



universität  
wien

# DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

„Zur doppelten Diskontinuität

Brückenschläge und Schnittstellen

in der Analysis-Ausbildung“

verfasst von

Daniela Huber

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2016

Studienkennzahl lt. Studienblatt:

A190 406 299

Studienrichtung lt. Studienblatt:

Lehramtsstudium UF Mathematik  
UF Psychologie und Philosophie

Betreut von:

Ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Roland Steinbauer



# Danksagung

---

Mein besonderer Dank gilt Ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Roland Steinbauer, der mich sowohl bei der Themenauswahl, als auch bei der Quellensuche, und im weiteren Verlauf der Arbeit kompetent und umfassend beraten und begleitet hat. Sein unermüdliches Engagement im Umgang mit Studierenden und seine anschauliche Art der Wissensvermittlung werden mir in meinem zukünftigen Beruf stets Vorbild sein.

Bedanken möchte ich mich bei Ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Stefan Götz für seine Auskünfte, sowie bei allen Lehrenden und StudienkollegInnen, die zum Erfolg meines Studiums und dieser Arbeit beigetragen haben.

Ich danke ganz herzlich meiner Familie und meinen Freunden, die mich während meiner Studienzeit unterstützt haben, jederzeit hinter mir standen und mir Mut machten; im Besonderen meiner Mutter, die immer ein offenes Ohr für mich hatte und bei meiner Diplomarbeit als Lektorin fungierte.

Vielen Dank!



# Inhaltsverzeichnis

---

|                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Danksagung .....                                                                                      | ii |
| Einleitung.....                                                                                       | 1  |
| 1. Die doppelte Diskontinuität .....                                                                  | 3  |
| 2. Ausführliche Problembeschreibung .....                                                             | 6  |
| 2.1. Einleitung .....                                                                                 | 6  |
| 2.2. Problemfelder .....                                                                              | 6  |
| 2.2.1. Schulausbildung.....                                                                           | 6  |
| 2.2.2. Erwartung und Sinnstiftung.....                                                                | 8  |
| 2.2.3. Druck und Selbstzweifel .....                                                                  | 9  |
| 2.2.4. Fachdidaktik und Fachmathematik als getrennte Welten .....                                     | 11 |
| 2.3. Motivation und Erwartungshaltung von StudienanfängerInnen .....                                  | 11 |
| 3. Aktuelle Lösungsansätze .....                                                                      | 17 |
| 3.1. Brückenschläge .....                                                                             | 17 |
| 3.1.1. Beschreibung .....                                                                             | 17 |
| 3.1.2. Demonstrationsaufgaben im Projekt „Mathematik besser verstehen“ .....                          | 18 |
| 3.1.3. Wenn du wenig Zeit hast, nimm´ dir viel davon am Anfang: Ein Einstieg in die<br>Analysis ..... | 19 |
| 3.1.4. Studieneingangsphase an der Universität Wien .....                                             | 22 |
| 3.1.5. Auswirkungen der standardisierten Reife- und Diplomprüfung.....                                | 25 |
| 3.2. Schnittstellen .....                                                                             | 31 |
| 3.2.1. Beschreibung .....                                                                             | 32 |
| 3.2.2. Ausblick.....                                                                                  | 32 |
| 3.2.3. Unterrichtsmomente als explizite Lernanlässe in fachinhaltlichen<br>Veranstaltungen .....      | 33 |
| 3.2.4. Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik .....                        | 39 |

|        |                                                                                                                              |    |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.2.5. | Grenzwert – quo vadis? Ein Pilotprojekt zur Analysis-Ausbildung von Lehramtsstudierenden im Unterrichtsfach Mathematik ..... | 48 |
| 3.2.6. | Vergleich der drei Zugänge.....                                                                                              | 51 |
| 3.2.7. | Curriculum Universität Wien .....                                                                                            | 53 |
| 4.     | Materialanalyse zur Analysis .....                                                                                           | 56 |
| 4.1.   | Spannungsfelder .....                                                                                                        | 56 |
| 4.1.1. | Anschauung – Strenge .....                                                                                                   | 57 |
| 4.1.2. | Normative Stoffbilder – individuelle Sinnkonstruktionen.....                                                                 | 58 |
| 4.1.3. | Systematik – Heuristik .....                                                                                                 | 62 |
|        | Zusammenfassung.....                                                                                                         | 67 |
|        | Literaturverzeichnis .....                                                                                                   | 69 |
|        | Literatur .....                                                                                                              | 69 |
|        | Online-Quellen.....                                                                                                          | 70 |
|        | Anhang.....                                                                                                                  | 72 |
|        | Anhang A: Begriffsdefinitionen .....                                                                                         | 72 |
|        | ECTS-Punkte.....                                                                                                             | 72 |
|        | Bologna-Prozess und Europäischer Hochschulraum.....                                                                          | 72 |
|        | Anhang B: Studienpläne und Studienziele .....                                                                                | 73 |
|        | Studienpläne.....                                                                                                            | 73 |
|        | Studienziele .....                                                                                                           | 79 |

# Einleitung

---

Diese Arbeit handelt von der doppelten Diskontinuität in der Lehramtsausbildung mit speziellem Fokus auf die Analysis-Ausbildung.

Dieses geflügelte Wort bezeichnet die zwei Bruchstellen in der Ausbildung von MathematiklehrerInnen. Die erste betrifft alle StudienanfängerInnen der Mathematik, also nicht nur die des Lehramts, und ist durch die große Differenz zwischen der Schul- und Hochschulmathematik bedingt. Während der Schulunterricht meist beispielorientiert erfolgt, beschäftigt sich die Hochschulmathematik mit abstrakten Strukturen und ihren logischen Zusammenhängen; dem Lernen am Beispiel kommt hier nur geringe Bedeutung zu. Die zweite Bruchstelle tritt beim Berufseinstieg von MathematiklehrerInnen auf. Hier muss quasi der Schritt von der abstrakten Mathematik zurück zur Schulmathematik erfolgen. Sind während der Ausbildung nicht ausreichend Verbindungen zwischen diesen beiden „Welten“ geschaffen worden, gelingt es angehenden LehrerInnen nicht ausreichend, ihr mathematisches Hintergrundwissen in den Unterricht einzubringen. Oft wird der eigens erfahrene Unterricht in wenig reflektierter Weise kopiert. Die erste Beschreibung dieses Phänomens und die Terminologie verdanken wir Felix Klein, einem berühmten Mathematiker an der vorletzten Jahrhundertwende.

Obwohl über die Jahrzehnte natürlich vielfältige Verbesserungsvorschläge und Projekte zur Milderung der doppelten Diskontinuität vorgenommen wurden, stellt diese nach wie vor ein zentrales Element im fachdidaktischen Diskurs dar. Diese Arbeit diskutiert einige der aktuellen Ansätze mit Bezug zur Ausbildung an der Universität Wien. Darunter fallen erstens sogenannte Brückenschläge, die sich mit der ersten Bruchstelle der doppelten Diskontinuität, also dem Studienanfang, beschäftigen. Zweitens besprechen wir sogenannte Schnittstellenprojekte, die ein stärkeres Einbringen von hochschulmathematischen Sichtweisen in die Schulmathematikausbildung propagieren mit dem Ziel die zweite Bruchstelle abzumildern.

Genauer gliedert sich diese Arbeit in vier Kapitel. Im ersten Kapitel nehmen wir eine detaillierte Begriffsklärung zur doppelten Diskontinuität vor.

Im zweiten Kapitel beschäftigen wir uns mit ihren Ursachen. Zentrale Spannungsfelder ergeben sich sowohl vor dem Eintritt in die Universität – in der absolvierten Schulausbildung und der Erwartung an die Hochschule – als auch im Studium selbst – in der fehlenden Sinnstiftung durch die mangelnde Verknüpfung der Fachdidaktik mit der Fachmathematik. Dies führt bei einem hohen fachlichen Leistungsanspruch und der als wenig berufsrelevant empfundenen Ausbildung zu Zweifeln an derselben. In diesem Zusammenhang diskutieren wir die Ergebnisse einer an der Universität Wien durchgeführten Studie zur Selbsteinschätzung der StudienanfängerInnen sowie ihrer Motivation und Erwartungshaltung.

Das dritte Kapitel widmet sich einiger Lösungsansätze und diskutiert, inwieweit diese an verschiedenen Universitätsstandorten (Bremen, Darmstadt, Duisburg-Essen, Marburg und insbesondere Wien) pilotierten Projekte zur Beseitigung der zwei Sprungstellen der doppelten Diskontinuität beitragen können. Diese Projekte werden, nach ihrem Hauptaugenmerk auf eine der zwei Sprungstellen, getrennt dargestellt.

Den Abschluss dieser Arbeit bildet im vierten Kapitel eine Materialanalyse zur Analysis, die anhand dreier spezifischer Spannungsfelder in der Analysis-Ausbildung aufzeigt, inwiefern Schulbücher und Lehrstoff an der Universität Parallelen und Unterscheidungen aufweisen und wie Schnittstellen und Brückenschläge erforderliche Übergänge schaffen (können).

# 1. Die doppelte Diskontinuität

---

Diese Arbeit widmet sich der Diskussion der doppelten Diskontinuität. Damit sind die beiden Bruchstellen in der Ausbildung beziehungsweise der Berufspraxis von MathematiklehrerInnen gemeint: Erstens der Einstieg von der Schulmathematik zur Hochschulmathematik am Beginn des Lehramtsstudiums und zweitens der Übergang von der Hochschulmathematik zur Schulmathematik beim Berufseinstieg. Felix Klein verdanken wir eine rund 100 Jahre alte Beschreibung der Problematik. Er fasste sie in seinem Buch „Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus. Teil 1“ (Klein 1908) als erster in Worte und gab ihr den Namen „Doppelte Diskontinuität“. Da Felix Klein diesen Begriff geprägt hat, stellen wir sein klassisches Zitat nun dieser Arbeit voran.

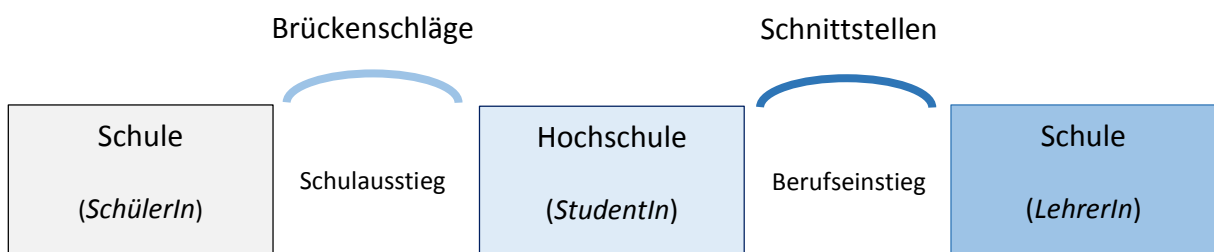
„Der junge Student sieht sich am Beginn seines Studiums vor Probleme gestellt, die ihn in keinem Punkte mehr an die Dinge erinnern, mit denen er sich auf der Schule beschäftigt hat; natürlich vergißt er daher alle diese Sachen rasch und gründlich. Tritt er aber nach Absolvierung des Studiums ins Lehramt über, so soll er plötzlich eben diese herkömmliche Elementarmathematik schulmäßig unterrichten; da er diese Aufgabe kaum selbständig mit der Hochschulmathematik in Zusammenhang bringen kann, so wird er in den meisten Fällen recht bald die althergebrachte Unterrichtstradition aufnehmen, und das Hochschulsstudium bleibt ihm nur eine mehr oder minder angenehme Erinnerung, die auf seinen Unterricht keinen Einfluß hat.

Diese *doppelte Diskontinuität*, die gewiß weder der Schule noch der Universität jemals Vorteile brachte, bemüht man sich nun neuerdings endlich aus der Welt zu schaffen, einmal indem man den Unterrichtsstoff der Schulen mit neuen, der modernen Entwicklung der Wissenschaft und der allgemeinen Kultur angepaßten Ideen zu durchtränken sucht [...], andererseits aber durch geeignete Berücksichtigung der Bedürfnisse der Lehrer im Universitätsunterricht.“ (Klein 1908: 1)

Diese Problematik in der Lehramtsausbildung, sowie Felix Kleins zwei Lösungsvorschläge, haben an ihrer Wichtigkeit bis heute nichts eingebüßt, obwohl schon einige Anstrengungen

unternommen wurden, um Verbesserungen herbei zu führen, worauf in späteren Kapiteln beispielhaft näher eingegangen wird.

Projekte und Versuche die erste Sprungstelle der doppelten Diskontinuität abzumildern (die ja nicht nur Studierende des Unterrichtsfaches Mathematik sondern auch Fachstudierende der Mathematik und anderer Naturwissenschaften in Bezug auf ihre Mathematikausbildung erleben) und den Studieneinstieg „sanft“ zu gestalten werden oft Brückenkurse genannt. In dieser Arbeit wird der Terminus Brückenschläge verwendet, wie ihn Lisa Hefendehl-Hebeker in ihrem Artikel „Doppelte Diskontinuität oder die Chance der Brückenschläge“ (Hefendehl-Hebeker 2013) prägte. Der zweiten Sprungstelle der doppelten Diskontinuität (die ja nur für Mathematiklehrende relevant ist) wird vielfach durch Projekte zu begegnen versucht, die explizit die Beziehungen zwischen Hochschulmathematik und Schulmathematik aufzeigen und die Schwächen vorhandener inhaltlicher Zusammenhänge deutlich machen. Für solche Ansätze werden wir in Anlehnung an Bauer und Partheil den Begriff Schnittstellen verwenden. Besteht dieser Ansatz aus einer eigens dafür kreierten Lehrveranstaltung, wie dies bei Bauer und Partheil der Fall ist, so wird diese mit dem Terminus Schnittstellenmodul bezeichnet.



(Abbildung: Graphische Darstellung der Sprungstellen)

Die erste Sprungstelle entsteht beim Schulausstieg und Eintritt in die Hochschule. Schulmathematik und Hochschulmathematik unterscheiden sich sehr stark in ihrem Fokus und Aufbau. Während in der Schule besonders auf Kalküle Wert gelegt wird, liegt der Schwerpunkt der wissenschaftlichen Mathematik auf abstrakten Zusammenhängen. Auch die Themengebiete sind auf unterschiedliche Weise aufgebaut. In der Schule wird die Theorie lediglich in gestraffter Form vorgetragen und der Fokus auf Rechenbeispiele gelegt, hingegen liegt der Schwerpunkt an der Universität auf der Abfolge: Definition – Satz – Beweis. Aufgaben werden dann in den Übungen zu den Vorlesungen bearbeitet. Doch kann man sie trotzdem

nicht mit dem Charakter der Schulbeispiele vergleichen, da die Aufgaben in den Übungen nicht als Training eines Kalküls gesehen werden, sondern zur Vertiefung der abstrakten Zusammenhänge dienen.

Viele StudienanfängerInnen erwarten an der Universität einen ähnlichen Zugang und Aufbau wie an der Schule vorzufinden, was eine rasche Umstellung verlangt, um nicht den Anschluss zu verlieren. Ein Weg, diese Kluft zwischen Schulmathematik und Hochschulmathematik zu überwinden, sind Brückenschläge, die in einem späteren Kapitel vorgestellt und näher erläutert werden.

Die zweite Sprungstelle entsteht beim Berufseinstieg nach Abschluss des Studiums. Felix Kleins Bestandsaufnahme besagt, dass wenn während des Studiums zu wenige Verbindungen von der Hochschulmathematik zur Schulmathematik hergestellt werden, das Gelernte als für den Unterricht nicht relevant erachtet und daher kaum verwendet wird. Somit wird das Hochschulwissen schnell vergessen und stattdessen der Unterricht in Anlehnung an das Wissen aus der eigenen Schulzeit abgehalten. Bereits während des Studiums werden Fachvorlesungen als für den Beruf für zu wenig zielgerichtet erachtet, da die Verbindungen zur Schulmathematik nicht ausreichend vermittelt werden. Eine Möglichkeit dieser Problematik entgegenzuwirken sind Schnittstellen, die ebenfalls in einem späteren Kapitel beschrieben und anhand einiger Beispiele näher erläutert werden.

## 2. Ausführliche Problembeschreibung

---

### 2.1. Einleitung

---

In diesem Abschnitt werden vier Problemfelder in der Lehramtsausbildung aufgezeigt, die die beiden Bruchstellen der doppelten Diskontinuität ausführlicher beschreiben und die jeweiligen Ursachen diskutiert. Dazu haben wir aus einer Vielzahl von Problemen vier Bereiche herausgearbeitet:

- Schulausbildung
- Erwartung und Sinnstiftung
- Druck und Selbstzweifel
- Fachdidaktik und Fachmathematik als getrennte Welten

Trotz dieser separaten Darstellung ist, in Folge des fließenden Ineinandergreifens, eine strikte Trennung dieser vier Bereiche nicht vollends durchführbar.

Roland Steinbauer und Evelyn Süss-Stepancik führten eine Fragebogenevaluation zur Motivation und Erwartungshaltung der Studierenden zu Studienbeginn durch, deren Auswertung in der Diplomarbeit von Martin Nikodim (2014: 45-101) abschließend im Detail präsentiert wird.

### 2.2. Problemfelder

---

#### 2.2.1. Schulausbildung

---

Eine der Ursachen für die erste Sprungstelle der doppelten Diskontinuität wurzelt bereits in den eigenen Unterrichtserfahrungen und Lernerfolgen während der Schulzeit, somit lange vor dem Einstieg in die Universität.

In „Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe“ befassen sich Borneleit et.al. (<http://didaktik1.mathematik.hu-berlin.de/files/expertise-mu-s2.pdf>, 22. April 2016) unter anderem mit den Problemen und deren Ursachen im Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe. Als eines dieser Probleme erachten sie die unausgewogene

Anwendung der drei Grunderfahrungen von Winter (1995: 1) im Mathematikunterricht.  
(<http://didaktik1.mathematik.hu-berlin.de/files/expertise-mu-s2.pdf>, 22. April 2016)

„Der Mathematikunterricht sollte anstreben, die folgenden drei Grunderfahrungen, die vielfältig miteinander verknüpft sind, zu ermöglichen:

- (1) Erscheinungen in der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- (2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
- (3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.“

(Winter 1995: 1)

Borneleit et.al. weisen darauf hin, dass durch eine Bevorzugung der Grunderfahrung (2) den Grunderfahrungen (1) und (3) zu wenig Priorität beigemessen wird.

„Ursächlich hierfür ist in erster Linie das im Ansatz verfehlt Verständnis von Grundkursen als ausgedünnte Leistungskurse, die ihrerseits dem Geiste nach als ausgedünnte Versionen einschlägiger Fachvorlesungen in Reiner Mathematik des mathematischen Grundstudiums begriffen wurden.“ (<http://didaktik1.mathematik.hu-berlin.de/files/expertise-mu-s2.pdf>, 22. April 2016)

Auch die „Orientierung am Kalkül“ ist für Borneleit et.al. (<http://didaktik1.mathematik.hu-berlin.de/files/expertise-mu-s2.pdf>, 22. April 2016) problembehaftet, da kalkülhafter Unterricht dazu führen kann, dass Problemlösefähigkeiten, Anwendungen auf ähnliche Themengebiete und das Verständnis verloren gehen. Wenn zusätzlich in Prüfungen lediglich Kalküle abgefragt werden, so geht möglicherweise für die SchülerInnen die Sinnhaftigkeit der Begründungen verloren. Jedoch erfolgt die Orientierung am Kalkül berechtigter Weise, weil „die Bereitstellung und Nutzung algorithmischer Methoden fraglos eine wichtige Seite der Mathematik und eine Grundlage ihrer Erfolge darstellt“ (<http://didaktik1.mathematik.hu-berlin.de/files/expertise-mu-s2.pdf>, 22. April 2016); vor allem in der höheren Ma-

thematik an der Universität. Allerdings wird es der Mathematik als Wissenschaft nicht gerecht, ihr Erlernen nur auf das Auswendiglernen und Antrainieren von Kalkülen zu reduzieren.

Dass durch die Schwerpunktsetzung der notwendigen Kalküle in der Schule das Verständnis von Ideen und Zusammenhängen, zu dem sie beitragen sollen, verloren geht, wird in der in Deutschland durchgeführten TIMMS-Studie verdeutlicht. Die „Trends in International Mathematics and Science Study“ ist eine internationale Schulleistungsuntersuchung für Mathematik und Naturwissenschaften (vgl. <http://www.wissen.de/timss-studie>, 9. Dezember 2015), die zeigt, dass deutsche SchülerInnen schlechter argumentieren und mit Aufgaben, die nicht der gewohnten Routine folgen, nicht gut zurecht kommen. (<http://didaktik1.mathematik.hu-berlin.de/files/expertise-mu-s2.pdf>, 22. April 2016)

### 2.2.2. Erwartung und Sinnstiftung

---

Lehrende an den Universitäten beklagen sich, dass Studierende nicht das nötige „Rüstzeug“ aus der Schule vorweisen und es an nötigem Fleiß, Interesse und Identifikation der Studierenden mit dem Fach mangelt. (Hefendehl-Hebeker 2013: 6-8)

Für Leufer und Prediger liegt der Grund für die mangelnde Motivation vieler LehramtsstudentInnen, sich eingehender mit der Hochschulmathematik zu beschäftigen, im Nichterkennen der Verbindung von Schulmathematik und höherer Fachmathematik. Es fehlt ihnen die nötige Bereitwilligkeit, entsprechenden Arbeitsaufwand zu erbringen. Das ist eine mögliche Erklärung für die deutlich schlechter ausfallenden Prüfungsergebnisse der LehramtskandidatInnen im Vergleich zu den Bachelor-/MasterstudentInnen (Leufer und Prediger 2007: 265-266). Dies ist umso bemerkenswerter, weil zu Studienbeginn Lehramtsstudierende nicht notwendigerweise schlechtere Mathematikkenntnisse mitbringen, wie der im Wintersemester 2010/11 an der Universität Wien von Franz Embacher und Peter Reisinger durchgeführte „Self-Assessment-Test zur Erhebung der mathematischen Grundkompetenzen“ zeigte. (<http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/PhysikDidaktik/SAM-WS2010-Ergebnisbericht.pdf>, 13. März 2016)

Einige LehramtsstudentInnen unterschätzen das fachliche Ausmaß ihres Studiums, wofür Hefendehl-Hebeker zwei mögliche Gründe nennt:

- „Einseitige oder gefilterte Erinnerungen an den eigenen Schulunterricht, in denen die kalkül- und verfahrensorientierten Anteile überwiegen.
- Einseitige Erfahrungen mit Nachhilfeunterricht, der in der Regel im Vergleich zum Klassenunterricht deutlich didaktische Verkürzungen aufweist. Methodisch wird er überwiegend als Einzelunterricht erteilt und erfordert längst nicht so viel Flexibilität und Geistesgegenwart im Umgang mit Heterogenität wie Klassenunterricht. Inhaltlich ist er vielfach auf kurzfristige Verfahrensbewältigung und weniger auf nachhaltiges Verständnis ausgerichtet.“ (Hefendehl-Hebeker 2013: 4-5)

Beutelspacher et. al. (2011: 5-6) berichten im zweiten Kapitel ihres Buches „Mathematik Neu Denken“ unter anderem, dass StudentInnen des Lehramts Mathematik ihr Studium sehr negativ bewerten. Sie kritisieren den fehlenden Bezug zu ihrem künftigen Beruf, die überwiegende Theorielastigkeit des Studiums und mangelnde Interaktivität. Beutelspacher et. al. begründen damit, dass es im Lehramtsstudium öfter Überlegungen gibt das Studium zu wechseln, als im Bachelorstudium. „Eine deutliche Mehrheit hält die fachwissenschaftlichen Anforderungen im Studium für zu hoch“ (Beutelspacher et.al. 2011: 5-6). Die eben angeführten Gründe führen bei einem nicht zu unterschätzenden Teil der Lehramtsstudierenden zu Selbstzweifeln.

### 2.2.3. Druck und Selbstzweifel

---

Der unerwartet rasante Einstieg in die neuartige komplexe Hochschulmathematik erfordert ein erhöhtes Ausmaß an Eigeninitiative und Zeitaufwand. Die Zusatzbelastung, die Lehramtsstudierende durch die Absolvierung eines Zweitfaches und einer pädagogischen Ausbildung im Lehramtsstudium bewältigen müssen, hat zur Folge, dass Lehramtsstudierende nicht genügend Zeit haben, sich in ausreichendem Maße mit der hochschulmathematischen Zugangsweise auseinanderzusetzen, wie sie Studierende des Bachelorzweigs haben. Bedingt durch diesen Druck ist die Einstellung der LehramtskandidatInnen zur Mathematik durchaus negativer als die der Fachstudierenden. (Hefendehl-Hebeker 2013: 4)

Hinzu kommt, dass durch das von Lehramts- und Fachstudierenden gemeinsame Absolvieren der ersten beiden Semester (bezogen auf den Studienplan vom Wintersemester 2006/07 bis zum Wintersemester 2014/15 an der Universität Wien) die innere Differenzierung der beiden Studienrichtungen erfahrungsgemäß von Vortragenden- und Studierendenseite von Anfang an spürbar ist. Das ist mit ein Grund dafür, dass sich viele Studierende des Lehramts laut Hefendehl-Hebeker (2013: 4) bereits seit Beginn des Studiums als „nur“ Lehramtsstudierende ansehen.

