



universität  
wien

# Diplomarbeit

Titel der Arbeit

Mathematische Fähigkeiten und interindividuelle  
Unterschiede beim Bearbeiten von Textaufgaben

Verfasserin

Verena Binder-Krieglstein

Angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, im Oktober 2012

Studienkennzahl: 298

Studienrichtung: Psychologie

Betreuer: Ass.-Prof. Dr. Marco Jirasko



FÜR BENEDIKT



# INHALTSVERZEICHNIS

<b>1 THEORETISCHER HINTERGRUND.....</b>	<b>8</b>
1.1 DIE MATHEMATISCHE TEXTAUFGABE.....	8
1.1.1 Die Geschichte der mathematischen Textaufgabe.....	8
1.1.2 Die Komplexität und Schwierigkeit mathematischer Textaufgaben.....	10
1.2 MATHEMATISIERUNG VON TEXTAUFGABEN.....	13
1.2.1 Der logisch-mathematische Ansatz – Mathematisierung aus Sicht der Entwicklungspsychologie.....	13
1.2.2 Der linguistisch-handlungstheoretische Ansatz – Mathematisierung aus Sicht der Kognitionspsychologie.....	18
1.3 MATHEMATISCHE FÄHIGKEITEN UND INTERINDIVIDUELLE UNTERSCHIEDE BEIM LÖSEN VON TEXTAUFGABEN.....	22
1.3.1 Kognitive und metakognitive Fähigkeiten im Zusammenhang mit Mathematik.....	23
1.3.2 Vorwissen und Mathematik.....	26
1.3.3 Intelligenz und Mathematik.....	30
1.3.4 Fähigkeitsselbstkonzept und Mathematik.....	32
1.4 MATHEMATISCHE KOMPETENZ AUS SICHT DER HOCHBEGABUNGSFORSCHUNG.....	34
1.5 ZUSAMMENFASSUNG UND PRÄZISIERUNG DER FRAGESTELLUNGEN.....	39
<b>2 METHODE.....</b>	<b>42</b>
2.1 STICHPROBE.....	42
2.2 INSTRUMENTE.....	43
2.2.1 Demographische Variablen.....	43
2.2.2 Rechenquiz.....	43
2.2.3 Leseverständnistest.....	44
2.2.4 Standard Textbeispiele.....	46
2.2.5 SESSKO – Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzeptes.....	48
2.2.6 CFT 20-R.....	51
2.2.7 Geteilte Textbeispiele.....	52
2.3 ERHEBUNG ZUSÄTZLICHER VARIABLEN.....	56
2.3.1 Mathematische Leistungsfähigkeit.....	57
2.3.2 Vorwissen.....	57

2.4 STATISTISCHE AUSWERTUNGEN.....	58
2.4.1 Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson.....	58
2.4.2 Multiple lineare Regression.....	58
2.4.3 Einfaktorielle ANOVA.....	59
2.4.4 ANOVA mit Messwiederholung und Zwischensubjektfaktor.....	59
2.4.5 Pfadanalyse mittels AMOS.....	59
2.5 DURCHFÜHRUNG.....	60
<b>3 ERGEBNISSE.....</b>	<b>64</b>
3.1 ÜBERPRÜFUNG DER FRAGESTELLUNGEN.....	64
<b>4 DISKUSSION.....</b>	<b>78</b>
<b>QUELLEN- UND LITERATURVERZEICHNIS.....</b>	<b>86</b>
<b>TABELLENVERZEICHNIS.....</b>	<b>92</b>
<b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS.....</b>	<b>93</b>
<b>ANHANG.....</b>	<b>94</b>

## ALLGEMEINE EINLEITUNG

Erinnern Sie Sich zurück: Waren Sie ein guter Schüler in Mathematik? Während der Schulzeit führt kein Weg an mathematischen Textbeispielen vorbei. Wie erging es Ihnen mit diesen? Machten auch Sie die Erfahrung, dass Ihnen manche Textbeispiele schier unlösbar schienen?

Ein Beispiel zur Illustration: Peter versucht folgendes mathematisches Textbeispiel zu lösen:

*Tobias hat einen Teil seines Geburtstagsgeldes gespart, denn er möchte sich gerne einen neuen Rucksack kaufen. Wenn er doppelt so viel Geld hätte, müssten noch fünf Euro dazugegeben werden, damit er sich denselben Rucksack wie Leonie um 69 € leisten könnte.*

***Sein Vater möchte wissen, wie viel Tobias nun eigentlich von seinem Geburtstagsgeld gespart hat?***

Peter weiß, wie man addiert, subtrahiert und dividiert. Er kennt die Bedeutung von jedem Wort in der Aufgabenstellung. Dennoch gibt er eine falsche Lösung ab.

Obwohl Peter alle Fähigkeiten besitzt um dieses Beispiel zu lösen, scheitert er.

Ein weiteres Beispiel: Paul rechnet ein geometrisches Textbeispiel.

*Ein rechteckiges Grundstück ist 945 m<sup>2</sup> groß. Eine Seite ist 35 m lang. Um das Grundstück soll eine Mauer errichtet werden.*

***Wie hoch ist der durchschnittliche Preis je Meter Mauer, wenn die vollständige Mauer rund um das Grundstück (inklusive Türe) 7564 € kostet?***

Obgleich Paul enthusiastisch anfängt, verlässt ihn bald die Motivation. Paul bricht mit den Worten „Wir haben diesen Stoff noch nicht durchgenommen“ ab.

Warum scheiterte Paul? Fehlte ihm das benötigte geometrische Wissen um das Beispiel zu lösen? Um diesen Aspekt zu überprüfen, wird Paul ein kurzer Geometrie-Test vorgegeben. Das Ergebnis zeigt, dass er ein sehr hohes Geometrie-Wissen besitzt (vgl. Mayer, 1998). Sowohl Peter als auch Paul können die ihnen vorgegebenen Textbeispiele nicht lösen, obwohl sie über die notwendigen Kompetenzen verfügen. In diesem Zusammenhang zeigen

Carpenter, Corbitt, Kepner, Liguist und Reys (1980), dass die Lösungsrate mathematischer Aufgaben in numerischer Darstellung um 30 % höher liegt als bei mathematischen Textbeispielen, die dieselben Rechenschritte erfordern würden (zitiert nach Cummins-Dellarosa, Kintsch & Reusser, 1988, S. 405). Die Autoren belegen damit, dass wie bei Peter und Paul nicht die numerische Rechnung und das mathematische Wissen, sondern *das Finden* des richtigen Lösungsweges mathematische Textbeispiele erschwert.

Es muss in diesem Zusammenhang angenommen werden, dass neben numerischen Kompetenzen noch weitere Fähigkeiten relevant sind, um mathematische Textbeispiele lösen zu können. Im Interesse dieser Arbeit liegt die Bedeutsamkeit verschiedener Faktoren beim Lösen von Textbeispielen.

