



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

„Der Einsatz von Fachsprache im Mathematikunterricht -

Eine Analyse anhand von Videodaten aus Unterrichtssituationen“

verfasst von

Katharina Wiesinger

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat.)

Wien, 2015

Studienkennzahl lt.
Studienblatt:

A 190 406 347

Studienrichtung lt.
Studienblatt:

Lehramtsstudium UF Mathematik UF Französisch

Betreuer:

MMag. Dr. Andreas Ulovec

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich die Möglichkeit nutzen, um mich bei all jenen Personen zu bedanken, die mich im Zuge dieser Arbeit und vor allem während meines gesamten Studiums tatkräftig unterstützt haben.

Mein größter Dank gebührt meinen Eltern Wolfgang und Renate Wiesinger. Sie sind in menschlicher, moralischer sowie beruflicher Hinsicht eine meiner größten Inspirationsquellen. Ihre finanzielle, aber vor allem emotionale Unterstützung ist keine Selbstverständlichkeit und zeigt mir immer wieder aufs Neue, wie glücklich ich mich schätzen kann, solche Eltern zu haben.

Darüber hinaus möchte ich mich auch noch besonders bei meiner Oma Ingeborg Rathmair bedanken, die immer ein offenes Ohr für meine Sorgen, Ängste, aber auch Erfolge und Träume hat. Es sind vor allem unsere Telefonate, die mir stets neue Kraft geben. Auch meiner Tante Ingrid Rathmair möchte ich danken, da sie ebenfalls eine finanzielle Stütze ist und für mich vor allem auch immer ein berufliches Vorbild sein wird.

Natürlich gebührt meinen zahlreichen Freunden und Freundinnen, aber vor allem auch meiner Schwester Barbara Wiesinger ein großer Dank. Sie sind immer an meiner Seite, durchleben mit mir viele Höhen und Tiefen und ermöglichen mir eine unvergessliche Zeit in Wien. Vielen Dank auch für die zahlreichen motivierenden, inspirierenden und ermutigenden Gespräche. Jeder und jede von ihnen hat auf ganz besondere Art und Weise zur Entstehung dieser Arbeit beigetragen.

Abschließend möchte ich noch meinem Betreuer MMag. Dr. Andreas Ulovec danken, der mich vor allem zu Beginn meiner Diplomarbeit tatkräftig unterstützt hat. Mit seinen hilfreichen und konstruktiven Beiträgen, Ideen und Kommentaren trug er viel zur Entstehung und schließlich auch zur Vollendung dieser Arbeit bei.

Inhaltsverzeichnis

1	EINLEITUNG	1
2	FORSCHUNGSFRAGE	2
I.	THEORETISCHER TEIL	3
3	GRUNDLAGEN	3
3.1	ÜBERBLICK	3
3.2	DIE VERSCHIEDENEN ROLLEN DER SPRACHE IM FACHUNTERRICHT	7
3.3	SPRACHREGISTER IM MATHEMATIKUNTERRICHT	10
3.4	KOMMUNIKATION IM MATHEMATIKUNTERRICHT	15
3.4.1	MULTIMODALE KOMMUNIKATION	16
3.4.2	SCHRIFTLICHE UND MÜNDLICHE FACHKOMMUNIKATION	20
3.5	FACHSPRACHE IN DEN ÖSTERREICHISCHEN LEHRPLÄNEN	26
4	MATHEMATIK UND IHRE FACHSPRACHLICHEN GESTALTEN	28
4.1	DIE FACHLICHEN SPRACHMITTEL DER MATHEMATIK	30
4.2	SYNTAX UND SEMANTIK DER MATHEMATISCHEN FACHSPRACHE	41
4.3	ZIELE, AUFGABEN UND MÖGLICHE FÖRDERUNGEN DER FACHSPRACHLICHEN KOMPETENZ IM MATHEMATIKUNTERRICHT	44
II.	EMPIRISCHER TEIL	49
5	METHODISCHE GRUNDLAGEN	49
5.1	KONVERSATIONSANALYSE	49
5.2	TRANSKRPTIONSSYSTEM	49
5.3	ANALYSEVERFAHREN UND UMSETZUNG	51
6	ANALYSE	52
6.1	ALLGEMEINGÜLTIGE ANALYSEPRÄMISSEN	52
6.2	GEWÄHLTES KORPUS	52
6.3	LEHRKRAFT 1 - ERSTER UNTERRICHTSAUSSCHNITT – 2.KLASSE (SEK I)	53
6.3.1	OBJEKTIVE WERTE	53
6.3.2	THEMA DER EINHEIT & MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN	53

6.3.3	ANALYSE DES UNTERRICHTSAUSSCHNITTES	54
6.3.4	ZUSAMMENFASSUNG	57
6.4	LEHRKRAFT 1 - ZWEITER UNTERRICHTSAUSSCHNITT – 6.KLASSE (SEK II)	57
6.4.1	OBJEKTIVE WERTE	58
6.4.2	THEMA DER EINHEIT & MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN	58
6.4.3	ANALYSE DES UNTERRICHTSAUSSCHNITTES	60
6.4.4	ZUSAMMENFASSUNG	62
6.5	LEHRKRAFT 1 - DRITTER UNTERRICHTSAUSSCHNITT – 6.KLASSE (SEK II)	62
6.5.1	OBJEKTIVE WERTE	62
6.5.2	ANALYSE DES UNTERRICHTSAUSSCHNITTES	62
6.5.3	ZUSAMMENFASSUNG	64
6.6	LEHRKRAFT 2 - ERSTER UNTERRICHTSAUSSCHNITT – 1.KLASSE (SEK I)	65
6.6.1	OBJEKTIVE WERTE	65
6.6.2	THEMA DER EINHEIT & MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN	65
6.6.3	ANALYSE DES UNTERRICHTSAUSSCHNITTES	67
6.6.4	ZUSAMMENFASSUNG	69
6.7	LEHRKRAFT 3 - ERSTER UNTERRICHTSAUSSCHNITT – 3.KLASSE (SEK I)	69
6.7.1	OBJEKTIVE WERTE	69
6.7.2	THEMA DER EINHEIT & MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN	70
6.7.3	ANALYSE DES UNTERRICHTSAUSSCHNITTES	72
6.7.4	ZUSAMMENFASSUNG	74
6.8	LEHRKRAFT 3 - ZWEITER UNTERRICHTSAUSSCHNITT – 5.KLASSE (SEK II)	74
6.8.1	OBJEKTIVE WERTE	75
6.8.2	THEMA DER EINHEIT & MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN	75
6.8.3	ANALYSE DES UNTERRICHTSAUSSCHNITTES	76
6.8.4	ZUSAMMENFASSUNG	79
6.9	LEHRKRAFT 4 - ERSTER UNTERRICHTSAUSSCHNITT – 4.KLASSE (SEK I)	79
6.9.1	OBJEKTIVE WERTE	80
6.9.2	THEMA DER EINHEIT & MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN	80
6.9.3	ANALYSE DES UNTERRICHTSAUSSCHNITTES	82
6.9.4	ZUSAMMENFASSUNG	84
6.10	LEHRKRAFT 4 - ZWEITER UNTERRICHTSAUSSCHNITT – 7.KLASSE (SEK II)	84
6.10.1	OBJEKTIVE WERTE	84
6.10.2	THEMA DER EINHEIT & MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN	85
6.10.3	ANALYSE DES UNTERRICHTSAUSSCHNITTES	86
6.10.4	ZUSAMMENFASSUNG	90

7	ERGEBNISSE & SCHLUSSFOLGERUNGEN	90
8	ANHANG	93
9	LITERATURVERZEICHNIS	111
10	ABSTRACT	117
10.1	DEUTSCHE FASSUNG	117
10.2	ENGLISCHE FASSUNG	118
11	CURRICULUM VITAE	119

1 Einleitung

„Was fällt Ihnen zur Mathematik ein?“ Den Antworten auf diese Frage sind keine Grenzen gesetzt. Bei einem fachkundigen Publikum werden vermutlich andere Assoziationen geweckt, als bei nicht fachkundigen Personen. Mögliche und ziemlich wahrscheinliche Antworten sind jedoch: „ $a^2 + b^2 = c^2$ “, „Da verwendet man Wurzel, Logarithmen und Sinus...“, „Man hat sehr viel mit Variablen zu tun“,... (Maier & Schweiger, 1999, S. 28).

So unterschiedlich die Antworten auch sein mögen, sie haben alle mindestens eine Gemeinsamkeit: Mathematik wird immer durch mathematische Sprachmittel beschrieben. Ähnlich wie bei den chemischen Formeln gibt es auch im Bereich der Mathematik besondere Merkmale, wie mathematische Termini, Symbole oder auch die mathematische Syntax und Semantik. Ohne den fachsprachlichen Charakter der Mathematik würden erhebliche Probleme in Hinblick auf Präzision, Knappheit und Klarheit entstehen. Sprache spielt also auch bei der Vermittlung mathematischer Inhalte eine wesentliche Rolle. Dies führt dazu, dass Lehrer_innen nicht mehr nur fachmathematisches Wissen, sondern ebenso die notwendige fachsprachliche Kompetenz vermitteln müssen, die für einen präzisen Umgang mit Mathematik, notwendig ist. Da der Mathematikunterricht sowohl an Schüler_innen als auch Student_innen hohe sprachliche Anforderungen stellt, müssen unbedingt auch die spezifischen Satzstrukturen und Textsorten verstanden werden und von den Lehrenden vermittelt werden. Daher ist es wichtig sich mit dem Umgang von (Fach)Sprache im Unterricht zu befassen und die Rolle der Sprache im (eigenen) Mathematikunterricht zu reflektieren. Die vorliegende Arbeit zielt folglich darauf ab, Lehrkräfte dazu anzuregen, die eigene (Fach-)Sprache im Unterricht zu beobachten beziehungsweise sich kritisch damit auseinanderzusetzen. Diese Arbeit versteht sich deshalb auch als Aufforderung nach einer differenzierteren Wahrnehmung von Fachsprache im Unterricht, denn Fachsprache soll in jedem Unterrichtsfach nicht mehr nur als Lernmedium, sondern vor allem auch als Lerngegenstand verstanden werden.

2 Forschungsfrage

„Welche sprachlichen Mittel und fachspezifische Charakteristika der Mathematik werden im österreichischen Schulunterricht eingesetzt?“ „Wie und Wann kommen diese zum Einsatz?“ „Gibt es wiederkehrende Muster bei denen Fachsprache verstärkt eingesetzt wird und wie schätzen die Lehrkräfte selbst ihren Einsatz von Fachsprache im eigenen Unterricht ein?“

Das Thema Mathematik und Sprache beschäftigt die Mathematikdidaktik schon lange. Anhand der formulierten Fragestellungen versucht diese Arbeit den Einsatz von Fachsprache im Mathematikunterricht zu analysieren. Im Mittelpunkt der Fragestellung stehen vor allem Lehrkräfte der Sekundarstufe I und II. Anhand von gefilmten Unterrichtseinheiten und mittels Videoanalyse soll der Einsatz von Fachsprache analysiert und interpretiert werden. Die dadurch gewonnenen Auswertungen sollen in erster Linie die Fragen wie und wann Fachsprache innerhalb einer Unterrichtseinheit eingesetzt wird, beantworten. In Folge dessen sollen mögliche Herausforderungen und Voraussetzungen aufgezeigt werden, die durch den Einsatz von mathematischer Fachsprache von den Schüler_innen verlangt beziehungsweise bewältigt werden müssen.

Die wissenschaftliche Beschäftigung mit Fachsprache und deren Einsatz verlangt auch eine Auseinandersetzung mit anderen sprachliche Ebenen, wie Umgangs- Alltags- und Bildungssprache, aber auch die bildlichen beziehungsweise symbolischen Darstellungsformen von Sprache sind zu berücksichtigen. Dies impliziert ebenso eine Analyse von Tafelbild und Mimik bzw. Gestik der Lehrenden. Es wird also auch versucht sich der Frage zu nähern, ob eine sichtbare Veränderung von Mimik, Gestik oder Tafelbild stattfindet, wenn fachsprachliche Spezifika der Mathematik im Unterricht eingesetzt werden. Darüber hinaus wird versucht, gegebenenfalls mögliche wiederkehrende Muster der Lehrenden zu erkennen und diese in Hinblick auf den Einsatz der mathematischen Fachsprache zu analysieren. Die gewählte Forschungsmethode beschränkt sich rein auf die Lehrkraft und deshalb rücken auch die Lehrer_innen in dieser Arbeit in den Mittelpunkt und mögliche Aspekte aus der Sicht der Schüler_innen können nur oberflächlich miteinbezogen werden.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es folglich, eine natürliche Situation im Rahmen der Institution Schule zu filmen und somit die Rolle der Fachsprache innerhalb dieser gefilmten Szenen zu analysieren und zu interpretieren.

I. Theoretischer Teil

3 Grundlagen

3.1 Überblick

Im Allgemeinen wird Sprache aus der Sicht der Sprachwissenschaft als Teil einer allgemeinen Zeichen- oder Symboltheorie aufgefasst. Das bedeutet, dass die natürliche menschliche Sprache ein System von Zeichen ist, das zur Familie anderer sozial bedeutsamer Zeichensysteme gerechnet werden muss.

Maier und Schweiger (1999, vgl. S. 7) befassen sich in ihrem Werk „Mathematik und Sprache – Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht“ zu Beginn mit dem Verhältnis von Sprache und Mathematik und zeigen auf, dass man Sprache per se nicht definieren kann. Der Begriff Sprache umfasst nach den beiden Autoren ein breites Spektrum an möglichen Verwendungen. Sprache kann zum Beispiel „das dem Menschen eigene Kommunikationssystem“ und „die dafür notwendige Sprachfähigkeit“ bedeuten (S. 7). Eine Sprache kann darüber hinaus auch immer als Kode, der als „Baumaterial“ für konkrete Botschaften von gesprochenen oder geschriebenen Texten aufgefasst wird, verstanden werden (S. 7). Diese Botschaften können dann auch noch „symbolische, ikonische und bildhafte Elemente“, wie sie für Fachsprachen charakteristisch sind, beinhalten (S. 7). Ein Mensch kann demnach eine große Anzahl von Erweiterungen dieser Kodes, wie zum Beispiel die Fachsprache der Mathematik und mehrere Sprachen beherrschen. Auch der „Dialog mit einem Computer erfordert eine formale Sprache“ und mit Esperanto ist bei Maier & Schweiger schließlich auch von einer künstlichen Sprache die Rede (S. 7).

Mit der Analyse von gesprochenen und geschriebenen Texten begann die Erforschung von Sprache, wobei sofort die Verschiedenheit der Sprachen untereinander auffällig war. Sie unterscheiden sich in Grammatik, Wortschatz und klingen anders, aber sie funktionieren doch alle ähnlich (vgl. S. 7f.).

Laut Maier und Schweiger (1999) ergaben sich aus den vielfältigen Verwendungen und Bedeutungen des Wortes Sprache verschiedene Disziplinen. Unter anderem entwickelte sich die deskriptive (oder strukturelle) Sprachwissenschaft, die sich mit den verschiedenen Sprachen der Welt befasst und diese beschreibt. Im Gegensatz dazu sucht die vergleichende Sprachwissenschaft nach den Kontrasten und

Gemeinsamkeiten der verschiedenen Sprachen, wobei die historische Sprachwissenschaft vor allem die Veränderung von Sprachen im Lauf der Geschichte analysiert und darstellt. Zwischen diesen Teilbereichen der Sprachwissenschaft können Brücken zur Mathematik bzw. Mathematikdidaktik geschlagen werden (vgl. S. 13f.).

Die mathematische Fachsprache ist Teil der Fachsprachenlinguistik, die sich in den 50er Jahren des letzten Jahrhunderts als eigenständige Teildisziplin der Linguistik etabliert hat. Untersuchungen beziehungsweise Analysen, die im Rahmen dieser Teildisziplin stattfinden, fokussieren entweder ein systemlinguistisches Intervallmodell (Fokus auf das Mittel), ein pragmalinguistisches Kontextmodell (Fokus auf Text, Situation) oder ein kognitionslinguistisches Funktionsmodell (Fokus auf Textproduzent, Textrezipient) (vgl. Rölcke, 2010, S. 14). In vorliegender Arbeit liegt der Fokus vor allem auf dem kognitionslinguistischen Funktionsmodell, da die Lehrkraft als Textproduzent im Mittelpunkt der Analyse steht.

Der Begriff der Fachsprache dient zur Unterscheidung zwischen fachsprachlichen und nicht-fachsprachlichen Varietäten (Allgemein- oder Umgangssprache), sowie der Bezeichnung sprachlicher Spezifika bzw. Mittel, die für die Bewältigung kommunikativer Aufgaben in einem bestimmten Fach benötigt werden. Gemeinsamkeiten aller Fachsprachen sind eine hohe Frequenz und eine Dominanz bestimmter sprachlicher Strukturen, wie Nominalisierungen, Komposita, Genitivformen, Funktionsverbgefüge oder Konditionalsätze. Diese Spezifika sollen vor allem der sprachlichen Ökonomie und Präzision dienen (vgl. Barkowski, 2010, S. 75). Sprachliche Ökonomie meint per se jedoch keinen minimalen kommunikativen Aufwand, sondern bedeutet, dass der Unterschied zwischen „kommunikative[m] Aufwand“ und „kommunikative[m] Ertrag“ möglichst klein sein soll (Rölcke, 2010, S. 26).

Fachsprachen dienen folglich primär der Normierung und lassen sich deshalb von anderen Sprachformen unterscheiden, obwohl ihre Grammatik bis auf wenige Ausnahmen derjenigen der Allgemeinsprache entspricht. Eine weitere funktionale Eigenschaft von Fachsprachen ist jene der Identitätsstiftung. Das bedeutet, dass Fachsprachen auch zur „sozialen Konstitution von Gruppenzugehörigkeit resp. zur Abgrenzung sozialer Gruppen gegen außen“ dienen (Jörissen, 2013, S. 83).

Innerhalb einer Fachsprache unterscheidet Roche (2008, S. 138) mindestens folgende drei Komplexitätsstufen: die „wissenschaftliche Expertensprache“, „die

Sprache des Fachpraktikers“ und „die populärwissenschaftliche Sprache“. Diese drei Stufen kommen mit unterschiedlicher Intensität zum Einsatz und verwenden zum Teil andere Begriffe, obwohl die populärwissenschaftliche Fachsprache als Brücke zwischen Fachgesprächen und allgemeinsprachlicher Kommunikation verstanden wird (vgl. S. 138f.).

Im Werk Metzler Lexikon Sprache wird überdies erwähnt, dass die Klassifizierung von Fachsprachen außerordentlich kompliziert ist und unterschiedlich fein durchgeführt werden kann. Dies führt zu einer divergierenden Gesamtzahl an Fachsprachen, wobei den Kern einer Fachsprache in der Regel ihre Terminologie bildet, in der sich die Fachkenntnisse spiegeln. Darüber hinaus können Fachsprachen auch syntaktische Besonderheiten (z.B. mathematische Konnektoren) und spezifische Textformen (z.B. Versuchsbeschreibung) beinhalten (vgl. Glück, 2010, S. 194f.). Da die Klassifizierung von Fachsprachen variiert, kann man davon ausgehen, dass es keine absolut geschlossenen Kommunikationssysteme gibt, wobei Fachgebiete der Naturwissenschaft und Technik laut Bausch & Christ (2007) noch jene Fachdisziplinen sind, die ein relativ geschlossenes Kommunikationssystem aufweisen.

Mathematik kann somit „als Erweiterung der menschlichen Sprache“ verstanden werden und mathematisches Wissen wird als gemischtes System, einer oft durch Symbole und Ikonen angereicherten Sprache, chiffriert und vermittelt (Maier & Schweiger, 1999, S. 9). Dabei spielt das Sprachregister eine wesentliche Rolle. Im Metzler Lexikon Sprache (2010) findet man zum Begriff Sprachregister unter anderem folgende Definition:

„In der Soziolinguistik Bezeichnung für eine funktionale Sprachvarianten die verbunden ist mit unterschiedlichen Berufsgruppen und sozialen Gruppierungen (d.h. z.B. naturwissenschaftliches Register, Register der Piloten, religiöses Register usw.) vor allem bezogen auf das distinkte Vokabular; [...] Ein Register ist „what you are speaking“ (zu einem bestimmten Zeitpunkt), in Abhängigkeit von „what you are doing“ als sozialer Aktivität“ (S. 556).

Da sich vorliegende Arbeit mit dem Einsatz fachsprachlicher Mittel im Unterricht beschäftigt, ist es notwendig auch die Mathematikdidaktik mit einzubeziehen, da sie einen wesentlichen Einfluss auf den Unterricht hat, der an öffentlichen Schulen realisiert wird. Die Position von Mathematik und Sprache lässt sich folglich nicht losgelöst von der Mathematikdidaktik diskutieren. Der deutsche Sprachwissenschaftler und Mathematiker Stefan Jörissen (2013) spricht in seinem Werk

„Mathematik multimodal“ von einem „Selbstverständnis der Mathematikdidaktik und ihrem Verhältnis zur Sprachwissenschaft“ (S. 25).

Die Mathematikdidaktik prägt die Lehreraus- und -weiterbildung und ist maßgebend für die Ausgestaltung von Lehrmitteln. Zusätzlich wird der gesellschaftliche und professionelle Diskurs über Mathematik und Mathematikunterricht mittels der Mathematikdidaktik beeinflusst. Jörissen erwähnt jedoch auch, dass sich beide Disziplinen aufgrund eines unterschiedlichen Selbstverständnisses während ihrer Forschungen kaum Beachtung schenken (vgl. S. 26). Dies erklärt sich dadurch, dass sich die traditionelle Sprachwissenschaft als deskriptiv-analytische Disziplin versteht und deshalb die „Bewältigung lebenspraktischer Probleme [...] nicht im Vordergrund“ steht (S. 26). Die Mathematikdidaktik hingegen konzentriert sich auf die Durchführung von Unterricht und damit auf eine praktische Zielsetzung. Diese Zielsetzung bringt jedoch auch Probleme mit sich und steht laut Jörissen (2013) auch noch unter einem großen Erwartungsdruck bezüglich der Unterrichtsforschung:

„Die Öffentlichkeit erwarte, dass Unterrichtsforschung ihren Unterrichtsgegenstand nicht nur zu erforschen, sondern zugleich Vorschläge zur Verbesserung von Unterricht zu machen habe. [...] Daraus entstehe die Erwartung, dass die Unterrichtsforschung einen Beitrag zu einem [...] besseren Unterricht beitrage“ (S. 26).

Eine weitere Besonderheit der fachdidaktischen Forschung ist, dass ein Teil der Betroffenen, allen voran die Lehrer_innen einen Bestandteil des Adressatenkreises darstellen. Des Weiteren richten sich didaktische Publikationen oft nicht (nur) an ein rein wissenschaftlich interessiertes Publikum, sondern auch an Lehrpersonen. Dies hat zur Folge, dass forschungsmethodische und theoretische Erwägungen oft in vereinfachter oder auch verkürzter Weise wiedergegeben werden. Dadurch können fundierte Projekte der Mathematikdidaktik unseriös erscheinen und methodische und theoretische Publikationen nicht vollständig ausgereift sein und somit in der Adressatengruppe geringe Beachtung und Akzeptanz erfahren. Es ergeben sich in der Mathematikdidaktik deshalb nahtlose Übergänge von wissenschaftlich-deskriptiven Untersuchungen und normativ-präskriptiven Arbeiten. Wie bereits erwähnt, wird die Sprache bzw. die Kommunikation im Mathematikunterricht sowohl von der Mathematikdidaktik als auch aus sprachwissenschaftlicher Perspektive untersucht. Laut Jörissen nehmen sich diese beiden Disziplinen dabei jedoch kaum zur Kenntnis und dies führt zur Feststellung, dass im Allgemeinen zum Thema *Sprache und Mathematik* (noch)kein einheitlicher Diskurs seitens der sprachwissenschaftlichen und mathematikdidaktischen Forschung mit gemeinsamen

Fragestellungen stattgefunden hat. Diese Tatsache wird von einem minimalen Publikationskanon noch unterstrichen (vgl. Jörissen, 2013, S. 26f.).

3.2 Die verschiedenen Rollen der Sprache im Fachunterricht

Vor allem im Fachunterricht ist es notwendig, Sprache nicht mehr nur als Lernmedium, also als reines Werkzeug für den Unterricht sondern auch als Lerngegenstand und Lernvoraussetzung bzw. –hindernis zu begreifen. Die Mathematikdidaktik beschäftigt sich seit ihrer Entstehung mit den sprachlichen und kommunikativen Aspekten des Mathematiklernens und im Laufe der Jahre vergrößerte sich der wissenschaftliche Rahmen rund um dieses Thema. Zu Beginn standen vor allem die zentralen Begriffe der Forschung im Mittelpunkt, wobei nach der Wortebene auch zunehmend die Satzebene und schließlich auch die Text- bzw. Diskursebene Teil der mathematikdidaktischen Forschung und Entwicklung wurde (vgl. Prediger, 2013, S. 167f.).

Zu Beginn wurden auf „Wort-, Satz und Textebene fachspezifische Charakteristika, typische Hürden und mögliche Erwerbswege“ analysiert und herausgearbeitet, wobei hier die Begriffsbildungsprozesse am detailliertesten untersucht wurden (S. 167). In Folge dieser Analysen kam es konstruktiv zur Bildung von unterrichtlichen Konzepten und Designs von „Lehr- und Lernarrangements für erfolgreiches Begriffsbilden“, so wie Ideen für „(Fach-)Sprachenlernen auf Satz und Textebene“ (S. 167).

Um den Zusammenhang von Sprache und Mathematik verstehen zu können, ist es vor allem wichtig, das Lernen von Sprache nicht ausschließlich mit dem Fremdsprachenlernen in Verbindung zu bringen. Auch im Fach Mathematik, so wie generell im Fachunterricht, wird Sprache nicht nur als „Transportmittel“ für die zu vermittelnden Inhalte von Lehrkräften an Schüler_innen benötigt. Sprache im Fachunterricht ist ein viel wichtigeres Konstruktions- als Transportmittel. Die im Fachunterricht verwendete Fachsprache kann demnach nicht als gegeben angenommen werden, sondern wächst gemeinsam mit dem Lernen der fachbezogenen Inhalte. Folglich lässt sich das Fach und die dort verwendete Sprache weder in fachdidaktischer, sprachdidaktischer oder auch lernpsychologischer Sicht nicht separat voneinander behandeln. Dieses Verhältnis zeigt die Notwendigkeit der gleichzeitigen Lehre von Fachinhalten und Sprache. Dies führt zur Unmöglichkeit, dass Unterrichten in eine fachliche und eine sprachliche

Ebene aufzuteilen, denn wer ein Fach lernt, lernt immer auch gleichzeitig Sprache (vgl. Leisen, 2004, S. 3f.).

Für den deutschen Physikdidaktiker Josef Leisen ist das Verhältnis von Fach und Sprache durch mehrere Punkte gekennzeichnet. Zuallererst zeichne sich dieses Verhältnis dadurch aus, dass sich Fach und Sprache gleichzeitig entwickeln. Des weiteren stelle Sprache kein „Transportmittel“, sondern vielmehr ein Werkzeug für die Auseinandersetzung mit Fachinhalten auf der kognitiven und der emotionalen Ebene dar. Unter Fachsprache versteht er „ein Werkzeug, das man gebraucht, während man es noch schmiedet“ (S. 3f.).

Laut Prediger (2013) wurde die Sprache als Lernmedium in der Mathematikdidaktik bereits intensiv beforscht. Diesbezüglich wurden Lehrmittel, unterrichtliche Kommunikation in Klassengespräche, Gruppenarbeiten, sowie Schreibprozesse von Lernenden analysiert. Diesen deskriptiven Analysen schreibt sie folgendes zu:

Eine Veränderung der „Designs von Lehr- und Lernarrangements zur Anregung mündlicher informeller Sprachproduktion, zur gezielten mündlichen und schriftlichen Fachsprachennutzung und- Reflexion und zur Anregung informeller und fachsprachlichen Schreibens zu. Die Erprobung bzw. systematische Beforschung solcher Lehr-Lernarrangements zeigte insbesondere, wie die Nutzung der Alltagssprache einen Schlüssel zum Verstehen mathematischer Konzepte liefern kann“ (S. 186).

Dass die Beherrschung der Unterrichtssprache eine notwendige Lernvoraussetzung ist, ergibt sich bereits durch die wichtige Rolle der Sprache als Lernmedium. Um sich angemessen an den (fach-)sprachlichen Diskursen beteiligen zu können bzw. Erklärungen oder Begriffe verstehen zu können, ist Sprache eine wichtige Lernvoraussetzung (vgl. Prediger, 2013, S. 168). Prediger weist ebenfalls darauf hin, dass in der deutschsprachigen Mathematikdidaktik erst spät das Problem der Sprache als Lernhindernisbewusst wurde (vgl. 2013, S. 168). Dies ist vor allem dann der Fall, wenn Lernende mit Deutsch als Zweit- oder Erstsprache die „vorausgesetzten Anforderungen an Sprachproduktion und –rezeption in der Unterrichtssprache nur partiell erfüllen und dadurch nur eingeschränkten Zugang zur Mathematik finden“ (S. 168).

Diese drei Rollen der Sprache sind aber keineswegs als isoliert anzusehen, da nicht nur die Rolle der Sprache als Lernhindernis aufgegriffen werden kann, sondern sie wird gleichzeitig gezielt als Lerngegenstand und immer wieder reflektiertes Lernmedium eingesetzt (vgl. S. 168f.).

Die Fachsprache Mathematik bleibt demnach für die Lernenden immer auch Lernstoff, da die Aneignung fachsprachlicher Spezifika vor dem eigentlichen Gebrauch stattfinden muss. Dies ist ein ständiger Prozess und soll dazu führen, dass aus den Schüler_innen schlussendlich verantwortungsvolle Bürger werden mit einer gewissen Ahnung über Fachsprache und Kenntnisse in der Fachsprache (vgl. Schmidt-Thieme, 2010, S. 297).

Unter dem Aspekt Fachsprache als Lernmedium ergeben sich für Lernende folgenden Überlegungen:

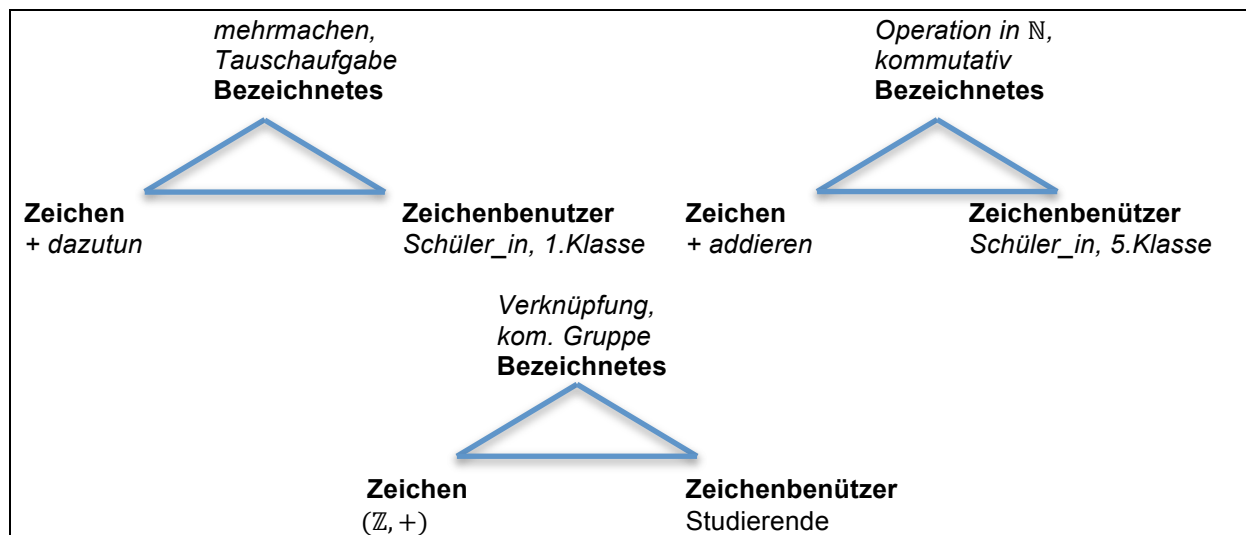


Abb. 1 Semiotisches Dreieck (Schmidt-Thieme, 2010, S. 297).

Die Rolle der Fachsprache in Bezug auf die Lernenden und das Zusammenwirken von Entwicklung des Begriffsverständnisses und Repräsentationen überhaupt lassen sich mithilfe von Ansätzen der Semiotik, dem semiotischen Dreieck nähern. Wichtig ist hier vor allem der dynamische Aspekt, soll heißen, dass sich mit jeder Auseinandersetzung des Lernenden mit einem Gegenstand sowohl Begriff wie Kenntnis und Nutzung von Repräsentationsformen ändern. Obiges Schema soll vor allem die unterschiedlichen Zustände des Begriffs- und Zeichenerwerbsprozesses eines Lernenden sichtbar machen und zeigt somit, dass je nach Lernfortschritt eine Veränderung des Begriffs- und Zeicheninventars stattfindet. Abbildung 1 veranschaulicht ebenso 3 Zustände verschiedener Personen, etwa einer/s Schüler_in der 1. Klasse und der Lehrperson. Dadurch werden die unterschiedlichen Niveaus fachlicher wie fachsprachlicher Kompetenz und die Forderung nach einem angemessenen Gebrauch von Fachsprache durch die Lehrenden gezeigt (vgl. Schmidt-Thieme, 2010, S. 298).

Die Fachsprache als Lerngegenstand birgt überdies noch andere Probleme für Lernende und Lehrende in sich. Osburg (2003, S. 28-30) zufolge können

Fachsprachenfallen entstehen:

„Kinder [...] erscheinen z.T. sehr redegewandt, weil sie Wörter und Redewendungen von anderen Personen „nachahmen“. Deshalb vergisst man leicht, dass sie dennoch über wesentlich weniger Wörter und Erfahrungen verfügen als Lehrenden und sich das begriffliche Wissen enorm unterscheidet. [...] Kinder bedienen sich häufig der gleichen Wörter wie Erwachsenen, ohne damit den gleichen Inhalt zu verbinden.“

Obwohl Sprache auch im Fachunterricht Lehrgegenstand ist, gibt es eindeutige Unterschiede beim Lernen von Sprache und Mathematik: Beim (Fremd-)Sprachenlernen können sich sowohl Lehrkräfte, als auch die Lernenden auf den GERS (Gemeinsamer Europäischer Referenzrahmen für Sprachen) stützen und sich daran orientieren. Er dient europaweit als Grundlage, wobei sechs Sprachniveaus und vier Kompetenzen unterschieden werden. Im Gegensatz dazu gibt es für Mathematik (noch) keine vergleichbare Grundlage, wobei durch die Erarbeitung und Etablierung der Grundkompetenzen zumindest österreichweit ein gemeinsamer Rahmen geschaffen wurde. Im Weiteren bestehen auch im Lernprozess, sowie in der Prüfungssituation grundlegende Unterschiede. Während im (Fremd-)Sprachenunterricht Grammatik und Vokabeln bei jedem Gespräch sowie bei der Arbeit mit Texten kontinuierlich wiederholt werden, orientiert sich die Mathematik viel mehr an Inhalten. Das bedeutet, dass einmal Gelerntes erst dann wiederholt wird, wenn es für den weiteren Wissenserwerb notwendig ist. Lehrer_innen und Schüler_innen akzeptieren oft die Tatsache, einen Begriff zu kennen und sich bei Bedarf daran erinnern zu können. Die behandelten Themen im Fremdsprachen- bzw. Mathematikunterricht stellen einen weiteren großen Unterschied dar. Während sich die Themen des Fremdsprachenunterrichts an der Lebenswelt der Schüler_innen orientieren, befinden sich die mathematischen Themengebiete oft nicht nah genug an dieser Lebenswelt. Am stärksten unterscheidet sich der Lernprozess jedoch durch die Motivation der Schüler_innen. Fremdsprachenunterricht zielt auf den Erwerb einer Fremdsprache und auf Kommunikation ab, während den Sinn der Mathematik viele nur darin sehen, die Matura zu bestehen (vgl. Dorfmayr, 2012, S. 19).

3.3 Sprachregister im Mathematikunterricht

In der vorliegenden Arbeit wird davon ausgegangen, dass im Unterricht unterschiedliche Sprachregister verwendet werden. Laut Prediger & Meyer (vgl. 2012, S. 1f.) kommen im Unterricht folgende drei Register zum Einsatz: die Alltags- bzw. Umgangssprache der Lernenden, die Bildungssprache und die Fachsprache. Die Fachsprache beherrscht folglich nicht gänzlich den Mathematikunterricht, da

Lehrer_innen und vor allem auch Schüler_innen „mathematische Sachverhalte [...] in einer vom Standard der Fachsprache abweichenden Sprache“ formulieren (Maier & Schweiger, 1999, S. 14f.).

Prediger (2013) zeigt auch auf, dass der „Lerngegenstand Fachsprache als Sprache des Verstandenen erst am Ende des Lernprozesses“ sukzessive aus der „Sprache des Verstehens“ wächst (S. 1). Unter der „Verstehensbasis“ wird hier im Allgemeinen die den Lernenden vertraute Alltags- bzw. Umgangssprache gemeint, wobei in der Unterrichtskommunikation nicht nur das Register der Alltags- bzw. Fachsprache, sondern vermehrt das dritte Register der Bildungssprache verwendet wird (vgl. S. 1). Die Bildungssprache wurde 1985 von Koch & Österreicher als „Sprache der Distanz“ bezeichnet, „die selbst in gesprochener Form viele Merkmale von Schriftlichkeit aufweist“ und deshalb auch als „konzeptionell schriftlich“ bezeichnet wird (S. 2). Beispielhaft sind die Verwendung von komplexeren Sätzen und ein präziserer Einsatz von Begriffen (vgl. S. 2).

Schüler_innen werden jedoch nicht nur im Unterricht mit Bildungssprache konfrontiert, sondern auch in Lehrbüchern bzw. in Tageszeitungen. In folgender Abbildung findet man die wichtigsten Charakteristika und Unterschiede der drei Sprachregister (vgl. Prediger & Meyer, 2012, S. 2):

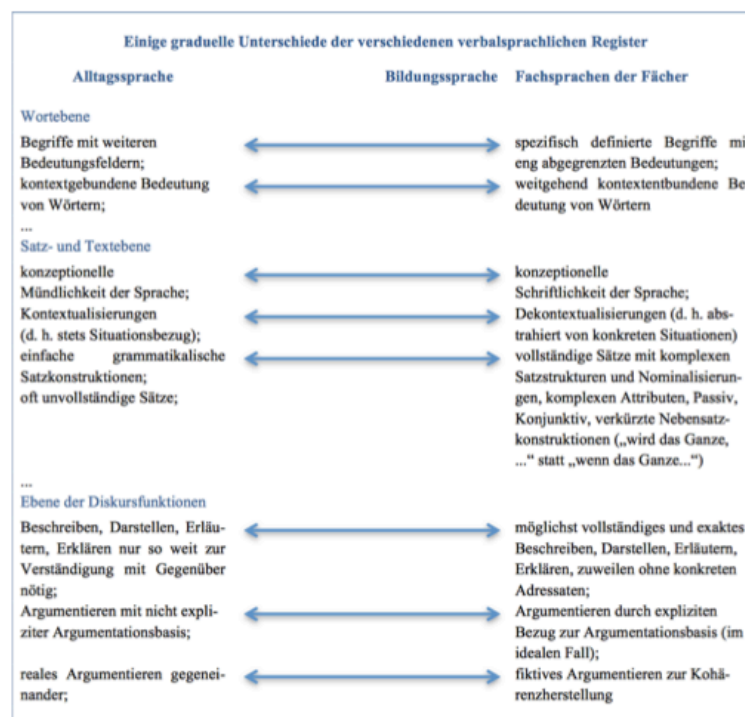


Abb.2: „Beispiele für graduelle Unterschied der Register“(Prediger & Meyer, 2012, S. 2).

In Abb.2 wird deutlich, dass das Register der Bildungssprache sich eher der Fach- als der Alltagssprache zuordnen lässt. Die Abbildung unterscheidet innerhalb der Register auch zwischen Wortebene, Satz- und Textebenen bzw. den Ebenen der Diskursfunktionen. Aus dieser Abbildung wird auch ersichtlich, dass je näher man sich zur Fachsprache bewegt, desto präziser und spezifischer werden die Begriffe. Die Bedeutung der Wörter in der Alltagssprache ist sehr stark an den Kontext gebunden, während sie in der Fachsprache eher kontextentbunden ist. Auf der Ebene der Diskursfunktion steht in der Alltagssprache die Verständigung im Vordergrund, während die Fachsprache sich an einem möglichst vollständigen und exakten Beschreiben, Darstellen, Erläutern und Erklären orientiert. In Abb. 2 lässt sich ebenfalls festmachen, dass die verbalen Formulierungen sukzessive an Kontext und Handlungsabfolge verlieren. Die Sätze werden folglich kürzer, wobei die Komplexität der Satzkonstruktionen zunimmt (vgl. Prediger & Meyer, 2012, S. 1f.)