Selbst nach abgeschlossenem Studium verlassen viele Lehramtsstudierende die Universität noch mit mangelndem Selbstvertrauen und dem Gefühl mathematisch nicht ausreichend kompetent zu sein. (Beutelspacher et.al. 2011: 5-6)

Ähnliche Beobachtungen machte Andreas Schuster (2007: 12 ff.; zit. n. Hefendehl-Hebeker 2013: 3), der anhand seiner Erfahrung als Seminarleiter unter den Mathematiklehramtsstudierenden drei Problemtypen differenzierte:

„Der ‚engagierte Hilflöse‘ sieht wenig Sinn in den Inhalten seines Fachstudiums. Er favorisiert einen eigenständigen Aufbau des Lehramtsstudienganges mit einer starken fachdidaktischen Komponente. Er vermag Sachverhalte, die er selbst einmal verstanden hat, vorzüglich und in methodischer Hinsicht facettenreich auf verschiedenen Altersstufen zu lehren, ist aber oft nicht in der Lage, den Ideengehalt mathematischer Phänomene eigenständig zu erfassen.

Der ‚Fachgelehrte‘ ist mathematisch hoch interessiert und sieht das Mathematikstudium zunächst einmal als eigenständig, erst sekundär auf das Berufsziel gerichtet an. Es fällt ihm schwer, Inhalte altersgerecht und methodisch vielfältig zu vermitteln, denn die Vorstellung, dass der Vortrag eines sachlogisch korrekten Aufbaus auch ein geeignetes Lehrprinzip darstellt, leitet ihn unbewusst stark.

Der ‚Pragmatiker‘ sieht wenig Funktion im Studium, da ein Lehrer seiner Meinung nach die benötigte Mathematik schon in der Schule gelernt hat. In seinem Unterricht dominiert der Kalkülaspekt, und er beurteilt seinen Unterrichtserfolg nach diesbezüglichen Prüfungsergebnissen. Die Art der Vermittlung an der Hochschule schätzt er als völlig ineffizient ein, auch die didaktische Ausbildung erfährt er als akademisch ohne hinreichenden schulpraktischen Bezug.“ (Hefendehl-Hebeker 2013: 3)

Um der Entstehung dieser Problemtypen entgegenzuwirken, ist ein Ineinandergreifen von Fachdidaktik und Fachmathematik unverzichtbar.

#### 2.2.4. Fachdidaktik und Fachmathematik als getrennte Welten

---

Leufer und Prediger schreiben, dass selbst Studierende mit ausgesprochen guten Ergebnissen Probleme damit haben, ihr erworbenes fachliches Wissen mit der Schulmathematik und der Pädagogik zu verbinden und somit im Unterricht anzuwenden, da die fachdidaktische Ausbildung im Studium sie nicht ausreichend darauf vorbereitet. Laut Wolfgang Henn (Blum und Henn 2003) ist Fachdidaktik die Verbindung der drei Komponenten Fachwissen, Pädagogik und Schulpraxis, die Studierende nicht selbstständig, ohne Anleitung herstellen können. (Leufer und Prediger 2007: 266)

„Das Problem äußert sich darin, dass viele Lehramtsstudierende Schulmathematik und universitäre Mathematik als voneinander getrennte Welten wahrnehmen, sowohl während ihres Studiums als auch danach. Bedenklich ist die Beobachtung, dass Lehrkräfte – als mögliche Folge dieser Wahrnehmung – bei ihrem Eintritt in das Berufsleben den in der eigenen Schulzeit erlebten Unterricht reproduzieren.“ (Bauer und Partheil 2009: 85)

### 2.3. Motivation und Erwartungshaltung von StudienanfängerInnen

---

Um zu untersuchen wo die Gründe für mangelnde Motivation und schlechte Prüfungsergebnisse liegen, und den unterschiedlichen Zugang von LehramtskandidatInnen und BachelorstudentInnen zum Studium aufzuzeigen, wurde an der Universität Wien im Sommersemester 2012 von Roland Steinbauer und Evelyn Süss-Stepancik eine Befragung der Lehramts- und Bachelorstudierenden durchgeführt, welche in eben diesem Semester gemeinsam die Vorlesung und Prüfung zur „Einführung in die Analysis“ bei Roland Steinbauer absolviert hatten (laut Studienplan 2006/07).

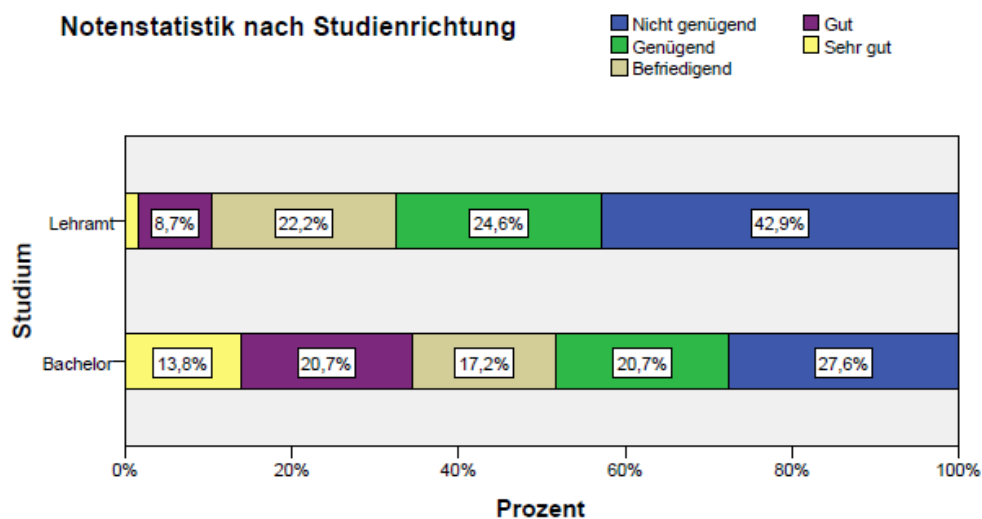
Martin Nikodim hat diese Umfragedaten in seiner Diplomarbeit „Sinnstiftung in der Analysisausbildung von Studierenden des Unterrichtsfachs Mathematik“ (Nikodim 2014) bearbeitet und ausgewertet. In Bezug auf diese werden nähere Details zur Studie und die daraus

resultierenden Hauptergebnisse im Folgenden dargestellt. Bei 262 Prüfungen wurden 174 Fragebögen abgegeben, von denen 171 ausgewertet werden konnten.

Zur Datenerhebung wurden bei den schriftlichen Prüfungen Fragebögen zur Motivation und Erwartungshaltung der Studierenden zu Studienbeginn ausgeteilt, die freiwillig auszufüllen waren. (Nikodim 2014: 46)

Bei der mündlichen Prüfung wurden die Fragebögen eingesammelt und die Note, der Prüfungsantritt und der Prüfungstermin eingetragen. Es sollten das Geschlecht und die Studienrichtung, sowie Fragen zur Motivation und Erwartung, inklusive Erfüllung, hinsichtlich des Mathematikstudiums teilweise auf einer vierteiligen Skala, als auch offen beantwortet werden. Zusätzlich waren noch zwei Skizzen zur Motivation und zum Aufwand während der Vorlesung und der Prüfungsvorbereitung verlangt. (Nikodim 2014: 46-47)

Nicht nur die gestellten Fragen, deren Antworten in der detaillierten Darstellung folgen, sondern auch die Noten und Studienrichtungen wurden ausgewertet, wobei auffallend ist, dass BachelorstudentInnen im Schnitt deutlich bessere Noten und weniger „Nicht genügend“ hatten als LehramtsstudentInnen.



(Abbildung: Nikodim 2014: 48)

Der erste Teil des Fragebogens beschäftigte sich mit der „Erwartungshaltung in Bezug auf das Mathematikstudium“ (Nikodim 2014: 48).

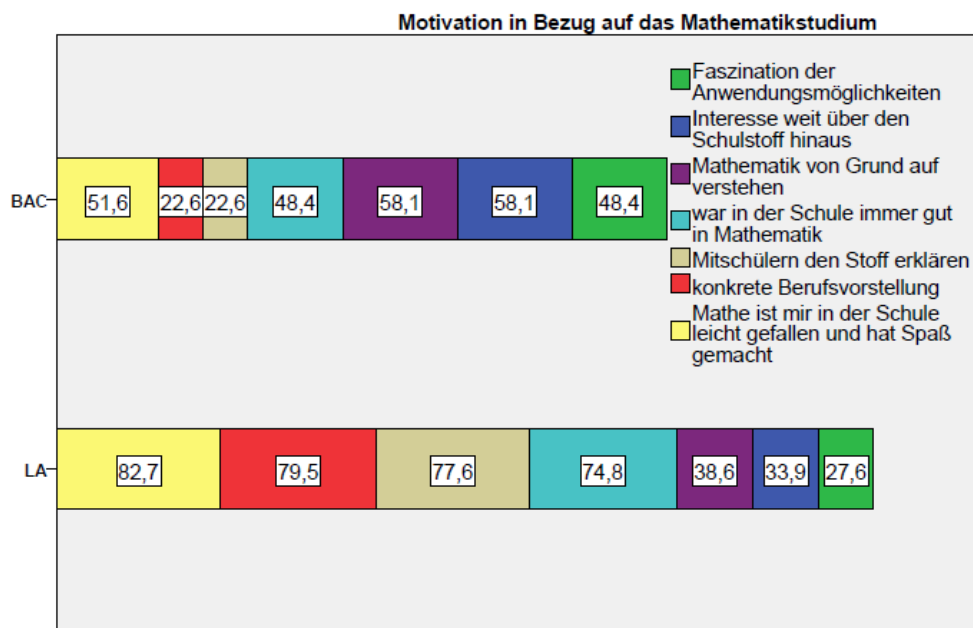
| <b>Erwartung</b>                                                 | <b>Lehramtsstudium</b>   | <b>Fachstudium</b>       |
|------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| „Anknüpfen an mein Vorwissen“                                    | Erwartet / nicht erfüllt | Erwartet / erfüllt       |
| „Neues und Unbekanntes lernen“                                   | Erwartet / erfüllt       | Erwartet / erfüllt       |
| „Hochschulmathematik ähnelt Schulmathematik“                     | Erwartet / nicht erfüllt | Nicht erwartet / erfüllt |
| „Dass mir Mathematik als Wissenschaft näher gebracht wird“       | Erwartet / erfüllt       | Erwartet / erfüllt       |
| „Dass ich zu Studienbeginn eine Durststrecke zu überwinden habe“ | Erwartet / erfüllt       | Erwartet / erfüllt       |

(Tabelle: Erwartungen der Lehramts- und Fachstudierenden)

Auf die Frage, ob die Vorlesung an das Vorwissen der Studierenden anknüpft (vgl. Nikodim 2014: 49), waren die Antworten bei den LehramtskandidatInnen sehr unterschiedlich. Die Mehrheit der Lehramtsstudierenden erwartete, dass an ihr Vorwissen angeknüpft wird, sah dies allerdings nicht als erfüllt an.

LehramtsstudentInnen hatten Großteils die Erwartung, dass die Hochschulmathematik der Schulmathematik ähnelt (vgl. Nikodim 2014: 53), jedoch wurde diese Erwartung ihrer Meinung nach nicht erfüllt. BachelorstudentInnen erwarteten sich keine Ähnlichkeit und sahen diese Erwartung als erfüllt an. Daran ist eindeutig zu erkennen, dass die Studierenden große Unterschiede zwischen der Hochschulmathematik und der Schulmathematik erkennen konnten. Die Studierenden erwarteten sich zu Studienbeginn eine Durststrecke überwinden zu müssen (vgl. Nikodim 2014: 57), was sie bestätigt sahen. Allerdings war die Erwartung und Erfüllung bei den Lehramtsstudierenden dabei nicht so groß wie bei den Bachelorstudierenden, was wieder darauf zurückgeführt werden kann, dass sich Lehramtsstudierende erwarten, dass der Stoff auf der Universität dem in der Schule mehr ähnelt. (Nikodim 2014: 47-59) Für nähere Details siehe Nikodim Kapitel 3.

Der zweite Teil des Fragebogens beschäftigte sich mit der „Motivation in Bezug auf das Mathematikstudium“ (Nikodim 2014: 59).



(Abbildung: Nikodim 2014: 60)

82,7% der Lehramtsstudierenden und 51,6% der Bachelorstudierenden waren motiviert Mathematik zu studieren, weil Mathematik ihnen in der Schule immer leicht gefallen ist und ihnen Spaß gemacht hat (vgl. Nikodim 2014: 60). Dieser Motivationsgrund liegt somit bei den Lehramtsstudierenden auf Platz eins und bei den Bachelorstudierenden auf Platz drei. Bachelorstudierende hatten als größte Motivation angegeben, dass sie „Mathematik von Grund auf verstehen wollen“ und „Interesse weit über den Schulstoff hinaus“ haben (vgl. Nikodim 2014: 60).

Am wenigsten motivierend fanden die Fachstudierenden im Schnitt, die „konkreten Berufsvorstellungen“ und „ihren Mitschülern den Stoff zu erklären“ (vgl. Nikodim 2014: 60). Diese beiden Punkte wurden bei den Lehramtsstudierenden in der Rangordnung allerdings als zweit- und drittwichtigster Motivationsgrund genannt. Auch dass sie „in der Schule immer gut in Mathematik waren“ war für viele Lehramtsstudierende ein wichtiges Kriterium für ihre Studienwahl. Erst mit weitem Abstand nannten sie eben die Gründe, die den Bachelorstudierenden besonders am Herzen liegen, nämlich, dass sie die „Mathematik von Grund auf verstehen“ wollen und dass ihr „Interesse weit über den Schulstoff hinaus“ geht (vgl. Nikodim 2014: 60). Die wenigsten Lehramtsstudierenden fanden die „Faszination der Anwendungsmöglichkeiten“ motivierend für die Entscheidung für das Mathematikstudium

(vgl. Nikodim 2014: 60). Ihre Motivation lag in der Berufsausbildung, die der Bachelorstudierenden darin, die Mathematik als Wissenschaft zu betreiben. (Nikodim 2014: 59-61)

Anhand der Daten des Fragebogens wurden auch Merkmale des typischen „Sehr guts“ und des typischen „Nicht genügenden“ mithilfe des arithmetischen Mittels errechnet. Besonders auffallend daran war, dass das typische „Sehr gut“ männliche Bachelorstudierende erreichten und das typische „Nicht genügend“ weibliche Lehramtsstudierende. Allerdings blieb bei Nikodims Ausarbeitung offen, ob der ausschlaggebende Grund das Geschlecht oder die Studienrichtung ist. Zudem ist die Motivation des typischen „Sehr gut“-Kandidaten dass er „die Mathematik so richtig von Grund auf verstehen will“ (vgl. Nikodim 2014: 61) und die Motivation der typischen „Nicht genügend“-Kandidatin, dass ihr „Mathematik in der Schule leicht gefallen ist und Spaß gemacht hat“ (vgl. Nikodim 2014: 62).

Der dritte Teil des Fragebogens galt der Beantwortung zweier offener Fragen: „Bitte beschreibe kurz deine Motivation und deine Erwartung an das Mathematikstudium!“ und „Inwieweit wurden deine Erwartungen erfüllt?“ (Nikodim 2014: 62). Die Erwartungen der Lehramtsstudierenden an das Mathematikstudium waren zu einem hohen Anteil das Erlangen einer fachlichen Grundlage für den späteren Unterricht (vgl. Nikodim 2014: 62). Einige LehramtsstudentInnen berichteten im offenen Teil des Fragebogens, dass sie sich eine „didaktische Ausbildung“ erwartet hatten, was daher rühren könnte, dass dieser Teil der Ausbildung noch vor ihnen lag. Auch wurde oft erwartet, dass die Hochschulmathematik der Schulmathematik mehr ähnelt (vgl. Nikodim 2014: 63). Vereinzelt gab es den Wunsch nach mehr Rechenbeispielen (vgl. Nikodim 2014: 63).

Motivierende Faktoren waren, wie auch im Teil des Fragebogens mit geschlossenen Fragen, das Berufsziel und die eigene Schulerfahrung, also die gute Mathematiklehrkraft, die Nachhilfee Erfahrung und das Erklären des Stoffes für Mitschüler. Obwohl die Befragten unterschiedliche Erwartungen hatten, gab der Großteil an, dass diese erfüllt wurden aber auch, dass das Studium zu schwer sei. (Nikodim 2014: 62-64)

„Bei Lehramtskandidatinnen und –kandidaten wird außerdem oft beanstandet, dass viel bisher Gelerntes für den späteren Beruf ‚unwesentlich‘ ist, während die didaktische oder praktische Ausbildung weniger als erwartet oder erwünscht im Studium behandelt wird.“ (Nikodim 2014: 64)

An der Auswertung der Studie ist zu erkennen, wie bereits Leufer und Prediger 2007 feststellten, dass es den Lehramtsstudierenden an Sinnstiftung fehlt. Dieser mangelnde Sinn in der Ausbildung kann dazu führen, dass die Motivation sinkt und sich damit auch die Leistungen verschlechtern.

## 3. Aktuelle Lösungsansätze

---

Wir beschreiben und diskutieren einige aktuelle Ansätze die Problematik zu entschärfen. Man muss sich dem ersten und dem zweiten Teil der doppelten Diskontinuität getrennt stellen. Dabei legen wir allerdings einen besonderen Schwerpunkt auf den zweiten Teil der doppelten Diskontinuität, also die Schnittstellen. Begonnen wird mit dem ersten Teil der doppelten Diskontinuität, den Brückenschlägen.

### 3.1. Brückenschläge

---

Am Beginn dieses Abschnitts wird der Begriff „Brückenschläge“ näher beschrieben. Dann folgt die Vorstellung des Artikels „Demonstrationsaufgaben im Projekt Mathematik besser verstehen“ von Christoph Ableitinger (2013: 18-38) aus dem Sammelband „Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung“. Danach wird aus demselben Band der Artikel „Wenn du wenig Zeit hast, nimm’ dir viel davon am Anfang: Ein Einstieg in die Analysis“ von Burkhard Kümmerer (2013: 135-150) zusammengefasst. Anschließend wird sich dieser Teil der Arbeit mit der Studieneingangsphase an der Universität Wien beschäftigen und zum Abschluss des Unterkapitels zum ersten Teil der doppelten Diskontinuität wird die neue standardisierte Reife- und Diplomprüfung und ihre Auswirkung auf den Einstieg an die Universität beleuchtet.

#### 3.1.1. Beschreibung

---

Mit Brückenschlägen sind Projekte zur Überwindung der ersten Sprungstelle der doppelten Diskontinuität gemeint, die die Problematik des Übergangs von der Schule zur Universität betrifft. Brückenschläge sind Hilfestellungen, um diesen Übergang zu erleichtern.

„Durch Anknüpfen an schulische Vorerfahrungen kann erreicht werden, dass die Studierenden Vorstellungen zu den abstrakten Inhalten der Hochschulmathematik aufbauen und umgekehrt die Hochschulmathematik als Weiterführung und Vertiefung vertrauten Wissens erleben.“ (Hefendehl-Hebeker 2013: 9)

### 3.1.2. Demonstrationsaufgaben im Projekt „Mathematik besser verstehen“

---

Das Großprojekt „Mathematik besser verstehen“, das an der Universität Duisburg-Essen von 2009 bis 2012 durchgeführt und von der deutschen Telekom Stiftung gefördert wurde, beschäftigt sich mit dem ersten Teil der doppelten Diskontinuität, indem es versucht, zwischen der Schulmathematik und der Hochschulmathematik auf fachinhaltlicher Ebene Brücken zu bilden. Es richtet sich somit an alle MathematikstudienanfängerInnen, um ihnen den Einstieg in das Studium zu erleichtern. In den Studienjahren 2009/10 und 2011/12 entstanden dazu unterschiedliche unterstützende Maßnahmen, die zusätzlich zu den bestehenden Vorlesungen Analysis und Lineare Algebra angeboten wurden. Das Großprojekt bestand aus drei Teilen: (Ableitinger 2013: 18)

*„Angebote zum Durcharbeiten des Vorlesungsstoffes:* Anleitungen zum strukturierten Durcharbeiten von Beweisen, Selbstdiagnostetests, Visualisierungen wichtiger mathematischer Begriffe und Konzepte, prägnante Kapitelzusammenfassungen, zusätzliche Beispiele etc. All diese Angebote konnten durch die Studierenden in einer E-Learning-Plattform bezogen werden.

*Betreutes Arbeiten:* Im Lern- und Diskussionszentrum LuDi wurden eigene Betreuungszeiten für Studierende des Projekts eingerichtet, während der sie Fragen zu den Materialien aber auch zu ihren Hausaufgaben stellen konnten.“ (Ableitinger 2013: 18)

Hierbei kommt natürlich den Betreuern eine zentrale Rolle zu, die wesentlich die Qualität des bereuten Arbeitens beeinflusst. Leider bleibt der Text, dessen Fokus allerdings auf der konkreten Bearbeitung der Demonstrationsaufgaben durch die Studierenden liegt, hier etwas vage.

*„Unterstützungsmaterialien zur Bearbeitung der Hausaufgaben:* Hier sind vor allem die Initiativen ‚Ausführliche Musterlösungen‘ (siehe Ableitinger und Herrmann 2011) und ‚Demonstrationsaufgaben‘ zu nennen.“ (Ableitinger 2013: 18)

In dieser Arbeit wird nur auf die „Demonstrationsaufgaben“ eingegangen, die lediglich ein Teilaspekt des Großprojekts „Mathematik besser verstehen“ sind. An vielen Hochschulstandorten sind, laut Ableitinger, Aufgaben, die von der Lehrperson an der Tafel präsentiert

werden, schon im Vorhinein durchgearbeitet, durchdacht und poliert („Vorrechnenübungen“). Man kann daran weder die Überlegungen der Herangehensweise, noch den Erarbeitungsweg oder die dabei entstandenen Probleme erkennen.

Um zu zeigen, wie man effizient an ein neues Problem herangeht, wäre es notwendig der Lehrperson für den Vortrag eine komplett neuartige Aufgabe vorzulegen, ohne Vorbereitungszeit, um dann den vollständigen Erarbeitungsprozess vor den Studierenden durchzuführen. (Ableitinger 2013: 22) Das ist allerdings aus mehreren Gründen schwer erreichbar.

- Erstens ist es schier unmöglich eine Aufgabe zu finden, die gleichzeitig zum Niveau und Stoff der StudienanfängerInnen passt und eine Herausforderung für die Lehrperson ist.
- Zweitens benötigt es laut Ableitinger ein gedrosseltes Tempo und eine didaktische Aufbereitung, damit der Lerneffekt ausreichend stattfinden kann.
- Drittens müssen die Schwierigkeiten, die Studierende bei der Aufgabenlösung haben können, mitbedacht werden. Auch die Strategien zur Problemlösung der Vortragenden müssen reflektiert werden.
- Viertens ist die Zeiteinteilung höchst problematisch ohne Vorbereitung.

(Ableitinger 2013: 21-22)

Die Demonstrationsaufgaben mögen wie typische „Vorrechnenübungen“ (vgl. Ableitinger 2013: 20) wirken, wie sie an vielen Universitäten vorkommen, wo die Lösungen der bereits bearbeiteten Hausaufgaben präsentiert werden. Doch der wesentliche Unterschied liegt bei den Demonstrationsaufgaben in deren zeitlichem Auftreten. Die Demonstrationsaufgaben werden im Gegensatz zu „Vorrechnenübungen“ nach der Einführung des neuen Themas in der Vorlesung abgehalten. Dann erarbeiten Studierende Aufgaben zum selben Themengebiet unter Anleitung der ÜbungsleiterInnen. Erst danach stellen sich die Studierenden alleine der Herausforderung in Form einer einzelnen Aufgabe mit diesem Charakter, die zusätzlich als Hausaufgabe zu bearbeiten ist. (Ableitinger 2013: 20-21)

### 3.1.3. Wenn du wenig Zeit hast, nimm' dir viel davon am Anfang: Ein Einstieg in die Analysis

---

Das von Burkhard Kümmerer (2013: 135-150) an der TU Darmstadt, letztmalig im Wintersemester 2010/11, durchgeführte Projekt „Wenn du wenig Zeit hast, nimm' dir viel davon

am Anfang: Einstieg in die Analysis“ behandelt, wie auch das zuvor vorgestellte Projekt, den leichteren Einstieg in das Mathematikstudium für alle MathematikstudienanfängerInnen. Es geht um die Anpassung der Analysis-Einführungsvorlesung, die als erste Vorlesung des Mathematikstudiums zu absolvieren ist. Es wurden die ersten acht Wochen dieser Vorlesung ausschließlich dazu verwendet, den Aufbau des Zahlensystems vorzustellen, die Beweiskultur einzuführen, die mathematische Sprache zu erlernen und den Aufbau der Mathematik nahezubringen, bevor dann der dreisemestrige Analysis-Zyklus anschließt.

Bei diesem Zugang geht es allerdings nicht darum, schrittweise von der Schulmathematik in die Hochschulmathematik einzuführen, sondern direkt auf dem Niveau der Hochschulmathematik zu beginnen, gleichzeitig aber den Studierenden die benötigte Zeit zu gewähren und Hilfestellung zu bieten, um den Stoff auf ebendiesem Niveau zu verstehen und die einschneidende Veränderung zu verkraften. Auf Hochschulebene wird der Aufbau des Zahlensystems neu eingeführt, beginnend mit den Peano-Axiomen. (Kümmerer 2013: 140) Einen sehr ähnlichen Zugang, der an der Universität Wien seit 2001 verfolgt wird, diskutieren wir im nächsten Unterkapitel 3.1.4.

