universität wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

„Mathematik im Alltag – Alltägliches im Mathematikunterricht“

Verfasser

Bernhard Straihammer

angestrebter akademischer Grad

Magister der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2015

Studienkennzahl lt. Studienblatt:	A 190 353 406
Studienrichtung lt. Studienblatt:	Lehramtsstudium UF Spanisch UF Mathematik
Betreuer:	Ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Stefan Götz

Vorwort

Beinahe am Ende des Studiums angelangt, galt es noch zwei Hürden möglichst gut zu überwinden – Diplomarbeit und Diplomprüfung. Mit der ersteren von beiden musste natürlich begonnen werden. Mir war bewusst, dass das Verfassen eines Werkes von über 100 Seiten einem Kraftakt gleichkommen würde, den man nur dann bewältigen kann, wenn das persönliche Interesse uneingeschränkt gegeben ist. So hielt ich an meiner ersten Idee fest und entschied mich für das Thema *„Mathematik im Alltag – Alltägliches im Mathematikunterricht".*

Im Hinterkopf noch meine ehemaligen Klassenkameraden, die sich im Zusammenhang mit Mathematik oftmals frustriert selbst fragten *„Wofür brauche ich das bitte alles einmal?",* traf ich auch im Laufe meines Studiums immer wieder auf Kopfschütteln bei den Leuten, wenn ich von meiner Studienrichtung erzählte. Die Mathematik sei so abstrakt, eine unnötige Quälerei von armen Schülern, etwas, das man später nie wieder brauchen würde.
Genau darin lag auch meine Motivation für diese Arbeit. Einerseits wollte ich untersuchen, wo man Mathematik im wirklichen Leben tatsächlich braucht – nur beim klassischen Rechnen oder bringt der Mathematikunterricht auch noch einen anderen Nutzen mit sich? Auf der anderen Seite stellte sich die Frage, wie viele realistische und für die Praxis relevante Problemstellungen nun tatsächlich in den Schulbüchern anzutreffen sind. Anhand dieser zwei grundlegenden Fragen wollte ich herausfinden, ob die negative Einstellung mancher Menschen zur Mathematik beziehungsweise die schlechten Erfahrungen, die sie mit ihr gemacht haben, irgendwie begründet werden können.
Die Recherchearbeit konnte also losgehen.

Für den Leser dieser Diplomarbeit sei noch angemerkt, dass dem weitgehenden Verzicht auf die weibliche Form – zum Beispiel *„Schüler"* anstatt *„Schülerinnen und Schüler"* – keine diskriminierende Absicht zugrunde liegt, sondern dies lediglich einer besseren Leserlichkeit dienen soll.

Im vierten Kapitel, welches von der Schulbuchanalyse handelt, scheinen unter anderem zahlreiche Statistiken auf. Bei diesen wurden die Prozentwerte derart gerundet, dass man als Summe jeweils 100 % erhält. Wenn aus diesem Grund *„falsches“* Runden erforderlich war, wurde dafür immer jener Wert herangezogen, bei dem der geringste Rundungsfehler entstand.

Zu guter Letzt ist es mir ein Herzensanliegen, nun jenen Menschen meinen Dank auszusprechen, die mir dies alles ermöglicht haben und mich auf meinem Weg unterstützt haben. Das Verfassen dieser Arbeit hat mich viel Zeit und Kraft gekostet, vermutlich mehr als vielen anderen. Dennoch habe ich bis zum Schluss nicht das Interesse am Thema verloren und wenn ich tatsächlich zum Schreiben kam, hat es auch richtig Spaß gemacht.

Zunächst möchte ich Stefan Götz dafür danken, dass er meine Arbeit fachlich so hervorragend betreut hat, für seine Tipps und seine engagierte Korrektur. Besonders zu schätzen gelernt habe ich seine unendliche Geduld, die er über die Jahre hinweg zweifelsohne aufbringen musste, und dass er mir dennoch immer mit konstruktiven Ratschlägen zur Seite stand.

Ein riesiges Dankeschön gilt meiner Familie, allen voran meiner Mutter, die mich überhaupt erst auf die Idee brachte zu studieren, die mir dann das Studium ermöglichte und bis zum Schluss nicht müde wurde, mich für einen Abschluss der Diplomarbeit zu motivieren.

Ebenso möchte ich all meinen Freunden danken, die mir Mut zugesprochen haben, die mir Kraft gegeben und mich angetrieben haben, weiter zu machen.

Zum Abschluss sage ich danke an alle, die Verständnis dafür gezeigt haben, dass ich das ein oder andere Mal keine Zeit für sie hatte, weil ich an meiner Diplomarbeit weiterschreiben musste.

Abstract

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich zum einen mit der Frage, inwiefern die Mathematik uns hilft, Alltagssituationen zu bewältigen, und wo wir im wirklichen Leben auf mathematische Kenntnisse zurückgreifen. Zum anderen geht es darum, welche Rolle in der Praxis relevante Problemstellungen im Mathematikunterricht spielen, wobei der Schwerpunkt auf der Unterstufe liegt.

Zu Beginn wird der starke Kontrast zwischen der subjektiv in unserer Gesellschaft wahrgenommenen und der tatsächlichen Bedeutung der Mathematik für sämtliche Bereiche unseres Lebens behandelt.
Im zweiten Kapitel geht es um die Rolle von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht. Neben einer Klärung von Grundbegriffen wird ein historischer Abriss über die Entwicklung seit dem 19. Jahrhundert gegeben und es werden die durch die Behandlung von Realitätsbezügen im Unterricht erwarteten Ziele diskutiert.
Um die Komplexität einer realen Situation eingrenzen zu können, bedarf es des Werkzeuges der mathematischen Modellierung, welche im dritten Kapitel behandelt wird. Es werden Modellierungsaufgaben hinsichtlich ihres Realitätsbezuges untersucht und am Ende folgt eine Gegenüberstellung von Vor- und Nachteilen des Modellierens im Unterricht.

Nachdem im ersten Teil der Arbeit eine theoretische Grundlage gelegt wurde, erfolgt im vierten Kapitel eine Schulbuchanalyse, bei der Aufgaben aus diversen Mathematikbüchern der Unterstufe auf ihr Maß an Authentizität untersucht werden. Zuvor werden noch der Lehrplan sowie die Bildungsstandards (M8) in Bezug auf darin enthaltene Forderungen nach Lebensbezügen im Unterricht untersucht.
Abschließend werden im letzten Kapitel der Arbeit Möglichkeiten aufgezeigt, wie man zu möglichst lebensnahen Aufgaben gelangen kann. Neben Tipps für gute Quellen wird exemplarisch gezeigt, wie vorhandene Aufgaben authentischer gestaltet werden beziehungsweise selbst entwickelt werden können.

Inhaltsverzeichnis

1. Mathematik und der Rest der Welt

1.1. Das Mathematikbild in unserer Gesellschaft

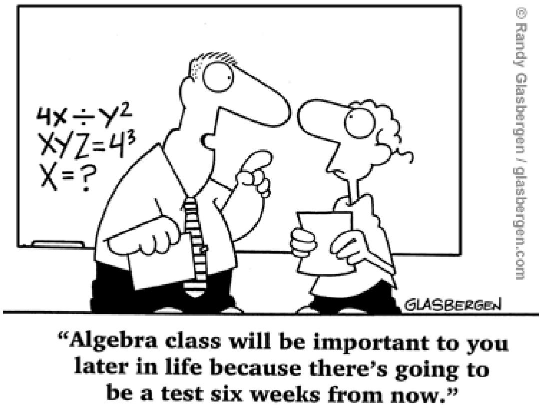


Abbildung 1: Cartoon

Man geht bekanntlich in die Schule, um für's Leben zu lernen. Speziell was den Mathematikunterricht anbelangt, scheint es da bei einigen Schülern und Erwachsenen massive Zweifel zu geben, denn viele sehen in schulischen Prüfungen das einzige Anwendungsfeld der gelernten mathematischen Inhalte (vgl. Abb. 1). Dem professionellen Mathematiker ist klar, dass hier ein verzerrtes Bild der Wirklichkeit vorliegen muss, doch auch in Expertenkreisen wird die Rolle der Mathematik im Alltag zu selten bewusst gemacht, was möglicherweise dazu geführt hat, dass der Alltag in der (Schul-)Mathematik zu wenig Berücksichtigung findet.
Hier sind wir auch schon beim vermutlich größten Kritikpunkt an der Mathematik und bei ihrer abschreckendsten Eigenschaft angelangt, nämlich der Abstraktheit des Faches. Viele Schüler und Erwachsene haben Probleme mit der Mathematik und nehmen sie als *„undurchschaubares, unverstehbares Begriffsgefüge und Regelwerk"* wahr (vgl. Heymann 1996: 7). Diese Meinung scheint so weit verbreitet zu sein, dass es sich heutzutage schickt, von Mathematik keine Ahnung zu haben, anstatt sich für sein Nichtwissen zu schämen. Eine solche Einstellung findet man leider nicht nur im *„breiten Volk",* sondern auch Akademiker und so mancher Politiker wollen mit diesem Unwissenheitsbekenntis menschlicher erscheinen. Das verstärkt indirekt die Anschauung, dass Mathematik nur von weltfremden, autistisch angehauchten Genies durchschaut werden kann.
Ein weiteres Merkmal des öffentlichen Mathematikbildes ist die Starrheit, also dass die Mathematik als *„festgefügter, unveränderbarer Block von Wissen"* wahrgenommen wird (vgl. Heymann 1996: 254):

„Auf jede mathematisch zulässige Frage gibt es genau eine richtige Antwort. Meinungen zählen nicht. Mathematik scheint unbestechlich, streng und objektiv zu sein. Richtig gelöste Aufgaben signalisieren gelungene Aneignung des ‚fertig' vorgefundenen Wissens, falsch gelöste legen das eigene Ungenügen unbarmherzig bloß." (Heymann 1996: 255)

Dieser Vorstellung bin ich in letzter Zeit vermehrt begegnet, als ich gefragt wurde, worüber ich meine Diplomarbeit schreibe. Ohne gleich mit dem Thema zu antworten, sagte ich meist: *„Ich schreibe sie in Mathe."* Fast immer kam dann verwirrtes Kopfschütteln und die Frage: *„In Mathe? Was will man denn in Mathe schreiben? Da kann man ja höchstens irgendwelche Rechnungen machen."* Dies bestätigt sehr genau das eben beschriebene Mathematikbild, das in der Gesellschaft vorherrscht. Mathematik wird als etwas Starres, Abgeschlossenes gesehen, weshalb es wenig Sinn hat, etwas Neues (zum Beispiel in Form einer Diplomarbeit) zu schreiben.
Ganz im Gegensatz dazu steht die Ansicht von schöpferischen Mathematikern, für die ihr Fach eine eigene Welt voller Fragen, Geheimnisse und Überraschungen darstellt (vgl. Heymann 1996: 254). Auch die offizielle Haltung scheint durchaus positiv zu sein, immerhin wird Mathematik weltweit an allgemeinbildenden Schulen als Kern- und Pflichtfach unterrichtet, weil Einigkeit darüber herrscht, dass den Schülern eine Grundausrüstung an mathematischen Fertigkeiten und Denkweisen vermittelt werden sollte (vgl. Heymann 1996: 7).

1.1.1. Mathematische Alltagskultur

Was hindert die Menschen eigentlich daran, die Mathematik als Geschenk anzusehen, das ihnen hilft, das alltägliche Leben besser zu bewältigen?

„Die Übertragbarkeit und Relevanz für das tägliche Leben sind im Falle der Mathematik – sieht man einmal von reinen Rechentechniken ab – nur schwer nachzuvollziehen und reduzieren sich selbst für diejenigen, die Mathematik im späteren Berufsleben benötigen, oftmals auf die Anwendung bestimmter, rezeptartiger Verfahren." (Niederdrenk-Felgner 2003)

Heymann (1996: 206) sieht eine mögliche Erklärung in der Diskrepanz zwischen mathematischem Denken und Alltagsdenken. Die meisten Jugendlichen und Erwachsenen werden sich eingestehen, dass Mathematik etwas mit klarem und folgerichtigem Denken zu tun hat. Andererseits klagen viele darüber, dass alles so verschlüsselt und unnatürlich ist, sodass man es nicht ohne Weiteres verstehen kann, geschweige denn im Alltag anwenden. *„Man scheint in der Mathematik ‚anders denken' zu müssen als im Alltag."* (Heymann 1996: 207)

Um dies zu verdeutlichen, bringt Heymann (1996: 207) ein Beispiel von seiner 13-jährigen Tochter: Im Rahmen einer Hausaufgabe hatte Katharina, unter Anwendung der Bruchrechenregeln, die Zahl 2 durch ¼ dividiert und wunderte sich über die 8 als Ergebnis, weil das Ergebnis größer war als der Dividend. Im Alltag versteht man unter *„Teilen"* das Zerlegen einer Gesamtheit in kleinere Bestand*„teile",* in der mathematischen Fachsprache hingegen ist es gleichbedeutend mit *„Dividieren",* aus diesem Grund konnte es in obigem Fall zu einem Missverständnis kommen. Der Regelfall im Alltag ist, dass eine natürliche Zahl durch eine ebenfalls natürliche Zahl dividiert wird, um zum Beispiel eine gerechte Verteilung vorzunehmen. Eine Division durch eine rationale nicht natürliche Zahl ist beim alltäglichen Rechnen hingegen kaum zu finden, obwohl sie, versteckt hinter bestimmten Formulierungen, dennoch vorkommt. *„Wie viele Viertel(liter)-Gläser kann man aus einer 2-Liter-Flasche einschenken?",* wäre eine denkbare Alltagssituation. Eine allgemeine Formulierungsart, die recht häufig zu finden ist, wäre *„Wie viele Viertel passen in 2 Ganze?".* Durch ein derartiges Umgestalten der Aufgabe kann also das Alltagsdenken als *„Störfaktor"* ausgeschaltet werden, die Vorstellung des Teilens kann allerdings nicht ohne Weiteres aufrechterhalten werden.

Die Strategie, für jede mathematische Aufgabe eine alltagsgerechte Formulierung zu finden, ist in der Praxis sehr mühsam und nicht konsequent umsetzbar. Somit stellt sich die Frage, wie das Verhältnis zwischen mathematischem Denken und Alltagsdenken zu bewerten ist. Werden die beiden Denkmodi als grundverschieden betrachtet, so müsste das Ziel des Mathematikunterrichts sein, dem Alltagsdenken der Schüler das mathematische gegenüberzustellen, was ein schier unmögliches Unterfangen ist. Geht man jedoch davon aus, dass es zwischen dem Alltagsdenken und dem mathematischen Denken einen kontinuierlichen Übergang mit vielen Zwischenstufen gibt, so besteht noch Hoffnung, dass der Mathematikunterricht positiv zur Alltagsbewältigung beitragen kann. (Vgl. Heymann 1996: 224.)

Trotz aller Schwierigkeiten, die die Mathematik mit sich bringt, gibt es eine Reihe von Alltagssituationen, in denen sie von fast allen verwendet wird. Es sind dies die so genannten *„Standard-Anwendungen“* (vgl. Heymann 1996: 143), wie zum Beispiel das Berechnen der Bodenfläche eines rechteckigen Zimmers durch *„Länge mal Breite“*, das Umrechnen eines Backrezeptes auf die eineinhalbfache Menge etc. Welche Aktivitäten hier dazuzählen, wird durch eine Erwartungshaltung der Gesellschaft bestimmt, zusammen bilden sie die mathematische Alltagskultur. Das Versagen bei solchen Standard-Situationen gilt im Gegensatz zum Mathematik-Unverständnis als peinlich, doch im Normalfall stellen diese Anwendungen für Schüler und Schulabgänger kein Problem dar.
In Abgrenzung zu den *„Standard-Anwendungen“* unterscheidet Heymann (1996: 143 f.) die *„Nichtstandard-Anwendungen“,* bei denen geeignete Mathematisierungen erst nachvollzogen, gesucht oder sogar erfunden werden müssen. Die Struktur einer Situation oder eines Problems muss erschlossen werden, sie muss mathematisiert werden und die gewonnenen Ergebnisse müssen im Hinblick auf das Ausgangsproblem interpretiert werden. Im Gegensatz zu den Standard-Anwendungen, mit denen unreflektiert umgegangen wird, muss also verhältnismäßig viel Denkarbeit vollbracht werden.
Will man durch den Mathematikunterricht auch Nichtstandard-Anwendungen als alltagstauglich vermitteln, so muss man sich die Frage stellen, welche Faktoren entscheiden, was zur mathematischen Alltagskultur zählt und was nicht.

„Meine These ist, daß der für eine Hebung der mathematischen Alltagskultur entscheidende Faktor keineswegs der vermittelte „Stoff“ ist: Nicht nur das Gymnasium, sondern auch die anderen allgemeinbildenden Schultypen bieten davon seit Generationen wesentlich mehr an, als schließlich im Alltag Verwendung findet. Wäre der schulisch vermittelte und abgeprüfte Stoff entscheidend, müßten wir schon längst eine ganz andere mathematische Alltagskultur haben. Viel entscheidender scheint zu sein, wie mit dem Stoff umgegangen wird, welche Erfahrungen mit Mathematik und ihren Anwendungen der Mathematikunterricht ermöglicht.“ (Heymann 1996: 144)

1.1.2. Das Relevanz-Paradoxon

Eine uralte, aber dennoch immer wieder aktuelle Frage ist die nach der Nützlichkeit der Mathematik beziehungsweise des Mathematikunterrichts. *„Wozu brauche ich das später einmal?“* fragt so mancher Schüler, der Mathematik nicht unbedingt als sein Lieblingsfach bezeichnen würde. Die Frage ist natürlich legitim und als Idealist könnte man meinen, dass bereits erste Erfolge im Vermitteln der Fähigkeit des kritischen Denkens erzielt wurden. In der Realität steckt hinter dieser Frage meistens jedoch inhaltliches Unverständnis oder mangelnde Motivation.

Die Mathematik scheint für weite Teile der Bevölkerung nutzlos zu sein, doch genau das Gegenteil ist der Fall. Man muss zwar im Alltag kaum noch *„rechnen“,* also algorithmisch-mathematische Verfahren selbst ausführen, dennoch ist die Mathematik unbestritten die Grundlage unserer technologischen Gesellschaft. Man spricht in diesem Zusammenhang vom so genannten *„Relevanz-Paradoxon“* (vgl. Engel 2010: 3). Die objektive und subjektive Bedeutsamkeit der Mathematik klaffen mehr und mehr auseinander: Unser Umfeld ist in vielen Bereichen von Mathematik durchdrungen, doch gleichzeitig verschwindet diese hinter ihren Anwendungen und wird deshalb kaum wahrgenommen (vgl. Heymann 1996: 8).

„Je mehr Mathematik in einen Apparat oder auch eine Sache (schon) eingegangen ist, desto weniger braucht man gewöhnlich für deren Handhabung. […] Es ist gleichzeitig immer mehr mathematische Kompetenz zur Herstellung unserer Gebrauchsprodukte nötig und immer weniger zu ihrer Benutzung.“
(Köhler 2002: 7)

Heutzutage werden viele mathematische Tätigkeiten (allen voran das Rechnen) an technische Geräte abgegeben, weshalb nicht mehr präzises Ausführen etwa von Rechnungen im Vordergrund steht, sondern die Überwachung der Prozesse. Es müssen Eingaben kontrolliert werden und das Ergebnis muss hinsichtlich der Größenordnung abgeschätzt werden, es kommt also immer mehr auf die *„Qualitätskontrolle“* an. Sowohl Eltern als auch Lehrer kritisieren häufig, dass die Schüler große Probleme beim elementaren Rechnen haben, weil sie von technischen Hilfsmitteln verwöhnt sind. Dies ist grundsätzlich bedauerlich, kann aber dadurch relativiert werden, dass den Schülern stattdessen andere Fähigkeiten wie Abschätzen vermittelt werden. (Vgl. Heymann 1996: 142.)

Die zunehmende Technisierung bewirkt also, dass es bei den mathematischen Anfordernissen zu einer Verlagerung kommt und sie anscheinend teilweise überflüssig werden. In der Schule müssen sich die Kinder Unmengen an sehr speziellem Wissen und sehr speziellen Fertigkeiten aneignen, die mangels einer Verwendung schnell wieder vergessen werden. *„Dieser Sachverhalt macht den herkömmlichen Mathematikunterricht für einen großen Teil der nachwachsenden Generation zu einer über weite Strecken überflüssigen Veranstaltung“,* meint Heymann (1996: 149 f.), der das Dilemma darin sieht, *„dass die späteren Nicht-Mathematiker viel an spezieller Mathematik lernen müssen, damit die späteren Mathematiker usw. das für sie notwendige Minimum mitbekommen.“* Der Mathematikunterricht darf sich also nicht nur an den späteren Nicht-Mathematikern orientieren, sondern er muss auch für die ohnehin recht kleine Gruppe von zukünftigen Mathematikern zweckdienlich sein.

Ideal wäre in diesem Zusammenhang, wenn auch diejenigen Unterrichtsinhalte, die nicht auf den ersten Blick für die Alltagsbewältigung notwendig sind, einen Nutzen für alle Schüler abwerfen. Was die Nützlichkeit von Mathematik anbelangt, weist Maaß (2008) darauf hin, dass neben dem direkten Nutzen (also Alltagssituationen, in denen Mathematik unbedingt benötigt wird) der indirekte Nutzen nicht übersehen werden darf. Es können vier Ebenen der Nützlichkeit unterschieden werden (vgl. Maaß 2008):

- *„Rechnen“* im Alltag:
  Umgang mit Zahlen und Beherrschen grundlegender Rechenoperationen; Grundrechenarten, Zinsrechnen, Bruchrechnen, Prozentrechnen und proportionale Zuordnungen; Rechnungen kontrollieren, überschlagen, schätzen, runden, Größenordnungen einschätzen
- Leichter kommunizieren:
  Lesen von Karten und Fahrplänen; Tabellen, statistische Angaben und Graphiken in Medien erfassen; Formeln können Berechnungsvorschriften kurz darstellen (Beispiel: Spritverbrauch); mathematische Begriffe können die Kommunikation präzisieren (Rechteck, parallel, Kegel…)

- Mittel zum kritischen Hinterfragen:
  Finanzierungsangebote in der Werbung (Beispiel: PKW-Kauf); Wie sind angegebene Genauigkeiten einzuschätzen? (Beispiel: Jeder Bürger isst jährlich 272 Eier); Kreditwesen
- Einsicht in Lebens- und Berufsfelder:
  Weltorientierung; besseres Verständnis von Zusammenhängen, Geräten und Prozessen

Unabhängig von diesen Ebenen wurde erhoben, auf welche mathematischen Inhalte und Fertigkeiten Nicht-Mathematiker nach dem Abschluss ihrer Ausbildung zurückgreifen. Gegliedert nach Arithmetik und Geometrie ergab dies folgende Auflistung:

- *„Arithmetischer Bereich: Anzahlbestimmungen; Beherrschung der Grundrechenarten (je nach Komplexität „im Kopf“ oder schriftlich); Rechnen mit Größen, Kenntnis der wichtigsten Maßeinheiten, Durchführung einfacher Messungen (vor allem Zeit und Längen); Rechnen mit Brüchen mit einfachen Nennern in anschaulichen Kontexten; Rechnen mit Dezimalbrüchen; Ausrechnen von Mittelwerten (arithmetisches Mittel); Prozentrechnung; Zinsrechnung; Schlußrechnung („Dreisatz“); Durchführung arithmetischer Operationen mit einem Taschenrechner; Grundfertigkeiten im Abschätzen und Überschlagen.*
- *Geometrischer Bereich: Kenntnis elementarer regelmäßiger Figuren (Kreis, Rechteck, Quadrat etc.) und Körper sowie elementarer geometrischer Beziehungen und Eigenschaften (Rechtwinkligkeit, Parallelität etc.); Fähigkeit zur Deutung und Anfertigung einfacher graphischer Darstellungen von Größen und Größenverhältnissen (Schaubilder, Diagramme, Karten) sowie von Zusammenhängen zwischen Größen mittels kartesischer Koordinatensysteme.“*
  (Heymann 1996: 137)

Verglichen mit dem AHS-Lehrplan in Österreich (vgl. Lehrplan AHS, Unterstufe Mathematik) fehlen bei dieser Aufzählung doch recht viele zentrale mathematische Themengebiete. Auffallend ist, dass hier fast ausschließlich Tätigkeiten

genannt werden, bei denen es sich um einen aktiven Umgang mit Zahlen handelt. Das Mathematik jedoch viel mehr ist als bloßes *„Rechnen“,* wie oben durch die letzten drei Nützlichkeits-Ebenen angedeutet, wird von vielen nicht wahrgenommen.
Nicht berücksichtigt wurde bei dieser Auflistung die Schulaufgabenhilfe bei den eigenen Kindern, die im Alltag sicherlich einen wichtigen Anwendungsbereich darstellt. Seriöserweise müssen wir diesen Aspekt hier allerdings außer Acht lassen, um nicht in einen argumentativen Zirkel zu geraten.

1.1.3. Lebensvorbereitung und Weltorientierung

Die Anforderungen, die die Gesellschaft an die Schule stellt, sind vielzählig. Heymann (1996: 47) nennt als Aufgaben der allgemeinbildenden Schulen unter anderem die Lebensvorbereitung und die Weltorientierung, und er beschreibt, was dies auf den Mathematikunterricht bezogen bedeutet.
Lebensvorbereitung meint, dass in der Schule Qualifikationen vermittelt werden sollen, *„die zur Meisterung realer und auf absehbare Zeit in unserer Gesellschaft verbreiteter Lebenssituationen beitragen“* (Heymann 1996: 62). Es geht also um den lebenspraktischen Nutzen des Unterrichtes, um Kompetenzen, die im Alltag brauchbar sind, und ohne die eine *„normale“* Lebensführung eingeschränkt wäre (vgl. Heymann 1996: 134). Da sich unsere Lebenswelt mit rasender Geschwindigkeit verändert, muss sich auch der Mathematikunterricht anpassen. Es stehen zunehmend nicht mehr bestimmte Inhalte im Mittelpunkt, sondern so genannte Schlüsselqualifikationen wie zum Beispiel Problemlösefähigkeit, Kreativität, Kommunikations- oder Begründungsfähigkeit (vgl. Heymann 1996: 56 ff.).
Im Wesentlichen entspricht die Aufgabe der Lebensvorbereitung also der klassischen Auffassung von der Nützlichkeit der Mathematik. Die Schüler sollen Situationen bewältigen können, in denen die Mathematik unumgänglich ist, wodurch weite Teile des Mathematikunterrichts wiederum überflüssig wären. Die Forderung nach Weltorientierung erweitert den Spielraum allerdings erheblich:

„Die Schüler sollen einen Überblick haben, die Erscheinungen um sich herum einzuordnen wissen, sie zueinander in Beziehung setzen können, über ihren engeren Erfahrungshorizont hinaus über die Welt ‚Bescheid wissen'"
(Heymann 1996: 79).

Wie zuvor erwähnt, ist unser Alltag von Mathematik durchdrungen, nur hat man als Nutznießer unserer heutigen Errungenschaften das *„Glück",* die versteckte Mathematik nicht verstehen zu müssen, damit ihre technischen Anwendungen funktionieren. Selbstverständlich können viele komplexe Anwendungen der Mathematik nicht im Unterricht behandelt werden, aber um der Forderung nach Weltorientierung nachzukommen, soll dieser verborgene Weltbezug so gut wie möglich verdeutlicht werden. Es soll eine *„Brücke vom (objektiven) Weltbezug des Faches zur (subjektiven) Welt der Schüler"* geschlagen werden (Heymann 1996: 183).

1.2. Die Mathematisierung der Welt

1.2.1. Mathematik in Natur und Kunst

Um keinen falschen Eindruck zu erwecken, muss an dieser Stelle erwähnt werden, dass sich die Mathematik nicht nur hinter technischen Geräten und anderen modernen Errungenschaften verbirgt. Getreu dem Motto der Pythagoreer, dass das Wesen aller Dinge die Zahl ist (vgl. Menninger 1959: 10), müssen wir nur einen Blick in die uns umgebende Natur werfen, um der Mathematik zu begegnen.
„Mathematik ist Teil unserer Welt und zugleich in ihr verborgen." (Heymann 1996: 183). Unser Universum ist voller Muster – die Jahreszeiten wiederholen sich im jährlichen Rhythmus, alle Schneeflocken weisen eine sechsfache Symmetrie auf (ohne dass es zwei absolut identische gibt), Tiger und Zebras haben ein Fell mit Streifenmustern, Leoparden und Hyänen eines mit Punkten, usw. (vgl. Stewart 2001: 11). Den ein oder anderen werden solche Beobachtungen verblüffen, aber was haben diese mit Mathematik zu tun?

„Menschlicher Geist und menschliche Kultur haben ein formales Denksystem entwickelt, um Muster erkennen, klassifizieren und ausnutzen zu können. Wir nennen dieses System Mathematik.“ (Stewart 2001: 11)

Wohin man in der Natur auch blickt, findet man *„mathematische“* Regelmäßigkeiten. Bei fast allen Blumen ist die Anzahl der Blütenblätter durch eine Zahl der seltsamen Reihe 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89,… gegeben – die so genannte Fibonacci-Folge. Diese ist das wahrscheinlich berühmteste Beispiel für ein numerisches Muster. Man findet in der Natur aber auch unzählige geometrische Muster – Dreiecke, Quadrate, Fünfecke, Kreise, Spiralen, Würfel, Kugeln,… Auch diese Muster können auf Zahlen zurückgeführt werden, was deutlich wird, wenn man zum Beispiel an die Bildbearbeitung und -erzeugung am Computer denkt. Des Weiteren unterscheidet man noch die Bewegungsmuster – zum Beispiel der regelmäßige Rhythmus beim Gehen, der Flug der Vögel, das Pulsieren der Quallen, wellenartige Bewegungen der Fische, etc. (vgl. Stewart 2001: 14–22).