Meyer & Prediger (2012) beschreiben diesen Vorgang wie folgt:

„Verbale bildungssprachliche Formulierungen sind oft durchdrungen von spezifischen Begriffen (im Beispiel aus der Geschäftswelt: Rabatt, Skonto), in denen komplexe Vorgänge verdichtet werden (Skonto als Standard-Reduktion nach Barzahlung). Abstrahiert vom Sachzusammenhang sind die Beziehungen in den Fachbegriffen „Grundwert“ und „Prozentwert“ verdichtet; wer diese nicht interpretieren kann, kann den Gehalt der Aussage nicht erschließen. Die Verben der Beispiele zeigen fließende Grenzen zwischen den Sprachregistern, denn auch in der Alltagssprache gibt es mathematische oder für die Geschäftswelt typische Fachbegriffe („reduziert“, „Rabatt geben auf“) (S. 3).“

Wie man anhand des Beispiels in Abb.2 nachvollziehen kann, ist eine klare Grenze zwischen Fach- und Bildungssprache nicht immer leicht zu ziehen. Daher ist ein Diskurs über Bildungssprache aus bildungssoziologischen sowie didaktischen Gründen wünschenswert und notwendig.

Nutzt Unterricht die Bildungssprache als Lernmedium, so stellt diese zugleich eine Lernvoraussetzung vor allem für jene Schüler_innen dar, die durch ihre häusliche Sozialisation keinen oder nur wenig Zugang zum bildungssprachlichen Register durch Mediennutzung, Presse und Literatur haben. Aufgrund des eingeschränkten Zugangs ergibt sich für betroffene Schüler_innen kaum eine Differenzierung zwischen Fach- und Bildungssprache, obwohl Lehrkräfte einen entscheidenden Unterschied machen: Während fachsprachliche Spezifika im Unterricht meist explizit eingeführt werden, verzichtet man bei bildungssprachlichen Mittel oft darauf (vgl. Gogolin, 2009, S. 272).

Wie wird nun Fachsprache im Unterricht gebraucht und welchen Platz sollte sie im unterrichtlichen Geschehen einnehmen? Im Unterricht kann von einer Allgemeinsprache angereichert mit fachsprachlichen Elementen und Spezifika ausgegangen werden. Eine strikte Trennung zwischen Fach- und Umgangssprache im linguistischen Sinn scheint deshalb nicht sinnvoll zu sein. Man kann viel mehr von einer stetig wachsenden Skala sprechen, die die Anreicherung der Gemeinsprache mit diesen fachsprachlichen Elementen darstellt. Laut Maier (2004, S. 153f.) kann man an den Extrema dieser Skala von einer fachsprachlichen „Hypotrophie“ bzw. einer fachsprachlichen „Hypertrophie“ sprechen, wobei eine Hypotrophie den minimalen Einsatz der Fachsprache und Hypertrophie den übermäßigen Einsatz der Fachsprache meint. Beide Extrempunkte der Skala sind als „ungesund“ zu beurteilen und sollten im Unterricht vermieden werden (S. 153f.).

In der älteren fachdidaktischen Literatur finden sich bereits zwei unterschiedliche Positionen zum Gebrauch von Fachsprache im Unterricht wieder. Vertreter der ersten Position fordern den konsequente Einsatz und Gebrauch präziser Fachsprache in der Unterrichtskommunikation. Jäger (1993) gilt als einer der wichtigsten Vertreter dieser ersten Position und ist folgender Ansicht: „mathematische Kommunikation geschieht in einer ihrer eigenen knappen Sprache. Die Knappheit ist notwendig, um übersichtliche und unmissverständliche [sic] Aussagen zu machen“ (S. 12). Im Weiteren ist er der Meinung, dass geschickte Abstraktion eine Einfachheit erreicht und die Präzision und Schärfe der Mathematik gerade durch die Reduktion auf das Wesentliche erzielt wird (vgl. 20). Vertreter dieser Position sind folglich der Auffassung, dass eine eindeutige Zuordnung eines Zeichens zu einem Objekt nur durch einen fachsprachlichen Terminus garantiert werden kann und dass Kommunikation möglichst knapp zu halten sei. Maier (1986) vertritt eine ähnliche Position und befürchtet, dass „umgangssprachliche Bezeichnungen [...] anstelle von Fachtermini [...] die Schüler auch daran hindern könnten, klare mathematische Begriffsvorstellungen aufzubauen“ (S. 140).

Vertreter der zweiten Position stehen dieser Ansicht kritisch gegenüber und Winter (1983) stützt die Wichtigkeit der Fachsprache weniger auf didaktische Überlegungen, sondern auf das Reinlichkeitsstreben des Mathematikers und dessen „Präzisionswütigkeit und sprachlich-logischem Purismus“ (S. 34). Winter fürchtet auch einen „verführten Druck zur fachsprachlichen Verbalisierung, da die zu Grunde

liegenden Bedeutungen dem Schüler vernebelt erscheinen“ können (S. 41). Die Verwendung mathematischer Fachsprache könnte durch einen verfrühten Einsatz auch als eine Barriere für Schüler werden, falls während einer Unterrichtseinheit notwendige Erklärungen versäumt und die Fachsprache mit unnötig viel Symbolik belastet werden würde. Im Weiteren könnten die Schüler auch den Eindruck bekommen, dass diese fachsprachliche Exaktheit eine Art Hindernis darstellen könnte (vgl. Jörissen, 2013, S. 59f.).

Jörissen (2013) zeigt hier ebenfalls auf, dass die erste Position aus aktueller sprachwissenschaftlicher Sicht nicht haltbar ist, da die „inzwischen etablierte Einsicht, dass sich spontan gesprochene Sprache systematisch von geschriebener Sprache unterscheidet“, da sie unter grundsätzlich anderen Voraussetzungen produziert und rezipiert wird, nicht berücksichtigt wird. Jene, die in der mündlichen Kommunikation Knappheit und unmissverständliche Aussagen fordern, adaptieren nach Jörissen „offensichtlich Kriterien, die allenfalls für schriftliche Fachtexte gelten, oder übertragen Kriterien der formalen Logik unreflektiert auf sprachliche Phänomene“ (S. 59f.).

In den 1990er Jahren verlor der Anspruch an einen konsequenten Gebrauch der Fachsprache im Unterricht an Bedeutung, da sich die Erkenntnis etablierte, dass die Auseinandersetzung mit Mathematik in gesprochener oder geschriebener Form auch grundsätzliche Unterschiede mit sich bringt. Dies formulierte auch Schweiger in seinem Werk:

Naturgemäß ist die gesprochene Sprache meist viel informeller als die geschriebene Sprache. Fachwissenschaftler können sich oft mit einer bemerkenswert „ungenauen“ Sprache gut verständigen. Der Aufbau einer adäquaten Sprache, in der Lehrer und vor allem Schüler locker über Mathematik reden können, wäre durchaus wünschenswert (Schweiger, 1993, S. 33f.).

In dieser Phase der Mathematikdidaktik nimmt ebenfalls die Verwendung mathematischer Symbole in Lehrmitteln ab. Man hat auch hier dem formalen Aspekt an Gewicht genommen und plädiert auf einen „situativ differenzierten Gebrauch der Fachsprache“, da sich für die Verbalisierung von neuen Erkenntnissen auch nicht-fachsprachliche Formulierungen eignen. Handelt es sich hingegen darum, sich neues theoretisches Wissen sprachlich anzueignen, dann solle eine Lehrperson auf eine eindeutige und vollständige Terminologie beharren. Fachsprachliche Äußerungen dienen dann dazu, bereits vorhandenes Wissen zusammenzufassen und zu bündeln (vgl. Jörissen, 2013, S. 60).

Abschließend sei zusammengefasst, dass die Fachsprache im Unterricht keineswegs das einzige Sprachregister darstellt, denn unterrichtliche Kommunikation ist viel mehr eine Symbiose aus dem alltags- bildungs- und fachsprachlichen Register. Obwohl sich die Bildungssprache eher an der Fach- als an der Alltagssprache orientiert, muss hier von zwei unterschiedlichen Sprachregistern ausgegangen werden, die wiederum ein anderes Maß an Lernvoraussetzungen und unter Umständen auch Lernhindernissen mit sich bringen. Eine klare Grenze zwischen den drei Registern im Unterricht scheint in der Theorie möglich, im realen Unterrichtsgeschehen lässt sich diese Grenze jedoch sicher nicht so einfach ziehen.

3.4 Kommunikation im Mathematikunterricht

Unterricht ist zweifelslos ein kommunikatives Ereignis, da im Klassenraum Lehrer_innen und Schüler_innen miteinander interagieren, um fachspezifisches Wissen zu vermitteln bzw. zu erwerben. Obwohl sich die vorliegende Arbeit ausschließlich mit dem Einsatz der Fachsprache aus der Sicht der Lehrkräfte befasst, scheint es sinnvoll auch die Kommunikation im Allgemeinen und das daraus resultierende Spannungsfeld zwischen Lehrer- bzw. Mediensprache und Schülersprache aufzuzeigen. Wer kommuniziert und wer produziert nun also Sprache im Unterricht und welche unterschiedlichen Sprachregister kommen hier zum Einsatz? Rein intuitiv lässt sich vermuten, dass in einer klassischen Unterrichtssituation die Lehrkraft (Lehrersprache) quantitativ den größeren Anteil an der verbalen Unterrichtskommunikation hat. Sprachliche Äußerungen kommen jedoch auch von den Schüler_innen (Schülersprache), die neben verbalen auch zahlreiche schriftliche Beiträge produzieren. Die Mediensprache findet dann schließlich durch die Lehrkraft Einsatz in der Unterrichtskommunikation. Die Präsentation von geschriebenen Texten stellt also den dritten Träger von Sprache im Mathematikunterricht dar. Darüber hinaus wird im Folgenden auch die multimodale Kommunikation näher beschrieben, da neben verbalen Äußerungen auch nonverbale Handlungen eine wichtige Rolle in der Schulkommunikation spielen. In vorliegender Arbeit soll auch die multimodale Kommunikation in Zusammenhang mit dem Einsatz der Fachsprache im Mathematikunterricht Einzug in die Analyse finden, da sie als wichtiger Bestandteil der Kommunikation aufgefasst wird.

3.4.1 Multimodale Kommunikation

In Anlehnung an das verwendete Modell von Jörissen und dem Modell der „Multimodal Discourse Analysis“ von Kress & van Leeuwen (2001) geht das verwendete Modell von einer Kommunikation aus, die aus voneinander unterscheidbaren Zeichen besteht. Ein Zeichen wird dabei als etwas aufgefasst, dass „in einer authentischen Kommunikation wahrnehmbar und von anderen Phänomenen abgrenzbar ist“ (Jörissen, 2013, S. 115). Es wird auch davon ausgegangen, dass Zeichen „auf bestimmte Inhalte verweisen“ und somit werden auch mathematische Symbole und Objekte als solche Inhalte gewertet (S. 116).

Im deutschsprachigen Raum sind vor allem Publikationen von Reinhold Schmitt für den Bereich der multimodalen Kommunikation entscheidend. Schmidt charakterisiert multimodale Kommunikation wie folgt:

„Die multimodale Kommunikation begreift Interaktion als einen ganzheitlichen und letztlich von der Körperlichkeit der Beteiligten und von ihrer räumlichen und materiellen Umgebung nicht zu trennenden Prozess. Ganzheitlich ist der Prozess insofern, als er immer aus dem gleichzeitigen Zusammenspiel unterschiedlicher Modalitäten besteht, die jeweils spezifische Möglichkeiten zur Verfügung stellen, sich in kommunikationsrelevanter Weise ausdrücken, Handlungsziele zu erreichen und soziale Bedeutung zu konstituieren. Zu diesen Modalitäten zählen beispielsweise Verbalität (Wortwahl, Prosodie, Syntax, etc.), Blickverhalten, Mimik, Gestik, Körperpostur, Körperkonstellation [und] Körperbewegung. Körperlich ist dieser Prozess insofern, als der Körper der Beteiligten sowohl als Instrument als auch die zentrale Ressource all dieser Ausdrucksebenen darstellt“ (Schmitt, 2007, S. 29).

Das Konzept der multimodalen Kommunikation umfasst somit nicht nur den Gebrauch der natürlichen Sprache, Notationen an der Tafel oder den Einsatz anderer Medien, sondern auch weitere kommunikative Mittel. Zu diesen Mitteln, die auch im Unterricht eingesetzt werden gehören unter anderem die Gestik, Mimik und auch die Blickrichtung der Lehrerinnen und Lehrer. Aufgrund der Schriftgröße oder –stärke können ebenfalls Aussagen über die Vermittlung mathematischer Inhalte und Zusammenhänge getätigt werden. In diesem Kontext sind in Bezug auf die natürliche Sprache vor allem die Alltagssprache und die mathematische Fachsprache von Bedeutung. Dies wurde in vorliegender Arbeit bereits in Teil 1 im Detail erarbeitet. Natürliche Sprache kann in der Unterrichtssituation medial, schriftlich oder auch mündlich vorkommen. Teil der multimodalen Kommunikation ist auch die Prosodie. Dazu gehören „auditive Phänomene wie Intonation, das heißt der Tonhöhenverlauf gesprochener Sprache in der Zeit, Lautstärke, Länge, Pause, sowie die damit zusammenhängenden komplexeren Phänomene Sprechgeschwindigkeit/Tempo und Rhythmus“ (Selting, 1995, S. 1). Auch eine Kombination von verbalen Phänomenen

und Elementen der Prosodie ist für vorliegende Analyse relevant. Dabei stellt auch die Stimme als „Vorzugsorgan des Sprechens“ eine wesentliche Rolle dar, da man daraus sofort auf gewisse organische Dispositionen des Sprechers/der Sprecherin schließen kann (Krämer, 2010, S. 15). Eine weitere Modalität stellt die Typographie und Textgestaltung dar. Darunter versteht man die Verwendung unterschiedlicher Schrifttypen, die Schriftgröße oder auch die grafische Anordnung der Schriftzeichen. Auch die Bereiche der Mimik, Gestik, Blickrichtung und Orientierung des Gesichts, Körperhaltung und Haptik sind Teil der multimodalen Kommunikation und deshalb für vorliegende Arbeit ebenso relevant. Bei diesen Bereichen orientiert sich die folgenden Analysen an den von Jörissen (2013, S. 123) getroffenen Definitionen:

- Unter **<Mimik>** versteht Jörissen „Zeichen, die primär auf Aktivitäten der Gesichtsmuskulatur beruhen.“
- „**<Gestik>** bezeichnet Zeichen, die primär durch Bewegungen der Hände und Arme zustande kommen.“
- „**<Blickrichtung>** meint die Ausrichtung des Blicks auf eine bestimmte Stelle im Raum oder auf die Augen einer anderen Person, **<Orientierung des Gesichts>** meint die Ausrichtung des (gesamten) Kopfes.“
- „**<Körperhaltung>** referiert auf Zeichen, die auf die Position respektive auf Positionsveränderungen von Beinen, Hüften, Rumpf und Schultern zurückzuführen sind.“
- „**<Haptik>** verweist schließlich auf perception, and use of touche as communication, including such aspects as body location, frequency, duration, intensity, and instrument of touch.“

Ausgehend von der Definition der multimodalen Kommunikation, sowie deren relevanten Analysebereichen sind für Schmitt (2007) auch noch andere Aspekte für die Analyse konstitutiv. Dazu zählt der Raum, in der die multimodalen Interaktionen stattfinden und somit auch die Etablierung von sogenannten „Interaktionsräumen“ (S. 34). Wichtig sind auch Aktivitäten einzelner oder mehrerer Personen in Bezug auf Zeit und Raum, sowie die „Materialität von Gegenständen“ (Jörissen, 2013, S. 99) und von „signifikante[n] Objekte[n]“ (Schmitt, 2007, S. 36), die für einen gewisse Zeitspanne als Bezugsobjekt der Interaktion agieren. Schmitt nennt auch die „verbale Abstinenz“ als einen relevanten Aspekt multimodaler Kommunikation (S. 37).

In Hinblick auf den Mathematikunterricht spielt im Zusammenhang mit multimodaler Kommunikation auch das „Mathematische Kalkül“ eine wichtige Rolle (Jörissen, 2013, S. 124). Darunter wird eine formale Sprache verstanden, die sich „durch eine genaue festgelegte Syntax und eine eindeutige Semantik aus[zeichnen]“ (Bußmann, 2008, S. 197). Jörissen (2013) versteht darunter ein „Symbolsystem, in dem man nach bestimmten Ableitungsregeln Aussagen aus anderen Aussagen ableiten kann“ (S. 125). Das mathematische Kalkül ist für die vorliegende Arbeit ein wesentlicher

Analyseaspekt und das in zweifacher Hinsicht. Einerseits sind Gleichungen oder einzelne Symbole Elemente des mathematischen Kalküls und gleichzeitig „Inbegriff der Mathematik“ (S. 125) und andererseits ist es „aufgrund seiner ausgeprägten Symbolik“ für das vorliegende Modell der multimodalen Kommunikation vorbildhaft. Es darf aber auch nicht vergessen werden, dass das mathematische Kalkül nur für schriftliche Kommunikation realisiert werden kann. Deshalb kommt es in der mündlichen Kommunikation zur Überführung der schriftlichen in eine mündliche Form. Das bedeutet, dass das mathematische Kalkül, anders als natürliche Sprachen, keine „zentrale Instanz innerhalb einer Aussage durch eine grammatikalisch markierte Form“ benennen kann (S. 126). Deshalb beruht die Bedeutung mathematischer Symbole oder Terme wesentlich auf die räumliche Anordnung der Zeichen (Hoch- & Tiefstellung einzelner Symbole, Matrix-Darstellungen). Hier werden der mündlichen Fachkommunikation der Mathematik teilweise Grenzen gesetzt bzw. wird die mündliche Kommunikation durch das Fehlen von Strukturen einer natürlichen Sprache erschwert, da mit natürlich sprachlichen Mittel dargestellte mathematische Zusammenhänge nicht in gleicher Kürze und Prägnanz formuliert werden können (vgl. S. 127).

Ein letzter wichtiger Aspekt der multimodalen Kommunikation im Mathematikunterricht sind grafische Darstellungen. Ihre Funktionen können je nach Teilgebiet der Mathematik sehr unterschiedlich sein. Sie sind auch sehr Kontextabhängig und variieren sehr stark je nach Schulstufe. Häufig jedoch werden grafische Darstellung als „eingesetzt (O'Halloran, 2005, S. 129). Sie sollen also dabei helfen Zusammenhänge zu erfassen und dann verifizieren zu können. Grafische Darstellungen alleine werden dabei meistens nicht als „valid proof“ akzeptiert (S. 129). Im Weiteren sind grafische Darstellungen für die Vorstellung von abstrakten mathematischen Konzepten förderlich und werden oft als Hilfskonstruktionen konzipiert. O'Halloran (2005, S. 131) bezeichnet solche Darstellungen als „source of intuition“, die das Erfassen von Strukturen und Zusammenhängen erleichtern sollen. Grafische Darstellungen erfüllen somit unterschiedlichste Funktionen und orientieren sich nicht immer an klaren Konventionen, deren Korrekt- und Exaktheit, sondern können auch spontane, von den bekannten Konventionen freie Skizzen sein. So wird klar, dass Abbildungen in der Schule andere Anforderungen erfüllen, als Abbildungen in Publikationen (vgl. Jörissen, 2013, S. 129). Wichtig für grafische Darstellung ist auch die Tatsache, dass sie nur zusammen mit einem anderen Zeichensystem

verstanden werden können. Das heißt, dass Elemente die in einer Grafik dargestellt werden durch andere Ressourcen verdeutlicht werden. Daraus ergibt sich die Folgerung, dass „grafische Darstellungen [...] per se nur in einem multimodalen Kommunikationssetting möglich“ sind (vgl. Jörissen, 2013, S. 131).

Multimodale Kommunikation sollte immer als eine „konstitutive Qualität von Interaktion“ verstanden werden. Das bedeutet mitunter, dass einzelne Modalitäten „nie die Gesamtlast der Interaktionskonstitution“ ausmachen, da „dies immer im koordinierten Zusammenspiel mit anderen Modalitäten“ (Mondada & Schmitt, 2010, S. 25) passiert. Daraus ergibt sich die Folgerung, dass vor allem die „Gleichzeitigkeit sehr unterschiedlicher modalitätsspezifischer Aktivitäten“ von großem Interesse ist (S. 26).

Die multimodale Kommunikation umfasst somit alle möglichen Kommunikationsformen und bezieht auch, wie soeben beschrieben, weitere räumliche oder auch zeitliche Aspekte mit ein. Eine multimodale Analyseperspektive ist für viele sehr unterschiedliche Interaktionsabläufe geeignet. Sie kann bei privaten Einladungen, bei Sitzungen von Videokonferenzen oder auch bei einer Interaktionsanalyse im Gottesdienst eingesetzt werden. Auch für den Schulunterricht eignet sich diese Analyse sehr gut, da man auch hier auf die Form der multimodalen Kommunikation trifft (Jörissen, 2013, S. 100). Hier kann unter anderem die Arbeit von Pitsch (2006) genannt werden, die konversationsanalytische Multimodalitätsforschung im Schulunterricht betrieben hat. Aus ihrer Arbeit zieht die Autorin folgende Schlüsse:

„[...] im Rahmen der vorliegenden Arbeit [...] [wurde] die Aneignung und Weitergabe von Wissen [...] als eine Aktivität aufgefasst, die [...] in Form von Prozessen der interaktiven Aushandlung, von Verfahren der schrittweisen Bedeutungskonstitution und des sequenziellen Aneinander-Anschließens bzw. Aufeinander-Aufbaus von Beiträgen und Aktivitäten [...] greifbar ist. Durch die grundlegend multimodale Perspektive wurde erkennbar, dass dieser Prozess kein ausschließlich verbalsprachlicher ist, sondern dass auch Gestik und der Umgang mit materiellen Strukturen dabei eine zentrale Rolle spielen [...]. Unter bestimmten Bedingungen eröffnen diese materiellen Strukturen eine neue Anschlussmöglichkeit für die Interaktion [...]“. (Pitsch, 2006, S. 210f.)

Laut Pitsch (2006) verfügen Lehrer „mit der Art der Bearbeitung sprachlicher Probleme über recht subtile *gesprächsstrukturelle* Instrumente [...], um steuernd auf die Sprachaneignungsprozesse von Schülern einzuwirken“ (S. 209). Im Rahmen ihrer Arbeit analysierte die Wissenschaftlerin auch die kommunikative Funktion von Tafelskizzen und bezeichnet sie als „Ressourcen zur Bearbeitung anstehender kommunikativer Aufgaben [...], die erreichte Arbeitsergebnisse festhalten und

gleichzeitig neue Anschlussmöglichkeiten und Perspektiven eröffnen“ (Pitsch, 2006, S. 210). Deppermann und Linke bestärken dies, da sie in ihrem Sammelband davon ausgehen, dass

„Sprache [...] nie als solche, sondern immer in einer bestimmten medialen (und materiell gebundenen) Erscheinungsform [und] nicht alleine, sondern im Verhältnis mit anderen Modalitäten der Kommunikation, mit Mimik, Gestik, Blick, Bild, Geräusch, Musik etc.“ vorkommt (Deppermann & Linke, 2010).

Dieser Auffassung obliegt auch vorliegende Arbeit und orientiert sich deshalb an den bisher erwähnte Analysen und Studien. Da Untersuchungen zur multimodalen Kommunikation jedoch sehr umfassend sind wird in den nachstehenden Analysen darauf verzichtet jede mögliche Form der Kommunikation im Detail zu analysieren, da jeder Bereich für sich schon genügend Datenmaterial für eine eigenständige Analyse liefern würde. Somit wird bei jeder Analyse der Schwerpunkt der multimodalen Kommunikation, je nach Relevanz für die vorliegende Arbeit anders gesetzt.

3.4.2 Schriftliche und mündliche Fachkommunikation

Die in Kapitel 4 genannten Aspekte zur Fachsprache der Mathematik sind vor allem für die schriftliche Fachkommunikation charakteristisch und deshalb dienen sie für die vorliegende Arbeit vor allem um Bezüge und Vergleiche zur mündlichen Fachkommunikation zu ziehen. Da ein Gespräch im fachmathematischen Kontext meist von einer schriftlichen Aufgabenstellung ausgeht stellt die schriftliche Fachkommunikation ebenso einen wichtigen kontextuellen Faktor dar (vgl. Jörissen, 2013, S. 86f.).

Für die geplante Analyse vorliegender Arbeit ist die Versprachlichung von schriftlich vorliegenden mathematischen Sprachmittel (Gleichungen, Terme, Symbole, etc.) von großer Bedeutung. In der Regel ist der Übergang von Schriftlichkeit zu mündlichen Äußerungen im mathematischen Kontext kompliziert, obwohl sich für viele Symbole oder Symbolkombinationen bestimmte Sprechweisen etabliert haben. Unter solchen „konventionalisierten Sprechweisen“ versteht man unter anderem Folgendes (Jörissen, 2013, S. 87):

- Verbalisierung von Zahlen, einzelnen Variablen oder Konstanten, z.B. „40“ wird problemlos als „vierzig“ verbalisiert.
- Eine Vielzahl an fachmathematischen Symbolen und Symbolkombinationen werden durch etablierte Normierungen versprachlicht: „ $\sqrt[n]{x}$ “ wird deshalb

kurzum als „n-te Wurzel x“ gelesen und gesprochen, „m|n“ steht für „m teilt n“ etc. Auch typographische Anordnungen unterliegen einer fachsprachlichen Konventionen: So wird der Term e^n als „e hoch n“ versprachlicht (DIN, 2009, S. 261f.).

- Komplexere symbolische Ausdrücke unterliegen ebenfalls oft gewissen fachsprachlichen Normen. So wird $\sum_{i=m}^n x$ als „Summe x für i von m bis n“ gelesen und $\int_a^b f(x) dx$ wird mündlich als „Integral f von x d x von a bis b“ formuliert (S. 260).

Bei der Versprachlichung komplexerer Gleichungen stößt man jedoch an die Grenzen des mathematischen Kalküls. Komplexere Formeln werden deshalb oft „unübersichtlich und unpräzise“ formuliert, da sie nicht so verbalisiert werden können, sodass sie aufgrund der mündlichen Äußerung nachvollziehbar sind (Schmidt, 2003, S. 545). Abbildung 4 zeigt ein Beispiel einer solchen Gleichung:

$$\frac{4q - \sum_{i=1}^q p i^2}{4} \left\{ \left(\frac{\left(x + \frac{p}{2} \right)}{\frac{\sqrt[3]{\sqrt{4q-p^2}}}{2}} \right)^2 + 1 \right\} = 1$$

Abb.3: Gleichung (Jörissen, 2013, S. 87).

Die soeben genannten Verbalisierungen bestimmter Zeichen, Zeichenkombinationen oder Symbolen stellen laut DIN (2009, S. 258) eine „mögliche Sprechweise, die aber nicht in jedem Fall wörtlich eingehalten werden muss“ dar. Das bedeutet, dass die beschriebenen Sprechweisen als Konventionen aufgefasst werden können, jedoch ohne dass der/die Sprechende ihnen ausnahmslos unterliegt. Die Beispiele zeigen folglich die Grenzen der mündlichen Fachkommunikation im Mathematikunterricht, sowie die Notwendigkeit symbolischer Notation für mündlichen Darstellungsweisen (vgl. Jörissen, 2013, S. 88).

Die Kommunikation im Unterricht findet im Rahmen der Institution Schule statt und deshalb ist hier von einer *institutionellen Kommunikation* die Rede. Diese sprachsoziologische Forschungsrichtung meint konkrete, vorwiegende sprachliche Interaktionen, die innerhalb eines institutionellen Rahmens stattfinden (vgl. Steiner,

2008, S. 21). Ehlich & Rehbein (1979) betonen, dass Institutionen häufig Erfordernisse sprachlichen Handelns festlegen, sodass diese sprachlichen Äußerungen als konstitutiv angesehen werden können:

„Institutionen als Formen des gesellschaftlichen Verkehrs zur Bearbeitung gesellschaftlicher Zwecke verlangen eo ipso Kommunikation zwischen den Aktanten, d.h. einen aktiven Kontakt miteinander, in dem die Zwecke gemeinsam prozessiert werden (S. 320)“.

Sprachliches Handeln repräsentiert demnach einen wesentlichen Teil des institutionellen Handelns. Hierbei ist jedoch wichtig, dass institutionelle Kommunikation auf keine eigenen Kommunikationsmuster zurückgreift, sondern vielmehr alltägliche Muster und Schema für ihr eigenen Ziele und Zwecke adaptiert. (vgl. Becker-Mrotzek, 1990, S. 258).

Institutionelle Kommunikation unterscheidet sich gegenüber Kommunikation, die keinem institutionellen Zwecke dient, vor allem darin, dass sie besonderen Regelungen unterworfen ist. Der Kommunikation in der Institution Schule kommt eine Schlüsselrolle zu, da sprachliche Äußerungen von Lehrer_innen und Schüler_innen Lernprozesse auslösen und sichtbar machen sollen. Der Wissenserwerb ist an die unterrichtliche Kommunikation gekoppelt, da Aufgabenstellungen der Lehrkräfte die Schüler_innen zum Nachdenken anregen sollen und mündliche bzw. schriftliche Antworten liefern dem/der Lehrer_in Auskunft über ihr Wissen. Steiner (2008, S. 49) betont auch die Relevanz von Mimik, Gestik und Körperhaltung, sowie die emotionalen Aspekte, die mit dem kommunikativen Geschehen einhergehen, als eine wichtige Form von Kommunikation im Klassenzimmer. Ein weiterer relevanter Aspekt der unterrichtlichen Kommunikation ist jener, dass Lehrer_innen und Schüler_innen aufgrund der Übernahme von Lehrplänen, konventionellen oder rechtliche Regelungen, in ihrem Handeln nicht komplett frei sind. Dennoch steht hier vor allem den Lehrkräften ein erheblicher Spielraum zu Verfügung, da zwar Lern- und Lehrinhalte vorgegeben sind, jedoch die Gestaltung der konkreten Unterrichtseinheiten der Lehrkraft vorbehalten bleibt.

- **(Fach-)Sprachgebrauch des Lehrenden**

In vorliegender Arbeit rücken die Lehrkräfte und ihr sprachliches Verhalten in den Mittelpunkt und deshalb soll nun auch ihr Anteil an der Unterrichtskommunikation am detailliertesten betrachtet werden. Im Unterricht stehen einer Lehrkraft bis zu 25

Schüler_innen gegenüber und somit werden sprachliche Äußerungen der Lehrkräfte vielfach adressiert und eine Anpassung an die individuellen Verstehensprozesse der Schüler_innen ist im Regelfall nur selten möglich. Hinzu kommt, dass Schüler_innen aufgrund unterschiedlicher Lernkapazität für die Übernahme des neuen Wissens unterschiedlich lange brauchen, woraus sich für die Lehrkraft die Frage ergibt, zu welchem Zeitpunkt sie zum Ende der Wissensvermittlung kommen sollte. Konkret kann das bedeuten, dass eine zu lange Vermittlungsphase schnell lernende Schüler_innen langweilt und eine zu kurze Phase anderen verunmöglicht, dem Unterricht zu folgen. Dieses Dilemma resultiert aus der Massenhaftigkeit schulischer Interaktion. Diese Massenhaftigkeit schränkt dazu auch noch die Schüler_innen massiv ein, sich mit eigenen Beiträgen produktiv an der Kommunikation zu beteiligen (vgl. Steiner, 2008, S. 49f.). Unterrichtliche Kommunikation findet laut Steiner (2008, S. 51) wie folgt statt:

„Die unterrichtliche Kommunikation spielt sich nicht eindimensional auf der „Hauptkommunikationsebene“ der turn-Abfolge Lehrer-Schüler-Lehrer an, sondern auf verschiedenen Kommunikationsebenen, die mit unterschiedlichen Offizialitätsgraden korrelieren und auf denen unterschiedliche Sprachverhaltensweisen mit unterschiedlichen Normen anzutreffen sind. Diese Ebenen sind nicht voneinander isoliert, sondern es kann auch zwischen ihnen kommuniziert werden. Schüler und Lehrer verfügen hinsichtlich des Benützens dieser Kommunikationsebenen aufgrund ihrer unterschiedlichen institutionellen Rollen über unterschiedliche Voraussetzungen und (Sprech-)Handlungsmöglichkeiten.“

Aufgrund ihrer Rolle, ihrer Verantwortung und unterschiedlichen Aufgaben befinden sich Lehrer_innen nur in Ausnahmesituationen außerhalb der Hauptkommunikationsebene und nur in Einzelfällen (z.B. private Unterhaltungen mit Schüler_innen während einer schülerzentrierten Unterrichtsphase) kann diese offizielle Ebene verlassen werden.

Die kommunikative Funktion des Unterrichts hat auch immer die systematische Wissensvermittlung zum Ziel. Das bedeutet, dass jedes Unterrichtsgespräch in methodisch geplanter Form geschieht und im Dienst eines oder mehrerer Lernziele steht und deshalb ist ein wesentlicher Teil der Lehrerausbildung der Frage gewidmet, wie bestimmte Inhalte am sinnvollsten vermittelt werden können. Aufgrund organisatorischer Rahmenbedingungen werden grundlegende Vermittlungsmethoden bereits getroffen, die Einfluss auf das Lehrer-Schüler Verhältnis sowie mögliche Vermittlungsverfahren haben (vgl. Steiner, 2008, S. 52f.). Diese institutionellen Vorgaben, wie alters- und angebliche Leistungshomogenität sowie meist

Geschlechtsheterogenität bewirken im Unterricht ein Interaktionsproblem. Hier lassen sich die sogenannten Maximenkonflikte nennen, die Ehlich & Rehbein (1977) im Rahmen einer Analyse zu Wissen, kommunikativem Handeln und Schule herausgearbeitet haben. Die Lehrkraft möchte demnach den Lernstoff so vermitteln, dass die Schüler_innen selbstständig die Lösung finden, gleichzeitig muss er/sie jedoch den Unterrichtsplan in vorgegebener Zeit erfüllen. Dadurch verengt sich der Handlungsspielraum enorm und es kommt zu einer Verarmung der Handlungsziele und die bloße Herbeiführung der verbalen Äußerung (richtigen Lösung/Antwort von Seiten der Schüler_innen) rückt in den Mittelpunkt des Geschehens (vgl. S. 72f.). Barwell et al. (2005) teilen dem kommunikativen Handeln der Lehrer_innen folgende Aufgabe zu:

„[...] Teachers to be supported in developing more explicit awareness of the variety of forms that mathematical communication may take, as well as a need for resources to support them in working with learners to develop a fuller understanding of the nature and role of mathematical language.(S. 145).“

Lehrkräfte sollen demnach vor allem eine unterstützende und erklärende Wirkung bei der Vermittlung von sprachlichen Varietäten und Phänomenen haben. Um dies umsetzen zu können, wird die Sprache der Medien benötigt, da sie ein umfassenderes Verständnis der Rolle und der Natur der mathematischen Fachsprache aus Sicht der Schüler_innen bewirken soll. Folgende Auflistung soll ohne Anspruch auf Vollständigkeit eine Übersicht darüber geben, auf welche Gegenstände bzw. Inhalte sich die sachbezogenen Sprechanteile der Lehrer_innen am häufigsten beziehen. In Maier & Schweiger (1999) findet man eine ähnliche Übersicht:

Sachbezogene Sprechanteile der Lehrer_innen:

- Erklärung von Begriffen, Sätzen, Definitionen oder Beweisen
- Erläuterung eines Symbols oder einer bestimmten Sprechweise
- Gibt Definitionen zu einem Terminus bzw. beweist einen Lehrsatz
- Beschreibung und Erläuterung eines Verfahren oder eines Lösungswegs
- Formuliert mathematische Aufgaben oder Probleme
- Gibt Ergebnisse bekannt
- gibt Instruktionen, Impulse und fördert das Unterrichtsgespräch
- stellt Fragen
- bestätigt, kommentiert bzw. korrigiert Schüleräußerungen

- gibt Anleitungen und Anweisungen
- fasst Gesprächsergebnisse zusammen
- beantwortet Fragen der Schüler_innen
- unterstützt die eigenen Erläuterungen, Definitionen etc. mit schriftlichen Notizen an der Tafel, am Whiteboard, am Computer etc.
- übergibt den Schüler_innen Aufgaben oder Problemstellungen in geschriebener Form (Arbeits-, Instruktions- oder Aufgabenblätter für Gruppen-Paar- oder Alleinarbeit im Unterricht oder für Zuhause) (vgl. S. 108).

Anhand dieser Auflistung lassen sich jedoch keine rein fachsprachlichen Merkmale feststellen, da je nach Träger der fachsprachliche Anteil stark variieren kann. Es handelt sich also viel mehr um eine Alltags- bzw. Bildungssprache, die mit fachsprachlichen Merkmalen der Mathematik angereichert ist. In der Regel ist jedoch der fachsprachliche Anteil bei Lehrer- und auch Mediensprache höher, als bei der Schülersprache. In Bezug auf das semiotische Dreieck in Abb. 1 wird klar, dass ein angemessener Gebrauch von Fachsprache durch den Lehrenden bedeutet, dass er mögliche Ausbildungen eines mathematischen Begriffes kennen, sowie verschiedene Zeichen aktiv beherrschen muss und zwischen ihnen wechseln können muss.

Eine weitere Funktion des (Fach-)Sprachgebrauchs der Lehrenden ist die Initiation und Steuerung. Das ergibt laut Schmidt-Thieme (2010, S. 299f.) vier Aufgaben für die Lehrer_innen:

- (1) „Lehrer_in als *Akzelerator*: Die Lehrkraft muss Gebrauchssituationen, Lernumgebungen schaffen, in denen die Alltagssprache nicht ausreichend ist. Diese Situationen sollen inhaltlich motivieren, zur Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten provozieren und vor allem auch zur Sprachproduktion anregen. Der/Die Lehrer_in beschleunigt somit die Entwicklung fachsprachlicher Kompetenz.
- (2) Lehrer_in als *Kompatibilator*: Hier leistet die Lehrkraft den Vergleich mit der Standardfachsprache und die Adaption schülereigener Entwürfe an diese Fachsprache. Das bedeutet für die Lehrkraft, dass Bezeichnungen nicht falsch vergeben werden dürfen. Auch zu enge Bezeichnungen müssen durch die Lehrkraft erweitert und gegebenenfalls müssen Fachtermini als Hilfe angeboten werden. Darüber hinaus ist es auch seine/ihre Aufgabe zu entscheiden, ob Bezeichnungen zur Wissensbildung notwendig sind und ob sprachliche Einheiten für weitere Erkenntnisse reichen oder zur Störung werden könnten.
- (3) Lehrer_in als *Bewusstmacher*: Schüler_innen muss ein bewusster und reflektierten Umgang mit Fachsprache durch Explizieren und Reflexion über Fachsprache, z.B. in der Diskussion der Bedeutung einzelner Wörter oder in der Einführung neuer Symbole oder Abkürzungen, beigebracht werden.
- (4) Lehrer_in als *Vorbild*: Lehrende sollten eine sach- und adressatengerechte Sprache im Unterricht verwenden. Dieser Anspruch kann jedoch nicht allgemein

vorgegeben werden, sondern muss vielmehr von den einzelnen Lehrenden entschieden werden.“

Mathematiklehrer_innen müssen also über ein Professionswissen verfügen, dass neben den fachlichen Grundlagen und seiner fachdidaktischen Aufbereitung auch Kompetenzen in der Fachsprache Mathematik und der Fachsprachenvermittlung umfasst. Die vier genannten Aufgaben beschränken sich jedoch nicht nur auf Lehrende an einer Schule, sondern auch an Hochschulen bzw. Universitäten (vgl. Schmidt-Thieme, 2010, S. 300f.).

- **(Fach-)sprachgebrauch des Lernenden**

Eines der wichtigsten (sprachlichen) Ziele des Mathematikunterrichts ist es, die Schüler_innen dazu zu befähigen, den fachliche Bezeichnungen und Symbolen, die vom Produzenten (Lehrer_innen bzw. Verfasser_innen des Mediums) verwendet werden, die beabsichtigte Bedeutung zuzuordnen. Dies ist deshalb so wichtig, da Zeichen nicht nur Symbolcharakter sondern auch Signalcharakter besitzen. Das bedeutet, dass Symbole nicht nur ein Objekt oder einen Begriff bezeichnen, sondern sie fordern auch zu einer Handlung heraus. So kann der Ausdruck $\frac{d}{dx} \sin(\omega x + \delta)$ als Ableitung der Funktion $\sin(\omega x + \delta)$ verstanden werden oder auch als Aufforderung interpretiert werden, diese Ableitung zu berechnen“ (vgl. Maier & Schweiger, 1999, S. 87). Schüler_innen können bei diesem Beispiel an Differentiationsregeln, trigonometrische Funktionen, aber auch die Bedeutung der Kreisfrequenz denken (S. 87). In Bezug auf die Schülersprache ist es aber ebenso wichtig, dass Schüler_innen lernen, „in ihren eigenen fachlichen Sprachprodukten (verbaler oder schriftlicher Art) fachliche Bezeichnungen und Symbole sinngerecht zu verwenden, um fachliche Inhalte in angemessener Weise sprachlich“ darstellen zu können (S. 87). Die Bereitschaft der Schüler_innen „fachliche Termini und Symbole in angemessener Weise“ in die eigene Sprachproduktion mit einzubeziehen, wurde bereits in Studien zur textlichen Eigenproduktion von Schüler_innen untersucht (S. 87). Diese ergaben zumeist einen „kleinen Anteil an mathematischem Vokabular und Symbolgebrauch“ (S. 88).

