



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Begriffsbildung mit dynamischen Lernobjekten am
Beispiel trigonometrischer Funktionen
Analyse eines Lernpfads des Medienvielfalts-Projekts

Verfasserin

Juliane Lindlbauer

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, September 2013

Studienkennzahl lt. Studienblatt: A 190 884 406

Studienrichtung lt. Studienblatt: Lehramt Informatik und Informatikmanagement, Mathematik

Betreuer: Dr. Andreas Ulovec

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Stellen sind als solche kenntlich gemacht.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.

Loosdorf, 4. September 2013

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen Menschen ein „Dankeschön“ aussprechen, die mich während meines Studiums tatkräftig unterstützt haben.

Zu allererst möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mich während meines gesamten Studiums begleitet haben und mich auch in schwierigen Lebenssituation aufgebaut haben.

Ein besonderer Dank gilt meinem Diplomarbeitsbetreuer, Herrn Prof. Dr. Andreas Ulovec, der mich beim Verfassen dieser Arbeit sehr kompetent beraten und unterstützt hat. Ebenfalls bedanken möchte ich mich bei Frau Dr. Evelyn Süss-Stepancik, die mir zu Beginn meiner Arbeit zur Seite gestanden ist und mich mit jeder Menge Bücher überhäuft hat.

Ohne meine Studienkolleginnen und mittlerweile sehr guten und wahren Freundinnen Beatrice, Carina und Kathi hätte das Studium nur halb so viel Spaß gemacht. Durch die gegenseitige Unterstützung in der Gruppe haben wir unser Studium so durchziehen können, wie wir uns das vorgestellt haben.

Genauso möchte ich meinen anderen Studienkolleginnen und –kollegen als auch meinem Freundeskreis danken. Erst durch all diese wertvollen Menschen wurden die letzten fünf Jahre zu einer ganz besonderen Zeit in meinem Leben.

Inhaltsverzeichnis

1	Begriffsbildung in der Mathematik.....	8
1.1	Begriffsbildung aus kognitionspsychologischer Sicht.....	8
1.1.1	Geschlechtsspezifischer Aspekt.....	13
1.2	Zum Begriff Funktion.....	16
1.2.1	Entwicklung des Funktionsbegriffs	16
1.2.2	Funktionseigenschaften.....	17
1.3	Lehren des Funktionsbegriffs.....	18
1.3.1	Funktionales Denken.....	19
1.4	Lernmodelle für den Funktionsbegriff.....	25
1.4.1	Lernen durch Erweiterungen	25
1.4.2	Lernen in Stufen	26
1.5	Funktionsbegriff im Unterricht – im Speziellen trigonometrische Funktionen..	30
2	Neue Medien und Lernpfad	32
2.1	Neue Medien - Definition	32
2.2	Rechtfertigung Einsatz Neuer Medien im Lehrplan.....	32
2.3	Lernpfad - Definition	34
2.4	Legitimation für den Lernpfadeinsatz	35
2.5	Medienvielfalt im Mathematikunterricht - Projektvorstellung	37
3	Vorstellung Lernpfad „Trigonometrische Funktionen“	38
3.1	Allgemeine Informationen	38
3.2	Didaktisches Kommentar	38
3.2.1	Aufbau des Lernpfads	39
3.2.2	Genderaspekt	39
3.2.3	Hefteintrag	40
3.2.4	Aufgaben und Lösungen	40
3.2.5	Methoden.....	40
3.2.6	Spiele.....	41
3.3	Kompetenzen.....	42
3.4	Vorstellung einzelner Stationen	43
3.4.1	Station 1: Einfluss der Parameter.....	44
3.4.2	Station 2: Bestimmung der Funktionsgleichung und mehr.....	47
3.4.3	Anwendungen.....	49
4	Bewertung Lernpfad „Trigonometrische Funktionen“	52
4.1	Beobachtung Schüler/innen.....	52
4.1.1	Verbesserungsvorschläge der Schüler/innen	54

4.1.2	Zusammenfassung und Schlussfolgerung	54
4.2	Analyse und Verbesserungsvorschläge der Student/innen	55
4.3	Fazit.....	56
6	Abbildungsverzeichnis	57
7	Literaturverzeichnis.....	58
Anhang		62
Abstract		62
Beobachtungsbogen		63
Lebenslauf		73

Einleitung

Diese Diplomarbeit entstand aus meinem Bestreben heraus, dass ich ein mathematisches Thema behandeln wollte und gleichzeitig auch ein Teil der Informatik vorkommen sollte. So entstand die Idee der Behandlung eines Lernpfads. Die Wahl fiel dann auf den Lernpfad „Trigonometrische Funktionen“ und so ist auch das Theoriekapitel entstanden: Die Begriffsbildung in der Mathematik, im Speziellen zum Begriff Funktion. Wie lernen die Schüler/innen den Begriff Funktionen und wie sollen wir Lehrer/innen den Unterricht aufbauen, damit die Schüler/innen den bestmöglichen Erfolg bei der Begriffsbildung erzielen? Im zweiten Theoriekapitel geht es um Neue Medien und Lernpfad. Was ist das eigentlich und kann man diese Begriffe definieren? Ich gehe auch auf die Definitionsschwierigkeiten eines Lernpfads ein und beschreibe danach den von mir verwendeten Lernpfad zu trigonometrischer Funktionen.

Ich habe im Laufe meiner Arbeit Schüler/innen der 6. Klasse AHS bei der Bearbeitung des Lernpfads beobachtet. Die Analyse dieser Beobachtung und ob sich die Theorie widerspiegelt, wird im vierten Teil der Diplomarbeit behandelt. Des Weiteren habe ich Student/innen der Fakultät für Mathematik der Universität Wien darum gebeten, eine Bewertung durchzuführen. Auch diese Ergebnisse und Verbesserungsvorschläge werde ich am Ende aufgreifen.

1 Begriffsbildung in der Mathematik

1.1 Begriffsbildung aus kognitionspsychologischer Sicht

Im folgenden Kapitel möchte ich die Theorie der „Kognitiven Mathematik“ von Inge Schank vorstellen.

„Wir unterscheiden bei einem Menschen, der sich in seiner Umwelt mittels Kognition Orientierung verschafft, zwischen dem Einsatz einer prädikativen und einer funktionalen kognitiven Struktur. Wir vermuten, dass nicht beide Anteile bei allen Menschen gleich stark ausgeprägt sind.“ (Schwank 1996, S 171)

Diese Strukturen skizziert Schwank wie folgt: („Kognitive Mathematik“ [Online-Ressource])

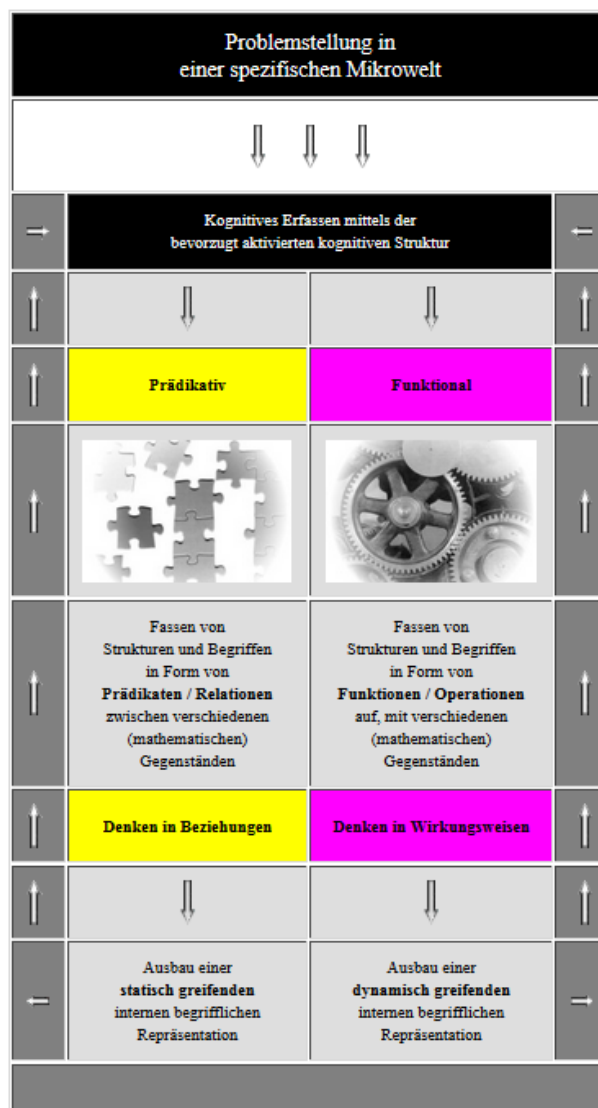


Abbildung 1: Theorie prädikativer und funktionaler Strukturen, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 8

Ein Mensch kommt in Berührung mit einer spezifischen Umgebung, in unserem Fall mit einer Unterrichtsumgebung. Hierbei spricht Schwank von einer Mikrowelt, in der speziell der Erwerb von Inhalten didaktisch ausgestaltet ist. (vgl. Schwank, Kognitive Mathematik)

Im *prädikativen* Fall werden Anwendungen von charakterisierenden Eigenschaften und relationalen Beziehungen verwendet, um die (komplexen) Strukturen zu analysieren. Als bildliche Metapher wird das Puzzle verwendet und als Überschrift „Denken in Beziehungen“. Es geht also darum, die Dinge abstrakt mithilfe ihrer Kerneigenschaften zu nehmen und für ein geordnetes Nebeneinander zu sorgen.

Im *funktionalen* Fall kommt es nicht auf statische, relationale Nachbarschaften an, sondern auf das Aufeinander-Einwirken unter Berücksichtigung der Konsequenzen. Als bildliche Metapher hat Schwank ein Zahnradgetriebe gewählt und als Überschrift „Denken in Wirkungsweisen“. Es kommt darauf an, Einflussgrößen zu erkennen und diese dann zu einem funktionsfähigen Prozess zu gestalten.

Menschen tendieren dazu bevorzugt eine prädikative bzw. eine funktionale Brille aufzusetzen. Das lässt sich mit einem sich selbst verstärkenden Kreislauf erklären. Ist man einmal auf einer der beiden Schienen, so hat man bei der nächsten Situation gerade mehr prädikative bzw. funktionale „Werkzeuge“, um diese zu meistern. (vgl. Schwank, Kognitive Mathematik)

Nun folgen Beispiele aus einem Test von Inge Schwank zur Bestimmung der individuellen kognitiven Struktur.

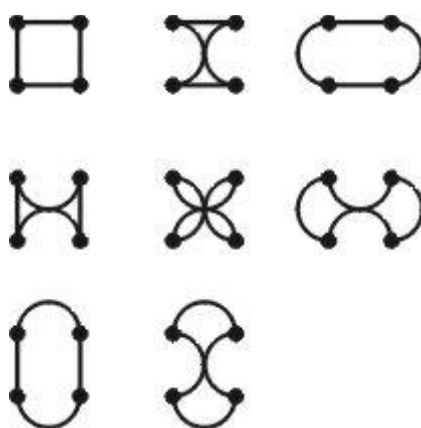


Abbildung 2: QuaDiPF C-18¹, Beispiel, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 9

Bei diesem Beispiel fehlt unten rechts ein Element. Man soll dieses finden und dabei auch auf die Begründung achten, warum man von der Lösungsfigur überzeugt ist.

¹ QuaDiPF: Schank Inge, Qualitative Diagnostical Instrument for Predicative versus Functional Thinking. Test Set, Ver. A-D. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik Osnabrück.

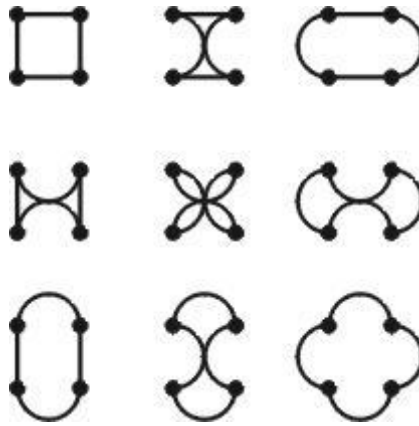


Abbildung 3: QuaDiPF C-18, Lösung, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 10

Diese Aufgabe lässt sich sowohl prädikativ als auch funktional lösen.

Prädikativer Lösungsweg:

Bei einer prädikativen Lösung werden die einzelnen Figuren auf ihre charakteristischen Eigenschaften untersucht und dann zueinander in Beziehung gesetzt. (Schwank, Kognitive Mathematik)

Wenn man das Bild zeilenweise betrachtet, fällt auf, dass Boden und Deckel der Figuren gleich bleiben.

- In der ersten Zeile sind Boden und Deckel jeweils eine gerade Linie.
- In der zweiten Zeile ist der Boden immer ein nach unten offener Halbkreis, der Deckel immer ein nach oben offener Halbkreis.
- In der dritten Zeile ist der Boden immer ein nach oben offener Halbkreis, der Deckel immer ein nach unten offener Halbkreis.

Spaltenweise betrachtet gilt eine analoge Argumentation für die linke und rechte Seitenwand. (Schwank, Kognitive Mathematik)

Funktionaler Lösungsweg:

Bei der funktionalen Lösung werden die Prozessabläufe analysiert.

Zeilenweise können die Figuren in eine „Entstehungsgeschichte“ eingebunden werden. Hierbei werden die Linien als Gummibänder aufgefasst, an denen herumgezogen wird. In den Zeilen wird das Gummiband an den Seiten zuerst nach innen und dann nach außen gezogen.

Spaltenweise funktioniert diese Denkweise genauso, nur diesmal findet der Verformungs-Prozess bei Deckel und Boden statt. (vgl. Schwank, Kognitive Mathematik)

Zweites Beispiel:

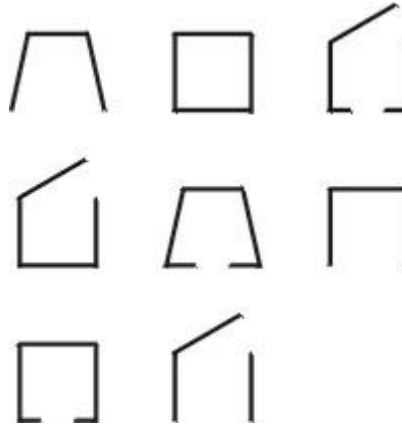


Abbildung 4: QuaDiPF C-27, Beispiel, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 11

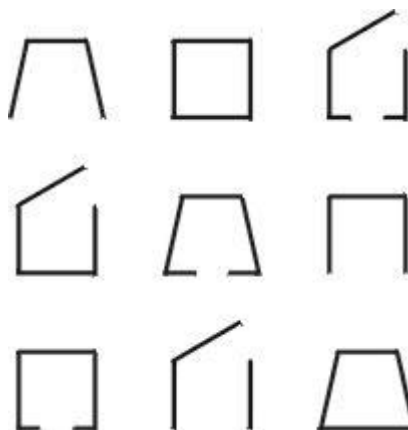


Abbildung 5: QuaDiPF C-27, Lösung, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 12

Dieses Beispiel lässt sich laut Schwank nur prädikativ gut lösen. Eine prädikative Vorgehensweise ist, die vorgegebenen Figuren in Mengen einzuteilen. Bei diesem Beispiel wären die Quadrate Häuser und Trapeze. Jede der „Mengen“ besteht aus drei Elementen mit jeweils unterschiedlichem Boden.

Drittes Beispiel:

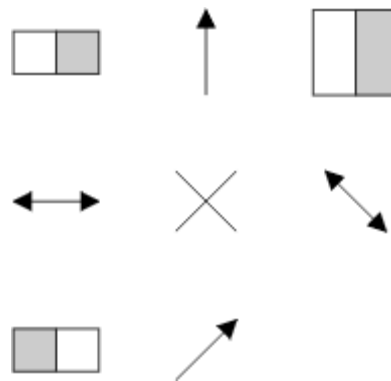


Abbildung 6: QuaDiPF C-17, Beispiel, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 13

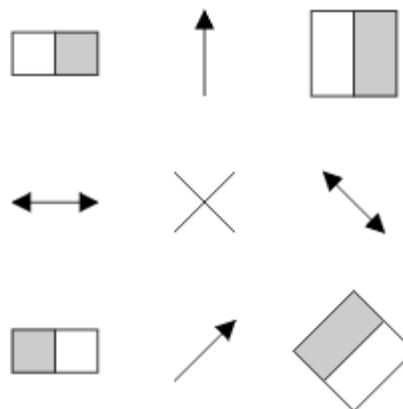


Abbildung 7: QuaDiPF C-17, Lösung, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 14

Dieses dritte Beispiel lässt sich nur funktional lösen und wird deshalb auf Prozessabläufe hin analysiert. In der jeweiligen mittleren Spalte bzw. Zeile erkennt man die „Werkzeuge“, die angeben, was mit den restlichen Symbolen passiert.

In der ersten Zeile wird ein Vergrößerungsoperator angewendet. In der zweiten Zeile wird ein Drehoperator verwendet und in der dritten ein kombinierter Dreh-Vergrößerungsoperator.

Ähnlich funktioniert auch das Prinzip in den Spalten. Hier werden zuerst die Seiten getauscht, dann gedreht und in der dritten Spalte kommt eine Kombination aus beiden vor. (Schwank, Kognitive Mathematik)

Auf der Seite von Inge Schwank findet man noch zahlreiche weitere Beispiele zu kognitiven Strukturen.

1.1.1 Geschlechtsspezifischer Aspekt

Inge Schwank hat 1994 in einem Artikel für das Zentralblatt für Didaktik der Mathematik die kognitiven Mechanismen mathematischer Begriffsbildung unter geschlechtsspezifischen Aspekt analysiert. Es stellt sich in diesem Artikel heraus, dass Mädchen eher ein prädikatives, Jungen dagegen eher ein funktionales Verhalten zeigen. Sie gibt dann auch einen Ausblick, wie man diese Erkenntnisse im Mathematikunterricht umsetzen kann. Sie verweist am Beginn auf eine Studie von Goldstein et. al. (1990), in der folgende Beobachtung gemacht wurde:

Mädchen schneiden ebenso gut ab wie Jungen, wenn man ihnen bei der Aufgabenlösung mathematischer Probleme mehr Zeit lässt.

Ähnliche Beobachtungen gab es bei einer Osnabrücker Studie zum mathematischen Verständnis und zur algorithmischen Begriffsbildung bei Mädchen. Es zeigte sich, dass Jungen schneller an eine Aufgabe herangehen, mehr ausprobieren, während Mädchen länger überlegen und vorher versuchen, die Strukturen zu erkennen. (Schwank 1994, S. 32)

Schwank berichtet auch über differentialpsychologische Studien mit Jugendlichen zum Erlernen mathematischer Begriffe während der Konstruktion und Analyse von Algorithmen. Folgende allgemeine Hypothesen standen zur Überprüfung an: (Schwank 1994, S. 33)

Hypothesen:

- Versuchspersonen zeigen einen individuell unterschiedlichen, von der Mikrowelt abhängigen Lernerfolg bei der Bildung mathematischer Begriffe. Der Erfolg beim Problemlösen hängt davon ab, in welcher Mikrowelt das Problem gestellt wird.
- Versuchspersonen zeigen stabil über die 3 Untersuchungsstunden hinweg Präferenz für prädikative oder funktionale Konstruktionen mathematischer Begriffe.
-

Hypothesen geschlechtsspezifischer Unterschiede:

- Verhaltensweisen, denen prädikative oder funktionale kognitive Strukturen zugrunde liegen, sind über die Geschlechter nicht gleichmäßig verteilt.
- Fast alle weiblichen Versuchspersonen zeigen prädikative Verhaltensweisen.