Das grundlegende Wissen über den Aufbau des Zahlensystems ist nicht nur für das weitere Studium wichtig, sondern vor allem auch für den späteren Beruf. LehrerInnen sollten auf Fragen der SchülerInnen kompetent antworten können. Viele SchülerInnen stellen sehr gute, komplexe Fragen, die die Hochschulmathematik und besonders die Zahlen betreffen, doch können sie oft von Lehrpersonen nicht beantwortet werden, weil sie die Fragen nicht richtig einordnen können oder das Hintergrundwissen dazu nicht haben. Das soll und will dieses Projekt ändern, indem jedes Kapitel der Vorlesung mit der Frage nach dem dort behandelten Problem beginnt. Das hilft nicht nur beim späteren Unterrichten, es macht auch den Einstieg in das Studium spannender und leichter verständlich. (Kümmerer 2013: 140-145) Durch sogenannte Unterrichtsmomente versucht auch Prediger (2013: 151-168) den Studierenden ein umfassendes Fachverständnis und einen schülerInnengerechten Umgang mit der mathematischen Fachsprache zu vermitteln. Ihr Projekt werden wir im Unterkapitel 3.2.3 darstellen und diskutieren.

Auch das richtige Beweisen muss gelernt und von den einfachen Beweisen getrennt werden, die nur am Rande in der Schule gezeigt werden, damit es sowohl in der Hochschulmathematik als auch in der Schulmathematik richtig und effizient angewandt wird. (Kümmerer 2013: 145-146)

Dieses Projekt ermöglicht es auch, die mathematische Sprache in einem passenden Rahmen zu erlernen. Oft war dies nur durch Nachahmung und in Kombination mit neuartigen komplexen Inhalten möglich. Der korrekte Umgang mit der mathematischen Sprache ist sowohl für die Beschäftigung mit der Hochschulmathematik als auch für den Lehrberuf in der Schule von größter Bedeutung. Eine Lehrperson muss jederzeit in der Lage sein, auf eine SchülerInnenfrage spontan mathematisch korrekt zu antworten, also die mathematische Sprache exakt zu verwenden. Kann sie dies nicht, werden auch ihre SchülerInnen die mathematische Sprache nicht erlernen und anwenden können, was bei ihnen zu Verständnisproblemen führen kann. (Kümmerer 2013: 146-147) Auch dieser Aspekt lässt Parallelen zu Predigers Unterrichtsmomenten (2013: 151-168) erkennen, die die korrekte Anwendung der mathematischen Fachsprache fördern.

Das von Kümmerer durchgeführte Projekt ermöglicht den Studierenden unter anderem Vergleiche zwischen Schul- und Hochschulmathematik anzustellen, die nicht nur für den Studieneinstieg, sondern im Besonderen auch für den Berufseinstieg von großer Bedeutung sind. „Explizites Wissen um die Charakteristika von Schulmathematik und Hochschulmathematik ist notwendig, soll der Transfer des in der Hochschulmathematik Gelernten in die Welt der Schulmathematik gelingen.“ (Kümmerer 2013: 149)

Kümmerer führt an, dass in dieser neuen achtwöchigen Einführung auch noch Platz ist, um den Studierenden den Aufbau der Mathematik nahe zu bringen, was ebenfalls wieder das Verständnis, die Begeisterung und das Interesse für die Mathematik erhöht. Dies veranschaulicht der sogenannte „Baum der Mathematik“, der im Sammelband „Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung“ auf der Seite 148 abgebildet ist. (Kümmerer 2013: 147-148)

Kritiker befürchten einen erhöhten zeitlichen Aufwand und somit eine Einschränkung des Stoffes des restlichen Analysis-Zyklus. Die Erfahrung zeigt allerdings, dass im Laufe der Vorlesung davon wieder zwei bis drei Wochen aufgeholt werden, die sonst für Diskussionen der reellen Zahlen benötigt werden. Diese Zeitersparnis wirkt auch auf den restlichen dreisemestrigen Analysis-Zyklus. Somit entsteht in den drei Semestern kein Zeitverlust. (Kümmerer 2013: 139-140)

### 3.1.4. Studieneingangsphase an der Universität Wien

---

Das folgende an der Universität Wien durchgeführte Projekt weist auf weiten Strecken Parallelen zu Kümmerers Projekt (2013: 135-150) auf. Die grundlegenden Unterschiede zwischen diesen beiden werden wir am Ende dieses Unterkapitels kurz erläutern. Seit dem Jahr 2001 wird das hier vorzustellende Projekt an der Universität Wien verfolgt, laufend verändert und im Sinne einer Studieneingangsphase an verschiedene Curricula angepasst angewandt. Seit 2011 ist es als StEOP (Studieneingangs- und Orientierungsphase) für Lehramts- und Fachstudierende vorgeschrieben. Laut Studienplan 2006/07 besteht diese aus der Vorlesung „Einführung in das mathematische Arbeiten“, einer begleitenden freiwilligen Übung „Tutorium zur StEOP für LAK“ und aus Workshops zum Schulstoff, sowie Fragestunden, die ebenfalls nicht verpflichtend sind, aber dringend empfohlen werden. Die Vorlesung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ hatte einen Umfang von drei Semesterwochenstunden und wurde geblockt in den ersten sechs Wochen des ersten Semesters vorgetragen. (Schichl und Steinbauer 2009: 4-6) Um den Lehramtsstudierenden entgegenzukommen, da sie die StEOP in drei Fächern parallel zu absolvieren haben, wurde im Wintersemester 2012/13 die Studieneingangsphase für Lehramtsstudierende auf drei Monate ausgedehnt. Nach den ersten sechs Studienwochen beginnen die Vorlesungen „Einführung in die Analysis“ und „Einführung in die lineare Algebra und Geometrie“, deren verpflichtende begleitende Übungen auch Beispiele zur Vorlesung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ inkludieren. (Schichl und Steinbauer 2013: 2)

Schichl und Steinbauer nennen maßgeblich zwei Gründe für die Einführung der Studieneingangsphase (vgl. auch die frühere Analyse in Kapitel 2.2):

Erstens unterscheidet sich der Zugang zur Mathematik in der Schule und an der Hochschule grundlegend voneinander. Während in der Schule der Schwerpunkt auf dem Lösen von Beispielen liegt, beschäftigt sich das Hochschulstudium vorwiegend mit abstrakten Strukturen. Diese Diskrepanz führt beim Mathematikstudium zu einer erhöhten Ausfallsrate unter den StudienanfängerInnen. Dieses Problem benennt auch Hefendehl-Hebeker. Zweitens beherrschen viele Studierende den Schulstoff am Anfang des Mathematikstudiums nur unzureichend, vgl. auch Borneleit et. al., wobei im Besonderen das von den Studierenden mitgebrachte Schulwissen mit dem von den Vortragenden der Einführungsvorlesungen erwarteten „Schulstoff“ differiert. Ausgehend von diesen beiden Problembereichen formulierten

Schichl und Steinbauer zwei Ziele: die „mathematische Abstraktion“ und die „Beherrschung des Schulstoffs“ (Schichl und Steinbauer 2013: 2), die in der Studieneingangsphase erreicht werden sollen, um den StudienanfängerInnen den Studieneinstieg zu erleichtern. Für eine sanfte Einführung der StudienanfängerInnen in die mathematische Abstraktion ergab sich zudem das Erfordernis nicht nur das „Was“ sondern auch das „Wie“ der mathematischen Inhalte zu erklären. Das von Schichl und Steinbauer (2012) veröffentlichte Lehrbuch „Einführung in das mathematische Arbeiten“ entstand aus dem ständig erweiterten Skript zur gleichnamigen Vorlesung. Es ist durch den über die Vorlesung hinausgehenden Inhalt und die über 320 Übungsaufgaben zum vertiefenden Selbststudium geeignet. Somit fungiert das Zusammenwirken aller zuvor beschriebenen Komponenten in der Studieneingangsphase als erfolversprechender Brückenschlag zur Überwindung der ersten Sprungstelle der doppelten Diskontinuität. (Schichl und Steinbauer 2013: 1-4)

Die Studieneingangsphase ist in die folgenden zwei Bereiche unterteilt:

(Wir diskutieren hier jene Studienplansituation, die im Umfeld der Befragung im Sommersemester 2012 gültig war. Für das aktuelle Curriculum siehe Kapitel 3.2.7 und Anhang B)

Die Vorlesung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ und die freiwillige begleitende Übung für Lehramtsstudierende „Tutorium zur StEOP für LAK“ widmen sich inhaltlich den Grundlagen wie der mathematischen Sprache und dem Beweisen, elementarer Logik, naiver Mengenlehre, grundlegender Algebra (Gruppen, Körper und Ringe), dem Aufbau der Zahlenmengen und der analytischen Geometrie von Ebene und Raum bis hin zum Vektorraum. Die Übungen zu den anschließenden Einführungsvorlesungen beginnen bereits drei Wochen vor deren Beginn und beschäftigen sich anfangs thematisch mit der Vorlesung „Einführung in das mathematische Arbeiten“, wodurch die Übung „Tutorium zur StEOP für LAK“ für all jene obsolet ist (hauptsächlich Fachstudierende), welche die anschließenden Vorlesungen bereits im ersten Semester absolvieren. Bis zum Studienjahr 2014/15 bestand die abschließende Prüfung aus den Inhalten der Vorlesung und dem Schulstoff. Seither wird wegen der grundlegenden Umgestaltung des Lehramtsstudiums der Schulstoff nur mehr bei den Fachstudierenden, nicht aber bei den Lehramtsstudierenden abgeprüft. (Schichl und Steinbauer 2009: 12-15)

Die zuvor erwähnten Workshops können unabhängig voneinander besucht werden. Die Termine und Themengebiete (Primzahlen und Teilbarkeit, Gleichungen und Ungleichungen, Funktionen, Vektoren, Komplexe Zahlen, Gleichungssysteme, Trigonometrie, Geraden und Ebenen, Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung, Differenzieren, Kurvendiskussion, Extremwertaufgaben, Integrieren) stehen auf einer Website (<https://mathematik.univie.ac.at/studien/informationen-fuer-erstsemestrige/wintersemester-201516/workshops-zur-aufarbeitung-des-schulstoffes/>), die es Studierenden ermöglicht, gezielt jene Workshops zu besuchen, die sie für nötig erachten. Zur Eruierung des Bedarfs wird auf der Homepage ein Online-Einstufungstest zu allen Themengebieten angeboten. Mithilfe der bereitgestellten Lösung kann festgestellt werden, wo Nachholbedarf besteht. Die Unterlagen zu den Workshops können ebenfalls einzeln auf der Website heruntergeladen werden. Das Angebot der Workshops soll dazu dienen, einen einheitlichen Wissensstand der StudienanfängerInnen zu erreichen. Zusätzlich zu den Workshops werden Fragestunden angeboten, in denen Fragen zur Vorlesung und ihren Inhalten gestellt werden können. (<https://mathematik.univie.ac.at/studien/informationen-fuer-erstsemestrige/wintersemester-201516/workshops-zur-aufarbeitung-des-schulstoffes/>, 24. November 2015)

#### Vergleich mit dem Projekt „Wenn du wenig Zeit hast, nimm‘ dir viel davon am Anfang: Ein Einstieg in die Analysis“

Während Kümmerer (2013: 135-150) in seinem Projekt „Wenn du wenig Zeit hast, nimm‘ dir viel davon am Anfang: Ein Einstieg in die Analysis“ die Analysis-Einführungsvorlesung an der TU Darmstadt umstrukturierte, ihrem eigentlichen Inhalt also eine achtwöchige Einführung in die Abstraktion der Mathematik voranstellte, wurde an der Universität Wien von Schichl und Steinbauer eine Studieneingangsphase kreiert, welche aus mehreren Teilen besteht. Im Gegensatz zu Kümmerer, ist an der Universität Wien die „Einführung in das mathematische Arbeiten“ eine eigene durch eine Prüfung abgeschlossene Vorlesung, die seit dem Wintersemester 2012/13 für Fach- und Lehramtsstudierende mit unterschiedlicher Dauer getrennt voneinander abgehalten wird. Ergänzend zur verpflichtenden Einführungsvorlesung können freiwillig eine Übung „Tutorium zur StEOP für LAK“, Fragestunden zur Vorlesung sowie Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs besucht werden.

### 3.1.5. Auswirkungen der standardisierten Reife- und Diplomprüfung

---

Anschließend an die vorherigen Unterkapitel stellt sich die Frage, inwiefern die neue standardisierte Reife- und Diplomprüfung, die im Schuljahr 2014/15 an AHS (Allgemeinbildende höhere Schulen) und im Schuljahr 2015/16 an BHS (Berufsbildende höhere Schulen) eingeführt wurde, den Einstieg in die Mathematikstudien erleichtert. Eine eingehende und empirische Analyse ist derzeit natürlich noch nicht möglich. Hier stellen wir einige grundlegende Überlegungen an.

Zunächst beschreiben wir die standardisierte Reife- und Diplomprüfung im Unterrichtsfach Mathematik und beginnen mit den allgemeinen Grundlagen, Bestimmungen und Richtlinien. Danach werden wir das Unterrichtsfach Mathematik näher erläutern.

Das BIFIE (ein vom Nationalrat 2008 errichtetes Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (vgl. <https://www.bifie.at/bifie/ueber>, 03.April 2016)) versucht mit der neuen standardisierten Reife- und Diplomprüfung eine Qualitätssteigerung und anhaltende Qualitätssicherung an den österreichischen Schulen zu erzielen.

„Im Sinne dieses Anspruchs gewährleistet das neue Reife- und Diplomprüfungskonzept

- höchstmögliche Transparenz und Vergleichbarkeit der Prüfungsanforderungen,
- Objektivität, Vergleichbarkeit und somit Fairness der Beurteilungsverfahren,
- die nachhaltige Absicherung von Kompetenzen,
- zuverlässige Aussagen über tatsächlich erworbenes Wissen und Können,
- erhöhte Studierfähigkeit,
- die europaweite Vergleichbarkeit von Abschlüssen,
- die Vereinfachung und Vereinheitlichung von Bestimmungen.“

(<https://www.bifie.at/srdp>, 24.November 2015)

Neben den Bildungsinstitutionen liegen laut BIFIE die Einführung zentraler Abschlussprüfungen auch im Interesse der LehrerInnen, SchülerInnen und ArbeitgeberInnen, da sie

„ein hohes Maß an Transparenz und Vergleichbarkeit der Prüfungsanforderungen und Beurteilungsverfahren, gekoppelt mit verlässlichen Aussagen über die tatsächlichen Qualifikationen der Absolventinnen und Absolventen, garantieren.“ (<https://www.bifie.at/node/71>, 3.Dezember 2015)

Das Konzept der standardisierten Reife- und Diplomprüfung setzt bei dem zuvor durch das BIFIE eingeführten System der Bildungsstandards (legen fest, „welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler einer bestimmten Schulstufe erworben haben sollen.“ (<https://www.bifie.at/buch/1332/1>, 03.April 2016) an und soll „zu einer stärkeren und nachhaltigeren Ergebnisorientierung in der Planung und Durchführung von Unterricht führen.“ (<https://www.bifie.at/srdp>, 24.November 2015)

„Die den Aufgaben zugrunde liegende Kompetenzorientierung führt dabei konsequent jene Entwicklung fort, die mit der Neukonzeption der Lehrpläne begonnen wurde: Der nachhaltige Erwerb variabel anwendbarer Kompetenzen rückt ins Zentrum der Lehrtätigkeit, der Lernerfolg der Schüler/innen bemisst sich weniger am Ausmaß des von ihnen kurzfristig abrufbaren Wissens, vielmehr an der Fähigkeit, dieses Wissen situativ (der jeweiligen Situation angepasst) ein- und umzusetzen.“ (<https://www.bifie.at/srdp>, 24.November 2015)

Die standardisierte Reife- und Diplomprüfung besteht aus drei unabhängigen Teilen:

1. „eine vorwissenschaftliche Arbeit (VWA) an AHS bzw. eine im Team zu erstellende Diplomarbeit an BHS und deren Präsentation
2. drei oder vier (schriftliche) Klausuren, davon standardisiert: Deutsch, Kroatisch, Slowenisch, Ungarisch (Unterrichtssprache), Mathematik (AHS) bzw. Angewandte Mathematik (BHS), Englisch, Französisch, Italienisch, Spanisch, Griechisch und Latein
3. zwei oder drei mündliche Prüfungen“ (<https://www.bifie.at/srdp>, 24.November 2015)

Um individuelle Stärken der SchülerInnen zu fördern und Schulschwerpunkte zu berücksichtigen, werden die Themen und Aufgabenstellungen des ersten und dritten Teilbereiches weiterhin an den Schulen selbst festgelegt. Der dritte Teilbereich ist nur teilweise stan-

dardisiert, denn die Prüfungsaufgaben der nicht standardisierten Unterrichtsfächer werden wie bisher von den Schulen zusammengestellt. (<https://www.bifie.at/srdp>, 24. November 2015)

Da die beiden Oberstufenbereiche AHS und BHS unterschiedliche Ausbildungsziele verfolgen, wird unter anderem das Fach Mathematik differenziert angeboten. Daher muss auch die standardisierte Reife- und Diplomprüfung verschiedenen Anforderungen entsprechen und erfolgt nach entsprechend ausdifferenzierten Kriterien. So wie auch das Unterrichtsfach in der AHS „Mathematik“ und in der BHS „Angewandte Mathematik“ heißt und somit unterschiedliche Schwerpunkte abdeckt, ist auch die standardisierte Reife- und Diplomprüfung im Bereich Mathematik geteilt in „Mathematik“ in der AHS und „Angewandte Mathematik“ in der BHS. Damit können die Spezialisierungen der Schulen besser gefördert werden. (<https://www.bifie.at/node/71>, 3. Dezember 2015)

Da die beiden Bereiche „Mathematik“ und „Angewandte Mathematik“ getrennt und auf unterschiedliche Art und Weise geprüft werden, werden sie auch gesondert vorgestellt. Begonnen wird mit der standardisierten Reife- und Diplomprüfung in Mathematik an der AHS.

Das Ziel der standardisierten Reife- und Diplomprüfung im Fach Mathematik ist die Sicherung der mathematischen Grundkompetenzen. Daher ist die Grundlage der Prüfungsaufgaben der Grundkompetenzenkatalog, der im Auftrag des BIFIE von FachexpertInnen zusammengestellt wurde. „Mathematische Grundkompetenzen beschreiben einen Kernbereich, der aufgrund fachlicher und gesellschaftlicher Relevanz als grundlegend und unverzichtbar gilt.“ (<https://www.bifie.at/node/80>, 3. Dezember 2015) Diese sind etwa:

- „Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können.“
- „Funktionen als mathematische Modelle verstehen und damit verständig arbeiten können.“
- „Absolute und relative (prozentuelle) Änderungsmaße unterscheiden und angemessen verwenden können.“
- „Binomialkoeffizienten berechnen und interpretieren können.“

([http://www.erlgasse.at/wp-content/uploads/2013/11/Grundkompetenzen\\_alle\\_nachKlassen.pdf](http://www.erlgasse.at/wp-content/uploads/2013/11/Grundkompetenzen_alle_nachKlassen.pdf), 03. April 2016)

Das Hauptaugenmerk der standardisierten Reife- und Diplomprüfung an der AHS im Fach Mathematik liegt „auf dem reflektierten Grundwissen und dessen flexibler Nutzung in Kommunikationssituationen“ (<https://www.bifie.at/node/80>, 3.Dezember 2015).

Die Prüfung besteht aus zwei voneinander unabhängigen Teilen:

Der erste Teil besteht aus 24 „Typ-1-Aufgaben“.

„Typ-1-Aufgaben sind Aufgaben, die auf die im Katalog angeführten Grundkompetenzen fokussieren. Bei diesen Aufgaben sind kompetenzorientiert (Grund-) Wissen und (Grund-) Fertigkeiten ohne darüber hinausgehende Eigenständigkeit nachzuweisen.“ (<https://www.bifie.at/node/80>, 3.Dezember 2015)

Diese müssen innerhalb von 120 Minuten bearbeitet werden. Danach wird das „Teil-1-Klausurheft“ abgegeben. Erst anschließend darf mit dem zweiten Teil begonnen werden.

Der zweite Teil besteht aus vier bis sechs „Typ-2-Aufgaben“ mit jeweils zwei bis sechs Teilaufgaben.

„Typ-2-Aufgaben sind Aufgaben zur Anwendung und Vernetzung der Grundkompetenzen in definierten Kontexten und Anwendungsbereichen. Es handelt sich dabei um umfangreichere kontextbezogene oder auch innermathematische Aufgabenstellungen, bei denen eine selbstständige Anwendung von Wissen und Können erforderlich ist.“ (<https://www.bifie.at/node/80>, 3.Dezember 2015)

Diese Aufgaben müssen innerhalb von 150 Minuten bearbeitet werden. (<https://www.bifie.at/node/80>, 3.Dezember 2015)

Die „Typ-1-Aufgaben“ haben einen besonderen Stellenwert in der Prüfung, denn sie sind ihr „wesentlicher Bereich“ und decken die Grundkompetenzen ab. Die Antworten zu diesen Aufgaben können nur entweder richtig sein und einen Punkt erzielen oder falsch sein und null Punkte erreichen. Die „Typ-2-Aufgaben“ gehen hingegen über das Grundlegende weit hinaus, sie dienen zur Anwendung der Grundkompetenzen. Da die „Typ-2-Aufgaben“ einen offeneren Charakter haben, können für die Beantwortung der Teilaufgaben jeweils null bis zwei Punkte vergeben werden. (<https://www.bifie.at/node/80>, 3.Dezember 2015)

Bei der standardisierten Reife- und Diplomprüfung ist es auch noch wichtig zu erwähnen, dass die Wertung der „Typ-1-Aufgaben“ schwerer wiegt, als die der „Typ-2-Aufgaben“, da

für ein positives Ergebnis bei der Prüfung auf jeden Fall die Grundkompetenzen hinreichend abgedeckt werden müssen und diese befinden sich im gesamten ersten Teil und in nur einigen wenigen speziell gekennzeichneten Aufgaben des zweiten Teils, die als Kompensationsaufgaben dienen, falls im ersten Teil weniger Punkte erreicht wurden, als erforderlich. ([https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp\\_ma\\_konzept\\_2013-03-11.pdf](https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_ma_konzept_2013-03-11.pdf), 7.Dezember 2015)

Berufsbildende höhere Schulen, kurz BHS, verfolgen das Ziel ihre SchülerInnen sowohl mit höherer Allgemeinbildung zur Universitätsreife zu führen, als auch mit fachlicher Bildung auf das Berufsleben in unterschiedlichen Gebieten wie Technik, Gewerbe und Wirtschaft vorzubereiten. Dabei dient das Fach „Angewandte Mathematik“ dazu, den SchülerInnen die für den Beruf nötigen mathematischen Kenntnisse, Verfahren und Methoden zur Verfügung zu stellen, die erworbenen mathematischen Kompetenzen so früh wie möglich in den beruflichen Kontext zu stellen und den für den Beruf notwendigen Technologieeinsatz professionell zu erlernen. (<https://www.bifie.at/node/81>, 7.Dezember 2015)

Auch im Fach „Angewandte Mathematik“ wird die standardisierte Reife- und Diplomprüfung in zwei Teile gegliedert, die allerdings als Ganzes beurteilt werden. Der erste Teil (Teil A) ist innerhalb der BHS schulformenübergreifend, beinhaltet den Grundkompetenzkatalog und besteht aus mindestens vier Aufgaben, die je zwei bis vier Teilaufgaben haben, bei denen ein bis drei Punkte erreicht werden können. Der zweite Teil (Teil B) ist schulformbeziehungsweise clusterspezifisch (Clusterung bedeutet „immer eine Reduktion auf den gemeinsamen Durchschnitt“), hat einen schulformspezifischen Kontext und besteht aus zwei bis vier komplexeren Aufgaben, bei denen bei jeder Unteraufgabe ein bis vier Punkte erreicht werden können. (<https://www.bifie.at/node/81>, 7.Dezember 2015)

Für weitere Details und weitere Links zur standardisierten Reife- und Diplomprüfung siehe Homepage des BIFIE unter folgendem Link: <https://www.bifie.at/srdp>.

Angeichts der kurzen Einführungsphase, liegen noch keine Erfahrungsberichte vor. Daher folgt nun eine allgemeine Diskussion über bisher bekannte Eckpunkte und eine mögliche Prognose.

Dem bereits erwähnten Problem, dass die StudienanfängerInnen mit unterschiedlichem und teilweise lückenhaftem Vorwissen aus den Schulen kommen, wird versucht durch die standardisierte Diplom- und Reifeprüfung Abhilfe zu schaffen. Durch das standardisierte

Abfragen der Kompetenzen kann davon ausgegangen werden, dass wenn SchülerInnen diese Prüfung positiv absolvieren konnten, der einheitlich geprüfte Stoff bekannt ist und Großteils von ihnen beherrscht wird.

Somit können die zuvor erwähnten, an der Universität Wien zu Studienbeginn angebotenen Workshops, ausschließlich der Auffrischung des erlangten Schulwissens dienen. Die standardisierte Reife- und Diplomprüfung gewährleistet ein Anknüpfen der Vorlesungen an klar definierte Bildungsstandards, ohne wie bisher mit unterschiedlichen individuellen Lernniveaus konfrontiert zu sein. Was sowohl Studierenden als auch Vortragenden von Nutzen ist.

Einen weiteren Vorteil an der standardisierten Reife- und Diplomprüfung sehen wir darin, dass vor allem im ersten Teil der Prüfung, den Grundkompetenzen, Verständnis abgeprüft wird und nicht kalkülhaftes Rechnen von Beispielen. Auch das bringt die Schulmathematik der verständnisorientierten Hochschulmathematik einen Schritt näher.

Die Stimmungslage der direkt und indirekt Betroffenen reicht von positiven Erwartungen über Skepsis bis zu Ablehnung.

