



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Visualisierte Impulsform

Verfasser

Mag. Dr. Stefan Andreas Baumgartner

angestrebter akademischer Grad

Magister der Philosophie (Mag. phil.)

Wien, 2013

Studienkennzahl lt. Studienblatt:

A316

Studienrichtung lt. Studienblatt:

Musikwissenschaft

Betreuer:

Univ.-Prof. Dr. Christoph Reuter

Danksagung

Jede größere Arbeit, auch wenn diese nur von einem Einzelnen stammt, ist durch viele Menschen beeinflusst, die manchmal nur durch ihre Anwesenheit oder ein offenes Ohr zum Erfolg und zur Fertigstellung beitrugen. Diesen Menschen möchte ich diese einleitenden Worte widmen.

Zu allererst möchte ich mich bei meinem Betreuer Univ.-Prof. Dr. Christoph Reuter bedanken, der mich nicht nur während der Diplomarbeit ständig unterstützte, sondern mir auch die notwendige Motivation zur Erstellung dieser Arbeit mitgab und dessen Begeisterung für die systematische Musikwissenschaft und insbesondere für die Thematik der Impulsformung eine solch ansteckende Wirkung hatte, dass die Erstellung dieser Arbeit obwohl anstrengend doch freudig voranging. War ich anfangs noch über die Worte „das wird Ihnen Spaß machen“ skeptisch, so wurde die Steigerung des Wahrheitsgehalts dieser Aussage bis zum Ende dieser Arbeit immer deutlicher.

Weiters möchte ich mich bei allen Menschen, ob Familie, Freunde, Bekannte oder Unbekannte, wie wir sie auch immer nennen wollen, bedanken, die durch ihr stetes Beharren auf gemeinsame Aktivitäten mir die notwendige Abwechslung in mein Leben brachten, um mich mit stets erneuerter Kraft dieser Arbeit widmen zu können.

Einer Person gebührt hierbei besonderer Dank, da sie in allen Gemütszuständen zu mir hielt und mich auch in stressgeladener Zeit ertrug. Daher danke ich in höchstem Maße Brigitte Tschida für ihre Unterstützung und für das Hören meiner Ausführungen, selbst wenn diese unverständlich waren.

Da diese Arbeit auch den Abschluss meines langjährigen Studiums bedeutet, möchte ich mich zuletzt auch bei allen mir bekannten Studienkollegen bedanken, die mit mir gemeinsam Vorlesungen besuchten, Gruppenarbeiten schrieben und Prüfungen ablegten.

Kurzfassung

Diese Arbeit befasst sich mit der Klangfarbe von Musikinstrumenten und vor allem Blasinstrumenten. Dabei ist der Begriff des Formanten oder des Formantbereichs von tragender Bedeutung. Oft wurden Formanten bei Blasinstrumenten nicht gefunden, da die Schumannschen Klangfarbengesetze nicht in die Untersuchungen mit einbezogen wurden. Jobst Fricke stellte in den 1970er Jahren die Theorie der Impulsformung auf. Hauptresultat dieser Theorie ist, dass die impulsartige Anregungsfunktion bei Blasinstrumenten für die Erzeugung von Formantbereichen im Teiltonspektrum verantwortlich ist. Ganz im Gegensatz zur menschlichen Stimme, bei der die Filterwirkung des Vokaltrakts die Formanten dem harmonischen Quellsignal aufprägt.

Um die Impulsformen auf ihre Eigenschaften im Teiltonspektrum zu untersuchen benötigt man die Fouriertheorie. Mittels dieser erhält man die Amplituden der Teiltöne über die Fourierkoeffizienten des Fourierpolynoms. Verwendet man Impulsformen die durch Funktionen ausgedrückt werden können, so lassen sich auch die Fourierkoeffizienten durch Funktionen darstellen. Dies ist beim Rechtecksimpuls, beim Dreiecksimpuls und beim Sinusimpuls der Fall. Will man jedoch beliebige Impulse darstellen, also zum Beispiel frei mit der Hand gezeichnete, so benötigt man die diskreten Fourierkoeffizienten, die durch Abtasten des Impulses in regelmäßigen Intervallen berechnet werden können. Weiters können mittels der Fouriertheorie auch die Filterwirkungen eines Musikinstruments, die auch bei Blasinstrumenten vorhanden sind, beschrieben werden.

Hat man die Theorie zur Berechnung der Teiltonspektren gegeben, so benötigt man ein Programm zur Eingabe der Impulse, um diese Spektren untersuchen zu können. Teil dieser Arbeit war es, solch ein Programm zu erstellen, wobei verschiedenste Funktionen, wie die Veränderung der Periodenlänge, Eingabe von verschiedenen Impulsen, Erstellen eines Impulses aus einer WAV Datei, Anzeige des Spektrums in logarithmischer Skala oder mit Hüllkurve, Rückrechnung des Spektrums in einen Impuls und noch einige mehr wählbar sind. Dieses Programm ermöglicht es nun, die Impulse auf ihre Eigenschaften im Teiltonspektrum zu untersuchen und der Frage nachzugehen, ob diese Impulse auch wirklich Formanten erzeugen können.

Durch Untersuchung von verschiedenen Rechtecksimpulsen, Dreiecksimpulsen, Sinusimpulsen und Impulsen mit komplexeren Strukturen soll diese Arbeit zur Erkenntnis führen, dass verschiedene Impulse nicht nur Formanten im Teiltonspektrum erzeugen, sondern auch Schwingungserscheinungen wie das Vibrato, Dynamikvariierung und Lautstärkenänderungen erklären können.

Zum besseren Verständnis der Thematik wurde folgende Gliederung gewählt:

Einleitend wird der Begriff des Formanten eingeführt und, um diesen erkennen zu können, auch die Schumannschen Klangfarbengesetze erläutert. Um die Impulsformungstheorie zu erhalten wird zunächst die Quelle-Filter-Theorie beschrieben. Nach der Motivation der Impulsformungstheorie durch die Öffnungs- und Verschlusszeiten eines Rohrblattes wird die eigentliche Theorie und die Folgerungen, die sich aus ihr ergeben, dargestellt. Bevor zur Fouriertheorie übergegangen wird, werden auch noch die Klangfarbenmodulationen besprochen und wie durch diese ein Modell für einen synthetischen Klang entworfen werden kann.

Das zweite Kapitel widmet sich ausschließlich der Fouriertheorie, wobei für den Rechtecksimpuls, den Dreiecksimpuls und den Sinusimpuls die kontinuierlichen Fourierkoeffizienten und für beliebige Impulse die diskreten Fourierkoeffizienten berechnet beziehungsweise hergeleitet werden. Weiters werden auch die Begriffe des Fourierpolynoms, der Fouriertransformation und der inversen Fouriertransformation definiert. Um die Filterwirkung eines Musikinstruments zu beschreiben werden Hochpassfilter und Tiefpassfilter mittels der Fouriertheorie allgemein beschrieben und Besselfilter 2. Ordnung gezeigt.

Im dritten Kapitel wird das Programm zur Visualisierung der Impulsform und deren Funktionen detailliert behandelt. Die Implementierung wird nur bei der Ausgabe des Audiosignals und bei der Generierung des Impulses aus einer WAV Datei besprochen, da diese Themen nur bedingt in der Literatur behandelt werden und es verschiedene Möglichkeiten gibt, die Programmierung dieser Funktionen zu realisieren. Illustrationen des Programms finden sich für fast alle Funktionen.

Im vierten Kapitel werden die einzelnen Impulsformen und welche Minima beziehungsweise Formantbereiche diese erzeugen, mittels Berechnungen und Darstellungen aus dem, für diese Arbeit erstellten, Programm, besprochen. Ebenfalls findet sich hier eine Erklärung für die Veränderungen im Spektrum durch Dynamikänderung beim Spiel.

Abschließend findet sich am Ende dieser Arbeit eine Diskussion zu den besprochen Themen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	9
1.1	Formanten	10
1.1.1	Das Formantstreckengesetz	12
1.1.2	Das Formantverschiebungsgesetz	13
1.1.3	Das Formantsprunggesetz	14
1.1.4	Das Formanten-Intervallgesetz	15
1.1.5	Formanten bei Blasinstrumenten?	15
1.2	Quelle-Filter-Theorie	16
1.3	Impulsformungstheorie	18
1.3.1	Motivation	19
1.3.2	Die Theorie	21
1.3.3	Folgerungen	22
1.4	Klangfarbenmodulation	23
1.5	Die Synthese eines natürlichen Klanges	24
2	Fouriertheorie	25
2.1	Kontinuierliche Fourierkoeffizientendarstellung	26
2.1.1	Darstellung mittels Sinus und Cosinus	26
2.1.2	Darstellung mittels Amplitude und Phase	27
2.1.3	Komplexe Darstellung	28
2.1.4	Gerade und ungerade Funktionen	29
2.1.5	Der Rechtecksimpuls	31
2.1.6	Der symmetrische Dreiecksimpuls	32
2.1.7	Der Sinusimpuls	33
2.1.8	Der asymmetrische Dreiecksimpuls	34
2.2	Fouriertransformation	36
2.2.1	Kontinuierliche Fouriertransformation	36
2.2.2	Diskrete Fouriertransformation	36
2.3	Diskrete Fourierdarstellung	37
2.3.1	Sonstige Impulsformen	39
2.4	Das Gibbs Phänomen	40
2.5	Filter	40
2.5.1	Tiefpassfilter	42
2.5.2	Hochpassfilter	44

3	Das Programm	45
3.1	Der Impuls	48
3.1.1	Hilfsgitterlinien	48
3.1.2	Impulsformen	48
3.1.3	Amplituden- und Periodenänderung	49
3.1.4	Erzeugung des Audiosignals	50
3.1.5	Einlesen eines Impulses von einer WAV Datei	51
3.2	Das Spektrum	53
3.2.1	Hüllkurve	54
3.2.2	Amplituden- und Frequenzänderungen	54
3.2.3	Logarithmische Amplitude	54
3.2.4	Anzeige in Hz	55
3.2.5	Filter	56
3.2.6	Rücktransformation	57
3.3	Speicherung im EPS Format	57
4	Impulsformen und ihre Spektren	59
5	Conclusio	65
	Literaturverzeichnis	67
	Curriculum Vitae	71

1 Einleitung

Um einen musikalischen Klang zu beschreiben, benötigt man drei wesentliche Merkmale: Die Lautstärke, die Tonhöhe und die Klangfarbe (Fricke 1973). Die Lautstärke kann jeder Mensch, auch wenn die Differenzierung zwischen den Lautstärken von Mensch zu Mensch verschieden ist, durch eigene Worte beschreiben; sie ist eine Größe, die auch physikalisch messbar ist. Ebenso kann auch die Tonhöhe physikalisch gemessen und durch Schulung des Gehörs von Menschen erkannt werden. Die Klangfarbe entzieht sich jedoch noch einer genauen Beschreibung und auch die Entstehung einer solchen ist Thema von Diskussionen. Treffend beschreibt Reuter diesen Umstand mit:

„Klangfarbe bzw. deren Wahrnehmung, Beschreibung und Messung gehören zu jenen Bereichen der Systematischen Musikwissenschaft, die trotz einer mehr als einhundert jährigen Forschungsgeschichte auch heute noch Rätsel aufgeben und Musiker, Akustiker, Musikpsychologen, Instrumentatoren und Musikwissenschaftler aneinander vorbeireden lassen.“

(Reuter 2004, S. 110)

Eine Vielzahl von Gründen ist dafür verantwortlich, dass es keine einheitliche Theorie zur Klangfarbe gibt. Betrachtet man den Klang eines Musikinstruments, so kann man die Klangfarbe zunächst im Frequenzspektrum suchen. Doch die Spektren für den Einschwingungsvorgang, den stationären, oder besser gesagt den quasi-stationären, Schwingungsvorgang und den Ausschwingungsvorgang sind verschieden und es ist fraglich, an welchem dieser Spektren die Klangfarbe festgemacht werden kann. Diese Spektren variieren weiters auch nicht nur zwischen verschiedenen Musikinstrumenten sondern das Teiltonspektrum, und somit auch die Klangfarbe ein und desselben Musikinstruments kann auch bei verschiedener Lautstärke, verschiedener Tonhöhe oder verschiedener Spielweise unterschiedlich aussehen (Fricke 1973; 1975b).

Somit ist im ersten Moment auch nicht klar, wie überhaupt eine konstante Klangfarbe bei Musikinstrumenten entstehen kann. Es ist jedoch sicher, dass die Klangfarbe eines Musikinstruments am stationären Klang, wenn vorhanden, erkennbar ist. Gesucht wird also nach einem Kriterium, dass aufbauend auf dem Teiltonspektrum des quasi-stationären Klanges ein Erkennen des Musikinstruments anhand der Klangfarbe ermöglicht. Dieses Kriterium liefert der Begriff des Formanten. Obwohl dieser Begriff schon 1929 ausreichend definiert (Schumann 1929) und dessen Wirkungsweise beschrieben wurde, ist es oft zu Fehl-

interpretationen gekommen. Genauer über den Begriff Formant und dessen Gesetzmäßigkeiten wird in Abschnitt 1.1 behandelt.

Doch selbst wenn man die Formanten aus dem Teiltonspektrum abstrahieren kann, stellt sich die Frage wie diese und somit Klangfarbenmerkmale überhaupt entstehen. Es gibt eine Möglichkeit die Klangfarbe so zu erklären, dass man eine einheitliche Theorie für alle Musikinstrumente erhält. Unter anderem bietet diese Theorie dann auch eine Erklärung für die Entstehung einer konstanten Klangfarbe bei Blasinstrumenten. Dies ist deshalb hervorzuheben, weil in der Vergangenheit oft angezweifelt wurde, dass feste Formanten bei Blasinstrumenten überhaupt existieren, wobei die Missinterpretation der Klangfarbe von Blasinstrumenten oder besser gesagt das falsche Verständnis der Entstehung selbiger, meist von vereinfachten Testbedingungen oder dem Betrachten von falschen Kriterien herrührt (Reuter 2003).

Oft wurden die, schon vorher erwähnten, Formanten bei Blasinstrumenten deshalb nicht gefunden, weil die Schumannschen Klangfarbengesetze nicht in die Überlegungen mit einbezogen wurden. Diese Gesetze erklären, wie sich die Formanten unter Veränderungen der Spieldynamik oder der Tonhöhe verhalten. Daher werden, bevor schrittweise die Theorien und Modelle zur Entstehung von Klangfarben bei der menschlichen Stimme und bei Musikinstrumenten besprochen werden, die Gesetzmäßigkeiten der Klangfarbe bzw. der Formanten erklärt, denn nur dadurch ist sicher gestellt, dass diese überhaupt erkannt und identifiziert werden können.

1.1 Formanten

Der Begriff Formant zur Beschreibung von signifikanten Stellen im Teiltonspektrum wurde erstmals von Ludimar Hermann 1894 in der akustischen Literatur erwähnt (Hermann 1894, S. 267). Dabei bezeichnete Hermann einen Formanten als einen vom Grundton unabhängigen Teilton innerhalb eines Vokals, der den Klangcharakter, somit also auch die Klangfarbe, bestimmt. Erst Carl Stumpf verwendete 1926 diesen Begriff auch für Musikinstrumente, wobei er auch erkannte, dass ein Formant nicht nur aus einem einzelnen hervortretenden Teilton besteht, sondern dass es sich vielmehr um Bereiche im Spektrum handelt, in denen gewisse Teiltöne hervortreten.

Doch nicht jede Teiltonerhebung ist sogleich ein Formant. Man kann bei einem Teiltonbereich erst von einem Formanten sprechen, wenn dieser prägnant innerhalb einer Quintbreite auftritt und klangfärbenden Charakter besitzt. Die klangfärbende Eigenschaft bewirkt eine weitere Einschränkung, da diese nur in einem Frequenzbereich von 200 Hz, was dem Ton g entspricht, bis 4000 Hz, also dem Ton c^5 , vom menschlichen Ohr wahrgenommen werden kann (Fricke 1994, S. 66). Weiters sind die Formantbereiche von Orchesterinstrumenten auch nur bei Klängen mit Grundtönen im unteren Tonbereich von eineinhalb bis zwei Oktaven zu suchen, da bei steigender Tonhöhe der Grundton in den ersten Formantbe-

reich fällt und somit die instrumentenspezifische Klangfarbe verloren geht (Fricke 1994, S. 68).

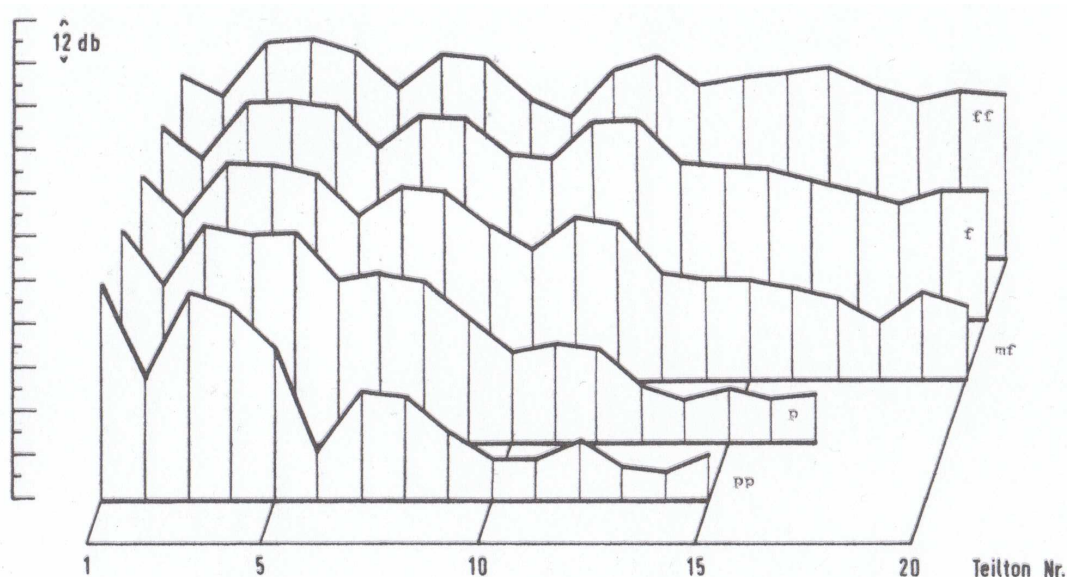


Abbildung 1.1: Teiltonspektrum der ersten 20 Teiltöne einer Clarin-Trompete in F (Cappella Stimmung) vom pianissimo bis zum fortissimo mit notierter Tonhöhe c^1 ((Müller 1971, S. 77) oder (Fricke 1996, S. 198)).

In Abb. 1.1 ist das Teiltonspektrum einer Clarin-Trompete bei Dynamikänderung von pianissimo bis fortissimo abgebildet (Müller 1971, S. 77). In diesem Teiltonspektrum kann man klar die Einschnitte erkennen, die die einzelnen Formantbereiche voneinander trennen. Weiters sieht man auch, dass sich die Intensitäten der Teiltöne in den Formantbereichen mit der Dynamikstufe ändern. Ist zum Beispiel beim pianissimo der erste Formantbereich eindeutig am signifikantesten, so nähern sich der zweite und bei weiterer Steigerung auch der dritte Formantbereich dem ersten an. Aber auch innerhalb der Formantbereiche kann man Veränderungen feststellen. Betrachtet man nur den ersten Formantbereich, so sieht man, dass der dritte Teilton beim pianissimo noch am stärksten ist, jedoch beim fortissimo der vierte Teilton diese Rolle übernimmt.

Es liegt also nahe, eine allgemein gültige Gesetzmäßigkeit zu vermuten. Solche Gesetzmäßigkeiten können nicht nur für die Dynamikänderung gefunden werden, sondern sind auch für die Variierung der Tonhöhen vorhanden. Karl Erich Schumann beschrieb 1929 diese Abhängigkeiten durch 4 Gesetze, welche die Schumannschen Klangfarbengesetze genannt und nun im folgenden beschrieben werden (vgl. (Reuter 2004, S. 111) oder (Reuter 1996, S. 110-113)).

1.1.1 Das Formantstreckengesetz

Das Formantstreckengesetz behandelt den Begriff des Formantbereichs und die Veränderungen im Teiltonspektrum bei Variierung der Tonhöhe. Es lautet:

„Formanten bei Musikinstrumenten sind feste, vom Grundton unabhängige Strecken oder Bereiche im Spektrum, in denen die Teiltonamplituden besonders stark hervorgehoben werden. Erreicht mit ansteigendem Grundton der amplitudenstärkste Teilton die Formantgrenze, so verlagert sich das Amplitudenmaximum auf den nächsttieferen beziehungsweise gerade in die Formantstrecke eintretenden Teilton.“

(Reuter 1996, S. 111)

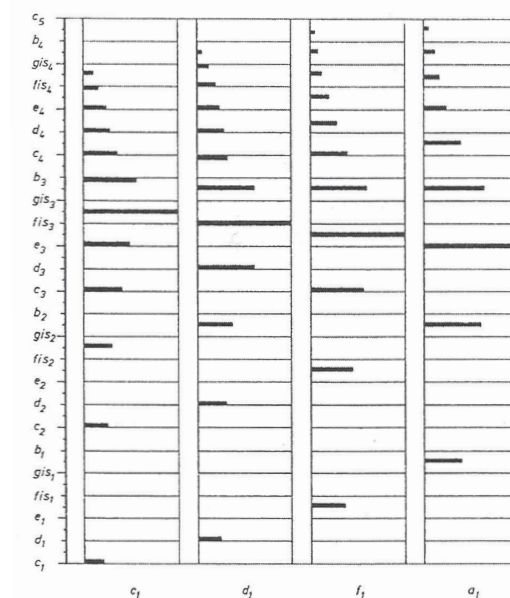


Abbildung 1.2: Formantstreckengesetz anhand eines Partionaltenspektrums gleichstarker Klänge mit steigender Tonhöhe (vgl. (Mertens 1975, S. 34) oder (Oehler 2008, S. 81)).

Dieses Gesetz beschreibt zunächst den Begriff des Formanten. Dieser wird hier als Bereich im Spektrum definiert und nicht, wie in der Definition von Hermann, als einzelne Teiltöne. Weiters gilt nun für diese Formantbereiche oder Formantstrecken, dass diese fest im Spektrum verankert sind, also bei Veränderung der Tonhöhe nicht mit der Grundtonhöhe mit wandern. Dadurch ergibt sich, dass die Maxima im Spektrum nicht bei fixen Teiltönen bleiben, sondern dass diese Maxima immer auf die Teiltöne in den festen Formantbereichen fallen. Verlässt also der Teilton den an Intensität stärksten Formanten, so wird dessen Intensität verringert.

Betrachtet man nun das Teiltonspektrum in Abb. 1.2, so sieht man, dass bei c_1 der 5. Oberton der stärkste ist. Verändert man die Tonhöhe auf d_1 , so verschiebt

sich der stärkste Teilton auf den 4. Oberton und ähnlich bei f_1 und a_1 auf den 3. Oberton beziehungsweise auf den 2. Oberton. Der stärkste Teilton bleibt also immer im stärksten Formantbereich und der Teilton, der den stärksten Formantbereich verlässt, wird abgeschwächt.

1.1.2 Das Formantverschiebungsgesetz

Nun werden die Auswirkungen im Teiltonspektrum beschrieben, die durch Dynamikveränderungen erzeugt werden. Das erste Gesetz zu den Dynamikveränderungen ist das Formantverschiebungsgesetz und lautet:

„Mit stärker werdender Dynamik verlagert sich das Amplitudenmaximum innerhalb des Formanten auf Teiltöne höherer Ordnung.“

(Reuter 1996, S. 111)

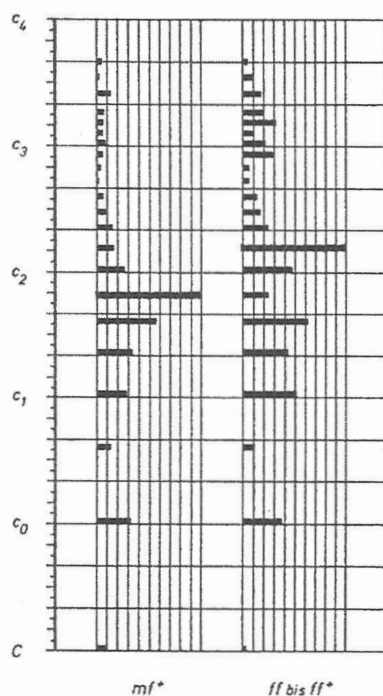


Abbildung 1.3: Formantverschiebungsgesetz anhand eines Partialtonspektrums zweier Fagottklänge auf C und den Dynamikgraden $mf+$ und ff bis $ff+$ (vgl. (Mertens 1975, S. 63) oder (Oehler 2008, S. 82)).