- Es gibt mehr männliche Versuchspersonen, die funktionale Verhaltensweisen zeigen als solche mit prädikativen.

Es wurden drei Mikrowelten „konstruiert“, in denen die Versuche durchgeführt wurden. Es wurden folgende Materialien verwendet:

- Stäbchenbewegung an der Registerkiste
- Rechennetze in Gestalt dynamischer Labyrinth
- Registermaschinen-Programme

In diesen Mikrowelten sollten die Versuchspersonen einfache elementare Algorithmen lösen. Untersucht wurden zwei Gruppen aus Deutschland. Einerseits 10 Schülerinnen (Durchschnittsalter 13 Jahre) aus der Realschule und 32 Schülerinnen und Schüler (12 Jahre) aus dem Gymnasium. Außerdem wurde eine Gruppe von 18 Personen (13 Jahre) aus China getestet.

Als Ergebnis der Untersuchung konnte festgestellt werden, dass alle oben genannten Hypothesen bestätigt wurden. Zu den geschlechtsspezifischen Fragestellungen wurde folgende Tabelle angeführt:

	Mädchen Σ 27		Jungen Σ 11	
	prädikativ	funktional	prädikativ	funktional
Realschule	9	1	-	-
Gymnasium	11	2	2	5
China	3	1	0	4
Summe	23	4	2	9

Tabelle 1: Verteilung prädikativer/funktionaler kognitiver Strukturen bei Mädchen und Jungen, Schwank 1994, S. 35

Auffällig in den Untersuchungen ist, dass sich Mädchen typischerweise prädikativ, Jungen eher funktional verhalten. Dieses gilt für die Mädchen sowohl unabhängig von der betrachteten Leistungshöhe als auch von der zugehörenden Kultur (Schwank 1994, S. 35). Inge Schwank behandelt 1990 auch Bezüge, die das Verhalten von Mädchen im Bereich Mathematik/Naturwissenschaften/Computer in der Schule betreffen. Ich möchte hierzu nur ein paar Querbezüge anführen. Bei Jungen wurde das „spielerische Ausprobieren“ am Computer beobachtet. Die einzelnen Schritte werden nicht im Kopf durchgespielt, sondern es wird sofort ausprobiert. Negative Effekte werden toleriert und sie lernen daraus, wie man es

nicht macht. Dieses Verhalten ist typisch für funktionale kognitive Orientierung. Bei Mädchen ist ein eher prädikatives Verhalten sichtbar. Sie warten zuerst ab und suchen den Gesamtzusammenhang. Typisch für prädikatives Verhalten ist die Sichtung der Lage nach Strukturmerkmalen durch den Aufbau und die Anwendung von Konzepten. Je gründlicher vorgegangen wird, desto länger wird man auf äußere „Schritte“ warten müssen. Deshalb werden Mädchen zu Unrecht als „unsicher“ charakterisiert, was den Umgang mit dem Computer angeht. (vgl. Schwank 1994, S. 35)

Bei der späteren Analyse des Lernpfads werde ich darauf eingehen, ob sich im Umgang mit den Aufgaben ein geschlechtsspezifisches Verhalten der Schüler/innen beobachten ließ.

1.2 Zum Begriff Funktion

Im folgenden Kapitel wird der Begriff Funktion näher betrachtet. Wie hat sich der Funktionsbegriff historisch entwickelt? Auf was muss im Unterricht geachtet werden, um den Schüler/innen die Bedeutung der Funktionen in der Mathematik verständlich zu machen? Hierzu werde ich auf Modelle von Vollrath für das Lernen des Funktionsbegriffs eingehen.

1.2.1 Entwicklung des Funktionsbegriffs

Dieser Abschnitt bezieht sich im Wesentlichen auf Vollraths wichtigste Etappen der historischen Entwicklung. (vgl. Vollrath 2003, S. 121ff)

- 1) Leonhard EULER (1707-1783) hat um 1750 zwei verschiedene Erklärungen des Funktionsbegriffs
 - a) Funktion y ist jeder „analytische Ausdruck“ in x . (d.h. ein Term)
 - b) $y(x)$ wird im Koordinatensystem durch eine „libero manu ductu“ (freihändig) gezeichnete Kurve definiert.
- 2) Joseph Louis LAGRANGE (1736-1813) schränkt um 1800 den Funktionsbegriff auf die „analytischen Funktionen“ ein. Diese Funktionen werden durch Potenzreihen definiert.
- 3) Jean-Baptiste FOURIER (1768-1830) vertritt die zweite EULERSCHE Definition.
- 4) Peter Gustav Lejeune DIRICHLET (1805-1859) verallgemeinert den Funktionsbegriff: „Ist in einem Intervall jedem einzelnen Werte x durch irgendwelche Mittel ein bestimmter Wert y zugeordnet, dann soll y eine Funktion von x heißen.“
- 5) Funktionsbegriff der komplexen Funktionstheorie:
 - a) Augustin Louis CAUCHY (1789-1857)
 - b) Bernhard RIEMANN (1826-1866)
 - c) Karl WEIERSTRASS (1815-1897)CAUCHY und RIEMANN sehen analytische Funktionen als Lösungen von Differentialgleichungen, WEIERSTRASS definiert sie über Potenzreihen.
- 6) Betrachtung unstetiger Funktionen.
- 7) Georg CANTOR (1845-1918) definiert den Funktionsbegriff mithilfe der Mengentheorie.

Das sind laut Vollrath die wichtigsten Etappen der Funktionsgeschichte. Diese vielen Möglichkeiten haben aber auch Mathematiker wie zum Beispiel Hermann Weyl (1885-1955) zu folgender Aussage verleitet: „Niemand kann erklären, was eine Funktion ist.“ (vgl. Malle 1996, S. 6).

Aus diesem Zitat kann man schließen, dass die Entwicklung eines Begriffs niemals abgeschlossen ist und für das vollständige Verständnis eines Begriffs niemals nur die Definition reicht.

Zum besseren Verständnis helfen die Eigenschaften der Funktionen. Es gibt eine Vielzahl von diesen Eigenschaften. Hier ein Überblick derer, die in der Schule relevant sind.

1.2.2 Funktionseigenschaften

Vollrath gibt in seinem Werk „Algebra in der Sekundarstufe“ einen guten Überblick zu den Funktionseigenschaften. Hier folgt nun eine kurze Adaption mit Beispielen. (vgl. Vollrath 2003, S. 123)

1) Art der Termdarstellung

Wie oben erwähnt, stand am Anfang der geschichtlichen Entwicklung des Funktionsbegriffs der Zusammenhang zweier Größen. Einer Größe wird z.B. die Hälfte zugeordnet. Ist eine Funktion in Termdarstellung gegeben, dann erkennt man am Aufbau des Terms eine Eigenschaft der Funktion.

Beispiele: $f(x) = a \cdot x + b$ ist eine *lineare* Funktion

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ ist eine *quadratische* Funktion

$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ ist eine *trigonometrische* Funktion

2) Funktionalgleichung

In typischen Funktionalgleichungen können sich Eigenschaften von Funktionen ausdrücken. Die Variable f ist hier frei und die anderen Variablen sind gebunden.

Beispiele: $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ für alle $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, f ist *additiv*.

Es existiert ein $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$, sodass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $f(x + a) = f(x)$, f ist *periodisch*.

3) Aussageformen

Man kann auch Aussageformen mit f als Variable betrachten, in denen die übrigen Variablen gebunden sind.

Beispiel: Wenn $x_1 \leq x_2$, dann $f(x_1) \leq f(x_2)$, für alle $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, f ist *wachsend*.

4) Eigenschaften der Graphen

Auch geometrische Eigenschaften der Graphen kann man als Eigenschaften der Funktionen ansehen.

Beispiele: Der Graph von $x \rightarrow x^2$ ist eine *Parabel*, die *symmetrisch* zur *y-Achse* ist.

Die Sinus-Kurve ist *verschiebungssymmetrisch*.

1.3 Lehren des Funktionsbegriffs

Es stellt sich nun die Frage, ob es günstiger ist, beim Lehren von Begriffen von einem Oberbegriff zu einem Unterbegriff zu gelangen oder umgekehrt. Das lässt sich im Allgemeinen nicht beantworten. Für den Funktionsbegriff würde das bedeuten, dass man mit einer allgemeinen Definition des Funktionsbegriffs beginnen müsste und erst danach dürfte man spezielle Funktionen betrachten. Aber auch historisch hat sich ja der Begriff durch Verallgemeinerung entwickelt. Wie geht man also im Unterricht vor? Gibt es die „beste Lösung“? Zunächst ist zu klären, welche didaktischen Ziele man mit dem Lehren des Funktionsbegriffs verfolgt. Das heißt, wie man die derzeitigen Probleme der Schüler/innen mit dem Funktionsbegriff verringern kann.

Zusammenfassung von Schüler- und Schülerinnenprobleme mit dem Funktionsbegriff nach einem Aufsatz von Pickert (1956, S 394-397) und einer Arbeit von Müller-Philipp (1994)

- Es wird nicht klar zwischen Funktion und Kurve unterschieden, z. B. wird $x - y = 1$ als Funktionsgleichung einer bestimmten Geraden bezeichnet, analog $x^2 + y^2 = 1$ als Funktionsgleichung (!) eines Kreises.
- Funktion und Umkehrfunktion werden unklar behandelt. Es wird unter anderem behauptet, dass man die Umkehrung von $y = x - 1$ durch die Umformung in $x = y + 1$ erhalte.
- Eingengtes Variablenverständnis.
- Das Überbetonen von Funktionsgleichung führt zu dem Missverständnis, nur mithilfe von Gleichungen könne man Funktionen definieren.
- Da fast nur auf $\mathbb{R}$ definierte Funktionen behandelt werden, wird nicht gesehen, dass beliebige Zahlenmengen als Definitionsbereiche vorkommen können.

- Es wird nicht deutlich, dass Funktionen besondere Relationen sind.
- Auch Folgen werden nicht als Funktionen erkannt (mit Definitionsbereich $\mathbb{N}$).
- Es wird häufig Funktionswert und Funktionsname verwechselt. $f \neq f(x)$
- Viele Schüler/innen können keine korrekte Definition für den Begriff Funktion angeben.
- Bei der Frage nach einem Beispiel für eine Funktion fällt vielen nur die lineare Funktion ein.
- Bei vielen Schüler/innen ist Funktion geprägt als Abhängigkeitsbeziehung, als eine Gleichung oder Formel oder als „ordentlicher“ Graph.
- Stückweise definierte Funktionen, konstante Funktionen oder welche mit Knickstellen werden nicht als Funktionen „akzeptiert“

Pickert zieht folgende Konsequenzen für den Unterricht (Pickert 1958/59, S 223-224; Pickert 1969, S 40-98):

- Es wird zwischen der Funktion und ihrem Graphen unterschieden.
- Kurven werden darauf untersucht, ob sie Graphen von Funktionen sind.
- Funktionen werden als Mengen von Paaren auf vielfältige Art angegeben: durch Aufzählung der Elemente, durch eine charakterisierende Aussageform, durch eine Gleichung, durch Terme, durch Fallunterscheidungen.
- Definitions- und Wertebereiche einer Funktion werden hervorgehoben. Die Definitionsbereiche werden variiert, vor allem auch endliche Mengen.
- Funktionen werden als rechtseindeutige Relationen, Folgen als Funktionen mit Definitionsbereich $\mathbb{N}$ behandelt.
- Es wird eine ganze Fülle von Veranschaulichungen entwickelt: z. B. Graphen, Pfeildiagramme, Tabellen. (Computereinsatz!)
- Funktionen werden auch als mathematische Objekte betrachtet, die verglichen und verknüpft werden können.

1.3.1 Funktionales Denken

Unter funktionalem Denken versteht man einen bestimmten gedanklichen Umgang mit Funktionen. (Vollrath 2003, S 129) In diesem Kapitel werde ich drei Grundvorstellungen zu funktionalen Abhängigkeiten vorstellen.

1) Zuordnungscharakter

„Durch Funktionen beschreibt oder stiftet man Zusammenhänge zwischen Größen: einer Größe ist dann eine andere zugeordnet, so dass die eine Größe als abhängig von der anderen gesehen wird.“ (Vollrath 2003, S 129)

Der Zuordnungscharakter beschreibt also eine eindeutige Zuordnung und eine Abhängigkeit von Größen. Dieser Zuordnungsaspekt kann mit verschiedenen Darstellungsformen veranschaulicht werden.

Zum Beispiel mithilfe einer Wertetabelle:

x	f(x)
-3	9
-2	4
0	0
1	1
2	4

→
Zuordnung

Wie man schnell erkennt, handelt es sich um den Funktionsterm $f(x) = x^2$.

↖
Zuordnung

Auch mit GeoGebra² kann man den Zuordnungscharakter gut darstellen. Die Schüler/innen können den Punkt X_0 verschieben und sehen, wie sich Y_0 verändert.

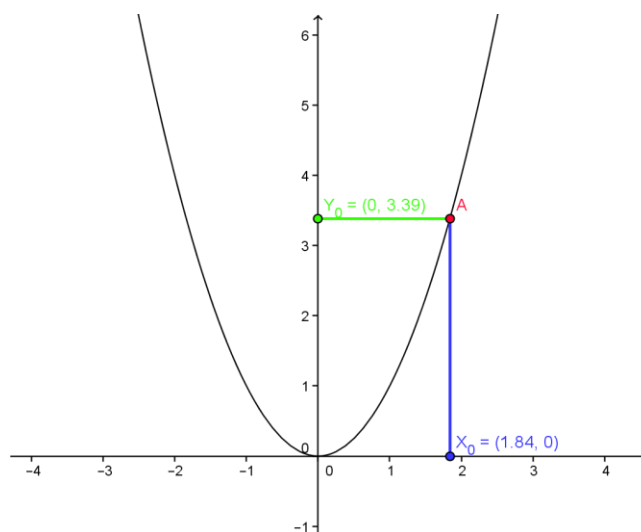


Abbildung 8: GeoGebra Zuordnungscharakter, Quelle: eigene Grafik

² <http://www.geogebra.org/cms/de/>

Typische Fragestellungen zum Zuordnungsaspekt sind: (Malle 2000, S 9)

- Welches $f(x)$ gehört zu einem bestimmten x ?
- Welches x gehört zu einem bestimmten $f(x)$?

2) Kovariations- oder Änderungsverhalten

„Durch Funktionen erfasst man, wie sich Änderungen einer Größe auf die abhängige auswirken.“ (Vollrath 2003, S 130)

Zum Zuordnungsaspekt kommt nun der Aspekt der Veränderung hinzu. Das heißt, wenn sich x verändert, dann verändert sich auch $f(x)$ in einer bestimmten Art und Weise. Im Gegensatz zum Zuordnungscharakter, bei dem man einzelne Punkte-Paare des Graphen betrachtet, sieht man sich beim Kovariationsverhalten die Veränderung des Graphen auf einem Intervall an.

	x wird größer					
x	-3	-2	-1	0	1	2
f(x)	9	4	1	0	1	4
	$f(x)$ wird kleiner			$f(x)$ wird größer		

Tabelle 2: Kovariationsverhalten, Quelle: eigene Darstellung

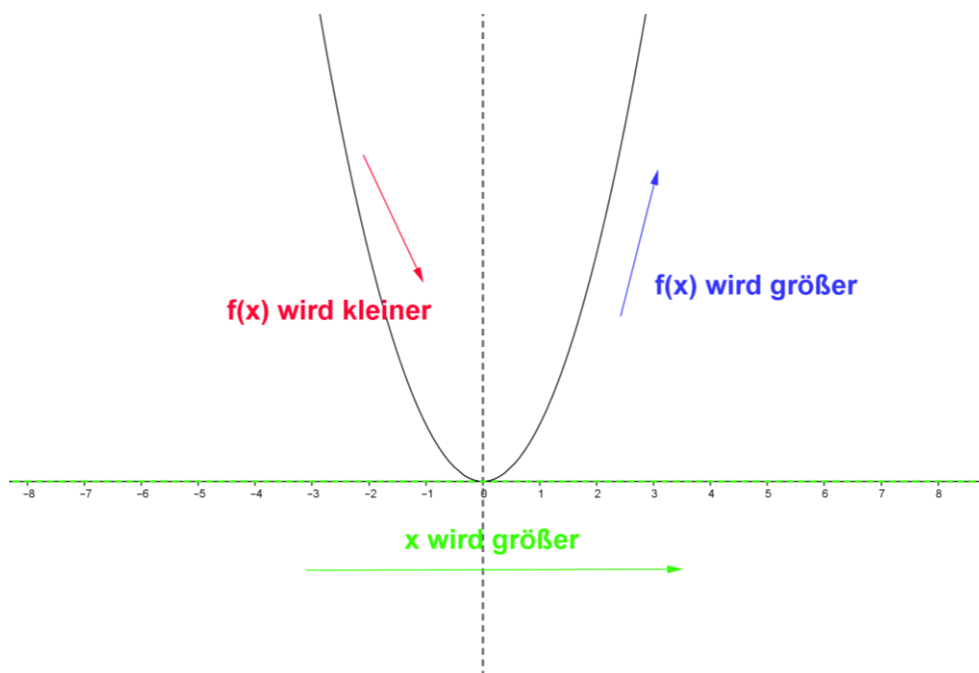


Abbildung 9: GeoGebra Kovariation, Quelle: eigene Grafik

Typische Fragestellungen zum Kovariationsaspekt sind: (Malle 2000, S 9)

- Wie ändert sich $f(x)$, wenn x wächst?
- Wie muss sich x ändern, damit $f(x)$ fällt?
- Wie ändert sich $f(x)$, wenn x verdoppelt wird?
- Wie muss x geändert werden, damit sich $f(x)$ verdreifacht?
- Wie ändert sich $f(x)$, wenn x um 1 erhöht wird?

3) Sicht als Ganzes

Mit Funktionen können Zusammenhänge als Ganzes betrachtet werden.