Vor der Einführung der standardisierten Reife- und Diplomprüfung wurde in einigen Klassen aus zeitlichen Gründen, Rücksichtnahme auf schwächere Schüler und das Lernniveau der Klasse, sowie spezielle Schwerpunktsetzung der Lehrkraft, nicht der gesamte laut Lehrplan vorgesehene Unterrichtsstoff vorgetragen. Der positive Aspekt daran ist, dass der tatsächlich vorgetragene Lehrstoff stärker vertieft werden konnte und zu größerem Verständnis bei den SchülerInnen führte. Diese zentrale Prüfung kann dazu führen, dass viele Themen aus Zeitmangel nur im für die Prüfung erforderlichen Ausmaß grob umrissen werden, wodurch das Verständnis zwangsläufig bei einigen SchülerInnen verloren gehen kann. Auch wird somit gefördert, dass Themengebiete, die nicht Stoff der standardisierten Reife- und Diplomprüfung sind, jedoch zum Lehrplan gehören, nicht durchgenommen werden. Außerdem besteht gerade jetzt in der Übergangsphase das Problem, dass neue Aufgabenformate (wie Multiple Choice, Single Choice oder Lückentexte) und die ungewohnten standardisierten Formulierungen eingeführt und geübt werden müssen, wofür ebenfalls Ressourcen benötigt werden.

Da auch LehrerInnen die Befürchtung ihrer SchülerInnen teilen, an der standardisierten Reife- und Diplomprüfung zu scheitern, wird der Unterricht, vor allem im letzten Schuljahr,

zunehmend auf zielgerichtetes Antrainieren von Antworten reduziert (also „teaching to the test“).

Angesichts dieser Kritikpunkte bleibt die Frage bestehen, ob damit der Einstieg in das Studium und in die Hochschulmathematik tatsächlich in absehbarer Zeit erleichtert wird. Eine standardisierte Prüfung kann allerdings auf jeden Fall einen geeigneten Vergleich der Noten und Leistungen der SchülerInnen gewährleisten und die unterschiedliche Wertigkeit der Noten und Abschlüsse an verschiedenen Schulen abfedern. Die folgenden Jahrgänge werden zeigen, ob dieses Instrument zum gewünschten Erfolg führt, beziehungsweise in wieweit Adaptierungen erforderlich sein werden. Obwohl das BIFIE die neue standardisierte Reife- und Diplomprüfung laufend evaluiert, wurden durch ihre erst kürzlich erfolgte Einführung, die Auswirkungen auf den Studieneinstieg, noch nicht ausführlich untersucht.

## 3.2. Schnittstellen

---

Dieser Abschnitt beschreibt zu Beginn den Begriff Schnittstellen. Anschließend werden wir einige ausgewählte Projekte dazu kurz vorstellen, bevor wir sie anschließend im Detail diskutieren. Danach wird das Konzept der Unterrichtsmomente von Susanne Prediger diskutiert, welche in den Artikeln „Unterrichtsmomente als explizite Lernanlässe in fachinhaltlichen Veranstaltungen“ (Prediger 2013: 151-168) aus dem Sammelband „Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung“ (Ableitinger 2013) und „Vielleicht brauchen wir das ja doch in der Schule“ (Leufer und Prediger 2007: 265-276) beschrieben werden. Anschließend wird der Bericht „Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik“ (Bauer und Partheil 2009: 85-103) dargestellt, der eine Erklärung des Projekts gibt, zu dem Bauer in seinem Buch „Analysis-Arbeitsbuch“ (Bauer 2013) eine Materialsammlung erstellte. Weiters wird das Projekt „Grenzwert – quo vadis? Ein Pilotprojekt zur Analysis-Ausbildung von Lehramtsstudierenden im Unterrichtsfach Mathematik“, welches Götz und Steinbauer ([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_-2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_-2013_gs_plain.pdf), 10. April 2016) an der Universität Wien durchführten, beschrieben, in dem eine fachinhaltliche und eine schulmathematische Lehrveranstaltung zur Analysis verschränkt wurden. Dieses Projekt erschien im Artikel „Ein Versuch zur Analysis-Ausbildung von Lehramtsstudierenden an der Universität Wien“ (Götz 2013: 364-367) in „Beiträge zum Mathematikunterricht 2013 – Vorträge auf der 47. Tagung für Didaktik der Mathematik“.

Im Anschluss an die Vorstellung der drei Projekte werden in einem Vergleich Gemeinsamkeiten und Unterschiede der drei Zugänge diskutiert. Im abschließenden Unterkapitel zeigen wir inwieweit die Curriculumsänderung an der Universität Wien auf die Verschränkung zwischen der Fachdidaktik und der Fachmathematik eingeht.

### 3.2.1. Beschreibung

---

Schnittstellen werden bei der zweiten Sprungstelle der doppelten Diskontinuität angewandt, um die dort entstehenden Probleme beim Übergang von der Hochschule wieder zurück an die Schule zu lindern. Schnittstellen sind Hilfestellungen, um diesen Übergang zu erleichtern. Es wird versucht während des Studiums Verbindungen zwischen der Hochschulmathematik und der Schulmathematik explizit herzustellen und so die Fachwissenschaft mit der Fachdidaktik zu verknüpfen.

### 3.2.2. Ausblick

---

In den folgenden Unterkapiteln werden wir drei verschiedene Zugänge diskutieren, die die Fachdidaktik mit der Fachmathematik verschränken, also dazu dienen die zweite Sprungstelle der doppelten Diskontinuität zu überwinden.

Im ersten Bericht „Unterrichtsmomente als explizite Lernanlässe in fachinhaltlichen Veranstaltungen“ von Susanne Prediger (2013: 151-168) wurden Unterrichtsmomente erarbeitet, die als Schnittstellen fungieren. Das Konzept besteht im Einbringen von Unterrichtsmomenten in die begleitende Übung zur Fachvorlesung Analysis, in einem Ausmaß von 20% aller Übungsaufgaben.

Im zweiten Bericht „Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik“ von Bauer und Partheil sowie im ausführlichen „Analysis-Arbeitsbuch“ von Bauer wird der Ansatz eines eigenen Schnittstellenmoduls vertreten. Dies ist also eine eigene Lehrveranstaltung, die sich ausschließlich mit der Verzahnung von Fachdidaktik und Fachmathematik im Bereich Analysis befasst.

Der dritte Bericht „Grenzwert – quo vadis? Ein Pilotprojekt zur Analysis-Ausbildung von Lehramtsstudierenden im Unterrichtsfach Mathematik“ beschreibt einen dritten Zugang zur Verschränkung der Fachmathematik und der Fachdidaktik, bei dem zwei Vorlesungen

explizit miteinander in Verbindung gesetzt werden. Die Fachvorlesung und die dazugehörige Fachdidaktikvorlesung werden parallel abgehalten und beziehen sich aufeinander. Zudem werden einige Übungsgruppen der vorlesungsbegleitenden Übungen vom Vortragenden der jeweils anderen Vorlesung gehalten. Durch die damit erforderliche Absprache entsteht eine wechselseitig übergreifende Sichtweise.

### 3.2.3. Unterrichtsmomente als explizite Lernanlässe in fachinhaltlichen Veranstaltungen

---

Das erste hier beschriebene Projekt „Sinnstiftung und Brückenschläge in der Analysis – Ein Baustein zur Innovation in der fachinhaltlichen gymnasialen Lehrerbildung“ von Nikola Leufer und Susanne Prediger, wurde im Studienjahr 2005/06 erstmals in Zusammenarbeit mit dem Vorlesungsvortragenden Michael Böhm an der Universität Bremen für die Lehrveranstaltungen Analysis 1 und 2 durchgeführt. Dafür haben Leufer und Prediger in 20% aller zu bearbeitenden Übungsaufgaben eigens kreierte sogenannte Unterrichtsmomente eingearbeitet. Doch bevor auf das Projekt, dessen Ausführung und Wirkung näher eingegangen wird, folgt zuerst eine kurze Darstellung der Entstehung dieses Projekts, und eine Beschreibung des Werdegangs bis zur Durchführung. (Leufer und Prediger 2007: 268)

Ein wesentliches Ziel der Lehramtsausbildung ist es, zukünftige Lehrkräfte auf das didaktische Handeln im späteren Unterricht vorzubereiten. Dafür reicht allerdings die selbstverständlich wichtige fachinhaltliche Ausbildung allein nicht aus, wie bereits Klein 1908 feststellte. Denn selbst Studierende mit hervorragendem fachlichen Wissen, haben offensichtlich Probleme, dies mit dem unterrichtlichen Handeln ausreichend zu verknüpfen, und sind daher nicht in der Lage es im ausreichenden Maße in den Unterricht einfließen zu lassen. (Prediger 2013: 153) Wie bereits im Kapitel 2.2.2 ausgeführt, fehlt es den Studierenden, durch die fehlende Verknüpfung von Fachdidaktik und Fachmathematik, außerdem oft an Sinnstiftung. Sie können also oft den Sinn in einer derartig umfangreichen Beschäftigung mit der Hochschulmathematik nicht erkennen. Diese mangelnde Sinnstiftung führt, durch die daraus resultierende verminderte Leistungsbereitschaft, auch zu schlechteren Prüfungsergebnissen (Leufer und Prediger 2007: 265)

Aus wissenschaftlicher Sicht ist sämtliches erworbenes Wissen vorerst auf die Erwerbssituation, zum Beispiel eine Lehrveranstaltung, beschränkt. Dieser Umstand wird als „situated

learning“ bezeichnet. Um diesem entgegenzuwirken, also das Wissen auf eine andere Situation zu übertragen, wie zum Beispiel den Unterricht, benötigt es eine direkte Verknüpfung während der Lernsituation. Erfahrungen zeigen, dass es möglich ist diese Brückenschläge sowohl in fachdidaktischen Veranstaltungen als auch in autonomen (weder fachdidaktischen noch fachinhaltlichen) Lehrveranstaltungen in die universitäre Ausbildung zu integrieren. (Leufer und Prediger 2007: 265)

Allerdings wäre Predigers Überzeugung nach der geeignete Zeitpunkt, den Grundstein für die automatische Übertragung des Fachwissens auf das didaktische Handeln zu legen, bereits in fachinhaltlichen Lehrveranstaltungen verortet.

„Dabei geht es insbesondere um folgende Aspekte und Lernziele:

- Mathematische Grunderfahrungen in der ganzen Breite (Winter 1996): Studierende müssen Mathematiklernen so erfahren, wie dies für die Schule verlangt wird (Borneleit u.a. 2001), nämlich als bedeutungsvollen, konstruktiven Prozess (Bender et al. 1999, Cooney/Wiegel 2003, Müller/ Steinbring/Wittmann 2004).
- Entwicklung vorstellungs- und prozessorientierter mathematischer Kompetenzen (Danckwerts in diesem Band).
- Aufbau eines didaktisch sensiblen Fachverständnisses (vgl. Hefendehl-Hebeker 1998), indem die Studierenden
  - erfahren, wie mathematische Wissensbildung geschieht (beispielhaft in Büchter/Henn 2004),
  - Sinnzusammenhänge zwischen den Theorieelementen und Problemstellungen begreifen,
  - auf unterschiedlichen Exaktheitsstufen argumentieren,
  - den Gebrauch von Fachsprache als hilfreiches Instrument zur Klärung von Zusammenhängen erfahren.
- Aktivierung entwickelter mathematischer Kompetenzen für didaktische Tätigkeiten, z. B. für die Analyse des mathematischen Gehalts von Schülerprodukten oder Schulbuchzugängen.“ (Leufer und Prediger 2007: 267)

In der gymnasialen Lehramtsausbildung ist die Umsetzung dieser Ziele allerdings erschwert; insbesondere falls eine gemeinsame Absolvierung der ersten Semester von Fach- und Lehramtsstudierenden vorliegt. Daher ist es notwendig einen Weg zu finden, gemeinsame Veranstaltungen so zu gestalten, dass sie sowohl „den schulbezogenen Anforderungen gerecht werden“ als auch „den Rahmenbedingungen der mathematischen Fachbereiche entsprechen.“ (Leufer und Prediger 2007: 267)

Bass und Ball (2004) haben in Anlehnung an Schifters Frage „What kind of understandings are required of teachers working to enact the new pedagogy“ (1998) die sogenannte „Job-Analyse“ kreiert. Jobs sind in diesem Fall unterrichtliche Handlungsanforderungen an LehrerInnen. Diese werden vorerst bestimmt und dann auf ihre erforderlichen oder erwünschten theoretischen und praktischen Kompetenzen analysiert. (Prediger 2013: 154)

Diese von Bass und Ball aufgestellten Handlungsanforderungen wurden von Prediger ins Deutsche übersetzt und (kursiv) erweitert:

- *„Anforderungen an SchülerInnen und Schüler (aus Schulbüchern, Tafelbildern oder Tests) selbst bewältigen und auf verschiedenen Niveaus bearbeiten können;*
- Lernziele setzen und ausschärfen;
- *Zugänge (in Schulbüchern, Tafelbildern o. Ä.) analysieren und bewerten;*
- *Aufgaben und Lernanlässe auswählen, verändern oder konstruieren;*
- *Tests entwickeln und re-scalieren;*
- geeignete Darstellungen *und Exaktheitsstufen* auswählen und nutzen sowie zwischen ihnen vermitteln
- Äußerungen von Lernenden analysieren, bewerten *und darauf lernförderlich reagieren;*
- Fehler von Lernenden analysieren und darauf *lernförderlich* reagieren
- *fachlich substantielle*, produktive Diskussionen moderieren;
- *zwischen verschiedenen Sprachebenen (Alltagssprache, Fachsprache, Symbolsprache) flexibel hin- und herwechseln und vermitteln für Lernende*
- *Lernstände, Lernprozesse und Lernerfolge erfassen.“* (Prediger 2013: 156)

Für die erste genannte Handlungsanforderung ist es notwendig, mathematische Zusammenhänge auf unterschiedlichen Ebenen herzustellen, wofür ein sehr flexibler Umgang mit mathematischen Inhalten notwendig ist, der durch Lehrveranstaltungen mit symbolischem und axiomatischem Fokus nicht erlangt werden kann. Zur Evaluation und Bearbeitung von Antworten und Fehlern der SchülerInnen müssen Lehrkräfte den Einsatz der mathematischen Sprache und der mathematischen Konzepte beherrschen. Und um mathematische SchülerInnendiskussionen in eine lernförderliche Richtung lenken zu können, müssen mathematische Wissensbildungsprozesse nachvollzogen und erlernt werden. Dazu ist das Verständnis von Begriffen und deren Gebrauch genauso wichtig wie ihre Definition, damit nicht nur das Endprodukt exakt ist, sondern auch der Weg dorthin mathematisch korrekt bleibt. Damit sind Hintergründe der Kompetenzen zu drei der elf Handlungsanforderungen ("Äußerungen von Lernenden analysieren, bewerten *und darauf lernförderlich reagieren*", „Fehler von Lernenden analysieren und darauf *lernförderlich* reagieren“ und „*fachlich substantielle, produktive Diskussionen moderieren*„) beispielhaft angedeutet. (Prediger 2013: 155)

In den meisten anderen Artikeln im Sammelband „Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung“, wie auch bei Bass und Ball kommen die unterrichtlichen Handlungsanforderungen zwar implizit vor, Prediger möchte sie allerdings „*explizit* zum Ausgangspunkt für mathematische Analysen und Reflexionen“ (Prediger 2013: 156) machen.

Dazu kreierte sie zu den Übungen der beiden Lehrveranstaltungen Analysis 1 und Elementare Zahlentheorie Aufgaben mit sogenannten Unterrichtsmomenten, also typischen Unterrichtssituationen, die durch authentische Materialien wie Schulbuchauszüge, Unterrichtskommunikationen sowie schriftliche Fragen, Aussagen und Unterlagen von SchülerInnen, dargestellt werden und entsprechende Handlungsanforderungen aufweisen. Zudem beinhalten die Aufgaben den expliziten Auftrag, die dabei verlangten didaktischen Handlungen mit dem erlernten hochschulmathematischen Wissen zu begründen. Dadurch erfüllen die Aufgaben die wesentliche Anforderung, die in der Fachvorlesung vorgetragenen Inhalte zu üben und zu vertiefen. (Prediger 2013: 156-157)

Zur Anschauung folgt beispielhaft eine Aufgabe aus der Analysis 1 zur Handlungsanforderung „Äußerungen von Lernenden analysieren, bewerten und darauf lernförderlich reagieren“ (Prediger 2013: 158).

## Kasten 2 (Analysis 1, Grenzwerte von Folgen)

### *Charakterisierungen des Grenzwertes*

Paul (Leistungskurs 11) sagt: „Ein Grenzwert einer Folge ist die Zahl, in deren beliebig kleiner Nähe unendlich viele Folgenglieder liegen.“

- a.) Formalisieren Sie Pauls Charakterisierung in der Epsilon- Sprache.  
Wo ganz genau liegt sein Fehler?
- b.) Finden Sie Gegenbeispiele von Folgen, um ihn zu überzeugen.
- c.) Reflexion: Inwiefern hilft Ihnen die Epsilon- Sprache zur Klärung des Sachverhalts, obwohl Sie sie Paul gegenüber nicht benutzen können?

(Abbildung: Prediger 2013: 158)

Eben diese Aufgabe zielt allerdings nicht nur auf die Handlungsanforderung hin, sondern verlangt auch den Umgang mit der mathematischen Fachsprache und fördert im Besonderen die Anwendung, Wiederholung und Vertiefung der Definitionen Grenzwert und Häufungspunkt und das Erkennen und Erläutern derer Unterschiede. (Prediger 2013: 158)

Anhand dieser speziellen Aufgaben soll gelernt werden, auf SchülerInnenfragen mathematisch korrekt zu antworten und dabei das Hochschulwissen einzubringen. Zusätzlich können Studierende bei der Bearbeitung der Aufgaben zur überraschenden Erkenntnis kommen, dass das gelernte Fachwissen ein geeignetes Werkzeug ist, mit Schulstoff umzugehen. Außerdem wird durch diese Unterrichtsmomente auch die mathematische Fachsprache trainiert. In anderen Unterrichtsmomenten werden Schulbücher und Tafelbilder auf ihre mathematische Korrektheit und ihre didaktische Brauchbarkeit untersucht, was nicht nur den Vorteil hat, dass die Fachsprache verbessert wird und die Definitionen vertieft werden, sondern auch fördert, dass im späteren Berufsleben die Auswahl der Unterrichtsmaterialien sorgfältiger getroffen wird. Einige Aufgaben festigen durch ihren experimentellen Charakter den Zugang zur Mathematik als Prozess und Problemlösestrategie. Bei ebendiesen gehen Studierende somit denselben Erkundungsweg wie SchülerInnen. Dies ist sowohl förderlich „für die Planung und Begleitung langfristiger Lernprozesse von Kindern auch bei elementarerer Gegenständen“ (Prediger 2013: 165), als auch für das weitere Studium der Mathematik. (Prediger 2013: 157-165)

Auf der Grundlage einer experimentellen Aufgabe wurden in der vorlesungsbegleitenden Übung zur Zahlentheorie fünf Übungsaufgaben gestellt, die dieselbe Problemstellung enthielten, jedoch mit stufenweise ansteigendem Niveau, angepasst an die in der Vorlesung vorgetragenen Inhalte. Nach dem Erreichen der letzten Stufe wurde die Anwendung des Spiralprinzips (stufenweise immer wieder aufgreifen von Grundbegriffen auf steigendem

Niveau bis zur abstrakten Darstellung) für die Studierenden aufgedeckt. Diese Erfahrung festigt die Grundidee, Mathematik als Prozess zu verstehen. (Prediger 2013: 163-165)

Die Erprobung der Unterrichtsmomente erfolgte an der Universität Bremen im Studienjahr 2005/06 im Projekt „Sinnstiftung und Brückenschläge in der Analysis- ein Baustein zur Innovation in der fachinhaltlichen gymnasialen Lehrerbildung“, welches nun vorgestellt wird.

Das Projekt wurde an den Erstsemesterveranstaltungen Analysis 1 und 2 erprobt. Die Vorlesungen wurden vom Vortragenden Michael Böhm für Fach- und Lehramtsstudierende gemeinsam abgehalten, welcher auch didaktische Anteile in die Vorlesung einbrachte, wie beispielsweise das Arbeiten auf verschiedenen Exaktheitsstufen und die Förderung der Anschaulichkeit und des Verständnisses auf Kosten der formalen Strenge.

Der Kern des Projekts sind die von Prediger erstellten sogenannten „Lehreraufgaben“, welche die zuvor beschriebenen Unterrichtsmomente enthalten und 20% der Übungsaufgaben der vorlesungsbegleitenden Übung ersetzen. Diese wurden teilweise alleine oder in Gruppen bearbeitet. Positiv zu vermerken ist, dass es durch die ledigliche Verschiebung der Inhalte zu keinem größeren Betreuungsaufwand kam. (Leufer und Prediger 2007: 268-269)

Leufer und Prediger evaluierten das Projekt zweimal, mit gehörigem Zeitabstand, um zu verhindern, dass die Studierenden sich dazu überreden ließen, das Projekt als wichtig zu erachten. Die erste Evaluation geschah am Semesterende durch halbstandardisierte Fragebögen und zeigte einen deutlichen Unterschied zu den Vorjahren, in denen sich fast alle Studierende des Lehramts über ihre Unzufriedenheit über das gemeinsame Studium der Fach- und Lehramtsstudierenden äußerten. Im Semester des durchgeführten Projekts wurde keine Unzufriedenheit seitens der Studierenden über diesen Zustand kundgetan. Leufer und Prediger gehen von einer Steigerung der Motivation und der Sinnstiftung aus. (Leufer und Prediger 2007: 271)

Die zweite Evaluation wurde ohne das Wissen der Studierenden etwa sechs Monate später in Form einer Hausaufgabe in einer Didaktiklehrveranstaltung abgehalten. Dabei wurde an 105 Lehramtsstudierenden unterschiedlicher Schulformen (Studierende des Gymnasiallehramts als Versuchsgruppe und Studierende des Grund-, Haupt- und Realschullehramts als Kontrollgruppe) getestet, ob die Studierenden ihr mathematisches Fachwissen zur Bearbeitung der didaktischen Aufgabenstellung (entsprechend den speziellen Aufgaben im Projekt) heranziehen. Der Großteil der Versuchsgruppe meisterte die Aufgabe, wie erhofft,

durch Anwendung der Fachmathematik auf unterschiedlichen Exaktheitsstufen. Die Kontrollgruppe konnte dies mehrheitlich nicht. Dieses Ergebnis bestätigte Leufer und Prediger darin, ihr Projekt fortzusetzen und führte zur Überlegung, eine solche Aufgabe zur Motivation der Studierenden an den Anfang des Projekts zu stellen. Alles in allem wurde deutlich, dass eine Verknüpfung von Schul- und Hochschulmathematik erforderlich ist, wobei das Ausmaß von 20% der Übungsaufgaben noch erhöht werden sollte. (Leufer und Prediger 2007: 271-275)

Leufer und Prediger haben ihr Projekt nach der erstmaligen Durchführung im Studienjahr 2005/06 fortgesetzt und auf weitere Vorlesungen erweitert. Sie sehen in der Zusammenarbeit von Fachdidaktik und Fachmathematik einen wichtigen Schritt zur Überwindung der doppelten Diskontinuität. Ihr Projekt fördert sowohl die Motivation als auch die Sinnstiftung durch den direkten Bezug zur Anwendung im späteren Beruf, sowie die Vertiefung und Aktivierung des Fachwissens, wodurch das Projekt auch für Fachstudierende einen wichtigen Beitrag leistet. (Prediger 2013: 165-166)

#### 3.2.4. Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik

---

Im Gegensatz zu diesem ersten Zugang von Prediger wird im Projekt „Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik“ (Bauer und Partheil 2009: 85-103) nicht nur ein Teilbereich der Lehramtsausbildung verändert, sondern eine eigene Lehrveranstaltung als Schnittstellenmodul als fixer Bestandteil in den Lehrplan eingearbeitet.

Im Hessischen Lehrerbildungsgesetz aus dem Jahr 2004 wurde eine (teil-)modularisierte Form der Lehramtsausbildung ab dem Wintersemester 2005/06 gefordert. Dieser Umstand eröffnete Bauer und Partheil die Möglichkeit der „Neustrukturierung des Lehramtsstudiengangs im Fach Mathematik am Fachbereich Mathematik und Informatik der Philipps-Universität Marburg.“ (Bauer und Partheil 2009: 89-90)

Diese Neukonstruktion führte unter anderem zur Einführung von sogenannten *Schnittstellenmodulen*, die nun fester Bestandteil der mathematischen Lehramtsausbildung an der Universität Marburg sind. Unter *Schnittstellenmodulen* sind dabei Module zu verstehen, die die fachdidaktischen und fachwissenschaftlichen Inhalte verschränken.

Thomas Bauer veröffentlichte 2013 das Buch „Analysis-Arbeitsbuch Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik – sichtbar gemacht in Aufgaben mit kommentierten Lösungen“,

welches aus Materialien in Form von Schnittstellenaufgaben und ihren ausgearbeiteten Lösungen besteht, die im Schnittstellenmodul bearbeitet werden können. Zudem wird das Schnittstellenmodul, sowie dessen Gründe, Ziele und Ausführung beschrieben.

Bauer und Partheil stellen ihrem Projekt ebenfalls eine Analyse der doppelten Diskontinuität voran. Diese fokussiert auf drei Ebenen:

„(I) *Inhaltsebene*. Unterschiede kann man sofort hinsichtlich der verhandelten Inhalte ausmachen.