# 1 THEORETISCHER HINTERGRUND

In der Literatur finden sich zahlreiche Studien und Modelle über mögliche Einflussfaktoren beim Lösen von mathematischen Textbeispielen. Ziel dieser Arbeit ist es, einen Einblick in das „Mysterium“ mathematische Textbeispiele zu geben und dem Leser einen möglichst umfassenden Überblick zu ermöglichen. Es werden folgend die Anforderungen und die Komplexität von mathematischen Textaufgaben, die Mathematisierungsprozesse von Textaufgaben und die erforderlichen Kompetenzen für ein erfolgreiches Lösen von mathematischen Textaufgaben betrachtet.

## 1.1 DIE MATHEMATISCHE TEXTAUFGABE

### 1.1.1 Die Geschichte der mathematischen Textaufgabe

Mathematische Textaufgaben lösen unterschiedliche Emotionen aus. Während bei manchen Menschen das Lösen von Textbeispielen einem Rätsel gleichkommt, verbinden doch die meisten Kinder und Erwachsenen mit ihnen unsinnige und schwierige Aufgabenstellungen.

Der Einsatz von mathematischen Textbeispielen hat eine lange Geschichte und findet seine Anfänge bereits in der Antike. Nach Reusser (1997) wurden Aufzeichnungen von mathematischen Textbeispielen erstmals auf ägyptischen Papyrusrollen, altchinesischen und indischen Rechenbüchern, sowie auf antiken Schriften der Griechen und Römer gefunden. Ihre Anwendung im Schulunterricht sieht Reusser (1997) einhergehend mit dem ersten Druck von Schulbüchern im sechzehnten Jahrhundert.

Für den Mathematikunterricht sind mathematische Textbeispiele auch heute noch unverzichtbar, da sie eine Übertragung von mathematischen Modellen und Konzepten auf reale (Alltags-)Situationen ermöglichen. Stern (1998) führt für die Einbindung von mathematischen Textbeispielen in den Mathematikunterricht zwei Aspekte an: Zum einen können Schüler und Schülerinnen lernen, konkrete Situationen mit Hilfe mathematischer Modelle darzustellen. Zum anderen erleichtert die Darstellung von realen Situationen in einem Textbeispiel das Verständnis von mathematischen Modellen. Ziel ist es folglich, abstrakte Konzepte durch ihre Einbettung in Textaufgaben konkret und greifbar zu machen.

Den hohen Stellenwert von mathematischen Textaufgaben als Untersuchungsinstrument in der Psychologie erklärt Reusser (1997) mit der Angabe von vier Gründen:

- *Verarbeitungsprozesse*

Reusser (1997) teilt mathematische Textaufgaben in eine Handlungs- und Sachwelt sowie eine mathematische Strukturwelt ein. Die Verknüpfung dieser beiden Textwelten oder Textsysteme in Form von Textbeispielen ermöglicht die Betrachtung von den beim Bearbeiten von Textaufgaben ablaufenden sprachlichen, sachlichen und mathematischen Verarbeitungsprozessen und deren Wechselwirkungen.

- *Prozesse der Mathematisierung*

Die Vorgabe von mathematischen Textaufgaben ermöglicht auch bei jungen Kindern die Untersuchung von Mathematisierungsprozessen. Bereits Textaufgaben, die in ihrer mathematischen und semantischen Struktur sehr einfach sind, erweisen sich für die Untersuchung von kognitiven Prozessen als interessant.

- *Forschungsmethodologische Attraktivität*

Reusser (1997) definiert eine Textaufgabe als gelöst, wenn seine inhärente mathematische Struktur erfasst werden konnte. Durch das in mathematischen Textaufgaben definierte Verarbeitungsziel auf der einen Seite und das klare Verstehens(abbruch)kriterium auf der anderen Seite sind diese ein methodisch viel eingesetztes Untersuchungsinstrument.

- *Kognitionspsychologische Betrachtung*

Mit der Bearbeitung von Textaufgaben können Verstehensprozesse und der intentionale, problemlösende Aufbau von mentalen Situationsmodellen erforscht werden (Reusser, 1997). Für Reusser (1997) finden somit die klassische Problemlösepsychologie als auch die (Text-)Verstehens- und Wissenspsychologie gleichermaßen ein interessantes Untersuchungsfeld in der Analyse von den während dem Lösungsprozess ablaufenden Bearbeitungsvorgängen.

Auch Stern (1998) sieht die Untersuchung der Bearbeitung von komplexen mathematischen Fragestellungen für viele Inhalte der kognitiven Psychologie lohnend. Der Grund dafür liegt an den vielen Vorteilen, die mit der Überprüfung kognitiver Theorien an mathematischen Textbeispielen einhergehen (Stern, 1998):

- *Eindeutigkeit der Lösungen*

Mathematische Textbeispiele haben nur eine korrekte Lösung und können somit nur als richtig oder falsch bewertet werden. Da kein Interpretationsspielraum gegeben ist, kann eine Auswertungsobjektivität garantiert werden.

- *Schwierigkeit der Problemstellung variabel*

Die Variationsmöglichkeiten bei mathematischen Fragestellungen sind theoretisch unendlich. Die Schwierigkeit einer Aufgabe hinsichtlich ihrer Komplexität kann unter Beibehaltung ihrer mathematischen Struktur nach Bedarf variiert werden. In diesem Sinn können mathematische Textaufgaben bezüglich ihrer mathematischen Komplexität dem Alter und dem Wissen der jeweiligen Stichprobe angepasst werden.

- *Überprüfen von Verstehen*

Die Übertragung von gewonnenen Strategien auf neue Aufgabenstellungen bietet die Möglichkeit Verstehen zu überprüfen. Nur wenn die Struktur hinter einer Aufgabenstellung erfasst wurde, kann die angewandte Problemlösestrategie auf Textaufgaben mit derselben Problemstruktur übertragen werden.

- *Vielfalt der beteiligten Mechanismen beim Lösen von mathematischen Textbeispielen*

Das Untersuchungsfeld beim Lösen von mathematischen Aufgabenstellungen stellt das Spektrum der Abläufe dar, die bei der Bearbeitung von mathematischen Textaufgaben beteiligt sind.

