon alle. Im Offiziellen ist es eine Schulveranstaltung und dadurch gibt es auch klare Regeln. Alkoholverbot etc. das ist klar. #00:14:13-6#

David W.: Aber das ist einheitlich für alle Schüler geregelt? #00:14:16-7#

Patrick F.: Ja. #00:14:30-3#

David W.: OK. In Deutschland war das zum Beispiel so, dass von jeder Schule auch ein Lehrer mitkommen musste der die Aufsichtspflicht für die Schüler übernimmt. #00:14:28-7#

Patrick F.: Ja das war einmal so. Also ganz zu Beginn war es sogar so, dass zu jedem Schüler auch ein Lehrer mitgekommen ist. Also wir haben das auch probiert mit den Lehrern, aber das hat sich nicht gut bewährt. Also bei uns war es dann so, dass die Schüler eher gehemmt gewirkt haben, als Lehrer da waren. Und es hat sich das System, wie es jetzt läuft, besser bewährt, weil die Schüler einmal von der Schulsituation wegkommen und sich dadurch besser entfalten können. Aber das kann auch Zufall gewesen sein. Ich will das jetzt nicht an die große Glocke hängen, aber so wie es jetzt läuft, sind wir sehr zufrieden. Man merkt, dass die Schüler Spaß haben und locker sind, sie leisten gute Arbeit. #00:15:31-3#

David W.: Weil sie sich weniger kontrolliert fühlen? #00:15:34-6#

Patrick F.: Genau! Daher werden wir das auch so beibehalten. #00:15:47-8#

David W.: Das kann ja auch rechtlich sonst ein Problem werden, wenn man mit den Schülern etwas unternehmen will, z.B.: wandern, und das vorher nicht abgeklärt ist. #00:16:00-4#

Patrick F.: Nein bei uns ist das klar dadurch, dass es eine Schulveranstaltung ist. #00:16:05-6#

David W.: Ok. Habt ihr damit keine Probleme? #00:16:07-0#

Patrick F.: Nein! #00:16:07-9#

David W.: Und disziplinar gibt es auch keine Probleme ohne Lehrer? #00:16:10-9#

Patrick F.: Nein! Das ist schon fast erstaunlich wie reibungslos das abläuft. Also ich habe noch nie einen Zwischenfall erlebt. Gar nichts. Ich meine es gibt mal Schüler die krank werden, oder welche die Startschwierigkeiten haben, weil ihnen die Situation nicht vertraut ist, aber das sind auch schon die spektakulärsten Sachen. #00:16:49-5#

David W.: Kennst du Beispiele, wie Schüler positiv oder negativ durch die Modellierungswoche beeinflusst wurden? Das sie zum Beispiel sagen: "Ich will jetzt unbedingt Mathematik studieren!" #00:16:56-1#

Patrick F.: Ich muss sagen, das soll jetzt nicht kitschig klingen, aber ich muss sagen ich habe kein negatives Beispiel. Es gibt viele positive Beispiele. Alleine, dass wir immer wieder Leute haben die wieder kommen wollen. #00:17:13-9#

David W.: Das ist schon mal ein gutes Feedback. #00:17:15-9#

Patrick F.: Genau. Dadurch sieht man schon, dass es den Schülern gefallen haben muss. Und wir haben doch einige Schüler die dann in diese Richtung weiter gegangen sind. Also zum Teil was die Projekte betrifft. Wir haben zum Beispiel Leute gehabt, die haben sich vor 3 Jahren mit einer medizinischen Aufgabe auseinander gesetzt und die haben dann Medizin studiert und sind meiner Information nach auch gut unterwegs. Andere haben dann technische Physik, oder Mathematik studiert. Aber schon immer Dinge die damit in Verbindung zu bringen sind. Also das Feedback ist schon Großteils sehr positiv. Ich selbst habe noch nichts Negatives gehört. Es ist eher so in der Sparte einer neuen Erfahrung. #00:18:22-8#

David W.: Ich denke viele Schüler sind überrascht, dass das was sie hier machen Mathematik ist. Zum Beispiel Graphentheorie, oder solche Themen die in der Schule nicht vorkommen. #00:18:28-5#

Patrick F.: Stimmt. Also sie haben schon Informatikkurse, wo ihnen gewisse Dinge nahe gelegt werden, aber das ist dann wieder die Frage wer diese Fächer wählt. Wenn man das Fach nicht wählt, erlebt man das auch nicht. Das Aha-Erlebnis ist schon oft dabei. So: "Hoppla das hätte ich mir nicht gedacht, dass die Mathematik dort und dort eine Rolle spielt." Aber das ist eher ein positiver Prozess denke ich. #00:19:03-5#

David W.: Ja stimmt. So sehen die Schüler einmal, dass Mathematik nicht nur aus komplizierten Formeln besteht. #00:19:09-4#

Patrick F.: Genau. #00:19:10-4#

David W.: Und die Aufgaben entwerft immer Ihr auf der Uni? #00:19:12-6#

Patrick F.: Ja! Jeder Betreuer hat rechtzeitig den Auftrag sich etwas zu überlegen. Mit dem Thema kommen sie dann und stellen das vor und das wird dann bearbeitet. #00:19:26-9#

David W.: Seid ihr immer die gleichen Betreuer? #00:19:28-9#

Patrick F.: Nein. Man wechselt schon immer wieder. Das ist auch gut. Wir haben mit den Betreuern bisher sehr viel Glück gehabt. Auch in diesem Jahr machen das alle 5 super. Die Schüler sind motiviert und von dem her sind wir wirklich froh. #00:19:56-1#

David W.: Habt ihr bei den Aufgaben auch gewisse Schwerpunkte, was sie beinhalten? #00:19:59-0#

Patrick F.: Nein! Es gibt da die volle Freiheit. Je nach dem wo jemand meint, dass er etwas liefern könnte. #00:20:18-7#

David W.: Nach welchen Kriterien entwerft ihr dann diese Aufgaben? Gibt es da irgendwelche Richtwerte von denen ihr der Meinung seid, die sollte das Beispiel beinhalten? #00:20:23-0#

Patrick F.: Gar nicht nein! Wichtig ist, dass es etwas ist, wo man glaubt, dass man es weiter entwickeln kann. Das ist quasi der Obergedanke. Aber alles andere ist dann offen. Wir wollen uns da nicht zu sehr festlegen damit wir flexibel sind, was die Instrumente anbelangt. Wenn ich schon im Vorfeld vorgebe wie etwas sein muss ist die Gefahr zu groß, dass es zu einseitig wird. #00:21:10-0#

David W.: Wie bereitet ihr euch dann auf die Aufgaben vor? Rechnet ihr diese detailliert durch, oder überlegt ihr euch nur einen Lösungsweg? #00:21:14-9#