(II) *Ebene der Ziele*. Selbst in den Fällen, in denen in Schul- und Hochschulmathematik dieselben Themen behandelt werden, kann dies mit unterschiedlichen, im jeweiligen Kontext sehr berechtigten, Zielen geschehen. Als Folge ergibt sich eine Art ‚Ziel-Diskontinuität‘.

(III) *Argumentationsebene*. In der universitären Mathematik gibt der angestrebte axiomatisch-deduktive Aufbau den argumentativen Rahmen vor. Dieser vollständige und lückenlose Aufbau der Theorie ist ein Wesensmerkmal von Mathematik als Wissenschaftsdisziplin; ein neues mathematisches Teilgebiet erlernen bedeutet immer auch, die Durchführung des deduktiven Aufbaus in diesem Gebiet zu verstehen. Affektive Einstellungen von Mathematikern gegenüber mathematischen Theorien beruhen – neben den Resultaten, die diese hervorgebracht hat – wesentlich darauf, ‚wie dort argumentiert wird‘, d.h. auf der Ästhetik des erzielten deduktiven Aufbaus. In der Schule präsentiert sich Mathematik auf ganz andere Art: Hier ist Argumentieren auf unterschiedlichen Exaktheitsstufen angebracht und üblich; anschauliche, heuristische Argumentationen stehen gleichberechtigt neben vollständigen Beweisen.“ (Bauer und Partheil 2009: 86-87)

Die ersten beiden Ebenen findet man auch in anderen Unterrichtsfächern, die Argumentationsebene jedoch ist ein Spezifikum der Mathematik. Das könnte der ausschlaggebende Grund dafür sein, dass die doppelte Diskontinuität nur in der Mathematik ein derart großes und viel diskutiertes Problem ist. Auch von Studierenden wird dieser Aspekt als besonders belastend empfunden. (Bauer und Partheil 2009: 87) Aus diesem Grund zielen viele Bemühungen zur Abmilderung der doppelten Diskontinuität auf diesen Aspekt ab. So beschäfti-

gen sich Leufer und Prediger in ihren „Lehreraufgaben“ mit dem Argumentieren auf verschiedenen Exaktheitsstufen von der Hochschulmathematik bis zur Schulmathematik. Auch in den drei Spannungsfeldern in der Analysis (siehe Kapitel 3.2.5) von Götz ([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_2013_gs_plain.pdf), 10. April 2016) findet man Parallelen zu den letzten beiden der genannten drei Ebenen. Sowohl die Zielebene als auch das Spannungsfeld zwischen Anschauung und Strenge befassen sich mit demselben Problem der „Ziel-Diskontinuität“. Genauso wird sowohl in der Argumentationsebene als auch in dem Spannungsfeld zwischen Systematik und Heuristik und „den normativen Stoffbildern der Lehrenden und den individuellen Sinnkonstruktionen der Lernenden“ ([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_2013\\_gs\\_-plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_2013_gs_-plain.pdf), 10. April 2016) die unterschiedliche Herangehensweise zwischen der Schule und der Hochschule, sowie die dabei verwendeten unterschiedlichen Exaktheitsstufen thematisiert. Anhand der Materialanalyse im Kapitel 4 wird im Detail auf die drei Spannungsfelder eingegangen und aufgezeigt, inwieweit Schnittstellen darauf anwendbar sind und positive Auswirkungen auf sie haben (können).

Bauer und Partheil haben beobachtet, dass die Sprungstelle zwischen der Schulmathematik und der Hochschulmathematik vor allem daher rührt, dass „Lehramtsstudierende Fachwissenschaft und Fachdidaktik als scharf getrennte Studienanteile mit deutlich verschiedenen Zielen sehen:“ (Bauer und Partheil 2009: 87)

- „Fachdidaktik wird als derjenige Studienteil gesehen, der sich mit dem Lehren und Lernen von *Schul*mathematik befasst – sie wird in diesem Sinne als professionsorientierte Komponente der Ausbildung betrachtet und überwiegend sehr positiv aufgenommen.
- Der fachwissenschaftliche Ausbildungsanteil wird – mindestens in Teilen – eher ‚examensorientiert‘ gesehen: als eine Komponente der Ausbildung, die zum Bestehen des Staatsexamens gefordert wird, deren Relevanz für das angestrebte Berufsfeld jedoch teils fraglich scheint.“ (Bauer und Partheil 2009: 88)

Die daraus entstehenden Probleme sind bereits während der Ausbildung sowohl bei fachwissenschaftlichen als auch bei fachdidaktischen Lehrveranstaltungen zu finden.

- „In fachwissenschaftlichen Veranstaltungen sehen Studierende oft nicht die didaktische Perspektive der gebotenen Inhalte, was zu einem gravierenden Motivationsproblem führen kann, das den Lernprozess erwartungsgemäß beeinträchtigt. Dies gilt umso mehr, wenn Lehrende fachdidaktische Aspekte nur in einer Fernperspektive in Aussicht stellen.
- In fachdidaktischen Veranstaltungen ist der fachliche Hintergrund für die vorgesehenen fachdidaktischen Überlegungen oft nicht zugreifbar. Bemühungen seitens der Lehrenden, fachliche Grundlagen zu reaktivieren, gestalten sich mühsam und scheinen manchmal gar unwillkommen. Bei fachdidaktisch Lehrenden kann dies zu Frustrationen über den Leistungsstand der Studierenden und/oder zu Kritik am Lehrerfolg der Fachwissenschaft führen. Im Ergebnis bedeutet dies oft, dass fachliche Hintergründe für didaktische Fragen nicht nutzbar gemacht werden; Studierende greifen dann stattdessen auf andere Bewältigungskonzepte zurück – etwa auf ihre Erinnerung an die Schulmathematik oder auf Ad-Hoc- Überlegungen.“ (Bauer und Partheil 2009: 88)

Aufbauend auf den eben genannten Ebenen und Problemen stellen Bauer und Partheil die These auf, dass die Verbindungen zwischen Schulmathematik und Hochschulmathematik sowie zwischen Fachdidaktik und Fachwissenschaft vom Großteil der Lehramtsstudierenden nicht selbstständig hergestellt werden können und daher „die hierfür notwendigen gedanklichen Prozesse geeignet initiiert werden“ (Bauer und Partheil 2009: 88) müssen. Während bereits Felix Klein (1908: 1) als auch Leufer und Prediger und Beutelspacher et.al. in ihren Werken dieselbe Meinung vertreten und wie Bauer und Partheil der Ansicht sind, dass diese These bereits Allgemeingut ist, entspricht sie Bauer und Partheils Einschätzung nach nicht der Mehrheitsmeinung der an der Lehramtsausbildung mitwirkenden Dozenten. Jedoch zielen alle Bemühungen, der zweiten Sprungstelle der doppelten Diskontinuität entgegenzuwirken darauf ab, die Fachdidaktik mit der Fachmathematik explizit zu verschränken. Dies wird deutlich in den Projekten von Leufer und Prediger (2007: 265-276) sowie Götz und Steinbauer (2013), die jeweils in bestehenden Lehrveranstaltungen die Verflechtung zwischen Fachdidaktik und Fachmathematik verdeutlichen.

Um die Trennung zwischen Fachdidaktik und Fachwissenschaft „in den Köpfen der Studierenden nach Möglichkeit gar nicht erst entstehen zu lassen“ (Bauer und Partheil 2009: 89), wurde ein Zwei-Schritte-Programm entwickelt.

„**Schritt 0**: Explizieren der Verbindungen durch die Dozenten in den fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Veranstaltungen.“ (Bauer und Partheil 2009: 89)

Dabei geht es auch um ein aufeinander Zugehen der beiden Bereiche Fachdidaktik und Fachwissenschaft auf personeller Ebene. Bauer, als Mathematiker, und Partheil, in seiner Funktion als Didaktiker und Lehrkraft, verfolgen diesen Schritt schon seit langem.

„Positive Effekte sind durchaus spürbar und durch Vorlesungsbefragungen bestätigt; so erweist sich in fachwissenschaftlichen Veranstaltungen das explizite Eingehen auf die schulische Relevanz der aktuell behandelten Inhalte und der Hinweis auf deren fachdidaktische Aspekte als sichtbar motivationsfördernd.“ (Bauer und Partheil 2009: 89)

Festzustellen ist allerdings, „dass dem so Erreichbaren Grenzen gesetzt sind.“ (Bauer und Partheil 2009: 89)

- „In fachwissenschaftlichen Veranstaltungen lässt sich die Bedeutung der fachlichen Inhalte für fachdidaktische Weiterarbeit oft nur andeuten oder in einer Fernperspektive in Aussicht stellen. Der Effekt als Brückenschlag und die motivationsfördernde sinnstiftende Wirkung bleiben dann begrenzt.
- In fachdidaktischen Veranstaltungen fällt das Anknüpfen an fachliche Hintergründe oft schwer, wenn diese in einem Modul vermittelt wurden, das Studierende bereits mehrere Semester zuvor abgeschlossen haben: Zum einen kann es sich als schwierig erweisen, solche Hintergründe zu reaktivieren, zum anderen scheinen innere Einstellungen über einen möglicherweise angenommenen ‚mangelnden Gebrauchswert‘ dieser Studienanteile dann bereits verfestigt und schwer korrigierbar. Diese verfestigte Haltung trägt auch zu einem verkürzten Verständnis von Fachdidaktik bei, das einseitig die methodische Seite betont und die notwendige Verflechtung von fachlich-inhaltlichen und unterrichtsmethodischen Überlegungen verkennt.“ (Bauer und Partheil 2009: 89)

Um die Verschränkung zwischen fachdidaktischen und fachmathematischen Veranstaltungen zu verstärken, schlagen Bauer und Partheil den nächsten, weiterreichenden Schritt vor:

*„**Schritt 1'**: Gleichzeitige Behandlung von fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Inhalten.“* (Bauer und Partheil 2009: 89)

Die oben erwähnte Neukonstruktion des Lehramtsstudiengangs im Fach Mathematik am Fachbereich Mathematik und Informatik der Philipps-Universität Marburg ermöglichte die Festschreibung der Schnittstellenmodule im Studienplan. Die geänderten gesetzlichen Vorgaben betreffen die Neugewichtung der Studienanteile und die Schnittstellenmodule. Von den 90 für das Lehramt Mathematik zur Verfügung stehenden ECTS-Punkten (Definition siehe Anhang A), entfallen 60 auf die fachwissenschaftliche und 30 auf die fachdidaktische Ausbildung. Laut Verordnung dürfen Module entweder nur aus Fachdidaktik oder nur aus Fachwissenschaft bestehen, oder aber sich aus diesen beiden zusammensetzen. An der Philipps-Universität Marburg wurden dann die Schnittstellenmodule eingeführt, die als Pflicht- und Wahlpflichtmodule abgehalten werden dürfen, „insbesondere mit dem Ziel der Verknüpfung fachlicher und berufspraktischer Kompetenzen.“ (Bauer und Partheil 2009: 90)

Konkret wurden die zwei Schnittstellenmodule Analysis und Elementare Stochastik in den Studienplan aufgenommen.

Zwei organisatorische Vorteile der Schnittstellenmodule von Bauer und Partheil sind, dass die Einführung ohne externe Finanzierungen auskommt, weil kaum mehr Ressourcen als zuvor benötigt werden und dass es sich nicht um ein einmalig durchgeführtes Projekt handelt, sondern um eine dauerhaft im Studienplan verankerte Reform. (vgl. Bauer und Partheil 2009: 90) In der Zielsetzung ist Bauer und Partheils Zugang dem von Beutelspacher et.al. in Gießen/Siegen verwandt (Mathematik Neu Denken), in der Realisierung hat er allerdings einen Bezug zu dem von Leufer und Prediger beschriebenen Projekt (Sinnstiftung und Brückenschläge in der Analysis als Bausteine zur Weiterentwicklung der fachinhaltlichen gymnasialen Lehrerausbildung).

An der Philipps-Universität Marburg wird das Schnittstellenmodul Analysis als Vorlesung für vier Studiengänge abgehalten: Diplom/Bachelor Mathematik, Diplom/Bachelor Wirtschaftsmathematik, Mathematik für das Lehramt an Gymnasien und Diplom/Bachelor Physik. (Bauer und Partheil 2009: 91)

Ergänzend dazu werden Übungen separat für Lehramtsstudierende angeboten. Diese Übungen bestehen zu gleichen Teilen aus Fachwissenschaft und Fachdidaktik, was sich auch in den separaten Klausuren widerspiegelt. Die Tutoren, welche die Übungen durchführen, werden von Dozenten ausgewählt und diese führen mit ihnen ausführliche wöchentliche Vor- und Nachbesprechungen über die Hintergründe und Ziele der gestellten Aufgaben. Das vollständige Programm für die fachdidaktischen Übungen steht bereits zu Semesterbeginn fest. (Bauer und Partheil 2009: 92)

Der fachdidaktische Teil der Übungen besteht aus 13 fachdidaktischen Aufgaben, die innerhalb einer Woche zu bearbeiten sind. Vier dieser Aufgaben und Kommentare dazu findet man bei Bauer und Partheil auf den Seiten 8-13. Im „Analysis-Arbeitsbuch“ von Bauer finden sich zu jedem Teilgebiet der Analysis (Funktionen, Folgen und Grenzwerte; Differenzierbare Funktionen; Monotonie und Extrema; Integration) zahlreiche Schnittstellenaufgaben inklusive kommentierter Lösungsansätze. Zur Veranschaulichung zitieren wir eine der Aufgaben mit Kommentar aus dem Artikel von Bauer und Partheil:

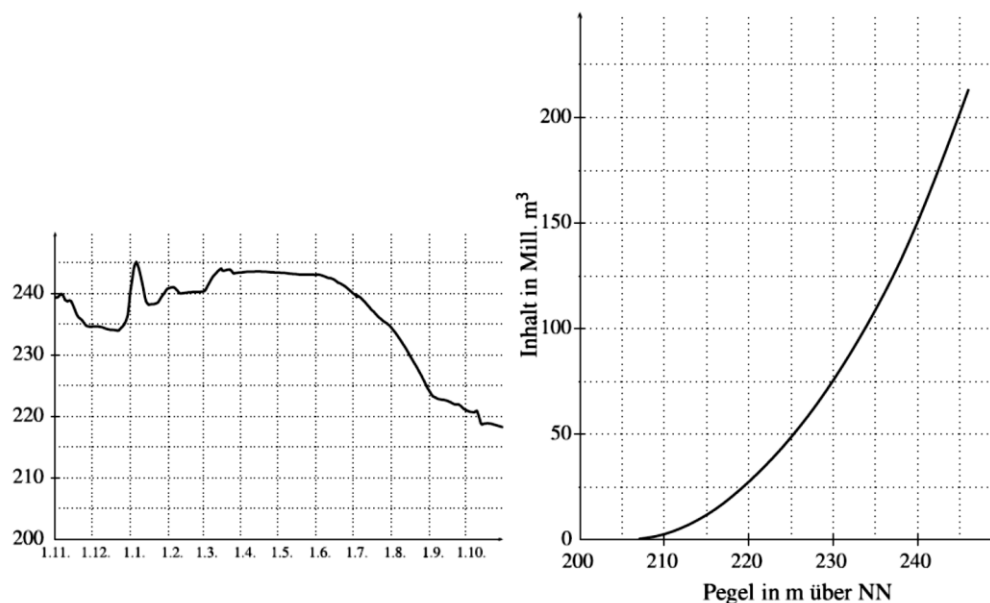
### **„Beispiel 3: Wasserstand im Edersee**

*Hintergrund:* Die Studierenden haben in der Vorlesung, ausgehend vom Tangentenproblem, den Differenzierbarkeitsbegriff und seine grundlegenden Eigenschaften kennengelernt. Die hierzu gestellte Aufgabe, die auf die Arbeit [12] von Gerber Bezug nimmt, vertieft insbesondere das Verständnis der Kettenregel und bringt ihre Bedeutung in einer Anwendungssituation in den Vordergrund.

*Aufgabenstellung:* Wir behandeln hier eine Aufgabe aus [12]

„Wieviel Wasser hat der Edersee am 15. August 2003 verloren?“

Hintergrund der Aufgabe ist, dass im Laufe des Jahres 2003 fast das gesamte Wasser der Edertalsperre abgelassen wurde. Den Schülern werden zur Lösung der Aufgabe die folgenden zwei Diagramme vorgelegt, die den Inhalt des Edersees abhängig vom Pegel bzw. den Pegel abhängig von der Zeit darstellen (Das linke Diagramm zeigt



**Abb.1** Diagramme als Vorgabe zur Edersee-Aufgabe. Links ist die Abhängigkeit des Pegels von der Zeit dargestellt und rechts die Abhängigkeit des Wasservolumens vom Pegel (Datenquelle: [www.edersee.de/wasserstand](http://www.edersee.de/wasserstand))

den Pegel der Edertalsperre in der Einheit Meter in der Zeit vom 1. November 2002 bis 31. Oktober 2003.): *[In der originalen Aufgabenstellung folgten hier die in Abb. 1 gezeigten Diagramme.]*

Lösen Sie die Aufgabe, d.h. bestimmen Sie einen Näherungswert für die gesuchte Wassermenge und stellen Sie heraus, dass mit der Aufgabe folgende Ziele anvisiert werden können:

- (a) Interpretation der Ableitung als lokale Änderungsrate bzw. Approximation von kleinen Änderungen durch die Ableitung
- (b) Veranschaulichung der Kettenregel

*Hinweis:* Die angegebenen (sowie aktuelle) Daten können Sie abrufen unter [www.edersee.de/wasserstand](http://www.edersee.de/wasserstand).

*Kommentar:* Die Aufgabe bietet eine schöne Gelegenheit, Grundvorstellungen zum Ableitungsbegriff (Tangentensteigung, lokale Änderungsrate) zu beleuchten. Wesentlich für die Lösung der Aufgabe ist gerade der Wechsel zwischen Grundvorstellungen: Man entnimmt dem Graphen die Ableitung als Tangentensteigung, um sie anschließend als lokale Änderungsrate weiterzuverwenden. Darüber hinaus wird die Kettenregel, die in der Vorlesung zunächst als Sicherung der Differenzierbarkeit bei der Komposition von Abbildungen und als

Rechenentlastung begriffen wurde, hier um eine inhaltliche Dimension erweitert. Exemplarisch zeigt die Aufgabe – an einem Beispiel, das für unsere Studierenden einiges Lokalkolorit hat – auch den Anwendungsaspekt der Analysis.“

(Bauer und Partheil 2009: 95-96)

Der fachdidaktische Teil der Übung setzt sich aus folgenden Teilen zusammen:

- „Jede Sitzung beginnt mit einem *Kurzvortrag*, in Zweierteams vorbereitet und durchgeführt, in dem der Gebrauch der mathematischen Fachsprache und das Präsentieren mathematischer Inhalte geübt werden sollen.
- Den Kern der fachdidaktischen Komponente bilden spezielle *fachdidaktische Aufgaben*, die 50% der für Diplom-/Bachelorstudierenden vorgesehen Aufgaben ersetzen. Diese Aufgaben sollen die Verzahnung von fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Aspekten der Analysis herstellen.“

(Bauer und Partheil 2009: 92)

Dem Schnittstellenmodul, welches den Fokus auf die fachlich-epistemologische Dimension der Fachdidaktik legt, sind immer noch Grenzen gesetzt, wie das ausführliche Studium fachdidaktischer Literatur, der lern- und kognitionspsychologischen Dimension und der unterrichtsmethodischen Dimension der Fachdidaktik. Daher soll das Schnittstellenmodul Analysis die fachdidaktische Veranstaltung „Didaktik der Analysis“ nicht ersetzen sondern nur den Übergang von der Fachvorlesung zur Didaktikvorlesung erleichtern. (Bauer und Partheil 2009: 92)

Die Beobachtungen von Bauer und Partheil aus dem Sommersemester 2006 sowie die Auswertung der eigens zu diesem Zweck an Studierende ausgegebenen Fragebögen ergaben, dass zwei Drittel der Studierenden das Konzept sehr positiv aufnahmen, sich jedoch ein Drittel der Studierenden bei einem Teil der Aufgaben überfordert fühlte. Bauer und Partheil vermuten als Ursachen für die Überforderung, die „noch fehlende fachliche Souveränität“ und die „noch nicht erfolgte Loslösung von der Schülerrolle“ (Bauer und Partheil 2009: 99). Diese Überforderung ist für Bauer und Partheil allerdings kein Grund an ihrem Konzept zu zweifeln, sondern ein Zeichen dafür, dass „die fachdidaktischen Aufgaben noch mehr auf die Situation von Studierenden, die sich am Anfang ihres Studiums befinden“ (Bauer und Partheil 2009: 99-100) angepasst werden müssen. Daran lässt sich sowohl die Ähnlichkeit, als auch der Unterschied zu Leufer und Predigers Projekt erkennen. Beide

Teams kreierten spezielle Schnittstellenaufgaben, die sie zu einem unterschiedlich hohen Ausmaß in die Übungen einbrachten. Während Bauer und Partheil ihre für Studierende sehr anspruchsvollen Schnittstellenaufgaben auf hohem fachlichen Niveau ansiedeln, ermöglichen Leufer und Prediger den Studierenden durch ihre praxisorientierten Aufgaben mit integrierten Unterrichtsmomenten die direkte Verbindung vom Hochschul- zum Schulniveau.

Am Ende des Artikels berichten Bauer und Partheil von ihrem Vorhaben, das Konzept der Schnittstellenmodule auch bei anderen Themengebieten anwenden zu wollen, da es bei der Analysis gute Erfolge erzielte, und auch abseits der Grundausbildung sinnvoll wäre. Einen Versuch starteten sie im Themengebiet Algebra, zu dem sie von Hefendehl-Hebeker inspiriert wurden. (Bauer und Partheil 2009: 100)

### 3.2.5. Grenzwert – quo vadis? Ein Pilotprojekt zur Analysis-Ausbildung von Lehramtsstudierenden im Unterrichtsfach Mathematik

---

Im Wintersemester 2012/13 haben Stefan Götz und Roland Steinbauer an der Universität Wien ein Pilotprojekt (Grenzwert – quo vadis? – Ein Pilotprojekt zur Analysis-Ausbildung von Lehramtsstudierenden im Unterrichtsfach Mathematik) im Hinblick auf den im Studienjahr 2013/14 neu zu erstellenden Studienplan durchgeführt. Angelehnt an die Analyse von Bauer und Partheil (siehe Kapitel 3.2.4) sollten Zusammenhänge zwischen Schul- und Hochschulmathematik explizit aufgezeigt und exemplarisch nutzbar gemacht werden.

„Das [...] Projekt stellt einen Versuch dar, die fachliche mit der fachdidaktischen Ausbildung im Lehramtsstudium Mathematik an der Universität Wien geeignet zu verzahnen, um so die vielfältigen Beziehungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik explizit aufzuzeigen und für die Studierenden nutzbar zu machen.“ ([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_2013-\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_2013-_gs_plain.pdf), 10. April 2016)

Sie stellten, in den eng gesteckten Grenzen des Studienplans, im Fach Analysis eine explizite Verbindung zwischen Fachdidaktik und Fachmathematik her. Dazu wurden die Vorlesungen „Schulmathematik 6 – Differential und Integralrechnung“ von Stefan Götz und „Analysis in einer Variable für LehramtskandidatInnen“ von Roland Steinbauer parallel im Wintersemester 2012/13 abgehalten.

Zudem nahm die Schulmathematikvorlesung direkt Bezug auf die Vorlesungen „Einführung in die Analysis“ und „Analysis in einer Variable für LehramtskandidatInnen“. Für die genauen curricularen Gegebenheiten siehe Anhang B. Außerdem hielten die Vortragenden der fachdidaktischen und fachmathematischen Vorlesungen wechselweise eine Übungsgruppe zur jeweils anderen Vorlesung, um den Studierenden so die personelle Zusammenarbeit und deren Vorteile besser zu veranschaulichen. ([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_2013_gs_plain.pdf), 10. April 2016)

„In der Analysis-Vorlesung wurden bewusst explizite Referenzpunkte gesetzt, die in der Schulmathematik aufgegriffen wurden. So konnten vielfach inhaltliche Zusammenhänge aufgezeigt werden, und die unterschiedlichen Zugänge der Hochschulanalysis einerseits und der Schuldifferential- und integralrechnung andererseits zusammengeführt werden. Auf diese Weise floss Sinnstiftung gezielt in die fachliche Grundausbildung von Lehramtsstudierenden ein. Insgesamt wurde so das Hintergrundwissen der Lehramtsstudierenden in dem in Rede stehenden Bereich geformt und fundiert, um ein möglichst lückenloses bzw. friktionsfreies Bild der zentralen Konzepte der elementaren Analysis (Folgen und Reihen, Stetigkeit reeller Funktionen, Ableitung einer Funktion, Integration) zu erreichen.“ ([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_2013_gs_plain.pdf), 10. April 2016)

„Themen- und zugangsabhängig tritt die Schulrelevanz in sehr unterschiedlichen Intensitäten auf.“ ([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_2013_gs_plain.pdf), 10. April 2016) So werden zum Beispiel Folgen in der Schule und an der Hochschule nahezu unverändert eingeführt. Bei den Winkelfunktionen etwa kann es allerdings zu Brüchen in den Grundvorstellungen der Studierenden kommen (vgl. Götz und Steinbauer 2013: 3), da sie auf sehr unterschiedliche Weise eingeführt werden: in der Schule meist am rechtwinkligen Dreieck, an der Hochschule oft über die komplexe Exponentialreihe. (vgl. [http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_2013_gs_plain.pdf), 10. April 2016)

„Diese Diversität ist Ausdruck der Sonderrolle, die die Analysis innerhalb der Schulmathematik spielt, und wird durch die folgenden drei **Spannungsfelder** charakterisiert [...].