Als Beispiel sieht man in Abb. 1.3 die Teiltonspektren zweier Fagottklänge mit identer Tonhöhe C unter verschiedenen Dynamikgraden. Auf der linken Seite ist das Spektrum bei mf und auf der rechten Seite das Spektrum bei ff dargestellt. Klar erkennbar verschiebt sich der Teilton mit der höchsten Intensität bei lauterem Spiel zu einer höheren Stelle im Spektrum. Ebenso ist dies in Abb. 1.1

ersichtlich wobei hier beim *pp* der 3. Teilton der stärkste ist und so lange bleibt, bis beim *ff* der 4. Teilton den 3. Teilton übertrifft.

Man beachte aber, dass mit dem Formantstreckengesetz nicht gemeint ist, dass dabei der stärkste Teilton den Formantbereich tatsächlich verlässt, sondern nur, dass die Intensität der Teiltöne innerhalb des Formanten verschoben wird. Das bedeutet aber nicht, dass der stärkste Teilton bei verschiedenen Dynamikstufen immer im selben Formantbereich bleiben muss. Die Verlagerung des Maximums auf einen anderen Formantbereich wird von einem anderen Gesetz beschrieben, dem Formantsprunggesetz.

1.1.3 Das Formantsprunggesetz

Das Formantsprunggesetz, als 2. Gesetz zur Beschreibung von Dynamikveränderungen, behandelt in gewisser Weise die Extremfälle des Formantverschiebungsgesetzes. Es lautet:

„... bei sehr starker Tongebung überspring das in p-Klängen im ersten, tieferen Formanten liegende Amplitudenmaximum die Teiltöne zwischen den Formanten und zeichnet die zweite, höhere Formantstrecke aus.“

(Reuter 1996, S. 111)

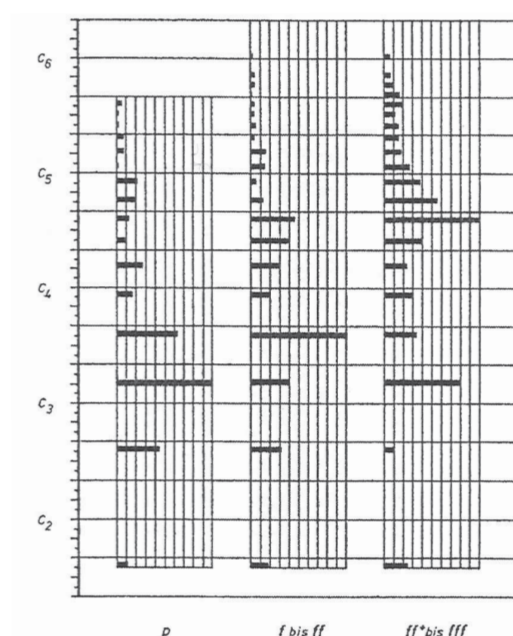


Abbildung 1.4: Formantsprunggesetz anhand eines Partialaltonspektrums dreier Oboenklänge auf g_1 und den Dynamikgraden *p*, *f* bis *ff* und *ff+* bis *fff* (vgl. (Mertens 1975, S. 64) oder (Oehler 2008, S. 83)).

Dieses Gesetz beschreibt den Umstand, dass bei einer starken Dynamikänderung der stärkste Teilton nicht nur an den Rand des ersten Formanten rückt, sondern sogar in den nächsten Formanten springt. Dabei springen die Teiltöne natürlich nicht wörtlich, sondern es findet lediglich eine Verschiebung der Intensität statt während die Teiltonminima zwischen den Formanten übersprungen werden.

In Abb. 1.4 ist dargestellt, dass das Teiltonmaximum beim p -Klang bei Steigerung auf f - ff auf den nächst höheren Teilton verschoben wird. Es tritt also das Formantverschiebungsgesetz in Kraft. Wird die Dynamik auf ff - fff gesteigert, so wird das Teiltonmaximum nicht mehr im ersten, sondern im zweiten Formanten angenommen. Hier wirkt also das Formantsprunggesetz.

1.1.4 Das Formanten-Intervallgesetz

Es sind nun alle Gesetze zur Beschreibung der Änderungen der Tonhöhe und der Dynamik mit Auswirkung auf das Teiltonspektrum besprochen worden. Es stellt sich nun die Frage ob die Formanten miteinander in Beziehung stehen. Schumann postuliert zu diesem Umstand:

„Der amplitudenstärkste Teilton der einen Formantstrecke bildet mit dem amplitudenstärksten Teilton der zweiten Formantstrecke ein für das jeweilige Instrument charakteristisches Verhältnis.“
(Reuter 1996, S. 111)

Dieses Gesetz stellt eine Ausnahme unter den Klangfarbengesetzen dar, da es das einzige Gesetz ist, das in Frage gestellt oder zumindest angezweifelt wird. Dies liegt vor allem daran, dass es auf den ersten Blick einen Widerspruch zum Formantverschiebungsgesetz darstellt. Dieser Widerspruch ergibt sich dadurch, dass bei einer Veränderung der Dynamik die Maxima innerhalb des Formanten verschoben werden. Somit würde sich auch das Verhältnis zwischen den Teiltonmaxima der Formanten verschieben. Eine Erklärung dafür, dass diese Intervalle dennoch existieren, könnte in den zyklischen Minima zwischen den Formanten begründet sein (Oehler 2008, S. 84). Damit wäre dann auch erklärt, wieso spezifische Intervalle zwischen Formanten für einzelne Musikinstrumente existieren (Reuter 1996, S. 112). Mit Sicherheit lässt sich aber nur festzustellen, dass weitere Forschung zu diesem Gesetz oder Postulat nötig ist.

1.1.5 Formanten bei Blasinstrumenten?

Es soll nun kurz der Spezialfall der Blasinstrumente behandelt werden, da diese, wie schon eingangs erwähnt, oft falsch betrachtet wurden, was in manchen Untersuchungen dazu führte, dass keine festen Formanten bei Blasinstrumenten gefunden wurden (Dickreiter 1977, S. 46). Geht man davon aus, dass die Formantbereiche für die Klangfarbe bei Blasinstrumenten verantwortlich ist, muss man also erklären können, wie diese durch das Blasinstrument selbst entstehen.

Der Unterschied zu anderen Musikinstrumenten liegt im schwingenden System welches in diesem Fall die Luftröhre ist. Dieses ist bei Blasinstrumenten ständigen Änderungen, durch Öffnen oder Schließen von Klappen oder Grifflöchern, unterworfen und folglich variiert auch das Frequenzspektrum mit der Tonhöhe stark (Fricke 1973, S. 96). Fehlt eine Theorie die die Entstehung einer konstanten Klangfarbe bei Blasinstrumenten erklärt, kann es durch diesen großen Unterschied zu anderen Musikinstrumenten schnell zu falschen Interpretationen von Forschungsergebnissen kommen. Dies geht dann sogar so weit, wie eingangs erwähnt, dass in Untersuchungen von Teiltönen von Blasinstrumenten gar keine Formanten gefunden werden. Eine solche Studie ist zum Beispiel in (Fricke 1994, S. 66) widerlegt.

Deshalb benötigt man eine Theorie, die erklärt, wie solche Formanten überhaupt entstehen und ob diese für alle Instrumente und auch die menschliche Stimme auf die selbe Art und Weise zu Stande kommen. Um dieser Frage auf den Grund zu gehen, werden nun schrittweise einige Klangfarbentheorien vorgestellt. Zunächst wird die Quelle-Filter-Theorie behandelt, die zur Beschreibung der menschlichen Stimme aufgestellt wurde, aber auch zur Erklärung der Entstehung einer konstanten Klangfarbe bei Musikinstrumenten herangezogen werden kann.

1.2 Quelle-Filter-Theorie

Die Quelle-Filter-Theorie wurde entworfen, um die menschliche Stimme und die Entstehung derer Klangfarbe zu beschreiben. Im Verlauf dieses Kapitels wird ersichtlich, dass diese Theorie auch für Musikinstrumente verwendet werden kann. Dazu wird zunächst der menschliche Vokaltrakt wie in Abb. 1.5 skizziert als ein einseitig offenes Rohr mit einer Länge von 17.5 cm betrachtet.

Am Anfang des Rohres, also am geschlossenen Ende, befindet sich die Glottis, deren Masse- und Elastizitätsverhältnisse die Grundfrequenz der Stimmlippenschwingung bestimmt. Diese Grundfrequenz kann durch myoelastische Änderung der Stimmlippenspannung bei unveränderten Resonanzfrequenzen variiert werden (Oehler 2008, S. 84f). Es wird also nur die Grundfrequenz verändert, jedoch nicht der Vokaltrakt selbst, welcher für die Resonanzfrequenz und somit für die Färbung der Sprache zuständig ist. Betrachtet man das Spektrum der menschlichen Stimme, so hat man zunächst ein Quellsignal mit harmonischen Teilschwingungen ähnlich des Spektrums in Abb. 1.5. Dieses Signal besitzt keinerlei Formanten und somit wird die Klangfarbe, wie eben beschrieben, nicht durch die Glottis und deren Schwingung verursacht, sondern kann nur durch die Filterwirkung des Vokaltrakts entstehen. Diese Filterwirkung kommt durch die relativ weichen Begrenzungsflächen im menschlichen Vokaltrakt zu Stande. Die Blasinstrumente haben aber harte und glatte Begrenzungsflächen. Eine Filterwirkung kann also bei Blasinstrumenten nicht eine primäre Rolle bei der Entstehung der Klangfarbe spielen (Neppert 1999, S. 136-140).

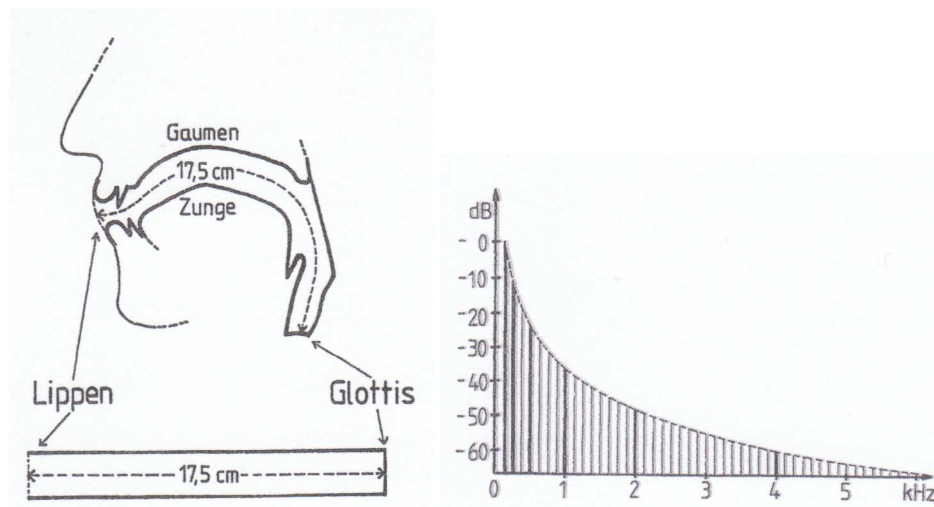


Abbildung 1.5: Der menschliche Vokaltrakt als einseitig offenes Rohr (Neppert 1999, S. 130) und schematisches Spektrum eines Quellsignals (Neppert 1999, S. 126).

Bevor aber zu Musikinstrumenten übergegangen wird, soll dieser Umstand abstrahiert und formal betrachtet werden. Dafür wird die Grundfrequenz als eine von der Zeit abhängige spektrale Verteilung $S(t)$, die Übertragung als eine Übertragungsfunktion $D(j\omega)$ und die Abstrahlcharakteristik als Funktion $R(j\omega)$ definiert. Angewendet auf die menschliche Stimme, ergibt sich der Stimmklang als $F(j\omega) = S(j\omega) \times D(j\omega) \times R(j\omega)$, d.h. durch Faltung der Anregungsfunktion mit der Übertragungsfunktion und der Abstrahlfunktion (Oehler 2008, S. 86). Oft werden hierbei die Funktionen $D(j\omega)$ und $R(j\omega)$ zur Filterfunktion $T(j\omega) = D(j\omega) \times R(j\omega)$ zusammengefasst (Fricke 1989b, S. 110).

Bei der menschlichen Stimme wäre S also die Grundfrequenz bestimmende Stimmlippenschwingung und T der Filter der durch die Sprachröhre bestimmt wird. Die Klangfarbe wird also der Grundschwingung durch den Filter aufgeprägt. Will man dieses Prinzip auf Musikinstrumente anwenden, so bieten sich als erstes Beispiel die Streichinstrumente an, bei denen S die Anregungsfunktion in Form der periodischen Saitenanregung ist, der Korpus als Resonanzkörper die Übertragungsfunktion D beschreibt und die Schallabstrahlung ebenfalls durch den Korpus die Abstrahlcharakteristik R ergibt (Fricke 2003, S. 130-132).

Bei Streichinstrumenten und der menschlichen Stimme bestimmt also die Filterfunktion die Klangfarbe. Doch bei anderen Musikinstrumenten, wie zum Beispiel den Blasinstrumenten, hat man keine konstante Filterfunktion, da durch Betätigen von Klappen oder Ventilen oder Verdecken von Grifflöchern, die Länge des Resonators mit jeder Tonhöhe verkürzt oder verlängert wird. Somit ergibt sich mit jeder Tonhöhe eine andere Abstrahlcharakteristik R und folglich ein anderes Filter T (Fricke und Blens 1994, S. 965).

Es stellt sich also wieder einmal die Frage, doch diesmal in formaler Gestalt,

wie eine konstante Klangfarbe bei Instrumenten mit variierender Abstrahlcharakteristik oder variierender Übertragungsfunktion entstehen kann. Logisch und folgerichtig muss man zunächst zur Basis zurückkehren - zur Funktionsweise eines Musikinstruments selbst. Die Anregungsfunktion eines Musikinstruments ist stets impulsförmig. Dabei können jedoch verschiedene Impulsformen auftreten, die auch den Klang eines Musikinstruments beeinflussen.

Wird ein Musikinstrument nur durch einen einzelnen Impuls angeregt, wie das zum Beispiel bei einem Klavier durch das Auftreffen des Hammers auf die Saite der Fall ist, so folgt nach dem Einschwingungsvorgang sofort der Abklingvorgang (Fricke 1996, S. 189). Es ist also kein stationärer Klang vorhanden.

Im folgenden sollen jedoch vor allem Musikinstrumente behandelt werden die einen quasi-stationären Klang aufweisen. Um einen quasi-stationären Klang zu erhalten, benötigt man periodisch auftretende Impulse, wobei die Impulse kleinen Schwankungserscheinungen unterliegen können, also nur grob betrachtet periodisch sind. Dabei bestimmt die Periodenlänge die Frequenz des Grundtons, was noch in Kapitel 2 behandelt wird. Bei einer Geige wird dieser Impuls durch die Mitnahme und anschließende Rückführung der Saite durch den Bogen erzeugt. Bei Blasinstrumenten entsteht der periodische Impuls durch periodische Luftstöße, die entweder durch die Lippen des Spielers oder die Verschlusszeiten von Rohrblättern erzeugt werden (Fricke 1996, S. 189f).

Kommt man nun wieder zurück zur Quelle-Filter-Theorie und führt sich wieder vor Augen, dass auch Musikinstrumente behandelt werden wollen, deren Filterfunktion nicht konstant ist und die einen quasi-stationären Klang besitzen, so liegt es nahe, die einzige Komponente dieser Theorie zu betrachten, die noch verantwortlich für eine konstante Klangfarbe sein kann, namentlich die Anregungsfunktion S des Musikinstruments (Fricke 1989b, S. 100). Doch dass die Anregungsfunktion überhaupt Formanten hervorbringen kann, obwohl auch diese bei Dynamikänderung und Tonhöhenänderung variiert, ist nicht auf den ersten Blick ersichtlich und so wird dieser Umstand in einem eigenen, dem folgenden, Abschnitt behandelt.

1.3 Impulsformungstheorie

Die Impulsformung ist eine von Wolfgang Voigt und Jobst Fricke vorgeschlagene Theorie zur Beschreibung der Entstehung von Formanten im Teiltonspektrum durch die Impulsform der Anregungsfunktion (Fricke 1975b; 1989b; Voigt 1975). Diese Theorie dient vor allem der Erklärung einer konstanten Klangfarbe bei Blasinstrumenten (Oehler und Reuter 2006b). Darum werden die folgenden Ausführungen zunächst auf Blasinstrumente beschränkt sein.

Eingangs wurde die Antwort auf die Frage nach der konstanten Klangfarbe im Teiltonspektrum gesucht. Wenn nun über Impulsformen gesprochen wird, so sollen natürlich auch die resultierenden Teiltonspektren betrachten werden, jedoch liegt das Hauptaugenmerk auf der Impulsform selbst, also dem Eingangssignal

im Zeitbereich. Fricke gibt als Begründung für diesen Sinneswandel vier Gründe an (vgl. (Fricke 1996, S. 190)):

1. Betrachtet man den Zeitbereich, so können die nicht stationären Vorgänge im stationären Klang natürlicher, also der Realität angepasst, betrachtet werden.
2. Das Minimax-Prinzip wird eingehalten. Man kann durch minimale Änderungen im Zeitbereich große Änderungen im Frequenzbereich erhalten. Nimmt man Veränderungen nur im Frequenzbereich vor, zum Beispiel eine reine Amplitudenmodulation (siehe auch Abschnitt 1.4), so entspricht dies nicht dem natürlichen Klang.
3. Die Amplituden-, Frequenz- und Klangfarbenmodulationen durch Änderungen im Zeitbereich führen zu natürlichen Schwankungserscheinungen.
4. Diese Natürlichkeit findet sich bei Änderungen im Zeitbereich auch in den Beziehungen zwischen den resultierenden Teiltönen im Spektrum.

Wenn nun im Zeitbereich gearbeitet werden soll, muss auch Information darüber vorhanden sein, wie die Impulsformen für die einzelnen Blasinstrumente aussehen und ob diese zu Formanten im Teiltönspektrum führen können. Als Beispiel dafür wird im folgenden Abschnitt, als weitere Motivation, unter anderem die Impulsform eines Fagotts, als Ergebnis der Verschlussphase und Öffnungsphase des Rohrblattes, betrachtet.

1.3.1 Motivation

Betrachtet man die Filmaufnahme der Schwingungen eines Rohrblattes eines Fagotts in Abb. 1.6 (Voigt 1975), so erkennt man, dass das Rohrblatt eine annähernd konstante Öffnungs- und Verschlusszeit hat und somit ein periodischer Impuls entsteht. In Kapitel 4 wird ersichtlich, dass sich dadurch im Spektrum in regelmäßigen Abständen Minima oder Nullstellen ausbilden, zwischen denen formantähnliche Bereiche entstehen, wobei das Spektrum stark vom jeweiligen Impuls abhängt (Fricke 1975a).

Den Einfluss der Anregungsfunktion auf das Spektrum hat als erster Fransson nachgewiesen (Fransson 1966), wobei er feststellte dass Fagott, das Englisch Horn und die Oboe eine Impulsdauer von 1.2, 0.48 und 0.4 ms besitzen (Fricke 1975a, S. 408).

Auhagen berichtet weiters über die Minima im Frequenzspektrum eines Altsaxophons welche bei ca. 800, 1700 und 2800 Hz liegen (Auhagen 1987, S. 709). Ebenso schreibt Auhagen in dieser Arbeit, dass solche Minima durch asymmetrische Dreiecksimpulsformen erzeugt werden können. Solche Dreiecksimpulsformen werden noch in Kapitel 4 betrachtet.

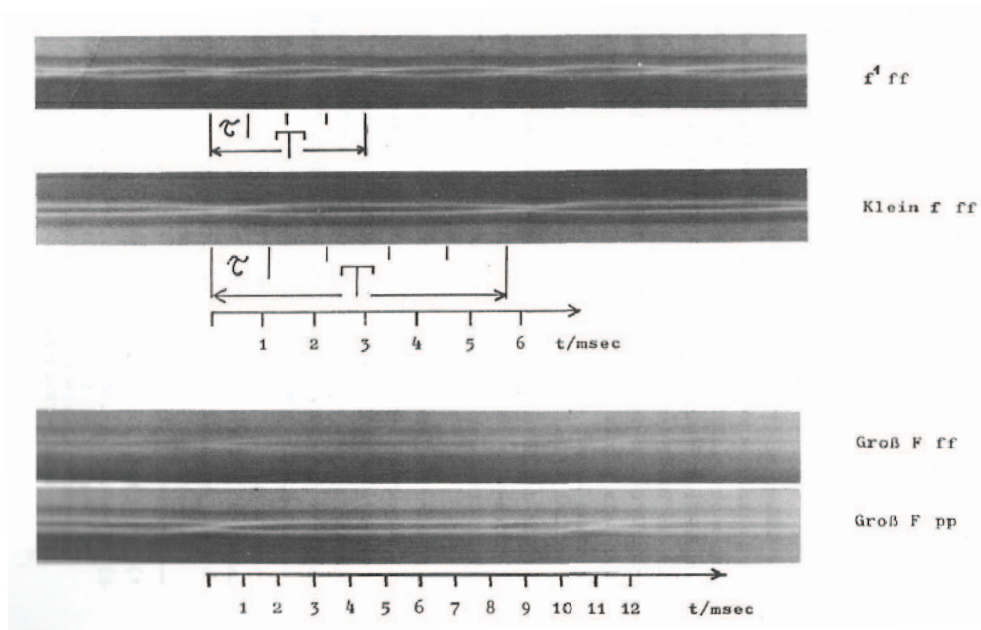


Abbildung 1.6: Filmaufnahmen der Rohrblattschwingung eines Fagotts (vgl. (Voigt 1975, S. 217) oder (Fricke 1975a, S. 410)).

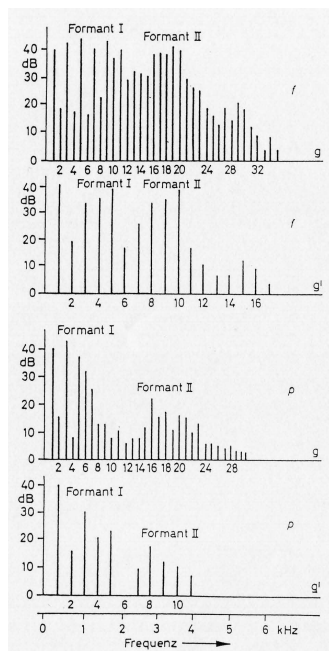


Abbildung 1.7: Formantgebiete von Klarinettenklängen eines Experiments von Jost aus einer Publikation von Fricke (Fricke 1996, S. 193).

Es entstehen also Impulse mit verschiedenen, instrumentenspezifischen, Längen und Frequenzminima. Doch Minima führen nicht unbedingt zu Formanten, da Formanten auch den Klangfarbengesetzen gehorchen müssen, um also solche identifiziert werden zu können. Doch auch die Klangfarbengesetze werden von Blasinstrumenten eingehalten und in Abb. 1.7 sind zum Beispiel die Formantgebiete einer Klarinette dargestellt. Eine Untersuchung der Formantgebiete einer Oboe ist in Voigt und Heptner (1985) zu finden.

Bis jetzt wurden nur Blasinstrumente mit Rohrblättern besprochen. Doch auch für Blasinstrumente ohne Rohrblätter entstehen Impulse. Bei Blechblasinstrumenten werden diese zum Beispiel durch das Schwingen der Lippen geformt. Auch diese Impulse führen zu Formantgebieten im Frequenzbereich (Fricke 1989b).

