



universität
wien

DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„Ist die Physik im Mathematikunterricht notwendig
oder unnötig?“

verfasst von / submitted by

Birgit Bergmann

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements
for the degree of

Magistra der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat)

Wien, 2016 / Vienna, 2016

Studienkennzahl lt. Studienblatt /
degree programme code as it appears on
the student record sheet:

A 190 412 406

Studienrichtung lt. Studienblatt /
degree programme as it appears on
the student record sheet:

Lehramtsstudium UF Physik UF Mathematik

Betreuer / Supervisor:

ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Peter Raith

Danksagung

Zu Beginn danke ich meinem Betreuer, ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Peter Raith, für die umfassende Unterstützung über die gesamte Dauer des Arbeitsaufwandes und die fachlichen Gespräche zur Aufarbeitung der Diplomarbeit. Er hat durch seine hilfreichen Ratschläge zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Ebenso danke ich meinen Eltern für die Unterstützung während des gesamten Studiums.

Ein besonderer Dank gilt Anna Reumann, die für mich nicht nur eine Studienkollegin ist, sondern auch eine Freundin geworden ist. Sie ist mir während meines Studiums immer unterstützend zur Seite gestanden. Wir haben gemeinsam schwere Prüfungen überstanden, große Augenblicke gefeiert und sie hat mich immer motiviert, dass wir alles gemeinsam schaffen werden.

Außerdem möchte ich mich bei meinem Freund Andreas bedanken, der mich während des Schreibvorganges immer motiviert hat und es schaffte mir ein Lächeln ins Gesicht zu zaubern.

Darüber hinaus möchte ich mich bei meiner ehemaligen Mathematiklehrerin, Mag. Bernadette Wieltch, und meiner ehemaligen Physiklehrerin, Mag. Ingeburg Zwipp, bedanken, die mich motiviert haben, mich mit Mathematik und Physik zu beschäftigen. Weiters danke ich meiner ehemaligen Chemielehrerin, Mag. Dr. Helga Voglhuber, die mich stets motiviert hat ein Lehramtsstudium anzustreben.

Ein weiterer Dank ergeht an die HTLuVA Pinkafeld, die mir dabei geholfen hat den Beruf mit dem Studium zu vereinbaren. Ich danke hierbei vor allem der Direktion und dem Administrator für die Stundeneinteilung. Ich möchte mich auch bei den FachkollegInnen bedanken, die mir bei zahlreichen Tätigkeiten im Schulalltag mit Rat und Tat zur Seite stehen, vor allem möchte ich mich bei Mag. Andreas Laky und OStR. Mag. Eugen Kainrath für die Unterstützung bedanken. Natürlich möchte ich mich auch bei allen anderen KollegInnen bedanken, die an dieser Stelle nicht namentlich erwähnt wurden.

Zu guter Letzt danke ich Mag. Judith Terezija Pimperl, für die Hilfe bei der Übersetzung des Abstracts und OStR. Mag. Gerlinde Hochwarter für die Überprüfung der vorliegenden Diplomarbeit auf stilistische und orthografische Unzulänglichkeiten.

Eidestattliche Erklärung

Hiermit bestätige ich, die vorliegende Diplomarbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel verfasst zu haben. Alle Inhalte, die wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken übernommen wurden, sind mit der Angabe der jeweiligen Quelle gekennzeichnet. Auch für die Ressourcen aus dem Internet sind der Link und der Zugriffszeitpunkt aufgezählt. Diese Arbeit ist die erste dieser Art und liegt nicht in ähnlicher oder gleicher Form bei einer anderen Prüfungsstelle auf.

Lackenbach, März 2016



Birgit Bergmann

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	ii
Eidestattliche Erklärung	iv
1 Einleitung	1
2 Lehrplanbezug	3
1 Mathematik	3
1.1 AHS Unterstufe	3
1.2 AHS Oberstufe	6
2 Physik	8
2.1 AHS Unterstufe	8
2.2 AHS Oberstufe	10
3 Analyse der Unterstufenbücher.....	13
1 Das ist Mathematik - Reichel, Humenberger.....	13
1.1 Allgemeines zur Schulbuchreihe	13
1.2 Physikalische Inhalte beim Arbeiten mit Zahlen und Maßen	14
1.2.1 „Dezimalzahlen“	14
1.2.2 „Bruchzahlen“	14
1.2.3 „Ganze und rationale Zahlen“	15
1.2.4 „Prozent- und Zinsrechnung“	15
1.2.5 „Zeitmessung“	16
1.3 Physikalische Inhalte beim Arbeiten mit Variablen	16
1.3.1 „Gleichungen und Formeln“	16
1.3.2 „Algebra/Elementare Algebra“	17
1.3.3 „Funktionen“	20
1.3.4 „Anwendungen in Naturwissenschaft und Technik“	22
1.4 Physikalische Inhalte beim Arbeiten mit Figuren und Körpern	22
1.4.1 „Geometrische Grundbegriffe“	22
1.4.2 „Ähnlichkeit“	23
1.4.3 „Kreis“	24
1.4.4 „Dreieck“	24
1.4.5 „Rauminhalt des Quaders“	25
1.4.6 „Prisma“	26
1.4.7 „Drehzylinder“	26
1.5 Physikalische Inhalte beim Arbeiten mit Modellen und Statistik	26
1.5.1 „Direkte und indirekte Proportionalitäten“	26
1.5.2 „Verhältnisse und Proportionen“	27
1.6 Analyse der physikalischen Themengebiete.....	29
2 Physik - Gollenz, Breyer, Tentschert, Reichel.....	30
2.1 Allgemeines zur Schulbuchreihe	30
2.2 Mathematische Inhalte in der Mechanik.....	31
2.2.1 „Bewegungen“	31
2.2.2 „Masse und Kraft“	34

2.2.3	„Kräfte in Natur und Technik“	37
2.2.4	„Druck“	40
2.2.5	„Kräfte und ihre Wirkungen“	41
2.2.6	Bemerkungen	44
2.3	Mathematische Inhalte bei Schwingungen	44
2.3.1	„Schall“	45
2.3.2	Bemerkungen	45
2.4	Mathematische Inhalte in der Thermodynamik.....	45
2.4.1	„Der Energiebegriff“	45
2.4.2	Bemerkungen	46
2.5	Mathematische Inhalte in der Elektrizitätslehre.....	46
2.5.1	„Spannung und Widerstand bestimmen die Stromstärke“	46
2.5.2	„Elektrizität in Haushalt und Technik“	49
2.5.3	Bemerkungen	49
2.6	Mathematische Inhalte in der Elektrodynamik	50
2.6.1	„Eine Änderung des Magnetfeldes bewirkt eine elektrische Spannung“	50
2.6.2	Bemerkungen	51
2.7	Mathematische Inhalte in der Optik.....	51
2.7.1	„Lichtausbreitung und Reflexion“	52
2.7.2	„Abbildung durch Lichtbrechung“	54
2.7.3	Bemerkungen	55
2.8	Mathematische Inhalte in der Kernphysik	55
2.8.1	„Strahlung und Energie aus Atomkernen“	55
2.8.2	Bemerkungen	56
2.9	Analyse der mathematischen Themengebiete	56
4	Analyse der Oberstufenbücher	57
1	Mathematik verstehen - Malle, Woschitz, Koth, Salzger	57
1.1	Allgemeines zur Schulbuchreihe	57
1.2	Physikalische Inhalte in der Algebra und Geometrie	58
1.2.1	„Zahlen“	58
1.2.2	„Trigonometrie“	58
1.2.3	„Vektoren“	60
1.2.4	„Potenzen, Wurzeln und Logarithmen“	61
1.2.5	„Folgen“	62
1.2.6	„Reihen“	62
1.2.7	„Ellipse, Hyperbel und Parabel“	62
1.2.8	„Kurven und Flächen“	63
1.3	Physikalische Inhalte bei Funktionalen Abhängigkeiten	63
1.3.1	„Reelle Funktionen, Lineare Funktionen, Nichtlineare Funktionen“	63
1.3.2	„Exponential- und Logarithmusfunktionen“	66
1.3.3	„Winkelfunktionen“	67
1.4	Physikalische Inhalte in der Analysis	67
1.4.1	„Differentialrechnung“	67
1.4.2	„Integralrechnung“	69
1.4.3	„Differenzen- und Differentialgleichungen“	70
1.4.4	„Vernetzte Systeme und deren Entwicklung“	70
1.5	Physikalische Inhalte bei der Wahrscheinlichkeit und Statistik	71
1.5.1	„Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten“	71
1.5.2	„Normalverteilung“	71
1.6	Analyse der physikalischen Themengebiete.....	72

2	Big Bang - Apolin.....	73
2.1	Allgemeines zur Schulbuchreihe	73
2.2	Mathematische Inhalte in der klassischen Mechanik	74
2.2.1	„Die sieben SI-Einheiten“	74
2.2.2	„Tooltime“	74
2.2.3	„Gedachte Singularität“	75
2.2.4	„Geradlinige Bewegungen“	77
2.2.5	„Zusammengesetzte Bewegungen“	80
2.2.6	„Newton mal drei“	82
2.2.7	„Arbeit und Energie“	84
2.2.8	„Impuls“	86
2.2.9	„Rotationen“	88
2.2.10	„Von Aristoteles und Kepler“	91
2.2.11	„Newtons Gravitationsgesetz“	91
2.3	Mathematische Inhalte bei Schwingungen und Wellen	93
2.3.1	„Grundlagen der Schwingungen“	93
2.3.2	„Wellengrundlagen 1“	96
2.3.3	„Wellengrundlagen 2“	97
2.3.4	„Sprache und Gehör“	99
2.4	Mathematische Inhalte in der Thermodynamik.....	100
2.4.1	„Grundlagen der Thermodynamik“	100
2.4.2	„Formen der Wärmeübertragung“	101
2.4.3	„Ausdehnung, Diffusion und Phasenübergänge“	101
2.4.4	„Die Gasgesetze“	102
2.4.5	„Kältetechnik und Wärmekraftmaschinen“	103
2.5	Mathematische Inhalte in der Elektrizitätslehre.....	104
2.5.1	„Grundlagen der Elektrizität 1“	104
2.5.2	„Grundlagen der Elektrizität 2“	104
2.6	Mathematische Inhalte in der Quantenmechanik.....	105
2.6.1	„Welle und Teilchen“	105
2.6.2	„Das moderne Atommodell“	107
2.6.3	„Licht als Träger von Energie“	107
2.7	Mathematische Inhalte in der Elektrodynamik	108
2.7.1	„Das elektrische Feld“	108
2.7.2	„Elektrische Ströme und Magnetfelder“	108
2.7.3	„Grundlagen der Elektrotechnik“	110
2.7.4	„Grundlagen der elektromagnetischen Wellen“	113
2.7.5	„Einige Licht-Phänomene“	113
2.7.6	„Energieübertragung durch EM-Wellen“	114
2.8	Mathematische Inhalte beim Klima.....	114
2.8.1	„Klimaänderung und erneuerbare Energie“	114
2.9	Mathematische Inhalte beim Chaos.....	114
2.9.1	„Chaotische Systeme“	114
2.10	Mathematische Inhalte in der Relativitätstheorie	115
2.10.1	„Zeitdehnung und Raumschrumpfung“	115
2.10.2	„Relativistische Masse und Energie“	116
2.10.3	„Vertiefendes zur SRT“	117
2.10.4	„Allgemeine Relativitätstheorie“	117
2.11	Mathematische Inhalte in der Kernphysik	120
2.11.1	„Die Struktur der Atomkerne“	120
2.11.2	„Radioaktivität“	120
2.12	Mathematische Inhalte in der Astrophysik.....	121
2.12.1	„Vom Leben und Sterben der Sterne“	121
2.12.2	„Einführung in die Kosmologie“	121

2.13	Analyse der mathematischen Themengebiete	123
2.13.1	Analyse Big Bang 5 und 6	123
2.13.2	Analyse Big Bang 7	124
2.13.3	Analyse Big Bang 8	125
5	Untersuchung der mathematischen Themengebiete am Beispiel von Schwin- gungen	127
1	Herleitung der harmonischen Schwingung im Physikstudium	127
2	Herleitung der harmonischen Schwingung im Physikunterricht	131
2.1	Begriffe und Bezeichnungen	131
2.2	Herleitung der Schwingungsgleichung	132
2.3	Schwingungsdauer eines Federpendels	135
3	Besonderheiten der Sinusfunktion	136
6	Reflexion und Resümee	139
1	Historische Entwicklung	139
2	Rolle der Physik im Mathematikunterricht vs. Rolle der Mathematik im Phy- sikunterricht	140
3	Auswertung der Schulbuchanalyse	141
4	Reflexion	142
	Literaturverzeichnis	144
	Tabellenverzeichnis	148
	Abbildungsverzeichnis	149
	Anhang	155
1	Abstract	155
1.1	Deutsche Fassung	155
1.2	Englische Fassung	156
2	Lebenslauf	157

1 Einleitung

Diese Diplomarbeit befasst sich mit der Frage, ob die Physik im Mathematikunterricht notwendig oder unnötig sei. Um dieser Frage genauer auf den Grund zu gehen, wird zu Beginn auf den Lehrplan der AHS Unterstufe und Oberstufe in den Fächern Mathematik und Physik eingegangen. Hierbei wird ein Augenmerk auf die Vernetzung geworfen, die zwischen der Mathematik und der Physik im Unterricht stattfinden sollte. Es wird auch auf die mathematischen und physikalischen Inhalte der einzelnen Klassenstufen eingegangen.

Im Rahmen meiner Diplomarbeit untersuche ich gängige Schulbücher für die Fächer Mathematik und Physik für die AHS Unterstufe und Oberstufe. Bei dieser Analyse wird darauf eingegangen, welche Teilbereiche der Physik im Mathematikunterricht und welche Teilbereiche der Mathematik im Physikunterricht eine Rolle spielen. Am Ende des jeweiligen Kapitels befindet sich eine tabellarische Auflistung der vorkommenden mathematischen und physikalischen Themengebiete in den vorliegenden Schulbüchern.

Für die Analyse der Mathematikschulbücher wird für die Unterstufenklassen die Buchreihe „Das ist Mathematik“ herangezogen, welche in Tabelle 1.1 angeführt ist.

Jahr	Autor	Titel
2011	Reichel, Humenberger (Hrsg.)	Das ist Mathematik 1
2011	Reichel, Humenberger (Hrsg.)	Das ist Mathematik 2
2012	Reichel, Humenberger (Hrsg.)	Das ist Mathematik 3
2012	Reichel, Humenberger (Hrsg.)	Das ist Mathematik 4

Tabelle 1.1: Liste der analysierten Mathematikschulbücher für die Unterstufe

Für die Analyse der Mathematikschulbücher für die Oberstufenklassen wird die Buchreihe „Mathematik verstehen“ herangezogen, welche in Tabelle 1.2 angeführt ist.

Jahr	Autor	Titel
2014	Malle, Woschitz, Koth, Salzger	Mathematik verstehen 5
2015	Malle, Woschitz, Koth, Salzger	Mathematik verstehen 6
2014	Malle, Woschitz, Koth, Salzger	Mathematik verstehen 7
2014	Malle, Woschitz, Koth, Salzger	Mathematik verstehen 8

Tabelle 1.2: Liste der analysierten Mathematikschulbücher für die Oberstufe

Für die Analyse der Physikschulbücher für die Unterstufenklassen wird die Buchreihe „Physik“ herangezogen, welche in Tabelle 1.3 angeführt ist.

Jahr	Autor	Titel
2012	Gollenz, Breyer, Tentschert, Reichel	Physik 2
2012	Gollenz, Breyer, Tentschert, Reichel	Physik 3
2013	Gollenz, Breyer, Tentschert, Reichel	Physik 4

Tabelle 1.3: Liste der analysierten Physikschulbücher für die Unterstufe

Für die Analyse der Physikschulbücher für die Oberstufenklassen wird die Buchreihe „Physik“ herangezogen, welche in Tabelle 1.4 angeführt ist.

Jahr	Autor	Titel
2007	Apolin	Big Bang 5
2008	Apolin	Big Bang 6
2008	Apolin	Big Bang 7
2008	Apolin	Big Bang 8

Tabelle 1.4: Liste der analysierten Physikschulbücher für die Oberstufe

Für einen tieferen Einblick in die vorkommenden mathematischen Themengebiete in der Physik wird auf ein Beispiel zu den Schwingungen eingegangen. In diesem Abschnitt wird die harmonische Schwingung zum einen aus Sicht der Universitätsmathematik und zum anderen aus Sicht der Schulmathematik betrachtet und exemplarisch hergeleitet.

In der abschließenden Reflexion und im Resümee werden die Ergebnisse der Schulbuchanalyse ausgewertet und ich gebe meine Einschätzung zur Ausgangsfrage „Ist die Physik im Mathematikunterricht notwendig oder unnötig?“ ab.

2 Lehrplanbezug

Im folgenden Abschnitt werden die Lehrpläne aufgelistet, die für diese Diplomarbeit relevant sind. Es werden zwei unterschiedliche Schultypen betrachtet, die AHS Unterstufe und die AHS Oberstufe. Für mich sind aber auch die Vernetzungen der Fächer Mathematik und Physik von Bedeutung, daher werden auch die notwendigen Passagen hierzu aus dem Lehrplan entnommen.

1 Mathematik

1.1 AHS Unterstufe

Im Bezug auf Vernetzungen innerhalb und außerhalb der Mathematik bzw. fächerübergreifenden Unterrichts schreibt der Lehrplan vor:

„Systematisches und situationsbezogenes Lernen, verständnisvolles Lernen

Ein konstruktives Verhältnis der Schülerinnen und Schüler zur Mathematik soll gefördert werden. Verständnisvolles Lernen ist ein individueller, aktiver und konstruktiver Prozess. Die Schülerinnen und Schüler sind nicht Konsumierende eines fix vorgegebenen Wissens, sondern Produzierende ihres Wissens, mit Betonung auf aktives Erarbeiten, Erforschen, Darstellen, Reflektieren. Mathematische Begriffe und Verfahren werden durch die eigenen Aktivitäten von den Schülerinnen und Schülern in ihr Wissenssystem eingebaut. Im Unterricht ist eine Balance zwischen systematischem Lernen und situationsbezogenem Lernen im praktischen Umgang mit lebensweltlichen Fragestellungen herzustellen“ ([6], S.2).

„Unterrichten in Phasen, Vernetzung, Querverbindungen

Unter Beachtung der Vorkenntnisse sollen Inhalte in einer ersten Phase nur um einige Gesichtspunkte erweitert, bei einfachen Anwendungen erprobt und erst in einer späteren Phase vertieft und ergänzt werden. Vernetzungen der Inhalte durch geeignete Unterrichtssequenzen und Aufgabenstellungen sind anzustreben. Querverbindungen zu anderen Unterrichtsgegenständen sowie zur Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler sind herzustellen“ ([6], S.3).

Nun folgt der Lehrplan für die einzelnen Klassen mit den zentralen Themen, die behandelt werden sollen:

„Arbeiten mit Zahlen und Maßen“

1. Klasse

Natürliche Zahlen, mehrstellige Multiplikationen und Divisionen, Umwandlungen, Teiler, Vielfache, positive rationale Zahlen, Dezimal- und Bruchschreibweise, Ungleichungen, Rechnen mit Brüchen, Kopfrechnen, elektronische Rechenhilfsmittel, Umkehroperationen, Reihenfolge von Rechenoperationen, Klammerregeln ([6], S.4-5).

2. Klasse

Brüche, Bruchdarstellung, Dezimaldarstellung, Teilbarkeitsregeln, Prozente, Umwandlungen ([6], S.5-6).

3. Klasse

Rationale Zahlen, Kleiner-Größer-Beziehungen, Zahlengerade, Koordinatensystem, Verkettungen der Grundrechnungsarten, Kopfrechnen, Potenzschreibweise, Zehnerpotenzen ([6], S.6f).

4. Klasse

Näherungswerte, Schranken, irrationale Zahlen, Genauigkeit ([6], S.7).

„Arbeiten mit Variablen“

1. Klasse

Sachverhalte mit Variablen beschreiben, Formeln bzw. Gleichungen aufstellen/anwenden/interpretieren, Lineare Gleichungen lösen ([6], S.5).

2. Klasse

Sachverhalte beschreiben, Gleichungen/Formeln aufstellen, Umkehroperationen, lineare Gleichungen mit einer Unbekannten lösen, Formeln interpretieren ([6], S.6).

3. Klasse

Formeln/Terme umformen, Potenzen, Formeln aufstellen, graphische Darstellungen nutzen, lineare Gleichungen mit einer Unbekannten lösen ([6], S.7).

4. Klasse

Bruchterme, lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten graphisch darstellen und lösen, Funktionsbegriff, funktionale Abhängigkeiten ([6], S.7).

„Arbeiten mit Figuren und Körpern“**1. Klasse**

Eigenschaften, grundlegende geometrische Begriffe, Skizzen (Rechtecke, Kreise, Kreisteile, Quader, Netze), Zeichengeräte gebrauchen, Maßstabszeichnungen, Umfang- und Flächenberechnungen, Volums- und Oberflächenberechnungen, Winkel finden/skizzieren/zeichnen, Gradeinteilung ([6], S.5).

2. Klasse

Dreiecke, Vierecke, regelmäßige Vielecke, Eigenschaften, Figuren skizzieren/konstruieren, Kongruenz, Strecken- und Winkelsymmetrale, Flächeninhalte von Figuren, Volumina von Prismen ([6], S.6).

3. Klasse

Vergrößern/Verkleinern von Figuren, Ähnlichkeit, Flächeninhalt begründen/berechnen, Umkehraufgaben, Prismen/Pyramiden zeichnerisch darstellen, Oberfläche/Rauminhalt/Gewicht von Prismen/Pyramiden berechnen, Lehrsatz des Pythagoras in ebenen Figuren anwenden ([6], S.7).

4. Klasse

Lehrsatz des Pythagoras in ebenen Figuren anwenden, Schranken für Umfang und Flächeninhalt des Kreises, Länge des Kreisbogens, Flächeninhalt von Kreisteilen, Oberfläche und Volumen von Drehzylinder/Drehkegel/Kugel ([6], S.8).

„Arbeiten mit Modellen, Statistik“**1. Klasse**

Direkte Proportionalität, Tabellen, graphische Darstellungen zur Erfassung von Datenmengen ([6], S.5).

2. Klasse

Kennzahlen von indirekten und direkten Proportionalitäten angeben, relative Häufigkeiten, graphische Darstellungen, Manipulationsmöglichkeiten ([6], S.6).

3. Klasse

lineare Wachstums- und Abnahmeprozesse, funktionale Abhängigkeiten erkennen/darstellen, Untersuchen/Darstellen von Datenmengen ([6], S.7).

4. Klasse

lineare Wachstums- und Abnahmeprozesse, funktionale Abhängigkeiten erkennen/darstellen, Untersuchen/Darstellen von Datenmengen, Verwenden statistischer Kennzahlen (Mittelwert, Median, Quartil, relative Häufigkeit, Streudiagramm) ([6], S.8).

1.2 AHS Oberstufe

Im Bezug auf Vernetzungen innerhalb und außerhalb der Mathematik bzw. des fächerübergreifenden Unterrichts schreibt der Lehrplan vor:

„Lernen in anwendungsorientierten Kontexten

Anwendungsorientierte Kontexte verdeutlichen die Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebensbereichen und motivieren so dazu, neues Wissen und neue Fähigkeiten zu erwerben. Vernetzungen der Inhalte innerhalb der Mathematik und durch geeignete fächerübergreifende Unterrichtssequenzen sind anzustreben. Die minimale Realisierung besteht in der Thematisierung mathematischer Anwendungen bei ausgewählten Inhalten, die maximale Realisierung in der ständigen Einbeziehung anwendungsorientierter Aufgaben- und Problemstellungen zusammen mit einer Reflexion des jeweiligen Modellbildungsprozesses hinsichtlich seiner Vorteile und seiner Grenzen“ ([5], S.2).

Nun folgt der Lehrplan für die einzelnen Klassen mit den zentralen Themen, die behandelt werden sollen:

5. Klasse

„Zahlen und Rechengesetze“

Zahlenmengen, Zahlensysteme, Zehnerpotenzen, Interpretieren von Termen, Begründen von Umformungsschritten, Primzahlen, Teiler ([5], S.3-4).

„Gleichungen und Gleichungssysteme“

Lineare/quadratische Gleichungen in einer Variablen lösen, Gleichungssysteme in zwei Variablen lösen, Anwendungsorientierung ([5], S.4).

„Funktionen“

Abhängigkeiten, Nichtlineare Funktionen, Anwendungsorientierung ([5], S.4).

„Trigonometrie“

$\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, Sinussatz, Kosinussatz, Polarkoordinaten ([5], S.4).

„Vektoren und analytische Geometrie der Ebene“

Vektoraddition, Multiplikation mit Skalar, Geometrische Veranschaulichung, Einheitsvektoren, Normalvektoren, Skalarprodukt, Winkel zwischen Vektoren, Parameterdarstellung von Geraden ([5], S.4).

6. Klasse

„Potenzen, Wurzeln, Logarithmen“

Potenzen, Wurzeln, Logarithmen, Rechengesetze ([5], S.4).

„Folgen“

rekursive/explicite Folgen, Monotonie, Beschränktheit, Konvergenz, Grenzwertbegriff, Eulersche Zahl, arithmetische/geometrische Folgen und Reihen, Zusammenhang Folge-Funktion, Finanzmathematik ([5], S.4).

„Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme“

Abschätzen, Fallunterscheidung, Umformungen, lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen lösen, Näherungsverfahren ([5], S.4).

„Reelle Funktionen“

Potenzfunktion, Exponentialfunktion, Logarithmusfunktion, Eigenschaften (Monotonie, Extremstellen, Symmetrie, Periodizität, Umkehrfunktionen), Änderungsmaße, Modellbildung, Verallgemeinerung des Funktionsbegriffs, Verkettungen ([5], S.4-5).

„Analytische Geometrie des Raumes“

Übertragung bekannter Begriffe und Methoden aus der zweidimensionalen analytischen Geometrie, Normalvektoren, Vektoriell Produkt, Parameterdarstellungen von Geraden/Ebenen, Schneiden von Geraden/Ebenen, Lagebeziehungen ([5], S.5).

„Stochastik“

Darstellungsformen/Kennzahlen der beschreibenden Statistik, Zufallversuch, Beschreibung von Ereignissen durch Mengen, Wahrscheinlichkeitsbegriff, Wahrscheinlichkeiten als relative Häufigkeiten, Berechnen von Wahrscheinlichkeiten aus gegebenen, Multiplikations- und Additionsregel, Bedingte Wahrscheinlichkeit, Satz von Bayes ([5], S.5).

7. Klasse

„Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen“

Abspalten von Linearfaktoren, Erweiterung der reellen Zahlen, Komplexe Zahlen, Fundamentalsatz der Algebra ([5], S.5).

„Differentialrechnung“

Differentialquotient, Differenzenquotient, Sekantensteigungen, Tangentensteigung, Ableitungsfunktion, Deuten der Ableitung in inner- und außermathematischen Bereichen, Differentiationsregeln, Monotonie, Krümmungsverhalten, Extrem- und Wendestellen, Extremwertaufgaben, Grenzwertbegriff, Stetigkeit, Anwendungen der Differentialrechnung ([5], S.5).

„Nichtlineare analytische Geometrie“

Kreise, Kugeln, Kegelschnitte, Schneiden mit Geraden/Tangenten, Parameterdarstellung von ebenen Kurven, Parameterdarstellung von Raumkurven und Flächen ([5], S.5).

„Stochastik“

Diskrete Zufallsvariable, direkte Verteilung, Zusammenhang relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeitsverteilung, Zusammenhang Mittelwert und Erwartungswert, Zusammenhang empirische Varianz und Varianz, Binomialverteilung, Anwendungen ([5], S.5).

8. Klasse

„Integralrechnung“

Stammfunktionen, bestimmtes Integral, Zusammenhang zwischen Differenzieren und Integrieren, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, Integrationsregeln, Deutungen des Integrals (Flächeninhalt, Volumen, physikalische Deutungen) ([5], S.6).

„Dynamische Prozesse“

Beschreiben von Systemen, Wirkungsdiagramme, Flussdiagramme, Differenzengleichungen oder Differentialgleichungen, dynamisches Verhalten von Systemen, Lösen von einfachen Differentialgleichungen ([5], S.6).

„Stochastik“

Stetige Zufallsvariable, stetige Verteilung, Normalverteilung, Anwendungsorientierung, statistische Hypothesentests, Konfidenzintervalle ([5], S.6).

2 Physik

2.1 AHS Unterstufe

Im Bezug auf Vernetzungen innerhalb und außerhalb der Physik bzw. des fächerübergreifenden Unterrichts schreibt der Lehrplan vor:

„Außerdem hat der Physikunterricht den Schülerinnen und Schülern in Verbindung mit anderen Unterrichtsgegenständen die Vielschichtigkeit des Umweltbegriffes bewusst zu machen. Dadurch soll eine bessere Orientierung in der Umwelt und entsprechend verantwortungsbewusstes Handeln erreicht werden.“

Dies geschieht durch:

- Erkennen der kulturellen und wirtschaftlichen Bedeutung der Physik;

- Erkennen von Gefahren, die durch die Anwendung naturwissenschaftlich-technischer Erkenntnisse verursacht werden, und Auseinandersetzung mit problemadäquaten Maßnahmen zur Minimierung (Unfallverhütung, Verkehrserziehung, Strahlenschutz, Zivilschutz, Friedenserziehung ...);
- Einsicht gewinnen in die Bedeutung technischer Entwicklungen für Gesellschaft und Umwelt;
- Einblicke gewinnen in die Berufs- und Arbeitswelt.

Auf Beiträge österreichischer Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler, Forscherinnen und Forscher, Technikerinnen und Techniker sowie Erfinderinnen und Erfinder ist besonders einzugehen“ ([8], S.1).

Nun folgt der Lehrplan für die einzelnen Klassen mit den zentralen Themen, die behandelt werden sollen:

2. Klasse

„Die Physik bestimmt unser Leben“

Denkweise der Physik, physikalische und nicht-physikalische Denkvorgänge ([8], S.3).

„Die Welt, in der wir uns bewegen“

Bewegungsabläufe, Bewegungsfördernde und bewegungshemmende Vorgänge, Weg, Geschwindigkeit, gleichförmige und gleichförmig beschleunigte Bewegung, Masse und Kraft, Masse und Trägheit, Gewichtskraft, Reibung ([8], S.3).

„Alle Körper bestehen aus Teilchen“

Teilchenmodell, Teilchenaufbau, Temperatur, Wärme, Wärmemenge, Wärmedehnung, Ausbreitung von Schall, Druck, Frequenz, Tonhöhe, Lautstärke, Schallgeschwindigkeit, Schwimmen, Schweben, Sinken, Dichte, Gewichtsdruck in Flüssigkeiten und Gasen ([8], S.3).

„Der Traum vom Fliegen“

Bewegungsmöglichkeiten von Kleinstkörpern, Ballonfahrt, ‚aktives‘ Fliegen ([8], S.3).

3. Klasse

„Unser Leben im ‚Wärmebad‘“

Unterschied ‚Wärme‘ und ‚Temperatur‘, Wärme und Kälte als Bewegungsenergie der Teilchen, Wärmetransport (Wärmeleitung, Wärmeströmung, Wärmestrahlung), Bedeutung der Wärmeenergie, Zustandsänderungen, Energieumsetzungen, Wetter, Klima ([8], S.3f).

„Elektrische Phänomene sind allgegenwärtig“

Auswirkung geladener Teilchen auf makroskopische Vorgänge, Spannungsquellen, Stromkreise, Gleichstrom, Wechselstrom, Stromstärke, Spannung, Widerstand, Ohm'sches Gesetz, elektrische Erscheinungen in Natur und Technik ([8], S.4).

„Elektrotechnik macht vieles möglich“

Energieumformung, Arbeitsverrichtung, Wirkungsgrad, Sicherheitsbewusstsein im Umgang mit Elektrogeräten, Sicherungen, Isolation, Energiesparmaßnahmen ([8], S.4).

4. Klasse

„Elektrizität bestimmt unser Leben“

Zusammenhang zwischen elektrischer und magnetischer Energie, Permanentmagnet, Elektromagnet, elektromagnetische Induktion, Generator, Transformator, Elektromotor, Funktionsprinzipien technischer Geräte ([8], S.4).

„Die Welt des Sichtbaren“

Lichtausbreitung, Funktionsprinzip optischer Geräte (Mikroskop, Fernrohr), Bilderzeugung, Spiegel, Brechung, Totalreflexion, Farben ([8], S.4-5).

„Gekrümmte Wege auf der Erde und im Weltall“

Zentripetalkraft, Querkraft, Gewichtskraft als Gravitationskraft, Bewegung von Planeten und Satelliten ([8], S.5).

„Das radioaktive Verhalten der Materie“

Veränderungen im Atomkern als Ursache der ‚Radioaktivität‘ (Eigenschaften von Alpha-, Beta- und Gammastrahlung), radioaktiver Zerfall, Energieumsetzung in Sonne/Sternen, Kernreaktionen (Kernfusion, Kernspaltung) ([8], S.5).

2.2 AHS Oberstufe

Im Bezug auf Vernetzungen innerhalb und außerhalb der Physik bzw. des fächerübergreifenden Unterrichts schreibt der Lehrplan vor:

„Die Schülerinnen und Schüler sollen eine rationale Weltsicht erwerben, aktiv die spezifische Arbeitsweise der Physik und ihre Bedeutung als Grundlagenwissenschaft erkennen und damit beurteilen lernen, welche Beiträge zu persönlichen und gesellschaftlichen Entscheidungen physikalische Methoden liefern können. Weiters sollen sie die Bedeutung physikalischer Phänomene und Konzepte im Alltag und in der Umwelt und für die Welterkenntnis erfassen und für ihre Lebensgestaltung nutzen. Dadurch sollen die Schülerinnen und Schüler Einblicke in die Vorläufigkeit von naturwissenschaftlichen Erkenntnissen erhalten

und die Bedeutung neuer Sichtweisen bei anstehenden Problemen (Paradigmenwechsel) sowie die Physik als schöpferische Leistung der Menschheit und damit als Kulturgut erkennen. Der Physikunterricht hat einen wichtigen Beitrag zur Berufsorientierung und der persönlichen Berufswahl zu leisten“ ([7], S.1).

Nun folgt der Lehrplan für die einzelnen Klassen mit den zentralen Themen, die behandelt werden sollen:

5. und 6. Klasse

Behandlung von Themen der klassischen Physik:

Größenordnungen im Mikro- und Makrokosmos, Grundlagen der Elektrizitätslehre (einfacher Stromkreis, Spannung, Strom, elektrischer Widerstand, elektrische Energie und Umgang mit elektrischen Messgeräten), Wärmelehre (Zustände, Zustandsänderungen, Teilchenkonzept, Energie, thermodynamische Hauptsätze), Bewegungslehre (Relativität von Ruhe und Bewegung, Bewegungsänderung: Energieumsatz und Kräfte, geradlinige und kreisförmige Bewegung, Impuls und Drehimpuls, Modell der eindimensionalen harmonischen Schwingung), Planetenbewegung, Verkehrsgeschehen, Grundeigenschaften mechanischer Wellen (Akustik, Seismik) ([7], S.3).

7. und 8. Klasse

Behandlung von Themen der modernen Physik:

Querverbindungen zu anderen Bereichen knüpfen, Einfluss der aktuellen Physik, Licht als Überträger von Energie, Atomphysik (Spektren, Energieniveaus, Modell der Atomhülle, Heisenberg'sche Unschärferelation, Beugung und Interferenz von Quanten, statistische Deutung), elektrische und magnetischer Felder (Feldquellen, Induktionsprinzip, elektromagnetische Wellen, Licht, Polarisierung, Beugung), technische Anwendungen, Strahlungshaushalt der Erde, Energiebereitstellung, Kernphysik (Aufbau und Stabilität der Kerne, ionisierende Strahlung, Energiequelle der Sonne, medizinische und technische Anwendungen), Struktur von Raum und Zeit (Entwicklungsprozesse von Weltansichten zur modernen Kosmologie, Gravitationsfeld, Grundgedanken der speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie, Aufbau und Entwicklung des Universums), Quantenphysik (Ordnung, Chaos), Materialwissenschaften (Miniaturisierung, Erzielung definierter Eigenschaften durch kontrollierte Manipulation, Bionik), Verfeinerung des Teilchenkonzept auf Quarks und Leptonen ([7], S.3f).

3 Analyse der Unterstufenbücher

1 Das ist Mathematik - Reichel, Humenberger

1.1 Allgemeines zur Schulbuchreihe

Die vorliegende Schulbuchreihe (verfasst von Hans-Christian Reichel, Hans Humenberger [Hrsg.]) besteht aus vier Büchern: *Das ist Mathematik 1*, *Das ist Mathematik 2*, *Das ist Mathematik 3* und *Das ist Mathematik 4*.

Das Buch *Das ist Mathematik 1* beinhaltet die großen Themenbereiche Arithmetik und Geometrie. Die Arithmetik gliedert sich in die Themengebiete „Natürliche Zahlen“, „Rechnen mit natürlichen Zahlen“, „Gleichungen und Ungleichungen“, „Dezimalzahlen“, „Rechnen mit Dezimalzahlen“, „Statistik - Mittelwert und graphische Darstellungen“, „Zeitmessung“ und „Bruchzahlen“. Die Geometrie gliedert sich in die Themengebiete „Quader und Würfel - Einführung in die Geometrie“, „Geometrische Grundbegriffe“, „Kreis“, „Rechteck und Quadrat“, „Maßstäbliches Zeichnen“ und „Quader und Würfel - Oberfläche und Rauminhalt“ ([19], S.3ff).

Das Buch *Das ist Mathematik 2* beinhaltet die großen Themengebiete Arithmetik und Geometrie. Die Arithmetik gliedert sich in die Themengebiete „Teilbarkeit natürlicher Zahlen“, „Brüche und Bruchzahlen“, „Rechnen mit Bruchzahlen“, „Gleichungen und Formeln“, „Direkte und indirekte Proportionalität“, „Prozentrechnung“ und „Statistik“. Die Geometrie gliedert sich in die Themengebiete „Erweiterung der geometrischen Grundbegriffe“, „Dreieck“, „Vierecke und regelmäßige Vielecke“ und „Prisma“ ([20], S.3ff).

Das Buch *Das ist Mathematik 3* beinhaltet die großen Themengebiete Arithmetik und Geometrie. Die Arithmetik gliedert sich in die Themengebiete „Ganze und rationale Zahlen“, „Algebra“, „Verhältnisse und Proportionen“, „Prozent- und Zinsrechnung“ und „Statistik“. Die Geometrie gliedert sich in die Themengebiete „Flächeninhalt“, „Ähnlichkeit“, „Lehrsatz des Pythagoras“ und „Körper“ ([21], S.3ff).

Das Buch *Das ist Mathematik 4* beinhaltet die großen Themengebiete Arithmetik und Geometrie. Die Arithmetik gliedert sich in die Themengebiete „Reelle Zahlen“, „Elementare Algebra“, „Funktionen“, „Lineare Gleichungen mit zwei Variablen“, „Anwendungen in Naturwissenschaft und Technik“ und „Statistik“. Die Geometrie gliedert sich in die Themengebiete „Lehrsatz des Pythagoras“, „Berechnungen am Kreis“, „Zylinder - Kegel - Kugel“ und „Erweiterung und Vertiefung“ ([22], S.3ff).

1.2 Physikalische Inhalte beim Arbeiten mit Zahlen und Maßen

1.2.1 „Dezimalzahlen“

Im Buch **Das ist Mathematik 1** wird im Kapitel zu den Dezimalzahlen gleich zu Beginn das Meter als Längenmaß und das Kilogramm als Massenmaß motiviert. Dabei wird historisch gearbeitet und über das Urmeter und das Urkilogramm gesprochen. Weiters wird in der Motivation darüber gesprochen, dass mit den Einheiten Meter und Kilogramm gerechnet werden kann und diese auch als Dezimalzahlen darstellbar sind ([19], S.94f).

Es werden danach die **Längenmaße** thematisiert und dabei wird genauer auf die Unterteilungen und Vielfachen eines Meters eingegangen. Hierbei werden die Umwandlungen speziell hervorgehoben. Es wird auch darauf eingegangen, dass das Meter die Einheit der Länge ist, wie sie in der Physik als SI-Einheit bekannt ist ([19], S.100).

Danach wird auf die **Massenmaße** und im Speziellen auf die Unterteilungen und Vielfachen des Kilogramms eingegangen. Die Umwandlungen der einzelnen Einheiten wird hervorgehoben. Es wird darauf eingegangen, dass das Kilogramm die Einheit der Masse ist, wie sie in der Physik als SI-Einheit bekannt ist. Im Buch wird ein Hinweis gegeben, dass es einen Unterschied zwischen Gewicht und Masse gibt. Im Alltag verwendet man das Wort „Gewicht“ oft für das Wort „Masse“. Die Masse wird in der Physik mit der Einheit Kilogramm (kg) angegeben, während das Gewicht in der Einheit Newton (N) angegeben wird ([19], S.102).

Das Gewicht ist nämlich jene Kraft, mit der ein Gegenstand mit dessen Masse von der Erde angezogen wird ([13], S.21). Die Masse eines Körpers gibt hingegen an, wie träge ein Körper ist ([13], S.15).

Es werden auch noch die englische Längenmaße yard, foot und inch, die Seemeile und die Geschwindigkeitseinheit Knoten kurz thematisiert und vier Aufgaben (Nr. 653-656) gestellt; diese möchte ich aber an dieser Stelle nicht anführen ([19], S.117).

1.2.2 „Bruchzahlen“

Im Buch **Das ist Mathematik 2** wird im Kapitel zu den Bruchzahlen bereits in der Motivation eine Verbindung der Bruchzahlen mit der Musik, im Speziellen mit den Intervallen, geknüpft. Jedes Intervall entspricht einem Verhältnis. Sozusagen hängen die Intervalle das Thema Akustik beziehungsweise über das Thema Schall und Schwingungen und Wellen mit der Physik zusammen ([20], S.32f).

„Der Schall breitet sich in der Sekunde $333\frac{1}{3}m$ weit aus. Dagegen ist die Zeit, die das Licht für diese Strecke benötigt, verschwindend klein.

- a) *Marc sieht das Aufflammen eines Blitzes und beginnt die Sekunden zu zählen. 9 s dauert es, bis der Donner zu hören ist. In welcher Entfernung von Marc hat der Blitz eingeschlagen?*

- b) Nicki befindet sich gegenüber einer Felswand. Er ruft und beobachtet, dass das Echo nach 4 s bei ihm eintrifft. In welcher Entfernung von der Felswand befindet sich Nicki ungefähr?

Hinweis: Beachte, dass der Schall die Strecke Nicki-Felswand zwei Mal zurücklegt!

- c) Auf einer Tunnelbaustelle wird um genau 12:00 Uhr mittags gesprengt. Lisa hört den Knall der Explosion erst 12 s nach 12:00 Uhr. Wie weit ist sie von der Baustelle entfernt?“ ([20], S.66).

1.2.3 „Ganze und rationale Zahlen“

Im Buch **Das ist Mathematik 3** wird im Kapitel zu den ganzen Zahlen der Temperaturverlauf über einen Tag betrachtet und ein Polygonbild zum Verlauf gezeichnet ([21], S.17).

„Eine Meteorologin hat die Temperatur zu verschiedenen Zeitpunkten eines Tages gemessen und mit den Temperaturwerten ein Polygonbild gezeichnet (...). Lies die für 0 Uhr, 6 Uhr, 9 Uhr, 12 Uhr, 15 Uhr, 18 Uhr und 24 Uhr angegebenen Temperaturwerte ab und lege eine Tabelle an! Gib auch die jeweilige Temperaturänderung zwischen den Zeitpunkten an!“ ([21], S.17)

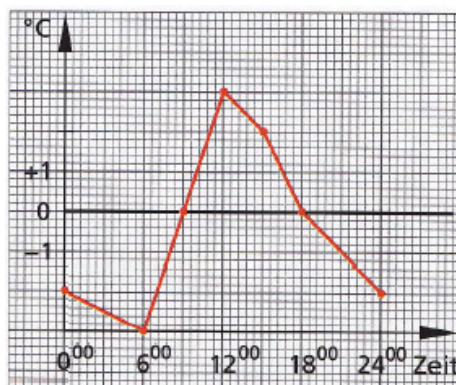


Abbildung 3.1: Veranschaulichung zu Aufgabe 44 ([21], S.17)

Es wird dann noch später im Kapitel eine Verbindung der vier Grundrechenarten mit den rationalen Zahlen erstellt. Hierbei wird als Beispiel die Umrechnung der Temperatur von der Fahrenheit-Skala zur Celsius-Skala besprochen und eine Umrechnungsformel angegeben ([21], S.50).

$$^{\circ}\text{C} = (^{\circ}\text{F} - 32) \cdot \frac{5}{9} \quad (3.1)$$

1.2.4 „Prozent- und Zinsrechnung“

Im Buch **Das ist Mathematik 3** werden im Kapitel zur Prozent- und Zinsrechnung zwei Beispiele mit physikalischem Hintergrund angeführt. Ein Beispiel beschäftigt sich mit dem

Abkühlvorgang in der Thermodynamik (Nr. 744) und ein anderes Beispiel beschäftigt sich mit der **Lichtstärke** (Nr. 745) ([21], S.154).

- „Wird ein Gegenstand auf 1000°C in einen Raum mit der konstanten Temperatur von 0°C gebracht, so nimmt seine Temperatur pro Minute um $\frac{1}{10}$ ihres Betrages ab. Welche Temperatur hat der Gegenstand 1) nach 2 min, 2) nach 5 min, 3) nach 10 min?
- Die Intensität I_0 eines Lichtstrahles nimmt beim Durchgang durch eine Glasplatte von 1 cm Dicke um 2% ab. Stelle eine Formel für die Berechnung der Lichtstärke I_d auf, wenn der Lichtstrahl eine Glasplatte gleicher Güte von d cm Dicke durchsetzt!“ ([21], S.154).

1.2.5 „Zeitmessung“

Im Buch **Das ist Mathematik 1** wird im Kapitel zur Zeitmessung in der Motivation darüber gesprochen, dass die Sonne den Tag bestimmt und der Mond den Monat. Weiters wird über das Jahr gesprochen und den Gregorianischen bzw. Julianischen Kalender ([19], S.140f).

Danach werden **Zeitmaße**, **Zeitdauer** und **Zeitpunkt** definiert. Die Sekunde wird als Maß der Zeit, wie es in der Physik üblich ist, definiert, weil sie eine SI-Einheit ist. Es wird kurz darauf eingegangen, wie eine Minute, eine Stunde, ein Tag, eine Woche, ein Monat und ein Jahr definiert sind. Es kommt auch der Hinweis, was Schaltjahre sind ([19], S.142).

Es werden im Kapitel zwei für die Physik interessante Beispiele angeführt und zwar eines zu **Schallgeschwindigkeit** (Nr. 809) und eines zur **Lichtgeschwindigkeit** (Nr. 810).

- „Die Schallgeschwindigkeit:
Der Schall breitet sich in 1 Sekunde 333 m weit aus. Wie weit kommt (käme) er in a) 1 Minute, b) einer halben Minute?
- Die Lichtgeschwindigkeit:
Das Licht legt in 1 Sekunde eine Strecke von rund 300000 km zurück. Welche Strecke legt es ca. a) in 1 Minute, b) in 1 Stunde, c) in 1 Tag, d) in 1 Jahr (365 Tage) zurück?
Hinweis zu d): Diese Strecke nennt man ein Lichtjahr“ ([19], S.147).

1.3 Physikalische Inhalte beim Arbeiten mit Variablen

1.3.1 „Gleichungen und Formeln“

Im Buch **Das ist Mathematik 2** wird im Kapitel zu den Gleichungen und Formeln das Lösen von Gleichungen geübt. Hierbei kommen einige Formeln der Physik zum Umformen zum Einsatz (Nr. 404, 407-408). Besonders beliebt scheint der **Zusammenhang** zwischen **Weg**, **Geschwindigkeit** und **Zeit** zu sein ([20], S.87f).