3.5 Fachsprache in den österreichischen Lehrplänen

Die Aneignung und der Einsatz mathematischer Fachsprache im österreichischen Schulwesen wird auch in den aktuellen Lehrplänen festgehalten. Somit ist jede

Lehrkraft dazu verpflichtet, den Schüler_innen eine angemessene fachsprachliche Kompetenz zu vermitteln. Sowohl im Allgemeinen, als auch im fachspezifischen Lehrplan für Mathematik der AHS Unter- und Oberstufe finden sich Forderungen zu Sprache und Fachsprache wieder. Folgender Wortlaut bezieht sich im allgemeinen Lehrplan (BMBF, 2000a) unter „Bildungsbereich Sprache und Kommunikation“ auf die Fachsprache:

„Ausdrucks-, Denk-, Kommunikations- und Handlungsfähigkeit sind in hohem Maße von der Sprachkompetenz abhängig. In jedem Unterrichtsgegenstand sind die Schülerinnen und Schüler mit und über Sprache – zB auch in Form von Bildsprache – zu befähigen, ihre kognitiven, emotionalen, soziale und kreativen Kapazitäten zu nutzen und zu erweitern“(S. 3).

Bereits im allgemeinen Teil des Lehrplans, der sowohl für AHS Unter- als auch für Oberstufe gültig ist, wird ein differenzierter Umgang mit Sprache gefordert und zwar in „jedem Unterrichtsgegenstand“ (BMBF, 2000a, S. 3). Dies bestätigt einmal mehr, dass Sprache nicht nur als Lernmedium, sondern viel mehr auch als Lerngegenstand fungiert. Konkreter wird es dann in den fachspezifischen Lehrplänen. Der Lehrplan für Mathematik der Unterstufe verlangt bereits ab der 1.Klasse unter den „Didaktischen Grundsätzen“ die Aneignung gewisser fachsprachlicher Kompetenzen durch das Lesen mathematischer Texte (BMBF, 2000b, S. 3). Die Schüler_innen sollen fähig sein, mathematische Inhalte durch „Üben von Beschreibungen, Erklärungen und Kurzaufsätzen oder [dem] Erstellen von Zusammenfassungen“, unterschiedlich darzustellen (S. 3). Darüber hinaus soll „mit wachsender Geläufigkeit im Umgang mit mathematischer Sprache und Symbolik [...] diese Verwendung auch zur Klärung von logischen Zusammenhängen dienen“ (S. 3). Fachsprache soll im Rahmen dieses Lehrplans auch einen Beitrag zum Bildungsbereich „Sprache und Kommunikation“ leisten, da hier Kompetenzen wie „Vermitteln und Verwenden einer Fachsprache mit spezifischen grammatikalischen Strukturen“, sowie eine „Präzision der Sprachverwendung; Gebrauch und Bedeutung von Definitionen, [...] Auflösen von Formen in sprachliche Formulierungen vermittelt werden sollen“ (S. 2).

Im Lehrplan der Oberstufe findet sich zwar das Wort Fachsprache nicht wieder, es werden dennoch sehr viele Kompetenzen und Leistungen gefordert, die die Aneignung und einen adäquaten Umgang mit Fachsprache begünstigen bzw. verlangen. Bei dem Punkt „Mathematische Kompetenzen“ findet sich unter „Kompetenzen, die sich auf mathematische Fertigkeiten und Fähigkeiten beziehen [...]“ das „interpretierende Arbeiten“(BMBF, 2004, S. 1). Darunter meint man unter anderem „Übersetzungen von Situationen, Zustände und Prozesse aus der

Alltagssprache in die Sprache der Mathematik und zurück“ (S. 1). Im Weiteren finden sich noch Forderungen an die fachsprachliche Kompetenz der Schüler_innen unter den Punkten „Aspekte der Mathematik“, sowie „Beiträge zu den Bildungsbereichen“ (S. 1). Beim sprachlichen Aspekt der Mathematik wird davon ausgegangen, dass die Mathematik ein „elaboriertes Begriffsnetz, ein ständiges Bemühen um exakten Ausdruck“ darstellt, „in dem die Fähigkeit zum Argumentieren, Kritisieren und Urteilen entwickelt sowie die sprachliche Ausdrucksfähigkeit gefördert werden“ soll (S. 1).

Die Sprache der Mathematik leistet durch Symbole und ihre Darstellungen einen ergänzenden und erweiternden Beitrag zur Umgangssprache. Darüber hinaus werden Aussagen präzisiert und verdichtet. Hier werden die zuvor getroffenen Aussagen über Fach- Umgangs- und Bildungssprache bekräftigt, da die mathematische (Fach-)Sprache aufgrund ihrer sprachlichen Spezifika als Erweiterung der Umgangssprache angesehen wird.

4 Mathematik und ihre fachsprachlichen Gestalten

In diesem Kapitel sollen ausgehend von den zuvor getroffenen allgemeinen Definitionen und Eigenschaften von Fachsprache die fachsprachlichen Gestalten, Spezifika und Charakteristika der Fachsprache der Mathematik beschrieben werden. Dieses Kapitel beschäftigt sich also unter anderem mit der Frage, wie die im Unterricht verwendete Sprache durch fachsprachliche Mittel angereichert werden kann.

Die Fachsprache der Mathematik kann als Varietät der deutschen Sprache verstanden werden. Ihre Funktion ist es, möglichst wertfreie Erkenntnisse und genaue Darstellungen formulieren zu können, sowie die fehlerfreie Vermittlung mathematischer Kenntnisse. Die mathematische Fachsprache ist nicht über konkrete Sprachformen, z.B. einen bestimmten Anteil an Fachtermini oder Symbolen, definiert, da auch Volksschulkinder sich der mathematischen Fachsprache bedienen, sobald sie über mathematische Inhalte sprechen. Überdies ist die Fachsprache der Mathematik keine künstliche Sprache, da sie nicht „erfunden“ □□ wurde, sondern sie entstand durch Menschen und deren Handeln in einer Gesellschaft. Jede Fachsprache kann also als ein soziohistorisches Produkt aufgefasst werden, das von gesellschaftlichen Bedingungen, sowie von ihrem Wissenschaftsverständnis, abhängig ist (vgl. Schmidt-Thieme, 2010, S. 282).

Das Spannungsfeld zwischen Alltagssprache und der Fachsprache der Mathematik beschäftigt Fachleute schon lange. Da wissenschaftliches Denken auch einer entsprechenden wissenschaftlichen Sprache bedarf, entstand für die Mathematik die mathematische Fachsprache (vgl. Busch, 1933, S. 5). Dabei bedient sich die Mathematik einer modifizierten Form der Umgangs- bzw. Alltagssprache. Sie ist eine relativ karge Fachsprache, wird jedoch ständig mit neuen und oft auch sehr komplexen Begriffen angereichert, deren Bedeutung erst erlernt und verstanden werden muss (vgl. Deiser, 2010, S. 19).

Allgemein lässt sich bereits feststellen, dass sich mathematische Texte vor allem „durch hohe Informationsdichte und geringe[n] Redundanz“ auszeichnen (Maier & Schweiger, 1999, S. 66). Der Fach- und allgemeinsprachliche Wortschatz kann stark variieren und alltagssprachliche Bedeutungen eines Wortes können sich von der fachmathematischen Verwendung stark unterscheiden (z.B. „Durchschnitt“, „schneiden“). Aber auch das Gegenteil kann der Fall sein: die Bedeutungen der Wörter „Kreis“ oder „Quadrat“ im fachmathematischen Sinne unterscheiden sich kaum von der allgemeinsprachlichen Bedeutung. Darüber hinaus entlehnt die Fachsprache teilweise auch Wörter aus der Umgangssprache, wenngleich die Bedeutung eine vollkommen andere ist (z.B. „Ringe“, „Körper“). Wörter wie „Vektor“ oder „Ringoid“ stellen Beispiele von Wörtern dar, die ausschließlich in der Fachsprache eingesetzt werden und in der Alltagssprache nicht verwendet werden. Neben dem eigenen fachsprachlichen Wortschatz weist die Mathematik auch noch stereotype Wendungen auf, deren Bedeutung innerhalb der mathematischen Fachsprache klar definiert ist (z.B. „Sei...“ für Formulierungen einer Aussage, der Gültigkeit im Weiteren als Voraussetzung gilt). Darüber hinaus kommen Komposita aus Zahlen oder Symbolen und Wörtern („n-Tupel“, „ π -Funktion“) häufig zum Einsatz. Mathematische Texte weisen auch sehr viele „Elemente mathematischen Kalküls“, wie Gleichungen, fachliche Symbole oder auch „Variablen in Form von Buchstaben oder Zahlen“ auf (vgl. Jörissen, 2013, S. 85).

Im Folgenden soll genauer auf die einzelnen fachsprachlichen Spezifika und Charakteristika der Mathematik eingegangen werden.

4.1 Die fachlichen Sprachmittel der Mathematik

Welche sprachlichen Mittel verwendet nun die Fachsprache der Mathematik und inwiefern wird die Umgangssprache in der Mathematik fachsprachlich modifiziert?

Anhand konkreter Beispiele sollen nun die verwendeten Sprachmittel in der Fachsprache der Mathematik erklärt und dargestellt werden. Die fachlichen Sprachmittel umfassen vor allem die Verwendung mathematischer Termini, Symbole und Algorithmen, sowie Konventionen der Satzbildung. Diese Elemente fördern den fachlichen Charakter der mathematischen Sprache und zielen auf eine Präzisierung, Vereinfachung und „Entstörung“ der Kommunikation ab. Zusätzlich werden notwendige Voraussetzungen oder mögliche Lernhindernisse durch den übermäßigen bzw. den zu geringen Gebrauch von Fachsprache beschrieben.

a) Mathematische Termini

Ein Element, das den fachsprachlichen Charakter der Unterrichtssprache im Fach Mathematik verstärken kann, ist die Verwendung mathematischer Termini. Im Allgemeinen werden Termini als Fachausdrücke einer Einzelwissenschaft bezeichnet, wobei sie in einer theoriegeleitenden Terminologie exakt definiert sind. Ein Terminus muss innerhalb dieser Terminologie auf andere Termini beziehbar sein. (vgl. Glück, 2010, S. 704)

Mathematische Termini umfassen unter anderem Wörter, die in der Umgangssprache nur wenig bis kaum vorhanden sind, z.B. „Term“, „Minuend“, „Quotient“, „Exponent“, „Vektor“, „Diskriminante“, „Polygon“, „Kathete“, „kommutativ“ usw. Vieler der verwendeten Fachtermini treten aber sehr wohl auch in der Umgangssprache auf und werden auch häufig verwendet. Einerseits können das Wörter sein, die als mathematische Fachtermini Eingang in die Umgangssprache gefunden haben und andererseits entlehnt auch die mathematische Fachsprache Wörter aus der Umgangssprache. Wichtig ist jedoch, dass beide Transfers auch immer mit einer mehr oder weniger starken Bedeutungsveränderung des Wortes einhergehen. Die fachliche Bedeutung kann zum Beispiel enger sein als die umgangssprachliche, wie es bei den Termini „Tangente“, „Umfang“ oder auch „parallel“ der Fall ist. Das Gegenteil, nämlich eine weitere Bedeutung des fachlichen Termini im Gegensatz zur umgangssprachlichen Bedeutung kann bei den Begriffen

„Kegel“, „Fläche“, „Winkel“ oder auch „Viereck“ beobachtet werden. Auch die Systematik kann in der fachsprachlichen Verwendung eine andere sein. Es fehlt in der Mathematik z.B. das Gegenstück zu „Höhe“, oder auch das Oppositionswort von „gewöhnliche Brüche“ ist nicht „ungewöhnliche Brüche“, sondern „Dezimalbrüche“. Zuletzt kann die mathematische Bedeutung der Termini auch vollkommen von der Umgangssprache abweichen. Beispiele wie „Ringe“, „Ableitung“, „Integration“, „Gruppe“ oder etwa „Funktion“ zeigen diese starke Abweichung von Fach – und Umgangssprache sehr deutlich. (vgl. Maier, 2004, S. 154)

Mathematische Fachtermini haben das Ziel, die Kommunikation zu vereinfachen und zu „entstören“. So bezeichnet man eine Linie, die keine Krümmung aufweist und die man sich in beide Richtungen unbegrenzt fortgesetzt zu denken hat, kurzum als „Gerade“. Auch die Anweisung zum Bilden der Ableitung zu einer Funktion $f(x)$ an der Stelle a müsste ohne das Wort „Ableitung“ umschrieben werden und die Anweisung würde nicht so kurz und prägnant ausfallen. Doch neben der Vereinfachung der Sprache dienen mathematischen Termini auch dazu, begriffliche Vorstellungen zu verbessern und eindeutig zu fixieren. So scheint es sinnvoll, dass jene Fachwörter, die aus der Umgangssprache entlehnt wurden, von Mehrdeutigkeiten befreit und genau definiert sind. Somit ist Kommunikation über fachliche Zusammenhänge frei von Missverständnissen. Der Anspruch an eine unmissverständliche Kommunikation im fachmathematischen Diskurs macht somit eine Reihe von fachlichen Termini unverzichtbar und nur dadurch lassen sich mathematische Objekte, Beziehungen und Operationen definitionsgenau und präzise bezeichnen und darstellen. Als Lehrperson sollte man sich jedoch über den angemessenen Einsatz von mathematischen Fachtermini Gedanken machen. Ein übermäßiger Einsatz kann die Schüler_innen mit oft unnötigen und nur wenig verwendeten Fachtermini konfrontieren. Neben Fachtermini wird im Mathematikunterricht auch häufig noch ein sog. didaktisches Vokabular eingesetzt. Das sind Wörter wie „Bruchteil“, „Bruchoperator“, „Kehrwert“ usw. Dadurch kann die Fremdheit der Unterrichtssprache für die Schüler_innen vergrößert und ihr Zugang zum Fach womöglich erschwert werden. (vgl. Maier, 2004, S. 155f.)

Maier (2004, S. 156) nennt hier folgendes Beispiel:

Variante 1: „Addiert man zu den Ausdrücken auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung) die gleiche Zahl, so werden dadurch die Lösungen der Gleichung (Ungleichung) nicht verändert“

Variante 2: „Addiert man zum Linksterm und zum Rechtsterm einer Gleichung (Ungleichung) die gleiche Zahl, so erhält man eine Gleichung (Ungleichung), die zur ursprünglichen äquivalent ist“

Die Aussage der beiden Varianten bleibt unverändert. Variante 2 stellt jedoch an die Schüler_innen höhere sprachliche und fachliche Anforderungen. Die Schüler_innen müssten bei der zweiten Formulierung nämlich wissen, was Links- und Rechtsterm sowie Äquivalenz von Gleichungen heißt und sollten diese auch noch von der Äquivalenz von Termen unterscheiden können, die beim Lösen komplexer Gleichungen Anwendung findet. Der übermäßige Einsatz von Fachtermini, deren Bedeutung die Schüler_innen neu erlernen bzw. von anderen Termini unterscheiden lernen müssen, kann dazu führen, dass die mathematische Fachsprache als eine Art Fremdsprache wahrgenommen wird. Dies hat zur Folge, dass vielfach die Bedeutung von Fachwörtern nicht oder nur teilweise verstanden wird und dass sie kaum in den aktiven Wortschatz der Schüler_innen aufgenommen werden. Die Problematik entsteht hier oft aufgrund der nicht geschaffenen Interferenzen zwischen umgangssprachlicher und mathematischer Bedeutung. Die fachliche Bedeutung kann somit nicht von der umgangssprachlichen getrennt und situationsadäquat eingesetzt werden.

b) Verwendung mathematischer Symbole

Durch den Einsatz mathematischer Symbole kann ebenfalls der fachsprachliche Charakter verstärkt werden. Bei Symbolen handelt es sich um Abkürzungen für z.B. mathematische Objekt- und Mengenbeziehungen, wie $\sqrt[3]{8^2 - 4}$, $3 \cdot (2,4 + 7,16)$ oder auch π und e für Zahlen. Der Großbuchstabe A ist in der Geometrie beispielsweise Abkürzung für einen geometrischen Punkt und a steht wiederum für die Seite oder Seitenlänge eines Polygons. Auch ein Vektor $\vec{a}$ wird durch ein Symbol abgekürzt und bei einem Winkel bzw. Winkelmaß bedient man sich dem griechischen Alphabet (α, β, γ etc.). Auch für numerische, geometrische oder auch logische Beziehungen und Verknüpfungen bedient sich die mathematische Fachsprache bestimmter Symbole wie $\approx, <, \leq, 10!, (a, b], \perp, \in, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \int x^3 dx$. Variablen in Termen und

Aussageformen wie Gleichungen bzw. Ungleichungen sind besonders typisch für mathematische Texte.(vgl. Maier, 2004, S. 154)

Variablen sind Zeichen ohne selbstständige Bedeutung. Dem gegenüber stehen Konstanten, denen eine eindeutige Bedeutung zugeordnet ist, das heißt sie repräsentieren bestimmte Objekte bzw. „Objektklassen, Eigenschaften, Handlungen oder Beziehungen“ (Maier & Schweiger, 1999, S. 28). Variablen sind vielmehr einem Grund-oder Einsetzbereich „von Objekten zugeordnet, dessen Elemente bei passender Gelegenheit an ihrer Stelle gesetzt werden können“ und werden demnach auch „als Platzhalter für die Elemente einer Menge (bzw. einer Klasse) aufgefasst“(S. 28) . Die Einführung von Variablen stellt in der Mathematikdidaktik ein schwieriges Problem dar, da man sich über die Sinnhaftigkeit einer frühen Verwendung von Variablen nicht einig ist. Variablen werden vorwiegend mit Buchstaben aus dem lateinischen, aber auch griechischen bzw. gotischen Alphabet bezeichnet. Wichtig für mathematische Aussagen bzw. Texte ist die eindeutige und einwertige Verwendung von Symbolen innerhalb eines Sinnabschnittes. Die Verwendung mathematischer Symbole bzw. Konstanten und Variablen beschränkt sich jedoch nicht nur auf einzelne Zeichen, viel mehr werden aus mehreren Zeichen wieder neue Zeichen gebildet. Dies ist z.B. bei tief gestellten Zahlzeichen oder Buchstaben, die „als Indizes zur Unterscheidung verschiedener Objekte bzw. Objektklassen“ verwendet werden (z. B. a_1, x_{33}, y_n) der Fall(S. 29). Weitere Formen der Indizierung können auch folgende Symbole sein: $a', \bar{b}, \tilde{g}, N_0^+$. „Hochgestellte Zahlzeichen oder Buchstaben“ dienen vor allem „zur Abkürzung von Produkten gleicher Faktoren bzw. zur Darstellung von Potenzen“ (S. 29). Unter speziellen flächenhaft aufgebauten Symbolsystemen versteht man in der Mathematik folgendes:

$$\frac{3}{4}, \sqrt[5]{x}, \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2^i}, |d|, \|y\|, \begin{vmatrix} -2 & 1,5 \\ 6,2 & -4 \end{vmatrix}.$$

Um neue Symbole bilden zu können, bedient sich die Mathematik unter anderem folgenden Darstellungsmittel (S. 30):

- „Reihenfolge (17 ist verschieden von 71),
- Position (54 ist verschieden von 5^4)
- relative Größe (Indizes und Hochzahlen werden kleiner geschrieben)
- Orientierung ($\subseteq$ ist verschieden von $\supseteq$)
- Wiederholung ($f'(x)$ steht für die erste Ableitung, $f''(x)$ steht für die erste Ableitung, $f'''(x)$ für die zweite Ableitung einer Funktion).“

„Zahlzeichen, Operationssymbole und Klammern werden als“ Grapheme bezeichnet oder auch oft Terme genannt, die sowohl Konstanten als auch Variablen enthalten

können (S. 30). Die mathematische Logik legt mathematische Terme häufig durch rekursive Definitionen fest, die bestimmten syntaktischen und ästhetischen Regeln Folge leisten müssen. Während die ästhetischen Regeln kaum normativen Charakter haben, verletzt eine Missachtung der syntaktischen Regeln sehr wohl die Norm z.B. $(3x + 4)$ ist unzulässig, nur $(3x + 4)$ ist erlaubt, da eine geöffnete Klammer auch immer eine entsprechende Schließung verlangt (S. 30).

Eine wichtige Klasse von Termen bilden die Polynome. Laut Maier & Schweiger (1999, S. 30) leitet sich das Wort aus dem griechischen ab und bedeutet „Gesetz, Setzweise, Tonart“. Einzelne Terme seien durch Handlungs- bzw. Beziehungssymbolen wie $\simeq, =, <, \notin$ zu Aussagen bzw. – im Fall von Variablentermen – zu Aussageformen verknüpft. Solche Formen haben jedoch dann nicht mehr die Funktion „der Bezeichnung von Objekten oder Objektklassen“, sondern schon die Form von Sätzen (S. 30). Die Reihenfolge in Symbolketten könnte, falls die Schüler_innen nicht ausreichend damit vertraut sind, ein Lernhindernis darstellen, da die Sprechweise der Reihenfolge nicht mit der rechnerischen Abarbeitung oder Eingabe in einen Taschenrechner bzw. Computer übereinstimmt (S. 30). Fehler bzw. Lernhindernisse können sich auch aus der Mehrdeutigkeit der Juxtaposition ergeben (S. 30). Dies wird durch folgenden Vergleich ersichtlich (S. 30):

$$28 - 8 = 20, 2 \frac{1}{7} - \frac{1}{7} = 2, \text{ und } 2x - x = x$$

Falls Schüler_innen hier „*subtrahieren* als *wegnehmen*“ interpretieren, „so wird im ersten Fall eine 8 weggenommen und durch 0 ersetzt“ und im zweiten Fall wird ebenfalls der Bruch $\frac{1}{7}$ entfernt. Im dritten Fall aber wird die 2 eliminiert und die Konvention $1 \cdot x = x$ ist oft nicht hilfreich genug, so dass die Schüler_innen nach dem Muster $r \frac{1}{7} - \frac{1}{7} = 2$ auch $2x - x = 2$ rechnen.

Um mathematische Fachtermini nun erfolgreich und sinnstiftend im Unterricht verwenden zu können, sollten Lehrer_innen in ihrer Unterrichtsplanung die Einführung jedes einzelnen Fachterminus überlegen und nur jene Termini verwenden, die die mathematische Unterrichtssprache wesentlich vereinfachen, die für eine eindeutige Bedeutungszuweisung notwendig sind, die eine hohe Reichweite haben und somit auch in Zukunft regelmäßig im Unterricht verwendet werden und die, die nicht Synonyme für bereits eingeführte Fachtermini sind. Falls ein Terminus

diese Kriterien erfüllt, so kann er bedenkenlos eingesetzt und verwendet werden. Wichtig ist auch, dass solche Termini nicht durch umgangssprachliche Ausdrücke ersetzt werden sollten. Zu jedem eingeführten Fachterminus gehört auch immer der Aufbau einer präzisen Begriffsvorstellung. Falls Bezeichnungen zum Einsatz kommen, die sowohl in der Umgangs- als auch in der Fachsprache verwendet werden, muss die Lehrkraft den Schüler_innen sowohl die umgangssprachliche als auch die fachsprachliche Bedeutung vermitteln. Der Aufbau von genauen und klar abgegrenzten Bedeutungsvorstellungen stellt eine zeitlich und inhaltlich sehr umfangreiche Lernaufgabe dar, die nur für eine begrenzte Zahl von Termini Erfolg versprechend sein kann. Eine Umfangsbeschränkung kann zum Beispiel durch die Vermeidung von Synonymie (Einführung verschiedener Bezeichnungen für die gleiche Bedeutung) oder auch durch die Akzeptanz von Polysemien (Zuordnung verschiedener Bedeutungen zu gleichen Bezeichnungen) stattfinden. (vgl. Maier, 2004, S. 163)

- **Wichtige Konventionen und Grundsätze mathematischer Symbole:**

Eine weitere wichtige Eigenschaft der Mathematik ist die „**Konventionalität sprachlicher Zeichen**“ (Maier & Schweiger, 1999, S. 31).

Darunter versteht man, dass mathematische Symbole beliebig ausgetauscht werden können, sofern die Kodierungsregeln vereinbart sind und eingehalten werden. Folgende Aussage kann deshalb in zwei unterschiedlichen Formen geschrieben werden: $\frac{d \sin x}{dx} = \cos x$ bzw. $\sin' y = \cos y$. Innerhalb der Mathematik gibt es eine große Bereitschaft sich an Konventionen zu halten, vor allem in Bezug auf die Wahl von Symbolen, gewissen Regeln und Grundsätzen. Eine ständige Veränderung von Bezeichnungen würde die Verständigung enorm erschweren und deshalb hat der Wunsch nach einer einheitlichen und treffenden Symbolik sowohl praktische als auch didaktische Gründe. Solche Konventionen werden oft weltweit anerkannt und eingehalten. (vgl. S. 40f.)

Die wichtigsten mathematischen Symbole für den Unterricht sind unter anderem häufig auftretende Zahlenmengen, die Verwendung der Relationszeichen oder auch die Bedeutung der Operationszeichen (<http://www.mathe-online.at/symbole.html>, Zugriff am 2.12.2014).

Unter der **Serialisierung** versteht man im rein linguistischen Sinn die Stellung der Wörter und Wortgruppen innerhalb eines Satzes. Im fachmathematischen Sinn wird die Serialisierung u.a. dann verwendet, wenn mehrere Variablen zum Einsatz

kommen. „Die häufigste Bezeichnung für eine „Unbekannte“ ist x “ und kommen mehrere Variablen vor, so werden nach dem Alphabet meistens y und z gewählt (Maier & Schweiger, 1999, S. 44). Reichen die wiederum nicht aus so wird eine neue Serie mit u, v, w gewählt. Auch Bezeichnungen wie $x_1, x_2, x_3 \dots$ sind möglich und „Serialisierung mit variablen Indizes $a_i, a_{i+1}, a_{i+2}, \dots$ “ bieten überdies zusätzliche Möglichkeiten (S. 44). Eine Serialisierung kann aufgrund bereits belegter Symbole auch gestört werden (z.B. π ist das Symbol für die Kreiszahl und wird in einem Text nicht anderwärtig verwendet werden, obwohl das Zeichen π beispielsweise in der Gruppentheorie als Symbol für eine Permutation üblich ist) (S. 44). Serialisierungen sind auch bei Wortbildungen relevant. Man denke hier nur an die produktive Bezeichnung *Dreieck, Viereck, Fünfeck...* die es erlaubt von einem n -Eck sprechen zu können. „Die Bezeichnungen *Homomorphismus, Isomorphismus* und *Homöomorphismus* haben die weiteren Bezeichnungen den *Epimorphismus, Monomorphismus* und letztlich [auch] das Wort *Morphismus* produziert.“ (vgl. S. 44)

Serialisierungen sind jedoch nicht immer regelmäßig. Besonders am Anfang der Serialisierung kann es zu einer Störung kommen. Bei den Ordnungszahlwörter bzw. Bruchzahlen ist zu Beginn eine Störung zu beobachten:

„*erster* (zu *eins*), *zweiter* (zu *zwei*), *dritter* (zu *drei*), *vierter* (zu *vier*),... Brüche mit dem Nenner *eins* werden als *Eintel* bezeichnet, was wohl von von *n-tel* (*n-ter Teil*) abgeleitet ist. Zum Nenner *zwei* gehört jedoch *halb*. Ab dann erfolgt eine systematische Herleitung aus den Ordnungszahlen nach dem Muster *n-tel, Drittel, Viertel, Fünftel, Sechstel,...*“ (S. 44).

Sinn der Serialisierung soll eine Entlastung des Gedächtnisses sein, da man im Regelfall auf eine Reihenbildung zurückgreift. Die Lesbarkeit eines Textes soll durch semantische Konfigurationen gesteigert werden, da die Interpretation nachfolgender Textteile erleichtert wird (z.B. Handelt es sich im Text um einen Vektorraum V , dann kann man im Verlauf des Textes davon ausgehen, dass W einen weiteren Vektorraum bezeichnet).(vgl. S. 44)

Unter der „**Gleichartigkeit der Konfiguration und alphabetische Korrespondenz**“ versteht man eine stringente „Nummerierung gleichartiger Objekte“ (S. 44). Es wird keine Mischung aus hoch- und tiefgestellten Indizes vorgenommen und Mischungen verschiedener Alphabete oder Typen (z.B. x, Y) werden in der Regel auch vermieden. Diese Prinzipien werden in manchen Teilgebieten, wie der analytischen Zahlentheorie für die Schreibweise komplexer Variablen ($s = \sigma + it$) gebrochen, da

hier das Prinzip der alphabetischen Korrespondenz im Vordergrund steht. In der Geometrie wird die alphabetische Korrespondenz wie folgt angewandt: die Eckpunkte eines Dreiecks werden mit A, B, C bezeichnet, die gegenüberliegenden Seiten mit a, b, c bezeichnet, die gegenüberliegenden Seiten mit α, β, γ und die Winkel mit α, β, γ und die Winkel mit (vgl. S. 44f.).

„Die **Symmetrie** ist eine besondere Form der Korrespondenz“ und „kann eine paarweise Entsprechung sein“, da z.B. das Bild einer komplexen Zahl $z = x + iy$ in der Regel mit $w = u + iv$ bezeichnet wird (S. 45).

Eine einfache Symmetrie tritt bei Klammern auf: $(...)$, $[...]$ und $\{ , \}$. Beim Fehlen einer Klammer meldet sich vorwiegend das Stilgefühl, da das Schließen einer Klammer nicht immer notwendig ist. Die Mischung unterschiedlicher Klammern wird auch als störend empfunden. Innerhalb der Wortbildung lassen sich ebenfalls Symmetrien, vor allem mit Hilfe von Vorsilben (*Sinus – **K**osinus, Tangens – **K**otangens*), feststellen. Durch diese Wortbildung wird auch der mathematische Zusammenhang verstärkt: „ $\cos \alpha = \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ “ und „ $\cot \alpha = \tan(\frac{\pi}{2} - \alpha)$.“ (vgl. S. 46)

Das Prinzip der „**Wohlgeformtheit**“ (S. 46) findet sich, ähnlich wie bei Texten natürlicher Sprache, auch in der Syntax mathematischer Texte wieder. Als Beispiel dienen hier die Verletzungen von Kongruenzregeln, Schließungsregeln und Stellungsregel. Der „unvollständige“ Ausdruck $\int f(x)$ würde aufgrund der Schließungsregel zum „vollständigen“ Ausdruck $\int f(x)dx$ ergänzt werden (S. 46).

Ein weiteres wichtiges Prinzip beim Gebrauch mathematischer Symbole ist die „**Konfiguralität**“, da die Beachtung guter Konfigurationen für das Merken mathematischer Formel, sowie für die Heuristik und das analoge Schließen notwendig ist (vgl. S. 46). Das soll bedeuten, dass man bei einem mathematischen Begriff auch immer eine gewisse „formale Ähnlichkeit in der Schreibweise und die Sinnhaftigkeit gewisser Fragestellungen“ erwartet (S. 46). Ein Beispiel eines Konfiguralitätsprinzips ist die Exponentialschreibweise. Ein neues Objekt $(a^b)^c$ soll eine Regel der Art $(a^b)^c = a^{b \cdot c}$ erfüllen. Führt man z.B. für die Menge aller Abbildungen von B nach A die Bezeichnung A^B ein, so gilt: $(A^B)^C = A^{B \times C}$ (vgl. S. 47).

Die Beschreibung der mathematischen Symbole lässt bereits vermuten, dass die Verwendung einer Reihe fachlicher Symbole in mathematischen Texten sicherlich unvermeidlich ist. Doch lässt sich hier auch eine Umfangbeschränkung durch

gewisse Mittel durchführen, sodass sichergestellt werden kann, dass die meisten Schüler_innen die Bedeutung der tatsächlich verwendeten Symbole auch wirklich verstehen lernen. Um mathematische Texte für Schüler_innen verständlicher zu machen, sollte die Häufung von Symbolen vermieden werden und ein Teil durch verbale Explikation ersetzt werden. Solche Mittel können wie folgt aussehen:

- Die Begriffe Sekante und Tangente lassen sich ohne jeden Symboleinsatz wie folgt definieren: „Eine Gerade heißt bezüglich eines Kreises Sekante, wenn sie diesen in zwei Punkten schneidet; sie heißt Tangente, wenn sie genau einen Punkt mit ihm gemeinsam hat“ (Maier, 2004, S. 163f.).
- Bei geometrischen Beweisen kann man überdies mit einem Minimum an Symbolen auskommen, wenn man zum Beispiel die Längengleichheit gegenüberliegender Seiten in einem Parallelogramm zeigen möchte (vgl. S. 163f.).

Dazu müsste man folgendermaßen vorgehen:

„Das Parallelogramm sei definiert als Viereck mit gegenüberliegend parallelen Seiten. Ich soll zeigen, dass die gegenüber liegenden Seiten auch gleich lang sind. – Ich zeichne als Hilfslinie die Diagonale AC ein; so erhalte ich die Dreiecke ABC und ACD. Wenn sie kongruent wären [...], dann müssten die entsprechenden Seiten gleich lang sein; dann würde tatsächlich gelten, dass die Seiten AB und DC sowie AD und BC des Parallelogramms gleich lang sind. Die Kongruenz der beiden Dreiecke beweise ich mit dem Kongruenzsatz **WSW** so: Die beiden Dreiecken gemeinsame Seite ist die Strecke AC. Die Winkel BAC und ACD sind Wechselwinkel an Parallelen und daher gleich; das Gleiche gilt für die Winkel ACB und CAD. Damit ist die Längengleichheit bewiesen“ (Maier, 2004, S. 164).

c) Mathematische Konventionen der Satzbildung:

Dieses dritte Element, das zur Ausprägung des spezifischen Charakters der mathematischen Fachsprache dient, folgt einer besonderen Grammatik und Logik. Die spezielle und streng regulierende Art der Satzbildung ermöglicht Sachverhalte eindeutig und nachvollziehbar sowie argumentativ schlüssig und überzeugend zu formulieren. Die Vermittlung dieser besonderen Satzbildung spielt auch eine zentrale Rolle im Fach Mathematik, da die Fähigkeit, mathematische Texte zu verstehen und selbst zu produzieren ein wichtiges Lernziel darstellt (vgl. Maier, 2004, S. 160).

Zuerst findet eine Unterscheidung zwischen Definitionen und Aussagen statt. Definition in der Mathematik sind meist sogenannte Realdefinitionen. Dies impliziert, dass jeder zu definierende Begriff einem (bereits als definiert geltenden) Oberbegriff zu- bzw. untergeordnet wird. Dadurch wird sein Inhalt durch notwendige und hinreichende Eigenschaften unmissverständlich eingegrenzt. Eine Definition soll auch nie mehr Eigenschaften als unbedingt notwendig aufnehmen, da dies zu einer Überbestimmtheit führen könnte und sich somit aus einer Definition schnell ein Satz folgern lässt. Im Gegensatz zu Definitionen bestehen Aussagen und Aussageverknüpfungen aus Lehrsätzen oder Begründungen, die auch zu Beweisen verknüpft werden können. Aussagen sind im Sinne einer zweiwertigen Logik immer so zu gestalten, dass sie eine klare Entscheidung über wahr und falsch zulassen. Korrekte Aussageverknüpfungen hingegen sind genau kodifiziert (Negation, Konjunktion, Disjunktion, Implikation usw.). Das bedeutet auch, dass für jede Verknüpfung aussagenlogisch festgelegt ist, bei welcher Kombination von Wahrheitswerten der verknüpften Aussagen die Verknüpfung selbst wahr oder falsch ist. Aussagen werden immer über Objekte getroffen und deren Umfang wird durch die Quantoren genau festgelegt. Dabei wird der Existenzquantor („es gibt ein...“) im Sinne von „es gibt mindestens ein...“ aufgefasst, sodass man immer dann, wenn wirklich nur ein einziges Objekt gemeint ist „ein und nur ein...“ oder auch „genau ein“ verwenden muss. Ein Gegenstück dazu ist der Allquantor („für alle...gilt:...“), da man hier die Menge der Objekte, auf die sich das Wort „alle“ beziehen soll, genau angeben muss. Laut Maier bekommen die mathematischen Konventionen der Satzbildung im Mathematikunterricht zu wenig Aufmerksamkeit, da sie zu bruchstückhaft behandelt werden. Somit befassen sich Schüler_innen mit deren Besonderheiten und folglich mit dem Definieren, Formulieren und Beweisen mathematischer Sätze sowie dem schlüssigen Begründen von Verfahren und Algorithmen nicht ausreichend. Dies kann dazu führen, dass sich Schüler_innen bei der Darstellung mathematischer Sachverhalte durchgängig ihrer Umgangssprache bedienen, die jedoch das Verständnis und die präzise Produktion fachlicher Texte stark einschränkt (vgl. Maier, 2004, S. 160ff.)

Einige Beispiele sollen diese Problematik illustrieren (Maier, 2004, S. 153f.):

- In der Umgangssprache werden der unbestimmte Artikel und das Zahlwort „ein“ oft ohne großen Unterschied verwendet. In der Fachsprache der

Mathematik muss der oben beschriebene Existenzquantor gemäß mathematischer Satzbildung präzisiert („genau ein“, „ein und nur ein“) werden. Dadurch kann das Verständnis des Satzes „Auf einer Geraden gibt es zwei (verschiedene) Punkte...“ den Schüler_innen bereits Schwierigkeiten bereiten, da sie ihn im Sinne von „genau zwei Punkte“ deuten könnten, was jedoch falsch wäre.

- Die in der mathematischen Fachsprache verwendeten Junktoren finden auch in der Umgangssprache ihren Einsatz, auch wenn die Bedeutung oft eine ganz andere ist. So kann die wichtige additive Konjunktion „und“ in der Umgangs- nur dann die gleich Bedeutung als in der mathematischen Fachsprache haben, wenn vollständig Sätze verbunden werden. „Oder“ als disjunktive Verbindung wird in der Umgangssprache fast ausschließlich im Sinne einer Alternative verwendet und verstanden, wohingegen diese Konjunktion gemäß der mathematischen Logik „auch“ einschließen kann. Suchen Schüler_innen Zahlen die durch „4 oder 5“ teilbar sind, dann werden einige die Vielfachen von 20 nicht in die gesuchte Zahlenmenge aufnehmen oder nicht nachvollziehen können, warum sie dazu gehören sollten, da sie nicht „entweder durch 4 oder durch 5“, sondern durch „4 und 5“ teilbar sind.
- Ein weiteres Beispiel stellt die Verwechslung und Identifizierung von Äquivalenz und Implikation dar. Die Fügung „wenn- dann“ kann in der Umgangssprache für beide stehen. So schließt für viele der bewiesene Satz „Im rechtwinkligen Dreieck gilt der Lehrsatz des Pythagoras“ den Umkehrsatz „Gilt der Lehrsatz des Pythagoras, so ist das Dreieck rechtwinklig“ mit ein und erscheint somit als nicht mehr beweisbedürftig. Unterscheidende und wichtige Wendungen der mathematischen Satzbildung wie „genau dann, wenn...“ oder „dann und nur dann, wenn...“ können somit ihre Notwendigkeit verlieren und wirken unnötig kompliziert.

Um solchen Problemen seitens der Schüler_innen erfolgreich entgegen wirken zu können, sollten sie im Mathematikunterricht befähigt werden, Quantoren und Junktoren im Sinne der Aussagenlogik sachgerecht zu begreifen und einsetzen zu können. Andernfalls würde Meier wiederum von einer fachsprachlichen Hypotrophie sprechen. Um einer Hypotrophie im Unterricht entgegenwirken zu können, schlägt Maier folgendes unterrichtsmethodisches Instrument vor: regelmäßiges und

kontrolliertes Schreiben mathematischer Texte durch die Schüler_innen. Kontrolliert bedeutet hier vor allem, dass diese Texte nicht nur produziert, sondern auch besprochen, diskutiert und gegebenenfalls revidiert oder auch neu ausformuliert werden. Solche Texte können Beschreibungen von mathematischen Objekten (Zahlen, Termen, Gleichungen, usw.), für mathematische Beziehungen (Lagebeziehungen zwischen geometrischen Punkten und Figuren, Zahlbeziehungen, usw.) oder auch eine Beschreibung und Begründung von Rechenwegen, Rechenverfahren und Algorithmen (Gleichungslösen, Umwandeln von Brüchen in Dezimalbrüche und umgekehrt, Grundaufgaben der Prozentrechnung, usw.) sein. Auch Begründungen von arithmetischen, algebraischen und geometrischen Sätzen können durchaus sinnvolle Themengebiete darstellen. Textliche Eigenproduktionen sollen folglich unbedingt dazu genutzt werden, das Verständnis der Schüler_innen für die fachsprachlichen Konventionen der Satzbildung sowie deren Verwendung gezielt zu entwickeln und zu pflegen (vgl. Maier, 2004, S. 161f.).