1.3.2 Die Theorie

Folglich wird festgestellt, dass der Klang aller Blasinstrumente durch Impulse, also durch periodische Anregung, entsteht. Doch nicht nur die Blasinstrumente werden periodisch angeregt, sondern allgemein gilt dies für alle Musikinstrumente. Treffend beschreibt Fricke diesen Umstand:

„Bei allen Musikinstrumenten erfolgt die Schwingungsanregung durch Impulse. Entweder sind dies (a) einzelne Impulse, nach denen die Schwingung wieder abklingt, z. B. nach einem Schlagen, Zupfen oder Stoßen. Oder es sind (b) Folgen von Impulsen, die immer dann auftreten, wenn die Schwingung durch das Aushalten eines Tones über einen bestimmten Zeitraum aufrecht erhalten wird. Dann sind die (aufeinander folgenden) Impulse im Takt derjenigen Schwingung synchronisiert, die für den Nachschub an Energie sorgt und deren Frequenz sich durch einen Selbststeuerungsprozeß einregelt, wie z. B. bei den Blas- und bei den Streichinstrumenten.“

(Fricke 2000, S. 176)

Im folgenden werden einige Gruppen von Musikinstrumenten besprochen. Bei Schlaginstrumenten entsteht der Impuls durch Schlagen der Trommel, der Becken, Glocken oder ähnlichem. Bei Chordophonen wird die Saite entweder angeschlagen, wie zum Beispiel beim Klavier durch den Klavierhammer, gezupft, wie zum Beispiel bei den Lauten, oder die Saite wird gestrichen, wie zum Beispiel bei der Geige. Wird die Saite gestrichen, so erfolgt der Impuls durch das Mitnehmen und Zurückschnellen der Geigensaite. Hier werden also kontinuierlich Impulse erzeugt.

Die kontinuierliche Impulserzeugung ist auch bei Blasinstrumenten gegeben. Bei Flöteninstrumenten werden diese Impulse durch die Wirbelfolge an der Schneide erzeugt. Bei den Rohrblattinstrumenten bewirken die Rohrblätter Impulse durch Öffnungs- und Verschlussphasen. Bei den Blechblasinstrumenten geschieht die Impulsgenerierung durch die Lippen des Bläasers (Fricke 2000, S. 177f).

Die Impulsformungstheorie beruht nun darauf, dass diese Impulsfolgen zyklische Spektren bewirken wodurch sich Formantbereiche bilden (Fricke 1989b, S. 112).

Damit die Impulse Formantbereiche erzeugen müssen jedoch zwei Bedingungen erfüllt sein. Erstens müssen die Abstände zwischen den Impulsen bei verschiedenen Tonhöhen immer gleich bleiben. Wird zum Beispiel die Periodendauer bei Tonhöhenveränderung verkürzt, so kann dies nur deshalb geschehen weil sich die Impulsdauer verkürzt (Fricke 1989b, S. 113).

Zweitens werden die Grundtonkomponenten der tieferen Töne eines Musikinstruments immer zu schwach abgestrahlt, was dazu führt, dass die Hüllkurve im Frequenzspektrum zu den tieferen Tönen abfällt. Dadurch bildet sich im Bereich der unteren Teiltöne ein Formantbereich aus (Fricke 1989b, S. 113). Diese Wirkung des Musikinstruments kann im Frequenzbereich durch einen Hochpassfilter beschrieben werden (siehe Abschnitt 2.5.2) (Fricke 2003, S. 130).

Durch verschiedene Impulsfolgen lassen sich also alle spektralen Verteilungen von Obertönen herstellen wobei es vor allem auf die Form der Impulse ankommt, da diese die spektrale Hüllkurve bestimmen (Fricke 1996, S. 209). Die Impulsformen und ihre Spektren werden in Kapitel 4 behandelt.

1.3.3 Folgerungen

Die Impulsformungstheorie gibt weiters auch eine Erklärung für den Spaltklang und den Verschmelzungsklang. Dadurch, dass die verschiedenen Musikinstrumente feste, instrumentenspezifische Formantbereiche besitzen, kann zwischen den einzelnen Musikinstrumenten in einem Orchester differenziert werden, solange sie nicht durch Musikinstrumente mit ähnlichen Formantbereichen verdeckt werden (Fricke 1989a). Besitzen die Musikinstrumente jedoch ähnliche Klangfarben, so wird eine einheitliche Melodie wahrgenommen. Dass zum Beispiel die Musikinstrumente eines europäischen Orchesters zumeist in der Melodie erkennbar bleiben, liegt an der Entwicklung der Musikinstrumente im wiederholtem Regelkreis zwischen Hören, Bauen und Spielen der Instrumente oder wie Fricke diese These beschrieb:

„die Musikinstrumente wurden mit den Ohren gebaut“
(Fricke 1989a, S. 277)

Bei der Entwicklung von Musikinstrumenten ist also ebenfalls eine konstante Klangfarbe entscheidend, die durch iterierendes Vorgehen, d.h. bauen-hören-bauen-hören-..., erreicht werden kann. Bei Musikinstrumenten mit konstanter Filterfunktion T ist dabei eine konstante Klangfarbe leichter zu erreichen. Bei Blasinstrumenten jedoch erfordert eine konstante Klangfarbe eine langwierige Entwicklung durch die Instrumentenbauer, die durch unbewusste Anwendung von physikalischen Gesetzen die Erzeugung von Formantbereichen bewerkstelligten (Fricke 1992).

Dabei spielen vor allem die Minima im Teiltonspektrum eine große Rolle, da diese es dem Menschen ermöglichen, einzelne Musikinstrumente im Orchester erkennen zu können. Diese Minima sind aber nur bei Variation der Tonhöhe oder bei Veränderung der Lautstärke konstant. Weiters gilt dies auch nur für ein konkretes Musikinstrument. Wird nun aber das Musikinstrument oder die Spielart leicht verändert, so wird dennoch das Musikinstrument eindeutig erkannt. Es muss also gewisse Varianzen geben, die unser Gehör toleriert. Fricke fasst die Merkmale eines Musikinstrumentes, die gegeben sein müssen, um selbiges zu erkennen, in 4 Punkten zusammen (Fricke 1996, S. 195):

1. Gleiche Hüllkurve und gleichartige Einschwingungsvorgänge im Zeitbereich. Unter gleichartigen Einschwingungsvorgängen werden solche bezeichnet, die vom Gehör als gleich empfunden werden. Die Bedeutung des Einschwingungsvorgang ist aber nicht für alle Musikinstrumente gleich. Bei Musikinstrumenten die keinen stationären Klang besitzen, bei denen also der Einschwingungsvorgang direkt vom Ausklingvorgang abgelöst wird, hat der Abklingvorgang die Funktion des stationären Klanges. Damit ist bei diesen Musikinstrumenten der Verlauf des Abklingvorgangs von zentraler Bedeutung (Fricke 2000, S. 180).
2. Gleiche Schwankungserscheinungen oder feinmodulatorische Vorgänge (siehe Abschnitt 1.4).
3. Feste Formanten im Bereich von 200 Hz bis 4000 Hz. Diese dürfen sich weder durch Tonhöhe noch Spielstärke verändern um dem Klang eine einheitliche Färbung zu geben (Fricke 2000, S. 180).
4. Instrumententypische Spielfiguren, die sich im Laufe der Geschichte als Erkennungsmerkmal des Musikinstruments herausgebildet haben.

1.4 Klangfarbenmodulation

Ein weiterer Vorteil der Impulsformungstheorie ist, dass auch die feinmodulatorischen Vorgänge, wie etwa das Vibrato, beschrieben werden können (Reuter und Oehler 2011). Grundsätzlich kann man solche Vorgänge durch Amplitudenmodulationen oder Frequenzmodulationen nachahmen (Fricke und Blens 1994, S. 966).

Eine reine Amplitudenmodulation verändert die Amplitude eines jeden Teiltons um die gleiche relative Stärke, d.h. um den gleichen Prozentsatz. Eine reine Amplitudenmodulation kommt jedoch in der Klangerzeugung nicht vor, da eine Veränderung der Amplitude immer mit einer Veränderung der Frequenz einhergeht (Fricke und Blens 1994, S. 966).

Bei den Frequenzmodulationen wird in vier Arten unterschieden. Die erste ist die Impulsbreitenmodulation bei der nur die Pulsbreite jedoch nicht die Periodenlänge verändert wird. Im Frequenzspektrum wird dadurch die Hüllkurve

entweder gestaucht oder auseinander gezogen bei gleichzeitiger Anpassung der Amplitude. Diese Wirkung findet sich auch bei einer Änderung der Dynamik. Somit ist die Impulsbreitenmodulation eine Möglichkeit die Klangfarbendynamik zu beschreiben (Fricke und Blens 1994, S. 966). Wie dieser Vorgang mit der Impulsform zusammenhängt, kann erkannt werden, wenn der Luftstrom des Rohrblattes eines Fagotts betrachtet wird (siehe Abb. 1.6). Hier erkennt man, dass beim fortissimo-Spiel der Übergang zwischen Öffnungs- und Verschlussphase steiler wird, beim pianissimo hingegen ein sanfter Übergang stattfindet. Dies entspricht einer Verlängerung der Pulszeit. (Fricke 1996, S. 207).

Im Gegensatz dazu kann man aber auch die Impulsbreite konstant halten und die Periodenlänge verändern. Dabei wandern die Teiltöne innerhalb der Hüllkurve zueinander oder auseinander, je nach Verlängerung oder Verkürzung der Periodenlänge. Die Hüllkurve jedoch verändert sich nicht. Dies entspricht dem Tonleiterspiel, da sich nur die Frequenz, aber nicht die Formanten und somit die Klangfarbe verändert (Fricke und Blens 1994, S. 966). Betrachtet man nun wieder die Öffnungs- und Verschlussphasen eines Musikinstruments, so bedeutet dies, dass die Öffnungsphasen kürzer werden (Fricke 1996, S. 207).

Eine weitere Variante ergibt sich dadurch, dass man den Abstand zwischen den Impulsen konstant lässt, d.h. bei einer Änderung der Impulslänge wird in gleichem Maße auch die Periodenlänge verändert (Fricke und Blens 1994, S. 966). Eine Veränderung der Periodendauer ist also nur durch die Veränderung der Impulsbreite möglich. Diese Modulation beschreibt die sogenannten Schwankungserscheinungen (Fricke 1996, S. 214).

Verändert man die Impulslänge, die Periodendauer und die Impulspause proportional zueinander, so gelangt man zur reinen Frequenzmodulation, bei der nur die Hüllkurve gestreckt oder gestaucht wird, ohne die Amplitude zu verändern. Ebenso wie die reine Amplitudenänderung ist auch die reine Frequenzänderung in der natürlichen Klangerzeugung nicht gegeben, da, wie schon erwähnt, jede Änderung der Frequenz auch eine Änderung der Amplitude bewirkt und umgekehrt (Fricke und Blens 1994, S. 966).

Änderungen in Dynamik und in der Tonhöhe werden also am besten durch die Impulsbreitenmodulation und die Periodenlängenmodulation beschrieben (Fricke 1995).

1.5 Die Synthese eines natürlichen Klanges

Ein synthetischer Blasinstrumentenklang kann folglich durch Impulsformen erzeugt werden. Ein Programm zur Erzeugung eines Blasinstrumentenklanges benötigt dafür die Möglichkeit der Eingabe verschiedener Impulsformen, eine Anzeige des Frequenzspektrums, um dieses mit den Frequenzspektren echter Instrumente zu vergleichen und die Möglichkeit der Anwendung verschiedener Filter. Die Frequenzspektren und die Anwendung der Filter können durch die, im nächsten Kapitel beschriebene, Fouriertheorie berechnet werden.

2 Fouriertheorie

Das Ziel dieses Kapitels ist es, verschiedene Impulsformen in deren zugehörige Teiltonspektren zu zerlegen. Dafür werden die Ausführungen von Wagner (1947), Meyer (2011), Guillaume (2006), Benson (2006), von Grünigen (2008) verwendet und die Impulsform als ein periodisch auftretendes Signal (siehe Abb. 2.1) mit Periode $2T \in \mathbb{R}$ betrachtet. Um diesen Impuls mathematisch mittels der Fouriertheorie beschreiben zu können, wird er als reellwertige, periodische Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ aufgefasst.

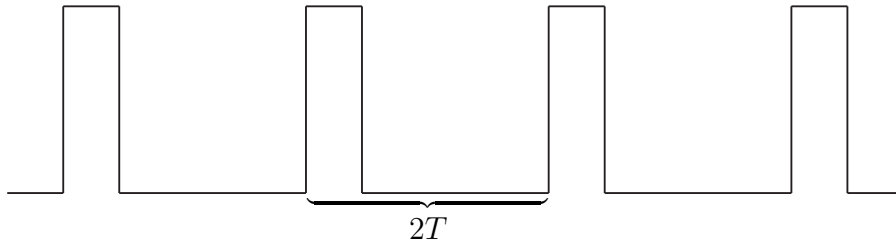


Abbildung 2.1: Periodisches Signal mit Rechteckimpuls.

Definition 2.1 (Periodische Funktion). *Eine Funktion f heißt periodisch falls eine Zahl $T \in \mathbb{R}$ existiert sodass für alle $t \in \mathbb{R}$*

$$f(t + T) = f(t)$$

gilt.

Die Beschreibung von Fourierpolynomen, Fourierreihen oder Fouriertransformationen ist je nach Literatur unterschiedlich. Im Laufe dieses Kapitels werden einige äquivalente Schreibweisen besprochen. Die erste Festlegung die man dabei machen muss, ist die Beschreibung des periodischen Intervalls, also des Definitionsbereichs der Funktion f . Wichtig ist hierbei nur, dass die Intervalllänge genau der Periode entspricht, d.h., der Startpunkt kann beliebig gewählt werden. Die Impulse werden im folgenden zentriert um 0 betrachtet und daher wird als Definitionsbereich der Funktion f das Intervall $I = [-T, T]$ gewählt. Natürlich ist auch $I = [0, 2T]$ oder allgemein für $a \in \mathbb{R}$ das Intervall $I = [a, a + 2T]$ möglich.

Zusammengefasst ist nun also eine $2T$ periodische, reellwertige Funktion f auf dem Intervall $I = [-T, T]$ gegeben, die den Impuls beschreibt. Dieser Impuls soll nun in dessen Partialtöne zerlegt werden, d.h., der aus dem Impuls resultierende Ton soll als Summe seiner Teiltöne an den entsprechenden Frequenzen aufgefasst

werden (siehe auch (Guillaume 2006, S. 34f)). Dies entspricht einer trigonometrischen Näherung, dem sogenannten Fourierpolynom. Um das Fourierpolynom eines Impulses zu berechnen, kann man den Impuls entweder als kontinuierliche Funktion, wie dies bis jetzt gemacht wurde, auffassen oder den Impuls in endliche viele Punkte zerlegen, also durch ein diskretes Signal ersetzen. Dafür wird die Funktion an den Zeitpunkten t_k ausgewertet, d.h., die Funktion f ist nur an den Stellen $f_k = f(t_k)$ gegeben.

Im ersten Fall bekommt man eine kontinuierliche Fourierkoeffizientendarstellung, die für Rechtecks-, Dreiecks- und Sinussignale verwendet wird. Im zweiten Fall bekommt man die diskrete Fourierkoeffizientendarstellung, die auf beliebige periodische Signale, die nur an einzelnen Punkten Werte aufweisen, also keine kontinuierliche Darstellung besitzen, angewendet wird. Bevor die diskrete Darstellung besprochen wird, werden im folgenden die kontinuierlichen Fourierpolynome definiert und die Fourierkoeffizienten von einigen Impulsformen berechnet.

2.1 Kontinuierliche Fourierkoeffizientendarstellung

In diesem Abschnitt sei f als $2T$ periodische, quadratisch integrierbare Funktion von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$ gegeben. Eine Beschreibung der kontinuierlichen Fourierkoeffizienten findet sich unter anderem in (Meyer 2011, S. 20-27).

2.1.1 Darstellung mittels Sinus und Cosinus

Nun soll der Ton eines Impulses mittels der Frequenzen der Teiltöne beschrieben werden. Dafür wird zunächst ein Polynom, das den Impuls approximiert, das Fourierpolynom, definiert.

Definition 2.2 (Fourierpolynom in Sinus/Cosinus Darstellung). *Ein Fourierpolynom vom Grad n ist das trigonometrische Polynom*

$$F_n(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t))$$

wobei a_k und b_k die Fourierkoeffizienten von F_n sind und $\omega = \pi/T$ die Kreisfrequenz beschreibt.

Die Koeffizienten a_k und b_k des trigonometrischen Polynoms sind wie folgt gegeben:

Satz 2.1 (Fourierkoeffizienten in Sinus/Cosinus Darstellung). *Sei $f \in I$ stückweise stetig und beschränkt. Für $n \in \mathbb{N}$ sind die Koeffizienten des bestapproximi-*

ierenden Polynoms gegeben durch ($k = 0, \dots, n$)

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \cos(k\omega t) f(t) dt,$$

$$b_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \sin(k\omega t) f(t) dt.$$

Geht man nun mit $n \rightarrow \infty$ so erhält man die Fourierreihe. Mit dieser kann man jede periodische, quadratisch integrierbare Funktion f durch eine Reihenentwicklung von sinus- und cosinus-Werten beschreiben. Folglich hat die Fourierreihe die Form

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)).$$

Der Impuls wird also durch seine Schwingungskomponenten dargestellt. In dieser Form ist jedoch noch nicht ersichtlich wie diese mit den Teiltönen zusammenhängen. Um dies zu sehen benötigt man eine äquivalente Formulierung des Fourierpolynoms, die sogenannte Amplituden-/Phasen-Darstellung.

2.1.2 Darstellung mittels Amplitude und Phase

Der Zusammenhang zwischen den Teiltönen und den Fourierkoeffizienten des Fourierpolynoms ergibt sich dadurch, dass man die Fourierkoeffizienten a_k und b_k durch die Koeffizienten $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ ausdrückt. Diese bezeichnen nun genau die Amplitude des jeweiligen Teiltöns mit Frequenz $k/(2T)$ (Ebeling 1999, S. 50f). Benutzt man diese Schreibweise, so erhält man eine äquivalente Formulierung des Fourierpolynoms.

Definition 2.3 (Fourierpolynom in Amplituden-/Phasen-Darstellung). *Ein Fourierpolynom vom Grad n in Amplituden-/Phasen-Darstellung ist das trigonometrische Polynom*

$$F_n(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^n A_k \cos(k\omega t - \phi_k)$$

wobei A_k die Amplitude, also den Betrag der Fourierkoeffizienten,

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2},$$

beschreibt und die Phase durch

$$\phi_k = \text{atan2}(b_k, a_k)$$

definiert ist.

Anmerkung 2.1 (atan2). *Da der atan2 vielleicht nicht allgemein bekannt ist, wird er hier zwecks Vollständigkeit beschrieben.*

$$\text{atan2}(y, x) := \begin{cases} \arctan(\frac{y}{x}) & \text{falls } x > 0 \\ \arctan(\frac{y}{x}) + \pi & \text{falls } x < 0 \text{ und } y \geq 0 \\ \arctan(\frac{y}{x}) - \pi & \text{falls } x < 0 \text{ und } y < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{falls } x = 0 \text{ und } y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{falls } x = 0 \text{ und } y < 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \text{ und } y = 0 \end{cases}$$

Wie schon erwähnt handelt es sich bei der Amplituden-/Phasen-Darstellung um eine äquivalente Formulierung zur Sinus-/Cosinus-Darstellung, d.h., es kann von der Amplituden-/Phasen-Darstellung durch die Formeln

$$\begin{aligned} a_k &= -A_k \cos(\phi_k) \\ b_k &= A_k \sin(\phi_k) \end{aligned}$$

auf die Sinus-/Cosinus-Darstellung zurückgerechnet werden.

Eine weitere äquivalente und häufig benutzte Darstellung des Fourierpolynoms ergibt sich durch die Umrechnung der sinus- und cosinus-Terme im Fourierpolynom auf die komplexwertige Exponentialfunktion $\exp(iz) = \cos(z) + i \sin(z)$ (Meyer 2011, S. 22f).

2.1.3 Komplexe Darstellung

Zunächst werden wieder das Fourierpolynom und die Fourierkoeffizienten in komplexer Schreibweise definiert.

Definition 2.4 (Fourierpolynom in komplexer Darstellung). *Ein Fourierpolynom vom Grad n in komplexer Darstellung ist das trigonometrische Polynom*

$$F_n(t) = \sum_{k=-n}^n c_k \exp(ik\omega t)$$

wobei c_k die Fourierkoeffizienten in komplexer Darstellung

$$c_k = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t) \exp(-ik\omega t) dt$$

sind.

Hierbei handelt es sich wiederum um eine äquivalente Formulierung. Daher kann auch wieder zwischen den einzelnen Darstellungen gewechselt werden. Um von der Sinus-/Cosinus-Darstellung zur komplexen Darstellung zu gelangen ver-

wendet man die Formeln

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{2}(a_k - ib_k) \\ c_{-k} &= \frac{1}{2}(a_k + ib_k) \end{aligned}$$

und für die Umkehr die Formeln

$$\begin{aligned} a_k &= c_k + c_{-k} = 2\Re(c_k) \\ b_k &= i(c_k - c_{-k}) = 2\Im(c_k) \end{aligned}$$

wobei $\Re$ den Realteil und $\Im$ den Imaginärteil einer komplexen Zahl bezeichnet. Um von der Betrags-/Amplituden-Darstellung zur komplexen Darstellung zu gelangen verwendet man die Formeln

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{A_k}{2} \exp(i\phi_k) \\ c_{-k} &= \frac{A_k}{2} \exp(-i\phi_k) \end{aligned}$$

und für die Umkehr die Formeln

$$\begin{aligned} A_k &= 2\sqrt{c_k c_{-k}} = 2|c_k| = 2|c_{-k}| \\ \phi_k &= \arg(c_k) = \arctan\left(\frac{\Im(c_k)}{\Re(c_k)}\right). \end{aligned}$$

In diesem Kapitel werden die Fourierkoeffizienten a_k und b_k einiger Impulsformen berechnet. Diese Impulsformen haben bestimmte Eigenschaften, die die Berechnungen erleichtern und welche im folgenden behandelt werden.

2.1.4 Gerade und ungerade Funktionen

Eine Vereinfachung der Berechnung der Fourierkoeffizienten ergibt sich, wenn man etwas über die Struktur der Funktion f weiß. Dafür werden die Begriffe der geraden und ungeraden Funktion definiert.

Definition 2.5 (Gerade und ungerade Funktionen). *Eine Funktion f wird gerade genannt, wenn sie für alle Werte x im Definitionsbereich*

$$f(x) = f(-x)$$

erfüllt. Ähnlicherweise wird eine Funktion f ungerade genannt, wenn für alle Werte x im Definitionsbereich

$$f(x) = -f(-x)$$

gilt.

Bevor zur Berechnung der Fourierkoeffizienten übergegangen wird, werden nun zwei Beispiele vorgestellt.

Beispiel 2.1 (Gerade und ungerade Funktionen). *Für die Sinus und Cosinus Funktion gelten*

$$\begin{aligned}\sin(x) &= -\sin(-x) \\ \cos(x) &= \cos(-x)\end{aligned}$$

womit die Sinus-Funktion eine ungerade Funktion ist und Cosinus eine gerade Funktion. Sei weiters g^1 eine gerade Funktion und g^2 eine ungerade Funktion. Dann gilt für das Produkt

$$h(x) = g^1(x) \cdot g^2(x) = g^1(-x) \cdot (-g^2(-x)) = -h(-x)$$

dass dieses eine ungerade Funktion ist. Ähnlich kann man nachrechnen, dass das Produkt von je zwei geraden oder zwei ungeraden Funktionen eine gerade Funktion ergibt.

Es werden nun die Fourierkoeffizienten von allgemeinen ungeraden und geraden Funktionen berechnet. Sei zunächst eine ungerade Funktion f auf dem Intervall $[-T, T]$ gegeben. Dann ergibt der nullte Fourierkoeffizient

$$a_0 = \int_{-T}^T f(t) dt = 0$$

und da $f \cdot \cos$ als Produkt einer geraden Funktion mit einer ungeraden Funktion ebenfalls ungerade ist

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \cos(k\omega t) f(t) dt = 0.$$

Somit ist das trigonometrische Polynom einer ungeraden Funktion nur durch die b_k , also die sinus Terme, gegeben. Das Polynom lautet folglich

$$F_n(t) = \sum_{k=1}^n b_k \sin(k\omega t)$$

wobei

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T \sin(k\omega t) f(t) dt.$$

Sei f nun eine gerade Funktion. Dann sind die a_k durch

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T \cos(k\omega t) f(t) dt$$

gegeben und da das Produkt einer geraden Funktion mit einer ungeraden Funktion ungerade ist sind

$$b_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \sin(k\omega t) f(t) dt = 0.$$

Somit ist das trigonometrische Polynom einer geraden Funktion durch

$$F_n(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \cos(k\omega t)$$

gegeben. Mittels dieser Vereinfachungen werden nun die Fourierkoeffizienten des Rechtecks-, Dreiecks- und Sinusimpulses berechnet.