1. **Anschauung – Strenge:** Das Alltagsdenken findet keine bruchlose Fortsetzung in der Analysis: Zum Beispiel garantiert erst die Vollständigkeit der reellen Zahlen die Gültigkeit des Nullstellensatzes. [...]
2. Ein weiteres Spannungsfeld besteht zwischen den **normativen Stoffbildern** der Lehrenden und den **individuellen Sinnkonstruktionen** der Lernenden, z.B. bei der Stetigkeit einer reellen Funktion:  $\varepsilon$ - $\delta$ -Definition versus der Graph hat keine Sprünge.
3. **Systematik – Heuristik:** Schließlich ist der Systematik eine gewisse Kollastigkeit inhärent, die oft auf Kosten der Heuristik geht und eine Sinnstiftung verhindert. Dann können Fragen wie „Was ist hier passiert?“ bei folgender Rechnungen auftreten.

$\int \sin 2x \, dx = \int \sin z \frac{1}{2} dz = -\frac{1}{2} \cos 2x + c$ , wenn  $2x$  durch  $z$  substituiert wird, bzw.

$$\int \sin 2x \, dx = \int 2 \sin x \cos x \, dx = \int 2z \cos x \frac{dz}{\cos x} = \sin^2 x + c',$$

wenn  $z = \sin x$  gesetzt wird (Götz et al. 2013a, S.54)“

([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_2013_gs_plain.pdf), 10.April 2016)

Diese drei Spannungsfelder werden im Kapitel 4 mittels Materialienanalyse näher erläutert und in ihrem Kontext wird die Wirksamkeit von Schnittstellen diskutiert.

Das Projekt von Stefan Götz und Roland Steinbauer knüpft an das fachdidaktische Konzept der Grundvorstellungen von Hofe (1995) an, welches ursprünglich für den schulischen Unterricht gedacht war. ([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_2013_gs_plain.pdf), 10.April 2016)

„Es geht dabei darum, welche Bilder, Vorstellungen, Implikationen etc. sollen in den Köpfen der Studierenden zu bestimmten Begriffen abgerufen werden. Dies zu entscheiden, setzt natürlich eine hohe fachliche Kompetenz der Lehrenden neben einer Verankerung im aktuellen fachdidaktischen Diskurs voraus. ([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_2013_gs_plain.pdf), 10.April 2016)

Die schriftlichen Rückmeldungen zum Pilotprojekt, die mittels Evaluationsbögen erhoben wurden, erstreckten sich von positiver Zustimmung bis zu Unverständnis:

„Bei einem Teil der Studierenden ist die intendierte Wirkung, nämlich die Analysis als ein einheitliches Ganzes zu erkennen, erreicht worden. Die explizite Darstellung der Schulrelevanz der Hochschulanalysis hat dazu den entscheidenden Beitrag geleistet. Allerdings konnte dieser Effekt nicht bei allen Studierenden erreicht werden, wie die Rückmeldungen auch zeigen. Hier muss noch viel an Bewusstseinsarbeit und Auseinandersetzung mit den Studierenden von Seiten der Lehrenden passieren, um das gegenseitige Verständnis zu erhöhen und eine Effizienzsteigerung der Linderungsbemühungen der doppelten Diskontinuität zu erreichen.“ ([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_2013_gs_plain.pdf), 10. April 2016)

Leufer und Prediger (2007: 265-276) schreiben als Fazit in ihrem Artikel „‘Vielleicht brauchen wir das ja doch in der Schule’ – Sinnstiftung und Brückenschläge in der Analysis als Bausteine zur Weiterentwicklung der fachinhaltlichen gymnasialen Lehrerbildung“ etwas, was dem Fazit von Götz und Steinbauer sehr ähnlich ist:

„Als Ergebnis der Intervention und der darauf folgenden Evaluation sehen wir einen klaren Handlungsbedarf und eine in Zukunft noch verstärkt fortzuführende Zusammenarbeit zwischen den fachinhaltlichen Veranstaltungen und der Fachdidaktik als ‚Brückendisziplin‘. Das Projekt war ein Musterbeispiel für eine solche instruktive und produktive Zusammenarbeit, um der Herausforderung einer ‚Verbindung zwischen fachinhaltlichem Wissen, pädagogischen Kontextwissen und schulpraktischen Handlungswissen‘ im Sinne Wolfgang Henns gemeinsam zu begegnen.“ (Leufer und Prediger 2007: 275)

Im nächsten Unterkapitel werden wir nun die Unterschiede und Gemeinsamkeiten der drei oben angeführten Projekte zu den Schnittstellen diskutieren.

### 3.2.6. Vergleich der drei Zugänge

---

Den drei Zugängen aus den Kapiteln 3.2.3-3.2.5 ist gemein, dass sie die zweite Sprungstelle der doppelten Diskontinuität durch Änderungen im Lehrbetrieb abmildern wollen. Ihr früherer Ansatz in den ersten beiden Analysis-Vorlesungen, also relativ zu Beginn des Studiums, mildert indirekt auch die erste Sprungstelle ab, da er schon früh einen Beitrag zu tieferem Verständnis und Sinnstiftung leistet.

Sowohl Leufer und Prediger als auch Bauer und Partheil kreierten eigene Aufgaben für Studierende ihrer Lehrveranstaltungen. Während Bauer und Partheil dabei vorwiegend in der Fachmathematik verankert blieben, stellten Leufer und Prediger, als DidaktikerInnen, einen stärkeren Bezug zur Schulpraxis her.

Die Umsetzung der Projekte erfordert auch personelle Verschränkungen, die sich in der Ausführung unterscheiden. Während Bauer als Mathematiker und Partheil als Didaktiker gemeinsam eine Lehrveranstaltung abhalten, also direkt verschränkt agieren, halten Götz und Steinbauer jeweils ihre Fachdidaktik- beziehungsweise Fachmathematikvorlesung ab und leiten je eine Übungsgruppe zur anderen Vorlesung. Anders bei Leufer und Prediger, die sich der Mitarbeit eines/r Fachmathematikers/in bedienen, um ihr Projekt durchzuführen.

Im Gegensatz zu Bauer und Partheil, die ein eigenständiges Schnittstellenmodul initiierten, beschränkten sich Leufer und Prediger darauf, die bestehenden Lehrveranstaltungen umzugestalten und Götz und Steinbauer darauf, eine Verbindung zwischen bestehenden Lehrveranstaltungen herzustellen.

Die Ansätze von Götz und Steinbauer sowie Bauer und Partheil wurden bereits ins Curriculum integriert. Während das gesamte Vorhaben von Bauer und Partheil im Curriculum zu finden ist, konnten nur Teile des Projekts von Götz und Steinbauer in den Studienplan aufgenommen werden. Die Gründe dafür liegen sowohl in den Vorgaben, als auch darin, dass Bauer und Partheil ihr Projekt direkt in der Neugestaltung des Curriculums pilotierten. Hingegen wird in Wien auf die Bereitschaft der Vortragenden gesetzt, um ein ähnliches Vorgehen wie im Projekt fortzuführen.

Alle drei Teams möchten ihre Ansätze thematisch ausweiten und weiter durchführen, beziehungsweise tun dies bereits.

Im Folgenden wird aufgezeigt, inwieweit das Projekt von Götz und Steinbauer in die Curriculumsänderung an der Universität Wien einfließt.

### 3.2.7. Curriculum Universität Wien

---

In diesem Unterkapitel werden die Unterschiede des alten Curriculums vom Studienplan 2006/07 (Diplomstudium Unterrichtsfach Mathematik) und der neuen Curricula vom Studienplan 2013/14 (Bachelorstudium Unterrichtsfach Mathematik) und vom Studienplan 2014/15 (Masterstudium Unterrichtsfach Mathematik) an der Universität Wien diskutiert, sowie ihre Studienziele miteinander verglichen. (Die Studienziele und eine Zusammenfassung der drei Studienpläne befinden sich im Anhang B.) Den Abschluss bildet ein Interview mit Stefan Götz, der an der Umstrukturierung der Curricula beteiligt war.

Mit der Einführung des Bachelor-Master-Studiums laut der Studienpläne 2013/14 und 2014/15 erfolgte die Einsetzung des ersten Bologna-konformen Lehrplans des Lehramtes Mathematik an der Universität Wien. Dazu findet sich im Anhang A eine Begriffsklärung der Universität Wien zum Bologna-Prozess und Europäischen Hochschulraum.

#### Vergleich der Studienpläne des Diplom-, Bachelor- und Masterstudiums

Im Bachelor-/Masterstudium wird im Gegensatz zum Diplomstudium (im vorherigen Studienplan) der Aufwand nicht in Semesterwochenstunden, sondern in ECTS-Punkten gemessen und angegeben. (Die Definition der ECTS-Punkte des studentpoint der Universität Wien ist im Anhang A zu finden.) Während diese ECTS-Punkte in anderen Studienfächern (sowohl Lehramt als auch Fachstudium) bereits als Kriterium dienen, wurden sie vor der Curriculumsänderung im Mathematiklehramtsstudium zwar angegeben, besaßen aber keine große Aussagekraft. Mit der Studienplanänderung wurde das neue ECTS-Bewertungsschema zum primären Maß des Aufwandes pro Lehrveranstaltung gemacht.

Auch wird durch das neue Bachelor- und Masterstudium das Lehramtsstudium auf den allgemeinen Standard angehoben. Zudem wird der veraltete Titel Magister/Magistra nun zum besseren internationalen Vergleich durch Bachelor und Master ersetzt, wie es auch schon in anderen Studienrichtungen erfolgt ist.

Ein weiterer Unterschied in der Ausbildung besteht in der neuen modularen Form. Im alten Curriculum wurde eher nach Fachdidaktik und Fachmathematik unterschieden, in den neuen Curricula werden die Lehrveranstaltungen nach Themen in Module unterteilt. Dieser Schritt könnte durchaus bei der Überwindung der doppelten Diskontinuität behilflich sein,

da die Verzahnung der Fachdidaktik mit der Fachmathematik, wie in vorherigen Kapiteln bereits erwähnt, dazu einen wichtigen Beitrag leistet.

Positiv zu erwähnen ist auch, dass sich jeweils ein empfohlener Pfad zur Absolvierung der Lehrveranstaltungen als Anhang der Mitteilungsblätter der neuen Curricula befindet.

### Vergleich der Studienziele des Diplom-, Bachelor- und Masterstudiums

Eine weitere Veränderung ist, meiner Beobachtung nach, in der Formulierung der Studienziele zu erkennen. Für den direkten Vergleich sind im Anhang B alle drei zitiert.

Während in den Studienzielen des Diplomstudiums vor allem die fachmathematische Kompetenz im Vordergrund steht, wird in den Studienzielen des Bachelor- und Masterstudiums auch die Fachdidaktik, die Schlupraxis und die Bildungswissenschaft betont. Zudem wird in den neuen Studienzielen auch die Vorbereitung auf die Unterrichtsplanung angeführt. Ein weiterer Unterschied ist in den Zielen des Bachelorstudiums zu erkennen, in denen die berufsbegleitende Fortbildung gefordert wird. Die Zweiteilung der Ausbildung ist sowohl im alten als auch in den neuen Zielen zu finden, doch ist sie im neuen System in zwei Curricula gespalten und der zweite Teil der Ausbildung kann berufsbegleitend absolviert werden. In die Studienziele des Masterstudiums wird außerdem die Betreuung der vorwissenschaftlichen Arbeiten der SchülerInnen aufgenommen. Derartige Arbeiten gab es zwar auch schon als das Diplomstudium noch aktiv war, doch war es kein Ziel des Studiums, auf die Begleitung vorzubereiten. Diese Arbeiten wurden durch die kürzlich eingeführte standardisierte Reife- und Diplomprüfung in ihrer Bedeutung aufgewertet.

Die Verknüpfung des mathematischen Fachwissens mit dem Schulstoff der Sekundarstufe und deren Umsetzung im Unterricht werden in den Studienzielen des Bachelorstudiums nun eindeutig formuliert. Dabei wird der Terminus „Brücke“ zwischen der Fachdidaktik und der Fachmathematik (für die Schulmathematikvorlesungen) in den Zielen erstmalig verankert.

### Interview mit Stefan Götz zur Umstrukturierung der Curricula

Stefan Götz, der zusammen mit Roland Steinbauer das Projekt „Grenzwert quo vadis? – Ein Pilotprojekt zur Analysis-Ausbildung von Lehramtsstudierenden im Unterrichtsfach Mathematik“ im Studienjahr 2012/13 durchgeführt hat, arbeitete an der Entwicklung der neuen Studienpläne 2013/14 und 2014/15 beratend mit.

Aufgrund eines Interviews mit Stefan Götz und einer Analyse der Studienpläne können folgende Aussagen getroffen werden:

Eine grundlegende Idee bei der Erstellung der neuen Studienpläne war die verstärkte Kopplung der Fachdidaktik mit der Fachmathematik. In der Umsetzung folgte jeder Fachvorlesung eines Gebietes eine Schulmathematikvorlesung, in möglichst aufeinanderfolgenden Semestern. Diese Vorgabe konnte bei den Gebieten Analysis, Stochastik und Geometrie umgesetzt werden. Bevorzugter Weise sollten sich dabei die Vortragenden der Schulmathematikvorlesungen mit den Vortragenden der Fachvorlesungen absprechen. Im Idealfall, wie im Pilotprojekt von Stefan Götz und Roland Steinbauer durchgeführt, würden die Vortragenden der Fachvorlesung und der Schulmathematikvorlesung verschränkt agieren und jeweils mindestens eine Übungsgruppe der anderen Vorlesung abhalten. Da dies organisatorische Herausforderungen mit sich bringt, wird diese Verschränkung nicht explizit von den Vortragenden verlangt, Stefan Götz ist allerdings dazu entschlossen, freiwillig damit fortzufahren. Über explizite Schnittstellenmodule, wie sie von Thomas Bauer in seinem „Analysis-Arbeitsbuch“ vorgeschlagen werden, wurde, unter anderem aus organisatorischen Gründen, gar nicht diskutiert. Zudem werden die Schulmathematikvorlesungen ohnehin als Schnittstellenmodule zur Überwindung der zweiten Sprungstelle der doppelten Diskontinuität betrachtet. Die Vorlesung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ wurde als Brückenschlag zur Überwindung der ersten Sprungstelle der doppelten Diskontinuität beibehalten. Bei der Umstrukturierung des Curriculums waren dem Entscheidungsspielraum des Komitees durch die Anzahl der zur Verfügung stehenden ECTS-Punkte Grenzen gesetzt. Abschließend bekundete Götz auf Nachfrage seine Zufriedenheit mit dem neuen Curriculum.

## 4. Materialanalyse zur Analysis

---

In diesem Abschnitt analysieren wir exemplarisch einige Themen und Materialien zur Analysis, um die Gegensätze zwischen schul- und hochschulmathematischer Darstellung in diesem Bereich und die Wirksamkeit von Schnittstellen darauf zu untersuchen.

### 4.1. Spannungsfelder

---

Wir folgen hier dem Ansatz von Götz (Götz 2013), der drei sogenannte Spannungsfelder zwischen schul- und hochschulmathematischer Darstellung identifiziert.

„Themen- und zugangsabhängig tritt die Schulrelevanz in sehr unterschiedlichen Intensitäten auf. [...] Diese Diversität ist Ausdruck der Sonderrolle, die die Analysis innerhalb der Schulmathematik spielt, und wird durch die folgenden drei **Spannungsfelder** charakterisiert [...]“ ([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD\\_2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD_2013_gs_plain.pdf), 10. April 2016)

- „Anschauung – Strenge: Das Alltagsdenken findet keine bruchlose Fortsetzung in der Analysis“
- „Spannungsfeld zwischen normativen Stoffbildern der Lehrenden und individuellen Sinnkonstruktionen der Lernenden“
- „Systematik – Heuristik: Schließlich ist der Systematik eine gewisse Kalküllosigkeit inhärent, die auf Kosten der Heuristik geht und eine Sinnstiftung verhindert“

([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente-/Lehrpreis\\_AD\\_2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente-/Lehrpreis_AD_2013_gs_plain.pdf), 10. April 2016)

Im Folgenden werden diese drei Spannungsfelder anhand von Schulbuchauszügen veranschaulicht und analysiert. In diesem Zusammenhang werden wir auch aufzeigen, wie einige der oben beschriebenen Brückenschläge und Schnittstellen Möglichkeiten bieten, diese Spannungsfelder zu mildern.

#### 4.1.1. Anschauung – Strenge

---

Dieses Spannungsfeld findet man, laut Götz, zum Beispiel bei der Betrachtung des Nullstellensatzes, der einen Spezialfall des Zwischenwertsatzes darstellt. Die „Vollständigkeit von  $\mathbb{R}$  wird im Unterricht nicht thematisiert, aber Sätze, die darauf basieren verwendet.“ (Götz WS 2012/13: 1)

Im Schulbuch Mathematik 6 wird einleitend zum Zwischenwertsatz darauf hingewiesen, dass dieser und die Stetigkeit bereits seit der Einführung der Funktionen unbewusst angewandt wurden, wenn bei Funktionsgraphen die einzelnen Punkte verbunden wurden.

„Wir haben (ohne das Problem überhaupt erkannt zu haben) stillschweigend *vorausgesetzt*, dass keine Sprünge auftreten, was wohl bedeutet, dass zwischen zwei Punkten  $A(a|f(a))$  und  $B(b|f(b))$  *jeder dazwischenliegende Funktionswert mindestens* einmal angenommen wird.“ (Götz et.al. 2010: 257)

Anschließend werden im Schulbuch der Zwischenwert- und der Nullstellensatz angeführt:

„**Zwischenwertsatz:** Ist  $f$  eine auf einem abgeschlossenen Intervall  $[a; b]$  stetige Funktion, und gilt  $f(a) \neq f(b)$ , so nimmt  $f$  jeden Wert zwischen  $f(a)$  und  $f(b)$  mindestens einmal an.“ (Götz et.al. 2010: 257)

„**Nullstellensatz:** Ist  $f$  eine auf einem abgeschlossenen Intervall  $[a; b]$  stetige Funktion und haben  $f(a)$  und  $f(b)$  verschiedene Vorzeichen, so hat  $f$  in  $[a; b]$  mindestens eine Nullstelle.“ (Götz et.al. 2010: 257)

In dieser schulmathematischen Darstellung bleibt der mathematisch zentrale Sachverhalt unerwähnt: Notwendige Voraussetzung für die Gültigkeit der beiden Sätze ist die Vollständigkeit der reellen Zahlen. Tatsächlich sind diese Sätze auf der Menge der rationalen Zahlen  $\mathbb{Q}$  falsch:  $\mathbb{Q}$  als nicht vollständiger Körper besitzt „Lücken“ in die Nullstellen stetiger Funktionen „fallen können“. Es folgt ein exemplarisches Beispiel dafür:

Betrachtet man nämlich die stetige Funktion  $f: [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2$ , so hat sie dank des Nullstellensatzes auf dem Intervall  $[0; 2]$  mit  $f(0) = -2 < 0$  und  $f(2) = 2 > 0$  eine Nullstelle  $x_0$  in  $\mathbb{R}$ . Tatsächlich ist diese eindeutig und lässt sich leicht rechnerisch zu  $x_0 = \sqrt{2}$  ermitteln.

Daher besitzt  $f$  keine rationale Nullstelle, da  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ . Folglich ist der Nullstellensatz auf  $\mathbb{Q}$  falsch. Genauer besitzt  $f: D = \{x \in \mathbb{Q} | 0 \leq x \leq 2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2$  keine Nullstelle.

Im Schulbuch „Mathematik 6“ ist weder dieses für das spätere Verständnis des Nullstellensatzes erforderliche Demonstrationsbeispiel zu finden, noch zeigt es die Notwendigkeit der Vollständigkeit von  $\mathbb{R}$  oder erwähnt die Beschränktheit des Nullstellensatzes auf die reellen Zahlen. Dieses Fehlen erschwert zwar den SchülerInnen nicht das Verständnis des Schulstoffes, beeinträchtigt jedoch die StudentInnen bei der Erreichung des mathematischen Grundwissens für die Analysis-Vorlesung.

Im Rahmen jeder Analysis-Ausbildung auf universitärem Niveau wird selbstverständlich die Vollständigkeit der reellen Zahlen ausführlich behandelt. Meist geschieht dies im konstruktiven Aufbau beziehungsweise der exakten Definition der Zahlenmengen. Tatsächlich tritt der anschauliche Aspekt der Vollständigkeit von  $\mathbb{R}$  in dieser oft technisch aufwendigen Darstellung zu sehr in den Hintergrund. Erst ein expliziter Hinweis auf das Fehlen von Nullstellen im obigen Sinne von stetigen Funktionen auf  $\mathbb{Q}$  ermöglicht Studierenden den Sinnzusammenhang zu konstruieren. Dies ist eine Aufgabe der Brückenschläge, wie sie in den Kapiteln 3.1.3 und 3.1.4 beschrieben werden sowie der Schnittstellen wie zum Beispiel in Kapitel 3.2.5 gezeigt wird.

#### 4.1.2. Normative Stoffbilder – individuelle Sinnkonstruktionen

---

Wir analysieren dieses Spannungsfeld am Themengebiet Grenzwert. Dazu werden wir die wesentlichen Punkte aus dem Schulbuch Mathematik 6 von Götz et.al. (2010: 131-135) veranschaulichen und einige Schnittstellen aufzeigen, die dieses Spannungsfeld mildern sollen.

Im Schulbuch Mathematik 6 werden zu Beginn des Kapitels die Graphen der drei Folgen  $\langle \frac{1}{n} \rangle, \langle -\frac{1}{n} \rangle, \langle (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n} \rangle$  bis  $n=6$  dargestellt und die SchülerInnen dazu aufgefordert, Vermutungen zur weiteren Entwicklung der Folgen anzustellen. Direkt darunter wird eine mögliche Vermutung angegeben:

„Mit wachsendem  $n \rightarrow \infty$  nähern sich die Folgenglieder  $x_n$  offenbar immer mehr der Zahl 0, ohne sie je zu erreichen. Man hat für dieses Verhalten einer Folge verschiedene Sprechweisen:

die Folge  $\langle x_n \rangle$  besitzt den **Grenzwert (Limes)** 0:  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$  oder  $\langle x_n \rangle \rightarrow 0$ ,  
 oder  
 die Folge  $\langle x_n \rangle$  ist eine **Nullfolge**, oder  
 die Folge  $\langle x_n \rangle$  **konvergiert** (strebt) gegen 0.“ (Götz et.al. 2010: 131)

Darauf folgen der Satz der monotonen Konvergenz und die Erklärung der Begriffe konvergent, divergent und bestimmt divergent aus den bereits bekannten Begriffen Supremum und Infimum, ohne dass jedoch der Begriff Konvergenz zuvor formal korrekt definiert und die zu Beginn begangene Fehlvorstellung richtiggestellt wurde. Dabei wird das Problem aufgeworfen, dass die Existenz des Grenzwertes noch nicht erwiesen ist und durch die Monotonie und Schranken noch nicht zwingend ein passender Kandidat gefunden wurde. Das Schulbuch wirft daher die Vermutung auf, dass die Betrachtung des Annäherungsprozesses von großer Bedeutung ist. Über die Beschäftigung mit der Annäherung tastet sich das Schulbuch an die formale Definition des Grenzwertes heran:

„ $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0: n > n_0 \Rightarrow |x_n - a| < \varepsilon$ “ (Götz et.al. 2010: 132)

Und über diese weiter zur in diesem Buch offiziellen Definition über die  $\varepsilon$ -Umgebung:

„Das Intervall  $]a - \varepsilon; a + \varepsilon[$  heißt eine  **$\varepsilon$ -Umgebung von a**. Wir schreiben:  
 $]a - \varepsilon; a + \varepsilon[ = \{x | a - \varepsilon < x < a + \varepsilon\} = \{x | |x - a| < \varepsilon\} = U_\varepsilon(a)$ “  
 (Götz et.al. 2010: 132)

Darauf folgt eine ausformulierte Definition, zur besseren Verständlichkeit:

„Eine Zahl a heißt **Grenzwert** einer Folge, wenn in *jeder* (auch noch so kleinen)  $\varepsilon$ -Umgebung von a *fast alle* (dh. alle bis auf *endlich* viele) Glieder der Folge liegen.

Folgen, für die eine solche Zahl a existiert, heißen **konvergent**.

Ist insbesondere  $a = 0$ , so heißt die Folge **Nullfolge**.

Folgen, für die a den „Wert“  $+\infty$  oder  $-\infty$  hat, heißen **bestimmt divergent**.

Existiert überhaupt kein solches a, so heißt die Folge **divergent**.“

(Götz et.al. 2010: 132)

Danach wird zur Verdeutlichung der Grenzwertdefinition der Unterschied zum Häufungswert anhand eines Beispiels veranschaulicht und der Häufungswert definiert.

Ein Absatz des Kapitels beschreibt die Rolle der Vollständigkeit von  $\mathbb{R}$  für die Existenz von Grenzwerten. Durch die fehlende Vollständigkeit sind die anderen bisher schulbekannten Zahlenmengen ( $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ ) für Grenzwertüberlegungen zu „klein“ (vgl. Götz et.al. 2010: 135). Ebenso verliert die  $\varepsilon$ -Umgebung und der Häufungswert in  $\mathbb{Z}$  und  $\mathbb{N}$  jegliche Bedeutung. Da  $\mathbb{Q}$  Lücken besitzt, ist die Existenz von Grenzwerten (selbst von Cauchy-Folgen) nicht gewährleistet. Durch die Vollständigkeit von  $\mathbb{R}$  ist diese Problematik allerdings beseitigt. (Götz et.al. 2010: 135)

### Analyse

Schon bei der Einführung in das Thema wird den SchülerInnen folgendes suggeriert:

„Mit wachsendem  $n \rightarrow \infty$  nähern sich die Folgenglieder  $x_n$  offenbar immer mehr der Zahl 0, ohne sie je zu erreichen.“ (Götz et.al. 2010: 131)

Durch die direkt nachfolgenden Sprechweisen wird diese Suggestion noch weiter verstärkt. Somit entsteht bereits am Anfang dieses Kapitels in den Köpfen der SchülerInnen ein unvollständiges Bild, welches sich festsetzt, da verabsäumt wird, diese inexakte Vorstellung sofort richtig zu stellen.