Patrick F.: Ahm. Auch hier ist es sehr unterschiedlich. Manche bereiten das bis zu einem gewissen Grad vor und sagen dann ab hier wäre es spannend wie es weiter geht. Oder es gibt auch Leute die schon sehr viel vorbereitet haben. Die auch viele Schritte schon im Kopf haben. Einige sitzen aber auch da und denken sich was könnte jetzt kommen. Manchmal werden auch durch Schülerfragen und Schülerideen Lösungswege angeregt. Es ist hier meiner Meinung nach wichtig gewisse Freiheiten offen zu lassen. Ich glaube nicht, dass es gut wäre, wenn die Leute alle mit einem fixen Konzept kommen würden. #00:22:30-8#

David W.: Damit man die Schüler nicht zu sehr auf das Ergebnis hin drängt? #00:22:33-9#

Patrick F.: Ja genau. Weil sie sollen ja modellieren, frei sein, kreativ sein. Und deswegen glaube ich, ist es auch wichtig, dass die Betreuer in diese Richtung denken. #00:22:49-3#

David W.: Wie geht ihr beim Betreuen dann vor? Sitzt ihr mit im Gruppenarbeitsraum? #00:22:50-8#

Patrick F.: Sicher. Die Betreuer sind ständig bei den Schülern. Sie variieren dabei immer wieder zwischen Gesamtbetreuung und dann wieder Einzelbetreuung. Je nachdem was die Gruppe gerade braucht. Aber der Betreuer ist immer dabei. #00:23:22-3#

David W.: Habt ihr dabei nicht zu oft das Bedürfnis euch einzumischen? #00:23:24-7#

Patrick F.: Ich finde das ist unterschiedlich. Viele können das sehr gut, dass sie einfach mal schauen was die Schüler leisten. Natürlich gibt es immer wieder Punkte, wo man gemeinsam redet wie es läuft. Ich glaube schon, dass die meisten gut loslassen können. #00:23:53-5#

David W.: Das ist mit immer am schwersten gefallen, dass ich mich nicht zu viel einmische. #00:23:59-4#

Patrick F.: Ja das wird auch hier immer wieder erzählt, aber die Betreuer versuchen schon, dass es eher in die vorher beschriebene Richtung geht. #00:24:12-0#

David W.: Habt ihr vorher an der Uni einen Kurs, wo ihr besprecht wie man vorgehen soll? #00:24:16-0#

Patrick F.: Nein. Das ist eher so, dass man sich einzeln trifft und sich austauscht. #00:24:28-5#

David W.: Das heißt ihr Betreuer wisst alle schon wie man vorgehen soll? #00:24:38-2#

Patrick F.: Ja wir haben hier verschiedenste Personen. Für uns ist es einfach wichtig, dass die Betreuer das gerne machen und auch einen Draht zu den Schülern aufbauen können. #00:25:14-3#

David W.: Müssen die Schüler einen Bericht erstellen im Laufe der Woche? #00:25:16-5#

Patrick F.: Ja. Zuerst wird mal nur gearbeitet und dann am letzten Tag, am Freitag, soll dann von jeder Gruppe ein Abschlussbericht kommen. Der ist dann auch immer im Internet verfügbar unter Ergebnisse der Modellierungswoche. #00:25:51-1#

David W.: Die Schüler sind damit einverstanden, dass das veröffentlicht wird? #00:25:55-2#

Patrick F.: Ja. Die wollen das sogar. #00:25:55-6#

David W.: Ok. Werden die Ergebnisse auch manchmal weiter verwendet? #00:26:05-1#

Patrick F.: Ja das kommt auch vor. #00:26:09-5#

David W.: Hast du dazu ein Beispiel? #00:26:11-3#

Patrick F.: Ja letztes Jahr zum Beispiel. Da hatten wir eine Gruppe die sich mit Finanzmathematik beschäftigt hat und da hat es einige Anfragen gegeben, was die Resultate betrifft. Wir haben das dann aber nicht weiter verfolgt, weil wir das den jeweiligen Betreuern überlassen. Die sind oft auch im Nachhinein noch mit den Schülern in Kontakt und diskutieren so etwas. Oder ein anderes Beispiel wäre eine Aufgabe über eine Augenoperation vor 4 Jahren. Hier wurde erarbeitet aus welcher Konsistenz ein bestimmtes Band sein soll, das den Augapfel fixiert. Dabei ist es viel um Druck und Druckausgleich gegangen. Der Augapfel darf natürlich nicht zu stark belastet werden. Andererseits muss er aber fixiert sein. Dabei hat es auch dann den direkten Zugang zur Medizin gegeben. #00:27:20-1#

David W.: Ok danke das war eigentlich alles was ich wissen wollte. #00:27:23-5#

Patrick F.: Super. Gerne. #00:27:25-5#

c) Interview mit Paul Pimann (Modellierungswoche Linz)

[...]

David W.: Was ist Ihre Motivation dafür, dass sie Modellierungswochen durchführen? #00:00:51-6#

Paul P.: OK. Ahm. Über die Struktur der Woche wissen Sie Bescheid? Also wer das veranstaltet? Das haben Sie vermutlich schon auf der Homepage nachgelesen, oder nicht? #00:01:10-4#

David W.: Ja das habe ich schon teilweise nachgelesen, aber dazu werde ich später noch einige Fragen stellen. #00:01:18-6#

Paul P.: Ok. Veranstalter ist der Verein "Talente Oberösterreich". Dieser ist an den Landesschulrat angegliedert, aber prinzipiell ein eigener Verein, mit dem Ziel der Förderung von begabten und hochbegabten Schülern. Der Verein veranstaltet nun das vierzehnte Mal diese Woche. Der

Grundgedanke der Woche ist ein Angebot für mathematisch hochbegabte Schüler zu haben. #00:02:00-3#

David W.: OK. Und wie sind Sie persönlich zu dem Thema gekommen? #00:02:03-7#

Paul P.: Ich war selbst schon einige Jahre als Referent für den Verein tätig bei ähnliche Veranstaltungen für Unterstufenschüler. Es gibt zum Beispiel Sommerakademien, die vom Prinzip her so ähnlich ablaufen, nur dass sie den Fokus nicht rein auf Mathematik haben. Irgendwann ist bei der Modellierungswoche dann einmal eine Leitungsposition frei geworden und ich wurde gefragt ob ich diese übernehmen würde. Aber eigentlich bin ich auf dieser Woche nicht für den Inhalt zuständig, sondern nur für das Organisatorische. Sprich von der Buchung des Quartiers bis zur Bewerbung der Veranstaltung an den Schulen. Das mache ich nun seit 2011. #00:03:48-1#

David W.: Das heißt sie haben an sich mit den Aufgaben nichts zu tun? #00:03:54-0#