2.1.5 Der Rechtecksimpuls

Der erste Impuls, der behandelt wird ist der Rechtecksimpuls in Abb. 2.2. Dieser Impuls ist auf dem Intervall $[-T, T]$ durch die Funktion

$$f(t) := \begin{cases} A & \text{falls } -\tau \leq t \leq \tau \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben.

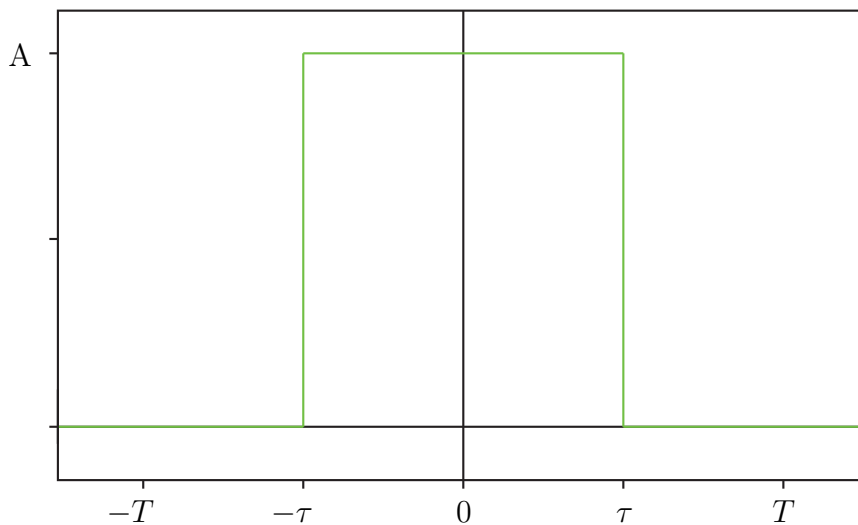


Abbildung 2.2: Rechtecksimpuls mit einer Impulsbreite von 2τ , einer Periodenlänge von $2T$ und der Amplitude A .

Da der Rechtecksimpuls eine gerade Funktion ist, müssen nicht alle Fourierkoeffizienten berechnet werden. Aus dem vorigen Abschnitt ist bekannt, dass die Fourierkoeffizienten $b_k = 0$ und die a_k sind (vgl. (Oehler 2008, S. 90))

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^\tau A dt = \frac{2A\tau}{T}, \\ a_k &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_0^\tau A \cos(k\omega t) dt = \frac{2A}{T} \left. \frac{\sin(k\omega t)}{k\omega} \right|_0^\tau \\ &= \frac{2A}{T} \frac{\sin(k\omega\tau)}{k\omega}. \end{aligned}$$

2.1.6 Der symmetrische Dreiecksimpuls

Der zweite Impuls ist der symmetrische Dreiecksimpuls in Abb. 2.5. Dieser ist durch die Funktion

$$f(t) := \begin{cases} A(1 - t/\tau) & \text{falls } 0 \leq t \leq \tau \\ A(1 + t/\tau) & \text{falls } -\tau \leq t < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

auf dem Intervall $[-T, T]$ gegeben.

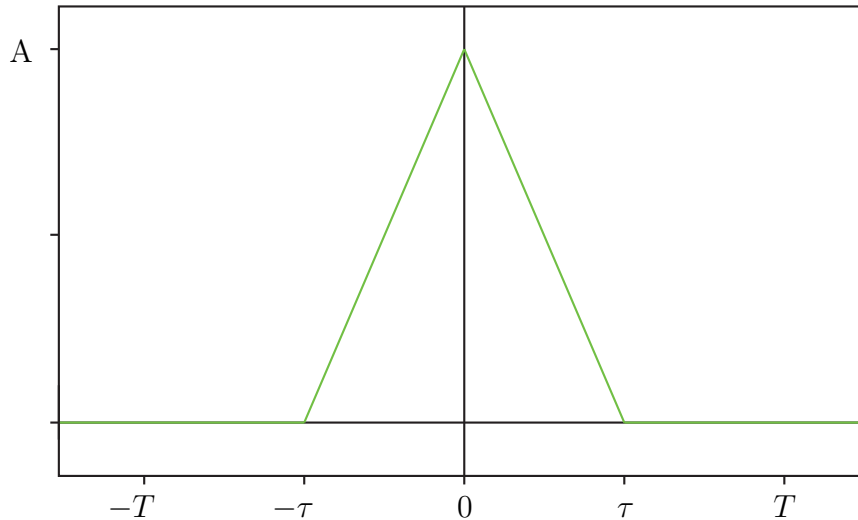


Abbildung 2.3: Dreiecksimpuls mit einer Impulsbreite von 2τ , einer Periodenlänge von $2T$ und der Amplitude A .

Der Dreiecksimpuls ist wie der Rechtecksimpuls eine gerade Funktion. Daher

sind die Fourierkoeffizienten $b_k = 0$ und die a_k sind (vgl. (Oehler 2008, S. 90))

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^\tau A(1 - t/\tau) dt = \frac{2A}{T} \left(t - \frac{t^2}{2\tau} \right) \Big|_0^\tau = \\
 &= \frac{A\tau}{T}, \\
 a_k &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_0^\tau A(1 - t/\tau) \cos(k\omega t) dt \\
 &= \frac{2A}{T} \left(\frac{-\cos(k\omega t) + k\omega(-t + \tau) \sin(k\omega t)}{k^2\omega^2\tau} \right) \Big|_0^\tau = \\
 &= \frac{2A}{T} \left(\frac{1 - \cos(k\omega\tau)}{k^2\omega^2\tau} \right).
 \end{aligned}$$

2.1.7 Der Sinusimpuls

Im Fall des Sinusimpulses ist die periodische Funktion f in Abb. 2.4 auf dem Intervall $[-T, T]$ als

$$f(t) := \begin{cases} A \sin\left((t/\tau + 1)\frac{\pi}{2}\right) & \text{falls } -\tau \leq t \leq \tau \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben.

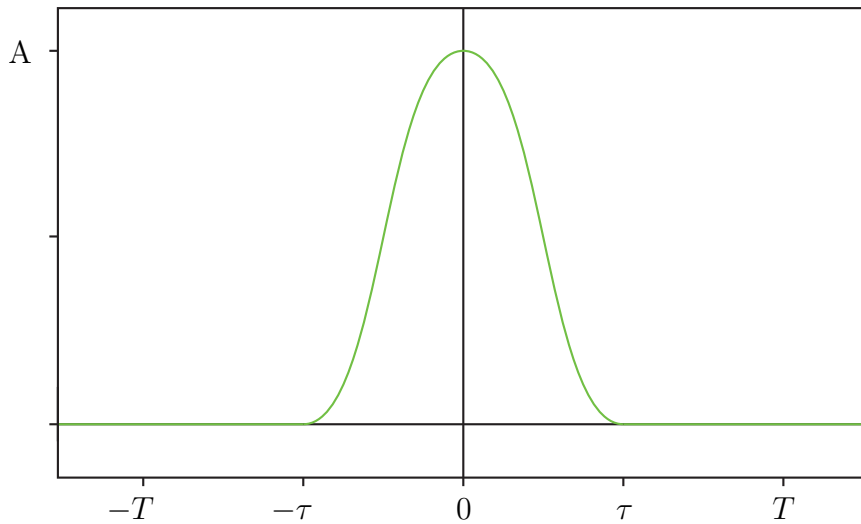


Abbildung 2.4: Sinusimpuls mit einer Impulsbreite von 2τ , einer Periodenlänge von $2T$ und der Amplitude A .

Auch der Sinusimpuls ist eine gerade Funktion. Daher sind wiederum die Fou-

rierkoeffizienten $b_k = 0$ und die a_k sind

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^\tau A \sin\left((t/\tau + 1)\frac{\pi}{2}\right) dt \\
 &= \frac{2A}{T} \left(\frac{2\tau \sin((\pi t)/(2\tau))}{\pi} \right) \Big|_0^\tau = \\
 &= \frac{4A\tau}{T\pi}, \\
 a_k &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_0^\tau A \sin((t/\tau + 1) * (\pi/2)) \cos(k\omega t) dt \\
 &= \frac{A\tau}{T} \left(\frac{\sin(t(k\omega - \pi/(2\tau)))}{k\omega\tau - \pi/2} + \frac{\sin(t(k\omega + \pi/(2\tau)))}{k\omega\tau + \pi/2} \right) \Big|_0^\tau \\
 &= \frac{A\tau}{T} \left(\frac{\sin(k\omega\tau - \pi/2)}{k\omega\tau - \pi/2} + \frac{\sin(k\omega\tau + \pi/2)}{k\omega\tau + \pi/2} \right) \Big|_0^\tau \\
 &= \frac{A\tau}{T} (\text{si}(k\omega\tau - \pi/2) + \text{si}(k\omega\tau + \pi/2))
 \end{aligned}$$

mit $\text{si}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$.

2.1.8 Der asymmetrische Dreiecksimpuls

Im Fall des asymmetrischen Dreiecksimpulses ist die periodische Funktion f in Abb. 2.5 auf dem Intervall $[-T, T]$ als

$$f(t) := \begin{cases} A(1 - t/t_2) & \text{falls } 0 \leq t \leq t_2 \\ A(1 - t/t_1) & \text{falls } t_1 \leq t < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben.

Im Gegensatz zu den vorangegangenen Impulsen ist der asymmetrische Dreiecksimpuls weder durch eine gerade noch durch eine ungerade Funktion darstellbar. Daher ergeben sich für alle Fourierkoeffizienten a_k und b_k nicht verschwindende Werte wobei

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T}^T f(t) dt = \frac{1}{T} \left(\int_{t_1}^0 A(1 - t/t_1) dt + \int_0^{t_2} A(1 - t/t_2) dt \right) \\
 &= \frac{A}{T} \left(\left(t - \frac{t^2}{2t_1} \right) \Big|_{t_1}^0 + \left(t - \frac{t^2}{2t_2} \right) \Big|_0^{t_2} \right) \\
 &= \frac{A(t_2 - t_1)}{2T},
 \end{aligned}$$

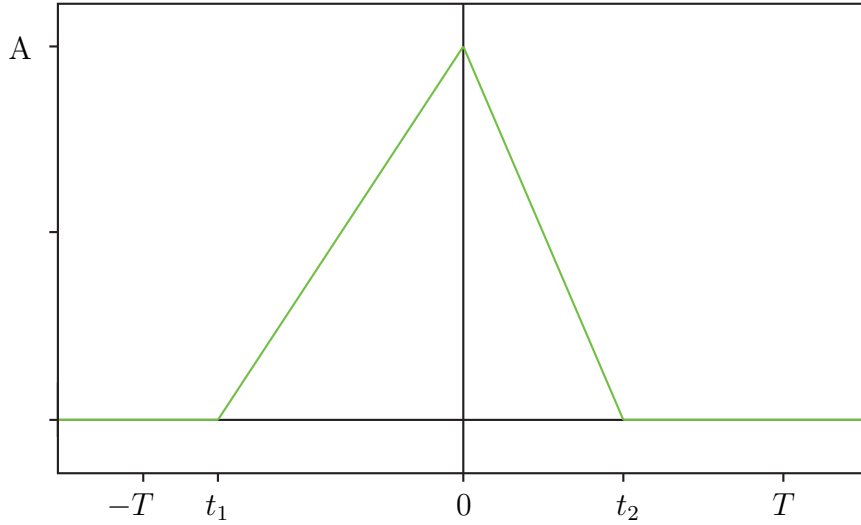


Abbildung 2.5: Asymmetrischer Dreiecksimpuls mit einer Periodenlänge von $2T$ und der Amplitude A der bei t_1 beginnt und bei t_2 endet.

$$\begin{aligned}
 a_k &= \frac{1}{T} \int_{-T}^T f(t) \cos(k\omega t) dt \\
 &= \frac{1}{T} \left(\int_{t_1}^0 A(1 - t/t_1) \cos(k\omega t) dt + \int_0^{t_2} A(1 - t/t_2) \cos(k\omega t) dt \right) \\
 &= \frac{A}{T} \left(\left(\frac{k\omega(t_1 - t) \sin(k\omega t) - \cos(k\omega t)}{k^2\omega^2 t_1} \right) \Big|_{t_1}^0 \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{k\omega(t_2 - t) \sin(k\omega t) - \cos(k\omega t)}{k^2\omega^2 t_2} \right) \Big|_0^{t_2} \right) \\
 &= \frac{A}{T} \left(\frac{\cos(k\omega t_1) - 1}{k^2\omega^2 t_1} + \frac{1 - \cos(k\omega t_2)}{k^2\omega^2 t_2} \right),
 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
 b_k &= \frac{1}{T} \int_{-T}^T f(t) \sin(k\omega t) dt \\
 &= \frac{1}{T} \left(\int_{t_1}^0 A(1 - t/t_1) \sin(k\omega t) dt + \int_0^{t_2} A(1 - t/t_2) \sin(k\omega t) dt \right) \\
 &= \frac{A}{T} \left(\left(\frac{k\omega(t - t_1) \cos(k\omega t) - \sin(k\omega t)}{k^2\omega^2 t_1} \right) \Big|_{t_1}^0 \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{k\omega(t - t_2) \cos(k\omega t) - \sin(k\omega t)}{k^2\omega^2 t_2} \right) \Big|_0^{t_2} \right) \\
 &= \frac{A}{T} \left(\frac{\sin(k\omega t_1) - k\omega t_1}{k^2\omega^2 t_1} + \frac{k\omega t_2 - \sin(k\omega t_2)}{k^2\omega^2 t_2} \right).
 \end{aligned}$$

2.2 Fouriertransformation

Um eine diskrete Fourierdarstellung für beliebige Impulse zu bekommen werden zunächst die kontinuierliche und diskrete Fouriertransformation hergeleitet.

2.2.1 Kontinuierliche Fouriertransformation

Die Fourierreihe ist nur für periodische Funktionen definiert. Um die Frequenzzusammensetzung einer nicht periodischen Funktion zu beschreiben bedient man sich der Fouriertransformation (von Grünigen 2008, S. 28). Es wird nun von der komplexen Darstellung der Fourierreihe ausgegangen, welche

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \exp(-ik\omega t) dt \exp(ik\omega t) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-T}^T x(t) \exp(-ik\omega t) dt \exp(ik\omega t) \frac{1}{2T} \end{aligned}$$

lautet. Für die Herleitung der Fouriertransformation soll im folgenden nur die Umformungsidee skizziert und nicht die genaue Umformung beschrieben werden. Dafür wird die Grundfrequenz mit $f = 1/(2T)$ bezeichnet und mit der Intervalllänge wird gegen unendlich gegangen, d.h., $T \rightarrow \infty$. Somit erhält man

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i2\pi ft) dt \exp(i2\pi ft) df.$$

Das innere Integral ergibt nun genau die Fouriertransformierte, welche die komplexwertige Funktion

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i2\pi ft) dt$$

ist. Um wieder zur ursprünglichen Funktion zu kommen verwendet man dann die inverse Fouriertransformation

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \exp(i2\pi ft) df.$$

Die Fouriertransformation sagt aus, mit welcher Stärke und mit welcher Phase eine Sinusschwingung mit Frequenz f in der Funktion vorkommt (von Grünigen 2008, S. 29).

2.2.2 Diskrete Fouriertransformation

Um die diskrete Version der Fouriertransformation zu erhalten, wird davon ausgegangen, dass eine Funktion nur auf diskreten Punkten $kL, k \in \mathbb{N}$ ausgewertet

wird, wobei L das Abtastintervall bezeichnet (siehe auch (von Grünigen 2008, S. 163ff)). Verwendet man diese diskreten Punkte, so wird die kontinuierliche Fouriertransformation

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i2\pi ft) dt$$

zu

$$X_d(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nL) \exp(-i2\pi fnL)L.$$

Wertet man diese Funktion nur an endlich vielen Punkten aus, also an N Punkten, und dividiert man durch das Abtastintervall L , so kommt man zur Form

$$X_d(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nL) \exp(-i2\pi fnL),$$

welche auf N äquidistanten Frequenzstellen ausgewertet wird, d.h. es wird $f = k/(L \cdot N)$ gesetzt, und somit zu

$$X_d\left(\frac{k}{LN}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nL) \exp\left(-i2\pi \frac{kn}{N}\right)$$

wird. Da k die einzige Variable ist, wird die diskrete Fouriertransformierte als

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp\left(-i2\pi \frac{kn}{N}\right).$$

definiert und auf ähnliche Weise erhält man auch die inverse diskrete Fouriertransformierte (siehe auch (Meyer 2011, S. 165))

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] \exp\left(i2\pi \frac{kn}{N}\right).$$

Mit Hilfe der diskreten Fouriertransformation wird im folgenden die diskrete Fourierreihendarstellung von Impulsen hergeleitet.

2.3 Diskrete Fourierdarstellung

Impulse von Musikinstrumenten können zwar manchmal durch Rechtecks-, Dreiecks- oder Sinusimpulse approximiert werden, jedoch sind auch Impulsformen denkbar, die nicht durch diese Formen dargestellt werden können. Um andere Impulsformen zu erfassen, wird die diskrete Darstellung der Fourierreihe und der Fourier-

koeffizienten verwendet. Dafür ist nun keine kontinuierliche Funktion f , sondern nur Auswertungen an Punkten der Funktion, d.h. nur die Punkte $f_k = f(t_k)$, gegeben. Wird nun das eingangs skizzierte Signal, Abb. 2.1, betrachtet, so ist dieses diskret eine Folge von Werten an den Stellen t_k , siehe Abb. 2.6.

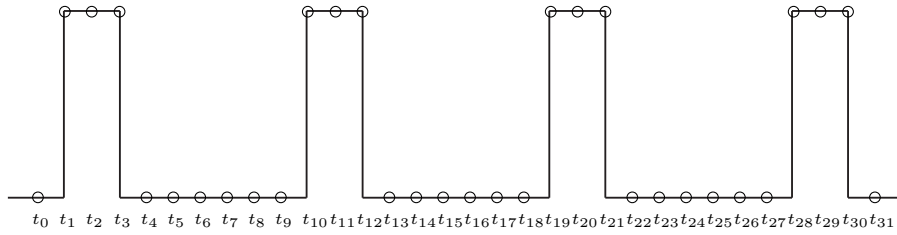


Abbildung 2.6: Periodisches, diskretes Signal mit Rechtecksimpuls.

Wird zuerst die komplexe Darstellung der Fourierreihe betrachtet welche

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp(ik\omega t)$$

lautet, so können die diskreten Fourierkoeffizienten in komplexer Darstellung mittels der diskreten Fouriertransformation dargestellt werden. Diese lauten (vgl. (von Grünigen 2008, S. 172))

$$c_k = \frac{1}{N} X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp\left(-i2\pi \frac{kn}{N}\right).$$

Dies ist wiederum nur eine Darstellungsform der diskreten Fourierreihe. Wie im Fall der komplexen Fourierreihe kann auch die diskrete Fourierreihe in Amplituden-/Phasen-Notation

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos(k\omega t - \phi_k))$$

geschrieben werden, wobei

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{N} X[0] \\ A_k &= \frac{2}{N} X[k] \\ \phi_k &= \arg(X[k]) \end{aligned}$$

also genauso wie im kontinuierlichen Fall bestimmt werden (vgl. (von Grünigen 2008, S. 172)). Ähnlicherweise lässt sich auch die Sinus-/Cosinus-Darstellung in

diskreter Form realisieren, wobei die Fourierreihe durch

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)).$$

gegeben ist, und die Fourierkoeffizienten durch

$$a_k = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \cos(k\omega t_j) f(t_j),$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \sin(k\omega t_j) f(t_j)$$

bestimmt sind.

2.3.1 Sonstige Impulsformen

Werden nun beliebige Impulsformen betrachtet (siehe zum Beispiel Abb. 2.7) so berechnen sich die diskreten Fourierkoeffizienten auf dem Intervall 0 bis $2T$ durch Abtastung des Signals an N äquidistanten Stellen, d.h., der Impuls ist durch einen Vektor der Länge N gegeben. Anschließend kann die diskrete Fourierreihe oder das diskrete Fourierpolynom ähnlich zum kontinuierlichen Fall, wie im vorigen Abschnitt beschrieben, ausgerechnet werden.

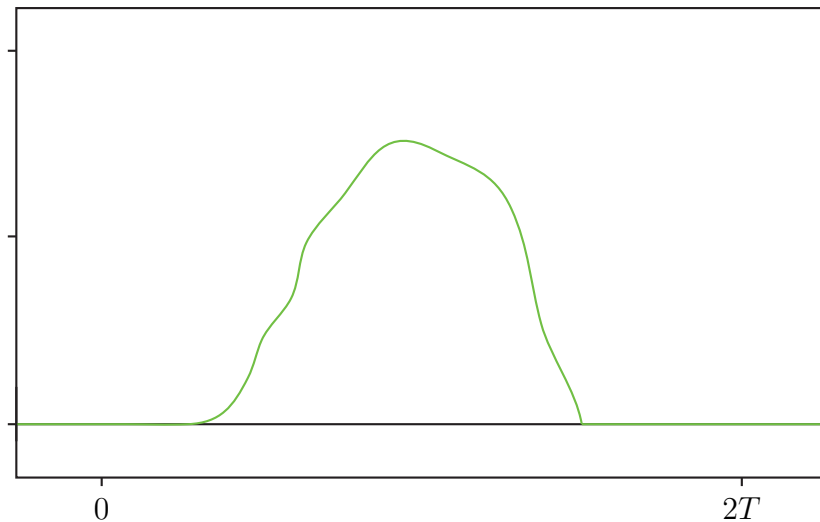


Abbildung 2.7: Beliebige Impulsform.

Durch solche frei gezeichneten oder beliebigen Impulse können verschiedene Spektren erreicht werden, die mit Rechtecks-, Dreiecks-, oder Sinusimpulsen alleine nicht möglich sind (siehe Kapitel 4).

2.4 Das Gibbs Phänomen

Bis jetzt wurde verschwiegen, wie das Fourierpolynom eine Funktion *bestapproximiert*. Dies gilt nämlich nur in der L^2 Norm

$$\|f\|_{L^2}^2 = \int |f(x)|^2 dx$$

und nicht in der Betragsnorm des L^∞ . Dies hat zur Folge, dass bei einer Impulsform mit einer Sprungstelle, wie zum Beispiel beim Rechtecksimpuls in Abb. 2.8, bei der Rücktransformation an der Sprungstelle Überschwinger mit einer Höhe von ungefähr 9% des Signals auftreten (Meyer 2011, S. 20).

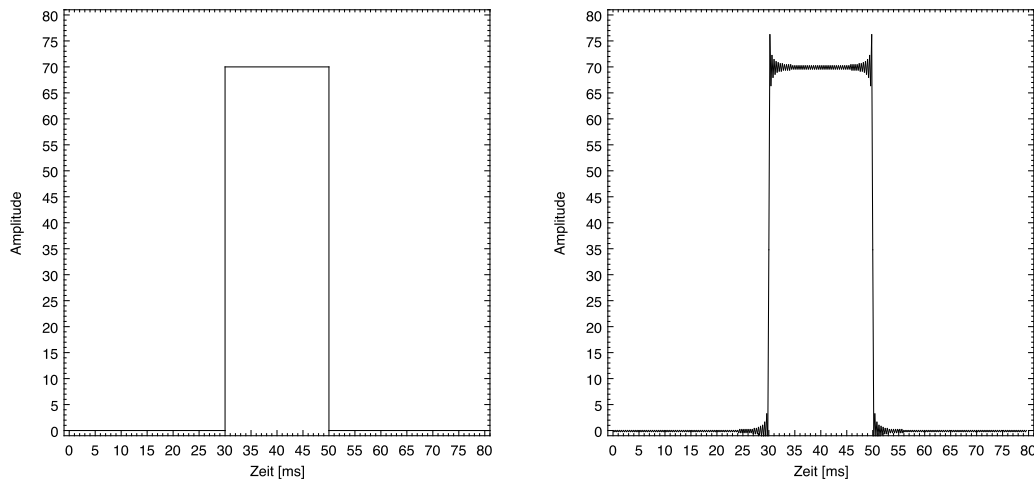


Abbildung 2.8: Rechtecksimpuls im Original und dessen Rücktransformation.