4.2 Syntax und Semantik der mathematische Fachsprache

Unter der Syntax versteht man im sprachwissenschaftlichen Sinn „diejenigen Teildisziplinen der Sprachwissenschaft, die sich mit dem Aufbau und den grammatikalischen Eigenschaften von Sätzen auseinandersetzen“. Auf der Basis eines rein formalisierten mathematischen Systems ist jedoch von einer formalen Syntax die Rede. Das Besondere hierbei ist, dass es in einer formalen Syntax möglich ist, mit der syntaktischen Beschreibung keine Bedeutungszuschreibung zu verbinden (vgl. Glück, 2010, S. 695).

Die Semantik befasst sich hingegen damit, die Bedeutung von Zeichen und vor allem speziell von sprachlichen Zeichen zu erforschen (vgl. Glück, 2010, S. 601).

- **Syntax**

Der elementarste Gegenstand der Syntax ist der Satz. Ein einfacher Satz besteht in der Regel mindestens aus den zwei Bausteinen Subjekt und Prädikat. Im Deutschen steht das Subjekt meist im Nominativ, kann jedoch auch im Dativ oder Akkusativ vorkommen. Prädikate sind Verben oder auch Konstruktionen mit Hilfsverben (vgl. Maier & Schweiger, 1999, S. 48).

Im mathematischen Sinne können Verben mit Funktionen in mehreren Variablen verglichen werden. Verben haben unterschiedliche Leerstellen, die als Valenz oder Wertigkeit bezeichnet werden.

„Intransitive Verben haben nur eine Leerstelle, die für das Subjekt offen ist: *Die Folge konvergiert gegen 2*. Transitive Verben hingegen verfügen über 2 Leerstellen für Subjekt und Objekt: *Die Gerade schneidet den Kreis*.[...] *Jedem x -Wert entspricht genau einem y -Wert*“(S. 48).

Eine besondere Syntax in der mathematischen Fachsprache hat die Wendung *es gibt*. Hier nimmt das Wort *es* die Rolle des Subjekts ein und das logische Subjekt steht hingegen im Akkusativ: *Es gibt einen kommutativen Ring*. Wird anstelle von *geben* das Verb *existieren* verwendet, so steht das logische Subjekt hingegen im Nominativ: *Es existiert ein kommutativer Ring*. Hauptwörter weisen ebenfalls eine Valenz auf, falls sie eine Ergänzung (z.B. Verwandtschaftsbeziehung) verlangen. So verlangt der Satz „*Die Gerade g ist eine Senkrechte*“ die Ergänzung auf die Frage *eine Senkrechte wozu?*, da ansonsten dieser Satz fachmathematisch als unvollständig und merkwürdig empfunden werden würde. So wird der Satz „*Die Gerade g ist eine Senkrechte zur Gerade h* “ als vollständig empfunden (vgl. S. 48).

Bei zweistelligen Relationen wie $R(x, y)$ oder xRy gibt es nach der mathematischen Auffassung rein syntaktisch keinen Unterschied, d.h. x und y sind gleichberechtigt. Dies bedeutet jedoch nicht, „dass die Relation symmetrisch ist“. Im Deutschen jedoch wird nur eine der beiden Variablen in die Subjektposition gesetzt und es kommt somit zu einem Ungleichgewicht (vgl. S. 48).

Die mathematische Fachsprache bedient sich in vielerlei Hinsicht auch der Hilfsverben *sein* und *werden*. Das Hilfsverb *sein* wird neben der Bildung der zusammengesetzten Vergangenheit vor allem als Bindeglied zwischen Subjekt und Prädikat verwendet: *Ein Parallelogramm ist ein Viereck. Ein Dreieck ist durch drei Punkte definiert, die nicht auf einer gemeinsamen Geraden liegen*. Das Verb *werden* wird zur Umschreibung der Zukunft und zur Bildung des Passivs eingesetzt: „*Ein Viereck mit gleich langen Seiten wird Rhombus oder Raute genannt*.“ Hier handelt es sich um ein Vorgangspassiv, dass in diesem „Fall etwa die Möglichkeit einer Konstruktion [...] stärker zum Ausdruck [bringt]“ (vgl. S. 49f.).

Eine weitere Besonderheit der fachsprachlichen Syntax der Mathematik im Deutschen ist die häufige Verwendung von Nominalisierungen, wobei es zur Veränderung von Kasuszuweisungen kommt: „*Die Messung der Länge...*“, „*Die Reihenfolge der Verknüpfungen zweier Spiegelungen...*“. Auch das Passiv kommt in

der mathematischen Fachsprache häufiger zum Einsatz als in der Umgangssprache. Das Agens ist wie bei den Nominalisierungen unwichtig: „*Ein Viereck mit gleich langen Seiten wird Rhombus genannt*“. Unpersönliche Wendungen wie *man setzt...*, *man bezeichnet* treten ebenfalls relativ häufig auf, wobei dies auch oft mit „wir“ umschrieben wird: *wir definieren*. Dadurch soll vor allem die aktive Teilnahme an der Mathematik suggeriert werden. Ein weiterer Unterschied zwischen Alltagssprache und der mathematischen Syntax ist die „Verwendung von Klammern zur Gliederung von Aussagen“. In der Alltagssprache müssen Klammern durch Hilfsmittel wie Intonation, Pausen oder grammatische Hilfsmittel vermittelt werden. In der Arithmetik und Algebra werden Klammern zum Beispiel für „die eindeutige Abarbeitung von Rechenoperationen“ verwendet (vgl. S. 50f.).

- **Semantik**

Durch den Bedeutungsgehalt der mathematischen Fachsprache hat sich die Mathematik zu einem wirksamen und vielseitigen Kommunikationsmittel entwickelt. Dies liegt vor allem daran, dass in der Mathematik Aussagen über die Natur formuliert werden können und mathematische Formeln vielseitig anwendbar sind. So besagt die Grundbedeutung der Formel $z = xy$, dass die Größe z „linear von den beiden Größen x und y und ab[hängt].“ Diese Grundbedeutung kann aber je nach Teildisziplin mit unterschiedlichen Symbolen besetzt werden. So wird sie in der Bewegungslehre mit $s = vt$ besetzt. Diese Grundbedeutung kann aber je nach Teildisziplin mit unterschiedlichen Symbolen besetzt werden. So wird sie in der Bewegungslehre mit $s = ct$ und in der Wärmelehre $T = pV$. Die Mathematik stellt somit verschiedene Prototypen mit einem eindeutigen Bedeutungsgehalt zur Verfügung, die durch geeignete Symbole substituieren werden. Auch Skalen stellen in der Mathematik Prototypen dar: „die geordnete Folge der ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ - diskret und linear oder auch den Einheitskreis [...] - stetig und zyklisch.“ Die Zahlengerade $\mathbb{R}$ dient zum Beispiel als Modell für die Zeit, wobei für Mathematiker und Physiker die Zeit von $-\infty$ nach $+\infty$ reicht wohingegen sie uns in der Alltagssprache anders entgegen kommt: *der morgige Tag, die nächste Woche, das kommende Monat....* (vgl. Maier & Schweiger, 1999, S. 54f.)

Eine weitere wesentliche semantische Funktion der mathematischen Fachsprache ist, dass Begriffe durch mathematische Verfahren definiert werden. Kommt der definierte Begriff in der Alltagssprache nicht vor (Definition einer Gruppe durch die Axiome der Gruppentheorie) treten auch kaum Probleme auf. Das Wort Gruppe wird zwar auch in der Alltagssprache verwendet, jedoch ist die Bedeutung eine vollkommen andere. Handelt es sich jedoch um Begriffe wie *Geschwindigkeit*, die bereits im Alltag oder in der Physik vorkommen, bedarf es für den mathematischen Begriff eine Präzisierung und eine Definition. Hier besteht die Möglichkeit, die Momentangeschwindigkeit durch den Differentialquotienten festzulegen. Prinzipiell bauen Begriffe oft auf anderen auf, aber es ist dennoch auch in der Mathematik notwendig, mit einigen undefinierten Grundbegriffen zu beginnen. Dies sind Begriffe, die nicht auf andere Begriffe verweisen können, sondern deren Bedeutung entsteht viel mehr durch Erfahrung (z.B. Menge) (vgl. S. 55).

4.3 Ziele, Aufgaben und mögliche Förderungen der fachsprachlichen Kompetenz im Mathematikunterricht

Im Folgenden werden mögliche Förderansätze der Fachsprache für die Schüler_innen und Lehrer_innen vorgestellt. Dies beinhaltet sowohl Förderansätze des Sprachverstehens als auch jene der Sprachproduktion. Nachdem in den vergangenen Kapitel die Beziehungen von Sprache und Mathematik, deren Besonderheiten und auch deren Wichtigkeit behandelt worden sind erscheint es sinnvoll Ziele und Aufgaben der Sprachförderung kurz zu beleuchten.

Ein allgemeines und zentrales Ziel jeder unterrichtlichen Kommunikation stellt das Verstehen von sprachlichen und auch schriftlichen Äußerungen der Lehrer_innen und Schüler_innen dar. Darüber hinaus sollten Schüler_innen fähig sein eigene sprachliche und schriftliche Äußerungen zu produzieren. Auch das Übersetzen von gesprochener Sprache in geschriebener stellt ein wichtiges Ziel der Sprachförderung im Mathematikunterricht dar. Neben diesen allgemeinen Zielen gibt es auch noch fachorientierte Ziele bzw. Aufgaben zu fördern (Maier & Schweiger, 1999, S. 165f.). Die Ziele der fachspezifischen Sprachkompetenz umfassen laut Meier und Schweiger (1999, S. 170-173) unter anderem folgenden Punkte:

- „Die Schüler[innen] sollen die fachlichen Bedeutungen von Bezeichnungen mathematischer Objekte und Relationen sowie von Symbolen für mathematische Konstanten kennen und diese sinnvoll verwenden können. [...]

- Die Schüler_innen sollen die Bedeutung von Variablen verstehen und diese im mathematischen Sinn gebrauchen können. [...]
- Die Schüler_innen sollen Definitionen mathematischer Begriffe interpretieren und unter angemessener Verwendung fachsprachlicher Mitteln selbst formulieren können. [...]
- Die Schüler_innen sollen Lösungsprozesse für mathematische Aufgaben, insbesondere auch von Argumentations- und Beweisaufgaben unter Verwendung fachsprachlicher Mittel korrekt formulieren können. [...]
- Die Schüler_innen sollen logische Aussageverknüpfungen korrekt erfassen und Elementaraussagen logisch korrekt verknüpfen können. [...]
- Die Schüler_innen sollen quantifizierte Aussagen korrekt auffassen und selbst bilden können. [...]
- Die Schüler_innen sollen wichtige Konventionen des mathematischen Sprachgebrauchs kennen und als solche auffassen bzw. verwenden. [...]
- Die Schüler_innen sollen mit speziellen Grundsätze des mathematischen Sprachgebrauchs vertraut sein. [...]
- Die Schüler_innen sollen bei der Formulierung fachlicher Texte nach Vollständigkeit streben. [...]
- Die Schüler_innen sollen die Prägnanz in mathematischen Texten paraphrasierend auflösen können und in ihren eigenen Sprachprodukten Prägnanz anstreben. [...]

Um die fachsprachliche Kompetenz der Schüler_innen fördern zu können ist es wichtig, dass diese Förderansätze in einem angemessenen Ausmaß stattfinden, da es sonst schnell zu einer Hypertrophie der Fachsprache kommen kann. Durch didaktische Modifikationen wie der „Beschränkung im Umfang (quantitative Restriktion)“, der „Beschränkung im kognitiven Anspruch (qualitative Restriktion)“ oder auch der „Beschränkung im Lerntempo (temporäre Restriktion)“ (S. 169).

Nach der Beschreibung der Ziele bzw. Aufgaben der allgemeinen und fachlichen Sprachkompetenz sollen nachfolgend mögliche Mittel zur Förderung beschrieben werden. Damit die Schüler_innen eine reichhaltige und facettenreiche Sprachkompetenz erwerben können, ist es notwendig „ihnen die für die Kommunikation notwendigen Sprachmittel auf Wort-, Satz- und Textebene fokussiert anzubieten“ (Prediger & Meyer, 2012, S. 7). Die Vermittlung isolierter Fachwörter gilt jedoch nicht als Sprachförderung, da zum Beispiel die Identifikation richtiger Schlüsselwörter und die passende Grundrechenart dazu auswendig zu wissen, sowohl mathematikdidaktisch als auch sprachdidaktisch zu kurz greift (vgl. S. 7).

Um diese Problematik umgehen zu können, ist es wichtig, dass nicht nur die neuen Vokabeln, sondern auch die entsprechende Bedeutung (inhaltliche Vorstellungen) dazu gelernt wird. „Aus sprachdidaktischer Sicht sollten nicht isolierte Wörter, sondern ihre Verankerungen in Sätzen als Wortgruppen betrachtet und in sogenannten Wortspeichern festgehalten werden“. Darin werden zum Beispiel Präpositionen und auseinandergezogenen Verbformen aufgenommen: „die

Strecke...von...bis“, „der rechte Winkel“, „...liegt parallel zu einer Geraden“, etc (S. 8). Nach Prediger & Meyer (2012, S. 8) werden die Lernenden durch „Sammeln, Aushängen und Einüben“ solcher „Redemitteln auf Satzebene“ bestärkt die mathematische Fachsprache zu verwenden.

Die Methode der Wortfelderschließung kann auch in der Mathematik wirkungsvoll sein und sowohl auf einfacher als auch komplexerer Ebene angewendet werden. Abbildung 4 zeigt eine solche Wortfelderschließung zum Thema Nullstellenberechnung. Dazu wurden viele mögliche Aufgaben gesammelt, die zur selben mathematischen Thematik gehören. Mittels einer Wortfelderschließung stellen Schüler_innen aus bereits bearbeiteten Aufgaben verschiedene Möglichkeiten zusammen, vernetzten die unterschiedlichen Darstellungen und machen sich die jeweils zugehörigen Fragestellungen bewusst (vgl. S. 9).

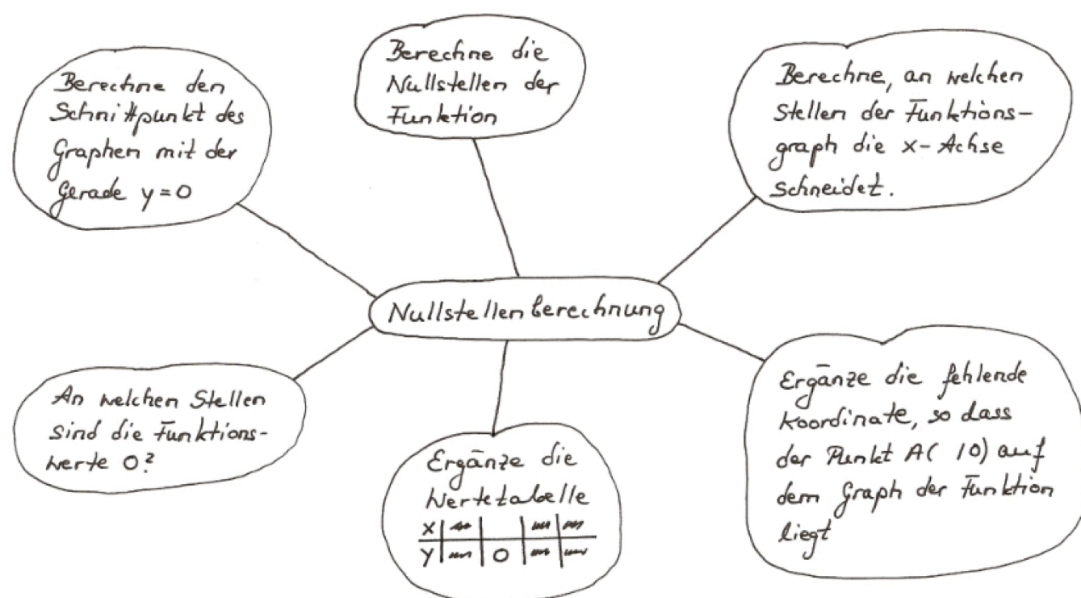


Abb.4 „Wortfelderschließung am Beispiel der Nullstellenberechnung“ (Prediger & Meyer, S. 9).

Weitere Methoden finden sich auch in Leisen (2010, S. C8f.) und verfolgen eine ganzheitliche Sprachförderung, wobei viele Methoden der sprachdidaktisch etablierten Idee des *Scaffolding* fokussieren.

Dies meint, dass zur Weiterentwicklung des (fach-)sprachlichen Repertoires die Schüler_innen zuerst ein „Gerüst“ an Begriffen angeboten wird, das als Liste in der Klasse dauerhaft oder vorübergehend ausgehängt wird. Diese sprachlichen Mittel

werden dann gezielt eingesetzt und eingeübt, um die zunehmend selbstständige Verwendung der Schüler_innen zu erreichen. Anschließend kann das „Gerüst“ wieder abgebaut werden (2010, S. C8f.).

In Abbildung 5 werden weitere mögliche Methoden zur Sprachförderung nach Leisen (2010, S. C8f.) mit Erweiterungen von Prediger und Meyer vorgestellt:

„Methoden zur ganzheitlichen Förderung durch reichhaltige Kommunikation:

Ich-Du-Wir	dreiphasige Annäherung an ein Thema mit größer werdender Gruppe zum Austausch divergierender Ideen und Lösungswege
Strategiekonferenzen	gegenseitiges Erläutern und Beraten von Lösungswegen und Ideen nach individuellen Arbeitsphasen
Kugellager	variantenreiche Methode zum Referieren und Zuhören, indem sich die Lernenden in zwei Kreisen gegenüber setzen und Partnerwechsel durch Rotation der Kreise erfolgt
Kartenabfrage	Brainstorming-Verfahren mit anschließender Strukturierung und Diskussion der Ideen oder Fragen
Expertenpuzzle	Weitergabe der in einer Expertenrunde erworbenen Kenntnisse

Methoden zur Förderung auf Wort- und Satzebene

Wortliste	Liste wichtiger Wörter und Fachbegriffe
Satzgeländer	Gerüst aus vorgegebene Wörtern oder Satzmustern (z.B.: Sprechblasen)
Lückentext/Lückenbild	Text mit sprachdidaktisch sinnvoll eingebauten Lücken muss ergänzt werden
Wortfeld	Gerüst aus ungeordneten Fachbegriffen und Satzbruchstücken(z.B.:Lernplakat)
Fragemuster	Sammlung standardisierter Fachfragen unterschiedlicher Schwierigkeit
Partnerkärtchen	Sammlung von Kärtchen mit paarweise angeordneten Fragen und Antworten zu einem bestimmten mathematischen Thema
Mind-Map	von einem zentralen Begriff ausgehend werden mittels Aststruktur weitere Begriffe, Stichwörter und Bilder desselben Themas gesammelt
Fehlersuche	bewusst eingebaute Fehler in Bilder oder Texteherausfinden

Methoden zur Förderung auf Text- und Diskursebene

Textpuzzle	Ungeordnete Sätze, Satzteile oder Wörter sinnvoll und in passender Reihenfolge zusammensetzen
Thesentopf	Pro-Kontra-Thesen werden als Ausgangspunkt zur Führung einer Fachdiskussion gesammelt

Abb.5: weitere Methoden zur fachsprachlichen Förderung im Mathematikunterricht (vgl. Prediger & Meyer, 2012, S. 10 und Leisen J. , 2010, S. C8f.).

Neben den in Abbildung 5 vorgestellten und methodisch planbaren Förderansätzen nennen Prediger und Meyer (2012, S. 11) auch noch die fokussierte Förderung durch Anknüpfung an bereits erworbenes Wissen, dem „*Micro-Scaffolding*“. Dies meint eine fördernde Gesprächsführung für die Sprachentwicklung, wenn der/die Lehrer_in die Ausdrucksweise der Lernenden aufnimmt, dies würdigt und „das vermutliche Gemeinte vor dem explizit Gesagten priorisiert und ein zum Lernstand passendes“, aber fachsprachlich adäquateres Angebot macht (2012, S. 11).

Neben den genannten Methoden auf Wort- und Satzebene gibt es auch gewisse Werkzeuge um eine Sprachförderung auf Text- und Diskursebene zu fokussieren. Hier ist es vor allem wichtig Bezüge zwischen und in Sätzen zu erarbeiten, das bedeutet, das „auch das Verständnis von Zusammenhängen zwischen verschiedenen Elementen eines Satzes“ gefördert werden muss (2012, S. 11). Ein Hilfsmittel dafür kann das Schreiben von Begründungen darstellen, oder ganz allgemein das gezielte Angebot zum Verfassen spezifischer Textsorten darstellen. Dadurch können folgende Fragestellungen bearbeitet und Zusammenhänge bzw. Antworten konkret realisiert werden (Meyer, 2007):

- „Was soll begründet werden und was ist Ziel dieser Begründung?
- Womit kann ich es begründen?
- Welche Sätze bzw. Definitionen kommen zum Einsatz?
- Habe ich die verwendeten Sätze bzw. Definitionen richtig eingesetzt?
- usw.

Es können den Schüler_innen zur fokussierten Sprachförderung auch gezielt vorformulierte Satzteile zur Verfügung gestellt werden:

- „Wenn...,dann...“
- „Das gilt, weil...“
- „Entsprechen muss...folgen.“
- usw.“

Diese und weitere strukturfördernde Sprachmittel bieten den Schüler_innen den notwendigen Rahmen, um sich fachsprachlich weiterentwickeln zu können und erfüllen darüber hinaus auch „eine metakognitive Funktion, indem sie die

Bestandteile einer Begründung markieren und somit auch eine Reflexion der Vollständigkeit der expliziten Begründung ermöglichen“ (Meyer & Prediger, 2012, S. 12).

Die soeben beschriebenen Förderansätze zeigen nur einen Bruchteil der möglichen Methodenwerkzeuge für eine fokussierte Sprachförderung. Es ist jedoch wichtig, dass jede Sprachförderung die fach- und bildungssprachlichen Anforderungen als Lerngegenstand erfüllt, alle Register- und Darstellungsformen als Lernmedium abdeckt und gezielt einsetzt und somit sprachliche und fachliche Lernhindernisse überwinden beziehungsweise verhindern kann (vgl. Meyer & Prediger, 2012, S. 12).

II. Empirischer Teil

5 Methodische Grundlagen

5.1 Konversationsanalyse

Vorliegende Arbeit orientiert sich an den methodischen Prinzipien der Konversationsanalyse. Diese Prinzipien orientieren sich zu allererst an dem Datentyp und an deren Umgang damit. In Bezug auf den Datentyp ist es wichtig, dass ausnahmslos natürliche Interaktionssituationen aufgezeichnet werden. Zu Beginn wurden vorwiegend Audioaufnahmen verwendet, die einen „registrierende[n] Zugriff auf soziale Realität“ ermöglichen, da die Aufzeichnungen immer wieder abgespielt werden können (Ayaß, 2008, S. 346).

Aufgrund des Aspektes der multimodalen Kommunikation wird in vorliegende Arbeit jedoch die Videoaufnahme der reinen Tonaufnahme vorgezogen. Nachdem der Datenkorpus erhoben wurde, werden die aufgenommenen Unterrichtseinheiten transkribiert, wobei neben den detailgenauen Notationen zu verbalen Äußerungen, Versprecher, dialektale Färbungen etc. auch Notationen zu den prosodischen Phänomenen, der nonverbalen Kommunikation, dem Blickverhalten und andere Elemente berücksichtigt werden.

5.2 Transkriptionssystem

Zweck der Transkription ist es „Ereignisse, die im akustischen (und ggfs. auch visuellen) Medium stattgefunden haben, in einem anderen (graphischen) Medium zu repräsentieren“ (Deppermann, 2008, S. 39). Bei diesem Übergang stößt man

aufgrund der großen Unterschiede zwischen geschriebener und gesprochener Sprache auf Schwierigkeiten. Für die Analyse von Gesprächen sind aber gerade besondere mündliche Spezifika wie Verzögerungen, Schweigephasen, dialektale Färbungen etc. wichtig und aussagekräftig. Deshalb obliegt nachfolgende Analyse auch der Prämisse „order at all points“. Das bedeutet, dass jedes Detail „als sinnvoll motiviert zu behandeln und aufzuweisen und kein Element von vornherein als zufällig oder unwichtig auszuschließen“ ist (S. 40).

Da in vorliegender Arbeit die Analyse der Fachsprache im Mathematikunterricht unter Berücksichtigung der multimodalen Kommunikation im Blickfeld steht, fällt das verwendete Transkriptionssystem umfangreicher aus als bei der traditionellen Konversationsanalyse. Hier orientiert sich vorliegende Arbeit vor allem an den Transkriptionsmethoden von Jörissen (2013), der die multimodale Kommunikation im Hochschulunterricht untersuchte. Die Transkriptionen vorliegender Arbeit beruhen auf den Konventionen des gesprächsanalytischen Transkriptionssystems GAT2 (Selting et al., 2009). Das Basistranskript nach GAT2 wird die Interaktion wiedergeben und an jenen Stellen wo Tonhöhe, Lautstärke und Sprechgeschwindigkeit wichtig sind werden diese nach den Regeln des GAT2-Feintranskript notiert(vgl. Selting et al., 2009, S. 369-382). Da es sowohl in GAT1 als auch in GAT2 noch keine „'gewachsenen' Konventionalisierungen“ (Selting et al., 2009, S. 355) für die „Darstellung und Analyse visueller Aspekte der Interaktion“ (S. 355) gibt, orientiert sich nachfolgendes Transkript an den Transkriptionsprämissen von Jörissen (2013, S. 158f.). Um die paraverbalen Anteile der Kommunikation aufzeichnen zu können werden deshalb im Transkript Sonderzeilen verwendet(vgl. Selting et al, 1998, S. 106). In diesen Sonderzeilen werden Gesten, Mimik und Notationen an der Tafel in Stichworten beschrieben. Diese Stelle wird durch senkrechte (|) Striche gekennzeichnet (vgl. Jörissen, 2013, S. 153). Ein zweiter senkrechter Strich zeigt das Ende der beschriebenen Handlung. „Die Verwendung solcher Sonderzeilen eignet sich insgesamt sehr gut, um die Gleichzeitigkeit von vokalen und nichtvokalen Phänomenen festzuhalten [...]“ (S. 153). Hier ein Beispiel:

```
05      L1      |wie nennt man denn den einen strich S!O!' (.)|
           |L1 streckt linken Arm und zeigt mit rechter Hand am linken
           Arm entlang|
```

In diesem Beispiel streckt die Lehrkraft den linken Arm aus und zeigt mit der rechten Hand am linken Arm entlang. Mit dem Ende der obigen Aussage endet auch die nonverbale Handlung. Um eine bessere Leserlichkeit zu erreichen sind die nonverbalen Handlungen in grau geschrieben. Darüber hinaus werden im Transkript teilweise die Schüleraussagen bzw. Schülerfragen durch (AntwortS) oder (FrageS) markiert, um etwaigen unzusammenhängenden Aussagen der/s Lehrer_in entgegenwirken zu können.

Aus Gründen der besseren Leserlichkeit werden im Fließtext nur die für die Analyse relevanten Passagen zitiert. Die vollständigen Transkriptionen der Unterrichtsausschnitte sind im Anhang (Kapitel 9) zu finden.

5.3 Analyseverfahren und Umsetzung

Das Analyseverfahren und dessen Umsetzung lassen sich in mehrere Schritte gliedern:

- Der erste Analyseschritt findet schon während der eigentlichen Datenerhebung statt, da währenddessen Notizen zu objektiven Werten (Klassenzimmer, Klassengröße, etc.) gemacht werden. Darüber hinaus werden während der Aufnahme bereits erste Eindrücke und Beobachtungen in einem Beobachtungsprotokoll festgehalten. Das bedeutet, dass im Rahmen der Aufnahmen nicht nur die technischen Aspekte (Position der Kamera, Nebengeräusche etc.) und der Kontext der Einheiten (Unterrichtsstunde vor oder nach einer Schularbeit oder einem Test etc.) im Mittelpunkt stehen, sondern es sollen auch Feldgegebenheiten erfasst und Felderfahrungen gemacht werden (Jörissen, 2013, S. 157).
- Nach Abschluss der Datenerhebung wurden zehn Unterrichtseinheiten zu je 50 Minuten gefilmt. Nachdem diese Einheiten einige Male gesichtet wurden, werden die relevanten Sequenzen für vorliegende Arbeit einer weiteren Analyse unterzogen. Dazu werden auffallende kommunikative Phänomene unter Berücksichtigung der mathematischen Fachsprache nach dem GAT 2 Transkriptionssystem transkribiert.
- Im nächsten Schritt steht schließlich die Beantwortung der konkreten Fragestellung im Mittelpunkt. Dieser Schritt erfordert noch eine intensivere Sichtung des Datenmaterials. Die relevanten Passagen werden durch Zitate

aus den Transkripten, sowie ausgewählten Standbildern aus den gefilmten Einheiten belegt.

In den nachfolgenden Kapiteln werden zunächst alle acht Einheiten separat voneinander analysiert. Um mögliche Regelmäßigkeiten oder auch Unterschiede beim Einsatz der mathematischen Fachsprache festmachen zu können, folgt im Anschluss an diese detaillierten Analysen eine Zusammenfassung bzw. auch mögliche Schlussfolgerungen aller analysierten Sequenzen. Somit wird versucht herauszufinden, ob es unabhängig von Schulstufe, Lehrkraft und weiteren objektiven Werten eine gewisse Ordnung gibt, wie und wann Fachsprache innerhalb einer Unterrichtseinheit eingesetzt wird.

6 Analyse

Vorliegende Arbeit beschäftigt sich unter dem Aspekt der multimodalen Kommunikation, den methodischen Grundlagen der Konversationsanalyse sowie des GAT2 Transkriptionssystems mit den fachsprachlichen Charakteristika im Mathematikunterricht. Die dazu notwendigen theoretischen Überlegungen können in Teil 1 der Arbeit sowie in Kapitel 5 nachgelesen werden.

6.1 Allgemeingültige Analyseprämissen

Für die nachfolgenden Analysen wurden ausschließlich die für die Beantwortung der vorliegenden Forschungsfrage relevanten Passagen transkribiert. Darüber hinaus findet man vor den jeweiligen Transkripten (siehe Anhang) einen Transkriptionskopf, dem Informationen zur Situation, Charakterisierung des Sprechenden etc. entnommen werden können. Da sich vorliegende Arbeit rein auf eine sprachliche Analyse der Lehrkraft beschränkt, werden die Äußerungen der Schüler_innen nicht transkribiert. Dies kann zu einem fehlenden Zusammenhang des Transkript führen und deshalb werden fehlende Zusammenhänge im darauffolgenden Fließtext genauer erklärt, damit Interaktionen zwischen Lehrer_innen und Schüler_innen besser nachvollziehbar werden.

6.2 Gewähltes Korpus

Das gewählte Korpus für die vorliegende Arbeit umfasst 8 gefilmte Unterrichtseinheiten von vier unterschiedlichen Lehrpersonen zu je 30 bis 40

Minuten. Diese wurden im Abstand von einem Monat an einem Bundesrealgymnasium in Österreich durchgeführt. Die gefilmten Unterrichtsstunden fanden in unterschiedlichen Schulstufen statt.

6.3 Lehrkraft 1 - Erster Unterrichtsausschnitt – 2.Klasse (SEK I)

Im Folgenden analysiere ich den Einsatz von Fachsprache im Mathematikunterricht bei Lehrkraft 1 (L1). Die erste Einheit fand in einer 2. Klasse der Sekundarstufe I zum Thema Koordinatensystem statt.

6.3.1 Objektive Werte

In der gefilmten Unterrichtseinheit von L1 sind 26 Schüler_innen anwesend. Der Klassenraum ist sehr großzügig bemessen und sowohl alle Schüler_innen als auch die Lehrkraft haben genügend Platz zur Verfügung. Bei L1 handelt es sich um eine sehr erfahrene Lehrkraft, die die gesamte Unterrichtseinheit hindurch sehr entspannt, ruhig und kompetent wirkt. Der Klassenraum verfügt über zwei Tafeln, einen Beamer, einen Overheadprojektor und eine weiße Wand für Projektionen. Darüber hinaus gibt es in der Klasse einen sogenannten Schwanenhals, der die direkte Projektion von Texten, Schulbüchern oder Ähnlichem auf die Leinwand ermöglicht. Die Klasse ist auch mit einem großen Geodreieck und einem Zirkel ausgestattet. L2 arbeitet die gesamte Einheit hindurch mit dem Schulbuch „Mathematix 2“ (Boxhofer, Lischka, Panhuber-Mayr, & Huber, 2006) und verwendet als weiteres Medium die Tafel und das Geodreieck.

6.3.2 Thema der Einheit & mathematische Grundlagen

Das Thema der gefilmten Einheit ist das Koordinatensystem. Eine Definition zum Koordinatensystem und die damit verbundenen Besonderheiten der mathematischen Fachsprache finden sich zum Beispiel auf www.matheonline.at:

„Koordinatensystem

Wird von Koordinaten oder von einem Koordinatensystem ohne weitere Angabe gesprochen, so sind damit meistens kartesische Koordinaten gemeint. Ganz allgemein aber ist ein Koordinatensystem ein Hilfsmittel, um die Position - den Ort, die Lage - von Punkten (z.B. in der Zeichenebene oder im dreidimensionalen Raum) in Zahlen (genauer: in Zahlenpaaren, Zahlentripeln usw.) auszudrücken.

Geradlinige Koordinaten benützen Koordinaten-Achsen, um diese Orientierung zu bewerkstelligen. Stehen die Achsen aufeinander normal, so handelt es sich um kartesische (rechtwinkelige) Koordinaten, ansonsten werden sie schiefwinkelig genannt. [...]“

(<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/k.html#krummKoord>, 2014)
(Zugriff am 28.1.2015)

Obenstehende Definition liefert schon sehr viele Merkmale der mathematischen Fachsprache, jedoch sind nicht alle Fachbegriffe für eine zweite Schulstufe passend beziehungsweise auch notwendig. Zu allererst sollen die Schüler_innen mit dem Begriff des Koordinatensystems vertraut gemacht werden. Dazu ist es notwendig, dass die Schüler_innen zu den Termini Koordinate(n) und Koordinatensystem eine präzise Begriffsvorstellung aufbauen. Teil der Begriffsvorstellung sind wiederum weitere Fachbegriffe wie x- und y-Achse, Eckpunkte und der rechte Winkel. Hier ist es wichtig, dass die Lehrkraft den bereits vorhandenen Fachwortschatz der Schüler_innen aktiviert um Verknüpfungen zu den neuen Begriffen aufzubauen. Sind Schüler_innen nämlich nicht mit diesen neuen Fachbegriffen und deren Eigenschaften vertraut, kann es zu erheblichen Lernhindernissen kommen. Darüber hinaus werden die Schüler_innen mit der besonderen Schreibweise eines Zahlenpaars, die den fachsprachlichen Charakter der Mathematik für die Schüler_innen verstärkt, konfrontiert. Dazu ist es notwendig, dass sie die Symmetrie von Klammern beherrschen und auch interpretieren können.

Das Koordinatensystem wird am Anfang der gefilmten Einheit wiederholt und somit sind die Schüler_innen bereits mit einigen fachspezifischen Begriffen vertraut. Zu Beginn werden die Eigenschaften eines Koordinatensystems im Plenum besprochen und anschließend werden drei Aufgaben im Rahmen eines Frage-entwickelnden Unterrichts gemeinsam erarbeitet. Durch die Aufgaben sollen die Schüler_innen lernen, Punkte in ein Koordinatensystem einzuzeichnen bzw. fehlende Punkte eines Rechtecks oder Quadrats mit Hilfe des Koordinatensystems zu bestimmen. Dabei wird der Schwierigkeitsgrad von Aufgabe zu Aufgabe gesteigert. Bei der letzten Aufgabe wird schließlich auch noch die Einheit von 1cm auf 5mm geändert. Die letzten zehn Minuten der Einheit sind für vorliegende Arbeit nicht mehr relevant, da die Schüler_innen eigenständig oder in Partnerarbeit Aufgaben lösen. Der Lehrer steht somit nicht mehr im Mittelpunkt des Geschehens und beantwortet nur mehr etwaige Fragen. Er bewegt sich im Raum und hält sich bis zum Ende der Stunde eher im Hintergrund auf.

6.3.3 Analyse des Unterrichtsausschnittes

Für die Analyse des betreffenden Mathematikunterrichts sind vor allem die ersten Minuten der Einheit relevant. Die restliche aufgenommene Zeit spielt kaum eine Rolle zur Beantwortung der Forschungsfrage und scheint deshalb auch nicht im Transkript auf beziehungsweise wird nicht analysiert.

Die in gefilmter Unterrichtseinheit vorherrschende Unterrichtssprache kann durch eine sehr stark dialektale Umgangssprache (z.B. Zeile 03: |a strich so und a strich auFi (.) ((lacht))) beschrieben werden. Der hohe Dialektisierungsgrad bleibt die gesamte Einheit hindurch sehr konstant und ändert sich nur sobald fachsprachliche Mittel eingesetzt werden. In den ersten Minuten der Einheit kommt es zur Wiederholung des Koordinatensystems und hier ist ein sehr starker Kontrast zwischen Umgangs- und Fachsprache spürbar. Von Beginn an akzentuiert L1 die mathematischen Fachwörter sehr stark (z.B. Zeile 01: K!OO!rdinatensystem aU!S!?, bzw. Zeile 02: K!OO!rdinatensystem Zeich:nen). Diese Betonung wird im Verlauf der Einheit zwar weniger, jedoch lässt sich dies auch durch die Abnahme der fachsprachlichen Elemente erklären. In Bezug auf die Quantität kann man demnach feststellen, dass der bewusste Einsatz von Fachsprache im vorliegenden Kontext zu Beginn sehr hoch ist und dann immer stärker abnimmt.

Die starke Akzentuierung der fachsprachlichen Mittel (z.B. Zeile 01: K!OO!rdinatensystem) ist von Seiten L1 nachvollziehbar, da er die bereits gelernten fachmathematischen Vokabeln und fachsprachlichen Charakteristika den Schüler_innen in Erinnerung rufen will, um sie dann nach weiterem Fachvokabular zum Thema zu fragen. Er versucht dadurch herauszufinden, ob die gelernten Begriffe bereits im aktiven Wortschatz der Schüler_innen verankert und jederzeit abrufbar sind. Andererseits kann dieser starke Kontrast zwischen Umgangs- und Fachsprache den Schüler_innen eine gewisse Distanz zu den fachsprachlichen Strukturen und Vokabeln vermitteln und somit eine gewisse Fremdheit suggerieren. Obwohl die Fachsprache im Verlauf des Unterrichts etwas abnimmt, werden die verwendeten fachsprachlichen Mittel dennoch stärker in die umgangssprachlichen Äußerungen integriert. Das bedeutet, dass sich der starke Kontrast zwischen Umgangs- und Fachsprache verringert und die Schüler_innen dadurch diese Wörter leichter in ihren aktiven Wortschatz aufnehmen können. L1 verzichtet somit zunehmend auf starke Akzentuierungen, die zuvor den Unterschied zwischen Umgangs- und Fachsprache signalisierten.

Nach der Wiederholung werden im Rahmen eines Frage-entwickelnden Unterrichts drei Aufgaben zum Thema gemeinsam bearbeitet. Hier lässt sich in Zeile 13 eine interessante Interaktion beobachten. Eine Schülerin will dabei die notwendige Länge für die x-Achse in der Skizze erfragen und L1 antwortet ihr/ihm, indem er in seiner Antwort den Wortlaut der/s Schüler_in verwendet (Zeile 13: und da uNtere strICH

den würd ich sicher zehn zenitmeter machen'). L1 benutzt in seiner Antwort anstatt der x-Achse das Wort „unterer Strich“ und erinnert die/den Schüler_in somit nicht daran, besser das fachsprachliche Wort zu verwenden. Dieses Verhalten könnte möglicherweise didaktische Hintergründe haben, da ähnliche Situationen im öfters beobachtet werden, greift jedoch aus fachsprachlicher Sicht zu kurz. Im weiteren Verlauf lässt sich feststellen, dass die Wörter „Koordinatensystem“ und „Koordinaten“ (Zeile 12: KOORDinAten) stets sehr stark betont werden und dies ändert sich auch die ganze Einheit hindurch nicht.