### 1.1.2 Die Komplexität und Schwierigkeit mathematischer Textaufgaben

Mit der beginnenden wissenschaftlichen Auseinandersetzung von mathematischen Problemstellungen teilen Riley, Greeno und Heller (1983) mathematische Textaufgaben bezüglich Anforderungen und Komplexität in Problemklassen ein, die bis heute in zahlreichen Studien als Klassifikationssystem dienen. Auch Reusser (1997) verweist auf die 14 Typen arithmetischer Standardaufgaben, die sich nach ihrem semantischen Aufgabentyp in drei Problemtypen einordnen lassen und einen systematischen Zugang für das Verständnis der Bearbeitung von Textaufgaben ermöglichen sollen (Abbildung 1):

- *Vereinige- oder Kombinationsaufgaben.* Bei den Vereinige- oder Kombinationsaufgaben (Combine-Aufgaben) werden zwei Aufgabentypen unterschieden. Entweder wird eine Vereinigungsmenge (CB1) oder eine von zwei Teilmengen (CB2) gesucht.
- *Verändere- oder Austauschaufgaben.* Bei den Verändere- oder Austauschaufgaben (Change-Aufgaben) werden sechs Aufgabentypen abhängig von Ort der Lücke und Veränderungsrichtung differenziert. Es kann entweder nach der Endmenge (CH1, CH2), der Austauschmenge (CH3, CH4) oder der Anfangsmenge (CH5, CH6) gefragt werden.
- *Vergleichsaufgabe.* Die Vergleichsaufgabe, die den schwierigsten Aufgabentyp darstellen (Reusser, 1997), unterscheiden zwischen der Frage nach einer Differenz (CP1, CP2), einer Vergleichsmenge (CP3, CP4) oder einer Referenzmenge (CP5, CP6).

VEREINIGE- ODER KOMBINATIONSAUFGABEN		
<i>Teilmenge unbekannt</i>	CB1	Selina hat 3 Murmeln. Fritz hat 5 Murmeln. Wie viele Murmeln haben die beiden zusammen?
	CB2	Selina und Fritz haben zusammen 8 Murmeln. Selina hat 3 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Fritz?
VERÄNDERE- ODER AUSTAUSCHAUFGABEN		
<i>Endmenge unbekannt</i>	CH1	Selina hatte 3 Murmeln. Dann gab ihr Fritz 5 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Selina jetzt?
	CH2	Selina hatte 8 Murmeln. Dann gab sie Fritz 4 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Selina jetzt?
<i>Austauschmenge unbekannt</i>	CH3	Selina hatte 2 Murmeln. Dann gab ihr Fritz einige Murmeln. Jetzt hat Selina 9 Murmeln. Wie viele Murmeln hat ihr Fritz gegeben?
	CH4	Selina hatte 8 Murmeln. Dann gab sie einige Fritz. Jetzt hat Selina 3 Murmeln. Wie viele Murmeln hat sie Fritz gegeben?
<i>Anfangsmenge unbekannt</i>	CH5	Selina hatte einige Murmeln. Dann gab ihr Fritz 5 Murmeln. Jetzt hat Selina 8 Murmeln. Wie viele Murmeln hatte Selina am Anfang?
	CH6	Selina hatte einige Murmeln. Dann gab sie Fritz 3 Murmeln. Jetzt hat Selina 6 Murmeln. Wie viele Murmeln hatte Selina am Anfang?
VERGLEICHAUFGABEN		
<i>Differenzmenge unbekannt</i>	CP1	Selina hat 8 Murmeln. Fritz hat 5 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Selina mehr als Fritz?
	CP2	Selina hat 6 Murmeln. Fritz hat 2 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Fritz weniger als Selina?
<i>Vergleichsmenge unbekannt</i>	CP3	Selina hat 3 Murmeln. Fritz hat 4 Murmeln mehr als Selina. Wie viele Murmeln hat Fritz?
	CP4	Selina hat 5 Murmeln. Fritz hat 3 Murmeln weniger als Selina. Wie viele Murmeln hat Fritz?
<i>Referenzmenge unbekannt</i>	CP5	Selina hat 9 Murmeln. Sie hat 4 Murmeln mehr als Fritz. Wie viele Murmeln hat Fritz?
	CP6	Selina hat 4 Murmeln. Sie hat 3 Murmeln weniger als Fritz. Wie viele Murmeln hat Fritz?

Abbildung 1: Modell der 14 Grundtypen von Textaufgaben von Riley et al., 1983 (übersetzt von Reusser, 1997, S. 145)

Riley et al. (1983) führen ergänzend zu den 14 Grundtypen von Textaufgaben noch die Länge einer Textaufgabe, die grammatische Komplexität und die Art der Problem-

Präsentation (z.B. Bildern) als mögliche erleichternde bzw. erschwerende Faktoren eines mathematischen Textbeispiels an.

Auch Stern (1998) fügt den Klassifizierungen nach Schwierigkeit noch weitere Punkte hinzu:

- *Einsatz bekannter Namen*

Für leistungsschwächere Schüler und Schülerinnen erleichtert der Einsatz von ihnen bekannten Namen in der Aufgabenstellung das Lösen von mathematischen Textbeispielen. Für dieses Phänomen nennt die Autorin motivationale und kognitive Gründe im Sinne einer stärkeren Aktivierung durch den vertrauten Namen.

- *Größe der verwendeten Zahlen*

Bei Textbeispielen mit größeren Zahlen treten aufgrund einer stärkeren Beanspruchung kognitiver Ressourcen Rechenfehler, falsche Rechenoperationen und fehlendes Textverständnis gehäuft auf. Stern (1998) erklärt diese Beobachtung damit, dass durch das beanspruchende Rechnen mit großen Zahlen folglich kognitive Ressourcen für das Finden des richtigen Lösungsweges fehlen.

- *Reihenfolge der Informationsdarbietung*

Weiters führt Stern (1998) an, dass die Reihenfolge, der in den Textbeispielen dargebotenen Informationen, Einfluss auf die Lösungswahrscheinlichkeit nimmt. Es hat sich gezeigt, dass eine Darbietung der Fragestellung am Anfang des mathematischen Textbeispiels Grundschulkindern das Lösen erleichtert.

Aus den genannten Faktoren geht hervor, dass die Komplexität und die Schwierigkeitsunterschiede von Textaufgaben, nicht nur rein mathematischer Natur sein können, sondern auch auf der sprachlichen Verständnisebene zu suchen sind. Renkl und Stern (1994, S. 29) zitieren Gagné (1984) und beschreiben den Lösungsprozess einer Textaufgabe als ein „bottom-up-Verfahren“, in dem zunächst aus dem Text Oberflächenmerkmale wie Personen, Gegenständen oder Zahlen abstrahiert werden um die mathematische Problemstruktur anschließend herauszuarbeiten. Denn im Unterschied zu rein numerischen mathematischen Aufgabenstellungen muss bei einem mathematischen Textbeispiel zunächst die Problemstellung ausgearbeitet werden um die richtige mathematische Operation anwenden zu können. Dies impliziert wiederum, dass die vorgegebene Aufgabenstellung auch

semantisch verstanden werden muss. Es verwundert daher nicht weiter, dass in der Literatur zwei Ansätze für die Schwierigkeit mathematischer Textaufgaben zu finden sind:

- Logisch-mathematischer Ansatz

und

- Linguistisch-handlungstheoretischer Ansatz.