- „Setze in der Formel für zwei Variable selbst gewählte Zahlen ein! Berechne dann den Wert für die dritte Variable! [...]

c) $m = \rho \cdot V$ (Masse = Dichte mal Volumen)

d) $v = \frac{s}{t}$ (Geschwindigkeit = Weg durch Zeit)

e) $a = \frac{F}{m}$ (Beschleunigung = Kraft durch Masse)

f) $p = \frac{F}{A}$ (Druck = Kraft durch Fläche)

Bemerkung: ρ (griech. „rho“) Zeichen für Dichte“ ([20], S.87).

- „Bei gleichbleibender Geschwindigkeit kann der zurückgelegte Weg mit folgender Formel berechnet werden:

$$\text{Weg} = \text{Geschwindigkeit} \cdot \text{Zeit} \quad s = v \cdot t$$

- Setze in dieser Formel für zwei Variable selbstgewählte Zahlen ein und berechne den Wert für die dritte Variable!
 - Drücke jede Variable durch die beiden anderen aus!“ ([20], S.88).
- „Berechne den zurückgelegten Weg! Fülle dazu die Tabelle aus!“ ([20], S.88).

	Geschwindigkeit	1) 50 km/h	2) 80 km/h	3) 100 km/h	4) v km/h
Fahrdauer					
Beispiel	3 h	150 km	240 km	300 km	$v \cdot 3 = (v \cdot 3) \text{ km}$
a)	5 h				
b)	10 h				
c)	t h				

Abbildung 3.2: Veranschaulichung zu Aufgabe 409 ([20], S.88)

1.3.2 „Algebra/Elementare Algebra“

Im Buch **Das ist Mathematik 3** werden im Kapitel zum Rechnen mit Termen das **Lichtjahr**, die **Lichtgeschwindigkeit** und die **Abstände zwischen Sonne und Planeten** behandelt (Nr. 406-409). Es werden die Abstände meist in eine Gleitkommadarstellung übertragen ([21], S.85).

- „Ein Lichtjahr ist die Strecke, die das Licht in einem Jahr zurücklegt. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt im Vakuum ca. 299 792 km/s.
 - Gibt in Gleitkommadarstellung einen Näherungswert der Streckenlänge an, die das Licht in 1 s zurücklegt. 1) in Kilometer, 2) in Meter!
 - Schätzt mit Hilfe der Gleitkommadarstellung die Länge eines Lichtjahres in Kilometer (1 Jahr = 365 Tage)! Rechnet zuerst das Jahr in Sekunden um!
 - Der Fixstern, der der Erde nach der Sonne am nächsten ist, heißt Proxima Centauri im Sternbild ‚Centaurus‘. Seine Entfernung von der Erde beträgt

4.2 Lichtjahre. Wie viel Kilometer sind das? Gebt die Streckenlänge mit Hilfe der Gleitkommadarstellung an!

- d) Der Andromedanebel ist die unserer Milchstraße nächste Galaxie. Er ist in klaren Nächten mit bloßem Auge als länglicher Nebelfleck erkennbar und hat eine Entfernung von 2.55 Mio. Lichtjahren. Wie viel Kilometer sind das? Gebt die Streckenlänge mit Hilfe der Gleitkommadarstellung an!“ ([21], S.85).
- „Es gibt acht Planeten, die sich auf elliptischen Bahnen um die Sonne bewegen. Offiziell ist Pluto kein Planet mehr, sondern ein so genannter ‚Planetino‘ (Zwergplanet); aus historischen Gründen führen wir ihn hier an. In der folgenden Tabelle sind die Planeten nach ihrem Abstand zur Sonne geordnet. (Alle Werte sind Näherungswerte.)“ ([21], S.85).

Planet	Abstand	Radius	Masse
Merkur	57 910 000 km	2 439 km	$3.30 \cdot 10^{23}$ kg
Venus	108 160 000 km	6 052 km	$4.87 \cdot 10^{24}$ kg
Erde	149 600 000 km	6 378 km	$5.97 \cdot 10^{24}$ kg
Mars	227 990 000 km	3 397 km	$6.42 \cdot 10^{23}$ kg
Jupiter	778 360 000 km	71 492 m	$1.90 \cdot 10^{27}$ kg
Saturn	1 433 460 000 km	60 268 km	$5.69 \cdot 10^{26}$ kg
Uranus	2 872 460 000 km	25 559 km	$8.68 \cdot 10^{25}$ kg
Neptun	4 495 030 000 km	24 764 km	$1.02 \cdot 10^{26}$ kg
Pluto	5 906 500 000 km	1 195 km	$1.25 \cdot 10^{22}$ kg

Tabelle 3.1: Tabelle zu Aufgabe 407 ([21], S.85)

- a) „Rundet die Abstände der Planeten zur Sonne auf Millionen und gebt sie in Gleitkommadarstellung an!
- b) Die Masse der Sonne beträgt ca. $1.986 \cdot 10^{30}$ kg. Berechnet die Gesamtmasse aller Planeten und vergleicht sie mit der Masse der Sonne! Wievielfach so viel Masse wie alle Planeten zusammen hat die Sonne? Gebt diese Verhältniszahl 1) in Gleitkommadarstellung, 2) ohne Potenzschreibweise an!
- c) Überlegt weitere Fragestellungen zu den Angaben in der Tabelle!“ ([21], S.85).

Etwas später werden dann im Kapitel zu den Gleichungen und Formeln einige Zusammenhänge zwischen Variablen betrachtet. Insbesondere werden die **Arbeit** (Nr. 515), die **Leistung** (Nr. 516), das **Ohm'sche Gesetz** (Nr. 517) und das **Hebelgesetz** (Nr. 518) besprochen. Die ganzen Bemerkungen zu diesen Beispielen werden ausgelassen, denn hier werden die Einheiten und die Abkürzungen der Formelzeichen angeführt ([21], S.104).

- „Drücke aus der Formel $W = F_s \cdot s$ (Arbeit = Kraft mal Weg) 1) F_s , 2) s aus! Rechne zur Kontrolle mit $W = 6300 \text{ Nm (J)}$, $F_s = 420 \text{ N}$, $s = 15 \text{ m}$!“ ([21], S.104).

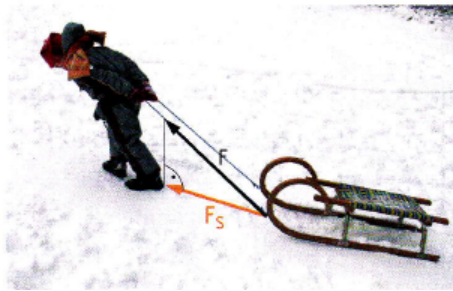


Abbildung 3.3: Veranschaulichung zu Aufgabe 515 [[21], S.104]

- „Drücke aus der Formel $P = \frac{W}{t}$ (Leistung = Arbeit/Zeit) 1) W , 2) t aus! Rechne zur Kontrolle mit $P = 500 \text{ W}$, $W = 3000 \text{ J}$, $t = 6 \text{ s}$!“ ([21], S.104).
- „Drücke aus dem Ohm'schen Gesetz $I = \frac{U}{R}$ (Stromstärke = Spannung/Widerstand) 1) U , 2) R aus! Rechne zur Kontrolle mit $I = 2 \text{ A}$, $U = 230 \text{ V}$, $R = 115 \Omega$!“ ([21], S.104).
- „Drücke aus dem Hebelgesetz $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$ (Kraft mal Kraftarm = Last mal Lastarm) 1) F_1 , 2) F_2 , 3) l_1 , 4) l_2 aus! Rechne zur Kontrolle mit $F_1 = 300 \text{ N}$, $l_1 = 4 \text{ m}$, $F_2 = 400 \text{ N}$, $l_2 = 3 \text{ m}$!“ ([21], S.104).

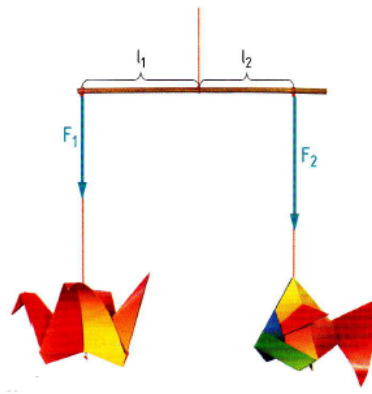


Abbildung 3.4: Veranschaulichung zu Aufgabe 518 [[21], S.104]

Bei den Aufgaben zur Arbeit und zum Hebelgesetz wird die Vektordarstellung nur zur Veranschaulichung verwendet, ebenso wie im Physikunterricht.

Im Buch **Das ist Mathematik 4** wird im Kapitel zur Fehlerabschätzung ein Beispiel (Nr. 312) zur **Lichtgeschwindigkeit** angeführt ([22], S.69).

„Die Lichtgeschwindigkeit wird häufig mit $300\,000 \text{ km/s}$ angegeben. Ein genauere Näherungswert ist $299\,790 \text{ km/s}$. Wie groß ist 1) der absolute, 2) der relative, 3) der prozentuelle Fehler des ersten Näherungswertes bezogen auf den genaueren Wert?“ ([22], S.69).

1.3.3 „Funktionen“

Im Buch **Das ist Mathematik 4** werden im Kapitel zu den Funktionen bei den Zuordnungen, Tabellen und Graphen einige Beispiele mit physikalischem Hintergrund bearbeitet. Ein Beispiel beschäftigt sich mit dem **freien Fall** (Nr. 348), ein Beispiel mit der **Schwingungsdauer eines Pendels** (Nr. 349), ein anderes Beispiel mit einem **Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm** (Nr. 350), das nächste Beispiel behandelt den **Anhalteweg** (Nr. 351) und die letzten Beispiele befassen sich mit dem Befüllen von Gefäßen (Nr. 353, 356, 357). An dieser Stelle werde ich aber nur die Aufgabe zur Schwingungsdauer eines Pendels und eine Aufgabe zum Befüllen von Gefäßen anführen. Im Buch wird beim Pendelbeispiel auf das Foucault'sche Pendel verwiesen ([22], S.78ff).

- „Stelle die Schwingungsdauer als Funktion der Pendellänge dar ($1\text{ m} \hat{=} 1\text{ cm}$; $1\text{ s} \hat{=} 1\text{ cm}$).“

Bemerkung: Unter Schwingungsdauer versteht man die Zeit, die das Pendel braucht, um einmal hin und her zu schwingen“ ([22], S.78).

Pendellänge	Schwingungsdauer
0.25 m	1 s
1.00 m	2 s
2.25 m	3 s
4.00 m	4 s
6.25 m	5 s
9.00 m	6 s

Tabelle 3.2: Tabelle zu Aufgabe 349 ([22], S.78)

- „Drei verschieden geformte Gefäße werden gleichzeitig mit Wasser befüllt. Damit alle drei Gefäße in der gleichen Zeit voll sind, wird der Wasserhahn unterschiedlich stark aufgedreht. Die drei Graphen unten zeigen jeweils, wie die Wasserhöhe in den Gefäßen mit der Zeit ansteigt. Welcher Graph gehört zu welchem Gefäß?“ ([22], S.80).

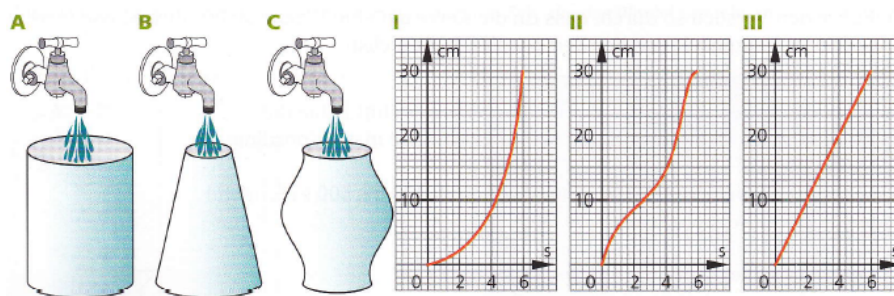


Abbildung 3.5: Veranschaulichung zu Aufgabe 356 ([22], S.80)

Des Weiteren wird bei den Funktionsgleichungen auf gleichförmige Bewegungen eingegangen. Hierbei sollen ein Weg-Zeit-Diagramm und ein Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm angefertigt werden (Nr. 384-385). Diese Beispiele werden aber hier nicht angeführt. Weiters wird ein Beispiel zur **Kinetischen Energie** (Nr. 386) und ein Beispiel zum **Boyle-Mariotte'schen Gesetz** (Nr. 387) gebracht, wobei letzteres an dieser Stelle nicht angeführt wird ([22], S.87).

„Angenommen, ein Auto ist frontal gegen eine Mauer (einen Baum) gefahren. Als Maß für die Wucht des Aufpralls kann man die kinetische Energie (Bewegungsenergie) des Autos nehmen. Hat das Auto die Masse m (in Kilogramm) und fährt es mit der Geschwindigkeit v (in m/s) so gilt:

$$\text{Kinetische Energie } E = \frac{mv^2}{2}$$

Zeichne den Graphen der Zuordnung Geschwindigkeit $v \mapsto$ kinetische Energie E im Intervall $0 \text{ m/s} \leq v \leq 36 \text{ m/s}$ für $m = 1000 \text{ kg}$!

Bemerkung: Einheit der kinetischen Energie: J (Joule)“ ([22], S.87).

Im Kapitel zu den linearen Funktionen werden der **Bremsvorgang** (Nr. 406) und die **Ausdehnung** (Nr. 407) behandelt ([22], S.93).

- „Beim gleichmäßigen Bremsvorgang eines Autos ist die Geschwindigkeit nach t Sekunden durch die Formel $v = v_0 - b \cdot t$ gegeben (v in m/s; $v_0 > 0$; $b > 0$).
 - 1) Welche Bedeutung hat v_0 ? Welche Bedeutung hat b ?
 - 2) Um wie viel nimmt die Geschwindigkeit des Autos in t Sekunden ab?
 - 3) Nach welcher Zeit kommt das Auto zum Stillstand?
 - 4) Ist die Funktion mit $v = v_0 - b \cdot t$ steigend oder fallend? Wie sieht der Graph der Funktion etwa aus? Was bedeuten die Schnittpunkte des Graphen mit den Achsen?“ ([22], S.93)
- „Wird ein Stab erwärmt, so dehnt er sich aus. Seine Länge l (in Meter) bei der Temperatur t (in $^{\circ}\text{C}$) ist gegeben durch $l = l_0(1 + \alpha t)$. Dabei sind l_0 und α Konstanten. α heißt linearer Ausdehnungskoeffizient und hängt vom Material des Stabes ab.
 - 1) Welche Bedeutung hat l_0 ?
 - 2) Wie groß ist die Steigung der zugehörigen Funktion?
 - 3) Um wie viel dehnt sich der Stab bei Erwärmung a) um 1°C , b) um 2°C , c) um $t^{\circ}\text{C}$ aus?
 - 4) Zwei Stäbe gleichen Materials haben bei einer Temperatur von 0°C verschiedene Längen. Welcher Stab dehnt sich bei Erwärmung um 1°C stärker aus? Begründe deine Antwort!“ ([22], S.93).

1.3.4 „Anwendungen in Naturwissenschaft und Technik“

Im Buch **Das ist Mathematik 4** wird im Kapitel zu den Anwendungen in Naturwissenschaft und Technik ein Auge auf die Anwendungen in der Physik geworfen. Hierbei werden Aufgaben zu Berechnungen an der **schiefen Ebene** gestellt (Nr. 495-497). Parallel wird erklärt, was eine schiefe Ebene sein soll und auch das Kräfteparallelogramm wird erklärt ([22], S.115).

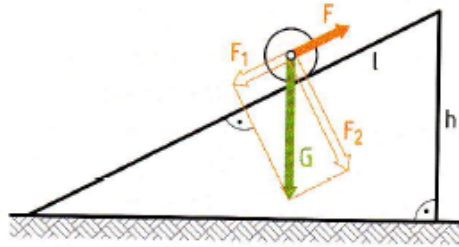


Abbildung 3.6: Veranschaulichung zur schiefen Ebene und zum Kräfteparallelogramm ([22], S.115]

An dieser Stelle werde ich nun eine Aufgabe zur schiefen Ebene anführen:

„Ein Auto ($G = 10000\text{ N}$) fährt von Ferleiten aus die Großglockner-Hochalpenstraße zum Fuscher-Törl (rund 1200 m Höhenunterschied, etwa 20 km Länge) hinauf. Um wie viel Newton ist die vom Auto aufzuwendende Kraft F kleiner als das Gewicht G ?“ ([22], S.115).

Weiters wird im Kapitel zu den Anwendungen in der Physik jeweils ein Beispiel zur **Elastizität** und eines zur **Wellenlehre** angeführt ([22], S.116).

Im nächsten Kapitel bei den Bewegungsaufgaben werden 5 Aufgaben zur gleichförmigen Bewegung (Nr. 500-504) gebracht. Es werden auch zwei Musteraufgaben durchgerechnet. Bei den Beispielen geht es um zwei verschiedene gleichförmige Bewegungen, die z.B. ein Fußgänger und ein Radfahrer ausführen. Es stellt sich die Frage, wann sich die Funktionen schneiden. Es wird jeweils eine rechnerische und eine graphische Lösung verlangt ([22], S.117f).

1.4 Physikalische Inhalte beim Arbeiten mit Figuren und Körpern

1.4.1 „Geometrische Grundbegriffe“

Im Buch **Das ist Mathematik 1** werden im Kapitel zur „Besonderen Lage von Geraden“ einige **optische Täuschungen** (Nr. 1036) gebracht, die auf der Parallelität von zwei oder mehreren Geraden basieren. Sie sollen demonstrieren, die einfach sich das menschliche Auge täuschen lässt.

„Optische Täuschungen:

Überprüfe mit deinen Dreiecken, ob die orange gezeichneten Geraden parallel sind!“ ([19], S.189).

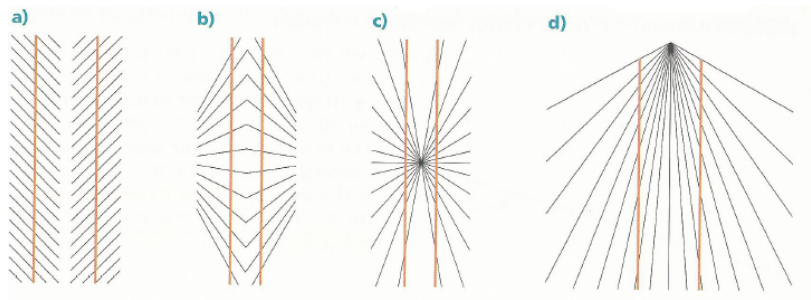


Abbildung 3.7: Veranschaulichung zu Aufgabe 1036 [[19], S.189]

1.4.2 „Ähnlichkeit“

Im Buch **Das ist Mathematik 3** wird in der Motivation zum Thema „Ähnlichkeit“ über die Bestimmung des Abstandes zwischen Erde und Mond und zwischen Erde und Sonne gesprochen. Beim Abstand zwischen Erde und Mond wird darauf eingegangen, dass es mit einer Mondfinsternis möglich ist, den Abstand abzuschätzen ([21], S.202).



Abbildung 3.8: Bestimmung des Abstandes zwischen Erde und Mond [[21], S.202]

Für die Bestimmung des Abstandes zwischen Erde und Sonne musste gerade Halbmond herrschen, sodass die Gerade Sonne-Mond und Mond-Erde sich in einem Winkel von 90° schneiden ([21], S.202).



Abbildung 3.9: Bestimmung des Abstandes zwischen Erde und Sonne [[21], S.202]

Des Weiteren wird zu den praktischen Anwendungen der Ähnlichkeit eine Aufgabe zum **Reflexionsgesetz** angeführt ([21], S.218).

„Bei der Reflexion von Lichtstrahlen an einem ebenen Spiegel gilt das Reflexionsgesetz: Der einfallende Strahl und der reflektierte Strahl schließen mit dem Lot gleich große Winkel ein (Einfallswinkel = Ausfallswinkel). Die Strahlen und das Lot liegen in einer Ebene. Ein vom Punkt A ausgehender Lichtstrahl wird im Punkt E vom Spiegel CD zum Punkt B hin reflektiert. Zeige, dass die beiden rechtwinkligen Dreiecke ACE und EDB ähnlich sind!“ ([21], S.218).

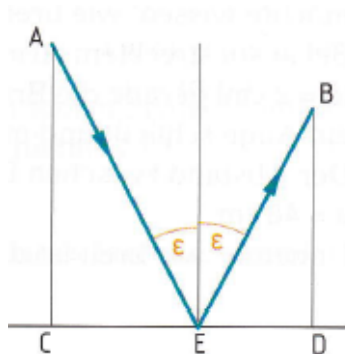


Abbildung 3.10: Veranschaulichung zu Aufgabe 1107 [[21], S.218]

1.4.3 „Kreis“

Im Buch **Das ist Mathematik 1** wird im Kapitel über den Kreis auf die Erde als Scheibe, die **Planetenbahnen** und das **Weltbild** eingegangen. Schon der Astronom und Mathematiker Ptolemäus wusste, dass Planetenbahnen nur kreisförmig sein können. Dabei bewegt sich der Planet aber nicht direkt auf einem Kreis um die Erde, sondern in Schleifen. Das ptolemäische Weltbild wurde aber verworfen. Im Weltbild von Kopernikus war nun die Sonne in der Mitte des Weltbildes und die Erde bewegt sich um die Sonne, nur der Mond bewegt sich um die Erde. Kepler führte im 17. Jahrhundert Ellipsenbahnen als Planetenbahnen ein ([19], S.202f).

Im Buch **Das ist Mathematik 4** werden im Kapitel zu den Berechnungen am Kreis Beispiele zu **Umlaufbahnen** Satelliten betrachtet, hier wird ein genauerer Blick auf die Umlaufdauer geworfen ([22], S.194).

„Der Radius der Erdkugel beträgt rund 6370 km. Ein Satellit umkreist die Erde in der angegebenen Höhe und Umlaufzeit.“

- 1) Wie viel Kilometer legt der Satellit bei einer Umrundung der Erde zurück?
- 2) Wie viel Kilometer legt er in 1 h zurück?“ ([22], S.194).

Weiters wird auch die Umlaufbahn eines Planeten um die Sonne betrachtet; hierbei wird ein Kreissektor berechnet ([22], S.208).

„Die Bahn des Planeten Venus um die Sonne ist annähernd ein Kreis mit dem Radius $r = 108 \cdot 10^{16} \text{ km}$. Die Umlaufdauer beträgt rund 225 Tage. Wie groß ist die Fläche, die von der (gedachten) Verbindungslinie Sonne-Venus in einer Sekunde überstrichen wird?“ ([22], S.208).

1.4.4 „Dreieck“

Im Buch **Das ist Mathematik 2** wird im Kapitel über das Dreieck der Schwerpunkt thematisiert. Konkret geht es darum, was der Schwerpunkt ist und wie man ihn bestimmen

kann. Im physikalischen Sinn hat ein Körper im Schwerpunkt seinen **Gleichgewichtspunkt** ([20], S.208).

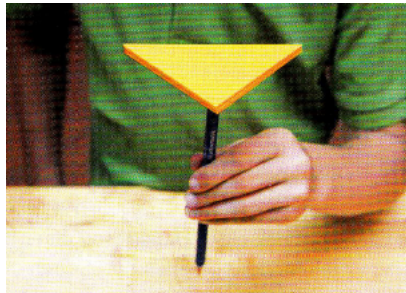


Abbildung 3.11: Dreieck im Gleichgewicht [[20], S.208]

1.4.5 „Rauminhalt des Quaders“

Im Buch **Das ist Mathematik 1** wird im Kapitel zum Rauminhalt eines Quaders ein Beispiel zur Flüssigkeitsverdrängung (Nr. 1343) gebracht, welches physikalisch relevant ist im Sinne eines **Auftriebs**.

„Man kann den Rauminhalt von festen Körpern durch ‚Flüssigkeitsverdrängung‘ feststellen.

- 1) *Lies an der Skala des linken Messbechers zuerst den Rauminhalt der Flüssigkeitsmenge in Kubikzentimeter ab!*
- 2) *Stelle fest, auf welchen Wert die Anzeige gestiegen ist, nachdem der dargestellte Körper in die Flüssigkeit eingetaucht worden ist, und gib den Rauminhalt des Körpers in Kubikzentimeter an!*
- 3) *Tobias behauptet, dass die Kubikzentimeter-Einteilung auf dem Messglas einer Deziliter-Einteilung entsprechen würde. Verena ist anderer Meinung und sagt, dass 1 cm^3 genau 1 cl entspricht.*

Wer von den beiden hat recht? Oder irren beide? Begründe deine Antwort!“
([19], S.264).

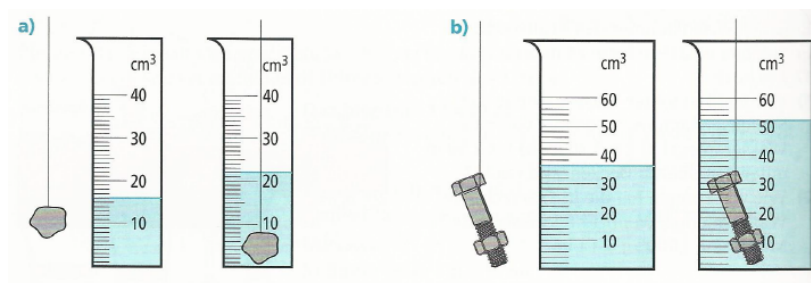


Abbildung 3.12: Veranschaulichung zu Aufgabe 1343 [[19], S.264]

1.4.6 „Prisma“

Im Buch **Das ist Mathematik 2** werden im Kapitel zu den Prismen **optische Täuschungen** behandelt ([20], S.256).

„Optische Täuschungen: Kann das sein? Was ist auf den Bildern jeweils falsch?“ ([20], S.256).

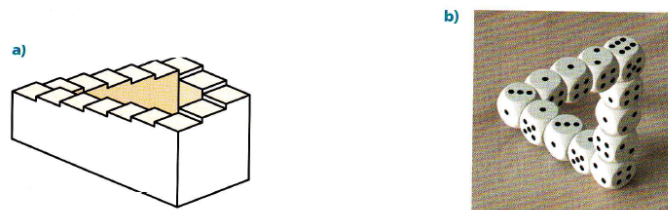


Abbildung 3.13: Veranschaulichung zu Aufgabe 1134 ([20], S.256)

Im Buch **Das ist Mathematik 3** wird im Kapitel zum Prisma die Masse und **Dichte** eingeführt. Es wird beschrieben, dass gleich große Körper aus unterschiedlichen Materialien oft unterschiedliche Massen besitzen. Um die Materialien vergleichen zu können, wird die Masse pro Volumseinheit berechnet. Die Dichte ist dann der Quotient aus Masse m und Volumen V . Die Einheit der Dichte ist kg/m^3 und ist eine Materialkonstante. Im Buch werden dann zahlreiche Aufgaben zur Berechnung der Dichte gestellt, aber auch Umkehraufgaben, wo das Volumen bei bekannter Dichte gefragt war ([21], S.246ff).

1.4.7 „Drehzylinder“

Im Buch **Das ist Mathematik 4** wird im Kapitel zum Drehzylinder eine Aufgabe gestellt, bei der es um **Materialeigenschaften** geht ([22], S.214).

„Von einem Drehzylinder kennt man den Radius und die Höhe sowie das Material. Berechne 1) Mantelfläche, 2) Oberfläche, 3) Volumen und 4) Masse des Drehzylinders!“ ([22], S.214).

Zylinder	a)	b)	c)	d)	e)
r	15 mm	63 cm	32 cm	112 cm	328 cm
h	60 mm	97 cm	65 cm	237 cm	540 cm
Material	Blei	Zink	Kupfer	Eisen	Fichtenholz, trocken
Dichte	$11300 \text{ kg}/\text{m}^3$	$7130 \text{ kg}/\text{m}^3$	$8960 \text{ kg}/\text{m}^3$	$7870 \text{ kg}/\text{m}^3$	$500 \text{ kg}/\text{m}^3$

Tabelle 3.3: Tabelle zu Aufgabe 877 ([22], S.214)

1.5 Physikalische Inhalte beim Arbeiten mit Modellen und Statistik

1.5.1 „Direkte und indirekte Proportionalitäten“

Im Buch **Das ist Mathematik 2** werden im Kapitel zu den direkten und indirekten Proportionalitäten Beispiele zum Schall und dessen Eigenschaften gegeben (Nr. 523-525).

Im ersten Beispiel wird die **Schallgeschwindigkeit** und die **Mach-Zahl** motiviert. Dieses Beispiel wird aber an dieser Stelle nicht angeführt. In den anderen beiden Beispielen wird das Echo und wieder die Schallgeschwindigkeit behandelt. Nun werden aber mehr Zusammenhänge zwischen den einzelnen Variablen sichtbar als noch im Kapitel zu den Gleichungen und Formeln ([20], S.112).

- „Das Echo an einer Felswand kommt 1) nach 2 s, 2) nach 4 s, 3) nach 5 s zurück. Wie weit ist die Felswand entfernt?“ ([20], S.112).
- „Sound travels at approximately 330 m/s.
 - a) How far away is the thunderstorm if you can count 6.5 s between seeing the lightning and hearing the thunder?
 - b) If it takes 3.4 s to hear an echo, how far away is the cliff? [...]“ ([20], S.112).

1.5.2 „Verhältnisse und Proportionen“

Im Buch **Das ist Mathematik 3** wird im Kapitel zu den Verhältnissen und Proportionen bereits in der Motivation ein Konnex zwischen der Musik und der Astronomie geknüpft. Intervalle sind Zahlenverhältnisse. Die Pythagoräer glaubten, dass die Himmelsphären, auf denen sich die Planeten bewegen, ebenfalls Zahlenverhältnissen ganzer Zahlen entsprechen ([21], S.112).

Das lässt sich folgendermaßen veranschaulichen:

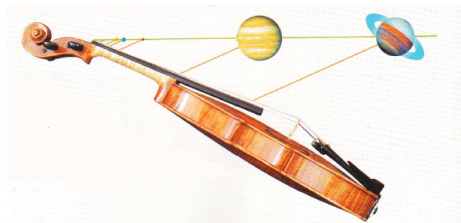


Abbildung 3.14: Veranschaulichung der Verbindung zwischen Musik und Astronomie ([21], S.112)

Des Weiteren werden zwei Aufgaben mit physikalischem Hintergrund gebracht, eines zum **Druck** (Nr. 651) und eines zum **Ohm'schen Gesetz** (Nr. 652). Beide Aufgaben befassen sich damit, was mit den einzelnen Variablen passiert, wenn eine Variable konstant gehalten wird ([21], S.134).

- „Betrachte die Formel $p = \frac{F}{A}$ (Druck = Druckkraft/Fläche)!
 - a) Begründe: Ist A konstant, dann sind p und F direkt proportional. Beschreibe einen Versuch zur Überprüfung dieser Aussage!
 - b) Begründe: Ist F konstant, dann sind p und A indirekt proportional. Beschreibe einen Versuch zur Überprüfung dieser Aussage!“ ([21], S.134)

- „Ohm'sches Gesetz $I = \frac{U}{R}$ (Stromstärke = Spannung/Widerstand)
 - a) Wie ändert sich die Stromstärke I , wenn die Spannung U wächst und der Widerstand R gleich bleibt?
 - b) Wie ändert sich die Stromstärke I , wenn der Widerstand R wächst und die Spannung U gleich bleibt?
 - c) Auf das Wievielfache wächst die Stromstärke I , wenn der Widerstand R auf ein Drittel reduziert wird und die Spannung U gleich bleibt?
 - d) Ist die Stromstärke I zur Spannung U direkt proportional (bei konstantem Widerstand R)?
 - e) Welches Verhältnis besteht zwischen der Stromstärke I und dem Widerstand R , wenn die Spannung U konstant ist? Beschreibe einen Versuch zur Überprüfung eurer Aussage!“ ([21], S.134).

Im Buch **Das ist Mathematik 4** werden im Wiederholungs- und Vertiefungskapitel zu den Verhältnissen und Proportionen zwei Aufgaben mit physikalischem Hintergrund gestellt. Diese befassen sich mit **Größenordnungen** und Entfernungen.

- „Ein Wasserstoffatom besteht aus einem Proton im Atomkern und einem Elektron in der Atomhülle. Das Proton hat eine Größe von 0.000001 nm; das Wasserstoffatom hat eine Größe von 0.1 nm (1 Nanometer nm = 0.000 000 001 m). Nehmen wir an, das Proton hätte den Durchmesser einer Erbse (rund 6 mm). In welcher Entfernung vom Kern befindet sich dann das Elektron? Vergleiche diese Entfernung mit der Höhe eines Gebäudes mit drei Stockwerken, wenn sich die Erbse am Fuß dieses Gebäudes befindet!“ ([22], S.12).
- Ein Modell des Sonnensystems mit den Planeten Jupiter und Erde und der Sonne hat als Erde eine Kugel von 1 cm Radius. Folgende Daten sind dir bekannt:“ ([22], S.12)

	Radius	Abstand von der Sonne
Erde	6 378 km	150 000 000 km
Jupiter	71 492 km	778 000 000 km
Sonne	695 000 km	-

Tabelle 3.4: Tabelle zu Aufgabe 39 ([22], S.12)

- a) „Welchen Radius hat das Modell 1) der Sonne, 2) des Jupiter?
- b) In welchem Abstand von der Sonne ist 1) die Erde, 2) der Jupiter im Modell platziert?“ ([22], S.12).

1.6 Analyse der physikalischen Themengebiete

Themenbereich	Zahlen & Maße	Variablen	Figuren & Körper	Modelle & Statistik
Mechanik	✓	✓	✓	✓
Schwingungen	✓	✓		✓
Thermodynamik	✓	✓		
Elektrizitätslehre	✓	✓		✓
Optik	✓		✓	

Tabelle 3.5: Analyse „Das ist Mathematik“

2 Physik - Gollenz, Breyer, Tentschert, Reichel

2.1 Allgemeines zur Schulbuchreihe

Die vorliegende Schulbuchreihe (verfasst von Franz Gollenz, Gustav Breyer, Hans-Heimo Tentschert, Erich Reichel) besteht aus drei Büchern: *Physik 2*, *Physik 3* und *Physik 4*.

Das Buch *Physik 2* beinhaltet die Kapitel „Physik bestimmt unser Leben“, „Die Welt, in der wir uns bewegen“, „Alle Körper bestehen aus Teilchen“, „Der Traum vom Fliegen“ und „Elektrische Phänomene sind allgegenwärtig“. Das Kapitel „Die Welt, in der wir uns bewegen“ behandelt die Themen Bewegung, Masse und Kraft und Kräfte in Natur und Technik. Das Kapitel „Alle Körper bestehen aus Teilchen“ behandelt das Teilchenmodell, den Druck und den Schall ([13], S.2f).

Es werden die physikalischen Themengebiete „Mechanik“, „Thermodynamik“, „Schwingungen“ und „Elektrizitätslehre“ behandelt.

Das Buch *Physik 3* beinhaltet die Kapitel „Unser Leben im Wärmebad“, „Elektrische Phänomene sind allgegenwärtig“ und „Elektrotechnik macht vieles möglich“. Im ersten Kapitel wird auf das physikalische Themengebiet „Thermodynamik“ eingegangen, worin es um den Energiebegriff, Wärme als Form der Energie, Wärmeenergie und Zustandsänderungen von Stoffen und die Sonne als Motor für das Wettergeschehen und als Energiequelle geht. Im zweiten und dritten Kapitel wird auf die Elektrizitätslehre eingegangen, im Speziellen auf Stromkreise im Alltag, Spannung, Widerstand, Stromstärke, Aufbau der Materie, Leitfähigkeit, Energieumformungen, Gefahren beim Umgang mit elektrischem Strom und der Elektrizität im Haushalt und Technik ([14], S.2f).

Es werden die physikalischen Themengebiete „Elektrizitätslehre“, „Teilchenphysik“ und „Thermodynamik“ behandelt.

Das Buch *Physik 4* beinhaltet die Kapitel „Elektrizität bestimmt unser Leben“, „Die Welt des Sichtbaren“, „Gekrümmte Wege auf der Erde und im Weltall“ und „Das radioaktive Verhalten der Materie“. Im ersten Kapitel wird auf das physikalische Themengebiet der Elektrodynamik eingegangen, speziell auf das Magnetfeld, die magnetische Wirkung elektrischer Ströme, die Tatsache, dass eine Änderung des Magnetfeldes eine elektrische Spannung bewirkt und die Übertragung, Verarbeitung und Speicherung von Informationen. Im zweiten Kapitel wird auf das physikalische Themengebiet Optik eingegangen, im Speziellen auf die Lichtausbreitung und Reflexion, die Abbildung durch Lichtbrechung und Licht und Farbe. Im dritten Kapitel wird auf das physikalische Themengebiet „Mechanik“ eingegangen, vor allem auf Kräfte und ihre Wirkungen. Im letzten Kapitel wird auf das Themengebiet „Radioaktivität“ eingegangen, vor allem auf die Strahlung und Energie aus Atomkernen ([15], S.2f).

Es werden die physikalischen Themengebiete „Elektrodynamik“, „Mechanik“, „Optik“ und „Kernphysik“ behandelt.

2.2 Mathematische Inhalte in der Mechanik

Im Buch **Physik 2** werden die Themen der Mechanik in den Überkapiteln „Die Welt, in der wir leben“ und „Alle Körper bestehen aus Teilchen“ behandelt. Nun wird ein Blick auf deren Unterkapitel zu den Themenbereichen „Bewegungen“, „Masse und Kraft“, „Kräfte in Natur und Technik“ und „Druck“ gemacht (vgl. [13], S.5ff).

Im Buch **Physik 4** werden die Themen der Mechanik im Kapitel „Gekrümmte Wege auf der Erde und im Weltall“ behandelt. Es wird ein genauerer Blick auf das Themengebiet „Kräfte und ihre Wirkungen“ geworfen (vgl. [15], S.93ff).

2.2.1 „Bewegungen“

Bewegungsarten

Es wird in die Materie mit der Frage gestartet, welche Körper sich von selbst bewegen und welche einen technischen Antrieb brauchen. Als Beispiel wird das Fahrrad hergenommen und es wird versucht, die verschiedenen Bewegungsarten physikalisch richtig zu beschreiben. Wenn das Fahrrad steht, dann ist es in Ruhe und seine Geschwindigkeit ist Null. Beim Anfahren wird man schneller, also die Geschwindigkeit nimmt zu. Das ist eine beschleunigte Bewegung. Danach wird mit gleichbleibender Geschwindigkeit gefahren. Es werden also in gleich langen Zeitabschnitten gleich große Wegstrecken zurückgelegt. Man bewegt sich dabei geradlinig und spricht von einer gleichförmigen Bewegung. Wird gebremst, so verringert sich die Geschwindigkeit, bis man wieder in Ruhe ist. Das ist eine verzögerte Bewegung ([13], S.10).

Nun wird die gleichförmige Bewegung definiert:

„Eine Bewegung heißt gleichförmig, wenn in gleichen Zeitabschnitten gleich lange Strecken zurückgelegt werden. Dabei ändert sich die Geschwindigkeit nicht. Man sagt, die Geschwindigkeit ist konstant“ ([13], S.11).

Mathematisch kann der Zusammenhang zwischen Zeit und Weg graphisch in einem **Zeit-Weg-Diagramm** dargestellt werden.

Eine Versuchsreihe wird durchgeführt und ihre Messwerte werden in eine Tabelle (Abbildung 3.15) eingetragen (vgl. [13], S.10).

Länge der einzelnen Strecken in m	Gesamtweg s in m	Zeit t in s	$v = s/t$ in m/s
3	3	1	$3 : 1 = 3$
3	6	2	$6 : 2 = 3$
3	9	3	$9 : 3 = 3$
3	12	4	$12 : 4 = 3$
3	15	5	$15 : 5 = 3$

Abbildung 3.15: Tabelle zur Messung einer gleichförmigen Bewegung ([13], S.10)

Die Datenpunkte werden in ein Koordinatensystem (Abbildung 3.16) übertragen (vgl. [13], S.10).

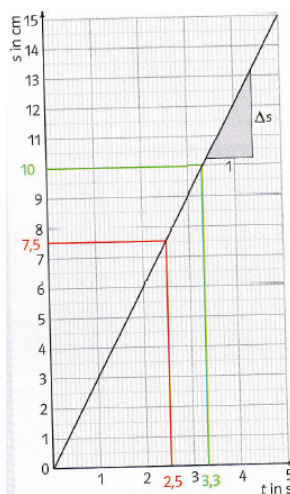


Abbildung 3.16: Zeit-Weg-Diagramm [[13], S.10]

Es ist zu sehen, dass alle Messpunkte auf einer Geraden liegen. Es geht hierbei das Wissen über **funktionale Abhängigkeiten** in das Thema mit ein. In der 2. Klasse wird das Koordinatensystem zwar eingeführt, aber es wird im Mathematikunterricht wohl später behandelt als im Physikunterricht. Weg-Zeit-Diagramme bilden auch eine wichtige Basis für den Mathematikunterricht in der 3. Klasse, wenn genauer auf funktionale Abhängigkeiten und Proportionen eingegangen wird (vgl. [6], S.6f).

„Bewegungen von Körpern können mit **Zeit-Weg-Diagrammen** dargestellt werden. Aus dem Diagramm kann man ablesen, ob der Körper schneller oder langsamer wird, ob seine Geschwindigkeit gleich bleibt, oder ob er still steht“ ([13], S.11).

Definition der Geschwindigkeit

Hier ist das mathematische Themengebiet **Formeln und Gleichungen** hervorzuheben.

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{zurückgelegte Strecke}}{\text{dafür benötigte Zeitdauer}} \quad v = \frac{s}{t} \quad (3.2)$$

„Mit Hilfe der Geschwindigkeit kann man Bewegungsvorgänge beschreiben und vergleichen. Wir unterscheiden gleichförmige, beschleunigte und verzögerte Bewegungen“ ([13], S.13).

Beispiel (Wagen auf der schiefen Ebene): Ein Wagen befindet sich auf einer Fahrbahn, die auf einer Seite um ca. 2 cm angehoben wird. Die Fahrbahn wird in gleich große Abschnitte von 20 cm eingeteilt. Der Wagen wird losgelassen und die Zeit wird gestoppt, wenn der Wagen die Markierung passiert hat. Dies wird für alle Markierungen wiederholt ([13], S.12).



Abbildung 3.17: Beschleunigte Bewegung auf schiefer Ebene [[13], S.12]

Die Messwerte werden in eine Tabelle übertragen (vgl. [13], S.12).

Zeit t in s	Gesamt- weg s in cm	Abstand benach- barter Markierungs- punkte in cm	Zeitintervall	Mittlere Geschwindig- keit v in den einzelnen Intervallen in cm/s
1,75	20	20	1,75	$20/1,75 = 11,4$
2,47	40	20	0,72	$20/0,72 = 27,8$
3,03	60	20	0,56	$20/0,56 = 35,7$
3,50	80	20	0,47	$20/0,47 = 42,6$
3,91	100	20	0,41	$20/0,41 = 48,8$

Abbildung 3.18: Tabelle zur Messung einer beschleunigten Bewegung [[13], S.12]

Weiters wird ein Zeit-Weg-Diagramm angefertigt (vgl. [13], S.10).

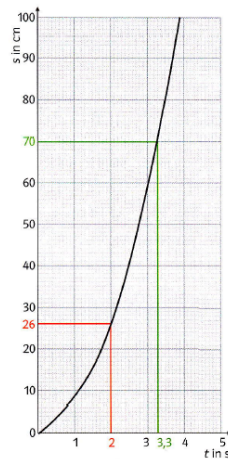


Abbildung 3.19: Zeit-Weg-Diagramm einer beschleunigten Bewegung [[13], S.10]

Auch hier stehen aus mathematischer Sicht die **Geometrie** bzw. **Diagramme**, aber auch die **funktionalen Abhängigkeiten** im Vordergrund.

Bei der folgenden Aufgabe wird das Interpretationsvermögen der SchülerInnen im Bezug auf Bewegungen getestet. Sie sollen die dargestellten Bewegungsabschnitte beschreiben.

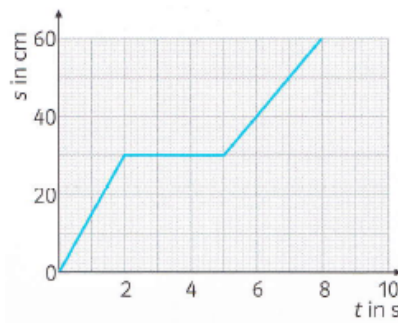


Abbildung 3.20: Diagramm zu Aufgabe 4.3 [[13], S.13]

2.2.2 „Masse und Kraft“

Masse

Es folgt die Definition der Masse:

„Die **Masse** eines Körpers gibt an, wie stark sich diese einer Bewegungsrichtung widersetzt (Trägheit). Die **Einheit** der Masse ist **1 kg**“ ([13], S.15).

Hier sind **Umrechnungen** bzw. **Größenumwandlungen** aus mathematischer Sicht von Bedeutung. Es werden die Größenumwandlungen kg in g , g in mg und t in kg durchgeführt und festgehalten.

Messung von Kräften

Die Messung erfolgt durch Kraftmesser, die im Wesentlichen aus einer Schraubfeder bestehen. Die Feder dehnt sich gleichmäßig mit der Kraft aus ([13], S.17).

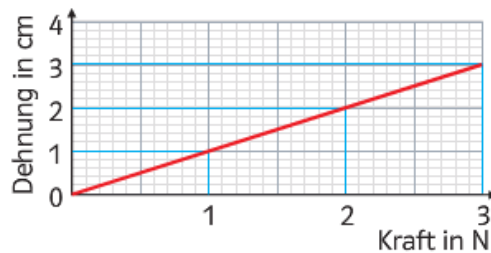


Abbildung 3.21: Abhängigkeit der Dehnung der Feder von der Größe der Kraft [[13], S.17]

Bei Kräften sind **funktionale Abhängigkeiten** von großer Bedeutung.

Die Kraftskala ist in einer Hülse untergebracht, mit welcher die Kraft abgelesen werden kann ([13], S.17).

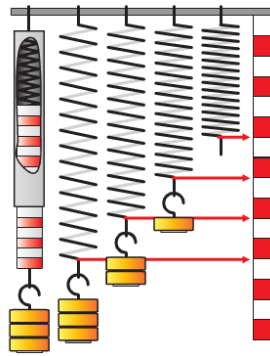


Abbildung 3.22: Federkraftmesser: Die Dehnung der Feder entspricht der Größe der Kraft. [[13], S.17]

Es wird festgehalten, dass die Einheit der Kraft ein Newton ist und die Kraft mit F abgekürzt wird. 1 N entspricht ca. 100 g ([13], S.17).

Definition des Newton:

„Ein **Newton** (1 N) ist jene Kraft, die notwendig ist, um eine Masse von 1 kg vom Ruhezustand aus innerhalb einer Sekunde auf die Geschwindigkeit von 1 m/s zu bringen“ ([13], S.18).

Um die Wirkung einer Kraft zu beschreiben, werden Kraftpfeile verwendet. Hier liegt nun die **Vektordarstellung** vor, obwohl die Vektoren erst in der Oberstufe im Mathematikunterricht durchgemacht werden. Es wird die folgende Erklärung gebracht:

„Du kannst Kräfte zeichnerisch durch Pfeile darstellen. Dabei beginnt der Pfeil im Angriffspunkt A und zeigt in die Richtung der Kraft. Seine Länge entspricht der Größe der Kraft. Die Gerade, auf der der **Kraftpfeil** liegt, nennt man die **Wirkungslinie** der Kraft“ ([13], S.18).

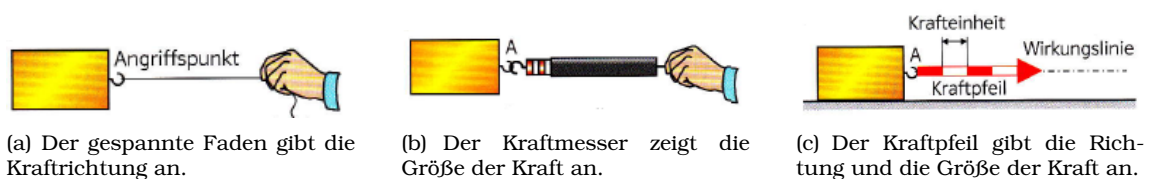


Abbildung 3.23: Darstellung einer Kraft [[13], S.18]

Gegenkraft

„Zu jeder Kraft gibt es eine Gegenkraft. Kraft und Gegenkraft wirken immer von einem Körper auf einen anderen, sind gleich groß und entgegengesetzt gerichtet. Kräfte befinden sich im Gleichgewicht, wenn sie sich in ihrer Wirkung aufheben“ ([13], S.19).

