

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

„Modellierung im Mathematikunterricht“

verfasst von

Pheline Österreicher

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat.)

Wien, 2015

Studienkennzahl lt. Studienblatt:

A 190 406 299

Studienrichtung lt. Studienblatt:

LA Mathematik, LA Psychologie und Philosophie

Betreut von:

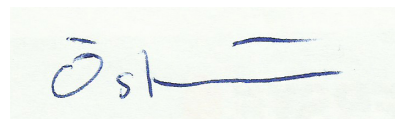
Dr. Andreas Ulovec

Eidesstattliche Erklärung

„Ich erkläre hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher weder in gleicher noch in ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.“

Wien, 18.5.2015

Ort, Datum



Unterschrift

Inhaltsverzeichnis

Einleitung.....	5
1. Was ist Modellieren/ Problemlösen?.....	8
1.1. Was ist ein Problem?	8
1.2. Strategien des Problemlösens in der Psychologie.....	8
1.3. Was ist alles Problemlösen?	10
1.4. Entdeckendes Lernen - Entdecken lassen vs. Belehren.....	11
1.5. Modellierung als Problemlöseprozess - Was ist ein Modell?	12
1.6. Modellierung als Problemlöseprozess - Was ist Modellieren?	13
2. Modellierungskreislauf	14
2.1. Die Phasen des Modellierungskreislaufes nach Blum	15
2.2. Weitere Modellierungskreisläufe	19
2.3. Fehler beim Modellieren.....	22
3. Legitimation der Behandlung von Modellen im Mathematikunterricht	27
3.1. Mathematische Allgemeinbildung	32
3.2. Die Stufen des Lernens aus psychologischer Sicht	35
3.3. Wie funktioniert das Gehirn/ Wie lernt es (Mathematik)?	36
3.4. Welche Bedeutung hat dies für den Unterricht	37
3.5. Eine neue Art des Lernens lernen.....	41
4. Umsetzung in der Schule	43
4.1. Gestaltung des Unterrichts.....	43
4.2. Wie können SchülerInnen das Problemlösen lernen	48
4.3. Gestaltung von Aufgaben für den Unterricht.....	51
4.4. Beurteilen von Modellierungsaufgaben.....	53
5. Aufgabenzusammenstellung	54
5.1. Unterrichtsstunde - Eigenschaften und Umfang des Kreises.....	54
5.2. Unterrichtsstunde - Prozentrechnung	60

5.3. Unterrichtsstunde - Volumen und Oberfläche zusammengesetzter Körper	65
5.4. Unterrichtsstunde - Umfrage	69
5.5. Unterrichtsstunde - Wachstum von Kresse	74
5.6. Unterrichtsstunde - Flächengrößtes Rechteck	79
Literaturverzeichnis	87
Internetquellen	88
Abbildungsverzeichnis	90
Anhang A: Abstract/Kurzfassung	92
Anhang B: Lebenslauf	93
Anhang C: Lehrplan	96

Einleitung

"Sage es mir, und ich werde es vergessen. Zeige es mir, und ich werde es vielleicht behalten. Lass es mich tun, und ich werde es können." – Konfuzius

Ausgehend von diesem Grundsatz von Konfuzius soll im Folgenden gezeigt werden, wie wichtig es auch für den Mathematikunterricht ist, eine Anwendungsorientierung herzustellen. Oft genug steht man als LehrerIn vor den Fragen: "Wozu brauche ich das?", "Werde ich das im Leben irgendwann einmal verwenden?" Wird der Mathematikunterricht stets nur dadurch definiert, dass Konzepte und Regeln auswendig gelernt werden, so haben die SchülerInnen keine Chance einen tatsächlichen Sinn hinter ihren Bemühungen zu finden. Lernt man mit so einer Einstellung, dann ist das Gelernte auch ganz schnell wieder vergessen. Ausgehend davon, dass die SchülerInnen nur punktuell für Tests und Schularbeiten lernen und ihnen auch keine Anwendungsorientierung gezeigt wird, kommen sie gar nicht dazu einen Nutzen für ihr Leben außerhalb der Schule zu sehen.

Bemühungen dahin, den SchülerInnen einen anderen Weg zu zeigen, gibt es schon: zu Beispiel im Schulbuch „Das ist Mathematik“, der ersten Klasse Gymnasium soll den SchülerInnen erläutert werden, was Mathematik ist und wozu sie gebraucht wird. Hier wird die Mathematik sehr anwendungsbezogen als Werkzeug beschrieben, welches überall im Alltag benötigt wird. Es wird ein Bezug zu Alltagsgegenständen wie Fernsehern, Computern, Häusern, Brücken, Flugzeugen, etc. hergestellt, um darzustellen wie weitgreifend die Mathematik benötigt wird. Auch wird auf die geschichtliche Entwicklung der Menschheit eingegangen, was in diesem Buch auch des Öfteren in den unterschiedlichsten Kapiteln zum Thema gemacht wird. Des Weiteren wird die Sprache der Mathematik als einzige internationale Sprache beschrieben. Den SchülerInnen wird mit der Aussage „Mathematik ist Entdecken und Phantasie[....] Auch du sollst mit Hilfe der Mathematik einige berühmte

Erkenntnisse der Menschheit selbst entdecken.“ (Das ist Mathematik; 2011; Reichel Humenberger (Hrgb.)) eine Art der Mathematik versprochen, welche ihnen das selbstständige Erarbeiten ermöglichen soll. (Vgl: Das ist Mathematik; 2011; Reichel, Humenberger (Hrgb))

In der Realität läuft der Mathematikunterricht leider oft sehr anders ab. Bald nach Beginn der Gymnasiumzeit steht nicht mehr die Nützlichkeit und Sinnhaftigkeit, sondern das Auswendiglernen im Vordergrund. Die SchülerInnen verlieren dadurch schnell ihren Spaß am Mathematikunterricht und entwickeln eine Abwehrhaltung.

Dies führt dazu, dass Mathematik mit Gefühlen von Angst und Bedrängnis verbunden wird. SchülerInnen empfinden sie als unverständlich und verlieren das Interesse sich mit Mathematik zu beschäftigen. Einen möglichen Grund für diese Abwehrhaltung sieht Timo Leuders darin, wie die Mathematik gesehen wird. In den Bereichen, in denen die Mathematik als formale Wissenschaft erkannt wird, wird sie mit etwas Abstraktem assoziiert und in der Anwendungswissenschaft wirkt sie sehr technisch. Diese Sichtweise geht nach Leuders nicht auf die Unbegreiflichkeit der Mathematik an sich zurück, denn sie ist eine zutiefst menschliche Tätigkeit welche sich mit alltäglichen Dingen aus der direkten Lebenswelt befasst, diese strukturiert und beschreibt, sondern hat ihren Ursprung in der Lehr- bzw. Lernweise in dem heutigen Schulsystem. *Schon Platon beschrieb mit seinem „Dialog des Sokrates“ eine Art des Lernens welche es den SchülerInnen möglich macht, selbst zu einer Erkenntnis zu gelangen und das menschliche mathematische Verständnis eigenständig zu erarbeiten.* Wichtig für die pädagogische Praxis in Bezug auf die Mathematik ist das „operative Prinzip“, welches von Albelli, einem Schüler von Piaget, entwickelt worden war. Er nimmt die Forderung nach einem selbstständigen Lernen auf und vereinigt unter Anderem, Deweys „Learning by doing“ und Kerschensteiners „Arbeitsunterricht“ in seiner Theorie, indem er der ganzheitlichen Wahrnehmung und der Handlungsorientierung eine große Bedeutung zuspricht.

Des Weiteren entwickelten auch Freudenhal, Winter und Wittmann verschiedene Ansätze von Lerntheorien, in welchen das entdeckenlassende und das generische Lernen im Vordergrund stand.

Auch im konstruktivistischen Ansatz wird viel Wert auf die Eigenaktivität des/der SchülerIn im Erarbeiten neuer Erkenntnisbereiche gelegt. (Vgl.: Leuders; 2003)

Durch die Erkenntnis darüber, wie die Sicht der SchülerInnen im Bezug auf den Mathematikunterricht ist, und wie oft schon fundierte Ansätze über das Selbstständige Lernen entwickelt wurden, soll eine Möglichkeit dahin zurück gegeben werden. Auch soll mit Hilfe der neurobiologischen Sicht die Sinnhaftigkeit von Modellierungsprozessen erklärt werden.

Mit dieser Arbeit möchte ich also zeigen, dass es Möglichkeiten gibt, den Mathematikunterricht spannend und anwendungsorientiert zu gestalten. Um dies auch tatsächlich einsetzen zu können, sollen Beispiele für die Durchführung in der Schule erarbeitet werden.

1. Was ist Modellieren/ Problemlösen?

Der Begriff „Problemlösen“ wird oft im Zusammenhang mit der Mathematik verwendet und auch zu ihr assoziiert. Dies ist wohl der Fall, weil das Wort oft die Anwendbarkeit von mathematischen Aufgaben kennzeichnen soll. Allerdings ist auch nicht jedes gemachte Problem sofort in die reale Welt umsetzbar. Was nun alles unter den Begriff „Problemlösen“ fällt, ist nicht genau definiert, was zur Folge hat, dass es viele verschiedene Meinungen über die Bedeutung gibt. (Vgl.: Leuders; 2003)

In einem Punkt sind sie sich aber einig, nämlich darüber, was ein Problem ist.

1.1. Was ist ein Problem?

Das Problem hat drei Merkmale, einen Ausgangszustand, einen Zielzustand und ein Hindernis bzw. einen Weg. Um ein Problem zu lösen, muss also der Ausgangszustand über das Hindernis in einen Zielzustand überführt werden. Es gibt zwei Arten von Problemen, jene, bei denen der Ausgangs- und Zielzustand klar definiert ist, wie zum Beispiel „Welche Fläche hat eine Fliese mit gegebenen Seitenlängen?“ und jene, bei denen der Zielzustand nicht klar definiert ist, wie die Frage: „Wie verdiene ich viel Geld?“. (Vgl.: Trimmel; 2013)

1.2. Strategien des Problemlösens in der Psychologie und ihre Bedeutung für die Mathematik

Verschiedene Psychologen haben sich mit dem Thema Problemlösen auseinandergesetzt und verschiedene Theorien über die Tätigkeit entwickelt:

- Nach dem Behaviorismus erfolgt der Akt des Problemlösens alltäglicher Dinge mit Hilfe einer Versuchs-Irrtums-Schleife. Ein Problem wird festgestellt und eine Art der Überwindung wird getestet. Führt diese nicht zu dem gewünschten Ergebnis, so wird eine neue Strategie entwickelt. Dies geschieht so lange, bis das Problem gelöst

werden konnte. Tritt dieses Problem erneut auf, so sind diesmal weniger bzw. keine Fehlversuche mehr für die Überwindung notwendig.

- Die Gestaltpsychologie sieht im Problemlösen keinen Prozess, sondern ein sprunghaftes Erkennen neuer Blickwinkel. Tritt ein Problem auf, so wird dieses von einem anderen Punkt beleuchtet. Dadurch soll sich das Problem fast blitzartig, einem „Aha- Erlebnis“ ähnelnd, lösen. Die Handlung des Lösens wird als „Einsicht in die Problemlösung“ beschrieben.
- Die Tiefenpsychologie bezieht den Begriff des Problemlösens eher auf persönliche Probleme, welche durch die Bewusstmachung unterbewusster Prozesse erklärbar gemacht werden können. Durch die Erklärbarkeit rückt dann auch die Lösung dieser Probleme näher.
- Die kognitive Psychologie sieht den Prozess des Problemlösens in der Informationsverarbeitung. Die Differenz zwischen dem Ist- und dem Sollzustand wird hier „Problemraum“ genannt, welchen es zu reduzieren gilt. Dies kann durch verschiedene Prozesse geschehen, einerseits durch algorithmisches Vorgehen, andererseits durch eine Mittel-Ziel Analyse. Bei Ersteren werden Methoden angewandt, welche immer zu dem gewünschten Ziel führen. Will man zum Beispiel einen Flächeninhalt berechnen, so setzt man, wenn möglich, in die bekannte Flächeninhaltsformel ein und gelangt so zu dem Ergebnis. Bei der Mittel-Ziel Analyse kann der Problemraum dadurch reduziert werden, dass Zwischenziele gesetzt werden, welche das Ausmaß des Problems aufteilen. Man gelangt auf diese Art schrittweise zu dem gewünschten Ergebnis. Diese nennt sich auch heuristische Vorgangsweise. (Vgl.: Trimmel; 2013)

→ Bezieht man das Problemlösen auf mathematische Probleme, so wird ersichtlich, dass besonders die kognitive Psychologie mit Methoden arbeitet, welche für uns wichtig sind. Die Art der Problembehandlung ähnelt stark dem Modellieren, welches später

noch genauer beleuchtet wird. Doch auch der Behaviorismus liefert eine wichtige Erkenntnis für das mathematische Arbeiten, denn es muss klar sein, dass nicht jedes Problem immer auf Anhieb gelöst werden kann. Dadurch kommt es auch zu einer Versuchs-Irrtums Abfolge. Der hervorzuhebende Unterschied ist allerdings, dass nicht unüberlegt auf ein Problem losgegangen wird, sondern es werden im Vorfeld mögliche Lösungswege in Betracht gezogen und unpassende aussortiert. Der Weg der Gestaltpsychologie ist zwar einer, welcher für die SchülerInnen sicherlich am angenehmsten wäre, doch es sind leider die wenigsten Probleme durch Hinsehen und eine plötzliche Einsicht lösbar.

1.3. Was ist alles Problemlösen? Verschiedene Bedeutungen in der Mathematik

Es gibt viele verschiedene Ansichten darüber wie Problemlösen definiert werden soll, einige werden im Folgenden näher beleuchtet:

- Der lerntheoretische Standpunkt sieht im Problemlösen jede Art des Lernens, denn es stellt immer eine Überführung eines Ist-Zustandes in einen Zielzustand dar. Diese Art der Definition ist allerdings eine zu allgemeine Sichtweise, um das mathematische Problemlösen auf den Punkt zu bringen.
- Problemlösen wird oft auch als Begriff dafür gesehen, Textaufgaben im Allgemeinen zu bearbeiten. Diese sollen oft die Anwendbarkeit der Mathematik betonen, sind jedoch oft so gestellt, dass der Lösungsweg bereits klar ersichtlich ist, und auch die Problemstellung an sich ist oft dem Alltag ziemlich fern. Auch hier bleiben für die SchülerInnen nur wenige Möglichkeiten einen individuellen Lösungsweg zu finden und zu gehen. Darum ist diese Definition für den Mathematikunterricht auch weniger gut geeignet.
- Auch das Beweisen wird oft als Problemlösen im Mathematikunterricht gesehen, jedoch entsteht hier das Problem, dass für die Erarbeitung

eines Beweises bereits viele Voraussetzungen und auch mögliche Lösungswege bekannt sein müssen. Dies ist erst nach einigen Jahren der Fall, allerdings ist es auch wichtig jüngeren SchülerInnen Problemlöseprozesse näher zu bringen und ihre Eigenständigkeit zu schulen.

→ Diese drei Beispiele zeigen, dass es nicht möglich ist, das Problemlösen im Mathematikunterricht nur auf eine Art des mathematischen Arbeitens zu beziehen. Es wird klar, dass das Lösen eines Problems nicht für sich steht, sondern eingebettet ist in eine ganze Reihe von mathematischen Prozessen, angefangen mit dem Problemfinden über das Lösen hin zur Zielbetrachtung. Dadurch wird klar, dass jeder mathematische Erkenntnisprozess ein Problemlösen darstellt. Wichtig hierbei ist, dass die SchülerInnen selbst entdecken und erarbeiten dürfen. (Vgl.: Leuders; 2003)

1.4. Entdeckendes Lernen – Entdecken lassen vs. Belehren

Auch der Begriff „entdeckendes Lernen“ kann nicht allgemeingültig definiert werden. Wäre das so, dann wäre die Art des Erarbeitens auch technisch simulierbar und durchführbar, da dies aber nicht der Fall ist, so bleibt nur ein intuitives Verständnis dieser Art des Lernens. Wichtig ist hierbei, dass auch der Lehrer/ die Lehrerin seinen/ihren Platz in diesem Prozess als ständig Lernende/r auf dem Gebiet des Lehrens sieht.

Die Hauptthese nach Heinrich Winter lautet, dass das Lernen von Mathematik umso wirkungsvoller wird, je mehr die SchülerInnen selbst erarbeiten. Durch diesen Prozess wird die Transferleistung verbessert und auch die Einsicht der SchülerInnen steigt an. Winter stützt diese These auf einige Argumente, welche zwar nicht alle eindeutig empirisch bestätigt wurden, aber dennoch intuitiv als sinnvoll erscheinen. Er stellt hierfür das „Lernen durch Entdeckenlassen“ dem „Lernen durch Belehren“ gegenüber. Einige seiner Argumente werden im Folgenden diskutiert:

Im Fall des „Lernen durch Entdeckenlassen“ setzt der Lehrer/ die Lehrerin auf die Neugier und den Wissensdrang der SchülerInnen. Die SchülerInnen sollen mitverantwortlich für den Lernprozess sein und dadurch soll die Bedeutung des Lernstoffes deutlicher gemacht werden. Der/ die Lehrende dient als Hilfestellung zur Selbstfindung und fördert das intuitive Handeln der SchülerInnen, welches auch beinhaltet, dass sie ihre Lösungsansätze selbst kontrollieren. Fehler sollen mit allen SchülerInnen gemeinsam und produktiv diskutiert werden, heuristische Strategien sollen bewusst angewandt werden.

Den Gegensatz dazu stellt das „Lernen durch Belehren“ dar, in dem der/ die LehrerIn auf die eigenen Methoden der Vermittlung setzt. Die SchülerInnen werden eher als zu formende Objekte angesehen, der Lernstoff wird stark eingeschränkt und Ziele sind klar abgesteckt und definiert. Der Stoff wird durch Darbietungen oder durch ein gelenktes Unterrichtsgespräch erarbeitet, die SchülerInnenleistungen werden beurteilt und es wird versucht das Auftreten von SchülerInnenfehlern zu unterbinden. Reflexionen über die Probleme oder die Lösungen werden weitestgehend vermieden.

Im Folgenden betont Winter, dass es natürlich nicht möglich ist einen rein entdeckenden Unterricht durchzuführen, es aber wichtig ist, dass solche Elemente vorhanden sind. Es liegt also an den LehrerInnen einen Mittelweg zwischen der Lenkung und der Selbstständigkeit der SchülerInnen zu finden, welcher beide Arbeitsweisen gleichermaßen fördert. (Vgl.: Winters; 1989)

1.5. Modellierung als Problemlöseprozess – Was ist Modell?

Die Definition des Begriffs „Modell“ ist sehr flexibel, denn als Modell wird eine vereinfachte Darstellung der Realität bezeichnet. Es werden also nicht alle Aspekte der Wirklichkeit berücksichtigt, sondern nur gewisse, einigermaßen objektivierbare Teilaspekte. Durch die Offenheit des Begriffs können für die verschiedensten Bereiche Modelle erstellt werden. Es gibt Modelle, welche vorhersagen, solche die erklären, beschreibende und vorschreibende Modelle. Die ersten drei Modelle nennt man deskriptive Modelle, da sie

versuchen Aspekte der Realität zu beschreiben. Das vierte Modell heißt auch normatives Modell.

Ein Stadtplan wäre ein Beispiel für ein deskriptives Modell. Da es viele verschiedene Arten von Karten gibt, jene in denen Straßen eingezeichnet sind, welche mit U-Bahn Plänen, Kanalisationsauslegungen, etc., wird hier gut deutlich, dass immer ein Aspekt der Wirklichkeit näher beleuchtet wird. Nicht gebrauchte Aspekte werden weggelassen, die Modelle werden also nach unseren Anforderungen ausgelegt. Dies führt dazu, dass es für eine gewisse Situation angemessene und weniger angemessene Modelle gibt. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

1.6. Modellierung als Problemlöseprozess – Was ist Modellieren?

Beim Modellieren wird wie beim Problemlösen eine Fragestellung oder ein Problem der realen Welt mit Hilfe von Mathematik gelöst und bearbeitet. Diese Fragestellung wird zuerst mittels eines Modells dargestellt. Wichtige Aspekte werden berücksichtigt und es wird der Berechenbarkeit angepasst. Anschließend wird innermathematisch berechnet und im Nachhinein wird das Ergebnis überprüft. Im Mittelpunkt jedes Modellierungsprozesses steht immer der Zusammenhang zwischen der Mathematik und der „wirklichen Welt“. Hierbei ist es also sehr wichtig das angemessene Modell für das gegebene Problem zu finden. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

2. Modellierungskreislauf

Nicht jedes Problem, welchem wir in der Mathematik begegnen, kann einfach mit Hilfe einer Formel oder eines bekannten Schemas berechnet werden. Gerade realistische Sachverhalte und Problemstellungen können dazu führen, dass wir uns mit einer sehr komplexen Fragestellung auseinandersetzen müssen. Durch Vereinfachen wird versucht, ein passendes Modell zu finden, welches die wichtigen Teilaspekte in den Vordergrund rückt. An Hand dieses Modells wird dann die mathematische Lösung bestimmt und diese wird später wieder an die Realität angepasst. Die Phasen, welche bei diesem Prozess durchlaufen werden, lassen sich vereinfacht mittels eines Kreislaufs darstellen. (Vgl.: Maaß; 2009)

Innerhalb dieses Kreislaufs lassen sich verschiedene Phasen unterscheiden, welche mit unterschiedlicher Intensität behandelt werden. Auch ist es nicht zwingend alle diese Prozesse durchzuführen, es liefert jedoch eine Strukturierung der Aktivität an sich.

In der Mathematikdidaktik sind viele verschiedene Modellierungskreisläufe gebräuchlich, welche sich hauptsächlich dadurch unterscheiden, was unter dem Begriff der Modellierung verstanden wird. Später wird noch auf verschiedene Kreisläufe eingegangen werden. Im deutschsprachigen Raum hat sich der Modellierungskreislauf von Blum weitestgehend durchgesetzt, an Hand von diesem werden auch die einzelnen Phasen näher erläutert. Ein großer Vorteil dieser Darstellung ist, dass hierbei Prozesse differenziert werden, welche bei SchülerInnen oft zu Schwierigkeiten führen. Dies kann vor allem LehrerInnen dabei helfen, die Fehler ihrer SchülerInnen zu verstehen und ihnen einen Ausweg zu zeigen. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

2.1. Die Phasen des Modellierungskreislaufes nach Blum:

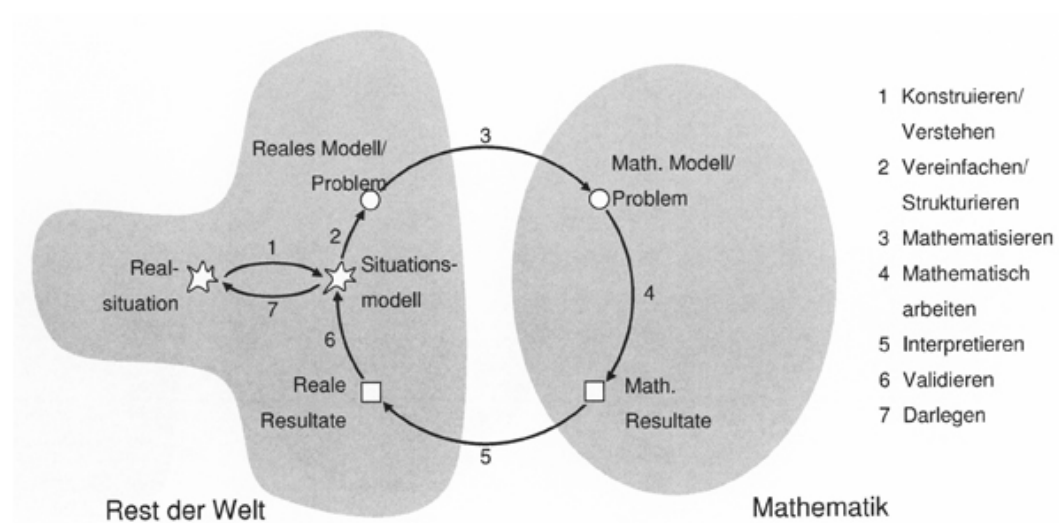


Abbildung 1 : Modellierungskreislauf nach Blum

1.) Konstruieren/Verstehen:

Die in der Aufgabe beschriebene Situation, bzw. das Problem muss verstanden werden. Oft müssen wichtige Informationen aus Texten herausgelesen werden. In manchen Fällen ist auch ein reales Objekt gegeben, an welchem es zu arbeiten gilt. Dies kann auch zur besseren Anschaulichkeit beitragen. Dieses Objekt wird Situationsmodell genannt. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

2.) Vereinfachen/Strukturieren:

Es wurde eine Leitfrage aus der Aufgabenstellung erkannt und diese soll mit Hilfe der Mathematik berechnet werden. Mit Hilfe dieser Leitfrage soll nun herausgefunden werden, welche Information als relevant und welche als weniger wichtig eingestuft werden kann. Das Situationsmodell soll nun zu einem Realmodell gemacht werden. Die Auswahl des Realmodells erfolgt nach mehreren Kriterien. Einerseits muss darauf geachtet werden, welche Mathematik bereits bekannt ist, welche Körper und Formeln eingesetzt werden können, andererseits soll das Modell die gegebene Situation auch nicht zu stark verändern,

denn es soll ja ein repräsentatives Ergebnis erzielt werden. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

3.) Mathematisieren:

Aus dem Realmodell soll nun ein mathematisches Modell werden. Anhand dessen, was als Realmodell definiert wurde, werden nun Formeln aufgestellt, Tabellen, Graphen oder Funktionsgleichungen betrachtet. Meist gibt es einige Möglichkeiten ein mathematisches Modell aufzustellen, auch wenn oft eines, welches schon des Öfteren im Mathematikunterricht verwendet wurde, häufig naheliegender ist. Da auf ein möglichst einfaches Modell abgezielt wird, ist es jedoch oft sinnvoll, erst einige Ideen zu sammeln und mit der Einfachsten zu arbeiten. (Vgl.: Wittmann; 2008)

In der Schule werden hier meist Aufgaben gestellt, welche es den SchülerInnen ermöglichen, bekannte mathematische Modelle anzuwenden. Der Lehrer/ die Lehrerin weiß hier auch schon, was die SchülerInnen können und was ihnen noch unbekannt ist. Dieses Wissen ermöglicht es ihnen aber auch Probleme bereitzustellen, die Lösungsmethoden benötigen, die den SchülerInnen zwar noch nicht bekannt sind, aber die dennoch im Möglichkeitsbereich des zu Erarbeitenden liegen. Es kann sinnvoll sein, mittels Modellierungsproblemen länger zurückliegende Methoden wiederzufinden und das Gelernte aufzufrischen. Auch soll die Vielfalt der Einfälle der SchülerInnen geschätzt werden und auch Methoden, welche nicht von der Lehrperson vorab durchgenommen wurden, sollen Anerkennung finden. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