Von Gottes Schöpfung ist der Sprung nicht weit zur schöpferischen Tätigkeit der Künstler. Noch weniger als in der Natur vermutet man hier einen tieferen Zusammenhang mit der Mathematik, für viele handelt es sich hierbei um zwei entgegengesetzte Welten. Menninger (1959: 5) beschreibt zwei gängige Meinungen über das Verhältnis zwischen Mathematik und Kunst:

- Die beiden haben nichts miteinander zu tun. Auf der einen Seite steht die verstandeskalte Mathematik, und auf der anderen die Kunst, die sich in einem fast bewusstlosen, von *„oben“* angeregten Seelenzustand vollzieht.
- Die Mathematik ist eine Hilfswissenschaft für die Kunst. Zum Beispiel soll die Perspektive der Malerei helfen, ihre Bilder sehrichtig zu machen.

Menninger bringt jedoch eine dritte, etwas überraschende, Meinung ins Spiel, für die er den Beweis antreten möchte:

„Mathematik und Kunst sind wesensverwandt. Beide kreisen um das Geheimnis der Gestalt. In ihm berühren sie sich -: keine Kunst ohne Gestalt. Alle Gestalt aber ruht im tiefsten auf mathematischer Gestalt." (Menninger 1959: 6)

Als Erstes sei die Musik genannt. Für Leibniz ist sie *„eine Übung in der Zahlenlehre, ein Akt des Geistes, der gar nicht merkt, daß er in Zahlen denkt"* (Menninger 1959: 10). Rhythmusstrukturen, bestimmte Tonhöhen und die Abstände (= Intervalle) zwischen diesen sind die Grundbestandteile der Musik. Von den Hörenden werden einige Intervalle (zum Beispiel die Oktav und die Quint) bevorzugt und andere abgelehnt. Pythagoras fand als erster durch Experimente mit gespannten Saiten heraus, dass mathematische Proportionen, also Verhältnisse von Zahlen, dafür entscheidend sind, ob Klänge als konsonant oder dissonant empfunden werden. (Vgl. Glaeser 2004: 349–352.)

Die pythagoreische Grundordnung der Tonverhältnisse sieht wie folgt aus (Abb. 2):

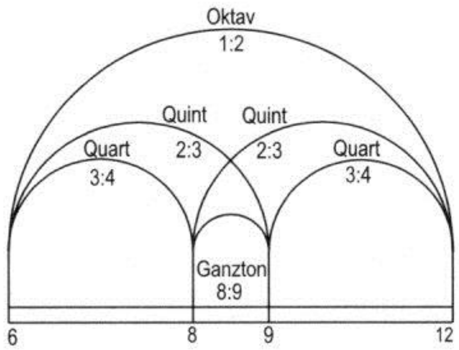


Abbildung 2: Tonverhältnisse nach Pythagoras

Ähnlich wie die Musik ist auch die Dichtkunst von Zahlen durchdrungen. Dunkel erinnert man sich an den Literaturunterricht zurück, in dem man Silben zählen musste, das Versmaß bestimmte, oder die Anzahl der Strophen eines Gedichtes bestimmte. Auch hier sind Zahlen für Rhythmus und Klang ausschlaggebend.

In der bildenden Kunst findet man die Mathematik als Formen (Quadrat, Rechteck, Kreis, etc.), als Proportionen (Goldener Schnitt), als Symmetrie, und in der Malerei spielt die Perspektive eine wichtige Rolle (vgl. Menninger 1959: 19).

1.2.2. Wie alles begann

Was war zuerst da, die Henne oder das Ei? Genauso könnte man die Frage auch mit der Mathematik und der Welt formulieren. Wenn man von der bewusst vom Menschen geschaffenen Mathematik ausgeht, ist die Antwort klar, denn diese gibt es erst seit einem verschwindend kurzen Augenblick im Verhältnis zum Alter unserer Erde. Andererseits scheint der Kosmos nach mathematischen beziehungsweise physikalischen Gesetzmäßigkeiten zu funktionieren, zumindest gehen die Naturwissenschaften davon aus. Die Frage, ob Gott Mathematiker war, können wir hier nicht beantworten, aber wir können einen Blick auf den Ursprung dessen werfen, was wir heute Mathematik nennen.
Der Ursprung der Mathematik liegt im Zählen und in der daraus resultierenden Entwicklung von Zahlen und Zahlensymbolen. Ganz zu Beginn waren es zum Beispiel Tonscheiben, auf denen Tiere aufgemalt wurden, um eine Herde zu zählen. Später wurde dies vereinfacht, indem man Einkerbungen auf Holzstücken oder Knochen vornahm. (Vgl. Stewart 2001: 44.)

„Ein Großteil der frühen Vorgeschichte der Mathematik kann so zusammengefaßt werden, daß verschiedene Kulturen immer mehr Größenbereiche entdeckten, die es verdienten, Zahlen genannt zu werden." (Stewart 2001: 44)

Am Beginn standen also die einfachsten Zahlen, die wir zum Zählen verwenden, die natürlichen Zahlen. Später kamen dann noch die Bruchzahlen hinzu, die Null, die negativen Zahlen, und die Entwicklung setzte sich fort bis zu den heute bekannten Zahlenmengen.
Die Erfindung der Zahl und der Zahlsymbole war also ein entscheidender Schritt, allerdings haben die Menschen auch schon gerechnet und geometrische Figuren betrachtet, noch bevor sie schreiben konnten. Mit der Erfindung der Schrift kam es dann sehr bald zu einer hochentwickelten Mathematik. Diese erfüllte von Anfang an einen praktischen Nutzen, sie diente dem einfachen Zählen, dem kaufmännischen Rechnen, dem Steuerwesen, der Landvermessung, dem Kalendermachen, etc. (Vgl. Freudenthal 1968: 6.) Aber bereits die Babylonier begnügten sich nicht mit einer Lösung von praktischen Problemen, sie

strebten auch nach darüber hinausgehenden Erkenntnissen, womit die Mathematik schon damals Selbstzweck war (vgl. Köhler 1993: 81 f.).
Im Laufe der Zeit kamen immer neue Anwendungsgebiete hinzu, und auch andere Wissenschaften machten Gebrauch von der Mathematik. Im ersten Jahrtausend vor Christus war das wichtigste Anwendungsgebiet der Mathematik die Astronomie, die sich in Babylon entwickelte und später von den Griechen übernommen wurde (vgl. Freudenthal 1968: 6). Auch in Sachen *„reiner“* Mathematik erbten die Griechen von den Babyloniern, doch es kam auch zu einer bahnbrechenden Neuerung:

„Sie machten aus der Mathematik ein logisches System, in dem man von Grundannahmen durch logische Schlüsse, Beweise genannt, zu Folgerungen fortschreitet“. (Freudenthal 1968: 6)

Im Wesentlichen zeigt die Entwicklung, dass die Mathematik von Anfang an mit ihren Anwendungen eng verwoben war. Heutzutage wird gerne in eine *„reine“* und eine *„angewandte“* Mathematik unterschieden, doch Tatsache ist, dass es für die angewandte Mathematik keinen feststehenden Katalog von Inhalten gibt, der dieses Gebiet abgrenzen würde. Man kann die angewandte, nützliche Mathematik nicht von einer reinen, zweckfreien Mathematik abgrenzen. Die Geschichte hat gezeigt, dass die reinste Mathematik *„von einem Tag auf den anderen“* von größter Bedeutung für Anwendungen sein kann. Ein gutes Beispiel ist die Verschlüsselung von Nachrichten, die auf die Grundlagen der Zahlentheorie zurückgreift, eine uralte mathematische Disziplin, der lange Zeit kein praktischer Nutzen zugesprochen wurde. (Vgl. Engel 2010: 4.)

1.2.3. Das Mathematisieren und seine Grenzen

Der Mensch in seinem unstillbaren Wissensdurst strebt danach, das Wesen aller Dinge zu erforschen. Er möchte seine Umwelt verstehen, damit er Herr über sie wird und bestimmte Vorgänge voraussagen kann. Die Mathematik eignet sich perfekt dafür, um die Wirklichkeit systematisch zu ordnen und um Schlüsse aus den Beobachtungen oder Daten zu ziehen.

Man spricht in diesem Zusammenhang vom *„Mathematisieren“,* also vom Ordnen der Wirklichkeit mit mathematischen Mitteln. Mathematiker gehen sogar soweit, dass sie nicht nur ihre Umwelt mathematisieren, sondern auch die Mathematik selbst, indem sie beispielsweise axiomatisieren oder formalisieren. (Vgl. Köhler 1993: 202.)
Beim Mathematisieren wird die Wirklichkeit auf wesentliche Aspekte reduziert, um dann in einem widerspruchsfreien mathematischen Modell betrachtet werden zu können. Das bedeutet, dass Nebensächlichkeiten, die nicht in die sonst passende Struktur eingeordnet werden können, vernachlässigt werden. (Vgl. Köhler 1993: 22, 31.) Im Normalfall findet das Mathematisieren derart statt, dass die außermathematische Welt als Anwendungsfeld für bestehende mathematische Verfahren gesehen wird, andererseits kommt es aber auch vor, dass reale Situationen die Entwicklung von neuen Verfahren hervorrufen (vgl. Busse 2009: 6).

Eine Stärke aber zugleich auch die größte Schwäche des Mathematisierens ist, dass die Wirklichkeit mit mathematischer Beschreibbarkeit gleichgesetzt wird und dass widersprüchliche Phänomene als unwirklich beiseitegeschoben werden. Der Förster, der aufgrund seiner Berechnungen Fichten-Monokulturen anlegt, um den Gewinn zu maximieren, lässt außer Acht, dass sich in wenigen Jahren das gesamte Preisgefüge am Holzmarkt ändern kann und zum Beispiel eine andere Holzart in Mode kommt. Noch dazu kann ihm die Natur mit einem Sturm einen Strich durch die Rechnung machen. Man sollte sich also stets der Konsequenzen einer Reduktion auf ein Modell bewusst sein. (Vgl. Köhler 1993: 22, 25.)
Aus diesem Grund darf es nicht Ziel des Mathematikunterrichtes sein, sämtliche Bereiche des Lebens zu mathematisieren, sondern es müssen auch die Grenzen der Mathematik aufgezeigt werden. Ansonsten werden die Schüler dazu konditioniert, bloß einen Ausschnitt der Wirklichkeit zu betrachten, der durch widerspruchsfreie mathematisierte Sachverhalte bestimmt wird. Wenn man beispielsweise an die Massentierhaltung denkt, sieht man was dabei herauskommt, wenn man bei Optimierungsaufgaben den Sachverhalt auf wenige quantifizierbare Kriterien (Platzverhältnisse, Produkterlös, etc.) reduziert. (Vgl. Köhler 1993: 21 f.)

2. Realitätsbezüge im Mathematikunterricht

2.1. Historische Entwicklung

Bei diesem Überblick über die historische Diskussion um Realitätsbezüge im Mathematikunterricht orientiere ich mich, sofern nicht anders angegeben, am diesbezüglichen Artikel von Gabriele Kaiser (1995: 66–84).

Anwendungsbezüge haben im deutschsprachigen Raum eine lange Tradition, denn bis in das frühe 19. Jahrhundert hinein waren sie ein fester Bestandteil des Mathematikunterrichts. Im Laufe des 19. Jahrhunderts kommt es jedoch immer mehr zu einer Reduktion wirklichkeitsbezogener Methoden und Inhalte. Gegen diese Entwicklung formierte sich ab 1890 massiver Widerstand, denn der Fortschritt der angewandten Mathematik sowie die Bedeutung der Mathematik für Wirtschaft und Technik wurden unübersehbar. (Vgl. Schupp 1994: 1.)

Um 1900 entstehen im deutschsprachigen Raum zwei Reformbewegungen, die auf eine stärkere Berücksichtigung von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht abzielen, nämlich die Meraner Reformbewegung und die Arbeitsschulbewegung. Zusätzlich gibt es mit dem Sachrechnen für die Volksschule bereits seit Mitte des 19. Jahrhunderts ein Fach, das Realitätsbezüge für den Rechenunterricht fordert. Das Sachrechnen ist zwar viel älter, aber als didaktisches Konzept gewinnt es erst mit der beginnenden Industrialisierung an Bedeutung, denn zu dieser Zeit wurde es für breitere Bevölkerungsschichten notwendig, sich in der sich entwickelnden Geldwirtschaft zurechtzufinden. Zu Beginn herrschte noch Uneinigkeit darüber, ob *„die Sachen in den Dienst des Rechenunterrichts bzw. das Rechnen in den Dienst des Sachunterrichts“* gestellt werden sollen. Gegen Ende des 19. Jahrhunderts einigte man sich dann darauf, dass in den unteren Volksschulklassen das Rechnen im Mittelpunkt stehen soll, und in den oberen in manchen Bereichen die Sachbelehrung.

Die Meraner Reform hat ihren Ursprung in den 80er- und 90er-Jahren des 19. Jahrhunderts, wo aufgrund des ökonomischen Aufschwungs der Bedarf an mathematisch qualifizierten Technikern, Naturwissenschaftlern und Ingenieuren enorm anstieg. 1905 wurden von einer Lehrplan-Kommission in Meran die

Kernthesen zu einer mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtsreform vorgelegt. In den Meraner Lehrplänen wird gefordert:

„auf alle einseitigen und praktisch bedeutungslosen Spezialkenntnisse zu verzichten, dagegen die Fähigkeit zur mathematischen Betrachtung der uns umgebenden Erscheinungswelt zu möglichster Entwicklung zu bringen.“ (Meraner Lehrpläne 1907: 208, zitiert nach Kaiser 1995: 75)

Ein zentrales Anliegen der Reform sind also die Anwendungen, es sollen Probleme aus Natur und Technik, sowie berufs- und lebensweltliche Situationen aufgenommen werden. In den 1920er-Jahren werden aufgrund verschiedener Kritikpunkte neue Lehrpläne erarbeitet und 1925 als Teil der *„Richertschen Richtlinien“* erlassen. Es wird im Wesentlichen an die Ideen der Meraner Lehrpläne angeknüpft, jedoch wird die Forderung nach mehr Selbstständigkeit der Schüler lauter. Neben dem Aufzeigen der Bedeutung der Mathematik als Wissenschaft sollen auch die Verbindungen zum Leben und zu den anderen Unterrichtsfächern aufgezeigt werden.

Die zweite für uns interessante Richtung ist die Arbeitsschulbewegung. Sie entstand innerhalb der *„Reformpädagogik“,* die um die vorletzte Jahrhundertwende die pädagogische Diskussion in Europa und Nordamerika beeinflusste. Ein wichtiges Ziel der Reformpädagogik war die Überwindung der Kluft zwischen Schulbildung und Leben. Von der Arbeitsschulbewegung wurden Vorschläge speziell für den Mathematikunterricht erarbeitet. Kritisiert wurde die *„alte Schule“* aufgrund ihrer Lebensfremdheit und weil die Schüler nicht mehr in der Lage waren, die vermittelten Kenntnisse im täglichen Leben anzuwenden. Deswegen forderte man mehr Lebensnähe, mehr Eigentätigkeit der Lernenden, sowie einen Abbau der Dominanz der Lehrerrolle.

Mit der Machtergreifung der Nationalsozialisten kamen die Reformbewegungen zum Stillstand und ihre Ansätze wurden durch einen *„artgemäßen“* Mathematikunterricht ersetzt, bei dem Anwendungsaufgaben wieder an Bedeutung verloren.

Nach dem 2. Weltkrieg orientiert sich die Mathematikdidaktik zwar wieder an der Meraner Reform, allerdings verlieren Anwendungen und der Nützlichkeitsaspekt weiterhin an Bedeutung. Ende der 50er-Jahre verliert man die Ziele der Meraner Reform vollkommen aus den Augen und die so genannte *„Neue Mathematik“* (aufgrund des Sputnik-Schocks), bei der Realitätsbezüge keine Rolle mehr spielen, wird geboren. Dabei wurde versucht, die Mathematik als Wissenschaft im Unterricht abzubilden.

Die aktuelle Diskussion um Realitätsbezüge beginnt Mitte der 60er-Jahre bis Mitte der 70er-Jahre. Damals wurden vor allem die Nutzlosigkeit und Realitätsferne der Inhalte im Mathematikunterricht kritisiert, aber auch, dass die einzigen Anwendungen die traditionellen physikalischen Beispiele waren. Die neuen Forderungen waren realistische Anwendungen auch in aktuellen und nichtphysikalischen Gebieten, sowie die Vermittlung der Fähigkeit, Mathematik anzuwenden. Seit Mitte der 70er-Jahre bis heute geht die Entwicklung dahin, dass immer mehr die Aktivitäten der Lernenden im Mittelpunkt stehen. Anstelle der Kenntnis von Modellen rückte die Fähigkeit zur Durchführung von Modellbildungsprozessen, und statt Anwendungen forderte man das Anwenden.
Der Grund, warum die Relevanz von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht in den letzten Jahren und Jahrzehnten in Deutschland und Österreich enorm gewachsen ist, liegt vor allem auch im schlechten Abschneiden der Schüler ebendort bei internationalen Studien wie TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). Die Auswertung dieser Studie zeigte nämlich, dass bei Aufgaben, wo zur Lösung mehrere Aspekte verknüpft werden mussten, besonders schwache Leistungen erbracht wurden. Realitätsbezogene Aufgaben sind aber genau von diesem Typus. (Vgl. Busse 2009: 7.)

2.2. Begriffsklärung

In der Literatur kursieren zahlreiche Begriffe, die das Anknüpfen der Mathematik an die reale Welt signalisieren sollen: Realitätsbezüge, Anwendungsorientierung, lebensnah und praxisorientiert sind nur einige davon. In der didaktischen Diskussion haben sich vor allem die Ausdrücke *„Realitätsbezüge“* und *„Anwendungen“* durchgesetzt, aber sie werden nicht einheitlich verwendet. Zumeist versteht man unter *„Anwendungen“* den Gebrauch von Mathematik zum Lösen von sowohl außer- als auch innermathematischen Problemstellungen, mit *„Realitätsbezügen“* hingegen sind in der Regel nur außermathematische Bezüge gemeint (vgl. Maaß 2004: 16). Im Folgenden werde ich beide Begriffe synonym verwenden und mich mit ihnen auf die außermathematischen Bezüge beschränken, da diese bei unserer Betrachtung im Mittelpunkt stehen.

Wie können Realitätsbezüge im Mathematikunterricht nun aussehen? Becker (1979: 11) spricht von vier Stufen des Realitätsbezuges von Aufgaben:

- Unmittelbar aus dem Leben gegriffene Aufgaben
- Abgeschwächte Situationen (etwa durch leichtere Zahlen als in der Realität)
- Pseudo-reale Probleme (zum Beispiel Ziegen auf kreisförmigen Weideflächen)
- Aufgaben ohne Bezug zur Realität.

Uns interessieren in erster Linie die unmittelbar aus dem Leben gegriffenen Aufgaben, sowie abgeschwächte Formen davon. Diese Abschwächung können wir deshalb nicht von vornherein ausschließen, weil die komplexe Realität oftmals eine Reduktion auf ein Modell und damit auch unumgängliche Vereinfachungen notwendig macht, doch dazu später mehr.
Kaiser (1995: 67) beschreibt, auf welche Arten mit Realitätsbezügen im Unterricht umgegangen wird: Die klassische Form ist das Anwenden von mathematischen Standardverfahren (Algorithmen) zur Lösung von realen Problemen. Oft haben diese realen Probleme jedoch wenig mit der Wirklichkeit zu tun, es sind vielmehr mathematische Probleme, die in die Sprache des Alltags oder anderer Disziplinen eingekleidet sind, so genannte *„Eingekleidete Aufgaben“.* Die Realität kommt auch bei der Veranschaulichung mathematischer Begriffe ins Spiel, wenn beispielsweise Schulden zur Einführung der negativen Zahlen verwendet werden. Schlussendlich kommt es im Unterricht auch zu Modellbildungen, also zu komplexen Problemlöseprozessen, die auf einer Modellauffassung des Verhältnisses von Realität und Mathematik basieren.

Zu guter Letzt gilt es noch zu klären, welche Situationen als *„unmittelbar aus dem Leben gegriffen“* einzustufen sind. Das entscheidende Kriterium ist hierbei die Authentizität, welche von Katja Maaß in Anlehnung an Niss (1992) folgendermaßen definiert wird:

„Eine authentische Situation ist eine außermathematische Situation, die in ein bestimmtes Gebiet eingebettet ist und sich mit Phänomenen und Fragen beschäftigt, die für dieses Gebiet bedeutsam sind und von den entsprechenden Fachleuten auch als solche erkannt werden. Dabei gilt auch der Alltag als ‚Gebiet' und hier die Menschen, die in ihm leben, als ‚Fachleute'." (Maaß 2004: 22)

Heymann (1996: 196) nennt eine analoge Definition (allerdings unter der Bezeichnung *„Realitätsnähe"*) und führt auch als zentrales Kriterium an, ob Experten zur Problemlösung ebenfalls auf das zu übende Verfahren zurückgreifen würden. Die klassische Aufgabe der Optimierung des Materialverbrauchs bei der Herstellung einer Konservendose stuft Heymann als nicht ganz authentisch (realitätsnah) ein, da Dosendesigner in der Industrie anders vorgehen.
Noch enger gefasst als die Realitätsnähe ist Heymanns Begriff von der *„Lebensnähe",* für den er fordernd fragt:

„Spielen die zur Lösung anstehenden Probleme in der Alltagswelt der Kinder oder Jugendlichen eine Rolle? Lassen sich die Verfahren, die zur Problemlösung gebraucht werden, im Alltag einsetzen?" (Heymann 1996: 196)

Lebensnah ist demnach folgende Situation: *„Lars hat einen Bruder und eine Schwester. Oma gibt ihm 15 DM und sagt: ‚Teilt euch das Geld!'"* (Heymann 1996: 195)

2.3. Eingekleidete Aufgaben

Dieser Art von Aufgaben kommt eine gewisse Sonderstellung zu. Sie haben heutzutage ein schlechtes Ansehen und sind nicht unbedingt in Mode, denn es fehlt ihnen an Authentizität und die Realitätsbezüge sind definitionsgemäß künstlich, dennoch findet man sie in allen Schulbüchern. Eingekleidete Aufgaben haben eine lange Tradition im Mathematikunterricht und wurden früher

auch in Schulbüchern explizit als solche bezeichnet. Heute wird der Begriff jedoch gemieden und das Bemühen geht in die Richtung, die Verkleidungen authentischer und weniger absurd zu gestalten. (Vgl. Lambert 2007: 76.)
Ein Paradebeispiel aus dieser Kategorie ist das folgende (Abb. 3):

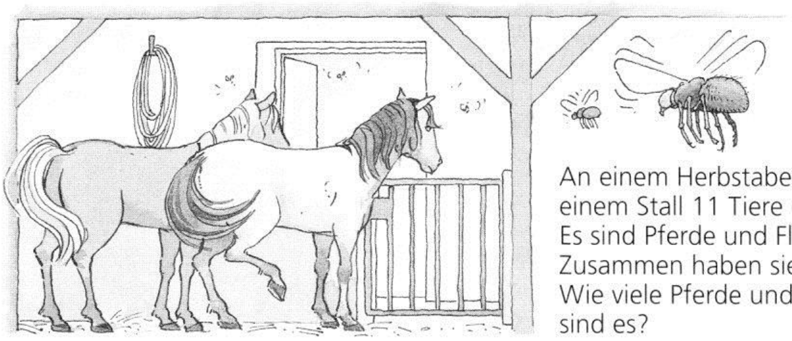


Abbildung 3: Eingekleidete Aufgabe

Die Idee, eine Anwendung für das Aufstellen und Lösen einer Gleichung zu finden, sowie die optische Aufbereitung sind zwar gut, jedoch an Realitätsferne kaum zu übertreffen. Im Alltag tritt ein solches Problem nie auf, denn zum einen weiß ein Tierhalter, wie viele Pferde sich in seinem Stall befinden, zum anderen würde man niemals die Beine zählen, sondern die ganzen Tiere, und in diesem Fall auch nur die Pferde und nicht die Fliegen. Offensichtlich ist der Aufgabengestalter genau entgegengesetzt zum Ablauf in der Praxis vorgegangen. Er ging davon aus, dass drei Pferde und acht Fliegen im Stall sind, um so auf die Gesamtzahl der Beine zu kommen.

Auch in höheren Klassen findet man Aufgaben mit fragwürdigem Realitätsbezug:

„Trotz intensiven Putzens nach dem Abendessen ist auf einem Backenzahn ein Bakterium übrig geblieben. Dieses vermehre sich so, dass sich die Anzahl der Bakterien nach einer Stunde verdoppelt hat.

a) Wie viele Bakterien tummeln sich nach 2; 4; 6; 12 Stunden auf dem Backenzahn?
b) Wie viele Bakterien wären es, wenn die betreffende Person die Ratschläge des Zahnarztes vergäße und die Zähne erst am nächsten

Abend, nach 24 Stunden, wieder putzte und die Vermehrungsrate sich nicht änderte?

c) *Welche Funktion beschreibt das Wachstum der Bakterien?"*
(Maaß 2007b: 10)

Auch hier scheint auf den ersten Blick der Sachverhalt *„Zähneputzen"* aus dem Alltag zu kommen, aber es ist vollkommen unrealistisch, dass beim Zähneputzen genau ein Bakterium übrigbleibt, das sich dann genau im Stundentakt verdoppelt. Die letzte Teilfrage lässt erkennen, dass es nur darum geht, die Exponentialfunktion in diesem Zusammenhang zu erkennen und Werte daraus zu berechnen. Das Typische an eingekleideten Aufgaben ist also, dass man sich nicht mit dem Sachkontext auseinandersetzen muss. Die Schüler müssen lediglich die Einkleidung entfernen, damit sie die Mathematik erkennen und einen Algorithmus anwenden können. (Vgl. Maaß 2007b: 11.)
Eine authentische Aufgabe zu obigem Sachkontext könnte wie folgt aussehen:

„Zahnärzte empfehlen, die Zähne mindestens morgens und abends zu putzen, am besten jedoch nach jeder Mahlzeit, da sich mit jeder Speise Bakterien auf den Zähnen absetzen, die sich anschließend vermehren. Welche Konsequenzen hat es, wenn man nach einer Mahlzeit 6, 12, 24, 48 Stunden die Zähne nicht putzt? Entwickle ein geeignetes mathematisches Modell, das zeigt, wie schnell sich Bakterien vermehren und somit zu Zahnproblemen führen können."
(Maaß 2007b: 12)

Die Empfehlung, wenn möglich nach jeder Mahlzeit die Zähne zu putzen, entspricht nicht in jedem Fall der optimalen Zahnpflege, denn es kann auch vorkommen, dass zu häufiges Putzen zu freiliegenden Zahnhälsen führt. Bei obiger Aufgabe wird über mögliche Einschränkungen der Empfehlung hinweggesehen und das Hauptaugenmerk auf die Bakterien und ihre Vermehrung gelegt.
Der Vergleich der beiden Aufgabenformulierungen zeigt, warum eingekleidete Aufgaben so *„beliebt"* sind. Das Lösen der ersten Variante erfordert verhältnismäßig wenig Zeit und bietet sich deshalb an, die im Unterricht gelernten Inhalte rasch und unkompliziert zu üben. Bei der zweiten Variante hingegen ist das

Problem komplexer und es sind nicht alle nötigen Informationen gegeben, was die Behandlung im Unterricht schwieriger und vor allem zeitintensiver macht.
Trotz aller Kritik an eingekleideten Aufgaben betont Lambert (2007: 78) deren Bedeutung, spricht sich aber dafür aus, sie den Schülern auch als solche zu präsentieren und keine Realitätsnähe zu heucheln. Den Schülern soll die Realitätsferne sofort beim Lesen der Angabe offensichtlich sein, oder man beauftragt sie damit, selbst Einkleidungen zu gegebenen Berechnungen zu erfinden. In jedem Fall ist es wichtig, über Anwendungen und Scheinanwendungen zu reflektieren und zu diskutieren.
Folgende Vorteile bringen eingekleidete Aufgaben mit sich:

„Einerseits lernt man hier das wichtige Übersetzen von (möglichst umgangssprachlichem – auf dieser Ebene ist der Realitätsbezug zu suchen!) Text in mathematische Sprachausdrücke, etwa Formeln oder Zeichnungen. Andererseits liefern sie umgekehrt umgangssprachliche Muster, die für mathematische Muster stehen, was das Verständnis dieser mathematischen Muster fördern kann.“ (Lambert 2007: 78)

2.4. Warum Realitätsbezüge im Unterricht?

Der Kritik an der Abstraktheit der Mathematik wird häufig die Forderung nach mehr Realitätsbezügen gegenübergestellt. Vielerorts in der Literatur findet man Auflistungen von Gründen für die Integration von Realitätsbezügen in den Mathematikunterricht, sowie Ziele, die damit angestrebt werden.
Katja Maaß nennt in diesem Zusammenhang vier wesentliche Aspekte, und zwar soll man den Schülern durch Realitätsbezüge

1. *„Kompetenzen zum Anwenden von Mathematik in einfachen und komplexen sowie in bekannten und unbekannten Situationen vermitteln und ihnen helfen, Umweltsituationen zu verstehen und zu bewältigen.*
2. *ein ausgewogenes Bild von Mathematik als Wissenschaft und ihrer Bedeutung für unsere Kultur und Gesellschaft vermitteln. Die Lernenden sollen Bezüge zwischen Mathematik und Realität erkennen, Kenntnisse*

über den Gebrauch und Missbrauch von Mathematik erwerben und die Grenzen der Mathematisierbarkeit erfahren.

3. *heuristische Strategien, Problemlöse- und Argumentationsfähigkeiten sowie kreatives Verhalten vermitteln.*
4. *Motivation zur Beschäftigung mit Mathematik vermitteln und das Behalten und Verstehen von mathematischen Inhalten unterstützen."*
   (Maaß 2007b: 15 f.)

Über die erhofften Ziele sind sich die Experten weitgehend einig, oft ist auch eine Einteilung in Kategorien wie *„Stoffbezogene Ziele", „Pädagogische Ziele", „Psychologische Ziele"* und *„Wissenschaftsorientierte Ziele"* zu finden (vgl. Kaiser 1995: 69 f.). Übereinstimmung findet man insbesondere auch in drei zentralen Punkten: Anwendungskompetenz, Motivationsförderung und Schülerorientierung. Diese sollen im Folgenden zur Diskussion gestellt werden.