Im Zusammenhang mit multimodaler Kommunikation können im Gesprächstranskript auch einige relevante Aspekte ausgemacht werden. L1 setzt vor allem während der Phase der Wiederholung (Zeile 1 bis 12) verstärkt gestische Mittel ein. Dies führt eventuell zu einem leichteren Begriffsverständnis der Schüler_innen, da sie durch diese Mittel angezeigt bekommen, auf was L1 genau hinaus möchte. Somit dient den Schüler_innen die Gestik von L1 als Stütze und Hilfe um auf die richtige Antwort zu kommen bzw. in diesem Zusammenhang das passende Fachwort zu nennen (Zeile 08: |L1 streckt linken Zeigefinger nach rechts und rechten Zeigefinger nach unten, sodass sich ein Koordinatensystem bildet und bewegt beide Finger hin und her|). Diese nonverbalen Handlungen finden meistens zeitgleich mit den sprachlichen Äußerungen statt und haben somit eine verstärkende Wirkung auf die verbalen Äußerungen von L1.



Abb. 6: L1 bildet mittels beider Zeigefinger ein Koordinatensystem

Diese oder ähnliche Situationen finden im Laufe des Unterrichts öfters statt, jedoch werden solche gestischen Handlungen vor allem während der wiederholenden Phase festgestellt. Dies wird vor allem auch ganz zu Beginn der Stunde beobachtet. (Zeile 03: |zeigt mit ausgestrecktem linken Arm seitlich nach links||zeigt rechten ausgestreckten Arm nach oben|):



Abb 7. L1 demonstriert Koordinatensystem mit beiden ausgestreckten Armen

Die in Abbildung 6 und 7 gezeigten gestischen Handlungen unterstützen vor allem die sprachliche Äußerung von L1. Somit bedient er sich mehreren kommunikativen Ebenen, um die Schüler_innen auf das Thema aufmerksam zu machen beziehungsweise etwaige Unklarheiten aufgrund verbaler Äußerungen zu minimieren. Der Einsatz von unterschiedlichen kommunikativen Ebenen spricht somit auch die unterschiedlichen Lerntypen der Schüler_innen an, da mittels gestischer bzw. nonverbaler Interaktionen auch jene Schüler_innen leichter Zugang zum Thema finden, die sich eher als visuellen Lerntyp verstehen.

6.3.4 Zusammenfassung

In der oben beschriebenen und transkribierten Einheit findet vor allem zu Beginn ein verstärkter Einsatz von Fachsprache statt. Diese Fachsprache wird durch starke Akzentuierungen klar von der umgangssprachlich gefärbten Unterrichtssprache getrennt. Die fachsprachlichen Charakteristika werden somit vor allem während der Wiederholung bewusster eingesetzt. Sobald die Aufgaben gemeinsam gelöst werden, wird der fachsprachliche Aspekt in der Lehrer-Schüler Kommunikation deutlich geringer und auch die Lehrkraft selbst verzichtet auf den Einsatz starker Akzente, sondern lässt die wenigen fachsprachlichen Merkmale verstärkt in die dialektale Unterrichtssprache mit einfließen. Dies hat zur Folge, dass die Distanz zwischen Fach- und Umgangssprache verringert wird und erlaubt einen natürlicheren Umgang mit den fachsprachlichen Elementen der Mathematik.

6.4 Lehrkraft 1 - Zweiter Unterrichtsausschnitt – 6.Klasse (SEK II)

Die zweite gefilmte Einheit findet in einer 6. Klasse der Sekundarstufe II statt. Zu Beginn der Stunde wird das Zerfallsgesetz (C-14 Methode) wiederholt und anschließend führt L1 das Thema „exponentiellen Modelle aus Daten erstellen“ ein.

6.4.1 Objektive Werte

Im Rahmen der vorliegenden Unterrichtseinheit wurde eine Mathematikstunde einer 6.Klasse mit 24 Schüler_innen gefilmt. Der Klassenraum ist nicht sehr groß, aber dennoch für die Klassengröße ausreichend. Die Lehrkraft hatte im gesamten Klassenraum genügend Platz um sich frei zu bewegen und L1 wirkt sehr ruhig, kompetent und erfahren. Der Klassenraum an sich verfügt über zwei Tafeln, einen Beamer und eine weiße Leinwand für Projektionen. Die gesamte Einheit hindurch wird mit dem Schulbuch „Mathematik verstehen 6“ (Malle, Koth, Woschitz, Malle, Salzger, & Ulovec, Mathematik verstehen 6, 2010) und abwechselnd mit der Tafel sowie mit GeoGebra (Dynamische Geometriesoftware) gearbeitet.

6.4.2 Thema der Einheit & mathematische Grundlagen

Zu Beginn der Einheit wird das Zerfallsgesetz anhand einer Aufgabe im Zuge eines Frage entwickelnden Unterrichts wiederholt. Anschließend führt L1 das neue Thema „exponentielle Modelle aus Daten erstellen“ ein, wobei die Schüler_innen bereits über die notwendigen mathematischen Grundlagen verfügen, um zu diesem Thema eine Aufgabe lösen zu können. Es ist für L1 also nicht notwendig ein komplett neues Thema einzuführen, da die benötigten Funktionen, Formeln und Befehle für GeoGebra bereits bekannt sind. Eine kurze Beschreibung zur exponentiellen Abnahme bzw. Wachstum wurde wieder aus mathe-online entnommen:

„Exponentielle Abnahme

auch exponentieller Zerfall genannt, ist ein exponentieller Prozess, der durch eine streng monoton fallende Exponentialfunktion beschrieben wird. Der reinste in der Natur vorkommende Prozess exponentieller Abnahme ist der radioaktive Zerfall (siehe auch Radiokarbonmethode).

Beispiel: Nimmt eine exponentiell fallende Größe f während jeder Stunde um 5 Prozent ab, und hat sie zu Beginn den Wert 3, so wird sie durch die Funktion $f(t) = 3 \times 0.95^t$ beschrieben, wobei t die in Stunden gemessene Zeit ist.

Wird zur Beschreibung solcher Prozesse die Basis 2 verwendet, so lässt sich die Halbwertszeit (die Zeit, während der sich f auf die Hälfte absinkt) leicht ablesen: Ist beispielsweise $f(t) = 5 \times 2^{-t/4}$, so beträgt sie 4. Man beachte, dass dieser Prozess auch in der Form $f(t) = 5 \times (1/2)^{t/4}$ angeschrieben werden kann. Um exponentielle Abnahme zu beschreiben, muss entweder die Basis kleiner als 1 sein oder der Exponent ein Minuszeichen enthalten – beide Möglichkeiten sind völlig gleichwertig.

Oft wird auch die natürliche Basis verwendet und $f(t) = f(0) e^{-\lambda t}$ geschrieben, wobei λ als Zerfallskonstante (oder Zerfallsrate) bezeichnet wird. Der allgemeine Zusammenhang zwischen der Halbwertszeit s und der Zerfallskonstante λ ist durch $\lambda = (\ln 2)/s$ gegeben. Siehe auch Umrechnen von Basen für Potenzen und Logarithmen.“ (<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/e.html#expAbnahme>, Zugriff am 3.2.2015)

„Exponentielles Wachstum

ist ein exponentieller Prozess, der durch eine streng monoton wachsende Exponentialfunktion beschrieben wird. Oft wird als Beispiel eines solchen Prozesses das Wachstum einer Bakterienkultur herangezogen.

Beispiel: Nimmt eine exponentiell wachsende Größe f während jeder Stunde um 5 Prozent zu, und hat sie zu Beginn den Wert 3, so wird sie durch die Funktion $f(t) = 3 \times 1.05^t$ beschrieben, wobei t die in Stunden gemessene Zeit ist.

Wird zur Beschreibung solcher Prozesse die Basis 2 verwendet, so lässt sich die Verdoppelungszeit (die Zeit, während der sich f verdoppelt) leicht ablesen: Ist beispielsweise $f(t) = 5 \times 2^{t/4}$, so beträgt sie 4.

Oft wird auch die natürliche Basis verwendet und $f(t) = f(0) e^{\lambda t}$ geschrieben, wobei λ als Wachstumsrate bezeichnet wird.“ (<http://www.mathe-online.at/mathint/log/i.html#Bakterien>, Zugriff am 4.2.2015)

Obige Erklärungen zu exponentieller Abnahme bzw. exponentiellem Wachstum enthalten einige notwendige fachsprachliche Begriffe für den Mathematikunterricht. Natürlich spielt die Exponentialfunktion eine tragende Rolle, wobei hier die Fachwörter Exponent und Funktion aufeinandertreffen. Das Wort Exponent ist in der Umgangssprache kaum vorhanden und kommt somit vor allem im fachsprachlichen Diskurs zur Anwendung. Die Schüler_innen sollen diesen Begriff jedoch bereits aus niedrigeren Schulstufen kennen und damit umgehen können. Deshalb soll es in diesem Fall vor allem zu einer Interferenz zwischen dem bereits gelernten und den zu erwerbenden Wortschatz kommen. Das Wort Funktion hingegen wird ebenso in der Alltags- bzw. Umgangssprache verwendet, nur gibt es eine enorme Abweichung auf der Bedeutungsebene. Deshalb ist es notwendig den Begriff der Funktion und ihre Definition genau zu behandeln sowie den Schüler_innen den Bedeutungsunterschied des Wortes in der Alltags- und Fachsprache bewusst zu machen. Ist dies nicht der Fall, so kann die fachliche Bedeutung nicht von der umgangssprachlichen getrennt und situationsadäquat eingesetzt werden. Darüber hinaus spielt auch der Begriff der Monotonie eine wichtige Rolle. Hier findet ebenfalls eine Bedeutungsverschiebung im fachmathematischen Kontext statt. Um sich mit diesem Thema befassen zu können, müssen die Schüler_innen auch über eine gewisse Kompetenz zu mathematischer Syntax, mathematischen Symbolen und Fachtermini verfügen, da gerade bei Funktionen viele Variablen, Termini und Symbole verwendet werden, um den mathematischen Sachverhalt zu vereinfachen und vor allem auch zu präzisieren. Durch den verstärkten Einsatz von Symbolen und Termini verstärkt sich zusehends der fachsprachliche Charakter des gefilmten Mathematikunterrichts, deshalb ist es notwendig, den Schüler_innen die Besonderheiten und Unterschiede zwischen Fach- und Umgangssprache zugänglich zu machen.

Da im gefilmten Unterrichtsausschnitt die Geometriesoftware GeoGebra verstärkt zum Einsatz kommt, müssen sich die Schüler_innen ebenfalls mit der besonderen Eingabe in die Software befassen und bestimmte Befehle kennen um Aufgaben überhaupt lösen zu können.

6.4.3 Analyse des Unterrichtsausschnittes

Für vorliegende Forschungsfrage sind vor allem der Beginn sowie der Mittelteil der gefilmten Einheit relevant. Die restlichen gefilmten Minuten des Unterrichts sind weniger wichtig für die Beantwortung der Forschungsfrage und werden folglich auch nicht berücksichtigt.

Wie bereits auch schon in der ersten Analyse von L1 zeigt sich, dass die verwendete Unterrichtssprache einen hohen Dialektisierungsgrad aufweist (Zeile 01: *he wir miassn als erstes sozusagen mit dem...*). L1 bleibt dem übermäßigen Einsatz der Umgangssprache gegenüber Fach- bzw. Bildungssprache treu und fachsprachliche Elemente werden vor allem mittels Akzentuierungen in die verwendete Unterrichtssprache aufgenommen (Zeile 02: *so wie kommen wir jetzt nUr mit dem wissen halbwertsZeit ist' 5730 JAHre' wie kuman wir dann auf die fUNKtionsgleichung der*). Die starke Betonung der fachsprachlichen Symbole oder Vokabeln nimmt jedoch im Verlauf der Einheit ab und ein Vergleich zur ersten analysierten Einheit von L1 zeigt, dass in vorliegender Analyse im Allgemeinen weniger Akzente in Hinblick auf die Fachsprache verwendet werden. Das bedeutet, dass die fachsprachlichen Charakteristika stärker in die Unterrichtssprache aufgenommen werden und L1 zumindest auf sprachlicher Ebene den Schüler_innen keinen großen Unterschied bezüglich Fach- und Unterrichtssprache vermittelt. Dies impliziert jedoch nicht automatisch, dass Schüler_innen die verwendeten mathematischen Fachmittel auch bereits in ihren eigenen aktiven Wortschatz aufgenommen haben und von selbst eine Differenzierung zwischen Umgangs- und Fachsprache machen können. Schlussfolgerungen darüber, ob dieser Vorgang bewusst oder unbewusst passiert, können anhand des vorliegenden Transkripts nicht gezogen werden. Dennoch gibt es einige mathematische Termini, die L1 die gesamte Einheit hindurch betont. Das sind vor allem jene Fachwörter, die für das behandelte Thema essenziell sind: Zeile 01: |EXPOnentIALfunktion|, Zeile 02: fUNKtionsgleichung, Zeile 05: TERmdarstellung, Zeile 06: exponentiELLE abnAHme. Neben der Verwendung von Akzentuierungen bedient sich L1 gelegentlich auch noch den Mitteln der Pausen oder Tonhöhenbewegungen um mathematische Symbole,

Vokabeln oder ähnliches zu verbalisieren. Durch kurze Pausen, die oftmals auch den Effekt haben die Aufmerksamkeit der Schüler_innen zu gewinnen, signalisiert L1 den Schüler_innen, dass er etwas für das Thema relevantes erwähnen wird (Zeile 04 (---) jo ein WachstUm (---)). Neben diesen sprachlichen Mitteln, die zum Einsatz der fachsprachlichen Charakteristika verwendet werden, setzt L1 in dieser zweiten Analyse verstärkt auf die multimodale Kommunikation. Einerseits werden fachsprachlichen Charakteristika durch Gestik und Mimik betont, andererseits werden wichtige Gleichungen, Funktionen und Befehle an der Tafel notiert. Auffallend dabei ist besonders die verwendete Gestik, sobald L1 von einer Exponentialfunktion spricht: Zeile 01: |L1 deutet mit linker Hand Kurve einer Exponentialfunktion an|. Diese Gestik kommt im analysierten Unterricht noch häufiger zum Einsatz und hat vor allem eine stützende Wirkung für die Schüler_innen. Durch die gestische Beschreibung der Exponentialfunktion bekommen die Schüler_innen zur verbalen Äußerung eine visuelle Andeutung des Graphen. Diese gestische Handlung kann für manche Schüler_innen sehr hilfreich sein, da sie so auch den Graph einer Exponentialfunktion in Erinnerung gerufen bekommen. Diese Betonung durch verbale Handlungen scheint für L1 sehr wichtig und möglicherweise auch zielführend für das Verständnis der Schüler_innen zu sein, da sich diese Handlung in Zeile 04 wiederholt: |L1 zeichnet Kurve für exponentielle Abnahmemodelle mit Hand nach und anschließend für exponentielle Steigerung|.

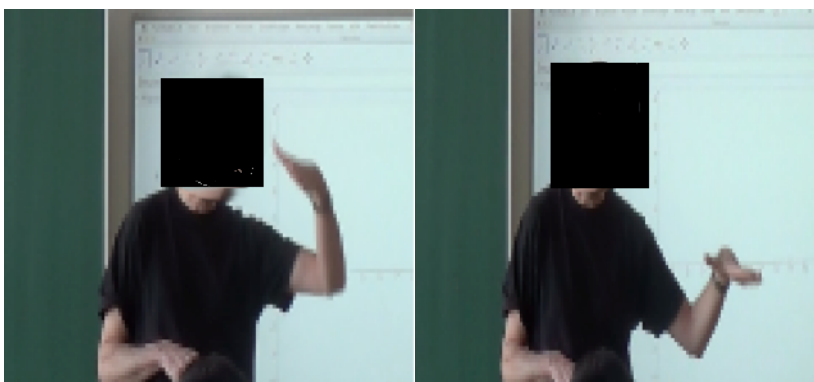


Abb 8. L1 demonstriert Graph einer Exponentialfunktion

L1 setzt somit die gesamte Einheit hindurch gestische Mittel ein um vor allem seine fachsprachlichen Äußerungen zu unterstreichen. Diese Vernetzungen unterschiedlicher Darstellungen ist nicht nur aus fachsprachlicher Sicht

wünschenswert, sondern sie fixieren auch den Aufbau des konzeptuellen Verständnisses.

6.4.4 Zusammenfassung

In der oben beschriebenen und transkribierten Einheit lässt sich kein genauer Zeitpunkt feststellen, in dem mathematische Fachsprache verstärkt eingesetzt wird. Auffallend jedoch ist, dass zu Beginn die fachsprachlichen Elemente öfter verwendet werden als gegen Ende der Einheit. Bezüglich der sprachlichen Besonderheiten der mathematischen Elemente lässt sich abermals eine, wenn auch nicht ganz so ausgeprägte, Akzentuierung feststellen. Der fachsprachliche Aspekt wird also viel mehr in den umgangssprachlichen miteinbezogen und der Unterschied zwischen Fach- und Umgangssprache wird dadurch wesentlich geringer. Dieser geringere Unterschied durch Pausen, Akzentuierungen oder auch Tonhöhen kann sich dadurch erklären, dass es sich hier bereits um eine 6.Klasse (SEK II) handelt, während die erste Analyseeinheit von L1 in einer 2.Klasse (SEK I) stattgefunden hat.

6.5 Lehrkraft 1 - Dritter Unterrichtsausschnitt – 6.Klasse (SEK II)

Im Folgenden wird eine Unterrichtseinheit von L1 in einer weiteren 6.Klasse der Sekundarstufe II analysiert. Die Themen dieser Stunde sind das Wachstumsgesetz und die Verdoppelungs- beziehungsweise Halbwertszeit.

6.5.1 Objektive Werte

Zum Zeitpunkt der Videoaufnahmen in der 6.Klasse sind 23 Schüler_innen anwesend. Der Klassenraum ist sehr groß und die Lehrkraft hat im gesamten Klassenraum genügend Platz um sich frei bewegen zu können. Die gefilmte Lehrkraft wirkt sehr ruhig, kompetent und erfahren. Der Klassenraum an sich verfügt über zwei Tafeln, einen Beamer und eine weiße Leinwand für Projektionen. L1 verwendet im analysierten Unterrichtsausschnitt das Mathematikschulbuch „Mathematik verstehen 6“ (Malle, Koth, Woschitz, Malle, Salzger, & Ulovec, Mathematik verstehen 6, 2010) und es wird die gesamte Einheit hindurch abwechselnd mit der Tafel und mit GeoGebra (Dynamische Geometriesoftware) gearbeitet.

6.5.2 Analyse des Unterrichtsausschnittes

Für vorliegende Forschungsfrage sind vor allem zu Beginn der Einheit einige Ausschnitte relevant und auch in der Mitte der Aufzeichnungen finden sich wichtige

Aspekte wieder. Die restlichen gefilmten Minuten der Einheit sind weniger wichtig für vorliegende Arbeit und werden folglich auch nicht berücksichtigt.

Das Transkript der dritten Unterrichtseinheit umfasst nicht mehr als sechs Zeilen, da L1 die ersten zwanzig Minuten gemeinsam mit den Schüler_innen eine Aufgabe der Hausübung bespricht beziehungsweise kontrolliert. Hier fallen kaum fachliche Begriffe die für vorliegende Fragestellung relevant wären.

Im Anschluss wird das neue Thema über Verdoppelungs- und Halbwertszeit eingeführt. L1 beginnt bei der Einführung jeweils mit einem Beispiel und versucht so den Schüler_innen den neuen Stoff näher zu bringen. Allgemein lässt sich bereits feststellen, dass der Anteil an fachsprachlichen Elementen in der oben transkribierten Unterrichtseinheit relativ gering ist, was auch das kurze Gesprächstranskript erklärt.

Die gesamte Einheit hindurch verwendet L1, wie auch schon im Kapitel 6.2.3 und 6.3.3 erwähnt wurde, die Umgangssprache als Unterrichtssprache (Zeile 01: |oka:y (--) des is mEI' Wochstu:msgesetz;|). Es herrscht somit ein hoher Dialektisierungsgrad, der nur dann der Standardsprache weicht, wenn L1 fachmathematische Begriffe, Symbole oder wichtige Vokabeln verwendet. Vor beziehungsweise nach dem Einsatz der Fachsprache bedient sich L1 vor allem Akzentuierungen (Zeile 04: exponentiELLES zerRFallsgesetz), aber auch längeren Pausen, Tonhöhenveränderungen oder auch Dehnungen (Zeile 05: |wann i so a fu'nktiOn beschreiben will (--)eine EXPOnentielle ABna:HME|). Auffallend dabei ist, dass L1 auch innerhalb eines Satzes die Sprachregister wechselt und teilweise nur die fachmathematischen Spezifika in der Standardsprache ausspricht (Zeile 05:|wann i so a fu'nktiOn beschreibn will...)). Ein weiterer interessanter Aspekt zeigt sich in Zeile 04: |was hast denn des nnU'll in dera funktionsgleichung;|. Diese Frage richtet L1 direkt an die Schüler_innen und wechselt von der Umgangs- nicht auf die Standardsprache, obwohl hier mathematische Symbole und Begriffe verwendet werden. Das kann daran liegen, dass L1 keine Distanz zwischen Schüler_innen, den Symbolen und den Begriffen der Mathematik bringen möchte. In Hinblick auf die multimodale Kommunikation verwendet L1 neben sprachlichen Äußerungen, gestische Handlungen sowie bei der Einführung des Themas Halbwertszeit vor allem auch das Tafelbild (Zeile 06: |was hast denn des nnU'll in dera funktionsgleichung;| was heißt des?(3.0) des is da stARTtwert |unda::? (4.0) is des was abnimmt also derfAKTOR um den es ABNImm;t ja (.) na auf den es abnimmt;||L1 zeigt mit Zeigefinger auf das NO in der zuvor notierten

Funktionsgleichung an der Tafel||L1 zeigt mit Zeigefinger auf das a in der zuvor notierten Funktionsgleichung an der Tafel|)

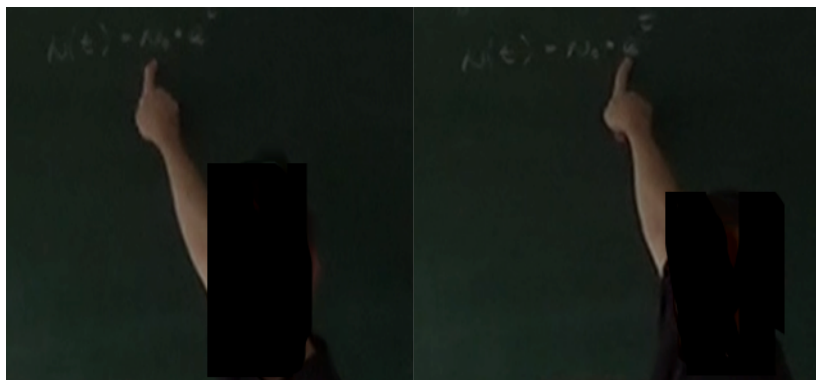


Abb 9: L1 zeigt mit Zeigefinger auf Funktionsgleichung (zuerst auf N_0 und anschließend auf den Faktor a^t)

In Abbildung 9 sind die eingesetzten multimodalen Kommunikationsmittel ersichtlich. Neben den verbalen Äußerungen von Zeile 06 unterstützt L1 diese durch die zuvor notierte Funktionsgleichung an der Tafel. Er nutzt somit das Medium Tafel und gestische Handlungen um seine fachsprachlichen Äußerungen zu unterstreichen beziehungsweise die Aufmerksamkeit der Schüler_innen auf seine Frage zu lenken. Dies hat für die Schüler_innen eine betonende und eine unterstützende Wirkung, da er somit den Schüler_innen eindeutig signalisieren kann, von welchem Begriff er genau spricht.

6.5.3 Zusammenfassung

L1 bedient sich auch in der dritten Analyseeinheit der Umgangssprache als Unterrichtssprache. Fachsprache wird im gesamten Unterrichtsausschnitt verwendet, jedoch beschränken sich diese Elemente vor allem auf die Einführung des neuen Themas. Wiederum werden bei fachsprachlichem Vokabular vermehrt Akzentuierungen, Tonhöhenunterschiede, Pausen sowie Dehnungen eingesetzt und auch die multimodale Kommunikation wird von L1 als Stütze seiner fachsprachlichen Äußerungen verwendet. Darüber hinaus werden innerhalb einer sprachlichen Äußerung die Sprachregister von Umgangs- auf Fachsprache gewechselt und es fand im Gegensatz zu der ersten Analyse (Kapitel 6.2.3) eine weitaus geringere Differenzierung der beiden Register statt.

6.6 Lehrkraft 2 - Erster Unterrichtsausschnitt – 1.Klasse (SEK I)

In Kapitel 6.5 wird der Einsatz von Fachsprache im Mathematikunterricht bei der zweiten Lehrkraft (im Folgenden L2) analysiert. Diese Einheit findet in einer 1.Klasse der Sekundarstufe I zum Thema Bruchzahlen statt.

6.6.1 Objektive Werte

In der gefilmten Einheit sind 21 Schüler_innen anwesend. Der Klassenraum ist sehr groß und sowohl die Lehrkraft als auch die Schüler_innen haben genug Platz zur Verfügung. L2 kann als eine sehr erfahrene und gutmütige Lehrkraft charakterisiert werden und macht die gesamte Einheit hindurch einen sehr ruhigen und kompetenten Eindruck. Sie wirkt sehr bemüht, den behandelten Stoff allen Schüler_innen zugänglich und begrifflich zu machen. Der Klassenraum verfügt neben zwei Tafeln über einen Beamer und eine weiße Projektionswand. Die gesamte Einheit hindurch wird mit der Tafel und dem Mathematikbuch Mathematik 1 (Boxhofer, Lischka, Panhuber-Mayr, Huber, Raus, & Scalet, Mathematik 1, 2006) gearbeitet.

6.6.2 Thema der Einheit & mathematische Grundlagen

Das Thema der Einheit sind Brüche und für die Schüler_innen kann dieses Gebiet noch als relativ neu angesehen werden, auch wenn es in gefilmter Stunde nicht eingeführt worden ist. Das bedeutet, dass die Schüler_innen die meisten wichtigen Begriffe zum Thema bereits gelernt haben.

Eine kurze Beschreibung rund um das Thema Brüche findet man auch auf mathe-online.at:

„Bruch

Ausdruck der Form

auch $\frac{a}{b}$ oder a/b geschrieben, wobei a (der Zähler) und b (der Nenner) Zahlen sind. Ein Bruch bezeichnet einfach eine Division, stellt daher einen Quotienten dar. Der Nenner b muß von 0 verschieden sein (siehe Division durch 0). Zum Rechnen mit Brüchen siehe Bruchrechnen.

Bruchrechnen

hat, wie der Name sagt, das Rechnen mit Brüchen zum Thema. Die Rechenregeln für Brüche leiten sich aus jenen für die Addition, die Multiplikation und den davon abgeleiteten Operationen Subtraktion und Division her.

Zwei wichtige Regeln:

- Kürzen und Erweitern von Brüchen:
- Addition von Brüchen ("auf gemeinsamen Nenner bringen"): Sind die gegebenen Nenner ganze Zahlen, so ist der günstigste gemeinsame Nenner deren kleinstes gemeinsames Vielfache.“ (<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/b.html>, Zugriff am 21.2.2015)

Obige Erklärungen zu Bruch, Bruchgleichungen und Bruchrechnen liefern bereits viele notwendige fachsprachliche Begriffe für den Mathematikunterricht. Zu allererst muss den Schüler_innen der Terminus „Bruch“ beigebracht werden und sie müssen seine Definition kennen. Hier kommen die fachmathematischen Wörter Zähler und Nenner zum Einsatz, die von großer Bedeutung sind. Darüber hinaus spielt das Bruchrechnen eine wesentliche Rolle, wobei in vorliegender Analyse nur die Addition, Subtraktion und Multiplikation von Brüchen behandelt wird. Bezüglich der fachsprachlichen Besonderheiten zum Thema Mathematik wird schnell klar, dass die relevanten Begriffe zum Thema kaum „neue“ Vokabeln für die Schüler_innen beinhalten, da die Wörter sowohl in der Alltagssprache als auch im fachmathematischen Gebrauch zur Anwendung kommen. Gerade deshalb ist es aber umso wichtiger, dass den Schüler_innen diese Bedeutungsunterschiede bewusst gemacht werden, damit sie Interferenzen zwischen umgangssprachlicher und mathematischer Bedeutung schaffen können. Das Wort „Bruch“ weist einen sehr großen Bedeutungsunterschied auf, da es im streng mathematischen Sinn eine vollkommen andere Bedeutung als im alltäglichen Gebrauch hat. Anders verhält es sich bei dem Wort Zähler. Dieses Wort ist eher für den fachmathematischen Bereich relevant und kommt seltener im außermathematischen Kontext zum Einsatz. Eine besondere Rolle nimmt das Wort Nenner ein, da es im alltäglichen Sprachgebrauch kaum zum Einsatz kommt. Das Wort Kürzen spielt für vorliegende Analyse kaum eine Rolle, da das Kürzen von Brüchen laut Lehrplan erst in der zweiten Klasse der Sekundarstufe I vorgesehen ist. Dennoch wird das Thema von L2 kurz erwähnt und erklärt und somit lernen die Schüler_innen das Wort „Kürzen“ auch im fachmathematischen Kontext kennen. Bei diesem Themengebiet ist es in Bezug auf den fachsprachlichen Aspekt wichtig die begrifflichen Verständnisse zu verbessern beziehungsweise zu fixieren.

Zu Beginn der Einheit vergleicht und kontrolliert L2 mit den Schüler_innen die Hausübung im Plenum. Danach werden in Form eines Fragen-entwickelten Unterrichts gemeinsam mit den Schüler_innen Merksätze zur Addition und Subtraktion sowie Spezialfälle formuliert und notiert. Zu diesen Merksätzen und „Spezialfällen“ überlegen sich die Schüler_innen dann jeweils Beispiele, die anschließend notiert und gerechnet werden. Am Ende der Einheit beginnt L2 noch die Multiplikation von rationalen Zahlen einzuführen. Hier werden jedoch nur

Beispiele besprochen, damit die Schüler_innen die Strategie zu diesem Thema selbst herausfinden und anschließend begreifen können.

6.6.3 Analyse des Unterrichtsausschnittes

In dieser Analyse sind vor allem jene Ausschnitte relevant, die im Anschluss an den Vergleich der Hausübung folgen. Die restlichen gefilmten Minuten der Einheit sind weniger wichtig für vorliegende Arbeit und werden folglich auch nicht berücksichtigt. Dem Transkript der gefilmten Unterrichtseinheit kann entnommen werden, wie auch schon den Transkripten davor (Kapitel 6.3 & 6.4), dass die gesamte Einheit hindurch in der Umgangssprache unterrichtet wird. L2 spricht stets eher leise und langsam und wirkt sehr ruhig. Sie setzt immer wieder wichtige fachmathematische Begriffe ein und bedient sich darüber hinaus auch oft der Frage-entwickelnden Unterrichtsmethode, um die Schüler_innen selbst dazu zu bringen konkrete mathematische Fachbegriffe aktiv zu verwenden. Dies lässt sich zum Beispiel in Zeile 04 oder auch in Zeile 13 feststellen: in was host dasS denN verwandelt WiE nennt' ma denn dEs; (-) in was du des hast; (---) was des wEr'; da muss i irgendwa:s TEI:len da muss i doch eher TEI:len und was' is TEI:len für a rE'chnung; TEI:len (--) (AntwortS) ja is dividIERen ja se:hr' gU't. Durch diese gezielten Fragen schafft es L2, dass Fachsprache nicht nur aufgrund ihrer eigenen verbalen Äußerungen, sondern auch durch Schülermeldungen im Unterricht präsent ist. Dadurch, dass L2 die Schüler_innen zum eigenständigen Einsatz von fachsprachlichen Mittel im Mathematikunterricht motiviert, kann ihnen die Distanz zur mathematischen Fachsprache gegebenenfalls genommen beziehungsweise kann diese verringert werden. Darüber hinaus unterstützt L2 ihre Fragen auch noch mit nonverbalen Handlungen und setzt diese ein (Zeile 05), um auf nicht korrekt verwendete fachsprachliche Äußerungen seitens der Schüler_innen aufmerksam zu machen: ja in zwanzig ACHte'l da hast recht, undwie nennt ma sowAS' (.) |des is a; (--) | (AntwortS) mh'm genau gemischte Zahl gemischter Bruch mhm und des andere IS' (AntwortS) ein UN' | (--) | unECHterge,nAU|L2 zeigt mit Finger auf einen gemischtenBruch||L2 richtet Zeigefinger ans Ohr, um zusignalisieren, dass die Antwort der Schüler_in nicht korrekt war und er/sie /seine Antwort überdenken soll und falls möglich den korrekten Begriff noch sagen soll.| In Hinblick auf Förderung von Fachsprache können die oben erwähnten Fragestellungen jedoch auch eine Behinderung darstellen, da sie oft nur ein Wort als Antwort zulassen und somit die Schüler_innen nur punktuell Fachsprache eigenständig einsetzen.

Durch gestische Äußerungen vermittelt L2 (siehe auch Abbildung 9), dass etwas an dem verwendeten mathematischen Fachbegriff der/des Schüler_in nicht korrekt ist und gibt ihm/ihr somit Zeit und die Möglichkeit sich zu überlegen welcher Begriff korrekt wäre. Dies kann von den Schüler_innen auch als angenehmer empfunden werden, da sie nicht auf der verbalen Ebene, sondern auf der nonverbalen Ebene korrigiert werden, was in der Regel eine Ausnahme im unterrichtlichen Alltag darstellen wird.

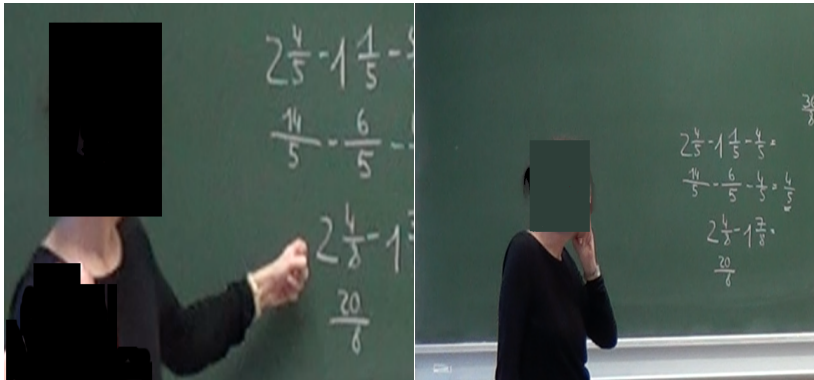


Abb. 10: L2 zeigt auf Bruch an der Tafel und setzt anschließend nach der Schülerantwort den Zeigefinger ans Ohr

Neben den in Abbildung 10 genannten gestischen Handlungen bedient sich L2 auch dem Medium Tafel oder verwendet auch Begriffe aus dem Alltag (hier Torten- oder Pizzastücke um mit Brüchen zu rechnen) um den Schüler_innen fachsprachliche Spezifika der Mathematik beizubringen. Bei L2 wird das vor allem deutlich, als sie den Schüler_innen die Funktion und Bedeutung des Begriffs Zählers noch einmal erklärt (Zeile 12): `gE'nau der zählt wie vü ma hat und jetztmecht i dREImAl so viel hABen; (-) oisomuss i da UNbedingt mim zÄHler was machenweil sonst zählt mir der nicht ordentlichmit meine tortenstücke drum heißt derzÄHler; sehr gut gmerkt ja. Darüber hinaus ist zum Beispiel in Zeile 09 (oiso |gleichnahmige brüche gleichNAHMIGEBRÜCHE;) wiederum auffallend, dass L2 die fachsprachlichen Begriffe immer wieder stärker betont und auch mit Wiederholungen arbeitet. Sie bedient sich auch Pausen oder Tonhöhenbewegungen, sobald wichtige fachsprachliche Begriffe eingesetzt werden. Dadurch signalisiert L2 den Schüler_in, dass ihre Aufmerksamkeit gefragt ist und dass ihre nachfolgende sprachliche Äußerung als sehr wichtig einzustufen ist. Das Transkript dieser Einheit zeigt auch, dass L2 sogar betont, dass mathematische Begriffe äußert logisch aufgebaut sind (Zeile 11 eigentlichist mAthematik; tota:l lo:gisch vombegrif:f) und will damit den Schüler_innen signalisieren, dass die Bezeichnungen der benötigten`

Fachbegriffe keineswegs ohne jede Sinnhaftigkeit zustande gekommen sind. Natürlich lässt sich das nicht generalisieren, aber gerade bei den in vorliegender Analyse verwendeten Begriffen zum Thema Brüche kann das zu Recht behauptet werden. Um etwaigen Verständnisproblemen in Hinblick auf das verwendete Fachvokabular entgegenzuwirken, liefert L2 den Schüler_innen öfters auch noch Formulierungen aus der Alltagssprache beziehungsweise stellt Zusammenhänge mit anderen mathematischen Fachbegriffen her (Zeile 11: *UNEigentlich heißtkein eIGntlicher bru:ch*, Zeile 06: *un'EIGentlicher bru:ch; der is EIGENTli:chka bruch;*). Dadurch gibt L2 jenen Schüler_innen, die den Begriff noch nicht richtig verstehen, mehr Zeit und weitere Möglichkeiten um den Terminus schließlich in ihren aktiven Wortschatz zu verankern und auch eigenständig erklären und verwenden zu können.

6.6.4 Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich bei L2 feststellen, dass sie verbale und auch unterschiedliche nonverbale Mittel einsetzt um einerseits Fachsprache in den Unterricht zu integrieren und andererseits aber auch um die eigenständige Verwendung von mathematischer Fachsprache von Schüler_innen zu verbessern und zu optimieren. Dies erfolgt stets auf einer eher umgangssprachlichen Ebene, wobei sie öfters auch in die Standard- oder Bildungssprache wechselt. Dieser Wechsle fällt jedoch kaum auf, da ihre Umgangssprache nur eine leichte dialektale Färbung aufweist.

6.7 Lehrkraft 3 - Erster Unterrichtsausschnitt – 3.Klasse (SEK I)

In Kapitel 6.7 wird die zu behandelnde Forschungsfrage bei einer dritten Lehrkraft (L3) analysiert und beschrieben. Die erste Einheit bei L3 findet in einer 3.Klasse der Sekundarstufe I zur Verbindung der Grundrechnungsarten statt. Es handelt sich nicht um die Einführung des Themas sondern viel mehr um eine Wiederholung beziehungsweise eine Verknüpfung der zuvor gelernten Grundrechnungsarten.

6.7.1 Objektive Werte

Bei der gefilmten Unterrichtseinheit von L3 sind 24 Schüler_innen anwesend. Der Klassenraum ist nicht sehr groß, aber dennoch haben sowohl die Lehrkraft als auch die Schüler_innen genug Platz zu Verfügung. L3 befindet sich noch am Anfang ihrer Berufslaufbahn, dennoch wirkt sie die gesamte Einheit hindurch kompetent,

selbstsicher und ruhig. Darüber hinaus ist sie sehr bemüht den behandelten Stoff allen Schüler_innen zugänglich und begrifflich zu machen. Der Klassenraum verfügt neben zwei Tafeln über einen Beamer, eine weiße Projektionswand und einen sogenannten „Schwanenhals“ mit dessen Hilfe man Bücher etc. auf die Projektionswand projizieren kann. Es wird die gesamte Einheit mit der Tafel und dem Mathematikbuch Mathematix 3 (Boxhofer, Lischka, Panhuber-Mayr, & Huber, Mathematix 3, 2007) gearbeitet.

6.7.2 Thema der Einheit & mathematische Grundlagen

In nachfolgender Analyse wird eine Unterrichtseinheit näher beschrieben, in der die vier Grundrechnungsarten miteinander verbunden und in Gleichungen mit mehreren Termen angewendet werden. Folgende Erläuterungen zu den vier Grundrechnungsarten sind auf matheonline zu finden:

„Addition

Zwei Zahlen x , y können addiert werden, und die Summe $x + y$ ist wieder reelle Zahl. x und y heißen Summanden.

Für zwei Zahlen gilt $x + y = y + x$, was als Kommutativgesetz der Addition bezeichnet wird.

Werden mehrere Zahlen addiert, so gilt $(x + y) + z = x + (y + z)$, das Assoziativgesetz der Addition.

Von der Addition leitet sich die Subtraktion her. Mit der Multiplikation ist die Addition durch das Distributivgesetz verbunden.

Die Addition kann ganz innerhalb der kleineren Mengen der natürlichen, der ganzen, der rationalen und der reellen Zahlen ausgeführt werden. Auch andere Mengen, wie die der komplexen Zahlen oder der Restklassen, besitzen eine Operation, die als "Addition" bezeichnet wird, weil sie denselben formalen Rechenregeln genügt.“ (<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/a.html#AddSub>, Zugriff am 12.03.2015)

„Subtraktion

ist in gewisser Hinsicht die "Umkehrung" der Addition. Die Differenz $x - y$ ist definiert als die Antwort auf die Frage " $y + \text{wieviel} = x$ ". Die Subtraktion kann vollständig innerhalb der Mengen der reellen, rationalen, ganzen und komplexen Zahlen ausgeführt werden, führt jedoch aus der Menge der natürlichen Zahlen heraus.