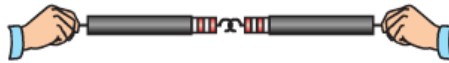


Abbildung 3.24: Zwei Schüler ziehen an je einem Kraftmesser in entgegengesetzte Richtungen. [[13], S.19]

Definition der Gewichtskraft

„Die Gewichtskraft oder kurz **Gewicht** F_G eines Körpers mit der Masse m ist jene **Kraft**, mit der er von der Erde angezogen wird. Das Gewicht wird - wie jede Kraft - in **Newton** gemessen.

Das Gewicht wird niemals in kg angegeben, sondern nur die Masse“ ([13], S.21).

Beispiel:

Hängt man eine Eisenkugel an den Kraftmesser und eine große Holzkugel ebenfalls, so dehnt die Eisenkugel die Schraubenfeder etwa zehnmal so stark wie die Holzkugel. Die Eisenkugel wird stärker von der Erde angezogen, sie hat daher ein größeres Gewicht, aber auch eine größere Masse. Die Anziehung des Körpers durch die Erde kann auf dessen Masse zurückgeführt werden ([13], S.20).

Das Gewicht eines Körpers ist nicht überall auf der Erde gleich. An den Polen ist es etwas größer als am Äquator, auch im Tal größer als am Berg ([13], S.20).

Die nachfolgende Abbildung 3.25 zeigt das Gewicht eines Körpers von 1 kg an unterschiedlichen Orten ([13], S.20).

Gewicht eines Körpers von 1 kg Masse an verschiedenen Orten	
Graz	9,80708 N
Innsbruck	9,80555 N
Klagenfurt	9,80624 N
Linz	9,80820 N
Wien	9,80845 N
Madrid	9,79966 N
Moskau	9,81550 N
Paris	9,80926 N
Rom	9,80348 N
Zürich	9,80652 N
Pole	9,83220 N
Äquator	9,78050 N

Abbildung 3.25: Gewichtstabelle [[13], S.20]

In Österreich ist das Gewicht eines Körpers von 1 kg Masse annähernd 9.81 N. Daher hat ein Körper mit Masse 5 kg ein Gewicht von $(5 \cdot 9.81) \text{ N} = 49.05 \text{ N}$ ([13], S.20).

Das Gewicht eines Körpers ist nun wie folgt definiert ([13], S.20):

$$F_G = m \cdot g \quad (3.3)$$

Mathematisch betrachtet treten hier **Proportionen**, **Gleichungen** bzw. **Formeln** auf.

2.2.3 „Kräfte in Natur und Technik“

Schwerpunkt und Standfestigkeit

Definition des Schwerpunktes:

*„Der Punkt, in dem man sich die gesamte Masse des Körpers vereinigt vorstellt, heißt **Schwerpunkt**. In diesem Punkt greifen die Gewichtskraft und die Gegenkraft an, damit der Körper in jeder Lage in Ruhe bleibt“* ([13], S.27).

Die Bestimmung des Schwerpunktes kann konstruktiv erfolgen oder mit Hilfe eines Lotes. Das Lot gibt die Schwerlinien an, in deren Schnittpunkt sich der Schwerpunkt des Körpers befindet ([13], S.27).

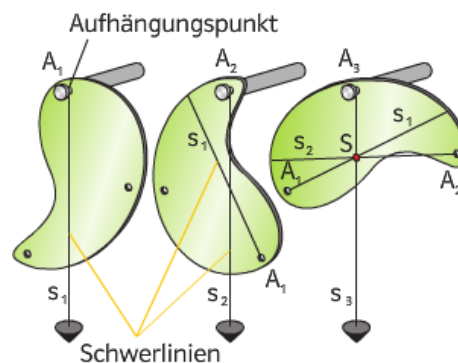


Abbildung 3.26: Bestimmung des Schwerpunktes bei unregelmäßigen Figuren mit Hilfe eines Lotes ([13], S.27)

Bei diesem Themengebiet spielen die **Geometrie** und vor allem die **Symmetrie** eine große Rolle. Bei symmetrischen Körpern liegt der Schwerpunkt genau im Symmetriezentrum.

Definition der Standfestigkeit:

„Die Standfestigkeit eines Körpers ist umso größer, je schwerer der Körper ist, je tiefer sein Schwerpunkt liegt und je größer der Normalabstand des Lotes durch den Schwerpunkt von der Kippkante ist“ ([13], S.29).

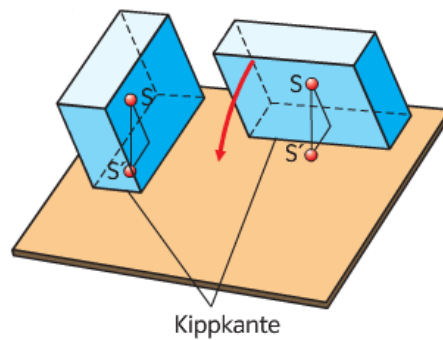


Abbildung 3.27: Der Quader kippt, sobald der Fußpunkt S' des Lotes durch den Schwerpunkt über die Kippkante wandert. ([13], S.29)

Bei diesem Themengebiet spielen auch die **Geometrie**, **Symmetrie**, aber auch **Proportionen** eine Rolle.

Hebel

Ein Hebel ist ein starrer Körper, der um eine Achse drehbar ist. Für die Gleichgewichtsbedingung am Hebel sind die Begriffe **Kraftarm (Hebellänge)** und **Drehmoment** wichtig. ([13], S.30)

„Der **Kraftarm** ist der Normalabstand der Drehachse von der Wirkungslinie einer Kraft. Unter dem Drehmoment M einer Kraft versteht man das Produkt Kraftarm $\times$ Kraftarm.“ ([13], S.30)

Das Hebelgesetz lautet ([13], S.30):

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \quad (3.4)$$

Bei einem zweiseitigen Hebel greifen die Kräfte F_1 und F_2 auf verschiedenen Seiten der Drehachse an ([13], S.31).

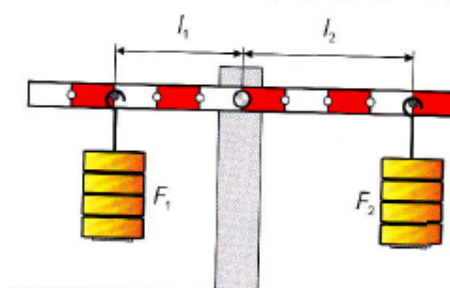


Abbildung 3.28: $F_1 = 2 \text{ N}$, $l_1 = 15 \text{ cm}$, $F_2 = 1.5 \text{ N}$, $l_2 = 20 \text{ cm}$. $2 \cdot 0.15 \text{ Nm} = 1.5 \cdot 0.2 \text{ Nm}$. Es herrscht ein Gleichgewicht. ([13], S.30)

Bei einem einseitigen Hebel greifen die Kräfte auf einer Seite des Hebels in entgegengesetzter Richtung an ([13], S.31).

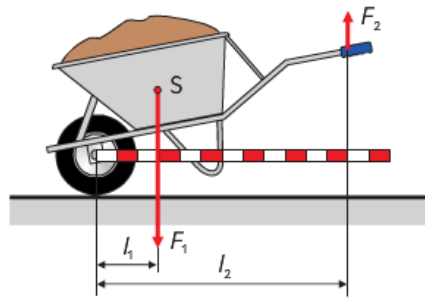


Abbildung 3.29: Der Schubkarren ist ein einseitiger Hebel. Der Kraftarm ist lang, der Lastarm ist kurz. [[13], S.31]

Bei diesem Themengebiet sind **Formeln** bzw. **Gleichungen**, **Vektoren** und **Geometrie** sehr wichtig.

Wellrad, Übersetzungsverhältnis

„Das **Wellrad** kann als ungleichnamiger Hebel angesehen werden. Seine Drehachse fällt mit der des Wellrades zusammen. Die Hebelarme sind der Radius des Rades und der Radius der Welle. Es herrscht ein Gleichgewicht, wenn die Drehmomente entgegengesetzt gleich sind. Dann gilt:

$$F_1 \cdot R = F_2 \cdot r \quad \text{und} \quad F_1 = \frac{r}{R} \cdot F_2 \quad (3.5)$$

Der Bruch $\frac{r}{R}$ wird **Übersetzungsverhältnis** genannt“ ([13], S.34).

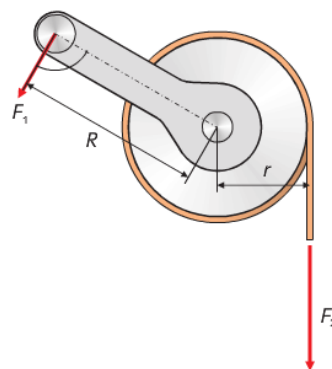


Abbildung 3.30: Wellrad [[13], S.34]

Bei diesem Themengebiet spielen **Formeln** bzw. **Gleichungen**, **Verhältnisse** und **Vektoren** eine große Rolle.

2.2.4 „Druck“

Dichte

Zwei Körper mit gleichem Volumen können unterschiedliche Massen haben. Um Körper unterscheiden zu können, die verschiedene Volumina haben, berechnet man die Masse für gleiche Volumeneinheiten. Dazu wird die Masse (m) des Körpers durch das Volumen (V) dividiert. Dieser Quotient ist die **Dichte** ρ eines Stoffes. Sie ist für jeden Stoff charakteristisch ([13], S.60).

$$\text{Dichte} = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}} \quad \rho = \frac{m}{V} \quad (3.6)$$

Beispiel:

Eine Stahlkugel, die zum Kugelstoßen verwendet wird, hat eine Masse von 3.9 kg bei einem Volumen von 0.5 dm^3 . Für ein Volumen von 1 dm^3 erhält man die Masse von 7.8 kg . Die Stahlkugel hat daher eine Dichte von $7.8 \text{ kg/dm}^3 = 7800 \text{ kg/m}^3$ ([13], S.60).

Wenn man die Dichte und das Volumen eines Stoffes kennt, kann die Masse berechnet werden ([13], S.60):

$$\text{Masse} = \text{Dichte} \cdot \text{Volumen} \quad m = \rho \cdot V \quad (3.7)$$

Beispiel:

Von einer quaderförmigen Marmorplatte kennen wir $l = 30 \text{ cm}$, $b = 30 \text{ cm}$, $h = 2 \text{ cm}$ und $\rho = 2.7 \text{ g/cm}^3$. Das Volumen ist $V = l \cdot b \cdot h = 1800 \text{ cm}^3$. Um die Masse zu berechnen wird Gleichung 3.7 verwendet und erhalte $m = 4860 \text{ g} = 4.86 \text{ kg}$ ([13], S.60).

Bei diesem Themengebiet spielen **Gleichungen** bzw. **Formeln**, deren **Umformungen** und **Größenumwandlungen** eine wichtige Rolle.

Druck und dessen Messung

Der Druck wird wie folgt definiert ([13], S.62):

$$\text{Druck} = \frac{\text{Druckkraft}}{\text{gedrückte Fläche}} \quad p = \frac{F}{A} \quad (3.8)$$

Die Druckkraft kann wie folgt berechnet werden ([13], S.62):

$$\text{Druckkraft} = \text{Druck} \cdot \text{gedrückte Fläche} \quad F = p \cdot A \quad (3.9)$$

*„Der Druck ist umso größer, je größer die Druckkraft und je kleiner die gedrückte Fläche ist. Die Einheit des Druckes ist das **Pascal**. $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ “* ([13], S.62).

Bei diesem Themengebiet spielen **Gleichungen** bzw. **Formeln**, deren **Umformungen**, **Proportionalitäten** und **Größenumwandlungen** eine wichtige Rolle.

2.2.5 „Kräfte und ihre Wirkungen“

Einführung der Geschwindigkeit

Es wird eine lange, gerade Schienenstrecke gebaut. Es werden gleiche Abstände an den Schienen markiert und die Zeit gemessen, wenn der Zug diese Markierungen passiert. Der Zug wird mit zwei unterschiedlichen Geschwindigkeiten rollen gelassen. Es stellt sich heraus, dass in gleichen Zeiten gleiche Wege zurückgelegt werden. So kann die Geschwindigkeit definiert werden ([15], S.94).

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{zurückgelegter Weg}}{\text{dafür benötigte Zeit}} \quad v = \frac{s}{t} \quad (3.10)$$

Der Zusammenhang zwischen Weg und Zeit wird graphisch in einem **Zeit-Weg-Diagramm** dargestellt ([15], S.94).

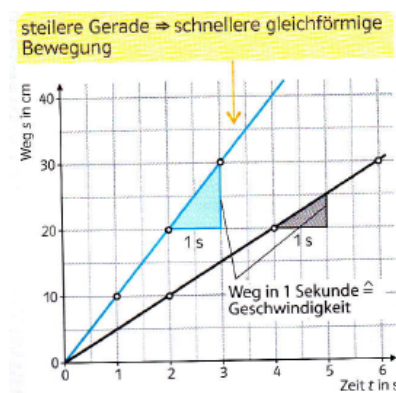


Abbildung 3.31: Zeit-Weg-Diagramm einer gleichförmigen Bewegung ([15], S.94)

„Das Zeit-Weg-Diagramm einer gleichförmigen Bewegung ist eine Gerade. Sie ist umso steiler, je größer die Geschwindigkeit ist“ ([15], S.94).

Aus den Steigungsdreiecken kann man Weg in einer Sekunde ablesen. Nun wird ein Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm für die gleichförmige Bewegung erstellt ([15], S.94):

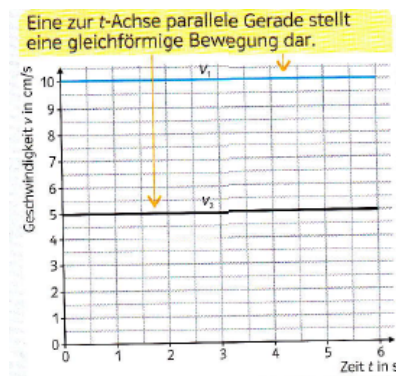


Abbildung 3.32: Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm einer gleichförmigen Bewegung ([15], S.94)

„Der Graph einer gleichförmigen Bewegung im Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm ist eine zur Zeitachse parallele Gerade“ ([15], S.94).

Bei diesem Themengebiet spielen **funktionale Abhängigkeiten**, **Diagramme** und **Formeln** eine wichtige Rolle.

Einführung der Beschleunigung

Es wird eine schiefe Ebene als Fahrbahn aufgestellt. Es werden Punkte in gleichen Zeitabständen markiert. Es fällt auf, dass in gleichen Zeit die zurückgelegten Wege immer größer werden. Die Geschwindigkeit nimmt also zu ([15], S.94f).

Es wird ein Zeit-Weg-Diagramm erstellt ([15], S.95):

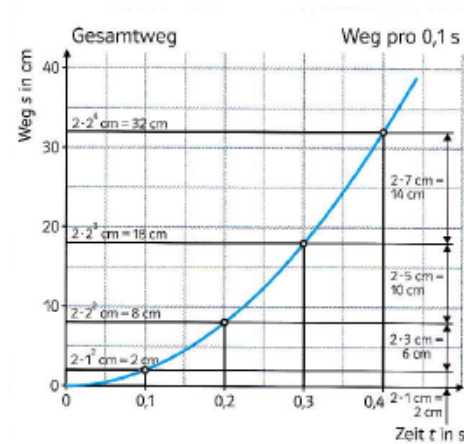


Abbildung 3.33: Das Zeit-Weg-Diagramm einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung ([15], S.95]

„Ändert sich bei einer Bewegung die Geschwindigkeit, so kann an nur eine durchschnittliche oder mittlere Geschwindigkeit für ein bestimmtes Zeitintervall angegeben. (...) Um das Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm zu erhalten, berechnen wie die mittleren Geschwindigkeiten in den einzelnen Zeitabschnitten. Daraus können wir die Geschwindigkeitszunahme berechnen. Ist diese immer gleich groß, spricht man von einer **gleichförmig beschleunigten Bewegung**“ ([15], S.95).

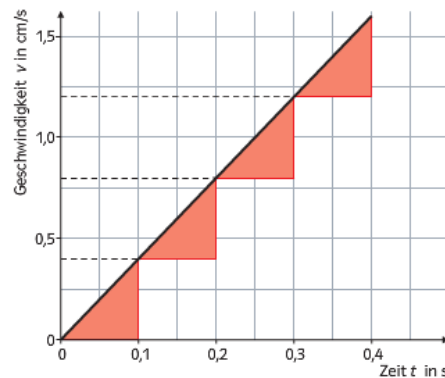


Abbildung 3.34: Das Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm einer gleichförmig beschleunigten Bewegung ist eine steigende Gerade. ([15], S.95)

Aus dem Diagramm kann zu jeder Zeit die Momentangeschwindigkeit abgelesen werden. Die Geschwindigkeitsänderung in einer bestimmten Zeit ist die Beschleunigung a ([15], S.95).

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeitsänderung}}{\text{dafür benötigte Zeit}} \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad (3.11)$$

„Die Einheit der Beschleunigung ist 1 m/s pro Sekunde, also 1 m/s^2 “ ([15], S.95).

Bei diesem Themengebiet spielen **funktionale Abhängigkeiten**, **Diagramme** und **Formeln** eine wichtige Rolle.

Kräfte als Ursache für Beschleunigungen

Ein Wagen auf einer schiefen Ebene wird von einem Massestück über einen Faden gezogen. Der Wagen zieht einen Schreibstreifen, auf dem in gleichen Zeitabständen Markierungen angebracht sind ([15], S.96).

„Die Kraft, welche den Wagen zieht, ist die Gewichtskraft des Massestücks. Der Schreibstreifen zeigt, dass die in gleichen Zeiten zurückgelegten Wege immer größer werden. Daher muss die Geschwindigkeit des Wagens zunehmen. Es handelt sich also wieder um eine beschleunigte Bewegung“ ([15], S.96).

Es stellt sich heraus, dass die wirkende Kraft umso größer ist, je größer die Beschleunigung ist. Die Kraft F ist somit proportional zur Beschleunigung a ([15], S.96).

„Wird ein Körper mit der Masse m mit der Beschleunigung a beschleunigt, so wirkt auf ihn eine Kraft $F = m \cdot a$.

Die Kraft, die bei einem Körper mit der Masse 1 kg eine Beschleunigung von 1 m/s^2 hervorruft, beträgt **1 Newton (N)**“ ([15], S.96).

Aber auch beim freien Fall wachsen die zurückgelegten Wege mit dem Quadrat der Zeit. Die Fallbeschleunigung g ist annähernd 10 m/s^2 . Mit Hilfe der Fallbeschleunigung

kann die Momentangeschwindigkeit und der gesamte zurückgelegte Weg beim freien Fall berechnet werden ([15], S.97).

$$\text{Fallgeschwindigkeit: } v = g \cdot t \quad (3.12)$$

$$\text{Fallweg: } s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad (3.13)$$

$$\text{Fallbeschleunigung: } g = 9.81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2 \quad (3.14)$$

Wird die Geschwindigkeit verringert, so spricht man von negativer Beschleunigung oder einer Verzögerung. Diese spielt bei Bremsvorgängen eine wichtige Rolle. Wenn man bremsen muss, dauert es einige Zeit vom Erkennen bis zum Betätigen der Bremse. Das ist die Reaktionszeit. Bis die Bremse wirkt, fährt das Fahrzeug gleichförmig ungebremst weiter und legt den Reaktionsweg zurück. Ab dem Zeitpunkt der Betätigung der Bremse wird das Fahrzeug verzögert. Hierbei wird noch der Bremsweg zurückgelegt bis das Fahrzeug zum Stillstand kommt. Der Anhalteweg ist die Summe aus Reaktionsweg und Bremsweg ([15], S.97f).

Die Abbildung 3.35 zeigt die Zusammensetzung des Anhaltewegs ([15], S.98):

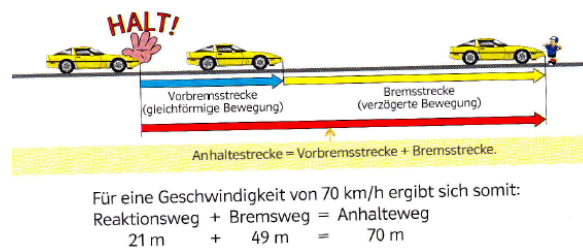


Abbildung 3.35: Hier kann das Auto noch rechtzeitig stehenbleiben. ([15], S.98)

Bei diesem Themengebiet spielen **funktionale Abhängigkeiten** und **Formeln** eine wichtige Rolle.

2.2.6 Bemerkungen

Auffallend ist, dass relativ wenige Formeln verwendet werden. Es wird auch schon die Vektordarstellung zum Veranschaulichen der Kräfte verwendet. Um Bewegungen zu veranschaulichen, werden Zeit-Weg-Diagramme und Zeit-Geschwindigkeits-Diagramme verwendet; diese werden auch im Mathematikunterricht behandelt.

2.3 Mathematische Inhalte bei Schwingungen

Im Buch **Physik 2** werden die Themen der Schwingungen im Kapitel „Alle Körper bestehen aus Teilchen“ behandelt. Dazu gibt es ein Unterkapitel zum Themengebiet „Schall“ (vgl. [13], S.39ff).

2.3.1 „Schall“

Tonhöhe und Frequenz

„Die Höhe eines Tones kann durch seine **Schwingungszahl** oder **Frequenz** angegeben werden. Die Frequenz (f) wird aus der Anzahl (n) der zugehörigen Schwingungen in der Zeit (t) berechnet“ ([13], S.83).

$$\text{Frequenz} = \frac{\text{Anzahl der Schwingungen}}{\text{Zeit}} \quad f = \frac{n}{t} \quad (3.15)$$

Wir stellen fest, dass der Ton umso höher ist, je höher seine Frequenz ist ([13], S.83).

Bei diesem Themengebiet spielen **Proportionalitäten** und **Formeln** eine wichtige Rolle.

2.3.2 Bemerkungen

Beim Themengebiet „Schall“ kommen die wesentlichen Begriffe, wie *Schallquelle*, *Schwingungen*, *Klang*, *Geräusche*, *Tonerzeugung*, *Schallwelle*, *Resonanz* usw., vor. Es können allerdings die Schwingungen nicht gut behandelt werden, weil das nötige mathematische Rüstzeug noch fehlt.

2.4 Mathematische Inhalte in der Thermodynamik

Im Buch **Physik 3** werden die Themen der Thermodynamik im Kapitel „Unser Leben im ‚Wärmebad‘“ behandelt. Ein genauerer Blick wird auf den Themenbereich „Der Energiebegriff“ geworfen (vgl. [14], S.5ff).

2.4.1 „Der Energiebegriff“

Arbeit

Arbeit im Alltag bedeutet etwas anderes als im physikalischen Sinn. In der Physik wird Arbeit verrichtet, wenn man z.B. eine Last hebt und die Schwerkraft überwindet und wenn man eine Last schiebt, muss Reibung überwunden werden. Aber auch beim Spannen eines Bogens oder beim Verformen von Blech oder beim Ziehen eines Wagens wird Arbeit verrichtet ([14], S.6).

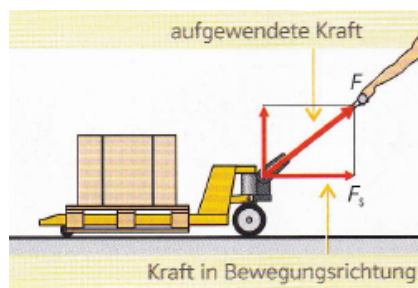


Abbildung 3.36: Arbeit beim Ziehen eines Wagens. Die Arbeit ist umso größer, je größer die aufzuwendende Kraft F und je länger der Weg s ist. ([14], S.6]

Es gilt:

„Arbeit wird verrichtet, wenn eine Kraft längs eines Weges wirkt. [...] Die Arbeit (W) ist das Produkt Kraft (F) $\times$ Weg (s).“

$$\text{Arbeit} = \text{Kraft} \cdot \text{Weg} \quad W = F \cdot s \quad (3.16)$$

Die Einheit der Arbeit ist das Joule (J) [...]. Die Arbeit 1 Joule wird verrichtet, wenn eine Kraft von 1 Newton entlang eines Weges von 1 Meter wirkt“ ([14], S.6).

Es gilt der Zusammenhang ([14], S.6):

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ Ws} \quad (3.17)$$

Beispiel:

Ein Massestück von 3 kg wird 2 m gehoben. Die verrichtete Arbeit beträgt $W \approx 3 \cdot 10 \cdot 2 \text{ Nm} = 60 \text{ J}$ ([14], S.7).

Energie

„Gespeicherte Arbeit nennt man Energie. Sie besitzt im Allgemeinen die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten“ ([14], S.7).

Bei diesen beiden Themengebieten treten **Gleichungen** bzw. **Formeln** und **Umwandlungen** auf, aber auch die **Vektordarstellung**.

2.4.2 Bemerkungen

Auftreten der Vektordarstellung für angreifende Kräfte, obwohl dies nicht Stoff der Unterstufe ist.

2.5 Mathematische Inhalte in der Elektrizitätslehre

Im Buch **Physik 3** werden die Themen der Elektrizitätslehre in den Kapiteln „Elektrische Phänomene sind allgegenwärtig“ und „Elektrotechnik macht vieles möglich“ behandelt. Ein genauerer Blick wird auf die Themenbereiche „Spannung und Widerstand bestimmen die Stromstärke“ und „Elektrizität in Haushalt und Technik“ geworfen (vgl. [14], S.55ff).

2.5.1 „Spannung und Widerstand bestimmen die Stromstärke“

Elektrischer Widerstand

„Der elektrische Widerstand R hängt von seinem Material ab. Er ist umso größer, je länger und dünner der Draht ist.“

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{A} \quad (3.18)$$

ρ ... spezifischer Widerstand

l ... Länge des Leiters (in m)

A ... Querschnitt des Leiters (in mm^2)

(...) Jeder Stoff hat einen bestimmten spezifischen Widerstand ρ ([14], S.63).

Bei diesem Themengebiet spielen **Proportionalitäten** eine wichtige Rolle.

Ohm'sches Gesetz

Es gibt einen Zusammenhang zwischen Stromstärke, Spannung und Widerstand ([14], S.65).

„Die Stromstärke ist umso größer, je größer die Spannung ist (direkte Proportionalität)“ ([14], S.65).

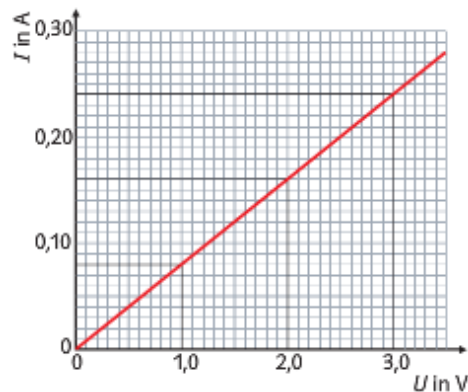


Abbildung 3.37: Grafische Darstellung der Abhängigkeit der Stromstärke von der Spannung [[14], S.65]

„Die Stromstärke ist umso größer, je kleiner der Widerstand ist (indirekte Proportionalität)“ ([14], S.65).

Spannung U (V)	2	2	2
Drahtlänge l (cm)	8	16	24
Stromstärke I (A)	0,16	0,08	0,053
$R = \frac{U}{I}$ (Ω)	12,5	25	37,5

Abbildung 3.38: Abhängigkeit der Stromstärke vom elektrischen Widerstand [[14], S.65]

„Das Ohm'sche Gesetz gibt in einem Stromkreis den Zusammenhang zwischen der Spannung (U), der Stromstärke (I) und dem elektrischen Widerstand (R) an.

Es kann in verschiedenen Formen geschrieben werden:

$$\text{Elektrischer Widerstand} = \text{Spannung/Stromstärke} \quad R = \frac{U}{I} \quad (3.19)$$

$$\text{Stromstärke} = \text{Spannung/Widerstand} \quad I = \frac{U}{R} \quad (3.20)$$

$$\text{Spannung} = \text{Stromstärke} \cdot \text{Widerstand} \quad U = I \cdot R \quad (3.21)$$

Die Einheit des elektrischen Widerstandes ist das Ohm“ ([14], S.66).

Bei diesem Themengebiet sind vor allem **Proportionalitäten** und **Diagramme** wichtig.

Schaltung von Widerständen

In einem Stromkreis gibt es oft mehrere Widerstände. Es gibt zwei Möglichkeiten diese zu schalten ([14], S.67).

a) Hintereinanderschaltung (Serienschaltung)

„Beim Hintereinanderschalten von Widerständen ist der Gesamtwiderstand gleich der Summe der Teilwiderstände“ ([14], S.67).

$$R = R_1 + R_2 \quad (3.22)$$

Veranschaulichung durch ein Schaltbild:

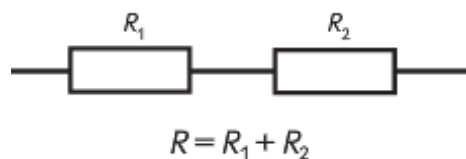


Abbildung 3.39: Beim Hintereinanderschalten von Widerständen ist der Gesamtwiderstand gleich der Summe der Teilwiderstände. ([14], S.67)

„Die Summe der Teilspannungen an den einzelnen Widerständen ist gleich der angelegten Spannung“ ([14], S.67).

$$U = U_1 + U_2 \quad (3.23)$$

b) Parallelschaltung

„Bei parallel geschalteten Widerständen ist der Kehrwert des Gesamtwiderstandes gleich der Summe der Kehrwerte der Einzelwiderstände.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (3.24)$$

Beim Parallelschalten zweier Widerstände ist der Gesamtwiderstand kleiner als jeder einzelne Widerstand“ ([14], S.68).

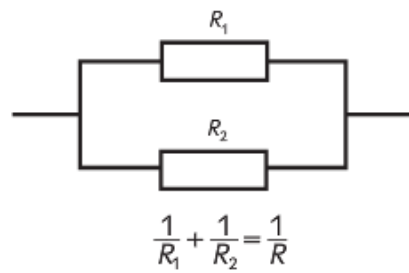


Abbildung 3.40: Beim Parallelschalten von Widerständen ist der Kehrwert des Gesamtwiderstands gleich der Summe der Kehrwerte der Einzelwiderstände. [[14], S.68]

Bei diesem Themengebiet spielen **Brüche**, **Gleichungen** und **Proportionalitäten** eine wesentliche Rolle.

2.5.2 „Elektrizität in Haushalt und Technik“

Elektrische Arbeit

Die elektrische Arbeit ist definiert durch

$$\text{Stromarbeit} = \text{Spannung} \cdot \text{Stromstärke} \cdot \text{Zeit} \quad W = U \cdot I \cdot t \quad (3.25)$$

Elektrische Leistung

Leistung als physikalische Größe ist wie folgt definiert:

$$\text{Leistung} = \text{Arbeit/Zeit} \quad P = \frac{W}{t} \quad (3.26)$$

Die elektrische Leistung ist festgelegt durch:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{U \cdot I \cdot t}{t} = U \cdot I \quad (3.27)$$

Die elektrische Arbeit kann mit Gleichung 3.27 anders geschrieben werden.

$$W = P \cdot t \quad (3.28)$$

Bei diesen Themengebieten spielen **Gleichungen** bzw. **Formeln** und **Proportionalitäten** eine wesentliche Rolle.

2.5.3 Bemerkungen

Bei der gesamten Elektrizitätslehre geht es vorwiegend um Umformungen von Formeln, um diverse Größen zu berechnen. Weiters sind die Proportionalitäten sehr wesentlich, weil diese auch im Mathematikunterricht der 3. Klasse einen wesentlichen Bestandteil bilden.

2.6 Mathematische Inhalte in der Elektrodynamik

Im Buch **Physik 4** werden die Themen der Elektrodynamik im Kapitel „Elektrizität bestimmt unser Leben“ behandelt. Ein genauerer Blick wird auf den Themenbereich „Eine Änderung des Magnetfeldes bewirkt eine elektrische Spannung“ geworfen (vgl. [15], S.5ff).

2.6.1 „Eine Änderung des Magnetfeldes bewirkt eine elektrische Spannung“

Generator

Ein Generator ist eine Maschine, die mechanische Energie in elektrische Energie umwandelt. Das Grundprinzip basiert auf der Induktion von Spulen. Eine Spule wird zwischen die Pole eines Magneten gebracht und ihr Ende mit Schleifringen mit Bürsten und einem Messgerät verbunden. Wird die Spule gedreht, wird eine Spannung induziert. Nach einer halben Drehung der Spule kehrt sich die Richtung der Induktionsspannung um. Es entsteht eine Spannung, deren Richtung periodisch wechselt, also eine Wechselspannung und diese bewirkt einen Wechselstrom ([15], S.23).

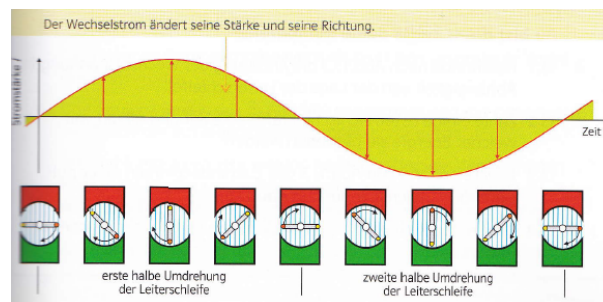


Abbildung 3.41: Zeitlicher Verlauf einer Wechselspannung ([15], S.23)

Bei einem Gleichstromgenerator wird durch einen Gleichrichter Gleichspannung induziert werden. Der Kollektor ist dafür ausschlaggebend, dass die induzierte Wechselspannung gleichgerichtet wird. Der Kollektor kehrt nach einer halben Umdrehung des Elektromagneten die Stromrichtung um ([15], S.24).

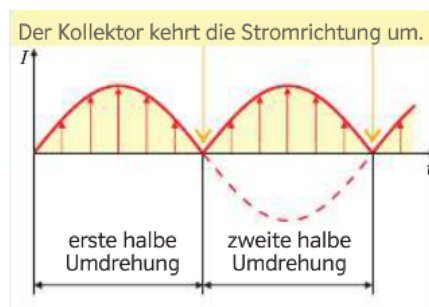


Abbildung 3.42: Diagramm einer pulsierenden Gleichspannung. Diese ändert ihre Stärke, aber nicht ihre Richtung. ([15], S.24)

Mathematisch gesehen sind bei diesem Themengebiet die **trigonometrischen Funktionen**, im Speziellen die der Sinusfunktion, und die **Betragsfunktion** essenziell. Diese

mathematischen Fertigkeiten sind aber in der 4. Klasse noch nicht vorhanden, daher wird im Buch nur auf eine Veranschaulichung Wert gelegt.

Dreiphasenwechselstrom

In Elektrizitätswerken kommen Drehstromgeneratoren zum Einsatz. Sie erzeugen drei verschiedene Wechselspannungen, die zueinander phasenverschoben sind. Sie bewirken einen Dreiphasenwechselstrom bzw. Drehstrom ([15], S.25).

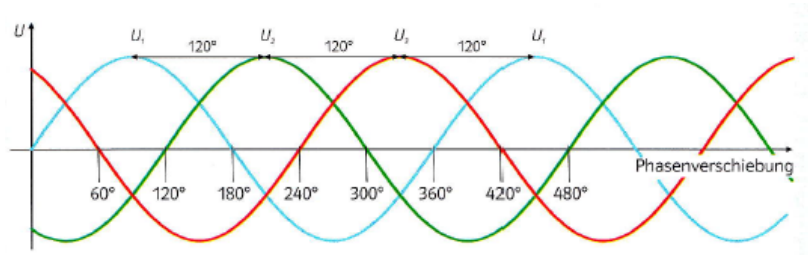


Abbildung 3.43: Zeitlicher Verlauf der drei Wechselspannungen ([15], S.25)

Mathematisch gesehen sind bei diesem Themengebiet die **trigonometrischen Funktionen** essenziell. Diese mathematischen Fertigkeiten sind aber in der 4. Klasse noch nicht vorhanden, daher wird im Buch nur eine Veranschaulichung gebracht.

Transformator

Ein Transformator verändert die Größe der Wechselspannung durch elektromagnetische Induktion. Wie sich die Spannungen in den Spulen ändern können, wird durch das Übersetzungsverhältnis der beiden Spulen bestimmt ([15], S.28).

$$\frac{\text{Sekundärspannung}}{\text{Primärspannung}} = \frac{\text{Windungszahl der Sekundärspule}}{\text{Windungszahl der Primärspule}} \quad \frac{U_S}{U_P} = \frac{n_S}{n_P} \quad (3.29)$$

Bei diesem Themengebiet spielen **Proportionalitäten** eine wesentliche Rolle.

2.6.2 Bemerkungen

Bei der gesamten Elektrodynamik sind die trigonometrischen Funktionen, die Vektorrechnung und die Betragsfunktion unverzichtbar; diese sind den SchülerInnen in der Unterstufe noch nicht bekannt, daher werden keine Formeln gebracht, sondern nur Veranschaulichungen.

2.7 Mathematische Inhalte in der Optik

Im Buch **Physik 4** werden die Themen der Optik im Kapitel „Die Welt des Sichtbaren“ behandelt. Ein genauerer Blick wird auf die Themengebiete „Lichtausbreitung und Reflexion“ und „Abbildung durch Lichtbrechung“ geworfen (vgl. [15], S.83ff).

2.7.1 „Lichtausbreitung und Reflexion“

Reflexion des Lichtes

Licht, das auf einen Spiegel trifft, wird reflektiert. Hierbei gilt, dass der Einfallswinkel und der Reflexionswinkel gleich groß sind ([15], S.59).

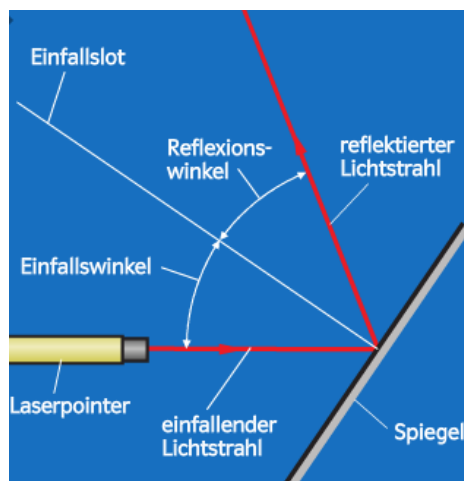


Abbildung 3.44: Reflexionsgesetz ([15], S.59)

Bilder beim ebenen Spiegel

„Ein ebener Spiegel erzeugt von einem Gegenstand ein zur Spiegelebene symmetrisch liegendes Bild. Es ist virtuell und erscheint seitenverkehrt. Gegenstand und Bild sind gleich groß, aber nicht deckungsgleich. Bei einem ebenen Spiegel ist die Bildweite gleich der Gegenstandsweite“ ([15], S.60).

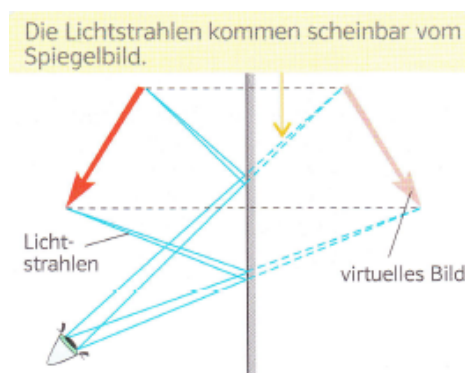


Abbildung 3.45: Konstruktion des Spiegelbildes ([15], S.60)

Hohlspiegel (Konkavspiegel)

Ein Hohlspiegel kann von einem Gegenstand ein reelles oder virtuelles Bild erzeugen. Das ist abhängig von der Lage des Gegenstandes, ob dieser innerhalb oder außerhalb der einfachen Brennweite liegt ([15], S.63).

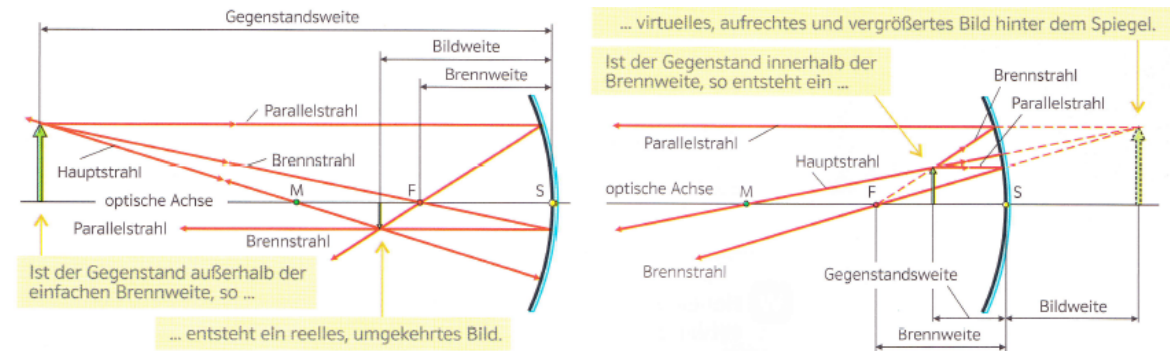


Abbildung 3.46: Konstruktion eines reellen bzw. virtuellen Bildes beim Hohlspiegel ([15], S.63)

Wölbspiegel (Konvexspiegel)

„Ein Konvexspiegel erzeugt stets ein virtuelles, aufrechtes und verkleinertes Bild, das hinter dem Spiegel liegt“ ([15], S.65).

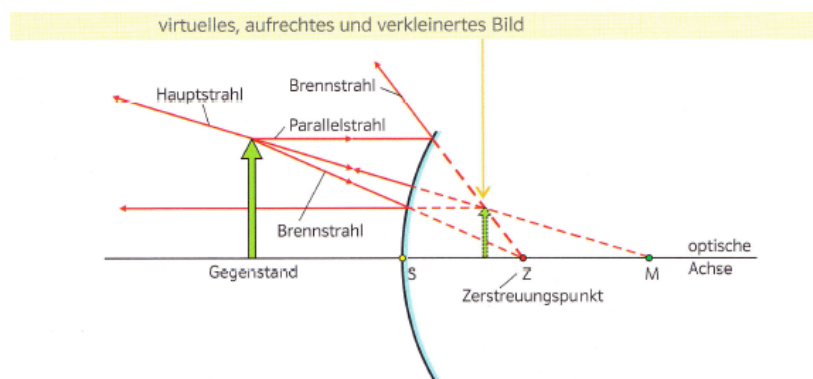


Abbildung 3.47: Konstruktion des Bildes beim Konvexspiegel ([15], S.65)

Mathematisch gesehen ist bei diesen Themengebieten die **Geometrie** (Ähnlichkeit) wesentlich. Die SchülerInnen üben hierbei den Umgang mit dem Geodreieck und die Zeichengenauigkeit.

2.7.2 „Abbildung durch Lichtbrechung“

Brechung des Lichtes

An Grenzflächen zwischen zwei verschiedenen optischen Medien wird das Licht gebrochen. Es werden die Brechung vom Lot und die Brechung zum Lot unterschieden ([15], S.67).

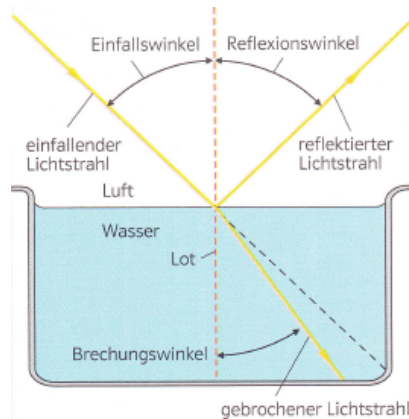


Abbildung 3.48: *Trifft ein Lichtstrahl auf eine Wasseroberfläche, so wird ein Teil des Strahls reflektiert, der andere Teil tritt in das Wasser ein und wird dabei gebrochen.* [[15], S.66]

Sammellinsen (Konvexlinsen)

Sammellinsen erzeugen sowohl reelle als auch virtuelle Bilder, abhängig von der Gegenstandsweite. Außerhalb der Brennweite entstehen reelle, umgekehrte Bilder und innerhalb der Brennweite entstehen virtuelle, aufrechte, vergrößerte Bilder ([15], S.71).

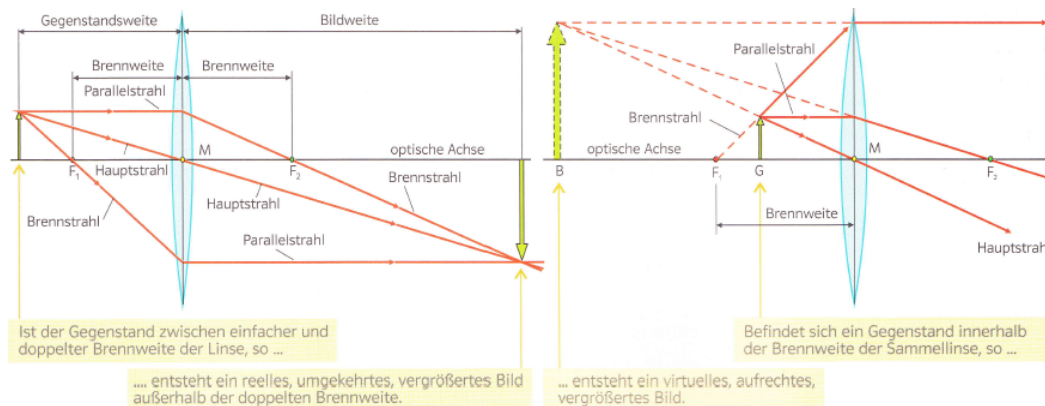


Abbildung 3.49: *Konstruktion eines reellen und eines virtuellen Bildes einer Sammellinse* [[15], S.71]

Zerstreuungslinsen (Konkavlinsen)

Zerstreuungslinsen erzeugen ausschließlich virtuelle, aufrechte und verkleinerte Bilder auf der Seite des Gegenstandes ([15], S.72).

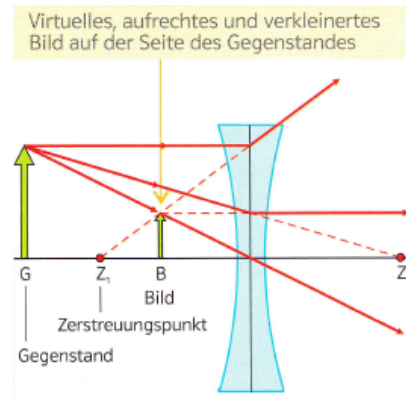


Abbildung 3.50: Konstruktion eines virtuellen Bildes bei einer Zerstreuungslinse ([15], S.72)

Mathematisch gesehen ist bei diesen Themengebieten die **Geometrie** wesentlich. Die SchülerInnen üben hierbei den Umgang mit dem Geodreieck und die Zeichengenauigkeit.

2.7.3 Bemerkungen

Im Schulbuch wird fast ausschließlich auf geometrische Konstruktionen Wert gelegt, obwohl der Lehrplan eigentlich nur das Wissen über Bildentstehung fordert, nicht explizit die Konstruktionen.

2.8 Mathematische Inhalte in der Kernphysik

Im Buch **Physik 4** werden die Themen der Kernphysik im Kapitel „Das radioaktive Verhalten der Materie“ behandelt. Ein genauerer Blick wird auf das Themengebiet „Strahlung und Energie aus Atomkernen“ geworfen (vgl. [15], S.107ff).

2.8.1 „Strahlung und Energie aus Atomkernen“

Halbwertszeit

Der radioaktive Zerfall kann nicht beeinflusst werden. Eine Verminderung der Radioaktivität tritt dann auf, wenn die Zahl der instabilen Kerne geringer wird. Der Zerfall hört dann auf, wenn alle instabilen Kerne zerfallen sind. Es kann keine Vorhersage über den Zeitpunkt des Zerfalls getätigt werden, aber es kann eine Vorhersage über den Verlauf des Zerfalls gemacht werden, weil in gleichen Zeitabschnitten immer der gleiche Bruchteil der vorhandenen Atome eines radioaktiven Elements zerfällt. Nach einer gewissen Zeit ist nur noch die Hälfte der ursprünglich vorhandenen Kerne nicht zerfallen. Die Zeitspanne, in der die Hälfte aller Atomkerne einer radioaktiven Substanz zerfällt, heißt Halbwertszeit ([15], S.111).