2.4.1. Anwendungskompetenz

„Anwendungsorientierung" ist ein gängiges Schlagwort in der didaktischen Diskussion, sie kann jedoch auf zwei unterschiedliche Arten aufgefasst werden. Einerseits können im Unterricht mehr oder weniger authentische Situationen oder Gebiete, in denen Mathematik zur Anwendung kommt, behandelt werden, indem diese den Schülern fertig aufbereitet präsentiert werden. Auf diese Weise kann ihnen die Bedeutung der Mathematik im wirklichen Leben verdeutlicht werden.
Andererseits kann die Anwendungsorientierung aber auch als aktive Tätigkeit verstanden werden:

„Anwendungsorientierung kann auch so gemeint sein, daß der Schüler mit einer gewissen Wendigkeit zur Anwendung seines Wissens in fremden Situationen bereit und in der Lage sein soll. Zur Bereitschaft: ‚Das haben wir nicht gehabt' sagen Schüler, die gewohnt sind, alles gereicht zu bekommen, was man hinterher von ihnen in irgendeiner Weise zu ‚benutzen' verlangt." (Köhler 1993: 332)

Hier geht es also um den Prozess des Anwendens. Den Schülern soll die Fähigkeit vermittelt werden, mit immer wieder neuen Situationen fertigzuwerden, die idealerweise auch noch einen authentischen Realitätsbezug aufweisen können. Vor allem in unserer schnelllebigen Zeit ist diese Kompetenz von enormer Bedeutung, denn selbst wenn die im Unterricht behandelten Inhalte irgendwann an Aktualität verloren haben, so bleibt den Schülern zumindest die erlernte Fähigkeit. (Vgl. Köhler 1993: 331 f.)
Doch selbst in Bezug auf diese Art der Anwendungsorientierung ist Kritik hörbar:

„Der Haken dieser Idee [der Anwendungsorientierung] liegt auf der Hand: Eine ‚Anwendung' ist immer Anwendung von irgendetwas, und eine ‚Anwendung' wird immer von diesem irgendetwas her auf dieses hin gedacht. Das ‚irgendetwas' ist hier die Mathematik, und man muß sagen: Die mathematikdidaktische Idee der ‚Anwendungsorientierung' ist von der Mathematik her und sie ist auf die Mathematik hin gedacht." (Volk 1993: 133 f.)

Wenn im Unterricht zuerst *„Rezepte"* erarbeitet werden, die im Anschluss daran von den Schülern auf reale Situationen angewendet werden sollen, so ist dies vermutlich genauso *„spannend"* wie das Behandeln von eingekleideten Aufgaben. Der Idealfall wäre demnach, die Schüler mit einer authentischen Problemstellung zu konfrontieren, für die sie selbstständig eine Lösungsstrategie entwickeln sollen. Hier spielt allerdings wieder der Faktor Zeit eine Rolle, weshalb man im Unterricht nicht ständig nach diesem Schema vorgehen kann.

2.4.2. Motivationsförderung

Ein weit verbreitetes Problem im Mathematikunterricht ist, dass sich Schüler nicht dafür interessieren wollen, was Lehrer und Lehrplaner als wichtig erachten. Weil es plausibel erscheint, wird oft davon ausgegangen, dass durch lebensnahe Anwendungen das Interesse der Schüler an Mathematik geweckt und erhalten werden kann. (Vgl. Bruder 1999: 40.)

„Wenn Themen mit ausgewiesenem Lebensweltbezug zu den Schüler/innen behandelt werden, heißt das jedoch noch längst nicht, daß sie sich tatsächlich dafür interessieren! Zum Beispiel interessieren sich die wenigsten 12-14-Jährigen ernsthaft für Versicherungsfragen! Demgegenüber gibt es auch noch Dinge, die (viele) Schüler/innen beschäftigen, die nicht immer ‚Realitätsbezug' haben und die auch nicht in Rahmenplänen stehen: Raumfahrt, Esoterik, Mythen, Mode, Marken, Stile…" (Bruder 1999: 40 f.)

So sehr man es sich also auch erhofft, Realitätsbezüge alleine sind kein Garant für steigende Motivation seitens der Schüler und sie machen auch das Lernen nicht leichter. Die Lage muss daher differenzierter betrachtet werden, denn durch die Integration von Realitätsbezügen in den Unterricht kann es auch zu einer Reihe von Problemen kommen. (Vgl. Busse 2009: 1.) Dem *„traditionellen"* Mathematikunterricht wird oft vorgeworfen, dass den Schülern für jeden Aufgabentyp passende Algorithmen zurechtgelegt werden. Bei auf diese Weise konditionierten Schülern können Schwierigkeiten auftreten, wenn sie sich plötzlich in eine Realsituation hineinversetzen sollen und eigene Lösungsstrategien entwickeln müssen.
Anstatt die Motivation zu fördern kann somit genau der entgegengesetzte Effekt eintreten, nämlich die Ablehnung seitens der Schüler. Verständlicherweise kann es frustrierend sein, wenn nicht alle notwendigen Informationen gegeben sind, oder wenn am Ende kein eindeutiges Ergebnis herauskommt. Eigene Lösungswege zu entwickeln und den gesunden Menschenverstand einzusetzen ist zumeist auch anstrengender und fordernder als einen bekannten Algorithmus anzuwenden. (Vgl. Maaß 2007b: 16.)
Als Lehrer sollte man also darauf vorbereitet sein, dass die Schüler vermutlich nicht in Begeisterung ausbrechen werden, wenn sie mit authentischen Aufgaben konfrontiert werden. In einer Studie von Katja Maaß (2004: 155) wurde unter anderem untersucht, wie sich Realitätsbezüge auf die Einstellung der Schüler der Mathematik gegenüber auswirken. Bei vielen Schülern, die zuvor die Bedeutung von Mathematik für Alltag und Gesellschaft nicht gesehen haben, hat sich diese Einstellung im Laufe der Studie geändert. Auch bei Schülern, die kein großes Interesse an den Aufgaben hatten und diese einfach tolerierten, zeigten sich Veränderungen.

Dies gibt einen Hinweis darauf, dass es vielleicht nicht unmittelbar zu einer steigenden Motivation kommen muss, aber dass zumindest das Mathematikbild der Schüler positiv beeinflusst werden kann. In weiterer Folge kann es auf lange Sicht zu mehr Begeisterung für das Fach Mathematik kommen.

2.4.3. Schülerorientierung

In engem Zusammenhang mit der Motivation steht der Bezug zur Lebenswelt der Schüler, der oftmals gefordert wird. Mathematikaufgaben können noch so gut durchdacht und 1:1 aus der realen Welt übernommen sein, Garantie dafür, dass sie auch in dieser Weise von den Schülern wahrgenommen werden, gibt es keine. Durch eine Orientierung an der Lebenswelt der Schüler soll Interesse geweckt werden. Mit den Aufgabeninhalten genau die Lebenswelt der Jugendlichen zu treffen ist allerdings kein leichtes Unterfangen, denn zum einen ist eine Klasse nie eine homogene Einheit, in der alle die gleichen Interessen haben, und zum anderen ändern sich die Interessensgebiete mit der Zeit sehr rasch.
Im orthodoxen Mathematikunterricht wird der biographische Hintergrund und der Erfahrungshorizont der Schüler ignoriert. Die Mathematik wird steril und es kommt zu einem (für die Schüler) willkürlichen Jonglieren mit unverstandenen Formeln. Unsere Alltagserfahrungen sind voller Erinnerungen, Gefühle, Reflexionen, Neigungen und Absichten, aber aus dem Unterricht wird dieses Erleben verdrängt und das Subjekt, der Schüler, wird ausgesperrt. Die Unterrichtskultur *„lässt das Lernen separat neben der sonstigen Lebenspraxis herlaufen“.* (Vgl. Volk 1996: 82.)
Realitätsbezüge könnten hierbei eventuell Abhilfe schaffen, doch zunächst muss man sich die Frage stellen, mit welchen Themengebieten dies erreicht werden könnte.

„Es gibt nur wenige mathematisch hinreichend reichhaltige Sachzusammenhänge, die den Schüler unmittelbar in seiner aktuellen Situation betreffen. Hierin liegt eine grundsätzliche Schwäche eines noch so realitätsnah gestalteten Mathematikunterrichts. Auch Situationen aus dem möglichen späteren Erfahrungsbereich der Schüler, z. B. in nachfolgenden Klassenstufen, nach der Schule, als

Auszubildender, als Erwachsener, brauchen für ihn in der aktuellen Situation noch nicht von Bedeutung zu sein und als ihn betreffend empfunden werden." (Becker 1979: 20)

Die Ergebnisse eines EU-Projektes (Ulovec 2010) sollen zeigen, wofür sich Schüler interessieren, wobei es natürlich individuelle Unterschiede gibt:

Was Schüler interessiert	Was sie NICHT interessiert
• Musik • Umwelt • Beruf und Berufswahl • Sport • Kleidung • Technik • Rätsel lösen	• Schule (das werden wir in der x. Klasse wieder brauchen) • Einkaufen von Lebensmitteln • (Kontextlose) Geometrische Objekte • Briefmarkensammeln • Lotto und anderes mit „ziehe aus einer Urne"-Kontext

Tabelle 1: Interessen der Schüler

Auffällig ist, dass das Einkaufen von Lebensmitteln als uninteressant empfunden wird, obwohl es andererseits häufig als *„Anwendungsgebiet"* der Mathematik im alltäglichen Leben genannt wird.

2.5. Die Rolle des Sachkontextes

Eine große Rolle bei realitätsbezogenen Aufgaben spielt der reale Hintergrund, auch Sachkontext genannt, in den das zu behandelnde Problem eingebettet ist. Durch die Verwendung geeigneter Sachkontexte erhofft man sich einen leichteren Zugang zu mathematischen Fragestellungen, beispielsweise wenn der Inhalt die jeweilige Zielgruppe besonders anspricht, wie etwa Handytarife in der neunten Schulstufe. (Vgl. Busse 2009: 1.) Wie bereits zuvor angesprochen, scheinen in der Praxis jedoch andere Gesetze zu gelten als in der Theorie. Zunächst betrachten wir eine eher weit gefasste Definition des Begriffes *„Sachkontext“:*

„Der Sachkontext einer realitätsbezogenen Mathematikaufgabe umfasst alle Aspekte des verbal oder nonverbal, implizit oder explizit angebotenen außermathematischen Umfeldes, in das die Fragestellung eingebettet ist, sowie deren individuellen Interpretationen durch die bearbeitende Person.“ (Busse 2009: 11)

Viele Schüler gehen nicht mit der Erwartung in den Mathematikunterricht, etwas aus dem Leben und für das Leben Nützliche zu lernen. Deshalb lassen sie sich erst gar nicht auf den Sachkontext ein, da sie diesem keine Bedeutung für den Alltag beimessen. Auch bei noch so realitätsnahen Aufgaben wird versucht, mit den gelernten rezeptartigen Schemata zu einer Lösung zu kommen.
Trotz alledem lohnt es sich, einen näheren Blick auf verschiedene Aspekte des Sachkontextes zu werfen, und die damit verbundenen Auswirkungen zu betrachten. Die Ergebnisse diverser Studien, die von Busse (2009: 17–26) zusammengefasst wurden, sollen im Folgenden überblicksartig präsentiert werden.

Zunächst ist zu sagen, dass die meisten Untersuchungen zu diesem Thema mit Kindern in den ersten sechs Schuljahren durchgeführt wurden. Grund dafür ist, dass die Aufgaben für diese Altersstufe relativ kurz und meist auf den Grundrechenarten basierend sind. Dadurch lässt sich der Sachkontext sehr leicht variieren und die gesamte Studie wird aussagekräftiger, weil sich bei der Auswertung der Interpretationsspielraum in Grenzen hält. Aufgaben für ältere Schüler sind meist komplexer, wodurch das gezielte Erforschen von Teilaspekten erheblich schwieriger wird.

Der Sachkontext wird von Schülern oft nicht ernst genommen, denn die Realitätsbezüge in den Aufgaben erscheinen ihnen als Dekoration, weshalb die rechnerischen Resultate meist nicht im Rahmen des gegebenen Sachkontextes interpretiert werden. Aus diesem Grund kommt vor allem bei realitätsbezogenen Aufgaben der Art und Weise, wie diese in den Unterricht eingebettet und präsentiert werden, eine große Bedeutung zu. Aufgabenstellungen im Rahmen eines Projektunterrichtes oder die Aufgabenpräsentation im Rollenspiel regen die

Auseinandersetzung mit dem Sachkontext in besonderer Weise an. Hier wird nämlich die Bedeutung der Umgebung (Exkursionen, Bühne,…), in der die Auseinandersetzung mit einem Problem stattfindet, hervorgehoben.

Ein besonders interessanter Punkt ist die Frage, wie sich die Vertrautheit mit dem Sachkontext auf das Lösen von Aufgaben auswirkt, denn sie knüpft in gewisser Weise an die Diskussion um Motivationsförderung und Schülerbezug an.
Bei den Studien stellte sich heraus, dass die Vertrautheit mit dem Sachkontext häufig einen förderlichen Effekt auf die Bearbeitung von realitätsbezogenen Aufgaben hat. So wurde beispielsweise festgestellt, dass US-amerikanische Grundschulkinder die Divisionsaufgabe 100:4 im Sachkontext Geld besonders leicht bearbeiten konnten, weil es in den USA Geldmünzen zu 25 Cent gibt. Eine analoge Aufgabe wäre die Division 45:3 im Sachkontext Zeit. Allgemein kann man sagen, dass vertraute Sachkontexte aus dem Alltagsleben das Erlernen mathematischer Konzepte und Verfahren erleichtern können. Grundsätzlich können zwar Schüler reine Mathematikaufgaben leichter lösen als gleich strukturierte realitätsbezogene Aufgaben, doch eine Abweichung von dieser Regel konnte bei einer Studie bei besonders vertrauten Sachkontexten nachgewiesen werden.
In einzelnen Fällen kann die Vertrautheit mit dem Sachkontext auch einen hinderlichen Effekt haben. In einem Beispiel ging es um die Berechnung der Wahrscheinlichkeit, zwei Fußballspiele hintereinander zu gewinnen, wobei angenommen wird, dass die Gewinnwahrscheinlichkeit konstant ist, unabhängig vom Gegner und vom (er- oder entmutigenden) Ergebnis des ersten Spieles. Diese Annahme rief bei einem fußballbegeisterten Schüler eine Abwehr gegenüber der Aufgabe hervor, weil sie ihm so fern von seinen eigenen Erfahrungen schien. Hier liegt eben eine Gefahr von pseudo-realen Aufgaben. Wenn man die Realität zu sehr abändert, nur um ein mathematisches Verfahren oder Konzept darauf anwenden zu können, leidet die Glaubhaftigkeit der Aufgabe und somit auch die Motivation der Schüler darunter.

Bei allen derartigen Untersuchungen darf die Individualität der Schüler nicht vergessen werden. Der Sachkontext einer Aufgabe kann individuell verschieden wahrgenommen werden, abhängig von Geschlecht, Leistungsstärke, Interessen etc. Deshalb kann man auch nicht von einem allgemeinen Verständnis oder einer allgemeinen Vertrautheit mit einem bestimmten Sachkontext sprechen, genau so wenig kann die Rede von einem generellen Motivationspotential eines konkreten Sachkontextes sein. Insbesondere spielt auch der sprachlich-kulturelle Hintergrund des Aufgabenbearbeiters eine wichtige Rolle bei der Rezeption des Sachkontextes. Aufgrund einer sprachlich-kulturellen Distanz zum Sachkontext kann es (zum Beispiel bei Schülern mit Migrationshintergrund) zur Entwicklung von Fehlvorstellungen kommen. In solchen Fällen kommt Illustrationen und Abbildungen eine entscheidende Bedeutung zu.

3. Mathematische Modellierung

Das Modellieren gilt zweifelsohne als Trend in der aktuelleren Entwicklung der Fachdidaktik. Insbesondere im Zusammenhang mit der Forderung nach mehr Realitätsbezügen im Unterricht spielt auch die mathematische Modellierung eine wichtige Rolle.

„Realistische Sachverhalte und Problemstellungen sind vielfach zu komplex, um Mathematik direkt darauf anwenden zu können. In der Regel kann durch Vereinfachen ein passendes Modell entwickelt werden, in dem mathematisch gearbeitet werden kann. Ein Modell ist eine vereinfachende Darstellung des realen Sachverhaltes, das nur gewisse, für die jeweilige Fragestellung relevante Teilaspekte der Situation berücksichtigt." (Maaß 2007b: 13)

Bei der Behandlung vieler authentischer Aufgaben kommt also das Konzept der mathematischen Modellierung zum Tragen. Will man Problemstellungen aus dem Alltag in den Unterricht aufnehmen, so kommt man ab einem gewissen Schwierigkeitsgrad der Aufgaben nicht mehr am Modellieren vorbei. Dies soll aber andererseits nicht heißen, dass es keine *„einfachen"* Modellierungsaufgaben gibt, ganz im Gegenteil, es gibt sie für alle Schulstufen.
Im Unterricht kommt es bei der Entwicklung eines Modells nicht nur darauf an, welche Aspekte für die Fragestellung relevant sind, die Lehrkraft muss vor allem auch die mathematischen Kompetenzen der Schüler berücksichtigen. Wichtige, aber zu schwierige Details können jedoch nicht einfach weggelassen werden, denn darunter würde die Authentizität der Aufgabe leiden.

3.1. Einführung

Wie der Name vermuten lässt, geht es bei der Modellierung in erster Linie um Modelle. *„Wir verstehen hier Modelle als vereinfachende Darstellungen der Realität, die nur gewisse, einigermaßen objektivierbare Teilaspekte berücksichtigen."* (Henn 2002: 5). Fast allen Modellen ist gemeinsam, dass sie einen bestimmten Zweck erfüllen sollen, sie sollen zu etwas dienen. Demnach können verschiedene Arten von Modellen unterschieden werden (vgl. Henn 2002: 6 und Engel 2010: 10):

- Modelle, die erklären (Warum gibt es einen Regenbogen?)
- Modelle, die vorhersagen (Wie entwickelt sich die Weltbevölkerung bis 2050?)
- Modelle zur Beschreibung der Realität (Die Gleichung $v = s/t$ beschreibt den Zusammenhang zwischen konstanter Geschwindigkeit, Weg und Zeit.)
- Modelle, mit denen man vorschreiben kann (Beim Einkommensteuergesetz wird zum Beispiel von Modellen ausgegangen.)

Die vermutlich wichtigste Eigenschaft eines Modells ist, dass es sich nicht um eine 100-prozentige Abbildung der Realität handelt. *„Ein Modell ist eine Vereinfachung des Durcheinanders, das die Realität uns präsentiert.“* (Engel 2010: 5). Es geht also gerade darum, Details zu vernachlässigen, um die Wirklichkeit zu vereinfachen. Je nach Zweck muss das Modell so von seinem Urbild abweichen, dass der Blick frei für das Wesentliche wird. Oft sollen Modelle den ursprünglichen Sachverhalt komprimieren und dadurch übersichtlicher und handlicher machen. Dies ist zum Beispiel bei einer Stadtkarte (ein Modell eines Ausschnittes der Erdoberfläche) der Fall, denn diese soll übersichtlich sein und Orientierung geben. Würde man die Stadt im Kleinformat aus Holz genau nachbilden, so wäre das Modell zwar präziser, aber der praktische Nutzen etwa für Autofahrer ginge verloren. Für andere Zwecke kann aber durchaus die hölzerne Miniatur-Stadt sinnvoller sein. (Vgl. Engel 2010: 8.)
Zusammenfassend kann man also Folgendes feststellen:
„All models are wrong. But some are useful.“ (George Box zitiert nach Engel 2010: 10). Es ist also nicht sinnvoll, zwischen *„richtigen“* und *„falschen“* Modellen zu unterschieden, sondern zwischen *„angemessenen“* und *„weniger angemessenen“* Modellen in Hinblick auf eine bestimmte Fragestellung (vgl. Hinrichs 2008: 9). Bei vielen Modellierungsaufgaben ist das Finden von diesen wenigen nützlichen Modellen ein wichtiger Teil des Lösungsprozesses.

Der Begriff des mathematischen Modellierens kann unterschiedlich aufgefasst werden. Einerseits kann man darunter die Erstellung eines mathematischen Modells verstehen, das einen Ausschnitt der Welt abbilden soll. Andererseits kann man Modellieren auch als einen gesamten Problemlösungsprozess auffassen. (Vgl. Blum 2006: 9.) Im Unterschied zu früher ist in der heutigen Mathematikdidaktik zumeist die zweite Bedeutung des Begriffes gemeint. Die einzelnen Schritte eines derartigen Prozesses werden durch den Modellierungskreislauf veranschaulicht. Viele Autoren haben sich daran versucht, eine eigene Version eines solchen Schemas aufzustellen, am weitesten verbreitet ist heutzutage sicherlich das von Blum und Leiß (Abb. 4). (Vgl. Hinrichs 2008: 18 f.)

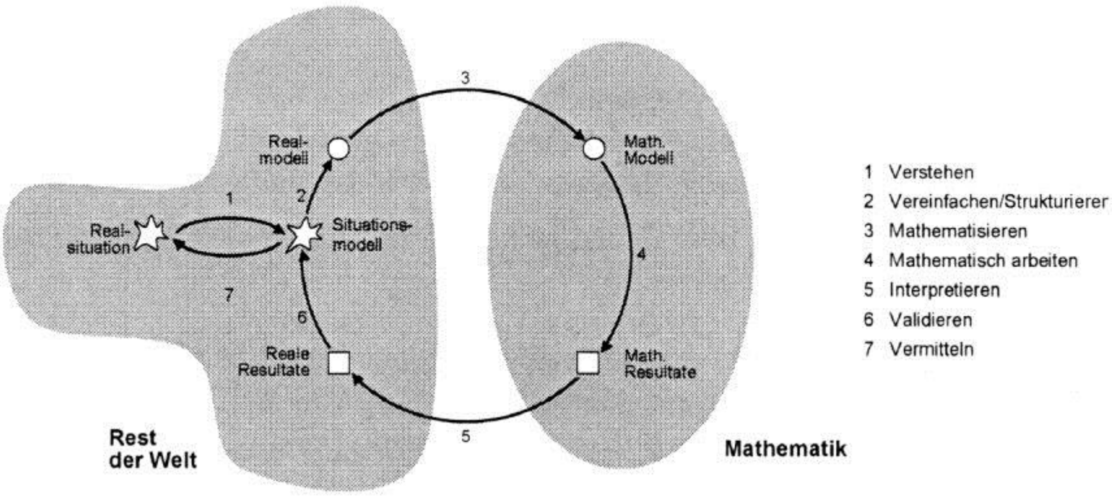


Abbildung 4: Modellierungskreislauf nach Blum/Leiß

Allen Varianten von Modellierungskreisläufen ist eines gemeinsam – die Trennung in zwei Ebenen, welche ein wesentliches Merkmal der mathematischen Modellierung ist. Auf der einen Seite steht die Ebene des Sachkontextes, die reale Welt, aus der die Problemstellung kommt. Streng abgegrenzt befindet sich auf der anderen Seite die Ebene der mathematischen Theorie. Zu Übergängen kommt es zum einen beim Mathematisieren der Fragestellung und zum anderen beim Interpretieren des Resultats. (Vgl. Busse 2009: 11.)

Blum (2006) bringt ein klassisches Beispiel anhand dessen er seinen Modellierungskreislauf verdeutlichen möchte (Abb. 5):

Leuchtturm

In der Bremer Bucht wurde 1884 direkt bei der Küste der 30,7 m hohe Leuchtturm „Roter Sand" gebaut. Er sollte Schiffe durch sein Leuchtfeuer davor warnen, dass sie sich der Küste nähern.

Wie weit war ein Schiff ungefähr noch vom Leuchtturm entfernt, wenn es ihn zum ersten Mal sah?

Runde geeignet. Beschreibe deinen Lösungsweg.

Abbildung 5: Modellierungsaufgabe Leuchtturm

„Der erste Schritt eines idealtypischen Lösungsprozesses ist die Konstruktion einer eigenen mentalen Vorstellung von der gegebenen Problemsituation mit dem Ziel, Situation und Fragestellung zu verstehen. Das resultierende Situationsmodell muss dann strukturiert und vereinfacht werden, wobei naheliegende Annahmen hier sind: Die Erde ist eine Kugel, das Schiff ist punktförmig, die Sicht ist frei, das Leuchtfeuer befindet sich an der Turmspitze und der Lichtstrahl verläuft wie eine Gerade. Das liefert ein Realmodell der Situation. Nun werden die Objekte und Annahmen mathematisiert. Das entsprechende mathematische Modell ist (mit sinnvollen Ergänzungen) ein Dreieck […], wobei der Erdradius $R \approx 6370$ km ist, $h = 30{,}7$ m bekannt und s gesucht ist." (Blum 2006: 10)

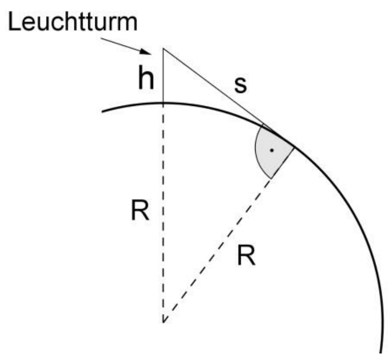


Abbildung 6: Modell zur Leuchtturm-Aufgabe

Pythagoras liefert dann ein Ergebnis von rund 20 km Sichtweite (Abb. 6). Eine Validierungsaktivität könnte nun sein, auch die Höhe des Schiffes zu berücksichtigen und den ganzen Prozess mit einem neuen Modell zu durchlaufen.

Auch verallgemeinernde Reflexionen sind möglich: Wie hängt die Sichtweite von der Turmhöhe ab? (Vgl. Blum 2006: 10.)

Nicht bei jeder Modellierungsaufgabe lassen sich die einzelnen Lösungsschritte so deutlich unterscheiden. In der Praxis, also im Mathematikunterricht, ist es auch nicht notwendig und ratsam, die Schüler genau nach diesem Kreislaufschema arbeiten zu lassen. Dem Lehrer kann es jedoch helfen, bestimmte kognitive Hürden bei gewissen Schritten bei den Schülern zu erkennen, sodass gewisse Schritte gezielt geübt werden können.
Um auch den Schülern eine Hilfestellung beim Lösen von Textaufgaben (und insbesondere von Modellierungsaufgaben) bereitzustellen, schlägt Blum (2006) einen praktischen Lösungsplan vor, der dem Modellierungskreislauf sehr ähnlich ist (Abb. 7):

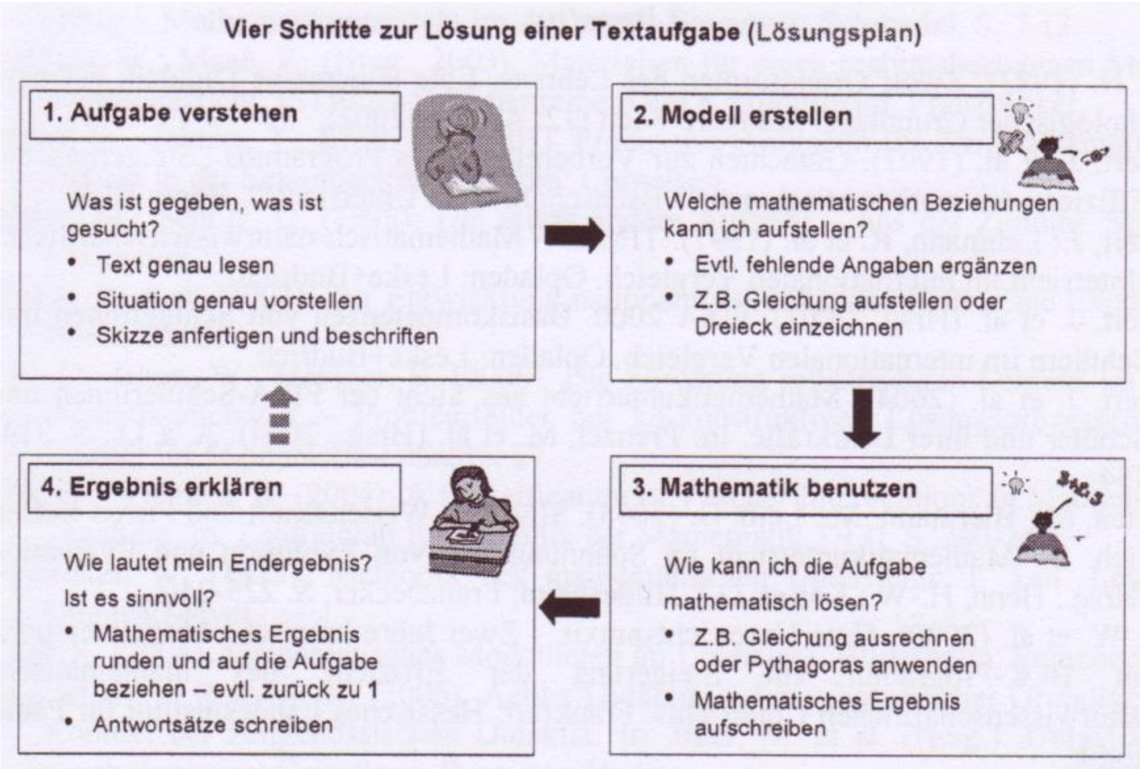


Abbildung 7: Lösungsplan für Modellierungsaufgaben

3.2. Realitätsbezug von Modellierungsaufgaben

Zuvor war die Rede davon, dass bei realistischen beziehungsweise authentischen Problemstellungen fast unweigerlich das Konzept der mathematischen Modellierung zur Anwendung kommt. Dies bedeutet allerdings nicht, dass Modellierungsaufgaben automatisch authentisch wären. In der Regel wirkt der Sachverhalt zwar ziemlich realistisch, aber in unserem Sinne authentisch (also dass auch Experten so vorgehen würden) ist er nur in den wenigsten Fällen. Ein recht berühmtes Modellierungsbeispiel ist das zum Porsche 911 von Katja Maaß:

„Bei der Entwicklung eines neuen Fahrzeugtyps werden vor der Herstellung des Prototyps die zu erwartenden Produktionskosten berechnet. Dazu gehört u. a. auch die Berechnung der Kosten für den Lack. […] Den Lackverbrauch kann man also mit der Schichtdicke, dem Faktor für den Mehrverbrauch und der zu lackierenden Oberfläche berechnen. Doch wie ermittelt man die Oberfläche?“ (Maaß 2007a: 100)

Hierbei geht es also darum, einen Weg zur Berechnung der Karosserieoberfläche zu finden. Diese Aufgabe ist sicherlich eine Bereicherung für den Unterricht in der Unterstufe, in puncto Authentizität ist sie allerdings ein schlechtes Beispiel. Die Autohersteller würden nie die Karosserie durch Quader oder andere Figuren annähern, um so die Oberfläche und in Folge die Kosten für die Lackierung zu bestimmen. In der Realität wird wahrscheinlich zuerst ein Computermodell des neuen Autos entwickelt. Mit Hilfe von Computerprogrammen kann somit auf Knopfdruck die Oberfläche des Autos ermittelt werden. Die sehr genauen Zeichnungen mit den Abmessungen des Autos, die Katja Maaß den Schülern zur Verfügung stellen möchte, verdeutlichen dies. Ganz abgesehen davon hat der Lack den kleinsten Anteil am Herstellungspreis eines Autos und man wird in der Praxis womöglich von groben Erfahrungswerten ausgehen.