Aufgrund der Identität $x - y = x + (-y)$ kann jede Differenz auch als Summe geschrieben werden.“ (<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/s.html>, Zugriff am 12.03.2015)

„Multiplikation

Zwei Zahlen x und y können miteinander multipliziert werden, und das Produkt $x \times y$, auch als $x \cdot y$ oder kurz xy angeschrieben, ist wieder eine reelle Zahl. x und y heißen Faktoren.

Für zwei Zahlen gilt $xy = yx$, was als Kommutativgesetz der Multiplikation bezeichnet wird.

Werden mehrere Zahlen miteinander multipliziert, so gilt $(xy)z = x(yz)$, das Assoziativgesetz der Multiplikation.

Von der Multiplikation leitet sich die Division her. Mit der Addition ist die Multiplikation durch das Distributivgesetz verbunden.

Die Multiplikation kann ganz innerhalb der Mengen der natürlichen, der ganzen, der rationalen und der reellen Zahlen ausgeführt werden. Auch andere Mengen, wie die

der komplexen Zahlen oder der Restklassen, besitzen eine Operation, die als "Multiplikation" bezeichnet wird, weil sie denselben formalen Rechenregeln genügt.“ (<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/m.html>, Zugriff am 12.03.2015)

„Division

ist in gewisser Hinsicht die "Umkehrung" der Multiplikation. Der Quotient $\frac{x}{y}$ (oder x/y) ist definiert als die Antwort auf die Frage " $y \times \text{wieviel} = x$?" Diese Frage hat nur dann eine eindeutige Antwort, wenn $y \neq 0$ ist.

Jede Division stellt einen Bruch dar, und die Bedingung $y \neq 0$ bedeutet, dass [sic!] der Nenner von 0 verschieden sein muss [sic!] (siehe Division durch 0).

Die Division (mit *Nenner* $\neq 0$) kann vollständig innerhalb der Mengen der reellen, rationalen, und komplexen Zahlen ausgeführt werden - welche Körper genannt werden -, führt jedoch aus den Mengen der ganzen und der natürlichen Zahlen heraus.

Aufgrund der Identität

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{y} \cdot x$$

kann jeder Quotient auch als Produkt geschrieben werden, wobei der $\frac{1}{y}$ der Kehrwert von y ist.“ (<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/d.html>, Zugriff am 12.03.2015)

Das Gebiet rund um die Arithmetik und Algebra ist wohl einer der grundlegendsten schulmathematischen Bereiche. Bevor die Verbindung der Grundrechnungsarten und das Rechnen mit mehreren Termen möglich ist, müssen die Schüler_innen alle vier Operationen verinnerlicht haben. Das schließt zahlreiche wichtige Begriffe, Symbole, Konventionen und Elemente des mathematischen Kalküls mit ein. Die Addition verlangt von den Schüler_innen das Wissen und die Eigenschaft einer Summe. Darüber hinaus gelten für die Addition das Assoziativ-, Kommutativ- und in Verbindung mit der Multiplikation auch das Distributivgesetz. Falls die Lehrkraft alle möglichen, wenn auch nicht immer notwendigen, Fachbegriffe im Schulunterricht einsetzt, sehen sich Schüler_innen mit einer Vielzahl von Wörtern konfrontiert, die im Alltag kaum oder gar nicht zur Anwendung kommen. Deshalb sollte man sich als Lehrkraft hier die Frage stellen wann wie und in welchem Ausmaß die mathematischen Fachbegriffe eingeführt werden sollen und wie notwendig sie für das mathematische Verständnis der Schüler_innen eigentlich sind. Eine Möglichkeit wäre hier auf das didaktische Vokabular zurückzugreifen, um begriffliche Vorstellungen zu den einzelnen Gesetzen der Grundrechnungsarten verbessern und eindeutig fixieren zu können. Das bedeutet man könnte auf vereinfachte Wörter oder Begriffe zurückgreifen und erst später das eigentlich fachmathematische Wort einführen. Die Subtraktion, als Umkehrung der Addition stellt die Schüler_innen vor die Aufgabe, den Zusammenhang zwischen Summe und Differenz zu verstehen. Die Multiplikation liefert den Schüler_innen das Wort „Produkt“, das ihnen im Alltag häufig begegnet, im streng mathematischen Sinn jedoch eine Entlehnung darstellt

und deshalb liegt ein großer Bedeutungsunterschied vor. Zuletzt muss die Division als „Umkehrung der Multiplikation“ verstanden werden und der Zusammenhang zwischen Division und Bruch kann nur über eine präzise Begriffsvorstellung beider Fachwörter verstanden werden. Schließlich bedeutet hier das Lernen neuer Fachtermini auch den Umgang mit Elementen mathematischen Kalküls (Gleichungen, Variablen in Form von Buchstaben oder Zahlen, etc.), mit vielen Symbolen ($\div$, $+$, $-$, $;$, $=$) sowie mit der Symmetrie (Klammern).

6.7.3 Analyse des Unterrichtsausschnittes

In folgender Analyse wird mit Hilfe des angefertigten Transkript versucht die vorliegende Forschungsfrage zu beantworten. Es sind vor allem die Szenen nach der Besprechung der Hausübung, die für die Analyse relevant sind.

Gleich zu Beginn der Einheit wird klar, dass L2 sich nicht nur den Mitteln der verbalen Kommunikation bedient, sondern auch Gestik und vor allem das Tafelbild einsetzt um den Schüler_innen die mathematischen Fachbegriffe und die zu verwendenden Symbole beizubringen. Da das Thema der Einheit die Verbindung der Grundrechnungsarten ist, wiederholt L3 zu Beginn der Stunde jene Begriffe, Operationen und Symbole, die die Schüler_innen im Laufe des Schuljahres bereits gelernt haben. L3 unterrichtet die gesamte Einheit in der Umgangs- bzw. Alltagssprache, wobei sie eher einen geringen Dialektisierungsgrad aufweist. Wie schon in den vorherigen Analysen kann auch hier der Einsatz von Standardsprache vor allem beim Einsatz von fachsprachlichen Begriffen beobachtet werden.

Allgemein lässt sich darüber hinaus ebenfalls feststellen, dass im vorliegenden Unterrichtsausschnitt von L3 sehr oft beinahe monologische Passagen vorzufinden sind. Dies lässt sich sowohl zu Beginn der Einheit als auch am Ende feststellen. Dabei setzt sie vor allem auf starke Akzentuierungen und auch Dehnungen der fachmathematischen Begriffe: weil wir woLLen aLLE' grU:NDRechnungsA:RTen; verbI:nden(Zeile 01). Darüber hinaus spricht L3 im Allgemeinen sehr laut und bedient sich auch mehrmals bei mathematischen Fachbegriffen dem Mittel der Tonhöhenverschiebung (Zeile 02: wir haben potENzen und quadrA ↑ twurzel kennenglernt). Aus Zeile 02 geht auch hervor, dass das Thema Grundrechnungsarten ein großes fachmathematisches Vokabular und ebenso vielen wichtigen mathematischen Symbolen beinhaltet. Um den Schüler_innen das zu verdeutlichen, greift L2 auf die Form der Aufzählung zurück (Zeile 02: oIso:, (.) wir haben ja jetzt schon mit na!TÜR!lichen zAhlen; mit gAn!Z!en zAhlenmit

brü:chen mit deZIMA:hlZA:hLEN ((...))geRE'chnet wir haben; pluS mInuS mA1 dividIERT' wir haben potENZen und quadrA↑twurzel kennenglernt; wir haben jetzt schon vaRI!AB!LEN;). Durch die Aufzählung versucht L3, das bereits vorhandene Wissen der Schüler_innen zu aktivieren und durch gezielte Fragen will sie dieses Wissen mit neuen Vokabeln vernetzen, sodass den Schüler_innen der Zusammenhang der einzelnen Begriffe klarer wird. Auffallend dabei ist jedoch dass L3 nur bei der Division das entsprechende Verb „dividieren“ einsetzt und bei den anderen Grundrechnungsarten die eher umgangssprachlichen Bezeichnungen der Operationen verwendet („mal“ statt „multiplizieren“, „minus“ statt „subtrahieren“ und „plus“ statt „addieren“). L3 könnte sich bewusst für den Einsatz der eher umgangssprachlichen Verben entscheiden um dadurch die Fülle an Fachvokabular zu reduzieren. Neben den verbalen Phänomenen setzt L3 auch auf das Medium Tafel und bindet deshalb auch die visuelle Ebene verstärkt in ihren Unterricht mit ein. Sie arbeitet mit Merksätzen, die an der Tafel notiert werden und vermittelt den Schüler_innen durch das Unterstreichen der Fachtermini oder auch den Einsatz unterschiedlicher Farben die Wichtigkeit der notierten Begriffe: |L3 notiert Merksatz auf der Tafel||L3 unterstreicht die Aussagen "Rechnen mit Termen", "Vorrangregel" und "Rechnen mit Zahlen"||L3 notiert in Großbuchstaben und deutlich größerer Schrift K L A P S an der Tafel| (Zeile 03). Diese Beobachtung lässt sich auch durch das Tafelbild in Abbildung 11 feststellen.

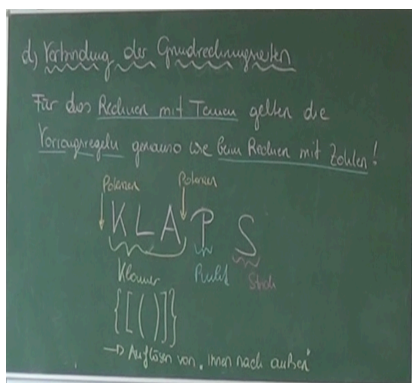


Abb.11: Tafelbild von L3

Eine Besonderheit der beobachteten Einheit ist vor allem, dass L3 die Merkhilfen „Klaps“ (Zeile 03:ois o |fürs rechnen mit termen brauchen wir die vorrangregeln die wir schon vom rechnen mit zahlen kennen| (--) und wir haben ja gsagt es gI::lt |klA'::PS|) für die Schüler_innen kreiert, sodass sich diese die mathematischen Symbole und Begriffe und deren korrekten Einsatz sowie den Zusammenhang besser merken können (siehe auch Abb.11). Darüber hinaus greift L3 auch beim Erklären immer wieder auf fachmathematische Begriffe zurück

und jene, die sie als schwierig oder für die Schüler_innen als unklar einschätzt, erklärt sie nochmals durch eine vereinfachte und veränderte Wortwahl: zUerst einen TERm mit eCKigen klaMMern; der wIE'derum die multiplikation; vom b!II:NOM mit einem monom; also mit einer !!!Z!!A:HL und NU amoi einen term in klammerbeinhaltet; (Zeile 06). L3 fördert schließlich auch gezielt den eigenständigen Einsatz von Fachsprache seitens der Schüler_innen, indem sie auch darauf besteht, dass sie gegebene Antworten nochmals formulieren und wenn möglich durch mathematisch korrekte Bezeichnungen und Symbole verbessern (Zeile 06: wie nennen ma deNN dEswann ma (.) SO a klAmmer und den vIErerdazua wie kinnt ma denn des in mathematischleicht ausdrücken was dAMMA denn wann ma die puNKTrechnung; durchführen;). Hier wird auch schnell klar, dass noch nicht alle Schüler_innen mit den Begriffen und deren Funktionen vertraut sind, da L3 mehrere Hilfen geben muss um die gewünschte Antwort von den Schüler_innen zu bekommen. Dennoch finden sich ähnliche Situation während der gesamten Einheit wieder und somit kann daraus die Schlussfolgerung gezogen werden, dass L3 den bewussten Einsatz fachsprachlicher Spezifika im Mathematikunterricht seitens der Schüler_innen forciert.

6.7.4 Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich bei L3 feststellen, dass sie neben den verbalen Mittel vor allem auch das Medium Tafel in den Unterricht verstärkt einsetzt und dadurch auch Fachbegriffe auf die visuelle Ebene transportiert. Weniger zum Einsatz hingegen kommt bei L3 Mimik oder Gestik. Die fachsprachlichen Begriffe hebt L3 vor allem durch die Verwendung von Tonhöhenverschiebungen, Pausen, Akzentuierungen und Dehnungen hervor.

6.8 Lehrkraft 3 - Zweiter Unterrichtsausschnitt – 5.Klasse (SEK II)

Die zweite Analyse von L3 findet im Rahmen einer 5.Klasse (Sek II) zum Thema quadratische Gleichungen statt. Die Schüler_innen sind in der gefilmten Einheit bereits mit der großen Lösungsformel vertraut, jedoch führt L3 die kleine Lösungsformel ein. Es handelt sich somit teilweise um eine Einführung, wenn auch viele notwendige Fachtermini und Symbole bereits als vorausgesetzt angenommen werden können.

6.8.1 Objektive Werte

Zum Zeitpunkt des Filmens der Unterrichtseinheit sind 19 Schüler_innen anwesend. Der Klassenraum ist sehr groß und wie auch schon in den Klassen zuvor gibt es zwei Tafeln, eine Projektionswand, einen Beamer und einen „Schwanenhals“. Es wird die gesamte Einheit hindurch mit der Tafel sowie dem Schulbuch „Mathematik verstehen 5“ (Malle, Koth, Woschitz, Malle, Salzger, & Ulovec, 2014) gearbeitet. Weiter Informationen zu L3 können im Unterkapitel 6.7.1 nachgelesen werden.

6.8.2 Thema der Einheit & mathematische Grundlagen

Thema der Einheit sind die quadratischen Gleichungen. Die große Lösungsformel ist den Schüler_innen bereits bekannt. In vorliegendem Unterrichtsausschnitt handelt es sich um eine Einführung der kleinen Lösungsformel. L3 beginnt mit einer kurzen Wiederholung der allgemeinen Form der quadratischen Gleichung und führt dann sukzessive die kleine Lösungsformel ein. Anschließend werden mehrere Beispiele (teilweise selbstständig von den Schüler_innen, teilweise im Plenum) gerechnet.

Informationen zu den wichtigsten Begriffen und Eigenschaften quadratischer Gleichungen wurde wieder dem Lexikon aus matheonline entnommen:

„Quadratische Gleichung

Gleichung, die von der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (wobei $a \neq 0$) ist bzw. durch Äquivalenzumformungen auf eine solche Form gebracht werden kann. Wird auch Gleichung zweiter Ordnung genannt. Sie besitzt (je nach den Zahlenwerten von a , b und c und der angegebenen Grundmenge) zwei, eine oder keine Lösung. Die Lösungen können mit Hilfe der großen Lösungsformel berechnet werden.

Durch Division durch a kann eine solche Gleichung immer auf die Normalform (p - q -Form) $x^2 + px + q = 0$ gebracht werden. In dieser Form hängt es von den Zahlenwerten von p und q sowie von der Grundmenge ab, ob es zwei, eine oder keine Lösung gibt. Die Lösungen sind nun durch die kleine Lösungsformel gegeben. (Siehe auch Vietascher Satz).“ (<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/q.html>, Zugriff am 16.3.2015)

Quadratische Gleichungen konfrontieren die Schüler_innen mit Elementen des mathematischen Kalküls (Gleichungen, fachliche Symbole und Variablen) sowie mit neuen mathematischen Termini oder auch der Symmetrie. In dem behandelten Unterrichtsausschnitt sind die Schüler_innen mit den Besonderheiten einer Gleichung und deren Äquivalenzumformungen schon vertraut. Die Schüler_innen sollten also bereits Gleichungen lösen können und wissen was das Wort „Äquivalenz“ bedeutet und wie diese speziellen Umformungen rein mathematisch von statten gehen. Dennoch ist es wichtig die Schüler_innen von der allgemeinen Form einer quadratischen Gleichung langsam auf die normierte Form hinzuführen.

Hier werden zwei neue Variablen, die als Koeffizienten fungieren, eingeführt. Dies bedarf seitens der Schüler_innen das Wissen und die Funktion über Variablen und Koeffizienten. Vor allem in vorliegendem Ausschnitt ist es der Begriff der normierten Form (auch Normalform) und die damit zusammenhängenden neuen Variablen (p und q), die für vorliegende Forschungsfrage relevant sind. Es ist wichtig, dass die Schüler_innen ein präzises Begriffsverständnis einer Gleichung an sich aufbauen, damit sie ihr bereits vorhandenes Fachwissen mit neuem verknüpfen können. Aus der großen Lösungsformel ergibt sich leicht, dass es auch eine kleine Lösungsformel geben könnte. Das Wort „normiert“ sollte den Schüler_innen ebenfalls den Hinweis darauf geben welche Eigenschaften diese normierte Form der quadratischen Gleichung mit sich bringt. Falls dies nicht der Fall ist so sollte die Lehrkraft diesen Zusammenhang unbedingt ansprechen, damit der neu erlernte Begriff für die Schüler_innen auch seine Sinnhaftigkeit und Relevanz nicht verliert. Bezüglich der Gleichartigkeit der Konfiguration sollte den Schüler_innen vermittelt werden, dass die übliche alphabetische Korrespondenz (z.B.: für die neuen Koeffizienten p und q) der mathematischen Fachsprache auch hier zur Anwendung kommt und bestenfalls als Entlastung des Gedächtnisses wahrgenommen wird. Auch Klammern beziehungsweise Wurzelausdrücke spielen wiederum eine Rolle und somit zeichnet sich auch der Einsatz der mathematischen Syntax sowie von fachlichen Termini (Diskriminante, Nullstelle) in nachfolgender Analyse ab.

6.8.3 Analyse des Unterrichtsausschnittes

In nachfolgender Analyse sind die ersten zwanzig Minuten des gefilmten Unterrichtsausschnitts für die vorliegende Arbeit von Interesse. Die restlichen gefilmten Minuten der Einheit sind weniger wichtig und sind folglich auch nicht Teil der Analyse.

Wie auch schon in der ersten Analyse von L3 ist vor allem die Umgangs- bzw. Alltagssprache die vorherrschende Unterrichtssprache. Es kommt jedoch immer wieder zu Registerwechseln zwischen Alltags- und Fach- bzw. Bildungssprache. Dieser Wechsel geht häufig mit dem Einsatz von Fachbegriffen, Symbolen oder anderen mathematischen Charakteristika einher und passiert auch innerhalb eines Satzes. Man kann also im Allgemeinen von einer Alltagssprache sprechen, die mit fachsprachlichen Elementen angereichert ist. Nachdem die Unterrichtssprache von L3 aber nur einen geringen Dialektisierungsgrad aufzeigt, hält sich der festzustellende Unterschied in Grenzen: dES is DIE fuKTionsgle:ICHung wann ma

NULLstellen ausrechnen was mias ma mochn (Zeile 01). Dass vor allem wieder der Beginn der Einheit relevant ist, zeigt, dass vor allem Wiederholungen am Anfang der Stunde reich an fachsprachlichen Elementen sind. Zu Beginn der Einheit versucht L3 an das Vorwissen (hier: große Lösungsformel, allgemeine quadratische Gleichung) der Schüler_innen anzuknüpfen und versucht dadurch an die bereits existierenden Begriffsvorstellungen zu quadratischen Gleichungen anknüpfen zu können und sie gegebenenfalls weiter zu präzisieren: welche fÄLLe kinnan ma jetzt do unterscheiden und wo brAUchen wir überhaupt a lösungsformel und wo brauchen wir keine und warum; (Zeile 01). Während der Phase der Wiederholung kommt es auch zu Fragen von L4, die den selbstständigen Einsatz fachsprachlicher Elemente seitens der Schüler_innen forcieren oder auch die Schüler_innen zum Nachdenken über Fachbegriffe anregen sollen: dann hamma scho von da normIERten form ghört wofür braucht ma di wieso rechne i mit zWA verschIEdene formeln ((...))was kunnt des für einen Sinn haben wenn ma alles normIERen alles gle:ICH machen; (.) steckt eh scho im wort DRInnen ((...))steckt eh scho im wort DRInnen gleICH MACHen wieso macht ma denn was gleich damIT mans besser ve:rgLEICHEN kann (Zeile 04). Durch diese gezielten Fragen versucht L3 auch eine präzise Begriffsvorstellung aufzubauen, die ein wichtiger Teil der verwendeten Termini sein sollte. Um das begriffliche Verständnis der Schüler_innen endgültig zu festigen bewegt sich L3 auch auf die gestische Ebene (siehe Abbildung 11) und setzt einen weiteren Fachbegriff (Parabel) ein: wir haben dann I↑MMER quadrATische funktionen PARAbeln |mit der selben WE:ITE| |L3 zeigt Parabelform mit Händen| (Zeile04).



Abb.12: L4 zeigt mit Händen den Graphen einer Parabel

L3 bedient sich auch öfters Akzentuierungen, Tonhöhenverschiebungen, Dehnungen und Pausen um den Einsatz von Fachsprache zu signalisieren beziehungsweise zu verstärken. Vor allem die Akzentuierungen zeichnen sich bei L3 beim Einsatz von Fachtermini ab (Zeile 05: es is ja auch die WURzel is ja so: definiERT dass ma

sagt die Wurzel aus einer irgendeiner quadratischen Zahl ist schon die positive Zahl). Neben den fachsprachlichen Äußerungen von L3 werden die Schüler_innen in vorliegendem Unterrichtsausschnitt auch mit besonderen mathematischen Symbolen der visuellen Ebene konfrontiert. L3 setzt bei ihrem Tafelbild auf Elemente des mathematischen Kalküls, die vor allem auch eine vereinfachenden, entlastende und präzisierende Wirkung auf den fachsprachlichen Charakter im Unterricht haben (siehe Abbildung 12). L3 bewegt sich somit verstärkt auch auf der semantischen Ebene der mathematischen Fachsprache, da sie Prototypen verwendet, die durch einen eindeutigen Bedeutungsgehalt ausgezeichnet sind und durch geeignete Symbole substituier werden (z.B.: $<$, $>$, $\leftarrow$). Durch den Einsatz dieser Symbole schafft L3 eine Verstärkung des fachsprachlichen Charakters im analysierten Unterrichtsausschnitt. Dieser verstärkte Einsatz der mathematischen Symbolik muss jedoch aus mathematikdidaktischer Sicht genauer beleuchtet werden, da die „Verwendung von Abkürzungen an Stellen von Fachbegriffen“ die „Entwicklung der Fachsprache [...] in vielfältiger Weise behindern kann“ (Dorfmayr, 2012, S. 24). Auch ganz allgemein muss erwähnt werden, dass L3 neben ihren sprachlichen Äußerungen hauptsächlich das Medium Tafel verwendet und somit neben der auditiven Ebene auch verstärkt die visuelle Ebene miteinbezieht. Jedoch scheint L3 zu versuchen ausschließlich mittels Elemente mathematischen Kalküls den zu notierenden Sachverhalt an die Tafel zu schreiben. Somit forciert sie die gesamte Einheit die besondere Syntax und Semantik der mathematischen Fachsprache gegenüber der nichtfachsprachlichen Syntax und Semantik (Zeile 07:|L3 notiert: $D < 0$, $D > 0$ und $D = 0$ an die Tafel|).

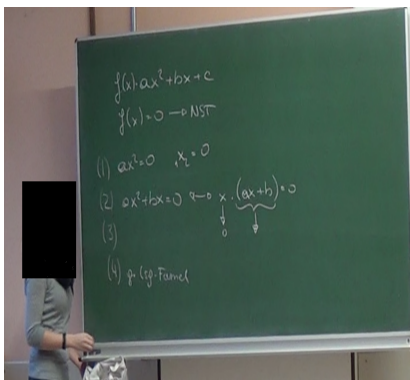


Abb.13: Tafelbild von L3 mit mathematischen Symbolen

Schließlich zeigt analysierter Unterrichtsausschnitt auch, dass L3 durch den bewussten Einsatz ihrer sprachlichen Äußerungen die Teilnahme der Schüler_innen am Unterricht erreichen will. Deshalb setzt Sie verstärkt auf das Pronomen „wir“ anstelle von „man“. Obwohl im mathematischen Kontext das Pronomen „man“ häufiger verwendet wird und somit der fachsprachliche Charakter ein weiteres mal verstärkt werden könnte, verzichtet L3 auf dessen Gebrauch, da dadurch die aktive Teilnahme an der Mathematik besser suggeriert werden kann (Zeile 06: wir gehen von der normIERten form aus wie ma zur normIERTen form kommen wISSen WIR scho:n;, Zeile 09: neNNen wir auch ganz schön EIN HALB zum quadrAT). Auf der nichtverbalen Ebene setzt L4 neben der in Abbildung 11 ersichtlichen gestischen Handlung auch auf das Tafelbild um zum Beispiel die zugehörige Variable zum verwendeten Fachbegriff zu unterstreichen (Zeile 04: |L3 unterstreicht bei der allgemeinen Formel den Koeffizienten a|, Zeile 03: |L3 streicht mit Hand die Gleichung an der Tafel entlang)). Im Allgemeinen zeigt sich dennoch, dass im gefilmten Unterrichtsausschnitt weniger auf gestische Handlungen, sondern vor allem auf das Medium Tafel gesetzt wird, um die verbalen Äußerungen zu unterstützen.

6.8.4 Zusammenfassung

Obige Analyse weist einige neue Aspekte fachsprachlicher Eigenschaften auf, da L3 sich vor allem auch auf der semantischen Ebene der Mathematik bewegt und somit verstärkt Symbole einsetzt. Darüber hinaus unterrichtet L3 in einer Umgangssprache, die mit fachsprachlichen Aspekten angereichert ist und führt in Zuge dessen mehrere Registerwechsel innerhalb eines Satzes durch. Neben ihren sprachlichen Äußerungen verwendet L3 neben wenigen gestischen Handlungen vor allem auch die Tafel als unterstützende und erklärende Funktion.

6.9 Lehrkraft 4 - Erster Unterrichtsausschnitt – 4.Klasse (SEK I)

In folgendem Kapitel wird der erste Unterrichtsausschnitt von L4 in einer 4. Klasse der Sekundarstufe I analysiert. Das behandelte Thema sind lineare und quadratische Funktionen. Es handelt sich zwar nicht um die Einführung des Themas, jedoch wurde erst ein paar Stunden davor mit den linearen Funktionen begonnen. Die Schüler_innen sollten demnach bereits mit der Definition des Begriffes Funktion vertraut sein und können Graphen einer linearen Funktion mittels Wertetabelle ermitteln.

6.9.1 Objektive Werte

Die erste Unterrichtseinheit von L4 ist in einer vierten Klasse (SEK I) mit 22 Schüler_innen aufgenommen worden. Der Klassenraum ist sehr groß und sowohl die Lehrkraft als auch die Schüler_innen haben genug Platz zu Verfügung. L4 wirkt sehr locker und entspannt. Darüber hinaus vermittelt L4 ein selbstsicheres Gefühl und macht die gesamte Einheit hindurch einen sehr ruhigen und kompetenten Eindruck. Der Klassenraum verfügt neben zwei Tafeln über einen Beamer und eine weiße Projektionswand. Es wird die gesamte Einheit mit der Tafel und dem Mathematikbuch Mathematik 4 (Boxhofer, Lischka, Panhuber-Mayr, Huber, Raus, & Scalet, 2012) gearbeitet.

6.9.2 Thema der Einheit & mathematische Grundlagen

Wie oben bereits erwähnt, sind Thema des analysierten Unterrichtsausschnitts die linearen und quadratischen Funktionen. Das Thema kann als relativ neu angesehen werden und zu Beginn der Einheit findet eine mündliche Wiederholung durch einen Frage-entwickelnden Unterricht statt. Danach beginnt L4 mit der Einführung der quadratischen Funktionen und die Schüler_innen müssen mittels Wertetabelle eine quadratische Funktion im Koordinatensystem einzeichnen. Dies findet im Plenum statt. Danach folgt ein leicht abgeändertes Beispiel, das die Schüler_innen selbstständig oder in Partnerarbeit lösen. Kurz darauf kommt es zu einer längeren Unterbrechung der Unterrichtseinheit und anschließend versucht L4 anhand der beiden Beispiele die Schüler_innen intuitiv auf die möglichen Veränderungen einer quadratischen Funktion bezüglich der x- und y-Achse hinzuführen. Danach wird wiederum eine Aufgabe gemeinsam und eine von den Schüler_innen selbstständig gelöst.

Auf mathe-online.at findet man zum Thema lineare und quadratische Funktionen folgende Informationen:

„Lineare Funktion

Als lineare Funktionen werden oft Funktionen der Form $x \rightarrow kx + d$ bezeichnet (weil ihre Graphen Geraden sind). Nach dieser Bezeichnungsweise fallen konstante Funktionen (für die $k = 0$ ist) und Funktionen erster Ordnung (für die $k \neq 0$ ist) darunter.

Nach einer anderen Bezeichnungsweise wird eine Funktion nur dann als linear bezeichnet, wenn sie von der Form $x \rightarrow kx$ ist (was der obigen Form mit $d = 0$ entspricht).

Auf eine genauere Bezeichnungsweise ist allerdings Verlass [sic!]: Eine Funktion der Form $x \rightarrow kx + d$ heißt

- linear-homogen, wenn $d = 0$ ist und linear-inhomogen, wenn $d \neq 0$ ist.“(<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/l.html>, Zugriff am 26.2.2015).

„Funktion zweiter Ordnung

auch quadratische Funktion genannt, ist eine Funktion, deren Termdarstellung ein Polynom zweiter Ordnung ist: $x \rightarrow a x^2 + b x + c$, wobei die Koeffizienten $a (\neq 0)$, b und c fix vorgegeben sind. Die Graphen dieser Funktionen sind Parabeln.“(<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/f.html#FzweiterO>, Zugriff am 10.3.2015).

Zu allererst muss hier der Begriff Funktion geklärt und in der Klasse eingeführt werden. Dies verlangt in der unterrichtlichen Praxis seitens der Lehrer_innen auch in Bezug auf die mathematische Fachsprache Feingefühl, da hier der Unterschied zwischen der alltäglichen und der mathematischen Verwendung und Bedeutung beträchtlich ist. Jene Schüler_innen, die den Begriff Funktion und die damit zusammenhängende Definition im Mathematikunterricht nicht begreifen, werden sich die gesamte Schullaufbahn mit Problemen konfrontiert sehen, da im Schulunterricht neben linearen Funktionen auch quadratische Funktionen, Wurfparabeln etc. gelehrt werden. Dies stellt vor allem die Lehrer_innen vor eine große Herausforderung und hier sollte der fachsprachliche Aspekt keineswegs als unwichtig eingeschätzt werden. Zusätzlich zum Begriff der Funktion, der in der alltäglichen Kommunikation ebenso sehr häufig eingesetzt wird, werden Schüler_innen noch mit Begriffen und Symbolen wie der Steigung k und dem Achsenabschnitt d konfrontiert. Bezüglich des Achsenabschnitts d sollte noch erwähnt werden, dass dieser Begriff in der Umgangssprache bzw. in alltäglichen Situationen nicht zum Einsatz kommt. Neben dem Verständnis für die einzelnen Begriffe seitens der Schüler_innen muss es auch zu einer Verknüpfung der jeweiligen Funktionen und Definitionen der neuen Termini und Symbole kommen. Ohne Einsatz von adäquaten fachsprachlichen Stilmitteln könnten auf Schüler_innen erhebliche Schwierigkeiten beim Lesen, Interpretieren oder auch Zeichnen von Graphen zukommen. Die Begriffe Ordnung, linear-homogen und linear-inhomogen werden im analysierten Ausschnitt nicht behandelt bzw. konkretisiert und in Folge dessen hier auch nicht näher kommentiert.

Darüber hinaus ist es vor allem wichtig, dass die Schüler_innen die vorkommenden Variablen, Symbole und deren Bedeutungen verinnerlicht haben, sodass es zu einer positiven Interferenz des Verständnisses von linearen zu quadratischen Funktionen kommt. Die Schüler_innen sollten also fähig sein, dass sie die Bedeutungen und Anwendungen der linearen auf die quadratischen Funktionen überführen und

zusätzlich verwendete Variablen oder größer werdende und leicht veränderte Symbolketten (z.B: aus $x \rightarrow kx + d$ wird $x \rightarrow ax^2 + bx + c$) leichter nachvollziehen und interpretieren können. Wichtig ist hier vor allem, dass Schüler_innen zwischen Koeffizienten und Variablen innerhalb der Symbolkette unterscheiden können und dies kann ohne fundiertem fachsprachlichen Hintergrundwissen nicht problemlos stattfinden. In vorliegendem Ausschnitt wurde jedoch stets eine Funktion mit $b = 0$ skizziert und behandelt, was eventuell den Einstieg in das Thema für Schüler_innen erleichtert.

6.9.3 Analyse des Unterrichtsausschnittes

Im Folgenden finden sich ausgewählte Transkriptionen, die für den Einsatz von Fachsprache im oben beschriebenen Mathematikunterricht entscheidend sind. Für vorliegende Forschungsfrage ist vor allem der Beginn der Einheit relevant.

Nun soll mit Hilfe des obigen Gesprächstranskripts der Einsatz von Fachsprache von L4 analysiert und somit die vorliegende Forschungsfrage beantwortet werden. L4 setzt während der gesamten Einheit die Tafel als weiteres Medium ein. Darüber hinaus verwendet L4 auch gestische Mittel, um seine verbalen Äußerungen zu unterstreichen. Dies passiert jedoch wesentlich seltener, als bei den schon beobachteten und weiter oben analysierten Unterrichtseinheiten.

Zu Beginn der Stunde wiederholt L4 die linearen Funktionen und er legt den Schwerpunkt vor allem auf die Begriffe Steigung und Achsenabschnitt mit den zugehörigen Symbolen. Mittels Frage-entwickelndem Unterricht versucht er zu erreichen, dass die Schüler_innen selbst das Fachwort in ihrer Antwort verwenden. Somit gelingt es ihm, dass Fachsprache nicht nur aufgrund seiner eigenen verbalen Äußerungen, sondern auch aufgrund der selbstständigen Äußerungen der Schüler_innen im Unterricht präsent ist. Dazu beginnt L4 nach der Grundform einer linearen Funktion zu fragen und versucht vor allem auch den Zusammenhang zwischen Symbol und Fachvokabular herzustellen (Zeile 01: wie lautet denn die grundform (-) die grundform einer lineA:Re!N! funktion. (AntwortS) fAst (-) fAst y ist gleich k:: mA! X pluS d okA:y' was bedeutet jetzt dIEses K?, Zeile 05: so welche Artengibts überhaupt FUNKTionen darzusteLLen). Diese Art der Wiederholung zu Beginn der Unterrichtsstunde wurde auch schon in den Analysen zuvor beobachtet. L4 versucht hier neben der Wiederholung des Fachvokabulars auch das bereits vorhandene Wissen zu aktivieren und in Folge dessen daran anknüpfen zu können. Die Wiederholung bestimmter mathematischer

Symbole oder Termini scheint notwendig für den weiteren Unterrichtsverlauf zu sein, da sie die begrifflichen Vorstellungen verbessern und eindeutig fixieren.

Auffallend ist, dass L4 die gesamte Einheit hindurch die skizzierten Graphen der quadratischen Funktionen nicht als Parabel bezeichnet. Somit verzichtet L4, aus nicht bekannten Gründen, auf die Einführung eines weiteren Fachbegriffs und minimiert dadurch den Einsatz des mathematischen Fachvokabulars (Zeile 04 (FrageS)die bOgendinger. jA ge:nau;).

Bei der beobachteten Unterrichtseinheit von L4 kann ein mäßiger bis starker Dialekt festgestellt werden. Es wird somit die gesamte Einheit hindurch die Umgangssprache eingesetzt und ein Wechsel in die Standardsprache ist bei L4 deutlich feststellbar. Den angesprochenen Registerwechsel vollzieht L4 vor allem bei mathematisch relevanten Fachbegriffen (Zeile 05: okay schau ma uns einfach mA:l EI:nEfunktIOn an mach ma eine weRTetabelle dazu; und dann übertragen wir das auch in ein kOordinatensystem und zeichnen auch den funktIONSgraphen, Zeile 10: |y ist gleich x zum quadrat plus zwei| wertetAbelLe und den funktionsgrAPH). Diese Übergänge zwischen den Sprachregistern passieren häufig auch innerhalb eines Satzes und sind deutlich hörbar, wenn man die Sätze vor beziehungsweise nach diesen Äußerungen als Vergleich heranzieht.

L4 spricht in einer angenehmen Lautstärke und bedient sich bei der Verwendung von Fachbegriffen nicht nur einem Wechsel des Registers, sondern auch von Akzentuierungen, Dehnungen und Pausen: die grundform einer linEA:Re!N! funktion (Zeile 01), einige (-)NICHTlineare FUNKTionen an; (Zeile 02), verschIEbung entlang dE:r Y-ACHse;| (Zeile 11). Diese stilistischen Mittel zur Verstärkung und Betonung von sprachlichen Äußerungen setzt L4 jedoch wesentlich geringer ein als die zuvor analysierten Lehrkräfte.

Nach der Wiederholung der linearen Funktionen versucht L4 die Schüler_innen rein intuitiv auf die quadratischen Funktionen mit Hilfe einer Aufgabe hinzuführen. Dadurch vermeidet er zunächst die Einführung der Grundform einer quadratischen Funktion mit anderen beziehungsweise mehreren Koeffizienten. Somit minimiert er bei der Einführung des Themas den Einsatz weiterer Elemente des mathematischen Kalküls.

Bezüglich der multimedialen Kommunikation werden bei L4 deutlich weniger gestische bzw. nonverbale Handlungen festgestellt, als bei den zuvor analysierten Einheiten. Auffallend ist dennoch, dass gestische Mittel immer zur Verstärkung beziehungsweise Unterstützung von fachsprachlichen Äußerungen eingesetzt

werden (Abbildung 11). Darüber hinaus findet man im Gesprächstranskript wenige gestische Handlungen, jedoch benutzt L4 verstärkt die Tafel um den Schüler_innen vor allem auch die fachlichen Symbole und Variablen visualisieren zu können.

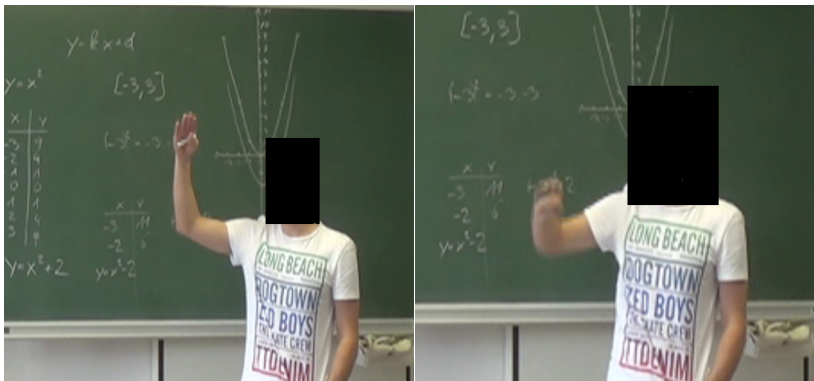


Abb.11: L4 veranschaulicht die Verschiebung entlang der y-Achse mit Hilfe seiner rechten Hand, indem er sie von oben senkrecht nach unten bewegt.

6.9.4 Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich bei L4 feststellen, dass wenig multimodale Kommunikation neben den verbalen Äußerungen stattfindet. Darüber hinaus zeichnet sich ein markanter Wechsel zwischen dem umgangssprachlichen und standarddeutschen Sprachregister ab, sobald L4 Fachsprache einsetzt. Dem sei noch hinzuzufügen, dass in manchen Fällen auf den verstärkten Einsatz von fachsprachlichen Charakteristika (z.B.: Parabel), aus nicht bekannten beziehungsweise aus der Analyse nicht hervorgehenden Gründen, verzichtet wird.

6.10 Lehrkraft 4 - Zweiter Unterrichtsausschnitt – 7.Klasse (SEK II)

Nachfolgend wird die zweite Einheit von L4 in einer 7.Klasse (11.Schulstufe) analysiert. Im Rahmen dieser Analyse wird die, dieser Arbeit zugrundeliegenden Forschungsfrage zum Thema Wahrscheinlichkeit behandelt. Zu Beginn wird das Berechnen von Wahrscheinlichkeiten mit Baumdiagrammen wiederholt und anschließend führt L4 mit Hilfe von Beispielaufgaben zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Gleich- und Dreiecksverteilung) ein.

6.10.1 Objektive Werte

In dieser 7.Klasse sind zum Zeitpunkt der Unterrichtseinheit 23 Schüler_innen anwesend. Der Klassenraum ist sehr geräumig und verfügt wie die anderen Räume zuvor ebenfalls über zwei Tafeln, einen Beamer, eine Projektionswand und einem Schwanenhals. L4 setzt in gefilmter Einheit die Tafel sowie den Schwanenhals und

die Projektionswand ein. Darüber hinaus kommt der Taschenrechner sowie das Schulbuch „Mathematik verstehen 7“ (Malle, Koth, Woschitz, Malle, Salzger, & Ulovec, 2013) zum Einsatz.