4.) Mathematisch arbeiten:

Nun soll mit Hilfe von mathematischen Methoden eine Lösung des mathematischen Modells berechnet werden. Hierfür wird innermathematisch gearbeitet. Dies beinhaltet das Bestimmen von Eigenschaften von Funktionen und Graphen, das Umformen von Gleichungen, das Betrachten und Auswerten von Diagrammen. Teilweise sind diese Verfahren schon bekannt und wurden bereits im

Unterricht behandelt. Es kann aber auch möglich sein, dass neue Lösungswege gefunden werden müssen. (Vgl.: Wittmann; 2008)

5.) Interpretieren:

In diesem Schritt soll das berechnete Ergebnis wieder auf das reale Modell bezogen werden. Die berechneten Größen werden als greifbare Eigenschaften in der Wirklichkeit interpretiert. Wichtig ist hier, brauchbare Einheiten für die Wirklichkeit zu benutzen. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

6.) Validieren:

Jetzt soll überprüft werden, ob die Resultate auch auf das Problem in der Wirklichkeit zutreffend sind. Die Plausibilität kann einerseits mit Hilfe von Abmessen und bestimmen von sichtbaren Größen kontrolliert werden, oder es werden unabhängige, sichere Faktoren herangezogen. Eine weitere Möglichkeit ergibt sich aus der Vielfalt der Modelle, welche für das selbe Problem entwickelt wurden. Gerade in einer Klasse kann es sein, dass verschiedene Lösungswege gegangen wurden. Hier bietet es sich an, die verschiedenen Lösungen zu vergleichen. Liegen diese nahe beieinander, so ist es sehr wahrscheinlich, dass die Berechnungen gut zu dem realen Modell passen. Ist die Abweichung der berechneten Werte von der realen Situation zu groß, so kann man überprüfen, ob irgendwo ein Fehler unterlaufen ist, oder ob das Situationsmodell vielleicht zu sehr vereinfacht wurde. Durch erneutes Mathematisieren kommt man vielleicht in einem nächsten Schritt zu einer passenderen, aussagekräftigeren Lösung. Dadurch, dass dies öfters wiederholt werden kann, bis ein zufriedenstellendes Ergebnis erzielt wird, wird auch der Kreislaufcharakter klar ersichtlich. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

7.) Darlegen/Erklären:

Diese Phase soll hauptsächlich die kommunikative und argumentative Kompetenz der SchülerInnen schulen. Sie sollen hier ihre Ergebnisse vorstellen und erklären, Probleme und Fehlerquellen sollen erkannt und besprochen werden. Für diese Tätigkeit ist es wichtig, dass die

Schritte während der Modellierung auch dokumentiert und festgehalten wurden. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

Präsentiert man dieses Modell SchülerInnen, so ist es ihnen oft zu komplex und die einzelnen Schritte benötigen viel Denkleistung. So kann es passieren, dass die Aufgabe in den Hintergrund rückt und die SchülerInnen mit der „Abarbeitung“ der einzelnen Schritte intensiver beschäftigt sind. Aus diesem Grund wurden vereinfachte Kreisläufe für SchülerInnen entwickelt. Einer davon ist Blum's „Lösungsplan“ für Modellierungsaufgaben:

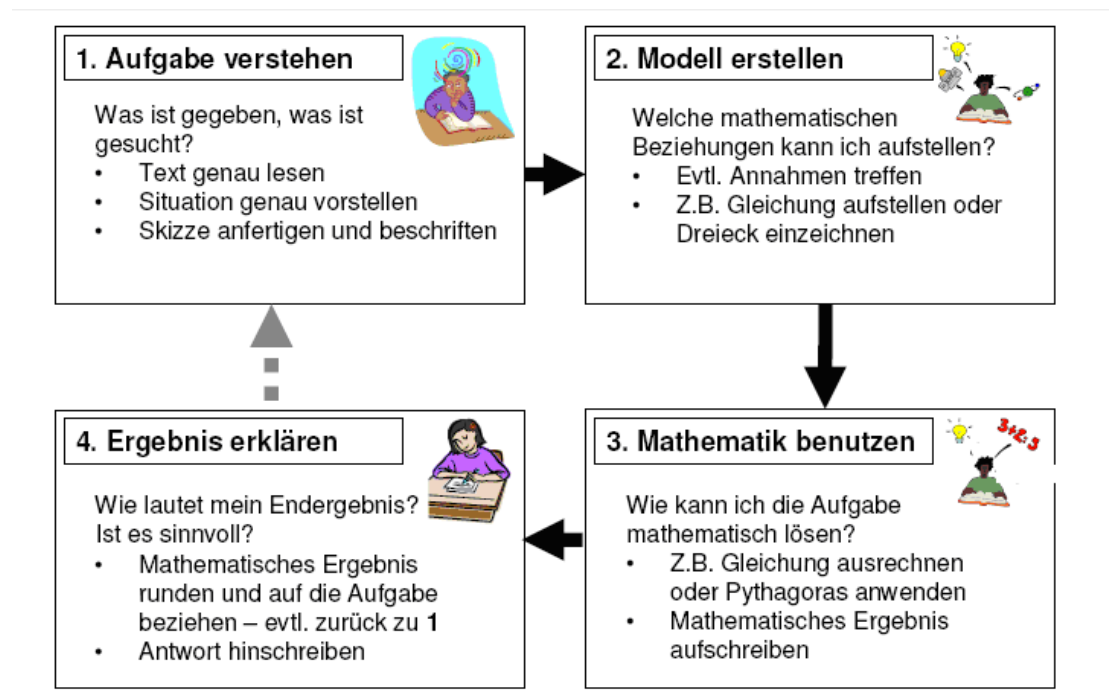


Abbildung 2 : Reduzierter Modellierungskreislauf

Dieser didaktisch reduzierte Kreislauf hat gegenüber dem für LehrerInnen einige Unterschiede. Für die bessere Verständlichkeit der SchülerInnen wird hier auf die komplexen Ausdrücke des ersten Kreislaufes verzichtet und sie bekommen in den 4 Feldern genaue Anweisungen welche Tätigkeit in welcher Reihenfolge durchzuführen ist. Hier wird nur ein „Modell“ beschrieben, es wird nicht mehr zwischen Realmodell, Situationsmodell und mathematischem Modell differenziert. Im vierten Punkt „Ergebnis erklären“ ist die Interpretation

und die Validierung zusammengefasst. Dies macht vor allem deswegen Sinn, weil diese zwei Komponenten für SchülerInnen oft schwer unterscheidbare Tätigkeiten darstellen. Auch fällt auf, dass der letzte Pfeil grau und strichliert dargestellt ist, was andeuten soll, dass der erneute Durchlauf in der Schule eher selten durchgeführt wird. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

2.2. Weitere Modellierungskreisläufe

Die folgende Abbildung ist jene Erklärung von Andrea Peter-Koop wie SchülerInnen die Aufgabe lösen „Wie viele Autos stehen in einem 3km langen Stau?“. Hier wird deutlich, dass sie keinem der schon vorgestellten Modellierungskreisläufe folgen, sondern eher immer kleine Modellierungsprozesse ausführen, um dann zu einem Endergebnis zu gelangen. Jede Berechnung wird sofort interpretiert und es wird die Plausibilität überprüft bevor weiter gerechnet wird. Die Art des Arbeiten wurde von Leuders und Büchter 2005 als eine Modellierungsspirale bezeichnet. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

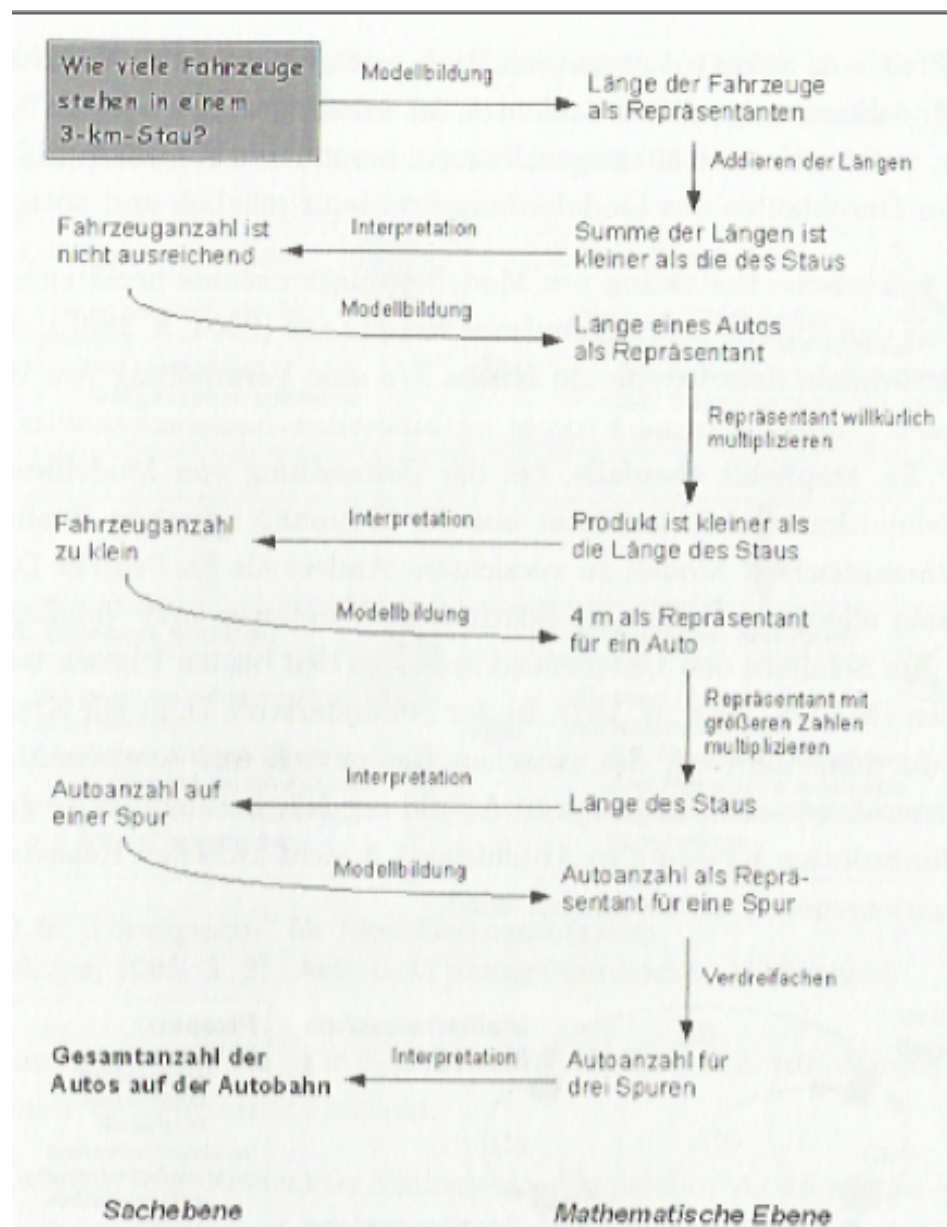


Abbildung 3 : Modellierungskreislauf nach Peter-Koop

Eine weitaus komplexere Darstellung eines Modellierungskreislaufes bietet die Firma „Frankfurt Consulting Engineers“, welche mathematische Prozessoptimierung bietet.

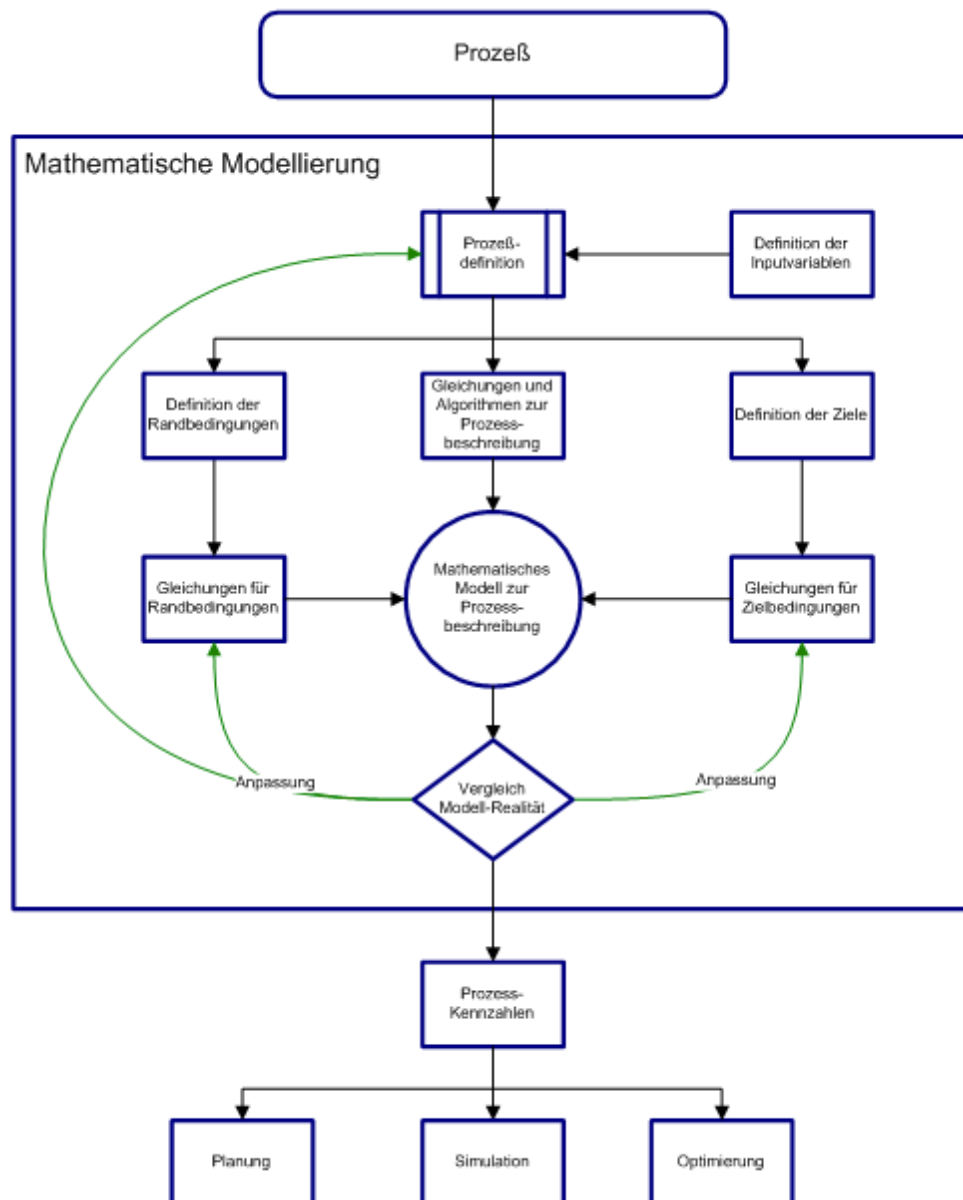


Abbildung 4 : Modellierungskreislauf zur Prozessoptimierung

Die Unterschiede zu dem oben beschriebenen Modellierungskreislauf sind schnell zu erkennen. Die reale Situation bildet hier der Prozess, dieser wird definiert und anschließend werden sofort drei weitere Bereiche festgelegt. Die Randbedingungen, die Ziele und die Gleichungen und Algorithmen zur Prozessbeschreibung werden bestimmt. Anschließend kommt es durch drei Wege zum mathematischen Modell zur Prozessbeschreibung. Hier wurden vor dem mathematischen Modell bereits mathematische Aspekte wie

Gleichungen aufgestellt. Danach kommt es zum Vergleich zwischen der Realität und dem Modell. Hier wird wieder der Kreislaufcharakter angedeutet denn, es kann durch Anpassung wieder zu einer Neudefinierung kommen.

2.3. Fehler beim Modellieren:

Zwar nimmt Frau Maaß an, dass SchülerInnen jeder Altersstufe das Modellieren an sich lernen können, doch kann es immer passieren, dass Fehler auftreten. Dies ist vor allem dann der Fall, wenn bestimmte Teilkompetenzen, welche für den Prozess benötigt werden, noch nicht ausreichend erlernt wurden. In jedem der einzelnen Schritte des Prozesses können Schwierigkeiten auftreten: (Vgl.: Maaß; 2009)

1.) Konstruieren/Verstehen:

In diesem ersten Schritt des Modellierungskreislaufes kommt es bei manchen Aufgaben vor, dass diese in einem langen Text verpackt präsentiert werden. Hier treten oft Verständnisprobleme auf, den SchülerInnen fehlt es an der Kompetenz des zusammenhängenden Lesens und das führt dazu, dass sie die Aufgabe nur teilweise oder nicht verstehen. Oft kommt es auch vor, dass SchülerInnen Signalwörter, welche auf gewisse Rechenoperationen hindeuten, lesen und glauben, dass dies schon alles ist, was sie zu tun haben. Sind die SchülerInnen nicht in der Lage die wirklich wichtigen Informationen aus einer Textaufgabe zu entnehmen, so ist es oft sinnvoll, die wichtigen Stellen zu markieren und so herauszuheben. Bei längeren Texten passiert es auch häufig, dass SchülerInnen versuchen, das Situationsmodell nach dem Text aufzubauen. Die erst gelesenen Informationen werden zuerst verpackt, je weiter unten ein Detail steht, desto später wird es in das Modell eingearbeitet. Dies führt allerdings dazu, dass wichtigen Informationen, welche am Ende eines Textes stehen, eine geringere Bedeutung zugeordnet wird.

Doch auch bei anderen Darbietungen eines Problems, wie einem Bild oder einem realen Gegenstand, treten Schwierigkeiten auf. So kann es

passieren, dass nicht alle wichtigen Aspekte entnommen werden können. Ein weiteres Problem kann die Interpretation der SchülerInnen darstellen. Durch ihre Erfahrungswelt setzen sie Bedingungen voraus, die in der Aufgabe nicht als gegeben angesehen werden können. In Klassen mit jüngeren SchülerInnen passiert es auch noch häufiger, dass sie sich nicht lange genug auf die Aufgabenstellung konzentrieren, sondern gleich mit der Berechnung beginnen, ohne davor Ideen über den Lösungsweg gesammelt zu haben. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

2.) Vereinfachen/Strukturieren:

Hier soll das Situationsmodell in ein Realmodell übergeführt werden. Dabei müssen gewisse Aspekte idealisiert oder weggelassen werden, da das Modell sonst zu komplex wird. Dieser Akt bereitet SchülerInnen oft Schwierigkeiten, vor allem, wenn sie noch nicht geübt in der Tätigkeit des Modellierens sind. Auch kann es dadurch dazu kommen, dass wichtige Aspekte der Realität vernachlässigt wurden und andere, welche vielleicht weniger wichtig gewesen wären, wurden berücksichtigt. Das Problem liegt also dabei, die relevanten Daten zu identifizieren und herauszufinden, welche Aspekte weniger relevant für die Lösung sind. Auch kann es sein, dass SchülerInnen viel zu komplex denken, und sich damit ein schwierigeres Modell erarbeiten, weil sie einfachere, weiter zurückliegende Grundideen nicht mehr parat haben. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

3.) Mathematisieren:

In diesem Schritt wird das Realmodell mathematisiert, es werden also innermathematische Formeln, Gleichungen, Tabellen oder Graphen gesucht, welche zu dem Modell passen. Hier kann es passieren, dass die Funktion mittels einer falschen Formel modelliert wird, diese scheint zwar plausibel, liefert aber bei näherer Betrachtung nicht das gesuchte Ergebnis. Auch kann es vorkommen, dass überhaupt falsche Formeln oder Darstellungen verwendet werden. Bei Textaufgaben muss aus der Aufgabe herausgelesen werden, welche Operation

durchgeführt werden muss, dies führt oft wegen Verständnisproblemen zu Schwierigkeiten. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

4.) Mathematisch arbeiten:

Hier treten die vielfältigsten Fehler auf. Dies passiert dadurch, dass so viele verschiedene Dinge zum Einsatz kommen können. Einerseits kann es passieren, dass sich die SchülerInnen verrechnen, doch auch im Technologieeinsatz kann es zu Problemen kommen. Häufig passiert es, dass Zahlen falsch eingegeben werden oder auch, dass sich die SchülerInnen mit den Funktionen nicht richtig auskennen. Auch beim Umrechnen von Einheiten entstehen manchmal Schwierigkeiten, zum Beispiel macht die Umrechnung zwischen Litern und Volumenmaßen bis in die Oberstufe Probleme. Auch kann es passieren, dass ein zu kompliziertes mathematisches Modell gewählt wurde und der Schüler/die Schülerin gar keine Wege zur Lösung kennt, oder es gar keine Möglichkeit der Berechnung gibt. Ist die Berechnung sehr komplex, kann aber durchgeführt werden, so kann es dazu führen, dass die SchülerInnen den Überblick verlieren und sich in ihren eigenen Berechnungen am Ende nicht mehr auskennen. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

5.) Interpretieren:

In der Interpretationsphase decken SchülerInnen oft von selbst Fehler auf, welche in dem vorhergegangenen Prozess passiert sind. Doch auch in dieser Phase kommt es zu selbstständigen Fehlern. Es werden zum Beispiel Ergebnisse überinterpretiert, die SchülerInnen berechnen also etwas und interpretieren das Ergebnis dann so, dass es zu der Fragestellung passt. Andererseits kann es passieren das alles richtig und passend berechnet wurde, die SchülerInnen aber am Ende des Kreislaufes nicht mehr genau wissen was die Fragestellung war und sich somit mit der Interpretation schwer tun. Auch werden Ergebnisse oft als „richtiger“ angesehen als sie eigentlich sind. Die Validierungsphase wird vorweggenommen und es wird stark gerundet oder falsche Vorzeichen werden einfach ignoriert. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

6.) Validieren:

Jetzt sollen die Resultate betrachtet werden und es wird geprüft ob diese mit der realen Situation übereinstimmen können. Dabei ist es wichtig, sich noch einmal vor Augen zu halten welche Idealisierung vorgenommen wurde. Denn Das Ergebnis ist das Ergebnis des idealisierten Modells, wurde zu viel weggelassen oder nicht berücksichtigt, so ist auch das Ergebnis ungenauer. Dies kann in einem weiteren Durchgang verbessert werden. Auch kann ein Ausblick gegeben werden, welche Aspekte an Situations-, Real-, oder mathematischen Modell verändert werden sollten. Hier ist es aber immer wichtig, auch noch das Ausgangsproblem im Hinterkopf zu halten um dieses nicht ganz aus den Augen zu verlieren. Haben die SchülerInnen zu wenig Kriterien zur Verfügung um ihre Ergebnisse überprüfen zu können, so passiert es, dass die Ergebnisse nicht als falsch sondern lediglich als ungenau bezeichnet werden, Verbesserungsvorschläge werden außer Acht gelassen. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

7.) Darlegen/Erklären:

Hier geht es mehr darum, die Ergebnisse und Erkenntnisse so zu präsentieren, dass die zuhörende Zielgruppe auch versteht worum es geht. Oft passiert es aber, dass unpassende Ergebnisse einfach weggelassen werden oder auch hilfreiche Darstellungen nicht gezeigt werden. Es muss daher sehr darauf geachtet werden, dass die Vorgänge verständlich aufgeschrieben wurden, so dass die Zielgruppe sich auch auskennt. Auch die Kompetenz, sich in andere Personen hineinzuversetzen, um zu überprüfen, ob die eigenen Erklärungen auch verständlich sind, wird hier zu einem wichtigen Bestandteil. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

Da gerade bei komplexeren Aufgaben das Durchlaufen des Modellierungskreislaues viel Zeit in Anspruch nimmt, kann es sein, dass SchülerInnen den Überblick in ihren Handlungen verlieren. Sie wissen am Ende nicht mehr genau, wie sie vorgegangen sind und was sie mit ihren

Berechnungen bezwecken wollten. Dies kann dadurch verbessert werden, dass die SchülerInnen angehalten werden, wirklich alles genau zu dokumentieren und aufzuschreiben. So fällt es ihnen auch leichter Fehler welche während des Prozesses passiert sind, zu identifizieren. Durch das Bereitlegen des Modellierungskreislaufes kann den SchülerInnen eine Struktur im Arbeiten geboten werden, so kommt es weniger häufig dazu, dass ganze Phasen vergessen werden. Besonders das Validieren und das Erklären wird oft weggelassen. Darum ist es hilfreich, den Kreislauf parat zu haben. Allgemein sollen Fehler natürlich Chancen zum Weiterlernen bieten und gerade bei Modellierungskreisläufen kann ein Fehler ein Ansporn sein, es in einem weiteren Durchgang noch einmal zu versuchen.

3. Legitimation der Behandlung von Modellen im Mathematikunterricht

Die Legitimation des Modellierens im Mathematikunterricht kann in verschiedener Weise geschehen. Einerseits soll die Perspektive der SchülerInnen, und deren emotionaler und menschlicher Nutzen beleuchtet werden, andererseits soll auf allgemeindidaktische und fachdidaktische Legitimationen eingegangen werden.

- Motive aus SchülerInnensicht:

Vorweg soll gesagt werden, dass die Begeisterung und die Lernwilligkeit der SchülerInnen durch Modellierungsaufgaben gesteigert werden kann. Dies zeigt eine Studie vom Maaß aus dem Jahr 2004, in der erhoben wurde, dass die SchülerInnen vor Beginn der Arbeiten Mathematik eher als "nutzlos und irrelevant" angesehen haben. Diese Einstellung änderte sich aber nach der Durchführung der Studie, und der Nutzen von Mathematik wurde viel positiver eingestuft. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

Des Weiteren nennt Timo Leuders einige Argumente für das Bilden von Modellen und Problemlösen im Unterricht: um ein angemessenes Bild der Mathematik zu vermitteln, ist es notwendig, im Unterricht nicht ausschließlich fertige mathematische Konzepte zu benutzen. Durch die aktive Entwicklung von Lösungsstrategien wird viel eher das wahre Bild der Mathematik an die SchülerInnen weitergegeben. Auch fällt es den Lernenden bei der Bearbeitung von lebenswelt-nahen Problemen leichter einen Sinn hinter ihren Bemühungen zu finden, und, wie oben erwähnt, steigert das die Motivation und Bereitschaft. Auch werden Inhalte, welche eigenständig erarbeitet werden, leichter erinnert und behalten. Dadurch sind solche entwickelten Strategien auch tatsächlich jene, auf die die SchülerInnen leicht zugreifen können. Da es beim Problemlösen oft Situationen gibt, welche schwierig zu überwinden sind oder viel Durchhaltevermögen erfordern, ergibt sich aus einer solchen Arbeitsweise auch ein emotionaler Wert für die SchülerInnen.