Zum Beispiel:

Man betrachtet nicht mehr nur einzelne Wertpaare, sondern die Menge aller Wertpaare. Die Betrachtung des Graphen führt zu einer Sicht des Ganzen. (Vollrath 2003, S 130)

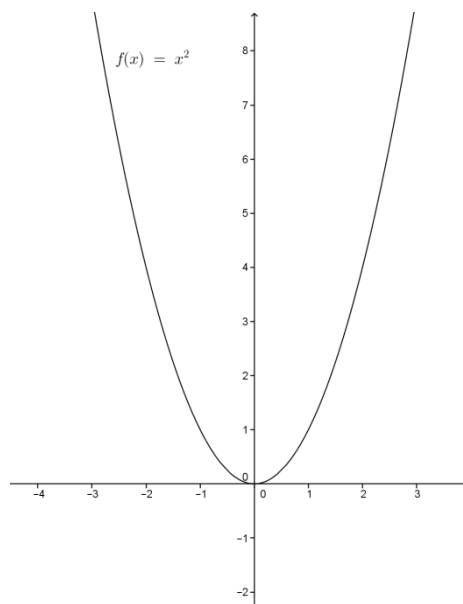


Abbildung 10: GeoGebra Sicht als Ganzes, Quelle: eigene Grafik

Zusammenhang zwischen Zuordnung und Kovariation

	x	f(x)
Kovariation ↑ ↓	-3	9
	-2	4
	0	0
	1	1
	2	4
	→ Zuordnung	

An dieser Wertetabelle sieht man sehr schön, wie der Zuordnungs- bzw. Kovariationsaspekt auftritt. Man kann diese Tabelle „waagrecht“ (zeilenweise) lesen und kann dabei für jedes x das zugehörige $f(x)$ ermitteln (Zuordnungscharakter). Andererseits kann man sie auch „senkrecht“ (spaltenweise) betrachten und dabei ermitteln, wie sich $f(x)$ verändert, wenn sich x in einer bestimmten Weise verändert (Kovariationsaspekt). Auch am Graphen (siehe oben) kann man beide Aspekte erkennen. Man kann für bestimmte x das zugeordnete $f(x)$ aus dem Graphen ablesen (Zuordnungsaspekt) oder auch erkennen, wie sich $f(x)$ verändert, wenn x zum Beispiel größer wird. Am Graphen sieht man auch den Sachverhalt der „Sicht als Ganzes“ am besten, denn hier kann man das ganze Objekt (alle Wertepaare) betrachten. (vgl. Malle 2000, S 8)

In den Schulbüchern findet man meist leider nur den Zuordnungsaspekt, wie diese zwei Definitionen des Funktionsbegriffs zeigen.

"Eine Zuordnung f zwischen zwei Mengen A und B , die jedem $x \in A$ genau ein $y \in B$ zuweist, heißt Funktion: $y = f(x)$."

(Reichel et al. 2010, S 109).

„Sei A eine Menge von reellen Zahlen. Wird jeder Zahl $x \in A$ genau eine Zahl $y \in \mathbb{R}$ zugeordnet, so heißt die Zuordnung (reelle) Funktion.“

(Malle et al. 2010, S 126).

Verschiedene Darstellungsformen

„Die Ausprägung des funktionalen Denkens zeigt sich an der Fähigkeit in unterschiedlichen Darstellungen von Funktionen das Ganze der Funktion zu erfassen und in der Fähigkeit, vom Einzelnen aufs Ganze und umgekehrt vom Ganzen aufs Einzelne umzuschalten.“ (Vollrath 1989, S 17)

Vollrath meint mit diesem Zitat, dass es nicht nur wichtig ist, die Darstellungsformen zu kennen, sondern auch zwischen ihnen wechseln zu können. Das heißt, die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen den verschiedenen Darstellungen (Graph, Tabelle, etc.) umschalten und auch die Funktion als Objekt (als Ganzes) erkennen, beziehungsweise von einem Ausschnitt der Funktion auf deren Verlauf schließen können.

Auch in den aktuellen Grundkompetenzen des BIFIE³ findet man Vollraths Vorstellungen wieder.

Hier ein Auszug zu den trigonometrischen Funktionen. (Praxishandbuch Mathematik, S 17)

Sinusfunktion, Cosinusfunktion

- Grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge der Art $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ als Allgemeine Sinusfunktion erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können.
- Aus Graphen und Gleichungen von Allgemeinen Sinusfunktionen Werte (paare) ermitteln und im Kontext deuten können.
- Die Wirkung der Parameter a und b kennen und die Parameter im Kontext deuten können.
- Periodizität als charakteristische Eigenschaft kennen und im Kontext deuten können.
- Wissen, dass $\cos(x) = \sin(x + 2)$.
- Wissen, dass gilt: $[\sin(x)]' = \cos(x)$, $[\cos(x)]' = -\sin(x)$.

Man sieht hier sehr schön, dass Vollraths Vorstellungen auch noch auf den heutigen Unterricht zutreffen. Der Wechsel der Darstellungsformen ist bei den funktionalen Abhängigkeiten genauso wichtig, wie auch die Interpretation und Wirkung der einzelnen Parameter einer Funktion. Natürlich kommen diese Kompetenzen auch bei den anderen Funktionstypen vor. Es gibt auch einen einzelnen Inhaltsbereich Funktionale Abhängigkeiten, in dem genau das verlangt wird, auf das beim Lehren des Funktionsbegriffs so großen Wert gelegt werden soll. (vgl. Pickert oben) Dessen Konsequenzen für den Unterricht aus dem Jahr 1958/59, beziehungsweise 1969 decken sich beinahe mit den Grundkompetenzen des BIFIE. (Praxishandbuch, S 14) Man kann also erkennen, dass sich die Vorstellungen vom Lehren des Funktionsbegriffs nicht groß verändert haben. Nur die tatsächliche Umsetzung im Unterricht hat sich in den letzten Jahren verändert, da es unter anderem zu vermehrtem Technologieeinsatz im Mathematikunterricht kommt. Dazu aber später mehr.

³ Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

1.4 Lernmodelle für den Funktionsbegriff

In diesem Kapitel möchte ich auf zwei Lernmodelle von Hans-Joachim Vollrath eingehen. Einerseits sollen den Schüler/innen die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Arten von Funktionen leichter fallen. Andererseits soll ein Begriffsnetz entstehen und mithilfe dessen sollen neue Funktionsarten einfacher in dieses Netz integriert werden können.

1.4.1 Lernen durch Erweiterungen

Beim Lehren des Funktionsbegriffs wird man sehr häufig ein Lernen durch Erweiterungen planen. Die einzelnen Funktionstypen entwickeln sich über die einzelnen Jahrgangsstufen und die Schüler/innen lernen eine ständige Erweiterung des Funktionsbegriffs kennen. Die wichtigsten Grenzüberschreitungen laut Vollrath sind: (vgl. <http://www.schulalgebra.de/>)

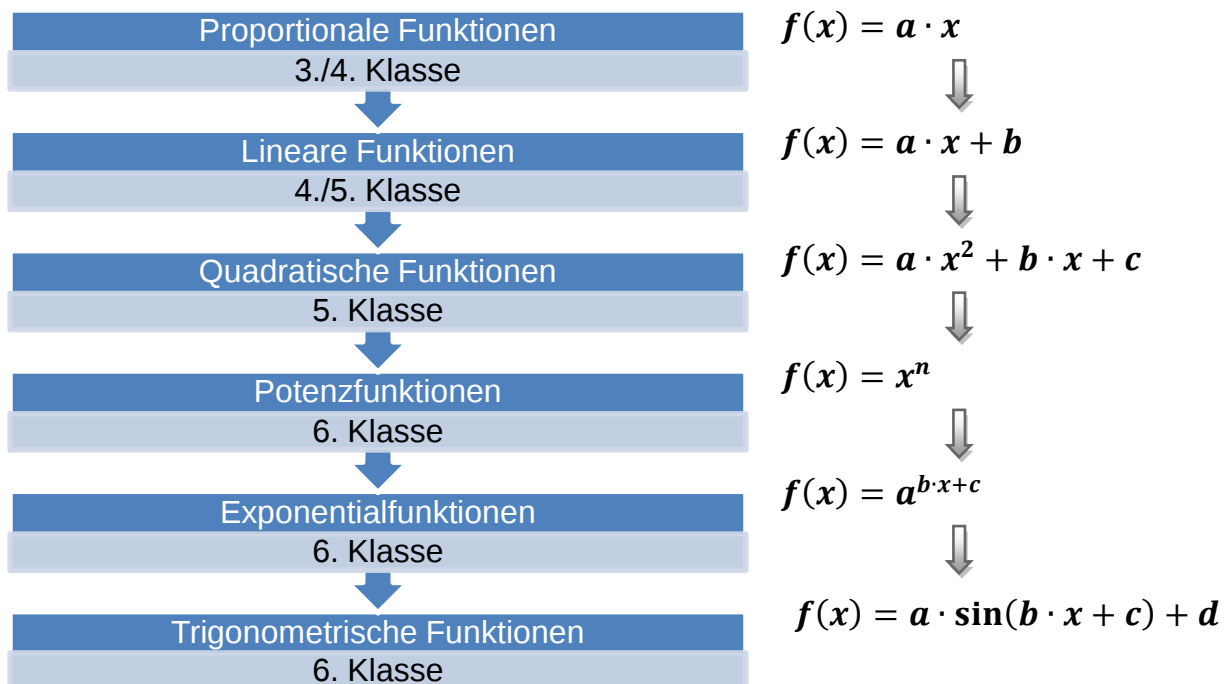


Abbildung 11: Lernen durch Erweiterungen, Quelle: eigene Darstellung, vgl. <http://www.schulalgebra.de/>

Diese Einteilung ist sinnvoll, weil die einzelnen Funktionen aufeinander aufbauen und die Schüler/innen bei neuen Stoffgebieten auf bisheriges Wissen zurückgreifen können. Außerdem ist im Lehrplan der AHS Unter- und Oberstufe diese Reihenfolge vorgesehen.

1.4.2 Lernen in Stufen

Im folgenden Teil beziehe ich mich auf Vollraths Algebra in der Sekundarstufe (2003, S 141 ff) und auf meine Mitschrift der Schulmathematik-Vorlesung Arithmetik und Algebra von Frau Prof. Süss-Stepancik im Wintersemester 2011.

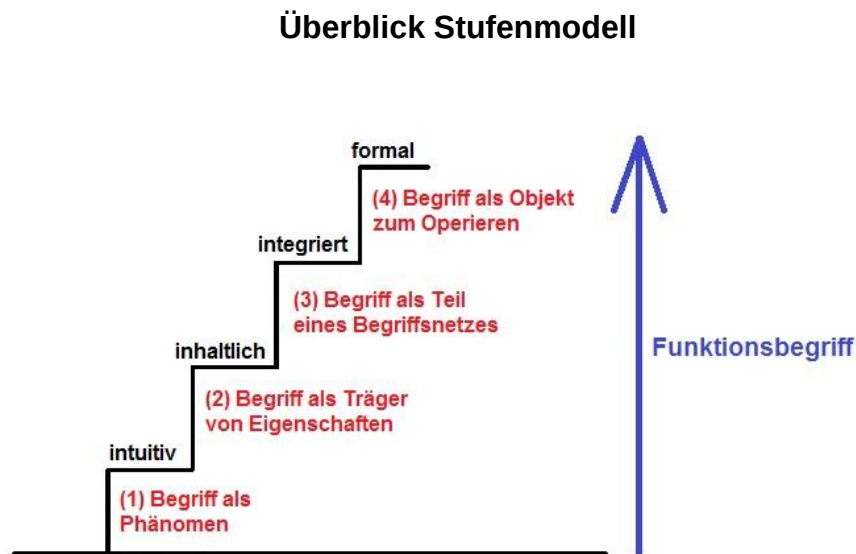


Abbildung 12: Stufenmodell Funktionsbegriff, Quelle: eigene Darstellung

1. Stufe: Der Begriff als Phänomen

- (1) Schüler/innen können Zusammenhänge zwischen Größen erkennen und mithilfe des Funktionsbegriffs beschreiben.
- (2) Schüler/innen kennen wichtige Beispiele von Funktionen.
- (3) Mit dem Funktionsbegriff sind verschiedene Vorstellungen verbunden. (Kurve, Schaubild, Pfeildiagramm, Tabelle)
- (4) Schüler/innen können Funktionen zum Lösen einfacher Probleme verwenden.
- (5) Schüler/innen haben die Eindeutigkeit der Zuordnung als kennzeichnende Eigenschaft erkannt und kennen die Begriffsbezeichnung „Funktion“.

Das Verständnis dieser Stufe wird als *intuitives* Verständnis des Funktionsbegriffs bezeichnet.

Beispiel:

Maria hat im Herbst Blumenzwiebeln im Garten vergraben. Aufgrund ihrer Aufzeichnungen weiß Maria, dass sie insgesamt 72 Blumenzwiebeln (50 Krokusse,

22 Tulpen) vergraben hat. An einem Märztag entdeckt sie 2 blühende Krokusse im Garten. Jeden Tag kommen 4 weitere Krokusse dazu.

Halte in einer Tabelle fest, wie sich die Anzahl der Krokusse entwickelt.

Das ist ein Beispiel für die 1. Klasse der Sekundarstufe I. Die Schüler/innen sollen Tabellen entwickeln, den Zusammenhang zwischen Tag und Krokusse mit eigenen Worten beschreiben und Daten in ein Koordinatensystem darstellen können. Außerdem kann man Folgendes thematisieren: Glaubst du, dass jeden Tag genau 4 Krokusse aufblühen? Wann sind alle Krokusse aufgeblüht? Wie viele sind dann schon verblüht? Wie verhält sich das bei den Tulpen? Wofür steht ein Punkt im Koordinatensystem, z.B. (4,14). An welchem Tag sind 16 Krokusse aufgeblüht? Und viele andere Fragen mehr. Die Schüler/innen sollen ein intuitives Verständnis für den Funktionsbegriff entwickeln.

2. Stufe: Der Begriff als Träger von Eigenschaften

- (1) Schüler/innen kennen grundlegende Eigenschaften von Funktionen.
- (2) Die Vorstellungen zu den Eigenschaften sind eng verbunden mit den Darstellungsformen (verbal, Tabelle, Graphen, Funktionsgleichungen).
- (3) Schüler/innen sollten Argumente für die erkannten Eigenschaften angeben können und entsprechende Darstellungsvorformen verwenden.
- (4) Schüler/innen können die entdeckten Eigenschaften zur Lösung von Problemen benutzen.

Das auf dieser Stufe erreichte Verständnis bezeichnet Vollraths als *inhaltliches* Begriffsverständnis.

Beispiel:

Simon veranstaltet eine Party. Er rechnet zusammen und kommt für den Partyraum, Musik, Essen, Getränke und Dekoration auf Gesamtkosten von 210 €. Simon möchte von seinen Gästen einen Eintrittspreis verlangen, damit er nicht auf den Kosten sitzen bleibt. Siehe dazu folgende Tabelle.

Anzahl der Gäste	Eintrittspreis
1	210
2	105
3	70
4	52,5
...	...

Tabelle 3: Beispiel "Begriff als Träger von Eigenschaften", Quelle: eigene Darstellung

Grafische Darstellung:

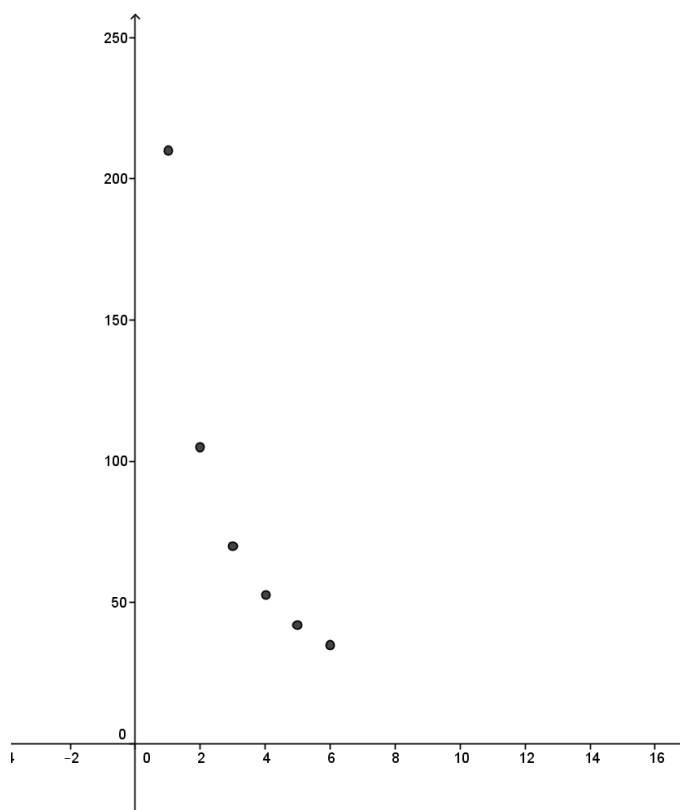


Abbildung 13: Beispiel Träger von Eigenschaften, Quelle: eigene Grafik

Bei diesem Beispiel kann man entweder keine Darstellungsform angeben und die Tabelle und den Graphen verlangen oder man gibt den Graphen vor und lässt dazu die Tabelle, den Text und die Funktionsgleichung entwickeln. Es ist zu beachten, dass man erst ganz zum Schluss mit der Funktionsgleichung (Proportionalitätsfaktor) arbeitet. Typische Fragestellungen: Was passiert mit dem Eintrittspreis, wenn sich die Gästeanzahl verdoppelt, verdreifacht, halbiert ...? Hier ist auch eine Abgrenzung zur linearen Funktion wichtig, eventuell kann man das mit einem Gegenbeispiel verdeutlichen.

3. Stufe: der Begriff als Teil eines Begriffsnetzes

- (1) Schüler/innen kennen Zusammenhänge zwischen den Eigenschaften.
- (2) Schüler/innen erkennen charakteristische Eigenschaften, sodass sie Definitionen bilden können.
- (3) Schüler/innen können Eigenschaften formal ausdrücken und in Beweisen verwenden.
- (4) Sie sollen unterschiedliche Definitionen kennen und über deren Äquivalenz Bescheid wissen.

Wir sprechen hier vom *integrierten* Begriffsverständnis.

Beispiel: Eigenschaften von Funktionen formal ausdrücken können.

In der Unterstufe wäre das steigend, fallend, konstant. In der Oberstufe kommen lokale Extrema, Wendepunkte, Periodizität, Achsensymmetrie, asymptotisches Verhalten, Schnittpunkte mit Achsen und so weiter hinzu.

4. Stufe: Der Begriff als Objekt zum Operieren

- (1) Schüler/innen kennen wichtige Verknüpfungen von Funktionen.
- (2) Sie entwickeln Vorstellungen zu den Verknüpfungen, die an verschiedene Darstellungsformen gebunden sind.
- (3) Schüler/innen kennen die Eigenschaften von Verknüpfungen und können diese begründen.
- (4) Sie verwenden die Eigenschaften von Verknüpfungen zum Operieren.

Auf dieser Stufe erreichen die Schüler/innen ein *formales* Begriffsverständnis.

Beispiel:

Die Schüler/innen sollten $f(x) = ax^2 + bx + c$ als Summe von $f_1(x) = ax^2$ und $f_2 = bx + c$ erkennen oder die Äquivalenz von $f(x) = (x - 1)(x + 3)$ und $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

Oder ein Beispiel zur Verkettung von Funktionen $(f \circ g)(x) := g(f(x))$.

$f(x) = x^2$ und $g(x) = x + 1$. Zeige, dass $f \circ g$ nicht kommutativ ist.

$$(f \circ g)(x) = f(x + 1) = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$(g \circ f)(x) = g(x^2) = x^2 + 1$$

1.5 Funktionsbegriff im Unterricht – im Speziellen trigonometrische Funktionen

In Hans-Joachim Vollraths Algebra in der Sekundarstufe wird unter anderem auch der Zugang zur Trigonometrie im Unterricht besprochen.