Paul P.: Genau. Das läuft so ab, dass wir diese Veranstaltung in Kooperation mit der JKU durchführen und ich habe dort Herrn Professor Jüttler als Ansprechpartner. Der bekommt dann von mir die Rahmenbedingungen und die Bitte auf der Uni nach geeigneten Themen und Referenten Ausschau zu halten. Das läuft dann so ab, dass er auf der Fakultätskonferenz im Herbst die Institutsvorstände fragt, ob sie einen Referenten stellen können für diese Woche. Die Themen suchen sich dann die Institute bzw. die Referenten selbst. Herr Professor Jüttler sieht dann zu, dass es bei den Themen keine Überschneidungen gibt, obwohl sich das meist von alleine ergibt. #00:05:25-8#

David W.: Ok. Aber das heißt es werden immer die gleichen Institute angesprochen und es gibt dementsprechend immer in etwa gleiche Themen? Das heißt zum Beispiel eines zur Geometrie eines zur Differentialrechnung etc. #00:05:41-3#

Paul P.: Ja, nicht ganz. Es gibt auf der JKU schon mehr Institute als wir Projekte anbieten. Wir haben in den letzten Jahren immer 6 Projekte gehabt und ich denke es gibt ca. 10 Institute. Dabei gibt es Institute die beliefern uns jährlich, zum Beispiel Geometrie, eben weil das das Institut von Professor Jüttler ist. Und die Anderen wechseln immer wieder. Aber das konkrete Projektthema ist immer von Jahr zu Jahr verschieden. Es war in den Jahren in denen ich dabei bin erst zwei oder drei Mal, dass etwas sehr ähnlich war. #00:07:02-6#

David W.: Haben sie bei den Modellierungswochen jeweils irgendwelche übergeordneten Schwerpunkte und beziehen dann die Themen darauf, oder sind die Themen komplett den Instituten überlassen? #00:07:14-5#

Paul P.: Eher Zweiteres. Wir haben aber schon eine Reihe an Anforderungen. Also wir hätten gerne Themen die wirklich aktuell sind und die natürlich auch von der Mathematik her etwas hergeben. Die Schüler sollen bei den Projekten wirklich die Chance haben selbstständig zu arbeiten. Dafür eignet sich nicht jedes Thema. Es gibt Themen bei denen man, um der Lösung nahe zu kommen, so komplexe Mathematik benötigt, dass es für Schüler eine Überforderung wäre. Aber abgesehen von den Rahmenbedingungen, dass es für Schüler passen muss und dass es für einen zeitlichen Rahmen von 4 Tagen passen muss, geben wir eigentlich keine Einschränkungen vor. Herr Professor Jüttler als wissenschaftlicher Leiter prüft selbstverständlich die Projekte. Wenn dann ein Projekt dabei wäre, von dem er der Meinung ist, dass es nicht passt, dann würde er mit den Kollegen Rücksprache halten. Aber meines Wissens war es noch nie der Fall, dass ein Thema komplett abgewiesen wurde. #00:08:55-0#

David W.: Ich habe mich auf ihrer Homepage über einige Projekte informiert und bin der Meinung, dass diese doch sehr anspruchsvoll sind. In wie weit helfen sie hier den Schülern beim Lösen? Oder stellen

sie den Schülern zuvor das mathematische Rüstzeug zur Verfügung? #00:09:11-6#

Paul P.: Das hängt sehr vom Stil des Referenten ab. Die optimale Strategie wäre es dem Schüler ein Problem zu stellen und ihn dazu zu motivieren selbst darüber nachzudenken und ihn dazu zu bringen sich selber auf den Weg zu machen die Lösung zu finden. Ich helfe dem Schüler nur wenn er mich fragt. Ich glaube dass es zu einem großen Teil auf der Woche auch so abläuft. Also die Schüler bekommen am Anfang der Woche nur das Problem vorgestellt und haben dann Zeit selbstständig verschiedene Lösungswege einzuschlagen. Es sind ja durchaus Sachen dabei, zum Beispiel die Aufgabe mit dem Page-Rank Algorithmus von Google, die kann man auf viele verschiedene Wege angehen. Hier kann man etwa einen wahrscheinlichkeitstheoretischen Ansatz wählen, oder ich komme auf die Idee, dass das etwas mit Iterationen zu tun haben könnte. Aber es ist so geplant, dass zu Beginn die Schüler einmal selbst nachdenken sollen. Wenn sie dann bemerken, dass sie etwas so und so rechnen wollen und das aber nicht können, dann gibt man den Schülern die Werkzeuge an die Hand. In der Praxis geht das natürlich nicht immer so. Manchmal kommt es schon vor, dass man Schülern gleich die mathematischen Mittel beibringt und sie dann darauf kommen wo und wie sie dieses Wissen einsetzen können. Die Referenten erstellen ihre Konzepte individuell und ich lade sie dann immer dazu ein ihr Konzept mit mir zu besprechen. Die Referenten sind meist auch Dozenten auf der Uni und haben daher schon Erfahrungen in der Lehre auf der Uni. Aber sie arbeiten oft zum ersten Mal mit Schülern und daher bespreche ich immer gerne mit Ihnen worauf sie schauen müssen. Dabei besprechen wir dann auch immer wie sie das am besten anstellen, dass sie die Schüler möglichst selbstständig arbeiten lassen und ihnen nur die Werkzeuge an die Hand geben. #00:12:28-3#

David W.: Was raten sie hier den Referenten genau, wie sie den Schülern Tipps geben sollen? #00:12:35-3#

Paul P.: Der zentrale Hinweis ist immer der, die Schüler einfach einmal ausprobieren zu lassen. Auch wenn ich als Referent schon weiß, dass der Weg den der Schüler einschlägt nicht zur Lösung führen wird, lasse ich den Schüler einmal weiter laufen und oft merkt er dann von selbst, dass das so nicht gehen kann und lernt dabei etwas. Das entspricht dann auch der tatsächlichen Forschungspraktik. Dazu muss man den Schülern aber Zeit geben. #00:14:07-6#

David W.: Das ist halt immer sehr schwer, dass man sich als Lehrer zurück hält. #00:14:10-1#

Paul P.: Richtig. Aber ich bin der Meinung, dass das auf dieser Woche sehr gut geht, da wir hier keinen Druck haben. Es geht wirklich nur darum den Schülern die Möglichkeit zu geben ihr Potential zu entfalten. Ganz wichtig ist uns die Individualität. Das heißt die Schüler machen in den Gruppen nicht alle das Gleiche, sondern wir versuchen, dass alle ihren Neigungen nachgehen können und auch in ihrem eigenen Tempo arbeiten können. #00:15:38-2#