Während die notwendigen Kompetenzen im logisch-mathematischen Erklärungsansatz von mathematischer Natur sind, werden im linguistisch-handlungstheoretischen Ansatz Schwierigkeiten beim Bearbeiten von Textaufgaben zusätzlich auch im Sprach- und Situationsverständnis angenommen. Es ist allerdings bereits an dieser Stelle zu erwähnen, dass die Ansätze nicht als gegensätzlich, sondern als komplementär beim Bearbeiten mathematischer Textaufgaben zu sehen sind (Reusser, 1997).

## 1.2 MATHEMATISIERUNG VON TEXTAUFGABEN

### 1.2.1 Der logisch-mathematische Ansatz – Mathematisierung aus Sicht der Entwicklungspsychologie

Der logisch-mathematische Ansatz geht auf die Entwicklungspsychologie zurück und vertritt die Theorie, dass individuelle Leistungserfolge bei mathematischen Textaufgaben in erster Linie auf entwicklungsbedingte Unterschiede im mathematischen Verständnis zurückzuführen sind (Riley et al., 1983; Stern, 1998). Säuglingen sollen demnach bereits primäre mathematischen Fähigkeiten angeboren sein, die im weiteren Verlauf die Entwicklung von *numerosity*, *ordinality*, *counting* sowie *simple arithmetic* ermöglichen (Geary, 2000, 2006):

- *Numerosity*. Darunter versteht Geary (2000) die Fähigkeit von Säuglingen kleine Mengen zu erfassen, ohne diese vorher abzuzählen.
- *Ordinalität*: Kleinkinder weisen bereits sehr früh ein Verständnis für numerische Abfolgen und Beziehungen auf.

- *Counting*: Bereits im kleinsten Säuglingsalter verfügen Kinder über ein Zählsystem um bis zu vier Items zu erfassen.
- *Simple Arithmetic*: Damit wird die Fähigkeit von Säuglingen beschrieben, Reaktionen auf das Wegnehmen und Hinzufügen von kleinen Mengen zu zeigen.

Geary (2000) zeigt, dass Säuglinge bereits in ihrer ersten Lebenswoche empfindsam auf unterschiedliche Objekte, bis zu einer Anzahl von vier Items, reagieren. Mit 18 Monaten ist das ordinale Verständnis bereits dahingehend entwickelt, dass Kleinkinder mehr und weniger unterscheiden können. Weiters belegt Geary (2000) dass Säuglinge in einem Alter von nur sechs Monaten auf die Abfolge von bis zu drei einzelnen Handlungen reagieren und mit 18 Monaten drei bis maximal vier Objekte abzählen können. Die Entwicklung der *simple arithmetic* beginnt nach Geary (2000) mit fünf Monaten, da Säuglinge in diesem Alter bereits Reaktionen auf das Hinzufügen und Wegnehmen kleiner Mengen zeigen. Mit dem Erwerb von sprachlichen Kompetenzen beginnen Kleinkinder Zahlenwörter, einfache Additionen und Subtraktionen mit kleinen Zahlen zu verbalisieren. Bis zum Ende des Vorschulalters erreichen Kinder ein komplexeres Verständnis für ordinale Beziehungen sowie das Zahlensystem (Geary, 2000).

Auch Wynn (1992) geht davon aus, dass Kinder im Vorschulalter intuitiv die Fähigkeit erwerben zu zählen. Die Autorin beobachtet, dass Buben und Mädchen im Vorschulalter bereits numerische Regeln anwenden, ohne sie vorab kennengelernt zu haben oder sich der Anwendung dieser bewusst zu sein. Wynn (1992) spricht von fünf Prinzipien des Zählens, die bei Kindern mit etwa vier Jahren unbewusst bereits wirksam werden:

#### 1) *Prinzip der Eins-zu-eins-Zuordnung*

Das Prinzip der Eins-zu-eins-Zuordnung besagt, dass jedem Objekt *ein* Zahlenwort zugeteilt wird.

#### 2) *Prinzip der stabilen Ordnung*

Das zweite Prinzip erklärt, dass die Reihenfolge der Zahlen unveränderbar ist und einer stabilen Ordnung folgt. Dies bedeutet gleichsam, dass jede beliebige Quantität ein eindeutig zuordenbares Zahlenwort besitzt.

### 3) *Kardinalzahlprinzip*

Das Kardinalsprinzip besagt, dass das letzte Zahlwort einer durchgezählten Reihe gleichzeitig die Mengengröße dieser Zahlenreihe benennt.

### 4) *Abstraktionsprinzip*

Das Abstraktionsprinzip bezeichnet die Zusammenfassbarkeit aller Arten von Objekten und die Generalisierbarkeit des Zählens in diskreten Einheiten.

### 5) *Prinzip der irrelevanten Ordnung*

Unter der irrelevanten Ordnung wird das Prinzip verstanden, dass die Abzählung von Objekten unabhängig der Anzahl der Objekte, dem Anfangspunkt oder der Reihenfolge ihrer Zählung ist.

Die intuitive Verinnerlichung dieser Grundprinzipien ist jedoch nicht damit zu verwechseln, dass Kinder bereits über die Fähigkeit richtig zu zählen oder zu rechnen verfügen, sondern als Voraussetzung für den Erwerb komplexerer mathematischer Kompetenzen zu sehen (Wynn, 1992).

Ricken und Fritz (2010, S. 682) zitieren Resnick (1983) und identifizieren das Erlangen des Kardinalzahlprinzips als wichtigste Fertigkeit für den Erwerb der bedeutsamsten Voraussetzung für ein mathematisches Verständnis, das Teil-Ganze-Konzept. Das Teil-Ganze-Konzept, das Wissen, dass sich Mengen aus Teilmengen zusammensetzen, ermöglicht Kindern ein Verständnis für Beziehungen zwischen Zahlen wie Abstände oder Differenzen sowie in weiterer Folge das Lösen von komplexeren Aufgabenstellungen mit Additionen und Subtraktionen (Ricken & Fritz, 2010).

Aufbauend auf diesen Grundfähigkeiten mathematischen Verständnisses, werden in der Volksschule spezifische mathematische Kompetenzen, die sekundären mathematischen Fähigkeiten (Geary, 2000), erworben. Geary (2000) geht auch bei der Entwicklung der sekundären mathematischen Kompetenzen von einem angeborenen, biologischen Potential aus, weist aber auf einen starken kulturellen sowie schulischen Einfluss hin. Er unterscheidet fortgeschrittene, biologische numerische Kompetenzen und arithmetische Kompetenzen (Geary 2000; 2006):

- *Number and counting*: Unter *number and counting* wird das Lernen zu zählen sowie des kleinen  $1+1$  und  $1 \times 1$  gezählt. Des Weiteren erlangen Kinder im Volksschulalter die Fähigkeit numerisch geschriebene Zahlenwörter zu benennen und sprachliche Zahlenwörter zu schreiben.
- *Arithmetic - computation*: Darunter wird die Anwendung der Grundrechnungsarten zur Bearbeitung komplexer numerischer Aufgaben verstanden.
- *Arithmetic - word problems*: Die Vorgabe von leichten mathematischen Textbeispielen soll die Fähigkeit der Kinder fördern, Problemtypen zu erkennen und einzuordnen sowie verbale Textangaben in numerischen Gleichungen umzuwandeln.