Ist ein Problem gegeben, mit welchem sie sich identifizieren können, wollen sie dieses auch lösen. Auf dem Weg dahin gibt es oft Hindernisse und Schwierigkeiten, oft muss wieder von vorne angefangen werden. Ist das Problem schlussendlich aber gelöst, so werden die SchülerInnen über ihren Erfolg erfreut sein. (Vgl: Leuders; 2003)

- Die allgemeindidaktische Perspektive:

Um diese Perspektive näher zu beleuchten, kann ein Konzept von Heymann herangezogen werden. Mit einer Liste von Aufgaben, welche ein bestimmtes Fach oder ein bestimmter Inhalt erfüllen soll, wird eine Möglichkeit geboten, den allgemeinbildenden Charakter zu untersuchen. Die sieben zu erfüllenden Aufgaben sind:

Die Lebensvorbereitung - hier sollen die SchülerInnen nach der Schule in der Lage sein ihren Alltag angemessen zu bewältigen,

die Stiftung kultureller Kohärenz,

die Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch.

Ein weiterer, großer Punkt ist die Weltorientierung, was bedeutet, dass die SchülerInnen in der Lage sein sollen, das Geschehen rund um sie richtig einzuordnen und zu wissen, wie weit es uns möglich ist, die Vorkommnisse der Welt und unseres Lebensraumes zu verstehen und zu berechnen. Als weitere Punkte nennt Heymann die Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft, die Einübung in Verständigung und Kooperation, und die Stärkung des SchülerInnen-Ichs.

Fächer wie Mathematik sollen also auf das Leben vorbereiten und einen Grundstein dafür legen, dass ein strukturiertes, klares Leben geführt werden kann. Heymann sieht in der Weltorientierung die Hauptlegitimation von Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht. Durch die Bearbeitung von realen Problemen sollen die SchülerInnen erkennen, in wie vielen Bereichen der Welt die Mathematik eine Rolle spielt. Sie sollen sehen, welche Dinge

berechenbar sind und wo die Grenzen unserer Modelle liegen. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

- Die fachdidaktische Perspektive:

Modellierung hat in der aktuellen Diskussion über die Fachdidaktik in der Mathematik einen hohen Stellenwert. Dies entwickelte sich nicht zuletzt durch das schlechte Abschneiden bei der PISA-Studie und der daraus folgenden "Neudefinition" der zu erlernenden Kompetenzen. Winter fasste die Anforderungen in drei Grunderfahrungen zusammen, welche weitestgehend akzeptiert werden und auch in das Kompetenzmodell adaptiert wurden: (Vgl.: Hinrichs; 2008)

- *"(G1) Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrnehmen und verstehen,*
- *(G2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,*
- *(G3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten (heuristische Fähigkeiten), die über die Mathematik hinausgehen, zu erwerben. "* (Zitat: Modellieren im Mathematikunterricht; Gerd Hinrichs; 2008; S.: 40)

Liest man sich diese Grunderfahrungen durch, wird schnell deutlich, dass das Modellieren und Problemlösen hier eine große Bedeutung hat. Auch konkretisiert Winter die erste Grunderfahrung weiters folgendermaßen: *"Interessant und wirklich unentbehrlich für Allgemeinbildung sind Anwendungen der Mathematik erst, wenn in Beispielen aus dem gelebten Leben erfahren wird, wie mathematische Modellbildung funktioniert und welche Art von Aufklärung durch sie zustande kommen kann,..."* (Zitat: Modellieren im Mathematikunterricht; Gerd Hinrichs; 2008; S.: 40) Hier wird also der Bezug zur Lebenswelt der SchülerInnen hergestellt. In G3 geht

Winter auf die heuristischen Fähigkeiten ein, welche den SchülerInnen in ihrem weiteren Leben eine Hilfe darstellen sollen.

Solche didaktischen Konzepte und Anforderungen wurden als Grundlage für die Erstellung des Kompetenzmodells im Rahmen der Bildungsstandards berücksichtigt. Das Kompetenzmodell, welches für das Unterrichtsfach Mathematik entwickelt wurde, geht auf zwei Aspekte der Kompetenzen ein, zum Einen die "allgemeinen mathematischen Kompetenzen" und zum Anderen die "inhaltlichen mathematischen Kompetenzen". Unterschieden werden jeweils 4 Kompetenzen, die, vernetzt auf verschiedenen Niveaus, erlernt werden sollen.

- Allgemeine mathematische Kompetenzen

- *A1: Modellbilden, Darstellen:* Hier wird die Fähigkeit gefordert, aus gegebenen Sachverhalten relevante Daten herauszulesen. Im nächsten Schritt sollen diese Daten aus der realen Welt in ein mathematisches Modell übergeführt werden. Ein weiterer Bereich im Modellbilden ist das Erfinden eines Sachverhaltes zu einer gegebenen mathematischen Situation wie einer Gleichung oder einem Term.
- *A2: Operieren, Rechnen:* In dieser Kompetenz geht es darum, Lösungsverfahren auszuwählen und diese richtig einzusetzen und zu verstehen. Zur Lösung von mathematischen Problemen können Rechenoperationen wie Termumformungen, das Aufstellen von Gleichungssystemen, etc. von Nöten sein. Eine Lösung kann aber auch durch das richtige Lesen einer Tabelle oder Interpretieren einer Zeichnung gefunden werden. Auch das Rechnen an sich und Konstruktionen von Funktionen fallen in diesen Bereich.
- *A3: Interpretieren, Dokumentieren:* Aus mathematischen Darstellungen sollen Ergebnisse herausgelesen und auf die reale Situation übertragen werden. Die Inhalte sollen im Kontext

des Anfangsproblems gedeutet werden und auf ihre Brauchbarkeit hin analysiert werden.

- *A4: Argumentieren, Begründen:* Mathematische Probleme sollen so argumentativ behandelt werden, dass die Fachsprache richtig eingesetzt wird und mathematische Daten und Ergebnisse korrekt wiedergegeben werden. Auch soll die Auswahl des Modells und der Verlauf der Untersuchung begründet werden können.

- Inhaltliche mathematische Kompetenzen

- *B1: Zahlen und Maße*
- *B2: Variablen und funktionale Abhängigkeiten*
- *B3: Figuren und Körper*
- *B4: Statistische Kenngrößen*

(Vgl.: <http://www0.eduhi.at> ;12.12.2014)

- Komplexitätsniveaus

- *K1: Einsetzen von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten:* Die Anwendung soll aus dem Kontext erkannt werden. Erlernte Lösungsstrategien sollen erinnert und eingesetzt werden.
- *K2: Herstellen von Verbindungen:* Bei komplexeren Problemen sollen Verbindungen zwischen Lösungswegen und –strategien hergestellt werden. Verschiedene Darstellungsmöglichkeiten und Verfahren sollen auf geeignete Weise miteinander verbunden werden.
- *K3: Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren:* Es soll über die Richtigkeit und Brauchbarkeit von Modellen und Lösungswegen nachgedacht werden. Die Bearbeitung kann dokumentiert werden, um die einzelnen Schritte im Nachhinein zu betrachten und über ihre Brauchbarkeit zu entscheiden. Auch

soll nach der Lösungsfindung validiert und argumentiert werden.
(Vgl.: <https://www.bifie.at>; 12.12.2014)

Die inhaltlichen mathematischen Kompetenzen bieten viele Anwendungsmöglichkeiten, in denen das Modellieren geübt und erlernt werden kann. Im Anhang findet sich der aktuelle Lehrplan für Mathematik, weiter unten werden Vorschläge für modellierungsorientierte Unterrichtsstunden mit Lehrplanbezug gegeben.

3.1. Mathematische Allgemeinbildung

Die Frage danach, was Mathematikunterricht leisten soll, wird oft sehr unterschiedlich beantwortet. Einerseits soll es möglich sein, nach der Matura im Rahmen von mathematischen oder technischen Studienrichtungen oder Berufen an das Wissen anzuknüpfen und es weiterzuführen. Andererseits gibt es den Ruf nach weniger Mathematik von Seiten der SchülerInnen und Eltern, wenn feststeht, dass Mathematik nicht für den weiteren Lebensweg benötigt wird. Durch den Ausgang der PISA-Studie wurde diese Debatte um die Lehrpläne noch lauter und der Druck bezüglich der Legitimation des Mathematikunterrichts wurde immer stärker. Versucht man alle Anforderungen, welche von verschiedenen Gesellschaftsgruppen an den Mathematikunterricht gestellt werden, zu berücksichtigen, so kommen verschiedene Komponenten zum Vorschein: (Vgl: Leuders; 2003)

- Mathematik als Vordergrundbildung:

Vordergrundbildung bedeutet, dass die SchülerInnen Fähigkeiten erwerben sollen, welche ihnen im alltäglichen Leben nützen. Mathematik soll sie dabei unterstützen an der Gesellschaft teilhaben zu können, darum ist es wichtig sich zu überlegen, wozu Mathematik benötigt und eingesetzt wird und in welchen Bereichen sie eine lebenspraktische Bedeutung spielt. Hier werden in erster Linie Beispiele genannt, wie: Restaurantrechnungen überschlagsmäßig im

Vorhinein berechnen, grobe Aufteilungen zu bestimmen, Preise und Mengen zu vergleichen, Diagramme und Karten zu lesen, Kochrezepte zu verstehen und in der Menge zu variieren und allgemein ein Gefühl für Zahlenangaben zu bekommen. Die wichtigsten Fähigkeiten sind hier wohl das Runden, Überschlagen und Schätzen, aber auch das Lesen von Diagrammen wird als wichtige Kompetenz erachtet. Die Schule soll also eine Art "Zahlensinn" vermitteln, um das Verständnis zu erleichtern. Aber auch die Lesekompetenz der SchülerInnen spielt im Mathematikunterricht eine wichtige Rolle. Sie muss geschult werden, um mathemathikhaltige Texte zu verstehen, welche sich in vielen Nachrichten und besonders als Erklärungen bei tabellarischen oder graphischen Darstellungen finden. Dadurch kann auch das kritische Betrachten geschult werden, denn SchülerInnen können durch ein solches Wissen überprüfen, ob zum Beispiel Darstellungen manipuliert wurden und ob Zahlenangaben überhaupt stimmen können. Ein Gefühl dafür wird entwickelt.

Sollen allerdings die Nachrichten und Informationen wirklich richtig verstanden werden, so sind weitere Fähigkeiten von Bedeutung. So ist es wichtig Wahrscheinlichkeits- und Risikoangaben überprüfen zu können, demographische Daten zu interpretieren und die Signifikanz von Stichproben zu bewerten. Schon beim Verständnis des Wahlverfahrens wird einiges an mathematischen Verständnis gefordert. Es soll also ein kritischer Umgang mit Daten geschult werden. Den SchülerInnen soll es ermöglicht werden, möglichst viel dessen, was in Medien und Gesellschaft präsentiert wird, zu verstehen und überprüfen zu können.

Diese Art der mathematischen Schulung war auch bei der PISA-Studie gefragt, bei der die mathematische Grundbildung folgendermaßen interpretiert wird: *"Mathematische Grundbildung ist die Fähigkeit einer Person, die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens dieser Person als*

konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht.”

(Zitat: <https://www.mpib-berlin.mpg.de/Pisa/KurzFrameworkMaths.pdf>;

20.1.2015; 18:23) Nach dieser Definition waren auch die Aufgaben konzipiert. Es ging dabei weniger darum, erlernte Konzepte anzuwenden und nach Rezepten zu rechnen, sondern eher um den Anwendungsaspekt in den Beispielen. Die SchülerInnen sollten ihr Wissen verknüpfen und in neuen Beispielen zur Anwendung bringen. Das mathematische Denken war gefragt. Diese Art der funktionalen Bildung wird oft auch als Modellbilden bezeichnet. (Vgl: Leuders; 2003)

- Mathematik als Hintergrundbildung:

Mathematik als Hintergrundbildung bedeutet nicht mehr nur den konkreten Nutzen verschiedener Formeln und Lösungsstrategien zu sehen, sondern zu verstehen, für welche Bereiche die Mathematik gebraucht und geschaffen wurde. Den SchülerInnen sollen Möglichkeiten vermittelt werden, die Welt mit mathematischen Augen zu sehen, da sie in alltäglichen Dingen doch sehr oft vorkommt. Sie sollen verstehen, welche Rolle Mathematik in der Technologie spielt, welchen Beitrag sie an der Entstehung von Wissenschaften hatte, und differenzieren können, wo es sinnvoll ist, ein Problem mathematisch zu betrachten und wo nicht. Auch sollen die Grenzen und Möglichkeiten von Modellen verstanden werden. In diesem Aspekt des Mathematikunterrichts soll den SchülerInnen ein Einblick dahingehend gegeben werden, in welchen Technologien Mathematik fast unsichtbar eingebaut ist. Auch soll klar gemacht werden, dass, obwohl wir sie nicht immer direkt sehen und wahrnehmen können, sie dennoch unabdinglich für gewissen Bereiche des gesellschaftlichen Lebens ist. Sei es die Funktionsweise eines Computers, der Aufbau eines Bankomaten oder nur die zugrundeliegenden Theorien eines Autos.

Durch die Schulung der Wahrnehmung in diese Richtung soll die Differenzierung zwischen der geisteswissenschaftlichen und der naturwissenschaftlichen Welt minimiert werden, denn, egal ob GeisteswissenschaftlerIn oder NaturwissenschaftlerIn, beide

bekommen aus der Schule dasselbe mathematische Verständnis mit.
(Vgl: Leuders; 2003)

Um diese Komponenten in einem einzigen Unterricht verbinden zu können, bedarf es auch einer gewissen Unterrichtsstrategie und dem Verständnis über das Lernen der SchülerInnen.

3.2. Die Stufen des Lernens aus psychologischer Sicht:

- (1) Motivation: In der Stunde sollte eine positiven Atmosphäre herrschen, die Lehrperson sollte Zuversicht über den Lernerfolg der SchülerInnen ausstrahlen, das Ziel sollte realistisch bemessen sein.
- (2) Information: Das Material sollte so gestaltet sein, dass die Aufgabenstellung klar formuliert und auch das Ziel bekannt ist.
- (3) Informationsverarbeitung: In diesem Schritt wird die Information gesichtet, verstanden und selektiert.
- (4) Speichern und Abrufen: Durch häufiges Üben und Wiederholen des Gelernten wird die Information gespeichert.
- (5) Anwendung und Transfer: Das Gelernte wird mit weiteren Informationen verknüpft, und so wird der Anwendungsbereich erweitert.
- (6) Streuung und Kontrolle: Das Gelernte soll nun flexibel eingesetzt und abgerufen werden können. (Vgl.: Schober; SS2012)

Allgemein psychologisch gesehen geht es also nicht darum, Rezepte zum Bearbeiten von Problemen auswendig zu lernen, sondern darum, Information aufzunehmen, diese zu vernetzen und in der Lage zu sein, sie flexibel anzuwenden. Dies ist auch genau das, was in der angewandten Mathematik verlangt wird. Um also zu dem Punkt zu kommen, das Wissen in jeder Situation abrufen und verwenden zu können, bedarf es einer häufigen Wiederholung und Festigung der Informationen.

Eine weitere wichtige Information über den Lernprozess der SchülerInnen liegt im Gehirn selbst, denn wenn wir verstehen wie Informationen aufgenommen werden, dann können diese Tätigkeiten verstärkt werden.

3.3. Wie funktioniert das Gehirn/wie lernt es (Mathematik):

Obwohl die Hirnforschung durch neue Techniken und Technologien in den letzten Jahren bemerkenswerte Fortschritte erzielt hat, ist es an Hand solcher Daten nicht möglich zu sagen, wann, wo und wie am besten gelehrt und gelernt wird. Zwar ermöglichen uns Verfahren wie die Positron-Emissions-Spektroskopie ganz genau zu beobachten welche Hirnareale bei welcher Tätigkeit aktiv sind, jedoch ist nicht mit Sicherheit gezeigt, dass diese Neuronenaktivität auch das Wesentliche des Denkens widerspiegelt.

Die Struktur des Gehirns:

Zwar können wir es nicht 100% genau sagen, doch Schätzungen zu Folge besteht das Gehirn bei der Geburt aus circa 100 Milliarden Nervenzellen. Alle diese Nervenzellen sind bei der Geburt des Menschen zwar schon vorhanden, sie sind aber noch unreif und nicht gut vernetzt. Durch Lernprozesse wird das Gehirn von da an strukturiert, Verbindungen werden hergestellt. Wird Information im Gehirn verarbeitet, so wird sie über Synapsen von Nervenzelle zu Nervenzelle transportiert, bis sie den richtigen Ort erreicht. Durch jede Weitergabe und Verarbeitung von Information verändert sich die Struktur und Anzahl der Synapsen, man könnte also sagen, SchülerInnen lernen in der Schule mit einer noch nicht fertigen Gehirnstruktur.

Die Weitergabe der Informationen von Nervenzelle zu Nervenzelle erfolgt folgendermaßen: Die Information versetzt eine Nervenzelle in einen elektrisch erregten Zustand. Durch diese Erregung wird ein Neurotransmitter ausgeschüttet, der die Information über die Synapse in die nächste Nervenzelle transportiert, dadurch wird auch die Nachbarzelle elektrisch erregt. Informationen wandern aber nicht auf einzelnen Pfaden durch das Gehirn, sondern sehr dicht verknüpft. Eine Nervenzelle kann bis zu 10000

Synapsen haben, welche sie mit weiteren Nervenzellen verbinden. Das bedeutet, dass Informationen aus verschiedenen Nervenzellen empfangen und auch in viele Richtungen weitergegeben werden. Durch die Vielfalt und die Weiterentwicklung der Struktur hat die Nervenzelle die Möglichkeit unterschiedlich viel Information weiterzugeben. So kann man sich auch Filterungs- und Speicherprozesse vorstellen.

Dieses Wissen ist wichtig, um den Lernprozess der SchülerInnen besser verstehen zu können. Im Kurzzeitgedächtnis ist es so, dass die elektrische Erregung sehr schnell herbeigeführt werden kann, jedoch ist sie auch nicht von langer Dauer und sehr instabil. Wird also neue Information aufgenommen, so wird im Kurzzeitgedächtnis abgelegtes Wissen schnell überschrieben und somit wieder vergessen. Wichtig für einen nachhaltigen Lernprozess ist also eine Übertragung der Information vom Kurzzeit- ins Langzeitgedächtnis. Um dies zu bewerkstelligen, muss sich die Struktur der Synapsen verändern. Der Umbau erfolgt mittels körpereigener Proteine und dauert mindestens 24 Stunden. Dieser Prozess der Abspeicherung wird durch Wiederholung der Information unterstützt, jedoch durch weitere Informationszufuhr auch gestört.

Für den Unterricht bedeutet dies, dass es sehr wichtig ist, Inhalte aus den Vormittagsstunden zu wiederholen, um diese besser Speichern zu können. Leider bedeutet es auch, dass der Vormittag der SchülerInnen, so wie er bis jetzt mit verschiedenen Fächern strukturiert ist, eher hinderlich für gutes Lernen ist, da Informationen schnell mit neuen überdeckt werden. (Vgl.: Schulze; 2015)

3.4. Welche Bedeutung hat dies für den Unterricht?

Durch die neurobiologische Erklärung des Gehirns werden auch Schlüsse im Bezug auf das Lernen gezogen. Ebenfalls wird versucht, aus den Erkenntnissen Regeln für den Unterricht abzuleiten. Die Theorie des aktiven Lernens, nach der der Schüler/ die Schülerin das Wissen selbst konstruiert

und verknüpft, scheint dadurch bestätigt, aber auch lang bekannte Prinzipien, wie die Bedeutung der Wiederholungen, werden neurobiologisch plausibel.

Im Folgenden werden einige Beispiele angeführt, wie das Gehirn lernt und welche Bedeutung dieser Prozess für den Mathematikunterricht hat.

Vernetztes Wissen: Durch die zahlreichen synaptischen Verbindungen zwischen den Nervenzellen entsteht eine Art Netzwerk. Wird an etwas gedacht, so wird beispielsweise nicht nur der Bereich eines Objektes aktiviert, sondern auch andere Bereiche erfahren Stimulierung durch die erlernten Verbindungen. Denken wir zum Beispiel an einen Sessel, so wird sofort auch die Verbindung zum Begriff "Sitzen" herbeigeführt. Diese Assoziation fällt umso leichter, je stärker die Regionen miteinander verbunden sind. Es fällt uns also leichter Begriffe abzurufen, wenn diese intensiv in die vorhandene Struktur eingebaut sind. Aus diesem Grund sollte man den SchülerInnen unterschiedliche Zugangsmöglichkeiten und Erklärungen darbieten. Auf diese Art können sie das neue Wissen weit-vernetzt in die Struktur einarbeiten und so leichter abrufbar machen. Eine Möglichkeit dies zu tun, ist die Information nicht nur auditiv oder visuell, sondern auch haptisch oder auf einer emotionalen Ebene weiter zu geben. Eine weitere Möglichkeit ist es, mehrere Anwendungsaspekte anzubieten. Die SchülerInnen können sich dann aus einer Auswahl jenen Aspekt aussuchen, der ihnen am meisten zusagt, d.h. welcher schon am besten in ihrer Hirnstruktur verankert ist.

Mustererkennung: Wahrgenommene Bilder gelangen nicht ungefiltert in das zuständige Hirnareal. Zwischen Netzhaut und Sehrinde befindet sich eine neuronale Ebene, welche das Gesehene verarbeitet und in einzelne Informationen aufschlüsselt. Im Bewusstsein kommen dann diese vereinfachten Informationen, wie Räumlichkeit, Farbe, Form, etc. an. Das Gesehene wird also bereits analysiert weitergegeben. Aus diesem Grund fällt die Mustererkennung dem menschlichen Gehirn weitaus leichter, als algorithmische Vorgangsweisen. Aus diesem Wissen können wir ableiten, dass graphische Darstellungsformen für Erklärungen sehr vorteilhaft sind. Da eine solche Darstellungsart zulässt, dass auch mathematisch noch nicht

geschulte Menschen zu Erkenntnissen gelangen, eignen sie sich besonders gut für den Entdeckungsprozess in der Schule.

Zahlensinn und Sprachfähigkeit: Ein näherungsweise funktionierender Zahlensinn scheint uns und einigen Tieren angeboren zu sein. Beobachtbar ist, dass die Mächtigkeit von Mengen abgeschätzt und verglichen werden kann, und auch Zahlensymbole in Größenvorstellungen umgewandelt werden können. Dies passiert aber nicht numerisch genau, sondern eher näherungsweise, was sich darin äußert, dass für das Vergleichen von nahe beieinander liegenden Zahlen mehr Zeit benötigt wird, als für Zahlen größerer Differenz. Wollen wir genaue mathematische Informationen geben, so bedienen wir uns einer symbolischen Sprache, dieses Wissen ist in der selben Hirnregion wie die Sprachfähigkeit zu lokalisieren. Rechnungen im kleinen Ein-Mal-Eins aktivieren oft den gleichen Bereich wie der den wir benötigen, um Wortfolgen auswendig zu lernen. Es ist also durchaus von Vorteil, einige Algorithmen auswendig zu lernen, dies soll aber nur eine Teilkomponente des Mathematikunterrichts sein.

Motivation: Auch der emotionale Zustand im limbischen System spielt eine große Rolle für das Abrufen von Gedächtnisinhalten. Dieses System ist auch für die Bewertung von Wahrnehmungen und Entscheidungen über Verfahren zuständig. Wird also eine Information mit dem Gefühl "Angst" verknüpft, so ist diese negativ behaftet und wird aus diesem Grund nicht mehr so leicht erinnert. Wird mit einer Belohnungserwartung und ein wenig anregendem Stress gelernt, so werden Inhalte leichter wieder herangezogen. Gerade Mathematik ist ein Schulfach, welches vielen Lernenden Schwierigkeiten bereitet, wahrscheinlich auch aus dem Grund, dass Mathematik oft als "Angstfach" beschrieben wird. Gerade in solchen Fächern, welche einen so großen Druck vermitteln, ist es besonders wichtig ein lernförderndes und ruhiges Klima innerhalb der Klasse anzustreben.

Gedächtnis: Auch die synaptischen Verbindungen im Gehirn haben durch oftmalige Wiederholung die Fähigkeit dazuzulernen und sich anzupassen. Wird zum Beispiel ein bestimmtes Bild immer wieder präsentiert, jedoch mit stetig abnehmenden Detailgrad, so ist es uns dennoch möglich

auszumachen, was auf dem Bild zu sehen ist, selbst wenn es sich nur noch um eine sehr fragmentarische Darstellung handelt. Wird ein Verfahren oftmals wiederholt und durchgeführt, so benötigt man, um es auszuwählen, immer weniger Impulse welche auf dieses Verfahren hindeuten. Dies gilt auch für mathematische Regeln: durch oftmaliges Wiederholen, wird die Regel viel schneller und leichter erinnert.

Umgang mit Fehlern: Da wir wissen, dass sich das Gehirn ständig umbaut und neu vernetzt, wird auch klar, warum manchmal fehlerhafte Strategien eingesetzt werden, und wie Fehler ausgemerzt werden können. Strategien werden dann eingesetzt, wenn diese sich einmal als nützlich erwiesen haben. Handelt es sich aber um eine falsche Strategie, und die Richtige wird angeboten, so wird diese richtige Strategie zwar wahrgenommen, aber noch nicht nachhaltig übernommen. Es genügt also nicht, die richtige Strategie einmal vorzurechnen. Sie sollte vom Schüler/ der Schülerin selbst durchgerechnet und, um die Nachhaltigkeit zu sichern, auch des Öfteren wiederholt werden. Erst wenn das geschieht kann sich das Gehirn so umstrukturieren, dass die richtige Strategie das nächste Mal automatisch ausgewählt wird. (Vgl: Leuders; 2003)

Fazit:

An Hand der Gehirnstruktur der SchülerInnen und ihrer Art zu lernen wird klar, dass sie selbst erarbeitetes Wissen leichter wieder abrufen können, als Informationen, welche sie nur einmal gesehen haben. Durch das aktive, selbstständige Lernen wird der Lernprozess besser erinnert und dadurch fällt auch die Verknüpfung zum Wissen leichter. Ein weiterer Vorteil von Modellierungsaufgaben ist, dass sie meist näher an der Lebenswelt der SchülerInnen liegen. Das bedeutet, dass der Kontext bereits vorhanden ist und an bereits gebildete Strukturen angeknüpft wird. Des Weiteren wird durch eine offenere Arbeitsatmosphäre der Druck, den viele SchülerInnen in Mathematik verspüren, vermindert, dadurch hilft auch der positivere Zustand des limbischen Systems beim Behalten der neuen Informationen.