6.10.2 Thema der Einheit & mathematische Grundlagen

Das Thema Wahrscheinlichkeit ist in nachfolgender Analyse nicht neu eingeführt worden und deshalb sollten die Schüler_innen bereits mit einigen Begriffen vertraut sein. Jedoch kennen die Schüler_innen noch keine Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die in vorliegender Einheit besprochen bzw. von L4 eingeführt werden. Die wichtigsten Begriffe, Symbole, Schreibweisen und Eigenschaften wurden wieder aus matheonline entnommen:

„Wahrscheinlichkeit

Der Begriff der Wahrscheinlichkeit ist zentral für die Beschreibung von Phänomenen, die dem Zufall unterliegen. Mathematisch werden Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse von Zufallsexperimenten definiert. Eine formale Definition der Wahrscheinlichkeit ist schwierig (und umstritten): siehe Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit. Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses A wird mit $p(A)$ bezeichnet. Für das Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten gibt es eine Reihe von Regeln. Die wichtigsten sind die Additionsregel für disjunkte Ereignisse, die Multiplikationsregel für unabhängige Ereignisse und die Multiplikationsregel für Wahrscheinlichkeiten. Siehe auch Verbundereignis, bedingte Wahrscheinlichkeit und Satz von Bayes.“ (<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/w.html>, Zugriff am 14.3.2015).

„Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung:

Jedes Zufallsexperiment mit endlich oder abzählbar vielen Versuchsausgängen definiert eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung. Eine solche besteht aus der (endlichen oder unendlichen) Liste $p_1, p_2, p_3, \dots$, wobei p_k die Wahrscheinlichkeit des k -ten Ausgangs ist. Ist eine Zufallsvariable gegeben, so können deren Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung berechnet werden und geben einen gewissen Aufschluss über ihre statistischen Eigenschaften. Beispiele für diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die oft in Anwendungen auftreten, sind die Binomialverteilung, die Poissonverteilung und die hypergeometrische Verteilung.

Diskrete Zufallsvariable:

ist eine Variable, die für jeden Versuchsausgang des einer diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilung zugrundeliegenden Zufallsexperiments einen wohldefinierten reellen Wert annimmt. Die gebräuchlichsten statistischen Kennzahlen von Zufallsvariablen sind ihr Erwartungswert, ihre Varianz und ihre Standardabweichung.“ (<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/d.html#DWV>, Zugriff am 14.03.2015).

Das mathematische Gebiet der Wahrscheinlichkeit und Statistik beinhaltet aus fachsprachlicher Sicht wichtige und für die Schüler_innen vor allem neue Schreibweisen, mathematische Termini, Symbole oder auch Konventionen der Satzbildung. Das Themengebiet birgt somit viele neue fachsprachliche Charakteristika für Schüler_innen. Wie obiger Beschreibung entnommen werden kann, ist der Begriff Wahrscheinlichkeit „zentral für die Beschreibung von

Phänomenen, die dem Zufall unterliegen“ (<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/w.html>, Zugriff am 14.3.2015). Schüler_innen befassen sich somit auch mit den Begriffen „Zufall“ und „Experiment“. Dem kommt hinzu, dass der Begriff der Wahrscheinlichkeit auch im Alltag stark vertreten ist, nur muss den Schüler_innen klar gemacht werden, dass es für den rein mathematischen Gebrauch vor allem einer Präzisierung und einer besonderen Schreibweise bedarf. Die Wahrscheinlichkeit beinhaltet in Hinblick auf die Fachsprache auch die Wahrscheinlichkeitsverteilung (hier: Gleichverteilung, Dreiecksverteilung). Zu diesen neuen fachsprachlichen Termini ist somit der Aufbau einer präzisen Begriffsvorstellung notwendig und für das weitere Verständnis der Schüler_innen unabdingbar. Darüber hinaus stellt auch die Schreibweise ($p(A)$) und der Begriff der „Zufallsvariable“, die in der Wahrscheinlichkeit und Statistik verwendet werden, ein Novum dar. Der Umgang mit Zufallsvariablen macht die Wahrscheinlichkeitsrechnung im vorliegenden Fall für die Schüler_innen abstrakter, da Sie zuvor nur mit konkreten Gegenständen (Kugeln, Würfel, etc.) gearbeitet haben. Deshalb ist es wichtig vor allem die Funktionen einer Zufallsvariablen zu klären.

In vorliegender Einheit sehen sich die Schüler_innen ausschließlich mit diskreten Wahrscheinlichkeiten konfrontiert, wenn auch L4 auf den Gebrauch dieses Begriffs verzichtet. Dadurch wird einerseits der fachsprachliche Charakter der Mathematik verkleinert, gleichzeitig kann es zu Beginn des Themas aber auch eine Erleichterung für die Schüler_innen darstellen, da sie sich mit einer geringeren Anzahl fachsprachlicher Begriffe konfrontiert sehen. Genauso verzichtet L4 auf eine Einführung der diskreten Zufallsvariablen, des Erwartungswerts, der Varianz und der Standardabweichung. Diese Begriffe werden noch nicht eingeführt, da sie für die behandelte Thematik noch nicht relevant sind und somit werden nur jene Termini verwendet, die auch wirklich notwendig sind.

Zu Beginn der Einheit findet eine Wiederholung des bereits gelernten Stoffes zur Wahrscheinlichkeit statt (Baumdiagramm) und anschließend führt L4 durch zwei Beispielaufgaben die Gleichverteilung und die Dreiecksverteilung ein. Anschließend werden weitere Beispiele berechnet.

6.10.3 Analyse des Unterrichtsausschnittes

Für vorliegende Forschungsfrage sind vor allem der Beginn und die anschließende Einführung der beiden Wahrscheinlichkeitsverteilungen relevant. Die letzten 12

Minuten zeigen kaum relevante Inhalte für die zu beantwortende Forschungsfrage auf und finden sich deshalb im Gesprächstranskript auch nicht wieder.

Im Folgenden wird das für die gefilmte Unterrichtseinheit angefertigte Transkript (Kapitel 9) nach Aspekten der multimodalen Kommunikation sowie dem fachsprachlichen Charakter und deren Einsatz analysiert. Vorliegendes Transkript von L4 zeigt wiederum, dass fachsprachliche Spezifika vor allem in Phasen der Wiederholung oder Einführung eines neuen Themas, verstärkt zu finden sind. L4 richtet zu Beginn der Einheit wiederum gezielt Fragen an die Schüler_innen, damit deren eigenständige Verwendung von fachsprachlichen Begriffen forciert wird (Zeile 01:|drei ochtl grüne und fünf ochtl rote| wie kommst du draUF; (AntwortS) genau die grUNDregel für die wahrscheinlichkeit ist gÜNStige durch Mögliche). In ähnlicher Weise versucht er auch die Funktion der Wörter „und“ beziehungsweise „oder“ in der Wahrscheinlichkeitsrechnung herauszufinden (Zeile 02:rechenoperation MA:L vereinfacht gsagt was entspricht denn DIE für einer bei der wahrscheinlichkeit für einem befEHL (AntwortS) UND genau UND bedeutet MA:L und PLUS bedeutet ODer). Darüber hinaus verlangt L4 eine Erklärung zu den Termini „sicheres“ bzw. „unsicheres“ Ereignis und verlangt vor allem die Definition und Eigenschaften der beiden Fachwörter (Zeile 05: welche wahrschEINlichkeit; hat ein sICHeres EReignis (AntwortS) sicheres ereignis hat die wahrscheinlichkeit EINS das heißt wenn ich zwei würfel WÜrfel (--)). Somit erreicht er eine Aktivierung des bereits vorhandenen Wissens der Schüler_innen und kann im weiteren Unterrichtsverlauf daran anknüpfen. Dies ist für den weiteren Umgang mit Wahrscheinlichkeiten sehr wichtig, da hier zwei im alltäglichen Leben verwendete Wörter auch auf der mathematischen Ebene eine wichtige und vor allem unterschiedliche Funktion erfüllen und deshalb bedarf es diesen Begriffen unbedingt einer Präzisierung und einer genauen Zuordnung zu den betreffenden Rechenoperationen. Hier versucht L4 deshalb entlehnte Wörter aus dem Alltag auf die mathematische Ebene zu projizieren und in das aktive Wissen der Schüler_innen zu verankern. Nach dieser kurzen Wiederholung geht L4 zur Einführung einer neuen Schreibweise und zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen über. Er beginnt hier mit einem Merksatz, den er den Schüler_innen diktiert. Dieser Satz beinhalten für die Schüler_innen bereits viele neue Begriffe und so könnte bereits die reine Notation des Satzes eine Herausforderung darstellen. Dies geht

auch aus dem Gesprächstranskript hervor und L4 versucht etwaigen Ungewissheiten durch Eigennotationen an der Tafel entgegenzuwirken. Auffallend ist hierbei, dass es vor allem Probleme in Bezug auf neue Symbole und das Wort „Zufallsvariable“ gibt, da L4 dies mehrmals wiederholen muss und schließlich auch selbst an der Tafel notiert: und zwar die zufallsvariable die zufallsvariable |(11.0)| werden wir in zukunft abkürzen mit zv dann sparn ma uns wieder was zum schreIbn |L4 notiert Zufallsvariable ZV an die Tafel| (Zeile 02), SEI x eine zuFALLSsvariable die die werte a eins a zwei bis a n ANNehmen kann ((...))sei X also gROSS X eine zufallsvariable die die werTE (-) a eins a zwei punkt punkt punkt bis a n annehmen KANN ((...)) na also sei X eine zufallsvariable die dIE werTE (8.0) dIE dIE werTE; |a eiNS a zWEI a N| ANNehmen kann PU:nkt.(Zeile 08) . Es kann hier also davon ausgegangen werden, dass die Schüler_innen mit Indizes zur Unterscheidung verschiedener Objekte bzw. Objektklassen nicht vertraut genug sind und das reine Ansagen des Merksatzes diese Schwierigkeit noch verstärkt. Darüber hinaus ist ihnen der Fachterminus „Zufallsvariable“ noch nicht bekannt genug bzw. haben manchen Schwierigkeiten die Begriffe „Zufall“ und „Variable“ miteinander zu verknüpfen. Dies kann auch daran liegen, dass sie den Sinn und die Bedeutung des Wortes „Zufallsvariable“ noch nicht begreifen und somit hat noch keine Vernetzung der beiden Termini stattgefunden. Nach dem Merksatz führt L4 die Schüler_innen zu einer neuen Schreibweise der Wahrscheinlichkeit hin. L4 erwähnt gegenüber den Schüler_innen auch, dass sie nun mit einer neuen Schreibweise konfrontiert werden und bereitet sie somit auch darauf vor (Zeile 06: so: jetzt gibts eine neue schreibwEISE). Als Vergleich zu der allgemeinen Schreibweise zieht L4 den Würfel heran, da dieses konkrete Beispiel die komplizierte Schreibweise für Schüler_innen eventuell erleichtern könnte (siehe Abbildung 11). Da durch die Einführung der neuen Schreibweise der fachsprachliche Charakter der Einheit enorm gesteigert wurde, scheint es aus fachdidaktischer Sicht äußerst sinnvoll ein für die Schüler_innen bekanntes Beispiel als Erklärung für die allgemeine Schreibweise heranzuziehen.

BIP

allg	1. Aufg	WSK
$P(X=0)$	$P(X=0)$	$\frac{1}{6}$
$P(X>0)$	$P(X>3)$	$\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2}$
$P(X<0)$	$P(X<3)$	$\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{3}$
$P(0 < X < 1)$	$P(2 < X < 5)$	$\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{3}$

Abb.12: L4 notiert neben neue allgemeine Schreibweise, sowie diese Schreibweise anhand des Beispiels mit einem Würfel

Bei der Einführung der beiden Wahrscheinlichkeitsverteilungen bedient sich L4 einer relativ intuitiven Methode, um die Schüler_innen zu den beiden neuen Begriffen hinzuführen. Mithilfe zweier Beispielaufgaben zielt L4 auf die selbstständige Erarbeitung der beiden Fachtermini seitens der Schüler_innen ab und erhofft sich somit ein leichteres Verständnis und eine schnellere Verankerung der neuen Begriffe in den aktiven Fachwortschatz der Schüler_innen. Hierbei setzt er auch verstärkt auf die grafische Ebene (Zeile 09: wir zeichnen dazu auch ein STABdiagramm (...)) so wie groß ist die wahrscheinlichkeit einen einser zu haben' ein sechstel die wahrscheinlichkeit ist bei ALLEN gleich wie wird dann die VERTEILUNG heißen (AntwortS) da hamma die gleichverteilung, Zeile 11: so die meisten san scho fertig wie schAUT denn des jetzt AUS' (AntwortS) genau wie a DREIECK wie wirds also heißen' (AntwortS) SPitze also da wär jetzt a beispiel für a DREICKSverteilung'). L4 versteht die grafische Darstellungsform somit als „heuristic tool“, das bedeutet dass seine grafischen Elemente dabei helfen sollen Zusammenhänge zu erfassen und schließlich auch verifizieren zu können (vgl. O'Halloran, 2005, S. 129).

In Bezug auf die multimodale Kommunikation lässt sich bei L4 feststellen, dass nonverbale Mittel äußerst selten eingesetzt werden. Im analysierten Gesprächstranskript bedient er sich vor allem der Tafel als multimodales Mittel und verzichtet gänzlich auf gestische Handlungen, die den fachsprachlichen Charakter verstärken oder unterstützen könnten. Darüber hinaus kommen bei L4 auch sprachliche Stilmittel wie Tonhöhnverschiebungen, Pausen, Akzentuierungen oder Dehnungen in nur geringem Ausmaß zum Einsatz. Wie auch schon in der zuvor analysierten Einheit von L4 findet der gesamte Unterricht in der Umgangssprache statt und es ist ein mittlerer bis starker Dialektisierungsgrad festzustellen. Registerwechsel von Umgangs- auf Fachsprache finden eher selten statt und gehen

immer mit der Verwendung von Fachtermini oder bestimmten Symbolen einher. Dieser Wechsel wird teilweise auch innerhalb eines Satzes mehrmals vollzogen (Zeile 09: okay das heißen diese a eins bis a n sind diese MÖGLichen versUCHSausgänge dIES gi:bt; so jetzt ordnen ma JE:dem die wahrscheinlichKEIT zu das heißt). Aufgrund des seltenen Registerwechsels ist nur selten ein Unterschied zwischen Umgangs- und Fachsprache bemerkbar. Dies stellt in den bisher analysierten Einheiten eher eine Seltenheit dar, wurde der Einsatz von Fachtermini und Symbolen doch häufig auch mit dem Einsatz von Standardsprache und bestimmten sprachlichen Stilmittel verbunden.

6.10.4 Zusammenfassung

In obiger Analyse verzichtet L4 gänzlich auf gestische Handlungen. Neben seinen sprachlichen Äußerungen setzt er auf die Tafel, um Fachtermini, besondere Schreibweisen oder auch Symbole den Schüler_innen begrifflich zu machen. Darüber hinaus versucht er mittels Aufgaben neue mathematische Begriffe rein intuitiv einzuführen und erhofft sich, dass die Schüler_innen auf selbstständige Weise die neuen Begriffe erarbeiten. L4 wechselt selten zwischen den Sprachregistern und setzt ebenso selten Akzentuierungen, Dehnungen, Pausen oder Tonhöhenverschiebungen ein, um fachsprachliche Äußerungen zu verstärken bzw. zu unterstützen.

7 Ergebnisse & Schlussfolgerungen

In diesem letzten Kapitel sollen nun die resultierenden Ergebnisse sowie mögliche Gemeinsamkeiten oder Unterschiede der analysierten Unterrichtsausschnitte formuliert werden. Da es sich bei den analysierten Unterrichtseinheiten auch um unterschiedliche Schulstufen und unterschiedliche Schulzweige handelt, ist hier eine direkte Gegenüberstellung oder ein direkter Vergleich der gefundenen Ergebnisse nicht immer sinnvoll bzw. machbar.

In allen behandelten Analysen lässt sich vor allem feststellen, dass die eingesetzte Unterrichtssprache ausnahmslos die Umgangs- bzw. Alltagssprache darstellt. Je nach Lehrkraft kann zusätzlich noch eine starke oder schwache dialektale Färbung beobachtet werden. Ein Wechsel der Sprachregister von Umgangs- zu Fach- oder auch Bildungssprache geht auch immer mit einer starken Abnahme bzw. mit einer vollkommenen Wegnahme der dialektalen Färbung einher. Diese Wechsel vollziehen

sich hauptsächlich nur dann, wenn fachsprachliche Spezifika eingesetzt werden. Dieses Merkmal wird bei allen analysierten Lehrkräften beobachtet, wenn auch in unterschiedlicher Intensität. Manche wechseln das Register innerhalb eines Satzes, andere bleiben über mehrere Sätze in einem Register bevor es wieder zu einem Wechsel kommt. Auslöser für diesen Wechsel ist ausnahmslos der Einsatz von fachsprachlichen Aspekten (Termini, Symbole, besondere Semantik, etc.). Prinzipiell kann also festgehalten werden, dass eine klare Grenze der eingesetzten Register in der Theorie vielleicht machbar ist, in der unterrichtlichen Praxis jedoch eine Unmöglichkeit darstellt. Darüber hinaus kann von dem verstärkten Einsatz von Alltagssprache davon ausgegangen werden, dass „die Nutzung der Alltagssprache einen Schlüssel zum Verstehen mathematischer Konzepte liefern kann“(Prediger, 2013, S. 168).

Für die behandelten Analysen sind auch immer jene Phasen des Unterrichts interessant, in denen ein schon behandeltes Thema wiederholt oder ein neues eingeführt wird. Daraus lässt sich schließen, dass Lehrkräfte vor allem während den genannten Phasen verstärkt auf den Einsatz mathematischer Fachsprache achten. Sobald diese Phasen abgeschlossen sind konnte bei vielen der behandelten Unterrichtsausschnitte eine Abnahme des fachsprachlichen Charakters festgemacht werden.

Um die fachsprachlichen Charakteristik der Mathematikstunden zu verstärken beziehungsweise zu betonen greifen viele der beobachteten Lehrkräfte auf stilistische Sprachmittel zurück. Sie setzen vermehrt auf Prosodie. Das bedeutet es werden beim Einsatz der Fachsprache verstärkt Akzentuierungen, Dehnungen, Pausen und Tonhöhenverschiebungen benutzt. Dies macht eine noch deutlichere Differenzierung zwischen Fach- und Unterrichtssprache spürbar und kann gegebenenfalls auch eine zu große Distanz zwischen fachsprachlichen und nichtfachsprachlichen Äußerungen aufbauen. Neben diesen sprachlichen Möglichkeiten werden auch Mittel der multimodalen Kommunikation eingesetzt um den Einsatz von Fachsprache zu verstärken oder zu unterstützen. In Bezug auf die oben analysierten Unterrichtsausschnitte spielen vor allem gestische Handlungen, aber auch die Typographie bzw. die Textgestaltung sowie die Mediensprache eine wichtige Rolle. In Bezug auf das Tafelbild gewinnt auch die semantische Ebene der Mathematik an Bedeutung, da hier bei einigen Lehrer_innen verstärkt oder auch ausschließlich Symbole eingesetzt werden. Dies lässt sich jedoch nicht bei allen

Lehrkräften feststellen. Gestische Handlungen werden vor allem auch dann eingesetzt wenn neue Begriffe oder noch nicht fixierte Termini benutzt werden.

Ein weiterer wichtiger Aspekt, der sich bei den analysierten Einheiten mehrmals abzeichnet, ist, dass die Lehrer_innen gezielte Fragestellungen wählen um auch die Schüler_innen zur Verwendung der mathematischen Fachsprache zu bewegen. Ziel dieser Fragestellungen ist es den fachsprachlichen Charakter zu verstärken und ein Klima zu schaffen in dem Fachsprache nicht nur aufgrund der Äußerungen von Lehrer_innen sondern auch durch eigenständige Äußerungen der Schüler_innen präsent ist. Dadurch wird von und für alle Akteure der fachsprachliche Charakter verstärkt und den Schüler_innen kann gegebenenfalls die Distanz zu bestimmten fachlichen Symbolen oder Termini genommen werden. Hier muss aber unbedingt bedacht werden, dass manche Fragestellungen den Erwerb der mathematischen Fachsprache auch behindern können, da sie oft nur ein Wort als Antwort zulassen (vgl. Dorfmayr, 2012, S.22).

In weiterer Folge zeichnet sich in den Analysen auch der verstärkte Einsatz von didaktischem Vokabular ab, sobald Fachsprache zum Einsatz kommt. Das bedeutet, dass die Lehrkräfte vor allem bei Erklärungen von Fachtermini auf dieses Vokabular zurückgreifen. Sie benutzen also Synonyme, die die Förderung von Fachsprache begünstigen, oder wählen Beispiele aus dem Alltag um die Abstraktheit des einzuführenden Fachbegriffs zu verringern und das Verständnis zu fördern.

Schlussendlich wird ausgehend von den analysierten Einheiten klar, dass die Lehrkräfte auch immer den Aufbau einer präzisen Begriffsvorstellung zu jedem verwendeten Terminus oder Symbol forcieren und auch nur jene Termini einführen, die für die Schüler_innen unbedingt notwendig sind.

In Hinblick auf die Quantität der mathematischen Fachsprache kann dennoch behauptet werden, dass ihr Einsatz verstärkt in der Sekundarstufe I beobachtet wird. Je höher die Schulstufe desto geringer werden fachsprachliche Charakteristika im Unterricht hervorgehoben, da sie viel mehr in die vorherrschende Unterrichtssprache integriert werden. Abschließend kann somit ausgehen von den analysierten Einheit der Einsatz von Fachsprache vor allem während Wiederholungen oder Einführungen neuer Themen festgemacht werden.

8 Anhang

- Gesprächstranskript L1 – 1.Einheit

Transkriptionskopf

Dauer der gesamten Aufnahme: 00:37:50

Name der Aufnehmende: Katharina Wiesinger

Name der Transkribierenden: Katharina Wiesinger

Situation: Videoaufnahme einer Unterrichtseinheit im Fach Mathematik

Charakterisierung des Sprechenden L1: männlich, Mathematik- und Informatikprofessor, langsame Sprechgeschwindigkeit, hoher Dialektisierungsgrad

Gesprächstranskript:

#00:00:44-8#	01	L1	so (--) heJ (.) gestern hamma vom koordinatensystem gelERnt (---) jo wie schaut denn so a K!OO!rdinatensystem aU!S!?
#00:00:52-8#	02		wie muss ma so a K!OO!rdinatensystem Zeich:nen; L1 klatscht die Handflächen vor seinem Körper ineinander, dabei sind beide Arme durchgestreckt
#00:01:00-8#	03		zeigt mit ausgestrecktem linken Arm seitlich nach links a strich SO und a strich auFI (.) ((lacht)) zeigt rechten ausgestreckten Arm nach oben
#00:01:05-8#	04		<<lachend> oka::y da xx hats super beschrie:eben wie nennt ma denn den !EI!nen Strich !SO!? wie heißt denn dER? L1 streckt wieder linken ausgestreckten Arm seitlich nach links und fährt mit Zeigefinger der rechten Hand am Arm entlang
((...))			
#00:01:13-1#	05		des is !DIE!?! L1 zeigt mit zuerst fragend in Klasse mit Zeigefinger der rechten Hand und dann auf sein Ohr
((...))			
#00:01:14-4#	06		die X achsE'
#00:01:15-9#	07		wie heißt der strich auFFI wies der xx so schön gsagt hat' deutet y-Achse wieder durch gestreckten rechten Arm nach oben an
((...))			

#00:01:20-4#08 die Y achs (--) |s:o und wie nennt man diesen punkt wo sich beide achse:n SCHNEI::den' die x Achse und die y Achse|
 |L1 streckt linken Zeigefinger nach rechts und rechten Zeigefinger nach unten, sodass sich ein Koordinatensystem bildet und bewegt beide Finger hin und her|

((...))

#00:01:30-8#09 des is da nUllpunkt ((...)) !OD!er' der !UR!sprung (.) genau

#00:01:36-4#10 hej da hamma gestern gelernt welche K!OO!RDINA!TEN! welche ZAHlen hat denn der ursprung' (--) welche zahlen hat denn der ursprung

((00:04:14-5))

#00:05:50-9#12 okay wie könnt ma jetzt herausFINDEN (-) |erstens amal das ma des| zu einem rechteck mochn und welche KOORDinAten der letzte eckpunkt hat vom rechteck der Punkt d wie könnt ma des jetzt herausfinden' ((...))
 |zeigt mit linker Hand auf die notierten Eckpunkte auf der Tafel|

((00:03:53-5))

#00:09:04-4# 13 und da uNtere strICH den würd ich sicher zehn zenitmeter machen'

- Gesprächstranskript L1 – 2.Einheit

Transkriptionskopf
Dauer der gesamten Aufnahme: 00:37:22
Name der Aufnehmende: Katharina Wiesinger
Name der Transkribierenden: Katharina Wiesinger
Situation: Videoaufnahme einer Unterrichtseinheit im Fach Mathematik
Charakterisierung des Sprechenden L1: männlich, Mathematik- und Informatikprofessor, eher langsame Sprechgeschwindigkeit, hoher Dialektisierungsgrad

#00:00:55-2# 01 L1 he wir miassn als erstes sozusagen mit dem wissen der halbwertszeit von dem c14 (.) ja uns einmal ah |EXPONentialfunktion| aufstellen für das c14 das haben wir gestern scho einmal gübt wie des geht
 |L1 deutet mit linker Hand Kurve einer Exponentialfunktion an|

((00:00:82-2))

#00:01:37-4# 02 so wie kommen wir jetzt nUr mit dem wissen halbwertszeit ist' 5730 JAHre' wie kuman wir dann auf die FUNKtionsgleichung der

((00:00:18:4)) #00:01:55-8# 03	exponentiellen abnAHme;
((00:14:73-7)) #00:16:29-5# 04	ge?nau; Ja die gleiCHung lautet n null durch zwa ist gleich n null mal a hOch 5730 (-) weil nach dieser anzahl von JA'Hren ist nur mehr noch die hälfte wurscht von welchem ausgangswert vorhANden ja (.) des muss ich mir (--) lösen lassen und ich muss des nach a lösen L1 notiert Gleichung gleichzeitig an der Tafel L1 zeigt auf den Exponent 5730 und anschließend auf den Bruch N0/2 L1 notiert Befehl an der Tafel, damit er es in GeoGebra eingegeben kann
((00:05:28-8)) #00:21:58-3# 05	jetzt schauts aso' aus dass wir versuchen werden sozusagen aus einer reihE von dAt!EN! im wesentlichen dann Punkte aus einer Punktreihe ein.exponentielles AbnAHmemodell oder exponentielle Steigerung; (---) jo ein WachstUm (---) zu erstellen; L1 zeichnet Kurve für exponentielle Abnahmemodell mit Hand nach und anschließend Kurve für exponentielle Steigerung
((00:00:59-3)) #00:22:17-6# 06	zweitens begründe warum man von einer näherungsweise exponentiellen AbnAHme der schaumhhe sprechen kann und hob eine passende TERmdarstellung der Funktion an
((00:02:17-6)) #00:24:35-2# 07	wiesO (-) wiesO kann man sagen oka'y des is eine exponentiELLE abnAHmE; (--) kunnt ja auch eine lineare abnahme sein (18.01) woher kummt des dass ich sagen kann okay ich nehme mir eine exponentielle' abnAHme;
	wie komm ich zur exponentiellen abnAHme; h von t L1 notiert h(t) an die Tafel

• Gesprächstranskript L1 – 3.Einheit

Transkriptionskopf

Dauer der gesamten Aufnahme: 00:40:39

Name der Aufnehmende: Katharina Wiesinger

Name der Transkribierenden: Katharina Wiesinger

Situation: Videoaufnahme einer Unterrichtseinheit im Fach Mathematik

Charakterisierung des Sprechenden L1: männlich, Mathematik- und
Informatikprofessor, eher langsame Sprechgeschwindigkeit, hoher
Dialektisierungsgrad

((00:01:49-1)) #00:01:49-1# 01 L1	oka:y (--) des is mEI' WOchstu:msgesetz; (--) ja' StartwERT? (.) do kann I die prozentuelle ZUNahme; ausilesen L1 zeigt mit Zeigefinger auf die zuvor notierte Wachstumsfunktion an der Tafel L1 zeigt mit Zeigefinger zuerst auf den
--	---

			Startwert c und dann auf den Faktor a^t an der Tafel
((00:00:57-1)) #00:02:06-2#	02		und dreißig jahre später wird (.) egA:'L aus welchem STARTwe'rt ganz egA:l was do vorhEr; do wor
((00:06:96-4)) #00:09:02-6#	03		mit der halbWertszeit' sicher keine probleme me:hr' (--) des is fast der wuchtigERE; BeGriff;
((00:04:51-7)) #00:11:54-3#	04		wIE' sIE:Ht ein exponentiELLES ZerRFallsgesetz; ganz AllgemeI'n aUS? (-) wIE' schaut das Aus;
((00:00:51-0)) #00:12:05-3#	05		wann i so a fU'nktiOn beschreiben will (-) eine EXPOntentielle ABna:HME wie schaut da die allgemeine funktionsgleichung aus L1 zeichnet Graph einer Exponentialfunktion mit Hand immer wieder (3 mal)
((00:00:08-1)) #00:13:13-4#	06		SO? (.) jetzt hamma a so a zerfallsgesetz (-) wir wissen; die HALBwertszeit; ist drei komma zweiundachtzig tage (-) damma nu amoi analysIERen was hast denn des n nU'll in dera funktionsgleichung; was heißt des? (3.0) des is da stARTtwert und a::? (4.0) is des was abnimmt also der fAKTOR um den es ABNImm;t ja (.) na auf den es abnimmt; L1 zeigt mit Zeigefinger auf das N0 in der zuvor notierten Funktionsgleichung an der Tafel L1 zeigt mit Zeigefinger auf das a in der zuvor notierten Funktionsgleichung an der Tafel

- Gesprächstranskript L2 – 1.Einheit

Transkriptionskopf

Dauer der gesamten Aufnahme: 00:40:39

Name der Aufnehmende: Katharina Wiesinger

Name der Transkribierenden: Katharina Wiesinger

Situation: Videoaufnahme einer Unterrichtseinheit im Fach Mathematik

Charakterisierung des Sprechenden L2: weiblich, Mathematik-, Religion- und Ethikprofessorin, langsame Sprechgeschwindigkeit, niedriger Dialektisierungsgrad

#00:01:42-8# 01 L2 san vIERzehn fünftel hob i di da richtig

versto'nden;

((00:00:08-1))

#00:01:50-9# 02 sechs wüvütl? ((2.5))

#00:01:54-9# 03 fünftl; ge:nau' sEHr gUT'

((00:01:86-3))

#00:03:41-4# 04 in wos host dasS denN verwondelt WiE nennt' ma denn dEs; (-) in wos du des verwondelt hast; (---) was des wEr'

#00:03:50-2# 05 ja in zwanzig ACHte'l da hast recht, und wie nennt ma sowAS' (.) |des is a; (--) | (AntwortS) mh'm genau gemischte Zahl gemischter Bruch mhm und des andere IS' (AntwortS) ein UN' | (--) | unECHter ge,NAU

|L2 zeigt mit Finger auf einen gemischten Bruch|

|L2 richtet Zeigefinger ans Ohr, um zu signalisieren, dass die Antwort der Schüler_in nicht korrekt war und er/sie ihre/seine Antwort überdenken soll und falls möglich den korrekten Begriff noch sagen soll.|

#00:04:06-0# 06 jetzt hamma wIEder unsre zwa unsre zwa unterschei:dungen; unEIGentlich und uNEchter (.) wos is numoi gschwind ein un'EIGentlicher bru:ch; der is EIGENTli:ch ka bruch; drum heißt er uNeigentlicher bruch; ja (.) des is eigentlich von von der sprache her relativ logisch

((00:06:99-4))

#00:11:20-5# 07 oiso wir miassn aufjedenfall in den satz einI':bringen oder dass die nenNer; gleich san (.) ja (.) übringens des nennt man gleichnNAHMig; weil sie den gleichen nAMen haben; viertel ist der name fünftel sechstel ja genAu' wie könnt mas formulieren hat wer a Idee; (.) und des in aller frÜ'H;

((00:00:17-9))

#00:11:56-7# 08 oiso i würd amoi sagen; brÜCHE' gleichnAHmige, brÜCHE' oder werden addIert (--) inde:m wi:r wos mochen' (.) indem wir ihr machts den satz fertig gleichnahmige brüche werden addiert und sub oder subtrahiert indem wir wos mochen

((00:00:14:7))

#00:12:30-3# 09 oiso |gleichnahmige brüche gleichNAHMIGE BRÜCHE; schreiben wir vielleicht in klammer dazu damit wir den begriff erklärt haben brüche mit gleichem nenner da hammer schowieder a fremdwort glernt gleichnahmige brüche brüche mit gleichem nenner werden addiert oder subtrahiert (--)

) indem wir indem wir die zähler addieren
(--) oder subtrahieren|

|L2 notiert Merksatz an die Tafel|

((00:15:75-7))
#00:29:20-3# 10 ihr kennt's eich grundsätzlich merken immer'
wenn i SOzusagen ein VIERtel in die hälFte
tei:le; tu i einfach den neNNer; sozusagen
eigentlich mal zwei rechnen weil ich aus
EInE:m stück zwe:i mache;

#00:36:43-8# 11 was was is' denn beim zähler warum heißt
denn der zÄHLER zÄHLER' (---) eigentlich
ist mAthematik; tota:l lo:gisch vom
begrif:f her genau wie UNeigentlich heißt
kein eIGntlicher bru:ch was heißt dann
zÄ'hler (-) wa:s heißt zÄHler;

((00:00:53-9))
#00:37:03-0# 12 gE'nu der zählt wie vü ma hat und jetzt
mecht i dREImAl sO viel hABen; (-) oiso
muss i da UNbedingt mim zÄHler was machen
weil sonst zählt mir der nicht ordentlich
mit meine tortenstücke drum heißt der
zÄHler; sehr gutgmerkt ja

((00:00:06-4))
#00:37:22-0# 13 da muss i irgendwa:s TEI:len da muss i doch
eher TEI:len und was' is TEilen für a
rE'chnung; TEilen (--) (Antworts) ja is
dividiERen ja se:hr' gU't

- Gesprächstranskript L3 – 1.Einheit

Transkriptionskopf

Dauer der gesamten Aufnahme: 00:37:31

Name der Aufnehmende: Katharina Wiesinger

Name der Transkribierenden: Katharina Wiesinger

Situation: Videoaufnahme einer Unterrichtseinheit im Fach Mathematik

Charakterisierung des Sprechenden L3: weiblich, Mathematik- und
Phsyikprofessorin, langsame Sprechgeschwindigkeit, leichter
Dialektisierungsgrad, laute Sprechweise

#00:00:01-8# 01 L3 weil wir woLLen aLLE' grU:NDrechnungsA:RTen;
verbI:nden also machts eich bitte glei a
Überschrift (--) (FrageS) ins
schulÜBUNGsheft; genau?

((00:00:35-2))

#00:00:48-2# 02 OIsO:, (.) wir haben ja jetzt schon mit
na!TÜR!lichen zAhlen; mit gAn!Z!en zAhlen
mit brÜ:chen mit deZIMA:hlZA:hLEN ((...))
geRE'chnet wir haben; plus mInus mAl
dividiERT' wir haben potenZen und
quadrAftwurzel kennenglernt; wir haben jetzt

schon vaRI!AB!LEN; (-) bevor ma zu den
 variABlen; kumman san hamma die
 gRUNdrechnungsarten verbUnden; und we:lche
 rE:Gel hat denn da gegO:ltten für das
 REchnen; (---) weNN man des ned beHERZigt
 krIE:gt man einen? (SchülerA) (-) kLA::PS
 genau?