David W.: Wissen Sie wie sich die Betreuer im Vorhinein auf die Aufgaben vorbereiten? Rechnen sie eine fertigen Lösungsweg durch oder...? #00:15:49-6#

Paul P.: Die Frage ist schwierig, weil die Referenten sehr offen in die Projekte gehen. Es hat jeder Referent natürlich die Aufgabenstellung vorbereitet und auch eine Fülle an Material, das gemacht werden könnte. Was davon dann wirklich gemacht wird hängt davon ab wie sich das Projekt entwickelt. Das Projekt ist nicht ein lineares Ding das wir abgehen, sondern es entwickelt sich sehr individuell. Die Referenten sitzen oft am Abend noch im Zimmer und denken sich etwas aus, weil die Schüler etwas gemacht haben, dass sie so nicht erwartet haben und überlegen dann, was die Schüler am nächsten Tag weiter machen könnten. #00:17:39-0#

David W.: Darf ich nachfragen wie die Aufgabenstellungen genau aussehen? Bearbeiten die Schüler

eine große Aufgabe während der ganzen Woche, oder bekommen sie immer wieder kleiner Aufgaben gestellt? #00:17:50-6#

Paul P.: Das ist unterschiedlich. Die erste Phase ist einmal, dass man versucht das Problem zu modellieren. Im Zuge der Modellierung kommt man dann oft darauf, dass das Problem auf mehreren Wegen angegangen werden kann und jeder Weg besteht aus vielen Teilschritten. Insofern muss ich mehrere Teilaufgaben lösen, um das Ziel zu erreichen. Die Gruppen teilen sich das dann oft intern so auf, dass ein Teil einen anderen Schritt bearbeitet als der Rest der Gruppe. #00:19:31-3#

David W.: Aber die Teilaufgaben müssen die Schüler selbst entdecken? Ihr gebt nicht vor was die Schüler schrittweise zu tun haben? #00:19:39-2#

Paul P.: Nein. Das wäre ja wie klassischer Schulunterricht und gerade das wollen wir vermeiden. So Schulbuchaufgaben, wo 17 Werte drin stehen und man muss damit etwas Konkretes berechnen, so etwas haben wir hier nicht. Das wäre eine andere Idee. Das wäre dann keine Projektarbeit, sondern eine sehr reproduktive Sache. Hier geht es vor allem darum, dass die Schüler wirklich möglich viel selbst entdecken sollen. Sie sollen sowohl entdecken welchen Weg sie gehen müssen, als auch wie sie diesen Weg gehen können. Und das geht nur sehr eingeschränkt mit vorgefertigten Aufgaben. Sobald ich mit einer Liste von Aufgaben ankomme, nehme ich den Schülern einen großen Teil der Eigenständigkeit und behindere sie dabei selbstentdeckend zu lernen. #00:21:22-3#

David W.: Das heißt die Betreuer sind im Optimalfall nur dazu da, um auf Fragen einzugehen, aber haben mit dem Lösungsprozess an sich nichts zu tun? #00:21:31-7#

Paul P.: Naja! Das würde ich nicht sagen. Die Schüler brauchen meist, um den Weg gehen zu können, Mathematik von der sie noch nie gehört haben und dann liegt es am Referenten bei jeder Gruppe zu entscheiden wie viel man den Schülern verraten muss damit sie weiter kommen. Das hängt natürlich immer von den Schülern ab. Es gibt Schüler die schaffen es beispielsweise ohne Anleitung Eigenwerte von einer Matrix zu berechnen. Andere Schüler brauchen hingegen mehr Hilfe. Hier haben die Referenten meiner Meinung nach eine sehr große Verantwortung. Vor allem müssen die Referenten für die verschiedenen Fälle das Material dabei haben. Wenn die Schüler zum Beispiel an einem Arbeitsschritt wirklich nicht weiter kommen, so sollen die Referenten zu diesem Arbeitsschritt etwas Fertiges liefern können, um zu sagen: "Wir machen jetzt von hier weiter!". Die Referenten müssen den Schülern also durchaus viel erklären und beibringen, aber nur auf konkrete Nachfrage und nicht ungebeten. #00:23:36-5#

David W.: Mhm (bejahend). Das heißt die Referenten haben sich für verschiedenste Fälle Arbeitsmaterial vorbereitet und je nach Fall... #00:23:47-8#

Paul P.: Ja. Genau. #00:23:48-8#

David W.: Ok. #00:23:51-5#

Paul P.: Also die Referenten haben (...) Es machen natürlich nicht alle Referenten gleich. Also ich kann jetzt nur von einem durchschnittlichen Referenten sprechen. Üblicherweise haben die Referenten so viel Material mit, dass es für zwei Wochen reichen würde, weil von vorne herein noch nicht klar ist welchen Weg die Schüler beschreiten werden und wo sie wie viel Unterstützung brauchen. Es kommt beispielsweise kaum ein Projekt ohne Differentialrechnung aus, aber wir haben auch immer wieder Fünftklässler dabei. Dann ist immer die Frage, ob man versucht für diesen Schüler das Thema zu umschiffen, oder man erklärt es dem Schüler, oder, noch besser, der Schüler kommt von selbst darauf was er tun muss, wenn ich ihn dazu anrege. Der Referent sollte im Idealfall für all diese Fälle gewappnet

sein. #00:25:08-0#

David W.: Das heißt die Vorbereitung für die Projekte ist doch sehr intensiv? #00:25:11-1#

Paul P.: Ja! Ganz sicher. #00:25:17-3#

David W.: Wie erfahren die Schüler von der Modellierungswoche? #00:25:23-9#

Paul P.: In sehr vielen Schulen ist es schon bekannt, dass es die Homepage gibt. Auf der Homepage stehen immer ab Herbst die aktuellen Informationen. Der Verein "Talente OÖ" ist an den Landesschulrat angegliedert und nützt daher die offiziellen Amtskanäle, um die Schulen zusätzlich zu informieren. Dabei wird die Schulleitung informiert, dass es die Veranstaltung wieder geben wird. Die Schulleitung informiert dann die Mathematiklehrer, welche wiederum die Informationen an die Schüler weiter geben sollen. #00:26:32-6#

David W.: Nach welchen Kriterien werden die Schüler dann ausgewählt, aus der Fülle an Bewerbungen? #00:26:37-6#