3.5. Eine neue Art des Lernens lernen

Soll nun die oben beschriebene Art des Lernens unterstützt werden, so muss erst ein Weg gefunden werden, wie die SchülerInnen überhaupt ihre kognitiven Fähigkeiten ausschöpfen können. Dieser Weg des Erarbeitens von Aufgaben muss also auch erst einmal gelernt werden. Eine Möglichkeit ist, einen reduzierten Modellierungskreislauf gemeinsam mit den SchülerInnen zu erarbeiten. Dieser soll ihnen als Stütze dienen, und sie sollen immer wieder auf ihn zurückgreifen können. Auch kann ein abgewandelter, eher multizyklischer Kreislauf erarbeitet werden, in dem jeder einzelne Schritt sowie Zwischenergebnisse auf Richtigkeit und Plausibilität überprüft werden. Wichtig ist, dass die SchülerInnen lernen, sich über ihr eigenes Denken Gedanken zu machen. Um sich über ihre Vorgehensweise angemessen ausdrücken zu können, benötigen sie auch ein gewisses Vokabular, welches vorab gelernt oder im Reflektionsprozess erarbeitet werden kann. Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Motivation und der Wille der SchülerInnen. Eine aktive Aufgabe soll die sonstige Unterrichtssituation eher auflockern, und soll nicht als Strafe oder Angstmache eingesetzt werden. Darum sollte auch eine positive Fehlerkultur innerhalb des Klassenverbandes herrschen, denn jeder Schüler/ jede Schülerin soll sich trauen seinen/ ihren Lösungsweg zu präsentieren, zu erklären und gegebenenfalls auch abzuwandeln oder zu verwerfen. Ein Vorteil solchen Arbeitens ist, dass die Diskursivität der SchülerInnen wahrgenommen werden kann. Durch die unterschiedlichen Lebenswelten und Erfahrungen der SchülerInnen, lernt jeder von ihnen etwas anders und so können die individuellen Stärken eingesetzt werden.

Ein weiterer wichtiger Punkt, der im nächsten Kapitel näher beleuchtet wird, ist natürlich die Brauchbarkeit der Beispiele, ohne die es keinen zufriedenstellenden Modellierungsprozess geben kann. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

Diese Weise des Erarbeitens deckt sich auch mit dem von Timo Leuders in "Mathematik Didaktik – Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II" beschriebenen Stufenmodell:

In der Stufe 0 werden Informationen durch Experimente oder durch Ausprobieren gesammelt. Diese Informationen werden in der Stufe 1 gedanklich geordnet, die Erfahrungen werden beschrieben und erklärt. In der Stufe 2 wird nun dieses praktische Wissen in ein theoretisches Wissen umgeordnet, es werden Zusammenhänge zu bereits Vorhandenem hergestellt. Die Stufe 3 dient der Generalisierung und Verallgemeinerung der entdeckten Informationen. In der letzten Stufe werden Definitionen erarbeitet und Theorien aufgestellt.

In diesem Stufenmodell gilt es also als besonders wichtig, dass die SchülerInnen anfangs selbst, und aktiv an einem Problem arbeiten. Die erarbeiteten Informationen werden anschließend immer weiter abstrahiert und mathematisiert. Auch das Wissen über die Mustererkennung (siehe oben) spricht für eine solche Weise des Lernens, denn so haben die SchülerInnen die Möglichkeit, das Gefragte erst noch plastisch und haptisch zu erkunden. In jeder folgenden Stufe werden die Informationen der Vorhergehenden bearbeitet.

Auch die Psychologen Dewey, Piaget, Aebli und Wygotsky sprechen für eine "angreifbare" Aufgabenstellungen, denn laut ihnen ist der Ursprung des Denkens das Handeln selbst. Wie die Aufgabenstellung für eine solche Bearbeitung durch die SchülerInnen aussehen muss, wird im nächsten Kapitel bearbeitet. (Vgl: Leuders; 2003)

4. Umsetzung in der Schule

4.1. Gestaltung des Unterrichts:

Im vorherigen Kapitel wurde erklärt, warum es sinnvoll ist, einen problemlösenden Unterricht durchzuführen, und wie dieser legitimiert ist. Natürlich ist dies keine leichte Aufgabe, und es werden gewisse Rahmenbedingungen benötigt, um ein solches Arbeiten zu ermöglichen. Unterrichtseinheiten, in welchen die SchülerInnen Modellierungsaufgaben lösen sollen, dürfen nicht nach dem gleichen Schema wie sonst ablaufen. Da es wichtig ist, dass die SchülerInnen über ihre Ideen und Ansätze sprechen und sich austauschen können, sollte zwar ein ruhiges Klima in der Klasse herrschen, dennoch sollte nicht geschwiegen werden müssen. Ein weiterer wichtiger Punkt ist der Zeitfaktor, viele spannende Probleme können in 50 Minuten einfach kaum bearbeitet werden. Hierfür sollten Doppelstunden oder Projekttag zur Verfügung stehen. Bei der Auswahl der Probleme ist sehr darauf zu achten, dass die SchülerInnen die nötigen Vorkenntnisse schon einmal gelernt haben. Das bedeutet auch, dass sie in alten Mathematikbüchern, in alten Heften oder im Internet die nötigen Informationen heraussuchen können. Welche Hilfsmittel zugelassen werden, liegt bei der Lehrperson, diese sollten aber gut ausgewählt sein, um den SchülerInnen nicht den Entdeckungs- und Erarbeitungsprozess durch zu weitreichende Hilfestellung unmöglich zu machen. Die Aufgaben sollten weiters so gewählt sein, dass sie auf verschiedenen Komplexitätsniveaus bearbeitet werden können. So sind alle SchülerInnen gefordert, die Schwächeren jedoch nicht überfordert, und die Stärkeren langweilen sich so nicht leicht. Ein solches Lernen setzt voraus, dass die Beurteilung anders als die von Hausaufgaben oder Schularbeiten erfolgt. Wie eine Beurteilung von Modellierungsaufgaben tatsächlich aussehen kann, darauf wird weiter unten näher eingegangen. Des Weiteren müssen die SchülerInnen vor dem Bearbeiten von Problemen gewissen Lösungsstrategien und Arbeitstechniken entwickelt haben. Sie müssen sich außerdem über ihre Möglichkeiten

bewusst sein. Wie SchülerInnen solche Strategien entwickeln können, wird ebenfalls später noch genauer beschrieben. (Vgl: Leuders; 2003)

Timo Leuders beschreibt in seinem Werk "Mathematik Didaktik – Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II" drei Bereiche, welche für die SchülerInnen zum Problemlösen wichtig sind, und welche Aufgabe der Lehrkraft dabei zukommt:

Bereich	Voraussetzung des Lernenden	Verantwortung des Lehrenden
Wissen	im Unterricht (und auch in anderen Fächern oder im Alltag) erworbene Kenntnisse und Fähigkeiten	richtige Balance aus zu erwartendem Vorwissen und Neuheit des Problems
Problemlösehaltung	Frustrationstoleranz, Durchhaltevermögen, Erkundungsfreude	günstige Motivationslage fördern, Lehrer als Modell des Problemlösers
Problemlösekompetenz	Informationsbeschaffung, Arbeitstechniken, heuristische Strategien	Gelegenheiten für Reflexion schaffen

Abbildung 5 : Drei wichtige Bereiche zum Problemlösen

Es läuft also darauf hinaus, dass die SchülerInnen selbstständig und kreativ an ein Problem heran gehen sollen. Sie sollen dieses auf ihre Weise bearbeiten, und im Nachhinein erklären und legitimieren, warum sie so vorgegangen sind. Wird von Kreativität gesprochen, so gibt es viele verschiedene Ansätze, wie Kreativität zu erklären und zu definieren ist. Die Definition nach dem Wirtschaftslexikon Gabler beschreibt Kreativität folgendermaßen: Kreativität *"bezeichnet i.d.R. die Fähigkeit eines Individuums oder einer Gruppe, in phantasievoller und gestaltender Weise zu denken und zu handeln. Die Bedingungen für Kreativität werden oftmals nach den vier*

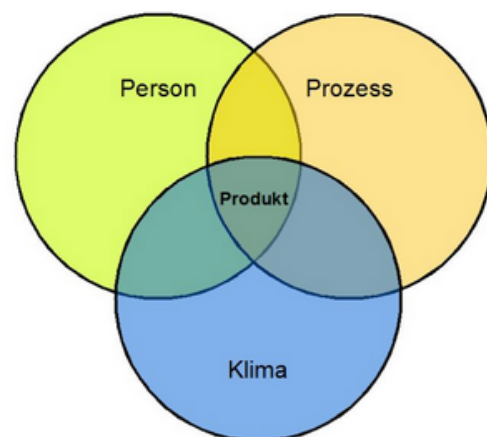


Abbildung 6 : Bestandteile des kreativen Produkts

Ps der Kreativität eingeteilt, und zwar nach person (Person), process (Prozess), product (Produkt) und press (Umwelt). [...]Der Kreativitätsprozess wird meist als typische Abfolge von Problemidentifikation (Erkennen von Problemen), Vorbereitungsphase (notwendige Informationen werden gesammelt), Generierungsphase (mögliche Lösungen werden entwickelt) und Beurteilungsphase (Analyse der Lösungen) beschrieben.”(Zitat: <http://wirtschaftslexikon.gabler.de/Archiv/82522/kreativitaet-v7.html>; 13.3.2015; 9:56)

Um ein kreatives Produkt erarbeiten zu können, bedarf es also einer kreativen Person, eines kreatives Prozesses und eines kreativen Klimas.

Das kreative Produkt: Ein Ergebnis wird dann als kreativ empfunden, wenn es neu ist oder einen bisher unbekannten Zugang zur Lösung eines Problems bietet. Im Mathematikunterricht ist es nicht so einfach, komplett neue Ideen und Lösungen zu entwickeln, jedoch von den SchülerInnen selbst kann eine neue Entdeckung sehr wohl als kreativ empfunden werden. Dies setzt voraus, dass Probleme bearbeitet werden, welche noch nicht im Unterricht durchgenommen wurden. Dies gibt den SchülerInnen die Möglichkeit neue Gesetzmäßigkeiten, Formeln oder Erkenntnisse zu erarbeiten. Dies kann natürlich dazu führen, dass Strategien entwickelt werden, welche auch für die Lehrperson neu sind. Passiert so etwas, so sollen diese Ideen trotzdem Anerkennung finden und gemeinsam in Bezug auf ihre Brauchbarkeit diskutiert werden, denn vielleicht werden so auch einfachere oder leichter verständliche Lösungsansätze entwickelt, die für die Zukunft interessant sein können.

Die kreative Person: Die geläufige Vorstellung über kreative Personen beschreibt diese als Genies in gewissen Fachgebieten, wie zum Beispiel im Bereich der bildenden Künste. Dies ist aber nicht die einzige mögliche Betrachtungsweise, denn sonst wäre es ja keinem Durchschnittsmenschen möglich, als kreativ zu gelten. Da aber die Schule die Kreativität der SchülerInnen fördern soll, soll davon ausgegangen werden, dass jeder Schüler/ jede Schülerin das Potenzial zur Kreativität in sich trägt. Auch spielt die Vorstellung speziell von mathematischer Kreativität eine wichtige Rolle,

denn diese muss nicht mit dem allgemeinen mathematischen Verständnis zusammenhängen. SchülerInnen, die also nicht so gut in Mathematik sind, können bei Modellierungsaufgaben dennoch sehr gute Leistungen zeigen und wichtige Ideen einbringen. Dies hängt damit zusammen, dass Kreativität und Intelligenz nur schwach korrelieren, demnach hängt auch mathematische Intelligenz nur gering mit der mathematischen Kreativität zusammen.

Eigenschaften kreativer Personen wie von Timo Leuders beschrieben, sind zum Großteil Persönlichkeitsmerkmale, welche auf die meisten Menschen zutreffen und die in der Schule gefördert werden sollen. Einige davon sind Kombinationsvermögen, Flexibilität, divergentes Denken, Neugier, Durchhaltevermögen, Nonkonformismus, Autonomie und Risikobereitschaft. Des Weiteren ist auch ein gewisses Maß an Expertise für die Ausführung kreativer Tätigkeiten von Nöten. Diese Eigenschaften sind allgemeine Persönlichkeitsmerkmale, welche für ein erfülltes und ausgeglichenes Leben wichtig sind. Daher ist es wichtig, sie auch im Mathematikunterricht bestmöglich zu fördern.

Der kreative Prozess: Hier geht es um die Arbeitstechniken, welche die SchülerInnen in Problemlöse-Prozessen anwenden. Laut Leuders gibt es drei verschiedene Arten der kreativen Arbeitsweise:

- 1) Die expressive Kreativität, durch welche wie beim kreativen Schreiben auch Mathematik kreativ betrieben werden soll. Dies ist zum Beispiel so möglich, dass SchülerInnen mit gerade gelernten geometrischen Formen ein Bild gestalten. Dieses kann auch etwas aussagen oder auf eine Situation bezogen sein. Durch diese Art der Gestaltung werden die geometrischen Formen in einem ganz neuen, künstlerischen Licht betrachtet.
- 2) Bei der explorativen Kreativität geht es darum, Probleme überhaupt zu finden und an ihnen zu arbeiten. Es geht um den Entdeckungsprozess, wo überall Mathematik enthalten ist und was alles mit ihr berechnet werden kann. Dies ist auch eher jene Art der Kreativität, der wir uns in Modellierungsaufgaben und offenen Beispielen widmen.

- 3) Die heuristische Kreativität ist die Art der Kreativität, welche sich typischer Weise öfter im Mathematikunterricht findet. Hier geht es um das Lösen von Problemen und Beweisen von Behauptungen. Werden diese Prozesse nicht von der Lehrperson an der Tafel vorgerechnet, sondern beschäftigen sich die SchülerInnen selbstständig mit den Aufgaben, so müssen sie auch hier die richtigen Lösungsstrategien anwenden und selbst den Lösungsweg finden. (Vgl: Leuders; 2003)

Die kreative Umwelt: Um einen kreativitätsfördernden Mathematikunterricht zu erreichen, genügt es nicht, nur die Aufgabenstellungen zu verändern. Auch der Blickwinkel, vom dem aus die Mathematik betrachtet wird sowie die Unterrichtsmethoden müssen variiert werden. Dies kann durch eine Art der Erweiterung des Unterrichtes entstehen. Diese Erweiterung soll hinsichtlich der anderen Fächer, aber auch bezüglich des Ortes der Unterrichtsabhaltung geschehen. Ein solches Erweitern oder Öffnen des Mathematikunterrichts kann durch verschiedene Methoden erfolgen. Ein Beispiel ist die Methode des fächerübergreifenden Lernens, welche es ermöglicht den engen Zusammenhang zwischen der Mathematik und der gesamten sonstigen Lebenswelt der SchülerInnen zu erkennen. Durch fächerübergreifenden Unterricht können auch einige Veränderungen in der Klasse beobachtet werden. So verbessert sich zum Beispiel das Verhältnis zwischen den SchülerInnen und der Lehrperson durch den vermehrten persönlichen Kontakt, denn durch das offenere Lernklima kann lockerer miteinander umgegangen werden. Ebenfalls verbessert sich die Einstellung der SchülerInnen gegenüber der Mathematik, denn jetzt wird ihnen erst so richtig klar, wie weit Mathematik in ihre Welt reicht. Durch Projekte wird die Schule nicht mehr rein als Klassenzimmer, in dem man still zu sitzen und zuzuhören hat, gesehen, sondern kann viel leichter als Lebensraum wahrgenommen werden, in dem Präsentationen, Erfahrungen und Entdeckungen möglich sind. (Vgl: Leuders; 2003)

Eine weitere Möglichkeit der Öffnung des Mathematikunterrichts besteht darin, Personen von außen einzuladen und erzählen zu lassen. Dies können Bekannte, Eltern oder auch Personen von Universitäten sein, welche

Spannendes zu einem Thema zu berichten haben. Zur Öffnung zählt auch die Verlagerung des Unterrichts aus dem Klassenzimmer hinaus in eine neue Umgebung. Dies kann der Schulgarten/Schulhof, aber auch der Gang oder ein Festsaal sein. Auch Exkursionen zu größeren öffentlichen Flächen oder Museen sind möglich. Wissen wird dann in neuer Art und Weise aufgenommen und kann anschließend im Klassenzimmer nachbearbeitet werden. (Vgl: Leuders; 2003)

4.2. Wie können SchülerInnen das Problemlösen lernen?

Um mit SchülerInnen einen problemlösenden Unterricht durchführen zu können müssen sie die nötigen Arbeitsstrategien erst erlernen. Es genügt also nicht, dass die Klasse über das Wissen welche zur Aufgabenbewältigung nötig ist verfügt sie sollten auch gewisse prozessbezogene Kompetenzen und eine angemessene Haltung erlernen. Dies kann vor dem Modellierungsprozess oder während der Problemlösung geschehen. Auch muss das reflektierende Arbeiten, welches für den Prozess unabdinglich ist erst erlernt werden. Arbeitstechniken welche dabei helfen können den Arbeitsprozess zu reflektieren und zu organisieren sind zum Beispiel das Verfassen von Aufzeichnungen. Um im Nachhinein den Prozess reflektieren zu können ist es oft sehr sinnvoll in Form von Lerntagebüchern oder Randnotizen die Arbeitsschritte zu erklären und festzuhalten. Ein weiterer wichtiger Punkt ist das Organisieren der Informationen in Form von Tabellen oder Mindmaps, dadurch werden die Angaben und gesuchten Größen strukturiert festgehalten. Auch ist es sinnvoll Notfallstrategien zu entwickeln welche beim Vereinfachen des Problems helfen, falls die SchülerInnen einmal nicht mehr weiter kommen.

Des Weiteren ist es wichtig Problemlösestrategien, sogenannte Heurismen oder Heuristiken zu entwickeln. Zum Einen benötigen die SchülerInnen Problemfindungsstrategien und Produktionsstrategien zu erarbeiten welche beim Finden neuer Probleme und Lösungsstrategien zu finden, andererseits

müssen ordnende Strategien zur Lösungsplanung, Kontrollstrategien und Überprüfungs- und Reflexionsstrategien erarbeitet werden.

Um den SchülerInnen diese Strategien näher zu bringen ist es von Nöten den Prozess an die Oberfläche zu holen und explizit zu machen. Dies kann durch konkrete Fragestellungen an die Klasse geschehen. Diese können im Anschluss notiert und festgehalten werden, damit die SchülerInnen beim nächsten Modellierungsprozess darauf zurückgreifen können. Kommen einige dieser Fragestellungen zusammen, so können diese in Form von Strategiekarten in einem „Strategiebaukasten“ für die Klasse zusammengestellt werden. (Vgl: Leuders; 2003)

Analogien bilden, übertragen: Kann ich ein Objekt/eine Situation/einen Zusammenhang übertragen auf eine andere Situation?	Kombination: Was passiert, wenn ich Idee 1 und Idee 2 zusammenführe? Lassen sie sich irgendwie kombinieren? Muss ich dazu etwas weglassen oder verändern?
Aufteilen: Besteht eine Situation aus mehreren Teilen? Kann man sie einzeln betrachten und unabhängig verändern? Wie wirkt sich das auf den anderen Teil/auf das Gesamtproblem aus?	Spezialfälle/Extremfälle finden: Sind unter allen Beispielen bestimmte besondere Fälle? Welche Beispiele scheinen besonders untypisch? Was kann man daraus lernen?
Darstellungswechsel: Kann ich dasselbe als Bild/durch Zahlen oder Formeln darstellen?	Überschreiten: Was ist alles noch möglich? Was wäre, wenn es ganz anders wäre?
Variation der Voraussetzungen: Welche Voraussetzungen kann ich verändern? Welche Bedingung kann man erst einmal weglassen? Kann ich versuchsweise irgend- etwas an den Voraussetzungen/dem Gege- benen ändern?	Variieren des Weges: Was passiert, wenn ich einmal an einer Stelle anders vorgehe, verschiedene andere Objekte einsetze, ver- schiedene andere Zahlen/Objekte/Annahmen wähle?
Alternativen: Was, wenn es anders wäre? Gibt es einen ganz anderen Weg, hierüber nachzudenken?	Unterscheiden: Welche Zahlen/geometri- sche Verhältnisse/logischen Beziehungen spielen hier eine wesentliche Rolle, welche sind nebensächlich?
Systematisches Vergleichen: Welche Ge- meinsamkeiten oder Unterschiede stecken in zwei Situationen? Was kann man daraus lernen?	Ausschöpfen: Welches sind alle Möglichkei- ten/Beispiele? Wenn man nicht alle einzeln darstellen kann, wie müsste man wenigstens prinzipiell vorgehen?
Ungerichtetes Probieren: Kann ich einmal alle Zahlen/Wege/Darstellungen durchpro- bieren? Wann komme ich weiter/wann nicht? Geht es immer? Was ergibt sich daraus, wenn es nicht geht?	Muster suchen: Gibt es Wiederholungen, Regelmäßigkeiten, Auffälligkeiten? Ist es nahe liegend/notwendig, dass die Muster so aussehen, oder könnte es auch anders sein? Unter welchen Bedingungen?
Anwenden: Welche Beispiele/Anwendungs- situationen gibt es für eine Regel/eine Situa- tion/ein Objekt? Unter welchen Bedingungen funktionieren sie? Wann funktionieren sie nicht? Kann man in diesen Fällen sagen, warum?	Beispiele finden/Spezialisieren: Welche (weiteren) Beispiele gibt es für einen Zusam- menhang/eine Situation? Gibt es einige unterschiedliche Beispiele für einen Zusam- menhang? Gibt es besonders einprägsame Beispiele? Wie sieht das typische Beispiel aus?
Vereinfachen: Was kann man erst einmal außer Acht lassen, welche Bedingungen ein- facher machen? Was ergibt sich dann? Was passiert, wenn man nun wieder die schwie- rigere Bedingung wählt? Wenn man nicht weiterkommt, warum?	Fehler nutzen: Wo habe ich in Gedanken oder auf dem Papier einen Fehler gemacht/ etwas zunächst nicht richtig verstanden? Woran lag es – etwa am Problem? Ließe sich hieraus vielleicht etwas Sinnvolles machen? Welche Voraussetzungen müssten dafür anders sein?

Abbildung 7 : Strategiebaukasten

4.3. Gestalten von Aufgaben für den Unterricht:

Bei Modellierungsaufgaben ist es wichtig, dass die SchülerInnen kein eingelerntes Schema herunterarbeiten, sondern, dass sie ihr Wissen verknüpfen und selbstständig damit arbeiten um Lösungswege eigenständig zu entwickeln. Aufgaben welche diese Anforderung erfüllen benötigen einige Eigenschaften um von den SchülerInnen erst genommen zu werden und bearbeitet werden zu können. Damit die SchülerInnen einen Bezug zu der Aufgabenstellung herstellen können, spielt die Authentizität des Problems eine wichtige Rolle. Es ist von Vorteil wenn ein Bezug zur direkten Lebenswelt hergestellt werden kann. Um dies zu ermöglichen müssen Probleme glaubwürdig und auch intellektuell intelligent dargestellt werden. Ist der Realitätsbezug rein als Einkleidung der Aufgabe gedacht, so wird im Endeffekt wieder nur numerisch gerechnet und die Lösung gar nicht mehr mit der Angabe in Bezug gebracht. Sind die Aufgaben aber authentisch formuliert so liegt der Rückbezug zur Realität näher und auch der Lernerfolg ist ein größerer.

Des Weiteren ist es wichtig, dass die Aufgaben so formuliert sind, dass sie verschiedene Ansätze und Lösungswege zulassen. Aufgaben können sogar so gestellt werden, dass zu Beginn das Problem erst konkretisiert werden muss. Hier kann es also auch passieren, dass verschiedene SchülerInnen verschiedene Aspekte des Problems betrachten und behandeln. Dies ist auch gut für den Unterricht, denn so kann die Vielfalt der Berechnungsmöglichkeiten in einem einfachen Problem dargestellt werden. Wird ein Aspekt behandelt so kann es dennoch zu verschiedenen Lösungsansätzen, -berechnungen und auch Ergebnissen kommen. Hier bietet sich die anschließende Besprechung des Lösungsweges an, des Weiteren kann darüber gesprochen werden, welche Wege ein besonders genaues, einfaches oder realistisches Ergebnis liefern. Um solche Aufgaben zu ermöglichen muss das Problem sehr offen gestellt sein, dies ist ein wesentlicher Punkt warum sich Modellierungsaufgaben von den meisten Schulbuchaufgaben abheben. Denn wird in den Büchern eine Aufgabe

gestellt so ist meist der Lösungsweg zumindest einige Seiten vorher genau beschrieben.

In einem solchen Unterricht mit offenen Fragen, ist es auch möglich das Anforderungsniveau unter den SchülerInnen zu differenzieren. So können Probleme zum Beispiel rechnerisch, graphisch oder durch probieren gelöst werden. Im Endeffekt sind alle diese Lösungen wichtig und sinnvoll, denn sie können anschließend verglichen und diskutiert werden. In einem solchen Fall ist es auch möglich die Lösungen im Nachhinein präsentieren und erklären zu lassen.

Der letzte wichtige Punkt im Gestalten der Aufgaben ist, dass die SchülerInnen mit ihrem Wissensstand eine Möglichkeit der Bearbeitung finden. Das Niveau darf also trotzdem nicht zu hoch sein und das Problem muss zumindest so formuliert werden, dass alle SchülerInnen verstehen worum es eigentlich geht. (Vgl.: Hinrichs; 2008)

In der folgenden Darstellung sind die Aufgabentypen nach Bruder beschrieben. Man kann hier gut erkennen, dass es zwei verschiedene Arten von offenen Aufgaben gibt, offene Aufgaben im weiteren Sinn, dies sind jene welche ein bis zwei der beschriebenen Bedingungen gegeben haben, oder offene Aufgaben im engeren Sinn, diese sind echte Problemsituationen in denen Ausgangszustand, Weg und Endzustand unbekannt sind. (Vgl: Leuders; 2003)

Ausgangs- zustand	Weg	End- zustand	Aufgabentyp	
X	X	X	vollständig gelöste Aufgabe	
X	X	–	Grundaufgabe	
–	X	X	Umkehrung einer bekannten Grundaufgabe	} offene Aufgaben i. w. S.
X	–	X	Begründungsaufgabe, Beweisaufgabe Strategiefindungsaufgabe	
X	–	–	Problemaufgabe	
–	–	X	Umkehrung einer Problemaufgabe	
–	X	–	Aufforderung zum Erfinden einer Aufgabe zu einem mathematischen Thema	
–	–	–	Problemsituation (offene Aufgabe i. e. S.)	

Figure 8 : Aufgabentypen nach Bruder

4.4. Beurteilung von Modellierungsaufgaben:

Hat man nun mit den SchülerInnen Modellierungsstunden durchgeführt, so müssen diese auch angemessen bewertet werden. Im ersten Schritt kann diagnostiziert werden ob die einzelnen Schritte des Modellierungskreislaufes durchgegangen und auch ausreichend behandelt wurden. So können zum Beispiel +, ✓ und – für die Bearbeitung der einzelnen Schritte notiert werden. Katja Maaß hat ein Beurteilungsraster für die Notenvergabe bei Modellierungsaufgaben entwickelt.