Eine interessante und für den Unterricht wertvolle Gruppe von Modellierungsaufgaben sind die so genannten *„Fermi-Probleme“,* benannt nach dem italienischen Kernphysiker Enrico Fermi. Dieser war für seine unkonventionelle Art bekannt, auf einfachste Weise zu verblüffend guten Abschätzungen zu kommen. Angeblich hat er bei einem Atombombentest Grashalme in den durch die Detonation ausgelösten Wind gestreut, um so die Sprengkraft der Bombe abzuschätzen. Dies gelang ihm erstaunlich gut und vor allem lange bevor seine Kollegen mit den theoretischen Auswertungen fertig waren. (Vgl. Hinrichs 2008: 147.)

Fermi war es wichtig, dass auch seine Studenten mit möglichst einfachen Mitteln derartige Abschätzungen vornehmen konnten. Ein berühmtes Beispiel von ihm ist die Frage *„Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago?“*. Um den Bedarf an Klavierstimmern abschätzen zu können, ging er wie folgt vor: Er schätzte zuerst die Einwohnerzahl der Stadt, dann die Anzahl der Klaviere und wie oft ein Klavier gestimmt werden muss. Durch das Schätzen der Anzahl der Klaviere, die ein Klavierstimmer im Jahr stimmen kann, konnte er die gesuchte Größenordnung ermitteln. Wie man sieht, geht es bei Fermi-Problemen nicht um exakte Ergebnisse, sondern darum, mit Hilfe des gesunden Menschenverstandes und des Alltagswissens zu groben Abschätzungen zu kommen. (Vgl. Hinrichs 2008: 148.)

Speziell in unserem Zeitalter, in dem für genaue und komplexe, aufwändige Rechnungen fast immer zu diversen Rechenmaschinen gegriffen wird, gewinnen Kompetenzen wie das Abschätzen an Bedeutung. Auch im Alltag ist diese Fähigkeit oft von großem Nutzen, denn für exakte Rechnungen fehlen oft Zeit, Informationen, Taschenrechner, sowie Lust und Laune, manchmal auch das Können, um komplizierte Berechnungen durchzuführen.

Ebenso wie Modellierungsaufgaben im Allgemeinen sind auch viele Fermi-Probleme nicht wirklich authentisch, oft sind sie sogar absurd und ohne jede Relevanz für den Alltag. Hinrichs (2008: 152) führt unter den Aufgaben für die Grundschule auch folgende an:

- Wie viele Nadeln hat der Weihnachtsbaum in unserer Aula?
- Wie oft dreht sich das Vorderrad, wenn du von Sulzbach nach Heidelberg fährst?
- Wie viele Kinder sind so schwer wie ein ausgewachsener Eisbär?

Die einzige authentische und sinnvolle Frage in der Auflistung von Hinrichs ist wahrscheinlich diese:

- Wie viel Wasser tropft an einem Tag aus einem tropfenden Wasserhahn?

Selbst von Erwachsenen wird der Wasserverlust eines tropfenden Wasserhahns oft unterschätzt. Wenn Schüler nun Berechnungen zu dieser Aufgabe anstellen, werden sie vermutlich über das Ergebnis verblüfft sein. Wenn sie früher oder später im Leben selbst mit einem tropfenden Wasserhahn konfrontiert sind, so denken sie hoffentlich an die Wasserverschwendung, den Umweltschutz, und daran, dass ein neuer Wasserhahn auf lange Sicht billiger kommt als eine *„etwas“* höhere Wasserrechnung.

Um den vielen Negativbeispielen etwas entgegenzustellen, sei an dieser Stelle zum Abschluss noch eine authentische Modellierungsaufgabe angeführt:

„Herr Stein wohnt in Trier, 20 km von der Grenze zu Luxemburg entfernt. Er fährt mit seinem VW Golf zum Tanken nach Luxemburg, wo sich direkt hinter der Grenze eine Tankstelle befindet. Dort kostet der Liter Benzin nur 1,05 €, im Gegensatz zu 1,30 € in Trier. Lohnt sich die Fahrt für Herrn Stein?“
(Hinrichs 2008: 2)

Dies ist eine anspruchsvolle Modellierungsaufgabe, bei der neben mathematischen auch etliche nichtmathematische Aspekte eine Rolle spielen können. Ähnlich wie bei dem vorigen Beispiel sollte hier auch an den Umweltschutz gedacht werden, zusätzlich müssen auch noch Faktoren wie zum Beispiel die Fahrzeit berücksichtigt werden. Derartige Modellierungsaufgaben stellen eine gute Möglichkeit dar, die Schüler dafür zu sensibilisieren, dass nicht alles mathematisierbar und berechenbar ist, sondern dass im wahren Leben viele verschiedene Faktoren und ihre Bewertung zu einer Entscheidungsfindung beitragen (sollten). Durch Modellierungsaufgaben können auf diese Weise viele allgemeine Lehrziele, wie sie im Lehrplan gefordert werden, umgesetzt werden (siehe nächster Abschnitt).

3.3. Gründe für das Modellieren im Unterricht

Wie soeben angedeutet, gibt es gute Gründe dafür, Modellierungsaufgaben in den Mathematikunterricht zu integrieren, denn es steckt ein großes didaktisches Potenzial in ihnen. Auch nach Abschluss der Schullaufbahn haben Schüler mit Modellierungen zu tun. Es werden zwar nur wenige von ihnen selbst mathematische Modelle entwerfen, aber praktisch alle werden in irgendeiner Weise mit den Modellierungen anderer konfrontiert. Wenn man als Fußgänger über eine Brücke geht, vertraut man der Modellierung der Baustatiker, die Astronautin vertraut sogar ihr Leben den Modellierungen der Techniker und Ingenieure an. Wenn wir Zeitung lesen, stoßen wir auf Modelle, die wir verstehen möchten, die es zu hinterfragen und zu bewerten gilt. Die Aufgabe der Schule ist es, aus den Schülern mündige Bürger zu machen, die in der Lage sind, fundiert zu eigenen Urteilen zu kommen. Der richtige Umgang mit Modellen und Modellbildung ist somit Teil der Allgemeinbildung. (Vgl. Henn 2002: 4.)

Folgende Ziele sollen durch die Integration von Modellierungen in den Unterricht erreicht werden:

1. *„**Methodologische Ziele:** Modellierungen und Realitätsbezüge sollen den Schülerinnen und Schülern Kompetenzen zum Anwenden von Mathematik in einfachen und komplexen unbekannten Situationen vermitteln. Die Lernenden sollen dabei auch lernen, mit anderen Menschen über Modellierungen zu kommunizieren.*
2. ***Kulturbezogene Ziele:** Modellierungen und Realitätsbezüge sollen den Schülerinnen und Schülern ein ausgewogenes Bild von Mathematik als Wissenschaft und ihrer Bedeutung für unsere Kultur und Gesellschaft vermitteln. Die Lernenden sollen eine Weltsicht vom Modellierungsstandpunkt entwickeln, Bezüge zwischen Mathematik und Realität erkennen, Kenntnisse über den Gebrauch und Missbrauch von Mathematik erwerben und die Grenzen der Mathematisierbarkeit erfahren. Darüber hinaus sollen die Schülerinnen und Schüler lernen, dass Mathematik einerseits eine zunehmende Bedeutung für unsere Gesellschaft hat, diese Bedeutung aber andererseits durch die Technisierung verborgen bleibt.*

3. ***Pragmatische Ziele:** Realitätsbezüge im Mathematikunterricht sollen den Schülerinnen und Schülern helfen, Umweltsituationen zu verstehen und zu bewältigen. Unter Umweltsituationen werden solche Situationen verstanden, die für die Lernenden in ihrem jetzigen oder zukünftigen Leben relevant sind. Dazu muss mathematisches Wissen, das in konkreten Situationen anwendbar ist, ebenso vermittelt werden wie dazu nötiges außermathematisches Wissen. Im Unterschied zu den methodologischen Zielen liegt der Schwerpunkt hier nicht auf allgemeinen Modellierungskompetenzen, die auch auf unbekannte Situationen angewendet werden können, sondern auf der Bewältigung von aus dem Unterricht bekannten Umweltsituationen.*
4. ***Lernpsychologische Ziele:** Realitätsnahe Modellierungsbeispiele sollen den Schülerinnen und Schülern helfen, eine aufgeschlossene Einstellung gegenüber dem Mathematikunterricht zu entwickeln (Aufbrechen der Verweigerungshaltung), die Motivation der Lernenden zur Beschäftigung mit Mathematik zu steigern und das Behalten und Verstehen von mathematischen Inhalten unterstützen. […]*
5. ***Pädagogische Ziele:** Realitätsnahe Modellierungen im Mathematikunterricht sollen heuristische Strategien, Problemlöse- und Argumentationsfähigkeiten sowie kreatives Verhalten ausbilden und fördern.“*
   (Maaß 2004: 26 f.)

Schon an den Formulierungen erkennt man, wie eng Realitätsnähe und Modellieren miteinander verbunden sind, anscheinend werden durch beide dieselben Kompetenzen gefördert. Die Ziele decken sich auch weitgehend mit denjenigen, die man durch die Integration von Realitätsbezügen anstrebt.
An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass in unserem Zusammenhang immer die Rede von der Modellierung außermathematischer Situationen ist, die innermathematische Modellierung wird hier bewusst ausgeklammert.

Modellierungsaufgaben haben den großen Vorteil, dass die Aufgabengestaltung offen ist, somit ist es möglich, die Schüler ihren eigenen Kompetenzen entsprechende Lösungswege finden zu lassen. Leistungsschwächere verlieren möglicherweise den Schrecken vor der abstrakten Mathematik, indem realistische

Probleme behandelt werden. Leistungsstärkere Schüler werden herausgefordert, sich auf einem hohen Niveau mit einem realistischen Problem auseinanderzusetzen, etwa durch das Aufstellen eines ausgeklügelten Modells. (Vgl. Maaß 2007b: 19.)

3.4. Leistungsbeurteilung und andere problematische Aspekte

Die Offenheit von Modellierungsaufgaben ist einerseits ein Vorteil, denn dadurch ist eine Differenzierung zwischen leistungsstarken und -schwachen Schülern möglich. Andererseits muss man als Lehrer die erbrachten Leistungen irgendwie bewerten. Die Leistungsbeurteilung bei offenen Aufgaben scheint für viele Lehrer ein zu schwieriges Unterfangen zu sein, weshalb man sich vorsichtshalber lieber gegen Modellierungsaufgaben und für einen *„konventionellen“* Unterricht entscheidet.

Das Grundproblem beim Bewerten von Modellierungsaufgaben ist, wie man eine einfache fehlerfreie Lösung im Vergleich zu einer komplexen Lösung mit kleinen Fehlern benotet. Jeder Lehrer sollte sich für bestimmte Bewertungskriterien entscheiden, je nachdem welche Ziele man erreichen möchte. Wenn einem zum Beispiel die schriftliche Argumentation ein Anliegen ist, so muss man auch Punkte abziehen, wenn zum Beispiel die schriftliche Begründungskette nicht stimmig ist, auch wenn das mathematische Ergebnis richtig ist. Unumgänglich ist hierbei, dass man die Schüler im Vorhinein über diese Kriterien informiert. (Vgl. Maaß 2007b: 39 f.)
Ein mögliches Bewertungsschema sieht wie folgt aus (Abb. 8):

1	**Bildung des Realmodells:** ■ Sind die getroffenen Annahmen sinnvoll? ■ Ist der Grad der Vereinfachung der Problemfrage angemessen?	0 – 10 Punkte
2	**Mathematische Bearbeitung:** ■ Wurden die relevanten Größen und Beziehungen richtig mathematisiert? ■ Wurde eine adäquate mathematische Notation gewählt? ■ Wurden mathematisches Wissen und heuristische Strategien zur Lösung des mathematisierten Problems richtig angewendet? ■ Ist die Lösung mathematisch korrekt?	0 – 15 Punkte
3	**Interpretation der Lösung:** ■ Wird die mathematische Lösung bezogen auf die Realität interpretiert? ■ Ist die Interpretation korrekt?	0 – 5 Punkte
4	**Kritische Reflexion:** ■ Werden alle nötigen Aspekte berücksichtigt? ■ Bleibt die Reflexion oberflächlich? ■ Werden Vergleichswerte hinzugezogen?	0 – 10 Punkte
5	**Dokumentation des Vorgehens:** ■ Werden die einzelnen Schritte des Vorgehens beschrieben und erläutert?	0 – 15 Punkte
6	**Zielgerichtetes Vorgehen:** ■ Geht der Lernende zielgerichtet beim Modellieren vor oder verliert er sich in Details, ohne ein Ergebnis zu erreichen?	0 – 5 Punkte
		max. 60 Punkte

Abbildung 8: Bewertungsschema für Modellierungsaufgaben

Ein solches oder ein ähnliches Schema ist unentbehrlich bei der Bewertung von Schularbeiten oder Prüfungen. Sofern Modellierungsaufgaben im Unterricht thematisiert wurden, können und sollen sie auch in Schularbeiten vorkommen. Beantwortet man nämlich als Lehrer die Frage *„Kommt das auch zur Schularbeit?“* mit *„Nein“,* so ist die ganze Behandlung eines Themas meist sinnlos, weil nicht nachhaltig. (Vgl. Maaß 2007b: 39.)

Neben dem Problem der Leistungsbeurteilung gibt es auch noch eine Reihe anderer Barrieren, die verhindern, dass Modellierungsaufgaben Einzug in das Unterrichtsgeschehen halten:

- *„Organisatorische Hindernisse (zu wenig Unterrichtszeit, […] geringe Berücksichtigung in den Lehrplänen)*
- *Schülerbezogene Hindernisse (Unterricht wird durch Modellierungsbeispiele anspruchsvoller und weniger kalkulierbar)*
- *Lehrerbezogene Hindernisse (höhere Zeiterfordernis, Lehren wird anspruchsvoller und schwerer kalkulierbar, Lehrende sehen Modellierungen nicht als Mathematik an, die Lehrenden sehen sich als nicht kompetent bzgl. des Sachkontextes an, Leistungsmessung erscheint komplexer)*

- *Materialbezogene Hindernisse (Lehrer kennen die Textquellen nicht oder suchen sehr detailliert aufbereitete Materialien)“* (Maaß 2004: 30)

Um immer ausreichend Modellierungsaufgaben zu haben und so die letztgenannte Hürde auszuschalten, gibt es mehrere Möglichkeiten. Entweder man durchsucht aktuelle Fachzeitschriften (zum Beispiel *„mathematik lehren“* oder die ISTRON-Bände), oder man setzt selbst die *„Mathematik-Brille“* auf und geht mit offenen Augen durch den Alltag, um anschließend Aufgaben zu entwickeln. Das Entwickeln von neuen Aufgaben ist allerdings recht zeitaufwändig und deshalb nur begrenzt umsetzbar. Eine dritte Möglichkeit besteht darin, vorhandene Aufgaben (zum Beispiel aus dem Schulbuch) herzunehmen und diese zu öffnen, indem man Informationen und kleinschrittige Anleitungen weglässt. In kreativen Klassen hat man zusätzlich die Möglichkeit, Aufgaben von den Schülern selbst erfinden zu lassen, etwa zu vorgegebenen mathematischen Inhalten, Ausdrücken oder zu vorgegebenen Sachkontexten. (Vgl. Maaß 2007b: 20 ff.)

Ein Beispiel für eine Aufgabe aus *„mathematik lehren“* ist das folgende:
„Man liest immer wieder, die chinesische Mauer sei das einzige Bauwerk von Menschenhand, das man vom Mond aus sehen könne; was meinst du dazu?“
(Henn 2002: 6)

Nun eine von mir selbst entwickelte Aufgabe:

Herr Schmidt fährt einen PKW mit der Reifendimension 195/65 R15. Die erste Zahl gibt die Reifenbreite in mm an, die zweite Zahl gibt die Höhe des *„Gummibelages“* des Reifens in % der Reifenbreite an, und der dritte Wert ist der Felgendurchmesser in Zoll (1 Zoll = 2,54 cm). Neue Reifen haben eine Profiltiefe von 8 mm und die gesetzliche Mindestprofiltiefe bei Sommerreifen beträgt 1,6 mm.

Wir gehen davon aus, dass die am Tachometer angezeigte Geschwindigkeit anhand der Anzahl an vollen Reifenumdrehungen in einem gewissen Zeitraum berechnet wird. Die angezeigte Geschwindigkeit stimmt mit der realen Geschwindigkeit überein, wenn das Auto mit neuen Reifen unterwegs ist.

Herr Schmidt wird nun von der Polizei wegen überhöhter Geschwindigkeit angehalten.

1) Kann er sich darauf *„ausreden“,* dass ihm sein Tachometer einen falschen Wert anzeigt, weil die Reifen des Autos bereits auf die Mindestprofiltiefe abgefahren sind? Begründe deine Antwort!
2) Berechne nun, mit welcher Geschwindigkeit Herr Schmidt tatsächlich unterwegs ist, wenn er 100 km/h vom Tachometer abliest!

Folgende Aufgabe aus einem Schulbuch kann durch wenige Änderungen offener und zugleich auch authentischer gestaltet werden:

„Lisa hat ihrem Vater bei der Honigernte geholfen. Insgesamt ergab sich eine Honigmenge von 5 ½ kg. Lisa will den Honig nun in ¾-kg-Gläser füllen. Wie viele Gläser braucht sie?“ (Das ist Mathematik 2: 73)

Da ich selbst schon meinem Vater bei der Honigernte geholfen habe, weiß ich, dass sowohl die Erntemenge als auch die Gläsergröße unrealistisch ist. Eine umgestaltete Aufgabe könnte zum Beispiel so aussehen:

„Lisa hat ihrem Vater bei der Honigernte geholfen. Ein 100-kg-Tank ist fast zu ¾ voll geworden. Der Honig soll in 1- kg-, ½-kg- und ¼-kg-Gläsern verkauft werden. Wie viele Gläser jeder Sorte sollen für das Abfüllen hergerichtet werden? Begründe deine Antwort!“

4. Die Analyse

Nachdem in den ersten Kapiteln eine theoretische Grundlage erarbeitet wurde, geht es in diesem Abschnitt schwerpunktmäßig um die Analyse von Schulbüchern der Unterstufe. Zunächst untersuchen wir jedoch, inwieweit eine Vorbereitung auf den Alltag beziehungsweise ein Alltagsbezug des Lehrstoffes seitens des Gesetzgebers gefordert oder zumindest erwünscht wird. Dazu werfen wir einen Blick auf den Lehrplan sowie auf die Bildungsstandards.

4.1. Lehrplan der AHS

Bei genauerer Betrachtung des Lehrplanes, sowohl des allgemeinen Teiles, als auch des fachspezifischen Teiles, wäre es leicht möglich, beinahe jedem Punkt eine gewisse Bedeutung für die Alltagsbewältigung beizumessen. Das ist hier jedoch nicht das Ziel. Es soll nicht darum gehen, warum bestimmte, laut Lehrplan zu vermittelnde Kompetenzen oder mathematische Inhalte für den Alltag beziehungsweise das spätere Leben der Schüler wichtig sind. Das Augenmerk liegt vielmehr darauf, an welchen Stellen explizit auf eine *„mathematische Alltagskompetenz“* abgezielt wird, und was konkret dort gefordert wird. Das Ergebnis soll als Basis für die spätere Schulbuchanalyse dienen und einen Vergleich zwischen dem *„Soll“* (Forderungen des Lehrplanes) und dem *„Ist“* (Inhalte der Lehrbücher) ermöglichen. Natürlich können nicht alle Vorgaben des Lehrplanes durch die Aufgabenstellungen in einem Schulbuch abgedeckt werden, viele Kompetenzen werden beispielsweise durch eine darüber hinausgehende spezielle Unterrichtsgestaltung vermittelt.

4.1.1. Allgemeiner Teil

Die im Folgenden zitierten Stellen stammen allesamt aus dem allgemeinen Teil des aktuellen AHS-Lehrplanes, welcher über die Homepage des Bundesministeriums für Bildung und Frauen abgerufen werden kann (Lehrplan AHS, Allgemeiner Teil).

Der erste von drei Teilen handelt vom allgemeinen Bildungsziel der AHS. Der gesetzliche Auftrag wird dort wie folgt definiert:

„Die allgemein bildende höhere Schule hat die Aufgabe, den Schülerinnen und Schülern eine umfassende und vertiefte Allgemeinbildung zu vermitteln und sie zugleich zur Hochschulreife zu führen.“

Des Weiteren hat die Schule beim Erwerb von Wissen, bei der Entwicklung von Kompetenzen, bei der Vermittlung von Werten mitzuwirken, wobei selbstständiges Denken und kritisches Reflektieren besonders zu fördern sind. Erklärtes Ziel ist es, die Schüler *„in ihrem Entwicklungsprozess zu einer sozial orientierten und positiven Lebensgestaltung zu unterstützen“.*
Abgesehen von der Hochschulreife soll also auch erreicht werden, dass die Schüler zu mündigen Bürgern heranwachsen, die sich in unserer Gesellschaft zurechtfinden. Dieser Gedanke findet sich ebenfalls im Abschnitt *„Leitvorstellungen“,* wo unter anderem von *„demokratischen Mitsprache- und Mitgestaltungsmöglichkeiten in den unterschiedlichen Lebens- und Gesellschaftsbereichen“* die Rede ist. Um dieses Bildungsziel durch den Mathematikunterricht zu erreichen, spielen vor allem die letzten drei der vier Nützlichkeitsebenen von Mathematik eine Rolle: Leichter kommunizieren, Mittel zum kritischen Hinterfragen, Einsicht in Lebens- und Berufsfelder (siehe Kapitel 1.1.2.). Das Rechnen im Alltag, welches oft als einzige Rechtfertigung für den Mathematikunterricht angesehen wird, rückt hierbei also in den Hintergrund.

Eine weitere für uns relevante Leitvorstellung ist die folgende:

„Der Unterricht hat sich […] sowohl an den wissenschaftlichen Erkenntnissen als auch an den Erfahrungen und Möglichkeiten, die die Schülerinnen und Schüler aus ihrer Lebenswelt mitbringen, zu orientieren.“

Dieser wichtige Aspekt wird im zweiten Teil des Lehrplanes (Allgemeine didaktische Grundsätze) nochmals aufgegriffen und näher erläutert: *„Der Unterricht hat an die Vorkenntnisse, Vorerfahrungen und an die Vorstellungswelt der Schülerinnen und Schüler anzuknüpfen.“* Unter dem Punkt *„Herstellen von Bezügen zur Lebenswelt“* ist später die Rede davon, dass möglichst aktuelle und lebensnahe Themen zu bearbeiten sind. Die gewonnenen Kenntnisse und Fähigkeiten sollen dann eigenständig von den Schülern auf andere strukturverwandte Aufgaben übertragen werden können.
Im Lehrplan werden also ganz deutlich Sachverhalte oder Aufgaben aus dem Alltag und aus den Interessensgebieten der Schüler gefordert. An obigen Formulierungen fällt allerdings auf, dass die Aufgaben nicht zwingend authentisch in unserem (strengen) Sinne sein müssen, sie müssen sich bloß an der Lebenswelt *„orientieren“* beziehungsweise an sie *„anknüpfen“.* Dadurch wird den eingekleideten Aufgaben Tür und Angel geöffnet, denn diese orientieren sich zwar in gewisser Weise an der Realität, sind jedoch nicht zu 100 % authentisch.

Als letzten Aspekt möchte ich die Forderung nach einem fächerübergreifenden Unterricht behandeln, welche ebenfalls unter den Leitvorstellungen zu finden ist. Die Vernetzung der einzelnen Disziplinen soll den Schülern *„bei der Bewältigung von Herausforderungen des täglichen Lebens helfen“.* Im dritten Teil des Lehrplanes (Schul- und Unterrichtsplanung) sind unter dem Punkt *„Fächerverbindender und fächerübergreifender Unterricht“* weitere Erläuterungen zu finden: *„Bei fächerübergreifender Unterrichtsgestaltung steht ein komplexes, meist lebens- oder gesellschaftsrelevantes Thema oder Vorhaben im Mittelpunkt.“*
Authentische Problemstellungen im Mathematikunterricht haben ab einem gewissen Schwierigkeitsgrad die Eigenschaft, dass zu ihrer Behandlung nicht nur mehrere mathematische Fähigkeiten kombiniert werden müssen, oft sind auch Erkenntnisse oder Methoden aus anderen Disziplinen hilfreich, wenn nicht sogar notwendig. Vor allem offene Aufgaben bieten sich für einen fächerübergreifenden Unterricht an, bringen allerdings auch die zuvor beschriebenen Schwierigkeiten mit sich.

4.1.2. Unterstufe Mathematik

Alle Zitate in diesem Abschnitt stammen aus dem Mathematik-Lehrplan der AHS-Unterstufe (Lehrplan AHS, Unterstufe Mathematik).

Ähnlich wie im allgemeinen Teil wird auch im Lehrplan der Unterstufe der Bezug zur Lebenswelt der Schüler gefordert:

„Die Schülerinnen und Schüler sollen […] mathematisches Können und Wissen aus verschiedenen Bereichen ihrer Erlebnis- und Wissenswelt nutzen sowie durch Verwenden von Informationsquellen weiter entwickeln." (S. 1)

Die Wahl von Aufgaben aus Themengebieten, die den Interessen und Erfahrungen der Schüler entsprechen, soll der Steigerung der Motivation dienen und den Schülern soll dadurch *„die Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebens- und Wissensbereichen verdeutlicht werden"*. (S. 3)
Ebenfalls analog zum allgemeinen Teil ist der Aspekt des fächerübergreifenden Unterrichts, wobei nicht nur Querverbindungen zu anderen Unterrichtsgegenständen herzustellen sind, sondern auch zur Lebenswelt der Schüler (S. 3).

Was den konkreten Lehrstoff betrifft, gibt es im Wesentlichen zwei für uns relevante Aspekte, die sich ständig wiederholen. Zum einen ist häufig die Rede von der Behandlung von Sachaufgaben, Sachverhalten, Sachsituationen oder von Anwendungsaufgaben, so zum Beispiel in der zweiten Klasse: *„Gleichungen und Formeln aufstellen, insbesondere auch in Sachsituationen"* (S. 6: Punkt 2.2) oder auch *„Volumina von Prismen berechnen, möglichst in Anwendungsaufgaben"* (S. 6: Punkt 2.3). Auch hier ist wieder an den Formulierungen zu merken, dass nicht unbedingt 100 % Authentizität bei den Aufgaben verlangt wird, sondern wahrscheinlich an eingekleidete Aufgaben gedacht wird. Trotz dieser eher schwachen Forderung nach einem Alltagsbezug wird der Beitrag der Mathematik zur Alltagsbewältigung im einleitenden Teil des Lehrplanes als besonders wichtig eingeschätzt. Der Mathematikunterricht soll Folgendes ermöglichen:

„Erscheinungen der Welt um uns in fachbezogener Art wahrzunehmen und zu verstehen; Problemlösefähigkeiten zu erwerben, die über die Mathematik hinausgehen." (S. 1 f.)

Unter den didaktischen Grundsätzen wird auch noch angeführt: *„Zur Bewältigung von mathematischen Alltagsproblemen sollen thematische Schwerpunkte gesetzt werden."* (S. 3)
Zusammengefasst bedeutet dies, dass im Unterricht nicht zwingend authentische Aufgaben behandelt werden müssen und dass das oberste Ziel – die positive Alltagsbewältigung – auch durch das Bearbeiten von eingekleideten Aufgaben erreicht werden kann.

Der zweite Aspekt, der besonders hervorsticht, ist die Modellbildung. Wie im Kapitel zur mathematischen Modellierung beschrieben, stammt die Grundlage für ein Modell meist aus der realen Welt, also auch aus dem Alltag, weshalb dieser Punkt für uns interessant ist.
Das *„Erstellen und Interpretieren von mathematischen Modellen"* sowie das *„Erkennen von Unzulänglichkeiten mathematischer Modelle"* zählen laut Lehrplan zu den mathematischen Grundtätigkeiten (S. 1). Auch die Gliederung des Lehrstoffes unterstreicht die besondere Rolle von Modellen, denn in jedem Jahrgang bildet das *„Arbeiten mit Modellen, Statistik"* einen von vier Kernbereichen. Nur in einigen wenigen Formulierungen ist explizit der Bezug zur realen Welt zu erkennen, so zum Beispiel in der ersten Klasse: *„Modelle mit realen Gegebenheiten vergleichen, grundlegende Überlegungen zur Sinnhaftigkeit von Modellen für die Praxis anstellen"* (S. 5).

4.2. Bildungsstandards

4.2.1. Das Konzept

Neben den Lehrplänen stellen die so genannten *„Bildungsstandards"* eine weitere wichtige gesetzliche Vorgabe bezüglich Unterrichtsinhalte sowie -ziele dar.

Unser Hauptaugenmerk liegt bei jenen Standards, die für den Mathematikunterricht der achten Schulstufe (M8) festgelegt wurden.

Mit der Einführung der Bildungsstandards folgte die österreichische Bildungspolitik einem internationalen Trend, Auslöser waren sicherlich aber auch die verhältnismäßig schlechten PISA-Ergebnisse und der daraus resultierende Druck nach Reformen seitens der Öffentlichkeit. So kam es 2008, nach einigen Jahren der Entwicklung, zur gesetzlichen Verankerung der Bildungsstandards im österreichischen Schulwesen, welche durch eine Verordnung aus dem Folgejahr (VO 2009/1) weitgehend geregelt werden. (Vgl. Peschek 2012: 13.)