Abbildung 3.51: Zerfallskurve von Iod-131. Sie zeigt, wie die Zahl der ursprünglichen Kerne abnimmt, und ermöglicht das Ablesen der Halbwertszeit. [[15], S.111]

2.8.2 Bemerkungen

Mathematisch gesehen sind bei diesem Themengebiet die **Exponentialfunktion** und die **Logarithmusfunktion** essenziell. Diese mathematischen Fertigkeiten sind aber in der 4. Klasse noch nicht vorhanden, daher wird im Buch nur eine Veranschaulichung gebracht.

2.9 Analyse der mathematischen Themengebiete

Themenbereich	Mechanik	Schwingung	Wärme	E-Lehre	E-Dynamik	Optik	Kernph
Gleichungen Formeln	✓	✓	✓	✓			
Diagramm Graphen	✓			✓			✓
Funktionale Abhängigkeit	✓			✓	✓		✓
Größeneinheiten	✓		✓				
Geometrie	✓					✓	
Vektordarstellung	✓		✓				
Proportionalitäten	✓	✓		✓	✓		
Trigonometrie					✓		

Tabelle 3.6: Analyse „Physik“

4 Analyse der Oberstufenbücher

1 Mathematik verstehen - Malle, Woschitz, Koth, Salzger

1.1 Allgemeines zur Schulbuchreihe

Die vorliegende Schulbuchreihe (verfasst von Günther Malle, Maria Koth, Helge Woschitz, Sonja Malle, Bernhard Salzger, Andreas Ulovec) besteht aus vier Büchern: *Mathematik verstehen 5*, *Mathematik verstehen 6*, *Mathematik verstehen 7* und *Mathematik verstehen 8*.

Das Buch **Mathematik verstehen 5** behandelt die Kapitel „Einige Wiederholungen aus der Unterstufe“, „Aussagen und Mengen“, „Zahlen“, „Quadratische Gleichungen“, „Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken“, „Berechnungen in beliebigen Dreiecken“, „Reelle Funktionen“, „Lineare Funktionen“, „Einige nichtlineare Funktionen“, „Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme in zwei Variablen“, „Vektoren“, „Geometrische Darstellung von Vektoren und deren Rechenoperationen“, „Betrag und Winkelmaß von Vektoren“ und „Geraden im $\mathbb{R}^2$ “ ([23], S.3ff).

Das vorliegende Buch beinhaltet die mathematischen Themengebiete „Arithmetik“, „Trigonometrie“ und „Vektorrechnung“.

Das Buch **Mathematik verstehen 6** behandelt die Kapitel „Potenzen, Wurzeln und Logarithmen“, „Ungleichungen“, „Reelle Funktionen“, „Exponential- und Logarithmusfunktionen“, „Winkelfunktionen“, „Ergänzungen zu Funktionen“, „Folgen“, „Reihen“, „Sparen, Renten und Kredite“, „Vektoren im $\mathbb{R}^3$ “, „Geraden und Ebenen im Raum“, „Beschreibende Statistik“ und „Wahrscheinlichkeiten“ ([24], S.3ff).

Das vorliegende Buch beinhaltet die mathematischen Themengebiete „Arithmetik“, „Trigonometrie“, „Folgen und Reihen“, „Finanzmathematik“, „Vektorrechnung“ und „Stochastik“.

Das Buch **Mathematik verstehen 7** behandelt die Kapitel „Gleichungen und Polynomfunktionen“, „Grundbegriffe der Differentialrechnung“, „Untersuchen von Polynomfunktionen“, „Untersuchen weiterer Funktionen“, „Exaktifizierung der Differentialrechnung“, „Kreis und Kegel“, „Ellipse, Hyperbel und Parabel“, „Kurven und Flächen“, „Wahrscheinlichkeitsverteilungen“ und „Komplexe Zahlen“ ([25], S.3ff).

Das vorliegende Buch beinhaltet die mathematischen Themengebiete „Differentialrechnung“, „Vektorrechnung“, „Stochastik“ und „Arithmetik“.

Das Buch **Mathematik verstehen 8** behandelt die Kapitel „Stammfunktion und Inte-

gral“, „Einige Anwendungen der Integralrechnung“, „Ergänzungen zur Integralrechnung“, „Anwendungen in der Wirtschaft“, „Die Normalverteilung“, „Testen und Schätzen von Anteilen“, „Differenzen- und Differentialgleichungen“, „Vernetzte Systeme und deren Entwicklung“ und Maturavorbereitung ([26], S.3ff).

Das vorliegende Buch beinhaltet die mathematischen Themengebiete „Integralrechnung“, „Stochastik“, „Differentialgleichungen“ und „Vernetzte Systeme“.

Die Buchanalyse wird so durchgeführt, dass die einzelnen Themen anhand der vier Bereiche (*Algebra und Geometrie*, *Funktionale Abhängigkeiten*, *Analysis und Wahrscheinlichkeit* und *Statistik*), die es bei der zentralen standardisierten Reifeprüfung gibt, zugeordnet und analysiert werden.

1.2 Physikalische Inhalte in der Algebra und Geometrie

1.2.1 „Zahlen“

Im Buch **Mathematik verstehen 5** werden im Kapitel zu den Zahlen zahlreiche Beispiele zu den **Zehnerpotenzen** und zur **Gleitkommadarstellung** gestellt. Bei Beispiel 3.77 geht es zum Beispiel darum, den Erdumfang, die Masse des Mondes, die Lichtgeschwindigkeit, den Durchmesser eines Atoms, die Masse des Mars und das Volumen des Wörthersees im normierten Gleitkommaformat anzugeben (vgl. [23], S.54).

In den folgenden Beispielen (3.78a, 3.80 und 3.82) werden die Größeneinheiten von **Frequenzen**, von **Längenmaßen** und **Hohlmaßen** angesprochen (vgl. [23], S.55).

1.2.2 „Trigonometrie“

Im Buch **Mathematik verstehen 5** wird im Kapitel zu Sinus, Cosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck ein Beispiel (5.10) zur **Schiefen Ebene** angeführt (vgl. [23], S.84).

„Ein Ball rollt eine unter 7° abfallende Straße hinunter. Welche horizontale bzw. vertikale Entfernung hat der Ball zurückgelegt, wenn er a) 5 m, b) 10 m, c) 15 m, d) 20 m gerollt ist?“ ([23], S.84).

Auf den folgenden Seiten werden noch weitere Aufgaben in dieser Art angeführt ([23], S.86).

Es werden dann auch noch 2 Aufgaben (5.28, 5.29) zur **Optik** gestellt, wo es um den Sehwinkel und die Auflösung geht. An dieser Stelle wird nur Aufgabe 5.28 angeführt (vgl. [23], S.87).

„Damit ein Beobachter B zwei benachbarte Punkte P und Q mit freiem Auge gerade noch unterscheiden kann, muss der Sehwinkel α zwischen den Sehstrahlen eine bestimmte Mindestgröße besitzen. Diese Mindestgröße nennt man die Auflösung des Auges.“

1. Zwei Punkte P und Q im Abstand von 6mm kann man aus 10,3 m Entfernung gerade noch unterscheiden. Zeige, dass sich daraus die Auflösung des menschlichen Auges mit rund $0,0334^\circ$ ergibt!
2. Wie weit müssen zwei Punkte voneinander entfernt sein, damit man sie aus 100m Entfernung gerade noch getrennt sehen kann?
3. Eine 2-Euro-Münze hat einen Durchmesser von 27,25 mm. Aus welcher Entfernung kann man diese Münze gerade noch sehen?“ ([23], S.87)

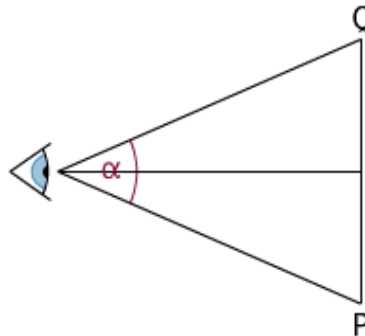


Abbildung 4.1: Veranschaulichung zu Aufgabe 5.28 ([23], S.87)

Eine weitere Aufgabe (5.86) zur **Optik** wird im Buch erwähnt. Hierbei ist der Sehwinkel und die Distanz zwischen der Erde und der Sonne gegeben. Es soll der Durchmesser der Sonne bestimmt werden (vgl. [23], S.95).

Es wird eine Aufgabe zum **Freien Fall** betrachtet (vgl. [23], S.94).

„Ein von der Dachkante des schiefen Turms von Pisa losgelassener Stein schlägt nach 3,1 s genau 4,5 m vom Turm entfernt am Boden auf. Unter welchem Winkel ist der Turm gegen das Lot geneigt? **Hinweis:** Beim freien Fall legt ein Körper in t Sekunden den Weg $s = \frac{g}{2} \cdot t^2$ zurück, wobei $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ die Erdbeschleunigung ist. Der Luftwiderstand wird nicht berücksichtigt“ ([23], S.94).

Es werden einige Aufgaben zur Anwendung astronomischer Einheiten gestellt. Hierbei wird das **Lichtjahr** (5.90) eingeführt und die **Parallaxensekunde (Parsec)** (5.91). In einer anderen Aufgabe (5.92) wird eine Methode zum Vergleich der Entfernung Erde-Sonne und Erde-Mond dargestellt ([23], S.96).

Es werden dann noch 9 Aufgaben (5.93-5.101) zu **Kräften und Geschwindigkeiten** angeführt. An dieser Stelle führe ich nur Aufgabe 5.98 an ([23], S.97).

„Eine Deckenlampe mit dem Gewicht $G = 80 \text{ N}$ hängt an zwei Drähten, die jeweils einen Winkel von 15° mit der Decke bilden. Ermittle die Zugkraft F an jedem der beiden Drähte!

Hinweis: Die Zugkräfte spannen einen Rhombus auf“ ([23], S.97).

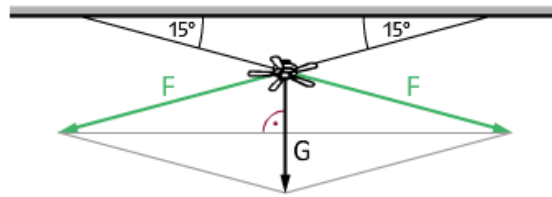


Abbildung 4.2: Veranschaulichung zu Aufgabe 5.98 [[23], S.97]

Im Buch **Mathematik verstehen 5** werden im Kapitel zu den Berechnungen in beliebigen Dreiecken zwei Aufgaben (6.107 und 6.108) gestellt, wo zwei Kräfte gegeben sind und die Resultierende und der Winkel zwischen den Kräften zu berechnen ist ([23], S.120).

1.2.3 „Vektoren“

Im Buch **Mathematik verstehen 5** wird im Kapitel zur geometrischen Darstellung von Vektoren eine Aufgabe (12.31) zu einer Flussquerung gestellt. Hierbei hat der Fluss eine Strömungsgeschwindigkeit und das Boot eine Eigengeschwindigkeit. Die Frage, die sich stellt, ist, mit welcher Geschwindigkeit sich das Boot nun tatsächlich fortbewegt und wie lange die Flussquerung dauert (vgl. [23], S.224).

Im Buch **Mathematik verstehen 5** wird im Kapitel zu den Geraden im $\mathbb{R}^2$ im Unterkapitel zu Geradendarstellung eine Aufgabe (14.16) zur **gleichförmigen Bewegung** eines punktförmigen Körpers gestellt (vgl. [23], S.249).

„Ein punktförmiger Körper bewegt sich gleichförmig auf einer geraden Bahn. Er befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ im Punkt $A = (100|100)$ und zum Zeitpunkt $t = 1$ im Punkt $B = (250|300)$ (Zeit in Sekunden).

- Ermittle rechnerisch, wo sich der Körper nach 0,1 s, nach 0,5 s, nach 2 s bzw. t Sekunden befindet!*
- Ermittle rechnerisch, zu welchem Zeitpunkt sich der Körper im Punkt $P = (400|p_2)$ bzw. im Punkt $Q = (550|q_2)$ befindet!*
- Zeige rechnerisch, dass sich der Körper nicht durch den Punkt $R = (325|450)$ bewegt!“ ([23], S.249).*

Im Buch **Mathematik verstehen 5** wird im Kapitel zu den Geraden im $\mathbb{R}^2$ im Unterkapitel zur Normalprojektion eine Aufgabe (14.97) gestellt, wo die **Kraft** berechnet werden soll, mit der ein Schlitten gezogen wird. Weiters wird eine Aufgabe (14.100) angeführt, wo der Betrag der Geschwindigkeit eines Vektors berechnet werden soll. An dieser Stelle wird nur Aufgabe 14.97 angeführt ([23], S.264).

Ein Schlitten wird mit einer unter dem Winkel φ schräg nach oben gerichteten Kraft $\vec{F}$ gezogen. Stelle eine Formel für den Betrag der Kraft $\vec{F}_s$ auf, mit der der Schlitten in Richtung des Wegvektors $\vec{s}$ gezogen wird!“ ([23], S.264)

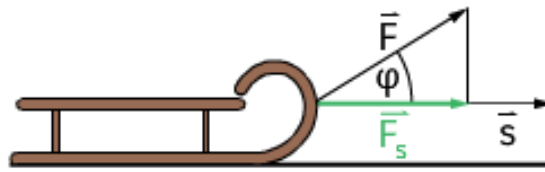


Abbildung 4.3: Veranschaulichung zu Aufgabe 14.97 [[23], S.264]

Im Buch **Mathematik verstehen 6** wird im Kapitel zu den Vektoren im $\mathbb{R}^3$ im Unterkapitel zum Vektorprodukt die **Dreifingerregel** und die **Schraubenregel** motiviert, die in der Elektrodynamik von Bedeutung sind (vgl. [24], S.170).

Weiters wird das Vektorprodukt und die Normalprojektion in der Physik motiviert, speziell das **Drehmoment** $\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$. Es werden 2 Aufgaben zum Drehmoment (10.83, 10.84), eine Aufgabe nur Kraft (10.85) und eine Aufgabe zur Geschwindigkeit (10.86) gestellt. An dieser Stelle wird nur die Aufgabe zur Kraft angeführt (vgl. [24], S.174).

„Ein Wagen wird durch eine schräg angreifende Kraft $\vec{F}$ auf einem Gleis in Richtung des Vektors $\vec{g}$ gezogen (Koordinaten von $\vec{F}$ in Newton, Koordinaten von $\vec{g}$ in Meter). Berechne den Betrag der Kraftkomponente, die den Wagen in Richtung des Gleises zieht!

a) $\vec{g} = (2|2|1)$, $\vec{F} = (1200|1000|800)$

b) $\vec{g} = (1|1|1)$, $\vec{F} = (1100|1500|1200)$ “ ([24], S.174).

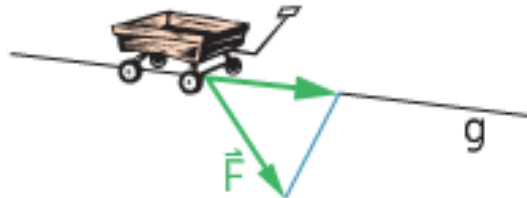


Abbildung 4.4: Veranschaulichung zu Aufgabe 10.85 [[24], S.174]

1.2.4 „Potenzen, Wurzeln und Logarithmen“

Im Buch **Mathematik verstehen 6** werden im Kapitel zu den Potenzen drei Aufgaben (1.23-1.25) gestellt, wo die **Lichtgeschwindigkeit** und das **Lichtjahr** eine Rolle spielen. Weiters wird eine Aufgabe (1.61) zur **thermischen Ausdehnung**, eine Aufgabe (1.66) zum **Massenvergleich eines Elektrons mit einem Proton**, eine Aufgabe (1.68) zu den **Schwingungen** und eine Aufgabe (1.74) zur **Umrechnung von Kelvin in Grad Celsius** gestellt. An dieser Stelle wird nur Aufgabe 1.68 zu den Schwingungen angeführt (vgl. [24], S.9, 14f).

„Töne entstehen durch Luftschwingungen. Die Schwingungsdauer beträgt bei den höchsten hörbaren Tönen ungefähr $0,5 \cdot 10^{-4}$ s. Die Zeit zwischen zwei Herzschlägen beträgt grob geschätzt 1s. Wie viele Schwingungen erfolgen bei den höchsten Tönen ungefähr zwischen zwei Herzschlägen?“ ([24], S.15).

1.2.5 „Folgen“

Im Buch **Mathematik verstehen 6** werden im Kapitel zu den geometrischen Folgen zwei Aufgaben mit physikalischem Kontext gestellt. Die erste Aufgabe (7.37) behandelt einen **springenden Ball**, der an Höhe verliert und die zweite Aufgabe (7.38) behandelt die **Helligkeit des Lichtes**. An dieser Stelle wird nur Aufgabe 7.38 angeführt ([24], S.125f).

„Beim Durchgang durch eine Glasplatte verliert das Licht 10% seiner Helligkeit. Es werden n solche Platten aneinander gelegt. Es sei I_0 die Helligkeit des Lichtes beim Eintritt in die erste Glasplatte und I_n die Helligkeit des Lichtes beim Austritt aus der n -ten Glasplatte.

1. Gib eine Termdarstellung der Folge $(I_n \mid n \in \mathbb{N})$ an!
2. Wie viele Glasplatten müssen aneinandergelegt werden, damit die Austrittshelligkeit höchstens halb so groß wie die Eintrittshelligkeit ist?“ ([24], S.126).

1.2.6 „Reihen“

Im Buch **Mathematik verstehen 6** werden im Kapitel zu den unendlichen Reihen zwei Aufgaben behandelt, die einen physikalischen Kontext haben. Die erste Aufgabe (8.14) behandelt einen **springenden Ball**, also einen elastischen Stoß, und die zweite Aufgabe (8.23) behandelt ein **schwingendes Pendel**. An dieser Stelle wird nur Aufgabe 8.23 angeführt (vgl. [24], S.136ff).

„Ein Pendel schwingt in einer Flüssigkeit. Dabei beträgt die Weite (Bogenlänge) jedes Ausschlags stets nur drei Fünftel der Weite des vorhergehenden Ausschlags. Die Weite des fünften Ausschlags beträgt 20 cm.

- a) Wie groß war der erste Ausschlag?
- b) Der wievielte Ausschlag wird kleiner als 5 cm sein?
- c) Wie lang ist der Gesamtweg, den die Pendelspitze zurücklegt?“ ([24], S.138).

1.2.7 „Ellipse, Hyperbel und Parabel“

Im Buch **Mathematik verstehen 7** wird im Kapitel zur Ellipse eine Aufgabe (7.04) zum **1. Keplerschen Gesetz** gestellt; hierbei wird die Längeneinheit **1 AE** (Astronomische Einheit) eingeführt. Bei dieser Aufgabe sollen die Entfernungen unterschiedlicher Planeten von der Sonne berechnet werden (vgl.[25], S.139).

Im Kapitel zu den Kegelschnitten werden **Satellitenbahnen** motiviert, im Speziellen wird darauf eingegangen, wie die unterschiedlichen Bahnen aussehen können und welche Abschussgeschwindigkeiten dafür notwendig sind. Wie diese Bahnen aussehen, ist in Abbildung 4.5 ersichtlich (vgl. [25], S.167).

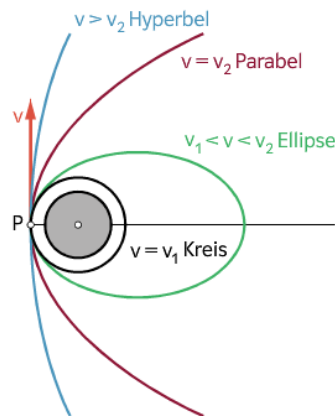


Abbildung 4.5: Veranschaulichung der Satellitenbahnen [[25], S.167]

Es werden auch Anwendungen der Kegelschnitte erwähnt und motiviert. Hier sind **elliptische Spiegel**, **hyperbolische Spiegel**, **parabolische Spiegel** und **Spiegelteleskope** hervorzuheben (vgl. [25], S.168-170).

1.2.8 „Kurven und Flächen“

Im Buch **Mathematik verstehen 7** werden im Kapitel zu den Kurven vier Aufgaben (8.10-8.13) gestellt, bei denen es einen physikalischen Kontext gibt. Die erste Aufgabe (8.10) behandelt **Lissajouskurven**, welche bei den **Schwingungen** relevant sind. Die anderen drei Aufgaben (8.11-8.13) behandeln unterschiedliche Arten von **Zykloiden**, die bei Planetenbahnen eine Rolle spielen. An dieser Stelle wird auf das Anführen einer Aufgabe verzichtet (vgl. [25], S.179f).

1.3 Physikalische Inhalte bei Funktionalen Abhängigkeiten

1.3.1 „Reelle Funktionen, Lineare Funktionen, Nichtlineare Funktionen“

Im Buch **Mathematik verstehen 5** werden im Kapitel zu den reellen Funktionen eine Aufgabe (7.11) zur **Frequenz**, zehn Aufgaben (7.16-7.25) zu **Zeit-Ort-** bzw. **Zeit-Geschwindigkeit-Diagrammen** und **-Funktionen** und eine Aufgabe (7.49) zum **Anhalteweg** gestellt. Weiters wird der Anhalteweg so eingeführt, dass er die Summe aus Reaktionsweg und Bremsweg ist. Es wird auch die Faustformel aus der Fahrschule erwähnt (vgl. [23], S.129ff).

Der Anhalteweg lässt sich näherungsweise mit der folgenden Formel berechnen (vgl. [23], S.140).

$$\text{Anhalteweg} = \underbrace{v_0 \cdot \tau}_{\text{Reaktionsweg}} + \underbrace{\frac{v_0^2}{2b}}_{\text{Bremsweg}} \quad (4.1)$$

Die Fahrschulformel lautet: ([23], S.140)

$$\text{Anhalteweg} = \underbrace{3 \cdot \frac{v_0}{10}}_{\text{Reaktionsweg}} + \underbrace{\left(\frac{v_0}{10}\right)^2}_{\text{Bremsweg}} \quad (v_0 \text{ in km/h, Anhalteweg in m}) \quad (4.2)$$

An dieser Stelle wird Aufgabe 7.21 zur Beschreibung eines v-t-Diagramms angeführt (vgl. [23], S.129ff).

„Wie könnte die Zeit-Ort-Funktion eines Autos aussehen, die zur folgenden Zeit-Geschwindigkeit-Funktion gehört? Skizziere den Graphen!“ ([23], S.133)

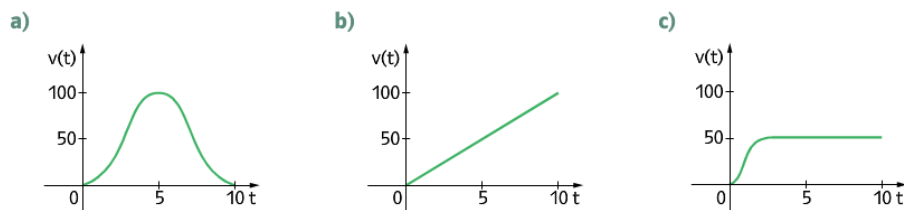


Abbildung 4.6: Veranschaulichung zu Aufgabe 7.21 ([23], S.133)

Im Buch **Mathematik verstehen 5** werden im Kapitel zu den linearen Funktionen neun Aufgaben (8.37-8.40, 8.82-8.86) zu den **Weg-Zeit-Diagrammen**, eine Aufgabe (8.49) zur **Spannkraft einer Feder**, eine Aufgabe (8.50) zu **thermischen Ausdehnung**, eine Aufgabe (8.63) zur **Gewichtskraft**, eine Aufgabe (8.64) zum **Zusammenhang Masse-Volumen-Dichte** und eine Aufgabe (8.65) zum **Ohm'schen Gesetz** gestellt. An dieser Stelle wird nur Aufgabe 8.65 angeführt, weil das Ohm'sche Gesetz in der Elektrizitätslehre essentiell ist (vgl. [23], S.154ff).

„Wird an den Enden eines elektrischen Leiters eine Spannung U angelegt, so fließt durch den Leiter ein Strom der Stärke I . Das Ohm'sche Gesetz $U = R \cdot I$ besagt, dass die Spannung U zur Stromstärke I direkt proportional ist, wobei der Proportionalitätsfaktor R vom Leiter abhängt. Man bezeichnet R als elektrischen Widerstand des Leiters. (U wird in Volt, I in Ampere, R in Ohm gemessen).

- Ist auch die Stromstärke I zur Spannung U direkt proportional? Wenn ja, wie lautet der Proportionalitätsfaktor?
- Nebstehend ist der Zusammenhang zwischen I und U für einen bestimmten Leiter dargestellt. Entnimm diesem den elektrischen Widerstand R des Leiters!“ ([23], S.160).

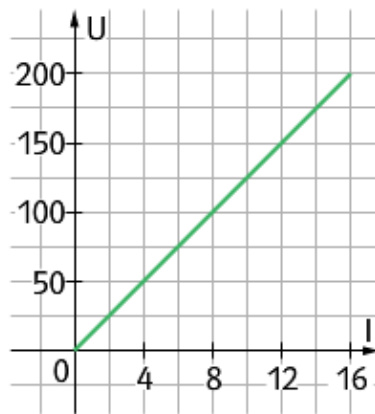


Abbildung 4.7: Veranschaulichung zu Aufgabe 8.65 [[23], S.160]

Im Buch **Mathematik verstehen 5** werden im Kapitel zu den nichtlinearen Funktionen drei Aufgaben (9.09, 9.34, 9.67) zur **Fliehkraft**, eine Aufgabe (9.30) zum **Bremsweg**, eine Aufgabe (9.32) zur **Volumenanomalie des Wassers**, eine Aufgabe (9.33) zum **Schiefen Wurf**, eine Aufgabe (9.35) zum **Zusammenhang Masse-Volumen-Dichte**, drei Aufgaben (9.36, 9.43, 9.70) zur **Gravitation** und zu **Satelliten**, eine Aufgabe (9.42) zum **freien Fall**, fünf Aufgaben (9.54-9.58) zu **Weg-Zeit-Diagrammen**, eine Aufgabe (9.65) zur **Abhängigkeit der Spannung von der Zeit**, eine Aufgabe (9.69) zur **Kinetischen Energie** und eine Aufgabe (9.71) zum **Ohm'schen Gesetz** gestellt. An dieser Stelle möchte ich eine Aufgabe (9.54) zu den Weg-Zeit-Diagrammen anführen, weil es auch abschnittsweise definierte Funktionen gibt (vgl. [23], S.172ff).

„Eine Autofahrerin fährt auf der Autobahn zunächst zwei Stunden lang mit einer mittleren Geschwindigkeit von 110 km/h, macht dann eine Stunde Rast, und fährt anschließend weitere 1,5 Stunden mit 120 km/h. Sei $s(t)$ die Entfernung vom Anfangsort zum Zeitpunkt t (t in Stunden, $s(t)$ in Kilometer). Gib eine abschnittsweise Termdarstellung der Funktion s im Bereich $0 \leq t \leq 4,5$ an und zeichne den Graphen dieser Funktion!“ ([23], S.183).

Im Buch **Mathematik verstehen 6** werden im Kapitel zu den reellen Funktionen drei Aufgaben (3.09-3.11) zum **lotrechten Wurf nach oben** und eine Aufgabe (3.18) zum **mathematischen Pendel** angeführt. Bei diesen Aufgaben geht es um die Bestimmung von Monotonie, Nullstellen und Extremstellen. An dieser Stelle werde ich Aufgabe 3.11 zum lotrechten Wurf anführen (vgl. [24], S.43ff).

„Wird ein Körper mit der Ausgangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben geworfen, so beträgt seine Höhe h in Meter nach t Sekunden ungefähr: $h(t) = v_0 t - 5t^2$. Wann schlägt der Körper wieder auf dem Boden auf, wann erreicht er seine größte Höhe und wie groß ist diese?“ ([24], S.43).

Im Buch **Mathematik verstehen 6** werden im Kapitel zu den Ergänzungen zu den Funktionen eine Aufgabe (6.30) zum **freien Fall**, eine Aufgabe (6.34) zur **kinetischen**

Energie, eine Aufgabe (6.36) zur **Längenzunahme**, eine Aufgabe (6.37) zum **Invers - quadratischen Gesetz**, eine Aufgabe (6.38) zum **elektrischen Widerstand** und eine Aufgabe (6.39) zu den **Gasgesetzen** gestellt. An dieser Stelle wird nur Aufgabe 6.30 angeführt, weil hier wieder ein Rückgriff auf Bewegungsdiagramme erfolgt. Weiters sind Bewegungsdiagramme in der Mechanik ein wichtiges Werkzeug, um zwischen verschiedenen Bewegungsarten zu unterscheiden (vgl. [24], S.108ff).

„Wie schnell ein Körper auf einem Himmelskörper zu ‚Boden‘ fällt, hängt von der Fallbeschleunigung a auf diesem Himmelskörper ab. Der in der Zeit t zurückgelegte Weg s ist (ohne Berücksichtigung eines allfälligen atmosphärischen Widerstandes) gegeben durch $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$.

1. Welche der Funktionen $a \mapsto s$ (t konstant) und $t \mapsto s$ (a konstant) sind linear? Wenn eine dieser Funktionen von einem anderen Typ ist, gib diesen an!
2. Welches der nebenstehenden Schaubilder könne die Funktion $t \mapsto s$ (a konstant) darstellen?“ ([24], S.108).

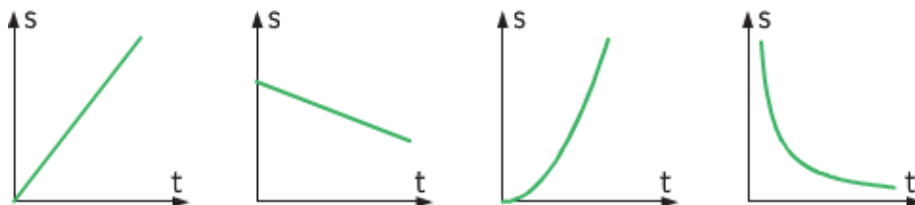


Abbildung 4.8: Veranschaulichung zu Aufgabe 6.30 ([24], S.108)

1.3.2 „Exponential- und Logarithmusfunktionen“

Im Buch **Mathematik verstehen 6** werden im Kapitel zu den Exponentialfunktionen eine Aufgabe (4.28) zum **Luftdruck**, eine Aufgabe (4.29) zur **Helligkeit des Lichtes**, neun Aufgaben (4.43-4.34, 4.52-4.54, 4.74) zum **radioaktiven Zerfall** und zur **Halbwertszeit** und vier Aufgaben (4.63-4.66) zur **Altersbestimmung mit C-14 und K-40** angeführt. Da die Altersbestimmung mit C-14 eine nützliche Anwendung ist, wird an dieser Stelle Aufgabe 4.66, die sich mit dem Ötzi beschäftigt, angeführt (vgl. [24], S.61ff).

„Im Jahr 1991 wurde im Gletschereis die Mumie des Mannes vom Hauslabjoch - genannt „Ötzi“ - gefunden. Eine erste Analyse von Gewebeproben ergab, dass vom ursprünglichen C-14-Anteil nur mehr 57% vorhanden waren.

- Vor wie vielen Jahren ist der ‚Ötzi‘ ungefähr gestorben?
- Die Halbwertszeit von C-14 wird oft mit 5730 Jahren $\pm$ 30 Jahre angegeben. Wie wirkt sich diese Unsicherheit auf die Berechnung des Alters vom ‚Ötzi‘ aus?“ ([24], S.67).

Im Buch **Mathematik verstehen 6** wird im Kapitel zur Logarithmusfunktion eine Aufgabe (4.84) zur **Lautstärke** gestellt. Bei dieser Aufgabe ist es erforderlich, die gegebene

Logarithmusfunktion zur Basis 10, also die Lautstärke in Abhängigkeit von der Schallintensität, zu zeichnen und im Kontext zu deuten. Auf das Anführen der Aufgabe an dieser Stelle wird verzichtet (vgl. [24], S.73)

1.3.3 „Winkelfunktionen“

Im Buch **Mathematik verstehen 6** werden im Unterkapitel zur **Drehbewegung** drei Aufgaben (5.07-5.09) angeführt, bei denen sich ein punktförmiger Körper auf einer Kreisbahn bewegt. Es sollen die Winkel vom Gradmaß ins Bogenmaß und umgekehrt umgerechnet werden. Weiters werden im Unterkapitel zu den **harmonischen Schwingungen** zuerst das **Federpendel** und die Begriffe **Amplitude**, **Schwingungsdauer**, **Frequenz**, **Elongation**, **Winkelgeschwindigkeit**, **Kreisfrequenz** und **Phasenverschiebung** motiviert und am Beispiel des **Federpendels** und des **Wechselstromsignals** erklärt. Es werden zehn Aufgaben (5.22-5.31) zu den harmonischen Schwingungen im Buch aufgelistet, wobei ich an dieser Stelle nur Aufgabe 5.30 anführe (vgl. [24], S.91ff).

Zwei Schwingungen werden durch $s_0(t) = \sin(t)$ und $s(t) = 3 \cdot \sin\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)$ beschrieben.

1. *Erläutere, wie der Graph von s aus dem Graphen von s_0 hervorgeht! Was bedeutet dies für eine Schwingung?*
2. *Zeichne die Graphen mit Hilfe eines geeigneten Computerprogramms!“ ([24], S.95).*

1.4 Physikalische Inhalte in der Analysis

1.4.1 „Differentialrechnung“

Im Buch **Mathematik verstehen 7** wird im Kapitel zu den Grundbegriffen der Differentialrechnung am Beginn die **mittlere Geschwindigkeit** und die **Momentangeschwindigkeit** definiert und motiviert. Danach folgen vier Aufgaben (2.04-2.07) zu diesen **Geschwindigkeiten**, eine Aufgabe (2.11) zu **Ausbreitung einer Wellenfront**, eine Aufgabe (2.14) zu **Änderungsmaßen im Kontext**, eine Aufgabe (2.40) zum **Treibstoffverbrauch**, eine Aufgabe (2.41) zum **Zeigerausschlag eines Voltmeters in Abhängigkeit von der Spannung**, eine Aufgabe (2.42) zur **Auftriebskraft**, eine Aufgabe (2.43) zur **Antriebskraft**, eine Aufgabe (2.49) zur **Stromstärke**, eine Aufgabe (2.50) zur **Leistung**, eine Aufgabe (2.51) zum **Temperaturgradienten**, fünf Aufgaben (2.38, 2.67, 2.69, 2.71, 2.73) zum **lotrechten Wurf**, drei Aufgaben (2.39, 2.68, 2.70) zu **Weg-Zeit-Diagrammen**, eine Aufgabe (2.72) zum **Strömungswiderstand beim Fliegen**, zwei Aufgaben (2.74, 2.77) zur **kinetischen Energie**, eine Aufgabe (2.76) zur **Fliehkraft**, eine Aufgabe (2.94) zum **radioaktiven Zerfallsgesetz**, eine Aufgabe (2.99) zur Berechnung der **Geschwindigkeit** und **Beschleunigung** und eine Aufgabe (2.100) zum **freien Fall**, wo für die Geschwindigkeit und die Beschleunigung eine Formel aufgestellt werden soll (vgl. [25], S.13ff).

An dieser Stelle wird Aufgabe 2.77 angeführt (vgl. [25], S.34).

„Bewegt sich ein Körper der Masse m mit einer Geschwindigkeit v , so beträgt seine kinetische Energie $E(v) = \frac{mv^2}{2}$. Die Größe $p(v) = m \cdot v$ bezeichnet man als Impuls bei der Geschwindigkeit v .

1. Zeige: Der Impuls ist die Änderungsrate der kinetischen Energie bezüglich der Geschwindigkeit.
2. Stelle eine Formel für den Impuls eines frei fallenden Körpers auf ($v = g \cdot t$)!
Zeige: Die Änderungsrate des Impulses bezüglich der Zeit ist das Gewicht G des Körpers“ ([25], S.34).

Im Buch **Mathematik verstehen 7** werden im Kapitel zum Untersuchen von Polynomfunktionen drei Aufgaben mit physikalischem Kontext gestellt. Es wird eine Aufgabe (3.20) zum **Weg-Zeit-Diagramm**, eine Aufgabe (3.45) zum **freien Fall** und eine Aufgabe (3.127) zu **Linsen in Spiegelteleskopen** gestellt. An dieser Stelle wird Aufgabe 3.127 zu den Linsen angeführt, weil hier eine Extremwertaufgabe die Lösung bringt. Weiters ist bei dieser Aufgabe die Verwendung in der Astronomie wesentlich. Es wird auch das Herschel-Teleskop erwähnt (vgl. [25], S.48ff).

„Bei manchen Spiegelteleskopen wird vor den Hohlspiegel eine Korrekturlinse gesetzt, deren Querschnittsfläche auf der einen Seite durch eine Strecke und auf der anderen Seite durch eine Kurve begrenzt wird, die näherungsweise durch die Funktion f mit $f(x) = C \cdot x^2 \cdot (x^2 - r^2)$ beschrieben wird (siehe nebenstehenden Abbildung). Dabei ist C eine positive Konstante, die von der Glassorte der Linse und vom Radius des Hohlspiegels abhängt, und r der Radius der Linse. An welchen Stellen ist die Linse am dünnsten?“ ([25], S.69).

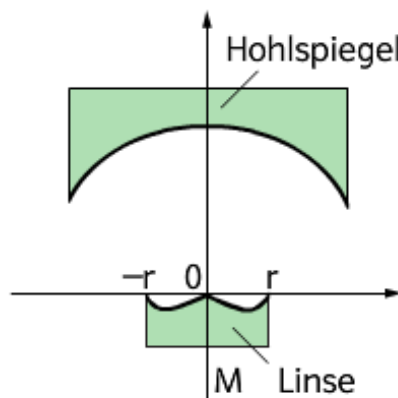


Abbildung 4.9: Veranschaulichung zu Aufgabe 3.127 ([25], S.69)

Im Buch **Mathematik verstehen 7** werden im Kapitel zum Untersuchen weiterer Funktionen noch weitere Aufgaben mit physikalischem Kontext eingebettet. Es gibt eine Aufgabe (4.32) zur **Beleuchtungsstärke**, eine Aufgabe (4.33) zum **Sicherheitsabstand** und zur **Verkehrsdichte**, eine Aufgabe (4.48) zur **gedämpften Schwingung**, eine Aufgabe (4.54)

zur **Verzögerung**, zwei Aufgabe (4.75, 4.76) zum **Fermat-Prinzip** (besser bekannt als **Brechungsgesetz**) und zwei Aufgaben (4.93, 4.94) zur **Winkelgeschwindigkeit**. An dieser Stelle wird Aufgabe 4.48 zur gedämpften Schwingung angeführt (vgl. [25], S.88ff).

„Viele Systeme (zB Federeinrichtungen in Kraftfahrzeugen) führen bei einer einmaligen Anregung eine „gedämpfte Schwingung“ aus. Für die Elongation $s(t)$ zum Zeitpunkt t gilt dabei näherungsweise: $s(t) = c \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t)$ (mit $t \in \mathbb{R}_0^+$). Die Zahlen c , ω und δ sind positive Konstanten, die vom jeweiligen System abhängen (δ heißt Dämpfungskonstante).

1. Ermittle die Nullstellen der Funktion s !
2. Liegen die lokalen Extremstellen von s jeweils genau zwischen zwei benachbarten Nullstellen von s ?
3. Sind die Wendestellen von s mit ihren Nullstellen identisch?
4. Zeige, dass der Graph von s zwischen den beiden ‚Einhüllenden‘ f und g mit $f(t) = c \cdot e^{-\delta t}$ und $g(t) = -c \cdot e^{-\delta t}$ liegt! Berechne die Schnittpunkte des Graphen von s mit diesen Einhüllenden! Wie lässt sich nachweisen, dass der Graph von s die Einhüllenden in diesen Schnittpunkten berührt und nicht bloß schneidet?“ ([25], S.91)

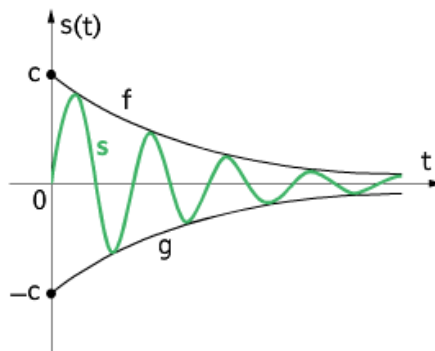


Abbildung 4.10: Veranschaulichung zu Aufgabe 4.48 [[25], S.91]

1.4.2 „Integralrechnung“

Im Buch **Mathematik verstehen 8** wird im Kapitel zu Stammfunktionen eine Aufgabe (1.01) zum **Zusammenhang Geschwindigkeit-Weg** gestellt (vgl. [26], S.6).

„Die Geschwindigkeit eines Körpers zum Zeitpunkt t beträgt $v(t) = 2t$. Gib eine Termdarstellung der Zeit-Ort-Funktion s des Körpers an, wenn $s(0) = 0$ ist (s in m, v in m/s)!“ ([26], S.6).

Im Buch **Mathematik verstehen 8** wird im Kapitel zu den Anwendungen der Integralrechnung zuerst die **Weglänge** eingeführt als das Integral der Geschwindigkeit nach der Zeit. Es werden dazu sechzehn Aufgaben (2.36-2.44, 2.46-2.51, 2.80) gestellt. Danach

wird der **Bremsweg**, **Anhalteweg** und **Reaktionsweg** motiviert und eine Aufgabe (2.45) wird angeführt. Bei den physikalischen Anwendungen des Integrals wird die **Arbeit** als Integral der Kraft nach dem Weg eingeführt und die **Leistung** als Hilfswerkzeug, um die Arbeit auf eine andere Weise zu berechnen, als Integral der Leistung nach der Zeit. Es werden vier Aufgaben (2.72-2.75) zur Berechnung der Arbeit und drei Aufgaben (2.76-2.78) zur Leistung aufgelistet. Da Diagramme deuten zu können, eine wesentliche Grundlage im Physikunterricht ist, wird Aufgabe 2.77 angeführt (vgl. [26], S.30ff).

„Die von einem Heizstrahler in einem bestimmten Zeitintervall abgegebene Wärmeenergie ist gleich der vom Heizstrahler in diesem Zeitintervall geleisteten Arbeit. Ein bestimmter Heizstrahler lässt sich durch eine Zeituhr so einstellen, dass sein Leistungsverlauf dem folgenden Graphen entspricht. Ermittle anhand des Graphen die im Zeitintervall $[0; 10]$ abgegebene Wärmeenergie!“ ([26], S.43).

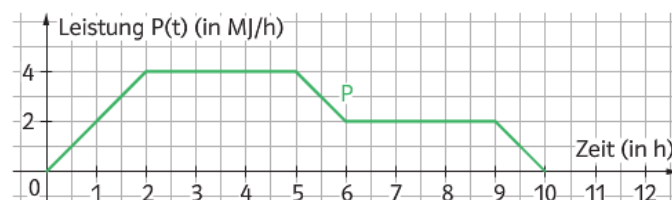


Abbildung 4.11: Veranschaulichung zu Aufgabe 2.77 ([25], S.43)

1.4.3 „Differenzen- und Differentialgleichungen“

Im Buch **Mathematik verstehen 8** werden zwei Differentialgleichungen gestellt, die Phänomene aus der Physik beschreiben. Die erste Aufgabe (7.13) behandelt den **radioaktiven Zerfall** und die zweite Aufgabe (7.20) behandelt eine **harmonische Schwingung**. An dieser Stelle wird nur Aufgabe 7.13 angeführt (vgl. [26], S.129f).

„Bei einem radioaktiven Zerfall sei $N(t)$ die Anzahl der zum Zeitpunkt t noch unzerfallenen Atome. Die mittlere Änderungsrate von N im Intervall $[t, t + \Delta t]$ ist direkt proportional zu $N(t)$ (Proportionalitätsfaktor = $-r$).

1. Zeige, dass die Funktion N die Differentialgleichung $N'(t) = -r \cdot N(t)$ erfüllt!
2. Ermittle die Lösungsfunktion dieser Differentialgleichung mit der Anfangsbedingung $N(0) = N_0$!“ ([26], S.129).

1.4.4 „Vernetzte Systeme und deren Entwicklung“

Im Buch **Mathematik verstehen 8** werden im Unterkapitel zu den Flussdiagrammen drei Aufgaben gestellt, die sich mit Physik beschäftigen. Die erste Aufgabe (8.10) behandelt eine **gleichförmige Bewegung**. Die zweite Aufgabe (8.11) behandelt eine **gleichmäßig beschleunigte Bewegung** und die dritte Aufgabe (8.12) behandelt eine **Schwingung**. An dieser Stelle wird nur Aufgabe 8.12 angeführt (vgl. [26], S.137).

„Beschreibe eine Schwingung mit der Elongation $s(t) = \sin(\omega t)$ durch ein Flussdiagramm! Verwende dazu:

Bestandsgrößen: Ort s , Geschwindigkeit v
 Flussraten: Ortszunahmerate (Geschwindigkeit) sz , Geschwindigkeitszunahmerate vz “ ([26], S.137)

1.5 Physikalische Inhalte bei der Wahrscheinlichkeit und Statistik

1.5.1 „Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten“

Im Buch **Mathematik verstehen 6** werden im Kapitel zu „Additionsregel für Versuchsausfälle“ drei Aufgaben (14.54-14.56) zur Ausfallwahrscheinlichkeit für elektrische Geräte in einem **Serien-** bzw. **Parallelstromkreis** gestellt. An dieser Stelle wird nur Aufgabe 14.56 angeführt (vgl. [24], S.260).

Von drei elektrischen Geräten G_1, G_2, G_3 fällt jedes mit der Wahrscheinlichkeit 0,05 aus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Stromkreis unterbrochen, wenn die Geräte **a)** in Reihe wie in Abb. 14.3a, **b)** parallel wie in Abb. 14.3b, **c)** wie in Abb. 14.3c, **d)** wie in Abb. 14.3d geschaltet sind?“ ([24], S.260)

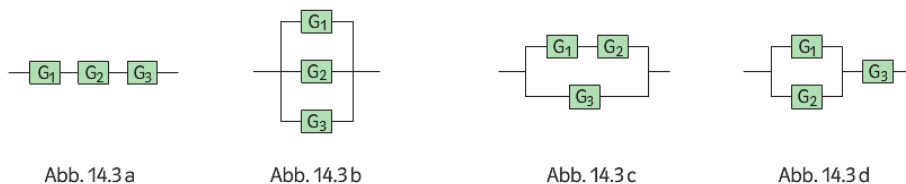


Abbildung 4.12: Veranschaulichung zu Aufgabe 14.56 ([24], S.260)

1.5.2 „Normalverteilung“

Im Buch **Mathematik verstehen 8** werden im Unterkapitel zu den Wahrscheinlichkeiten in Intervallen drei Aufgaben mit physikalischem Hintergrund gestellt. Die erste Aufgabe (5.20) beschäftigt sich mit **radioaktiver Strahlenbelastung** und hierbei wird die Einheit **Millirem** eingeführt. Die zweite Aufgabe (5.40) beschäftigt sich mit **Kondensatoren** und deren **Kapazität**. Die dritte Aufgabe (5.55) handelt von der Haltbarkeit von **Batterien**. An dieser Stelle wird nur Aufgabe 5.40 angeführt (vgl. [26], S.84ff).

„Electron erzeugt Kondensatoren, deren Kapazität X annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 200$ und der Standardabweichung $\sigma = 25$ ist (Angaben in Nanofarad [nf]).

- 1) Welche Kapazität c wird von 90% der erzeugten Kondensatoren nicht unterschritten?

- 2) Nach einiger Zeit stellt die Qualitätskontrolle von Electron fest: Der Erwartungswert der Kapazität beträgt nicht mehr 200 nF, sondern nur mehr 175 nF. Die Standardabweichung misst aber unverändert 25 nF. Beantworte die unter 1) gestellte Frage aufgrund des neuen Wertes von μ ! ([26], S.87).