Auch Ricken und Fritz (2010) beschäftigen sich mit der Entwicklung des kardinalen und ordinalen Verständnisses von Kindern. Die Autoren sehen die Anfänge der bewussten Beschäftigung mit Zahlen und Zahlenwörtern einhergehend mit der sprachlichen Entwicklung. Bereits bei zwei Jahre alten Kindern ist eine intuitive Kenntnis für die Reihe von natürlichen Zahlen sowie eine richtige Zuordnung von Objekten und Zahlwörtern zu beobachten (Ricken & Fritz, 2010). Im Alter von nur dreieinhalb Jahren erlangen Kleinkinder nach Ricken und Fritz (2010) ein kardinales Verständnis von bis zu vier Objekten. Für die Ausbildung des ordinalen Verständnisses berufen sich die Autoren auf Brannon und van de Walle (2001; zitiert nach Ricken & Fritz, 2010, S. 681), die bei Zweijährigen die Fähigkeit zu numerischen Vergleichen und die Identifikation der größeren von zwei Mengen in ihren Untersuchungen belegen.

Ennemoser, Krajewski und Schmidt (2011) sehen den Erwerb mathematischer Kompetenzen in drei Entwicklungsschritten: Im Kompetenzbereich eins (1) verfügen Kinder nach Ennemoser et al. (2011) über die Fähigkeit Mengenunterschiede (wenig, viel) wahrzunehmen. Zudem kennen Kinder dieser Kompetenzebene bereits Zahlworte und können diese, ungeachtet einer Mengen- oder Größenwahrnehmung, in eine richtige Reihenfolge bringen. Das bisher fehlende Verständnis für Mengen erlangen Kinder in der Kompetenzebene zwei (2). Auf dieser Stufe ist es Kindern erstmals möglich die Menge hinter Zahlwörter oder Ziffern wahrzunehmen. Diese Verknüpfung gelingt Kindern zunächst in einem unpräzisen Anzahlkonzept, das heißt in einer noch sehr unpräzisen Zuordnung von Zahlwort und seiner Menge. Die anfänglich ungenaue Verknüpfung wird mit der Zeit immer genauer bis die Kinder über ein Kardinalkonzept (präzises Anzahlkonzept) verfügen, das zunehmend immer

weitere Zahlenbereiche umfasst. In Ebene drei (3) bekommen Kinder nach Ennemoser et al. (2011) ein Verständnis für Größenrelationen und erkennen, dass Zahlworte und Ziffern nicht nur Mengen, sondern auch Differenzen zwischen Mengen benennen können. Für Ennemoser et al. (2011) sind mit dieser Ebene alle Kompetenzen erworben, um auch tatsächlich rechnen zu können. Alle drei Ebenen werden bis zum Vorschulalter erreicht.

Auch Stern (1998) kann zu den Vertretern des logisch-mathematischen Ansatzes gezählt werden und setzt für das Lösen mathematischer Textaufgabe in erster Linie das Verständnis mathematischer Fertigkeiten und das Wissen mathematischer Prinzipien voraus. Um die hohe Bedeutsamkeit numerischer Fertigkeiten für das Lösen von Textbeispielen zu zeigen, erstellt Stern (1998) ein Kausalmodell und beobachtet eine hohe Kovarianz zwischen dem Lösen von numerischen Aufgaben und dem Lösen von mathematischen Textaufgaben (Stern, 1998).

Die Daten zu Sterns (1992, 1998, 2005) Annahmen liefern die Ergebnisse aus den Längsschnittstudien LOGIK<sup>1</sup> und SCHOLASTIK<sup>2</sup>, die Leistungs- und Persönlichkeitsmaße im Vorschulalter zur Vorhersage späterer Erfolge beim Lösen von Textbeispielen im Grundschulalter erheben. In einem Kausalmodell wurden Daten von Kindern zwischen Vorschulalter und dritter Klasse Grundschule hinsichtlich sprachlicher Intelligenz, dem Verständnis von Äquivalenz und Invarianz, der Zählkompetenz und dem numerischen Verständnis mit ihren späteren Leistungen in der vierten Klasse im Lösen von mathematischen Textaufgaben (komplexe Vergleichsaufgaben, komplexe Austausch- und Kombinationsaufgaben und Multiplikationsaufgaben) gegenübergestellt. Die Ergebnisse zeigen, dass ein numerisches Verständnis mit dem erfolgreichen Lösen von Textbeispielen kovariiert (Stern, 1998). Damit bestätigt Stern (1998) ihre Annahme, dass numerische Aufgaben und Textaufgaben auf denselben mathematischen Prinzipien aufbauen.

Des Weiteren zeigt Stern (1998) anhand der Daten der SCHOLASTIK-Studie, dass die metalinguistische Verfügbarkeit eines mathematischen Problems nicht, wie angenommen werden könnte, die Voraussetzung für das Lösen eines mathematischen Textbeispiels darstellt. Bei Vorgabe von Textbeispielen mit kleinen Zahlen bis 20 konnte gezeigt werden,

---

<sup>1</sup> LOGIK = Longitudinalstudie zur Genese individueller Kompetenzen

<sup>2</sup> SCHOLASTIK- Studie = Schulorganisierte Lernangebote und Sozialisation von Talenten, Interessen und Kompetenz

dass Kinder die richtige Antwortzahl, nicht aber die dazugehörige Gleichung angeben können. Kinder scheinen bereits über mathematisches Wissen im Sinne eines aufgabenspezifischen Handlungswissens zu verfügen, ohne eine metalinguistische Zugänglichkeit von mathematischen Problemmodellen zu besitzen.

Als Maß dafür, welche mathematischen Kompetenzen ein Kind während seiner Schulzeit erlangen sollte, können die von Baumert, Klieme, Neubrand, Prenzel, Schiefele, Schneider, Tillmann und Weiß (1999) im Rahmen der PISA-Studie zusammengefassten Pfeiler mathematischer Grundbildung herangezogen werden:

- die Fähigkeit, mathematisch zu denken
- die Fähigkeit, mathematisch zu argumentieren
- die Fähigkeit zur mathematischen Modellierung
- die Fähigkeit, Probleme zu stellen und zu lösen
- die Fähigkeit, mathematische Darstellungen zu nutzen
- die Fähigkeit, mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umzugehen
- die Fähigkeit, zu kommunizieren
- die Fähigkeit, Hilfsmittel einzusetzen und zu gebrauchen (S. 2-3).