Das Problem bei dieser Einführung ist, dass die Sprechweisen unmittelbar von der oben dargestellten Vermutung unkommentiert abgeleitet werden. Hierbei müsste darauf hingewiesen werden, dass die Vermutung unvollständig ist, sich also nicht gänzlich mit der Definition des Grenzwertes deckt. Es werden die trivialerweise konvergenten (schließlich) konstanten Folgen ausgeschlossen, die den Grenzwert sehr wohl erreichen. Da die Definition recht anspruchsvoll ist und daher für SchülerInnen nicht leicht verständlich, können sie, nur anhand der Definition, nicht selbständig erkennen, dass der Grenzwert durchaus von den Folgegliedern erreicht werden kann. Dieser Fall der konvergenten (schließlich) konstanten Folge und die Aufklärung dieses Missverständnisses werden im Schulbuch Mathematik 6 nicht direkt angesprochen, sondern lediglich vorausgesetzt und in Anschauungsbeispielen zu anderen Sachverhalten verwendet, sowie in einem einzigen möglichen Übungsbeispiel thematisiert, in dem die SchülerInnen beweisen sollen, dass die konstante Folge  $\langle a, a, a, a, \dots \rangle$  gegen den Grenzwert  $a$  konvergiert. Daher ist fraglich, ob den SchülerInnen dieser Sachverhalt nach Abschluss des Kapitels ausreichend vermittelt wurde.

Abgesehen von dem soeben ausführlich erwähnten Kritikpunkt ist das Buch auf hohem fachlichen Niveau, wie unter anderem der Absatz über die Vollständigkeit von  $\mathbb{R}$  zeigt. Die

umfassenden Erklärungen vor, nach und in jedem Kapitel sind interessant und leicht verständlich. Zu hinterfragen ist allerdings, inwieweit das ganze Ausmaß des Schulbuches den SchülerInnen vermittelt wird oder werden kann.

### Schnittstellen

Als Schnittstelle werden wir hier das bereits im Kapitel 3.2.3 angeführte Unterrichtsmoment von Prediger und eine Aufgabe aus der begleitenden Übung zur Vorlesung „Einführung in die Analysis“ von Steinbauer verwenden, um die Aspekte aufzuzeigen, die zur Linderung des Spannungsfeldes zwischen normativen Stoffbildern der Lehrenden und individuellen Sinnkonstruktion der Lernenden beitragen sollen.

#### Kasten 2 (Analysis 1, Grenzwerte von Folgen)

##### *Charakterisierungen des Grenzwertes*

Paul (Leistungskurs 11) sagt: „Ein Grenzwert einer Folge ist die Zahl, in deren beliebig kleiner Nähe unendlich viele Folgenglieder liegen.“

- a.) Formalisieren Sie Pauls Charakterisierung in der Epsilon- Sprache.  
Wo ganz genau liegt sein Fehler?
- b.) Finden Sie Gegenbeispiele von Folgen, um ihn zu überzeugen.
- c.) Reflexion: Inwiefern hilft Ihnen die Epsilon- Sprache zur Klärung des Sachverhalts, obwohl Sie sie Paul gegenüber nicht benutzen können?

(Abbildung: Prediger 2013: 158)

##### 8 *Verbale Umformulierungen der Grenzwertdefinition.*

Diskutiere welche der folgenden Umformulierungen der Grenzwertdefinition für eine reelle Folge zutreffend sind. Begründe oder gib ein Gegenbeispiel!

Eine Folge  $x_n$  konvergiert gegen  $x$ , falls

- (a) sie sich  $x$  immer mehr annähert.
- (b) sie sich  $x$  immer mehr annähert, ohne  $x$  je zu erreichen.
- (c) sie  $x$  schließlich beliebig nahe kommt.
- (d) in einer  $\varepsilon$ -Umgebung von  $x$  alle Folgenglieder  $x_n$  liegen.
- (e) in jeder  $\varepsilon$ -Umgebung von  $x$  unendlich viele Folgenglieder  $x_n$  liegen.
- (f) in einer  $\varepsilon$ -Umgebung von  $x$  alle bis auf endlich viele Folgenglieder  $x_n$  liegen.
- (g) in jeder  $\varepsilon$ -Umgebung von  $x$  alle bis auf endlich viele Folgenglieder  $x_n$  liegen.

(Abbildung: <http://www.mat.univie.ac.at/~stein/lehre/SoSem12/blatt2.pdf>,  
22. März 2016)

Für Beispiele wie diese ist eine intensive Vertiefung mit der Vorlesung und den in ihr vorkommenden Begriffen notwendig, was zu einem tieferen Verständnis von Grenzwert und Häufungswert, sowie deren Eigenschaften führt. Daher sind sie ein geeignetes Mittel, um

sowohl der ersten als auch der zweiten Sprungstelle der doppelten Diskontinuität entgegenzuwirken.

Da besonders für SchülerInnen die formale Definition schwer verständlich ist, müssen sich zukünftige Lehrkräfte früh antrainieren, sich mathematisch korrekt, jedoch weniger formal auszudrücken, um die richtigen Bilder in den Köpfen der SchülerInnen entstehen zu lassen und damit Fehlvorstellungen möglichst zu vermeiden. Das kann zum Beispiel durch die intensive Auseinandersetzung mit der sprachlichen Ausformulierung des Grenzwertbegriffs ermöglicht werden.

Durch die Aufforderung die Antwort zu begründen oder ein Gegenbeispiel anzugeben wird gefördert, dass nicht geraten wird, sondern sich Studierende mit Fehlvorstellungen auseinander setzen. Diese Fähigkeit zu argumentieren ist sowohl im Studium erforderlich, als auch im späteren Beruf, wo ihre Anwendung dazu dienen soll das Verständnis der SchülerInnen zu fördern.

Teil c) des Unterrichtsmoments von Prediger fordert die Überlegung, wie das in der Vorlesung Gelernte direkt helfen kann, um auf SchülerInnenfragen oder –aussagen einzugehen, ohne direkt den gehobenen Schwierigkeitsgrad der Hochschule anzuwenden.

Während Steinbauers Übungsaufgabe den Studierenden dazu dient den Begriff Grenzwert ganzheitlich zu erfassen, erfordert Predigers Unterrichtsmoment dieses Wissen in einer konkreten Situation.

#### 4.1.3. Systematik – Heuristik

---

Ein Aspekt dieses Spannungsfeldes ist, dass die Kalkülastigkeit der Sinnstiftung im Wege steht. Schon Borneleit et.al. (<http://didaktik1.mathematik.hu-berlin.de/files/expertise-mus2.pdf>, 22. April 2016) warfen in ihrer „Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe“ die Problematik auf, dass die zweite der drei Grunderfahrungen von Winter (1995: 1) der ersten und dritten Grunderfahrung vorgezogen wird, was bereits in den Kapiteln 2.2.1 und 3.1.5 ausführlich besprochen wurde.

Dieses Spannungsfeld werden wir am Beispiel der Differentiation verdeutlichen.

Nach der Einführung des Themas über die Tangentensteigung und die Momentangeschwindigkeit richtet sich der Fokus des Schulbuches „Mathematik 7“ (Götz et.al. 2011: 44-82) rasch auf das Einüben des Kalküls, wie das folgende Beispiel zeigt.

„Beispiel 234:

Stelle  $y = f(x)$  [...] in Polynomfunktion dar und bilde die Ableitungsfunktion!

a)  $y = (2x - 3) \cdot (3x + 2)$

c)  $y = (x^2 - 3x) \cdot (2x^2 + x - 3)$

b)  $y = (4x + 1) \cdot (3x - 5)$

d)  $y = (x^2 + 2x + 4) \cdot (3x^2 - 4)$

(Götz et.al. 2011: 68)

Einen Großteil der zu bearbeitenden Aufgaben stellen Beispiele wie Nr.234 dar, in denen die Anwendung der zuvor eingeführten Ableitungsregeln zu üben ist. Kalkülbehaftete Beispiele dieser Art sollen die Ableitungsregeln festigen, um diese in der nachfolgenden Kurvendiskussion anwenden zu können. Bei der langfristigen Bearbeitung von Aufgaben wie Nr.234 geht den SchülerInnen allerdings oft die zuvor erlernte Bedeutung der Ableitung verloren, die Sinnstiftung leidet hierbei also unter der Kalküllastigkeit. Es liegt in der Verantwortung der Lehrkraft, den SchülerInnen die Bedeutung der Differentiation wiederkehrend in Erinnerung zu rufen.

Als mögliche Schnittstelle lässt sich diese Schnittstellenaufgabe von Bauer (2013: 54) einsetzen, um das kalkülbehaftete Ableiten zu hinterfragen und ihm so wieder Sinnstiftung zu verleihen.

#### „Ableitung als Tangentensteigung: Vorstellungen und Fehlvorstellungen

*Was sollten Sie schon kennen?*

Den Ableitungsbegriff und die Grundvorstellung der Ableitung als Tangentensteigung.

*Was lernen Sie hier?*

Sie schärfen Ihre Vorstellungen zur Interpretation der Ableitung mittels Sekanten und Tangenten.

## Aufgabe

Welche der folgenden Vorstellungen zum Ableitungsbegriff sind zutreffend, bei welchen handelt es sich um Fehlvorstellungen? Erläutern Sie jeweils, warum die Vorstellung zutreffend ist bzw. worin die Fehlvorstellung besteht.

- a) Die Ableitung  $f'(a)$  einer differenzierbaren Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  in einem Punkt  $a \in \mathbb{R}$  gibt die Steigung der Tangente an den Graphen von  $f$  im Punkt  $(a, f(a))$  an.
- b) Es sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Für Punkte  $a \neq b$  aus  $\mathbb{R}$  bezeichne  $S_{f,a,b}$  die Gerade in  $\mathbb{R}^2$ , die durch die Punkte  $(a, f(a))$  und  $(b, f(b))$  geht (Sekante). Die Funktion  $f$  ist genau dann differenzierbar in  $a$ , wenn sich für jede Folge  $(a_n)$ , die gegen  $a$  konvergiert, die Folge der Sekante  $S_{f,a,a_n}$  einer Grenzgerade annähert, die endliche Steigung hat (d.h. nicht parallel zur  $y$ -Achse ist.) Ist dies der Fall, so nennen wir diese Gerade die Tangente an  $f$  in  $a$ .
- c) Es sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine differenzierbare Funktion. Dann schneidet die Tangente an  $f$  in  $a$  den Graphen von  $f$  nur im Punkt  $(a, f(a))$ .
- d) Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei auf  $\mathbb{R} \setminus \{a\}$  differenzierbar. Die Tangente an  $f$  in  $x$  werde mit  $t_x$  bezeichnet. Es ist  $f$  genau dann in  $a \in \mathbb{R}$  differenzierbar, wenn sich  $t_x$  für  $x \rightarrow a$  einer Grenzgerade annähert.“ (Bauer 2013: 54)

## Analyse

Diese Schnittstellenaufgabe benötigt mehr Können und Wissen als SchülerInnen im Schnitt aufweisen, ist also für (Lehramts-) Studierende konzipiert und beschäftigt sich eindeutig mit dem Schulstoff, jedoch auf einem höheren Niveau.

Die Bearbeitung dieser Aufgabe erfordert viel Reflexion, denn es wird sowohl nach der Richtigkeit oder Falschheit der Aussagen, als auch nach der Begründung dafür gefragt. Überlegungen wie diese sind im späteren Unterrichtsalltag notwendig, um auf SchülerInnenfragen angemessen reagieren zu können. Auch die Auseinandersetzung mit Fehlvorstellungen, wie sie in dieser Aufgabe passieren, ist für den Schulalltag relevant. Somit sind derartige Aufgaben eine Hilfe bei der Überwindung der zweiten Sprungstelle der doppelten Diskontinuität.

Doch nicht nur für den Beruf, sondern auch für das Studium sind Schnittstellenaufgaben wie diese sinnvoll, da ein tieferes Verständnis und die Fähigkeit zur eingehenden Reflexion

daraus hervorgehen. Durch das Anwenden des neu erlernten Fachwissens auf bereits bekannte Themen, Probleme und Fragen aus der Schulzeit, wird eine Verknüpfung zwischen Schul- und Universitätsstoff hergestellt, und somit das Verständnis gefördert. Dies hilft bei der Überwindung der ersten Sprungstelle der doppelten Diskontinuität.

# Zusammenfassung

---

Die doppelte Diskontinuität erschwert den Studierenden des Unterrichtsfaches Mathematik schon seit jeher sowohl den Studien- als auch den Berufseinstieg.

StudienanfängerInnen des Lehramtes Mathematik sowie Vortragende der Universitäten haben unterschiedliche Erwartungen an die Ausbildung, die Großteils nicht erfüllt werden. Während Studierende erwarten, dass das Studium von der Schulausbildung und dessen Aufbau nicht stark abweicht, haben Vortragende ein falsches Bild vom tatsächlichen Wissensstand der StudienanfängerInnen nach dem Schulabschluss. Unter dem starken Bruch der Schulmathematik zur Hochschulmathematik und deren oftmals fehlenden Verbindungen leidet die Sinnstiftung in der Ausbildung und damit die Motivation der Studierenden, wie eine an der Universität Wien durchgeführte Studie zeigt. Hohe stoffliche Anforderungen und großer zeitlicher Aufwand des Studiums zweier Lehramtsfächer und der Pädagogik, sowie eine oft auftretende abwertende Einstellung der Lehrenden und der Fachstudierenden den Lehramtsstudierenden gegenüber führen zu starkem Druck und Selbstzweifeln.

Projekte, wie die Einführung der Studieneingangsphase an der Universität Wien ab 2001 und der adaptierte Einstieg in die Analysis an der TU Darmstadt 2010/11 von Kümmerer, dienen der sanften Einführung der Studierenden in die Welt der Hochschulmathematik. Am Beispiel des Aufbaus der Zahlen wird aufgezeigt, wie die mathematische Sprache angewandt wird und wie die höhere Mathematik „funktioniert“. Demonstrationsaufgaben, wie sie im Projekt „Mathematik besser verstehen“ von 2009 bis 2012 an der Universität Duisburg-Essen erprobt wurden, sollen Studierenden aufzeigen, wie sie effizient an neue mathematische Probleme herangehen, die in ihrem weiteren Studium immer wieder auftreten werden. Hinsichtlich der ersten Sprungstelle der doppelten Diskontinuität wurde auch die standardisierte Reife- und Diplomprüfung auf ihre Stärken und Schwächen untersucht.

In den drei gewählten Zugängen zu den Schnittstellen gehen Leufer und Prediger, Bauer und Partheil sowie Götz und Steinbauer die Lösung des Problems der zweiten Sprungstelle auf verschiedenen Wegen an. Während Leufer und Prediger spezielle Unterrichtsmomente für die die Fachvorlesung begleitenden Übungen erarbeiteten, verschränkten Götz und Steinbauer die von ihnen gehaltenen Fach- und Fachdidaktikvorlesungen sowie die begleitenden Übungen. Bauer und Partheil hingegen entwickelten eine eigene Lehrveranstaltung

als Schnittstelle. Allen gemein ist jedoch der Versuch die Fachdidaktik mit der Fachmathematik zu verschränken, die Theorie vertieft zu verstehen und den Transfer des Hochschulwissens in den späteren Unterricht zu gewährleisten. Die Einflechtung des Projekts von Götz und Steinbauer in die Curriculumsänderung an der Universität Wien stellt einen weiteren Versuch der Überwindung der zweiten Sprungstelle der doppelten Diskontinuität dar.

Die Materialienanalyse anhand der drei Spannungsfelder der Analysis zeigt auf, dass die Schulbücher durchaus das Potenzial bieten, SchülerInnen an die höhere Mathematik heranzuführen. Schnittstellenaufgaben wie die von Leufer und Prediger, Bauer und Partheil sowie Götz und Steinbauer ermöglichen, die notwendigen Lücken zwischen Schul- und Hochschulmathematik zu schließen.

Die gezielte Anwendung von Brückenschlägen und Schnittstellen bietet die Voraussetzung, Motivation und Sinnstiftung beim Studieneintritt zu heben und nachhaltigen Wissenstransfer zu gewährleisten.

# Literaturverzeichnis

---

## Literatur

---

- Ableitinger, Christoph. (2013). Demonstrationsaufgaben im Projekt „Mathematik besser verstehen“. In: *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung*. Hrsg.: Ableitinger Christoph, Kramer Jürg und Susanne Prediger. Wiesbaden: Springer Fachmedien. (S.18-38).
- Bass, Hyman und Ball, Deborah Loewenberg. (2004). A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching: The case of mathematical reasoning. In W. Jianpan & X. Binyan, Xu (Hrsg.). *Trends and challenges in mathematics education*. Shanghai: East China Normal University Press. (S.107-123).
- Bauer, Thomas. (2013). *Analysis – Arbeitsbuch*. Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik – sichtbar gemacht in Aufgaben mit kommentierten Lösungen. Wiesbaden: Springer Fachmedien.
- Bauer, Thomas und Partheil, Ulrich. (2009). Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik. In: *Mathematische Semesterberichte* 56.1. (S.85-103).
- Beutelspacher, Albrecht et al. (2011). *Mathematik Neu Denken*. Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten. Wiesbaden: Viewg+Teubner Verlag.
- Blum, Werner und Henn, Hans-Wolfgang. (2003). Zur Rolle der Fachdidaktik in der universitären Gymnasiallehrausbildung. In: *MNU. Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht* 56(2). (S. 68-76).
- Götz, Stefan. (WS 2012/13). Notizen zur Vorlesung: *Schulmathematik 6 (Differential- und Integralrechnung)*. Universität Wien.
- Götz, Stefan. (2013). Ein Versuch zur Analysis-Ausbildung von Lehramtsstudierenden an der Universität Wien. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013. Vorträge auf der 47. Tagung für Didaktik der Mathematik*. (S.364-367).
- Götz, Stefan. Reichel, Hans-Christian. Müller, Robert. Hanisch, Günter. (2010). *Mathematik 6*. Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG.
- Götz, Stefan. Reichel, Hans-Christian. Müller, Robert. Hanisch, Günter. (2011). *Mathematik 7*. Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG.
- Hefendehl-Hebeker, Lisa. (2013). Doppelte Diskontinuität oder die Chance der Brückenschläge. In: *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung*. Wiesbaden: Springer Fachmedien. (S.1-15).
- Hofe, Rudolf vom.(1995). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. *Texte zur Didaktik der Mathematik*. Heidelberg u. a.: Spektrum Akademischer Verlag.
- Klein, Felix. (1908). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Teil I: Arithmetik, Algebra, Analysis*. Leipzig: B.G. Teubner.

- Kümmerer, Burkhard. (2013). Wenn du wenig Zeit hast, nimm' dir viel davon am Anfang: Ein Einstieg in die Analysis. In: *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung*. Wiesbaden: Springer Fachmedien. (S.135-150).
- Leufer, Nikola und Prediger, Susanne. (2007). Vielleicht brauchen wir das ja doch in der Schule – Sinnstiftung und Brückenschläge in der Analysis als Bausteine zur Weiterentwicklung der fachinhaltlichen gymnasialen Lehrerbildung. In: *Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis. Festschrift für Wolfgang Henn zum 60.Geburtstag*. (S.265-276).
- Nikodim, Martin. (2014) *Sinnstiftung in der Analysisausbildung von Studierenden des Unterrichtsfachs Mathematik*. Diplomarbeit. Universität, Wien.
- Prediger, Susanne. (2013). Unterrichtsmomente als explizite Lernanlässe in fachinhaltlichen Veranstaltungen. In: *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung*. Wiesbaden: Springer Fachmedien. (S.151-168).
- Schichl, Hermann und Steinbauer, Roland. (2009, 2.Auflage 2012). *Einführung in das mathematische Arbeiten*. Berlin Heidelberg: Springer.
- Schifter, Deborah. (1998). Learning Mathematics for Teaching: From a Teachers' Seminar to the Classroom. *Journal for Mathematics Teacher Education*, 1(1). (S.55–87).

## Online-Quellen

---

- BIFIE. *Angewandte Mathematik*. (<https://www.bifie.at/node/81>). 07.12.2015.
- BIFIE. *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik. Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen* (Stand: März 2013). ([https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp\\_ma\\_konzept\\_2013-03-11.pdf](https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_ma_konzept_2013-03-11.pdf)). 07.12.2015.
- BIFIE. *Mathematik*. (<https://www.bifie.at/node/80>). 03.12.2015.
- BIFIE. *Schriftliche Prüfungsfächer*. (<https://www.bifie.at/node/71>). 03.12.2015.
- BIFIE. *Standardisierte Reife- und Diplomprüfung*. (<https://www.bifie.at/srdp>). 24.11.2015.
- BIFIE. *Über das BIFIE*. (<https://www.bifie.at/bifie/ueber>). 03.04.2016.
- BIFIE. *Kompetenzbegriff und Bildungsstandards*. (<https://www.bifie.at/buch/1332/1>). 03.04.2016.
- Borneleit, Peter et.al. (2001). *Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe*. (<http://didaktik1.mathematik.hu-berlin.de/files/expertise-mu-s2.pdf>). 22.04.2016.
- Crillovich-Cocoglia, Mone. *Grundkompetenzen für die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik*. ([http://www.erlgasse.at/wp-content/uploads/2013/11/-Grundkompetenzen\\_alle\\_nachKlassen.pdf](http://www.erlgasse.at/wp-content/uploads/2013/11/-Grundkompetenzen_alle_nachKlassen.pdf)). 03.04.2016.
- Götz, Stefan und Steinbauer, Roland. (2013). *Grenzwert – quo vadis? Ein Pilotprojekt zur Analysis-Ausbildung von Lehramtsstudierenden im Unterrichtsfach Mathematik. Universität Wien*. ([http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis\\_AD-2013\\_gs\\_plain.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~stein/dokumente/Lehrpreis_AD-2013_gs_plain.pdf)). 10.04.2016.

- Konradin Medien GmbH. *TIMMS-Studie*. (<http://www.wissen.de/timss-studie>). 09.12.-2015.
- Steinbauer, Roland. (SS 2012). *Blatt 2: Folgen & Konvergenz*. (<http://www.mat.univie.ac.at/~stein/lehre/SoSem12/blatt2.pdf>). 22. 03.2016.
- Universität Wien. *Bologna-Prozess und Europäischer Hochschulraum*. (<http://bologna.univie.ac.at/fakten/>). 18.02.2016.
- Universität Wien. *Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffes*. (<https://mathematik.univie.ac.at/studien/informationen-fuer-erstsemestrige/wintersemester-201516/-workshops-zur-aufarbeitung-des-schulstoffes/>). 24.11.2015.
- Universität Wien. *ECTS-Punkte*. ([https://studentpoint.univie.ac.at/services/alle-faqs/singleansicht/article/was-bedeutet-ects-punkt/?tx\\_ttnews%5Bpointer%5D=274320%5D=5-&tx\\_ttnews%5BbackPid%5D=100450&cHash=0a51ae1930bd5cec5c43b54fd6d34-b01](https://studentpoint.univie.ac.at/services/alle-faqs/singleansicht/article/was-bedeutet-ects-punkt/?tx_ttnews%5Bpointer%5D=274320%5D=5-&tx_ttnews%5BbackPid%5D=100450&cHash=0a51ae1930bd5cec5c43b54fd6d34-b01)). 04.04.2016.
- Universität Wien. *Mitteilungsblatt*. ([http://www.univie.ac.at/mtbl02/2006\\_2007/2006\\_-2007\\_159.pdf](http://www.univie.ac.at/mtbl02/2006_2007/2006_-2007_159.pdf)). 04.04.2016.
- Universität Wien. *Mitteilungsblatt*. ([http://www.univie.ac.at/mtbl02/2013\\_2014/2013\\_-2014\\_208.pdf](http://www.univie.ac.at/mtbl02/2013_2014/2013_-2014_208.pdf)). 19.01.2016.
- Universität Wien. *Mitteilungsblatt*. ([http://www.univie.ac.at/mtbl02/2014\\_2015/2014\\_-2015\\_151.pdf](http://www.univie.ac.at/mtbl02/2014_2015/2014_-2015_151.pdf)). 19.01.2016.
- Universität Wien. *Allgemeine Informationen zum Lehramtsstudium*. (<http://ssc-mathematik.univie.ac.at/betreute-studien-/diplomstudium-unterrichtsfach-mathematik-auslaufend-kein-neueinstieg-moeglich/allgemeine-informationen/>). 19. 01.2016.
- Universität Wien. *Studienziele und Berufsfelder*. (<http://ssc-mathematik.univie.ac.at/betreute-studien/bed-unterrichtsfach-mathematik/>). 19.01.2016.
- Universität Wien. *Herzlich willkommen an der Universität Wien!*. ([http://ssc-mathematik.univie.ac.at/fileadmin/user\\_upload/SSC/SSC\\_Mathematik/Lehramtsstudium/Factsheet\\_LA\\_P%C3%A4dagogik\\_WS2013\\_Mathematik.pdf](http://ssc-mathematik.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/SSC/SSC_Mathematik/Lehramtsstudium/Factsheet_LA_P%C3%A4dagogik_WS2013_Mathematik.pdf)). 22.04.2016.
- Winter, Heinrich. (1995). *Mathematikunterricht und Allgemeinbildung*. (<http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienDB/45/muundallgemeinbildung.pdf>). 10.11.2015.
- Embacher, Franz. und Reisinger, Peter. (2011). *Self-Assessment-Test Mathematik (SAM) an der Fakultät für Physik an der Universität Wien WS 2010/11*. (<https://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/PhysikDidaktik/SAM-WS2010-Ergebnisbericht.pdf>). 13.03.2016.