((00:00:19-7))
 #00:01:46-0# 03

schreibts eich bitte den EINen merKsAtz auf
 (-) für das rechnen mit !TER!ME:N; gelten
 die VORRangrE:geln genAU::so wie beim
 REchnen mit ZA:hlen; (28.0) oiso |fürs
 rechnen mit termen brauchen wir die
 vorrangregeln die wir schon vom rechnen mit
 zahlen kennen| (--) und wir haben ja gsagt
 es gI::lt |kLA'::PS| (.) was bedeutet des
 jetzt;

|L3 notiert Merksatz auf der Tafel|
 |L3 unterstreicht die Aussagen "Rechnen mit
 Termen" , "Vorrangregel" und "Rechnen mit
 Zahlen"|
 |L3 notiert in Großbuchstaben und deutlich
 größerer Schrift K L A P S an der Tafel|

((00:00:05))
 #00:03:09-2# 04

genau klammer kommt vorm punkt und das ganze
 kommt noch vor dem strichrechnen was kommt
 denn jetzt noch dazu wir haben ja
 mittlerweile noch zusätzliche arten an
 rechenoperationen kennengelernt (AntwortS)
 ja des san die klammern wie man sie auflöst
 welche klammerarten haben wir denn
 kennenglernt (AntwortS) genau wir haben die
 geschwungenen ganz außen die eckigen die
 runden wie werden klammern aufgelöst von
 außen nach innen oder von innen nach außen
 (AntwortS) von innen nach außen lösen mas
 auf genau |auflösen von innen nach außen|
 |L3 zeichnet die unterschiedlichen Klammern
 an die Tafel und notiert daneben „von innnen
 nach außen“|

((00:00:45-3))
 #00:04:42-7# 05

EINE rechenoperationsmöglichkeit geht uns nu
 ab; (-) plus mINus mA:l dividIERt (--) was
 hamma denn nu glernt; war scho zur zweiten
 schularbeit? (AntwortS) poTENZen; genAU; (-)
 wo kumman denn die da hin rechnet ma
 poTENZen vor da strichrechnung aus'
 (AntwortS) poTENZen; GENau; AUßer es is eine
 klammer und AUSSerhalb steht die potenZ;
 aber potenzen san entweder |hIER' zu finden;
 (.) wanns in der klammer san O:der erst ganz
 am schluss| und wir können zuerst die
 klammern ()
 |L3 zeigt mit Zeigefinger auf das Wort KLAPS
 um den Schüler_innen zu verdeutlichen an
 welcher Stelle die Potenzen stehen können|

((00:01:14-0))
 #00:06:36-2# 06

SO: schau ma uns mal gANz O:ben; auf der
 seite ACHTundnEUNZig den roten KASTen; schnö
 an; (--) ihr habt HIER' (-.) ZUERst einen

TERm mit eCKigen klaMMern; der wIE'derum die multiplikation; vom b!I!:NOm mit einem monom; also mit einer!!!Z!!A:HL und NU amoi einen term in klammer beinhaltet; alsooo klammer () eckige klammer auf RU:nde klammer auf achZE:hn; minus vier f kla(PFEIL NACH UNTEN)mmer zu mal vIER(Pfeil nach oben) MINus runde klammer auf fünf f minus sechzehn c klammer zu und A:LLes eckige klammer zu dividiert durch drei. (--) wo fAngen wir dA an; (-)sonst schauts eich die nächste zeile an was DÜRF: ma zuerst ausrechnen dürf ma die division zerst machen? (Antworts) genau wir haben ECKige klAMMern um den restausdruck; also mias ma mal offensichtlich IN der klammer zu rechnen anfangen; (SchülerA) genAU' wir schauen uns die RUnden klAMMern an? was kinna ma denn IN der eckigen klammer zafassen was tUN' denn di dann als ersten schritt. (SchülerA) wie nennen ma deNN dEs wann ma (.) SO a klAMmer und den vIERer dazua wie kinnt ma denn des in mathematisch leicht ausdrücken was dAMMA denn wann ma die puNKTrechnung; durchführen; (--) wir mUÛLTiplizIE:ren oder? (Antworts) eben; wie hamma denn gsagt wann ma a BInO:m mit am mO:nOm multiplizieren (Antworts) genau JEDes gliEd des BInoms wird mit dem MOnom multipliziert

#00:22:14-8# 07

SO: wIE gehen wir vO::r wA:s IS zu tU::n wA:s müSSsen wir zuerst ausrechnen und warU:M; (Antworts) die klammER können wir die klAMmern ausrechnen in den klAMMern drinnen na: also klAMMer geht schonmal ned; was is des nächste was ma da tun dürfen (Antowrts) genau die Punktrechnung; |wir mulitplizieren das und wir mulitplizieren mal das| multiplizieren ma mal den ERSten ZWEeigIE:drigen Term; den klammerausdruck mit der Zahl fünF: was kummt uns da raus; (Antworts) fünfzich E gEnau; mI:nuS zehn !K! Super so dann lass ma des numoi in klammer machn da a minus und dann rechnen mas zweite wie geht ma da vor' (Antworts)

|L3 unterweltt zuerst den ersten zweigliedrigen Term und anschließend den zweiten zweigliedrigen Term der Aufgabe an der Tafel|

- Gesprächstranskript L3 – 2.Einheit

Transkriptionskopf

Dauer der gesamten Aufnahme: 00:43:25

Name der Aufnehmende: Katharina Wiesinger

Name der Transkribierenden: Katharina Wiesinger

Situation: Videoaufnahme einer Unterrichtseinheit im Fach Mathematik

Charakterisierung des Sprechenden L3: weiblich, Mathematik- und Phsyikprofessorin, langsame Sprechgeschwindigkeit, leichter Dialektisierungsgrad, laute Sprechweise

#00:00:03-2#01

L3wie is die ALLgemeine FOrm einer quadRatischen↓ GLEICHung; |(Antworts(---) ge:nau' | dES is DIE fuKTionsglE:ICHung wann NULLstellenausrechnen was mias ma mochn; (---)|nuLL sE:Tzen oiso F von X is nuLL↑ und wir kriegen die NULLstellen.| welche fÄLLe kinnan ma jetzt do unterscheiden und wo brAUchen wir überhaupt a lösungsformel und wo brauchen wir keine undwarum;

|L3 notiert $f(x) = 0 \rightarrow NST$ |
|L3 notiert die allgemeine Form einer quadratischen Gleichung ($f(x) = ax^2 + bx + c$) an die Tafel |

((00:00:04-0))

#00:00:44-8# 02

wir haben ja zuerst so:nderfälle ausgerechnet wo ma ka lösungsformel braucht (---) welche worn des; |drEI FÄlle hamma ghabt wo ma keine lösungsformel braucht haben und im VIERTen hamma dann wieder die gesamte gleichung für die große lösungsformel (---)| wöche fälle kinna ma OHNE rechnen; (Antworts)

|L3 notiert (1) (2), (3) und (4) gr. Lsg. Formel untereinander an die Tafel|

#00:01:10-1# 03

|ge:nau↑ a x quadrat ist gleich nuLL| a rein quadRatischer TERM a rein quadrATische GLEI:chung wie is denn da die lösung dazu des siagt ma eigentlich schon; (Antworts) null genau |wir haben EINE lösung doppelte nullstelle und is da null| welche möglichkeiten hamma nu' (Antworts) |gE:nau des is des ZWEite wir haben nu an LINEaren an LINEAren zweiten term dabei'| wie haben wir da glöst. (.) so ganz grob nur wie ma vorgangen san; (Antworts) genAU wir haben umgformt oder rausgehoben |wir kinan genau so herschreiben (-) x mal a x plus b| und dann kinan ma wieder wo unterscheiden a Lösung is aufJEDenfall wo liegt eine aufJEDenfall bei x is gleich;

(-) wo kommt da null aussa wir haben |ZWEI faktOREen die wir multiplizIERen sobald EINER null ist is Alles null| also wo wird die erste lösung lIEgen (-) |wo kommt da null aussa'| |wann dEs null is genAU ↑ oder wann dEs null is;| und der DRI(PFEIL NACH OBEN) Fall den wir lösen kinnan ohne LÖSungsformel (.) hat welcher form (AntwortS) |genAU a x quadrat plus c| des heißt wir haben kombinATIOnen von all diesen drei teilen hier die ZAM die VOLLständige gleichung liefern; (-) und dann hamma noch die grosSe lösungsformel ghabt gilt für die aLLgemeine form mit a b c

|L3 notiert neben (1) $ax^2 = 0$ |
 |L3 notiert zu (1) $x_{1,2} = 0$ |
 |L3 notiert $x * (ax + b) = 0$ |
 |L3 zeigt mit Finger auf die beiden Faktoren|
 |L3 streicht mit Hand die Gleichung an der Tafel entlang|
 |L3 notiert unter den beiden Faktoren einen Pfeil und eine 0|
 |L3 notiert $ax^2 + c$ |

#00:03:03-8# 04

dann hamma scho von da normIERten form gehört wofür braucht ma di wieso rechne i mit zWA verschIEDene formeln (--) was könnte sinn dieser sache sein (AntwortS) genau bei der normIERten Form hamma gsagt ist |DIEser KOeffizient immua eins| wie kuman ma denn jetzt von |DEM auf die normIERte Form| was müss ma tun' (AntwortS) genau wir diVIDIERen einfach DIEse gle:ICHung wir haben ja für die NULLstellen |a x quadrat plus b x plus c ist null dann diVIDIERen ma durch a erhalten x quadrat plus b durch a mal x plus c durch a'| und haben eine quadrATische gleichung wo der KOeffizient A eins ist wos kunnt jetzt der SINN sein ich könnte ja jede quadRAtische gleichung normIERen woZU; warum kann i ned immer die ALLgemeine form nehmen weil dann setz i hALT für a gleich eins ein als koefizient für die LÖSungsformel was kunnt des für einen Sinn haben wenn ma alles normIERen alles gle:ICH machen; (.) steckt eh scho im wort DRInnen gleICH MACHen wieso macht ma denn was gleich damIT mans besser ve:rgLEICHEN kann wir haben dann I↑MMER quadrATische funktionen PARabeln |mit der selben WE:ITE| oka:Y das heißt wir |setzen B durch A nENNen wir P C durch A nENNen wir Q| und wir san dann auf der normierten form die ma rei:n von da Form her kennenglernt haben und mit der start ma weiter

|L3 unterstreicht bei der allgemeinen

Formel den Koeffizienten a|
 |L3 zeigt auf die allgemeine Formel für
 quadratische Gleichungen|
 |L3 notiert $ax^2 + bx = 0$ |
 |L3 zeigt Parabelform mit Händen|
 |L3 notiert $\frac{b}{a} = p$ und $\frac{c}{a} = q$ |

((00:05:86-8))

#00:10:33-7#05

es is ja auch die WURzel is ja so: definIert
 dass ma sagt die WURzel aus einer irgendeiner
 quadrATtischen ZAHL is schon die POSitive ZAHL
 aber umgekehrt bei gLEI:chungen fragt man eher
 FINDE JenE ZAHlen deren QUADRAT dann DIESe
 gesuchte zahl ergibt und wann i die zahlen
 finden soll hamma zwei lösungen okay?

((00:00:72-8))

#00:11:27-5#06

so: wir geHen von der normIE:Rten form aus wie
 ma zur normIERTen form kommen wISSEN WIR
 scho:n; (7.0) ((...)) jetzt kumman zur
 normIERTen FORM |X quadrAt plus PX plus Q'
 (5.0)| das heISSt weNN wir EINE quadrATische
 gle:ICHung (---) der form (.) |X quadrat plus
 PX plus Q gleich null haben| dann LIEfert uns
 dazu die KLEINE LÖSungsFORMel |((...))| SO: die
 KLEINE' lösungsFORMel LIEfert uns ebenfalls
 EINE zwEI oder KEIne LÖSungen u:nd EIGentlich
 könnten wir einfach die gROSSE lösungsformel
 nehmen und wir setzten halt für P B durch A und
 für Q C durch A ein ((...)) |das heißt wir
 haben mINUS p halbe plus mINUS und wieder an
 großen wURZELausdruck p halbe zum quadrAt minus
 Q| (--) so: |dIEsen wurzelausdruck oder das
 UNTer der WURzel könnte wieder was sein'|
 (AntwortS) die diS:krimInante ge:NAU ((...))

|L3 notiert $f(x) = x^2 + px + q$ an die Tafel und
 anschließend "normierte Form"|
 |L3 notiert: quadratische Gleichung der Form
 $x^2 + px + q = 0$ |
 |L3 notiert: -> kleine Lösungsformel|
 |L3 notiert KLEINE LÖSUNGSFORMEL|
 |L3 markiert Diskriminante mit "Diskriminante
 D"|

#00:14:05-1# 07

überlegen wir uns des wIEdermal WIE VIELE
 LÖSungen KÖNNTE diese gleichung in abHängigkeit
 der diskriminANTE haben; (--) welche
 |lösungsfälle kennen wir (---) wir kIñnann
 wieder unterscheiden d gRÖSSER null D ist
 gleich null und D KLEIner null| jetzt überlegen
 wir uns des mal wenn der AUSdruck unter der
 wurzel größer null ist (AntwortS) genau dann
 wirds wieder zwei LÖSungen geben (.) die
 |wURzel einer positIVEN zahl| is wieder eine
 reELLE ZAHL| und wir zählens dazua oder wir

subtRAHIERns also |zwei LÖSungen oder zwei
rELLE LÖSungen bleiben wir genau' |bei D ist
gleich NULL werden wir wie viel LÖSungen haben'
(AntwortS) |EINE lösung| und wann ma wieder
eine negativen ausdruck unter der wurzel haben
haben wir |keine reelle Lösung; es gibt schon
eine lösung aber nicht in den rEELLen ZAhlen;
(5.0)|

|L3 notiert : $D < 0$, $D > 0$ und $D = 0$ an die Tafel|
|L3 zeigt auf Diskriminante bei der kleinen
Lösungsformel|
|L3 notiert zwei reelle Lösungen bei $D > 0$ |
|L3 notiert eine reelle Lösung bei $D = 0$ |
|L3 notiert keine reelle Lösung bei $D < 0$ |

((00:01:05-9))

#00:16:15-9#08

noRmIert ned nominiert noRmIerte form genau ich
kann nur JENE GLEICHungen Lösen die wirklich
als kOEffizient A EINs haben (.) des heißt im
zweifelsFALLE merKt ihr euch die große weil da
weil da kinnts ois einischöpfen da is jede jede
kombination von koeffizienten a b c möglich

#00:17:46-4# 09

wann ma jetzt in die LÖSungsformel einsetzen
was mias ma einsetzen; (-) brauchts nUR die
kOEFFizienten P und Q in dIE formel einsetzen
(5.0) also für MINUS p halbe setz ich was ein'
|MINUS einhalb plus M!I!NUS (AntwortS) eins
durch zwei neNNen wir auch ganz schön EIN HALB
zum quadrAt minus MINUS zwei' (AntwortS) plU:S
zwei gEnau welche lösungen sind möglich für X|
rechnen ma uns mal den ausdruck unter der
wurzel aus die diskriminante was kummt den
aussa' EINhalb zum quadrat ist einHALB mal
einHALB ist' Zähler mal Zähler neNNer mal
neNNer (AntwortS) ((...)) ein vIERrtel genAU
null komma FÜNFundzwanzig.

|L3 notiert kleine Lösungsformel an die Tafel
und setzt die gegebenen Werte für p und q (aus der
Aufgabe) ein|

• Gesprächstranskript L4 – 1.Einheit

Transkriptionskopf

Dauer der gesamten Aufnahme: 00:38:67 (aufgenommen in 2 Teile; Teil 1: 00:16:46 und Teil 2: 00:22:21)

Name der Aufnehmende: Katharina Wiesinger

Name der Transkribierenden: Katharina Wiesinger

Situation: Videoaufnahme einer Unterrichtseinheit im Fach Mathematik

Charakterisierung des Sprechenden L4: männlich, Mathematik- und Geographie- und Wirtschaftskundeprofessor, mittlere Sprechgeschwindigkeit, mittlerer bis hoher Dialektisierungsgrad, mittlere Sprechweise

#00:00:45-1#

01

L4 a::m okay' wir haben funktionEN (-) als
eines der letzten KApitel gemacht welche
ART von FUnktIOnen habts ihr
kennengele:rnt; hamma einen song ghabt
(AntwortS) linEAre funktionen (--) wie

lautet denn die grundform (-) die grundform einer linEA:Re!N! funktion. (Antworts) fAsT (-) fAsT y ist gleich k:: mAl X plus d okA:y' was bedeutet jetzt dIEses K? (Antworts) STeigung; genau; und das d' (Antworts) wo die y achse GESchni:TTen wird des gfoit mir ganz gut

((00:00:19:00-2))

#00:01:49-2# 02 wir schauen uns heute einige (-) NICHTlineare FUNKTionen an;

((00:00:67-4))

#00:02:19-0# 03 ÜberschriFT quadrA:tische funktIOnen;

((00:00:83-2))

#00:03:04-7# 04 (FrageS)die bOgendinger. jA ge:nau; (FrageS) naja wann mas quadriert (.) wird ja wieder mInus mal mInus gerechnet dann wirds pOSitiv (0.9)

#00:03:23-6# 05 okay schau ma uns einfach mA:l EI:ne funktIOn an mach ma eine weRTetabelle dazu; und dann übertragen wir das auch in ein kOOordinatensystem und zeichnen auch den funktIONSgraphen. schau' ma mal. y ist glei:ch X quadrAT; (6.8) SO und zwar schau wir uns den BE:reich an von mInuS drEI bis| so welche Arten gibts überhaupt FUNKTionen darzustELlen; da gibts insgesamt drei verschIE:dene; (Antowrts) und funktionsgra:ph genau; also mach ma mal a TAble; |(14.8)|

|L1 notiert Wertetabelle an die Tafel (noch ohne y Werte)|

#00:04:47-2# 06 (FrageS) na des geht INSofern ned das kannst zwar bei einer LINEAren fUnktion machen weil die is eindeutig festlegt du:rch (Antworts) genau wannsd dass jetzt verbindst dann kommt ga:nz was anderes aussa; (3.0)

#00:05:28-4# 07 wie komme ich denn jetzt auf den ZUgehörigen Y' wert;

((00:02:17-2))

#00:07:49-3# 08 wir übertragen das jeTZT in EI:N KOordinATensystem

((00:02:06-8))

#00:09:59-2# 09 so wir übertrAgen die Punkte. |(31.0)|

|L4 zeichnet Punkte der Wertetabelle in das Kooridnatensystem ein|

((00:02:06-9))

#00:12:38-3# 10 okay; Eure AUFGabe (--) ihr wertet jetzt für den selben bereich eine neue art und zwar mit dem funktionsgraph. |y ist gleich x zum quadrat plus zwei| wertetabelle und den funktionsgraph zeichnen und dann beschreibt in eigenen worten wie sich die beiden unterscheiden; den wir jetzt gezeichnet haben gemeinsam und den ihr dann alleine zeichnetes alles klar' soweit' (FrageS) von minus drei bis plus drei

((00:02:29-3))

#00:02:29-3# 11 so wie hat sich denn jetzt der funktionsgraph verändert; (---) (AntwortS) genau' der funktionsgraph bleibt gleich er ist nur um zwei nach oben' verschoben worden (--) wie würde denn jetzt der funktionsgraph aussehen |wenn jetzt hier minus zwei| stehen würde;| (AntwortS) genau' dann wäre er um zwei entlang der Y-Achse. nach unten verschoben |das heißt es würde in etwa so aussehen| das heißt wenn hier eine Zahl addiert wird oder auch subtrahiert dann bewirkt das eine |verschiebung entlang der Y-Achse;| und so oder so ähnlich schreibt das jetzt bitte auch dazu also; WIRD eine zahl dazu addiert oder subtrahiert Beistrich so bewirkt das eine verschiebung entlang der y achse; so bewirkt das eine verschiebung entlang; der !Y! Achse. (---) in klammer plus? nach oben; minus nach unten;

|L4 notiert $y = x^2 - 2$ an die Tafel neben der ursprünglichen Funktionsgleichung $y = x^2 + 2$ |

|L4 zeichnet Graph von $y = x^2 - 2$ in Koordinatensystem ein|

|L4 veranschaulicht die Verschiebung entlang der y-Achse mit Hilfe seiner rechten Hand, indem er sie von oben senkrecht nach unten bewegt|

((00:00:31-6))

#00:04:50-2# 12 wir schauen uns jetzt an WIE' sich der funktionsgraph verändert wenn; jetzt die Funktion |folgendermaßen aussieht (---)|

|L4 notiert $y = (x-2)^2$ an die Tafel|

((00:10:66-8))

#00:15:25-8# 13 ah jetzt gehts nimmer dass ihr die werte euch wieder irgendwie euch zudenkt sondern jetzt müsst schon fertig einsetzen in die wertetabelle damit

dann auch die richtigen werte rauskommen wie sieht jetzt der funktionsgraph aus (AntwortS) ((...)) auf welcher achse is er denn jetzt verschoben; (--) (AntwortS) nach rechts auf der x-achse genau das heißt wenn ich das jetzt hier rein skizziere |(--)| sollte das in etwa so aussehen ich habe jetzt |entlang der x-achse um zwei nach rechts verschoben (--) da war null null und da ist jetzt zwei null um zwei nach rechts| (---) so wie wird jetzt der funktionsgraph aussehen wenn ich (-) hier hä'TTe | (AntwortS) um zwei nach links ((...))

|L4 skizziert Funktionsgraphen von $y = (x-2)^2$ in das vorhandene Koordinatensystem|
 |L4 zeigt mit Zeigefinger auf die neue Funktion, anschließend auf den Ursprung (0|0) und dann auf den Punkt (2|0) um die Verschiebung des Graphens entlang der x-Achse zu verdeutlichen|
 |L4 notiert $y = (x+2)^2$ an die Tafel|

- Gesprächstranskript L4 – 2.Einheit

Transkriptionskopf

Dauer der gesamten Aufnahme: 00:42:43 (aufgenommen in 2 Teile; Teil 1: 00:30:20 und Teil 2: 00:12:23)

Name der Aufnehmende: Katharina Wiesinger

Name der Transkribierenden: Katharina Wiesinger

Situation: Videoaufnahme einer Unterrichtseinheit im Fach Mathematik

Charakterisierung des Sprechenden L3: männlich, Mathematik- und Geographie- und Wirtschaftskundeprofessor, mittlere Sprechgeschwindigkeit, mittlerer bis hoher Dialektalisierunggrad, mittlere Sprechweise

#00:00:02-9# 01 L4 a::hm was war denn so die die (.) Faustregel wie ma denn WAHRSCHeinlichkeit überhaupt bestimmen; wenns heißt ähm was i ned drei grÜNe und fünF blaue kugeln wie hoch is dann die wahrscheinlichkeit eine grÜNe zu zIEHen' (AntwortS) jo' oka:y ((...)) |früher hamma da immer so a; (--) so jetzt sag i es gibt drei grÜNe und fünF rote kugeln s:o wie groß is dann die wahrscheinlichkeit eine grüne zu erwischen und wie groß die wahrscheinlichkeit eine rote| (AntwortS) |drei ochtl grüne und fünf ochtl rote| wie kommst du drAUF; (AntwortS) genau die grUNDregel für die wahrscheinlichkeit ist gÜNStige durch Mögliche des heißt ihr könnt's mal das so vereinfacht auFschreiben (--) p ist gleich P hamma meistens die wahrscheinlichkeit abkürzt für des englische wort ((...))

|L4 notiert Baumdiagramm an die Tafel|
 |L4 notiert drei achtl und fünf achtl|

#00:01:48-0# 02 welcher RECHENoperation; entspricht jetzt EI:N MA:L; (9.4) so. die rechenoperation MA:L vereinfacht gsagt was entspricht denn die für einer bei der wahrscheinlichkeit für

einem beFEHL (AntwortS) UND genau UND bedeutet MA:L und PLUS bedeutet ODER; das war diese PFADregel entlang von den bäumen (.) das heißt wenn grün und grün eintreten wird dann heißt das MAL und ansonsten wenn rot eintritt dass addIERT ((...))

#00:03:01-6# 03 kleine ÜBER ↑ schrift (---) und zwar die zufallsvarIABLE die zufallsvariable |(11.0)| werden wir in zukunft abkürzen mit zv↑ dann sparn ma uns wieder was zum schrEIbn

|L4 notiert Zufallsvariable ZV an die Tafel|

((00:00:28-0))
#00:03:56-0# 04 eine zufallsvARIABLE; oiso kennt's glei abkürzen (---) eine zufallsvariable ordnet jedem möglichen versuchsausgang;(11.0) jedem möglichen versuchsausgang eine ZAHl zu (15.0) eine zahl zu meist wird sie mit |grOSS x| bezeichnet

|L4 notiert X an die Tafel|

((00:04:93-0))
#00:09:35-9# 05 welche wahrscheINlichKEit; hat ein sICHeres EReignis (AntwortS) sicheres ereignis hat die wahrscheinlichkeit EINS das heißt wenn ich zwei würfel WÜrfel (--) wie groß ist die wahrscheinlichkeit dass ich einen wert zwischen zwei und zwölf hab (AntwortS) hundert prozent also ei:ns. (.) wie groß ist die wahrscheinlichkeit dass ich den wert eins hab (AntwortS) null. (-) das ist des UNMögliche ereignis; ((...))

#00:10:25-0# 06 So: jetzt gibts eine neue schreibWEISE i glaub di hamma nu ned ghobt (-) und zwar |(6.0)| wie groß ist jetzt die wahrscheinlichkeit dass die zufallsvarIABLE X den wert !A! annimmt (--) des klingt jetzt a bissl (.) komisch is aber eigentlich nichts dabei wenn ma jetzt zum beispiel beim würfel bleiben weil eich des am vertrautesten is (-) ahm |beim würfeln aLLgemein und beim würfel p von x ist gleich 3| wie groß is jetzt die wahrscheinlichKEIT einen dreier zu würfeln' ((...))

|L4 notiert P(X=a) an die Tafel|
|L4 notiert neue Schreibweise für den allgemeinen Fall und für den Fall eines Würfels an die Tafel|

((00:00:12-3))
#00:11:28-3# 07 also wIE groß is die wahrscheINlichKEit dass die zufallsvariable X den wert drei annimmt heißt wie groß ist die wahrscheinlichkeit einen dreier zu wü:rfeln; (.) so was hamma günstiger fall is der (AntwortS) drEier den gibts einmal; und wie viel Mögliche hab i' (AntwortS) also is die wahrSCHEINlichKEit bei einem sechstel;

((00:03:34-6))

#00:15:37-6# 08

oka:Y (--) SEI x eine zufALLSsvariAbLE die die werte a eins a zwei bis a n ANNeHmen kann (---) und dann mach ma was mim TASCHenrechner da hab i mi gestern voi lang gspüt auf das gfrei' i mi scho; (--) sei X also grOSS X eine zufallsvariable die die werTE (-) a eins a zwei punkt punkt punkt bis a n annehmen kANN (FrageS) na also sei X eine zufallsvaRIA:BLE die die werTE (8.0) die die werTE; | a eiNS a zWEI a N| ANNeHmen kann PU:nkt. (--) wird jedem wert ((...)) so ah wird JE:DEM wert a I: wIRD JE:DEM wert A I die wahrscheinlichkeit A I (FrageS) a I |des is IRGendeine von de:nen| ((...)) SO wird JE:Dem wert a i die wahrscheinlichkeit (--) ZUgeordnet beistrich. (-) so bezeichnet man diese Zuordnung als wahrscheinlichkeitsVERTeilung von X .

|L4 notiert $a_1, a_2, \dots, a_n$ an die Tafel|
|L4 zeigt mit Finger auf die Werte a_i bis an|

((00:02:16-9))
#00:20:21-2# 09

SO ein WÜ↑RFel (-) welche Möglichen werte kann jetzt die zufallsvariable x annehmen' (-) wenn die augenZAHL; so welche möglichen werte hab i' also a eins wär 1 a zwei wär zwei a drei wär drei a vier wär vier a fünf wär fünf a sechs wär sechs dann hamma moi diese a i also a n oder a i geklärt; (--) so | a EINS wär (--)| okay das heißen diese a eins bis a n sind diese MöGLichen versUCHSausgänge dIES gi:bt; so jetzt ordnen ma JE:dem die wahrscheinlichKEIT zu das heißt | p von X ist gleich eins p von X ist gleich zwei und so weiter bis p von X ist gleich sechs| wie groß ist die wahrscheinlichkeit dass ich an einser an zweier an dreier an vierer an fünfer oder an sechser würfel; wir zeichnen dazu auch ein STABdiagrAMM ((...)) so wie groß ist die wahrscheinlichkeit einen einser zu haben' ein sechstel die wahrscheinlichkeit ist bei ALLEN glei:ch wie wird dann die VERTeilung heißen (AntwortS) da hamma die gleichverteilung |((---))| okay mehr is ne:d (--) die möglichen versuchsausgänge; und ordne jedem versuchsausgang die dazugehörige wahrscheinlichkeit zu (.) und wann i des dann im stabdiagramm DARSTellen kann hab ich eine verteilung in dem fall heißt die weils immer gleich ist die GLEICHverteilung

|L4 notiert $P(X=a_i)$ usw. an die Tafel|
|L4 notiert $P(X=)$, $P(x= \dots)$ an die Tafel|
|L4 notiert Gleichverteilung an die Tafel|

((00:00:23-0))
#00:23:48-5# 10

ein zweites BEIspie:l i hab zWEI Würfel und dann hab i | X ist die AUGE:NsumME| (---) das heißt ich hab wieder die MöGLichen werTE; |(24.0)| so wIE VIE:LE möglichkeiten hab ich einen ZWeier zu würfeln (AntwortS) EINE

nämlich an einser und an einser (---) SO: wie viele möglichkeiten gibt es INSgesamt der erste kann sechs annehmen und der zweite kann ah sechs verschiedene UND hamma gsagt is MA:L (AntwortS) sechsunddreißig spitze (.) wie viele möglichkeiten hab i denn einen ZWÖLfer zu WÜRFeln (AntwortS) eine nämlich zwei sechser so ingesamt hab i natÜRLich wieder sechsunddreißig SO: dreier' (AntwortS) zwa nämlich an zweier und an einser oder ein einser und an zweier ((...)) so ihr vervollständigt des jetzt selbst und zeichnets dann auch selbst ein (---) STABiagramM und versuchts ma auch dafür einen NA:men zu finden.

((00:03:08-7))

#00:29:33-7# 11

so die meisten san scho fertig wie schAUT denn des jetzt AUS' (AntwortS) genau wie a DREIecK wie wirds also heißen' (AntwortS) SPItze also da wär jetzt a beispiel für a DREICKSverteilung'((...))

9 Literaturverzeichnis

- AYASS, R. (2008). Konversationsanalyse. In: Sander, U./ Von Gross, F./ Hugger, K.U. Handbuch Medienpädagogik. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- BARKOWSKI, H. (2010). Fachlexikon Deutsch als Fremd- und Zweitsprache. Tübingen: A. Francke Verlag.
- BARWELL, R. (2005). Language in the mathematics classroom. Language and Education, 19 (2), <http://dx.doi.org/10.1080/09500780508668665>, Zugriff am 5.11.2014. S.97-102.
- BARWELL, R., LEUNG, C., MORGAN, C., & STREET, B. (2005). Applied Linguistics and Mathematics Education: More than Words and Numbers. Language and Education , S.141-146 .
- BAUSCH, K.-R., CHRIST, H. & KRUMM H-J. (Hg.) (2007). Handbuch Fremdsprachenunterricht (5.Auflage) Tübingen: A.Francke Verlag.
- BIFIE. (2010). Der Gemeinsame europäische Referenz- rahmen für Sprachen in der Unterrichtspraxis. Graz. Zugriff am 20. 11 2014 von http://www.oesz.at/download/publikationen/Broschuere_interaktiv.pdf.
- BMBF. (2000a). allgemeiner Teil. Zugriff am 25. 11 2014 von Lehrpläne der AHS-Oberstufe:
https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/11668_11668.pdf?4dzgm2.
- BMBF. (2000b). Abgerufen am 25. 11 2014 von Lehrplan der AHS-Unterstufe:
https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2
- BMBF. (2004). Lehrpläne der AHS-Oberstufe. Zugriff am 25. 11 2014 von https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_neu_ahs_07_11859.pdf?4dzgm2.
- BUSCH (1933). Die deutsche Fachsprache der Mathematik: ihre Entwicklung und ihre wichtigsten Erscheinungen mit besonderer Rücksicht auf Johann Heinrich Lambert/ von Wilhelm Busch. Gießen: Münchow.
- BUSSMANN, H. (2008). Lexikon der Sprachwissenschaft. 4.Auflage. Stuttgart: Kröner.

- DEPPERMAN, A. & LINKE, A. (2010). Sprache intermedial. Stimme und Schrift, Bild und Ton. New York: de Gruyter.
- DEPPERMAN, A. (2008) Gespräche analysieren. Eine Einführung. 4.Auflage. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- DIESER, O. (2010). Grundbegriffe der wissenschaftlichen Mathematik. Sprache, Zahlen und erste Erkundungen. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag Berlin-Heidelberg.
- DORFMAYR, A. (2012). Die Rolle der Fachsprache bei zentralen Prüfungen. Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft (45), S.19-28.
- DORFMAYR, A. (2012). <http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2012%20Band%2045/VortragDorfmayr.pdf>. Zugriff am 19. November 2014.
- EHLEICH, K. & REHBEIN, J. (1977). Wissen, kommunikatives Handeln und die Schule. In: Goeppert, H.C. (Hg.). Sprachverhalten im Unterricht. Zur Kommunikation von Lehrer und Schüler in der Unterrichtssituation. München: Fink. S.36-114.
- EHLEICH, K. & REHBEIN, J. (1979). Sprache in Institutionen. In: Brünner, G./ Graefen, G. (Hg.). Texte und Diskurse. Methoden und Forschungsergebnisse der Funktionalen Pragmatik. Opladen: Westd. Verlag. S.287-327.
- GLÜCK, H. (Hg.). (2010). Metzler Lexikon Sprache. Stuttgart: Verlag J.B. Metzler.
- GOGOLIN, I. (2009). Zweisprachigkeit und die Entwicklung bildungssprachlicher Fähigkeiten. In: I. Gogolin (Hg.), Streitfall Zweisprachigkeit. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften. S.263 – 280.
- JÖRISSEN, S. (2013). Mathematik multimodal - Eine Sprachwissenschaftliche Untersuchung kommunikativer Verfahren im Hochschulunterricht. Münster: Waxmann Verlag GmbH.
- JÄGER, W. (1993). Die Sprache der Mathematik. In P. Weingartner (Hg.), Die Sprache in den Wissenschaften. München : Alber. S.9-42.
- KOCH, P. & ÖSTERREICHER, W. (1985). Sprache der Nähe – Sprache der Distanz. Mündlichkeit und Schriftlichkeit im Spannungsfeld von

- Sprachtheorie und Sprachgeschichte. In: Romanistisches Jahrbuch (Bd. 36). Berlin u.a. S.263 – 280.
- KRÄMER, S. (2010). Sprache, Stimme, Schrift. Zur impliziten Bildlichkeit sprachlicher Medien. In: Deppermann, A./Linke, A. (Hg.): Sprache intermedial. Berlin: de Gruyter. S.13-28.
- KRESS, G. & VAN LEEUWEN, T. (2001). Multimodal discourse: the modes and media of contemporary communication. London: Arnold.
- KRUMMHEUER, G., & NAUJOK, N. (1999). Grundlagen und Beispiele interpretativer Unterrichtsforschung. Opladen: Leske & Budrich.
- LEISEN, J. (2004). Der bilinguale Sachfachunterricht aus verschiedenen Perspektiven - Deutsch als Arbeitssprache, als Lernsprache, als Unterrichtssprache und als Fachsprache im Deutschsprachigen Fachunterricht (DFU). Fremdsprache Deutsch (30).
- LEISEN, J. (2005). Muss ich jetzt noch Sprache unterrichten? - Sprache und Physikunterricht. Unterricht Physik (3). Seelze: Friedrich Verlag. S.4-9.
- LEISEN, J. (2010). Handbuch Sprachförderung im Fach. Sprachsensibler Fachunterricht in der Praxis. Bonn: Varus.
- MAIER, H. (1986). Empirische Arbeiten zum Problemfeld Sprache im Mathematikunterricht. Zentralblatt für die Didaktik der Mathematik (18), S. 137-147.
- MAIER, H. (2004). Zu fachsprachlicher Hyper- und Hypotrophie im Fach Mathematik oder Wie viel Fachsprache brauchen Schüler im Mathematikunterricht? Journal für Mathematikdidaktik (2), S.153-166.
- MAIER, H. & SCHWEIGER, F. (1999). Mathematik und Sprache Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht . In H.-C. Reichel (Hg.). Wien: öbv & hpt Verlagsgesellschaft mbH. & CO. KG.
- MEYER, M. & PREDIGER, S. (Juni 2012). Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht - Herausforderungen, Chance und Förderansätze. Praxis der Mathematik in der Schule, 54 (45), S.2-10.
- MEYER, M. (2007). Entdecken und Begründen im Mathematikunterricht - Von der Abduktion zum Argument. In: Journal für Mathematik-Didaktik. Cham: Springer. S.286-310.

- MONDADA, L. & SCHMITT, R. (2010). Zur Multimodalität von Situationseröffnungen. In: Mondada, L./ Schmitt, R. (Hg.): Situationseröffnungen. Zur multimodalen Herstellung fokussierter Interaktion. Tübingen: Narr. S.7-52.
- O'HALLORAN, K. L. (2005). Mathematical discourse. Language, symbolism and visual images. London: Continuum.
- OSBURG, C. (2003). Wenn Kinder nicht verstehen (können). In: Praxis Grundschule. Band 3. Braunschweig: Westermann. S.28-31.
- PREDIGER, S. (2013). Darstellungen, Register und mentale Konstruktion von Bedeutungen und Beziehungen – Mathematikspezifische sprachliche Herausforderungen identifizieren und bearbeiten. In: M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann, & V. H. Johannes (Hg.), Sprache im Fach – Sprachlichkeit und fachliches Lernen (Bd. 3). Münster: Waxmann. S. 167- 183.
- PITSCH, K. (2006). Sprache, Körper, Intermediäre Objekte. Zur Multimodalität der Interaktion im bilingualen Geschichtsunterricht. Dissertationsschrift. Bielefeld: Universität Bielefeld.
- RÖLCKE, T. (2010). Fachsprachen (3.Auflage Ausg.). Berlin: Erich Schmidt.
- ROCHE, J. (2008). Fremdsprachenerwerb Fremdsprachendidaktik (2. überarbeitete Auflage). Tübingen : A. Francke Verlag.
- SCHMIDT-THIEME, B. (2003). Sprache als Lehr- und Lerninstrument. Karlsruher pädagogische Beiträge , S.127-134.
- SCHMIDT-THIEME, B. (2010). Fachsprache oder Form und Funktionalität fachlicher Varietäten im Mathematikunterricht. In: Kadunz, G. (Hg.): Sprache und Zeichen- Zur Verwendung von Linguistik und Semiotik in der Mathematikdidaktik. Berlin: Verlag Franz. S.271-304.
- SCHMITT, V.A. (2003). Grade der Fachlichkeit in Textsorten zum Themenbereich Mathematik. Berlin: Weidler.
- SCHMITT, R. (2007). Theoretische und methodische Implikation der Analyse multimodaler Interaktion. In: Holly, W./ Paul, I. (Hg.): Medialität und Sprache. Bielefeld: Aisthesis. S.26-53.

- SCHWEIGER, F. (1993). <...geschrieben in mathematischer Sprache>. Wissenschaftliche Nachrichten. Informationsblätter zur Fortbildung von Lehrern an höheren Schulen (92), S.33-37.
- SELTING, M. (1995). Prosodie im Gespräch. Aspekte einer interaktionalen Phonologie der Konversation. Tübingen: Niemeyer.
- SELTING, M. et al. (1998). Gesprächsanalytisches Transkriptionssystem 2 (GAT 2). In: Gesprächsforschung – Online Zeitschrift zur verbalen Interaktion 2009/10 (www.gespraechsforschung-ozs.de). S.353-402.
- STEINER, A. (2008). Unterrichtskommunikation. Eine linguistische Untersuchung der Gesprächsorganisation und des Dialektgebrauchs in Gymnasien der Deutschschweiz. Tübingen: Narr.
- WINTER, H. (1983). Über das Lernen von Begriffen im Mathematikunterricht auf der Primarstufe. In: Praxis Deutsch (59). Seelze: Friedrich Verlag.
- WINTER, H. (1978). Umgangssprache - Fachsprache im Mathematikunterricht. In H.-J. Vollrath (Hg.), Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht . Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik.
- <http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/q.html>,
Zugriff am 16.03.2015.
- <http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/d.html#DWV>,
Zugriff am 14.03.2015.
- <http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/w.html>,
Zugriff am 14.3.2015.
- <http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/d.html>,
Zugriff am 12.03.2015.
- <http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/m.html>,
Zugriff am 12.03.2015.
- <http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/s.html>,
Zugriff am 12.03.2015.
- <http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/a.html#AddSub>,
Zugriff am 12.03.2015.
- <http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/b.html>,
Zugriff am 21.2.2015.

<http://www.mathe-online.at/mathint/log/i.html#Bakterien>,

Zugriff am 4.2.2015.

<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/e.html#expAbnahme>,

Zugriff am 3.2.2015.

<http://www.mathe-online.at/mathint/lexikon/k.html#krummKoord>,

Zugriff am 28.01.2015.

<http://www.mathe-online.at/symbole.html>,

Zugriff am 2.12.2014.

10 Abstract

10.1 Deutsche Fassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Einsatz der mathematischen Fachsprache im Unterricht. Auf der Grundlage einer theoretischen Betrachtung dessen, was Fachsprache im Allgemeinen ist und wie mathematische Fachsprache im Detail charakterisiert werden kann, werden acht Unterrichtseinheiten von vier Lehrpersonen in einem Bundesrealgymnasiums in Österreich untersucht.

Im Rahmen der einzelnen Analysen werden jedoch nicht nur die verbalen Äußerungen der Lehrpersonen, sondern auch deren eingesetzte multimodale Kommunikation in Bezug auf den Einsatz der mathematischen Fachsprache betrachtet. Die Verwendung von Videos in vorliegender Arbeit macht eine intensivere Auseinandersetzung mit Prosodie, Gestik und nonverbalen Handlungen im Allgemeinen möglich und somit können die aus der Analyse resultierenden Folgerungen über den Einsatz und auch die Vermittlung der mathematischen Fachsprache perspektivenreicher und differenzierter untersucht werden. Durch ein Transkript der einzelnen Unterrichtseinheiten werden die relevantesten Passagen festgehalten und mit Hilfe von Standbildern aus den Videos können multimodale Phänomene ebenfalls besser vermittelt und erarbeitet werden.

Die Arbeit zeigt schließlich, dass die Verwendung von Fachsprache nicht immer nur einfach passiert, sondern auch mit dem Wechsel von Sprachregistern sowie mit dem verstärkten Einsatz multimodaler Kommunikation einher geht. Dieses Wechselspiel kann vor allem in der Sekundarstufe I festgestellt werden, zieht sich jedoch wie ein roter Faden durch alle Analysen. Darüber hinaus zeigt sich, dass die Lehrpersonen verstärkt Mittel der Prosodie einsetzen sobald sich die fachsprachliche Charakteristik im Unterricht vergrößert.

10.2 Englische Fassung

The present thesis deals with the usage of mathematical terminology in a classroom setting. On the basis of theoretical considerations of what constitutes jargon, and how mathematical domain-specific vocabulary can be characterized, eight lessons of four different teachers in a combined middle and high school in Austria were investigated.

In the light of the individual analyses not only the verbal statements by teachers, but also multimodal communication with regard to mathematical terminology were examined. Thus, the use of video material in the thesis at hand makes a more intensive discussion of prosody, gestures and other non-verbal behavior possible, resulting in more multifaceted and differentiated findings. With the help of a transcript of the individual class units, the relevant passages were recorded and a number of frames from the video material will facilitate an understanding of the multimodal phenomena in the present text.

Ultimately, this thesis shows that specific terminology is not used solely on its own, but is usually accompanied by a change in registers and an increase in the use of multimodal communication. This interplay can be observed most notably in middle school classes, but also runs through the other settings like a red thread. Furthermore, the results show that teachers' increase in prosodic features corresponds with the need to elucidate specific terminology during a lesson.

11 Curriculum Vitae

Persönliche Daten

Name: Katharina Wiesinger
Geburtsdatum: 07.09.1990
Geburtsort: Linz
Staatsbürgerschaft: Österreich
E-Mail: Katharina.wiesinger@gmx.net

Ausbildung

Dezember 2009 Beginn Lehramtsstudium Mathematik und Französisch an der Universität Wien
Juni 2008 Reifeprüfung mit Auszeichnung bestanden
2008- 2004 BORG mit Schwerpunkt Musik, Linz, Oberösterreich
2004- 2000 Georg von Peuerbach Gymnasium, Linz, Oberösterreich
2000- 1996 Volksschule Puchenu, Oberösterreich

Arbeitserfahrung

Seit Dezember 2013: Guide für geführte Rundgänge in der Spanischen Hofreitschule Wien (Deutsch, Englisch und Französisch)
August 2013: Kinderbetreuerin und Nachhilfelehrerin bei Brainsports Sommercamp
September 2011 – Februar 2012: Mitarbeit bei DER STANDARD (Telefonmarketing)
August 2010: Au-pair Aufenthalt in Frankreich (Eyragues)

Pädagogische Tätigkeiten/ Praktika:

Oktober 2012 –

März 2013:

Assistentin für Deutsch als Fremdsprache in
der Bretagne, Frankreich

Wintersemester 2011/2012:

Fachbezogenes Praktikum (Mathematik – 5
Unterrichtseinheiten) am GRG
Ettenreichgasse Wien, betreut von Mag.
Erwin Witthalm

Sommersemester 2011:

Pädagogisches Praktikum (Mathematik) am
Schulschiff Wien, betreut von Mag. Markus
Wittberger

Sprachliche Fähigkeiten

Muttersprache:

Deutsch

Fremdsprachen:

Französisch (Niveau C1), Englisch (Niveau
B2), Spanisch (Niveau A1), ÖGS (A1 –
Phase 1)