Bei Impulsformen mit Sprungstellen kann also bei der Rücktransformation nicht mit der exakten Reproduzierbarkeit gerechnet werden. Als Beispiel ist in Abb. 2.8 ein Rechtecksimpuls als Eingangssignal und dessen Rücktransformierte dargestellt. Klar sind die Überschwinger zu erkennen. Für den Höreindruck dürfte dies jedoch keine großen Änderungen bedeuten, da das menschliche Ohr zwar auf zeitliche Verschiebungen von schnellen akustischen Vorgängen im Millisekundenbereich reagiert (Esper 2002, S. 77), jedoch kleine Überschwinger als von geringer Bedeutung einzustufen sind (Esper 2002, S. 70).

2.5 Filter

In der Einleitung wurde erwähnt, dass Musikinstrumente für die tiefsten Komponenten eines Tones zu klein sind, wodurch die tieferen Teiltöne im Spektrum schwächer ausfallen, als dies durch die Impulse erzeugt werden würde. Dies kann in der Fouriertheorie mittels eines Hochpassfilters realisiert werden. Daher wird im folgenden eine kurze Einführung zu Filtern gegeben.

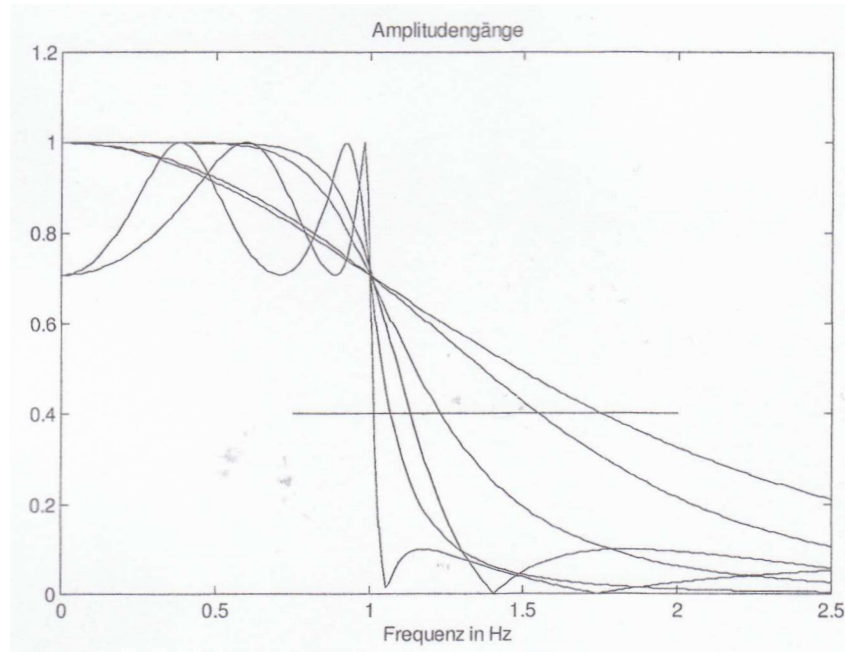


Abbildung 2.9: Amplitudengänge der Filterapproximation (an der horizontalen Linie von links nach rechts): Cauer, Tschebyscheff-I, Tschebyscheff-II, Butterworth, Bessel, kritisch gedämpfter Filter (Meyer 2011, S. 126).

Filter sind dazu da, gewisse Frequenzen aus dem Spektrum abzumindern bzw. gewisse Frequenzen durchzulassen. Grundsätzlich kann man drei Arten von Filtern unterscheiden: Der Tiefpassfilter, welcher die unteren Frequenzen gleich belässt oder nur wenig vermindert und die höheren stark abschwächt, der Hochpassfilter, welcher eine Umkehrung des Tiefpassfilters darstellt indem die unteren Frequenzen stark abgeschwächt werden und die höheren gleich bleiben, und der Bandpassfilter, der die Frequenzen nur in einem gewissen Bereich gleich belässt und alle anderen Frequenzen filtert, also vermindert (Hartmann 1997, S. 195ff).

Hat man nun eine Funktion im Frequenzspektrum gegeben, also die Fouriertransformierte der Funktion, so wird das Eingangsspektrum X durch den Filter H zu dem Ausgangsspektrum Y durch

$$Y(f) = H(f)X(f)$$

was im Zeitbereich betrachtet, also die inverse Fouriertransformierte dieses Produkts, dem Faltungsprodukt

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - t')x(t')dt'$$

entspricht wobei x die inverse Fouriertransformierte von X , y die inverse Fouriertransformierte von Y und h die inverse Fouriertransformierte von H ist. Die

Funktion h wird auch die Impulsantwort genannt und ist durch die inverse Fouriertransformation als

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \exp(i2\pi ft) \, df.$$

gegeben. Werden nun die diskreten Fouriertransformierten betrachtet, also

$$Y[k] = H[k]X[k],$$

so ergibt sich eine Beziehung zwischen der Filterwirkung auf die Fouriertransformierten und die damit korrespondierende Filterwirkung auf die Fourierreihe. Dafür werden im folgenden die komplexen Fourierkoeffizienten von $X[k]$ und $Y[k]$ betrachtet. Wie schon besprochen gilt

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{N} X[k] \\ c'_k &= \frac{1}{N} Y[k] = \frac{1}{N} H[k] X[k] = c_k H[k] \end{aligned}$$

wobei die Formel für $Y[k]$ eingesetzt und die Fourierkoeffizienten von $Y[k]$ durch die Fourierkoeffizienten von $X[k]$ multipliziert mit der Filterfunktion dargestellt wurden. Von Interesse ist in weiterer Folge, welche Wirkung dies auf die Amplitude und die Phase unseres Impulses hat. Die Amplitude und die Phase von $Y[k]$ lassen sich wie folgt berechnen

$$\begin{aligned} A'_k &= 2|c'_k| = 2|c_k H[k]| = 2|c_k| |H[k]| = A_k |H[k]| \\ \phi'_k &= \arg(c'_k) = \arg(c_k H[k]) = \arg(c_k) + \arg(H[k]) \mod 2\pi \\ &= \phi_k + \arg(H[k]) \mod 2\pi \end{aligned}$$

wobei verwendet wurde, dass der komplexe Betrag multiplikativ ist und dass eine Multiplikation im Argument zu einer Addition von Argumenten führt. Dabei werden $H[k]$ der Frequenzgang, $|H[k]|$ der Amplitudengang und $\arg(H[k])$ der Phasengang bezeichnet (Meyer 2011, S 79).

2.5.1 Tiefpassfilter

Es gibt verschiedene Arten von Approximationen für ideale Tiefpässe. Abb. 2.9 gibt eine Übersicht über die Amplitudengänge der Tschebyscheff-I, Tschebyscheff-II, Cauer und Bessel Approximation und eines Filters mit kritischer Dämpfung. Wie in dieser Abbildung zu sehen ist, haben die meisten Approximationen einen schwingungsartigen Verlauf im Grenzbereich. Es soll jedoch einen glatter Verlauf erreicht werden, weshalb im folgenden der Besselfilter beschrieben wird.

Die Übertragungsform des Besselfilters hat die Form $H(s) = \exp(-s)$ und die

Übertragungsfunktion des Besselfilters n -ter Ordnung kann durch

$$H^n(s) \approx \frac{\theta_0(s)}{\theta_n(s/\gamma)},$$

$$\theta_n(s) = \sum_{k=0}^n a_k s^k,$$

$$a_k = \frac{(2n-k)!}{2^{n-k} k! (n-k)!}$$

approximiert werden wobei γ die gewünschte Grenzfrequenz bezeichnet (Storch 1954; Thomson 1949).

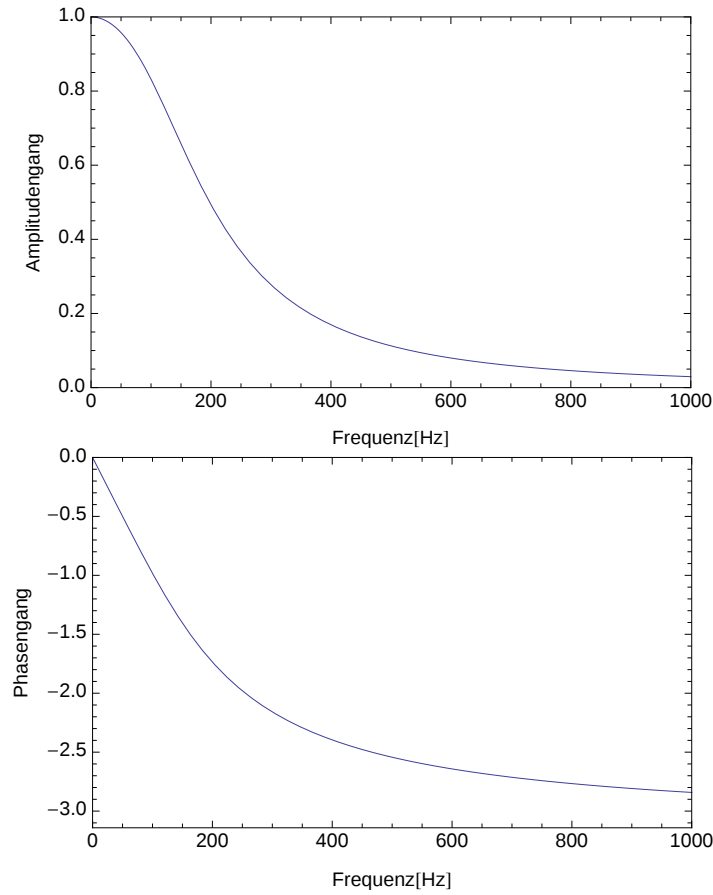


Abbildung 2.10: Amplitudengang und Phasengang eines Bessel-Tiefpassfilters 2. Ordnung mit einer Grenzfrequenz von 100 Hz.

Die Übertragungsfunktion des Besselfilters 2. Ordnung ist also

$$H^2(s) \approx \frac{3}{3 + 3(s/\gamma) + (s/\gamma)^2}$$

und der zugehörige Frequenzgang lautet $H^2(if)$. Nun kann auch der Amplitu-

dengang und der Phasengang berechnet werden. Als Beispiel ist in Abb. 2.10 der Amplitudengang und Phasengang für eine Grenzfrequenz von 100 Hz dargestellt.

2.5.2 Hochpassfilter

Um nun von einem Tiefpassfilter auf einen Hochpassfilter zu kommen, muss einfach nur die Transformation $\frac{s}{\gamma} \rightarrow \frac{\gamma}{s}$ durchgeführt werden. Die Übertragungsfunk-

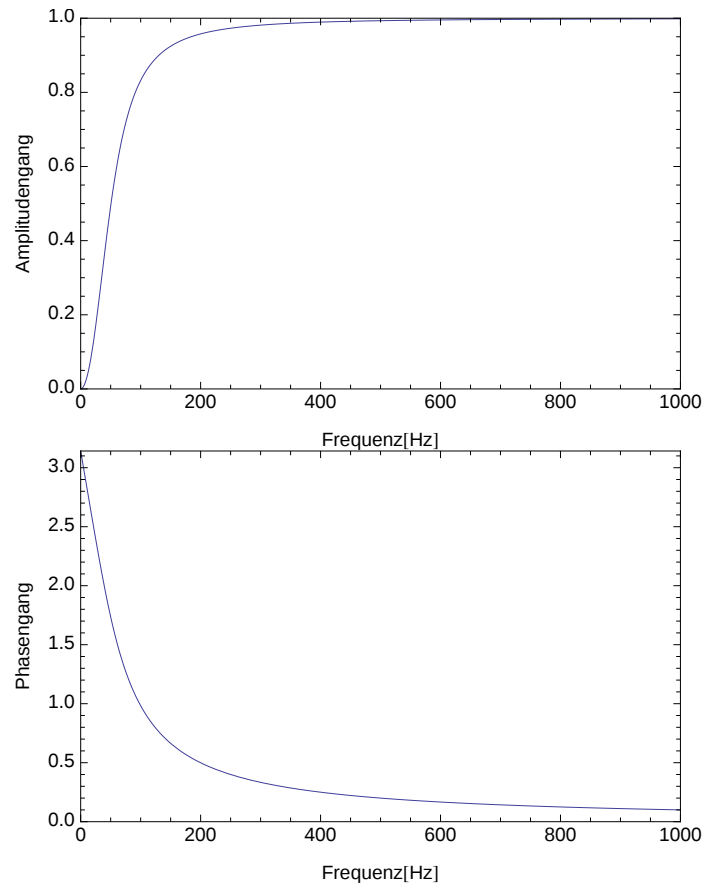


Abbildung 2.11: Amplitudengang und Phasengang eines Bessel-Hochpassfilters 2. Ordnung mit einer Grenzfrequenz von 100 Hz.

tion eines Besselfilters 2. Ordnung in Form eines Hochpassfilters lautet also

$$H^2(s) \approx \frac{3}{3 + 3(\gamma/s) + (\gamma/s)^2}$$

wobei wiederum der Frequenzgang durch $H^2(jf)$ gegeben ist. Amplitudengang und Phasengang können nun wie beim Tiefpass berechnet werden welche für ein Beispiel mit einer Grenzfrequenz von 100 Hz in Abb. 2.11 dargestellt sind.

Es sind nun alle Bestandteile der Fouriertheorie um ein Programm zur Bearbeitung von Impulsen und deren Spektren zu erstellen gegeben.

3 Das Programm

Im folgenden wird die im Titel dieser Arbeit versprochene Visualisierung der Impulsform besprochen und die grafische Oberfläche zur Erzeugung von Impulsen und deren Teiltonspektren beschrieben. Dieses Kapitel soll als Bedienungshilfe dienen und erklären wie die Implementierung der Berechnung der Fourierkoeffizienten und deren Rücktransformation aussieht.

In Abb. 3.1 ist die Oberfläche des Programms zur Visualisierung der Impulsform dargestellt und die einzelnen Funktionen zur Bearbeitung des Impulses oder des Spektrums sind gekennzeichnet. Wie man gut erkennen kann, besteht das Programm aus drei inneren Fenstern oder Bereichen. Die einzelnen Bereiche und deren Funktionen werden nun überblicksmäßig behandelt. Eine genauere Beschreibung der einzelnen Funktionen und deren Implementierung folgt nach diesem Überblick.

1. Der obere Bereich stellt eine Auswahl der bearbeiteten Impulse dar. Um das Aufrufen der einzelnen Impulse zu vereinfachen sind diese auf den Buttons maßstabsgetreu abgebildet. Um die bearbeiteten Impulse nicht bei jedem Aufruf des Programms neu erstellen zu müssen, können die Impulse in einer Datei gespeichert werden, welche automatisch beim Aufrufen des Programms geladen wird. Werden diese Impulse abgeändert oder weitere Impulse hinzugefügt, was man durch Anklicken des Buttons mit dem Plus erreicht, so kann man diese natürlich wieder in der Datei speichern. Das Speichern erreicht man über den Menüpunkt *Menü*. Wählt man nun einen der Impulse durch Drücken des entsprechenden Buttons aus, so wird dieser im linken unteren Bereich angezeigt.
2. Der linke untere Bereich stellt nun den Impuls dar, wobei es grundsätzlich 4 verschiedene Impulsformen gibt: Den Rechtecksimpuls, den Dreiecksimpuls, den Sinusimpuls und einen frei zu zeichnenden Impuls (siehe Abschnitt 3.1.2). Nach Laden des Impulses kann dieser beliebig verändert werden, wobei zeitgleich das zugehörige Amplitudenspektrum oder Teiltonspektrum, wie in Kapitel 2 beschrieben, berechnet und auf der rechten Seite angezeigt wird.

Zum Erstellen des Impulses sind einige Funktionen am linken Rand des Fensters wählbar. Mit Hilfe des ersten Buttons können Gitternetzlinien eingeblendet werden um die Erstellung des Impulses zu erleichtern. Die nächsten 4 Buttons dienen zur Auswahl der Form des Impulses den man dann durch intuitives Klicken und Ziehen der Maus erstellen kann. Weiters

kann man die mögliche Höhe des dargestellten Impulses und die Länge der Periode, die gleichzeitig auch die Periode für die Berechnungen der Fourierkoeffizienten ist, verändern. Wenn man einen Impuls aus einer WAV Datei laden will, so kann man dies mit dem Button mit der Aufschrift WAV machen. Nach der Fertigstellung des gewünschten Impulses kann dieser auch über den Lautsprecher ausgegeben oder als Grafik im EPS Format gespeichert werden.

3. Der rechte untere Bereich zeigt nun die Amplitude der Fourierkoeffizienten des links erstellten Impulses als Teiltenspektrum oder Frequenzspektrum. Dabei wird dieses Spektrum immer zeitgleich, also bei jeder Änderung des Impulses, neu berechnet und angezeigt. Auch das Spektrum kann durch eine Anzahl an Funktionen modifiziert werden.

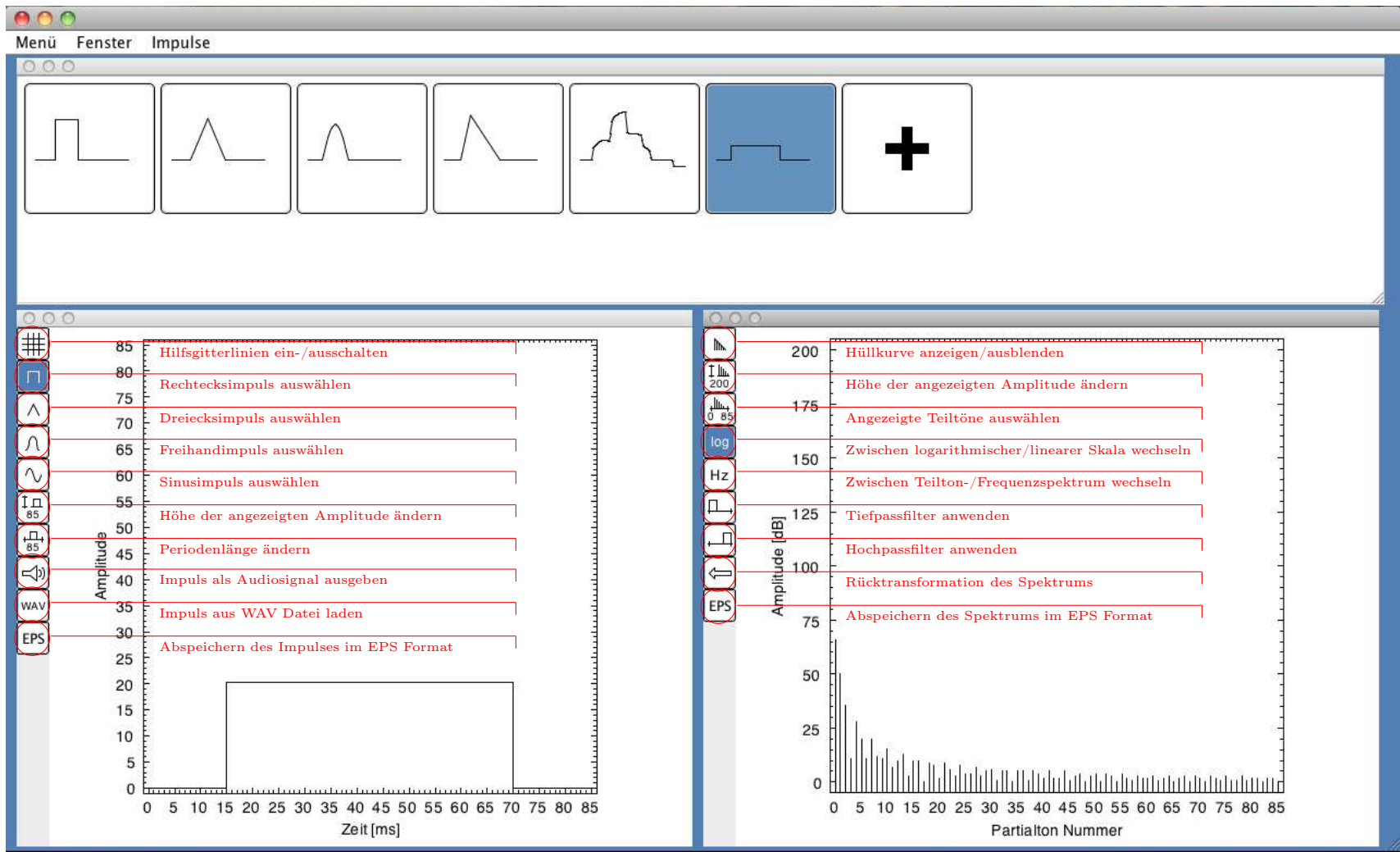
Die erste wählbare Funktion zeigt zusätzlich zu den Amplituden auch die Hüllkurve des Spektrums an. Da die Erstellung der Hüllkurve sehr rechenintensiv ist, sollte diese Funktion immer erst nach Fertigstellung des gewünschten Impulses ausgewählt werden. Weiters kann man auch wieder die Höhe und Breite des angezeigten Bereichs, welche der Höhe der Amplitude beziehungsweise die gewünschten Teiltöne oder Frequenzen entsprechen, verändern.

Da manche Spektren ein schnelles Abklingverhalten im Spektrum aufweisen, ist auch die Möglichkeit zur Anzeige der Amplitude in logarithmischer Skala gegeben. Die Grundeinstellung für die Werte der x-Achse des Spektrums ist die Darstellung der Nummer der Teiltöne. Da jeder Teilton auch einer gewissen Frequenz entspricht, kann auch auf Frequenzansicht umgestellt werden. Dies bewirkt lediglich eine Änderung in der Beschriftung der x-Achse.

Um die Eigenschaft der Musikinstrumente zu realisieren, dass diese tiefere Frequenzen schlechter abstrahlen, ist die Möglichkeit gegeben, einen Hochpass-Besselfilter 2. Ordnung auf das Spektrum anzuwenden. Der Vollständigkeit halber ist auch die Anwendung eines Tiefpass-Besselfilters 2. Ordnung möglich. Das Spektrum dient jedoch nicht nur zur Darstellung des Impulses, sondern kann auch durch Ziehen an den Linien der Teiltöne verändert werden. Diese Veränderung wird jedoch nicht automatisch im Impulsbereich angezeigt, sondern muss manuell ausgewählt werden. Nach Beendigung aller Einstellungen kann das Spektrum ebenfalls als Grafik im EPS Format gespeichert werden.

Die hier angeführten Optionen zur Veränderung des Impulses oder des Spektrums werden nun im folgenden genauer beschrieben.

Abbildung 3.1: Programmoberfläche mit Kennzeichnung der Funktionen.



3.1 Der Impuls

In diesem Abschnitt werden alle Funktionen zur Generierung eines Impulses besprochen. Die Auswahl an Funktionen ist durch Buttons am linken Rand des Impulsfensters, wie in Abb. 3.1 abgebildet, gegeben. Im folgenden werden diese Buttons von oben nach unten durchgegangen und die Funktionen beschrieben.

3.1.1 Hilfsgitterlinien

Wählt man den Button mit dem Plus im Übersichtsfenster, so bekommt man, wie im linken Teil von Abb. 3.2 dargestellt, ein leeres Eingabefenster für den Impuls. Um die Impulse besser gestalten zu können, kann man sich Hilfsgitterlinien einblenden lassen, die genau an den mit Zahlen versehenen Markierungen gezogen werden. Dafür muss man lediglich den ersten Button von oben im Impulsfenster drücken (siehe Abb. 3.1). Ein nochmaliges Drücken des Buttons blendet die Hilfsgitterlinien wieder aus. Ein Fenster mit Hilfsgitterlinien ist im rechten Teil von Abb. 3.2 dargestellt.