Die Winkelfunktionen $\sin$, $\cos$, $\tan$ und $\cot$ werden in der Trigonometrie für Berechnungen am Dreieck benutzt. Im Unterricht sind zwei verschiedene Zugänge möglich: (Vollrath 2003, S. 181)

Zugang 1:

- Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck
- Berechnungen am beliebigen Dreieck
- Winkelfunktionen am Einheitskreis
- Anwendungen der Winkelfunktionen (Schwingungen)

Zugang 2:

- Winkelfunktionen am Einheitskreis
- Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck
- Berechnungen am beliebigen Dreieck
- Anwendungen in der Physik

Im ersten Fall erklärt man die Winkelfunktionen als Seitenverhältnisse für Winkel zwischen 0° und 90° . Für das beliebige Dreieck kommt dann eine Erweiterung auf den Winkel zwischen 0° und 180° . Für Anwendungen der Winkelfunktionen findet man Formeln, mit denen dann bestimmte Problemstellungen gelöst werden können.

Im zweiten Fall beginnt man mit den Winkelfunktionen am Einheitskreis, danach entwickelt man die wichtigsten Formeln als Funktionseigenschaften und wendet diese auf Dreiecksberechnungen an.

In beiden Fällen arbeitet man die grundlegenden Eigenschaften trigonometrischer Funktionen und Beziehungen zwischen den trigonometrischen Funktionen heraus. (vgl. Vollrath 2003, S 181f)

Beispiele:

$\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$, für alle $x \in \mathbb{R}$, d.h., die Periodizität der Sinus-Funktion wird herausgearbeitet.

Oder verschiedene Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen:

$$\cos(x) = \sqrt{1 - \sin^2(x)}$$

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

$$\cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}$$

Die allgemeine Sinusfunktion $f(x) = a \cdot \sin(bx + c) + d$ kann man sehr gut mithilfe des Computers beschreiben.

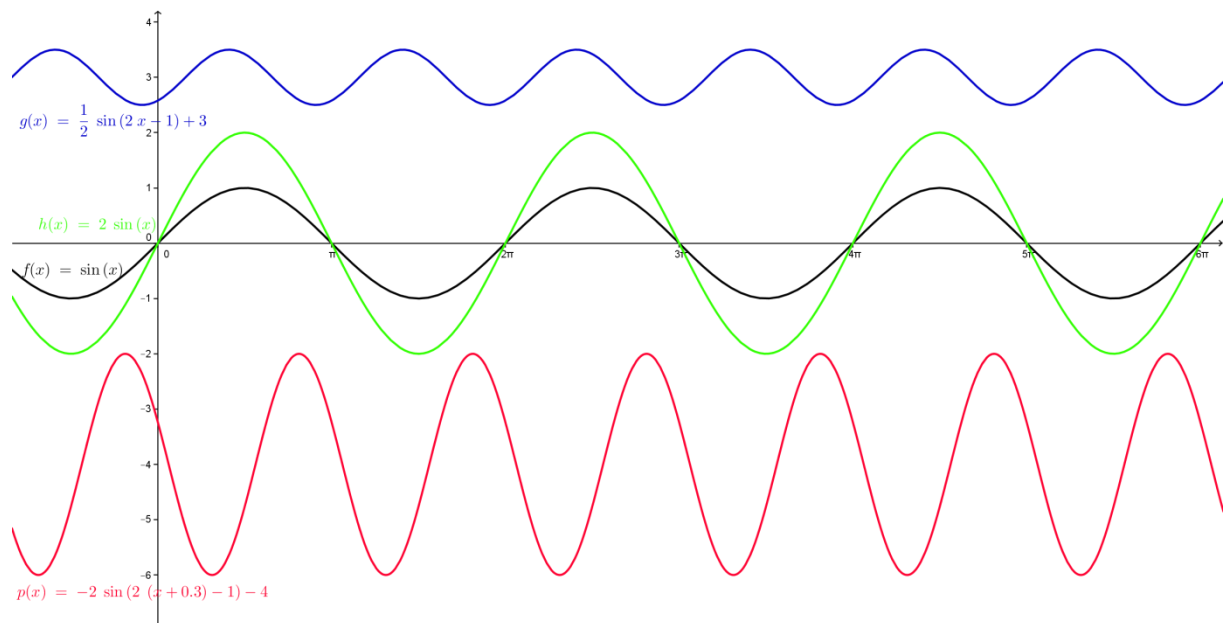


Abbildung 14: Beispiele allgemeine Sinusfunktion, Quelle: eigene Grafik

Genau deshalb habe ich bei der Wahl des Lehrpfades die trigonometrischen Funktionen gewählt. Funktionen lassen sich generell mithilfe des Computers sehr gut visualisieren und deshalb sind diese Kapitel sehr gut für die Arbeit mit dem PC geeignet. Im Folgenden möchte ich zuerst definieren, was überhaupt ein Lernpfad ist und was es mit dem großen Begriff „Neue Medien“ auf sich hat. Außerdem werde ich darauf eingehen, welche Vor- und Nachteile die Arbeit mit dem Computer im Unterricht mit sich bringt. Danach folgt eine Vorstellung des Lernpfades aus dem Medienvielfalt-Projekt und am Ende dann die Bewertung und Analyse des Lernpfades.

2 Neue Medien und Lernpfad

In der heutigen Zeit ist ein Leben ohne Computer nicht mehr vorstellbar. Deshalb ist der IT-Einsatz auch im Unterrichtsgeschehen nicht mehr wegzudenken. Auch durch den Lehrplan ist es gerechtfertigt Neue Medien im Unterricht einzusetzen. Aber was steckt eigentlich hinter dem Begriff „Neue Medien“? Viele Lehrer/innen setzen gerne Lernpfade in ihrem Unterricht ein. Aber was genau ist das? Gibt es eine eindeutige Definition? Diesen Fragen gehe ich am Beginn dieses Kapitels nach. Anschließend wird das Arbeiten mit Lernpfaden im Mathematikunterricht legitimiert.

2.1 Neue Medien - Definition

Unter „Neuen Medien“ hat man bisher die neuen computerbasierten Medien verstanden. Doch wenn man in den heutigen Mathematikunterricht blickt, fragt man sich, was ist mit den grafikfähigen Taschenrechnern oder Taschencomputern? Zählt man diese auch zu den Neuen Medien? (vgl. Hischer 2002, S. 5)

Hischer versucht mithilfe der „Neuen Techniken“ den Begriff „Neue Medien“ besser zu definieren.

„**Neue Techniken** sind die Daten prozessierenden Informationstechniken, sie sind die sogenannten „Querschnittstechniken“ – denn: Der Computer erweist sich in nahezu allen Wissenschaften und Anwendungen als ein nützliches Werkzeug, ja gar als ein unverzichtbares Werkzeug.“ (Hischer 2002, S. 5)

„**Neue Medien** sind dann solche technische Medien, die auf den Neuen Techniken beruhen.“ (Hischer 2002, S. 5)

Da dies solche „Neuheiten“ sind, wird das Attribut „neu“ oft großgeschrieben.

2.2 Rechtfertigung Einsatz Neuer Medien im Lehrplan

Im Lehrplan findet sich der Einsatz Neuer Medien sehr oft. Hier ein paar Auszüge davon:

„Die Vorbereitung auf das private und öffentliche Leben (insbesondere die Arbeits- und Berufswelt) hat sich an wirtschaftlicher Leistungsfähigkeit, sozialem Zusammenhalt, einer für beide Geschlechter gleichen Partizipation und ökologischer Nachhaltigkeit zu orientieren. Dabei sind

auch Risiken und Chancen der neuen Technologien zu berücksichtigen.“
(allgemeiner Teil Lehrplan „LP_1“, S. 4.)

Im Lehrplan der AHS-Oberstufe Teil Mathematik wird mit folgenden Zeilen auf die „Neuen Medien“ aufmerksam gemacht:

„Lernen mit medialer Unterstützung

Die Beschaffung, Verarbeitung und Bewertung von Informationen hat auch mit Büchern (zB dem Schulbuch), Zeitschriften und mit Hilfe elektronischer Medien zu erfolgen. Nutzen und Problematik mathematischer Inhalte und Lernhilfen im Internet sind hier zu thematisieren. Die minimale Realisierung besteht in der gelegentlichen Einbeziehung derartiger Medien, die maximale Realisierung im gezielten Erwerb von Kompetenzen, die von der Informationsbeschaffung bis zur eigenständigen Abfassung und Präsentation mathematischer Texte und Facharbeiten reichen.“

(Teil Mathematik AHS-Oberstufe „LP_2“, S. 3)

„Lernen mit technologischer Unterstützung

Mathematiknahe Technologien wie Computeralgebra-Systeme, dynamische Geometrie-Software oder Tabellenkalkulationsprogramme sind im heutigen Mathematikunterricht unverzichtbar. Sachgerechtes und sinnvolles Nutzen der Programme durch geplantes Vorgehen ist sicherzustellen. Die minimale Realisierung besteht im Kennenlernen derartiger Technologien, das über exemplarische Einblicke hinausgeht und zumindest gelegentlich eine wesentliche Rolle beim Erarbeiten und Anwenden von Inhalten spielt. Bei der maximalen Realisierung ist der sinnvolle Einsatz derartiger Technologien ein ständiger und integraler Bestandteil des Unterrichts.“

(Teil Mathematik AHS-Oberstufe „LP_2“, S. 3)

Der Einsatz der Neuen Medien kommt durchgängig im Lehrplan der allgemeinbildenden höheren Schulen (AHS) vor. Deshalb ist der Einsatz des Computers und Internets (im Speziellen Lernpfade) mehr als gerechtfertigt.

2.3 Lernpfad - Definition

Ich habe jetzt schon des Öfteren den Begriff Lernpfad benutzt, ohne zu erklären, was das überhaupt ist. Die Definition dieses Begriffs ist etwas schwierig, da es keine eindeutige gibt.

Im Großen und Ganzen ist ein Lernpfad eine Aneinanderreihung von einzelnen Lernschritten. Lernpfade enthalten interaktive Materialien wie Applets oder Quizes. Es kann auch die Verwendung von mathematischer Software angeregt werden, wie z.B. Dynamische Geometrie, Computeralgebra oder Tabellenkalkulation. Ein Lernpfad kann aber auch Teile enthalten, die händisch gelöst werden sollen. (vgl. Dorfmayr, Lernpfade, www.dorfmayr.org)

Für mich fehlt in der Definition von Dorfmayr noch eine wichtige Eigenschaft eines Lernpfades, nämlich die Reihenfolge. Das Wort „Pfad“ steht im Vordergrund. Das heißt für mich, dass ein Lernpfad eine vorgegebene Struktur hat und die Schüler/innen diesen vorgegeben „Pfad“ bearbeiten müssen. Es können natürlich Teile weggelassen werden, aber die Reihenfolge selbst sollte eingehalten werden, da ein Lernpfad aufbauend gestaltet wird und die Inhalte von späteren Stationen Wissen aus vorigen Aufgaben voraussetzen.

Die interaktiven Materialien sind vor allem bei mathematischen Lernpfaden sehr wichtig. Sehr oft sind GeoGebra Applets oder Excel Tabellen enthalten. Laut Dorfmayr muss ein Lernpfad auch Teile enthalten, die mit Papier und Stift zu bearbeiten sind. Es sind zum Beispiel Skizzen, Definitionen oder Grafiken ins Heft einzutragen, damit die Nachhaltigkeit gegeben ist.

Bei der Arbeit mit Lernpfaden ist es grundsätzlich so, dass Schülerinnen und Schüler diese selbstständig bearbeiten. Auch die Selbstkontrolle ist ein positiver Aspekt bei dieser Unterrichtsmethode. Dazu später noch mehr bei den Vorteilen. Ein Lernpfad muss nicht unbedingt in eine Thematik einführen, genauso gut kann es sich auch um einen Vertiefungs- oder Übungslernpfad handeln.

2.4 Legitimation für den Lernpfadeinsatz

Einerseits haben wir durch den Lehrplan schon einen guten Grund für den Einsatz von Lernpfaden. In diesem Teil wird durch Abwägen der Vor- und Nachteile ein weiterer angeführt.

Von Lehrenden wird verlangt, dass sie die Schüler/innen von deren derzeitigen „Stand“ abholen soll. Das ist aber nicht nur fachlich, sondern auch im technischen Sinn wichtig.

Stepancik formuliert diesen Aspekt folgendermaßen:

„Ein Unterricht, ein Mathematikunterricht ohne den Einsatz moderner Technologien und Hilfsmittel geht nicht nur an den Forderungen des derzeit aktuellen Lehrplans, sondern auch an den Bedürfnissen der Heranwachsenden und der ihnen in Zukunft begegnenden Arbeitswelt vorbei.“ (Stepancik 2008, S.8)

Es reicht im heutigen Mathematikunterricht nicht mehr, den Schüler/innen den Stoff vorzutragen. In den letzten Jahren hat sich eine Vielzahl von neuen Unterrichtsmethoden entwickelt und diese sollen dann auch für Abwechslung im Klassenzimmer sorgen. Projektorientierter Unterricht wird mit dem Einsatz von Lernpfaden um einiges erleichtert.

Wie bereits erwähnt, fördern Lernpfade das selbstgesteuerte und eigenverantwortliche Lernen der Schülerinnen und Schüler. Lerninhalte sind überall und immer verfügbar. Die Lernenden können also den Lernpfad in der Schule genauso gut wie von zuhause aus bearbeiten. (vgl. Embacher 2004, S. 2)

Bei der Bearbeitung in der Schule kann es zu Problemen mit der EDV⁴ kommen. Vor allem die Organisation der Computersäle, aber auch technische Probleme mit den Computern sind für viele Lehrer/innen ein wesentlicher Nachteil. Der Einsatz eines Lernpfades verlangt bestimmte EDV-Kenntnis sowohl auf Lehrer/innen-Seite, als auch auf Lernenden-Seite. Eine gute Organisation, beziehungsweise ein Testen des Lernpfades im Vorhinein kann einige dieser Probleme beseitigen.

⁴ Elektronische Datenverarbeitung

Lernpfade kann man auch sehr gut für fächerübergreifenden Unterricht einsetzen, z.B. Mathematik-Physik, Mathematik-Informatik.

Sie unterstützen auch Elemente des Fernlernens (distance learning). Das kann in Form von Projektunterricht, Prüfungs- und Maturavorbereitungen sein, aber auch eigenständiges Wiederholen, Nachlernen bei Klassenwechsel oder Nachlernen von Lerninhalten im späteren Bildungsweg (Universität, Fachhochschule). (vgl. Embacher 2004, S. 2)

Durch das selbstgesteuerte Lernen werden einige Kompetenzen der Schüler/innen gefördert. Einerseits setzen sich die Lernenden mit der mathematischen Begriffswelt auseinander und sehen die eigene Entwicklung in der Verstehensebene. Andererseits ist das Erkennen von Fehlern auch eine wichtige Kompetenz („*misconceptions*“). Schüler/innen lernen die Fähigkeit, mathematische Texte zu verstehen und zusammenzufassen. Unabhängig von Medien, Werkzeugen und Methoden können sie mathematische Vorstellungen entwickeln. Die Lernenden lernen auch, die eigene Arbeit zu dokumentieren. Die soziale Kompetenz darf man auch nicht unterschätzen. Die Schüler/innen helfen sich bei der Arbeit mit Lernpfaden gegenseitig, beziehungsweise kommen auch häufig Gruppenarbeiten oder Ähnliches vor. (vgl. Embacher 2004, S. 3)

Ein ungewisser Punkt ist die Benotung der Arbeit mit einem Lernpfad. Als Lehrperson kann man die Dokumentation der Schüler/innen korrigieren. Den richtigen Lernerfolg sieht man aber wahrscheinlich erst bei der nächsten Schularbeit.

Allerdings bedeutet das Arbeiten mit modernen elektronischen Werkzeugen für die Lehrer/innen, zumindest zu Beginn, eine gewisse (auch didaktische) Mehrarbeit. (Embacher 2004, S.3)

Die Erstellung eines Lernpfades ist mit großem Aufwand verbunden. Man muss aber nicht jeden selber erstellen. Im Internet gibt es schon ein großes Repertoire an guten Lernpfaden. Bei Mathematik wären das zum Beispiel [mathe-online](http://www.mathe-online.at/)⁵ oder das Medienvielfalt-Projekt⁶.

Unter anderem ist mein verwendeter Lernpfad aus dem Medienvielfalt-Projekt. Dieses Projekt möchte ich deshalb kurz vorstellen.

⁵ <http://www.mathe-online.at/>

⁶ <http://www.austromath.at/medienvielfalt/>

2.5 Medienvielfalt im Mathematikunterricht - Projektvorstellung

Im Rahmen dieses Projekts haben die Initiativen ACDCA⁷, mathe-online und GeoGebra an einer Entwicklung von Unterrichtsmaterialien zusammengearbeitet. Die entwickelten Materialien (Lernpfade) wurden im praktischen Unterrichtseinsatz getestet und im Rahmen einer Dissertationsschrift einer breiten Evaluation unterzogen. Das Projekt wurde in den Jahren 2004-2006 durchgeführt (Medienvielfalt-Institut, <http://rfdz.ph-noe.ac.at/forschung/projekt-2004-2006.html>). Für nähere Informationen verweise ich auf die Zusammenfassung des Projektberichts „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“, abzurufen unter http://www.austromath.at/medienvielfalt/content/mv_Summary06.pdf.

Mein verwendeter Lernpfad „Trigonometrische Funktionen“ ist 2008/2009 in der zweiten Phase dieses Projekts entstanden. Hier sind 13 Lernpfade zum Thema funktionale Abhängigkeiten entwickelt worden. Viele Lernpfade sind im Laufe der Zeit noch einmal überarbeitet worden.

Eine Übersicht aller Lernpfade aus dem Medienvielfalt-Projekt findet man hier: <http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Hauptseite>

⁷ Austrian Center for Didactics of Computer Algebra

3 Vorstellung Lernpfad „Trigonometrische Funktionen“

3.1 Allgemeine Informationen

Unter folgenden Link ist der Lernpfad zu finden:

[http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische Funktionen 2](http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische_Funktionen_2)

Entstanden ist der Lernpfad 2009 in der zweiten Phase des Projekts. Die Autor/innen sind Silvia Joachim, Karl Haberl und Franz Embacher. 2011 wurde der Lernpfad von Silvia Joachim und Karl Haberl überarbeitet.

Der Lernpfad ist für die 10. Schulstufe, also 6. Klasse AHS konzipiert. Als Dauer wurden 4-7 Unterrichtsstunden angesetzt.

Es wurden Java-Applets, GeoGebra, Bilder und Videos in diesem Lernpfad verwendet. Deshalb sind als technische Voraussetzungen GeoGebra, Internet, Java und Youtube angeführt.