Über die Funktionen der Bildungsstandards verrät der Gesetzestext unter anderem Folgendes:

„§ 3. (1) Bildungsstandards sollen Aufschlüsse über den Erfolg des Unterrichts und über Entwicklungspotentiale des österreichischen Schulwesens liefern. Darüber hinaus sollen sie

1. *eine nachhaltige Ergebnisorientierung in der Planung und Durchführung von Unterricht bewirken,*
2. *durch konkrete Vergleichsmaßstäbe die bestmögliche Diagnostik als Grundlage für individuelle Förderung sicher stellen und*
3. *wesentlich zur Qualitätsentwicklung in der Schule beitragen.“*
   (Bundesgesetzblatt 2009: 1)

Eines der zentralen Merkmale des Standardkonzeptes M8 ist die eben erwähnte Ergebnisorientierung, welche formal gesehen in einem gewissen Kontrast zu den klassischen Lehrplänen steht. Mit den Bildungsstandards wird festgelegt, welche Kompetenzen die Schüler bis zum Ende einer bestimmten Schulstufe (bei uns die achte) erreicht haben sollen. Es geht also in erster Linie nicht um das Unterrichtsgeschehen (Input), sondern um den Ertrag vom Unterricht (Output) und wie man diesen überprüfen kann. (Vgl. Peschek 2008: 1)

Unter *„Kompetenzen“* versteht der Gesetzgeber Folgendes:

„[…] längerfristig verfügbare kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten, die von Lernenden entwickelt werden und die sie befähigen, Aufgaben in variablen Si-

tuationen erfolgreich und verantwortungsbewusst zu lösen und die damit verbundene motivationale und soziale Bereitschaft zu zeigen“
(Bundesgesetzblatt 2009: 1)

Dieser Kompetenzbegriff ist hier noch sehr allgemein gehalten, denn er gilt schließlich auch für Deutsch sowie für die erste lebende Fremdsprache. Eine mathematische Kompetenz im Speziellen wird modellhaft durch drei Dimensionen beschrieben (vgl. Standardkonzept 2007: 9):

- *Handlungsdimension* (Was wird getan?)
- *Inhaltsdimension* (Womit wird etwas getan?)
- *Komplexitätsdimension* (Art und Grad der Vernetzungen)

Da für jede dieser Dimensionen verschiedene Ausprägungen denkbar sind, erfolgt eine weitere Unterteilung. Man unterscheidet (vgl. Standardkonzept 2007: 11 ff.):

- Handlungsbereiche:
  - H1: Darstellen, Modellbilden
  - H2: Rechnen, Operieren
  - H3: Interpretieren
  - H4: Argumentieren, Begründen
- Inhaltsbereiche:
  - I1: Zahlen und Maße
  - I2: Variable, funktionale Abhängigkeiten
  - I3: Geometrische Figuren und Körper
  - I4: Statistische Darstellungen und Kenngrößen
- Komplexitätsbereiche:
  - K1: Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten
  - K2: Herstellen von Verbindungen
  - K3: Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren

Nach dem dreidimensionalen Kompetenzmodell wird eine mathematische Kompetenz also durch einen bestimmten Handlungsbereich, einen bestimmten Inhaltsbereich und durch einen bestimmten Komplexitätsbereich festgelegt. Jede Kompetenz ist somit als ein Tripel, wie zum Beispiel (H3, I2, K2), aufzufassen (Abb. 9).

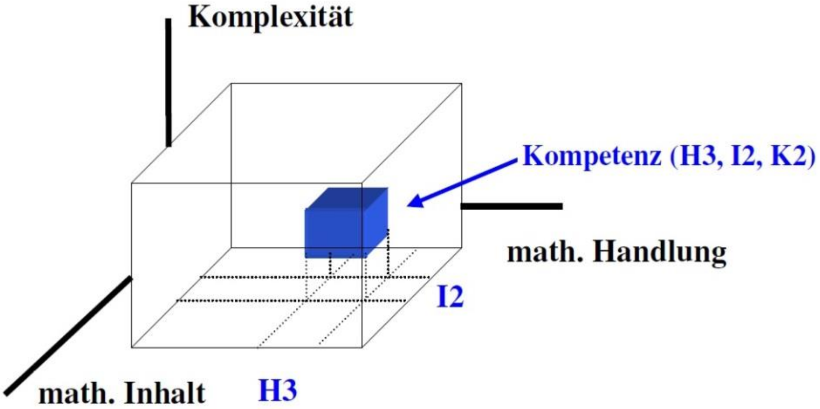
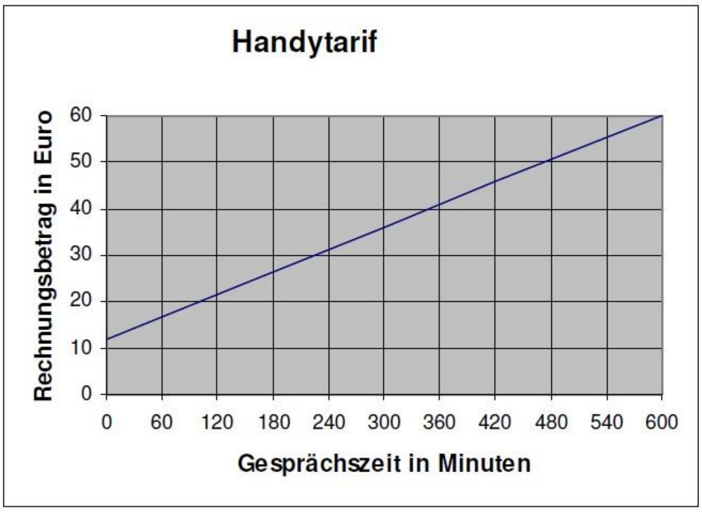


Abbildung 9: Kompetenzmodell

Eine konkrete Aufgabenstellung, welche auf die Kompetenz (H3, I2, K2) abzielt, könnte derart aussehen (Abb. 10):

Handytarif

Eine Telefongesellschaft bietet einen neuen Handytarif an. Man kann den Rechnungsbetrag für einen Monat aus untenstehender Grafik (ungefähr) ablesen.



Aufgabe: Wie viel beträgt die Gesprächsgebühr pro Minute?

Lösung: Die Gesprächsgebühr beträgt € …………… pro Minute.

Abbildung 10: Aufgabenstellung zur Kompetenz (H3, I2, K2)

Das Ansprechen genau dieser Kompetenz wird wie folgt begründet:

„H3: Die Aufgabe verlangt die Interpretation der ‚Gesprächsgebühr pro Minute' als Steigung der gezeichneten Geraden; dafür ist das Ablesen von zwei Wertepaaren aus der grafischen Darstellung eines mathematischen Zusammenhangs und deren Deutung erforderlich.

I2: Die Darstellung in der Angabe ist der Graph einer linearen Funktion.

K2: Für die Identifizierung der Gesprächsgebühr müssen zumindest zwei Punktinformationen kombiniert und Berechnungen (Differenz und Quotient) angestellt werden."

(Standardkonzept 2007: 60)

4.2.2. Realitäts- und Alltagsbezüge

Nach diesem kurzen Einblick in das doch relativ abstrakt wirkende Konzept der Bildungsstandards soll nun beleuchtet werden, inwieweit die Forderung nach Realitäts- beziehungsweise Alltagsbezug hier eine Rolle spielt.
Nachdem der Gesetzestext recht allgemein gehalten ist und diesbezüglich keine Hinweise zu finden sind, habe ich mich zweier anderer wichtiger Quellen bedient.

Das Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung (BIFIE) wurde vom Unterrichtsministerium beauftragt, die Entwicklung der Bildungsstandards zu unterstützen und deren Überprüfung durchzuführen. Laut BIFIE wurde bei den Bildungsstandards eine systematische Auswahl grundlegender Kompetenzen getroffen, welche die Schüler auf die *„wechselnden Herausforderungen von Beruf und Alltag"* vorbereiten. Die erworbenen Fähigkeiten sollen per Definition (siehe oben) in *variablen* Situationen angewendet werden können. Kompetenzen sind also *„kontextunabhängig ausgeprägt, da sie in der Auseinandersetzung mit der Umwelt erworben werden, und ermöglichen damit die Bewältigung unterschiedlicher Aufgaben und Lebenssituationen".* (Vgl. Bildungsstandards BIFIE.)

Anders als zunächst vermutet, zielen die allgemeinen Formulierungen in den Bildungsstandards demzufolge also in ganz besonderem Maße auf eine Alltags- und Berufsvorbereitung ab.

Die zweite, für uns auch ausführlichere Quelle ist das Standardkonzept des Mathematikdidaktik-Instituts der Universität Klagenfurt, welches maßgeblich an der Entwicklung und Konkretisierung der Bildungsstandards beteiligt war.
Als bildungstheoretische Orientierung der Standards werden hier zwei zentrale Anforderungen genannt, welche gleichzeitig auch Grundaufgaben der Schule sind (siehe Kapitel Lehrplan): *Lebensvorbereitung* und *Anschlussfähigkeit.* In unserem Zusammenhang besonders relevant ist der Aspekt der Lebensvorbereitung. Mathematik begegnet uns fast überall, ob bewusst oder unbewusst, nicht nur in Form von aktivem Rechnen. Ganz ähnlich wie die weiter oben erwähnten Nützlichkeitsebenen nach Katja Maaß wird auch im Standardkonzept der Universität Klagenfurt auf andere wichtige Funktionen der Mathematik hingewiesen: sie ist ein *Mittel menschlicher Kommunikation,* ein *Erkenntnis-* und *Konstruktionsmittel,* eine *Denktechnologie* – eine spezifische Technik des Problemlösens. Dies spiegelt sich auch in der Gliederung der Handlungsbereiche wider, von denen nur einer operativen Charakter besitzt, nämlich H2: Rechnen, Operieren. (Vgl. Standardkonzept 2007: 7.)

Neben der Forderung nach einer flexiblen Anwendung grundlegenden Wissens und Könnens auf verschiedenartige Situationen wird auch zur Frage der Authentizität Stellung genommen:

„Zugleich ist auch die für die Problemstellungen und -lösungen geforderte Authentizität keine strikte, sondern eher eine potenzielle: Problemstellungen und -lösungen müssen nicht notwendigerweise unverändert realen (Alltags-) Situationen bzw. den lebensweltlichen Erfahrungen der S&S entnommen werden, entsprechende Bezüge sollten aber herstellbar sein.“
(Standardkonzept 2007: 7)

Neben den allgemeinen theoretischen Erläuterungen werden auch für jeden Inhaltsbereich konkrete mathematische Fähigkeiten angeführt, welche in Alltagssituationen benötigt werden könnten oder im Sinne einer Lebensvorbereitung beherrscht werden sollten. Diese sollen im Folgenden kurz zusammengefasst werden:

I1: Zahlen und Maße (vgl. Standardkonzept 2007: 17):

- Verschiedene symbolische und graphische Darstellungsformen von Zahlen und Größen kennen und zwischen ihnen wechseln können:
    - Symbolische Ebene: Dezimaldarstellung, Prozent, Bruchdarstellung, Potenzschreibweise
    - Grafische Ebene: Skalen-, Maßstabs-, Strecken- und Anteilsdarstellungen von Zahlen und Größen
- Operieren auf elementare Rechnungen mit einfachen Zahlen beschränkt; flexibler Umgang mit gängigen Maßen (Länge, Masse, Zeit,…) und Konzepten (Anteile, Zinsen); Problem der Messgenauigkeit; Größenabschätzungen
- Modellbildungen vorwiegend in einfachen Situationen
- Verständiges „Lesen“ (Deuten, Interpretieren) von Zahlenwerten, Größen, Rechenoperationen, Zahlenbeziehungen in Alltagskontexten
- Argumentieren und Begründen: grundlegende Eigenschaften von elementaren arithmetischen Begriffen, grundlegende Rechenregeln, Durchführung von elementaren Berechnungen

I2: Variable, funktionale Abhängigkeiten (vgl. Standardkonzept 2007: 43):

- Interpretieren einfacher Gleichungen/Formeln/Ungleichungen; elementares Umformen von Formeln; mathematische Schreibweise zur Präzisierung von „gleich viel“, „höchstens“, „weniger als“, etc.
- Funktionale Betrachtung von Formeln – Größenänderungen abschätzen
- Lesen von Funktionsgraphen: Detailinformationen und globaler Verlauf
- Anfertigen geeigneter Darstellungen (Tabelle, Gleichung, Graph)
- Direkte und indirekte Proportionalität: sicheres Anwenden der Struktur, Berechnungen
- Unterscheidung zwischen linearen und (einfachen) nichtlinearen Zusammenhängen (Wachstumsprozesse,…)

I3: Geometrische Figuren und Körper (vgl. Standardkonzept 2007: 69):

- Wissen über geometrische Grundbegriffe (Punkt, Strecke, Gerade, Ebene, Parallele, Normale, Winkel, Symmetrie und Ähnlichkeit) sowie einfache geometrische Figuren (Dreiecke, Vierecke, Kreis und Kreisteile) und Körper (Würfel, Quader, Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel)
- Geometrische Grundbegriffe als Teil der Alltagssprache – Kommunikationsebene
- Pläne lesen, Maßstabangaben interpretieren, eigene Entwürfe darstellen können
- Einfache Vermessungen, Berechnen und Abschätzen von Flächen- und Rauminhalten, Überprüfen von rechten Winkeln

I4: Statistische Darstellungen und Kenngrößen (vgl. Standardkonzept 2007: 95):

- Vor allem passiver Umgang: Verständiges „Lesen“ tabellarischer oder graphischer Darstellungen statistischer Daten; arithmetisches Mittel und Median interpretieren; Sensibilität für typische Manipulationen
- Aktive Handlungen auf einfache Situationen beschränkt
- Relative Häufigkeit als Interpretation/Modell für die Wahrscheinlichkeit kennen

Diese Auflistung soll nur einen Überblick über die konkreten Fertigkeiten geben, an den entsprechenden Stellen im Standardkonzept wird allerdings recht ausführlich und plausibel erklärt, warum die jeweilige Kompetenz in Alltagssituationen hilfreich sein kann.

Zusammenfassend kann man also beobachten, dass hinter den Bildungsstandards der Leitgedanke steckt, die Schüler auf das Leben und eine positive Alltagsbewältigung vorzubereiten, auch wenn der komplexe Aufbau zunächst etwas anderes vermuten lässt. Ähnlich wie beim Lehrplan ist man auch hier der Meinung, dass dieses Ziel auch dann zu erreichen ist, wenn die Aufgaben nicht unmittelbar aus dem Leben gegriffen, also authentisch, sind.

4.3. Schulbuchreihe *„MatheFit“*

Im Kernbereich des Analyseteils geht es um die Bände 1 bis 4 des Schulbuches *„MatheFit“* für die AHS-Unterstufe beziehungsweise Hauptschule/Neue Mittelschule. Ich habe mich aus mehreren Gründen für diese Schulbuchreihe entschieden. Bei der Suche nach geeigneten Schulbüchern war mir zunächst wichtig, mich nicht auf die *„Platzhirsche“,* also die in Österreich am weitesten verbreiteten Reihen, zu beschränken. Es sollte ein modernes, mir unbekanntes Mathematikbuch im Mittelpunkt stehen. MatheFit ist zudem optisch sehr ansprechend und geht zum Beispiel in puncto Aufbau einen anderen Weg als die *„herkömmlichen“* Bücher. Nicht zuletzt versprechen die Autoren problemorientierte Aufgaben sowie altersgemäße und lebensnahe Fragestellungen (vgl. MatheFit: Homepage des Verlages „Besseres Buch“).

4.3.1. Makrostruktur

Auf die erste Besonderheit stößt man bereits am Beginn von Band 1 und diese zieht sich weiter bis zum Ende des letzten Bandes: Die Schulbuchreihe ist wie eine Geschichte aus dem Alltag aufgebaut, was sich auch in den Kapitelüberschriften widerspiegelt, welche zum Teil in Alltagssprache formuliert sind – zum Beispiel: *„Wir machen Ordnung – Daten übersichtlich und grafisch darstellen“* (MatheFit 1: Kapitel 10). Des Weiteren werden auch zum Inhalt passende alltägliche Sprichwörter verwendet: *„Gleich und gleich gesellt sich gern – Variablen und Gleichungen“* (MatheFit 2: Kapitel 7).

Die Protagonisten der Geschichte sind die (im 1. Band) zehnjährigen Zwillingsgeschwister Sara und Tom, welche von ihren Erlebnissen mit Familie, Klasse, Freunden etc. berichten. Die beiden sind selbstverständlich mathematikbegeistert und versuchen, Lösungsstrategien für verschiedene Probleme zu finden, die dann oft als Einstieg in ein neues Kapitel dienen.

Bei diesen Kapitel-Einleitungen werden auch außermathematische Kontexte herangezogen, die bei den zwei Jugendlichen Fragen oder Unklarheiten aufkommen lassen. So führt zum Beispiel die Angabe der Lichtgeschwindigkeit mit

$3 \cdot 10^8\ m/s$ zu großem Unverständnis bei Sara, wodurch das anschließende Kapitel über Potenzen seine Legitimation erhält (vgl. MatheFit 3: Kapitel 5).

Der Alltagsbezug in den Einführungsgeschichten, der hier durchaus authentisch und plausibel scheint, ist jedoch nicht immer gegeben. Neben Knobelaufgaben, Zahlenspielen und (Gedanken-)Experimenten (zum Beispiel im 1. Kapitel von MatheFit 1: Was wäre, wenn es plötzlich keine Zahlen mehr gäbe?) findet man auch Herleitungen von Rechenregeln und Ähnliches. Etwas übertrieben wirken in jedem Fall die Wissbegierde der Zwillinge und vor allem auch die Tatsache, dass sie alles bisher Gelernte perfekt beherrschen und sofort abrufen und richtig einsetzen können. Gewissermaßen als Ausgleich zu den Musterschülern treten immer wieder die Geschwister Paula und Paul Kuddelmuddel auf, welche regelmäßig mit falschen Berechnungen oder Behauptungen die Schüler auf den Irrweg führen wollen und somit zu kritischem Denken und zur Fehlersuche anregen sollen.

Im Großen und Ganzen denke ich, dass der Aufbau in Form einer Geschichte als positiv zu bewerten ist. Der Alltagsbezug ist, wie erwähnt, nicht immer gegeben beziehungsweise würde ein durchschnittlicher Jugendlicher in diesem Alter bei vielen beschriebenen Situationen nicht auf diese mathematische Weise denken. Dennoch glaube ich, dass gerade dadurch die Motivation bei den Schülern gesteigert werden kann und Anreize geboten werden, die Mathematik im Alltag bewusster wahrzunehmen und sie auch gezielt einzusetzen.

4.3.2. Vorbemerkungen zur Analyse

Um zu sehen, wie authentisch der Realitätsbezug in den MatheFit-Büchern tatsächlich ist, habe ich eine Aufteilung aller Aufgaben der vier Klassen in Kategorien vorgenommen. In Anlehnung an die in Kapitel 2.2. beschriebenen vier Abstufungen des Realitätsbezuges von Aufgaben habe ich mich für die folgenden Kategorien entschieden:

A) Authentische Aufgaben
B) Aufgaben mit abgeschwächter Authentizität
C) Aufgaben mit pseudo-realen Problemen
D) Aufgaben ohne Bezug zur Realität

4.3.2.1. Kategorie A: authentische Aufgaben

In diesen Bereich fallen all jene Aufgaben, die im Sinne der Definition aus Kapitel 2.2. *„authentisch“* sind. Es müssen demnach für das jeweilige Gebiet relevante Problemstellungen sein, zu deren Lösung auch Fachleute auf das zu übende Verfahren zurückgreifen würden, wobei auch der Alltag als Fachgebiet gilt. Das Alltagsgeschehen können wir, überspitzt formuliert, jedoch nicht auf Einkaufen gehen und Kochen beschränken, auch die unterschiedlichsten Hobbys gehören zum (Alltags-)Leben dazu. Dadurch ergibt sich auch zwangsläufig eine Vermischung mit den Berufsfeldern, denn der Übergang ist fließend und eine eindeutige Abgrenzung scheint unmöglich. Man muss kein Handwerker sein, um ein Haus oder eine Wohnung zu sanieren, dennoch müssen zum Beispiel dieselben Berechnungen wie bei den Profis angestellt werden, wenn es um die Bodenfläche für einen Parkettboden geht. Auch bei Hobbys wie Modellbau, Tischlern, beim Herumschrauben an Autos, Motorrädern, Fahrrädern etc. werden oft ähnliche mathematische Fähigkeiten wie in den entsprechenden Berufen benötigt, oder man steht vor ähnlichen Problemen, die man möglichst effizient lösen möchte. Viele Leute sind in Vereinen tätig, wo sie unter Umständen Veranstaltungen planen, durchführen und eventuell auch Abrechnungen durchführen müssen. Die Liste an derartigen Hobbys ließe sich beliebig lang fortsetzen.

Eine authentische Aufgabe der Kategorie A ist zum Beispiel folgende:

*„**1163** Bei einer Bürgermeisterwahl eines Ortes erhalten die 3 Kandidat/innen folgende Stimmen: Kandidatin 1: 3069, Kandidat 2: 925, Kandidatin 3: 1724 Stimmen. Außerdem wurden 13 ungültige Stimmen abgegeben.*

a) Wie viele Stimmen wurden bei dieser Wahl insgesamt abgegeben?

b) Fasse das Wahlergebnis in einer Tabelle zusammen, in der absolute, relative und prozentuelle Stimmanteile angegeben sind!"

(MatheFit 2: 260)

Diese Aufgabe ist deshalb als authentisch einzustufen, weil man als Gemeindebediensteter durchaus vor einer derartigen Situation stehen kann. Um nochmals auf die verschwimmende Grenze zwischen Alltagsleben und Berufsleben zurückzukommen, ist es in kleineren Orten genauso gut vorstellbar, dass man in seiner Freizeit, etwa im Rahmen einer ehrenamtlichen politischen Tätigkeit, mit einer solchen Aufgabe betraut wird oder zumindest mit der Überprüfung derselben.

Auch die *„klassischen"* Aufgaben, auf die sicherlich mehr Personen im Alltag stoßen, fallen in diese Kategorie:

*„**646** Familie Stankovic möchte den Boden ihres Balkons neu verfließen [sic!]. Der Balkon ist 4,5 m lang und 1,7 m breit. Für wie viel Quadratmeter mindestens müssen Fliesen gekauft werden?"*

(MatheFit 1: 186)

4.3.2.2. Kategorie B: Aufgaben mit abgeschwächter Authentizität

Hierzu zählen unter anderem Aufgaben, die grundsätzlich authentisch sind, bei denen aber auf irgendeine Weise eine Vereinfachung stattgefunden hat. Häufig werden Darstellungen, Diagramme, Landkarten, etc. auf das Wesentliche reduziert und vereinfacht. In der folgenden Aufgabe ist eine schematische Darstellung von Thermometern zu sehen, bei denen die Feinskalierung fehlt und nur einfach abzulesende Werte vorkommen (Abb. 11):

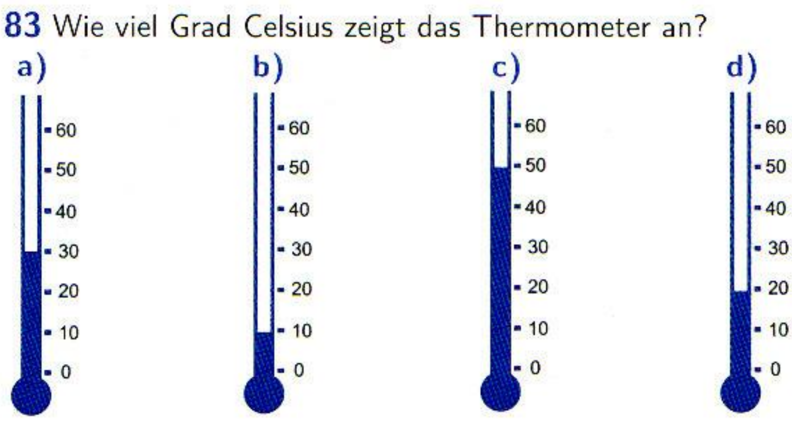


Abbildung 11: Aufgabe mit vereinfachter Darstellung

In vielen Fällen werden *„einfache“* Zahlen in den Aufgaben verwendet, welche im Alltag unüblich oder unrealistisch sind, entweder weil die Größenordnung unpassend ist, oder weil überwiegend runde Zahlen vorkommen, um das (händische) Rechnen zu erleichtern (siehe folgendes Beispiel).

*„**1101** Bei der Wahl des Schulsprechers/der Schulsprecherin wurden 800 gültige Stimmen abgegeben. Die Stimmen verteilten sich folgendermaßen auf die drei Kandidat/innen: A 140 Stimmen, B 360 Stimmen und C 300 Stimmen. Berechne die Prozentsätze!“*
(MatheFit 2: 246)

Ein weiteres Zeichen oder Indiz für abgeschwächte Authentizität liegt vor, wenn bei einer grundsätzlich authentischen Aufgabe das konkret zu lösende Problem im Alltag höchstwahrscheinlich nicht auftritt, aber es dennoch denkbar wäre. Zum Beispiel ist das Umrechnen eines Rezeptes eine authentische Alltagsaufgabe, üblicherweise nicht jedoch auf $\frac{5}{6}$ der Menge.

Auch die Art und Weise, wie an ein Problem herangegangen wird, kann darüber entscheiden, ob eine Aufgabe in Kategorie A oder B fällt. Wenn man sich in die im folgenden Beispiel beschriebene Situation (Abb. 12) hineinversetzt, wäre die natürlichste Vorgehensweise, dass die Anzahl der gesamten Fotos beziehungsweise jener, die entwickelt werden sollen, feststeht und man für diese konkrete Zahl das günstigere Angebot wählt. Eine allgemeine Berechnung, wie sie in der Aufgabe gefordert wird, scheint sehr unüblich, kann aber in besonderen Situationen durchaus von Vorteil sein.

820 Sara und Tom möchten ihre Digitalfotos von einem Ausflug entwickeln lassen. Dazu vergleichen sie zwei Angebote. Welches ist bei welcher Bilderzahl günstiger?

Fotofachgeschäft	Internethändler
0,30 € pro Bild 1,50 € Bearbeitungsgebühr pro Auftrag	0,19 € pro Bild 0,95 € Bearbeitungsgebühr pro Auftrag + 2,86 € Versandkosten

Abbildung 12: Aufgabe mit unüblicher Fragestellung

Zu guter Letzt kommen Aufgaben in die Kategorie B, wenn von mehreren Fragestellungen der überwiegende Teil authentisch ist, aber zumindest eine nicht authentische vorkommt. Abbildung 13 zeigt ein Beispiel, bei dem die Punkte c) und e) in diesem Kontext irrelevant und somit nicht authentisch sind, a), b) und d) jedoch schon.

30 Die 1A Klasse will einen Ausflug ins „Naturhistorische Museum" machen. Der Eintrittspreis beträgt pro Person 1 Euro und 15 Cent. Die Lehrerin beauftragt Sara mit dem Einsammeln des Geldes und gibt ihr eine Liste mit den Namen aller 24 Schülerinnen und Schüler der Klasse. Als alle bezahlt haben, bittet Sara zur Sicherheit Tom, ihr beim Zählen der Münzen behilflich zu sein. Dabei beobachtet sie, dass Tom dasselbe System anwendet, wie sie es selbst auch getan hat. Er legt immer zehn gleiche Münzen auf einen Stapel und zählt dann die Stapel zusammen.

a) Wie viele Münzen liegen auf jedem Stapel?
b) Welchem Geldbetrag entspricht jeder Stapel?
c) Wie viele Münzen sind es insgesamt?

d) Wie viel Geld hat Sara insgesamt eingesammelt?
e) Sara hat das Geld so gewechselt, dass sie möglichst wenig Münzen hat. Welche Scheine und Münzen hat Sara nun?