Problembewusstsein entwickeln: • Hat der Schüler verstanden, was das Problem ist?	0 – 1 Punkt
Bilden des Modells: • Sind die getroffenen Annahmen sinnvoll? • Ist der Grad der Vereinfachung der Problemfrage angemessen?	0 – 3 Punkte
Nutzen von Mathematik: • Wurden die relevanten Größen und Beziehungen richtig mathematisiert? • Werden geeignete Rechenoperationen verwendet? • Wurden mathematisches Wissen und heuristische Strategien zur Lösung des mathematisierten Problems richtig angewendet? • Ist die Lösung mathematisch korrekt?	0 – 4 Punkte
Erklären des Ergebnisses: • Wird die mathematische Lösung bezogen auf die Realität interpretiert? • Ist die Interpretation korrekt? • Wird überlegt, ob das Ergebnis sinnvoll ist? (Vergleichswerte?)	0 – 2 Punkte
Dokumentation des Vorgehens: • Werden die einzelnen Schritte des Vorgehens beschrieben und erläutert?	0 – 2 Punkte
	max. 12 Punkte

Abbildung 9 : Beurteilungsraster

Zeigt man den SchülerInnen das Beurteilungsschema, so wissen sie auch, dass es nicht nur auf eine saubere algebraische Rechnung ankommt, sondern eben auch auf das Bilden des Modells, das Erklären der Ergebnisse und das Dokumentieren. Dies kann helfen, damit auch diese Punkte ernst bearbeitet werden. (Vgl.: Maaß; 2009)

5. Aufgabenzusammenstellung

Die folgenden Aufgaben/ Projekte sollen Beispiele für den anwendungsorientierten Unterricht sein. Sie sind so weit durchgeplant, dass sie dieser Diplomarbeit entnommen werden können und die Vorarbeit für die Stunde/ die Stunden bereits als erledigt angesehen werden kann.

5.1. Unterrichtsstunde: Eigenschaften und Umfang des Kreises

Thema: Geometrie

Durchführung: Die SchülerInnen einer Klasse gehen in Gruppen zusammen und bekommen verschiedene Materialien zur Verfügung gestellt, einige verschieden lange Schnüre, eine längere Schnur, ein Maßband und einige Kreiden. Anschließend bekommen die Gruppen den Arbeitsauftrag im Schulhof oder zur Not auch auf ausgelegten Zeitungen verschieden große Kreise zu zeichnen. Diese sollen aber nicht nach Augenmaß sondern unter Zuhilfenahme der Schnüre und Kreiden aufgezeichnet werden. Des Weiteren soll der Begriff Radius durch die Schnüre erklärt werden und eine Definition des Kreises soll erarbeitet werden. Auch bietet eine längere Schnur die Möglichkeit den Umfang der Kreise abzumessen und anzugeben, und dies schon in der ersten Klasse, ohne der Kreiszahl π .

Im Anschluss werden die unterschiedlichen Lagen von zwei Kreisen zueinander erarbeitet und der Abstand der Mittelpunkte mit der Beziehung der Radien verglichen. Erkannte Regeln werden aufgeschrieben.

Vorbereitung: Dieses Projekt kann als Einstieg in das Thema Kreise gewählt werden, jedoch sollte sichergestellt sein, dass genügend Zeit für die Bearbeitung zur Verfügung steht.

Nachbereitung: Da es bei diesem Projekt passieren kann, dass die verschiedenen Gruppen auf unterschiedliche Lagebeziehungen stoßen, ist es besonders wichtig die Ergebnisse im Anschluss im Plenum zu sammeln, denn

zuletzt sollte jeder Schüler/ jede Schülerin alle Möglichkeiten im Schulübungsheft beschrieben haben. Auch ist es wichtig die Definition des Kreises im Anschluss zu besprechen und gegebenenfalls umzuformulieren.

Lehrplanbezug: 1. Klasse – Geometrie: Eigenschaften geometrische Figuren erkennen und beschreiben können, aufbauend auf die Grundschule Kenntnisse über grundlegende geometrische Begriffe gewinnen. (Quelle: www.bmbf.gv.at; 29.5.2015)

Erforderliche Medien:

- Fäden, Kreide in verschiedenen Farben
- Tafel-Geodreieck, Maßband

Arbeitsaufträge: Kreise

- a) Überlegt euch eine Methode wie ihr mit Hilfe von einer Schnur und Kreiden Kreise auf den Beton /die Zeitung/ das Papier zeichnen könnt. Markiert euch den Mittelpunkt der Kreise. Macht einige verschieden große und schreibt hier auf wie ihr vorgegangen seid.

- b) Spannt nun eine Schnur vom Mittelpunkt irgendwohin auf die Kreislinie welche ihr mit Kreide gezeichnet habt. Diese gespannte Schnur nennt man Radius des Kreises.

Überlegt euch an Hand dessen, wie man jemanden erklären könnte was ein Kreis eigentlich ist, und versucht eine Definition in einem Satz aufzuschreiben.

- c) Versucht mit Hilfe der Schnüre und des Maßbandes den Umfang eines Kreises abzumessen. Gebt von dem Kreis die Länge des Radius und die des Umfangs an und schreibt auf wie ihr vorgegangen seid.

$r =$ _____

$u =$ _____

- d) Überlegt euch wie zwei Kreise zueinander liegen können, wie können sie sich berühren, wie können sie sich schneiden oder wie können sich die Kreislinien gar nicht treffen? Wie viele Möglichkeiten könnt ihr finden? Versucht mit dem Abstand von den beiden Kreismittelpunkten und den Längen der Radien zu erklären wie die Kreise liegen. Macht Skizzen.

Beispiel: Zwei Kreise können sich von außen in einem Punkt treffen. Dann ist der Abstand der Mittelpunkte genauso groß wie die Summe der beiden Radien.

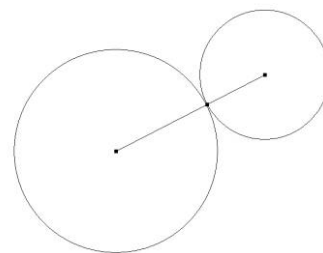


Abbildung 10 : 2 Kreise berühren in einem Punkt

Zeit	Lehr / Lernziele	Thema / Inhalt	Methoden	Medien	Anwendungen
10	Die SchülerInnen sollen sich in Gruppen zusammenfinden, die Gegenstände werden an die Gruppen ausgeteilt, die ganze Klasse geht zum Ort der Bearbeitung.	Begrüßung, Einteilung in Gruppen, Materialien	LehrerIn-SchülerInnen Gespräch	Schnüre, Kreiden, evt. Papier, Plakatpapier, ect.	Der Ablauf der Stunde soll erklärt werden.
40	Die SchülerInnen sollen wissen, was ein Kreis ist, welche Eigenschaften er hat. Sie sollen eine Definition für sich selbst aufstellen. Lagebeziehungen werden erarbeitet.	Das Arbeitsblatt wird bearbeitet	Gruppenarbeit	Schnüre, Kreiden, Arbeitsblatt	Die Begriffe Kreis, Radius und Umfang werden geklärt und gegebenenfalls abgemessen. Unterschiedliche Lagebeziehungen werden erarbeitet und aufgeschrieben.
20	Unterschiedliche Vorgangsweisen und Definitionen werden vorgestellt und dadurch können die eigenen erweitert oder gegebenenfalls verbessert werden.	Ergebnisse des Arbeitsblattes	LehrerIn-SchülerInnen Gespräch	Tafel, SÜ-Heft, Arbeitsblatt	Die Gruppen stellen ihre Ergebnisse vor, diese und die Vorgangsweisen werden im Plenum besprochen. Vor- und Nachteile der Arbeitsweisen werden diskutiert und die Definitionen werden verglichen.

20	Jeder Schüler/ jede Schülerin der Klasse soll eine richtige Definition, richtige Eigenschaften und eine komplette Liste der Lagebeziehungen im Schulübungsheft stehen haben.	Ergebnisse des Arbeitsblattes	LehrerIn- SchülerInnen Gespräch	Tafel SÜ- Heft, Arbeitsblatt	Eine gemeinsame Definition und die Eigenschaften des Kreises werden gemeinsam im Schulübungsheft notiert. Die gesammelten Lagebeziehungen werden notiert und gegebenenfalls ergänzt.
----	--	----------------------------------	---------------------------------------	------------------------------------	---

Stundenbild zum Projekt Kreise, Doppelstunde: ca. 90 Minuten

5.2. Unterrichtsstunde: Prozentrechnung

Thema: Prozentrechnungen im direkten Umfeld der SchülerInnen

Durchführung: Die SchülerInnen sammeln Rechnungen mit Rabattangaben, fotografieren Plakate oder schneiden Anzeigen aus Zeitungen aus, in denen es um Prozente oder Rabatte geht. Anschließend werden die gesammelten Daten zuerst in Gruppen begutachtet. Es soll überprüft werden ob der Rabatt welcher erwartet wird auch tatsächlich gegeben wurde. Anschließend präsentieren die Gruppen ihre Ergebnisse im Plenum. Die interessantesten oder unstimmigsten Ergebnisse können gemeinsam mit der Lehrperson noch einmal berechnet und im Heft festgehalten werden.

Vorbereitung: Um dieses Projekt sinnvoll durchführen zu können, ist es wichtig, dass die SchülerInnen bereits mit den Formeln zum Thema Prozentrechnen vertraut sind. Sie sollten bereits wissen was eine KeST und was eine Mehrwertsteuer ist.

Nachbereitung: Die spannendsten Erkenntnisse werden gemeinsam in das Heft übertragen. Im Anschluss kann mit den SchülerInnen noch eine Sparsbuchseite aus dem Jahr 1994 analysiert werden.

Lehrplanbezug: 2. Klasse/ 3.Klasse – Rechnen mit Prozenten in vielfältigen Zusammenhängen (Quelle: www.bmbf.gv.at; 29.5.2015)

Erforderliche Medien:

- Eventuell Zeitungen, Rechnungen, Prospekte
- Plakate/ Folien und dazugehörige Stifte

Zeit	Lehr / Lernziele	Thema / Inhalt	Methoden	Medien	Anwendungen
5	Die SchülerInnen sollen sich in Gruppen zusammenfinden	Begrüßung, Einteilung in Gruppen	LehrerIn-SchülerInnen Gespräch		Der Ablauf der Stunde soll erklärt werden.
10	Die unterschiedlichen Gegenstände werden verglichen	Mitgebrachte Rechnungen, Fotos oder Ausschnitte	Gruppenarbeit	Rechnungen, Fotos, Ausschnitte	Die SchülerInnen sichten die mitgebrachten Gegenstände in der Gruppe, diese können sortiert und eingeteilt werden.
30	Die Begriffe Rabatt, Brutto und Netto sollen durch lebensnahe Beispiele klarer und verständlicher werden.	Rabatte und ihre Bedeutung	Gruppenarbeit	SÜ-Heft, Rechnungen, Fotos, Ausschnitte	An Hand der Rechnungen oder Fotos sollen Prozente berechnet oder Unstimmigkeiten aufgeklärt werden. Rabatte werden überprüft.
15	Die wichtigsten Ergebnisse sollen noch einmal ganz klar dargestellt werden.	Die interessantesten Erkenntnisse	Gruppenarbeit	SÜ-Heft, Rechnungen, Fotos, Ausschnitte, Plakate, Stifte	Die interessantesten Erkenntnisse sollen in einer Präsentation dargestellt werden. Rechnungen und Ergebnisse werden mit dem Rest der Klasse geteilt.
20	Verschiedene Erkenntnisse werden geteilt.	Die interessantesten Erkenntnisse	Präsentationen	Tafel, Plakat, Stifte	Die Gruppen sollen der restlichen Klasse die interessantesten Erkenntnisse präsentieren und ihre Rechenwege mit ihnen teilen.

10	Das Wichtigste steht richtig im Heft, so dass jederzeit nachgeschlagen werden kann.	Die interessantesten Erkenntnisse	LehrerIn-SchülerInnen Gespräch	SÜ-Heft, Tafel, Plakate	Gemeinsam mit der Lehrperson werden wichtige Erkenntnisse der Gruppen im Schulübungsheft festgehalten.
----	---	-----------------------------------	--------------------------------	-------------------------	--

Stundenbild zum Projekt Prozentrechnen, Doppelstunde: 100 Minuten

Bleibt noch Zeit kann auch noch die Sparbuchseite bearbeitet werden:

10	Die SchülerInnen sehen diese Kopie und lernen sich in einem echten Sparbuch zurecht zu finden, sie können mit den gegebenen Daten rechnen.	Sparbuch	LehrerIn-SchülerInnen Gespräch	SÜ-Heft, Tafel, Kopie von Sparbuch	Ein Auszug aus einem Sparbuch wird den SchülerInnen ausgeteilt und anschließend gemeinsam mit ihnen besprochen. Die KEST im Jahr 1994 wird anhand der Daten berechnet.
----	--	----------	--------------------------------	------------------------------------	--

Folgende Größen könnten berechnet werden:

Bei der Billa-Rechnung wurden 10% Rabatt wegen der Aktion „Rabattsammler“ gegeben, allerdings wurden nicht wirklich 10% vom Endpreis nachgelassen. Es wurden 10% vom Preis ohne MwSt. nachgelassen, dies ist allerdings gar nicht so leicht zu berechnen, da es auf verschiedene Produkte unterschiedlich viel Steuer gibt. (Die unterschiedlichen Steuerklassen sind ganz unten auf der Rechnung beschrieben.)

Bei dem Aktionsnachlass von IQ-Produkten auf der Bipa-Rechnung wurden allerdings tatsächlich 15% vom Preis inklusive MwSt. abgezogen.

BIPA

NUR NOCH FÜR KURZE ZEIT:
-25% AUF ALLE SONNENPFLEGE-
PRODUKTE & SELBSTBRÄUNER!
AUSGENOMMEN BESTPREIS-ARTIKEL

Datum: 26.04.2014

Zeit: 16:09

look by bipa	C	1.79
look by bipa	C	1.79
Clin Glasreiniger	C	2.15
BestPREIS-Rabatt	C	-0.66
MC-ENTE	C	2.89
BestPREIS-Rabatt	C	-0.90
O.B. FLEXIA GP	C	5.75
BestPREIS-Rabatt	C	-1.10
O.B. FLEXIA GP	C	5.75
BestPREIS-Rabatt	C	-1.10
Oral-B	C	2.99
LBB ARMSCHMUCK	C	7.99
LBB Armschmuck	C	7.99
LBB POSTIOCHNADELN	C	1.49
LBB HAARSCHIEBER	C	1.49
LOOK BY BIPA	C	3.49
iq cosmetics	C	6.99
BS STRUMPF. 15DEN	C	3.49
look by bipa	C	2.79

ausgezeichnet!

Zw-Summe EUR 55.07

Punkte umtauschen C 0.00

Zw-Summe EUR 55.07

15% iq 15% -1.05

Bonuspunkte Tausch -1.15

- BONUSPUNKTE -115

Summe EUR 52.87

Gegeben Karte 52.87

Maestro

B E Z A H L T EUR 52,87

07012051 109593 110755 20140426 161046

PAN:*****3980 12/15 D01

EA0000000043060

Betrag dankend erhalten

Umtausch nur mit Kassabon.

C : 20% MwSt von 44.06 = 8.81

BILLA

sagt der Hausverstand.

1160 Wien
Thaliastr. 154
Tel.: 01 - 4840465
RTU 15255907

Filiale: 01670 Kasse: 2 Bon-Nr: 1232

Pos: 13 Kassier: STANKOVIC /25

Re-Nr: 1670-20140428-02-1232

Datum: 28.04.2014

Zeit: 08:19

Sonnenbl. laibchen	B	1.99
Ciabatta	B	1.59
Masa Crisp'n Light	B	0.99
Schärd Sommerbutt.	B	2.29
Heumilch Topfen 20	B	1.05
Phil. Balance Jog.	B	1.65
Rupp Gouda	B	1.89
Gr.Frutt.Olivenöl	B	7.49
BESTPREISNACHLASS	B	-1.50
Cif Creme Citrus	C	3.39
Clever Essigrein.	C	0.85
Schwammtuch	C	2.29
Swiffer STM Nfg.	C	7.99
AKTIONSNACHLASS	C	-1.00

Zw-Summe EUR 30.96

BILLA BON B 0.00

Zw-Summe EUR 30.96

Rabattsammler 10% -2.41

Summe EUR 28.55

Gegeben Karte 28.55

Maestro

B E Z A H L T EUR 28,55

17074045 002514 002392 20140428 081946

PAN:*****3980 12/15 D01

EA0000000043060

Betrag dankend erhalten

B : 10% MwSt von 14.82 = 1.48

C : 20% MwSt von 10.21 = 2.04

Abbildung 11 : Rechnungen

Mit Hilfe der Sparsbuchseite, kann erklärt werden welche Größen in einem Sparsbuch angezeigt werden. Auch könnte man berechnen wie viel Prozent Zinsen gegeben wurden und wie viel die KEST 1994 betrug.

Kto.-Nr. 7652-78170

DIE ERSTE

E

Konto-Nr. 7652-78170 Bezeichnung UEBERBRINGER Zinsfuß 5,500% Klausel

16.02.94 245.000,00 ****245.000,00 1850101813

16.02.94 245.000,00 ****245.000,00 1850101813

02.04.96 100.000,00 ****150.481,38 1850200505

17.05.96 60.000,00 *****94.030,28 0720100954

05.06.96 15.000,00 *****79.917,50 0710101204

01.08.96 30.000,00 *****51.820,80 0720100706

08.08.96 50.000,00 *****4.992,96 1620401035

08.01.97 106,51 bis 08.01.1997

Fortsetzung nächste Seite

Datum Rückzahlung Einzahlung Guthaben Nummer

was ist der auszahlende Betrag

Die Erklärung der Kurzbezeichnungen können Sie auf Seite 4 unter Punkt 6 nachlesen.

5 6

Zinsen über welchen Zeitraum?

Einzahlung

Tatsächlich

Kontostand

Wieviel betrug damals (1994) die Kest?

$\frac{A - 100}{5} = p \quad p = 22\%$

Abbildung 12 : Seite aus einem Sparsbuch

5.3. Unterrichtsstunde: Volumen und Oberfläche zusammengesetzter Körper

Thema: Geometrie

Durchführung: Jeder Schüler/ jede Schülerin sucht sich einen Körper aus seiner/ ihrer Umgebung aus. Dieser wird mit dem Handy oder einer Kamera fotografiert, dieses Foto kann anschließend auch ausgedruckt oder abgezeichnet werden. Anschließend bekommen die SchülerInnen die Aufgabe anhand des Fotos die Maße abzuschätzen und Oberfläche und Volumen des Körpers zu berechnen. Sollen genauere Ergebnisse erzielt werden so können Maßbänder zur Verfügung gestellt werden. Computer, Bücher und Formelsammlungen können als Hilfestellung zur Formelfindung zur Verfügung gestellt werden.

Die Ergebnisse sollen anschließend so gut wie möglich mit den realen Daten verglichen werden. Dies kann entweder durch Computerrecherche oder durch erneutes Aufsuchen und abmessen des Gegenstandes passieren. Anschließend präsentieren die SchülerInnen ihre Ergebnisse und Erkenntnisse in Kleingruppen.

Vorbereitung: Um dieses Projekt sinnvoll durchführen zu können, sollten die SchülerInnen schon Kenntnis über verschiedene Volums- und Flächenformeln haben. Die Auswahl des Körpers geschieht entweder als Hausaufgabe oder während einer Stunde innerhalb des Schulgeländes.

Nachbereitung: Nach dem Vergleich der berechneten Daten mit denen der Wirklichkeit werden Berechnung und Ergebnis im Schulübungsheft festgehalten.

Lehrplanbezug: 4. Klasse – Geometrie: Räumliches Vorstellungsvermögen entwickeln und Längen-, Flächen- und Volumsberechnungen durchführen können, geeignete Sachverhalte geometrisch darstellen und umgekehrt solche Darstellungen deuten können. (Quelle: www.bmbf.gv.at; 29.5.2015)

Erforderliche Medien:

- Handy, Kamera, eventuell Drucker, Papier
- Schulbücher, Computer, Formelsammlungen

Arbeitsaufträge (für LehrerIn): Geometrie

Einige Tage vor der Bearbeitung der Bilder wird folgende Hausaufgabe gegeben:

- a) Such dir auf der Straße oder in deiner Wohnung einen Körper oder einen Gegenstand aus, welcher aus verschiedenen geometrischen Formen zusammengesetzt ist. Mach mit deinem Handy oder einer Kamera einige Fotos von diesem Gegenstand aus verschiedenen Perspektiven.

Arbeitsauftrag für die erste Stunde:

- b) Versuche den fotografierten Gegenstand möglichst genau abzuzeichnen und schätze an Hand der anderen Gegenstände im Foto die Maße des Objekts. .
- c) Überlege dir aus welchen Körpern dieser Gegenstand zusammengesetzt ist und berechne sein Volumen und seine Oberfläche mit den von dir geschätzten Maßen. Notiere alle Annahmen, Berechnungen und Ergebnisse im Schulübungsheft.

Nach der Berechnung wird folgende Hausaufgabe gegeben:

- d) Versuche möglichst genaue Werte für Oberfläche und Volumen deines Gegenstandes herauszufinden. Dies kannst du durch direktes Abmessen und Berechnen oder durch Computerrecherche machen. Notiere deine Ergebnisse bei deinen Berechnungen im Schulübungsheft.
- e) Vergleiche deine Berechnungen mit den Ergebnissen deiner Recherche, mache dir Notizen.

Arbeitsauftrag für die nächste Stunde:

- f) Geht in Kleingruppen (4-5 SchülerInnen) zusammen und berichtet euch gegenseitig von euren Berechnungen und Ergebnissen.

Arbeitsaufträge: Geometrie

- a) Such dir auf der Straße oder in deiner Wohnung einen Körper oder einen Gegenstand aus, welcher aus verschiedenen geometrischen Formen zusammengesetzt ist. Mach mit deinem Handy oder einer Kamera einige Fotos von diesem Gegenstand aus verschiedenen Perspektiven.
- b) Versuche den fotografierten Gegenstand möglichst genau abzuzeichnen und schätze an Hand der anderen Gegenstände im Foto die Maße des Objekts. .
- c) Überlege dir aus welchen Körpern dieser Gegenstand zusammengesetzt ist und berechne sein Volumen und seine Oberfläche mit den von dir geschätzten Maßen. Notiere alle Annahmen, Berechnungen und Ergebnisse im Schulübungsheft.
- d) Versuche möglichst genaue Werte für Oberfläche und Volumen deines Gegenstandes herauszufinden. Dies kannst du durch direktes Abmessen und berechnen oder durch Computerrecherche machen. Notiere deine Ergebnisse bei deinen Berechnungen im Schulübungsheft.
- e) Vergleiche deine Berechnungen mit den Ergebnissen deiner Recherche, mache dir Notizen.
- f) Geht in Kleingruppen (4-5 SchülerInnen) zusammen und berichtet euch gegenseitig von euren Berechnungen und Ergebnissen.

5.4. Unterrichtsstunde: Umfrage

Thema: Einführung in die Statistik

Durchführung: Die SchülerInnen führen in Gruppen Mini-Durchfragen zu 2 selbst erarbeitete Fragen und einer fixierten Frage durch. Die Ergebnisse werden anschließend von den SchülerInnen ausgewertet und mit Hilfe von passenden statistischen Darstellungen visualisiert. Diese Darstellungen werden im Anschluss im Plenum vorgestellt und ihre Brauchbarkeit diskutiert. Im Folge dessen, sollen auch andere Darstellungsmöglichkeiten beschrieben und ihre Vor- und Nachteile erarbeitet werden. Die Ergebnisse werden verglichen.

Anschließend werden die Daten der einen Frage, welche alle Gruppen bearbeitet haben, im Plenum gesammelt und mit Hilfe der statistischen Kennzahlen noch einmal gemeinsam ausgewertet.

Vorbereitung: Dieses Projekt kann als Einstieg in das Thema Statistik gewählt werden. Einige Tage vor der tatsächlichen Bearbeitung der Darstellungsmöglichkeiten und Kennzahlen wird die Klasse in Gruppen eingeteilt und die Aufgabenstellung wird ausgeteilt. Die Umfrage wird als Hausaufgabe im Umfeld der SchülerInnen durchgeführt.

Nachbereitung: Als Ergebnissicherung sollte ein Handout oder eine Zusammenfassung über die statistischen Darstellungsmöglichkeiten und ihre Vor- und Nachteile, sowie ihre Einsatzbereiche ausgegeben oder gemeinsam aufgeschrieben werden.

Lehrplanbezug: 6. Klasse – Stochastik: Arbeiten mit Darstellungsformen und Kennzahlen der beschreibenden Statistik (Quelle: www.bmbf.gv.at; 29.5.2015)

Erforderliche Medien:

- Computer, Informatikraum, Laptops für die Recherche über Darstellungsmöglichkeiten
- Plakate/ Folien und dazugehörige Stifte

Arbeitsauftrag (für LehrerIn): Umfrage (in Vierergruppen)

Die letzten 15 Minuten einer Stunde vor dem Wochenende, oder ein, zwei Unterrichtsstunden bevor das Thema gestartet werden soll, damit genug Zeit für die Umfrage bleibt.

- a) Erarbeitet zwei Fragen zum Thema „Wien“, „Schule“, „Zufriedenheit“, etc. welche ihr in eurem Umfeld stellen könnt, und welche ihr für eine zeitungähnliche Umfrage passend findet.

Hausübung übers Wochenende/ einige Unterrichtsstunden:

- b) HÜ: Jede Vierergruppe befragt jeweils 20 Personen zu jeder erarbeiteten Frage und notiert die bekommenen Informationen.
- c) HÜ: Befragt in der Gruppe 20 weitere Personen zu der Frage: „*Wie lange ist dein Arbeits- oder Schulweg in Minuten?*“ (eine Richtung)

Umfang: 2 Stunden, bzw. je nach Arbeitsgeschwindigkeit der SchülerInnen:

- d) Informatikraum: Informiert euch in der Gruppe über statistische Darstellungsmöglichkeiten, ihre Einsatzbereiche und ihre Vor- und Nachteile. Macht euch Notizen!!
- e) Entscheidet in der Gruppe welche Darstellungsmöglichkeiten für eure Fragen passend sind und gestaltet ein Plakat/ eine Power-Point Präsentation oder eine Folie mit euren Ergebnissen.

In der darauffolgenden Stunde werden die Präsentationen gehalten und die Ergebnisse und Darstellungsformen werden kritisch diskutiert.

Arbeitsauftrag: Umfrage (in Vierergruppen)

- a) Erarbeitet zwei Fragen zum Thema „Wien“, „Schule“, „Zufriedenheit“, ect. welche ihr in eurem Umfeld stellen könnt, und welche ihr für eine zeitungähnliche Umfrage passend findet.
- b) HÜ: Jede Vierergruppe befragt jeweils 20 Personen zu jeder erarbeiteten Frage und notiert die bekommenen Informationen.
- c) HÜ: Befragt in der Gruppe 20 weitere Personen zu der Frage: „*Wie lange ist dein Arbeits- oder Schulweg in Minuten?*“ (eine Richtung)
- d) Informatikraum: Informiert euch in der Gruppe über statistische Darstellungsmöglichkeiten, ihre Einsatzbereiche und ihre Vor- und Nachteile. Macht euch Notizen!!
- e) Entscheidet in der Gruppe welche Darstellungsmöglichkeiten für eure Fragen passend sind und gestaltet ein Plakat/ eine Power-Point Präsentation oder eine Folie mit euren Ergebnissen.