(Kurzbeschreibung, <http://rfdz.ph-noe.ac.at/forschung/projekt-2010/trigonometrische-funktionen.html>)

3.2 Didaktisches Kommentar

Zu dem Lernpfad gibt es eine eigene Seite für das „Didaktische Kommentar“, die unter

[http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische Funktionen 2/Didaktischer Kommentar](http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische_Funktionen_2/Didaktischer_Kommentar) zu finden ist.

Zu Beginn ist in einer Tabelle eine Kurzübersicht dargestellt.

	Station 1: Einfluss der Parameter	Station 2: Bestimmung der Funktionsgleichung und mehr	Anwendungen
Schulstufe	6. Schulstufe in Österreich bzw. 10. Jahrgangsstufe in Deutschland		
Unterrichtsfächer	Mathematik	Mathematik	Mathematik und Physik
Dauer	2-3 Stunden	1-2 Stunden	1-2 Stunden
Technische Voraussetzungen*	Internet und Java, YouTube für Videos		
Medien	Java-Applets, GeoGebra, Bilder	Java-Applets, GeoGebra, Bilder	Java-Applets, GeoGebra, Bilder, Videos
Lernziele	Erkennen der Auswirkung der Variation von Parametern im Funktionsterm auf die Graphen der Sinus- und Kosinusfunktion.	Bestimmung der Parameter bzw. des Funktionsterms aus den Graphen der Sinus- und Kosinusfunktion.	Festigung der in Station 1 und 2 erworbenen mathematischen Kenntnisse und Identifikation unterschiedlicher Variablenbezeichnungen.
Kompetenzen*	Operieren, Interpretieren, Kommunizieren, Argumentieren, Dokumentieren	Operieren, Interpretieren, Kommunizieren, Argumentieren, Dokumentieren	Modellieren, Transferieren, Kommunizieren, Argumentieren
Methodik*	Expertenteams oder Pferdestall, evtl. Mind Map	Gruppenarbeit incl. Kreisbrief	Pferdestall incl. Vokabelheft
Spiele*	Pferdestall oder Mathe-Millionär		
Autoren	Silvia Joachim, Karl Haberl und Franz Embacher		

Abbildung 15: Übersicht Lernpfad, Quelle: Lernpfad, Didaktischer Kommentar

Die mit *) gekennzeichneten Bereiche werden noch näher erläutert.

Diese Tabelle bietet für die Lehrperson einen sehr guten ersten Überblick. Man kann sofort entscheiden, ob dieser Lernpfad für die eigenen Zwecke geeignet ist.

3.2.1 Aufbau des Lernpfads

Der Lernpfad besteht aus drei Teilen, davon sind zwei eigenständige „Mini-Lernpfade“ und ein Teil Anwendungen mit vertieften Aufgaben.

In der „Station 1“ können die Schüler/innen den Einfluss der Variation der Parameter einer allgemeinen Sinusfunktion auf das Aussehen ihrer Graphen erforschen. Dafür sind einige GeoGebra-Applets gestaltet worden, die eine Vielfalt an Möglichkeiten bieten, diese Zusammenhänge zu untersuchen.

Die umgekehrte Situation wird in der „Station 2“ behandelt. Also wie man aus dem Graphen die Parameter bestimmt. Bei beiden Stationen gibt es jeweils Zusatzaufgaben, die die schnelleren Schüler/innen zusätzlich lösen können.

Zur Vertiefung der Kenntnisse gibt es noch eine weitere Station, nämlich die Anwendungen. Hier findet man Beispiele aus der Physik, aus dem Alltagsleben oder Experimente. Bei den Anwendungen können die Schüler/innen lernen, andere Variablenbezeichnungen zu identifizieren und den schon bekannten zuzuordnen.

Bei einem Lernpfad ist es üblich, dass man alle Stationen bearbeitet und diese auch Schritt für Schritt abarbeitet. Bei „Trigonometrische Funktionen“ ist das nicht Pflicht. Es ist auch möglich, nur eine Station in den Unterricht einzubauen. (vgl. Lernpfad, Didaktischer Kommentar)

3.2.2 Genderaspekt

Bei der Erstellung des Lernpfads wurde darauf geachtet, dass sich Mädchen und Jungen gleichermaßen angesprochen fühlen. In den Stationen eins und zwei gibt es Übungen mit rein mathematischem Inhalt, die beide Geschlechter ansprechen sollen. Bei den Anwendungen nehmen die Autor/innen an, dass die interdisziplinären Bereiche (Riesenrad, Federpendel etc.) für Mädchen und Jungen gleichermaßen animierend sind. Zusätzlich können die Schüler/innen eine individuelle Auswahl der Beispiele treffen. (vgl. Lernpfad, Didaktischer Kommentar)

3.2.3 Hefteintrag

Wie schon erwähnt, soll es in jedem Lernpfad auch handschriftliche Teile geben. Deshalb wurden in den ersten beiden Stationen Hefteinträge eingebaut. Die entsprechenden Texte sind gelb hinterlegt und können direkt von den Schüler/innen übernommen werden. So haben die Lernenden die Möglichkeit den Stoff anhand ihrer Notizen zu wiederholen. (vgl. Lernpfad, Didaktischer Kommentar)

3.2.4 Aufgaben und Lösungen

Am Ende der jeweiligen Station gibt es zu fast allen Aufgaben die dazugehörige Lösung. So haben die Schüler/innen die Möglichkeit, sich selbst zu korrigieren. Die Lösungen stehen nicht unmittelbar neben den Aufgaben, damit kein „Missbrauch“ seitens der Schüler/innen auftritt. (vgl. Lernpfad, Didaktischer Kommentar)

3.2.5 Methoden

Der Lernpfad kann auf verschiedene Weise bearbeitet werden: Einerseits in Gruppen-, Partner- oder Einzelarbeit oder zur Wiederholung der Lerninhalte im Unterricht oder zu Hause. Es werden auch andere Möglichkeiten wie Expertenteams, Pferdestall oder Kreisbrief als Unterrichtsmethode vorgeschlagen. Diese werden nun kurz vorgestellt.

Expertenteams:

Es handelt sich hierbei um eine spezielle Form der Gruppenarbeit. Die Schüler/innen werden in Gruppen eingeteilt und müssen zuerst einen Teil eines Themas bearbeiten. Dazu verwendet man am besten vorbereitete Kärtchen. Auf jedem Kärtchen steht ein Buchstabe und eine Zahl, zum Beispiel von A1 bis D6. Das wären dann 24 Kärtchen. Zunächst bearbeiten die Schüler/innen mit denselben Buchstaben z. B. den Einfluss eines bestimmten Parameters und machen sich dazu Notizen ins Heft. Danach gruppieren sie sich anhand der Zahlen. So erhält man dann Gruppen, in der jeweils ein Experte für einen Parameter sitzt. Dieser kann den anderen diesen dann erklären und die restlichen Schüler/innen machen sich dazu auch Notizen ins Heft. So hat zum Schluss jeder Schüler/jede Schülerin alle Parameter mit dessen Einfluss im Heft stehen. (vgl. Lernpfad, Didaktischer Kommentar)

Pferdestall:

Das ist eine spezielle Form von Partnerarbeit. Dabei werden die Schüler/innen in zwei Gruppen eingeteilt, z.B. in eine „linke“ und „rechte Hälfte“. Dann werden den beiden Gruppen Aufgaben gegeben. Bei der „Station 1“ soll die „linke Hälfte“ den Einfluss von a und die „rechte Hälfte“ den Einfluss von b untersuchen. Danach werden die Schüler/innen wieder in zwei Gruppen eingeteilt, nämlich „Pferde“ und „Ställe“. Eine Möglichkeit der Einteilung wäre, dass jeweils ein „Pferd“ neben einem „Stall“ sitzt. Danach tauschen die „Pferde“ untereinander noch die Plätze und zwar so, dass sie dann jeweils neben einem Schüler/ einer Schülerin sitzen, die den anderen Parameter untersucht hat. Diese beiden Schüler/innen erklären sich dann das neue Wissen. Da es ja auch noch die Parameter c und d gibt, werden die Schüler/innen wieder in eine linke und rechte Hälfte geteilt, bearbeiten jeweils einen Parameter. Zum Schluss „reiten“ sie in ihren „Stall“ zurück und die ursprünglichen Nachbarn erklären sich nacheinander das neue Wissen. (vgl. Lernpfad, Didaktischer Kommentar)

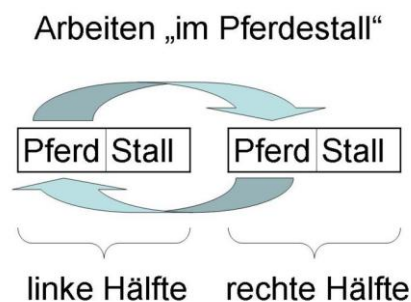


Abbildung 16: Methode "Pferdestall", Quelle: Lernpfad, Didaktischer Kommentar

3.2.6 Spiele

Zur Auflocker der Lernatmosphäre haben die Autor/innen auch zwei Spiele zur Wiederholung bzw. Vertiefung des Stoffes angeboten.

Einerseits das „Pferdestall-Spiel“, das ähnlich funktioniert, wie die oben erwähnte Methode. Der einzige Unterschied ist, dass sich die Schüler/innen selber Fragen ausdenken und diese jeweils den anderen stellen.

Beim „Mathe-Millionär-Spiel“ überlegt sich jeder Schüler/jede Schülerin eine Frage, schreibt diese auf einen Zettel und gibt dazu vier Antwortmöglichkeiten an und kreuzt die richtige Antwort an. Man kann die Fragen nach der Schwierigkeit von den

Schüler/innen auch beurteilen lassen. Danach sammelt der/die Lehrer/in die Zettel ein. Die Lernenden basteln sich jeweils aus einem Blatt Papier vier Kärtchen mit je den Buchstaben A, B, C und D. Nun kann gespielt werden. Dazu müssen alle Schüler/innen aufstehen. Der/die Lehrer/in stellt die erste Frage. Die Schüler/innen müssen dann gleichzeitig ihre Antwort in die Höhe heben. Die Schüler/innen, die die richtige Antwort gegeben haben, dürfen stehen bleiben und es wird die nächste Frage gestellt. Gewonnen haben die letzten ein bis drei noch stehenden Schüler/innen. (vgl. Lernpfad, Didaktischer Kommentar)

3.3 Kompetenzen

In den Stationen eins und zwei wird Neues gelernt. Daher stehen hauptsächlich die Kompetenzen Operieren und Interpretieren im Vordergrund. Die Schüler/innen erkennen Graph und Formel als verschiedene Darstellungsformen und können zwischen diesen Darstellungen wechseln. Sie können bei einer vorgegebenen trigonometrischen Funktion mit Kenntnis der Parameter den Graphen zeichnen und aus Graphen die entsprechende Gleichung ermitteln. Die Bedeutung der Parameter für den Funktionsterm und den Graphen können gedeutet und richtig interpretiert werden. Die Schüler/innen können aus Graphen und Gleichungen von allgemeinen Sinusfunktionen Wertepaare ermitteln und diese im Kontext deuten. Je nach eingesetzter Methode werden auch die Kompetenzen Argumentieren und Kommunizieren angesprochen. Die Schüler/innen müssen auch ihre Ergebnisse ins Heft eintragen und somit auch dokumentieren.

Laut den Autor/innen werden somit alle Handlungskompetenzen⁸

Darstellen/Modellieren - Rechnen/Operieren - Interpretieren - Argumentieren/Begründen - Problemlösen - Transferieren - Dokumentieren - Kommunizieren genutzt, gefordert und gefördert.

Die Kompetenzen aus Sicht der Schülerinnen und Schüler sind auch angeführt. Diese kann man unter folgendem Link nachlesen:
http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische_Funktionen_2/Kompetenzen

⁸ Nähere Informationen auf der BIFIE-Seite unter
https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_m_sek1_kompetenzbereiche_m8_2013-03-28.pdf [25. 8. 2013]

3.4 Vorstellung einzelner Stationen

In diesem Kapitel möchte ich ein paar Einblicke zum Lernpfad geben. Ich werde nicht jede Aufgabe mit Grafik vorstellen, sondern einzelne herausgreifen.

Auf der Willkommenseite des Lernpfads „Trigonometrische Funktionen“ kann man unter anderem auch die Kompetenzen und den didaktischen Kommentar nachlesen.

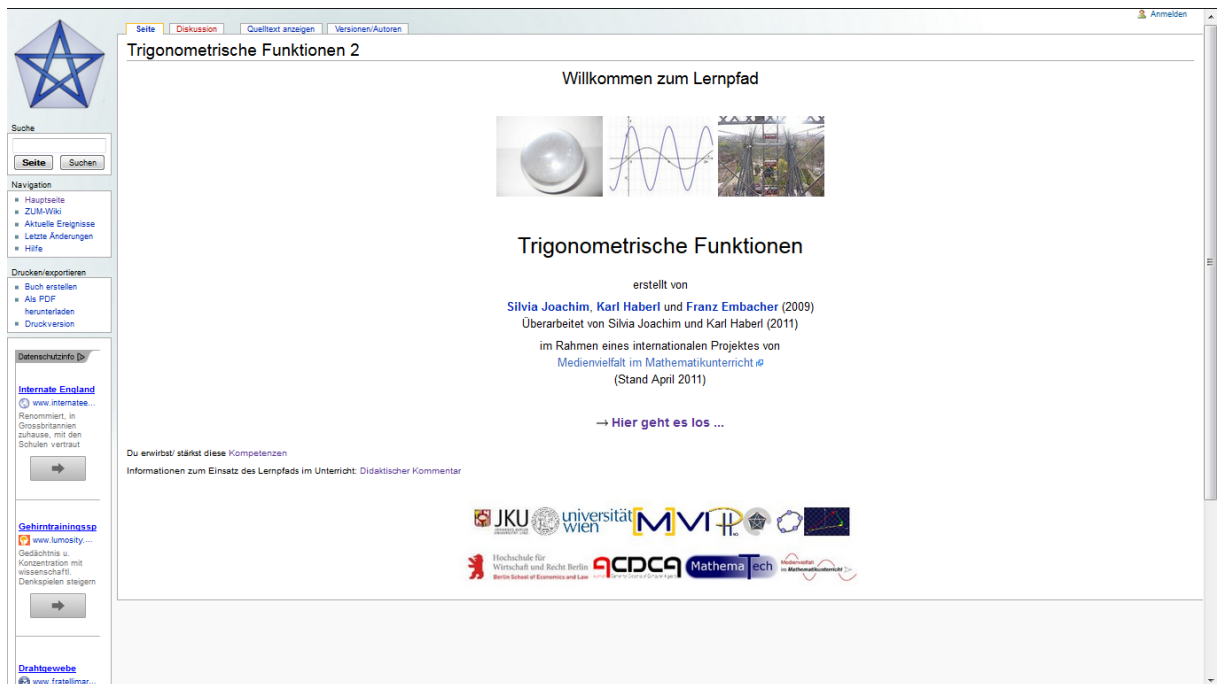


Abbildung 17: Willkommenseite Trigonometrische Funktionen,
Quelle: Lernpfad Hauptseite

Danach folgt die wirkliche Startseite. Hilfreich kann hier der Punkt „Quick-Links“ sein. Unter diesem findet man Verlinkungen zum didaktischen Kommentar, zu Wiederholungen vorherigen Stoffes, z.B. Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen und ihre Graphen. Auch FAQ⁹ und die Links zu den einzelnen Stationen sind auf dieser Startseite angegeben. Die Schüler/innen werden bald erkennen, dass es immer wieder hilfreiche Links, auch in den Beispielen, gibt. Diese führen dann zu Erklärungen oder Applets, mit denen gearbeitet werden soll.

⁹ Frequently Asked Questions

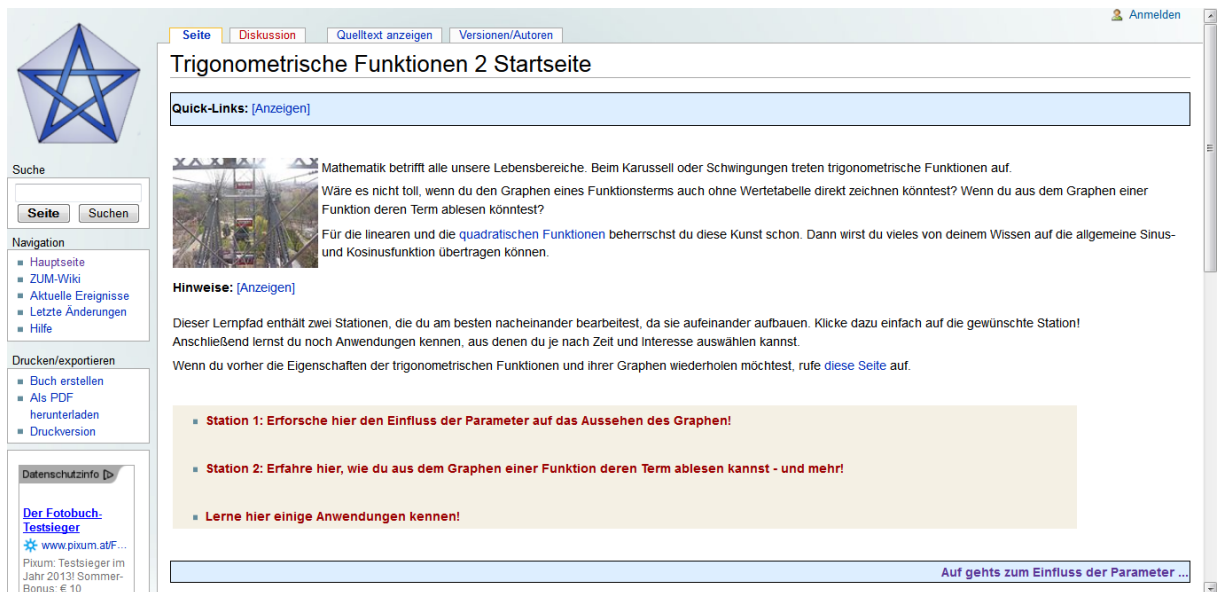


Abbildung 18: Startseite Trigonometrische Funktionen,
Quelle: Lernpfad Startseite

3.4.1 Station 1: Einfluss der Parameter

Die Station „Einfluss der Parameter“ ist folgendermaßen aufgebaut: Zu Beginn findet man wieder die FAQ. Danach kann man die Kompetenzen und Methoden nachlesen. Die erste Aufgabe für die Schüler/innen ist ein Hefteintrag, der mit gelb gekennzeichnet ist.