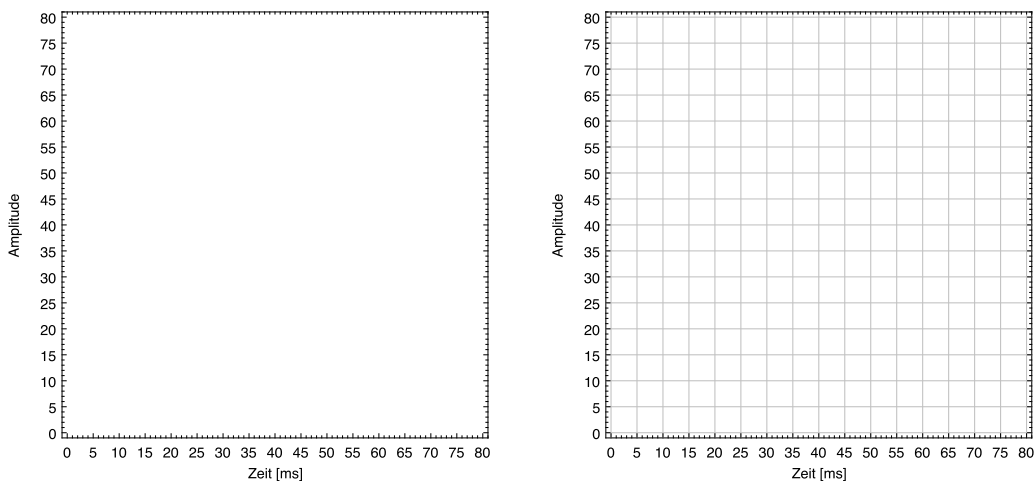


Abbildung 3.2: Eingabefenster des Impulses ohne und mit Hilfsgitterlinien.

Nun hat man, mit oder ohne Hilfsgitterlinien, verschiedene Standardimpulsformen zur Verfügung, beziehungsweise kann man Impulse auch frei zeichnen.

3.1.2 Impulsformen

Die Auswahl an Impulsformen umfasst 3 vorgegebene Impulsarten und die Möglichkeit den Impuls frei zu zeichnen. Alle 4 Arten von Impulsen sind in Abb. 3.3 abgebildet. Die 3 vorgegebenen Impulsarten sind der Rechtecksimpuls, der Dreiecksimpuls und der Sinusimpuls. Diese können durch Betätigen des jeweiligen Buttons und danach intuitiv durch Klicken und durch Ziehen der gedrückt gehaltenen Maustaste gezeichnet werden. Bewegt man den Mauszeiger über den Rand

des Impulses, so verändert sich der Mauszeiger und durch Ziehen kann man den Rand verschieben. Dadurch kann der Dreiecksimpuls auch asymmetrisch gestaltet werden, wobei man nicht den Rand, sondern die Spitze des Impulses bewegen muss.

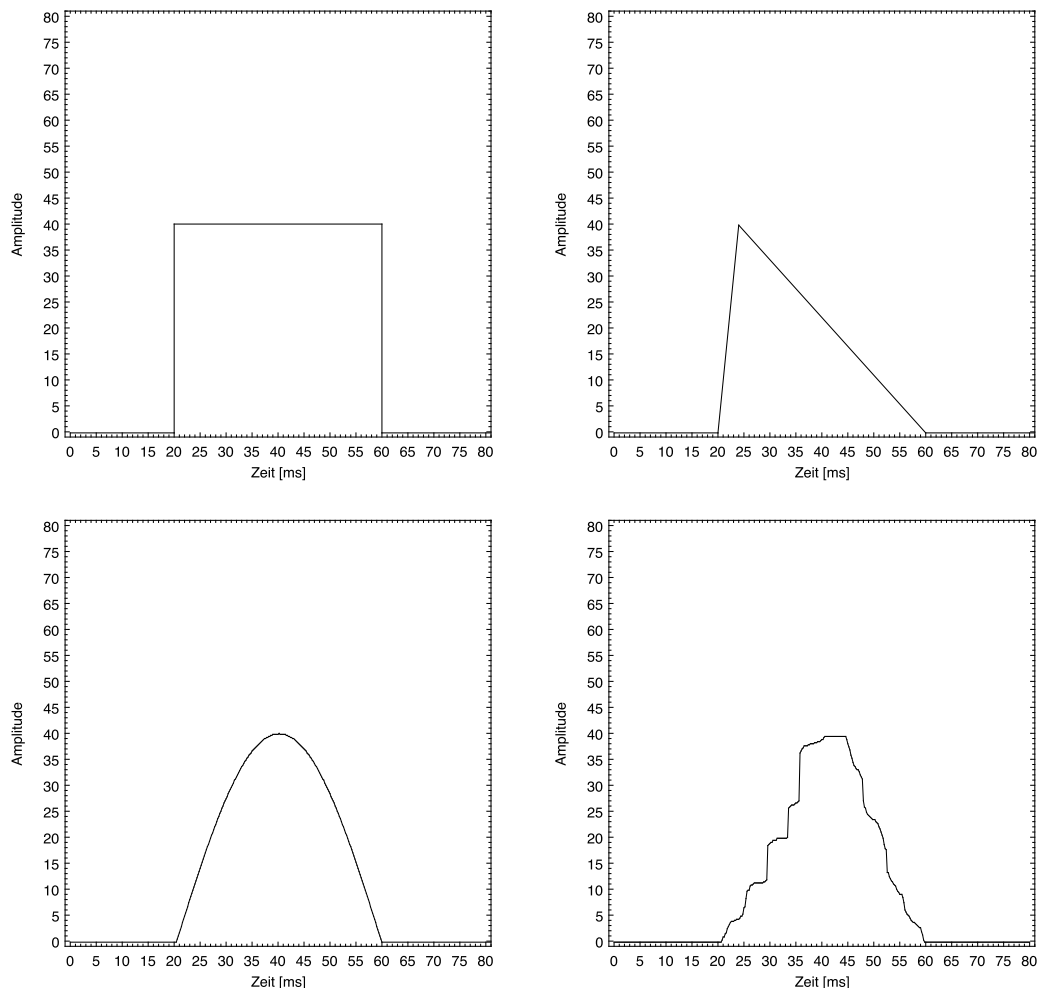


Abbildung 3.3: Die 4 möglichen Impulsformen: Der Rechtecksimpuls, der Dreiecksimpuls, der Sinusimpuls und der frei zu zeichnende Impuls.

Durch Auswahl des freien Impulses kann man den Impuls durch gedrückt halten des Mauszeigers auf dem Darstellungsbereich beliebig zeichnen.

3.1.3 Amplituden- und Periodenänderung

Durch die nächsten zwei Buttons können die angezeigte Amplitude und die angezeigte Länge der Zeitachse verändert werden. Dafür erscheint beim Drücken der Buttons eine Eingabeaufforderung. Während die Änderung der Anzeige der

Amplitude nur zur Realisierung von verschiedenen Amplitudenhöhen dient, bewirkt die Änderung der Länge der Zeitachse auch eine Änderung des Spektrums, da die angezeigte Zeitachse gleichzeitig als Länge der Periode in der Fourierkoeffizientenberechnung verwendet wird.

3.1.4 Erzeugung des Audiosignals

Um ein Audiosignal aus dem gegebenen Impuls zu erzeugen wird den Ausführungen von (Plüss 2004, S. 565-590) gefolgt und somit wird zunächst das Format des Audiosignals definiert.

```
public abstract class MyAudioFormat{
    private MyAudioFormat() {}

    public static AudioFormat getAudioFormat()
    {
        float sampleRate = 44100.0F;
        // 8000,11025,16000,22050,44100

        int sampleSizeInBits = 16;
        // 8,16

        int channels = 1;
        // 1,2

        boolean signed = true;
        // true,false

        boolean bigEndian = false;
        // true,false

        return new AudioFormat(sampleRate, sampleSizeInBits, channels, signed,
                                bigEndian);
    }
}
```

Hat man das Audioformat bestimmt, so kann man nun das Signal ausgeben, indem man den Impuls in ein `ByteArrayOutputStream` speichert. Dabei wird der Impuls an endlichen vielen Punkten, die durch die Sample Rate bestimmt sind, abgetastet. Den Impuls an diesen Punkten bekommt man durch die Funktion `getSoundData`. Da das Audioformat mit 2 Byte Länge angegeben ist, muss der Impuls in 2 Bytes umgewandelt werden. Danach kann der Impuls in Bytes in einen `AudioInputStream` umgewandelt und das Audiosignal ausgegeben werden.

```
public void doPlay(){
    int soundData;
    int duration=3; // Dauer des Signals in Sekunden
    audioFormat=MyAudioFormat.getAudioFormat();

    ByteArrayOutputStream data = new ByteArrayOutputStream();
    float sampleRate = audioFormat.getSampleRate(); // Sample Rate des Audio
    Formats
    int nbFrames = (int)(duration * sampleRate);
    double t = 0; // Startpunkt der Abtastung des Impulses
    double dt=1000.0/sampleRate; // Abtastungsschrittweiter
```

```

for (int i = 0; i < nbFrames; i++){
    soundData = 32000*getSoundData(((t%xmax)))/ymax; // Impuls zum Zeitpunkt t
    t+=dt;
    // Umwandlung der Amplitude in int zu 2 Byte Format
    byte lowLeft = (byte)(soundData & 0xFF);
    byte highLeft = (byte)((soundData >> 8) & 0xFF);
    data.write(lowLeft);
    data.write(highLeft);
}

// Erstellung des AudioInputStreams
InputStream is =new ByteArrayInputStream(data.toByteArray());
audioinputstream =new AudioInputStream(is, audioFormat,data.size()/audioFormat.
    getFrameSize());
try{
    start(false); // Ausgabe des Audiosignals
}catch(LineUnavailableException e){
    handleException(e);
}
}

```

Für die Ausgabe des AudioSignals wird ein Clip erzeugt welcher den AudioInputStream an die Lautsprecher weiterleitet.

```

public void start() throws LineUnavailableException{
    if (audioinputstream == null)
        return;
    DataLine.Info dataLineInfo = new DataLine.Info(Clip.class,audioFormat);
    clip = (Clip)AudioSystem.getLine(dataLineInfo);
    try{
        clip.open(audioinputstream);
    }catch (IOException ex){
        handleException(ex);
    }
    clip.start();
}

```

3.1.5 Einlesen eines Impulses von einer WAV Datei

Ein WAV Datei, die einen Impuls beinhaltet, besteht aus einer unterschiedlichen Anzahl, je nach Dauer des Signals, an gleichen Impulsen die hintereinander ausgegeben werden. Um nun einen Repräsentanten dieses Impulses zu bekommen, wird mit der Abtastung der Audiodatei in der Mitte begonnen und zuerst die Periodenlänge eines einzelnen Impulses ermittelt.

Dafür wird das Vorzeichen des ersten Abtastpunkts gespeichert, der Beginn der Periode wird an die erste Vorzeichenänderung gesetzt und das Ende der Periode wird durch die dritte Vorzeichenänderung bestimmt. Danach wird der gesamte Impuls als int Array gespeichert und anschließend auf die Koordinaten in der Anzeige durch Interpolation umgerechnet. Dabei wird der Impuls so verschoben, dass dieser zur Gänze positive Werte aufweist.

```

public void setAudioData(int []audioData,byte []audioBytes,AudioFormat format,
    long milliseconds){
    int middle=(int) audioData.length/2; // Startpunkt der Abtastung
    int begin=middle;

```

```

int end=audioData.length;
// Abtaste in Millisekunden
double deltamilli=1.0*milliseconds/audioData.length;
byte current_byte = 0;
byte first_byte = 0;
boolean next=false;
boolean ended=false;

// Vorzeichen des ersten Abtastpunkts
int firstsign=(int) Math.signum(audioData[middle]);

int min=0;
for(int i=middle;i<audioData.length;i++){
    // Erster Vorzeichenwechsel
    if(firstsign!=Math.signum(audioData[i])&&(!next)){
        begin=i;
        next=true;
    }
    // Zweiter Vorzeichenwechsel
    if(firstsign==Math.signum(audioData[i])&&next){
        ended=true;
    }
    // Dritter Vorzeichenwechsel
    if(firstsign!=Math.signum(audioData[i])&&ended){
        end=i-1;
        i=audioData.length;
    }
}

// Speichern des Impulses als int Array
double[] wavform=new double[end-begin];
for(int i=begin;i<end;i++){
    // Signal in 8 bit Format
    if (format.getSampleSizeInBits() == 8) {
        current_byte = (byte) audioData[i];
    }
    // Signal in 16 bit Format
    else{
        current_byte = (byte) (128 * audioData[i] / 32768 );
    }
    min=Math.min(min,(int) current_byte);
    wavform[i-begin]=(int) current_byte;
}

// Setzen des Impulsmodus und der Periodenlänge
impmode=Impuls.ButtonFree;
xmax=(int) (deltamilli*end-deltamilli*begin);
handleResize();

// Umrechnung des int Arrays auf die Koordinaten der Anzeige in Pixel durch
// Interpolation
int freeimpuls []=new int[impszx-2*tickinterspacex];
double deltaxwavform=1.0*xmax/(wavform.length);
int startintervall=0;
int endintervall=0;
double t=0;
for(int i=0;i<freeimpuls.length;i++){
    t=1.0*i*xmax/(freeimpuls.length);
    startintervall=(int) Math.floor(1.0*t/deltaxwavform);
    endintervall=(int)
        Math.min(Math.floor(1.0*t/deltaxwavform)+1,wavform.length-1);

    // Lineare Interpolation
    if(startintervall!=endintervall){
        freeimpuls[i]=((int) (coorxytoframey((int) (wavform[startintervall]+
            (wavform[endintervall]-wavform[startintervall]))*
            (1.0*t/deltaxwavform-startintervall)/(endintervall-startintervall))

```

```

        -min)));
    }else{
        freeimpuls[i]=((int) (coordytoframey((int) (wavform[startintervall]))));
    }
}

// Zeichnung des Impulses
ic.repaint();
}

```

Als Beispiel haben wir eine WAV Datei mit dem Rechteckssignal auf der linken Seite von Abb. 3.4 geladen. Der vom Programm erzeugte Impuls hat dann die Form des Impulses auf der rechten Seite von Abb. 3.4.

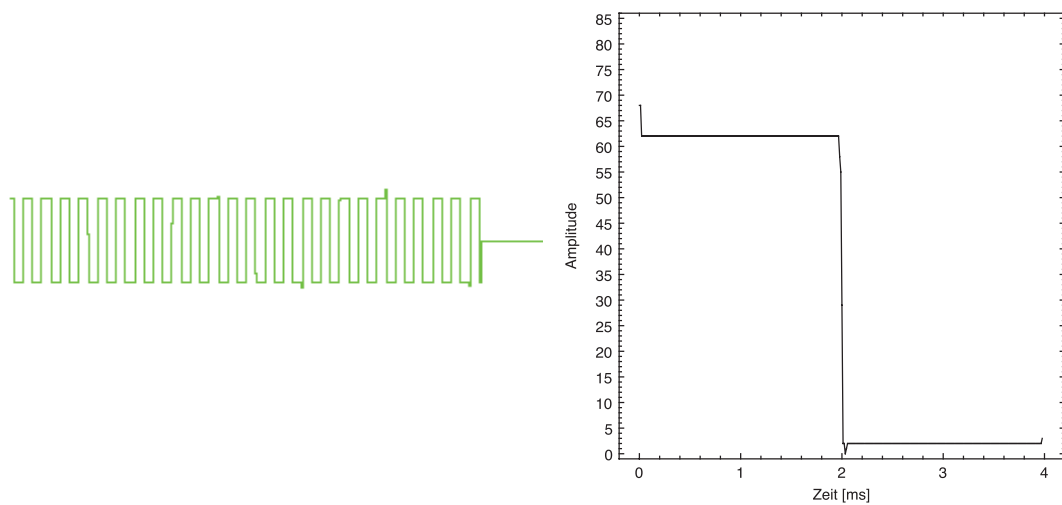


Abbildung 3.4: Rechtecksimpuls in WAV Datei und vom Programm ausgelesene Rechtecksimpuls.

Hier wird also nur die Rechtecksschwingung aus der Mitte der WAV Datei verwendet wobei die Amplitude an die gewählte Amplitude im Impulsfenster angepasst wird. Natürlich wird auch für diesen Impuls zeitgleich das Spektrum berechnet und angezeigt.

3.2 Das Spektrum

Wird ein Impuls verändert, so wird automatisch auf der rechten Seite das zugehörige Teiltonspektrum oder Frequenzspektrum angezeigt. Auch dieses kann man wieder durch verschiedene Funktionen bearbeiten, welche durch Buttons am linken Rand des Spektrumfensters ausgewählt werden können. Wir gehen nun diese Buttons von oben nach unten durch und beschreiben deren Funktion.

3.2.1 Hüllkurve

In vielen Publikationen werden nicht nur die Spektren sondern auch die zugehörigen Hüllkurven gezeigt. Darum ist die Anzeige der Hüllkurve auch in diesem Programm inkludiert. Durch Drücken des Hüllkurvenbuttons wird die Hüllkurve angezeigt, durch nochmaliges Drücken wird die Hüllkurve wieder ausgeblendet.

Die Hüllkurve wird durch Spline Interpolation erzeugt. Dies erfordert eine gewisse Rechenzeit, wodurch es zu einer Verzögerung der Anzeige bei der Veränderung des Impulses kommen kann. Wir empfehlen daher die Hüllkurve erst nach Erstellung des gewünschten Impulses zu aktivieren. In Abb. 3.5 ist das Spektrum eines Rechtecksimpulses mit und ohne Hüllkurve dargestellt.

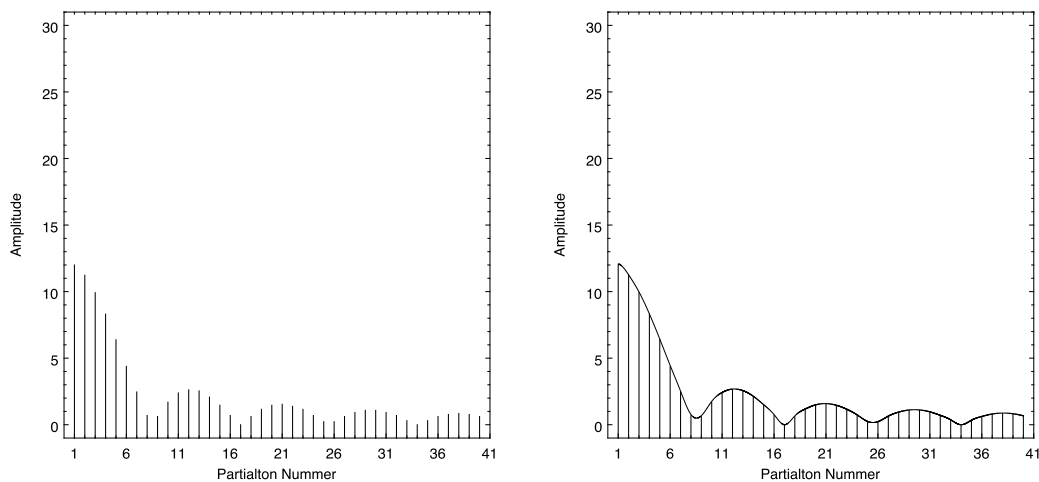


Abbildung 3.5: Spektrum eines Rechtecksimpulses mit und ohne Hüllkurve.

3.2.2 Amplituden- und Frequenzänderungen

Ebenso wie beim Impuls kann man auch in der Frequenzdarstellung die Höhe der angezeigten Amplitude verändern. Zusätzlich ist es auch möglich, den Bereich der angezeigten Teiltöne zu wählen. Durch Drücken der Buttons öffnen sich Eingabeaufforderungen durch die man die gewünschten Werte eingeben kann. Im Gegensatz zum Impulsfenster dienen diese Änderungen nur der Anzeige und werden für keine Berechnungen verwendet.

3.2.3 Logarithmische Amplitude

Manche Impulse haben einen starken Abfall in deren Teiltonentwicklung wodurch die genauen Konturen nicht erkennbar sind. Darum beinhaltet dieses Programm auch die Anzeige der Teiltöne in einer logarithmischen Skala, welche durch

$$y^{log} = 20 \cdot \log(y + 1)$$

berechnet wird. Das Frequenzspektrum eines Rechteckimpulses in normaler und logarithmischer Skala ist in Abb. 3.6 dargestellt.

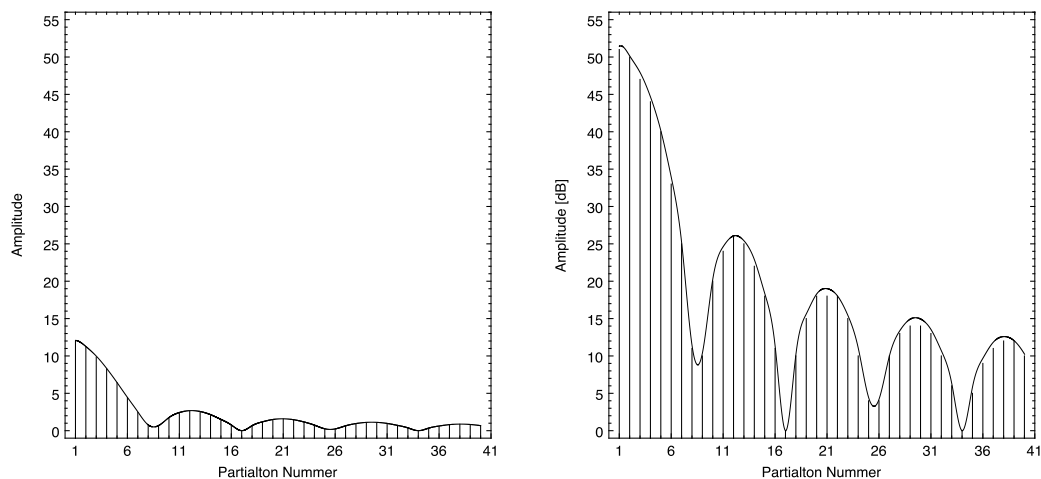


Abbildung 3.6: Spektrum eines Rechtecksimpulses in normaler und logarithmischer Darstellung.

3.2.4 Anzeige in Hz

Jeder Teilton hat im Spektrum auch eine zugehörige Frequenz. Die Grundfrequenz beträgt $1/(2T)$ und der k -te Teilton hat die Frequenz $k/(2T)$. Um das Teiltonspektrum auch als Frequenzspektrum anzuzeigen, kann man sich die Grundfrequenz mittels Drücken des Buttons Hz angeben lassen.

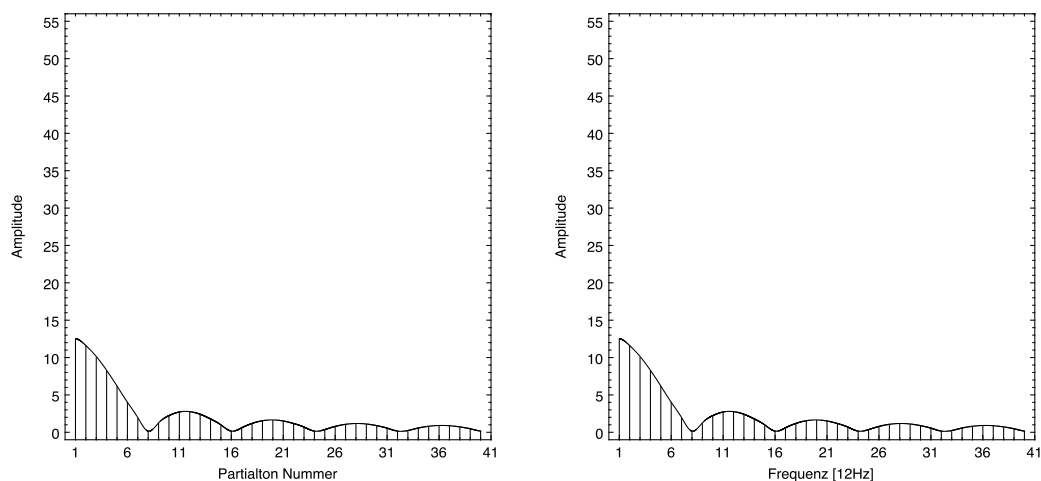


Abbildung 3.7: Teiltonspektrum und Frequenzspektrum eines Rechtecksimpulses.

3.2.5 Filter

Wie schon in Abschnitt 1.3.2 besprochen, werden bei Musikinstrumenten im tiefen Register die unteren Teiltöne meist schwächer abgestrahlt, was einem Hochpassfilter entspricht. Daher sind im Programm auch Filter implementiert und zwar die schon besprochenen Besselfilter 2. Ordnung.