### 1.2.2 Der linguistisch-handlungstheoretische Ansatz – Mathematisierung aus Sicht der Kognitionspsychologie

Vertreter der linguistisch-handlungstheoretischen Erklärungshypothese erkennen die Notwendigkeit eines logisch-mathematischen Wissens an, sehen dieses allerdings nicht ausschließlich für das Lösen von Textaufgaben verantwortlich. Nach Reusser (1997) muss bei der Bearbeitung von Textaufgaben neben logisch-mathematischen Faktoren einem Text- und Situationsverständnis eine ebenso bedeutende Rolle zugesprochen werden. Seine Annahme belegt Reusser (1997) mit Studien, die zeigen, dass bereits kleinste Umformulierungen

erhebliche Erleichterungs- oder Erschwerungseffekte auslösen können, ohne dass die mathematische Grundstruktur verändert wurde. Auch Kintsch und Greeno (1985) berücksichtigen in ihrem Modell zum Verstehen und Lösen von mathematischen Problemstellungen die gewichtige Rolle des Textverständnisses. Die Darstellung eines Problems sehen die Autoren dual, in Form eines textlichen Inputs (*text base*) sowie in Form einer abstrakten Problemrepräsentation (*problem model*). Als Brücke zwischen dem textlichen Verständnis einer Aufgabenstellung und der Mathematisierung von dieser verstehen Kintsch und Greeno (1985) die kognitive Repräsentation des Aufgabeninhaltes. Damit ist die Übertragung der unter der linguistischen Oberflächenstruktur befindlichen Problemstruktur einer mathematischen Textaufgabe in eine mathematische Gleichung zu verstehen.

Rost und Buch (2010) definieren das für das Lösen von Textaufgaben notwendige Textverständnis als „Prozess der aktiven Konstruktion mentaler Repräsentationen semantischer Textstrukturen“ (S. 507). Baumert, Brunner, Lüdtke und Trautwein (2007) beschreiben den Erwerb eines Textverständnisses mit dem Durchlaufen von drei Ebenen:

- 1) *Surface code*. Auf der Ebene eins wird die Textoberfläche nach lexikalischen und syntaktischen Eigenschaften erfasst.
- 2) *Textbase*. Die Ebene zwei lässt bereits erste Zusammenhänge und Schlussfolgerungen über die in der Textangaben enthaltenen Informationen zu ein textbezogenes Interpretieren setzt ein. Wie bereits auf Ebene eins geht es hier um das Erlangen eines propositional-semantischen Verständnisses.
- 3) *Situation model*. Die zuvor gewonnene *textbase* wird nun in das bestehende externe Wissensgerüst integriert und nach Inhalt und Kommunikationsabsichten bewertet und interpretiert.

Darüber hinaus betonen Rost und Buch (2010) die Wichtigkeit spezifischer metakognitiver Aktivitäten für ein Textverständnis:

- Aufgabenstellung erkennen;
- Identifikation der zentralen Themen;
- Fokussierung auf das Hauptthema;
- Verständnisprozess reflektieren und bewerten;

- Notwendige Korrekturen vornehmen;
- Zielerreichung bewerten;
- Unterbrechungen ignorieren.

Zur Analyse der Mathematisierungsprozesse entwickelte Reusser (1985, 1992, 1995, 1997) ein Prozessmodell, das die einzelnen Verarbeitungs- und Verstehensebenen während der Mathematisierungsprozesse von Textaufgaben abbildet.

In seinem Modell zeigt Reusser (1985, 1992, 1995, 1997) die Transformation der gegebenen semantischen Problemstellung in eine mathematische Gleichung. Den schrittweisen Verlauf der Umwandlung bildet das Modell in Abbildung 2 ab (Reusser, 1985, 1992, 1995, 1997).

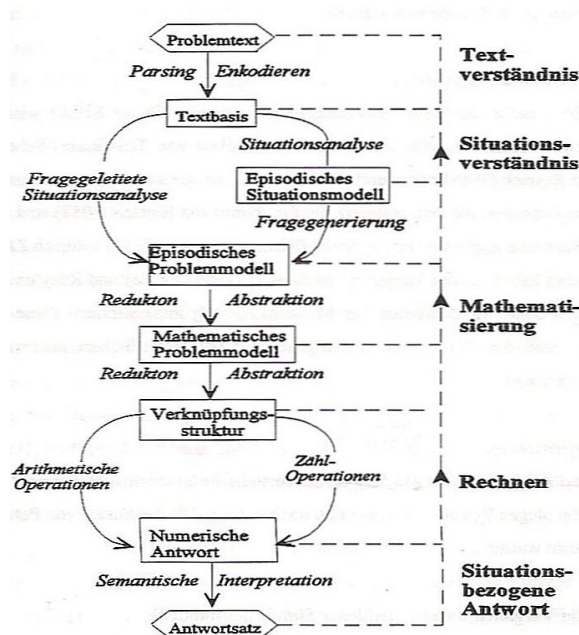


Abbildung 2: Verlauf beim Lösen eines Textbeispiels nach Reusser (1985, 1992, 1995, 1997)

Reusser (1995) beschreibt die Auseinandersetzung mit einer Textaufgabe in vier Schritten bis zum Erreichen der gesuchten mathematischen Gleichung:

- 1) *Textverständnis.* Nach dem Lesen der Textaufgabe wird zunächst durch Enkodierungsprozesse und Satzanalysen das Textverständnis erlangt.
- 2) *Situationsverständnis.* Mit dem Erreichen des Textverständnisses geht eine Situationsvorstellung der Aufgabenstellung einher ein mentales (episodisches)

Situationsmodell wird abgebildet. Unter Einbeziehung von vorangegangenen Erfahrungen erarbeitet der Problemlöser Haupthandlungsträger, zeitliche Abfolgen von Handlungen und die konkrete Fragestellung.

- 3) *Mathematisierung*. Mit dem Erreichen des Problemmodells setzen Prozesse der Mathematisierung ein. Die Umwandlung des mentalen Situationsmodells in ein mathematisches Problemmodell erfolgt.
- 4) *Rechnen*. Das Problemmodell in Form einer mathematischen Gleichung wird nun ausgerechnet.
- 5) *Situationsbezogene Antwort*. Um das numerische Ergebnis entsprechend der Aufgabenstellung semantisch interpretieren zu können, wird das mentale Situationsmodell ein weiteres Mal aktiviert.