1.6 Analyse der physikalischen Themengebiete

Themenbereich	Algebra & Geometrie	Funktionale Abhängigkeiten	Analysis	Wahrscheinlichkeit & Statistik
Mechanik	✓	✓	✓	
Schwingungen	✓	✓	✓	
Thermodynamik	✓	✓	✓	
Elektrizitätslehre		✓	✓	✓
Elektrodynamik	✓			
Optik	✓	✓	✓	
Kernphysik		✓	✓	✓
Astrophysik	✓			

Tabelle 4.1: Analyse „Mathematik verstehen“

2 Big Bang - Apolin

2.1 Allgemeines zur Schulbuchreihe

Die vorliegende Schulbuchreihe (verfasst von Martin Apolin) besteht aus vier Büchern: *Big Bang 5*, *Big Bang 6*, *Big Bang 7* und *Big Bang 8*.

Das Buch **Big Bang 5** behandelt die Kapitel „Die Arbeitsweise der Physik“, „Die sieben SI-Einheiten“, „Woraus alles besteht“, „Tooltime“, „Gedachte Singularität“, „Geradlinige Bewegungen“, „Zusammengesetzte Bewegungen“, „Newton mal drei“, „Arbeit und Energie“, „Impuls“ und „Rotationen“ ([1], S.2).

Es ist zu sehen, dass sich das Buch hauptsächlich mit Themen aus der klassischen Mechanik beschäftigt, aber auch mit den Eigenschaften von Materie, den SI-Einheiten und der Arbeitsweise der Physik. An dieser Stelle möchte ich erwähnen, dass das Kapitel „Arbeitsweise der Physik“ keinen Beitrag aus der Mathematik enthält und das Kapitel „Woraus alles besteht“ vorerst ausgelassen wird, weil sich die Thematik im Buch **Big Bang 8** bei der Kernphysik wiederholt.

Das Buch **Big Bang 6** behandelt die Kapitel „Von Aristoteles bis Kepler“, „Newtons Gravitationsgesetz“, „Grundlagen der Schwingungen“, „Wellengrundlagen 1“, „Wellengrundlagen 2“, „Sprache und Gehör“, „Grundlagen der Thermodynamik“, „Formen der Wärmeübertragung“, „Ausdehnung, Diffusion und Phasenübergänge“, „Die Gasgesetze“, „Kältetechnik und Wärmekraftmaschinen“, „Grundlagen der Elektrizität 1“, „Grundlagen der Elektrizität 2“ und „Mensch und Elektrizität“ ([2], S.2).

Es ist zu sehen, dass sich das Buch in den ersten beiden Kapiteln mit der „klassischen Mechanik“ beschäftigt. Danach folgen die Themen „Schwingungen und Wellen“, „Thermodynamik“ und „Elektrizitätslehre“.

Das Buch **Big Bang 7** ist in vier physikalische Kapitel unterteilt, die die Themen „Quantenmechanik“, „Elektrodynamik“, „Klima“ und „Chaos“ behandeln. Der Schwerpunkt des Buches liegt eher bei der Quantenmechanik und der Elektrodynamik, da diese Kapitel sehr ausführlich gestaltet sind. Daraus ist zu schließen, dass die Themen Klima und Chaos nur kurz behandelt werden ([3], S.2).

Das Buch **Big Bang 8** behandelt die Kapitel „Weltbilder vor 1905“, „Relativitätsprinzip und Gleichzeitigkeit“, „Zeitdehnung und Raumschrumpfung“, „Relativistische Masse und Energie“, „Vertiefendes zur SRT“, „Allgemeine Relativitätstheorie“, „Die Struktur der Atomkerne“, „Radioaktivität“, „Energie aus den Atomkernen“, „Teilchenphysik und Standardmodell“, „Vom Leben und Sterben der Sterne“, „Einführung in die Kosmologie“, „Miniaturisierung und Nanotechnologie“ und „Bionik“ ([4], S.2).

Es ist zu sehen, dass sich das Buch mit Inhalten der Relativitätstheorie, der Kernphysik, der Teilchenphysik und der Astrophysik beschäftigt.

2.2 Mathematische Inhalte in der klassischen Mechanik

Im Buch **Big Bang 5** werden die Themenbereiche der Mechanik in den Kapiteln „Tooltime“, „Gedachte Singularität“, „Geradlinige Bewegungen“, „Zusammengesetzte Bewegungen“, „Newton mal drei“, „Arbeit und Energie“, „Impuls“ und „Rotationen“ behandelt. Weiters wird im Kapitel „Die sieben SI-Einheiten“ ausschließlich auf mechanische Größen und Einheiten eingegangen, daher ist dieses Kapitel Teil der Mechanik (vgl. [1], S.34ff).

Im Buch **Big Bang 6** werden die Themenbereiche der Mechanik in den Kapiteln „Von Aristoteles und Kepler“ und „Newtons Gravitationsgesetz“ behandelt (vgl. [2], S.4ff).

Da dieses Kapitel für die Arbeit nicht so relevant ist, wird an dieser Stelle nur auf das Wesentlichste eingegangen.

Bevor jedoch mit den eigentlichen Themen der Mechanik begonnen wird, werden zwei Grundlagenkapitel („Die sieben SI-Einheiten“, „Tooltime“) als Vorbereitung für die Mechanik behandelt (vgl. [1], S.11ff).

2.2.1 „Die sieben SI-Einheiten“

Zu Beginn wird die Entwicklung und die Notwendigkeit eines internationalen Einheitensystems thematisiert. Weiters werden **Größenordnungen** in der Physik angesprochen. Für den Physikunterricht sind im Moment die Vorsilben von Tera bis Pico relevant. Natürlich wird auch mit diesen **Zehnerpotenzen** gerechnet. Es gelten die Rechenregeln für Zehnerpotenzen aus dem Mathematikunterricht (vgl. [1], S.11ff).

Zu beachten ist allerdings, dass die Zehnerpotenzen im Physikunterricht teilweise früher gemacht werden als im Mathematikunterricht, wenn man sich in einem Realgymnasium befindet, wo der Physikunterricht in der 5. Klasse beginnt. Befindet man sich in einem Gymnasium, so besteht dieses Problem nicht, da dort der Physikunterricht erst in der 6. Klasse startet.

Im Anschluss daran wird die Längenmessung, die Zeitmessung, die Massenmessung und die Dichtemessung angesprochen (vgl. [1], S.13ff).

Bei der Dichtemessung wird auf den Zusammenhang von Masse, Volumen und Dichte eingegangen. Dies wird in einer **Formel** ausgedrückt (vgl. [1], S.18).

$$\varrho = \frac{m}{V} = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}; \quad [\varrho] = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (4.3)$$

2.2.2 „Tooltime“

Am Beginn des Kapitels werden zwei grundlegende mathematische Begriffe, der des Vektors und der des Skalars, eingeführt, definiert und anhand von Beispielen erläutert. Dabei sind Skalare Größen, die nur mit einer Zahl beschrieben werden und Vektoren sind Größen, die eine Richtung besitzen (vgl. [1], S.34).

Es wird auf die Infobox zu den Vektoren verwiesen, wo die genaue Darstellung eines Vektors angeführt wird. Das Besondere daran ist, dass die Vektoren in dieser Buchreihe

fett gedruckt sind und keine Vektorpfeile angeführt werden. Ein Vektor wird wie folgt definiert und in Matrixdarstellung angeschrieben (vgl. [1], S.34).

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} \quad \text{oder} \quad \mathbf{F} = (F_x | F_y | F_z) \quad (4.4)$$

Weiters wird die Länge eines Vektors, oder anders gesagt der Betrag eines Vektors, definiert. Die Länge kann über den Lehrsatz des Pythagoras berechnet werden. Es gilt, dass der Betrag eines Vektors immer ein Skalar ist (vgl. [1], S.34).

Es wird die Gleichheit von Vektoren besprochen. Dabei gilt, dass die Gleichheit bei Vektoren nur dann gegeben ist, wenn alle Merkmale übereinstimmen. Das bedeutet, dass Gleichheit bei der Richtung und bei der Länge der Vektoren vorherrschen muss (vgl. [1], S.35).

In weiterer Folge wird auf die Vektoraddition eingegangen, die für physikalische Anwendungen bedeutsam ist. Die folgende Abbildung 4.13 zeigt die Addition von zwei parallelen Vektoren (vgl. [1], S.36).

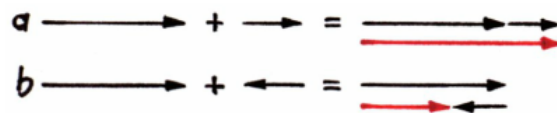


Abbildung 4.13: Grafische Addition von **parallelen** und **antiparallelen** Vektoren [[1], S.36].

Des Weiteren wird bei der Zerlegung von Vektoren angesprochen, dass es horizontale und vertikalen Komponenten gibt. Auch das Vektorparallelogramm wird angesprochen (vgl.[1], S.37ff).

Dieses Kapitel ist sehr von **Vektorrechnung** geprägt.

2.2.3 „Gedachte Singularität“

Das folgende Kapitel befasst sich dem Körperschwerpunkt von Objekten (vgl. [1], S.40).

Die Einführung des Körperschwerpunktes erfolgt anhand eines Dreiecks. Um den Schwerpunkt eines Gegenstandes zu bestimmen, lässt man die Schwerlinien schneiden. Eine Schwerlinie wird geometrisch mit einer Streckensymmetrale konstruiert, die Seite wird also halbiert. Die Bestimmung des Schwerpunktes ist Teil der **Elementargeometrie** (vgl. [1], S.40).

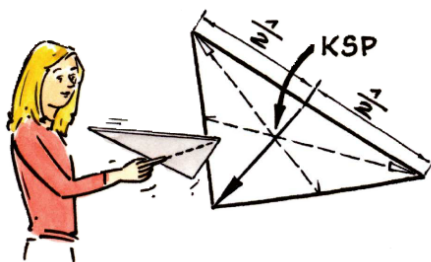


Abbildung 4.14: Schwerpunkt eines Dreiecks durch Schneiden der Schwerlinien [[1], S.40].

Als Anwendungsbeispiel zum Körperschwerpunkt wird das Stapeln von Büchern angeführt, die so auf den Tisch gestapelt werden, dass diese überhängen, aber nicht hinunterfallen, wie dies in Abbildung 4.15 ersichtlich ist (vgl. [1], S.41).

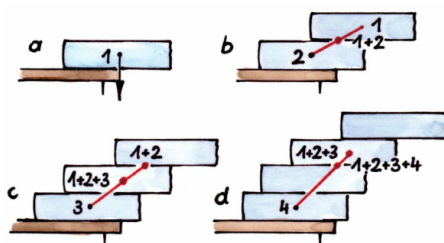


Abbildung 4.15: Stapeln von Büchern [[1], S.41]

Damit die Bücher nicht vom Tisch fallen, muss der Körperschwerpunkt noch knapp über der Tischkante sein. Im Buch wird nun auf die Infobox zur **harmonischen Reihe** verwiesen. Jedes weitere Buch das gestapelt wird, verursacht, dass sich der Körperschwerpunkt weiter verlagert, dies erfolgt um die Hälfte des vorherigen Überhangs. Dieser Zusammenhang lässt sich anhand von Gleichung 4.5 mathematisch ausdrücken und beweisen (vgl. [1], S.41).

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \dots = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots \right) \quad (4.5)$$

Der Ausdruck in der Klammer heißt harmonische Reihe. Würde man den Grenzwert dieser Reihe berechnen, würde man bemerken, dass die harmonische Reihe keinen Grenzwert besitzt. Die Grenzwertberechnung und die harmonische Reihe an sich sind Teilbereich der **Analysis** (vgl. [1], S.41).

Reihen und Grenzwertberechnungen sind Stoff der 6. Klasse AHS Oberstufe in Mathematik. Zu dem Zeitpunkt, wo dies im Physikbuch erwähnt wird, haben die SchülerInnen noch nicht das notwendige Werkzeug, um dies zu berechnen (vgl. [5], S.4).

Bei den Gleichgewichtszuständen spielt die **Vektorzerlegung** der Gewichtskraft eine Rolle. Die folgende Abbildung 4.16 stellt die Hangabtriebskraft F_H , die Normalkraft (blau) und die Gewichtskraft (rot) dar (vgl. [1], S.44).

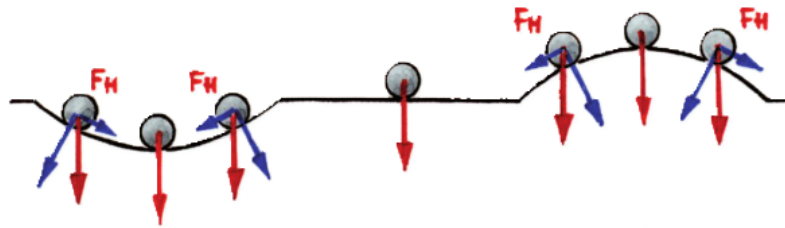


Abbildung 4.16: Gleichgewichtszustände durch Komponentenzerlegung [[1], S.44]

2.2.4 „Geradlinige Bewegungen“

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit geradlinigen Bewegungen. Es werden verschiedene Bewegungsarten unterschieden, wie die gleichförmige Bewegung und die beschleunigte Bewegung (vgl. [1], S.49).

Zunächst wird die Geschwindigkeit eingeführt ([1], S.51).

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t \quad (4.6)$$

Durch **Umformen** der **Formel/Gleichung** kann man die Geschwindigkeit, den Weg oder die Zeit berechnen. Mathematisch gesehen befinden wir uns hier bei **funktionalen Abhängigkeiten**.

Es gibt auch einen Zusammenhang zwischen den Einheiten m/s und km/h. In einer Stunde vergehen 60 Minuten zu je 60 Sekunden, das sind 3600 Sekunden. Wenn man sich mit 1 m/s eine Stunde lang bewegt, so legt man 3,6 km zurück. Es gelten die Umrechnungen Gleichung 4.7 und Gleichung 4.8 (vgl. [1], S.51).

$$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h} \quad (4.7)$$

$$1 \text{ km/h} = 1 \text{ m/s} : 3,6 \approx 0,28 \text{ m/s} \quad (4.8)$$

Es werden noch einige Beispiele für unterschiedlich große Geschwindigkeiten erwähnt (vgl. [1], S.51f).

Als Nächstes werden die unterschiedlichen Bewegungsdiagramme angesprochen, angefangen beim Weg-Weg-Diagramm, über das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm hin zum Weg-Zeit-Diagramm (vgl. [1], S.53).

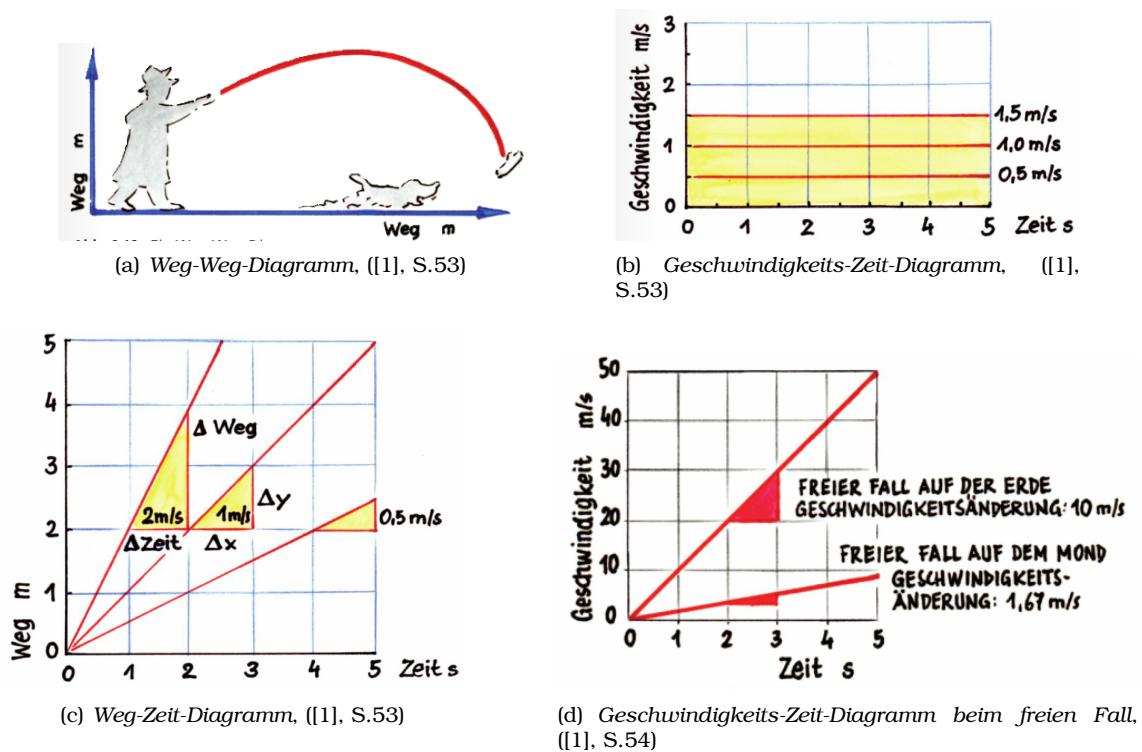


Abbildung 4.17: Bewegungsdiagramme

Abbildung 4.17 (a) zeigt ein Weg-Weg-Diagramm. Aus diesem **Diagramm** kann man direkt die Bewegung eines Körpers herauslesen. Abbildung 4.17 (b) ist ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm. Der zurückgelegte Weg kann als Fläche unter dem Funktionsgraphen bestimmt werden. Das erfolgt durch die Multiplikation der Geschwindigkeit mit der Zeit. Abbildung 4.17 (c) stellt ein Weg-Zeit-Diagramm dar, bei dem die Steigung der Geschwindigkeit entspricht. Wird nun der freie Fall betrachtet, so ist dies eine beschleunigte Bewegung, bei der die Steigung der Beschleunigung bzw. der Geschwindigkeitsänderung entspricht. Dies ist in Abbildung 4.17 (d) ersichtlich (vgl. [1], S.53f).

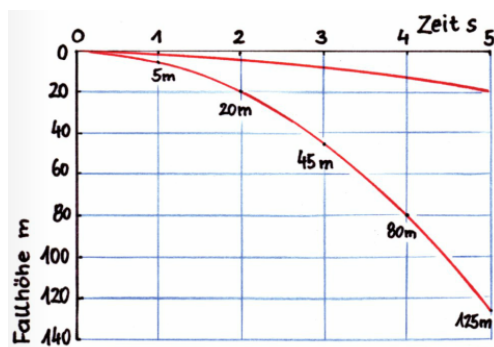
Bei den Bewegungsdiagrammen spielen **Diagramme, Formeln, funktionale Abhängigkeiten, Flächenberechnungen (Integralrechnung)** und die **Differentialrechnung** eine wesentliche Rolle.

Als Nächstes wird eine **Formel** für die Berechnung der Beschleunigung aufgestellt ([1], S.55).

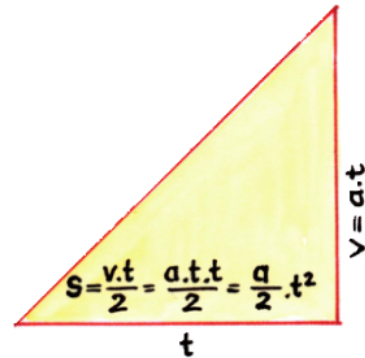
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t \quad (4.9)$$

Die Fläche unter einem Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm gibt den zurückgelegten Weg an. Beim freien Fall ist zu erkennen, dass die Fallstrecke mit dem Quadrat der Zeit wächst. Das wird klar ersichtlich, wenn das Weg-Zeit-Diagramm betrachtet wird und speziell dann

die Herleitung der **Gleichung** für die Falltiefe (vgl. [1], S.55).



(a) Weg-Zeit-Diagramm eines freien Falls, ([1], S.55)



(b) Herleitung der Gleichung für die Falltiefe, ([1], S.55)

Abbildung 4.18: Falltiefe beim freien Fall

Die Herleitung der Falltiefe erfolgt durch **Umformen** der Gleichung für die Beschleunigung und Kenntnis des Flächeninhaltes eines rechtwinkligen Dreiecks. Durch weiteres Umformen ergibt sich die Fallzeit ([1], S.55)

$$s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{a \cdot t \cdot t}{2} = \frac{a}{2} \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \quad (4.10)$$

Beim Bremsweg wird zunächst zwischen positiver und negativer Beschleunigung unterschieden. Hierzu zeigt Abbildung 4.19 eine Veranschaulichung mit **Vektoren** (vgl. [1], S.56).

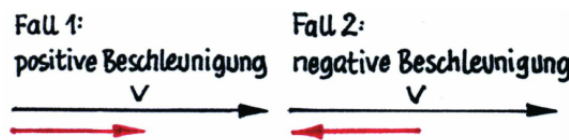


Abbildung 4.19: Positive und negative Beschleunigung ([1], S.56)

Nun stellt sich die Frage, wie der Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit und dem Bremsweg ist. Aus Gleichung 4.9 und Gleichung 4.10 kann der Bremsweg bzw. die Bremsverzögerung hergeleitet werden und man erkennt, dass der Bremsweg quadratisch mit der Geschwindigkeit zunimmt ([1], S.57).

$$s = \frac{v^2}{2a} \Leftrightarrow a = \frac{v^2}{2s} \quad (4.11)$$

Das Kapitel über geradlinige Bewegungen endet mit der Momentan- und Durchschnittsgeschwindigkeit. Es wird ein Beispiel von einem 100-m-Lauf und einem 200-m-Lauf gebracht. Abbildung 4.20 zeigt ein Geschwindigkeits-Weg-Diagramm beim 100-m-Lauf und 200-m-Weltrekordlauf der Männer. Es ist zu erkennen, dass die Momentangeschwindigkeit beim 100-m-Lauf höher ist als beim 200-m-Lauf. Betrachtet man aber die Durchschnittsgeschwindigkeit, so ist diese beim 200-m-Lauf höher (vgl. [1], S.63f).

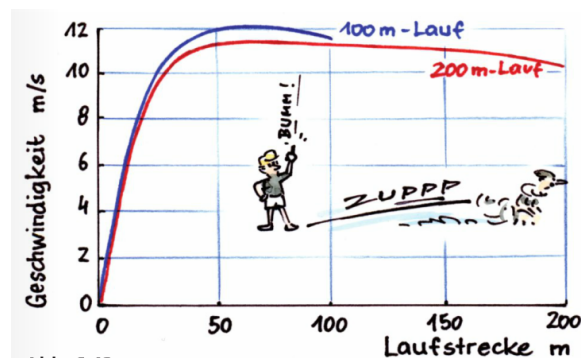


Abbildung 4.20: Geschwindigkeits-Weg-Diagramm beim 100-m- und 200-m-Lauf [[1], S.63]

Mathematisch gesehen steckt bei der Durchschnittsgeschwindigkeit der Differenzenquotient dahinter und bei der Momentangeschwindigkeit der Differentialquotient. Wir würden uns daher in der **Differentialrechnung** befinden, was für eine 5. Klasse viel zu früh wäre. Die SchülerInnen können aber aus **linearen Funktionen** die Durchschnittsgeschwindigkeit berechnen, weil sie das schon in der 4. Klasse gelernt haben. Sie können die Geschwindigkeit aus dem Steigungsdreieck ablesen. Laut dem Lehrplan der 7. Klasse AHS Oberstufe gehört das Deuten der Ableitung in inner- und außermathematischen Anwendungen zu den Lehrzielen. Damit wäre die Behandlung der Durchschnitts- und Momentangeschwindigkeit auf jeden Fall gerechtfertigt (vgl. [5], S.5).

Am Ende des Kapitels folgen noch zahlreiche Rechnungen zu den geradlinigen Bewegungen (vgl. [1], S.64). Diese werden an dieser Stelle nicht angeführt.

2.2.5 „Zusammengesetzte Bewegungen“

Im folgenden Kapitel werden Überlagerungen von Bewegungen betrachtet. Dazu wird die Geschwindigkeit als Vektor wieder komponentenweise betrachtet und addiert. Des Weiteren werden der horizontale und der schiefe Wurf behandelt.

Das Unabhängigkeitsprinzip besagt, dass sich gleichzeitige Bewegungen nicht beeinflussen. Auf **Vektoren** angewandt bedeutet dies, dass die Geschwindigkeit in ihre Komponenten zerlegt und wieder zusammengesetzt werden kann, aber sich die Komponenten beim Addieren nicht beeinflussen. An dieser Stelle im Buch wird der Betrag eines Vektors und die Verwendung des Lehrsatzes des Pythagoras nicht explizit erwähnt (vgl. [1], S.65).

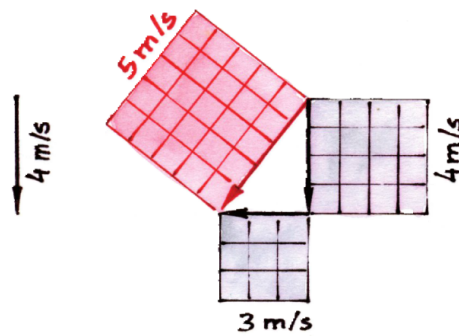


Abbildung 4.21: Beim Laufen addieren sich Geschwindigkeiten [[1], S.65]

Bei horizontalen Wüfen steht wieder die **Vektorrechnung** im Vordergrund, weil es bei der Konstruktion einer Wurfparabel darauf ankommt, dass der Geschwindigkeitsvektor in seine waagrechte und senkrechte Komponente zerlegt und dann wieder zusammengesetzt wird (vgl. [1], S.66).

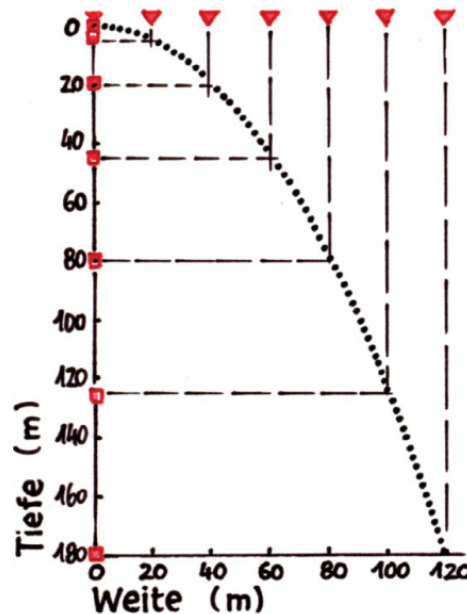


Abbildung 4.22: Konstruktion des horizontalen Wurfes über den freien Fall [[1], S.66]

Schiefe Würfe sind mathematisch anspruchsvoll. Diese basieren auf **Trigonometrie**, **Vektorrechnung**, **Formeln und Gleichungen** und **funktionalen Abhängigkeiten**. Beim Schiefen Wurf ist der Abwurf nicht horizontal (vgl. [1], S.68).

Die Konstruktion der Wurfparabel eines schiefen Wurfes erfolgt in zwei Schritten. Zuerst wird eine Wurfbewegung ohne Schwerkraft gezeichnet; hier würde der Gegenstand geradlinig schräg nach oben fliegen. An jeder Position wird die Fallhöhe des freien Falls abgezogen. Nun sieht die Wurfparabel wie in Abbildung 4.23 aus (vgl. [1], S.68).

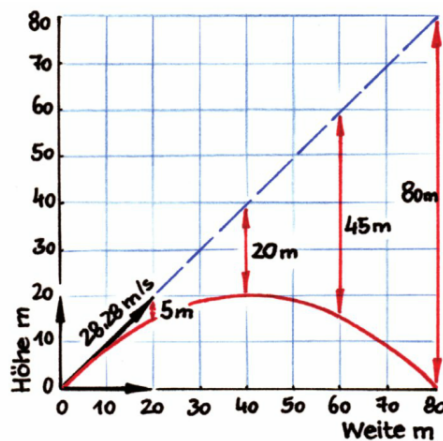


Abbildung 4.23: Schiefer Wurf mit einem Winkel von 45° . [[1], S.68]

Die Wurfweite kann mit Gleichung 4.12 berechnet werden ([1], S.68).

$$w = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (4.12)$$

Die Wurfweite wird maximal, wenn der Sinus 1 ist, das ist bei $\alpha = 90^\circ$. Daher ist der ideale Wurfinkel 45° . Bei der Wurfweite spielen **funktionale Abhängigkeiten** eine Rolle, da die Weite proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ist. Durch **Umformen** von Gleichung 4.12 kann man die Geschwindigkeit für eine bestimmte Wurfweite bekommen (vgl. [1], S.68).

$$v = \sqrt{\frac{wg}{\sin 2\alpha}} \quad (4.13)$$

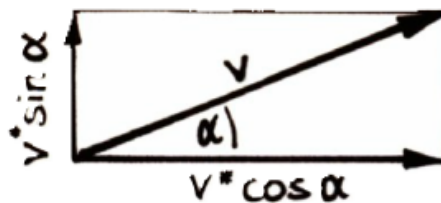


Abbildung 4.24: Zerlegung von v in seine Komponenten mit Hilfe der Winkelfunktionen $\sin$ und $\cos$. [[1], S.68]

Es werden noch Beispiele für schiefe Würfe im Sport angeführt, unter anderem der Weitsprung und das Kugelstoßen. Diese Anwendungen werden durch **Diagramme** und **Vektorrechnung** betrachtet (vgl. [1], S.70).

2.2.6 „Newton mal drei“

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit den drei Newton'schen Axiomen und mit Beispielen für Kräfte. Am Beginn wird noch der Unterschied zwischen träger und schwerer

Masse geklärt (vgl. [1], S.71ff).

Die Bewegungsgleichung wird definiert als „*Kraft = Masse · Beschleunigung*“ ([1], S.74).

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} \quad \text{oder} \quad \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} \quad (4.14)$$

Gleichung 4.14 wird auch als Definition der Kraft angesehen. Durch **Umformen** der **Gleichung** sieht man **funktionale Abhängigkeiten** der einzelnen Größen. Hier spielt auch die **Vektorrechnung** eine Rolle, da die Kraft und die Beschleunigung Vektoren sind, die in dieselbe Richtung zeigen (vgl. [1], S.74f).

Des Weiteren wird auf **Proportionalitäten** eingegangen. Bei der Bewegungsgleichung gilt, dass bei verringerter Masse und gleicher Schubkraft die Beschleunigung vergrößert wird. Dies wird in Gleichung 4.15 festgehalten ([1], S.75).

$$\mathbf{a} \uparrow = \frac{\mathbf{F}}{m \downarrow} \quad (4.15)$$

Bei den Beispielen für Kräfte wird mit der Gewichtskraft begonnen; diese wird zuerst definiert und mit Gleichung 4.16 berechnet ([1], S.77).

$$\mathbf{F}_G = m\mathbf{g} \quad (4.16)$$

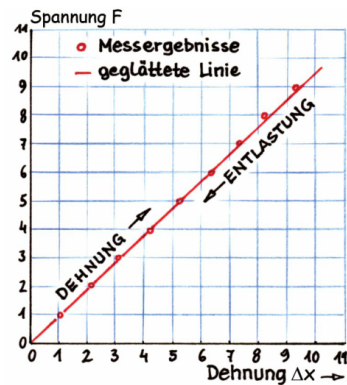
Als Nächstes wird die Reibungskraft angesprochen. Diese wird laut Gleichung 4.17 berechnet. ([1], S.79).

$$F_R = \mu F_N \quad (4.17)$$

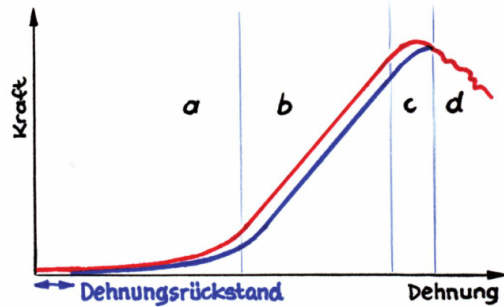
Die Reibungskraft und die Normalkraft sind Vektoren, aber im Buch werden sie nicht als solche in Gleichung 4.17 gekennzeichnet. Wir befinden uns aus mathematischer Sicht im Bereich der **Formeln und Gleichungen** und in der **Vektorrechnung**.

Weiters wird eine Tabelle mit Werten für die Reibungszahl μ angeführt (vgl. [1], S.79). Diese wird an dieser Stelle nicht genauer besprochen.

Als letzte Kraft wird die Verformungskraft angeführt. Diese beschreibt **funktionale Abhängigkeit** zwischen der Kraft und der Dehnung. Es besteht ein linearer Zusammenhang in einem bestimmten Bereich, in dem die Feder elastisch ist und die Verformung wieder verschwindet, wie dies in Abbildung 4.25 ersichtlich ist (vgl. [1], S.81).



(a) Spannungs-Dehnungs-Diagramm einer Schraubenfeder, ([1], S.81)



(b) Spannungs-Dehnungs-Diagramm für kollagenes Gewebe, ([1], S.81)

Abbildung 4.25: Spannungs-Dehnungs-Diagramme

Die Verformungskraft wird mit dem Hook'schen Gesetz berechnet ([1], S.81).

$$F = k\Delta x \Leftrightarrow k = \frac{F}{\Delta x} \quad (4.18)$$

Obwohl F und x vektorielle Größen sind, werden sie im Buch nicht als diese angeschrieben.

Am Ende des Kapitels wird noch das dritte Newton'sche Grundgesetz angesprochen, welches besagt, dass Kräfte immer paarweise auftreten, die gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet sind. Gleichung 4.19 beschreibt diesen Zusammenhang (vgl. [1], S.82).

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (4.19)$$

Da Kräfte vektorielle Größen sind, befinden wir uns in der **Vektorrechnung**.

2.2.7 „Arbeit und Energie“

Im folgenden Kapitel werden alle möglichen Formen der Energie besprochen und auch der Energiesatz. Begonnen wird mit den Kräften, die auf einer schiefen Ebene wirken (vgl. [1], S.84).

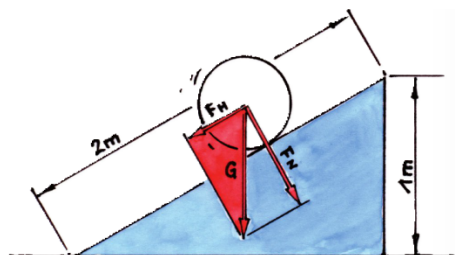


Abbildung 4.26: Schiefe Ebene ([1], S.84)

Betrachtet man Abbildung 4.26 genauer, so fällt auf, dass sich die Wege wie 1:2 verhalten und dass das rote und das blaue Dreieck zueinander ähnlich sind aufgrund der gleichen Winkel. Die mathematischen Themengebiete, die hierbei eine Rolle spielen, sind die **Elementargeometrie**, im Speziellen **ähnliche Dreiecke**.

Nun wird die Arbeit definiert ([1], S.84).

$$W = F_P \cdot s \quad (4.20)$$

Bei Gleichung 4.20 fällt auf, dass wieder keine Vektordarstellung angeführt wird. Das liegt wohl daran, dass mit Beträgen gearbeitet wird.

Als Nächstes wird die **funktionale Abhängigkeit** zwischen Masse, Erdbeschleunigung und Höhe betrachtet. Es wird eine **Gleichung** für die Hebearbeit (W_H) und die potentielle Energie (E_p) aufgestellt (vgl. [1], S.86).

$$W_H = E_p = m \cdot g \cdot h \quad (4.21)$$

Weiter geht es mit der Beschleunigungsarbeit und der kinetischen Energie. Diese **Formel** wird hergeleitet aus Gleichung 4.20, aus Gleichung 4.14 und aus Gleichung 4.10. Es folgt daraus Gleichung 4.22 für die Beschleunigungsarbeit (W_B) und die kinetische Energie (E_k) (vgl. [1], S.87).

$$W_B = E_k = \frac{mv^2}{2} \quad (4.22)$$

Mit Gleichung 4.23 wird die Leistung definiert ([1], S.89).

$$P = \frac{W}{t} \quad (4.23)$$

Weiters wird angeführt, wie die Umrechnung von PS in kW funktioniert; dazu muss die Definition des PS bekannt sein. 1 PS entspricht der Energie, um in einer Sekunde eine Masse von 75 kg um einen Meter zu heben (vgl. [1], S.90).

$$P = \frac{E_p}{t} = \frac{75 \cdot 9,81 \cdot 1}{1} \quad W = 735,75 \quad W = 0,736 \text{ kW} = 1 \text{ PS} \quad (4.24)$$

Der Energiesatz besagt, dass Energie nicht erzeugt oder verloren gehen kann, sondern nur umgewandelt wird (vgl. [1], S.92).

Wird eine Pendelbewegung betrachtet, so wird die potentielle Energie vollständig in kinetische Energie umgewandelt und umgekehrt. Bei diesem Vorgang kann mathematisch die Energie gleichgesetzt werden und der Zusammenhang zwischen dem Höhenunterschied und der resultierenden Geschwindigkeit des Pendels am tiefsten Punkt hergestellt werden (vgl. [1], S.94).

Als Letztes wird noch die **Formel** für den Wirkungsgrad aufgestellt ([1], S.96).

$$\text{Wirkungsgrad } \eta = \frac{\text{Nettoenergie } E_N}{\text{Bruttoenergie } E_B} \quad (4.25)$$

Der Wirkungsgrad wird immer in Prozent angegeben; das bedeutet, dass die **Prozentrechnung** bei diesem Themengebiet von Bedeutung ist.

2.2.8 „Impuls“

Im folgenden Kapitel werden der Impuls, der Impulssatz, Stöße und der Kraftstoß betrachtet. Begonnen wird mit der **Formel** für den Impuls und der **Gleichung** des Impulssatzes (vgl. [1], S.99).

Die Definition des Impulses erfolgt über die **Vektorrechnung** ([1], S.99).

$$\mathbf{p} = m \cdot \mathbf{v} \quad (4.26)$$

Der Impulssatz besagt, dass die Summe der Impulse konstant bleibt. Dies lässt sich in Form einer **Gleichung** ausdrücken (vgl. [1], S.99).

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \dots + \mathbf{p}_n = \text{konstant} \quad (4.27)$$

Im Weiteren fällt auf, dass die plastischen Stöße vor den elastischen Stößen eingeführt und besprochen werden. Plastische Stöße kennzeichnen sich dadurch, dass sich Gegenstände nach dem Aufprall mit der halben Geschwindigkeit gemeinsam weiterbewegen und dass sich die kinetische Energie in Wärme umwandelt. Bei einem Autocrash wandelt sich somit die halbe kinetische Energie in Wärme um (vgl. [1], S.100f).

Bei einem Meteoriteneinschlag wird abhängig vom Massenverhältnis die kinetische Energie in Wärme umgewandelt. (vgl. [1], S.101).

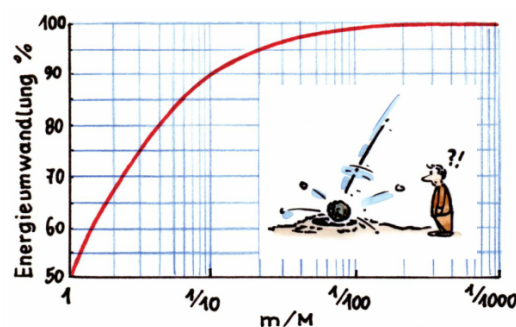


Abbildung 4.27: Zusammenhang zwischen Massenverhältnis und umgewandelter E_k . Die Skalierung der x-Achse ist logarithmisch. ([1], S.101)

Fährt ein Auto in eine Leitschiene, so kommt es zu einem plastischen Stoß. Die Stärke des Aufpralls hängt von der Geschwindigkeitskomponente normal zur Leitschiene ab, wobei die parallele Komponente vor und nach dem Stoß gleich bleibt. Der Aufprallwinkel

entscheidet, wie viel Prozent der kinetischen Energie in Wärme umgewandelt wird. Aus mathematischer Sicht spielen bei den Stößen **Diagramme**, die **Trigonometrie** und die **Vektorrechnung** eine Rolle.

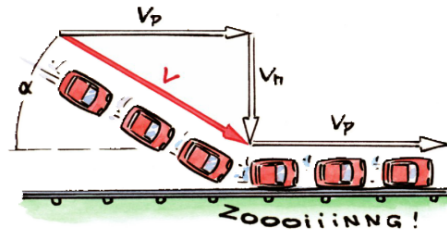


Abbildung 4.28: Plastischer Stoß mit einer Leitschiene [[1], S.101]

Dasselbe Prinzip wie bei der Leitschiene gilt beim Skispringen. Je größer der Aufprallwinkel ist, desto größer ist die abzufangende Energie und die umzuwandelnde Wärme (vgl. [1], S.102).

Als Nächstes werden elastische Stöße behandelt. Charakteristisch bei ihnen ist, dass der Impuls und die kinetische Energie erhalten bleiben. Stoßen zwei elastische Gegenstände zusammen, so gilt der Impuls- und Energiesatz. Es wird angenommen, dass der zweite Gegenstand ruht ($v_2 = 0$). Für die kinetische Energie gilt vereinfacht Gleichung 4.28 und für den Impuls gilt Gleichung 4.29 (vgl. [1], S.102f).

$$m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 \quad (4.28)$$

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad (4.29)$$

Das ist ein **Gleichungssystem in zwei Unbekannten**. Dieses kann durch die Substitutionsregel gelöst werden und man erhält v_1' und v_2' (vgl. [1], S.103).

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad \text{und} \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (4.30)$$

Es gibt 4 Spezialfälle bei den elastischen Stößen. Hierbei kommt es auf die richtige Interpretation der **Gleichungen** an. Diese sind in Abbildung 4.29 ersichtlich (vgl. [1], S.103).

Massen-verhältnis	Geschwindigkeiten: schwarz vor dem Stoß, rot danach	Beispiel
1) $m_1 \ll m_2$		Flummi wird auf die Erde geworfen
2) $m_1 < m_2$		
3) $m_1 = m_2$		Billardstoß
4) $m_1 > m_2$		Fußball, Tennis, Hammer auf Meißel

Abbildung 4.29: Qualitative Zusammenfassung der Möglichkeiten bei einem elastischen Stoß. [[1], S.103]

Es wird die Kraft über die Impulsänderung definiert ([1], S.104).

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} \quad (4.31)$$

Weiters wird noch der Kraftstoß in Form einer **Gleichung** angeschrieben ([1], S.104).

$$\text{Kraftstoß} = \mathbf{F} \Delta t = \Delta \mathbf{p} = m \Delta \mathbf{v} \quad (4.32)$$

Beim Kraftstoß spielen **Formeln und Gleichungen**, aber auch die **Vektorrechnung** eine Rolle.

Wird beim Kraftstoß beim Streck sprung als Kraftverlauf in einem **Diagramm** dargestellt, so kann man den Impuls als Fläche unter dem Graphen berechnen. Hier würde die **Integralrechnung** eine Rolle spielen; diese ist aber nicht im Lehrplan der 5. Klasse AHS Oberstufe vorgesehen (vgl. [1], S.105).

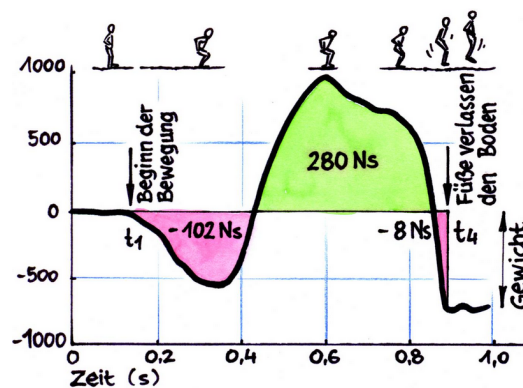


Abbildung 4.30: Kraftverlauf bei einem Streck sprung ([1], S.105)

2.2.9 „Rotationen“

Das folgende Kapitel befasst sich mit Drehbewegungen. Insbesondere werden die Winkelgeschwindigkeit, die Tangentialgeschwindigkeit, die Drehmasse, das Drehmoment, der Drehimpuls, die Rotationsenergie und die Zentripetalkraft behandelt. Mathematische Themengebiete, die sich mit Drehbewegungen beschäftigen, sind die **Geometrie**, die **Algebra** (hinsichtlich Formeln und Gleichungen), die **Vektorrechnung** und **funktionale Abhängigkeiten** (vgl. [1], S.106ff).

Zur Definition der Drehgeschwindigkeit benötigt man die **Geometrie** des Kreises. Das Winkelmaß, mit dem in der Physik gearbeitet wird, ist das Bogenmaß, das über Kreisteile und Teilwinkel eines vollen Kreises definiert wird (vgl. [1], S.106).

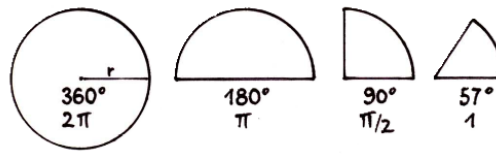


Abbildung 4.31: Gradmaß und Bogenmaß gegenübergestellt [[1], S.106]

Es folgt die Definition der Winkelgeschwindigkeit ([1], S.106).

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (4.33)$$

Die Tangentialgeschwindigkeit wird über Gleichung 4.34 festgelegt ([1], S.106).

$$\mathbf{v} = \omega \mathbf{r} \quad (4.34)$$

Die Tangentialgeschwindigkeit ist eine vektorielle Größe, sie kann auch als Kreuzprodukt angeschrieben werden und so anhand der Rechten-Hand-Regel verdeutlicht werden (vgl. [1], S.107).

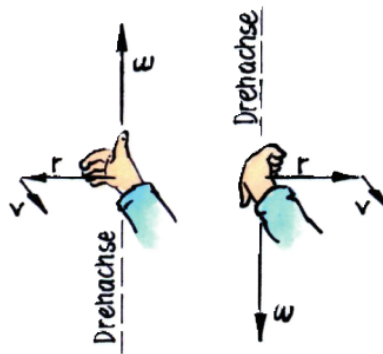


Abbildung 4.32: Rechte-Hand-Regel für die Winkelgeschwindigkeit [[1], S.107]

Als Nächstes wird die Drehmasse bzw. das Trägheitsmoment definiert ([1], S.108).

$$I = \sum I_{\text{Teil}} = \sum_i m_i r_i^2 \quad (4.35)$$

Bei der Drehmasse spielt die **Geometrie** eine wesentliche Rolle; aber auch die **Integralrechnung** ist notwendig, um die Drehmasse von geometrischen Objekten zu bestimmen (vgl. [1], S.108).

Das Drehmoment wird über die **Vektorrechnung** definiert. Es handelt sich eigentlich um ein Kreuzprodukt (vgl. [1], S.110).

$$M = F \cdot r \quad (4.36)$$

Eine weitere Anwendung des Drehmoments findet sich beim Hebelgesetz (vgl. [1], S.110).

$$F_1 r_1 = F_2 r_2 \quad (4.37)$$

Es wird auch der Drehimpuls definiert, der auch über die Rechte-Hand-Regel bestimmt werden kann ([1], S.112).

$$L = I\omega \quad (4.38)$$

Die Rotationsenergie ist die kinetischen Energie eines rotierenden Körpers. Sie kann mit Gleichung 4.39 berechnet werden (vgl. [1], S.114).

$$E_{\text{rot}} = \frac{I\omega^2}{2} \quad (4.39)$$

Fährt man durch eine Kurve, so wirkt dort die Zentripetalkraft als Summe aller wirkenden Kräfte. Es sind die **Vektorrechnung** und **funktionale Abhängigkeiten** von Bedeutung (vgl. [1], S.116).

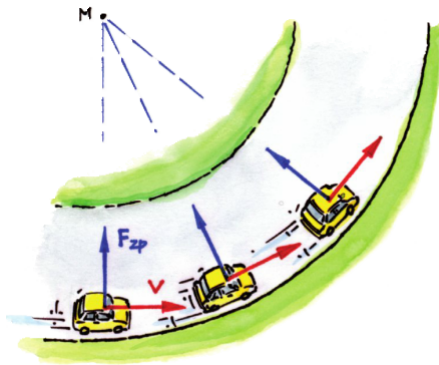


Abbildung 4.33: Zentripetalkraft bei Kurvenfahrt ([1], S.116)

Die Zentripetalkraft wird mit Gleichung 4.40 berechnet ([1], S.116).

$$E_{zp} = m \frac{v^2}{r} = m \frac{(r\omega)^2}{r} = m\omega^2 r \quad (4.40)$$

Es wird noch auf die Mathematik des Loopings eingegangen. Hier ist wichtig, dass am höchsten Punkt die Gravitationskraft und die Normalkraft wirken. Diese werden mit der Zentripetalkraft gleichgesetzt. Man erhält so für die Geschwindigkeit, mit der man den Looping beim Durchfahren schaffen würde, $v = \sqrt{gr}$ (vgl. [1], S.117).