# Anhang

---

## Anhang A: Begriffsdefinitionen

---

### ECTS-Punkte

---

„ECTS ist die Abkürzung für ‚European Credit Transfer System‘. Diese einheitliche Maßeinheit für Studienleistungen soll die Anerkennung von Leistungen im In- und Ausland erleichtern. Das ECTS-Punktesystem löst die bisherige Maßeinheit der Semesterwochenstunden ab.

ECTS geben Auskunft über den erforderlichen Arbeitsaufwand, um eine Lehrveranstaltung erfolgreich zu absolvieren. 1 ECTS entspricht in Österreich einem Arbeitsaufwand von 25 Stunden á 60 Minuten.

Die Studienpläne sind so konzipiert, dass mit 30 absolvierten ECTS pro Semester das jeweilige Studium in Mindeststudienzeit abgeschlossen werden kann.“

([https://studentpoint.univie.ac.at/services/alle-faqs/singleansicht/article/-was-bedeutet-ects-punkt/?tx\\_ttnews%5Bpointer%5D=274320%5D=5&tx\\_ttnews%5BbackPid%5D=100450&cHash=0a51ae1930bd5cec5c43b54fd6d34b01,04.-April+2016](https://studentpoint.univie.ac.at/services/alle-faqs/singleansicht/article/-was-bedeutet-ects-punkt/?tx_ttnews%5Bpointer%5D=274320%5D=5&tx_ttnews%5BbackPid%5D=100450&cHash=0a51ae1930bd5cec5c43b54fd6d34b01,04.-April+2016))

### Bologna-Prozess und Europäischer Hochschulraum

---

„Der Bologna-Prozess ist ein europäisches Projekt, welches in den späten 1990er Jahren entwickelt wurde. Neben der Förderung der Mobilität von Studierenden, Lehrenden und Forschenden sollte vor allem die internationale Wettbewerbsfähigkeit Europas und des europäischen Hochschulsystems gesteigert werden. Im Juni 1999 fand die Unterzeichnung der Bologna-Erklärung während einer Konferenz von BildungsministerInnen aus 29 europäischen Staaten in Bologna statt. Die Bologna-Erklärung setzte sich zum Ziel bis zum Jahr 2010 einen gemeinsamen Europäischen Hochschulraum (EHR) zu verwirklichen.

Kernpunkte der Bologna-Erklärung waren die Schaffung eines gestuften Studiensystems leicht verständlicher und vergleichbarer Abschlüsse, die Einführung des Diploma Supplements [ein Anhang zum Diplom, D.H.], die Verwendung von ECTS oder eines ECTS ähnlichen Kreditpunktesystems, die Förderung von Mobilität, Flexibilität und Qualitätssicherung, wie die Betonung einer europäischen Dimension in der Hochschulbildung.

Der Bologna-Prozess mit derzeit 47 teilnehmenden Staaten ist ein fortlaufender Prozess. Die organisatorischen und inhaltlichen Rahmenbedingungen werden im Rahmen von Nachfolgekonferenzen koordiniert. Die dort beschlossenen Communiqués skizzieren jeweils die Entwicklungsschwerpunkte der kommenden Jahre. 2009 wurden in Leuven die organisatorischen Strukturen und inhaltlichen Schwerpunkte für die Weiterentwicklung des EHR nach 2010 festgelegt („Bologna 2020“).“ (<http://bologna.univie.ac.at/fakten/>, 18.02.2016)

## Anhang B: Studienpläne und Studienziele

---

### Studienpläne

---

Zum besseren Verständnis der Diskussion im Kapitel 3.2.7 stellen wir hier die Eckpunkte der dort angesprochenen Studienpläne vor.

#### Diplomstudium Studienplan 2006/07

Das Lehramtsstudium besteht aus zwei Lehramtsfächern sowie der Pädagogik und setzt sich aus zwei Studienabschnitten zusammen. Der erste Studienabschnitt hat eine Regelstudiendauer von vier Semestern, der zweite Studienabschnitt eine Regelstudiendauer von fünf Semestern. Das Mathematiklehramtsstudium hat eine Gesamtanzahl von 99 Semesterwochenstunden. Davon entfallen insgesamt 7 Semesterwochenstunden (für beide Unterrichtsfächer, nicht jeweils) auf die Pädagogik, 38 auf Mathematik und Fachdidaktik im ersten Studienabschnitt und 44 im zweiten. Im Laufe des gesamten Studiums sind im Unterrichtsfach Mathematik insgesamt zehn Semesterwochenstunden an freien Wahlfächern zu absolvieren. ([http://www.univie.ac.at/mtbl02/2006\\_2007/2006\\_2007\\_159.pdf](http://www.univie.ac.at/mtbl02/2006_2007/2006_2007_159.pdf), 04. April 2016)

Der Ablauf des ersten Studienabschnitts ist durch den Studienplan vollständig festgelegt, es gibt also kaum Wahlmöglichkeiten. Das Mitteilungsblatt zur 159. Änderung des Studienplanes für das Lehramtsstudium im Unterrichtsfach Mathematik kann unter folgendem Link eingesehen werden: [http://www.univie.ac.at/mtbl02/2006\\_2007/2006\\_2007\\_159.-pdf](http://www.univie.ac.at/mtbl02/2006_2007/2006_2007_159.-pdf). Am Beginn des ersten Abschnitts ist die Studieneingangs- und –orientierungsphase (StEOP) zu absolvieren, welche aus je einer Prüfung in Pädagogik und den beiden Unterrichtsfächern besteht, nur jeweils einmal wiederholt werden darf und die Voraussetzung dafür ist, das Studium fortzusetzen. Die Studieneingangs und –orientierungsphase im Unterrichtsfach Mathematik dauert sechs Wochen und besteht aus der verpflichtenden Vorlesung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ sowie den freiwilligen vorlesungsbegleitenden Übungen und Workshop zum Schulstoff. Auf die Details wurde bereits im Unterkapitel 3.1.4 näher eingegangen. (<http://ssc-mathematik.univie.ac.at/betreute-studien/diplomstudium-unterrichtsfach-mathematik-auslaufend-kein-neueinstieg-moeglich/allgemeine-informationen/>, 19. Jänner 2016)

Die Vorlesungen „Einführung in die Analysis“ und „Einführung in die Lineare Algebra und Geometrie“ sowie die dazugehörigen Übungen beginnen erst im November. Die Vorlesung „Einführung in die Lineare Algebra und Geometrie“ und die dazugehörige Übung können ohne weiteres erst im nächsten Semester besucht werden, es wird allerdings empfohlen die Vorlesung und Übung zur „Einführung in die Analysis“ direkt im ersten Semester zu absolvieren. Die ersten drei Vorlesungen im Unterrichtsfach Mathematik besuchen LehramtsstudentInnen und FachstudentInnen noch gemeinsam, dann finden die Vorlesungen Großteils getrennt statt. (<http://ssc-mathematik.univie.ac.at/betreute-studien/diplomstudium-unterrichtsfach-mathematik-auslaufend-kein-neueinstieg-moeglich/allgemeine-informationen/>, 19. Jänner 2016)

Der erste Studienabschnitt endet, wenn alle dafür benötigten Lehrveranstaltungen positiv absolviert wurden. Dann wird als Nachweis der Prüfungspass eingereicht. Damit ist der erste Studienabschnitt abgeschlossen und der zweite kann begonnen werden. Auch wenn der erste Abschnitt nicht vollständig absolviert wurde, ist es möglich den Großteil der Lehrveranstaltungen aus dem zweiten Studienabschnitt zu besuchen und zu absolvieren. (<http://ssc-mathematik.univie.ac.at/betreute-studien/diplomstudium-unterrichtsfach-mathematik-auslaufend-kein-neueinstieg-moeglich/allgemeine-informationen/>, 19. Jänner 2016)

Im zweiten, fünfsemestrigen Studienabschnitt ist das Fachbezogene Praktikum (FAP) zu absolvieren. Zusätzlich zu diesem dreistündigen Schulpraktikum ist ein fachdidaktisches Seminar zu besuchen. (<http://ssc-mathematik.univie.ac.at/betreute-studien/diplomstudium-unterrichtsfach-mathematik-auslaufend-kein-neueinstieg-moeglich/allgemeine-informationen/>, 19. Jänner 2016)

Der zweite Studienabschnitt endet, wenn alle dafür benötigten Lehrveranstaltungen positiv absolviert wurden. Dann wird als Nachweis der Prüfungspass eingereicht. Damit ist der zweite Studienabschnitt abgeschlossen.

Zum Abschluss des Lehramtsstudiums ist weiters eine Diplomarbeit in einem der zwei Unterrichtsfächer zu verfassen, die seit August 2008 auch einer elektronischen Plagiatsprüfung unterzogen werden muss, und eine mündliche Diplomprüfung in den beiden Unterrichtsfächern zu absolvieren. (<http://ssc-mathematik.univie.ac.at/betreute-studien/diplomstudium-unterrichtsfach-mathematik-auslaufend-kein-neueinstieg-moeglich/allgemeine-informationen/>, 19. Jänner 2016)

#### Bachelorstudium Studienplan 2013/14

Das Bachelorstudium im Unterrichtsfach Mathematik wird seit dem Wintersemester 2014/15 an der Universität Wien durchgeführt. (<http://ssc-mathematik.univie.ac.at/betreute-studien/bed-unterrichtsfach-mathematik/>, 19. Jänner 2016)

Im Gegensatz zum Diplomstudium im vorherigen Studienplan wird der Aufwand nicht in Semesterwochenstunden, sondern in ECTS-Punkten gemessen und angegeben. Die Definition der ECTS-Punkte des studentpoint der Universität Wien ist im Anhang A zu finden.

Das Bachelorstudium besteht aus 11 Modulen und hat einen Umfang von 97-107 ECTS-Punkten.

| <b>Module</b>                                                     | <b>ECTS</b> |
|-------------------------------------------------------------------|-------------|
| UF MA 01 StEOP-Modul UF                                           | 7           |
| UF MA 02 Pflichtmodul Aspekte der Mathematik                      | 3           |
| UF MA 03 Pflichtmodul Geometrie                                   | 16          |
| UF MA 04 Pflichtmodul Analysis                                    | 16          |
| UF Ma 05 Pflichtmodul Stochastik                                  | 14          |
| UF MA 06 Pflichtmodul Angewandte Mathematik                       | 12          |
| UF MA 07 Pflichtmodul Fachdidaktik                                | 10          |
| UF MA 08 Pflichtmodul Arithmetik und Algebra in der Sekundarstufe | 4           |
| UF MA 09 Wahlbereich                                              | 0-10        |
| UF MA 10 Fachbezogenes Schulpraktikum                             | 7           |
| UF MA 11 Bachelormodul                                            | 8           |

([http://www.univie.ac.at/mtbl02/2013\\_2014/2013\\_2014\\_208.pdf](http://www.univie.ac.at/mtbl02/2013_2014/2013_2014_208.pdf), 19.Jänner 2016)

Im Mitteilungsblatt zum 208. Teilcurriculum für das Unterrichtsfach Mathematik im Rahmen des Bachelorstudiums zur Erlangung eines Lehramts im Bereich der Sekundarstufe (Allgemeinbildung), an der Universität Wien aus dem Studienjahr 2013/14 werden die einzelnen Modulziele und die allgemeinen Ziele des neuen Bachelorstudiums beschrieben. Nachzulesen ist dies unter folgendem Link: [http://www.univie.ac.at/mtbl02/2013\\_2014/2013\\_2014\\_208.pdf](http://www.univie.ac.at/mtbl02/2013_2014/2013_2014_208.pdf).

Diese Module beinhalten jeweils die Vorlesung zu dem Modul, mit ihrer zugehörigen Übung, wenn vorhanden, und der zugehörigen Schulmathematik Vorlesung und Übung, wenn vorhanden. Damit werden also die Fachmathematik und die Fachdidaktik unter einem mathematischen Themengebiet in einem Modul zusammengefasst.

Auch im Bachelorstudium ist die positive Absolvierung der StEOP notwendig, um das Studium fortsetzen zu dürfen.

Es sind Wahlfächer im Gesamtausmaß von 10 ECTS-Punkten in einem oder beiden Unterrichtsfächern oder in einer nahen fachwissenschaftlichen Disziplin zu absolvieren.

Die abschließende Bachelorarbeit ist in der Lehrveranstaltung „Bachelorseminar für das Lehramt“ im Modul „UF MA 11 Bachelormodul“ zu verfassen. Im Merkblatt ist eine Empfehlung zu finden, in welcher Reihenfolge welche Lehrveranstaltungen zu besuchen sind. Dieser empfohlene Pfad wird in der folgenden Tabelle größtenteils zitiert.

| Semes-<br>ter | Modul                                                             | Lehrveranstaltung                                             | ECT<br>S |
|---------------|-------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|----------|
| 1.            | UF MA 01<br>StEOP-Modul UF                                        | VO + PUE Einführung in die Ma-<br>thematik                    | 7        |
|               | UF MA 02<br>Aspekte der Mathema-<br>tik                           | VO Aspekte der Mathematik                                     | 3        |
| 2.            | UF MA 03<br>Geometrie                                             | VO Geometrie und lineare Al-<br>gebra für das Lehramt         | 8        |
|               |                                                                   | UE Geometrie und lineare Al-<br>gebra für das Lehramt         | 4        |
| 3.            | UF MA 03<br>Geometrie                                             | VO Schulmathematik Geometrie<br>und Vektorrechnung            | 2        |
|               |                                                                   | UE Schulmathematik Geometrie<br>und Vektorrechnung            | 2        |
|               | UF MA 07<br>Fachdidaktik                                          | PR Praktikum zum Computerein-<br>satz im Mathematikunterricht | 5        |
|               |                                                                   | VO Einführung in die Fachdidak-<br>tik                        | 2        |
| 4.            | UF MA 04<br>Analysis                                              | VO Analysis in einer Variable für<br>das Lehramt              | 8        |
|               |                                                                   | UE Analysis in einer Variable für<br>das Lehramt              | 4        |
|               | UF MA 07<br>Fachdidaktik                                          | SE Seminar zur Unterrichtspla-<br>nung                        | 3        |
| 5.            | UF MA 04<br>Analysis                                              | VO Schulmathematik Analysis                                   | 2        |
|               |                                                                   | UE Schulmathematik Analysis                                   | 2        |
|               | UF MA 08<br>Arithmetik und Al-<br>gebra in der Sekundar-<br>stufe | VO Schulmathematik Arithmetik<br>und Algebra                  | 2        |
|               |                                                                   | UE Schulmathematik Arithmetik<br>und Algebra                  | 2        |
|               | UF MA 10<br>Fachbezogenes Schul-<br>praktikum                     | Schulpraxis                                                   | 2        |
|               |                                                                   | SE zum fachbezogenen Schul-<br>praktikum                      | 5        |
| 6.            | UF MA 06<br>Angewandte Mathe-<br>matik                            | VO Angewandte Mathematik für<br>das Lehramt                   | 8        |
|               |                                                                   | UE Angewandte Mathematik für<br>das Lehramt                   | 4        |
| 7.            | UF MA 05<br>Stochastik                                            | VO Stochastik für das Lehramt                                 | 6        |
|               |                                                                   | UE Stochastik für das Lehramt                                 | 4        |
|               | UF MA 09<br>Wahlbereich                                           | Lehrveranstaltungen aus dem<br>Wahlbereich                    | 0-10     |
| 8.            | UF MA 11<br>Bachelormodul                                         | SE Bachelorseminar für das Lehr-<br>amt                       | 8        |
|               | UF MA 05<br>Stochastik                                            | VO Schulmathematik Stochastik                                 | 2        |
|               |                                                                   | UE Schulmathematik Stochastik                                 | 2        |

„Bemerkung: Das Pflichtmodul MA 05 ‚Analysis‘ (im obigen Vorschlag im 4./5. Semester) kann auch mit dem Pflichtmodul MA 04 ‚Geometrie‘ (im obigen Vorschlag im 2./3. Semester) getauscht werden.“ ([http://www.univie.ac.at/mtbl02/2013\\_2014/2013\\_2014\\_208.pdf](http://www.univie.ac.at/mtbl02/2013_2014/2013_2014_208.pdf), 19. Jänner 2016)

#### Masterstudium Studienjahr 2014/15

Seit dem Wintersemester 2015/16 wird das 151. Teilcurriculum für das Unterrichtsfach Mathematik im Rahmen des Masterstudiums zur Erlangung eines Lehramts im Bereich der Sekundarstufe (Allgemeinbildung) an der Universität Wien angewendet.

Auch das Masterstudium ist modular aufgebaut und wird mit ECTS-Punkten nach dem jeweiligen Aufwand der Lehrveranstaltungen bewertet. Insgesamt hat das Masterstudium im Unterrichtsfach Mathematik mit Abschlussphase ein Ausmaß von 56 ECTS-Punkten.

| <b>Modul</b>                                                                                                                              | <b>ECTS</b> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| UF MA MA 01 Pflichtmodul Mathematik im $\mathbb{R}^n$                                                                                     | 12          |
| UF MA MA 02 Pflichtmodul Höhere Mathematik                                                                                                | 3           |
| UF MA MA 03 Pflichtmodul Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht                                                                   | 4           |
| UF MA MA 04 Pflichtmodul Wahlfach Fachdidaktik                                                                                            | 3           |
| UF MA MA 05 Pflichtmodul Fachdidaktik Begleitung der Praxisphase                                                                          | 4           |
| Abschlussphase Pflichtmodul (bei Verfassen der Masterarbeit im Unterrichtsfach Mathematik) Masterarbeit (26 ECTS), Masterprüfung (4 ECTS) | 30          |

([http://www.univie.ac.at/mtbl02/2014\\_2015/2014\\_2015\\_151.pdf](http://www.univie.ac.at/mtbl02/2014_2015/2014_2015_151.pdf), 19. Jänner 2016)

Die einzelnen Module und ihre Ziele, sowie die allgemeinen Ziele des neuen Masterstudiums werden im oben genannten Mitteilungsblatt genau beschrieben. Zu finden ist dies unter folgendem Link: [http://www.univie.ac.at/mtbl02/2014\\_2015/2014\\_2015\\_151.pdf](http://www.univie.ac.at/mtbl02/2014_2015/2014_2015_151.pdf).

Der Abschluss des Masterstudiums besteht aus einer Masterarbeit und einer Masterprüfung im Fach der Masterarbeit und im Zweitfach. Voraussetzung dafür ist die positive Absolvierung aller vorgeschriebenen Lehrveranstaltungen.

Im Mitteilungsblatt für das Masterstudium ist, wie auch beim Bachelorstudium, eine Empfehlung im Anhang, in welcher Reihenfolge welche Lehrveranstaltungen zu absolvieren sind. Dieser empfohlene Pfad wird in der folgenden Übersicht größtenteils zitiert.

| Semester | Modul                                                         | Lehrveranstaltung                                                     | ECTS        |
|----------|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-------------|
| 1.       | UF MA MA 01<br>Mathematik im $\mathbb{R}^n$                   | VO Lineare Algebra und Analysis in mehreren Variablen für das Lehramt | 8           |
|          |                                                               | UE Lineare Algebra und Analysis in mehreren Variablen für das Lehramt | 4           |
| 2.       | UF MA MA 02<br>Höhere Mathematik                              | Eine VO aus dem Modul                                                 | 3           |
|          | UF MA MA 03<br>Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht | VO Schulmathematik Angewandte Mathematik                              | 2           |
|          |                                                               | UE Schulmathematik Angewandte Mathematik                              | 3           |
| 3.       | UF MA MA 05<br>Fachdidaktische Begleitung der Praxisphase     | SE Praxisseminar                                                      | 4           |
| 4.       | Abschlussphase                                                | Masterarbeit Masterprüfung                                            | (26)<br>(4) |

([http://www.univie.ac.at/mtbl02/2014\\_2015/2014\\_2015\\_151.pdf](http://www.univie.ac.at/mtbl02/2014_2015/2014_2015_151.pdf), 19.Jänner 2016)

## Studienziele

---

### Diplomstudium Studienplan 2006/07

„Das Lehramtsstudium dient der fachlichen, der fachdidaktischen und der pädagogisch-wissenschaftlichen oder wissenschaftlich-künstlerischen Berufsvorbildung unter Einschluss einer schulpraktischen Ausbildung in jeweils zwei Unterrichtsfächern für das Lehramt an höheren Schulen. Das primäre Ziel des Lehramtsstudiums Mathematik an der Universität Wien ist der Erwerb eines breiten, wissenschaftlich fundierten Grundlagenwissens im Fach, aber auch didaktische, sprachliche und soziale Kompetenzen sollen im Studium vermittelt werden. Das Lehramtsstudium im Unterrichtsfach Mathematik gliedert sich in zwei Studienabschnitte. Der erste Studienabschnitt dient der Grundausbildung. Der zweite Studienabschnitt dient der Weiterführung, der Vertiefung, der-

speziellen Ausbildung sowie der Berufsvorbereitung für das Lehramt an höheren Schulen.

Durch die allgemeine pädagogische Ausbildung sollen die Studierenden persönliche, soziale und fachliche Kompetenzen erwerben, die es ihnen ermöglichen eigenverantwortlich, auf wissenschaftlicher Grundlage und in sozialer Verantwortung den Anforderungen des Lehrberufs im sekundären und tertiären Bildungsbereich zu entsprechen.“ ([http://ssc-mathematik.univie.ac.at/fileadmin/user\\_upload/SSC/SSC\\_Mathematik/Lehramtsstudium/Factsheet\\_LA\\_P%C3%A4dagogik\\_WS2013\\_Mathematik.pdf](http://ssc-mathematik.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/SSC/SSC_Mathematik/Lehramtsstudium/Factsheet_LA_P%C3%A4dagogik_WS2013_Mathematik.pdf), 22. April 2016)

#### Bachelorstudium Studienplan 2013/14

„Das Ziel des Bachelorstudiums Lehramt im Unterrichtsfach Mathematik an der Universität Wien ist eine fachliche, fachdidaktische, bildungswissenschaftliche und schulpraktische Ausbildung auf universitärem Niveau mit Blickpunkt auf den Unterricht an den Sekundarstufen 1 und 2. Die Studierenden erhalten eine grundlegende Einführung in die Mathematik als Wissenschaft. Dabei stehen thematisch jene Gebiete im Vordergrund, die im Schulstoff der Sekundarstufe eine zentrale Rolle spielen. Mathematik als spezielle Denktechnologie und Teil der menschlichen Kultur soll den Studierenden in diesem Zusammenhang nahe gebracht werden.

Die Studierenden kennen die wichtigen Beziehungen zwischen fachmathematischem Wissen und Aspekten des Schulstoffs in der Sekundarstufe und können diese gewinnbringend für den Unterricht nutzen (Schulmathematik, eigene Lehrveranstaltungen als Brücke zwischen Fachmathematik und Fachdidaktik).

Die Studierenden kennen grundlegende Konzepte der Wissenschaft Fachdidaktik Mathematik und sind versiert in methodischen Fragen der konkreten Unterrichtsplanung bzw. -durchführung (z. B. beim Computereinsatz im Mathematikunterricht).

Die Absolventinnen und Absolventen des Bachelorstudiums Lehramt an der Universität Wien mit dem Unterrichtsfach Mathematik sind befähigt, ihren Schülerinnen und Schülern ein mathematisches Grundverständnis zu ver-

mitteln, das eine sachorientierte Meinungsbildung und Mitentscheidung in mathematikhaltigen Situationen ermöglicht. Sie erhalten eine fundierte Vorbereitung für die eigenständige Unterrichtsplanung und -durchführung in der Sekundarstufe. Sie verfügen über die Bereitschaft zu berufsbegleitender Fortbildung.“ (<http://ssc-mathematik.univie.ac.at/betreute-studien/bed-unterrichtsfach-mathematik/>, 19. Jänner 2016)

#### Masterstudium Studienplan 2014/15

„Das Ziel des Masterstudiums Lehramt im Unterrichtsfach Mathematik an der Universität Wien ist eine Vertiefung, Erweiterung und Komplettierung des zugehörigen Bachelorstudiums (bezogen auf die vier Säulen: Fach, Fachdidaktik, Bildungswissenschaft, Schulpraxis) mit Blickpunkt auf den Unterricht in den Sekundarstufen 1 und 2.

Die Absolventinnen und Absolventen des Masterstudiums Lehramt an der Universität Wien für das Unterrichtsfach Mathematik sind befähigt, einen sowohl fachlich als auch didaktisch fundierten Unterricht in den Sekundarstufen zu erteilen. Sie erhalten im Masterstudium die für eine selbständige Unterrichtsplanung und -gestaltung nötigen Vertiefungen und Erweiterungen der Inhalte des Bachelorstudiums, insbesondere sind sie befähigt vorwissenschaftliche Arbeiten von Schülerinnen und Schülern zu betreuen.“ ([http://www.univie.ac.at/mtbl02/2014\\_2015/2014\\_2015\\_151.pdf](http://www.univie.ac.at/mtbl02/2014_2015/2014_2015_151.pdf), 19. Jänner 2016)