Baumert et al. (2007) beschreiben die Methzyklischen Prozess von fünf Schritten. In Schritt eins (1) muss der Problemlöser die Situation und die Anforderungen der Textaufgaben verstehen um diese anschließend in seinen Anforderungen konkretisieren und strukturieren zu können. In vielen Fällen, allerdings auch in Abhängigkeit von Vorerfahrungen oder bereits erlangtem Wissen, wird die Textangabe bereits auf mathematisierbare Zusammenhänge reduziert. Ein Realmmodell über die vorgegebene Problemstellung entsteht und wird in einem weiteren Schritt (2) als mathematische Gleichung dargestellt. Die Ausgangssituation wird nun erstmals numerisch in Form eines mathematischen Modells gezeigt. In Schritt drei (3) werden die Ergebnisse berechnet, die im vierten Schritt (4) auf die Ausgangssituation bezogen interpretiert werden. Zuletzt (5) erfolgt eine Validierung, ob die erhaltenen Ergebnisse der gefragten Aufgabenstellung im Textbeispiel entsprechen (vgl. Baumert et al., 2007).

Es zeigt sich, dass die Anforderungen einer Textaufgabe auf mathematischer oder semantischer Ebene angesiedelt sind. Betrachtet man allerdings den Bearbeitungs- bzw. Lösungsprozess, wird ersichtlich, dass für den Problemlöser auf wesentlich mehr Ebenen Schwierigkeiten entstehen können.

### 1.3 MATHEMATISCHE FÄHIGKEITEN UND INTERINDIVIDUELLE UNTERSCHIEDE BEIM LÖSEN VON TEXTAUFGABEN

Worauf können interindividuelle Leistungsunterschiede bei mathematischen Textaufgaben aus Sicht des Problemlösers zurückgeführt werden? Die Antwort auf diese Fragestellung wird zusätzlich dadurch erschwert, dass weder eine allgemein gültige Definition von Mathematik noch über mathematisches Wissen existiert (Fritzlar, 2008). In der Literatur wird daher seit Beginn der wissenschaftlichen Auseinandersetzung mit mathematischen Textbeispielen nach Faktoren gesucht, die mathematische Leistungsfähigkeit erklären und mathematische Kompetenz vorhersagen können.

Über die Notwendigkeit von mathematischen Fertigkeiten und einem Textverständnis für das erfolgreiche Lösen von Textaufgaben herrscht in der Literatur weitgehend Einigkeit (z.B. Kintsch & Greeno, 1985; Reusser, 1997). Ebenso wird allerdings weitgehend angenommen, dass die beiden Fertigkeiten die Leistungsvarianz bei der Bearbeitung mathematischer Textaufgaben nicht gänzlich erklären können und somit noch weitere Faktoren mathematische Leistungsfähigkeit beeinflussen müssen. So zählen Helmke und Schrader (2010) zu den Faktoren von Schulleistungen Lernstile und –strategien, metakognitive Kompetenzen, Arbeitsverhalten sowie Aufmerksamkeit und Konzentration. Renkl und Stern (1994) ziehen zur Erklärung interindividueller Leistungsunterschiede beim Lösen von mathematischen Textaufgaben personeninterne sowie externe Faktoren heran. Zu den personeninternen Faktoren werden die fluide (genetisch bedingte) Intelligenz, kristallines (erworbenes) spezifisches mathematisches Wissen und ein numerischer Speedfaktor gezählt, während bei den externen Faktoren schulische sowie außerschulische Lernmöglichkeiten und Leistungsrückmeldungen herangezogen werden (Renkl & Stern, 1994). Auch nach Steinau und Wilde (2008) sind zur Erklärung mathematischer Leistung neben mathematischen Faktoren Persönlichkeitsfaktoren heranzuziehen. Zudem meinen die Autorinnen, dass alle über dieselben Begabungsmerkmale verfügen, diese sich aber in ihrer Intensität unterscheiden.

In der vorliegenden Arbeit werden vier Faktoren betrachtet, denen in der Literatur über mathematische Kompetenzen große Aufmerksamkeit zukommt: kognitive und metakognitive Fähigkeiten, Vorwissen, Intelligenz und das Fähigkeitsselbstkonzept.

### 1.3.1 Kognitive und metakognitive Fähigkeiten im Zusammenhang mit Mathematik

Neben einem spezifischen mathematischen Wissen werden zur Erklärung von Leistungsunterschieden beim Lösen mathematischer Textaufgaben interindividuelle Unterschiede in den kognitiven und metakognitiven Fähigkeiten angenommen.

**Kognitive Fähigkeiten.** Unter den kognitiven Fähigkeiten werden Kompetenzen wie Lernen, Gedächtnis, Denken oder Intelligenz zusammengefasst. Schoenfeld (1992) betrachtet die Vielfalt an Untersuchungen zu *mathematical thinking* und *problem solving*, beginnend bei Plato und Aristoteles. Er nennt schließlich fünf kognitive Fähigkeiten, über deren Bedeutung bei der Bearbeitung von Problemstellungen in der Literatur weitgehend Einigkeit herrscht: 1) *The knowledge base*, 2) *Problem solving strategies*, 3) *Monitoring and control*, 4) *Beliefs and affects* und 5) *Practices*.

**Metakognitive Fähigkeiten.** Mayer (1998) fasst unter metakognitive Fähigkeiten das Wissen, wann und wie verschiedene Fähigkeiten einzusetzen und wie diese in dem Moment zu kontrollieren sind, zusammen. Im Zusammenhang mit dem Lösen von Problemen definiert Mayer (1998) metakognitive Fähigkeiten als die Verfügbarkeit von Strategien beim Lesen, Rechnen und für das Verständnis von Texten.

Bezugnehmend auf die Definitionen ist es nicht verwunderlich, dass den Metakognitionen als ausführendes und kontrollierendes Organ über die kognitiven Fähigkeiten eine große Aufmerksamkeit bei Schulleistungen geschenkt wird. In Bezug auf Schulleistungen können zu den wichtigsten metakognitiven Prozessen 1) die Erfassung eines Problems, 2) die Konstruktion eines Lösungsplans, 3) die Auswahl von passenden Lösungsstrategien, 4) die Überwachung der Zielerreichung und 5) die notwendige Modifikation dieser genannten Punkte gezählt werden (Mähler & Stern, 2010). Nach einem Klassifikationsschema von Hasselhorn (2010) können drei Subkategorien metakognitiver Fähigkeiten unterschieden werden: das systemische Wissen, das epistemische Wissen und die exekutive Metakognition. Systemisches Wissen bezieht sich nach Hasselhorn (2010) auf Funktionsgesetzmäßigkeiten sowie das Wissen über verschiedene Stärken und Schwächen, sowie möglicher Einflussfaktoren der eigenen kognitiven Kompetenzen. Ergänzend dazu kann die epistemische Wissensdomäne als das Bewusstsein über das eigene tatsächliche Wissen, seinen Erwerb und seine Anwendung, sowie über die eigene Lernfähigkeit aufgefasst werden

(Hasselhorn, 2010). Die exekutive Metakognition übernimmt die Kontrollfunktion und überwacht beziehungsweise steuert eigene kognitive Prozesse (Hasselhorn, 2010). Noch nicht in sein Klassifikationsschema eingearbeitet, aber für Hasselhorn (2010) dennoch von großer Bedeutung sind zwei weitere Subkategorien: 1) die Sensitivitätskategorie, die realistische Einschätzung aktueller kognitiver Möglichkeiten und 2) die Kategorie der metakognitiven Erfahrung, die bewusste kognitive Empfindung für eigene kognitive und affektive Bewusstseinszustände.