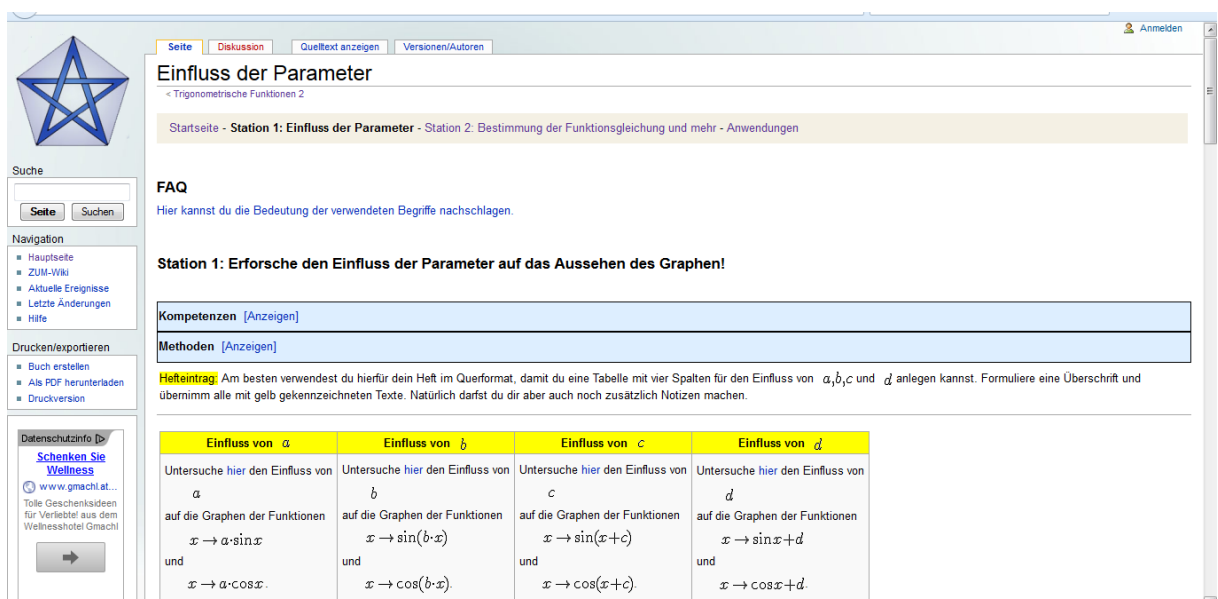


Abbildung 19: Einfluss der Parameter 1,
Quelle: Lernpfad Station 1

Wie man in der Grafik erkennt, befinden sich im Teil für den Hefteintrag weiterführende Links, in denen man jeweils den Einfluss des Parameters untersuchen kann. Es gibt jeweils vier Aufgaben zu jedem Parameter.

Danach folgen eine Aufgabe zum Zusammenhang zwischen Sinus- und Kosinusfunktion und ein Hefteintrag zur allgemeinen Sinus- bzw. Kosinusfunktion.

In der Aufgabe 2 können die Schüler/innen ihr Wissen zu dem Einfluss der Parameter testen und einen Smiley zum Lachen bringen.

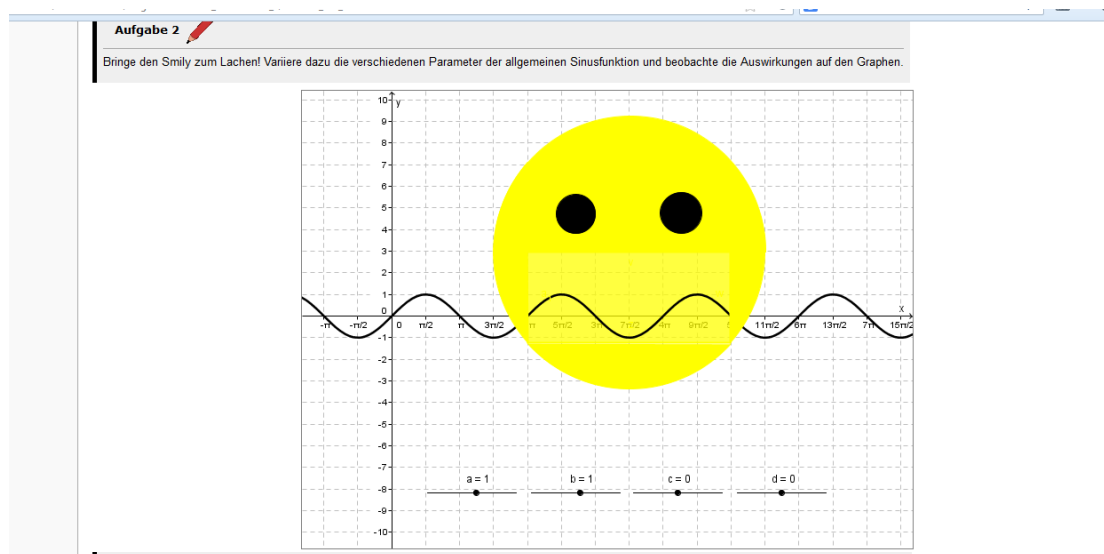


Abbildung 20: Einfluss de Parameter 2, Smiley,
Quelle: Lernpfad Station 1

In der Aufgabe 3 sollen die Schüler/innen einen Lückentext vervollständigen. Sie können sich hierbei selbst kontrollieren. Die Aufgabe 4 besteht aus zwei Teilen. Einerseits einem Zuordnungsspiel, in dem die Schüler/innen zu den Funktionstermen die Graphen finden sollen und andererseits ein Memory, bei dem auf einem Kärtchen der Term und auf dem anderen der passende Graph zu sehen ist.



Abbildung 21: Einfluss der Parameter 3, Aufgabe 4,
Quelle: Funktionen erkennen 3, mathe online

Am Ende der ersten Station sind noch zwei Zusatzaufgaben. In Aufgabe 5 sollen die Schüler/innen ein Mind Map über die gelernten Zusammenhänge erstellen. Zum Schluss gibt es noch eine „Knobelaufgabe“. Hier soll man herausfinden, was Lisa und Ben sich bei ihren Eselsbrücken gedacht haben.

Aufgabe 5 - Zusatzaufgabe Mind Map

Nun sollst du ein Mind Map über die in dieser Station gelernten Zusammenhänge erstellen. Am besten verwendest du dazu dein Heft im Querformat und zeichnest am linken Rand in die Mitte einen Kreis, in den du Einfluss der Parameter schreibst. Von dem Kreis ausgehend kannst du vier Äste nach rechts zeichnen, auf denen du die Parameter notierst. An diese Äste kannst du dann Zweige hängen, die sich natürlich weiter verzweigen können.

Aufgabe 6 - Zusatzaufgabe Eselsbrücke

Lisa und Ben haben ein gemeinsames Lieblingsfach – Mathematik. Zusammen haben sie sich folgende Eselsbrücke überlegt:

Wer hätte nicht gerne eine CD von VABA? 😊

Dabei stehen die Großbuchstaben für die Parameter a, b, c und d der allgemeinen Sinusfunktion. Verstehst du, was sie mit ihren Aufzeichnungen meinen? Erkläre mindestens einen Teilbereich deinem Nachbarn! Wenn du die Eselsbrücke hilfreich findest, notiere sie in dein Heft!

[Lösung zu Aufgabe 1](#)
[Lösung zu Aufgabe 3](#)
[Lösung zu Aufgabe 5](#)
[Lösung zu Aufgabe 6](#)

Abbildung 22: Einfluss der Parameter 4, Aufgabe 5,6,
Quelle: Lernpfad Station 1

3.4.2 Station 2: Bestimmung der Funktionsgleichung und mehr

Die zweite Station ist zu Beginn ähnlich aufgebaut wie die erste. Man findet auch hier FAQ und Kompetenzen. Sie besteht aus vier Grundaufgaben und einer Zusatzaufgabe. Der Hefteintrag besteht darin, dass man sich zu den einzelnen Aufgaben Notizen ins Heft machen soll. Falls man bei der Bestimmung der Funktionsgleichung noch Probleme hat, gibt es als Hilfe ein Beispiel, in dem man der Reihe nach die Parameter erklärt bekommt. In der folgenden Grafik sieht man das Beispiel mit allen Erklärungen.

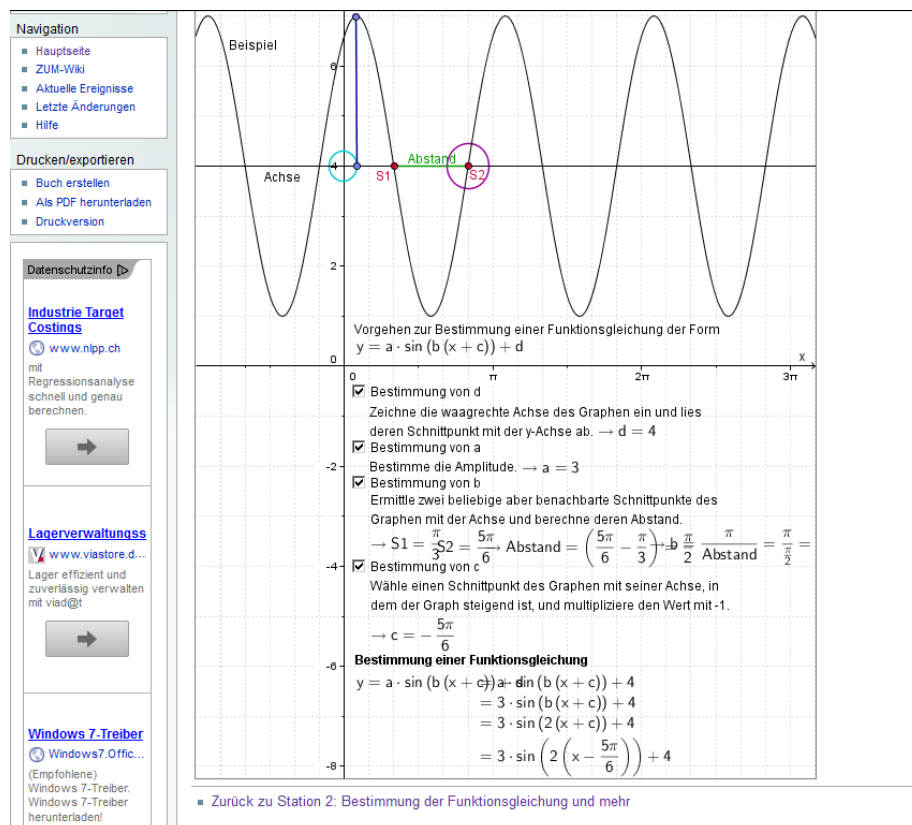


Abbildung 23: Bestimmung Funktionsgleichung 1, Hilfsbeispiel,
Quelle: Hilfsbeispiel – Bestimmung der Funktionsgleichung

In Aufgabe 1 sollen die Schüler/innen von einem Graphen die einzelnen Parameter ablesen. Ähnlich ist auch Aufgabe 2. Hier soll aber gleich der Funktionsterm der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x + c)) + d$ angegeben werden.

Aufgabe 2

Bestimme zu folgenden Graphen je einen zugehörigen Funktionsterm der Form $x \rightarrow a \cdot \sin(b \cdot (x+c)) + d$.

Jetzt noch was zum Knobeln!!!

Aufgabe 3

- In diesem Applet (Bitte klicke dann auf **Graphen erkennen 3!**) kannst du zeigen, ob du zu den gegebenen Graphen den zugehörigen Term findest.
- Gib einen Funktionsterm zu dem Graphen an, den man erhält, falls die Sinuskurve um zwei nach links und um 3 nach oben verschoben wird! Wie lautet die Gleichung, falls zusätzlich die Periode halbiert werden soll?

Anwendungsbeispiel - Erdbeben

Abbildung 24: Bestimmung Funktionsgleichung 2, Aufgabe 2, 3,
Quelle: Lernpfad Station 2

Aufgabe 3 soll den Lernpfad wieder ein wenig auflockern und beginnt mit „Graphen erkennen 3“.

Graphen erkennen 3

Aufgabe Kontrolle Lösung Reset Didaktischer Hintergrund About... Hilfe

$-2 \cos(3 x)$
 $\cos(x)$
 $2 \sin(6 x)$
 $3 \cos(x/2)$
 $\sin(x - \pi/4)$
 $\sin(x + \pi/4)$
 $3 \sin(x/2)$
 $4 \sin(x)$

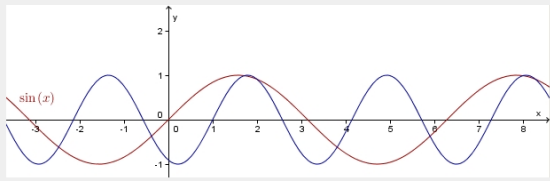
Abbildung 25: Bestimmung Funktionsgleichung 3, Graphen erkennen,
Quelle: Graphen erkennen 3, mathe online

Zu Aufgabe 3 gehört auch noch ein Textbeispiel, in dem der Funktionsterm gefunden werden soll. Aufgabe 4 ist ein Anwendungsbeispiel zu dieser Thematik. Bei „Protokollen“ von Erdbeben können Schwingungen entstehen. Zum Schluss der Station findet man noch ein Zusatzbeispiel, in dem man Eigenschaften einer

allgemeinen Sinusfunktion aus einem Graphen ablesen soll. Wie ich bereits erwähnt habe, findet man am Ende jeder Station die Lösungen zu den Aufgaben.

Aufgabe 5 - Zusatzaufgabe

In dem unteren Bild sind die Sinuskurve (rot) und ein Graph einer allgemeinen Sinusfunktion (schwarz) zu sehen.



1. Du kennst die Nullstellen der Sinusfunktion. Wo sind sie?
2. Stelle in der Zeichnung fest, an welchen Stellen der schwarze Graph Nullstellen besitzt und notiere sie!
3. Wo hat der Graph der schwarzen Funktion Hochpunkte bzw. Tiefpunkte?
4. Wo ist er streng monoton fallend bzw. steigend?

Lösung zu Aufgabe 1
 Lösung zu Aufgabe 2
 Lösung zu Aufgabe 3
 Lösung zu Aufgabe 4
 Lösung zu Aufgabe 5
 Weiter geht es mit [Anwendungen](#)

Abbildung 26: Bestimmung Funktionsgleichung 4, Zusatzaufgabe + Lösungen,
 Quelle: Lernpfad Station 2

3.4.3 Anwendungen

In dieser Station findet man fünf Aufgaben und ein Experiment. Das erste Anwendungsbeispiel ist die Aufgabe „Riesenrad“.

Riesenrad

Marie hat zwei Briefe Freunde. Pablo wohnt in Madrid, Maite in Hamburg. In den Sommerferien trafen sie sich in Wien und gingen in den Prater. Dort bestaunten sie das Riesenrad. Maite fiel sofort ein, als sie das Riesenrad sah, dass sie im Mathematikunterricht die Sinusfunktion durch Abwickeln am Einheitskreis erhalten hatte.

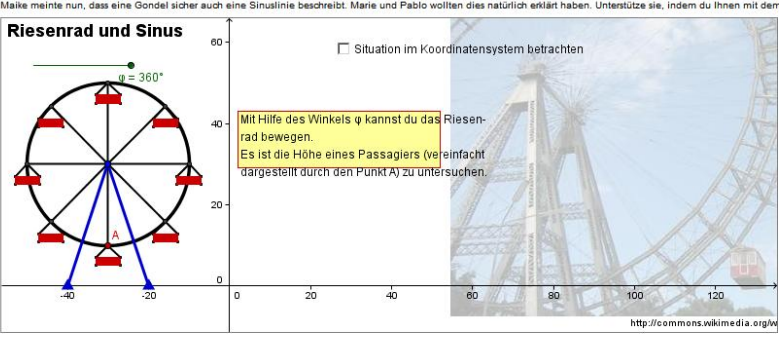
Tipp:

1. Falls du nicht mehr weißt wie das "Abwickeln am Einheitskreis" funktioniert, kannst du es [hier](#) nochmals anschauen.
2. Informationen zum Riesenrad im Wiener Prater findest du [hier](#).

Maite meinte nun, dass eine Gondel sicher auch eine Sinuslinie beschreibt. Marie und Pablo wollten dies natürlich erklärt haben. Unterstütze sie, indem du ihnen mit dem folgenden GeoGebra-Applet bei der Lösungsfindung hilfst.

Riesenrad und Sinus

☐ Situation im Koordinatensystem betrachten



Mit Hilfe des Winkels φ kannst du das Riesenrad bewegen.
 Es ist die Höhe eines Passagiers (vereinfacht dargestellt durch den Punkt A) zu untersuchen.

Aufgabe 1

- a) Verändere nun den Winkel φ mit dem Schieberegler.
- b) Klicke an „Situation im Koordinatensystem betrachten“ – Drehe dabei das Riesenrad ganz langsam.
- c) Bringe den Schieberegler für den Drehwinkel φ auf 0° und klicke „Modellierung mit einer Sinusfunktion“ an.
- d) Erzeuge mit Hilfe der Schieberegler für a, b, c und d eine Sinuskurve, auf der die Punkte des Riesenrads liegen.
- e) Lies die Parameterwerte für a, b, c und d ab. Notiere die Sinusfunktion.

Abbildung 27: Anwendungen 1, Riesenrad,
 Quelle: Lernpfad Anwendungen

Nach Erledigen dieser Aufgabe sollte das Applet zirka so aussehen:

2. Informationen zum Riesenrad im Wiener Prater findest du [hier](#).

Maïke meinte nun, dass eine Gondel sicher auch eine Sinuslinie beschreibt. Marie und Pablo wollten dies natürlich erklärt haben. Unterstütze sie, indem du ihnen mit dem folgenden GeoGebra-Applet bei der Lösungsfindung hilfst.

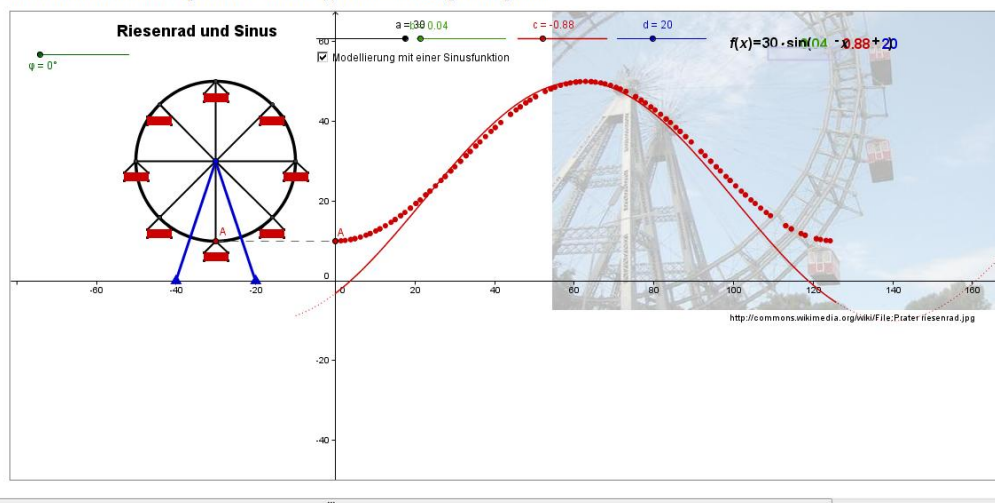


Abbildung 28: Anwendungen 2, Riesenrad Lösung,
Quelle: Lernpfad Anwendungen

Im zweiten Anwendungsbeispiel geht es um Tageslängen, die drei Schüler/innen notieren und dann in eine Grafik eintragen. Man soll ihnen dann dabei helfen, die Parameter der entstandenen Sinusfunktion zu finden.