Auch beim Kreisel tritt die **Vektorrechnung** in Erscheinung (vgl. [1], S.119).

2.2.10 „Von Aristoteles und Kepler“

Das folgende Kapitel befasst sich mit dem geozentrischen Weltbild, speziell mit den Kepler'schen Gesetzen (vgl. [2], S.4ff).

Bevor auf die Kepler'schen Gesetze eingegangen wird, wird eine Arbeitsbox zur **Ellipse** angeführt. Hier wird auf die Konstruktion und die Besonderheiten der Ellipse eingegangen. Die Ellipse zählt zu den **Kegelschnitten** (vgl. [2], S.8).

Das erste Kepler'sche Gesetz besagt, dass jeder Planet die Sonne auf einer Ellipse umkreist. Das zweite Kepler'sche Gesetz spricht an, dass in gleichen Zeiten gleiche Flächenstücke zurückgelegt werden. Diese Tatsache veranschaulicht Abbildung 4.34 (vgl. [2], S.8ff).

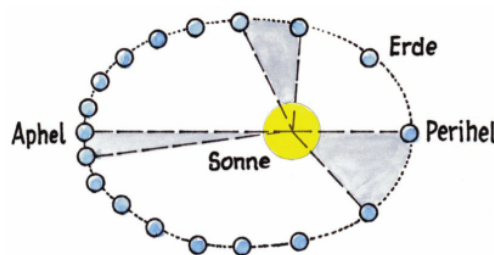


Abbildung 4.34: Veranschaulichung des zweiten Kepler'schen Gesetzes [[2], S.10]

Das dritte Kepler'sche Gesetz lässt sich in Form einer **Gleichung** aufschreiben. Bei dieser Gleichung spielen **Proportionalitäten** und **funktionale Abhängigkeiten** eine Rolle (vgl. [2], S.10).

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \quad (4.41)$$

Mit Hilfe von Gleichung 4.41 kann man die Abstände der einzelnen Planeten zur Sonne bestimmen. Bei solchen Rechnungen spielen **Größenordnungen** eine wesentliche Rolle (vgl. [2], S.10).

2.2.11 „Newtons Gravitationsgesetz“

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit dem Newton'schen Gravitationsgesetz, welches die Anziehungskraft zwischen Objekten beschreibt (vgl. [2], S.16ff).

Beim Gravitationsgesetz spielen **Proportionalitäten** eine wichtige Rolle, wenn man Gleichung 4.42 und Gleichung 4.43 betrachtet ([2], S.17f).

$$F_G \sim m_1 \cdot m_2 \quad (4.42)$$

$$F_G \sim \frac{1}{r^2} \quad (4.43)$$

Um das Newtonsche Gravitationsgesetz herzuleiten, nimmt man an, dass die Planetenbahnen Kreise sind, auf denen die Zentripetalkraft der Gravitationskraft entspricht, das heißt $F_G \sim \frac{v^2}{r}$. Für die Geschwindigkeit muss man den Bahnumfang durch die Umlaufzeit dividieren. Dies wird in die Formel von F_G eingesetzt. Unter Verwendung des 3. Kepler'schen Gesetzes kommt man auf die Gravitation (vgl. [2], S.17).

$$F_G \sim \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (4.44)$$

Durch Berücksichtigung der Gravitationskonstante wird aus Gleichung 4.44 das Gravitationsgesetz (vgl. [2], S.17f).

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (4.45)$$

Beim Rechnen mit dem Gravitationsgesetz sind **Größenordnungen**, **Zehnerpotenzen**, **Proportionalitäten** und **Abschätzungen** notwendig.

Ein Satellit umkreist die Erde auf einer Ellipse. Das Feld der Gravitationskraft ist nicht an allen Punkten der Satellitenbahn gleich stark (vgl. [2], S.20).

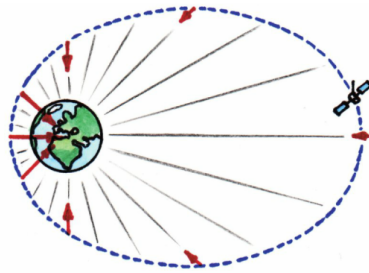


Abbildung 4.35: Gravitationsfeld der Erde [[2], S.20]

Nun betrachten wir die Umkreisung der Sonne durch die Erde. Nach dem 2. Kepler'schen Gesetz bewegt sich ein Planet im Perihel schneller als im Aphel. Die Richtung der Gravitationskraft ist ausschlaggebend. Dazu wird eine **Vektorzerlegung** betrachtet (vgl. [2], S.20).

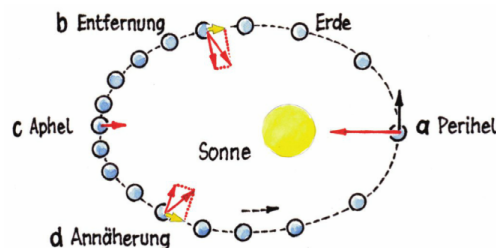


Abbildung 4.36: Die bremsende (b) bzw. beschleunigende Komponente (d) der Gravitationskraft ist gelb gezeichnet. [[2], S.17]

Mit Hilfe des Gravitationsgesetzes kann die Masse der Erde bestimmt werden, aber auch

der Wert der Erdbeschleunigung (vgl. [2], S.18ff).

Die Satellitenbahnen sind nicht nur Ellipsen oder Kreise. Diese können auch Hyperbeln oder Parabeln sein. Das ist allerdings abhängig von der Geschwindigkeit (vgl. [2], S.23).

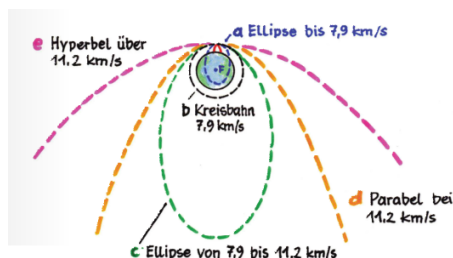


Abbildung 4.37: Satellitenbahnen [[2], S.23]

Die oben genannten Kurven werden **Kegelschnitte** genannt und zählen zur **nicht-analytischen Geometrie** (vgl. [2], S.23).

2.3 Mathematische Inhalte bei Schwingungen und Wellen

Im Buch **Big Bang 6** werden die Themenbereiche von Schwingungen und Wellen in den Kapiteln „Grundlagen der Schwingungen“, „Wellengrundlagen 1“, „Wellengrundlagen 2“ und „Sprache und Gehör“ behandelt (vgl. [2], S.29ff).

2.3.1 „Grundlagen der Schwingungen“

Im folgenden Kapitel wird geklärt, was eine Schwingung ist, ihre Charakteristiken und was man für das Verstehen von Wellen benötigt. Der Bogen wird vom Fadenpendel hin zum Federpendel gezogen (vgl. [2], S.29).

Bei der Beschreibung der Schwingungsdauer eines Fadenpendels fällt auf, dass diese unabhängig von der Masse ist (vgl. [2], S.29f).

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (4.46)$$

Bei Gleichung 4.46 spielen neben **Gleichungen** auch **Proportionalitäten** und **funktionale Abhängigkeiten** eine Rolle. Diese Beziehung zwischen Pendellänge und Schwingungsdauer kann man in einem **Diagramm** darstellen (vgl. [2], S.30).

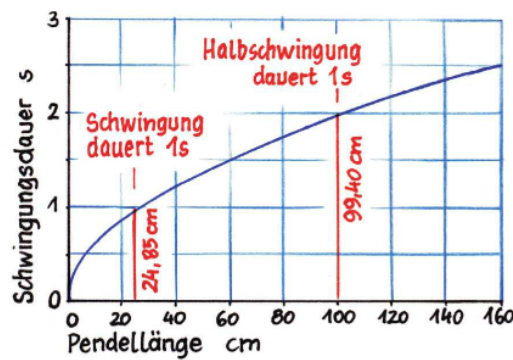


Abbildung 4.38: Zusammenhang zwischen Pendellänge und Schwingungsdauer beim Fadenpendel. [[2], S.30]

Es wird eine Rechnung zur Bestimmung des Bummeltempos angestellt, wo Gleichung 4.46 verwendet wird. Es ist das **Umformen von Gleichungen** notwendig und die Kenntnis der Drehmasse (vgl. [2], S.31).

Als Nächstes wird das Federpendel besprochen und die Schwingungsdauer betrachtet ([2], S.32f).

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4.47)$$

Bei Gleichung 4.47 spielen neben **Gleichungen** auch **Proportionalitäten** und **funktionale Abhängigkeiten** eine Rolle. Es wird vorgerechnet, wie man Massen im All bestimmen kann. Dies verfolgt über Gleichung 4.47, wobei für die Federkonstante k einfach $2k$ verwendet wird, weil die Person bei der Massenbestimmung von 2 Federn umgeben ist (vgl. [2], S.33).

Von einem schwingenden Federpendel kann ein **Weg-Zeit-Diagramm** angefertigt werden (vgl. [2], S.34).

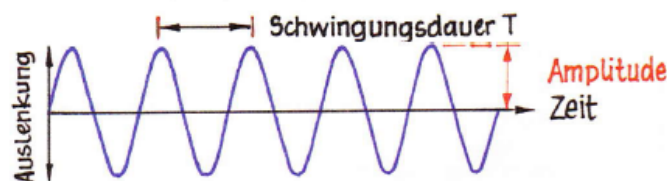


Abbildung 4.39: Weg-Zeit-Diagramm einer schwingenden Masse [[2], S.34]

Die Frequenz kann mit Gleichung 4.48 berechnet werden ([2], S.34).

$$f = \frac{1}{T} \quad (4.48)$$

Durch Variation der Schwingungsdauer ergeben sich unterschiedliche Frequenzen. Hier

spielen **Proportionalitäten** und **funktionale Abhängigkeiten** eine Rolle (vgl. [4], S.34).

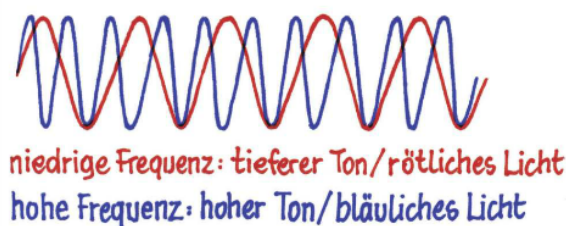


Abbildung 4.40: Unterschiedliche Frequenzen [[2], S.34]

Die harmonische Schwingung wird nun mathematisch mit einer Sinusschwingung beschrieben. Hierbei befinden wir uns in der **Trigonometrie**. Zuerst wird der Sinus am Einheitskreis motiviert und wird die harmonische Schwingung als Funktion angegeben, mit der man die Position des Pendels an jedem beliebigen Zeitpunkt berechnen kann (vgl. [2], S.36).

$$y(t) = A \sin \left(2\pi \frac{t}{T} \right) \quad (4.49)$$

In weiterer Folge werden gedämpfte Schwingungen angesprochen. Hierbei werden **Weg-Zeit-Diagramme** angeführt. Beim Phänomen der Resonanz wird auch ein Diagramm angeführt, bei dem die Auslenkung gegen die Anregungsfrequenz aufgetragen wird (vgl. [2], S.37ff).

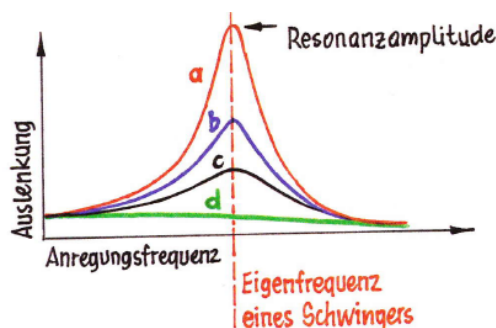


Abbildung 4.41: Resonanzkurven [[2], S.39]

Bei den Überlagerungen von Schwingungen werden wieder **Weg-Zeit-Diagramme** der Schwingungen angeführt, auch bei der Schwebung (vgl. [2], S.43).

Bei den komplizierten Überlagerungen von Schwingungen möchte ich die Dreieckschwingung und die Rechteckschwingung in Form eines Auslenkungs-Zeit-Diagrammes hervorheben (vgl. [2], S.45).

Ein wichtiges mathematisches Werkzeug, um Sinusschwingungen miteinander zu kombinieren, ist die **Fourier-Synthese**. Mit ihr kann man eine Rechteckschwingung durch Überlagerung von Sinusschwingungen erzeugen (vgl. [2], S.46).

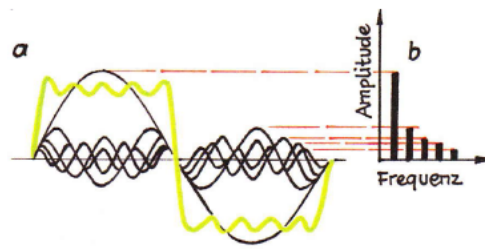


Abbildung 4.42: Fourier-Synthese [[2], S.46]

Eine Rechteckschwingung kann mathematisch durch die folgende **Funktion** beschrieben werden ([2], S.46).

$$y(t) = \sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \frac{1}{7} \sin(7\omega t) + \frac{1}{9} \sin(9\omega t) \dots \quad (4.50)$$

2.3.2 „Wellengrundlagen 1“

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit Wellengrundlagen, unter anderem was Wellen sind, wie sie sich ausbreiten, welche Arten von Wellen es gibt (vgl. [2], S.49ff).

Betrachtet man das elektromagnetische Spektrum, so fällt auf, dass dieses mit **Zehnerpotenzen** und **Größenordnungen** hantiert (vgl. [2], S.50).

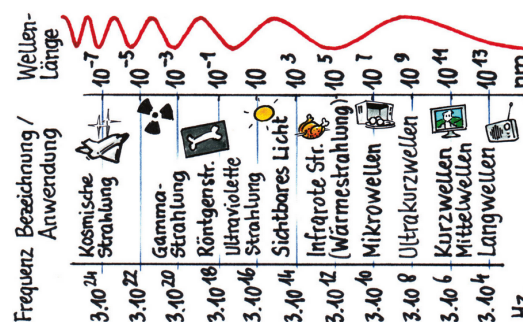


Abbildung 4.43: Spektrum elektromagnetischer Wellen [[2], S.50]

Es wird die allgemeine Wellengeschwindigkeit definiert ([2], S.53).

$$v = f \cdot \lambda \quad \text{oder} \quad v = \frac{\lambda}{T} \quad (4.51)$$

Bei Gleichung 4.51 spielen **funktionale Abhängigkeiten**, **Proportionalitäten**, **Diagramme**, **Zehnerpotenzen** und **Größenordnungen** eine Rolle.

Bei Wasserwellen gibt es einen Zusammenhang zwischen Wassertiefe, Wellenlänge und Wellengeschwindigkeit. Dieser ist in Abbildung 4.44 dargestellt (vgl. [2], S.54).

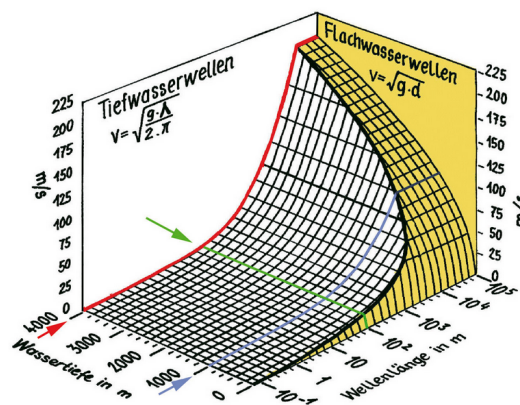


Abbildung 4.44: Zusammenhang zwischen Wassertiefe, Wellenlänge und Wellengeschwindigkeit [[2], S.54]

Neben Schwingungen können auch Wellen durch eine **zweidimensionale Funktion** beschrieben werden. Eine Welle hängt von Ort und Zeit ab, während eine Schwingung nur von der Zeit abhängt. Eine eindimensionale harmonische Welle lässt sich mit Gleichung 4.52 beschreiben ([2], S.55).

$$y(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (4.52)$$

Bei den stehenden Wellen gibt es immer besondere **Verhältnisse** zwischen Grund- und Oberwellen in offenen und gedeckten Orgelpfeifen (vgl. [2], S.58).

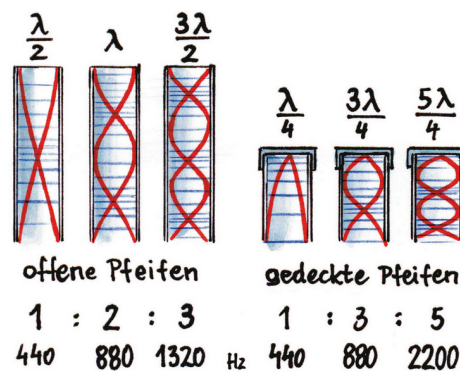


Abbildung 4.45: Grund- und Oberwellen [[2], S.58]

2.3.3 „Wellengrundlagen 2“

Im folgenden Kapitel werden die Reflexion, Brechung und Beugung an Wellen betrachtet. Weiters wird der Doppler-Effekt angesprochen (vgl. [2], S.59ff).

Bei der Reflexion spielt die **Geometrie** eine wesentliche Rolle. Es gilt, dass der einfallende und der reflektierte Strahl denselben Winkel zum Lot haben (vgl. [2], S.62).

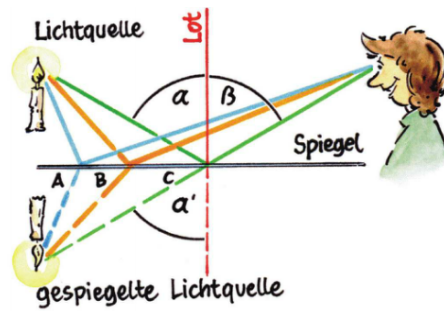


Abbildung 4.46: Reflexion an einem Spiegel [[2], S.62]

Das Brechungsgesetz von Snellius stellt den **geometrischen** Zusammenhang zwischen einfallendem und gebrochenem Strahl her. Es beschäftigt sich mit **Trigonometrie** und **Elementargeometrie** (vgl. [2], S.63).

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} \quad (4.53)$$

Gleichung 4.53 kann man auch **geometrisch** über **ähnliche Dreiecke** herleiten (vgl. [2], S.63).

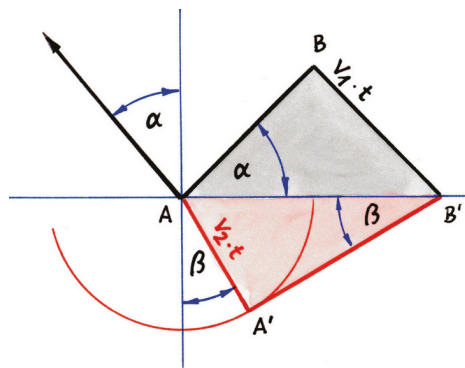


Abbildung 4.47: Grund- und Oberwellen [[2], S.58]

Beim Doppler-Effekt spielen **Formeln und Gleichungen** eine Rolle und auch **funktionale Abhängigkeiten**.

Mechanische Wellen	
bewegter Beobachter + v_B nähernd - v_B entfernend	$f_B = f_Q (1 \pm v_B / v)$
bewegte Quelle - v_Q nähernd + v_Q entfernend	$f_B = f_Q \frac{1}{1 \pm v_Q / v}$
Elektromagnetische Wellen	
Gilt beim Entfernen. Bei Annäherung muss v_{BQ} im Zähler und Nenner mit -1 multipliziert werden; v_{BQ} = Relativgeschwindigkeit zwischen Quelle und Beobachter; c = Lichtgeschwindigkeit	$f_B = f_Q \sqrt{\frac{1 - v_{BQ} / c}{1 + v_{BQ} / c}}$

Abbildung 4.48: Doppler-Frequenzveränderungen in Abhängigkeit von Bewegungsform und Wellenart. [[2], S.67]

2.3.4 „Sprache und Gehör“

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit Schallwellen, die die Kommunikation ermöglichen (vgl. [2], S.68).

Bei der Gitarre kann die Frequenz einer schwingenden Saite mit einer **Gleichung** beschrieben werden. Bei der Frequenz spielen **Proportionalitäten** eine Rolle, d.h. je tiefer der Ton, desto schwerer muss die Saite sein (vgl. [2], S.69).

$$f = \frac{1}{2l} \cdot \sqrt{\frac{F}{\varrho \cdot A}} \quad (4.54)$$

Das menschliche Gehör nimmt den Schalldruck und Frequenzen wahr. Bei der Schallintensität spielt der **Logarithmus** eine Rolle. Betrachtet man Abbildung 4.49, so sieht man, dass entlang der Phon-Kurve alles gleich laut ist (vgl. [2], S.71).

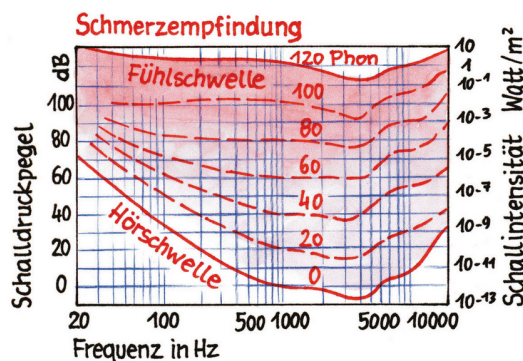


Abbildung 4.49: Hörbereich des Menschen [[2], S.71]

2.4 Mathematische Inhalte in der Thermodynamik

Im Buch **Big Bang 6** werden die Themenbereiche der Thermodynamik in den Kapiteln „Grundlagen der Thermodynamik“, „Formen der Wärmeübertragung“, „Ausdehnung, Diffusion und Phasenübergänge“, „Die Gasgesetze“ und „Kältetechnik und Wärmekraftmaschinen“ behandelt (vgl. [2], S.73ff).

2.4.1 „Grundlagen der Thermodynamik“

Im folgenden Kapitel werden grundlegende Begriffe der Wärmelehre, wissenschaftlicher Name Thermodynamik, behandelt. Es wird die thermische Bewegung, die Temperatur, die Wärme und die Entropie besprochen (vgl. [2], S.73).

Bei der thermischen Bewegung geht es um die Bewegung der einzelnen Moleküle bei Erwärmung. Da ein großes Objekt aus sehr vielen Molekülen besteht, wird die Bewegung dieser **statistisch** durch den **Random Walk** beschrieben. Der Random Walk beschreibt einen Zufallsweg, der durch Würfeln etc. zustande kommt (vgl. [2], S.74).

Bei der Temperatur sind die **Umrechnungsformeln** für die verschiedenen Temperatureinheiten sehr nützlich (vgl. [2], S.75).

Fahrenheit in Celsius	$^{\circ}\text{C} = \frac{^{\circ}\text{F}-32}{1,8}$
Kelvin in Celsius	$^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273$
Celsius in Kelvin	$\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273$
Celsius in Fahrenheit	$^{\circ}\text{F} = ^{\circ}\text{C} \cdot 1,8 + 32$

Tabelle 4.2: Die wichtigsten Umrechnungsformeln ([2], S.75)

Die Körpertemperatur variiert über den Tagesverlauf. Sie ist am Abend am höchsten, auch wenn man kein Fieber hat, und in der Früh am niedrigsten. Diesen Zusammenhang kann man in einem **Diagramm** darstellen (vgl. [2], S.75).

Es kann eine **Formel** für den Zusammenhang zwischen Wärme und Temperatur aufgestellt werden. Notwendige mathematische Kenntnisse beziehen sich auf **funktionale Abhängigkeiten, Gleichungen** und **Zehnerpotenzen** ([2], S.77).

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta t \quad (4.55)$$

Bei der Entropie, dem Grad der Unordnung, spielen **Wahrscheinlichkeiten** eine wesentliche Rolle. In einem Raum befindet sich ein Gas hinter einer Trennwand; wird die Trennwand entfernt, so verteilt sich das Gas und die Entropie nimmt zu. Irgendwann stellt sich ein Gleichgewicht an, es gibt aber auch Schwankungen. Je größer die Schwankung, desto unwahrscheinlicher ist sie (vgl. [2], S.79).

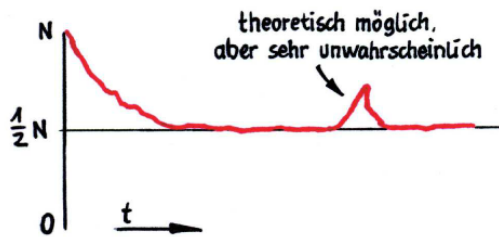


Abbildung 4.50: Einstellen eines Gleichgewichtes an Teilchen [[2], S.79]

2.4.2 „Formen der Wärmeübertragung“

Im folgenden Kapitel wird auf die Formen der Wärmeübertragung (Wärmeleitung, Konvektion und Wärmestrahlung) eingegangen (vgl. [2], S.81).

Für die Mathematik ist nur die **Formel** für den Wärmestrom interessant. In diesem spielen **Proportionalitäten** eine Rolle (vgl. [2], S.81).

$$I = \frac{\Delta Q}{t} = \lambda \frac{A}{d} \Delta T \quad (4.56)$$

2.4.3 „Ausdehnung, Diffusion und Phasenübergänge“

Im folgenden Kapitel werden die Aggregatzustände, Phasenübergänge und die Diffusion betrachtet (vgl. [2], S.87ff).

Bei der Diffusion spielen wieder **Wahrscheinlichkeiten** eine Rolle, wie bei der Entropie, nur dass dieses Mal keine Trennwand die Teilchen trennt, sondern eine Membran. Die Teilchenverteilung entspricht Abbildung 4.50 (vgl. [2], S.89).

In diesem Kapitel werden im Buch sehr viele Phasendiagramme angeführt. An dieser Stelle möchte ich mich nur auf das Phasendiagramm von Wasser, ohne genauer auf die Phasenübergänge einzugehen, beschränken (vgl. [2], S.90).

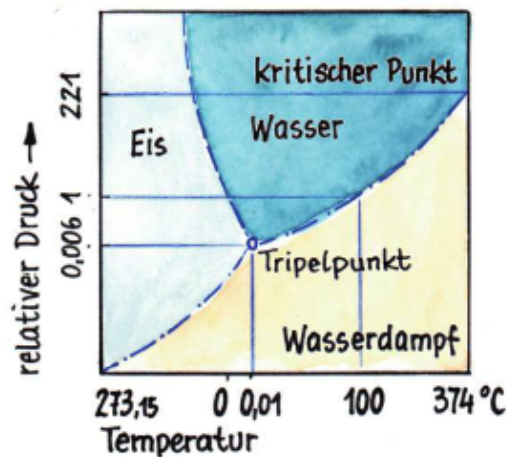


Abbildung 4.51: Phasen des Wassers in Abhängigkeit von Temperatur und Druck [[2], S.90]

Es wird auf die Volumen-anomalie des Wassers hingewiesen, dass sich dieses zwischen 0°C und 4°C ausdehnt. Dies wird auch in einem **Diagramm** dargestellt (vgl. [2], S.91).

Am Ende des Kapitels wird noch eine Sättigungskurve in einem **Diagramm** dargestellt (vgl. [2], S.96).

2.4.4 „Die Gasgesetze“

Im folgenden Kapitel werden die Gasgesetze und Zustandsänderungen besprochen (vgl. [2], S.98ff).

Gleich zu Beginn wird die allgemeine Druckgleichung angeführt (Gleichung 4.57), der die Gleichung des Drucks eines idealen Gases (Gleichung 4.58) folgt ([2], S.98).

$$p = \frac{F}{A} \quad (4.57)$$

$$p = \frac{2N}{3V} \overline{E}_{kin} \quad (4.58)$$

Diese beiden **Gleichungen** werden durch **funktionale Abhängigkeiten** und **Proportionalitäten** beschrieben.

Die drei Gasgesetze befassen sich mit isobaren Zustandsänderungen (Druck konstant), isochoren Zustandsänderungen (Volumen konstant) und isothermen Zustandsänderungen (Temperatur konstant). Diese Zustandsänderungen lassen sich durch **funktionale Abhängigkeiten** in einem **Diagramm** beschreiben. Weiters können alle drei Zustandsänderungen in einem 3d-Diagramm dargestellt werden. Das Gas kann dann nur jene Werte annehmen, die sich auf der Oberfläche des mittleren Diagramms befinden (vgl. [2], 100ff).

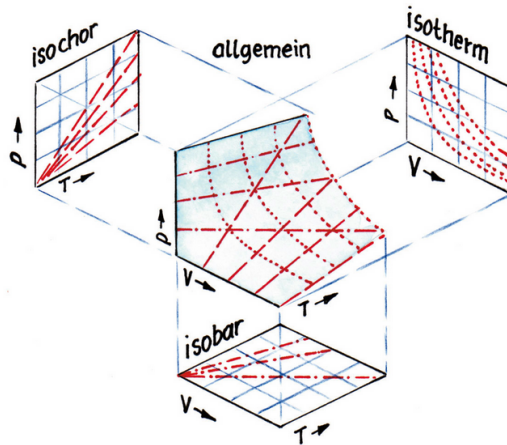


Abbildung 4.52: Zustandsänderungen [[2], S.104]

Abbildung 4.52 führt auf die allgemeine Gasgleichung hin, die auf zwei Varianten an-
geschrieben werden kann, abhängig davon, ob die universelle Gaskonstante (R) oder die
Boltzmann-Konstante (k) verwendet wird ([2], S.104).

$$\frac{pV}{T} = nR \quad \text{oder} \quad \frac{pV}{T} = Nk \quad (4.59)$$

2.4.5 „Kältetechnik und Wärmekraftmaschinen“

Im folgenden Kapitel wird auf Wärme- und Kältemaschinen eingegangen. Für diese Di-
plomarbeit ist aber nur der Wärmemotor interessant, da er eine Arbeit verrichtet, die in
einem Druck-Volumen-Diagramm dargestellt werden kann. Um die verrichtete Arbeit zu
bestimmen, muss man die Fläche unter dem Graphen berechnen. Hier kann die **Integral-
rechnung** nützlich sein. Da wir uns hier in einer 6. Klasse AHS Oberstufe befinden, die
noch keine Integralrechnung kennt, kann die Arbeit über die Multiplikation des Drucks
mit dem Volumen bestimmt werden (vgl. [2], S.111).

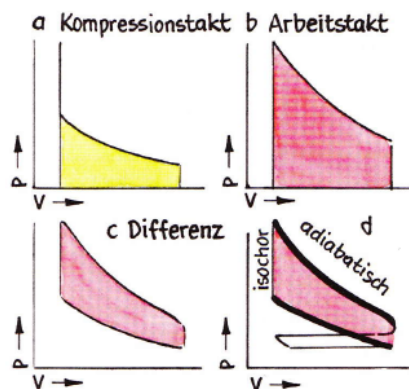


Abbildung 4.53: Arbeit eines Wärmemotors [[2], S.111]

2.5 Mathematische Inhalte in der Elektrizitätslehre

Im Buch **Big Bang 6** werden die Themenbereiche der Elektrizitätslehre in den Kapiteln „Grundlagen der Elektrizität 1“ und „Grundlagen der Elektrizität 2“ behandelt (vgl. [2], S.113ff).

2.5.1 „Grundlagen der Elektrizität 1“

Im folgenden Kapitel werden die ersten Grundlagen der Elektrizitätslehre gelegt; es wird die Ladung selbst, die elektrische Kraft und die Spannung betrachtet (vgl. [2], S.113ff). Die elektrische Kraft, auch Coulomb-Gesetz genannt, wird durch eine ähnliche Formel, wie der der Gravitationskraft, dargestellt ([2], S.116).

$$F_E = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (4.60)$$

Bei Gleichung 4.60 spielen **Größenordnungen**, **Zehnerpotenzen**, **Proportionalitäten** und **Abschätzungen** eine Rolle. Es wird auch nachgerechnet, ob die elektrische Kraft oder die Gravitationskraft stärker ist. Dazu wird das Verhältnis F_E zu F_G betrachtet; es stellt sich heraus, dass die elektrische Kraft um den Faktor 10^{36} größer ist als die Gravitationskraft (vgl. [2], S.116f).

Es wird noch die **Formel** der elektrischen Spannung, oder auch elektrischen potentiellen Energie, betrachtet ([2], S.119).

$$U = \frac{W}{Q} \Rightarrow W = Q \cdot U \quad (4.61)$$

2.5.2 „Grundlagen der Elektrizität 2“

Im folgenden Kapitel wird der elektrische Strom genauer betrachtet. Es wird auf dessen Eigenschaften eingegangen, auf die Stromstärke, auf Messgeräte, auf das Ohm'sche Gesetz, die Kirchhoffschen Regeln und die elektrische Leistung (vgl. [2], S.122ff).

Begonnen wird mit der **Formel** für die elektrische Stromstärke. Hierbei sind **Proportionalitäten** von Bedeutung ([2], S.122).

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta Q = I \cdot \Delta t \quad (4.62)$$

Das Ohm'sche Gesetz beschreibt den Zusammenhang von Spannung, Stromstärke und Widerstand. Hier spielen **funktionale Abhängigkeiten** und **Proportionalitäten** eine wesentliche Rolle ([2], S.128).

$$R = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = R \cdot I \quad (4.63)$$

Abbildung 4.54 zeigt das Ohm'sche Gesetz für verschiedene Widerstände (vgl. [2], S.129).

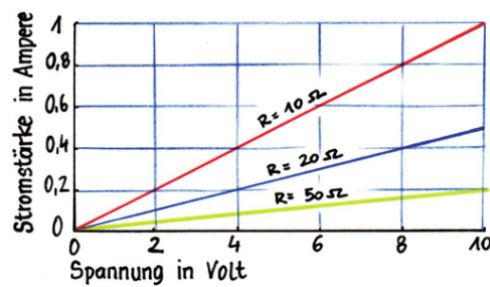


Abbildung 4.54: Ohm'sches Gesetz [[2], S.129]

Der elektrische Widerstand ist abhängig vom Material, der Länge des Leiters und dessen Querschnitt. Es spielen **Proportionalitäten** eine Rolle ([4], S.129).

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (4.64)$$

In weiterer Folge wird auf die Parallelschaltung und die Serienschaltung eingegangen. Um den Widerstand in diesen Schaltungen zu berechnen, muss ein **Gleichungssystem** aufgestellt werden. Die Formeln, die sich für den Widerstand ergeben, werden Kirchhoffsche Regeln genannt. Für die Parallelschaltung ergibt sich Gleichung 4.65 und für die Serienschaltung Gleichung 4.66 (vgl. [2], S.131).

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (4.65)$$

$$R = R_1 + R_2 \quad (4.66)$$

Am Ende des Kapitels wird die Stromarbeit (Gleichung 4.67) und die Stromleistung (Gleichung 4.68) definiert ([2], S.132).

$$W = Q \cdot U \Rightarrow W = I \cdot U \cdot t \quad (4.67)$$

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = U \cdot I \quad (4.68)$$

Beim Rechnen mit der Leistung spielen **Größenordnungen** und **Zehnerpotenzen** eine wesentliche Rolle.

2.6 Mathematische Inhalte in der Quantenmechanik

Im Buch **Big Bang 7** werden die Themenbereiche der Quantenmechanik in den Kapiteln „Welle und Teilchen“, „Das moderne Atommodell“ und „Licht als Träger von Energie“ behandelt (vgl. [3], S.4ff).

2.6.1 „Welle und Teilchen“

Im folgenden Kapitel wird darauf eingegangen, dass Licht sowohl aus Teilchen als auch aus Wellen besteht; das ist abhängig vom Experiment, das durchgeführt wird. In weiterer

Folge wird die Quantenmathematik besprochen und auch die Heisenberg'sche Unschärferelation (vgl. [3], S.4ff).

Es wird die **Formel** zur Berechnung der Photonen-Energie angeführt ([3], S.9).

$$E = h \cdot f \quad (4.69)$$

Weiters wird die **Formel** für die de Broglie-Wellenlänge (Materiewellenlänge) angeführt. Bei dieser **Gleichung** spielen **Proportionalitäten** eine wichtige Rolle ([3], S.10).

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \quad (4.70)$$

Bei der Beugung an Quanten, im Speziellen bei den Fußballmolekülen (C-60-Molekül), treffen die Moleküle an bestimmten Stellen im Beugungsbild auf. Hierbei ist die **Statistik** relevant (vgl. [3], S.11).

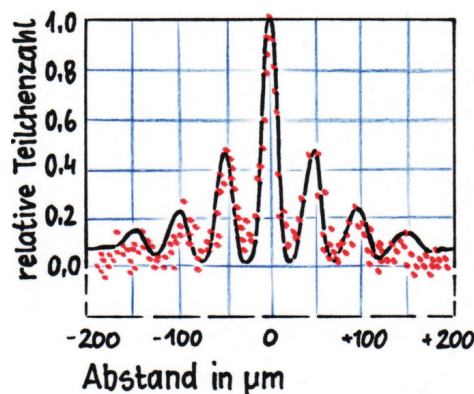


Abbildung 4.55: Beugungsbild von Fußballmolekülen an einem Gitter ([3], S.11)

Es werden in einer Infobox „Kleine Quantenmathematik“ nochmals die Gleichungen der Photonen-Energie und der de Broglie-Wellenlänge wiederholt. Es wird angesprochen, dass die Wellenfunktion in der Quantenmechanik als mathematisches Werkzeug verwendet wird. Diese Wellenfunktion ψ beschreibt die Wahrscheinlichkeitswelle. Weiters ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $|\psi|^2$ wichtig, da diese zur Berechnung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit $P = |\psi|^2 \Delta V$ benötigt wird. Die Mathematik, die die Quantenmechanik beschreibt, ist von der **Wahrscheinlichkeitsrechnung** geprägt (vgl. [3], S.13).

Den Abschluss des Kapitels bilden die Heisenberg'sche Unschärferelation für Impuls und Ort (Gleichung 4.71) und die Heisenberg'sche Unschärferelation für Energie und Zeit (Gleichung 4.72) ([3], S.14ff).

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi} \approx \frac{h}{13} \quad (4.71)$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} \approx \frac{h}{13} \quad (4.72)$$

Bei diesem Themengebiet sind **Ungleichungen** ein wesentlicher Bestandteil.

2.6.2 „Das moderne Atommodell“

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit dem quantenmechanischen Atommodell, das Werner Heisenberg geprägt hat (vgl. [3], S.17).

Die Lokalisierungsenergie kann über Gleichung 4.70, Gleichung 4.22 und Gleichung 4.71 hergeleitet und abgeschätzt werden. Es ergibt sich Gleichung 4.73 für die Lokalisierungsenergie ([3], S.20).

$$E_{kin} \sim \frac{1}{(\Delta x)^2} \quad (4.73)$$

Die Energie eines Elektrons im Feld eines Protons ist die Summe der potentiellen Energie und der Lokalisierungsenergie (vgl. [3], S.20).

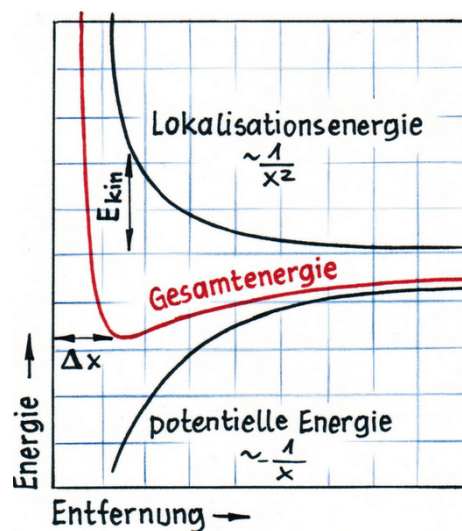


Abbildung 4.56: Energien eines Elektrons im Feld eines Protons ([3], S.20)

In der Infobox „Quantisierte Energie“ wird auf die Herleitung der Energie eines Elektrons durchgeführt. Dies erfolgt über die de Broglie-Gleichung für Materiewellen. Es besteht auch ein Zusammenhang zwischen der kinetischen Energie und dem Impuls, die Gleichung $E = \frac{p^2}{2m}$ gilt. Wird diese mithilfe der de Broglie-Gleichung umgeformt, so bemerkt man, dass die Energie eines Elektrons quantisiert ist (vgl. [3], S.23).

2.6.3 „Licht als Träger von Energie“

Im folgenden Kapitel wird besprochen, dass Lichtteilchen bzw. Photonen abhängig von ihrer Energie unterschiedlich aussehen, welche Spektren es gibt und wie Photonen entstehen (vgl. [3], S.29).

Das einzige, was sich in diesem Kapitel mit Mathematik beschäftigt, ist die **Formel** für die Photonen-Energie, die gleichzeitig eine Energiedifferenz angibt ([3], S.31).

$$\Delta E = E = h \cdot f \quad (4.74)$$

Gleichung 4.74 beschreibt **Proportionalitäten**. Je größer die Energiedifferenz, desto kleiner ist die Frequenz des Lichtes (vgl. [3], S.31).

2.7 Mathematische Inhalte in der Elektrodynamik

Im Buch **Big Bang 7** werden die Themenbereiche der Elektrodynamik in den Kapiteln „Das elektrische Feld“, „Elektrische Ströme und Magnetfelder“, „Grundlagen der Elektrotechnik“, „Grundlagen der elektromagnetischen Wellen“, „Einige Licht-Phänomene“ und „Energieübertragung durch EM-Wellen“ behandelt (vgl. [3], S.46ff).

2.7.1 „Das elektrische Feld“

Im folgenden Kapitel werden Eigenschaften von elektrischen Feldern besprochen (vgl. [3], S.46).

Es wird die **Formel** für die elektrische Kraft wiederholt, die bereits bei den Grundlagen der Elektrizität (Gleichung 4.60) eingeführt wurde. Nun wird noch für die Proportionalitätskonstante eine genauere Berechnungsmöglichkeit angegeben ([3], S.49).

$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (4.75)$$

Es wird noch die elektrische Feldstärke definiert ([3], S.50).

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^2} = \frac{F_E}{Q_2} \quad (4.76)$$

Des Weiteren wird die **Formel** für die elektrische Spannung (Gleichung 4.61) wiederholt ([3], S.51).

Neu in diesem Kapitel sind eigentlich nur die **Formeln** für die elektrische Feldstärke und die für die elektrische Kapazität. Die elektrische Kapazität wird in Gleichung 4.77 definiert. Bei dieser Formel sind **Proportionalitäten** von Bedeutung ([3], S.54).

$$C = \frac{Q}{U} \quad (4.77)$$

2.7.2 „Elektrische Ströme und Magnetfelder“

Im folgenden Kapitel wird auf den Zusammenhang zwischen elektrischen Strömen und Magnetfeldern abgezielt. Es wird auf die magnetische und elektromagnetische Induktion eingegangen (vgl. [3], S.56ff).

Als Erstes wird die Lorentzkraft definiert, welche sich aus mathematischer Sicht mit **Gleichungen** und **Proportionalitäten** beschäftigt ([3], S.59).

$$F_L = I \cdot s \cdot B \Rightarrow B = \frac{F}{I \cdot s} \quad (4.78)$$

Zur Lorentzkraft werden zwei Aufgaben vorgerechnet, eine zum Polarlicht und eine zum Teilchenbeschleuniger. Bei der Rechnung zum Polarlicht wird in die Gleichung der Lorentzkraft die Gleichung der Stromstärke eingesetzt. Für die Lorentzkraft erhält man durch Umformen $F_L = Q \cdot v \cdot B$, wobei hier die Multiplikation ein Kreuzprodukt aus zwei **Vektoren** ist. Bei der Rechnung zum Teilchenbeschleuniger wird die Lorentzkraft mit der Zentripetalkraft gleichgesetzt, um die magnetische Induktion B zu berechnen. Bei dieser Berechnung sind **Größenordnungen**, **Zehnerpotenzen** und **Gleichungen** wesentlich (vgl. [3], S.58).

Es wird die **Formel** zur Berechnung der magnetischen Induktion einer langen Spule angeführt, die auf **Proportionalitäten** basiert ([3], S.60).

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} \quad (4.79)$$

In der Infobox „Relative Permeabilität“ wird auf die Magnetisierbarkeit μ_r eines Stoffes eingegangen. Die **Gleichung** für die magnetische Induktion einer Spule mit Kern ist Gleichung 4.80 ([3], S.60).

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} \quad (4.80)$$

Wird eine solche Spule mit Kern magnetisiert, so kann man den Zusammenhang zwischen Stromfluss und magnetischer Induktion als Hysteresekurve darstellen (vgl. [3], S.60).

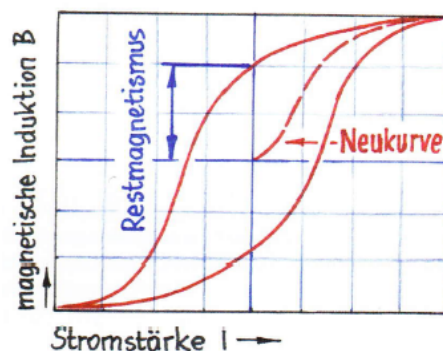


Abbildung 4.57: Hysteresekurve ([3], S.60)

Es wird dann in einem Experiment versucht eine Induktionsspannung zu erzeugen. Diese ist **proportional** zur Windungszahl, zur Geschwindigkeit des Magneten und zur Stärke des Magneten (vgl. [3], S.62).

Es wird eine **Gleichung** für den magnetischen Fluss aufgestellt, der besagt, dass eine Spannung induziert wird, wenn sich in einer Leiterschleife der magnetische Fluss ändert ([3], S.63).

$$\Phi = B \cdot A \quad (4.81)$$

In der Infobox „Induktionsgesetz“ wird das Induktionsgesetz für eine Schleife **geometrisch** hergeleitet. Verwendet wird Gleichung 4.81, die Gleichung der elektrischen Arbeit mit einem negativen Vorzeichen und die Lorentzkraft. Nach allen Umformungen erhält man das Induktionsgesetz (vgl. [3], S.63).

$$U_{ind} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad (4.82)$$

Um die Induktivität einer Spule zu bestimmen, wird Gleichung 4.80 in Gleichung 4.82 eingesetzt. Man erhält die Selbstinduktionsspannung und als Proportionalitätsfaktor erhält man die Induktivität L mit der Einheit Henry (vgl. [3], S.65).

$$U_{ind} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad (4.83)$$

2.7.3 „Grundlagen der Elektrotechnik“

Im folgenden Kapitel wird weiter auf den Elektromagnetismus eingegangen und seine Anwendungen betrachtet. Bei dem gesamten Kapitel spielt die **Trigonometrie** eine wesentliche Rolle (vgl. [3], S.66ff).

In der Infobox „Wechselstrom“ wird die Induktionsspannung über die **Differentialrechnung** hergeleitet, wobei als magnetischer Fluss $\Phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha$ aufgrund der Stellung der Leiterschleife im Magnetfeld gewählt wird. Dies ist in Abbildung 4.58 ersichtlich (vgl. [3], S.66).

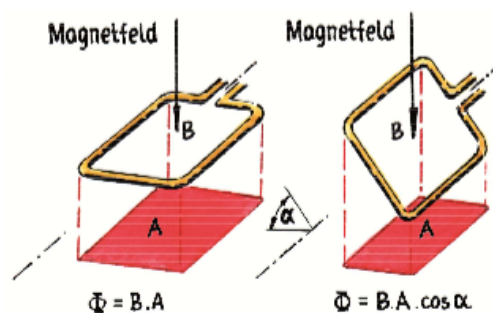


Abbildung 4.58: Leiterschleife im Magnetfeld [[3], S.66]

Um die Induktionsspannung zu berechnen, wird dann einfach der magnetische Fluss nach der Zeit abgeleitet ([3], S.66).

$$U_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt} = -BA \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = BA \sin \omega t \quad (4.84)$$

Man kann den Zusammenhang zwischen der Stellung der Leiterschleife, dem magnetischen Fluss und der Induktionsspannung in einem **Diagramm** darstellen (vgl. [3], S.66).

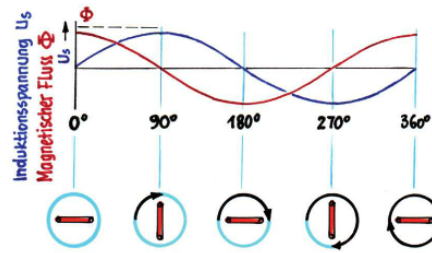


Abbildung 4.59: Zusammenhang zwischen Stellung der Leiterschleife, magnetischem Fluss und Induktionsspannung [[3], S.66]

Die Leistung des Wechselstroms kann in einem **Diagramm** dargestellt werden, es gelten Gleichung 4.68 und Gleichung 4.63 (vgl. [3], S.70).