Paul P.: Es ist so, dass der Verein viel von Sponsoren aus der Wirtschaft gefördert wird und diese Sponsoren sind daran interessiert, dass wir hochbegabte Schüler fördern. In OÖ werden die Schüler in der dritten Klasse Volksschule auf Hochbegabung getestet, wenn sie von der Lehrkraft so eingestuft werden. Wenn ein Schüler die Testung besteht und tatsächlich hochbegabt ist, wird ein psychologisches Gutachten für den Schüler erstellt. Letztendlich gibt es also Schüler mit einem Befund, dass sie hochbegabt sind und diese Schüler werden bei uns dann bevorzugt. Ansonsten gehen wir anhand der Motivationsschreiben vor, die die Schüler für ihre Bewerbung verfassen müssen. Zusätzlich kommen auch noch organisatorische Kriterien dazu. Wenn ich zu viele Anmeldungen habe, dann überprüfe ich zu welchem Workshop sich die Schüler angemeldet haben. Wenn sich zu einem der sechs Workshops nur 9 Schüler angemeldet haben, dann nehme ich diese 9 Schüler. Wenn ich bei einem Workshop zu viele Anmeldungen habe, dann muss ich auch dort Schüler abweisen. #00:29:02-1#

David W.: Sie haben gerade gesagt, dass sich die Schüler schon für die Projekte bewerben. Habe ich das richtig verstanden? #00:29:21-5#

Paul P.: Genau! Es gibt 6 Projekte und die Schüler müssen bei der Anmeldung bezüglich der Projekte eine Erstwahl und eine Zweitwahl angeben. Zusätzlich muss wie gesagt ein Motivationsschreiben verfasst werden. Der Inhalt ist dabei nicht genau festgelegt. Manche führen an warum sie sich konkret für ein Projekt interessieren, aber das ist nicht erforderlich. Wir wollen nur von den Schülern wissen warum sie 4 Tage an der Veranstaltung teilnehmen wollen. Manche Schüler beziehen sich dabei dann sehr auf ein Projekt und andere verfassen das Schreiben sehr allgemein. #00:30:21-8#

David W.: Sie haben vorher gesagt, dass es dieses Jahr genug Anmeldungen gegeben hat. Wie viele Schüler waren das dieses Jahr in etwa? #00:30:29-8#

Paul P.: Wir hatten in den letzten Jahren ca. 60 bis 70 Schüler pro Veranstaltung. #00:30:37-1#

David W.: Ok. Das heißt in etwa 10 Schüler pro Gruppe? #00:30:41-1#

Paul P.: Richtig! In den letzten Jahren haben wir unsere Kapazität ziemlich ausgereizt. Da hatten wir bei manchen Projekten schon 12 oder 13 Schüler. Das ist dann aber auch schon das Limit, weil es sonst von der Idee der Projektarbeit abweicht. Bei mehr Schülern wird es für den Referenten schon zu schwierig jeden Schüler individuell zu fördern. #00:31:19-2#

David W.: Mit 10 Schülern funktioniert das noch, dass sich die Schüler so koordinieren, dass jeder eine Aufgabe hat? #00:31:24-0#

Paul P.: Ja genau. Hier gilt natürlich die Regel: Je weniger desto besser! Mit 2 Schülern wäre es natürlich auch langweilig. Das wäre zu wenig, aber wir haben festgestellt, dass es großen Unterschied macht, ob man 14 Schüler, oder nur 8 Schüler in einer Gruppe hat. 8 Schüler wäre meiner Meinung nach eine ideale Gruppengröße. Weniger sind wahrscheinlich nicht gut, weil dann die Schüler nicht mehr so viele Möglichkeiten haben zusammen zu arbeiten und mehr ist auch nicht gut, weil dann die Betreuung darunter leidet. Wir haben aber immer mehr Anmeldungen und wollen möglichst wenig Schüler abweisen, daher haben wir oft größere Gruppen. Eine andere Möglichkeit wäre mehr Projekte anzubieten, aber das scheitert am Geld. #00:32:47-5#

David W.: Sie haben jetzt einen wichtigen Punkt angesprochen. Mich würde interessieren wie die Veranstaltung finanziert wird. #00:32:54-0#

Paul P.: Die Woche kostet pro Teilnehmer in etwa 300€. Wir haben dieses Jahr 140€ pro Teilnehmer kassiert. Den Rest zahlt der Verein. Der größte Sponsor des Vereins ist das Land OÖ. Dann gibt es auch noch zahlreiche Sponsoren aus der Wirtschaft. Die findet man auf der Homepage. #00:34:31-2#

David W.: Sie haben gerade angesprochen, dass auch Firmen involviert sind. Haben sie schon einmal den Fall gehabt, dass ein Projekt von einer Firma gestellt wurde? Zum Beispiel ein aktuelles Forschungsthema das dann weiter verwendet wird. #00:34:45-9#

Paul P.: Nein, haben wir noch nicht gehabt. Die Sponsoren mischen sich glücklicherweise nicht in die Inhalte ein. Wenn es ein Forschungsthema auf der Uni gibt, das dann als Projekt dient, dann ist das okay. Aber ich würde es als unangenehm empfinden, wenn ein Sponsor mit der Anfrage kommt, ob wir nicht dieses oder jenes Thema behandeln wollen. Die Aufgabe der Sponsoren ist es nicht die Themen vor zu geben. Sollte aber einmal ein Sponsor mit einer wirklich guten Idee kommen, werden wir dem wahrscheinlich schon aufgeschlossen gegenüberstehen. #00:36:38-7#

David W.: Haben sie ansonsten schon Fälle gehabt bei denen das Ergebnis des Projektes weiter verwendet wurde? #00:36:45-6#

Paul P.: Nein! Die Schüler kommen in 4 Tagen nicht so weit, dass sie etwas Neues entdecken, das noch kein anderer entdeckt hat. So gut sind die Schüler nicht, dass sie in 4 Tagen etwas entdecken, das keiner auf der Uni nach jahrelanger Forschung entdeckt hat. Aber es kann durchaus sein, dass die Referenten durch Ideen der Schüler inspiriert werden für ihre Projekte. #00:38:09-5#

David W.: Wissen sie ein Beispiel von Schülern die durch die Modellierungswoche positiv oder negativ beeinflusst wurden? #00:38:18-3#

Paul P.: Vielen Schülern hilft die Woche bei der Entscheidung ob ein Mathematikstudium das Richtige für sie wäre, oder nicht. Die Schulmathematik ist doch etwas ganz anderes als die Hochschulmathematik. Hier haben die Schüler einmal die Gelegenheit in diese andere Welt hinein zu schnuppern. Konkrete Zahlen kann ich nicht nennen, weil wir nicht von allen Schülern wissen was sie weitermachen, aber ich glaube, dass in etwa ein Drittel der Schüler in diese Richtung etwas studieren. Also entweder Mathematik oder ein technisches Studium. Ein Schüler war einmal dabei der gesagt hat: "Es war sehr interessant, aber ich weiß nun, dass ich so etwas nicht jahrelang machen will!" Aber der Großteil der Schüler geht eher in diese Richtung weiter. #00:40:09-1#