In Abb. 3.8 sieht man die Spektren des Rechtecksimpulses mit Hochpassfilter und Tiefpassfilter alleine und mit beiden Filtern. Wenn man auf den Button des jeweiligen Filters drückt, öffnet sich eine Eingabeaufforderung bei der man nicht die Grenzfrequenz explizit eingibt, sondern den Grenzteilton der natürlich auch wieder einer Frequenz entspricht.

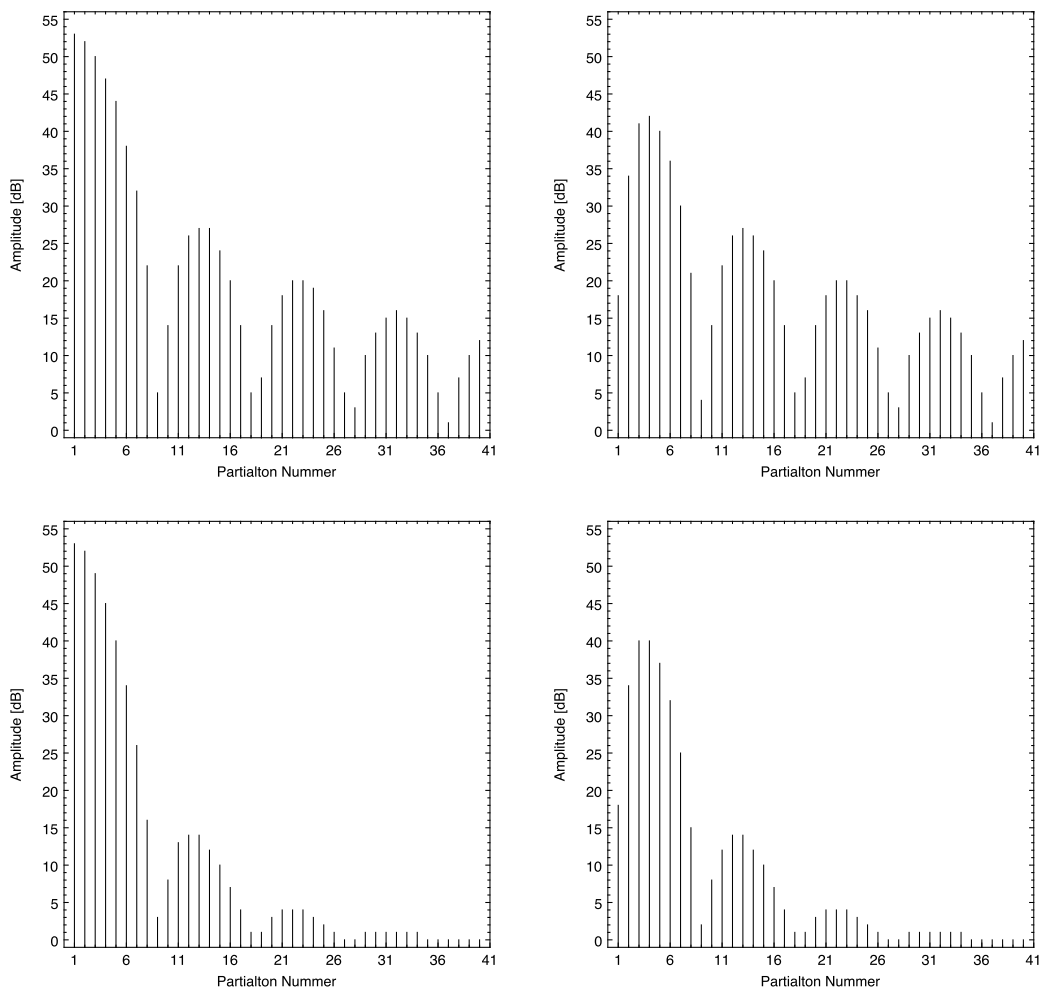


Abbildung 3.8: Spektrum eines Rechtecksimpulses in logarithmischer Darstellung mit Hoch- und Tiefpassfiltern. Von links nach rechts und oben nach unten: Spektrum ohne Filter, mit Hochpassfilter, mit Tiefpassfilter und mit Hochpass- und Tiefpassfilter. Die Filter haben jeweils als Grenzfrequenz die Frequenz des 5. Teiltöns.

3.2.6 Rücktransformation

Das jeweilige Spektrum kann auch wieder in Impulsform gebracht werden, in dem das Fourierpolynom ausgerechnet wird. Die rücktransformierten Impulsformen von Abb. 3.3 sind in Abb. 3.9 dargestellt.

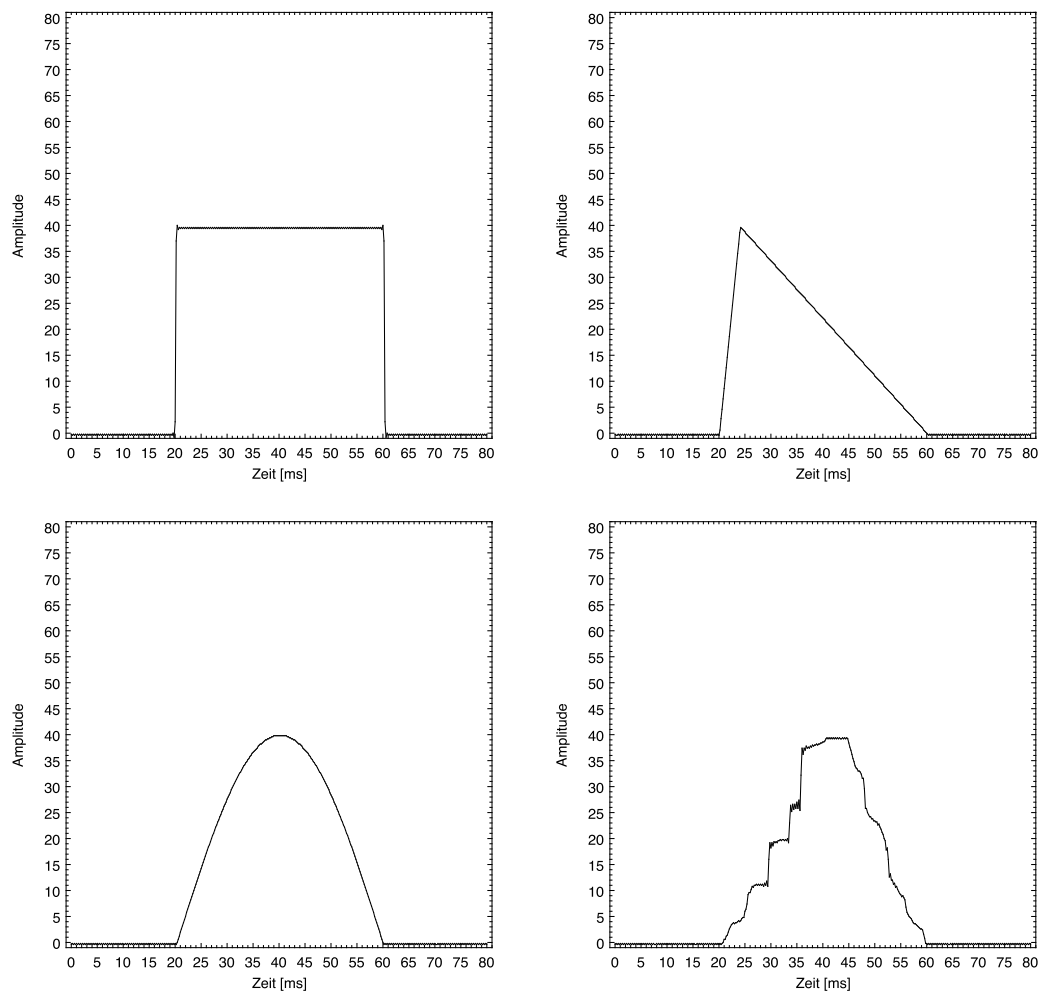


Abbildung 3.9: Rücktransformationen der Impulse von Abb. 3.3.

3.3 Speicherung im EPS Format

Alle in diesem Kapitel dargestellten Impulsformen und Teiltonspektren wurden direkt aus dem Programm heraus als EPS gespeichert. Zur Speicherung als EPS wurde die Java Klasse EPSPDocumentGraphics2D benutzt.

4 Impulsformen und ihre Spektren

Impulsformen und die dazugehörigen Spektren sind in verschiedenen Publikationen zur Beschreibung von Formanten bei Musikinstrumenten und speziell bei Blasinstrumenten präsentiert worden. Oft werden dabei jedoch nur Skizzen gezeigt und exakte Werte fehlen.

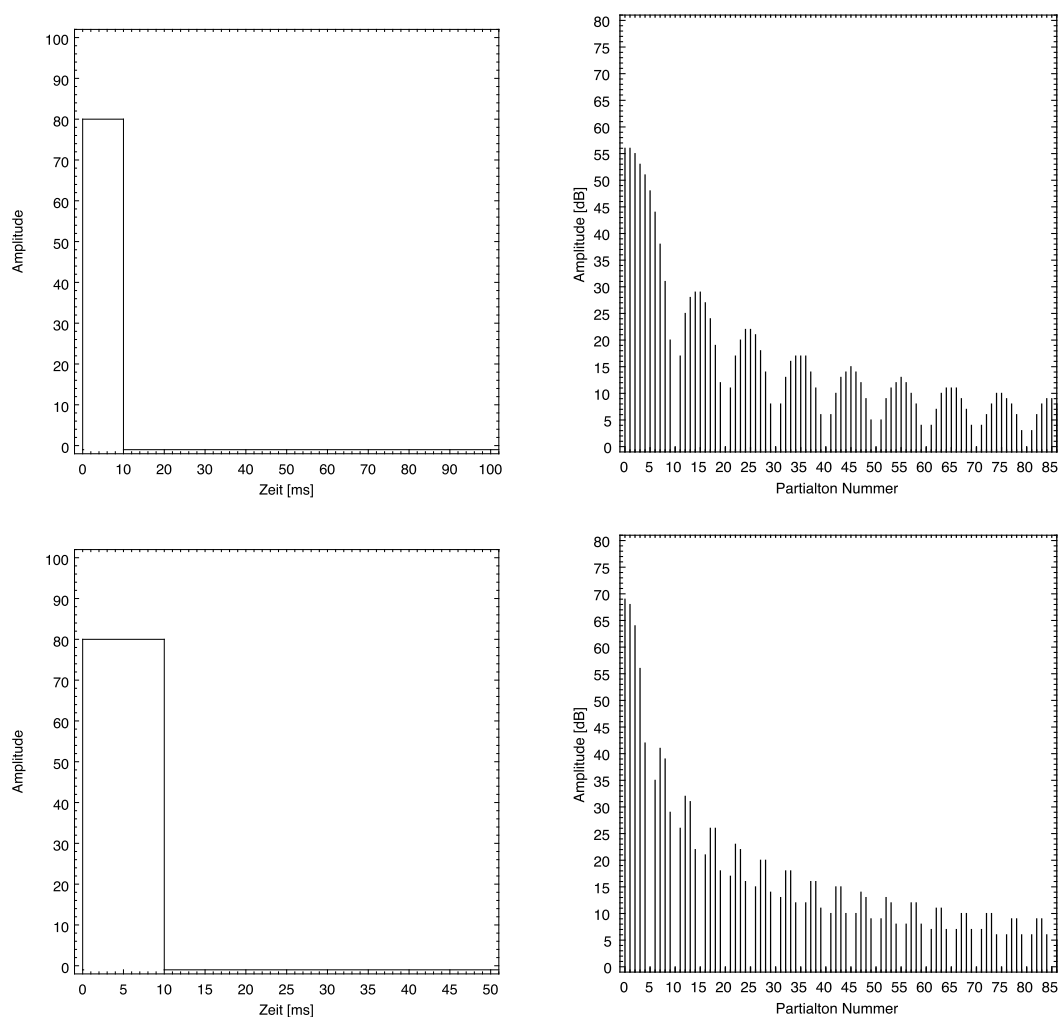


Abbildung 4.1: Rechtecksimpulse mit unterschiedlicher Periodendauer und gleicher Impulslänge und deren zugehörige Spektren in logarithmischer Skala.

Daher werden nun mit dem in Kapitel 3 gezeigten Programm einige Impulsfor-

men besprochen und gezeigt, wie diese zu Formanten oder besser gesagt zu den Minima zwischen den Formanten führen. Weiters sollen diese Ausführungen auch als eine Zusammenfassung der publizierten Resultate dienen wobei vor allem die Arbeit von (Blens 1993) hervorzuheben ist. Es soll nun also etwas über den Zusammenhang zwischen den Impulsen und deren Minima im Teiltonspektrum in Erfahrung gebracht werden. Zunächst kann man sich fragen ob die Minima schon alleine durch die Form des Impulses (Rechteck, Dreieck,...) bestimmt sind.

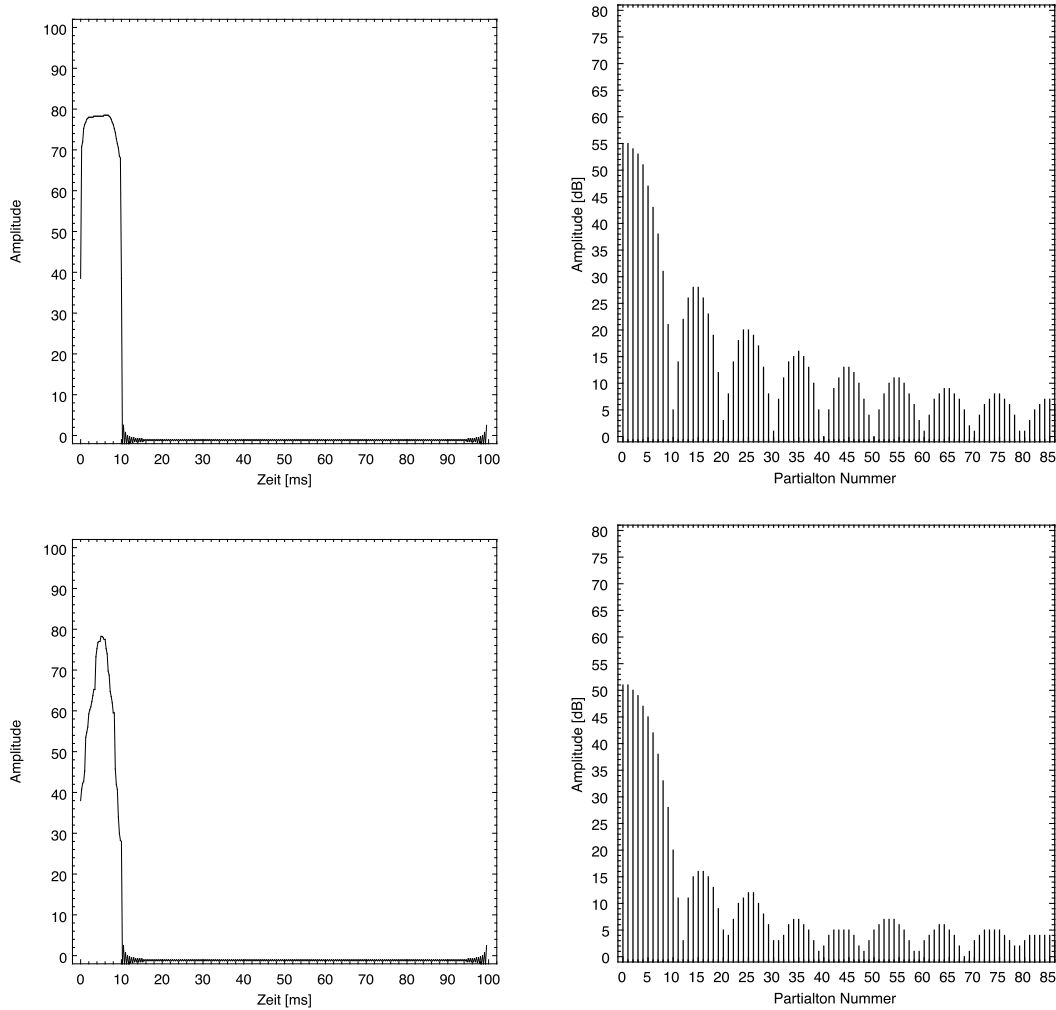


Abbildung 4.2: Rechteckimpulse mit abgerundeten Ecken und deren zugehörige Spektren in logarithmischer Skala.

Beginnen wir mit zwei Rechtecksimpulsen, wie in Abb. 4.1 dargestellt. Hier kann man erkennen, dass die Minima im Teiltonspektrum eine regelmäßige Struktur aufweisen, die von der Periodenlänge und der Impulslänge abhängig ist. Diese liegen nämlich immer an den Teiltönen $n \cdot (T/\tau)$ mit $n \in \mathbb{N}$ (Oehler und Reuter 2009). Konkret für die dargestellten Impulse in Abb. 4.1 mit gleicher Impulslänge von 10 ms und Periodenlängen von 100 ms beziehungsweise 50 ms sind die

Minima bei jedem 10. beziehungsweise bei jedem 5. Teilton. Rechtecksimpulse können also durch regelmäßige Minima die Bildung von Formantbereichen erklären (Dickreiter 1987, S. 44f).

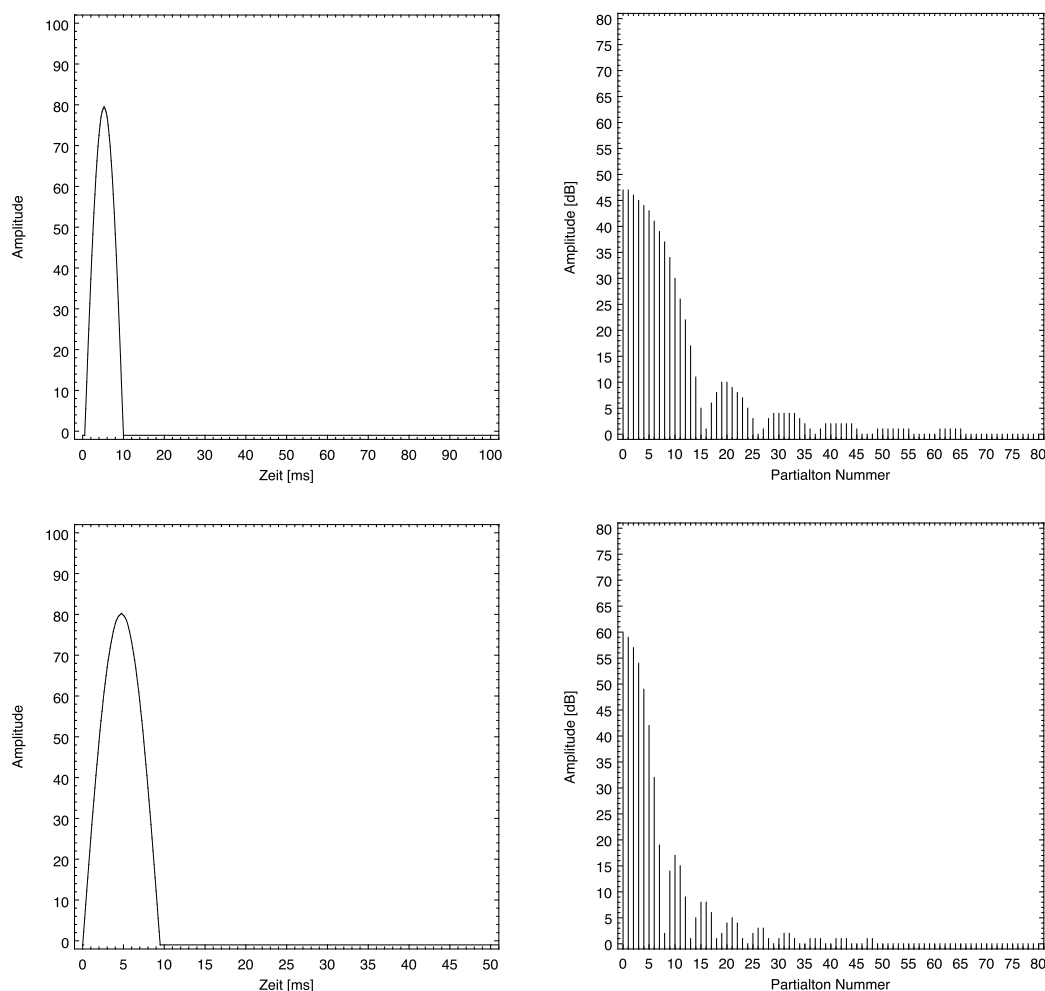


Abbildung 4.3: Sinusimpulse mit unterschiedlicher Periodendauer und gleicher Impulslänge und deren zugehörige Spektren in logarithmischer Skala.

Bedenkt man jedoch, dass die Impulse bei Rohrblattinstrumenten durch die Öffnungs- und Verschlussphasen des Rohrblattes entstehen, so ist der Rechtecksimpuls höchstens als idealisierte Vorstellung denkbar und kann nur zur Beschreibung von Klängen bei sehr lautem Spiel herangezogen werden. Bei lautem Spiel ist diese Näherung deshalb zulässig, weil ein Spiel bei *ff* zu stark ausgeprägten Kanten bei den Impulsen führt. Wird die Lautstärke jedoch verringert so wird der Impuls zum *pp* hin immer abgerundeter (Oehler und Reuter 2006a).

Um die Auswirkungen solcher Glättungen zu betrachten, kann man die Rechtecksimpulse von Abb. 4.1 im Programm rücktransformieren und erhält danach

eine Darstellung im frei zu zeichnenden Modus. Nun kann man den Impuls beliebig abändern. Zwei Beispiel für abgerundete Rechteckimpulse mit Periodenlänge 100 ms und Impulslänge 10 ms sind in Abb. 4.2 dargestellt.

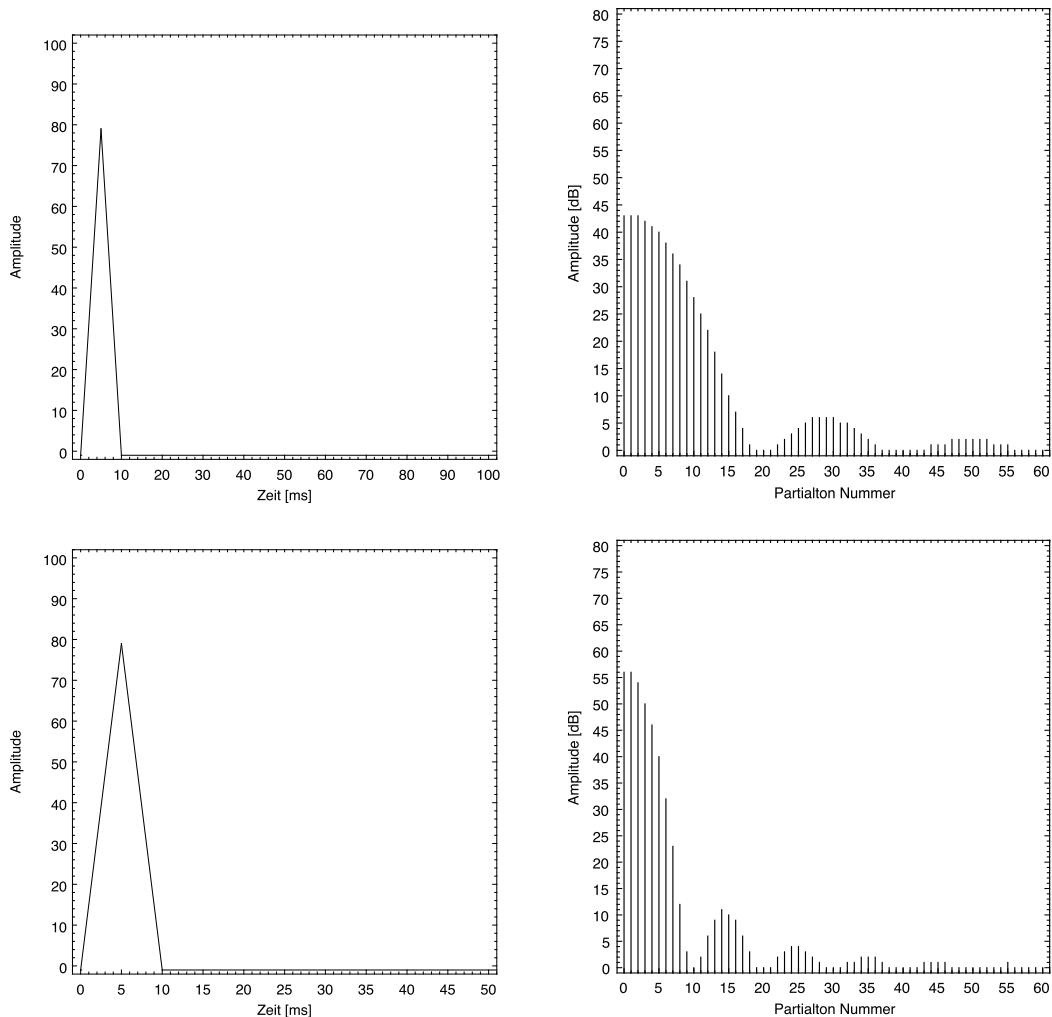


Abbildung 4.4: Dreiecksimpulse mit unterschiedlicher Periodendauer und gleicher Impulslänge und deren zugehörige Spektren in logarithmischer Skala.