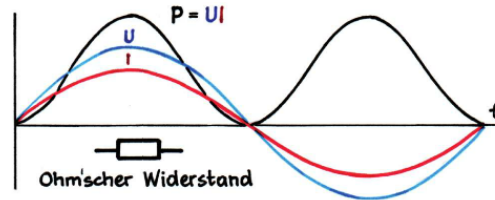


Abbildung 4.60: Die Leistung pulsiert 100-mal pro Sekunde. [[3], S.70]

Die Leistung des Wechselstroms kann mit Gleichung 4.85 berechnet werden ([3], S.70).

$$\overline{P} = \frac{P_m}{2} = \frac{U_m I_m}{2} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} = U_{eff} I_{eff} \quad (4.85)$$

Der induktive Widerstand kann mit Gleichung 4.86 berechnet werden ([3], S.71).

$$R_L = \omega L \quad (4.86)$$

In einem **Diagramm** ist ersichtlich, dass der Strom der Spannung um einer Viertelperiode hinterher hängt (vgl. [3], S.70f).

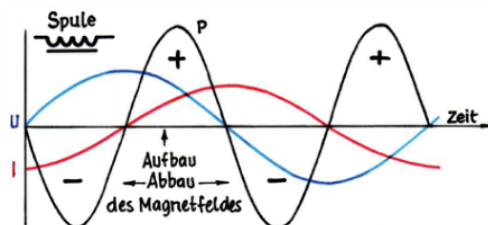


Abbildung 4.61: Induktiver Widerstand [[3], S.71]

Der kapazitive Widerstand kann mit Gleichung 4.87 berechnet werden ([3], S.71).

$$R_C = \frac{1}{\omega C} \quad (4.87)$$

In einem **Diagramm** ist ersichtlich, dass der Strom der Spannung um eine Viertelperiode voraus eilt (vgl. [3], S.71).

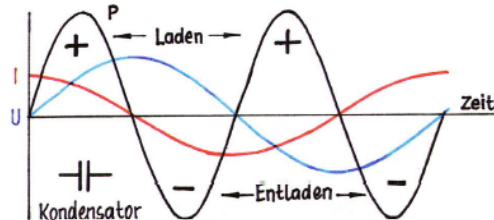


Abbildung 4.62: Kapazitiver Widerstand ([3], S.71)

Die Wirkleistung kann mit Gleichung 4.88 berechnet werden. Es spielt die **Trigonometrie** eine wesentliche Rolle ([3], S.72).

$$P = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi \quad (4.88)$$

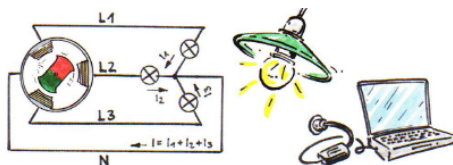
In der Infobox „Trafomathematik“ wird das Übersetzungsverhältnis eines Trafos über Gleichung 4.82 in Abhängigkeit der Windungszahl und Gleichung 4.88 hergeleitet (vgl. [3], S.73).

$$U_1 : U_2 = I_2 : I_1 = N_1 : N_2 \quad (4.89)$$

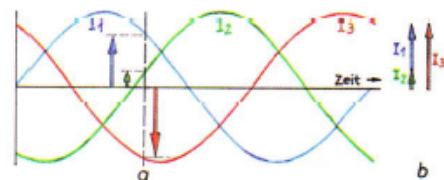
Es wird noch die Verlustleistung in Form einer **Proportionalität** hergeleitet und angeschrieben (vgl. [3], S.73).

$$P_V \sim \frac{1}{U^2} \quad (4.90)$$

Am Ende des Kapitels werden noch der Drehstrom und Schaltungen im Haushalt besprochen. Nun betrachten wir noch die Sternschaltung, bei der die Ströme gleich groß sind und sich diese summieren. Zeichnet man diese Ströme in ein **Diagramm**, so sieht man dort phasenverschobene Sinusschwingungen (vgl. [3], S.74).



(a) Sternschaltung ([3], S.74)



(b) Ströme bei der Sternschaltung ([3], S.74)

Abbildung 4.63: Sternschaltung

2.7.4 „Grundlagen der elektromagnetischen Wellen“

Im folgenden Kapitel beschäftigen wir uns mit der Entstehung von elektromagnetischen Wellen und dem Schwingkreis (vgl. [3], S.76ff).

In einer Infobox werden die Maxwell'schen Gleichungen angesprochen. Es gibt vier von ihnen, aber es werden keine konkreten Gleichungen angeführt, weil die Mathematik dieser Gleichungen für eine Schulklasse zu hoch sind. Zur genauen Beschreibung dieser Gleichungen ist **Vektoranalysis** notwendig, die man erst an der Universität lernt. Daher werden die Gleichungen nur nach ihren Wirkungen aufgezählt (vgl. [3], S.77).

Ein Schwingkreis besteht aus einem Kondensator und einer Spule. Daher hängt die Frequenz dieses Schwingkreises von dem kapazitiven und induktiven Widerstand ab. Der Strom muss in beiden Bauteilen gleich groß sein, daher müssen auch die Wechselspannungen gleich groß sein. Dazu werden Gleichung 4.86 und Gleichung 4.87 gleichgesetzt, wie es in Gleichung 4.91 ersichtlich ist. Diese Gleichung wird nach nach der Kreisfrequenz ω aufgelöst. Gleichung 4.92 nennt man die Thomson'sche Formel (vgl. [3], S.81).

$$\frac{1}{\omega L} = \omega C \quad (4.91)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4.92)$$

2.7.5 „Einige Licht-Phänomene“

Im folgenden Kapitel werden Phänomene des Lichts behandelt, unter anderem Reflexion, Brechung, Totalreflexion und Polarisierung (vgl. [3], S.82ff).

In der Infobox „Lichtbrechung mit Fermat“ wird das Brechungsgesetz aus Abbildung 4.64 abgeleitet. Die Herleitung erfolgt über Aspekte der **Trigonometrie**, **Elementargeometrie** (über ähnliche Dreiecke) und über die Differentialrechnung, bis man beim Brechungsgesetz landet, das schon bekannt ist (vgl. [3], S.83f).

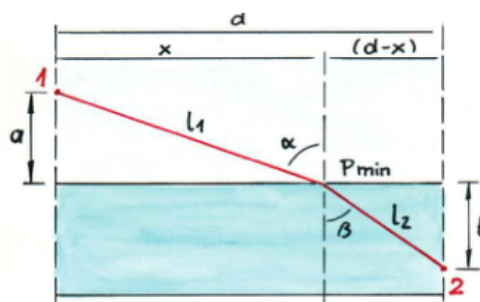


Abbildung 4.64: Lichtbrechung nach Fermat [[3], S.83]

Im Kapitel werden noch **elementargeometrische** Eigenschaften der Brechung und Totalreflexion behandelt (vgl. [3], S.84f).

2.7.6 „Energieübertragung durch EM-Wellen“

Im folgenden Kapitel wird auf die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen eingegangen, die durch beschleunigte Ladungen entstehen. Diese Wellen übertragen Energie ohne Materietransport (vgl. [3], S.88).

Es wird die **Formel** des Wien'schen Verschiebungsgesetzes angeführt, welches die Temperatur mit dem Strahlungsmaximum in Verbindung bringt ([3], S.89).

$$\lambda_{max} \cdot T = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ mK} \quad (4.93)$$

2.8 Mathematische Inhalte beim Klima

Im Buch **Big Bang 7** wird der Themenbereich Klima im Kapitel „Klimaänderung und erneuerbare Energie“ behandelt (vgl. [3], S.103ff).

2.8.1 „Klimaänderung und erneuerbare Energie“

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit der globalen Erwärmung und mit erneuerbaren Energiequellen (vgl. [3], S.103).

In diesem Kapitel werden zahlreiche **Diagramme** angeführt, wo die Temperatur gegen die Zeit aufgetragen wurde, um die Klimaerwärmung zu zeigen (vgl. [3], S.105ff).

Es wird die Jahresdosis an Sonnenenergie berechnet. Hierzu sind **Zehnerpotenzen**, **Größenordnungen** und **Elementargeometrie** notwendig (vgl. [3], S.109).

Weiters wird die Windleistung hergeleitet. Dies erfolgt über das Volumen eines Zylinders, den zurückgelegten Weg der Luftmoleküle. Die Masse der Luft wird über die Dichte bestimmt und in die kinetische Energie eingesetzt. Die kinetische Energie wird in die Formel der Leistung eingesetzt. Als Ergebnis erhalten wir **Proportionalitäten** für die Leistung in Abhängigkeit vom Radius und von der Geschwindigkeit. Die Herleitung der Windleistung verknüpft **Gleichungen**, **Proportionalitäten** und **Elementargeometrie** (vgl. [3], S.112).

2.9 Mathematische Inhalte beim Chaos

Im Buch **Big Bang 7** wird der Themenbereich Chaos im Kapitel „Chaotische Systeme“ behandelt (vgl. [3], S.115ff).

2.9.1 „Chaotische Systeme“

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit dem Chaos und chaotischen Systemen. Mit Mathematik hat das Kausalitätsprinzip zu tun. Ein schwaches Kausalitätsprinzip hat mit der

Wahrscheinlichkeitsrechnung und der **Analysis** (Differentialgleichungen) zu tun, die Ursache ist immer gleich, aber die Bedingung und dann auch der Ausgang unterschiedlich (vgl. [3], S.115).

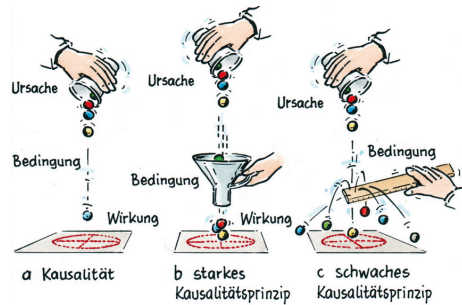


Abbildung 4.65: Kausalitätsprinzip [[3], S.115]

2.10 Mathematische Inhalte in der Relativitätstheorie

Im Buch **Big Bang 8** wird der Themenbereich Relativitätstheorie in den Kapiteln „Zeitdehnung und Raumschrumpfung“, „Relativistische Masse und Energie“, „Vertiefendes zur SRT“ und „Allgemeine Relativitätstheorie“ behandelt (vgl. [4], S.16ff).

2.10.1 „Zeitdehnung und Raumschrumpfung“

Im folgenden Kapitel wird auf den Effekt der Zeitdehnung und der Raumschrumpfung eingegangen (vgl. [4], S.16).

Die Herleitung der Zeitdehnung erfolgt über den Lehrsatz des Pythagoras, der gehört zur **Elementargeometrie** (vgl. [4], S.17).

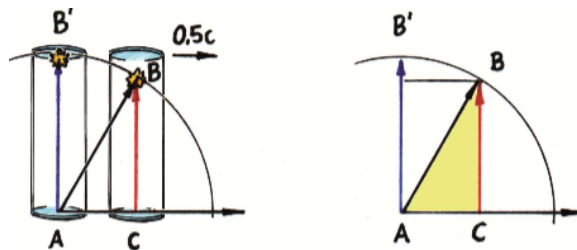


Abbildung 4.66: Eine ruhende und eine mit $c/2$ bewegte Lichtuhr. Es gilt: $AB' = AB$. [[4], S.17]

Die **Gleichung** der Zeitdehnung lautet ([4], S.17):

$$t_b = t_r \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (4.94)$$

In diesem Kapitel spielen **Größenordnungen** eine wesentliche Rolle, nicht nur bei den Rechnungen (vgl. [4], S.18ff).

Weiters wird die Längenkontraktion in der Infobox „Ansichtssache“ hergeleitet über Gleichung 4.94 und über die Halbwertszeit. Die Längenkontraktion ergibt sich durch Umformen. ([4], S.21).

$$l_b = l_r \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (4.95)$$

An dieser Stelle soll erwähnt werden, dass im Buch selbst ein Fehler in Gleichung 4.95 aufscheint. Es wird im Text für die Längenkontraktion der Buchstabe „l“ verwendet, aber in der Formel selbst wird dafür fälschlicherweise der Buchstabe „t“ verwendet. In dieser Arbeit wurde die Formel bereits richtiggestellt.

2.10.2 „Relativistische Masse und Energie“

Im folgenden Kapitel wird mithilfe der Zeitdilatation die relativistische Massenzunahme und die relativistische Energie besprochen (vgl. [4], S.25ff).

Die relativistische Massenzunahme passiert genau dann, wenn sich ein Objekt relativ zu einem ruhenden Objekt bewegt. Dann ist die bewegte Masse größer als die ruhende. Die bewegte Masse wird auch dynamische Masse genannt (vgl. [4], S.26).

$$m_d = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4.96)$$

Die dynamische Masse kann man durch eine **Reihe** $\frac{1}{\sqrt{1-x}}$ annähern (vgl. [4], S.28).

$$1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2} \frac{3}{4} \frac{5}{6}x^3 + \dots \quad (4.97)$$

Wird dann statt dem x einfach $\frac{v^2}{c^2}$ eingesetzt und mit c^2 multipliziert, so ergibt sich (vgl. [4], S.28)

$$m_d c^2 = mc^2 + m \frac{v^2}{2} + m \frac{3v^4}{8c^2} + \dots \quad (4.98)$$

Auf der linken Seite der Gleichung steht die Gesamtenergie, auf der rechten Seite steht Ruheenergie und die kinetische Energie. Für die relativistische kinetische Energie ergibt sich dann (vgl. [4], S.28).

$$m_d c^2 = mc^2 + E_k \quad (4.99)$$

$$E_k = m_d^2 - mc^2 = (m_d - m)c^2 \quad (4.100)$$

Die Äquivalenz Masse und Energie kann in Gleichung 4.101 ausgedrückt werden ([4], S.28).

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \quad E = mc^2 \quad (4.101)$$

2.10.3 „Vertiefendes zur SRT“

Im folgenden Kapitel wird der relativistische Doppler-Effekt und die Galilei- und Lorentz-Transformation besprochen. Diese Transformationen haben sehr viel mit Mathematik zu tun (vgl. [4], S.31ff).

Der relativistische Doppler-Effekt lässt sich in Form einer **Gleichung** anschreiben ([4], S.32).

$$f_B = f_R \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} \text{ (Entfernen)} \quad f_B = f_R \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \text{ (Annähern)} \quad (4.102)$$

Die Geschwindigkeiten werden in der speziellen Relativitätstheorie auch addiert. Es gilt Gleichung 4.103 für die relativistische Geschwindigkeitsaddition ([4], S.32).

$$W = \frac{u + v}{1 + \frac{u \cdot v}{c^2}} \quad (4.103)$$

Es wird eine Rechnung zum Photonenantrieb angeführt (vgl. [4], S.35).

Nun wird es sehr mathematisch. Es folgt zunächst die Galilei-Transformation, die in der klassischen Mechanik gilt (vgl. [4], S.36).

$$x' = x - v \cdot t \quad x = x' + v \cdot t' \quad (4.104)$$

$$y' = y \quad y = y' \quad (4.105)$$

$$z' = z \quad z = z' \quad (4.106)$$

$$t' = t \quad t = t' \quad (4.107)$$

Aus der Galilei-Transformation kann durch die Lorentz-Kontraktion und die Zeitdilatation die Lorentz-Transformation hergeleitet werden (vgl. [4], S.36f).

$$x' = \frac{(x - vt')}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad x = \frac{(x' + vt')}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4.108)$$

$$t' = \frac{t - \frac{v \cdot x}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad t = \frac{t' + \frac{v \cdot x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4.109)$$

In weiterer Folge wird noch die relativistische Geschwindigkeitsaddition mithilfe der Lorentz-Transformation hergeleitet (vgl. [4], S.37).

2.10.4 „Allgemeine Relativitätstheorie“

Im folgenden Kapitel wird die Verallgemeinerung der Speziellen Relativitätstheorie betrachtet, welche die Gravitation und die spezielle Relativitätstheorie miteinander verknüpft (vgl. [4], S.38ff).

In der klassischen Mechanik werden die träge und schwere Masse einfach gleichgesetzt,

auch beim Gravitationsgesetz. Dies wird hergeleitet. Dazu wird das Gravitationsgesetz (mit den schweren Massen) mit der Bewegungsgleichung (mit der trägen Masse) gleichgesetzt und nach der Beschleunigung aufgelöst. Da aber die träge und die schwere Masse gleich groß sind, spielt beim freien Fall nur die Stärke des Gravitationsfeldes eine Rolle. Bei dieser Herleitung spielen **Gleichungen** eine Rolle (vgl. [4], S.39).

In weiterer Folge wird die Frequenzverschiebung über Gleichung 4.69, Gleichung 4.101 und Gleichung 4.21 für das homogene Erdschwerefeld durch Umformen hergeleitet. Für die Frequenzverschiebung im homogenen Erdschwerefeld ergibt sich Gleichung 4.110. Bei der Herleitung spielen **Gleichungen** und **Proportionalitäten** eine Rolle (vgl. [4], S.42).

$$f' = f \left(1 \mp \frac{gH}{c^2} \right) \quad (4.110)$$

Im allgemeinen Fall für die Frequenzverschiebung im inhomogenen Feld einer beliebigen Zentralmasse gilt Gleichung 4.111 ([4], S.43).

$$f' = f \left(1 \mp \frac{GM}{c^2 r} \right) \quad (4.111)$$

Für die gravitative Zeitveränderung im homogenen Erdschwerefeld gilt Gleichung 4.112 und im inhomogenen Feld einer beliebigen Zentralmasse gilt Gleichung 4.113. Diese Gleichungen besagen, dass beispielsweise die Füße langsamer altern als der Kopf, weil die Uhren in der Nähe einer Masse langsamer vergehen ([4], S.43f).

$$T_A = T_B \left(1 - \frac{gH}{c^2} \right) \quad (4.112)$$

$$T_A = T_B \left(1 - \frac{GM}{c^2 r} \right) \quad (4.113)$$

Das Problem mit den langsameren Uhren betrifft auch GPS-Satelliten im Rahmen der SRT, aber im Rahmen der ART gehen die Uhren schneller. Daher werden die Uhren auf Satelliten so eingestellt, dass sie langsamer gehen. Bei der Errechnung des Faktors, um den die Uhren langsamer gehen müssen spielen **Größenordnungen**, **Zehnerpotenzen** und **Gleichungen** eine Rolle (vgl. [4], S.44).

Für die gravitative Längenveränderung im homogenen Erdschwerefeld gilt Gleichung 4.114 und im Feld einer beliebigen Zentralmasse gilt Gleichung 4.115. Diese Gleichungen besagen, dass die Maßstäbe in der Nähe einer Masse kürzer sind, ist der Durchmesser des Körpers größer und dies führt zur Raumkrümmung ([4], S.45).

$$L_A = L_B \left(1 - \frac{gH}{c^2} \right) \quad (4.114)$$

$$L_A = L_B \left(1 - \frac{GM}{c^2 r} \right) \quad (4.115)$$

Es wird eine Infobox zur **nichteuklidischen Geometrie** angeführt, wo erklärt wird, dass

in der euklidischen Geometrie ein Dreieck die Innenwinkelsumme von 180° besitzt und ein Kreis den Umfang $2r\pi$. In der ART gilt diese Geometrie nicht wegen der Raumkrümmung. In der nichteuklidischen Geometrie hat ein Dreieck die Innenwinkelsumme von 270° und ein Kreis den Umfang $4r$ (vgl. [4], S.46).

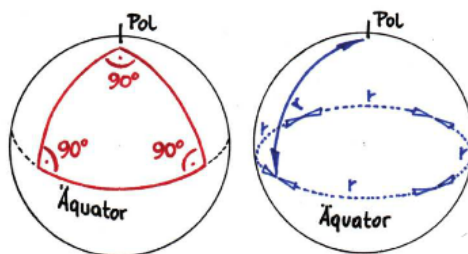


Abbildung 4.67: Nichteuklidische Geometrie [[4], S.46]

Licht wird aufgrund des gekrümmten Raumes abgelenkt. Um diese Ablenkung abzuschätzen, sind **Gleichungen** und **Trigonometrie** notwendig. Die Ablenkung erfolgt entlang einer Wurfparabel, der Anstieg einer Geraden gibt uns die Lichtablenkung an (vgl. [4], S.47).

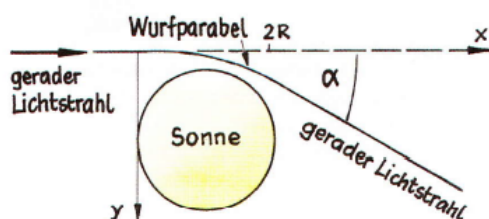


Abbildung 4.68: Abschätzung der Lichtablenkung [[4], S.47]

Am Ende des Kapitels werden noch schwarze Löcher behandelt und der Schwarzschildradius hergeleitet. Dort wo der Schwarzschildradius beginnt, steht die Zeit still (vgl. [4], S.50f).

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} \quad (4.116)$$

2.11 Mathematische Inhalte in der Kernphysik

Im Buch **Big Bang 8** wird der Themenbereich Kernphysik in den Kapiteln „Die Struktur der Atomkerne“ und „Radioaktivität“ behandelt (vgl. [4], S.53ff).

2.11.1 „Die Struktur der Atomkerne“

Im folgenden Kapitel werden Atomkerne auf ihre innere Struktur untersucht (vgl. [4], S.53ff).

Beim Rutherford'schen Streuversuch wurden α -Teilchen auf eine Goldfolie geschossen und gestreut. Im folgenden Diagramm wurde die Streuungswahrscheinlichkeit gegen den Winkel aufgetragen, wobei die Streuungswahrscheinlichkeit logarithmisch aufgetragen wird (vgl. [4], S.53f).

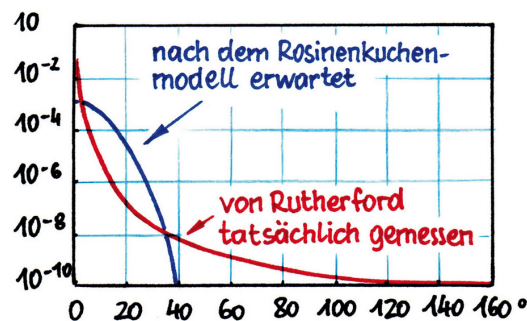


Abbildung 4.69: Streuungswahrscheinlichkeit von α -Teilchen an einer Goldfolie [[4], S.54]

2.11.2 „Radioaktivität“

Im folgenden Kapitel wird behandelt, wie radioaktive Strahlung entsteht, welche Arten es gibt und deren biologische Wirkung (vgl. [4], S.58).

Es folgt eine Herleitung des Zerfallsgesetzes ([4], S.62).

$$dN \sim N \cdot dt \Rightarrow dN = -\lambda \cdot N \cdot dt \Rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda \cdot dt \quad (4.117)$$

Gleichung 4.117 wird **integriert**, danach wird die **Exponentialfunktion** darauf angewandt und wir erhalten das Zerfallsgesetz ([4], S.62).

$$\ln(N) = \lambda \cdot t + \text{const} \quad (4.118)$$

$$N(t) = e^{(-\lambda t + \text{const})} \Rightarrow N(t) = \underbrace{e^{\text{const}}}_{N_0} \cdot e^{-\lambda t} \quad (4.119)$$

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (4.120)$$

Weiters wird die Halbwertszeit hergeleitet ([4], S.62).

$$N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}} \quad (4.121)$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{-\lambda} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (4.122)$$

Die Halbwertszeit kann auch schön in einem **Diagramm** dargestellt werden (vgl. [4], S.63).

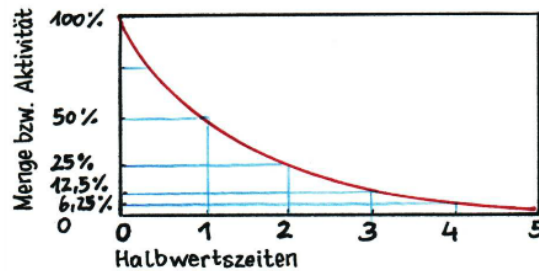


Abbildung 4.70: Zerfall eines radioaktiven Stoffs ([4], S.63)

Es wird noch eine Rechnung zur Bestimmung des Alters von Ötzi angeführt; hierbei wird auf die Halbwertszeit von C-14 eingegangen (vgl. [4], S.63).

Bei der Radioaktivität sind **Differentialrechnung, Integralrechnung, Exponential- und Logarithmusfunktion, funktionale Abhängigkeiten, Gleichungen** und **Größenordnungen** relevant.

2.12 Mathematische Inhalte in der Astrophysik

Im Buch **Big Bang 8** wird der Themenbereich Astrophysik in den Kapiteln „Vom Leben und Sterben der Sterne“ und „Einführung in die Kosmologie“ behandelt (vgl.[4], S.85ff).

2.12.1 „Vom Leben und Sterben der Sterne“

Im folgenden Kapitel wird auf das Entstehen und Sterben von Sternen eingegangen. Damit ein Stern aus einer Gaswolke entstehen kann, muss das Gas eine bestimmte Fluchtgeschwindigkeit, mittlere kinetische Energie und eine Mindestmasse besitzen. Im Buch werden **Gleichungen** für diese Größen angeführt, deren Herleitung für diese Diplomarbeit wenig interessant ist. Es spielen **Proportionalitäten, Gleichungen, Größenordnungen** und **Zehnerpotenzen** eine Rolle (vgl. [4], S.86).

2.12.2 „Einführung in die Kosmologie“

Im folgenden Kapitel wird versucht auf die Fragen einzugehen, wie das Universum begonnen hat, wie es enden wird, was passiert, wenn es endet und ob das Universum endlich

ist (vgl. [4], S.92).

Das Hubble-Gesetz besagt, dass sich eine Galaxis, je weiter sie von uns entfernt ist, umso schneller bewegt. Dieses Gesetz wird als **Gleichung** angegeben (vgl. [4], S.93)

$$v = H \cdot r \quad (4.123)$$

In weiterer Folge wird die Planck-Länge (Gleichung 4.124) und Planck-Zeit (Gleichung 4.125) definiert ([4], S.97).

$$l_p = \sqrt{\frac{Gh}{2\pi c^3}} \sim 10^{15} m \quad (4.124)$$

$$t_p = \frac{l_p}{c} = \sqrt{\frac{Gh}{2\pi c^5}} \sim 10^{-43} s \quad (4.125)$$

Es wird noch die kritische Dichte einer flüchtenden Galaxie hergeleitet über Gleichung 4.123 und die Fluchtgeschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$. Die kritische Dichte kann mit Gleichung 4.126 angegeben werden (vgl. [4], S.100).

$$\varrho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (4.126)$$

In diesem Kapitel spielen **Formeln** und **Größenordnungen** eine wichtige Rolle.

2.13 Analyse der mathematischen Themengebiete

2.13.1 Analyse Big Bang 5 und 6

Themenbereich	klassische Mechanik	Schwingungen und Wellen	Thermodynamik	Elektrizitätslehre
Zehnerpotenzen Größenordnungen	✓	✓	✓	✓
Funktionsgraphen Diagramme	✓	✓	✓	✓
Gleichungen, Formeln	✓	✓	✓	✓
Vektorrechnung	✓			
Elementargeometrie	✓	✓		
Reihen	✓			
Grenzwert	✓			
Funktionale Abhängig- keit	✓	✓	✓	✓
Integralrechnung	✓		✓	
Differentialrechnung	✓			
Trigonometrie	✓	✓		
Proportionalitäten	✓	✓	✓	✓
Prozentrechnung	✓			
Gleichungssystem	✓			✓
Kegelschnitte	✓			
Abschätzungen	✓			✓
Fourier-Synthese		✓		
Wahrscheinlichkeiten			✓	
Statistik				
Ungleichungen				
Vektoranalysis				
Nicht-euklidische Geo- metrie				
Differentialgleichungen				

Tabelle 4.3: Analyse „Big Bang 5-6“

2.13.2 Analyse Big Bang 7

Themenbereich	Quantenmechanik	Elektrodynamik	Klima	Chaos
Zehnerpotenzen		✓	✓	
Größenordnungen				
Funktionsgraphen	✓	✓	✓	
Diagramme				
Gleichungen, Formeln	✓	✓	✓	
Vektorrechnung		✓		
Elementargeometrie		✓	✓	
Reihen				
Grenzwert				
Funktionale Abhängigkeit				
Integralrechnung				
Differentialrechnung		✓		
Trigonometrie		✓		
Proportionalitäten	✓	✓	✓	
Prozentrechnung				
Gleichungssystem				
Kegelschnitte				
Abschätzungen	✓			
Fourier-Synthese				
Wahrscheinlichkeiten	✓			✓
Statistik	✓			
Ungleichungen	✓			
Vektoranalysis		✓		
Nicht-euklidische Geometrie				
Differentialgleichungen				✓

Tabelle 4.4: Analyse „Big Bang 7“

2.13.3 Analyse Big Bang 8

Themenbereich	Relativitätstheorie	Kernphysik	Astrophysik
Zehnerpotenzen	✓	✓	✓
Größenordnungen			
Funktionsgraphen		✓	
Diagramme			
Gleichungen, Formeln	✓	✓	✓
Vektorrechnung			
Elementargeometrie	✓		
Reihen	✓		
Grenzwert			
Funktionale Abhängigkeit		✓	
Integralrechnung		✓	
Differentialrechnung		✓	
Trigonometrie	✓		
Proportionalitäten	✓		✓
Prozentrechnung			
Gleichungssystem			
Kegelschnitte			
Abschätzungen			
Fourier-Synthese			
Wahrscheinlichkeiten			
Statistik			
Ungleichungen			
Vektoranalysis			
Nicht-euklidische Geometrie	✓		
Differentialgleichungen			

Tabelle 4.5: Analyse „Big Bang 8“

5 Untersuchung der mathematischen Themengebiete am Beispiel von Schwingungen

1 Herleitung der harmonischen Schwingung im Physikstudium

Es gilt das Hooke'sche Gesetz, das die wirkende Kraft bei der Auslenkung eines Objekts aus seiner Ruhelage beschreibt (vgl. [10], S.7).

$$F = -k \cdot x \quad (5.1)$$

Das Minuszeichen sagt, dass die Kraftwirkung zur Ruhelage hin erfolgt. Die wirkende Kraft hängt von der Auslenkung zu einem bestimmten Zeitpunkt ab. k ist die Federkonstante, eine positive Proportionalitätskonstante (vgl. [10], S.7).

Es gilt das zweite Newton'sche Gesetz, daher können die Federkraft und die Bewegungsgleichung gleichgesetzt werden (vgl. [10], S.7).

$$ma(t) = -ks(t) \quad (5.2)$$

Gleichung 5.2 ist eine lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung, da $a(t)$ die Beschleunigung ist, diese entspricht $\ddot{s}(t)$ (vgl. [10], S.7).

$$m\ddot{s}(t) = -ks(t) \quad (5.3)$$

$$m\ddot{s}(t) + ks(t) = 0 \quad (5.4)$$

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung kann durch den Exponentialansatz oder durch Erraten gelöst werden (vgl. [10], S.8).

In dieser Arbeit wird die Differentialgleichung mit dem Exponentialansatz gelöst.

$$m\ddot{s}(t) = -ks(t) \quad (5.5)$$

$$\ddot{s}(t) = -\frac{k}{m}s(t) \quad (5.6)$$

$$\ddot{s}(t) + \frac{k}{m}s(t) = 0 \quad (5.7)$$

$$\lambda^2 e^{\lambda t} + \frac{k}{m} e^{\lambda t} = 0 \quad | : e^{\lambda t} \neq 0 \quad (5.8)$$

$$\lambda^2 + \frac{k}{m} = 0 \quad (5.9)$$

$$\lambda^2 = -\frac{k}{m} \quad (5.10)$$

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{k}{m}} = \pm i \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.11)$$

Es wird die Kreisfrequenz definiert ([10], S.7).

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.12)$$

Nun folgt für $\lambda_{1,2}$:

$$\lambda_{1,2} = \pm i\omega \quad (5.13)$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung erhält man durch eine Überlagerung der Lösungen (vgl. [16], S.114).

Zuerst werden die folgenden reellen Funktionen betrachtet:

$$\frac{1}{2}e^{(a+bi)t} + \frac{1}{2}e^{(a-bi)t} = \frac{1}{2} \left(e^{(a+bi)t} + e^{(a-bi)t} \right) \quad (5.14)$$

$$= \frac{1}{2} \left(e^{at+bit} + e^{at-bit} \right) \quad (5.15)$$

$$= \frac{1}{2} \left(e^{at} e^{bit} + e^{at} e^{-bit} \right) \quad (5.16)$$

$$= e^{at} \underbrace{\left(\frac{1}{2} (e^{bit} + e^{-bit}) \right)}_{=\cos(bt)} \quad (5.17)$$

$$= e^{at} \cos(bt) \quad (5.18)$$

$$\frac{1}{2i}e^{(a+bi)t} - \frac{1}{2i}e^{(a-bi)t} = \frac{1}{2i} \left(e^{at+bit} - e^{at-bit} \right) \quad (5.19)$$

$$= \frac{1}{2i} \left(e^{at} e^{bit} - e^{at} e^{-bit} \right) \quad (5.20)$$

$$= e^{at} \underbrace{\left(\frac{1}{2i} (e^{bit} - e^{-bit}) \right)}_{=\sin(bt)} \quad (5.21)$$

$$= e^{at} \sin(bt) \quad (5.22)$$

Nun werden diese Funktionen überlagert, dazu wird ein komplexer Ansatz gewählt:

$$s(t) = c_1 e^{(a+bi)t} + c_2 e^{(a-bi)t} \quad c_1, c_2 \in \mathbb{C} \quad (5.23)$$

Das ist genau dasselbe wie Gleichung 5.23, weil das die Summe aus Gleichung 5.18 und Gleichung 5.22 ist.

$$s(t) = c_1 e^{at} \cos(bt) + c_2 e^{at} \sin(bt) \quad (5.24)$$

Im Falle dieses Beispiels ist $a = 0$ und $b = \omega$.

$$s(t) = c_1 \underbrace{e^{at}}_{=1} \cos(bt) + c_2 \underbrace{e^{at}}_{=1} \sin(bt) \quad (5.25)$$

$$= c_1 \cos(bt) + c_2 \sin(bt) \quad (5.26)$$

$$= c_1 \cos(\omega t) + c_2 \sin(\omega t) \quad (5.27)$$

Gleichung 5.27 ist eine Form der Schwingungsgleichung. Um die Koeffizienten c_1 und c_2 zu erhalten, müssen die Anfangsbedingungen bestimmt werden (vgl. [16], S.114).

$$s(0) = c_1 \underbrace{\cos(\omega \cdot 0)}_{=1} + c_2 \underbrace{\sin(\omega \cdot 0)}_{=0} \quad (5.28)$$

$$= c_1 \quad (5.29)$$

$$\dot{s}(t) = -c_1 \omega \sin(\omega t) + c_2 \omega \cos(\omega t) \quad (5.30)$$

$$\dot{s}(0) = -c_1 \omega \underbrace{\sin(\omega \cdot 0)}_{=0} + c_2 \omega \underbrace{\cos(\omega \cdot 0)}_{=1} \quad (5.31)$$

$$= c_2 \cdot \omega \Leftrightarrow c_2 = \frac{\dot{s}(0)}{\omega} \quad (5.32)$$

Jetzt wählen wir A und φ so, dass $A \sin(\varphi) = c_1$ und $A \cos(\varphi) = c_2$ gelten. Dann ist wegen der Summensätzen von Sinus und Cosinus $s(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$.

Eine andere Möglichkeit wäre, dass man von Gleichung 5.27 ausgeht, dann folgt mit $A = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$ und $\tan(\varphi) = \frac{c_1}{c_2}$ (wenn man die „richtige Lösung“ von $\tan(\varphi) = \frac{c_1}{c_2}$ nimmt) Gleichung 5.34 (vgl. [28], S.141, 155)

$$s(t) = c_1 \cos(\omega t) + c_2 \sin(\omega t) \quad (5.33)$$

$$= A \sin(\omega t + \varphi) \quad (5.34)$$

Durch Anwendung der Summensätze von Sinus und Cosinus folgt Gleichung 5.27 aus

Gleichung 5.34.

$$s(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (5.35)$$

$$= A (\cos(\omega t) \sin(\varphi) + \sin(\omega t) \cos(\varphi)) \quad (5.36)$$

$$= \underbrace{A \sin(\varphi)}_{=c_1} \cos(\omega t) + \underbrace{A \cos(\varphi)}_{=c_2} \sin(\omega t) \quad (5.37)$$

$$= c_1 \cos(\omega t) + c_2 \sin(\omega t) \quad (5.38)$$

Es ist zu sehen, dass die beiden Schwingungsgleichungen Gleichung 5.34 und Gleichung 5.27 zueinander äquivalent sind.

Die Lösung der Differentialgleichung (Gleichung 5.2) hat eine Sinusfunktion als Lösung. Die Geschwindigkeit $v(t)$ und die Beschleunigung $a(t)$ erhält man durch Ableiten.

$$v(t) = \dot{s}(t) = A\omega \cos(\omega t + \varphi) \quad (5.39)$$

$$a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{s}(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 s(t) \quad (5.40)$$

Setzt man $\ddot{s}(t)$ in Gleichung 5.2 ein, so kann man die Kreisfrequenz ω bestimmen (vgl. [9], 10.02.2016).

$$m \cdot \ddot{s}(t) = -k \cdot s(t) \quad (5.41)$$

$$-m\omega^2 \cdot s(t) = -k \cdot s(t) \quad (5.42)$$

$$-m\omega^2 = -k \quad (5.43)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (5.44)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.45)$$

Die Schwingungsdauer ergibt sich über den Zusammenhang mit der Kreisfrequenz. Dazu wird Gleichung 5.52 für die Kreisfrequenz hergenommen und nach T aufgelöst.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (5.46)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (5.47)$$

Schlussendlich wird noch Gleichung 5.45 in Gleichung 5.47 eingesetzt.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (5.48)$$

2 Herleitung der harmonischen Schwingung im Physikunterricht

2.1 Begriffe und Bezeichnungen

Ein Federpendel besteht aus einer Schraubenfeder und einer Pendelmasse, die an der Feder hängt. Wird eine Pendelmasse an die Feder gehängt, so stellt sich bald ein Gleichgewicht ein, weil die Federkraft gleich der Gewichtskraft der Masse entspricht (vgl. [27], S.67).

Dieser Zustand wird als Ruhelage bezeichnet. Das Federpendel wird in Schwingung versetzt, das geschieht z.B. durch ein Ziehen nach unten und anschließendes Loslassen (siehe Abbildung 5.1). Auf die Feder wirkt das Hooke'sche Gesetz, welches den Zusammenhang zwischen Federkraft und der Elongation $y(t)$ (momentane Auslenkung) beschreibt. Es besteht eine direkte Proportionalität zwischen der Federkraft und der Längenänderung Δy (vgl. [12], S.6).

$$F = -k \cdot \Delta y \quad (5.49)$$

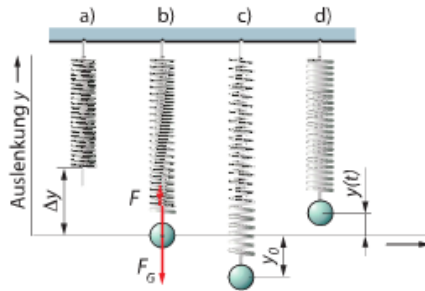


Abbildung 5.1: In der Ruhelage sind die Federkraft F und die Gewichtskraft F_G im Gleichgewicht. Eine Auslenkung um die Strecke y_0 führt zu einer Schwingung. ([12], S.6)

Alle Schwingungen, die dem Hooke'schen Gesetz folgen, werden als harmonische Schwingung bezeichnet. Die Auslenkung y_0 wird als Amplitude bezeichnet, diese gibt die maximale Auslenkung der Pendelmasse von der Ruhelage an. Die Elongation $y(t)$ beschreibt die momentane Auslenkung der Pendelmasse zu einem beliebigen Zeitpunkt (vgl. [12], S.6). Die Schwingungsdauer T ist die Zeitspanne, die die Pendelmasse für eine volle Auf- und Abbewegung benötigt. Die Frequenz f ist $\frac{1}{T}$ und diese gibt die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde an (vgl. [27], S.67).

2.2 Herleitung der Schwingungsgleichung

Wie bereits erwähnt, gilt das Hooke'sche Gesetz. Hierbei ist die Federkraft F der Elongation $y(t)$ entgegengerichtet. Wir setzen nun das Hooke'sche Gesetz und die Newton'sche Bewegungsgleichung gleich (vgl. [27], S.67).

$$m \cdot a(t) = -k \cdot y(t) \quad (5.50)$$

$$a(t) = -\frac{ky(t)}{m} \quad (5.51)$$

Gleichung 5.51 besagt, dass die Beschleunigung und die momentanen Auslenkung im Zusammenhang stehen. Die Beschleunigung ändert während einer Schwingung ihren Betrag und ihre Richtung (vgl. [27], S.67).

Nun stellt sich die Frage, welche Beziehungen es zwischen der Zeit t (bzw. der Schwingungsdauer T und der Frequenz f) und der Elongation $y(t)$ (bzw. der Geschwindigkeit $v(t)$ und der Beschleunigung $a(t)$) gibt ([27], S.67).

Wird an der Pendelmasse ein Stift befestigt und das Pendel zum Schwingen gebracht, so kann man auf einem vorbei laufenden Papier die Bewegung des Pendelkörpers als Weg-Zeit-Diagramm aufzeichnen (vgl. [27], S.68).

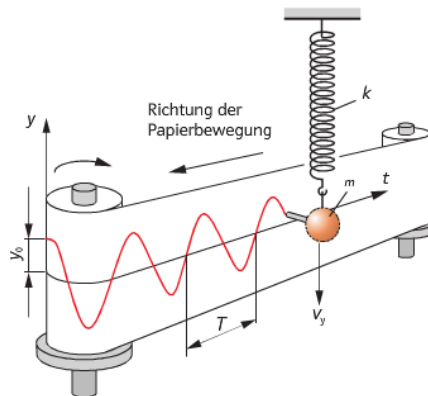


Abbildung 5.2: Aufzeichnen einer Schwingung ([27], S.68)

Wenn man das Weg-Zeit-Diagramm betrachtet, fällt auf, dass das Resultat eine Sinuskurve ist. Die Frage stellt sich nun, wie man darauf kommt. Dazu betrachtet man die Kreisbewegung, diese hilft bei der Bestimmung der Gesetze der harmonischen Bewegung (vgl. [27], S.68).

Betrachten wir nun Abbildung 5.3. Sie stellt eine Kreisscheibe mit einem Stift dar, deren Bewegung auf einen Schirm projiziert wird. Der Schatten des rotierenden Stiftes bewegt sich wie eine schwingende Masse (vgl. [12], S.10).

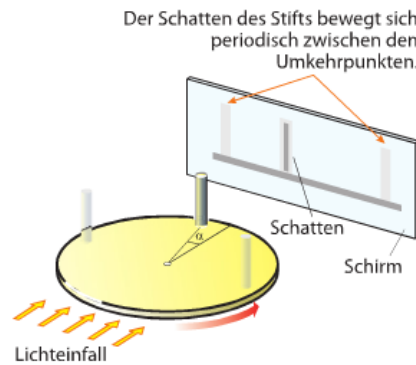


Abbildung 5.3: Projektion einer Kreisbewegung seitlich auf einen Schirm ([12], S.10)

Für die Kreisbewegung gilt die Winkelgeschwindigkeit ([12], S.10).

$$\omega = \frac{\text{voller Winkel}}{\text{Dauer einer Umdrehung}} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (5.52)$$

„Die Kreisfrequenz ω entspricht der Winkelgeschwindigkeit ω eines rotierenden Körpers“ ([12], S.10).

Nach einer gewissen Zeit t ist ein Winkel $\varphi = \omega \cdot t$ verstrichen. Um die Punkte auf der Kreisbahn besser zu beschreiben, verwendet man die Bahngeschwindigkeit $v(t) = r \cdot \omega$ und die Zentripetalbeschleunigung $a(t) = r \cdot \omega^2$ (vgl. [12], S.10).

Nun wird die Bewegung des Schattens als Projektion der Kreisbewegung auf einem Schirm dargestellt und analysiert. Es werden der Ort, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung betrachtet. Dazu betrachtet man Abbildung 5.3 von oben (vgl. [12], S.10f).

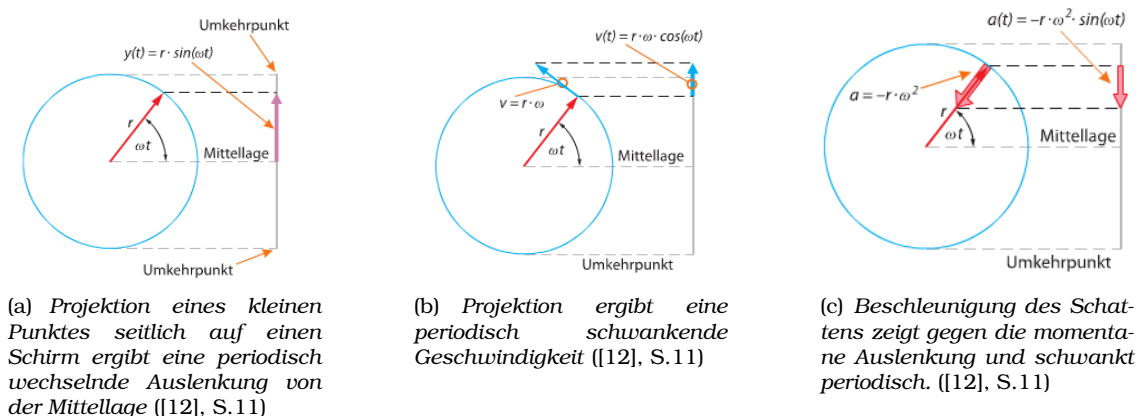


Abbildung 5.4: Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung des Schattens

Betrachtet man Abbildung 5.4 (a), so ist zu sehen, dass der Radiusvektor r mit der x-Achse den Winkel $\varphi = \omega \cdot t$ einschließt. Bei der Projektion des Schattens sehen wir

die y-Komponente der Bewegung. Diese ist von Interesse und sie ist die Gegenkathete im rechtwinkligen Dreieck. Die y-Komponente entspricht der Elongation $y(t)$. Diese wird nun über den Sinus berechnet (vgl. [27], S.68).

$$\sin(\omega t) = \frac{y(t)}{r} \quad (5.53)$$

$$y(t) = r \cdot \sin(\omega t) \quad (5.54)$$

Wenn bereits Kenntnisse in der Differentialrechnung vorherrschen, kann man die Geschwindigkeit und die Beschleunigung über den Zusammenhang $v(t) = y'(t)$ und $a(t) = v'(t) = y''(t)$ berechnen. Andernfalls muss man die Gleichungen als gegeben hinnehmen (vgl. [12], S.11).

$$v(t) = r\omega \cos(\omega t) \quad (5.55)$$

$$a(t) = -r\omega^2 \sin(\omega t) \quad (5.56)$$

Die Projektion einer Kreisbewegung ergibt eine harmonische Bewegung und deren Weg-Zeit-Diagramm ist immer eine Sinuskurve (vgl. [12], S.11).