Abbildung 13: Aufgabe mit teilweise authentischen Fragen

4.3.2.3. Kategorie C: Aufgaben mit pseudo-realen Problemen

Zu dieser Kategorie gehören alle in einen Sachkontext eingebetteten Aufgaben, die nicht authentisch genug sind, um in Kategorie A oder B zu fallen. Die typischen Vertreter sind die in Kapitel 2.3. beschriebenen *„eingekleideten Aufgaben“.*

Die Bezeichnung *„pseudo-reale Probleme“* soll ausdrücken, dass man im wirklichen Leben üblicherweise nicht mit derartigen Situationen oder Aufgabenstellungen konfrontiert ist. Die fehlende Authentizität kann anhand verschiedenster Merkmale festgemacht werden. Eine Möglichkeit ist, dass ein künstlicher, realitätsferner Sachkontext zugrunde liegt, die folgende Aufgabe ist hierfür ein Paradebeispiel:

*„**842** Am Fuße einer 13 Fuß hohen Stange sitzt eine Schnecke. Sie kriecht bei Tag 3 Fuß nach aufwärts, rutscht aber in der Nacht wieder 2 Fuß zurück. An der Spitze der Stange sitzt eine andere Schnecke, die bei Tag 4 Fuß nach abwärts, bei Nacht aber wieder 2 Fuß nach aufwärts kriecht. Die Schnecken beginnen am gleichen Tage ihre Wanderung. Beantworte folgende Fragen mit Hilfe einer Grafik:*

(1) Wann werden sie einander zuerst begegnen?
(2) Wie oft begegnen sie einander bei ihrem Auf- und Abwandern?
(3) Wann wird die erste Schnecke die Spitze, wann die zweite den Fuß der Stange erreichen?“

(MatheFit 4: 204)

Bei anderen Aufgaben erscheint der Sachverhalt durchaus authentisch und soll den Eindruck hinterlassen, dass er direkt aus dem Alltagsleben stammen könnte. Die Fragestellung ist allerdings umso absurder und fern von jeder Sinnhaftigkeit, was durch folgendes Beispiel verdeutlicht werden soll:

*„**405** Tom hilft seinem Freund Stefan beim Einrichten eines neuen Aquariums. Der Boden soll mit Aquariumsand bedeckt werden. Die Sandkörner haben laut Packungsaufschrift ein durchschnittliches Volumen von 0,8 mm³. Stefan hat einen Sack mit 4 Liter gekauft. Leider reißt dieser Sack auf und der gesamte*

Sand verteilt sich auf Stefans Zimmerboden, manche Körner springen in die hintersten Ecken. ‚Oh nein, das sind ja hunderttausend Körner!‘, schreit Stefan entsetzt auf. ‚Ich fürchte es sind noch viel mehr, wenn die Packungsaufschrift stimmt.‘ meint Tom nachdenklich. Wenn Blicke töten könnten… Nachdem sie gemeinsam mühsam wieder sauber gemacht haben, grinst Stefan seinen Freund an: ‚So du Schlauer, wie viel Körner haben wir denn nun weggeräumt?‘
Gib die Antwort mit Hilfe von Zehnerpotenzen an!
Zur Erinnerung: 1 Liter = 1 dm³.“
(MatheFit 3: 95)

Bei vielen Aufgaben fällt auf, dass es sich nicht um reale Probleme handelt, auf die man im Leben treffen könnte, sondern dass der Verfasser bereits das Ergebnis kennt und anhand dessen eine künstlich wirkende Aufgabe erstellt:

*„**1106** 40 % der Einwohner/innen einer Stadt sind über 65 Jahre alt. Das sind 4 200 Personen. Wie viele Einwohner hat die Stadt?“*
(MatheFit 2: 247)

Bei diesem Beispiel ist davon auszugehen, dass die Einwohnerzahl einer Stadt grundsätzlich bekannt ist und dass im Zuge einer Statistik die Anzahl der über 65-Jährigen erhoben und im Anschluss der Prozentsatz von 40 % ermittelt werden kann. Die geforderte Berechnung der Einwohnerzahlt ist demnach unnatürlich und deshalb auch nicht authentisch.
Aufgaben wie die nachfolgende befinden sich ebenfalls in Kategorie C. Obwohl sie sehr wichtig für die Vernetzung von Mathematik und Alltag sind, sind sie streng genommen aber nicht authentisch, weil man schlicht und einfach im wirklichen Leben nicht vor derartigen Aufgaben steht:

*„**150** Im Alltag kommen immer wieder Ausdrücke vor, die mathematisch gesehen eine Addition ausdrücken. Welche kennst du?“*
(MatheFit 1: 47)

Genauso verhält es sich mit Beispielen des Typs *„Erfinde selbst eine Aufgabe zum Thema XY!“*.

Immer wieder stößt man in den Büchern auch auf Aufgaben mit realistischem Sachverhalt aus den verschiedensten Themenbereichen, die allerdings in dieser Form nichts mit Mathematik zu tun haben und deshalb ebenfalls in Kategorie C fallen:

*„**780** Forsche nach, welche Ursachen das Kindbettfieber nun wirklich hat!“*
(MatheFit 4: 182)

4.3.2.4. Kategorie D: Aufgaben ohne Bezug zur Realität

Die letzte Gruppen von Aufgaben bilden jene, die überhaupt keinen Bezug zur Realität aufweisen, also rein mathematische Aufgaben ohne Sachkontext: das Durchführen einer Addition, das Lösen einer Gleichung, aber auch geometrische Aufgaben wie die Konstruktion eines Dreiecks, etc.
Manchmal entscheiden nur wenige Worte darüber, ob eine Aufgabe authentisch ist oder ob sie in Kategorie D fällt. Das Berechnen des Flächeninhalts eines Rechtecks (kein Realitätsbezug) wird zum Beispiel durch einen Hinweis auf den Zweck – etwa zur Ermittlung der zu verfliesenden Fläche – zu einer authentischen Aufgabe.
Man könnte auch sicherlich der zuvor angesprochenen Additionsaufgabe (und auch vielen anderen) eine Bedeutung für den Alltag zusprechen, aber das ist nicht Grund genug, um in Kategorie A oder B zu gelangen. Die Grenzen sollen klar definiert sein, sonst gerät man in Teufels Küche und könnte beinahe bei jeder Aufgabe eine Bedeutung für den Alltag herbeiargumentieren.

Es ist mir auch bewusst, dass die Kriterien, die eine Aufgabe erfüllen muss, um als authentisch zu gelten, relativ streng sind, aber die Analyse soll nun mal zeigen, wie hoch in den Schulbüchern der Anteil an Problemstellungen ist, auf die man in der Realität in dieser Form stoßen könnte. Es ist auch nicht gesagt, dass nur authentische Aufgaben gute Aufgaben sind. Ganz im Gegenteil: oft sind sogar Aufgaben mit pseudo-realen Problemen viel lehrreicher für den Alltag! So findet sich zum Beispiel auch die im Kapitel zur mathematischen Modellierung erwähnte Aufgabe zum tropfenden Wasserhahn in einer etwas anderen

Form im Buch der 1. Klasse wieder (Abb. 14). Die hier von den Schülern verlangte Zugangsweise ist zwar im Alltag unrealistisch und macht die Aufgabe deshalb zu einem pseudo-realen Problem, aber der hohe Wasserverlust löst (noch eher als der Geldbetrag) bei den Kindern sicherlich großes Erstaunen aus und bleibt hoffentlich vielen in den Köpfen.

In der Abbildung sieht man auch eine typische, bereits weiter oben angesprochene, kurze Geschichte aus dem Alltag von Tom und Sara beziehungsweise deren Familie. Diese dient als Einleitung zum Aufgabenkomplex und soll den Lebensbezug ersichtlich machen.

(Anmerkung: Die Tabelle in Aufgabe 254 enthält bereits die Lösungen, da es sich um eine LehrerInnenausgabe handelt!)

Bei Tom und Sara zu Hause gibt es einen tropfenden Wasserhahn. Die Mutter meint, dass dieser schnellstens repariert werden müsse, denn dadurch „fließe viel Geld den Abfluss hinunter". Sara stimmt ihr zu, doch Tom meint, dass dies fast gar nichts ausmachen würde. Eine heiße Diskussion bricht an. Sie kommen schließlich zu dem Schluss, dass sie das nun ganz genau untersuchen müssen!

252 Zuerst zählen sie, wie viele Wassertropfen in einer Minute entstehen. Es sind 38 Tropfen. Wie viele Tropfen sind es in
a) 5 Minuten, **b)** 25 Minuten, **c)** 45 Minuten, **d)** 1 Stunde?

253 5000 Wassertropfen ergeben genau einen Liter Wasser. Wie viele Tropfen ergeben **a)** 2 Liter, **b)** 5 Liter Wasser?

254 Tom und Sara haben mit der Hilfe ihres Vaters ausgerechnet, dass es ungefähr 10 Stunden dauert, bis 5 Liter Wasser herunter getropft sind. Zehn Liter Wasser kosten ungefähr 4 Cent. Fülle die folgende Tabelle aus! Führe die notwendigen Rechnungen im Heft durch!

	Zeit	Liter	Kosten
(1)	10 Stunden	5	2 Cent
(2)	20 Stunden (ca. 1 Tag)	10	4 Cent
(3)	1 Woche (= 7 Tage)	70	28 Cent
(4)	1 Monat (= 30 Tage)	300	1 € 20 Cent

Was meinst du nun – sollte ein tropfender Wasserhahn schnell repariert werden oder nicht?

Abbildung 14: Aufgaben zum tropfenden Wasserhahn

4.3.3. MatheFit 1. Klasse

Die Analyse nach der beschriebenen Methode führte beim ersten Band der Schulbuchreihe zu folgendem Ergebnis:

Authentische Aufgaben	Aufgaben mit abgeschwächter Authentizität	Aufgaben mit pseudorealen Problemen	Aufgaben ohne Bezug zur Realität	Aufgaben gesamt
1. Im Zaubergarten der Mathematik				
2	1	12	13	28
7,1 %	3,6 %	42,9 %	46,4 %	
2. Die Welt der Zahlen – Natürliche Zahlen				
6	7	31	75	119
5,0 %	5,9 %	26,1 %	63,0 %	
3. Rechnen				
3	6	35	113	157
1,9 %	3,8 %	22,3 %	72,0 %	
4. Lasst uns zeichnen – Grundlegende Begriffe aus der Geometrie				
3	1	24	96	124
2,4 %	0,8 %	19,4 %	77,4 %	
5. Wir teilen die Ebene – Winkel				
1	0	12	15	28
3,6 %	0,0 %	42,8 %	53,6 %	
6. Auch mit Buchstaben kann man rechnen – Variablen				
0	0	7	42	49
0,0 %	0,0 %	14,3 %	85,7 %	
7. Genau soll es sein – Dezimalzahlen				
2	0	19	48	69
2,9 %	0,0 %	27,5 %	69,6 %	
8. Wohin mit dem Komma? – Rechnen mit Dezimalzahlen				
15	8	52	58	133
11,3 %	6,0 %	39,1 %	43,6 %	

9. Rechteck und Quadrat				
14	19	54	96	183
7,6 %	10,4 %	29,5 %	52,5 %	
10. Wir machen Ordnung – Daten übersichtlich und grafisch darstellen				
0	0	34	1	35
0,0 %	0,0 %	97,1 %	2,9 %	
11. Alles in Stereo: Quader und Würfel				
6	2	68	86	162
3,7 %	1,2 %	42,0 %	53,1 %	
12. Tickst du richtig? – Zeitmessung				
5	2	16	10	33
15,1 %	6,1 %	48,5 %	30,3 %	
13. Die große Welt – ganz klein – Maßstäbe – Verkleinern und Vergrößern				
1	0	23	1	25
4,0 %	0,0 %	92,0 %	4,0 %	
14. Auch teilen will gelernt sein – Brüche				
0	1	5	17	23
0,0 %	4,4 %	21,7 %	73,9 %	
SUMME				
58	47	392	671	1 168
5,0 %	4,0 %	33,6 %	57,4 %	

Tabelle 2: Analyse MatheFit 1

4.3.4. MatheFit 2. Klasse

Authentische Aufgaben	Aufgaben mit abgeschwächter Authentizität	Aufgaben mit pseudorealen Problemen	Aufgaben ohne Bezug zur Realität	Aufgaben gesamt
1. Zwar weiß ich viel, doch möcht‘ ich mehr noch wissen – Zahlen				
2	1	21	57	81
2,5 %	1,2 %	25,9 %	70,4 %	
2. Linien, Winkel, Koordinaten, Symmetrie – ganz schön viel Geometrie				
3	3	27	112	145
2,1 %	2,1 %	18,6 %	77,2 %	

3. Geht es sich ohne Rest aus? – Teilbarkeit natürlicher Zahlen				
1	7	9	60	77
1,3 %	9,1 %	11,7 %	77,9 %	
4. Gut geteilt ist halb gewonnen – Brüche addieren und subtrahieren				
0	2	39	91	132
0,0 %	1,5 %	29,6 %	68,9 %	
5. Darf’s ein bisschen mehr sein? – Brüche multiplizieren und dividieren				
0	0	38	50	88
0,0 %	0,0 %	43,2 %	56,8 %	
6. Drei Ecken und viel zu zeichnen – Dreiecke				
0	0	27	154	181
0,0 %	0,0 %	14,9 %	85,1 %	
7. Gleich und gleich gesellt sich gern – Variablen und Gleichungen				
0	0	34	91	125
0,0 %	0,0 %	27,2 %	72,8 %	
8. Vier Ecken und viele Eigenschaften – Vierecke				
0	0	23	111	134
0,0 %	0,0 %	17,2 %	82,8 %	
9. Mehr oder weniger ist nicht egal! – Direkte und indirekte Proportionalitäten				
4	2	78	17	101
4,0 %	2,0 %	77,2 %	16,8 %	
10. Prozentrechnung				
5	4	61	25	95
5,3 %	4,2 %	64,2 %	26,3 %	
11. Absolut und relativ: Was ist da der Unterschied? – Statistik				
3	1	38	5	47
6,4 %	2,1 %	80,9 %	10,6 %	
12. Prismen				
0	0	26	49	75
0,0 %	0,0 %	34,7 %	65,3 %	
SUMME				
18	20	421	822	1 281
1,4 %	1,5 %	32,9 %	64,2 %	

Tabelle 3: Analyse MatheFit 2

4.3.5. MatheFit 3. Klasse

Authentische Aufgaben	Aufgaben mit abgeschwächter Authentizität	Aufgaben mit pseudorealen Problemen	Aufgaben ohne Bezug zur Realität	Aufgaben gesamt
1. Im Zaubergarten der Mathematik				
2	2	41	60	105
1,9 %	1,9 %	39,1 %	57,1 %	
2. Größer und kleiner als Null – Die ganzen Zahlen				
1	2	19	93	115
0,9 %	1,7 %	16,5 %	80,9 %	
3. Der Weg zu vielen Punkten – Das rechtwinklige Koordinatensystem				
0	0	4	51	55
0,0 %	0,0 %	7,3 %	92,7 %	
4. Neu und doch schon bekannt – Die rationalen Zahlen				
0	0	14	70	84
0,0 %	0,0 %	16,7 %	83,3 %	
5. Potenzen				
0	0	11	53	64
0,0 %	0,0 %	17,2 %	82,8 %	
6. Abrakadabra – Arbeiten mit Termen				
0	0	15	129	144
0,0 %	0,0 %	10,4 %	89,6 %	
7. Gleich viel auf beiden Seiten – Gleichungen				
0	0	18	63	81
0,0 %	0,0 %	22,2 %	77,8 %	
8. Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren				
1	2	25	145	173
0,6 %	1,2 %	14,4 %	83,8 %	
9. Flächeninhalte von Vierecken				
1	1	6	54	62
1,6 %	1,6 %	9,7 %	87,1 %	

10. Willst du gut wirtschaften, musst du gut rechnen				
4	1	66	25	96
4,2 %	1,0 %	68,8 %	26,0 %	
11. Gleiches Aussehen – Ähnlichkeit				
0	0	16	100	116
0,0 %	0,0 %	13,8 %	86,2 %	
12. Prozentrechnung				
3	4	40	16	63
4,7 %	6,4 %	63,5 %	25,4 %	
13. Geld sparen, Geld borgen – Zinsrechnung				
2	2	68	7	79
2,5 %	2,5 %	86,1 %	8,9 %	
14. Viele Zahlen und kein Durcheinander – Statistik				
1	1	26	12	40
2,5 %	2,5 %	65,0 %	30,0 %	
15. Lineare Wachstums- und Abnahmeprozesse				
0	0	31	4	35
0,0 %	0,0 %	88,6 %	11,4 %	
16. Körper				
0	3	43	102	148
0,0 %	2,0 %	29,1 %	68,9 %	
SUMME				
15	18	443	984	1 460
1,0 %	1,2 %	30,4 %	67,4 %	

Tabelle 4: Analyse MatheFit 3

4.3.6. MatheFit 4. Klasse

Authentische Aufgaben	**Aufgaben mit abgeschwächter Authentizität**	**Aufgaben mit pseudorealen Problemen**	**Aufgaben ohne Bezug zur Realität**	**Aufgaben gesamt**
1. Im Zaubergarten der Mathematik				
3	0	25	12	40
7,5 %	0,0 %	62,5 %	30,0 %	

2. Mathematik im alltäglichen Leben – Mathematik in Wirtschaft und Technik				
3	4	79	7	93
3,2 %	4,3 %	85,0 %	7,5 %	
3. Zahlen, Zahlen, Zahlen – Statistik				
0	0	46	7	53
0,0 %	0,0 %	86,8 %	13,2 %	
4. Wurzeln, Dezimalzahlen und schon wieder eine neue Menge – Die reellen Zahlen				
0	0	4	74	78
0,0 %	0,0 %	5,1 %	94,9 %	
5. Anwendungen des Lehrsatzes des Herrn Pythagoras				
3	3	28	129	163
1,8 %	1,8 %	17,2 %	79,2 %	
6. Prismen und Pyramiden				
0	3	28	84	115
0,0 %	2,6 %	24,4 %	73,0 %	
7. Abrakadabras Meisterklasse – Variablen und Terme				
0	0	8	93	101
0,0 %	0,0 %	7,9 %	92,1 %	
8. Gleich viel auf beiden Seiten – Gleichungen				
0	1	56	71	128
0,0 %	0,8 %	43,7 %	55,5 %	
9. Funktionen				
0	4	51	21	76
0,0 %	5,3 %	67,1 %	27,6 %	
10. Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme mit zwei Variablen				
2	0	29	36	67
3,0 %	0,0 %	43,3 %	53,7 %	
11. Kreis				
1	2	22	58	83
1,2 %	2,4 %	26,5 %	69,9 %	
12. ZyKeKu – Zylinder, Kegel, Kugel				
1	2	73	70	146
0,7 %	1,4 %	50,0 %	47,9 %	

13. Oval und doch kein Ei - Kegelschnitte				
0	0	6	25	31
0,0 %	0,0 %	19,4 %	80,6 %	
SUMME				
13	19	455	687	1 174
1,1 %	1,6 %	38,8 %	58,5 %	

Tabelle 5: Analyse MatheFit 4

Die Kapitel 14 bis 16 des vierten Bandes wurden bei dieser Statistik nicht berücksichtigt, da sie nicht den klassischen Lehrstoff abdecken. Es geht vor allem um den Ausblick auf weiterführende Schulen sowie um eine Einführung in ein Computeralgebrasystem (CAS).

4.3.7. MatheFit 1. bis 4. Klasse

Authentische Aufgaben	**Aufgaben mit abgeschwächter Authentizität**	**Aufgaben mit pseudorealen Problemen**	**Aufgaben ohne Bezug zur Realität**	**Aufgaben gesamt**
1. Klasse				
58	47	392	671	1 168
5,0 %	4,0 %	33,6 %	57,4 %	
2. Klasse				
18	20	421	822	1 281
1,4 %	1,5 %	32,9 %	64,2 %	
3. Klasse				
15	18	443	984	1 460
1,0 %	1,2 %	30,4 %	67,4 %	
4. Klasse				
13	19	455	687	1 174
1,1 %	1,6 %	38,8 %	58,5 %	
SUMME				
104	104	1 711	3 164	5 083
2,0 %	2,0 %	33,7 %	62,3 %	

Tabelle 6: Überblick MatheFit 1 bis 4

4.3.8. Fazit

Anhand der Statistiken ist zu erkennen, dass der Anteil an authentischen Aufgaben beziehungsweise an abgeschwächten Formen davon in allen vier Bänden erschreckend gering ist. Wenn man die Kategorien A und B zusammennimmt, so ist die 1. Klasse mit 9 % an *„überwiegend authentischen"* Aufgaben klarer Spitzenreiter, in den übrigen Klassen bewegt man sich zwischen nur 2,2 % und 2,9 %. Im Gesamten betrachtet befinden sich nur 4 % aller Aufgaben der Schulbuchreihe in den Kategorien A und B.
Wirft man einen Blick auf die einzelnen Kapitel, so fällt auf, dass bei verhältnismäßig vielen (nach unseren Kriterien) überhaupt keine Spur von Authentizität zu finden ist, dass sie also nur aus Aufgaben mit pseudo-realen Problemen und Aufgaben ohne Realitätsbezug bestehen. In MatheFit 1 sind es zwei derartige Kapitel, in MatheFit 2 fünf, in MatheFit 3 sieben und in MatheFit 4 vier.
Auf den prozentmäßig größten Anteil an authentischen Aufgaben stößt man im 12. Kapitel des Buches der 1. Klasse (*„Tickst du richtig? – Zeitmessung"*), wo 15,1 % authentisch und 6,1 % abgeschwächt authentisch (also insgesamt 21,2 %) sind. Mit diesen Zahlen kann das 2. Kapitel der 4. Klasse mit dem vielversprechenden Titel *„Mathematik im alltäglichen Leben – Mathematik in Wirtschaft und Technik"* bei Weitem nicht mithalten: 3,2 % in Kategorie A und 4,3 % in Kategorie B (gesamt 7,5 %). Auffallend hoch ist hier auch der Anteil an pseudo-realen Aufgaben, der bei 85 % liegt und nur von wenigen anderen Kapiteln überboten wird.

Über alle vier Bände hinweg ist deutlich zu erkennen, dass mit 62,3 % fast zwei Drittel aller Aufgaben rein mathematischer Natur sind und keinen Realitätsbezug aufweisen. Diese sind in keinen (möglicherweise irritierenden) Sachkontext eingebettet und sollen in erster Linie zum gezielten Üben und Festigen der erlernten mathematischen Verfahren dienen. Lässt man diese Art von Aufgaben (Kategorie D) aus der Statistik weg, so kann man, wie in der folgenden Tabelle dargestellt, den Kontrast zwischen authentischen Aufgaben und Aufgaben mit pseudo-realen Problemen besser erkennen:

Authentische Aufgaben	Aufgaben mit abgeschwächter Authentizität	Aufgaben mit pseudo-realen Problemen	Aufgaben gesamt (ohne Kategorie D)
1. Klasse			
58	47	392	497
11,7 %	9,4 %	78,9 %	
2. Klasse			
18	20	421	459
3,9 %	4,4 %	91,7 %	
3. Klasse			
15	18	443	476
3,1 %	3,8 %	93,1 %	
4. Klasse			
13	19	455	487
2,7 %	3,9 %	93,4 %	
SUMME			
104	104	1 711	1 919
5,4 %	5,4 %	89,2 %	

Tabelle 7: MatheFit 1 bis 4 ohne Kategorie D

In dieser Tabelle ist zu erkennen, dass von allen Aufgaben der Schulbuchreihe, die in einen Sachkontext eingebettet sind, rund ein Zehntel (10,8 %) als authentisch beziehungsweise abgeschwächt authentisch einzustufen ist, 89,2 % sind Aufgaben mit pseudo-realen Problemen. Führend in puncto Authentizität ist natürlich auch hier wieder die 1. Klasse mit etwas mehr als einem Fünftel (21,1 %) der Aufgaben in den Kategorien A (11,7 %) und B (9,4 %).

Betrachtet man die Aufteilung in die vier Kategorien gegliedert nach den Inhaltsbereichen des Lehrplanes, wird deutlich, in welchen Gebieten mehr und in welchen weniger authentische Aufgaben anzutreffen sind:

Authentische Aufgaben	Aufgaben mit abgeschwächter Authentizität	Aufgaben mit pseudorealen Problemen	Aufgaben ohne Bezug zur Realität	Aufgaben gesamt
Arbeiten mit Zahlen und Maßen				
50	47	492	995	1 584
3,1 %	3,0 %	31,1 %	62,8 %	
Arbeiten mit Variablen				
2	1	167	525	695
0,3 %	0,2 %	24,0 %	75,5 %	
Arbeiten mit Figuren und Körpern				
35	41	531	1 487	2 094
1,7 %	1,9 %	25,4 %	71,0 %	
Arbeiten mit Modellen, Statistik				
17	15	521	157	710
2,4 %	2,1 %	73,4 %	22,1 %	

Tabelle 8: MatheFit 1 bis 4 nach Inhaltsbereichen

Abgesehen davon, wie unterschiedlich stark die Inhaltsbereiche hinsichtlich der Aufgabenanzahl in den Schulbüchern vertreten sind, stechen vor allem zwei Dinge hervor.

Die erste Besonderheit ist im Bereich *„Arbeiten mit Modellen, Statistik"* zu finden. Neben Statistik gehören auch folgende Inhalte zu diesem Gebiet: direkte und indirekte Proportionalitäten, Funktionen, Wachstums- und Abnahmeprozesse, Anwendungen aus Wirtschaft (Zinsrechnung), Technik, etc. In diesem Inhaltsbereich tritt mit 73,4 % ein ungewöhnlich hoher Wert bei den Aufgaben mit pseudo-realen Problemen auf. Gleichzeitig und gewissermaßen auch zwangsweise ist der Anteil an Aufgaben ohne Bezug zur Realität mit 22,1 % sehr gering. Vergleicht man diese Werte mit jenen aus Tabelle 6, wonach in allen vier Bänden zusammen 33,7 % der Aufgaben in Kategorie C und 62,3 % in Kategorie D sind, so ist ein beachtlicher Unterschied festzustellen. Diese Tatsache legt den Schluss nahe, dass in diesem Inhaltsbereich besonders viele künstliche Aufgaben vorkommen, oder zumindest solche Problemstellungen, auf die man im Alltag mit großer Wahrscheinlichkeit nicht trifft. Die niedrige Anzahl an rein mathematischen Aufgaben lässt sich vermutlich dadurch erklären, dass beim Arbeiten mit Modellen üblicherweise ein Sachkontext gegeben ist und auch das Erstellen und Interpretieren von Statistiken geschieht nur selten ohne jeglichen Realitätsbezug.

Ebenfalls aus der Reihe tanzen die Werte im Inhaltsbereich *„Arbeiten mit Variablen“* (Terme, Gleichungen, Gleichungssysteme, etc.), was uns zur zweiten Besonderheit in der Tabelle führt. Liegen die Prozentwerte für authentische Aufgaben und abgeschwächte Formen davon in den übrigen drei Bereichen jeweils zwischen 1,7 % und 3,1 %, so fallen diese beim *„Arbeiten mit Variablen“* mit 0,3 % beziehungsweise 0,2 % markant ab. Dieser krasse Unterschied soll durch das folgende Diagramm verdeutlicht werden (Abb. 15):

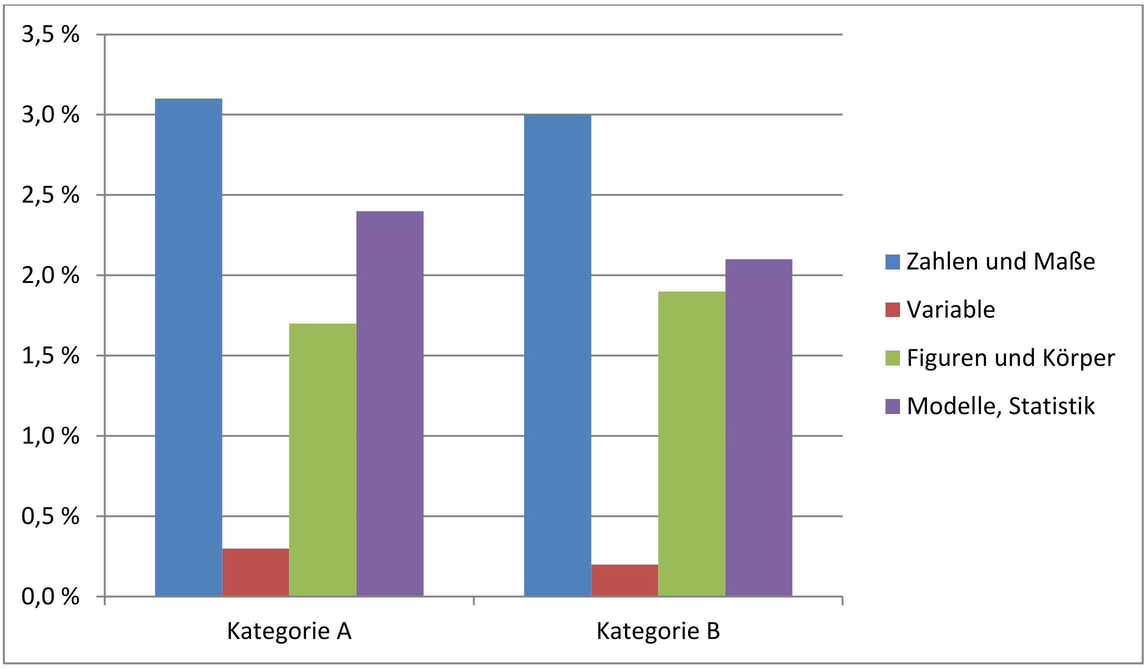


Abbildung 15: Diagramm: authentische Aufgaben nach Inhaltsbereichen

Es ist also festzustellen, dass in diesem Themengebiet das Maß an Authentizität bei den Aufgaben extrem gering ist, während die Werte in den anderen Inhaltsbereichen nicht sonderlich weit vom Durchschnitt abweichen, welcher für die Kategorien A und B jeweils bei 2 % liegt (siehe Tabelle 6).

4.4. Vergleich mit anderen Schulbüchern

Ob der geringe Anteil an authentischen Aufgaben im Inhaltsbereich *„Arbeiten mit Variablen"* eine Besonderheit der Reihe *„MatheFit"* ist oder nicht, soll durch einen Vergleich mit anderen Lehrbüchern herausgefunden werden. Die Wahl fiel hierbei auf zwei *„traditionelle"* Mathematikbücher der Unterstufe: *„Das ist Mathematik"* (Reichel/Humenberger) und *„Mathematik. Verstehen, Üben, Anwenden"* (Lewisch). Die Aufgaben der entsprechenden Kapitel wurden nach derselben Methode wie bei den MatheFit-Büchern analysiert und kategorisiert.