In der darauffolgenden Stunde werden die Präsentationen gehalten und die Ergebnisse und Darstellungsformen werden kritisch diskutiert.

Handout - Statistische Darstellungsformen

- Das Kreisdiagramm: Ein Kreisdiagramm, oder auch Tortendiagramm genannt bietet sich besonders in jenen Fällen an, in denen man relative Anteile eines Ganzen darstellen möchte. Alle Teile müssen zusammen 100% ergeben. Als vorteilhaft hat es sich erwiesen, wenn es nicht zu viele verschiedene Antwortmöglichkeiten gibt, denn dann sind die Größen der Tortenstücke schwer mit dem bloßen Auge zu reihen. Des Weiteren kann das Kreisdiagramm nur dann eingesetzt werden, wenn keine Mehrfachantworten möglich sind, denn sonst würden sich für die Anzahl der gegebenen Antworten mehr als 100% ergeben.

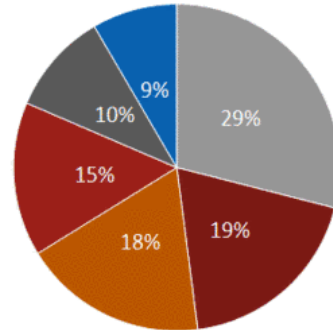


Abbildung 13 : Kreisdiagramm

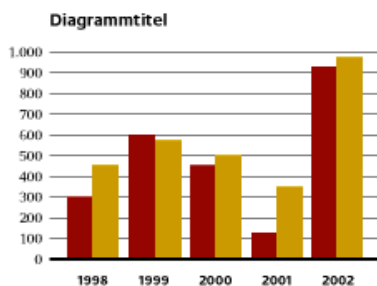


Abbildung 14 : Balkendiagramm

- Das Balkendiagramm: Balkendiagramme eignen sich besonders dafür, kleine Unterschiede in Umfragen sichtbar zu machen. Auch ist es mit ihrer Hilfe möglich, Mehrfachantworten darzustellen oder verschiedene befragte Gruppen zu vergleichen. Balkendiagramme können Vertikal oder Horizontal ausgerichtet sein.

- Das Liniendiagramm: Liniendiagramme bieten sich besonders dann an, wenn der Verlauf einer Menge über einen längeren Zeitraum dargestellt werden soll. Auch können auf diese Art zum Beispiel Daten verschiedener Orte über einen gewissen Zeitraum verglichen werden.

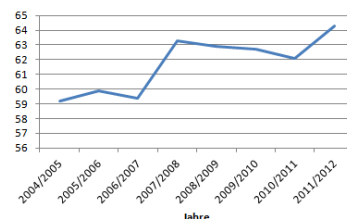


Abbildung 15 : Liniendiagramm

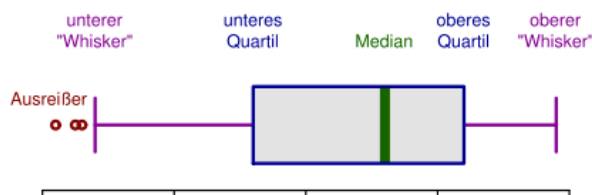


Abbildung 16 : Boxplot

- Der Boxplot: Mit Hilfe eines Boxplots können viele statistische Kennzahlen kardinalskaliertter Daten in einem Diagramm dargestellt werden. Folgende Kennzahlen werden in einem Boxplot sichtbar: Minimum- und Maximumwert,

Median, erstes und drittes Quartil und Spannweite.

5.5. Unterrichtsstunde: Wachstum von Kresse

Thema: Beschränktes Wachstum in der Pflanzenwelt

Durchführung: Es soll ein beschränktes Wachstum in der Pflanzenwelt modelliert werden. Um dies anschaulich und auch „angreifbar“ zu machen, soll mit echten Pflanzen gearbeitet werden, dieses Projekt muss also schon einige Tage vor der Berechnung in Angriff genommen werden. Welche Pflanzen ausgewählt werden kann mit der Klasse gemeinsam besprochen werden, Kresse oder Champignons eignen sich wegen des schnellen Wachstums besonders gut und beide kann man in Aufzuchtsboxen um relativ wenig Geld kaufen.

Das Wachstum der Pflanze/n soll in den Tagen nach dem Kauf von den SchülerInnen dokumentiert werden. Am Besten wird einmal in der Früh des Schultages und einmal zu Mittag die Größe der Pflanze gemessen. Die Ergebnisse werden notiert und anschließend in Geogebra oder in einem Koordinatensystem graphisch dargestellt. Die SchülerInnen sollen an Hand der Graphik die Art des Wachstums bestimmen und versuchen eine Funktion, welche den Wachstumsverlauf möglichst genau beschreibt, aufzustellen. Diese Funktion wird auch gezeichnet und die SchülerInnen vergleichen im Nachhinein untereinander ihre Ergebnisse und Überlegungen.

Vorbereitung: Dieses Projekt kann erst durchgeführt werden, wenn die SchülerInnen schon eine Ahnung von verschiedenen Wachstumsmodellen, einschließlich dem Logarithmischen haben. Auch muss beachtet werden, dass es einige Zeit in Anspruch nimmt die Pflanzen wachsen zu lassen, darum ist es wichtig früh genug mit dem Kauf und den Aufzeichnungen zu beginnen.

Nachbereitung: Es ist wichtig, dass jeder Schüler und jede Schülerin nach dem Projekt verstanden hat, was ein beschränktes Wachstum ist, warum es dieses in der Natur gibt und welche Größen für das Aufstellen der Formel benötigt werden. Um dies sicher zu stellen, müssen die Ergebnisse der

SchülerInnen-Gruppen im Anschluss an das Projekt verglichen und diskutiert werden. Auch ist wichtig, dass ein möglicher, richtiger Lösungsweg im Schulübungsheft notiert wird.

Lehrplanbezug: 6. oder 7. Klasse – Wachstums- und Zerfallsprozesse
(Quelle: www.bmbf.gv.at; 29.5.2015)

Erforderliche Medien:

- Schnellwachsende Pflanzen wie Kresse oder Champignons bei denen der Wachstumsprozess gut dokumentiert werden kann
- Computer, Informatikraum

Arbeitsauftrag (für LehrerInnen): Wachstum der Pflanze (*Hier sollte die Auswahl der Pflanze eingetragen werden, Kresse und Champignons eignen sich gut*)

- a) Überlegt euch in der Gruppe welche Pflanze ihr gerne beobachten würdet und holt Informationen zum Wachstumsverhalten und zu Wachstumsgeschwindigkeit dieser ein. Am (*Datum für die Präsentationen der Ergebnisse*) sollen die Ergebnisse eures Projektes präsentiert werden, also fangt früh genug mit den Aufzeichnungen über die Größe der Pflanze an, damit es sich auch ausgeht, sie auswachsen zu lassen.

Die Lehrkraft kann bei der Auswahl der Pflanze behilflich sein, doch auch das Internet oder eine Biologie-Lehrkraft sollten als Informationsquelle in Erwägung gezogen werden.

- b) Erstellt eine Tabelle in der ihr das Pflanzenwachstum ganz genau und in möglichst kleinen Abständen dokumentiert. Ist die Pflanze ausgewachsen so stellt den Verlauf ihrer Höhe mit Hilfe von Geogebra graphisch dar.

Eine Kurve eines logarithmischen Wachstumsprozesses entsteht.

- c) Überlegt euch anschließend an Hand der Punkte im Koordinatensystem um welche Art von Wachstumsprozess es sich handelt und versucht mit euren beobachteten Werten eine Formel aufzustellen.

In die Formel des logarithmischen Wachstums soll eingesetzt und diese mit den Punkten verglichen werden.

- d) Macht euch stets Notizen über die Auswahl der Pflanze, des Prozess während des Wachsens und auch über die Auswahl der Formel und ihr Aufstellen.

- e) Am _____ werden eure Ergebnisse verglichen und ihr werdet der restlichen Klasse über den Verlauf eures Projektes erzählen.

Den SchülerInnen muss klar gemacht werden, dass alle Überlegungen wichtig und interessant für die anschließende Diskussion sind.

Arbeitsauftrag: Wachstum der Pflanze _____

- a) Überlegt euch in der Gruppe welche Pflanze ihr gerne beobachten würdet und holt Informationen zum Wachstumsverhalten und zu Wachstumsgeschwindigkeit dieser ein. Am _____ sollen die Ergebnisse eures Projektes präsentiert werden, also fangt früh genug mit den Aufzeichnungen über die Größe der Pflanze an, damit es sich auch ausgeht, sie auswachsen zu lassen.
- b) Erstellt eine Tabelle in der ihr das Pflanzenwachstum ganz genau und in möglichst kleinen Abständen dokumentiert. Ist die Pflanze ausgewachsen so stellt den Verlauf ihrer Höhe mit Hilfe von Geogebra graphisch dar.
- c) Überlegt euch anschließend an Hand der Punkte im Koordinatensystem um welche Art von Wachstumsprozess es sich handelt und versucht mit euren beobachteten Werten eine Formel aufzustellen.
- d) Macht euch stets Notizen über die Auswahl der Pflanze, des Prozess während des Wachsens und auch über die Auswahl der Formel und ihr Aufstellen.
- e) Am _____ werden eure Ergebnisse verglichen und ihr werdet der restlichen Klasse über den Verlauf eures Projektes erzählen.

5.6. Unterrichtsstunde: Flächengrößtes Rechteck

Thema: Einführung zum Thema Extremwertaufgaben

Durchführung: Mit Hilfe einer Schnur in einer gewissen Länge können verschieden große Rechtecke gelegt werden, schnell wird klar, dass sich der Flächeninhalt trotz des gleichen Umfangs verändert. Gesucht wird das Rechteck mit dem größten Flächeninhalt für die gegebene Länge des Umfangs.

Anschließend werden einige Seitenlängen und Flächeninhalte in eine gegebene Tabelle eingetragen. Diese Werte können anschließend zum Beispiel mittels Geogebra visualisiert werden. (Auf der x-Achse werden die Werte einer Seitenlänge und auf der y-Achse die Werte des Flächeninhalts eingetragen.) Durch die entstandene Form liegt es nahe, dass es sich um eine Parabel handelt. Diese soll anschließend von den SchülerInnen mit Hilfe von berechneten Werten aufgestellt werden. Von dieser Parabel wird das Maximum, also der Hochpunkt gesucht, dieser kann mit Hilfe von Differentialgleichung berechnet oder aus der Graphik abgelesen werden. Im nächsten Schritt kann versucht werden eine schnellere Lösung für das Problem zu finden. Die SchülerInnen versuchen mittels der Flächeninhaltsformel für Rechtecke und der Beziehung zwischen den Seitenlängen eine Formel aufzustellen, um das Problem direkt zu behandeln.

Vorbereitung: Diese Aufgabe bietet sich als Einstieg in das Thema „Extremwertaufgaben“ an. Für die SchülerInnen wird so klar, was sie machen wenn sie solche Aufgaben durchführen und es ist kein Rechnen nach einem Kochrezept mehr.

Um diese Aufgabe sinnvoll durchführen zu können sollten die SchülerInnen bereits mit der Differentialrechnung und dem Aufstellen von Funktionstermen mit Hilfe von Werten vertraut sein.

Nachbereitung: Führt man diese Unterrichtsstunde in Kleingruppen in der Klasse durch, so kann es sein, dass verschiedene Gruppen unterschiedlich

weit gekommen sind oder, dass manche es besser verstanden haben als andere. Um sicher zu gehen, dass alle SchülerInnen verstanden haben worum es geht, und auch die richtigen Berechnungen im Schulübungsheft stehen haben sollte anschließend der Rechenweg unbedingt noch einmal im Plenum besprochen und aufgeschrieben werden.

Lehrplanbezug: 7. Klasse – Differentialrechnung: Lösen von Extremwertaufgaben (Quelle: www.bmbf.gv.at; 29.5.2015)

Erforderliche Medien:

- Computer, Informatikraum
- Schnüre in einer gewissen Länge (Anzahl gleich wie die der Gruppen)

Arbeitsauftrag: Flächengrößtes Rechteck
z.B.: 260cm

Gruppe A: u=

a) Legt mit dem Seil verschiedene Rechtecke auf. Was fällt euch in Bezug auf die Größe des Flächeninhaltes auf?
Trotz desselben Umfangs können Rechtecke mit unterschiedlichen Flächeninhalten gelegt werden.

b) Tragt in der folgenden Tabelle verschiedene Seitenlängen und die dazugehörigen Flächeninhalte mit eurem gegebenen Umfang ein.

a	b	$A=a*b$
1	129	129
2	128	256
5	125	625
10	120	1200
20	110	2200
40	90	3600
50	80	4000
60	70	4200
65	65	4225
70	60	4200
80	50	4000
90	40	3600
110	20	2200
120	10	1200
125	5	625

- c) Tragt eure Ergebnisse anschließend als Punkte in ein Koordinatensystem ein (Geogebra!) und überlegt euch, durch welche Funktion die entstandene Kurve modelliert werden könnte.
- d) Stellt eine Funktion auf und zeichnet diese. (Geogebra!)
Zum Beispiel aufstellen der quadratischen Funktion mit Hilfe von drei Funktionswerten.

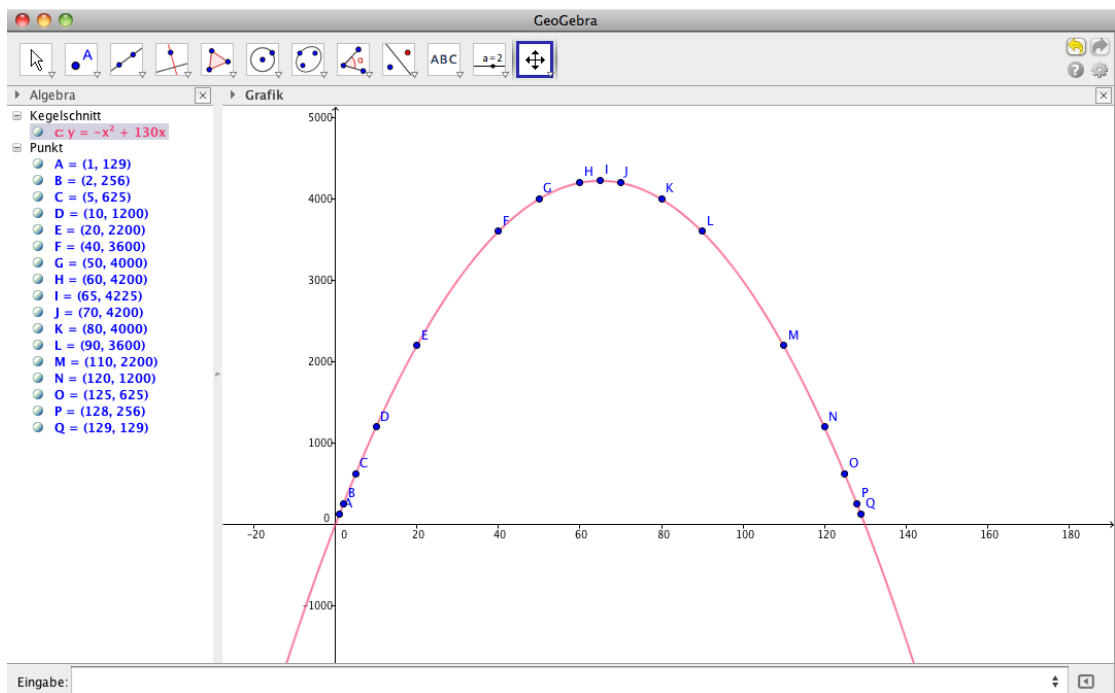


Abbildung 17 : Wachstumsverlauf in Geogebra

- e) Überlegt euch welcher Wert der Funktion den maximalen Flächeninhalt beschreiben könnte und berechnet diesen. Kann das Ergebnis stimmen?

Der Maximumwert, also der Hochpunkt beschreibt auch den maximalen Flächeninhalt.

*Berechnung des Hochpunktes mit Hilfe von der ersten Ableitung:
 $H(65/65) \rightarrow$ Das Rechteck mit dem größten Flächeninhalt ist das Quadrat mit der Seitenlänge $s=65\text{cm}$.*

Arbeitsauftrag: Flächengrößtes Rechteck

Gruppe A: u=_____

- a) Legt mit dem Seil verschiedene Rechtecke auf. Was fällt euch in Bezug auf die Größe des Flächeninhaltes auf?

- b) Tragt in der folgenden Tabelle verschiedene Seitenlängen und die dazugehörigen Flächeninhalte mit eurem gegebenen Umfang ein.

a	b	$A=a*b$

- c) Tragt eure Ergebnisse anschließend als Punkte in ein Koordinatensystem ein (Geogebra!) und überlegt euch, durch welche Funktion die entstandene Kurve modelliert werden könnte.
- d) Stellt eine Funktion auf und zeichnet diese. (Geogebra!)
- e) Überlegt euch welcher Wert der Funktion den maximalen Flächeninhalt beschreiben könnte und berechnet diesen. Kann das Ergebnis stimmen?

Zeit	Lehr / Lernziele	Thema / Inhalt	Methoden	Medien	Anwendungen
5	Die SchülerInnen sollen sich in Gruppen zusammenfinden	Begrüßung, Einteilung in Gruppen	LehrerIn-SchülerInnen Gespräch		Der Ablauf der Stunde soll erklärt werden
20	Es soll erkannt werden, dass mit demselben Umfang verschieden große Rechtecke entstehen können Es werden verschiedene Werte gesammelt und notiert	Mit den Seilen werden unterschiedlich große Rechtecke gelegt Verschiedene Seitenlängen und ihre Flächeninhalte	Gruppenarbeit	Seile Rechner, Arbeitsblatt	Die Seile werden ausgeteilt, Arbeitsauftrag a) wird ausgeführt Arbeitsauftrag b) wird ausgeführt
10	Die SchülerInnen sollen erkennen welche Art von Funktion mit Hilfe der Werte entsteht	Die berechneten Werte werden graphisch dargestellt	Gruppenarbeit	Arbeitsblatt, Computer	Arbeitsauftrag c) wird ausgeführt
15	Die SchülerInnen sollen die zu den werten gehörige quadratische Funktion rechnerisch aufstellen und über den Punkten graphisch darstellen.	Die Funktion wird aufgestellt und graphisch dargestellt	Gruppenarbeit	Arbeitsblatt, Rechner, Computer	Arbeitsauftrag d) wird ausgeführt

10	Der Hochpunkt der Funktion soll berechnet werden	Der Hochpunkt wird berechnet	Gruppenarbeit	Arbeitsblatt, Rechner, Computer	Arbeitsauftrag e) wird ausgeführt
15	Die Ergebnisse sollen verglichen und verstanden werden Die Ergebnisse und der Lösungsweg sollen für den Rest der Schulzeit aufgeschrieben werden	Die Ergebnisse werden analysiert und mit der ganzen Klasse besprochen	LehrerIn-SchülerInnen-gespräch	Arbeitsblatt, Tafel	Die SchülerInnen berichten über den Modellierungsprozess Der Rechenweg und wichtige Berechnungen werden gemeinsam ins Schulübungsheft notiert

Stundenbild zum Projekt flächengrößtes Rechteck, Doppelstunde: 100 Minuten

Anschließend wird noch der Zusammenhang zur üblichen Bearbeitungsweise von Extremwertaufgaben hergestellt:

25	Die SchülerInnen verstehen wie Extremwertaufgaben in Zukunft berechnet werden können	Neben- und Hauptbedingung	LehrerIn-SchülerInnen Gespräch	SÜ-Heft, Tafel, Arbeitsblatt	Der übliche Rechenweg wird vorgestellt und mit der Bearbeitung der SchülerInnen verglichen
----	--	---------------------------	--------------------------------	------------------------------	--

Literaturverzeichnis

Heckmair Bernd & Michl Werner; 2008; Erleben und Lernen – Einführung in die Erlebnispädagogik; Ernst Reinhardt

Hinrichs Gerd; 2008; Modellierung im Mathematikunterricht; Spektrum

Leuders Timo; 2003; Mathematik Didaktik – Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II; Cornelsen

Maaß Katja; 2008; Mathematikunterricht weiterentwickeln; Cornelsen

Mason John; 1999; Learning and Doing Mathematics; Tarquin

Spiel Christiane & Schober Barbara; 2012; 200108 - Bildungspsychologie II

Schulze Holger; Lehren und Lernen aus der Sicht der Hirnforschung; 1.2.2015

Trimmel Michael; 2013; Allgemeine Psychologie 2 – Kognitive Psychologie; UniWien

Winter Heinrich; 1989; Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht; Friedr. Vieweg & Sohn

Wittmann Gerald; 2008; Elementare Funktionen und ihre Anwendungen; Spektrum

Internetquellen

https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_m_sek1_kompetenzbereiche_m8_2013-03-28.pdf; 12.12.2014

<http://www0.eduhi.at/verein/kreidekreis/Entwurf/Service/Archiv/2004/0504/MA THstand/StandMath.pdf>; 12.12.2014

<http://www.creaffective.de/de/2009/03/wunschzettel-beratung-kreativprozess-kreativcoaching-ideenworkshop-chancen-in-der-krise/>; 7.1.2015

<http://wirtschaftslexikon.gabler.de/Archiv/82522/kreativitaet-v7.html>; 7.1.2015

<http://www.oebv.at/sixcms/media.php/229/Auflistung%20Bildungsstandards%20Mathematik.pdf>; 20.1.2015

https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_m_sek1_kompetenzbereiche_m8_2013-03-28.pdf; 20.12.2014

http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf; 7.1.2015

http://www.bildung-staerkt-menschen.de/service/downloads/Bildungsstandards/Gym/Gym_M_bs.pdf; 4.2.2015

<http://www0.eduhi.at/verein/kreidekreis/Entwurf/Service/Archiv/2004/0504/MA THstand/StandMath.pdf>; 4.2.2015

https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_m_vs_kompetenzbereiche_m4_2011-08-19.pdf; 4.2.2015

https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_neu_ahs_07_11859.pdf?4dzgm2; 7.1.2015

https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2; 7.1.2015

https://www.bifie.at/system/files/dl/PISA_Aufgabensammlung_Mathematik.pdf; 7.1.2015

<http://kira.dzlm.de/material/mathe-mehr-als-ausrechnen/prozessbezogene-kompetenzen-f%C3%B6rdern-beispielaufgaben-3>; 5.2.2015

<https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms/netzwerk-fachliche-unterrichtsentwicklung/mathematik/mathematik-home/netzwerk-g8-fachliche-unterrichtsentwicklung-mathematik-home.html>; 5.2.2015

http://www.frankfurt-consulting.de/German/optimierung_german.htm; 5.2.2015

<http://www.creaffective.de/de/2009/03/wunschzettel-beratung-kreativprozess-kreativcoaching-ideenworkshop-chancen-in-der-krise/>; 5.2.2015

<http://www.computerwissen.de/office/powerpoint/artikel/professionelle-und-aussagefaehige-kreisdiagramme-erstellen.html>; 2.4.2015

<http://www.univie.ac.at/ksa/elearning/cp/quantitative/quantitative-116.html>;
2.4.2015

http://styleguide.bundesregierung.de/Webs/SG/DE/PrintMedien/Publikationen/Infografiken/infografiken_node.html?__site=SG; 2.4.2015

<http://www.univie.ac.at/ksa/elearning/cp/quantitative/quantitative-118.html>;
2.4.2015

<http://www.mathe-online.at/lernpfade/Lernpfad796/?kapitel=3&navig=I>;
2.4.2015

<http://de.wikipedia.org/wiki/Boxplot>; 2.4.2015

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 : Modellierungskreislauf nach Blum	14
Abbildung 2 : Reduzierter Modellierungskreislauf	18
Abbildung 3 : Modellierungskreislauf nach Peter-Koop	20
Abbildung 4 : Modellierungskreislauf zur Prozessoptimierung	21
Abbildung 5 : Drei wichtige Bereiche zum Problemlösen	44
Abbildung 6 : Bestandteile des kreativen Produkts	44
Abbildung 7 : Strategiebaukasten	50
Abbildung 8 : Aufgabentypen nach Bruder	52
Abbildung 9 : Beurteilungsraster	53
Abbildung 10 : 2 Kreise berühren in einem Punkt	57
Abbildung 11 : Rechnungen	63
Abbildung 12 : Seite aus einem Sparbuch	64
Abbildung 13 : Kreisdiagramm	73
Abbildung 14 : Balkendiagramm	73
Abbildung 15 : Liniendiagramm	73
Abbildung 16 : Boxplot	73
Abbildung 17 : Wachstumsverlauf in Geogebra	82

Anhang A

Abstract

As it isn't easy to offer a diversity of teaching methods in math lessons this paper should give an option for a different style of education. Modelling in maths affords a new and activity oriented way of learning.

To enable readers to use the given projects this paper explains what a problem actually is, how modelling is defined and how the implementation of problem-oriented exercises at school is done. To explain the working process the modelling-circuit by Bloom is described. Potentially this circuit is too complicated for younger students, so a simplified representation is given. This includes 4 phases of working: first "understand task", then "develop a model", followed by "using math" and "interpreting the results". To make it easier to use this working method, frequent mistakes are listed for each phase. An evaluation-sheet is included to give an option for a transparent grading. Furthermore benefits of problem-oriented working are illustrated and legitimated by psychological descriptions. One benefit is that modelling offers a possibility to commit to different requirements of students. By describing the structure and function of human brains, it becomes evident that it is positive to establish an education that is close to reality and connected to the direct environment of the student.

This paper should provide the reader an instruction of how to implement model-learning at school and not just a legitimation of activity oriented education. The last chapter offers a selection of projects.. These are designed for different levels of education and are prearranged for instant use. To prepare the students for this type of learning helpful guidance is given in the chapters before.

Kurzfassung

Da die Methodenvielfalt im Mathematikunterricht oft zu kurz kommt, soll mit Hilfe von Modellierung eine Möglichkeit geboten werden den SchülerInnen eine neue, handlungsorientierte und realitätsbezogene Art des Lernens aufzuzeigen.

In der Arbeit wird erklärt, was ein Problem ist, was man sich unter Modellierung vorstellen kann und wie dies in der Schule umzusetzen ist. Hierzu wird unter anderem der Modellierungskreislauf von Blum, mit seinen sieben Phasen näher beleuchtet. Da dieser für den Unterricht zu komplex erscheinen kann, wird ein didaktisch reduzierter Arbeitsplan mit den vier Phasen: „Aufgabe verstehen“, „Modell erstellen“, „Ergebnis erklären“ und „Mathematik benutzen“ beschrieben. Um die Erarbeitung des Modellierungskreislaufes mit den SchülerInnen zu vereinfachen, werden mögliche Probleme und Fehler der Lernenden aufgezeigt und ein Beurteilungsraster für eine transparente Benotung dargestellt. Des Weiteren wird unter anderem auf psychologische Art und Weise erklärt, warum es sinnvoll ist, Modelle im Mathematikunterricht zu behandeln und welche Vorteile diese Art des Unterrichts mit sich bringen. Durch die offenere Art der Aufgabenstellung wird es möglich, auf die sehr unterschiedlichen Bedürfnisse der einzelnen Lernenden einzugehen. Die beschriebene Struktur und Arbeitsweise des Gehirns soll zusätzlich deutlich machen, wie wichtig es für den Lernprozess ist, einen Realitätsbezug herzustellen und die direkte Lebenswelt der SchülerInnen einzubinden.