Tageslängen

Nachdem Marie, Pablo und Maïke im Prater Riesenrad gefahren sind, gingen sie ein Eis essen. Dabei beobachteten sie die Sonne, wie sie den Westen immer tiefer stand und unterging. Maïke bemerkte dabei, dass sie in Hamburg immer ganz lange Sommertage haben. Pablo meinte, dass die Tage in Madrid gar nicht so lang seien. Marie meint nur, dass heute in Wien ein toller Sommertag war. Allerdings beschäftigt sie dieses Problem weiter und Marie bat ihre Freunde einmal über ein Jahr hin zu beobachten wie lang die Tage in Hamburg und Madrid seien. Regelmäßig zum Monatsersten notierten sie die Sonnenaufgangs- und Sonnenuntergangszeiten und schrieben Marie die Tageslängen.

Marie erstellt daraufhin folgende Tabelle:

Datum	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12	1.1
Tage	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335	366
Madrid	9:21	10:08	11:17	12:40	13:56	14:52	15:01	14:18	13:05	11:46	10:28	9:31	9:21
Hamburg	7:34	8:57	10:49	13:01	15:04	16:41	16:57	15:41	13:42	11:36	9:29	7:52	7:34

Dabei bedeutet der Eintrag 9:21, dass der Tag zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang 9 Stunden und 21 Minuten lang ist.

Sie macht dazu dieses Diagramm:

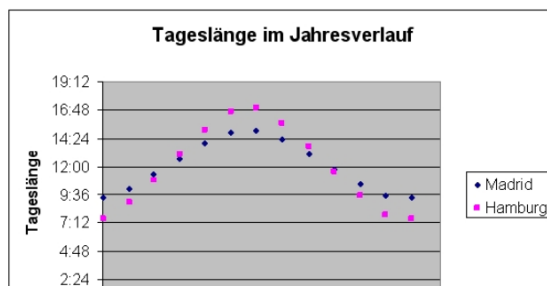


Abbildung 29: Anwendungen 3, Tageslängen,
Quelle: Lernpfad Anwendungen

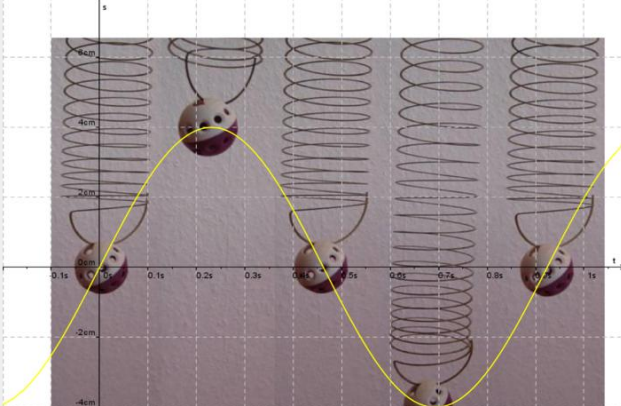
Aufgabe 3 ist ein Beispiel aus der Physik. Ein Ball hängt an einer Feder und schwingt nach einmaliger Auslenkung. Es gibt auch ein dazugehöriges Video, welches die Schwingungen des Balles zeigt.



Aufgabe 3 - Das Federpendel

Ein Ball hängt an einer Feder und schwingt nach einmaliger Auslenkung. Im Bild sind die Ruhelage und die größten Auslenkungen aus dieser zu sehen. Die Zeitabstände zwischen den einzelnen Fotos sind jeweils gleich groß.

1. Bestimme die Amplitude A !
2. Wie groß ist die Schwingungsdauer T ?
3. Berechne die Frequenz f !
4. Berechne die Winkelgeschwindigkeit ω !
5. Gib die zugehörige Funktionsgleichung in der Form $s(t) = A \cdot \sin(\omega t)$ an!



**Abbildung 30: Anwendungen 4, Federpendel,
Quelle: Lernpfad Anwendungen**

Die Aufgabe 3 – das Federpendel hat einen zweiten Teil, in dem man den „Vokabeln“ für das Federpendel jeweils die Parameter der allgemeinen Sinusfunktion zuordnen soll.

Im nächsten Beispiel geht es um das Fadenpendel. Dazu sollen sich die Schüler/innen das Video ansehen, das Experiment beschreiben und überlegen, ob es sich um eine Sinusfunktion handelt. In der letzten Aufgabe wird ein Oszilloskop verwendet. Es ist ein Bild eines Verlaufs der Spannung zeitlich dargestellt und die Schüler/innen sollen Amplitude, Schwingungsdauer und Frequenz bestimmen.

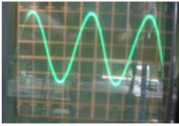
Schaukeln



Aufgabe 4 - Das Fadenpendel

1. Beschreibe das Experiment und verwende dabei die passenden mathematischen und physikalischen Fachbegriffe!
2. Betrachte den Graphen und überlege dir, inwiefern er nur fast der Graph einer Sinusfunktion ist!
3. Diskutiere was an dem Experiment "schief" gelaufen sein könnte!

Oszilloskop



Aufgabe 5 - Das Oszilloskop

Ein Oszilloskop (umgangssprachlich "Oszi") ist ein elektronisches Messgerät mit dessen Hilfe u. a. der Verlauf der Spannung zeitlich dargestellt werden kann. Auf einem Oszilloskop sieht man dieses Bild. Dabei ist die x-Ablenkung auf 0,1ms/div (Millisekunden pro Teilung) und die y-Ablenkung auf 1V/div (Volt pro Teilung) eingestellt.

1. Gib die Spitzenspannung (Amplitude) an!
2. Wie groß ist die Schwingungsdauer?
3. Bestimme die Frequenz!

Möchtest Du genaueres über das Oszilloskop wissen? Dann kannst Du Dich [hier](#) freiwillig informieren.

Abbildung 31: Anwendungen 5, Fadenpendel, Oszilloskop, Quelle: Lernpfad Anwendungen

Am Ende des Anwendungsteils findet man noch das Experiment Bleistiftmine, bei dem die Schüler/innen eine Zirkelmine über ein Blatt Papier rollen und dabei beobachten sollen, welche Funktion dabei entsteht.

4 Bewertung Lernpfad „Trigonometrische Funktionen“

4.1 Beobachtung Schüler/innen

Schüler und Schülerinnen einer 6. Klasse eines Bundesrealgymnasiums haben den Lernpfad getestet. Das Stoffgebiet hatten sie schon mit ihrer Lehrerin bearbeitet, aber diese wollte eine Wiederholung für die Schularbeit und so bekam ich die Chance die Schüler/innen bei ihrer Arbeit zu beobachten. Die fünf Schülerinnen und zwölf Schüler waren dazu im Informatiksaal und konnten den Lernpfad „Trigonometrische Funktionen“ ausprobieren.

Die Schülerinnen und Schüler arbeiteten prinzipiell mit den verfügbaren Applets, um die Beispiele zu lösen. Auch Memory, Funktionen erkennen und Graphen erkennen ist bei beiden Geschlechtern gut angekommen. Der Favorit ist aber das Smiley-Applet, mit diesem haben die Schüler/innen die meiste Zeit verbracht.

Die anderen Aufgaben wurden vor allem von männlichen Schülern nur gelesen oder gleich übersprungen. Bei manchen Beispielen wurde zuerst überlegt, aber dann sofort auf die Lösung geklickt. Das Verhalten konnte ich bei den Schülerinnen nicht beobachten. Sie lasen die Aufgaben durch, klickten aber so gut wie nie auf die Lösungen. Genauso war es bei den Anwendungen. Die Schülerinnen bemühten sich, die Aufgaben lösen zu können und die Schüler lasen sich die Texte zwar durch, blieben aber dann bei der ersten Aufgabe der Anwendungen hängen (Riesenrad). Mir ist aufgefallen, dass die männliche Schüler sofort zu den Beispielen gingen, bei denen sich etwas „bewegt“, egal ob bei Station 1 oder bei den Anwendungen. Es gab auch vereinzelt Schüler, die die ganze zweite Station „übersprungen“ haben und hier nur „Graphen erkennen“ gemacht haben.

Bei der Bearbeitung der Beispiele (z. B. Memory) gab es auch Unterschiede im Geschlecht. Viele Schüler haben bei Memory einfach die Kärtchen per Zufall gewählt und deshalb beim ersten Ausprobieren sehr viele Versuche gebraucht. Bei den Mädchen gab es welche, die zuerst überlegten, ob sie die passende Funktion schon gesehen haben. Beim zweiten Versuch machten das dann die Jungs zum Teil auch schon. Teile wie Kompetenzen, FAQ und Methoden wurden so gut wie gar nicht von den Schüler/innen angeklickt. Notizen sind generell bei den Schüler/innen nicht so beliebt. Nur vereinzelt wurden Dinge auf Papier notiert. Da der Lernpfad zur

Wiederholung des Stoffes eingesetzt wurde, wussten die Schüler/innen, dass sie die Notizen schon in ihrem Heft haben.

Mit Abstand am besten hat den Schüler/innen das Smiley-Applet gefallen. Dieses Applet sollte man aber genauso wie das Riesenrad-Beispiel nachbearbeiten. Man kann bei diesen beiden Java-Applets einzelne Teile verschieben und auf das sind die Schüler/innen sehr schnell gekommen. Am besten fixiert man alle Teile der Applets, die man nicht bewegen soll, ansonsten werden die Schüler/innen viel zu sehr abgelenkt. Wie schon erwähnt sind auch die Spiele wie Memory und Funktionen bzw. Graphen erkennen beliebt bei den Schüler/innen. Beiden Geschlechtern haben die physikalischen Beispiele aus den Anwendungen nicht so gut gefallen. Diese wurden auch erwähnt, wenn nach der Schwierigkeit der Beispiele gefragt wurde. Ein für die Schüler/innen „unnötiges“ Beispiel ist die Eselsbrücke. Einerseits verstanden es die meisten nicht und andererseits wollen sie ihre eigenen Eselsbrücken und nicht die von anderen Schüler/innen lernen.

Prinzipiell arbeiten die meisten Schüler/innen gerne mit Lernpfaden und finden, dass sie eine Abwechslung in den Unterricht bringen. Ein Schüler hat explizit gesagt, dass er beim Frontalunterricht viel mehr mitbekommt und solche Lernpfade unnütz findet. Drei Schüler/innen arbeiten nicht gerne mit dem PC und deshalb auch nicht so gerne mit Lernpfaden, obwohl sie eine Abwechslung im Unterricht gut finden. Die Schüler/innen, die Lernpfade öfter einsetzen würden, können sich das für fast alle Themen im Unterricht vorstellen, aber vor allem für die Gebiete, wo Graphen vorkommen. Sie würden auch gerne mit solchen Lernpfaden zuhause arbeiten, weil sie da effizienter arbeiten können und nicht von ihren Mitschüler/innen abgelenkt werden. Nicht nur die Mitschüler/innen können zur Ablenkung werden. Die Hälfte der Schüler/innen war während der Bearbeitung des Lernpfads auf anderen Internetseiten.

Leider gab es bei ein paar Schüler/innen Probleme mit Java und deshalb funktionierten einzelne Applets nicht auf deren PCs. Die Schüler/innen bearbeiteten dann diese Aufgaben zum Teil zu zweit oder zu dritt und so kam es vermehrt zu Ablenkungen.

Ich habe die Schüler/innen nach einer Schulnote für den Lernpfad gefragt. Die Jungen gaben der Homepage im Durchschnitt eine 1,6 und die Mädchen im Durchschnitt eine 2,6. Die durchschnittliche Gesamtnote dieser 6. Klasse für den Lernpfad war 1,93.

4.1.1 Verbesserungsvorschläge der Schüler/innen

Viele Schüler/innen haben einzelne Teile des Lernpfads übersehen. Vor allem Memory, Graphen erkennen und Funktionen erkennen sind zu klein geschrieben. Man sollte solche Teile und Wichtiges besser hervorheben. Manche Schüler/innen würden diese „Spiele“ direkt in den Lernpfad einbauen. Sie wurden von der „mathe-online“-Seite zu sehr abgelenkt. Eine Schülerin hat zum Beispiel dort alle Spiele ausprobiert und war nicht zum Lernpfad zurückgekehrt.

Sie würden auch vorgefertigte Textfelder oder Ähnliches einbauen, damit man sich keine Notizen auf Papier machen muss. Ein Schüler hat eine vorgefertigte Maske vorgeschlagen, in der er alle seine Notizen eintragen kann. Dieser würde auch die einzelnen Aufgaben besser voneinander trennen, damit man keine übersehen kann.

4.1.2 Zusammenfassung und Schlussfolgerung

Im Großen und Ganzen arbeiten die Schüler/innen gerne mit Lernpfaden. Es gibt natürlich Ausnahmen, vor allem bei den Mädchen, aber prinzipiell sind die Schüler/innen den Neuen Medien positiv gegenüber eingestimmt. Die dynamischen Lernobjekte wie Smiley, Riesenrad, Memory etc. sind am besten bei den Schüler/innen angekommen. Weniger gut haben ihnen die Aufgaben gefallen, bei denen es physikalische Inhalte gab oder sehr viel zu lesen war.

Während meiner Beobachtung konnte ich prädikatives bzw. funktionales Verhalten entdecken. Vor allem die Jungen haben gleich drauf losgearbeitet und einfach ausprobiert, was für ein funktionales Verhalten spricht. Zwei Mädchen haben sich immer alles genau durchgelesen, bevor sie zu arbeiten begonnen haben. Also genau das Verhalten, dass auch Schwank bei ihren Untersuchung entdeckt hat und für ein prädikatives Verhalten spricht.

Mir ist auch aufgefallen, dass die Schüler/innen mit dem Thema trigonometrische Funktionen sehr große Probleme haben und beim Einfluss der Parameter noch sehr unsicher sind. Wenn dann solche Schüler/innen Aufgaben wie bei den Anwendungen sehen, werden sie abgeschreckt und glauben, dass diese viel zu kompliziert sind. Bei den Interviews mit den Schüler/innen hat sich bei allen herauskristallisiert, dass sie sich nach der Bearbeitung des Lernpfades mit den trigonometrischen Funktionen besser auskennen und dieser zum Begriffsverständnis beigetragen hat.

4.2 Analyse und Verbesserungsvorschläge der Student/innen

Insgesamt haben 15 Student/innen der Fakultät für Mathematik der Universität Wien diesen Lernpfad bewertet. Der Lernpfad ist durchgehend bei allen Student/innen sehr gut angekommen. Die einzelnen Teile wie Smiley, Memory, Riesenrad oder die Aufgaben mit den Schiebereglern gefallen ihnen sehr gut. Die Verbesserungsvorschläge der Student/innen fasse ich nun kurz zusammen.

- Die Smiley-Aufgabe ist sehr gut, aber leider kann man sie in die Bestandteile zerteilen. Man sollte diese Bestandteile fixieren.
- Bei Aufgabe 3 (Textfelder) könnte man mehr als vier Fragen stellen. Denn sonst ergibt sich die vierte Antwort automatisch und man muss gar nicht überlegen.
- Zur Riesenrad-Aufgabe: Hier ist der Mittelpunkt beweglich und größere Intervalle wären beim Schieberegler sinnvoll.
- Die Physik-Beispiele sind sehr gut, da die Schüler/innen die einzelnen Parameter wirklich einsetzen müssen und diese auch selbst nachschauen sollen. Bei den FAQ könnte man die Amplitude etwas anschaulicher erklären.
- Das Eselsbrücken-Beispiel ist etwas verwirrend. Kennen die Schüler/innen überhaupt noch ABBA?
- Bei den Applets von mathe-online sind die Lösungsbuttons direkt neben den Korrekturbuttons. Am besten platziert man diese woanders.
- Eine gute Idee ist, dass die Hefteinträge gelb markiert sind. Den Hefteintrag am Ende der ersten Station übersieht man aber trotzdem leicht.
- Die Lösungen sollten generell nicht gleich anklickbar sein, sonst ist die Gefahr zu groß, dass die Schüler/innen die Aufgaben gar nicht selbst lösen, sondern sich gleich die Lösung ansehen.
- Die Grafiken sollten generell größer dargestellt werden, dann könnte man auch Nullstellen, Extremwerte etc. besser ablesen.
- Die Kompetenzen und Methoden kann man sehr leicht übersehen, obwohl sie für die Schüler/innen doch interessant sein könnten.
- Den „Hier geht es los“-Button auf der Startseite sollte größer gestaltet werden (oder eventuell blinkend).
- Die Memory-Kärtchen sollten länger eingeblendet werden, damit die Schüler/innen genug Zeit zum Überlegen haben.

- Bei dem YouTube-Video kommt nach einmaligem Ablaufen der nächste Vorschlag für ein Video von YouTube. Vielleicht kann man solche Videos selber drehen.
- Beim Riesenradbeispiel wäre es „logischer“, wenn der Winkel bei 0° beginnt und nicht bei 360° .
- Der Link „Didaktischer Kommentar“ sollte besser platziert werden.
- Die Tabelle zu Beginn der 1. Station nicht als Hefteintrag vorsehen, sondern zum Einkleben fürs Heft zur Verfügung stellen.
- Die Begriffe Amplitude und Frequenz sollten im Hauptpfad erklärt werden und nicht nur in den FAQ.

Die Student/innen haben also einige Verbesserungsvorschläge angebracht, die auch schon die Schüler/innen erwähnt haben. Natürlich achten die Student/innen auch noch auf andere Dinge wie z. B. Positionierung der Lösungen.

4.3 Fazit

Der Lernpfad „Trigonometrische Funktionen“ ist nach ein paar Verbesserungen sehr gut für den Unterricht einsetzbar. Die Reihenfolge ist nachvollziehbar und die meisten Definitionen und Beispiele sind mit anderen Seiten verknüpft, auf denen Hilfestellungen für die Schüler/innen zu finden sind. Für die meisten Student/innen ist der Zeitfaktor ein großes Problem. Die Schüler/innen werden wohl nicht sieben Stunden mit diesem Lernpfad arbeiten wollen. Einzelne Teile oder Stationen kann man aber sehr gut zur Vertiefung bzw. Wiederholung einsetzen. Anders als bei den Schüler/innen kommt der Anwendungsteil bei den Student/innen sehr gut an. Obwohl einige Student/innen Bedenken haben, dass schwächere Schüler/innen damit ihre Probleme haben könnten.

Der Lernpfad bietet für sie eine sehr gute Möglichkeit, Abwechslung in den Unterricht zu bringen. Die Schüler/innen bekommen die Möglichkeit sich selbst etwas zu erarbeiten und sich eigenständig zu kontrollieren.