David W.: Also durchwegs ein sehr gutes Feedback. #00:40:13-1#

Paul P.: Ja auf alle Fälle. Circa die Hälfte der Schüler die heuer teilnehmen, haben schon einmal teilgenommen. Also kaum jemand versucht nicht noch einmal teil zu nehmen. Wir haben also sehr viele Stammgäste. #00:40:43-0#

David W.: Müssen die Schüler einen Bericht, oder etwas Ähnliches, verfassen? #00:40:51-0#

Paul P.: Nein! Wir haben am letzten Tag eine Abschlussveranstaltung, auf der die Schüler kurz ihre Ergebnisse präsentieren sollen. Aber ansonsten ist den Schülern freigestellt, ob, oder wie, sie ihre Ergebnisse dokumentieren. Es kommt aber oft vor, dass die Schulen daran interessiert sind, dass die Schüler einen Bericht schreiben, der dann auf die Schulhomepage gestellt wird. Aber wir fordern von den Schülern keinen Bericht. #00:42:06-8#

David W.: Wie ist das mit den Schulen geregelt, dass die Schüler eine Woche freigestellt werden? #00:42:15-9#

Paul P.: Rechtlich gesehen hat die Modellierungswoche den Status einer schulbezogenen Veranstaltung. Wenn der Schüler von uns eine Zusage bekommt, muss er seine Schule kontaktieren, ob er von dort die Freistellung bekommt. Wenn ich als Schüler länger vom Unterricht fern bleibe, so brauche ich die Bewilligung des Direktors. Das ist generell so. Nachdem das hier eine Schulbezogene Veranstaltung ist wissen die Direktoren, dass es sinnvoll ist den Schülern die Freistellung zu erteilen. Mir ist auch kein Fall bekannt, dass ein Schüler einmal nicht freigestellt worden wäre. #00:43:42-1#

David W.: Wie ist das bei einer schulbezogenen Veranstaltung mit der Aufsichtspflicht? Dürfen sie mit den Schülern etwas unternehmen? #00:43:56-2#

Paul P.: Formal gesehen übertragen die Eltern mir die Aufsichtspflicht für die Schüler. #00:44:20-4#

David W.: Dürfen sie dann auch Freizeitaktivitäten mit den Schülern durchführen, zum Beispiel ein Wandern machen, ohne das vorher mit den Eltern zu besprechen? #00:44:28-2#

Paul P.: Genau! Bevor sich die Schüler für die Veranstaltung anmelden können müssen sie sich beim Verein registrieren. Bei der Registrierung stimmen dann sowohl Eltern als auch Schüler einer langen Liste von Dingen zu. Diese Liste wurde von Juristen zusammengestellt und somit sind die rechtlichen Dinge geklärt. #00:45:18-7#

David W.: Was sollen die Schüler ihrer Meinung nach bei der Modellierungswoche lernen? #00:45:28-1#

Paul P.: Ok. Das ist eine lange Liste. Die Schüler sollen eine Idee bekommen, wo Mathematik aktuell angewendet wird. Sie sollen also Mathematik mit dem täglichen Leben in Verbindung bringen können. Sie sollen auch lernen selbstständig, mit Ausdauer und Hartnäckigkeit, an einem Problem zu arbeiten. Für viele Schüler ist es, denke ich, eine gute Erfahrung zu sehen, dass es Probleme gibt, die man nicht in zwei Minuten lösen kann. Auf einer anderen Ebene ist es auch das Ziel, dass die Schüler hier Gleichgesinnte kennen lernen sollen. Als Mathematikfreak ist man in einer Schulklasse ja oft ein Einzelgänger. Für viele Schüler ergeben sich auf dieser Woche neue Freundschaften und ich denke es ist für sie schön zu sehen, dass es auch andere Leute gibt die so ticken wie sie und ähnliche Interessen haben. Außerdem sollen die Schüler auch lernen im Team zu arbeiten. Zusätzlich sollen die Schüler einmal das Gefühl kennen lernen an ihre Grenzen zu gehen, was die mathematischen Fähigkeiten betrifft. #00:47:57-1#

David W.: Wie ich das vorher verstanden habe ist es doch auch ein Ziel ihrer Veranstaltung, dass die Schüler Einblick in die Hochschulmathematik bekommen? #00:48:10-6#

Paul P.: Hier ist die Frage ab wann man von Hochschulmathematik spricht. Manchmal gibt es durchaus Projekte bei denen man wenig anspruchsvolle Mathematik benötigt. [...] Es ist sicher so, dass die Schüler bei den meisten Projekten neue Themengebiete der Mathematik kennen lernen, aber das ist kein vorrangiges Ziel, sondern es ergibt sich. #00:49:57-5#

d) Interview mit Britta Kendi (Modellierungstage BG/BRG Villach St. Martin)

[...] #00:01:18-5#

David W.: Als erstes würde mich interessieren wie Sie dazu gekommen sind Modellierungstage an Ihrer Schule durchzuführen? #00:01:25-2#

Britta K.: Ich war gemeinsam mit einer Kollegin auf einer Fortbildung zum Thema Schulmathematik und dort sind verschiedene Projekte vorgestellt worden. Mitunter ist das Thema der Modellierung vorgestellt worden. Das war damals die TU-Kaiserslautern, mit Herrn Martin Bracke als Vortragenden. Er hat dann gesagt, dass man sich bei ihm melden soll, wenn man an seiner Schule ein Modellierungsprojekt durchführen will. Sein Team würde einen dann beraten bzw. auch an die Schule kommen. Auf diese Art und Weise hat sich der Kontakt ergeben. #00:02:22-9#

David W.: Das heißt die Modellierungstage die Sie veranstaltet haben waren immer in Kooperation mit der TU-Kaiserslautern? #00:02:32-4#

Britta K.: Nicht immer! Bei den letzten Modellierungstagen war dann die Universität Salzburg mit Herrn Hans Stefan Siller beteiligt. #00:03:06-6#

David W.: Und das Ganze hat sich dann etwas verloren, als Sie in Babypause waren? #00:03:15-7#

Britta K.: Genau! Ich habe die ersten beiden Jahre mit meinen Oberstufenklassen teilgenommen. Im dritten Jahr hatte ich dann keine Oberstufe, aber eine Kollegin, die Susanne Pötzi, hat das dann mit Ihren Klassen gemacht. Ich habe dann mit einer Unterstufenklasse teilgenommen. Die Kollegin hat damals die Modellierungstage nicht in Kooperation mit Fachdidaktikern veranstaltet, sondern mit Leuten von der Universität Graz, die vor allem den Schwerpunkt auf Physik und Meteorologie gelegt haben. Ich habe vor kurzem mit der Kollegin gesprochen und wir haben überlegt, ob wir nächstes Jahr wieder Modellierungstage veranstalten. #00:04:18-6#