4.4.1. Das ist Mathematik 1. bis 4. Klasse – Variable

Authentische Aufgaben	Aufgaben mit abgeschwächter Authentizität	Aufgaben mit pseudo-realen Problemen	Aufgaben ohne Bezug zur Realität	Aufgaben gesamt
1. Klasse (Kapitel C)				
0	1	12	52	65
0,0 %	1,5 %	18,5 %	80 %	
2. Klasse (Kapitel E)				
3	3	39	39	84
3,6 %	3,6 %	46,4 %	46,4 %	
3. Klasse (Kapitel C)				
0	1	36	262	299
0,0 %	0,3 %	12,1 %	87,6 %	
4. Klasse (Kapitel C, E)				
0	2	63	240	305
0,0 %	0,7 %	20,6 %	78,7 %	
SUMME				
3	7	150	593	753
0,4 %	0,9 %	19,9 %	78,8 %	

Tabelle 9: Das ist Mathematik 1 bis 4 - Variable

4.4.2. Mathematik. Verstehen, Üben, Anwenden 1. bis 4. Klasse – Variable

Authentische Aufgaben	Aufgaben mit abgeschwächter Authentizität	Aufgaben mit pseudorealen Problemen	Aufgaben ohne Bezug zur Realität	Aufgaben gesamt
1. Klasse (Rechnen mit natürlichen Zahlen: 6. Gleichungen)				
0	0	11	17	28
0,0 %	0,0 %	39,3 %	60,7 %	
2. Klasse (Gleichungen)				
0	1	24	59	84
0,0 %	1,2 %	28,6 %	70,2 %	
3. Klasse (Lineare Gleichungen mit einer Variablen (1. Teil), Elementare Algebra)				
1	3	58	349	411
0,3 %	0,7 %	14,1 %	84,9 %	
4. Klasse (Elementare Algebra, Lineare Gleichungen in zwei Variablen)				
0	0	87	432	519
0,0 %	0,0 %	16,8 %	83,2 %	
SUMME				
1	4	180	857	1042
0,1 %	0,4 %	17,3 %	82,2 %	

Tabelle 10: Mathematik - Verstehen, Üben, Anwenden 1 bis 4 - Variable

4.4.3. Fazit

Vergleicht man diese beiden Statistiken mit den Werten aus Tabelle 8 (MatheFit – Arbeiten mit Variablen), so zeichnet sich bezüglich authentischer Aufgaben (Kategorie A) und Aufgaben mit abgeschwächter Authentizität (Kategorie B) folgendes Bild ab (Abb. 16):

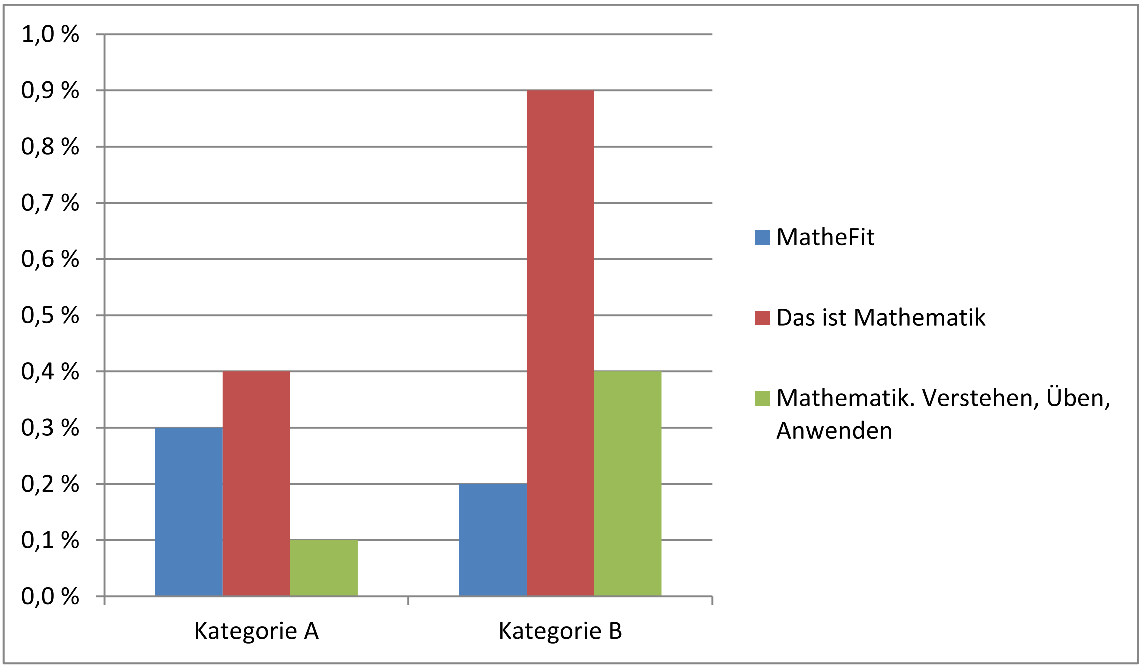


Abbildung 16: Schulbuchreihenvergleich - Arbeiten mit Variablen

Zunächst ist beim Vergleich der drei Schulbuchreihen hinsichtlich des Inhaltsbereiches *„Arbeiten mit Variablen"* zu erkennen, dass *„Das ist Mathematik"* in beiden Kategorien am besten von allen abschneidet. In Kategorie B ist mit 0,9 % der Anteil sogar erheblich höher als jener der beiden anderen Schulbücher (0,2 % und 0,4 %). *„Mathematik. Verstehen, Üben, Anwenden"* liegt bei den Prozentsätzen in Kategorie A hinter MatheFit, in Kategorie B jedoch davor. Nimmt man allerdings beide Kategorien zusammen, liegen beide Schulbuchreihen mit 0,5 % gleichauf, im Vergleich dazu kommt *„Das ist Mathematik"* auf insgesamt 1,3 %.

Auch wenn das Diagramm den einen oder anderen Unterschied zwischen den Mathematikbüchern aufzeigt, so muss dennoch gesagt werden, dass das Ergebnis unsere These bestätigt. Die Analyse der MatheFit-Bücher zeigt nämlich, dass im Bereich *„Arbeiten mit Variablen"* das geringste Maß an Authentizität in den Aufgaben vorhanden ist und der angeführte Vergleich spricht ebenfalls für diese Annahme. Wirft man einen Blick auf Tabelle 8, so ergeben sich bei MatheFit folgende Werte für die einzelnen Inhaltsbereiche, wenn man die Kategorien A und B wieder zusammennimmt: *„Zahlen und Maße"* 6,1 %, *„Figuren und Körper"* 3,6 % und *„Modelle, Statistik"* 4,5 %. Selbst der höchste Anteil – 1,3 %

in *„Das ist Mathematik“* – kann mit den anderen Inhaltsbereichen bei Weitem nicht mithalten.

Die Tatsache, dass beim *„Arbeiten mit Variablen“* vergleichsweise wenige authentische Aufgaben vorkommen, hat meiner Meinung nach mehrere Gründe und es wäre voreilig, daraus auf einen Mangel an Alltagsrelevanz dieses Inhaltsbereiches zu schließen. Ein Grund ist sicherlich der im Vergleich zu den anderen Inhaltsbereichen extrem hohe Anteil an Aufgaben ohne Bezug zur Realität, welcher auch weit über dem Durchschnitt der vier Bände von MatheFit liegt:

	Aufgaben ohne Bezug zur Realität
Durchschnitt MatheFit 1 bis 4	62, 3 %
MatheFit – Variablen	75,5 %
Das ist Mathematik – Variablen	78,8 %
Mathematik. Verstehen, Üben, Anwenden – Variable	82,2 %

Tabelle 11: Anteile an Aufgaben ohne Bezug zur Realität

Anscheinend beabsichtigen die Schulbuchverfasser hier nicht, die Schüler mit einer Vielzahl an Sachkontexten zu konfrontieren, viel wichtiger scheint es, einen sicheren Umgang mit Variablen durch eine große Anzahl an ähnlichen Übungsbeispielen zu erwirken. So kommt es, dass man häufig auf ganze Seiten voller Aufgaben ohne Sachkontext stößt (Abb. 17):

ALGEBRA Rechnen mit Termen

430–435: Führe die Multiplikationen durch und vereinfache die Terme, wenn möglich!

430 I2 H2 K1 Führe jeweils die Probe für $p = 3$ durch!

a) $(p+2)(p+7) =$ **b)** $(p+4)(p+5) =$ **c)** $(p-1)(p+4) =$ **d)** $(p-3)(p+1) =$ **e)** $(p-1)(p+1) =$ **f)** $(p+2)(p-2) =$ **g)** $(p-8)(p+4) =$ **h)** $(p-5)(p-6) =$

431 Führe jeweils die Probe für $p = 2$ durch!

a) $(2p-5)(p-2) =$ **b)** $(p+8)(3p-4) =$ **c)** $(3p+6)(p-2) =$ **d)** $(p-4)(5p-5) =$ **e)** $(4p-4)(3p+5) =$ **f)** $(-3p+1)(2+4p) =$ **g)** $(5-2p)(4-8p) =$ **h)** $(-2-p)(8-3p) =$

432 Führe jeweils die Probe für $e = 1$, $f = 2$, $g = 3$, $h = 4$ durch!

a) $(5e-2f)(3g+4h) =$ **b)** $(-2e+f)(4g-5h) =$ **c)** $(4e+3f)(-2g+h) =$ **d)** $(8e-5f)(3g-7h) =$ **e)** $(2g-3h)(4e-f) =$ **f)** $(9e-7h)(-2g-3f) =$

433 Führe jeweils die Probe für $x = 2$, $y = 4$ durch!

a) $(3xy+2x)(5y-2xy) =$ **b)** $(-3xy+2x)(-5y+2xy) =$ **c)** $(2y-3xy)(8xy-6x) =$ **d)** $(-2y-3xy)(-8xy-6x) =$ **e)** $(3x-2y)(4xy+2x) =$ **f)** $(3x+2y)(-4xy-2x) =$

434 Führe jeweils die Probe für $u = 1$, $v = 3$ durch!

a) $(2u^2+v)(u+3v^2) =$ **b)** $(u^2+v^2)(2u^2-v^2) =$ **c)** $(u^2-2v^2)(u^2+v^2) =$ **d)** $(2u^2+6v)(3u-4v^2) =$ **e)** $(3u^2-2v)(u-4v^2) =$ **f)** $(2u^2+5v^2)(5u-3v) =$

435 Führe jeweils die Probe für $a = 3$ durch!

a) $(3a^2-3a+1)(6a+1) =$ **b)** $(4a^2+3a-1)(6a-1) =$ **c)** $(6a^2-3a+5)(a-1) =$ **d)** $(3a^2-5a+10)(5a-2) =$ **e)** $(3a^2+5a-10)(-5a-2) =$ **f)** $(-3a^2+5a+10)(-5a+2) =$

436, 437: Führe die Multiplikationen durch und vereinfache die Terme, wenn das möglich ist!

Beispiel $(5a^2-2a+3)(3a-7)$

$$+\begin{cases}15a^3-6a^2+9a\\ \qquad -35a^2+14a-21\end{cases}$$
$$15a^3-41a^2+23a-21$$

Vergleiche: $328 \cdot 24$

$$+\begin{cases}656\\1312\end{cases}$$
$$7872$$

Probe für $a = 1$:

Anfangsterm: $(5\cdot 1^2-2\cdot 1+3)(3\cdot 1-7) = (5-2+3)(3-7) = 6\cdot(-4) = -24$

Endterm: $15\cdot 1^3-41\cdot 1^2+23\cdot 1-21 = 15-41+23-21 = -24$

Bemerkung: Im Ergebnis ist $15a^3$ das Glied mit dem höchsten Exponenten. Man sagt: Der Term $15a^3-41a^2+23a-21$ ist vom Grad 3.

436 Führe jeweils die Probe für $a = 2$ durch!

a) $(3a^2-5a-10)(-5a+2) =$ **b)** $(-4a^2+6a+9)(6a+9) =$ **c)** $(2a^2+a-3)(3a-1) =$ **d)** $(-a^2+4a-2)(-a+1) =$ **e)** $(7a^2-2a+3)(a-1) =$ **f)** $(-2a^2-a-1)(2a+8) =$ **g)** $(3a^2+2a+1)(-9a-6) =$ **h)** $(-a^2-a-1)(-a-1) =$

437 Führe jeweils die Probe für $r = 1$, $s = 2$ durch!

a) $(r^2-3rs-2s^2)(2r-3s) =$ **b)** $(4r^2-2rs+s^2)(-rs+2s^2) =$ **c)** $(2r^2+rs-8s^2)(4r-7s) =$ **d)** $(3r^2-rs+2s^2)(-4rs+s^2) =$ **e)** $(3r^2-2rs+5s^2)(-4r+7s) =$ **f)** $(-3r^2+2rs+5s^2)(-4r-7s) =$ **g)** $(3r^2-2rs+5s^2)(2rs-s^2) =$ **h)** $(-3r^2+2rs+5s^2)(-2rs-s^2) =$

Abbildung 17: Seite voller Aufgaben ohne Sachkontext

Wenn es also von vornherein schon sehr wenige *„Textaufgaben“* in diesem Inhaltsbereich gibt, so haben auch nur wenige überhaupt die Chance, authentisch zu sein.

Ein weiterer Grund könnte sein, dass in diesem Inhaltsbereich viele mathematische Rätselaufgaben anzutreffen sind, die von Grund auf künstlicher Natur sind und auch nicht den Anspruch erheben, authentisch sein zu wollen. Bei solchen Aufgaben sollen oft auf den ersten Blick unmögliche Dinge berechnet werden, was am effektivsten durch das Einführen von Variablen oder das Aufstellen von Gleichungen beziehungsweise Gleichungssystemen bewältigt werden kann. Typisch und in vielen Mathematikbüchern vertreten sind Zahlenrätsel der Art *„Denke dir eine Zahl, addiere dazu…“,* welche die Schüler in der Regel verblüffen und ihnen die Stärken des Rechnens mit Termen näherbringen sollen – ein Ziel, das (wie bereits erwähnt) durchaus auch ohne authentischen Alltagsbezug zu erreichen ist.
Ebenfalls einen Stammplatz in den meisten Schulbüchern haben so genannte *„Altersberechnungen“,* die durchgehend in die Kategorie *„eingekleidete Aufgaben“* fallen:

*„**435** Familie Lenneis hat Zwillinge, Konrad und Corinna. Die Eltern sind gleich alt. Als die Kinder geboren wurden, war Konrads Mutter 30 Jahre alt. Konrad addiert das Alter der Kinder und der Eltern und erhält genau 100.*
Wie alt ist Konrad, wie alt ist sein Vater?“
(Das ist Mathematik 2: 94)

Bei einigen Aufgaben, vor allem rund um das Aufstellen von Formeln, ist der Grundgedanke eigentlich durchaus authentisch, da aber statt konkreten Zahlen Variablen verwendet werden, entstehen pseudo-reale Probleme, wie im folgenden Beispiel:

*„**907** Beschreibe die Gesamteinnahmen G bei einem Fußballspiel. Die Eintrittskarten für Erwachsene kosten 8 €, die für Kinder 5 €. Es wurden a Erwachsenenkarten und b Kinderkarten verkauft. Für Getränke wurden außerdem noch g*

Euro eingenommen. Bei der Berechnung der Gesamteinnahmen müssen noch die Ausgaben von p Euro für die Platzreinigung berücksichtigt werden.“
(Mathematik 2. Verstehen + Üben + Anwenden: 164)

Dem Beispiel 908 liegt derselbe Sachkontext zugrunde, aber durch die konkreten Angaben gewinnt die Aufgabe an Authentizität:

*„**908** Angaben von Aufgabe 907. Berechne die Gesamteinnahmen G in Euro.*

a) Es waren 360 Erwachsene und 140 Kinder am Sportplatz. Die Getränkeeinnahmen betrugen 480 €, die Kosten der Platzreinigung 200 €.

b) Es waren 420 Erwachsene und 130 Kinder am Sportplatz. Die Getränkeeinnahmen betrugen 520 €, die Kosten der Platzreinigung 250 €.“

(Mathematik 2. Verstehen + Üben + Anwenden: 164)

Anhand dieser zwei Aufgabenstellungen ist deutlich zu erkennen, dass auch pseudo-reale Situationen (907) einen Nutzen für den Alltag mitbringen und lehrreich sein können, denn für das Aufstellen der Formel muss der Schüler erkennen, auf welche Art die Gesamteinnahmen berechnet werden können. Das Anwenden dieses Wissens (eventuell unter Verwendung der aufgestellten Formel) – das Ausführen der Rechnung – wird dann in der folgenden Aufgabe verlangt.

In der Reihe *„Mathematik – Verstehen, Üben, Anwenden“* gibt es im Zusammenhang mit Gleichungen und Gleichungssystemen eigene Gruppen von Aufgaben, wo der Titel vollste Authentizität erwarten lässt. Unter Überschriften wie *„(Einfache) Gleichungen aus dem Alltag“* werden Textbeispiele angeführt, die kaum lebensfremder sein könnten, was durch die folgenden zwei Aufgaben veranschaulicht werden soll:

*„**780** Hanna, Michaela und Lukas bekommen von ihren Eltern das wöchentliche Taschengeld ihrem Alter entsprechend gestaffelt. Hanna bekommt 1½-mal so viel wie Michaela, Lukas bekommt nur zwei Drittel von Michaelas Betrag. Das*

Taschengeld für die drei Kinder macht in der Woche 19 € aus. Wie viel bekommt jedes Kind? Arbeite mit einer Tabelle.“
(Mathematik 4. Verstehen, Üben, Anwenden: 137)

*„**1155** Buben und Mädchen machen einen Ausflug. Im Bus sagt ein Bub: ‚Ich sehe hier viermal so viele Buben wie Mädchen.‘ Darauf sagt ein Mädchen: ‚Ich sehe aber fünfmal so viele Buben wie Mädchen.‘ Wie ist das möglich? Wie viele Buben und wie viele Mädchen sind im Bus? Bezeichne die Anzahl der Buben mit x, die Anzahl der Mädchen mit y.“*
(Mathematik 4. Verstehen, Üben, Anwenden: 223)

Die erste Aufgabe ist absurd, weil Kinder üblicherweise nicht die Höhe ihres Taschengeldes ermitteln müssen, nicht einmal, wenn die Eltern Mathematiker sind. Bei Busfahrten, wie jene aus dem zweiten Beispiel, hat sich das händische Abzählen der Insassen deutlich besser bewährt als das Aufstellen eines linearen Gleichungssystems anhand fragwürdiger Aussagen.
Hier zeigt sich eine grundlegend andere Auffassung von Alltagsbezug als ihn wir an früherer Stelle definiert hatten. Allein die Tatsache, dass in den Aufgaben Begriffe aus dem wirklichen Leben (Taschengeld, Busfahrt, etc.) vorkommen, reicht aus, um sie als Alltagsaufgaben zu verkaufen. Dass in Wahrheit vermutlich noch kein Mensch mit derartigen Problemstellungen konfrontiert war, wird leider völlig außer Acht gelassen. Der Versuch, auf diese Weise die Schüler von der Bedeutung der Mathematik für den Alltag zu überzeugen, ist meiner Meinung nach zum Scheitern verurteilt. Aufgaben wie die eben angeführten können keine befriedigende Antwort auf die oft gehörte Frage *„Wozu brauche ich das später einmal?“* geben, weshalb ich hier mit Anselm Lamberts Forderung (Kapitel 2.3.) übereinstimme, den Schülern keine falsche Authentizität vorzugaukeln, sondern lieber offen und ehrlich eingekleidete Aufgaben zu behandeln.

5. Authentische Aufgaben finden bzw. entwickeln

Wie die Analyse im vorangehenden Kapitel gezeigt hat, sind authentische Aufgaben in den Schulbüchern doch recht dünn gesät, in manchen Kapiteln sind sie sogar überhaupt nicht vorhanden. Bei den *„Textaufgaben“* war eine starke Dominanz von pseudo-realen Problemen festzustellen, wobei bei vielen Aufgabenstellungen nicht einmal ansatzweise eine Alltagsrelevanz zu erkennen war.
Das kritische Untersuchen der Aufgaben hat überraschenderweise aber auch zu der Erkenntnis geführt, dass selbst die nicht authentischen Aufgaben wie zum Beispiel *„der tropfende Wasserhahn“* einen wichtigen Beitrag zur Allgemeinbildung und zur Lebensbewältigung leisten können.
Weiters spielen auch die vielen verschiedenen Kontexte der Problemstellungen, die aus diversen Bereichen der Wissenschaft und des Alltags stammen, eine wichtige Rolle. Die in den Angaben enthaltenen Informationen, Fachbegriffe und Anregungen zum Nachdenken tragen sicherlich zu einem vernetzten Weltbild der Schüler bei.

Jedenfalls ist es meines Erachtens wichtig, den Schülern anhand wirklich authentischer Aufgaben immer wieder zu zeigen, dass die gelernten mathematischen Inhalte auch tatsächlich in der Praxis von Relevanz sind. Deshalb ist es aus Sicht des Lehrers gut, zusätzlich zu den in der jeweils verwendeten Schulbuchreihe vorhandenen noch weitere authentische Aufgaben auf Lager zu haben. Diese können dann zu Übungszwecken verwendet werden oder gegebenenfalls bei Schularbeiten und anderen Leistungsüberprüfungen eingesetzt werden.

Im Folgenden sollen exemplarisch einige Möglichkeiten aufgezeigt werden, um zu authentischen Aufgaben zu gelangen.

5.1. Schulbücher

Am naheliegendsten erscheint es, eine andere als die von den Schülern verwendete Mathematik-Schulbuchreihe als zusätzliche Inspirationsquelle für Aufgaben zu verwenden. Hier wird man einerseits auf bereits authentische Aufgaben stoßen, aber andererseits können auch manche Aufgaben der Kategorie *„pseudo-reale Probleme“* durch eine mehr oder weniger starke Veränderung der Angabe authentisch gemacht werden.
Um eine *„andere“* Schulbuchreihe zu verwenden, habe ich bei den folgenden Beispielen *„Expedition Mathematik 1 – 4“* als Quelle gewählt, ein modernes und optisch sehr ansprechendes Mathematikbuch.

Bei den folgenden beiden auf den ersten Blick pseudo-realen Problemstellungen kann die Authentizität relativ leicht durch die bloße Angabe eines plausiblen Grundes für die geforderte Berechnung erhöht werden, ohne die Angabe wesentlich verändern zu müssen:

Original-Aufgabe:
*„**877** Die Cheopspyramide in Ägypten hat ein Quadrat mit der Seitenlänge 230 m als Grundfläche. Wie viele Fußballfelder (105 m x 80 m) passen rein flächenmäßig mindestens in diese Grundfläche? Schätze zuerst.“*
(Expedition Mathematik 1: 214)

Veränderte Aufgabe:
Die Cheopspyramide in Ägypten hat ein Quadrat mit der Seitenlänge 230 m als Grundfläche. Um große Dimensionen zu veranschaulichen, wird gerne der Vergleich mit Fußballfeldern herangezogen. Für einen Bericht in einer Zeitschrift sollst du berechnen, wie viele Fußballfelder (105 m x 80 m) rein flächenmäßig mindestens in die Grundfläche der Pyramide passen! Was ist mit *„rein flächenmäßig“* wohl gemeint?

Original-Aufgabe:
*„**973** a) Durch Modernisierung der Heizung hat Familie Sparsam die Heizkosten von 525 € auf 462 € absenken können. Auf wie viel Prozent der alten Kosten*

wurden die neuen Kosten gesenkt? Um wie viel Prozent konnten die Heizkosten gesenkt werden?"
(Expedition Mathematik 2: 275)

Veränderte Aufgabe:
Auf Empfehlung des Installateurs und mit der Aussicht, die Heizkosten um zehn Prozent senken zu können, ließ Familie Sparsam vor einem Jahr eine Modernisierung der Heizungsanlage durchführen. Dadurch konnten die Kosten von 525 € auf 462 € gesenkt werden. Um die Glaubwürdigkeit des Installateurs zu überprüfen, möchte die Familie nun berechnen, um wie viel Prozent die Heizkosten tatsächlich verringert werden konnten.

Manchmal muss die Angabe sehr stark verändert werden oder es kann sogar nur der Kontext, in den die Aufgabe eingebettet ist, als Ideenquelle genutzt werden:

Original-Aufgabe:
*„**759** a) Der Wagen von Frau Flink verbraucht auf einer 360 km langen Autobahnstrecke 24 l Benzin. Wie viele Kilometer kann sie mit einer Tankfüllung fahren, wenn der Tank 60 l fasst?*
b) Auf 100 km verbraucht ein Mittelklassewagen durchschnittlich 8 l Benzin. Wie viel braucht er auf 400 km? Wie weit kommt er mit zwei Litern Benzin?
c) Wie weit kann ein Auto mit einem Liter Diesel fahren, wenn es auf 100 km durchschnittlich fünf Liter Diesel verbraucht? Wie viel Liter Diesel verbraucht es auf 500 Kilometern?"
(Expedition Mathematik 2: 219)

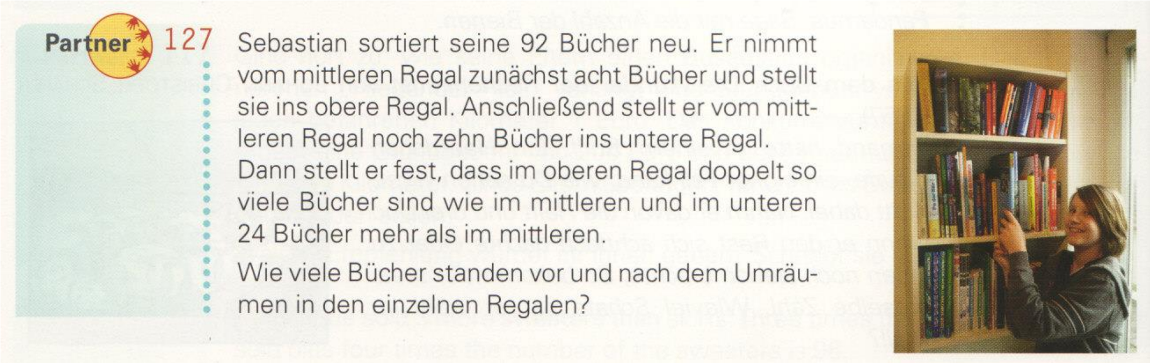
Veränderte Aufgabe:
Max, Moritz, Susi und Peter machen gemeinsam einen Tagesausflug, wobei Max fährt, da er ein Auto besitzt. Fairerweise beteiligen sich die drei Mitfahrer an den Spritkosten – jeder soll ein Viertel bezahlen.

a) Laut Navigationssystem beträgt die einfache Strecke 134 km. Im Auto liest Max den durchschnittlichen Benzinverbrauch von 7,5 l pro 100 km ab. Bei den Tankstellen, an denen sie vorbeifahren, sehen sie, dass ein Liter Benzin ungefähr 1,20 € kostet. Berechne, wie viel jeder der drei Mitfahrer an Max zahlen muss!

b) Drei Wochen später machen die vier Freunde wieder einen gemeinsamen Ausflug mit demselben Ziel, doch diesmal hat Susi einen Trick gefunden, wie man sich die *„Rechnerei“* fast gänzlich ersparen kann: Vor der Abfahrt soll Max volltanken und wenn sie wieder zuhause ankommen, dann ebenso. Der zuletzt an der Tankstelle bezahlte Betrag muss nur noch durch vier dividiert werden!
Gesagt, getan. Am Ende bemerkt Peter allerdings, dass er diesmal einen anderen Betrag zu zahlen hat, als beim letzten Mal.
Funktioniert Susis Trick doch nicht oder woran könnte es liegen, dass die Beträge unterschiedlich sind?

Bei sehr vielen eingekleideten, besonders realitätsfernen Aufgaben ist es nahezu unmöglich, daraus eine authentische Problemstellung zu kreieren. Die folgenden beiden Beispiele sollen dies veranschaulichen:

*„**869** Mutter hat Schokobonbons und Karamellbonbons gekauft. Drei Schokobonbons und zwei Karamellbonbons werden unter drei Kindern, Anna, Bernhard und Christina, so verteilt, dass jedes Kind mindestens ein Bonbon, jedoch höchstens zwei Bonbons erhält.*
Anna sagt: ‚Ich habe nur Bonbons derselben Art bekommen.‘
Bernhard sagt: ‚Ich habe zwei Bonbons unterschiedlicher Sorte erhalten.‘
Christina sagt: ‚Ich habe genau zwei Bonbons bekommen.‘
Wie wurden die Bonbons verteilt, wenn jedes Kind gelogen hat?“
(Expedition Mathematik 3: 219)



Partner 127 Sebastian sortiert seine 92 Bücher neu. Er nimmt vom mittleren Regal zunächst acht Bücher und stellt sie ins obere Regal. Anschließend stellt er vom mittleren Regal noch zehn Bücher ins untere Regal. Dann stellt er fest, dass im oberen Regal doppelt so viele Bücher sind wie im mittleren und im unteren 24 Bücher mehr als im mittleren.

Wie viele Bücher standen vor und nach dem Umräumen in den einzelnen Regalen?

Abbildung 18: Aufgabe, die nicht authentisch gemacht werden kann

5.2. Literatur zum Thema Mathematik

Neben den Schulbüchern kann auch einschlägige Literatur für Lehrer hilfreich bei der Suche nach Aufgaben mit Alltagsbezug sein. Ein prominenter Vertreter ist zum Beispiel die Zeitschrift *„mathematik lehren“,* in der verschiedene Themen schwerpunktmäßig behandelt werden und immer wieder auch Realitätsbezüge hergestellt werden. Im folgenden Beispiel wird eine Zeitungsmeldung der Bild vom 20. 5. 1999 (Abb. 19) als Ausgangspunkt für die Diskussion über die Angemessenheit eines Modells (direkte Proportion) herangezogen und im Rahmen eines Projektes bearbeitet.

Toilette

Beschwerde – Papier zwei Zentimeter zu kurz

Toiletten-Aufstand bei den Behörden im Regierungsbezirk Arnsberg (NRW): „Wir lassen uns doch nicht besch...“ Der Vorfall: Alle 41 Ämter bezogen von einer Firma Toilettenpapier für die Dienstklos: zweilagig, je 250 Blatt, insgesamt 146 000 Rollen, jedes Blatt angeblich 14 cm lang. Aber ein Beamter maß nach – nur 12 cm. Beschwerde an die Firma – jetzt gibt der Hersteller einen Preisnachlass von 1,5 Cent pro Rolle (9 statt bisher 10,5).

Abbildung 19: Aufgabe Toilettenpapier

Als authentische Aufgabenstellung wäre die folgende denkbar:

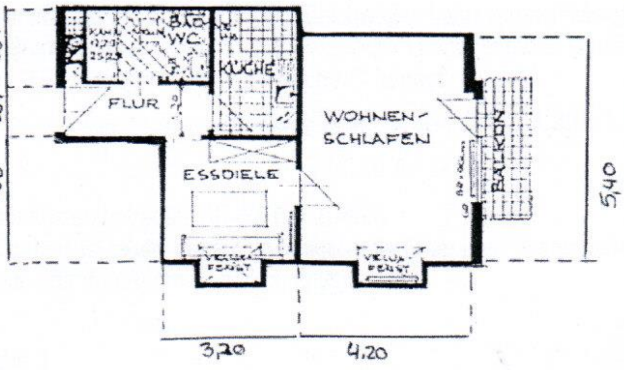
Stelle dir vor, du bist im Bereich der Materialbestellung der Ämter tätig.

a) Prüfe nach, ob der vom Hersteller des Toilettenpapiers vorgeschlagene Preisnachlass ausreichend ist und akzeptiert werden kann!
b) Um die Aufmerksamkeit des Beamten, der den Fehler bemerkt hat, zu würdigen, soll in einem Bericht unter anderem erwähnt werden, wie viel Geld dadurch gespart werden konnte. Ermittle den Gesamtbetrag, wenn das Angebot der Firma angenommen wird!