6 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Theorie prädikativer und funktionaler Strukturen, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 8....	8
Abbildung 2: QuaDiPF C-18, Beispiel, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 9	9
Abbildung 3: QuaDiPF C-18, Lösung, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 10	10
Abbildung 4: QuaDiPF C-27, Beispiel, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 11	11
Abbildung 5: QuaDiPF C-27, Lösung, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 12	11
Abbildung 6: QuaDiPF C-17, Beispiel, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 13	12
Abbildung 7: QuaDiPF C-17, Lösung, Quelle: Schwank, Kognitive Mathematik S. 14	12
Abbildung 8: GeoGebra Zuordnungscharakter, Quelle: eigene Grafik	20
Abbildung 9: GeoGebra Kovariation, Quelle: eigene Grafik	21
Abbildung 10: GeoGebra Sicht als Ganzes, Quelle: eigene Grafik	22
Abbildung 11: Lernen durch Erweiterungen, Quelle: eigene Darstellung, vgl. http://www.schulalgebra.de/	25
Abbildung 12: Stufenmodell Funktionsbegriff, Quelle: eigene Darstellung	26
Abbildung 13: Beispiel Träger von Eigenschaften, Quelle: eigene Grafik	28
Abbildung 14: Beispiele allgemeine Sinusfunktion, Quelle: eigene Grafik	31
Abbildung 15: Übersicht Lernpfad, Quelle: Lernpfad, Didaktischer Kommentar	38
Abbildung 16: Methode "Pferdestall", Quelle: Lernpfad, Didaktischer Kommentar	41
Abbildung 17: Willkommenseite Trigonometrische Funktionen, Quelle: Lernpfad Hauptseite	43
Abbildung 18: Startseite Trigonometrische Funktionen, Quelle: Lernpfad Startseite	44
Abbildung 19: Einfluss der Parameter 1, Quelle: Lernpfad Station 1	44
Abbildung 20: Einfluss der Parameter 2, Smiley, Quelle: Lernpfad Station 1	45
Abbildung 21: Einfluss der Parameter 3, Aufgabe 4, Quelle: Funktionen erkennen 3, mathe online	46
Abbildung 22: Einfluss der Parameter 4, Aufgabe 5,6, Quelle: Lernpfad Station 1	46
Abbildung 23: Bestimmung Funktionsgleichung 1, Hilfsbeispiel, Quelle: Hilfsbeispiel – Bestimmung der Funktionsgleichung	47
Abbildung 24: Bestimmung Funktionsgleichung 2, Aufgabe 2, 3, Quelle: Lernpfad Station 2	48
Abbildung 25: Bestimmung Funktionsgleichung 3, Graphen erkennen, Quelle: Graphen erkennen 3, mathe online	48
Abbildung 26: Bestimmung Funktionsgleichung 4, Zusatzaufgabe + Lösungen, Quelle: Lernpfad Station 2	49
Abbildung 27: Anwendungen 1, Riesenrad, Quelle: Lernpfad Anwendungen	49
Abbildung 28: Anwendungen 2, Riesenrad Lösung, Quelle: Lernpfad Anwendungen	50
Abbildung 29: Anwendungen 3, Tageslängen, Quelle: Lernpfad Anwendungen	50
Abbildung 30: Anwendungen 4, Federpendel, Quelle: Lernpfad Anwendungen	51
Abbildung 31: Anwendungen 5, Fadenpendel, Oszilloskop, Quelle: Lernpfad Anwendungen	51

7 Literaturverzeichnis

BIFIE: Praxishandbuch Mathematik AHS Oberstufe – Auf dem Weg zur standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung, Online-Ressource. https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_ma_praxishandbuch_mathematik_2011-08-22.pdf [12. 8. 2013].

DORFMAYR, A.: Lernpfade, <http://www.dorfmayr.org/index.php?id=51>, [15. 7. 2013].

EMBACHER, F. (2004): Lernpfade – Wege zu selbstgesteuertem Lernen. Vortrag auf der 9. internationalen Tagung über Schulmathematik, Alternative Wege in Unterricht und Leistungsbeurteilung, Technische Universität Wien, Online-Ressource: <http://www.mathe-online.at/monk/TU26.2.2004/> [15. 7. 2013].

HISCHER, H. (2002): Mathematikunterricht und Neue Medien – oder: Bildung im Paradies, Saarbrücken, Online-Ressource <http://hischer.de/uds/forsch/preprints/hischer/Preprint67.pdf> [30. 7. 2013].

LAMBERT, A. (2003): Begriffsbildung im Mathematikunterricht. Online-Ressource: <http://www.math.uni-sb.de/PREPRINTS/preprint77> [16. 7. 2013].

LP_1: Lehrplan AHS allgemeiner Teil, <http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11668/11668.pdf> [22. 8. 2013].

LP_2: Lehrplan Mathematik, AHS-Oberstufe, http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf [22. 8. 2013].

MALLE, G. (1996): Mathematik lehren, Aus der Geschichte lernen, Heft 75, S. 4-8, Friedrich Verlag, Wien.

MALLE, G. (2000): Mathematik lehren, Zwei Aspekte von Funktionen: Zuordnung und Kovariation, Heft 103, S. 8-11, Friedrich Verlag, Wien.

MALLE, G., KOTH, M., WOSCHITZ, H., MALLE, S., SALZGER, B., ULOVEC, A. (2010): Mathematik verstehen 5, öbv, Wien.

MEDIENVIELFALT IM MATHEMATIKUNTERRICHT, Projekt 2004-2006, <http://rfdz.ph-noe.ac.at/forschung/projekt-2004-2006.html> [23. 8. 2013].

MEDIENVIELFALT IM MATHEMATIKUNTERRICHT, Projektbericht Kurzfassung, http://www.austromath.at/medienvielfalt/content/mv_Summary06.pdf [23. 8. 2013].

MÜLLER-PHILIPP, S. (1994): Der Funktionsbegriff im Mathematikunterricht, Waxmann Verlag, Münster, New York.

PICKERT, G. (1956): Bemerkung zum Funktionsbegriff, Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU) 8, Seeberger Verlag, Neuss.

PICKERT, G. (1958/59): Bemerkung zum Funktionsbegriff, Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU) 11, Seeberger Verlag, Neuss.

PICKERT, G. (1969): Wissenschaftliche Grundlagen des Funktionsbegriffs, Der Mathematikunterricht (MU) 15, Heft 3, Friedrich-Verlag, Seelze.

REICHEL, H.C., GÖTZ, S., MÜLLER, R., HANISCH, G. (2010): Mathematik 5, öbv, Wien.

SCHWANK, I. (1990): Theoretische Grundlagen der Untersuchungen und Interpretation ihrer Ergebnisse. In: SCHWANK, Zur algorithmischen Begriffsbildung von Mädchen. Abschlussbericht Band I. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.

SCHWANK, I. (1994): Zur Analyse kognitiver Mechanismen mathematischer Begriffsbildung unter geschlechtsspezifischem Aspekt, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM), 26(2), S. 31-40.

SCHWANK, I. (1996): Zur Konzeption prädikativer versus funktionaler kognitiver Strukturen und ihre Anwendungen, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM) 28(6), S. 168-183.

SCHWANK, I.: Kognitive Mathematik, <http://www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/kognitive-mathematik.htm> [12. 8. 2013].

STEPANCIK, E. (2008): Die Unterstützung des Verstehensprozesses und neue Aspekte der Allgemeinbildung im Mathematikunterricht durch den Einsatz neuer Medien, Dissertation.

VOLLRATH, H. J. (1989): Funktionales Denken, Journal für Mathematik Didaktik 10.

VOLLRATH, H.-J. (2003): Algebra in der Sekundarstufe, Spektrum Akademischer Verlag, 2. Auflage, Heidelberg, Berlin.

VOLLRATH, H.-J., WEIGAND, H.-G.: Didaktik der Algebra, <http://www.schulalgebra.de/> [5. 8. 2013].

LINKS zum LERNPFAD – TRIGONOMETRISCHE FUNKTIONEN:

Didaktischer Kommentar,

[http://wikis.zum.de/medienvielfalt/index.php?title=Trigonometrische Funktionen 2/Didaktischer Kommentar](http://wikis.zum.de/medienvielfalt/index.php?title=Trigonometrische_Funktionen_2/Didaktischer_Kommentar) [10. 7. 2013]

Kompetenzen für Schüler/innen,

[http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische Funktionen 2/Kompetenzen](http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische_Funktionen_2/Kompetenzen)
[23. 8. 2013]

Kurzbeschreibung,

<http://rfdz.ph-noe.ac.at/forschung/projekt-2010/trigonometrische-funktionen.html>
[10. 7. 2013]

Lernpfad Hauptseite,

[http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische Funktionen 2](http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische_Funktionen_2) [20. 7. 2013]

Lernpfad Startseite

[http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische Funktionen 2 Startseite](http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische_Funktionen_2_Startseite)
[20. 7. 2013]

Lernpfad Station 1 – Einfluss der Parameter

[http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische Funktionen 2/Einfluss der Parameter](http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische_Funktionen_2/Einfluss_der_Parameter) [20. 7. 2013]

Lernpfad Station 2 – Bestimmung der Funktionsgleichung und mehr

[http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische Funktionen 2/Bestimmung der Funktionsgleichung aus dem Graphen](http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische_Funktionen_2/Bestimmung_der_Funktionsgleichung_aus_dem_Graphen) [20. 7. 2013]

Lernpfad Anwendungen

[http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische Funktionen 2/Anwendungen 2](http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische_Funktionen_2/Anwendungen_2) [20. 7. 2013]

Hilfsbeispiel – Bestimmung der Funktionsgleichung

[http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische Funktionen 2/Bestimmung der Funktionsgleichung](http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische_Funktionen_2/Bestimmung_der_Funktionsgleichung) [25. 8. 2013]

Funktionen erkennen 3 – mathe online

http://www.mathe-online.at/mathint/fun2/applet_b_funerk3.html [25. 8. 2013]

Graphen erkennen 3 – mathe online

<http://www.mathe-online.at/galerie/fun2/fun2.html#grapherk3> [25. 8.2013]

Anhang

Abstract

In der Arbeit geht es um die Begriffsbildung mit dynamischen Lernobjekten. Ist es sinnvoll, Lernpfade im Unterricht einzusetzen? Gibt es eine rechtliche Grundlage zum Einsatz dieser Neuen Medien? Arbeiten die Schüler/innen gerne mit Lernpfaden? Gibt es Unterschiede zwischen Mädchen und Jungen?

Zu Beginn wurde die Theorie zur Begriffsbildung in der Mathematik allgemein behandelt und dann im Speziellen auch die des Begriffs Funktionen. Außerdem wurde der geschlechtsspezifische Teil der kognitiven Mathematik nach Schwank behandelt. Im Anschluss folgen Entwicklung, Eigenschaften, Lehren und Lernen des Begriffs Funktion.

Im zweiten Theoriekapitel sind die Definitionen und Erklärungen zu Neuen Medien und dem Begriff Lernpfad enthalten. Die Legitimation für den Einsatz eines Lernpfads und eine Vorstellung des Medienvielfalts-Projekts, aus dem der verwendete Lernpfad stammt, findet man auch in diesem Kapitel.

Nach der Vorstellung des Lernpfads folgt die Beobachtung der Schüler/innen. Dazu wurde den Schüler/innen bei der Arbeit mit dem Lernpfad zugehört und auch interviewt. Der Lernpfad wurde außerdem von Student/innen der Fakultät Mathematik der Universität Wien bewertet. Diese Ergebnisse bilden den Schluss der Arbeit. Die Resultate bestätigen, dass der Einsatz eines Lernpfads nur positive Auswirkungen auf die Begriffsbildung der Schüler/innen hatte. Außerdem wurden die Thesen von Schwank bezüglich der geschlechtsspezifischen kognitiven Strukturen bestätigt.

Beobachtungsbogen

[http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische Funktionen 2](http://wikis.zum.de/medienvielfalt/Trigonometrische_Funktionen_2)

Beginn	Schüler/in 1 ♂ ☐ ♀ ☐	Schüler/in 2 ♂ ☐ ♀ ☐	Schüler/in 3 ♂ ☐ ♀ ☐	Schüler/in 4 ♂ ☐ ♀ ☐
Schüler/in macht sich zu Beginn Überblick. (Scrollt hinunter)	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in liest „Kompetenzen“.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in klickt „Didaktischen Kommentar“ an.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in geht direkt auf „Hier geht es los.“	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Startseite				
Schüler/in lässt Quicklinks anzeigen.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in klickt „quadratische Funktionen“ an.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in liest Hinweise.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in klickt auf die „WH der Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen“	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in liest eigentlich nicht, sondern klickt herum	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein

und schaut, was passiert. „Learning by doing“. (gleich zu Station 1)				
Schüler/in verschafft sich zuerst einen Überblick.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Station 1				
Schüler/in klickt Kompetenzen an.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in klickt Methoden an.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in klickt auf ABC- Expertenteams bzw. Arbeiten „im Pferdestall“	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in klickt auf FAQ.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in trägt Notizen ins Heft ein (wie laut Anweisung)	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Aufgabe 1				
Schüler/in verwendet Applet zum Zeichnen der Funktion.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in gibt eigene Funktion in Java-Applet ein. mehrmaliges Ausprobieren?	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in liest „Merke“.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Aufgabe 2				
Schüler/in arbeitet mit Smiley-Applet.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein

Schüler/in bringt Smiley zum Lachen.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
durch Ausprobieren				
überlegt zuerst, welche Parameter man verändern muss				
zieht einfach so an den Schieberegler				
Aufgabe 3				
Schüler/in füllt Textfelder aus.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in ratet.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in drückt auf Korrektur.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in schaut, was richtig wäre.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in macht Neustart.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Aufgabe 4				
Schüler/in macht „Funktionen erkennen 3“	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in startet gleich mit Ziehen der Bilder.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in klickt auf Aufgabe.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in entscheidet durch Ausschlussverfahren.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in macht Applet mehrmals (Reset)	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein

Schüler/in klickt sofort auf Lösung.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in klickt auf „About“ bzw. „Hilfe“	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in klickt auf „Didaktischer Hintergrund“	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in klickt auf andere Links auf „mathe-online“-Seite.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Aufgabe 4 Memory				
Schüler/in spielt Memory.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in wählt Kärtchen per Zufall.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in überlegt sich, welche Funktion das ist und sucht dann passendes Kärtchen	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in schafft Memory.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
.. schafft Memory mit wie vielen Versuchen	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Spielt Memory noch einmal.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Aufgabe 5 Zusatz Mind Map				
Wird Aufgabe bearbeitet?	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in macht sich Notizen.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Aufgabe 6 Zusatz Eselsbrücke				
Schüler/in liest Aufgabe.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein

Schüler/in versteht Eselsbrücke.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in macht sich Notizen zu der Eselsbrücke	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Lösungen zu einzelnen Aufgaben werden angeklickt.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Lösung wird „gefunden“ bevor Aufgabe bearbeitet wird.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein

Station 2

FAQ angeklickt?	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Kompetenzen angeklickt?	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein

Aufgabe 1

Schüler/in macht sich Notizen zum Beispiel.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in liest „Merke“	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in klickt auf „hier“.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Sieht sich „Bestimmung der Funktionsgleichung an“.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in liest sich Methoden durch.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Verwendet Methoden?	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein

Aufgabe 2				
Macht sich Notizen zu den Beispielen	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Bestimmt Funktionsgleichungen.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in sucht nach Lösungen auf der Seite.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Aufgabe 3				
Schüler/in macht Graphen erkennen 3.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
.. durch Ausprobieren.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
... ist sich bei Antworten sehr sicher.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
... findet Lösung durch Ausschlussverfahren.				
Schüler/in macht eigene Kontrolle.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in macht Applet mehrmals	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in macht Notizen zum zweiten Teil er Aufgabe 3.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Aufgabe 4				
Schüler/in macht Erdbeben-Aufgabe.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in klickt sofort auf Tipp.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein

Schüler/in macht sich Notizen zum Beispiel.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Aufgabe 5				
Schüler/in macht Zusatzbeispiel	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in macht sich Notizen zum Beispiel.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Anwendungen				
FAQ's angeklickt.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Kompetenzen angesehen.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Methoden angesehen.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in sieht sich Anwendungen an.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in macht Aufgabe/n dazu.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
.. Aufgabe Riesenrad (wenn ja+ Notizen zum Umgang)				
.. Aufgabe Tageslängen (wenn ja+ Notizen zum Umgang)				
.. Aufgabe Schwingungen - Federpendel (wenn ja+ Notizen zum Umgang)				

.. Aufgabe Schaukeln-Fadenpendel (wenn ja+ Notizen zum Umgang)				
.. Aufgabe Oszilloskop (wenn ja+ Notizen zum Umgang)				
.. Aufgabe Experiment Bleistiftmine (wenn ja+ Notizen zum Umgang)				
Allgemein im Interview mit Schüler/in				
Homepage ist übersichtlich. 1-5 (Schulnotensystem)				
Hat sich Schüler/in gut zurechtgefunden?	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Gibt es Verbesserungen?				
Eigentlich immer zuerst Lösungen angesehen und dann geschaut, ob man es gewusst hätte..				
Sind Beispiele zu leicht/schwer? Wenn ja, welche?				

Welcher Teil hat besonders gefallen?				
Welcher Teil hat gar nicht gefallen?				
Hat Lernpfad zum Verständnis der trig. Funktion beigetragen?	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Fühlt sich Schüler/in bei diesem Kapitel jetzt sicherer?	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Würde Schüler/in gerne öfter Lernpfade im Unterricht einsetzen?	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Hat Schüler/in schon Erfahrungen mit Lernpfad?	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Hält Schüler/in Lernpfade für eine gute Idee? Abwechslung?	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Gibt es Kapitel, wo sich Schülerin einen Lernpfad gut vorstellen kann?				
Sonstiges				

Allgemein aus Sicht des Lehrers/der Lehrerin				
Schüler/in klickt nur aus Spaß herum.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in ist auf anderer Homepage gewesen.				
Schüler/in arbeitet größtenteils gar nicht.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in wird leicht abgelenkt.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in kann effizient arbeiten.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Schüler/in liest alles (und genau)	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Es gab Probleme mit den Java-Applets.	ja / nein	ja / nein	ja / nein	ja / nein
Sonstige Anmerkungen				

Lebenslauf

Persönliche Angaben:

Name	Juliane Lindlbauer
Anschrift	Linzerstraße 43 3382 Loosdorf
Geburtstag	20. November 1988
Geburtsort	Melk
Staatsbürgerschaft	Österreich
Religion	römisch-katholisch
Familienstand	ledig

Ausbildung:

seit 2008	Lehramtsstudium Mathematik und Informatik/Informatikmanagement, Universität Wien
2003–2008	Bundeshandelsakademie in St. Pölten Reifeprüfung Juni 2008
1999–2003	Hauptschule in Loosdorf
1995–1999	Volksschule in Loosdorf

Pädagogisches Praktikum:

- Informatik: BRG/ORG Wien 23, Anton Krieger-Gasse
bei Herrn Mag. Johannes Dressel

Fachbezogenes Praktikum:

- Mathematik: AHS Maria Regina, Wien 19
bei Frau Mag. Martina Goldenits
- Informatik: BRG/ORG Wien 23, Anton Krieger-Gasse
bei Herrn Mag. Johannes Dressel

SACHERSCHLIESSUNG

der
Fachbereichsbibliothek Mathematik, Statistik, Informatik der Universität Wien

Klassifikation

Aufstellungsort:

☐ HoA

☒ HoD

MSC2010: 97G60 – 97U50 – 97C30

BK: 31.04 – 81.68

Schlagwortketten nach RSWK

Trigonometrische Funktion – Begriffsbildung –
Computerunterstützter Unterricht – Mathematikunterricht (1234)

Kontrollvermerk der Fachbibliothek:

19. Jun. 2013

.....
Datum



.....
Unterschrift