David W.: Was sollen die Schüler Ihrer Meinung nach lernen bei den Modellierungstagen? #00:04:22-8#

Britta K.: Die Schüler die an Mathematik interessiert sind, sind ohnehin gleich Feuer und Flamme. Für jene Schüler die eher weniger Interesse an Mathematik haben, ist es glaube ich sehr motivierend, dass die Themen zunächst nicht sehr mathematisch wirken. Aufgrund der Interessen entscheiden sich die Schüler dann für ein Thema das sie gerne bearbeiten würden. In der Arbeitsphase lernen die Schüler dann viel über Teamarbeit und Organisation. Ich denke der Wissenserwerb bei so einer Veranstaltung ist auch sehr nachhaltig, weil die Schüler sehen, dass das Wissen aus dem Unterricht auch angewendet werden kann. #00:05:23-2#

David W.: Stimmt. Die Motivation ist um einiges höher, wenn man sieht wofür man mathematisches Wissen lernt! #00:05:29-0#

Britta K.: Genau. Ich denke, dass man mit so realitätsnahen Aufgaben auch die schwachen bzw. weniger interessierten Schüler ködern kann. #00:05:58-9#

David W.: Habe ich das vorher richtig verstanden: Wenn sie eine Oberstufenklasse unterrichten, dann nimmt die ganze Klasse an der Veranstaltung teil? #00:06:08-9#

Britta K.: Genau. Wir haben das so gelöst, dass wir jene Klassen ausgewählt haben, von denen wir der Meinung waren, dass man mit ihnen gut arbeiten kann. Für mich ist es wichtig, dass ich mich auf die Schüler verlassen kann und ich der Meinung bin, dass ich disziplinär keine Probleme habe. Ich habe dann auch Kollegen angesprochen, ob sie Interesse hätten mit ihren Klassen teilzunehmen und auf diese Weise hat sich das Ganze dann entwickelt. Aber generell haben immer ganze Klassen teilgenommen und nicht einzelne Schüler. [...] Ich denke, dass man natürlich sehr viel bessere Ergebnisse erhält, wenn man die Schüler schon vorher danach auswählt wie interessiert sie sind. Umgekehrt sehe ich den Vorteil, dass man so auch schwache Schüler für Mathematik begeistern kann, weil ihnen die Modellierungstage an sich Spaß machen. #00:08:23-6#

David W.: Ja ich denke auch, dass es besonders für die schwachen Schüler eine sehr wichtige Erfahrung ist. Wissen Sie vielleicht auch Beispiele von Schülern die durch die Modellierungstage positiv oder negativ beeinflusst wurden? #00:08:41-5#

Britta K.: Ich kann Ihnen vielleicht den Vergleich mit einigen einfacheren Projekten darstellen. Ich habe auch in der Unterstufe immer wieder Projekte durchgeführt. Ich versuche das immer eher am Jahresende einzubauen, weil es um diese Zeit nicht so stressig ist. Ich habe beispielsweise einmal ein Mathematik und Architektur Projekt mit einer vierten Klasse gemacht. Dabei ist es hauptsächlich darum gegangen ein Gefühl für Größen und das Messen zu bekommen. Das Ganze hat in Kooperation mit einer Architektin stattgefunden. Die Tendenz war immer so, dass den Schülern die Modellierungstage besser gefallen haben, als die kleineren Projekte. Vor allem die freie Arbeit kommt sehr gut an. #00:10:26-1#

David W.: Sie haben erwähnt, dass Sie auch im normalen Unterricht Projekte veranstalten. Sind das auch Modellierungsprojekte, oder etwas anderes? #00:10:35-3#

Britta K.: Derzeit mache ich relativ wenig Modellierungsaufgaben muss ich gestehen. Ich habe allerdings dieses Jahr auch nur Unterstufenklassen und lege hier derzeit eher den Fokus darauf, dass die Schüler gewisse Grundfertigkeiten erwerben. #00:11:21-9#

David W.: Mich würde noch interessieren wie die Modellierungswoche von der Schule eingestuft wird. Ist das eine Projektwoche? #00:11:32-9#

Britta K.: Ja! Die Modellierungstage werden als Projektstage durchgeführt. Das heißt das Ganze muss vom SGA genehmigt werden. Als wir das erste Mal Modellierungstage veranstaltet haben, hatten wir einen Direktor der selbst Mathematiker war und deshalb sofort für das Projekt begeistert war. Es ist für solche Veranstaltungen auch immer wichtig die Unterstützung der Schulleitung zu haben. Bei den letzten Modellierungstagen war etwas anders, da wir Gast Schüler aus Italien und Frankreich hier hatten. Wir haben die Gruppen dann so gestaltet, dass in jeder Gruppe alle Nationalitäten vertreten waren. Das war deshalb spannend, weil auch Sprachlehrer involviert waren und auch die Sprachlehrer waren damals sehr begeistert. #00:12:52-0#

David W.: Aber die Veranstaltung findet immer an der Schule statt oder? #00:13:00-4#

Britta K.: Ja das war immer alles an der Schule. Das war damals so, dass wir ein Austauschprojekt hatten. Dabei sind einige Schüler aus Italien für 5 Tage zu uns gekommen und wir sind im Gegenzug dann 5 Tage nach Italien. Das Hauptprojekt dieses Schüleraustausches waren damals dann diese 2 oder 3 Modellierungstage. Gleichzeitig war auch bei einer Kollegin eine Schülergruppe aus Frankreich und es hat sich dann einfach angeboten auch die Franzosen mit einzubeziehen. #00:13:57-6#

David W.: Wie lange sind die Modellierungstage immer gewesen? #00:14:01-7#

Britta K.: Es waren eigentlich immer 3 Tage. #00:14:08-8#

David W.: Wie war dabei der Ablauf? #00:14:15-9#

Britta K.: Am ersten Tag gab es eine kurze Einführung in das Thema der mathematischen Modellierung. Anschließend war die Vorstellung der Modellierungsprojekte für die Teilnehmer. Dann war schon die Gruppenarbeit am Plan. Für die Schüler war das sehr anstrengend, da der Tag schon am 7:45 gestartet hat und doch bis 15:30 gedauert hat. Am dritten Tag standen nur noch die Präsentationen am Programm. #00:15:34-9#

David W.: Wissen Sie noch was genau bei der Einführung ins Modellieren thematisiert wurde? #00:15:43-8#

Britta K.: Ich glaube das haben hauptsächlich die Didaktiker der Unis übernommen. Die Universität Salzburg hat bei den letzten Modellierungstagen den Schülern kurz erklärt was man unter Modellieren versteht und dann gleich die Themen vorgestellt. In den Jahren davor war es meines Wissens nach ähnlich. #00:16:31-7#