Rundet man die Ecken nur geringfügig ab, so ergibt sich eine Schwächung des Teiltonspektrums vor allem bei höheren Frequenzen bei gleichbleibenden Minima. Wird der Impuls jedoch mehr abgeschwächt, wie beim unteren der in Abb. 4.2 dargestellten Impulse, so verändert sich nicht nur die Höhe der Amplitude, sondern auch die Lage der Minima. Geht man also von einem Rechteckimpuls bei *ff* Spiel aus, so darf die Abrundung beim *pp* Spiel nicht zu stark sein, da sonst die Lage der Formantbereiche verschoben wird.

Als Extremfall einer solchen Glättung kann man auch Sinusimpulse oder im

noch extremeren Fall Dreiecksimpulse betrachten. In Abb. 4.3 sind zwei Sinusimpulse mit gleicher Periodenlänge und gleicher Impulslänge wie bei den Rechteckimpulsen von Abb. 4.1 abgebildet. Beim Übergang vom Rechteckimpuls zum Sinusimpuls kann man zwei Änderungen feststellen: Erstens wandern die Minima im Spektrum zu höheren Teiltönen und zweitens sind die Teiltöne vor allem im höheren Bereich weniger ausgeprägt, haben also eine geringere Amplitude (Oehler und Reuter 2006a). Fest zu halten ist jedoch, dass auch die Sinusimpulse zyklische Minima im Spektrum bewirken und somit auch die Entstehung von Formantbereichen beschreiben können.

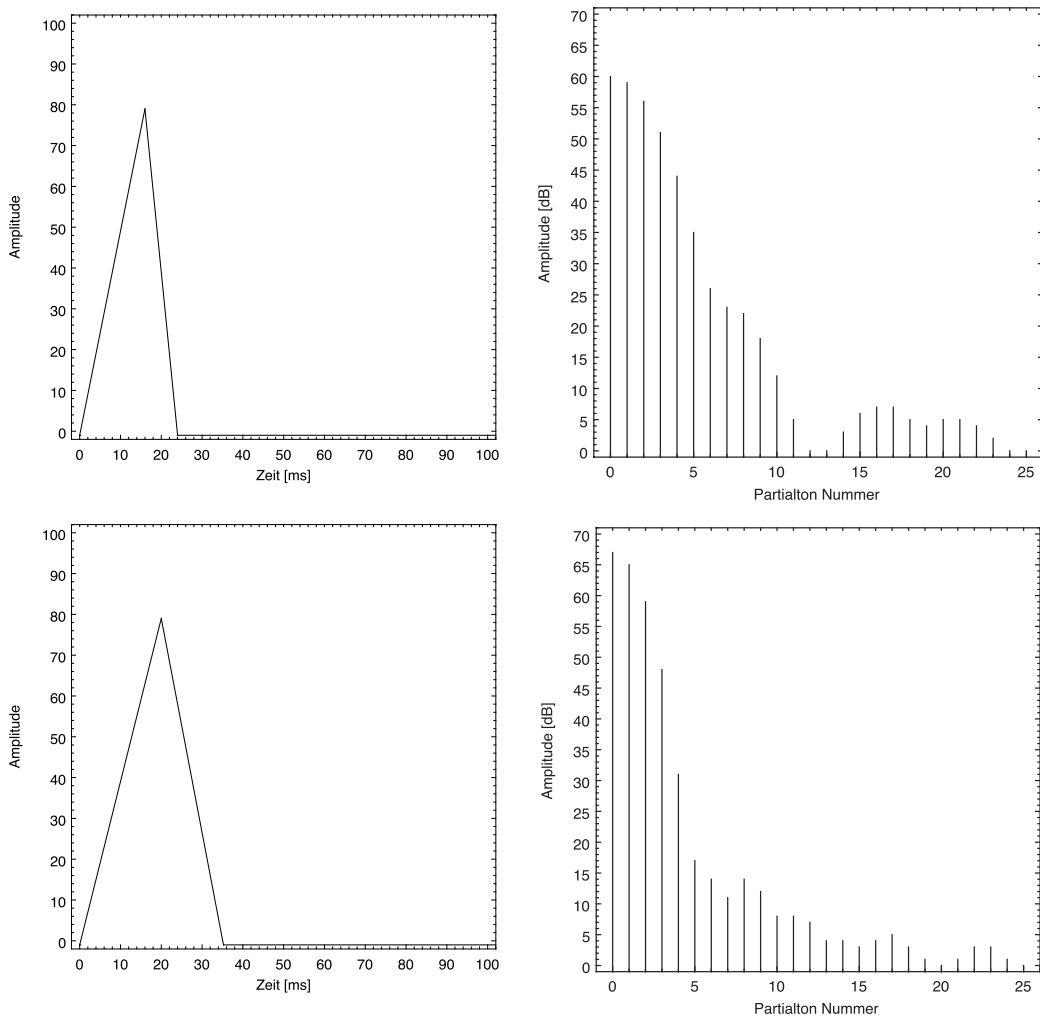


Abbildung 4.5: Verschiedene asymmetrische Dreiecksimpulse und deren zugehörige Spektren in logarithmischer Skala.

Ebenso ist dies bei symmetrischen Dreiecksimpulsen, wobei wie bei den Rechteckimpulsen die Minima durch das Verhältnis zwischen Periodenlänge und Impulslänge bestimmt sind und an den Stellen $2n \cdot (T/\tau)$ mit $n \in \mathbb{N}$ auftreten (Oehler und Reuter 2009). Für die in Abb. 4.4 abgebildeten Dreiecksimpulse ergeben

sich wiederum dieselben Impuls- und Periodenlängen wie für den Rechtecks- und Dreiecksimpuls. Die Minima liegen hierbei immer an jedem 20. beziehungsweise 10. Teilton (Dickreiter 1977, S. 46f). Hier erkennt man also den Trend der schon bei den Sinusimpulsen festgestellt wurde. Werden die Flanken des Impulses flacher so verschieben sich die Minima im Spektrum nach rechts und die Teiltöne verlieren vor allem in höheren Bereichen im Spektrum an Amplitude.

Dies gilt jedoch nur für Dreiecksimpulse mit symmetrischem Anstieg und Abfall. Wählt man einen asymmetrischen Dreiecksimpuls, so verändert sich nicht nur die Lage der Minima des Spektrums sondern auch der Verlauf der Amplitude der Teiltöne zwischen den Minima (Auhagen 1987; Oehler und Reuter 2009). In Abb. 4.5 sind zwei asymmetrische Dreiecksimpulse, die auch schon in (Auhagen 1987) behandelt wurden, dargestellt. Das Verhältnis des Anstiegs zum gesamten Impuls beträgt dabei $2/3$ beziehungsweise 0.5645. Man beachte auch, dass hier das Verhältnis zwischen Impuls und Periode unterschiedlich ist.

Der erste Impuls hat wieder zyklische Minima im Spektrum. Die Bereiche zwischen den Minima besitzen nun jedoch eine innere Struktur, die von der Struktur der Spektren symmetrischer Dreiecksimpulse abweicht. Der zweite Impuls zeigt, dass asymmetrische Impulse auch sehr komplexe Strukturen erzeugen können. Die Verwendung von asymmetrischen Dreiecksimpulsen bietet also eine große Bandbreite von Gestaltungsmöglichkeiten um komplexe Teiltönspektren zu erhalten.

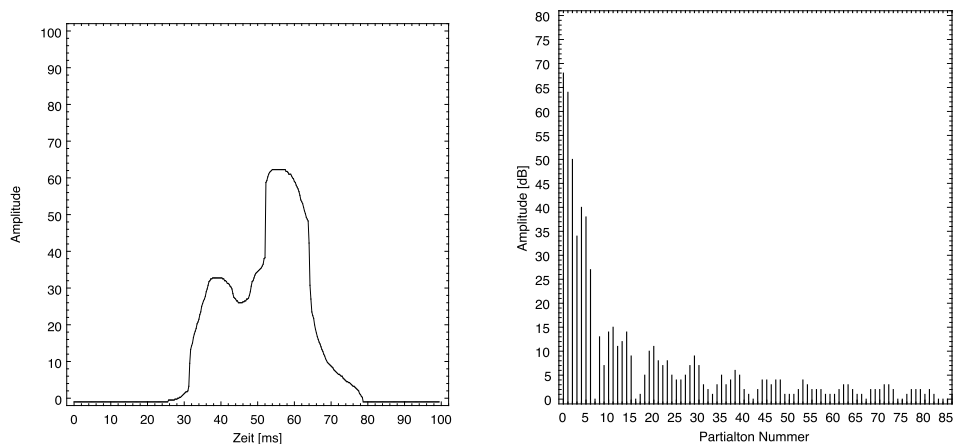


Abbildung 4.6: Frei gezeichneter Impuls und dessen zugehöriges Spektrum in logarithmischer Skala.

Noch komplexere Strukturen im Teiltönspektrum lassen sich natürlich durch komplexe Strukturen von Impulsen erzeugen. Bemerkenswert ist hierbei, dass auch solche Impulse Minima im Teiltönspektrum bewirken können. Ein frei gewählter Impuls und dessen Teiltönspektrum ist in Abb. 4.6 dargestellt.

5 Conclusio

Eingangs wurde die Frage gestellt, wie die Klangfarbe oder wie Formanten bei Musikinstrumenten und insbesondere Blasinstrumenten entstehen können. Um ein erstes Modell für die Beschreibung zu erhalten wurde zunächst die Quelle-Filter-Theorie behandelt, die die Klangfarbe der menschlichen Stimme modelliert. Die Klangfarbe der menschlichen Stimme besitzt wird durch die Filterwirkung des Vokaltrakts dem Quellsignal aufgeprägt. Ebenso ist auch bei Streichinstrumenten die Filterwirkung von primärer Bedeutung.

Dem entgegengesetzt kann die Klangfarbe von Blasinstrumenten nicht durch Filter erzeugt werden, da erstens die Begrenzungsflächen der Musikinstrumente glatt und hart sind und zweitens die Resonanzröhre durch Betätigen von Klappen oder Schließen von Griffelöchern ständigen Längenveränderungen ausgesetzt ist. Demnach kann man bei Blasinstrumenten nur die Quellfunktion für die Entstehung einer konstanten Klangfarbe und festen Formanten verantwortlich sein. Diese Quellfunktionen entsprechen immer einer impulsförmigen Anregungsfunktion.

Um zu verstehen, wie diese Impulse zyklische Minima und somit Formanten im Teiltonspektrum erzeugen, muss man die Impulse und ihre Spektren untersuchen. Für diese Untersuchungen hat Jean-Baptiste-Joseph Fourier alle notwendigen Werkzeuge bereitgestellt. Es stellt sich die Frage welche Impulse man überhaupt in Betracht ziehen kann. Deshalb wurden 4 verschiedene Impulsformen behandelt: Den Rechtecksimpuls, den Dreiecksimpuls, den Sinusimpuls und frei gezeichnete, diskret abgetastete Impulse.

Doch eine Theorie ermöglicht noch nicht diese Impulse zu studieren und zu betrachten - eine Visualisierung ist gefordert. Diese Visualisierung wurde mittels einer grafischen Oberfläche durch ein Java Programm realisiert, wobei verschiedenste Funktionen implementiert wurden, um die Erstellung von Impulsen und Spektren zu erleichtern und den Hauptaugenmerk auf die wesentlichen Dinge zu lenken - auf die Impulsformen und ihre Spektren.

Nun konnten die Impulse auf ihre Formantbildungsfähigkeit überprüft werden. Es wurde erkannt, dass schon einfache Impulse wie der Rechtecksimpuls zyklische Minima im Spektrum erzeugen, und dass auch die Dynamik, durch Abrundung von Rechtecksimpulsen hin zu Sinusimpulsen oder Dreiecksimpulsen, durch Impulse beschrieben werden kann. Will man komplexere Strukturen erzeugen, so kann man sich asymmetrischen Impulsen bedienen. Auch hier finden sich zyklische Minima im Spektrum. Natürlich scheint es, dass nicht nur solche idealisierten Vorstellungen von Impulsen in der Realität auftreten. Daher wurden auch willkürlich anmutende Impulse besprochen. Mit diesen konnten noch kom-

plexere Strukturen im Spektrum erzeugt werden, die dennoch zyklische Minima haben und somit Formanten besitzen.

Es ist also möglich formantbehaftete Teiltonspektren mit Impulsen zu erzeugen und mit Veränderungen der Impulse auch Lautstärken- oder Dynamikänderungen zu beschreiben. Der Grundstein zur Erzeugung eines synthetischen Blasinstrumentenklanges ist also gelegt.

Um einen realistischen Blasmusikinstrumentenklang zu erzeugen müsste man nun die tatsächlichen Impulsformen bei den Blasinstrumenten messen. Weiters würde man die Filterwirkung, auch wenn nicht so ausgeprägt wie bei der menschlichen Stimme, durch Messungen bestimmen müssen und natürliche Schwankungserscheinungen hinzufügen. Hat man all diese Komponenten, so steht der künstlichen Erzeugung eines realistischen Blasinstrumentenklanges nichts mehr im Weg.

Literaturverzeichnis

- Auhagen W. (1987) Dreiecksimpulsfolgen als Modell der Anregungsfunktion von Blasinstrumenten. In *Fortschritte der Akustik: Plenarvorträge und Kurzreferate der 13. Tagung der Deutschen Arbeitsgemeinschaft für Akustik (DAGA) 1987*, S. 709–712, Aachen.
- Benson D.J. (2006) *Music: A Mathematical Offering*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Blens J. (1993) *Die Zuordnung der von Blasinstrumenten bekannten Impulsformen zu ihren Spektren mit Hilfe der Fourieranalyse*. Staatsarbeit, Köln.
- Dickreiter M. (1977) *Der Klang der Musikinstrumente. Klangstruktur und Klang erleben*. TR-Verlagsunion, München.
- Dickreiter M. (1987) *Musikinstrumente. Moderne Instrumente, historische Instrumente, Klangakustik*. Bärenreiter Verlag, Kassel.
- Ebeling M. (1999) *Tonhöhe. physikalisch-musikalisch-psychologisch-mathematisch*. Peter Lang, Frankfurt am Main.
- Esper A. (2002) *Hörbarkeit mikrozeitlicher Strukturen im Musiksinal*. Peter Lang, Frankfurt am Main.
- Fransson F. (1966) The source spectrum of double-reed wood-wind instruments. *STL-QPSR* **7**(4), 35–37.
- Fricke J.P. (1973) Formantbildung in musikalischen Klängen. *Fernseh- und Kino-Technik* **27**(4), 93–97.
- Fricke J.P. (1975a) Formantbildende Impulsfolgen bei Blasinstrumenten. In *Fortschritte der Akustik: Plenarvorträge und Kurzreferate der 4. Tagung der Deutschen Arbeitsgemeinschaft für Akustik (DAGA) 1975*, S. 407–410, Braunschweig.
- Fricke J.P. (1975b) Klangfarbendynamik in der Studioelektronik und bei elektronischen Musikinstrumenten. In *Bericht über die 10. Tonmeistertagung (Verband Deutscher Tonmeister) 1975*, S. 26–29, Köln.
- Fricke J.P. (1989a) Der Klang der Musikinstrumente nach den Gesetzen des Gehörs. Wechselwirkung Mensch–Instrument. In *Das Instrumentalspiel. Beiträge*

- zur Akustik der Musikinstrumente, Medizinische und Psychologische Aspekte des Musizierens. Bericht vom Internationalen Symposium Wien 1988, S. 275–284, Wien.
- Fricke J.P. (1989b) Die Impulsformung: ein Erklärungsmodell für Klangentwicklung und Klangideal bei Holzblasinstrumenten. In *Das Instrumentalspiel. Beiträge zur Akustik der Musikinstrumente, Medizinische und Psychologische Aspekte des Musizierens. Bericht vom Internationalen Symposium Wien 1988*, S. 109–118, Wien.
- Fricke J.P. (1992) Instrumentenbau nach den Gesetzen des Gehörs. In *Kopie oder Nachbau - Probleme und Tendenzen des Musikinstrumentenbaus. Bericht über das 10. Symposium zu Fragen des Musikinstrumentenbaus 1989*, S. 13–15, Blankenburg, Michaelstein.
- Fricke J.P. (1994) Ein Plädoyer für die Formanten. In *Flöten, Oboen und Fagotte des 17. und 18. Jahrhunderts. 12. Symposium zu Fragen des Instrumentenbaus 1991*, S. 66–77, Blankenburg, Michaelstein.
- Fricke J.P. (1995) Transients with Irregular Pulses in the Pulse Forming Sound Generating Process. In *Proceedings of the 2nd international conference on acoustics and musical research (CIARM) 1995*, S. 73–78, Ferrara.
- Fricke J.P. (1996) Die digitale Klangsynthese auf der Basis von Impulsfolgen. Gezielt generierte Spektren und ihre Variation im Sinne der Klangfarbengesetze. In B. Enders, Hrsg., *Neue Musiktechnologie II*, S. 188–215, Schott, Mainz.
- Fricke J.P. (2000) Eine andere Art Physical Modeling zur Erzeugung von Posaunen- und Trompetenklängen. In *Posaunen und Trompeten. Geschichte - Akustik - Spieltechnik. 19. Musikinstrumentenbau-Symposium in Michaelstein 1998*, S. 175–184, Blankenburg, Michaelstein.
- Fricke J.P. (2003) Ein instrumentenakustisches Paradox. In B. Abels, Hrsg., *Vom rechten Thon der Orgeln und anderer Instrumenten. Festschrift Christian Ahrens zum 60. Geburtstag*, S. 129–142, Forschungs- und Gedenkstätte Heinrich-Schütz-Haus, Bad Köstritz.
- Fricke J.P. und Blens J. (1994) Digitale Impulsformung – die Methode der Synthese von Musikinstrumentenklängen mit Klangfarbendynamik. In *Fortschritte der Akustik: Plenarvorträge und Kurzreferate der 20. Tagung der Deutschen Arbeitsgemeinschaft für Akustik (DAGA) 1994*, S. 965–968, Dresden.
- Guillaume P. (2006) *Music and Acoustics. From Instrument to Computer*. ISTE Ltd., London.
- Hartmann W.M. (1997) *Signals, Sound, and Sensation*. Springer Verlag, Berlin.

- Hermann L. (1894) Phonophotographische Mitteilungen: V und VI. In E.F.W. Pflüger, Hrsg., *Archiv für die gesamte Physiologie des Menschen und der Thiere*, Bd. 58, S. 255–279, Hager, Bonn.
- Mertens P.H. (1975) *Die Schumannschen Klangfarbengesetze und ihre Bedeutung für die Übertragung von Sprache und Musik*. Erwin Bochinsky Verlag, Frankfurt am Main.
- Meyer M. (2011) *Signalverarbeitung. Analoge und digitale Signale, Systeme und Filter*. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden.
- Müller U. (1971) *Untersuchungen zu den Strukturen von Klängen der Clarin- und Ventiltrompete*. Gustav Bosse Verlag, Regensburg.
- Neppert J. (1999) *Elemente einer Akustischen Phonetik*. Helmut Buske Verlag, Hamburg.
- Oehler M. (2008) *Die digitale Impulsformung als Werkzeug für die Analyse und Synthese von Blasinstrumentenklängen*. Peter Lang, Frankfurt am Main.
- Oehler M. und Reuter C. (2006a) Digital Pulse Forming. a new approach to wind instrument sound synthesis. In *Proceedings of the 9th International Conference on Music Perception and Cognition 2006*, S. 1518–1523, Bologna.
- Oehler M. und Reuter C. (2006b) Virtual wind instruments based on pulse forming synthesis. *The Journal of the Acoustical Society of America* **120**(5), 3333.
- Oehler M. und Reuter C. (2009) Dynamic Excitation Impulse Modification as a Foundation of a Synthesis and Analysis System for Wind Instrument Sounds. In T. Klouche und T. Noll, Hrsg., *Mathematics and Computation in Music*, S. 189–197, Springer Verlag, Berlin.
- Plüss Ä. (2004) *Java-exemplarisch. Learning by doing*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München.
- Reuter C. (1996) *Die auditive Diskrimination von Orchesterinstrumenten. Verschmelzung und Heraushörbarkeit von Instrumentalklangfarben im Ensemble-spiel*. Peter Lang, Frankfurt am Main.
- Reuter C. (2003) Wie und warum in der Geschichte der Klangfarbenforschung meistens am Klang vorbeigeforscht wurde. In *Perspektiven und Methoden einer Systemischen Musikwissenschaft. Bericht über das Kolloquium im Musikwissenschaftlichen Institut der Universität zu Köln 1998*, S. 293–302, Frankfurt am Main.
- Reuter C. (2004) Von der „Physik der Klangfarben“ zur „Psychologie der Klangfarben“. In K.E. Behne, G. Kleinen, und H. del Motte-Haber, Hrsg., *Musikpsychologie – Musikalische Begabung und Expertise. Band 17*, S. 109–125, Hogrefe, Göttingen.

- Reuter C. und Oehler M. (2011) Wahrnehmung und Entstehung von Blasinstrumentenklängen – Formanten und Mikromodulationen. In S. A und J. S, Hrsg., *Klangfarbe. Vergleichend-systematische und musikhistorische Perspektiven*, S. 69–82, Peter Lang, Frankfurt.
- Schumann K.E. (1929) *Die Physik der Klangfarben*. Berlin.
- Storch L. (1954) Synthesis of constant-time-delay ladder networks using Bessel polynomials. In *Proceedings of the IRE*, Band 42, S. 1666–1675.
- Thomson W.E. (1949) Delay networks having maximally flat frequency characteristics. *Proceedings of the IEE-Part III: Radio and Communication Engineering* **96**(44), 487–490.
- Voigt W. (1975) *Untersuchungen zur Formantbildung in Klängen von Fagott und Dulzianen*. Gustav Bosse Verlag, Regensburg.
- Voigt W. und Heptner T. (1985) Zum Einfluß unterschiedlicher Rohrblätter auf Klangfarbe und Stimmung der Oboe. In E. Herttrich und H. Schneider, Hrsg., *Festschrift Rudolf Elvers zum 60. Geburtstag*, S. 519–533, Schneider, Tutzing.
- von Grünigen D.C. (2008) *Digitale Signalverarbeitung. Mit einer Einführung in die kontinuierlichen Signale und Systeme*. Carl Hanser Verlag, München.
- Wagner K.W. (1947) *Einführung in die Lehre von den Schwingungen und Wellen*. Dietrich'sche Verlagsbuchhandlung, Wiesbaden.

Lebenslauf

Zu meiner Person

Name	Stefan Andreas Baumgartner
Geburtsdatum	14. April 1985
Nationalität	Österreich

Ausbildung

Seit 10/2005	Universität Wien Diplomstudium Musikwissenschaft
08/2009-12/2012	Universität Wien Doktoratsstudium Mathematik Abschluss mit Auszeichnung Titel der Dissertation: PDE Models of Field-Effect Sensors
10/2005-07/2009	Universität Wien Diplomstudium Mathematik Abschluss mit Auszeichnung Titel der Diplomarbeit: Three-Dimensional Modeling of a Nano-wire Field-Effect Biosensor (BioFET)
09/2004-04/2005	Wehrdienst Birago-Kaserne Melk (Pionierbataillon 3)
09/1999-06/2004	HTBLuVA St. Pölten Abschluss mit Auszeichnung