Diese Arbeit soll nicht ausschließlich als Begründung zur Durchführung von problemlösendem Unterricht angesehen werden, sondern eher als Leitfaden für die tatsächliche Umsetzung von Modellierungsaufgaben. Dies wird auch durch eine Beispielsammlung im letzten Kapitel ermöglicht, welche komplett ausgearbeitete und durchgeplante Projekte für unterschiedliche Schulstufen beinhaltet. Mit Hilfe der vorhergehenden Kapitel können die SchülerInnen auf eine derartige Art des Lernens vorbereitet und der Unterricht dementsprechend gestaltet werden.

Anhang B



Europass- Lebenslauf

Angaben zur Person

Nachname(n) /
Vorname(n) **Österreicher Pheline**

Geschlecht Weiblich



Schul- und Berufsbildung

Zeitraum	Ab September 2014
Art der Tätigkeit	Sondervertragslehrerin
Name und Art der Bildungs- oder Ausbildungseinrichtung	Gymnasium „Auf der Schmelz 4“
Zeitraum	Oktober 2010 - voraussichtlicher Abschluss 2015
Ausbildung zu	Magisterstudium auf Lehramt
Hauptfächer/berufliche Fähigkeiten	Mathematik, Philosophie und Psychologie, Pädagogik
Name und Art der Bildungs- oder Ausbildungseinrichtung	Universität Wien
Zeitraum	August 2013
Art der Tätigkeit	Ferialpraktikum bei den Wiener Kinderfreunden
Name und Art der Bildungs- oder Ausbildungseinrichtung	Kindergarten der Wiener Kinderfreunde beim Europahaus des Kindes
Zeitraum	August 2012
Art der Tätigkeit	Ferialpraktikum bei den Wiener Kinderfreunden
Name und Art der Bildungs- oder Ausbildungseinrichtung	Kindergarten der Wiener Kinderfreunde beim Europahaus des Kindes
Zeitraum	September 2011
Art der Tätigkeit	Ferialpraktikum bei den Wiener Kinderfreunden

Name und Art der Bildungs- oder Ausbildungseinrichtung	Kindergarten der Wiener Kinderfreunde beim Europahaus des Kindes
Zeitraum	2011 bis 2013
Art der Tätigkeit	Catering
Name und Art der Agentur	Trabitsch Catering, Servicefirma
Zeitraum	November 2010 bis 2012
Art der Tätigkeit	Catering
Name und Art der Agentur	Mise en Place, Servicefirma
Zeitraum	17. Februar 2010 – 26. Mai 2010
Bezeichnung der erworbenen Qualifikation	Kursabschluss
Hauptfächer/berufliche Fähigkeiten	Englisch – Cambridge Business English Certificate BEC Higher
Name und Art der Bildungs- oder Ausbildungseinrichtung	Berufsförderungsinstitut Wien
Zeitraum	Ab 2007 bis Jetzt
Art der Tätigkeit	Vorortbetreuung bei diversen Events, Auf- und Abbauhilfe, Registrierung der Teilnehmer, und Sprechern
Name und Art der Firma	Event- und Incentiveagentur aigner und österreichischer OG
Zeitraum	7. September 2009 – 6. September 2010
Bezeichnung der erworbenen Qualifikation	Praktikumsabschluss
Hauptfächer/berufliche Fähigkeiten	Verwaltungspraktikum
Name und Art der Bildungs- oder Ausbildungseinrichtung	Stadtschulrat für Wien
Zeitraum	September 2001 – Juni 2009
Bezeichnung der erworbenen Qualifikation	Matura
Name und Art der Bildungs- oder Ausbildungseinrichtung	AHS- Auf der Schmelz Auf der Schmelz 4, 1150 Wien
Stufe der nationalen oder internationalen Klassifikation	Allgemeinbildende höhere Schule
Persönliche Fähigkeiten und	

Kompetenzen	
Muttersprache(n)	Deutsch
Sonstige Sprache(n)	
Selbstbeurteilung	
<i>Europäische Kompetenzstufe (*)</i>	
Englisch	
Italienisch	
Soziale Fähigkeiten und Kompetenzen	- Teamgeist - Freude am Umgang mit Menschen aller Nationen und allen Alters - Offenheit, Freundlichkeit und Kommunikationsfähigkeit
Organisatorische Fähigkeiten und Kompetenzen	Durch Organisation meines Schulballs, einigen Geburtstagsfeiern und Mitarbeit Vorort bei einigen Events einer Eventmanagementagentur, viel Erfahrung in Organisation und Planung von Veranstaltungen.
Führerschein(e)	Führerschein der Klasse B

Anhang C

Lehrplan Unterstufe

MATHEMATIK Bildungs- und Lehraufgabe:

Die Schülerinnen und Schüler sollen - in den verschiedenen Bereichen des Mathematikunterrichts Handlungen und Begriffe nach Möglichkeit

mit vielfältigen Vorstellungen verbinden und somit Mathematik als beziehungsreichen Tätigkeitsbereich

erleben; - mathematisches Können und Wissen aus verschiedenen Bereichen ihrer Erlebnis- und Wissenswelt

nutzen sowie durch Verwenden von Informationsquellen weiter entwickeln.

Das Bilden mathematischer Modelle und das Erkennen ihrer Grenzen soll zu einem verantwortungsvollen Umgang mit Aussagen führen, die mittels mathematischer Methoden entstanden sind;

- durch Reflektieren mathematischen Handelns und Wissens Einblicke in Zusammenhänge gewinnen und Begriffe bilden;
- in Verfolgung entsprechender Lernziele produktives geistiges Arbeiten, Argumentieren und exaktes Arbeiten, kritisches Denken, Darstellen und Interpretieren als mathematische Grundtätigkeiten durchführen, wobei sie dazu hingeführt werden sollen, Lernprozesse selbstständig zu gestalten;
- durch das Benutzen entsprechender Arbeitstechniken, Lernstrategien und heuristischer Methoden Lösungswege und -schritte bei Aufgaben und Problemstellungen planen und in der Durchführung erproben;
- verschiedene Technologien (zB Computer) einsetzen können.

Unterrichtsziele und Unterrichtsinhalte:

Die Schülerinnen und Schüler sollen durch Erwerb und Nutzung grundlegender Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten Einsichten in die Gebiete Arithmetik, elementare Algebra und Geometrie gewinnen. -

Arithmetik: mit rationalen Zahlen rechnen, Rechenergebnisse abschätzen, elektronische Hilfsmittel

benutzen können, Gesetzmäßigkeiten des Rechnens kennen und anwenden können; - elementare Algebra: Variablen als Mittel zum Beschreiben von Sachverhalten, insbesondere von

Gesetzmäßigkeiten und funktionalen Beziehungen, und zum Lösen von Problemen verwenden können;

algebraische Ausdrücke und Formeln bzw. Gleichungen umformen können; -

Geometrie: mit grundlegenden geometrischen Objekten und mit Beziehungen zwischen diesen Objekten

vertraut werden, zeichnerische Darstellungen von ebenen und räumlichen Gebilden anfertigen können, räumliches Vorstellungsvermögen entwickeln und Längen-, Flächen- und Volumsberechnungen durchführen können, geeignete Sachverhalte geometrisch darstellen und umgekehrt solche Darstellungen deuten können.

Folgende mathematischen Grundtätigkeiten sind zu entwickeln: -

Produktives geistiges Arbeiten, insbesondere: Kombinieren vertrauter Methoden; Analysieren von

Problemen, Begründungen, Darstellungen, mathematischen Objekten; Anwenden bekannter Verfahren, auch in teilweise neuartigen Situationen; Abstrahieren und Konkretisieren; Verallgemeinern und Spezialisieren.

- Argumentieren und exaktes Arbeiten, insbesondere: präzises Beschreiben von Sachverhalten, Eigenschaften und Begriffen (Definieren); Arbeiten unter bewusster Verwendung von Regeln; Begründen (Beweisen); Arbeiten mit logischen Schlussweisen; Rechtfertigen von Entscheidungen (etwa der Wahl eines Lösungsweges oder einer Darstellungsform).

- Kritisches Denken, insbesondere: Überprüfen von Vermutungen; Überprüfen von Ergebnissen; Erkennen von Unzulänglichkeiten mathematischer Modelle; Erkennen von Mängeln in Darstellungen oder Begründungen; Überlegen von Bedeutungen mathematischer Methoden und

Denkweisen; Überlegen der Bedeutung des Mathematikunterrichts für die eigene Person.

- Darstellen und Interpretieren, insbesondere: verbales, formales oder graphisches Darstellen von Sachverhalten; geometrisch-zeichnerisches Darstellen von Objekten; Finden und Interpretieren graphischer Darstellungen; Erstellen und Interpretieren von mathematischen Modellen außermathematischer Sachverhalte.

Beitrag zu den Aufgabenbereichen der Schule:

Der Mathematikunterricht soll folgende miteinander vielfältig verknüpfte Grunderfahrungen ermöglichen: - Erscheinungen der Welt um uns in fachbezogener Art wahrzunehmen und zu verstehen;² - Problemlösefähigkeiten zu erwerben, die über die Mathematik hinausgehen.

Diese Grunderfahrungen sollen zur Entwicklung von Verantwortungsbewusstsein den Mitmenschen und der Umwelt gegenüber führen und zur Erkenntnis beitragen, dass Phänomene und Bereiche existieren, die unabhängig von der augenblicklichen Befindlichkeit des Menschen sind (rationale Distanz).

Beiträge zu den Bildungsbereichen:

Natur und Technik:

Die Ziele und Aufgaben tragen in ihrer Gesamtheit zu diesem Bildungsbereich bei.

Sprache und Kommunikation:

Beschreiben von Objekten und Prozessen; Präzision der Sprachverwendung; Gebrauch und Bedeutung von Definitionen, Vorgänge des Klassifizierens; Umsetzen von Texten in mathematische Handlungen; Konzentrieren von Sachverhalten in mathematische Formeln; Auflösen von Formeln in sprachliche Formulierungen; Vermitteln und Verwenden einer Fachsprache mit spezifischen grammatikalischen Strukturen.

Mensch und Gesellschaft:

Untersuchen von Situationen und Problemen mit Hilfe rationalen Denkens; Erkennen der Stärken und Grenzen der mathematischen Denkweise; Aufarbeiten gesellschaftlicher Themen mit mathematischen Methoden (zB Statistik); kritischer Umgang mit empirischem Datenmaterial; planmäßiges, sorgfältiges und konzentriertes Arbeiten.

Kreativität und Gestaltung:

Entwickeln verschiedener Lösungswege zu mathematischen Fragestellungen; Nutzen heuristischer Strategien.

Gesundheit und Bewegung:

Berechnungen, Statistiken und Auswertungen im Gesundheits- und Ernährungsbereich (Energieverbrauch, Nährwerttabellen, Belastungskurven).

Didaktische Grundsätze:

Jahresplanung:

Aufbauend auf die Grundschule ist der weitere Bildungserwerb unter besonderer Berücksichtigung der Kenntnisse und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler zu planen und durchzuführen. Unter Berücksichtigung der Schulplanung sind in der Jahresplanung die Ziele und Inhalte sowohl von Kern- als auch Erweiterungsbereich zeitlich anzuordnen und zu gewichten (siehe auch Abschnitt „Kern- und Erweiterungsbereich“ im dritten Teil).

In der Jahresplanung ist ein Freiraum für Bedürfnisse von Schülergruppen vorzusehen, in dem Interessenschwerpunkte der Schülerinnen und Schüler Berücksichtigung finden, insbesondere wenn regionale, schulische oder berufsvorbereitende Erfordernisse dies nahe legen. Wesentliche Orientierungsmerkmale für die Jahresplanung sind die Abgrenzung von Kern- und Erweiterungsbereich sowie die für das Ende der 4. Klasse angestrebten Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler.

Systematisches und situationsbezogenes Lernen, verständnisvolles Lernen:

Ein konstruktives Verhältnis der Schülerinnen und Schüler zur Mathematik soll gefördert werden. Verständnisvolles Lernen ist ein individueller, aktiver und konstruktiver Prozess. Die Schülerinnen und Schüler sind nicht Konsumierende eines fix vorgegebenen Wissens, sondern Produzierende ihres Wissens, mit Betonung auf aktives Erarbeiten, Erforschen, Darstellen, Reflektieren. Mathematische Begriffe und Verfahren werden durch die eigenen Aktivitäten von den Schülerinnen und Schülern in ihr Wissenssystem eingebaut. Im Unterricht ist eine Balance zwischen systematischem Lernen und situationsbezogenem Lernen im praktischen Umgang mit lebensweltlichen Fragestellungen herzustellen.

3

Unterrichtsformen:

Einzelarbeit, Partnerarbeit, Gruppenarbeit und projektorientierter Unterricht sollen die bestimmenden Unterrichtsformen des Mathematikunterrichts sein. Schriftliche Darstellungen von Lösungswegen sollen erst dann angeboten werden, wenn sich die Schülerinnen und Schüler mit einer Aufgabe - zumindest teilweise - auseinander gesetzt haben. Auch bei leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern ist handlungsorientiert vorzugehen. Keinesfalls darf der Unterricht auf das Erlernen von Verfahren und Fertigkeiten beschränkt werden.

Motivierung der Schülerinnen und Schüler:

Mit Hilfe von Problemstellungen aus Themenkreisen, die den Erfahrungen und Interessen der Schülerinnen und Schüler entsprechen, sollen mathematisches Wissen und Können entwickelt und gefestigt werden. Dabei soll die Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebens- und Wissensbereichen erfahren werden. Wünschenswert für diese Phase ist eine Mitverantwortung durch die Schülerinnen und Schüler. Hilfen oder Informationen sollen dann erfolgen, wenn sie verlangt oder benötigt werden. Selbstständiges Entdecken und Erfolgserlebnisse sind ein wesentlicher Beitrag zur Motivation.

Unterrichten in Phasen, Vernetzung, Querverbindungen:

Unter Beachtung der Vorkenntnisse sollen Inhalte in einer ersten Phase nur um einige Gesichtspunkte erweitert, bei einfachen Anwendungen erprobt und erst in einer späteren Phase vertieft und ergänzt werden. Vernetzungen der Inhalte durch geeignete Unterrichtssequenzen und Aufgabenstellungen sind anzustreben. Querverbindungen zu anderen Unterrichtsgegenständen sowie zur Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler sind herzustellen.

Sicherung des Unterrichtsertrages:

Die Schülerinnen und Schüler sollen Gedankengänge, die zum Erwerb mathematischen Wissens geführt haben, wiederholen und dabei lernen, erworbenes Wissen zu rekonstruieren, eigenständig darzustellen und auch zu begründen. Üben soll nicht nur auf die Festigung von Fertigkeiten beschränkt bleiben, sondern den Schülerinnen und Schülern sollen auch planmäßig Arbeitsaufträge zur Schulung der mathematischen Grundtätigkeiten erteilt werden.

Für die Nachsteuerung des Lernprozesses ist die Beobachtung des Lernfortschrittes notwendig, ohne dass damit ein Notendruck verbunden sein darf.

Individualisierung und Differenzierung (siehe auch Abschnitt „Förderung durch Differenzierung und Individualisierung“ im zweiten Teil):

Durch Differenzierungsmaßnahmen sollen die Schülerinnen und Schüler entsprechend ihren individuellen Begabungen, Fähigkeiten, Neigungen, Bedürfnissen und Interessen bestmöglich gefördert werden. Zur Bewältigung von mathematischen Alltagsproblemen sollen thematische Schwerpunkte gesetzt werden. Zu solchen Schwerpunktthemen sollen vielfältige mathematische Zugänge und didaktische Einstiegsmöglichkeiten geboten werden.

Die Differenzierung und Individualisierung erfolgt unter Berücksichtigung des Arbeitstempos der Schülerinnen und Schüler, durch den methodischen Zugang, nach Umfang und Komplexität der Aufgabenstellung sowie nach dem Anspruchsniveau, das mit der jeweiligen Aufgabenstellung verbunden ist.

Lesen mathematischer Texte, Fachsprache:

Ab der 1. Klasse ist darauf Bedacht zu nehmen, dass die Schülerinnen und Schüler sich mit Mathematik auch in Textform auseinander setzen (zB selbstständiges Erarbeiten aus Musterbeispielen und Erklärungstexten). Mathematische Inhalte können etwa durch Üben von Beschreibungen, Erklärungen und Kurzaufsätzen oder Erstellen von Zusammenfassungen unterschiedlich dargestellt werden. Elementare Begriffe, Symbole und Darstellungsformen können zur Beschreibung mathematischer und außermathematischer Sachverhalte sinnvoll verwendet werden. Mit wachsender Geläufigkeit im Umgang mit mathematischer Sprache und Symbolik kann diese Verwendung auch zur Klärung von Begriffen und zur Klärung von logischen Zusammenhängen dienen.

Der Nutzen von Nachschlagwerken soll erkannt und der Gebrauch von Formelsammlungen, Tabellen und ähnlichem gelernt werden.

4

Aufgabenstellungen:

Sowohl der Prozess der Problemlösung als auch das Produkt haben eigenständige Bedeutung. Aufgaben sollen nach Möglichkeit so gestellt sein, dass ein Scheitern an einer Teilaufgabe die weitere Bearbeitung nicht völlig unmöglich macht. Aufgaben, die sich auf elementare Tätigkeiten beziehen, und solche mit aufeinander aufbauenden Lösungsschritten sind möglich und wünschenswert.

Aufgabenstellungen sind so zu wählen, dass sie in verständlicher Sprache und übersichtlicher Form abgefasst sind, die thematische Verankerung altersadäquat ist und dass ohne Zeitdruck gearbeitet werden kann. Unterschiedliche korrekte Interpretationen sind zu akzeptieren.

Arbeiten mit dem Taschenrechner und dem Computer:

Grundsätzlich sind schon ab der 1. Klasse Einsatzmöglichkeiten zur planmäßigen Nutzung von elektronischen Hilfen beim Bearbeiten von Fragestellungen der Mathematik und als informationstechnische Hilfe (in Form von elektronischen Lexika, Statistiken, Fahrplänen, Datenbanken, ...) gegeben. Die Möglichkeiten elektronischer Systeme bei der Unterstützung

schülerzentrierter, experimenteller Lernformen sind zu nutzen. Das kritische Vergleichen von Eingaben und Ausgaben bei verschiedenen Programmen und Geräten bezüglich der Problemstellung kann zum Entwickeln eines problem- und softwareadäquaten Analysierens, Formulierens und Auswertens beitragen.

Historische Betrachtungen:

Den Schülerinnen und Schülern ist an geeigneten Themen Einblick in die Entwicklung mathematischer Begriffe und Methoden zu geben. Sie sollen einige Persönlichkeiten der Mathematikgeschichte kennen lernen. Die Mathematik soll als dynamische Wissenschaft dargestellt und ihre Bedeutung bei der Entwicklung der abendländischen Kultur gezeigt werden. Die Bedeutung der Mathematik in der Gegenwart soll in den Unterricht einfließen.

Der Zeitrahmen für **Schularbeiten** ist dem Abschnitt „Leistungsfeststellung“ des dritten Teils zu entnehmen. **Lehrstoff:**

Kernbereich:

Die Schülerinnen und Schüler sollen praxisorientierte Aufgaben unter dem Aspekt der Modellbildung möglichst oft rechnerisch, geometrisch und graphisch darstellen, lösen und kritisch betrachten können. Dabei sollen sie von ihrer unmittelbaren Erlebniswelt ausgehen und ihre Erfahrungen auch in fächerübergreifende Vorhaben einbringen.

Die Schülerinnen und Schüler sollen ebenso grundlegendes mathematisches Wissen und Können erwerben und abstraktes Denken und formale Fähigkeiten entwickeln. Sie sollen im präzisen Arbeiten und Argumentieren ausgebildet werden und mit mathematischen Darstellungsformen vertraut werden.

Sie sollen elektronische Hilfen und (auch selbst erstellte) Formelsammlungen in steigendem Ausmaß ab der 1. Klasse verwenden und wiederholt Gelegenheit haben, ihr Vorstellungsvermögen auch computerunterstützt zu schulen.

Um den Schülerinnen und Schülern einen kontinuierlichen Aufbau ihrer Kenntnisse und Fähigkeiten zu ermöglichen, sind Stoffangaben der unteren Klassen in den oberen Klassen mit zu berücksichtigen.

Die Abfolge der Stoffangaben ist nicht als Hinweis auf die Reihenfolge für die unterrichtliche Planung zu betrachten.

1. Klasse: 1.1. Arbeiten mit Zahlen und Maßen

- Kenntnisse und Fähigkeiten im Umgang mit natürlichen Zahlen vertiefen, dabei auch große natürliche Zahlen verwenden und mehrstellige Multiplikationen und Divisionen durchführen können,
- Rechnen mit Maßen und Umwandlungen zur Bearbeitung von Sachaufgaben und geometrischen Berechnungen,
- anhand von Teilern und Vielfachen Einblicke in Zusammenhänge zwischen natürlichen Zahlen gewinnen;
- Vorstellungen mit positiven rationalen Zahlen verbinden, - mit der Darstellung in Dezimal- und Bruchschreibweise vertraut sein, - einfache Ungleichungen zum Einschränken benutzen;
- mit den positiven rationalen Zahlen Rechnungen mit leicht abschätzbaren Ergebnissen durchführen und zur Lösung von Problemen in Sachsituationen vielfältig anwenden können,
- Rechnen mit Brüchen, nur in einfachen Fällen, die anschaulich deutbar sind, - grundlegende Sicherheit im Kopfrechnen gewinnen, - elektronische Rechenhilfsmittel einsetzen können, - Kenntnisse über Umkehroperationen erweitern,
- die Regeln über die Reihenfolge von Rechenoperationen, einschließlich der Klammerregeln, anwenden können.

1.2 Arbeiten mit Variablen

- Mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben können, zB gleichartige Rechenabläufe, die sich nur durch unterschiedliche Zahlen unterscheiden, oder allgemeine Beziehungen zwischen Größen,

- insbesondere Formeln bzw. Gleichungen aufstellen, - Lösungen zu einfachen linearen Gleichungen finden können, - Formeln anwenden und interpretieren können.

1.3 Arbeiten mit Figuren und Körpern

- ausgehend von Objekten der Umwelt durch Idealisierung und Abstraktion geometrische Figuren und Körper sowie ihre Eigenschaften erkennen und beschreiben können,
- aufbauend auf die Grundschule Kenntnisse über grundlegende geometrische Begriffe gewinnen, - Skizzen von Rechtecken, Kreisen, Kreisteilen, Quadern und ihren Netzen anfertigen können, - Zeichengeräte zum Konstruieren von Rechtecken, Kreisen und Schrägrissen gebrauchen können, - Maßstabszeichnungen anfertigen und Längen daraus ermitteln können;
- Umfangs- und Flächenberechnungen an Rechtecken (und einfachen daraus zusammengesetzten Figuren),
- sowie Volums- und Oberflächenberechnungen an Quadern (und einfachen daraus zusammengesetzten Körpern) durchführen können,
- Formeln für diese Umfangs-, Flächen- und Volumsberechnungen aufstellen können;
- Winkel im Umfeld finden und skizzieren, - Gradeinteilung von Winkeln kennen, - Winkel mit dem Winkelmesser (Geodreieck) zeichnen können;
- einfache symmetrische Figuren erkennen und herstellen können. **1.4.**

Arbeiten mit Modellen, Statistik

- direkte Proportionalitäten erkennen (zB Warenmenge-Geld, Zeit-Weg),
- entsprechende Fragestellungen finden und Berechnungen durchführen können, - Modelle mit realen Gegebenheiten vergleichen, - grundlegende Überlegungen zur Sinnhaftigkeit von Modellen für die Praxis anstellen, - Tabellen und graphische Darstellungen zum Erfassen von Datenmengen verwenden können.

2. Klasse 2.1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen

- Festigen und Vertiefen der Fähigkeiten beim Arbeiten mit positiven rationalen Zahlen, um vielfältige und komplexere Probleme in Sachsituationen bearbeiten zu können,
- Rechnen mit Brüchen (mit kleinen Zählern und Nennern), damit die Rechenregeln im Hinblick auf die Algebra sicher beherrscht werden,
- diese Rechenregeln für das Bruchrechnen begründen können, - Bruchdarstellung in Dezimaldarstellung überführen und umgekehrt, - wichtige Teilbarkeitsregeln kennen und anwenden können;
- Rechnen mit Prozenten in vielfältigen Zusammenhängen;
- Maße verwenden und Umwandlungen durchführen können in dem Ausmaß, wie es die Bearbeitung von Sachaufgaben und geometrischen Aufgaben erfordert und es dem Vorstellungsvermögen der Schülerinnen und Schüler entspricht.

2.2 Arbeiten mit Variablen

- mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben, - Gleichungen und Formeln aufstellen, insbesondere auch in Sachsituationen, - unter Verwendung von Umkehroperationen einfache lineare Gleichungen mit einer Unbekannten lösen und Formeln umformen, - Formeln interpretieren.

2.3 Arbeiten mit Figuren und Körpern

- Dreiecke, Vierecke und regelmäßige Vielecke untersuchen, wesentliche Eigenschaften feststellen, - die Figuren skizzieren und konstruieren können, - Erkennen, ob Angaben mehrdeutig sind oder überhaupt nicht in Konstruktionen umgesetzt werden können, - kongruente Figuren herstellen können, die Kongruenz begründen können;
- Eigenschaften von Strecken- und Winkelsymmetralen kennen, - und für Konstruktion anwenden können;

- Flächeninhalte von Figuren berechnen können, die sich durch Zerlegen oder Ergänzen auf Rechtecke zurückführen lassen,
- Volumina von Prismen berechnen, möglichst in Anwendungsaufgaben.

2.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik

- charakteristische Kennzeichen von indirekten und direkten Proportionalitäten an Beispielen angeben können,
- einfache Fragestellungen dazu formulieren, sie graphisch darstellen und lösen können, - Fragen zu sinnvollen Anwendungsbereichen für solche Proportionalitäten stellen;
- relative Häufigkeiten ermitteln können, - entsprechende graphische Darstellungen lesen, anfertigen und kritisch betrachten können, - Manipulationsmöglichkeiten erkennen.