David W.: Aber bei dieser Präsentation wurden keine Lösungsstrategien oder Ähnliches thematisiert? #00:16:39-7#

Britta K.: Nein! Wir haben nur für die Unterstufenschüler Richtlinien für die Präsentation erstellt, die wir dann ausgegeben haben. Einfach nur zur Orientierung für die Schüler. Lösungsstrategien haben wir eigentlich nie vorgeschlagen. #00:17:16-7#

David W.: Wer betreut die Schüler während der 3 Tage? #00:17:21-1#

Britta K.: Zum einen die Kollegen und Kolleginnen von der Schule, also die MathematiklehrerInnen. Ich selbst habe auch immer Schüler betreut. Zusätzlich haben auch die Leute von der Uni geholfen. Das letzte Mal hatte der Hans-Stefan Siller noch zwei Studenten mit, die auch Schüler betreut haben. Mit dem Martin Bracke sind auch immer einige Personen mit gekommen, die auch die Schüler betreut haben. Wir haben dann versucht die Gruppen auf die Betreuer aufzuteilen. #00:18:11-5#

David W.: Wie viele Schüler waren dann einem Betreuer zugeteilt? #00:18:14-5#

Britta K.: Das haben wir immer versucht möglichst gleich aufzuteilen. Je nach Interesse der Schüler waren manche Gruppen größer und andere kleiner. Ein Betreuer hatte immer ein paar Gruppen, aber nie mehr als 3 oder 4. Aber ich kann Ihnen hier jetzt gar keine konkreten Zahlen nennen. #00:18:43-4#

David W.: Und wie viele Schüler haben insgesamt an den Modellierungstagen teilgenommen? #00:18:49-0#

Britta K.: Es waren immer mehrere Klassen. #00:19:07-9#

David W.: Also so in der Größenordnung von 50 bis 60 Schüler? #00:19:11-2#

Britta K.: Ja in etwa. Aber dadurch, dass wir viele Mathematiker an der Schule hatten war das ganz ok. Es haben sich außer den Klassenlehrern immer noch einige andere Mathematiklehrer gemeldet, die auch geholfen haben und dadurch hatten wir genug Personal, da ja auch von den Unis immer 3 bis 5 Personen anwesend waren. #00:20:12-5#

David W.: Wer hat für die Modellierungstage die Aufgaben entworfen? Wurde das intern an der Schule erledigt oder von den Unis? #00:20:31-2#

Britta K.: Die Aufgaben wurden von den Personen der Uni entworfen. Wir haben die Aufgaben dann vor den Modellierungstagen geschickt bekommen und uns überlegt wie wir an die Aufgaben heran gehen könnten. So hat das eigentlich immer gut geklappt. #00:20:57-9#

David W.: Das heißt sie haben die Aufgaben vor den Modellierungstagen selbst schon gerechnet? #00:21:05-8#

Britta K.: Ich habe die Aufgaben nicht schrittweise durchgerechnet, aber ich habe skizziert, wie ich bei der Aufgabe vorgehen würde und das dann auch damit verglichen, wie die Kollegen vorgehen würden. [...] #00:21:43-8#

David W.: Worauf achten sie dann im Weiteren, wenn sie den Schülern Tipps geben beim Bearbeiten? #00:21:49-2#

Britta K.: Ich denke man kann eigentlich nur dafür sorgen, dass die Schüler nicht in eine Sackgasse geraten. Sollte das passieren muss man die Schüler irgendwie umleiten, mit Hilfe einer Frage, sodass sie sehen, dass sie in eine andere Richtung weiter arbeiten sollten. Ansonsten versuche ich den Schülern möglichst freie Hand zu lassen, oder zu fragen: "Kann das wirklich so sein?", wenn das Ergebnis nicht passen sollte. Ich sehe ihnen aber natürlich immer wieder über die Schulter, um zu sehen wie sie sich anstellen. #00:22:42-8#

David W.: Müssen die Schüler bei Ihren Modellierungstagen auch eine Ausarbeitung zu ihrer Aufgabe erstellen? #00:22:49-5#

Britta K.: Wir haben immer von ihnen verlangt eine PowerPoint Präsentation zu erstellen, mit der sie am letzten Tag ihre Ergebnisse für die restlichen Teilnehmer präsentieren müssen. #00:23:10-3#

David W.: Eine Frage hätte ich noch bezüglich der Aufgaben: Hatten Sie bei den Modellierungstagen irgendwelche Schwerpunkte was die Themen betrifft? #00:23:19-6#

Britta K.: Wie schon erwähnt gab es einmal den Schwerpunkt Physik und Astronomie, weil damals die Leute von der Uni-Graz aus dieser Richtung kamen. [...] #00:24:18-3#

David W.: Könnten Sie sich auch vorstellen Modellierungstage ohne die Kooperation mit einer Uni zu veranstalten? #00:24:29-3#

Britta K.: Ja ich denke das könnte man durchaus machen, obwohl es durchaus einen gewissen Charme hat, wenn einmal jemand von außen kommt und etwas macht. Das ist für die Schüler gleich ein ganz anderes Umfeld, obwohl sie noch immer in der Schule sind. Wenn man keine Universität zu Unterstützung hat müsste man sich mit seinen Kollegen zusammensetzen und Aufgaben erstellen. Wir haben an unserer Schule schon einen gewissen Vorrat an Aufgaben und könnten daher auch einige wieder verwenden. Für

die Schüler ist es meiner Meinung nach aber spannender einmal nicht mit dem eigenen Lehrer zu arbeiten. #00:25:56-4#

David W.: Und was müsste Ihrer Meinung nach bei anderen Schulen gegeben sein, damit diese selbstständig Modellierungstage durchführen könnten? #00:26:05-8#

Britta K.: Ich denke, dass es sehr hilfreich wäre, wenn diese Schulen schon einen Pool an Aufgaben mit Ausarbeitungen hätten, um sich zu orientieren, wie Modellierungsaufgaben für Schüler aussehen könnten. Wenn das gegeben ist könnte man sicher in jeder Schule Modellierungstage durchführen. Wenn man im Aufgabenpool sieht wie Schüler manche Aufgaben gelöst haben bzw. wie andere Lehrer die Aufgabe lösen würden, dann hat man denke ich schon eine gute Basis, um selbst Aufgaben erstellen zu können. Natürlich kann man zu Beginn auch die Aufgaben aus diesem Pool übernehmen. Am besten wäre es dabei die Aufgaben so zu wählen, dass die Themen die Schüler möglichst viel interessieren. Man kennt seinen eigenen Schüler doch etwas besser und weiß wofür sie sich interessieren. Zum Beispiel passen Sportaufgaben sehr gut, da man fast immer Schüler dabei hat die sich für Sport begeistern. Auch musikalische Themen kommen sehr gut an. #00:27:46-3#