Zeitungsberichte im Allgemeinen stellen sicherlich eine Bereicherung dar, denn sie lockern das Unterrichtsgeschehen auf und können die Schüler durch den Inhalt (siehe Aufgabe zum Toilettenpapier) oder durch besonders *„schlimme“* Fehler oder Formulierungsschwierigkeiten zum Schmunzeln bringen. Oftmals lassen sich – mit der Begründung des kritischen Hinterfragens von in Zeitungen enthaltenen Informationen – relativ leicht authentische Aufgaben entwickeln. Auch das Hineinversetzen in die jeweilige Situation wie im zuvor angeführten Beispiel kann zu einer realistischen Problemstellung führen.

Als weitere Quelle für Aufgaben kann noch die Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe mit dem Titel *„Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht“* genannt werden. Wie der Name verrät, ist bei den darin enthaltenen Aufgaben der Bezug zur Realität zwar gegeben, allerdings sind die Problemstellungen in den meisten Fällen nicht authentisch und in der Praxis nicht relevant. Die folgende Aufgabe (Abb. 20) bildet hierbei eine Ausnahme, denn sie ist im Großen und Ganzen als authentisch einzustufen, als Kritikpunkt könnte man lediglich anmerken, dass man üblicherweise über die ungefähre Größe seiner Wohnung Bescheid weiß und diese nicht anhand eines Planes exakt berechnen würde.

Herr Schulze möchte seine neue Wohnung mit Parkett auslegen lassen, kann sich aber nicht zwischen *Ahorn-select* und *Buche* entscheiden. *Ahorn-select* gefällt ihm besser, ist aber teurer. Berechne den ungefähren Preisunterschied zwischen dem Auslegen der Wohnung mit *Ahorn-select* und *Buche*.



Parkett-Preise:

Ahorn	79,90 €/m²
Ahorn-select	89,90 €/m²
Buche	59,90 €/m²
Buche-rustikal	49,90 €/m²
Eiche	69,90 €/m²
Arbeitslohn	20–30 €/m²
Fußleisten	5– 8 €/m + Montage

Hinzu kommen die Kosten für die Übergangsleisten zwischen den Zimmern, mehr Arbeitslohn für schwierige Stellen, Anfahrt.

Abbildung 20: Aufgabe Parkett-Vergleich

Abgesehen von jener Literatur, die sich speziell an Lehrer richtet, gibt es eine Reihe von Büchern, die sich rund um das Thema *„Mathematik im Alltag“* drehen und eine mathematikinteressierte Leserschaft als Zielgruppe haben. In Werken wie *„Mathematik ist wirklich überall“* von Norbert Herrmann (2009) werden mehr oder weniger alltägliche Problemstellungen gekonnt in eine Geschichte eingebettet und dann auf unterhaltsame Weise mit Hilfe von (auch höherer) Mathematik Lösungen erarbeitet. Unverändert können wahrscheinlich nur sehr wenige Aufgaben für den Unterricht übernommen werden, da es für die Schüler meist zu schwierig ist, einen passenden Lösungsansatz ohne Hilfestellung zu finden. Allerdings kann man als Lehrer auch den Versuch wagen, von der Routine abzuweichen, die Schüler immer nur mit dem Lösen einer Aufgabe zu beauftragen. Stattdessen könnte man ihnen die fertige Lösung überreichen, welche sie beispielsweise in Gruppen auf sich selbst gestellt nachvollziehen müssen, um sie im Anschluss dem Rest der Klasse unterhaltsam zu präsentieren.

In puncto Authentizität kann der Großteil der Aufgaben leider nicht unsere Ansprüche erfüllen, da zumeist recht banale Alltagsprobleme mit derartig viel Mathematik bearbeitet werden, wie es niemand im wirklichen Leben machen würde. Ich denke hier zum Beispiel an das *„Bierdosen-Problem“,* wo es darum geht, die Kippgefahr einer Bierdose beim Abstellen auf einem Rasen zu minimieren. Es folgt eine Extremwertberechnung, um jenen Füllstand zu ermitteln, bei dem der Schwerpunkt seinen tiefsten Stand einnimmt. (Vgl. Herrmann 2005: 1–11.)

Eine im Vergleich dazu schon wesentlich authentischere Aufgabe ist die vom *„geteilten Fahrrad“,* welche durchaus auch für den Unterricht geeignet ist. In abgekürzter und etwas veränderter Form geht die Geschichte wie folgt (vgl. Herrmann 2009: 67–75):

Zwei Kinder einer sehr großen und recht armen Familie, Christa und Ludolf, müssen sich ein Fahrrad teilen, um täglich zum Gymnasium im zehn Kilometer entfernten Ort zu gelangen. Theoretisch könnten sie tageweise abwechselnd das Fahrrad benutzen, der jeweils andere müsste aber zu Fuß gehen, was bedeuten würde, wesentlich früher aufstehen zu müssen.

Christas Teilungsidee:
„Wir machen uns zugleich auf den Weg. Du, mein lieber Bruder, darfst mit dem Fahrrad losdüsen. Bitte stelle es nach einem Kilometer an den Straßenbaum und gehe weiter zu Fuß. Wenn ich dorthin komme, steige ich aufs Rad und überhole Dich. Einen Kilometer weiter [gemessen vom letzten Abstellplatz, Anmerkung des Verfassers] stelle ich das Rad für Dich an den Baum und laufe weiter per Pedes und Du darfst fahren und mich überholen usw. Das Spiel treiben wir, bis wir beide an der Schule ankommen. Dadurch sind wir erheblich schneller.“ (Herrmann 2009: 68)

Eine mögliche Aufgabenstellung:

a) Was ist von dieser Idee zu halten? Kann sie tatsächlich funktionieren?
b) Wir wollen die Situation derart vereinfachen, dass Ludolf zu Beginn genau die halbe Strecke fährt, dort das Fahrrad abstellt und weiter zu Fuß geht. Wir nehmen an, dass beide zu Fuß (5 km/h) und mit dem Rad (15 km/h) jeweils gleich schnell unterwegs sind.
   Wie lange brauchen die beiden für den Schulweg?

Abschließend kann festgestellt werden, dass sich nicht nur hinter vielversprechenden Kapitelüberschriften von Schulbüchern wie *„Mathematik aus dem Alltag“* letzten Endes erstaunlich wenige wirklich authentische Aufgaben verbergen, sondern dass dies bei Zeitschriften-Ausgaben oder Büchern mit ähnlichen Titeln genauso ist.

5.3. Aufgaben selbst entwickeln

Die Königsdisziplin ist es, selbst neue authentische Aufgaben zu erfinden, was aber sowohl Vor- als auch Nachteile mit sich bringt. Einerseits erspart man sich eine möglicherweise langwierige Suche in diversen Büchern oder Zeitschriften, andererseits aber kann auch das Entwickeln der Aufgabe viel Zeit in Anspruch nehmen. Manchmal müssen Skizzen erstellt werden, gegebenenfalls muss überprüft werden, ob die verwendeten Größendimensionen realistisch sind und vor allem benötigt man natürlich eine zündende Idee. Nachdem man Geistesblitze meist nicht genau dann hervorrufen kann, wenn man sie benötigt, kann es von Vorteil sein, sich immer sofort Notizen zu machen, wenn man eine Idee für eine neue Aufgabe hat. Durch das Niederschreiben erinnert man sich später auch leichter daran, wenn man einmal auf der Suche nach einem Beispiel ist.

Anregungen für Aufgaben holt man sich am besten, wenn man aufmerksam durch das Leben geht und schaut, wo sich überall Mathematik verbirgt. Ein gutes Suchgebiet sind sicherlich die eigenen Hobbys und Interessensgebiete. Auch wenn sich diese nicht unbedingt mit jenen der Schüler decken, so haben sie aber den Vorteil, dass man als Lehrer wahrscheinlich mit noch mehr Begeisterung bei dem Bearbeiten der Beispiele ist als üblich. Meiner Erfahrung nach spüren das die Schüler sehr wohl, wodurch auch ihre Motivation steigt und sich das Unterrichtsklima bessert.

Im Folgenden möchte ich exemplarisch jeweils eine authentische Aufgabe aus meinem persönlichen Erfahrungsbereich für jeden der vier Inhaltsbereiche des Lehrplanes präsentieren.

Tombola (Zahlen und Maße):
Im Zuge eines Wandertages wird eine Tombola durchgeführt. Ein Los kostet einen Euro, allerdings bekommt man beim Kauf von fünf Losen das sechste Los gratis. Es werden 4500 Lose gedruckt.

a) Mit welchen möglichen Einnahmen durch den Losverkauf kann man rechnen, wenn alle verkauft werden?

b) Nach Ende der Veranstaltung rechnet der verantwortliche Kassier ab. Er erstellt eine Liste, in der jeder Losverkäufer mit der Anzahl der verkauften Lose sowie dem eingenommenen Betrag aufscheint. Von einem Verkäufer weiß er allerdings nur, dass dieser 135 € abgeliefert hat. Wie viele Lose könnte er verkauft haben? Welche Möglichkeiten gibt es?

Bienenbeuten (Variable):

Für viele Imker in Österreich ist das Arbeiten mit den Bienen nur ein Hobby oder sie machen es nebenberuflich. Das ist mit ein Grund, warum es eine große Anzahl unterschiedlicher Maße bei den Bienenbeuten (Behausungen aus Holz) gibt. Damit man auch Beuten von anderen Imkern verwenden kann oder gegebenenfalls seine eigenen leichter verkaufen kann, sollten die Zargen (Kisten) ein einheitliches Maß haben. Um den Imkern die Erzeugung von kompatiblen Beuten zu erleichtern, wurden folgende Formeln und eine erklärende Skizze (Abb. 21) von einer Arbeitsgemeinschaft entwickelt (vgl. Magazin-Imkerei 2007):

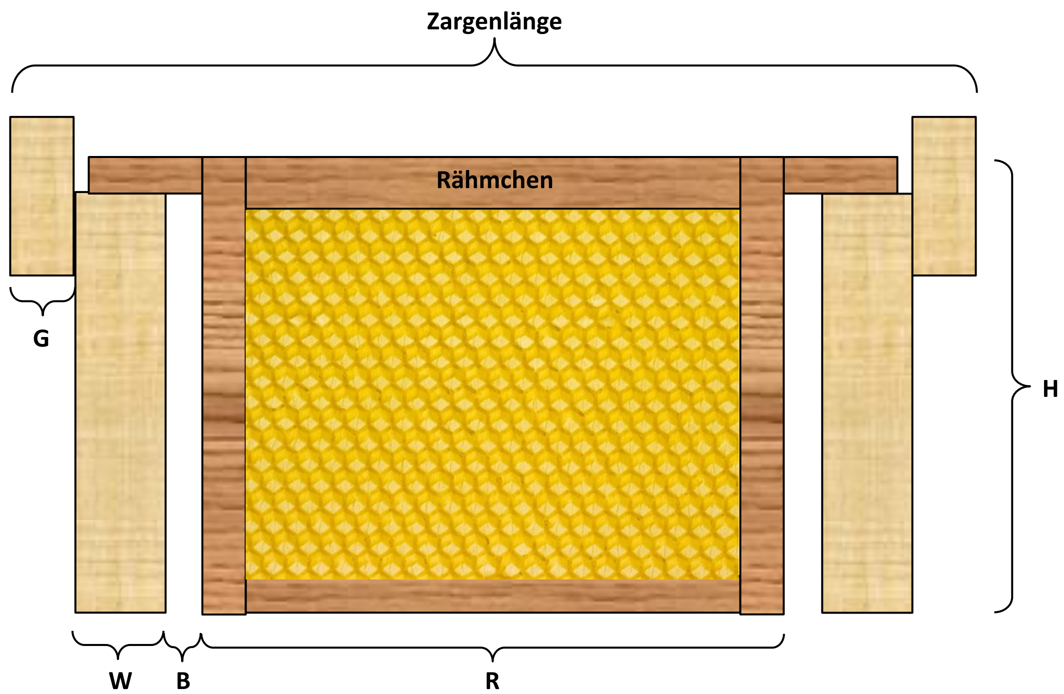


Abbildung 21: Bienenbeute

G = Griffleistenstärke

W = Wandstärke

B = mittlerer Bienenabstand (8 mm)

R = Rähmchenlänge

H = Rähmchenhöhe

S = Rähmchenschenkelbreite (35 mm)

(B und S sind im Prinzip fixe Werte und sollten nicht verändert werden.)

Formel zur Berechnung der Zargenlänge:

$$2 \cdot G + 2 \cdot W + 2 \cdot B + R = 516\ mm$$

Formel zur Berechnung der Zargenbreite:

$$2 \cdot W + 10 \cdot S + 3 \cdot B = 425\ mm$$

Formel zur Berechnung der Zargenhöhe:

$$H + 9\ mm$$

Ein Imker verwendet 426 mm lange und 255 mm hohe Rähmchen (Österreichische Breitwabe) und hat noch 20 mm starke Griffleisten auf Lager. Ein befreundeter Tischler soll für ihn neue Zargen herstellen. Gib alle in der Skizze vorkommenden Abmessungen sowie Länge, Breite und Höhe der Zargen an!

Traktorrad (Figuren und Körper):

Bei einem Spielzeugtraktor ist ein Rad gebrochen. Du kaufst eine runde Holzscheibe und willst den Mittelpunkt finden, um ein Loch zu bohren und das Rad anzuschrauben.

a) Finde eine Möglichkeit, den Mittelpunkt möglichst exakt zu bestimmen! Teste deine Methode an einem (ohne Zirkel) selbst gezeichneten Kreis! Benutze zum Beispiel die Kontur einer CD!

b) Bei der Suche im Internet bist du auf zwei Tricks gestoßen:

A: Zeichne zwei beliebige Sehnen in den Kreis und konstruiere darauf jeweils die Seitensymmetrale! Der Schnittpunkt der beiden Seitensymmetralen ist der Kreismittelpunkt. (Vgl. Mathe-Lexikon.)

B: Verwende ein Geodreieck oder den rechten Winkel eines Blattes Papier! Lege die 90°-Ecke so auf den Kreis, dass die Spitze von innen den Kreis berührt und markiere die Punkte, an denen die Kanten des Blattes/Geodreiecks den Kreis schneiden! Verbinde diese beiden Punkte! Wiederhole diesen Vorgang – am besten ungefähr eine Vierteldrehung (90°) versetzt! Der Schnittpunkt der beiden Verbindungslinien ist der Kreismittelpunkt. (Vgl. Holzwerker-Forum.)

Probiere beide Anleitungen aus! Welche findest du praktischer? Welcher mathematische Satz versteckt sich hinter der zweiten Methode?

Tischtennisturnier (Modelle, Statistik):
Bei einem Tischtennisturnier für Meisterschaftsspieler können zehn 2er-Teams teilnehmen, wobei auch drei Spieler pro Mannschaft genannt werden können, von denen dann abwechselnd immer zwei tatsächlich spielen. Jeder Spieler besitzt eine der jeweiligen Spielstärke entsprechende Ranglistenpunktezahl (RC-Punkte). Anhand des Team-Durchschnitts der RC-Punkte (arithmetisches Mittel), welcher jedoch nicht höher als 1600 sein darf, werden die zehn Mannschaften nach Stärke absteigend gereiht. Die obere Hälfte spielt in Bewerb A, die untere in Bewerb B.

a) Nimm eine Gruppeneinteilung für die folgende Anmeldeliste (RC-Punkte in Klammer) vor und überprüfe, ob alle Teams startberechtigt sind:
   Roland (1425) / Heinz (1538) / Jakob (1512)
   Manuel (1621) / Ines (1463)
   Alexander (1284) / Benjamin (1371)
   Fabian (1436) / Martina (1601)
   Lena (1195) / Sabine (1473)
   Stefan (1066) / Clemens (1456) / Patrick (1752)
   Richard (1253) / Julia (1389) / Anja (1547)
   Simon (1612) / Rainer (1588)
   Christopher (1533) / Katharina (1558)
   Martin (1371) / Thomas (1652)
b) Martin war vor dem Turnier lange auf der Suche nach einem Teamkollegen in seinem Verein. Er wollte natürlich mit einem möglichst starken

Partner spielen. Wie viele RC-Punkte durfte sein Kollege maximal haben?

Eine gute Möglichkeit, Schüler für das Thema *„Mathematik im Alltag“* zu sensibilisieren, besteht darin, sie selbst authentische Aufgaben kreieren zu lassen, zum Beispiel passend zu einem bestimmten mathematischen Themenbereich, oder auch ganz ohne Einschränkungen. Ich habe dieses Experiment selbst durchgeführt, mit etwas älteren, ungefähr 18-jährigen Schülerinnen. Das Ergebnis fiel sehr unterschiedlich aus – von rein mathematischen Aufgaben ohne Sachkontext, über typische eingekleidete Aufgaben, bis hin zu guten überwiegend authentischen Aufgaben. Die meisten Schülerinnen wählten zwar einen Kontext aus dem Alltag, doch die Problemstellungen waren oft ähnlich praxisfern wie weiter oben angeführte Paradebeispiele aus Schulbüchern. So gab zum Beispiel eine Schülerin eine Liste mit eingekauften Lebensmitteln und dem jeweiligen Gewicht an (darunter auch Eier zu je 5 g!) und ließ daraus berechnen, wie viel der Einkaufskorb wog.

Eine andere Schülerin wollte aus der gemessenen Zeit bei einem 200-Meter-Lauf die Dauer für drei Runden um das (sehr große) Schulgebäude ermitteln lassen. Zum Glück wurde keine Hochrechnung auf die Marathondistanz gefordert.

Dieses Experiment lieferte – wie man an den Beispielen gut erkennen kann – viel Diskussionsstoff und es war auf alle Fälle eine tolle Erfahrung sowohl für die Schülerinnen als auch für mich.

6. Abbildungsverzeichnis

7. Tabellenverzeichnis

Sämtliche Tabellen sind eigene Entwürfe, welche (bis auf Tabelle 1) auf der Analyse der jeweiligen Schulbücher basieren.

8. Bibliographie

8.1. Literatur

Becker, Gerhard et al. (1979): Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Klinkhardt: Bad Heilbrunn, Obb. (Mathematik in der Unterrichtspraxis)

Blum, Werner (2006): Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehrer. S. 8–23. In: Büchter, Andreas et al. (Hrsg.): Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis. Festschrift für Hans-Wolfgang Henn zum 60. Geburtstag. Franzbecker: Hildesheim, Berlin.

Bruder, Regina (1999): Nutzung von Mathematik im Erfahrungshorizont von SchülerInnen – Beispiele und Materialien für Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht der Unterstufe. S. 40–50. In: Maaß, Jürgen; Schlöglmann, Wolfgang (Hrsg.): Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Franzbecker: Hildesheim, Berlin. (Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe, Bd. 5)

Busse, Andreas (2009): Umgang Jugendlicher mit dem Sachkontext realitätsbezogener Mathematikaufgaben. Ergebnisse einer empirischen Studie. Franzbecker: Hildesheim, Berlin. (Texte zur mathematischen Forschung und Lehre, Bd. 64)

Engel, Joachim (2010): Anwendungsorientierte Mathematik: Von Daten zur Funktion. Eine Einführung in die mathematische Modellbildung für Lehramtsstudierende. Springer: Berlin, Heidelberg.

Freudenthal, Hans (1968): Mathematik in Wissenschaft und Alltag. Kindler: München.

Glaeser, Georg (2004): Der mathematische Werkzeugkasten. Anwendungen in Natur und Technik. Elsevier, Spektrum Akademischer Verlag: München, 1. Auflage.

Henn, Hans-Wolfgang (2002): Mathematik und der Rest der Welt. S. 4–7. In: mathematik lehren, Heft 113 „Modellieren“.

Herrmann, Norbert (2005): Mathematik ist überall. Mathematik im Alltag/alltägliche Mathematik. Oldenbourg: München, 2. Auflage.

Herrmann, Norbert (2009): Mathematik ist wirklich überall. Oldenbourg 2009: München.

Heymann, Hans Werner (1996): Allgemeinbildung und Mathematik. Beltz: Weinheim, Basel. (Studien zur Schulpädagogik und Didaktik, Bd. 13)

Hinrichs, Gerd (2008): Modellierung im Mathematikunterricht. Spektrum Akademischer Verlag: Heidelberg. (Mathematik Primar- und Sekundarstufe)

Kaiser, Gabriele (1995): Realitätsbezüge im Mathematikunterricht – Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion. S. 66–84. In: Graumann, Günter et al. (Hrsg.): Materialien für einen realitätsbezogenen Unterricht. Franzbecker: Bad Salzdetfurth ü. Hildesheim. (Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe, Bd. 2)

Köhler, Hartmut (1993): Bildung und Mathematik in der gefährdeten Welt. Annäherungen an die Wirklichkeit. Polygon: Buxheim/Eichstätt. (Bildungsraum Schule, Bd. 3)

Köhler, Hartmut (2002): Sich ein Bild davon machen! Die gesellschaftliche Dringlichkeit tragfähiger Vorstellungen zur Mathematik. S. 7–24. In: Röttel, Karl (Red.): Mathematik – unsichtbar, doch allgegenwärtig. Polygon: Eichstätt. (Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, Arbeitskreis Mathematik und Bildung; Reihe „Bildungsraum Schule“, Bd. 7)

Lambert, Anselm (2007): Ein Einstieg in die reflektierende Modellbildung mit Produktiven Aufgaben. S. 75–89. In: Herget, Wilfried et al. (Hrsg.): Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Mathematik im Alltag. Franzbecker: Hildesheim, Berlin. (Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe, Bd. 10)

Maaß, Katja (2004): Mathematisches Modellieren im Unterricht. Ergebnisse einer empirischen Studie. Franzbecker: Hildesheim, Berlin. (Texte zur mathematischen Forschung und Lehre, Bd. 30)

Maaß, Katja (2007a): Der Porsche 911 – Mathematisches Modellieren für Anfänger. S. 99–105. In: Herget, Wilfried et al. (Hrsg.): Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Mathematik im Alltag. Franzbecker: Hildesheim, Berlin. (Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe, Bd. 10)

Maaß, Katja (2007b): Mathematisches Modellieren. Aufgaben für die Sekundarstufe I. Cornelsen Scriptor: Berlin, 1. Auflage.

Menninger, Karl (1959): Mathematik und Kunst. Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen.

Niss, Mogens (1992): Applications and modelling in school mathematics – Directions for future development. Roskilde: IMFUFA Roskilde Universitetscenter.

Peschek, Werner (2012): Warum Standards und wozu? S. 13–20. In: Kröpfl, Bernhard; Schneider, Edith (Hrsg.): Standards Mathematik unter der Lupe. Fachdidaktische Erläuterungen und Konkretisierungen zum österreichischen Standards-Konzept M8. Profil Verlag: München-Wien. (Klagenfurter Beiträge zur Didaktik der Mathematik, Bd. 10)

Scholz, Dietmar (2002): Toilettenpapier zu kurz. Offensichtlich proportional – oder etwa nicht? S. 8–10. In: mathematik lehren. Heft 113 „Modellieren“, August 2002.

Schupp, Hans (1994): Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I zwischen Tradition und neuen Impulsen. S. 1–11. In: Blum, Werner et al. (Hrsg.): Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Franzbecker: Hildesheim. (Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe, Bd. 1)

Steinbring, Heinz (2001): Der Sache mathematisch auf den Grund gehen – heißt Begriffe bilden. S. 174–183. In: Selter, Christoph; Walther, Gerd (Hrsg.): Mathematik lernen und gesunder Menschenverstand. Festschrift für Gerhard Norbert Müller. Klett: Leipzig, 1. Auflage.

Stewart, Ian (2001): Die Zahlen der Natur. Mathematik als Fenster zur Welt. Spektrum Akademischer Verlag: Heidelberg, Berlin.

Volk, Dieter (1993): Anwendungsorientierung oder Handlungsbezug? Der Mathematikunterricht als Werkstatt der Aufklärung. S. 133–146. In: Blum, Werner (Hrsg.): Anwendungen und Modellbildung im Mathematikunterricht. Franzbecker: Hildesheim.

Volk, Dieter (1996): „Mathematik im täglichen Leben“? – Mathematik für’s tägliche Leben! Überlegungen und Beispiele zur Unterrichtskultur der Sekundarstufen. S. 79–91. In: Bardy, Peter et al. (Hrsg.): Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Franzbecker: Bad Salzdetfurth ü. Hildesheim. (Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe, Bd. 3)

8.2. Schulbücher

Hanisch, Günter et al. (2007): MatheFit 1. LehrerInnenausgabe. Veritas-Verlag: Linz.

Hanisch, Günter et al. (2009): MatheFit 2. Verlag Besseres Buch: Wien.

Hanisch, Günter et al. (2010): MatheFit 3. Lehrer/innenausgabe. Verlag Besseres Buch: Wien.

Hanisch, Günter et al. (2011): MatheFit 4. Verlag Besseres Buch: Wien.

Kraker, Michaela et al. (2007): Expedition Mathematik 1. E. DORNER: Wien.

Kraker, Michaela et al. (2012): Expedition Mathematik 2. E. DORNER: Wien.

Kraker, Michaela et al. (2009): Expedition Mathematik 3. E. DORNER: Wien.

Kraker, Michaela et al. (2010): Expedition Mathematik 4. E. DORNER: Wien.

Lewisch, Ingrid et al. (2011a): Mathematik 1. Verstehen + Üben + Anwenden. Veritas-Verlag: Linz.

Lewisch, Ingrid et al. (2011b): Mathematik 2. Verstehen + Üben + Anwenden. Veritas-Verlag: Linz.

Lewisch, Ingrid (2011c): Mathematik 3. Verstehen, Üben, Anwenden. Veritas-Verlag: Linz.

Lewisch, Ingrid (2011d): Mathematik 4. Verstehen, Üben, Anwenden. Veritas-Verlag: Linz.

Reichel, Hans-Christian; Humenberger, Hans (Hrsg., 2011a): Das ist Mathematik 1. öbv: Wien.

Reichel, Hans-Christian; Humenberger, Hans (Hrsg., 2011b): Das ist Mathematik 2. öbv: Wien.

Reichel, Hans-Christian; Humenberger, Hans (Hrsg., 2012a): Das ist Mathematik 3. öbv: Wien.

Reichel, Hans-Christian; Humenberger, Hans (Hrsg., 2012b): Das ist Mathematik 4. öbv: Wien.

8.3. Internet

Bildungsstandards BIFIE: Kompetenzen und Modelle. URL: https://www.bifie.at/node/49, am 06.08.2013

Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich. Ausgegeben am 2. Jänner 2009: 1. Verordnung: Bildungsstandards im Schulwesen. URL: http://www.bmukk.gv.at/medienpool/17533/bgbl_ii_nr_1_2009.pdf, am 06.08.2013

Holzwerker-Forum. URL: http://www.woodworking.de/cgi-bin/forum/webbbs_config.pl/md/read/id/4819/sbj/mittelpunkt-eines-rundholz/, am 05. 01. 2015

Lehrplan AHS, Allgemeiner Teil. URL: https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/11668_11668.pdf?4dzgm2, am 21.09.2014

Lehrplan AHS, Unterstufe Mathematik. URL: https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2, am 21.09.2014

Maaß, Katja (2008): Und man braucht sie doch! Nützlichkeit von Mathematik erfahrbar machen. Vortrag im Rahmen der 11. Internationalen Tagung über Schulmathematik in Wien. URL: http://www.univie.ac.at/mathematik_didaktik/2008_schulmathematik_tagung/vortraege/download/Katja_Maass_Und%20man%20braucht%20sie%20doch-1.pdf, am 17.06.2011

Magazin-Imkerei (2007): Das System kompatibler Beuten in Mitteleuropa. Arbeitsgemeinschaft der Magazin-Imker e.V. URL: http://www.magazinimker.de/downloads/systemkompatiblerbeuten.pdf, am 05. 01. 2015

MatheFit: Homepage des Verlages „Besseres Buch“. URL: http://www.besseresbuch.at/index-Dateien/MatheFit.html, am 27.07.2014

Mathe-Lexikon: URL: http://www.mathe-lexikon.at/geometrie/ebene-figuren/kreis/kreismittelpunkt-konstruieren.html, am 05. 01. 2015

Niederdrenk-Felgner, Cornelia (2003): Mädchen, Jungen, Mathematik und Computer. Vortrag im Rahmen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM). URL: http://lehrerfortbildung-bw.de/kompetenzen/medien/gender/vortrag_mathe_ pc/bild.htm, am 15.06.2011

Peschek, Werner (2008): Thema „Bildungs“-Standards: Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe. Klagenfurt. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2008. URL: http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2008/BzMU2008/BzMU2008_PESCPES_Werner.pdf, am 9.7.2014

Standardkonzept (2007): Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe. Version 4/07, Hrsg.: Institut für Didaktik der Mathematik – Österreichisches Kompetenzzentrum für Mathematikdidaktik. Fakultät für interdisziplinäre Forschung und Fortbildung. Alpen-Adria-Universität Klagenfurt. URL: http://www.uni-klu.ac.at/idm/downloads/Standardkonzept_Version_4-07.pdf, am 06.08.2013

Ulovec, Andreas (2010): Realitätsbezogene Aufgaben – Ergebnisse eines EU-Projekts. Fakultät für Mathematik, Universität Wien. URL: http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2010%20Band%2043/VortragUlovec.pdf, am 15.06.2011

9. Lebenslauf

Persönliche Daten:

Name:	Bernhard Straihammer
Geburtsdatum:	29. September 1986
Geburtsort:	Mistelbach, Niederösterreich
Nationalität:	Österreich

Bildungsweg:

1992 – 1996:	Volksschule, Spannberg
1996 – 2000:	Hauptschule, Matzen
2000 – 2005:	Höhere Lehranstalt für wirtschaftliche Berufe, Mistelbach
2005 – 2006:	Präsenzdienst, Mistelbach
seit Okt. 2006:	Lehramtsstudium Mathematik und Spanisch, Universität Wien Auslandssemester an der Universität von Salamanca (Spanien) im Wintersemester 2008

Berufliche Tätigkeiten:

2002 – 2010:	diverse Praktika im In- und Ausland
seit Sept. 2011:	Lehrtätigkeit an der Höheren Lehranstalt für wirtschaftliche Berufe sowie an der Bildungsanstalt für Kindergartenpädagogik, Mistelbach