3. Klasse 3.1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen

- rationale Zahlen in verschiedenen Formen deuten können, - als Zustände gegenüber einem Nullpunkt, - als Punkte auf einer Zahlengeraden,
 - Erkennen und Beschreiben von Kleiner-Größer-Beziehungen;
 - rationale Zahlen für Darstellungen in Koordinatensystemen verwenden können;
 - die Regeln für das Rechnen mit rationalen Zahlen wissen und bei Rechenbeispielen (mit einfachen Zahlen) mit Sicherheit anwenden können;
 - Verkettungen der vier Grundrechnungsarten und derart entstehende Terme auch mit elektronischen Rechenhilfsmitteln berechnen können,
 - Sicherheit im Kopfrechnen gewinnen; - Potenzschreibweise kennen und anwenden können,
 - Zahlen, vor allem in Sachsituationen, unter Verwendung von Zehnerpotenzen darstellen können.
- ## **3.2 Arbeiten mit Variablen**

- Formeln (bzw. Terme) umformen und durch Rechenregeln begründen können, - mit einfachen Potenzen arbeiten können, - Formeln in Sachsituationen und in der Geometrie aufstellen können, - Aufgaben aus

Anwendungsbereichen und aus der Geometrie durch Umformungen von Formeln oder

Termen lösen können, - dabei auch Aufgaben variieren und graphische Darstellungen nutzen können, - Lösen von linearen Gleichungen mit einer Unbekannten.

3.3 Arbeiten mit Figuren und Körpern

- Vergrößern und Verkleinern von Figuren, - ähnliche Figuren erkennen und beschreiben;
- Formeln für Flächeninhalte von Dreiecken und Vierecken begründen und damit Flächeninhalte berechnen können,
- Umkehraufgaben lösen können, - Gegenstände, die die Gestalt eines Prismas oder einer Pyramide haben, zeichnerisch darstellen können, - Oberfläche, Rauminhalt und Gewicht von Gegenständen, die die Gestalt eines Prismas oder einer Pyramide haben, berechnen können; - den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren nutzen können.

3.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik

- lineare Wachstums- und Abnahmeprozesse mit verschiedenen Annahmen unter Zuhilfenahme von elektronischen Rechenhilfsmitteln untersuchen können (zB Zinssätze), funktionale Abhängigkeiten erkennen, formelmäßig und graphisch darstellen;

Untersuchen und Darstellen von Datenmengen.

4. Klasse 4.1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen

- durch zusammenfassendes Betrachten das Zahlenverständnis vertiefen, - anhand einfacher Beispiele erkennen, dass es Rechensituationen gibt, die nicht mit Hilfe der rationalen Zahlen lösbar sind, - Näherungswerte oder Schranken für irrationale Zahlen angeben können, auch unter Verwendung

elektronischer Hilfsmittel, - bei Anwendungen Überlegungen zur sinnvollen Genauigkeit anstellen.

4.2 Arbeiten mit Variablen

- Sicherheit beim Arbeiten mit Variablen, Termen, Formeln und Gleichungen steigern, - Arbeiten mit einfachen Bruchtermen,
- lineare Gleichungen mit zwei Variablen graphisch darstellen und Lösungen angeben können, - Verfahren zum Lösen von linearen Gleichungssystemen (zwei Gleichungen mit zwei Variablen) nutzen können, - durch das Arbeiten mit funktionalen Abhängigkeiten einen intuitiven Funktionsbegriff erarbeiten.

2.1.1. Arbeiten mit Zahlen und Maßen 4 1.2 Arbeiten mit Variablen 5 1.3 Arbeiten mit Figuren und Körpern 5 1.4. Arbeiten mit Modellen, Statistik

Klasse 5. 2.1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen. 5 2.2 Arbeiten mit Variablen 6 2.3 Arbeiten mit Figuren und Körpern 6 2.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik 6

4.3 Arbeiten mit Figuren und Körpern

- den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren und in Körpern nutzen können, - eine Begründung des Lehrsatzes des Pythagoras verstehen, - Berechnungsmöglichkeiten mit Variablen darstellen können;
- Schranken für Umfang und Inhalt des Kreises angeben können, - Formeln für die Berechnung von Umfang und Flächeninhalt des Kreises wissen und anwenden können, -Formeln für die Länge eines Kreisbogens und für die Flächeninhalte von Kreisteilen herleiten und anwenden können;
- Formeln für die Berechnung der Oberfläche und des Volumens von Drehzylindern und Drehkegeln sowie für die Kugel erarbeiten und nutzen können.

4.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik

- Wachstums- und Abnahmeprozesse mit verschiedenen Annahmen unter Zuhilfenahme von elektronischen Rechenhilfsmitteln untersuchen können,
- funktionale Abhängigkeiten untersuchen und darstellen; -
Untersuchen und Darstellen von Datenmengen unter Verwendung statistischer Kennzahlen (zB

Mittelwert, Median, Quartil, relative Häufigkeit, Streudiagramm).

Erweiterungsbereich:

Die Inhalte des Erweiterungsbereichs werden unter Berücksichtigung der Bildungs- und Lehraufgabe sowie der Didaktischen Grundsätze festgelegt (siehe den Abschnitt „Kern- und Erweiterungsbereich“ im dritten Teil).

Lehrplan Oberstufe

Bildungs- und Lehraufgabe:

MATHEMATIK

Der Mathematikunterricht soll beitragen, dass Schülerinnen und Schülern ihrer Verantwortung für lebensbegleitendes Lernen besser nachkommen können. Dies geschieht vor allem durch die Erziehung zu analytisch-folgerichtigem Denken und durch die Vermittlung von mathematischen Kompetenzen, die für viele Lebensbereiche grundlegende Bedeutung haben. Beim Erwerben dieser Kompetenzen sollen die Schülerinnen und Schüler die vielfältigen Aspekte der Mathematik und die Beiträge des Gegenstandes zu verschiedenen Bildungsbereichen erkennen.

Die mathematische Beschreibung von Strukturen und Prozessen der uns umgebenden Welt, die daraus resultierende vertiefte Einsicht in Zusammenhänge und das Lösen von Problemen durch mathematische Verfahren und Techniken sind zentrale Anliegen des Mathematikunterrichts.

Mathematische Kompetenzen

Kompetenzen, die sich auf Kenntnisse beziehen:

Sie äußern sich im Vertrautsein mit mathematischen Inhalten aus den Bereichen Zahlen, Algebra, Analysis, Geometrie und Stochastik.

Kompetenzen, die sich auf Begriffe beziehen:

Sie äußern sich in der Fähigkeit, mathematische Begriffe mit adäquaten Grundvorstellungen zu verknüpfen. Die Schülerinnen und Schüler sollen Mathematik als spezifische Sprache zur Beschreibung von Strukturen und Mustern, zur Erfassung von Quantifizierbarem und logischen Beziehungen sowie zur Untersuchung von Naturphänomenen erkennen.

Kompetenzen, die sich auf mathematische Fertigkeiten und Fähigkeiten beziehen, äußern sich im Ausführen der folgenden mathematischen Aktivitäten:

- *Darstellend - interpretierendes Arbeiten* umfasst alle Aktivitäten, die mit der Übersetzung von Situationen, Zuständen und Prozessen aus der Alltagssprache in die Sprache der Mathematik und zurück zu tun haben; auch der innermathematische Wechsel von Darstellungsformen gehört zu diesen Aktivitäten
- *Formal - operatives Arbeiten* umfasst alle Aktivitäten, die auf Kalkülen bzw. Algorithmen beruhen, also das Anwenden von Verfahren, Rechenmethoden oder Techniken
- *Experimentell - heuristisches Arbeiten* umfasst alle Aktivitäten, die etwa mit zielgerichtetem Suchen nach Gesetzmäßigkeiten, mit Variation von Parametern oder dem Aufstellen von induktiv gewonnenen Vermutungen zu tun haben; auch das Ausführen von Simulationen, das Untersuchen von Grenz- und Spezialfällen sowie das Übergehen zu Verallgemeinerungen gehören in der experimentellen Phase zu diesen Aktivitäten
- *Kritisch - argumentatives Arbeiten* umfasst alle Aktivitäten, die mit Argumentieren, Hinterfragen, Ausloten von Grenzen und Begründen zu tun haben; das Beweisen heuristisch gewonnener Vermutungen ist ein Schwerpunkt dieses Tätigkeitsbereichs

Aspekte der Mathematik

Schöpferisch - kreativer Aspekt:

Mathematik ist eine Schulung des Denkens, in der Arbeitstechniken vermittelt, Strategien aufgebaut, Phantasie angeregt und Kreativität gefördert werden

Sprachlicher Aspekt:

Mathematik ist ein elaboriertes Begriffsnetz, ein ständiges Bemühen um exakten Ausdruck, in dem die Fähigkeit zum Argumentieren, Kritisieren und Urteilen entwickelt sowie die sprachliche Ausdrucksfähigkeit gefördert werden

Erkenntnistheoretischer Aspekt:

Mathematik ist eine spezielle Form der Erfassung unserer Erfahrungswelt; sie ist eine spezifische Art, die Erscheinungen der Welt wahrzunehmen und durch Abstraktion zu verstehen; Mathematisierung eines realen Phänomens kann die Alltagserfahrung wesentlich vertiefen

Pragmatisch- anwendungsorientierter Aspekt:

Mathematik ist ein nützliches Werkzeug und Methodenreservoir für viele Disziplinen und Voraussetzung für viele Studien bzw. Berufsfelder

Autonomer Aspekt:

1 Mathematische Gegenstände und Sachverhalte bilden als geistige Schöpfungen eine deduktiv geordnete Welt eigener Art, in der Aussagen - von festgelegten Prämissen ausgehend - stringent abgeleitet werden können; Mathematik befähigt damit, dem eigenen Denken mehr zu vertrauen als fremden Meinungsmachern und fördert so den demokratischen Prozess

Kulturell - historischer Aspekt:

Die maßgebliche Rolle mathematischer Erkenntnisse und Leistungen in der Entwicklung des europäischen Kultur- und Geisteslebens macht Mathematik zu einem unverzichtbaren Bestandteil der Allgemeinbildung

Beitrag zu den Aufgabenbereichen der Schule:

Die bereits im Lehrplan der Unterstufe definierten Beiträge sind altersadäquat weiter zu entwickeln und zu vertiefen.

Beiträge zu den Bildungsbereichen:

Sprache und Kommunikation:

Mathematik ergänzt und erweitert die Umgangssprache vor allem durch ihre Symbole und ihre Darstellungen, sie präzisiert Aussagen und verdichtet sie; neben der Muttersprache und den Fremdsprachen wird Mathematik so zu einer weiteren Art von Sprache

Mensch und Gesellschaft:

Der Unterricht soll aufzeigen, dass Mathematik in vielen Bereichen des Lebens (Finanzwirtschaft, Soziologie, Medizin usw.) eine wichtige Rolle spielt

Natur und Technik:

Viele Naturphänomene lassen sich mit Hilfe der Mathematik adäquat beschreiben und damit auch verstehen; Die Mathematik stellt eine Fülle von Lösungsmethoden zur Verfügung, mit denen Probleme bearbeitbar werden

Kreativität und Gestaltung:

Mathematik besitzt neben der deduktiven auch eine induktive Seite; vor allem das Experimentieren an neuen Aufgabenstellungen und Problemen macht diese Seite sichtbar, bei der Kreativität und Einfallsreichtum gefördert werden

Gesundheit und Bewegung:

Durch die Bearbeitung mathematisch beschreibbarer Phänomene aus dem Gesundheitswesen und dem Sport können Beiträge zu diesem Bildungsbereich geleistet werden

Didaktische Grundsätze:

Im Mathematikunterricht soll verständnisvolles Lernen als individueller, aktiver und konstruktiver Prozess im Vordergrund stehen. Die Schülerinnen und Schüler sollen durch eigene Tätigkeiten Einsichten gewinnen und so mathematische Begriffe und Methoden in ihr Wissenssystem einbauen.

Zur Sicherung des Unterrichtsertrages bieten sich Einzel-, Team- und Gruppenarbeiten, Projektarbeiten und regelmäßige Hausübungen an. Der

Zeitraumen für Schularbeiten ist dem Abschnitt „Leistungsfeststellung“ des Dritten Teiles zu entnehmen.

Im Sinne der Methodenvielfalt ist bei jedem der folgenden Grundsätze eine Bandbreite der Umsetzung angegeben, innerhalb der eine konkrete Realisierung - angepasst an die jeweilige Unterrichtssituation – zu erfolgen hat. Wenn von minimaler und maximaler Realisierung die Rede ist, ist dies nicht im Sinne einer Wertung zu verstehen.

Lernen in anwendungsorientierten Kontexten

Anwendungsorientierte Kontexte verdeutlichen die Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebensbereichen und motivieren so dazu, neues Wissen und neue Fähigkeiten zu erwerben. Vernetzungen der Inhalte innerhalb der Mathematik und durch geeignete fächerübergreifende Unterrichtssequenzen sind anzustreben. Die minimale Realisierung besteht in der Thematisierung mathematischer Anwendungen bei ausgewählten Inhalten, die maximale Realisierung in der ständigen Einbeziehung anwendungsorientierter Aufgaben- und Problemstellungen zusammen mit einer Reflexion des jeweiligen Modellbildungsprozesses hinsichtlich seiner Vorteile und seiner Grenzen.

Lernen in Phasen

Unter Beachtung der Vorkenntnisse sind Begriffe in der Regel in einer ersten Phase auf einer konkret- anschaulichen, intuitiven oder heuristischen Ebene zu behandeln, bei einfachen Anwendungen zu erproben und erst in einer späteren Phase zu vertiefen, ergänzen, verallgemeinern oder exaktifizieren. Die minimale Realisierung besteht in der Orientierung am Vorwissen der Schülerinnen und Schüler und der Einführung von

Begriffen über intuitive und heuristische Ansätze mit exemplarischen Exaktifizierungen, die maximale Realisierung in einer weit reichenden Präzisierung mathematischer Begriffe, Sätze und Methoden.

Lernen im sozialen Umfeld

Der Einsatz passender Sozialformen ist auf die angestrebten Lernziele, die Eigenart der Inhalte und auf die jeweilige Lerngruppe abzustimmen. Hilfreich für jeden Lernprozess ist ein konstruktives Klima zwischen den Schülerinnen und Schülern einerseits sowie den Lehrerinnen und Lehrern und Schülerinnen und Schülern andererseits. Die minimale Realisierung besteht im situationsbezogenen Wechsel der Sozialformen im Unterricht, die maximale Realisierung im Vermitteln elementarer Techniken und Regeln für gute Team- und Projektarbeit sowie in der Kooperation mit außerschulischen Expertinnen und Experten.

Lernen unter vielfältigen Aspekten

Einzelne Inhalte und Probleme sind aus verschiedenen Blickwinkeln zu sehen und aus verschiedenen Richtungen zu beleuchten. Vielfältige Sichtweisen sichern eine große Flexibilität bei der Anwendung des Gelernten. Die minimale Realisierung besteht in der gelegentlichen Verdeutlichung verschiedener Sichtweisen bei der Behandlung neuer Inhalte, die maximale Realisierung im konsequenten Herausarbeiten der Vor- und Nachteile verschiedener Zugänge. Damit wird ein vielschichtiges und ausgewogenes Bild der Mathematik gewonnen.

Lernen mit instruktionaler Unterstützung

Lernen ohne instruktionale Unterstützung ist in der Regel - insbesondere in Mathematik - ineffektiv und führt leicht zur Überforderung. Lehrerinnen und Lehrer müssen Schülerinnen und Schüler anleiten und insbesondere bei Problemen gezielt unterstützen. Die minimale Realisierung besteht in der Bereitstellung von schüleradäquaten Lernumgebungen und Lernangeboten, die maximale Realisierung in Differenzierungsmaßnahmen, durch die individuelle Begabungen, Fähigkeiten, Neigungen, Bedürfnisse und Interessen gefördert werden.

Lernen mit medialer Unterstützung

Die Beschaffung, Verarbeitung und Bewertung von Informationen hat auch mit Büchern (zB dem Schulbuch), Zeitschriften und mit Hilfe elektronischer Medien zu erfolgen. Nutzen und Problematik mathematischer Inhalte und

Lernhilfen im Internet sind hier zu thematisieren. Die minimale Realisierung besteht in der gelegentlichen Einbeziehung derartiger Medien, die maximale Realisierung im gezielten Erwerb von Kompetenzen, die von der Informationsbeschaffung bis zur eigenständigen Abfassung und Präsentation mathematischer Texte und Facharbeiten reichen.

Lernen mit technologischer Unterstützung

Mathematiknahe Technologien wie Computeralgebra-Systeme, dynamische Geometrie-Software oder Tabellenkalkulationsprogramme sind im heutigen Mathematikunterricht unverzichtbar. Sachgerechtes und sinnvolles Nutzen der Programme durch geplantes Vorgehen ist sicherzustellen. Die minimale Realisierung besteht im Kennenlernen derartiger Technologien, das über exemplarische Einblicke hinausgeht und zumindest gelegentlich eine wesentliche Rolle beim Erarbeiten und Anwenden von Inhalten spielt. Bei der maximalen Realisierung ist der sinnvolle Einsatz derartiger Technologien ein ständiger und integraler Bestandteil des Unterrichts.

Der Lehrplan geht von drei Wochenstunden in jeder Schulstufe aus. Bei mehr als drei Wochenstunden ist vor allem eine vertiefte und aspektreichere Behandlung der Lerninhalte anzustreben. *Die kursiv gesetzten Inhalte sind für alle Schulstufen mit mehr als drei Wochenstunden obligatorisch.*

Das Verwenden von Symbolen für logische Begriffe und Beziehungen und das Beschreiben von Gesamtheiten mit Hilfe von Mengen und Mengenoperationen hat die Basis für exaktes Formulieren und Arbeiten zu legen.

Die im Lehrstoff formulierten Tätigkeiten und Inhalte sind zwar bestimmten Bereichen zugeordnet, können aber auch in anderen Bereichen angewendet werden.

Lehrstoff:

5. Klasse:

Zahlen und Rechengesetze

- Reflektieren über das Erweitern von Zahlenmengen an Hand von natürlichen, ganzen, rationalen und irrationalen Zahlen
- Darstellen von Zahlen im dekadischen und in einem nichtdekadischen Zahlensystem -Verwenden von Zehnerpotenzen zum Erfassen von sehr kleinen und sehr großen Zahlen in anwendungsorientierten Bereichen - bewusstes und sinnvolles Umgehen mit exakten Werten und Näherungswerten
- Aufstellen und Interpretieren von Termen und Formeln, Begründen von Umformungsschritten durch Rechengesetze
- *Arbeiten mit Primzahlen und Teilern, Untersuchen von Teilbarkeitsfragen*

Gleichungen und Gleichungssysteme

- Lösen von linearen und quadratischen Gleichungen in einer Variablen - Lösen von linearen Gleichungssystemen in zwei Variablen, Untersuchen der Lösbarkeit dieser

Gleichungssysteme, geometrische Interpretation - Anwenden der oben genannten Gleichungen und Gleichungssysteme auf inner- und außermathematische

Probleme

Funktionen

- Beschreiben von Abhängigkeiten, die durch reelle Funktionen in einer Variablen erfassbar sind (mittels Termen, Tabellen und Graphen), Reflektieren über den Modellcharakter von Funktionen
- Beschreiben und Untersuchen von linearen und einfachen nichtlinearen Funktionen (zB a/x , a/x^2 , ax^2+bx+c , abschnittsweise definierte Funktionen)
- Untersuchen von Formeln im Hinblick auf funktionale Aspekte, Beschreiben von direkten und indirekten Proportionalitäten mit Hilfe von Funktionen
- Arbeiten mit Funktionen in anwendungsorientierten Bereichen

Trigonometrie

- Definieren von $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ für $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ - Durchführen von Berechnungen an rechtwinkligen und allgemeinen Dreiecken, an Figuren und Körpern

(auch mittels Sinus- und Kosinussatz) - Kennenlernen von Polarkoordinaten

Vektoren und analytische Geometrie der Ebene

-Addieren von Vektoren und Multiplizieren von Vektoren mit reellen Zahlen, geometrisches Veranschaulichen dieser Rechenoperationen

- Ermitteln von Einheitsvektoren und Normalvektoren - Arbeiten mit dem skalaren Produkt, Ermitteln des Winkels zweier Vektoren - Beschreiben von Geraden durch Parameterdarstellungen und durch Gleichungen, Schneiden von

Geraden - Lösen von geometrischen Aufgaben, gegebenenfalls unter Einbeziehung der Elementargeometrie

6. Klasse:

Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

- Definieren von Potenzen mit natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Exponenten, Definieren von Wurzeln und Logarithmen
- Formulieren und Beweisen von Rechengesetzen für Potenzen, Wurzeln und Logarithmen; Umformen entsprechender Terme

Folgen

- rekursives und explizites Darstellen von Folgen
- Untersuchen von Folgen auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz, intuitives Erfassen und Definieren des Begriffes Grenzwert
- Definieren der Eulerschen Zahl - Arbeiten mit arithmetischen und geometrischen Folgen und Reihen, Erkennen des Zusammenhangs zwischen arithmetischen Folgen und linearen Funktionen sowie zwischen geometrischen Folgen und Exponentialfunktionen

- Verwenden von Folgen zur Beschreibung diskreter Prozesse in anwendungsorientierten Bereichen (insbesondere Geldwesen)

Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme

- Arbeiten mit einfachen Ungleichungen (Abschätzungen, Umformungen, Fallunterscheidungen) - Lösen von linearen Gleichungssystemen mit drei Gleichungen in drei Variablen - *Kennenlernen von Näherungsverfahren zum Lösen von Gleichungen*

Reelle Funktionen

- Definieren, Darstellen und Untersuchen von Potenzfunktionen, von Exponential- und Logarithmusfunktionen sowie von Winkelfunktionen (Bogenmaß)
- Untersuchen von Eigenschaften reeller Funktionen (Monotonie, globale und lokale Extremstellen, Symmetrie, Periodizität) und von Beziehungen zwischen Funktionen (Umkehrfunktionen)
- Beschreiben von Änderungen durch Änderungsmaße (absolute und relative Änderung, Differenzenquotient)
- Anwenden von Funktionen zur Beschreibung kontinuierlicher Prozesse, Vergleichen von Modellen, Erkennen der Grenzen von Modellbildungen
- Kennenlernen von Verallgemeinerungen des Funktionsbegriffs
- *Verkettung von Funktionen*

Analytische Geometrie des Raumes

- Übertragen bekannter Begriffe und Methoden aus der zweidimensionalen analytischen Geometrie, Erkennen der Grenzen dieser Übertragbarkeit
- Ermitteln von Normalvektoren, Definieren des vektoriellen Produkts - Beschreiben von Geraden und Ebenen durch Parameterdarstellungen bzw. Gleichungen - Schneiden von Geraden und Ebenen, Untersuchen von Lagebeziehungen - Lösen von geometrischen Aufgaben, gegebenenfalls unter Einbeziehung der Elementargeometrie und der Trigonometrie

Stochastik

- Arbeiten mit Darstellungsformen und Kennzahlen der beschreibenden Statistik - Kennen des Begriffes Zufallsversuch, Beschreiben von Ereignissen durch Mengen - Kennen der Problematik des Wahrscheinlichkeitsbegriffs; Auffassen von Wahrscheinlichkeiten als

relative Anteile, als relative Häufigkeiten und als subjektives Vertrauen - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten aus gegebenen Wahrscheinlichkeiten; Arbeiten mit der

Multiplikations- und der Additionsregel; Kennen des Begriffs der bedingten Wahrscheinlichkeit

- *Arbeiten mit dem Satz von Bayes*

7. Klasse:

Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen

- Abspalten reeller Linearfaktoren von Polynomen - Reflektieren über die Zweckmäßigkeit des Erweiterns der reellen Zahlen - Rechnen mit komplexen Zahlen - *Kennenlernen des Fundamentalsatzes der Algebra*

Differentialrechnung

- Definieren des Differentialquotienten (Änderungsrate), ausgehend vom Differenzenquotienten (mittlere Änderungsrate), Deuten dieser Begriffe als Sekantensteigung bzw. Tangentensteigung, weiteres Deuten in außermathematischen Bereichen

- Kennen des Begriffes Ableitungsfunktion, Berechnen von Ableitungen elementarer Funktionen - Deuten der zweiten Ableitung in inner- und außermathematischen Bereichen - Herleiten von Differentiationsregeln zur Ableitung von Polynomfunktionen, Kennen weiterer

Differentiationsregeln (sofern sie für Funktionsuntersuchungen verwendet werden) - Untersuchen einfacher und im Hinblick auf Anwendungen sinnvoller Funktionen bezüglich Monotonie

und Krümmungsverhalten, Ermitteln von Extrem- und Wendestellen - Lösen von Extremwertaufgaben - Präzisieren einiger Grundbegriffe und Methoden der Differentialrechnung (insbesondere des Begriffes

Grenzwert) unter Einbeziehung des Begriffes Stetigkeit

- *Kennenlernen weiterer Anwendungen der Differentialrechnung*

Nichtlineare analytische Geometrie

- Beschreiben von Kreisen, Kugeln und Kegelschnittslinien durch Gleichungen
- Schneiden von Kreisen bzw. Kegelschnittslinien mit Geraden, Ermitteln von Tangenten - Beschreiben von ebenen Kurven durch Parameterdarstellungen -
Beschreiben von Raumkurven und Flächen durch Parameterdarstellungen

Stochastik

- Kennen der Begriffe diskrete Zufallsvariable und diskrete Verteilung -
Kennen der Zusammenhänge von relativen
Häufigkeitsverteilungen und

Wahrscheinlichkeitsverteilungen; von Mittelwert und Erwartungswert sowie von empirischer Varianz

und Varianz - Arbeiten mit diskreten Verteilungen (insbesondere mit der Binomialverteilung) in

anwendungsorientierten Bereichen

8. Klasse:

Integralrechnung

- Ermitteln von Stammfunktionen - Definieren des bestimmten Integrals, Deuten einer Summe von „sehr kleinen Produkten“ der Form

$f(x) \cdot \Delta x$ als Näherungswert des bestimmten Integrals - Kennen des Zusammenhangs zwischen Differenzieren und Integrieren sowie des Hauptsatzes der

Differential- und Integralrechnung - Berechnen von bestimmten Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen unter Verwendung elementarer

Integrationsregeln -Arbeiten mit verschiedenen Deutungen des Integrals
(insbesondere Flächeninhalt, Volumen,
physikalische Deutungen)

Dynamische Prozesse

- Beschreiben von Systemen mit Hilfe von Wirkungsdiagrammen, Flussdiagrammen, Differenzengleichungen oder Differentialgleichungen
- Untersuchen des dynamischen Verhaltens von Systemen
- Lösen von einfachen Differentialgleichungen, insbesondere $y' = k \cdot y$

Stochastik

- Kennen der Begriffe stetige Zufallsvariable und stetige Verteilung - Arbeiten mit der Normalverteilung in anwendungsorientierten Bereichen - Kennen und Interpretieren von statistischen Hypothesentests und von Konfidenzintervallen

Wiederholung

- umfassendes Wiederholen, Vertiefen und Vernetzen von Stoffgebieten