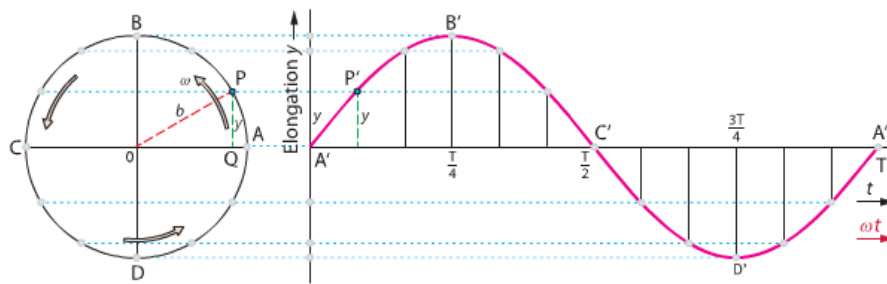


Abbildung 5.5: Weg-Zeit-Diagramm einer harmonischen Schwingung ([12], S.11)

Setzt man nun statt dem Radius r die Amplitude y_0 ein und die Phasenverschiebung φ_0 für die Anfangsbedingung, falls die Schwingung nicht zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt, so erhält man Gleichung 5.57, welche Schwingungsgleichung genannt wird (vgl. [12], S.12).

$$y(t) = y_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (5.57)$$

2.3 Schwingungsdauer eines Federpendels

An dieser Stelle wird auf die Dauer für eine volle Schwingung eingegangen. Die Situation wird nun vereinfacht, indem man die Schwingung zum Zeitpunkt der maximalen Auslenkung $y(t) = y_0$ betrachtet. Die Beschleunigung zu diesem Zeitpunkt ist die Zentripetalbeschleunigung (vgl. [27], S.69).

$$a_0 = r\omega^2 \quad (5.58)$$

$$= y_0\omega^2 \quad (5.59)$$

Betrachtet man die Bewegungsgleichung in diesem Punkt, so kann man für die Beschleunigung die Zentripetalbeschleunigung einsetzen und erhält (vgl. [27], S.69):

$$F = k \cdot y_0 = m \cdot a_0 \quad (5.60)$$

$$a_0 = \frac{ky_0}{m} \quad (5.61)$$

Nun wird Gleichung 5.59 und Gleichung 5.61 gleichgesetzt, durch y_0 gekürzt und nach der Winkelgeschwindigkeit ω aufgelöst (vgl. [27], S.69).

$$y_0\omega^2 = \frac{ky_0}{m} \quad (5.62)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (5.63)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.64)$$

Für die Winkelgeschwindigkeit ω gilt Gleichung 5.52, diese wird mit Gleichung 5.64 gleichgesetzt und es wird nach der Schwingungsdauer T aufgelöst, indem der Kehrwert gebildet und mit 2π multipliziert wird (vgl. [27], S.69).

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.65)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (5.66)$$

Die Schwingungsdauer eines Federpendels ist Gleichung 5.66. Die Schwingungsdauer wird somit von der Masse beeinflusst. Diese wird größer, wenn die Masse größer wird. Wenn man die Gleichung genau betrachtet, fällt auf, dass die Amplitude keine Rolle bei der Schwingungsdauer spielt (vgl. [27], S.69).

3 Besonderheiten der Sinusfunktion

Es wird eine Sinusfunktion $f(x) = \sin(x)$ betrachtet.

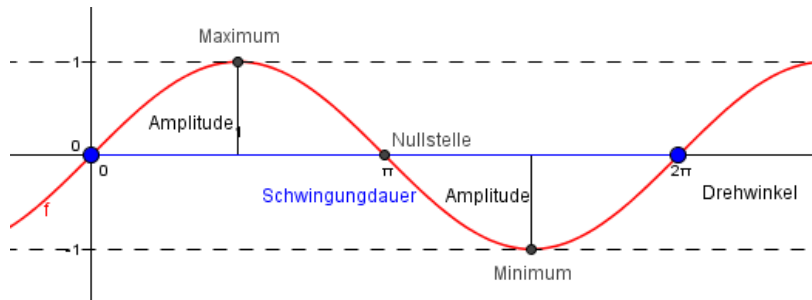


Abbildung 5.6: Graph einer Sinusfunktion (eigene Darstellung)

An dieser Stelle sollen die Besonderheiten und Eigenschaften der Sinusfunktion erläutert werden. Dazu wird eine kurze Kurvendiskussion durchgeführt.

Die Bestimmung der Nullstellen erfolgt über das Nullsetzen von $f(x)$. Die Nullstellen lauten:

$$\sin(x) = 0 \quad (5.67)$$

$$x = 0, \pm\pi, \pm2\pi, \dots \quad (5.68)$$

Die Sinusfunktion hat also an allen Vielfachen von π eine Nullstelle.

Nun werden die Extrema (Minima, Maxima) betrachtet. Dazu wird die Funktion als Erstes abgeleitet und dann Null gesetzt.

$$f'(x) = \cos(x) \quad (5.69)$$

$$\cos(x) = 0 \quad (5.70)$$

$$x = \pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}, \dots \quad (5.71)$$

Die Sinusfunktion hat an allen ungeraden Vielfachen von $\frac{\pi}{2}$ Extrema. Die Extrema werden in der Physik als Amplitude bezeichnet.

Weiters fällt auf, dass $f(x) = \sin(x)$ stets zwischen -1 und 1 liegt, es gilt daher

$$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = 1 \quad (5.72)$$

$$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right) = -1 \quad (5.73)$$

Betrachtet man die Periode/Schwingungsdauer, so fällt auf, dass sich der Sinus nach 2π wiederholt, was einem vollen Kreis entspricht (man denke an den Einheitskreis).

Nun wird noch darauf eingegangen, was mit der Sinusfunktion passiert, wenn die Parameter Amplitude, Kreisfrequenz, Phasenverschiebung einzeln und dann alle drei gemein-

sam verändert werden.

Als erstes wird betrachtet, was bei einer Verdoppelung bzw. Halbierung der Amplitude mit dem Funktionsgraphen passiert. Dazu werden die Funktionen $\sin(x)$, $2\sin(x)$ und $0.5\sin(x)$ betrachtet.

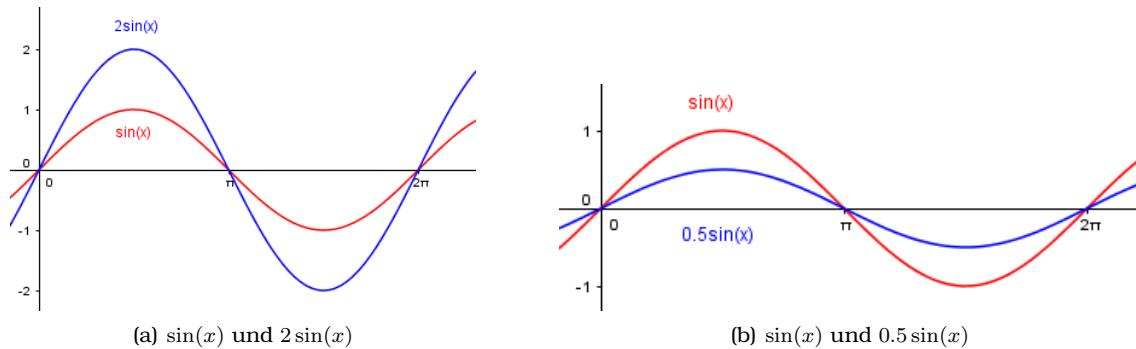


Abbildung 5.7: Veränderung der Amplitude (eigene Darstellungen)

Aus dem Graphen ist klar ersichtlich, dass eine Veränderung der Amplitude eine Veränderung der maximalen Höhe der Funktion mit sich zieht, das entspricht einer Streckung bzw. Stauchung in y-Richtung.

Als Nächstes wird betrachtet, was bei einer Verdoppelung bzw. Halbierung der Kreisfrequenz mit dem Funktionsgraphen passiert. Dazu werden die Funktionen $\sin(x)$, $\sin(2x)$ und $\sin(0.5x)$ betrachtet.

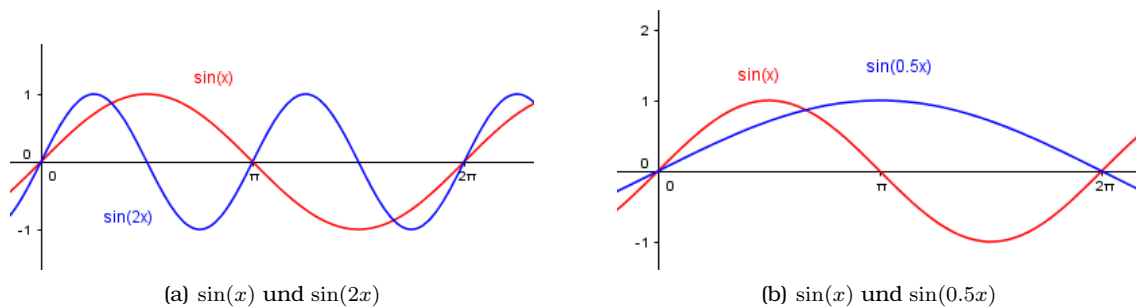


Abbildung 5.8: Veränderung der Kreisfrequenz (eigene Darstellungen)

Aus den Graphen ist ersichtlich, dass eine Verdoppelung der Kreisfrequenz einer Halbierung der Schwingungsdauer entspricht bzw. eine Halbierung der Kreisfrequenz einer Verdoppelung der Schwingungsdauer. Dies entspricht einer Stauchung bzw. Streckung in x-Richtung.

Nun wird betrachtet, was bei einer Änderung der Phasenverschiebung passiert. Dazu werden die Funktionen $\sin(x)$, $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ und $\sin(x + \pi)$ betrachtet.

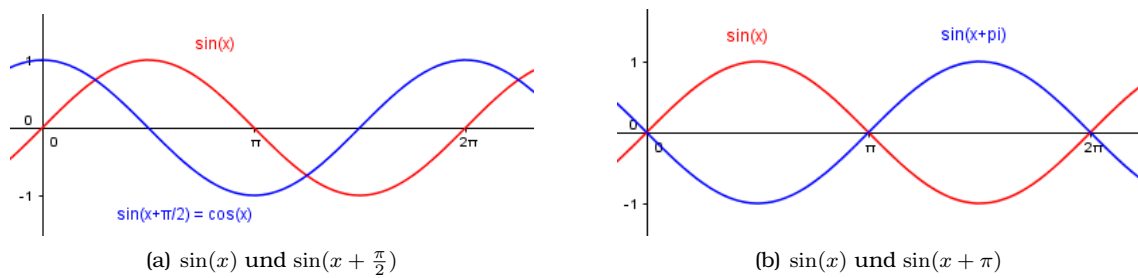


Abbildung 5.9: Veränderung der Phasenverschiebung (eigene Darstellungen)

Die Phasenverschiebung bewirkt, dass der Funktionsgraph entlang der x-Achse um einen bestimmten Drehwinkel verschoben wird. Ist die Phasenverschiebung $\frac{\pi}{2}$, so wird aus der Sinusfunktion eine Cosinusfunktion, denn es gilt:

$$\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\omega t) \quad (5.74)$$

Als Letztes werden alle drei Parameter gleichzeitig verändert. Betrachtet werden die Funktionen $\sin(x)$ und $2\sin(2x + \frac{\pi}{2})$.

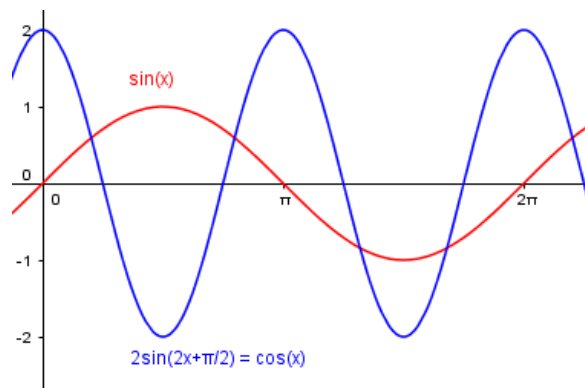


Abbildung 5.10: Veränderung aller drei Parameter gleichzeitig (eigene Darstellung)

Die Funktion $2\sin(2x + \frac{\pi}{2})$ wird entlang der y-Achse auf das Doppelte gestreckt, entlang der x-Achse auf die Hälfte gestaucht und ist um den Winkel $\frac{\pi}{2}$ auf der x-Achse nach vorne verschoben.

6 Reflexion und Resümee

1 Historische Entwicklung

Betrachtet man die Mathematik und die Physik historisch, so wird man bemerken, dass diese als enges Paar begannen und sich kaum unterschieden. In der Schule war die Physik damals stark von der Mathematik geprägt. Obwohl es viele Gemeinsamkeiten zwischen den beiden Fächern gab, gab es trotzdem auch einige Unterschiede (vgl. [18], S.9).

„Die Physik macht sich ihre eigene Mathematik, die Mathematik nimmt sich aus der Physik, was sie gerade braucht“ ([18], S.9).

Im 18. Jahrhundert ist die Physik als Schulfach aus der Mathematik entstanden. Im 19. Jahrhundert wurde die Kritik an der Zielrichtung des Physikunterrichts lauter. Das folgende Zitat stammt von Ernst Mach, der 1879 Kritik an den Lehrplänen übte (vgl. [18], S.9).

„Der Zweck des physikalischen Studiums ist die Erkenntnis des Zusammenhanges der Erscheinungen. Der Schüler soll angeleitet werden zur Beobachtung und zur Ableitung von Regeln aus den Beobachtungen. Dazu ist die Mathematik nur ein Mittel. Es bleibt in der Physik noch sehr viel zu verstehen übrig, auch wenn man alle Mathematik bei Seite lässt. Wo aber Mathematik angewandt wird, muss man sich die Bedeutung dieser Anwendung gegenwärtig halten und gelegentlich auch dem Schüler klar machen. Jede Formel, die ein Naturgesetz ausdrückt, ist bloß ein zusammenfassender Ausdruck einer Reihe von Thatsachen. Die Formel ist die kürzeste, einfachste, zusammenfassendste Beschreibung von Erscheinungen“ ([17], S.298ff).

Aufgrund dieser Aussage richtete sich nun das Augenmerk im Physikunterricht mehr auf Aspekte wie Beobachten oder Experimentieren. Dadurch wurde der Einsatz der Mathematik weniger beachtet. Die Trennung der Mathematik von der Physik wurde im 20. Jahrhundert verstärkt, da sich die Mathematik mehr an der Wissenschaft orientierte. Das bedeutete, dass man sich von Rechnungen hin zur Mengenlehre, Logik und Axiomatik bewegte (vgl. [18], S.9).

Viele Probleme bereiten damals wie heute die Lehrpläne. In höheren Schulen fehlen im Physikunterricht sogar schon bei einfachen Bewegungen die mathematischen Grundlagen. Hierbei wären die Differential- und Integralrechnung absolut notwendig. Falls PhysiklehrerInnen mathematische Grundlagen unterrichten, könnte es sein, dass sie das andere Fach mehr behindern als zu helfen (vgl. [18], S.9f).

2 Rolle der Physik im Mathematikunterricht vs. Rolle der Mathematik im Physikunterricht

Die Rolle der Physik im Mathematikunterricht kann eine Veranschaulichung oder eine Anwendung sein. Ist die Physik eine Veranschaulichung, so handelt es sich um Alltagssituationen, wie Bewegungen in Abhängigkeit von der Zeit (vgl. [11], S.2).

„Der Sinn solcher Veranschaulichungen besteht darin, Neues und Abstraktes auf Bekanntes und Konkretes zurückzuführen, (...)“ ([11], S.2f)

Die Physik bietet aber auch viele Anwendungen für den Mathematikunterricht, diese reichen von Umformungen bis hin zur Modellierung komplexer physikalischer Sachverhalte. Diese haben den Sinn, die Interessen der SchülerInnen zu wecken. Oft fehlt aber die Zeit für die Erarbeitung solcher Anwendungen ([11], S.3).

Die Rolle der Mathematik im Physikunterricht ist eine ganz andere. Sie hat eine zentrale Stellung, ihre Verwendung ist nicht wegzudenken. Meist kommt die Mathematik nur in Form von Formeln vor ([11], S.4).

„Wird die Rolle mathematischer Argumentation in der Physik ausgeblendet, verkürzt sich damit aber auch das Verständnis physikalischen Denkens“ ([11], S.4).

Eine wichtige Rahmenbedingung im Unterricht ist der Lehrplan. Dieser schreibt eine Vernetzung zwischen der Mathematik und anderen Disziplinen, wie der Physik, vor. Daher sind Anwendungen besonders wichtig. Auch im Hinblick auf ein Spiralcurriculum sollte bedacht werden, dass physikalische und mathematischen Themen im Laufe der Schulzeit mehrmals auftreten. Hierbei wird Bekanntes mit Neuem vernetzt.

Aus Gesprächen mit FachkollegInnen aus der AHS geht hervor, dass nur sehr wenige PhysiklehrerInnen, deren Zweitfach nicht Mathematik ist, im Unterricht auf mathematische Tätigkeiten eingehen. Ebenso gehen nur sehr wenige MathematiklehrerInnen, deren Zweitfach nicht Physik ist, auf physikalische Anwendungen im Unterricht ein. Dies hat sich seit der Einführung der standardisierten Reifeprüfung geändert. Nun müssen alle Mathematiklehrer auch auf die physikalischen Anwendungen genauer eingehen. Betrachtet man die Angaben der AHS-Matura aus dem Schuljahr 2014/2015 so fällt auf, dass ein großer Teil der Aufgaben einen physikalischen Kontext aufweist.

Aus Gesprächen mit Fachkollegen aus der HTL geht hervor, dass die Mathematiklehrer ohne Zweitfach Physik sich die physikalischen Anwendungen angelernt haben, da die sehr viele mögliche Kontexte für den Mathematikunterricht liefern.

Es fällt allerdings auf, dass die Physik ohne Mathematik praktisch nicht betrieben werden kann. Die Mathematik kann allerdings auch gut ohne Physik betrieben werden, dafür fehlen dann Anwendungen. Aus meiner Sicht äußert sich die Physik als Teilmenge der Mathematik.

3 Auswertung der Schulbuchanalyse

In den Unterstufenbüchern fällt auf, dass die meisten physikalischen Anwendungen in der Mathematik aus dem Bereich Mechanik stammen (vgl. Tabelle 3.5). In der Mechanik kommen alle Bereiche der Mathematik (Zahlen & Maße, Variablen, Figuren & Körper und Statistik) vor. Im Bereich der Statistik gibt es kaum physikalische Anwendungen. In der Mechanik werden Zeit-, Längen- und Massenmaße, Geschwindigkeiten, diverse Formeln für Dichte, Druck, Arbeit, Energie usw. behandelt. Ebenso wird das Hebelgesetz, der freie Fall, der Auftrieb, der Anhalteweg, der Bremsvorgang, Kräfte und das Gleichgewicht besprochen. Im Bereich der Elektrizitätslehre kommt nur das Ohm'sche Gesetz vor. In der Optik werden die Lichtstärke, das Reflexionsgesetz und optische Täuschungen angesprochen. In der Thermodynamik wird gezeigt, wie die Umrechnung von Grad Celsius in Grad Fahrenheit funktioniert, es werden der Abkühlvorgang, die thermische Ausdehnung und das Boyle-Mariotte'sche Gesetz angesprochen. Bei den Schwingungen wird auf die Schallgeschwindigkeit, die Schwingungsdauer eines Pendels und der Mach-Zahl eingegangen.

Die meisten mathematischen Anwendungen in der Physik kommen in der Mechanik vor. Hierbei spielen großteils Formeln, funktionale Abhängigkeiten, Proportionalitäten und graphische Darstellungen eine wesentliche Rolle (vgl. Tabelle 3.6).

In den Oberstufenbüchern fällt auf, dass die meisten physikalischen Anwendungen in der Mathematik aus den Bereichen Mechanik und Schwingungen stammen (vgl. Tabelle 4.1). In der Mechanik werden Größeneinheiten, die schiefe Ebene, der freie Fall, die Kräfte, die Geschwindigkeit, diverse Bewegungen (gleichförmig, beschleunigt), das Drehmoment, der Anhalteweg, die Dichte, der Bremsweg, die Energie, die Würfe, der Luftdruck, die Drehbewegung, der Auftrieb und die Arbeit behandelt. Bei den Schwingungen treten Pendel, Lissajouskurven, Lautstärke und die Größen (Amplitude, Schwingungsdauer, Elongation, Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit, Phasenverschiebung), die die Schwingungen beschreiben, auf. In der Thermodynamik wird die thermische Ausdehnung, die Umrechnung Kelvin in Grad Celsius und die Gasgesetze besprochen. In der Elektrizitätslehre und Elektrodynamik kommen das Ohm'sche Gesetz, die Stromstärke, die Leistung, Stromkreise, der Kondensator und der Wechselstrom vor. In der Optik werden Sehwinkel, Helligkeit, Spiegel, Linsen und Fermat-Prinzip angesprochen. In der Kernphysik werden Beispiele zum radioaktiven Zerfall und zur Halbwertszeit gestellt. Auffallend ist, dass im Bereich Wahrscheinlichkeiten kaum Aufgaben mit physikalischem Kontext gestellt werden.

Die meisten mathematischen Anwendungen in der Physik kommen in den Bereichen der klassischen Mechanik, der Schwingungen, der Elektrodynamik und der Relativitätstheorie vor (vgl. Tabelle 4.3, Tabelle 4.4 und Tabelle 4.5). In der klassischen Mechanik tritt die Mathematik am häufigsten auf. Hierbei spielen Größenordnungen, Diagramme, Gleichungen, funktionale Abhängigkeiten, Vektoren, Elementargeometrie und Trigonometrie die größte Rolle. Bei den Schwingungen treten hauptsächlich Formeln, graphische Darstellungen und Geometrie auf. Die Relativitätstheorie ist mathematisch sehr anspruchsvoll im Bezug auf die vielen Transformationen, Reihen und die nicht-euklidische Geome-

trie. Die Quanten sind auch anspruchsvoll im Bezug auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung (Wellenfunktionen, Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und Aufenthaltswahrscheinlichkeit). Wenig anspruchsvoll erscheinen die Astrophysik, das Klima, die Thermodynamik und die Schwingungen, weil es hier kaum Anwendung der Mathematik gibt bzw. nur „einfache“ Mathematik, wie Umformungen, Formeln und Diagramme vorkommen.

Betrachtet man die Schulbücher aus der HTL, so treten dort sehr viel mehr physikalische Anwendungen in den Mathematikbüchern auf als in einer AHS Oberstufe. Es werden noch Schwerpunkte im Bereich Differentialgleichungen, Fourierreihen, Potenzreihen usw. gesetzt. Die Physikbücher sind stark von Mathematik geprägt.

Sowohl in den Unterstufen- als auch in den Oberstufenbüchern kommt auch implizit höhere Mathematik vor, die aber in den Texten der Bücher nicht erwähnt wird, z.B. die Vektoren und die Trigonometrie in der Unterstufe oder die Vektoranalysis, Differentialgleichungen und die nicht-euklidische Geometrie in der Oberstufe. Weiters werden im Physikunterricht die Vektoren durchbesprochen, bevor sie im Mathematikunterricht vorkommen. Hierbei beschränkt sich der Physikunterricht nur darauf, die Vektoren, die Vektoraddition und die Multiplikation mit einem Skalar graphisch darzustellen, was schade ist, weil die rechnerische Lösung ebenso einfach wäre.

In meinem Unterricht in der HTL habe ich den SchülerInnen sowohl die rechnerische, als auch graphische Lösungsvariante gezeigt. Ebenso taucht die Trigonometrie im Physikunterricht bereits bei der Wurfbewegung auf und im Mathematikunterricht erst viel später. An dieser Stelle habe ich im Unterricht auf die Berechnungen mit den trigonometrischen Funktionen verzichtet. Dies wird erst im Laufe des Mathematikunterrichts besprochen. Das Augenmerk im Physikunterricht wird nur auf die qualitative Beschreibung der Wurfbewegung und nicht auf die quantitative Beschreibung durch Rechnen gelegt.

4 Reflexion

In dieser Diplomarbeit wurde gezeigt, dass die Mathematik im Physikunterricht ein unverzichtbares Werkzeug ist, aber auch im Mathematikunterricht hat die Physik eine wesentliche Rolle. Die physikalischen Beispiele können zwar ausgelassen werden, jedoch fehlen dann die Anwendungen bzw. wird man dem Lehrplan nicht gerecht, welcher eine Vernetzung der Mathematik mit anderen Disziplinen fordert (vgl. [6], S.3 und [5], S.2). Des Weiteren kann man sehen, dass die Anzahl der physikalischen Anwendungen mit dem Wechsel der Sekundarstufe steigt. In der Sekundarstufe 1 gibt es weit weniger Anwendungen als in der Sekundarstufe 2, wobei sich die Themen der Aufgaben natürlich schon wiederholen. Es wird nur tiefer ins Detail gegangen.

Ein großes Problem bilden die Lehrpläne, die nicht aufeinander abgestimmt sind. Wie bereits vorhin erwähnt, werden unter anderem die Vektoren im Physikunterricht zuerst behandelt und im Mathematikunterricht viel später. Das kann einerseits Vorteile, aber

andererseits auch Nachteile haben. Ich sehe es als Vorteil, weil ich im Mathematikunterricht die Vektoren nur noch wiederholen und etwas vertiefen muss. Für mich war es nicht schwer im Physikunterricht die Vektoren aufgrund meiner Fächerkombination zu behandeln. Ein paar Fachkollegen aus der HTL meinen, dass das Rechnen mit Vektoren im Physikunterricht nichts bringe, weil es die SchülerInnen nicht verstehen. Ich habe aber gemerkt, dass sie sich mit dem Rechnen teilweise leichter tun als mit dem Zeichnen. Das einzige, womit sie sich schwer tun, ist, dass Vektoren keine Brüche sind, obwohl man ähnlich mit ihnen rechnet. Dies äußert sich darin, dass Vektoren komponentenweise untereinander aufgeschrieben werden. Weiters werden die x- und y-Komponente separat addiert bzw. subtrahiert. Der größte Unterschied ist, dass es keine ungleichnamigen Vektoren gibt, während ungleichnamige Brüche vor dem Addieren bzw. Subtrahieren auf denselben Nenner gebracht werden müssen. Andererseits können Nachteile auftauchen, wenn die Physiklehrkraft Abkürzungen oder andere Schreibweisen benutzt, als im Mathematikunterricht.

Im Bezug auf das Beispiel zu den Schwingungen, das in Kapitel 5 behandelt wurde, fällt auf, dass bei der Heilung der harmonischen Schwingung relativ viel höhere Mathematik notwendig wäre. An der Universität wird von einer linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung ausgegangen, die über einen Exponentialansatz gelöst wird. Die Lösungen, die herausgekommen sind, wurden überlagert und es folgt durch geschickte Wahl der Anfangsbedingungen die Schwingungsgleichung. Als Lösung erhält man immer eine Sinusfunktion. Des Weiteren wird die Schwingungsgleichung abgeleitet, um auf die Geschwindigkeit und die Beschleunigung zu gelangen. Im Vergleich dazu wird im Physikunterricht vom gleichen Ansatz ausgegangen, aber nicht in Form einer Differentialgleichung angeschrieben. Die Lösung der Gleichung kann durch das Aufzeichnen einer Schwingung herausgefunden werden. Eine andere Möglichkeit stellt die Projektion einer Kreisbewegung dar, wobei für das Auffinden der Schwingungsgleichung die Bahngeschwindigkeit und die Zentripetalbeschleunigung verwendet werden. Über einen trigonometrischen Zusammenhang kommt man auf die Schwingungsgleichung.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Physik im Mathematikunterricht mehr Nutzen als Schaden bringt. Umgekehrt verursacht das Fehlen von Mathematik im Physikunterricht eher Schaden.

Meiner Meinung nach ist die Physik im Mathematikunterricht schon notwendig und nicht unnötig. Durch Anwendungen sieht man erst, wozu die ganze Mathematik überhaupt gut ist bzw. fällt dann auf, wo diese spezielle Mathematik im Alltag bzw. in einem Gerät vorkommt.

Literaturverzeichnis

- [1] Apolin, M. (2007). *Big Bang 5 RG*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [2] Apolin, M. (2008). *Big Bang 6 RG*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [3] Apolin, M. (2008). *Big Bang 7*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [4] Apolin, M. (2008). *Big Bang 8*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [5] BMBF (2004). *AHS Lehrplan Mathematik Oberstufe*. [Online]. Verfügbar unter: https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_neu_ahs_07_11859.pdf [Letzter Zugriff: 06.02.2016]
- [6] BMBF (2000). *AHS Lehrplan Mathematik Unterstufe*. [Online]. Verfügbar unter: https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2 [Letzter Zugriff: 06.02.2016]
- [7] BMBF (2004). *AHS Lehrplan Physik Oberstufe*. [Online]. Verfügbar unter: https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_neu_ahs_10_11862.pdf [Letzter Zugriff: 06.02.2016]
- [8] BMBF (2000). *AHS Lehrplan Physik Unterstufe*. [Online]. Verfügbar unter: https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs16_791.pdf?4dzgm2 [Letzter Zugriff: 06.02.2016]
- [9] Brinkmann, R. (2011), *Oberstufenphysik: Harmonische Schwingungen*. [Online]. Verfügbar unter: http://www.brinkmann-du.de/physik/dorn_403.htm [Letzter Zugriff: 10.02.2016]
- [10] Embacher, F. (2011), *Kreisbewegung, Schwingung und Welle*. [Online]. Verfügbar unter: <https://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/PhysikDidaktik/KreisbewegungSchwingungWelle.pdf> [Letzter Zugriff: 10.02.2016]
- [11] Embacher, F. (2002), *Mathematik und Physik und Mathematik*. [Online]. Verfügbar unter: http://homepage.univie.ac.at/Franz.Embacher/Pfingsttagung2002/Pfingsttagung2002_fe.pdf [Letzter Zugriff: 26.02.2016]
- [12] Fertl, W. & Matzner, V. (2014), *Naturwissenschaften für HTL 3*, Wien: Hölder - Pichler - Tempsky

- [13] Gollenz, F., Breyer, G., Tentschert, H.H. & Reichel, E. (2012). *Physik 2*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [14] Gollenz, F., Breyer, G., Tentschert, H.-H. & Reichel, E. (2012). *Physik 3*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [15] Gollenz, F., Breyer, G., Tentschert, H.-H. & Reichel, E. (2013). *Physik 4*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [16] Kallenrode, M.-B. (2005), *Rechenmethoden der Physik. Mathematischer Begleiter zur Experimentalphysik*, Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2. Auflage
- [17] Mach, E. (1978), *Entwurf einer Lehrinstruction für den physikalischen Unterricht an Mittelschulen*. In: Verordnungsblatt des Ministeriums für Cultus und Unterricht, Wien
- [18] Rath, G. (2006), *Auseinandergelebt? Mathematik und Physik. Probleme und Lösungsansätze zur Koordination*, in: Plus Lucis 1-2/2006. [Online]. Verfügbar unter: <http://www.univie.ac.at/pluslucis/PlusLucis/061/s0913.pdf> [Letzter Zugriff: 26.02.2016]
- [19] Reichel, H.C., Humenberger, H. (Hrsg.) (2011), *Das ist Mathematik 1*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [20] Reichel, H.C., Humenberger, H. (Hrsg.) (2011), *Das ist Mathematik 2*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [21] Reichel, H.C., Humenberger, H. (Hrsg.) (2012), *Das ist Mathematik 3*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [22] Reichel, H.C., Humenberger, H. (Hrsg.) (2012), *Das ist Mathematik 4*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [23] Malle, G., Koth, M., Woschitz, H., Malle, S., Salzger, B. & Ulovec, A (2014), *Mathematik verstehen 5*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [24] Malle, G., Koth, M., Woschitz, H., Malle, S., Salzger, B. & Ulovec, A (2015), *Mathematik verstehen 6*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [25] Malle, G., Koth, M., Woschitz, H., Malle, S., Salzger, B. & Ulovec, A (2014), *Mathematik verstehen 7*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [26] Malle, G., Koth, M., Woschitz, H., Malle, S., Salzger, B. & Ulovec, A. (2014), *Mathematik verstehen 8*, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG

- [27] Sexl, R. U., Kühnelt, H., Stadler, H., Jakesch, P. & Sattlberger, E. (2012), *Sexl Physik* 6, Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG
- [28] Timischl, W. & Kaiser, G. (2014), *Ingenieur-Mathematik* 4, Wien: Verlag E. Dorner, 2. Auflage

Tabellenverzeichnis

1.1	Liste der analysierten Mathematikschulbücher für die Unterstufe	1
1.2	Liste der analysierten Mathematikschulbücher für die Oberstufe	1
1.3	Liste der analysierten Physikschulbücher für die Unterstufe	2
1.4	Liste der analysierten Physikschulbücher für die Oberstufe	2
3.1	<i>Tabelle zu Aufgabe 407</i> [[21], S.85]	18
3.2	<i>Tabelle zu Aufgabe 349</i> [[22], S.78]	20
3.3	<i>Tabelle zu Aufgabe 877</i> [[22], S.214]	26
3.4	<i>Tabelle zu Aufgabe 39</i> [[22], S.12]	28
3.5	Analyse „Das ist Mathematik“	29
3.6	Analyse „Physik“	56
4.1	Analyse „Mathematik verstehen“	72
4.2	<i>Die wichtigsten Umrechnungsformeln</i> [[2], S.75]	100
4.3	Analyse „Big Bang 5-6“	123
4.4	Analyse „Big Bang 7“	124
4.5	Analyse „Big Bang 8“	125

Abbildungsverzeichnis

3.1 Veranschaulichung zu Aufgabe 44 [[21], S.17]	15
3.2 Veranschaulichung zu Aufgabe 409 [[20], S.88]	17
3.3 Veranschaulichung zu Aufgabe 515 [[21], S.104]	19
3.4 Veranschaulichung zu Aufgabe 518 [[21], S.104]	19
3.5 Veranschaulichung zu Aufgabe 356 [[22], S.80]	20
3.6 Veranschaulichung zur schiefen Ebene und zum Kräfteparallelogramm [[22], S.115]	22
3.7 Veranschaulichung zu Aufgabe 1036 [[19], S.189]	23
3.8 Bestimmung des Abstandes zwischen Erde und Mond [[21], S.202]	23
3.9 Bestimmung des Abstandes zwischen Erde und Sonne [[21], S.202]	23
3.10 Veranschaulichung zu Aufgabe 1107 [[21], S.218]	24
3.11 Dreieck im Gleichgewicht [[20], S.208]	25
3.12 Veranschaulichung zu Aufgabe 1343 [[19], S.264]	25
3.13 Veranschaulichung zu Aufgabe 1134 [[20], S.256]	26
3.14 Veranschaulichung der Verbindung zwischen Musik und Astronomie [[21], S.112]	27
3.15 Tabelle zur Messung einer gleichförmigen Bewegung [[13], S.10]	31
3.16 Zeit-Weg-Diagramm [[13], S.10]	32
3.17 Beschleunigte Bewegung auf schiefer Ebene [[13], S.12]	33
3.18 Tabelle zur Messung einer beschleunigten Bewegung [[13], S.12]	33
3.19 Zeit-Weg-Diagramm einer beschleunigten Bewegung [[13], S.10]	33
3.20 Diagramm zu Aufgabe 4.3 [[13], S.13]	34
3.21 Abhängigkeit der Dehnung der Feder von der Größe der Kraft [[13], S.17]	34
3.22 Federkraftmesser: Die Dehnung der Feder entspricht der Größe der Kraft. [[13], S.17]	35
3.23 Darstellung einer Kraft [[13], S.18]	35
3.24 Zwei Schüler ziehen an je einem Kraftmesser in entgegengesetzte Richtungen. [[13], S.19]	36
3.25 Gewichtstabelle [[13], S.20]	36
3.26 Bestimmung des Schwerpunktes bei unregelmäßigen Figuren mit Hilfe eines Lotes [[13], S.27]	37
3.27 Der Quader kippt, sobald der Fußpunkt S' des Lotes durch den Schwerpunkt über die Kippkante wandert. [[13], S.29]	38
3.28 $F_1 = 2 \text{ N}$, $l_1 = 15 \text{ cm}$, $F_2 = 1.5 \text{ N}$, $l_2 = 20 \text{ cm}$. $2 \cdot 0.15 \text{ Nm} = 1.5 \cdot 0.2 \text{ Nm}$. Es herrscht ein Gleichgewicht. [[13], S.30]	38

3.29 Der Schubkarren ist ein einseitiger Hebel. Der Kraftarm ist lang, der Lastarm ist kurz. [[13], S.31]	39
3.30 Wellrad [[13], S.34]	39
3.31 Zeit-Weg-Diagramm einer gleichförmigen Bewegung [[15], S.94]	41
3.32 Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm einer gleichförmigen Bewegung [[15], S.94] . .	41
3.33 Das Zeit-Weg-Diagramm einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung [[15], S.95] 42	
3.34 Das Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm einer gleichförmig beschleunigten Bewegung ist eine steigende Gerade. [[15], S.95]	43
3.35 Hier kann das Auto noch rechtzeitig stehenbleiben. [[15], S.98]	44
3.36 Arbeit beim Ziehen eines Wagens. Die Arbeit ist umso größer, je größer die aufzuwendende Kraft F und je länger der Weg s ist. [[14], S.6]	45
3.37 Grafische Darstellung der Abhängigkeit der Stromstärke von der Spannung [[14], S.65]	47
3.38 Abhängigkeit der Stromstärke vom elektrischen Widerstand [[14], S.65]	47
3.39 Beim Hintereinanderschalten von Widerständen ist der Gesamtwiderstand gleich der Summe der Teilwiderstände. [[14], S.67]	48
3.40 Beim Parallelschalten von Widerständen ist der Kehrwert des Gesamtwiderstands gleich der Summe der Kehrwerte der Einzelwiderstände. [[14], S.68] . .	49
3.41 Zeitlicher Verlauf einer Wechselspannung [[15], S.23]	50
3.42 Diagramm einer pulsierenden Gleichspannung. Diese ändert ihre Stärke, aber nicht ihre Richtung. [[15], S.24]	50
3.43 Zeitlicher Verlauf der drei Wechselspannungen [[15], S.25]	51
3.44 Reflexionsgesetz [[15], S.59]	52
3.45 Konstruktion des Spiegelbildes [[15], S.60]	52
3.46 Konstruktion eines reellen bzw. virtuellen Bildes beim Hohlspiegel [[15], S.63] 53	
3.47 Konstruktion des Bildes beim Konvexspiegel [[15], S.65]	53
3.48 Trifft ein Lichtstrahl auf eine Wasseroberfläche, so wird ein Teil des Strahls reflektiert, der andere Teil tritt in das Wasser ein und wird dabei gebrochen. [[15], S.66]	54
3.49 Konstruktion eines reellen und eines virtuellen Bildes einer Sammellinse [[15], S.71]	54
3.50 Konstruktion eines virtuellen Bildes bei einer Zerstreuungslinse [[15], S.72] . .	55
3.51 Zerfallskurve von Iod-131. Sie zeigt, wie die Zahl der ursprünglichen Kerne abnimmt, und ermöglicht das Ablesen der Halbwertszeit. [[15], S.111]	56
4.1 Veranschaulichung zu Aufgabe 5.28 [[23], S.87]	59
4.2 Veranschaulichung zu Aufgabe 5.98 [[23], S.97]	60
4.3 Veranschaulichung zu Aufgabe 14.97 [[23], S.264]	61
4.4 Veranschaulichung zu Aufgabe 10.85 [[24], S.174]	61
4.5 Veranschaulichung der Satellitenbahnen [[25], S.167]	63
4.6 Veranschaulichung zu Aufgabe 7.21 [[23], S.133]	64
4.7 Veranschaulichung zu Aufgabe 8.65 [[23], S.160]	65
4.8 Veranschaulichung zu Aufgabe 6.30 [[24], S.108]	66

4.9 Veranschaulichung zu Aufgabe 3.127 [[25], S.69]	68
4.10 Veranschaulichung zu Aufgabe 4.48 [[25], S.91]	69
4.11 Veranschaulichung zu Aufgabe 2.77 [[25], S.43]	70
4.12 Veranschaulichung zu Aufgabe 14.56 [[24], S.260]	71
4.13 Grafische Addition von parallelen und antiparallelen Vektoren [[1], S.36].	75
4.14 Schwerpunkt eines Dreiecks durch Schneiden der Schwerlinien [[1], S.40].	76
4.15 Stapeln von Büchern [[1], S.41]	76
4.16 Gleichgewichtszustände durch Komponentenzerlegung [[1], S.44]	77
4.17 Bewegungsdiagramme	78
4.18 Falltiefe beim freien Fall	79
4.19 Positive und negative Beschleunigung [[1], S.56]	79
4.20 Geschwindigkeits-Weg-Diagramm beim 100-m- und 200-m-Lauf [[1], S.63]	80
4.21 Beim Laufen addieren sich Geschwindigkeiten [[1], S.65]	81
4.22 Konstruktion des horizontalen Wurfes über den freien Fall [[1], S.66]	81
4.23 Schiefer Wurf mit einem Winkel von 45° . [[1], S.68]	82
4.24 Zerlegung von v in seine Komponenten mit Hilfe der Winkelfunktionen $\sin$ und $\cos$. [[1], S.68]	82
4.25 Spannungs-Dehnungs-Diagramme	84
4.26 Schiefe Ebene [[1], S.84]	84
4.27 Zusammenhang zwischen Massenverhältnis und umgewandelter E_k . Die Skalierung der x -Achse ist logarithmisch. [[1], S.101]	86
4.28 Plastischer Stoß mit einer Leitschiene [[1], S.101]	87
4.29 Qualitative Zusammenfassung der Möglichkeiten bei einem elastischen Stoß. [[1], S.103]	87
4.30 Kraftverlauf bei einem Strecksprung [[1], S.105]	88
4.31 Gradmaß und Bogenmaß gegenübergestellt [[1], S.106]	89
4.32 Rechte-Hand-Regel für die Winkelgeschwindigkeit [[1], S.107]	89
4.33 Zentripetalkraft bei Kurvenfahrt [[1], S.116]	90
4.34 Veranschaulichung des zweiten Kepler'schen Gesetzes [[2], S.10]	91
4.35 Gravitationsfeld der Erde [[2], S.20]	92
4.36 Die bremsende (b) bzw. beschleunigende Komponente (d) der Gravitationskraft ist gelb gezeichnet. [[2], S.17]	92
4.37 Satellitenbahnen [[2], S.23]	93
4.38 Zusammenhang zwischen Pendellänge und Schwingungsdauer beim Fadenpendel. [[2], S.30]	94
4.39 Weg-Zeit-Diagramm einer schwingenden Masse [[2], S.34]	94
4.40 Unterschiedliche Frequenzen [[2], S.34]	95
4.41 Resonanzkurven [[2], S.39]	95
4.42 Fourier-Synthese [[2], S.46]	96
4.43 Spektrum elektromagnetischer Wellen [[2], S.50]	96
4.44 Zusammenhang zwischen Wassertiefe, Wellenlänge und Wellengeschwindigkeit [[2], S.54]	97
4.45 Grund- und Oberwellen [[2], S.58]	97

4.46 Reflexion an einem Spiegel [[2], S.62]	98
4.47 Grund- und Oberwellen [[2], S.58]	98
4.48 Doppler-Frequenzveränderungen in Abhängigkeit von Bewegungsform und Wellenart. [[2], S.67]	99
4.49 Hörbereich des Menschen [[2], S.71]	99
4.50 Einstellen eines Gleichgewichtes an Teilchen [[2], S.79]	101
4.51 Phasen des Wassers in Abhängigkeit von Temperatur und Druck [[2], S.90]	102
4.52 Zustandsänderungen [[2], S.104]	103
4.53 Arbeit eines Wärmemotors [[2], S.111]	103
4.54 Ohm'sches Gesetz [[2], S.129]	105
4.55 Beugungsbild von Fußballmolekülen an einem Gitter [[3], S.11]	106
4.56 Energien eines Elektrons im Feld eines Protons [[3], S.20]	107
4.57 Hysteresekurve [[3], S.60]	109
4.58 Leiterschleife im Magnetfeld [[3], S.66]	110
4.59 Zusammenhang zwischen Stellung der Leiterschleife, magnetischem Fluss und Induktionsspannung [[3], S.66]	111
4.60 Die Leistung pulsiert 100-mal pro Sekunde. [[3], S.70]	111
4.61 Induktiver Widerstand [[3], S.71]	111
4.62 Kapazitiver Widerstand [[3], S.71]	112
4.63 Sternschaltung	112
4.64 Lichtbrechung nach Fermat [[3], S.83]	113
4.65 Kausalitätsprinzip [[3], S.115]	115
4.66 Eine ruhende und eine mit $c/2$ bewegte Lichtuhr. Es gilt: $AB'=AB$. [[4], S.17]	115
4.67 Nichteuklidische Geometrie [[4], S.46]	119
4.68 Abschätzung der Lichtablenkung [[4], S.47]	119
4.69 Streuungswahrscheinlichkeit von α -Teilchen an einer Goldfolie [[4], S.54]	120
4.70 Zerfall eines radioaktiven Stoffs [[4], S.63]	121
5.1 In der Ruhelage sind die Federkraft F und die Gewichtskraft F_G im Gleichgewicht. Eine Auslenkung um die Strecke y_0 führt zu einer Schwingung. ([12], S.6)	131
5.2 Aufzeichnen einer Schwingung ([27], S.68)	132
5.3 Projektion einer Kreisbewegung seitlich auf einen Schirm ([12], S.10)	133
5.4 Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung des Schattens	133
5.5 Weg-Zeit-Diagramm einer harmonischen Schwingung ([12], S.11)	134
5.6 Graph einer Sinusfunktion (eigene Darstellung)	136
5.7 Veränderung der Amplitude (eigene Darstellungen)	137
5.8 Veränderung der Kreisfrequenz (eigene Darstellungen)	137
5.9 Veränderung der Phasenverschiebung (eigene Darstellungen)	138
5.10 Veränderung aller drei Parameter gleichzeitig (eigene Darstellung)	138

Ich habe mich bemüht, sämtliche Inhaber der Bildrechte ausfindig zu machen und ihre Zustimmung zur Verwendung der Bilder in dieser Arbeit eingeholt. Sollte dennoch eine Urheberrechtsverletzung bekannt werden, ersuche ich um Meldung bei mir.

Anhang

1 Abstract

1.1 Deutsche Fassung

Die Frage, ob die Physik im Mathematikunterricht nun notwendig oder unnötig sei, soll mit der vorliegenden Diplomarbeit beantwortet werden. Es wird hierzu eine Schulbuchanalyse der gängigen Mathematik- und Physikschulbücher der AHS Unterstufe und Oberstufe durchgeführt. Ziel dieser Untersuchung ist es, die vorkommenden mathematischen Themengebiete in den Physikbüchern und die vorkommenden physikalischen Themengebiete in den Mathematikbüchern zu zeigen.

Für einen tieferen Einblick in die vorkommenden mathematischen Themengebiete in der Physik wird auf ein Beispiel zu den Schwingungen eingegangen. In diesem Abschnitt wird die harmonische Schwingung zum einen aus Sicht der Universitätsmathematik und zum anderen aus Sicht der Schulmathematik betrachtet und exemplarisch hergeleitet.

In der abschließenden Reflexion und im Resümee werden die Ergebnisse der Schulbuchanalyse ausgewertet und meine Einschätzung zur Ausgangsfrage „Ist die Physik im Mathematikunterricht notwendig oder unnötig?“ wird abgegeben.

1.2 Englische Fassung

The objective of this thesis is to determine whether the teaching of physical principles is relevant for teaching mathematics. In order to achieve this goal, various current school books for Mathematics and Physics which are approved for grammar school were analysed. This analysis aims at showing the mathematical topics covered in the Physics books and vice versa.

For a deeper insight into the occurrent mathematical topics in Physics, the example of vibrations is chosen. In this chapter, harmonic oscillations are considered and mathematically deduced.

The concluding reflection interprets the outcome of the analysis of the school books and offers an answer to the question whether Physics is relevant to teaching Mathematics.

2 Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Birgit Bergmann
Geburtsdaten: 28. März 1992 in Klagenfurt
Nationalität: Österreich

Schulbildung und Studium

2012 – 2016 Diplomstudium der Unterrichtsfächer Physik und Mathematik an der Universität Wien
2010 – 2012 Studium an der Alpen-Adria Universität Klagenfurt
2006 – 2010 AHS Oberstufe im BG/BRG/SRG Lerchenfeld Klagenfurt
2002 – 2006 AHS Unterstufe im BG/BRG Mössingerstraße Klagenfurt
1998 – 2002 Volksschule 3 Ferlach

Berufliche Erfahrungen

2015 – 2016 Sondervertragslehrerin in der HTLuVA Pinkafeld
2015 – 2016 Trainerin für Berufsreifeprüfung Mathematik am Wifg Burgenland
2014 – 2016 Externe Lektorin an der Fachhochschule Technikum Wien
2015 Fachbezogenes Praktikum im UF Mathematik im GRG10 Wien
2014 – 2015 Tutorin an der Universität für Bodenkultur Wien
2014 Fachbezogenes Praktikum im UF Physik im pG3 Wien
2012 – 2015 Explainerin im EXPI hands-On Science Center in Gotschuchen