Auch Lucangeli, Tressoldi und Cendron (1998) sehen für das erfolgreiche Lösen von mathematischen Textaufgaben kognitive und metakognitive Kompetenzen bedeutsam. Die Autoren setzten sich zum Ziel ein Modell zu entwickeln, das den Einfluss spezifischer kognitiver und metakognitiver Fähigkeiten beim Lösen von mathematischen Textbeispielen darstellt. Durch die Vorgabe eigens konstruierter Textaufgaben, bei diesen im Sinne einer Between Item Dimensionality (vgl. Zhang, 2005) für jede Fähigkeit ein Item im Multiple-Choice-Format zu bearbeiten ist, sollen einzelne beteiligte Dimensionen messbar werden.

Basierend auf Arbeiten und Studien u. a. von Riley und Greeno (1998), Fasotti (1992), Mayer (1984) nahmen die Autoren Lucangeli et al. (1998, S. 258) sieben kognitive und metakognitive Fähigkeiten in ihr Modell auf: *text comprehension, problem representation, problem categorization, result estimation, planning the steps towards the solution, self-evaluation of procedure* und *self-evaluation of calculations*.

#### *KOGNITIVE FÄHIGKEITEN:*

##### *1) Text comprehension*

Um ein mathematisches Textbeispiel verstehen zu können, bedarf es nach Lucangeli et al. (1998) in erster Linie eines Textverständnisses. Neben den kognitiven Prozessen, die für Textverständnis im Allgemeinen notwendig sind, erfordert das semantische Verständnis von einem mathematischen Problem zusätzliches Wissen über spezielle mathematische Fachbegriffe und Bezeichnungen.

## 2) *Problem representation*

Unter *problem representation* verstehen die Autoren die Fähigkeit, das Gelesene gedanklich abzubilden und die unterschiedlichen Variablen der Textaufgabe in Verbindung zueinander zu setzen. Eine richtige oder falsche Abbildung der gewonnenen Informationen ist entscheidend für die folgenden Schritte beim Lösen der Textaufgabe.

## 3) *Problem categorization (= classification)*

Die dritte kognitive Fähigkeit, die Lucangeli et al. (1998) in das Modell aufgenommen haben, ist die Kompetenz die Problemstruktur eines mathematischen Textbeispiels zu erkennen. Schulkinder verfügen über diese Fähigkeit, wenn sie Textbeispielen mit unterschiedlich dargebotenen Angaben dieselbe Problemstruktur zuordnen können.

## 4) *Planning the steps toward the solution (= solution plan)*

Um ein Textbeispiel lösen zu können, bedarf es nach Lucangeli et al. (1998) auch einem Lösungsplan, der die Schritte zum Erreichen des Ergebnisses abbildet.

## ***METAKOGNITIVE FÄHIGKEITEN:***

### 5) *Result estimation*

Als erste metakognitive Fähigkeit nennen Lucangeli et al. (1998) *result estimation*. Aufgrund bisher gesammelter Erfahrungen mit Textbeispielen sollte das Erlangen eines Zahlengefühls Schülern und Schülerinnen eine vage vorab Schätzung des Ergebnisses ermöglichen. Dies hätte den Vorteil zu erkennen, ob Zwischenergebnisse richtig sein könnten.

### 6) *Self-evaluation of procedure*

Unter dieser Fähigkeit verstehen die Autoren die Kompetenz, die erbrachte Leistung unter Berücksichtigung der allgemeinen mathematischen Fähigkeiten richtig einzuschätzen.

### 7) *Self-evaluation of calculations*

Ähnlich wie bei der self-evaluation of procedure erachten die Autoren eine richtige Einschätzung der Rechenleistung als notwendig für das Lösen eines mathematischen Textbeispiels.

Die Autoren messen den Einfluss der einzelnen kognitiven und metakognitiven Fähigkeiten an Schulklassen mit Hilfe eigens konstruierter Geteilten Textaufgaben, Lucangeli et al. (1998) konnten mit den von ihnen angenommenen kognitiven und metakognitiven Fähigkeiten mehr als 50 % der Varianz der Ergebnisse erklären.

### 1.3.2 Vorwissen und Mathematik

„Unter Vorwissen werden allgemein die Kenntnisse (Wissen, dass; deklaratives Wissen) und Fertigkeiten (Wissen, wie; prozedurales Wissen) einer Person in einem bestimmten Gegenstandsbereich, üblicherweise auch Domäne genannt, verstanden“ (Renkl, 1996, S. 175). Die Zuverlässigkeit von Vorwissen als Prädiktor für Schulleistungen zeigt sich in vielen Studien. So berichtet Weinert (1989) bei einer Vortestung der Mathematikleistung und einer Nachtestung ein Jahr später Zusammenhänge von bis zu  $r = .74$ . Ein Vergleich mit der zwei Jahre später erhobenen Mathematikleistung identifiziert noch immer Zusammenhänge bis zu  $r = .66$  (zitiert nach Renkl, 1996, S. 177). Weiters führt Renkl (1996, S. 177) Evertson, Anderson, Anderson und Brophy (1980) an, die zeigen konnten, dass Vorwissen 71 % der Leistungsvarianz in Mathematik aufklärt.

Renkl (1996) betrachtet den Einfluss von Vorwissen aus Sicht der Informationsverarbeitung und vergleicht den kognitiven Apparat einer Person mit einem Informationsverarbeitungssystem mit einem Langzeitspeicher und einem Arbeitsspeicher. Die Bedeutung von Vorwissen beim Lösen von mathematischen Textaufgaben erklärt Renkl (1996) anhand der fünf Informationsverarbeitungsprozesse: Informationsselektion, Enkodierung der Information, Verarbeitung der Information im Arbeitsgedächtnis, Speicherung der Information im Langzeitspeicher sowie Abruf und Nutzung der Information aus dem Langzeitspeicher.

- *Informationsselektion*: Aufgrund von Vorwissen können bei der *Informationsselektion* lösungsrelevante Aspekte fokussiert werden. Besteht zudem bereits ein kognitives Gerüst mit Informationen zu dem Thema, erlaubt die *Informationsselektion* bestehende Leerstellen mit Wissen zu erschließen. Auch erlaubt Vorwissen den gezielten Einsatz von Strategien beim Vorgang der *Informationsselektion*.
- *Enkodierung der Information*: Beim Prozess der *Enkodierung* von Information werden neue Inhalte mit dem Vorwissen korreliert. Bestehen bereits Wissensbestände zu dem Thema, ermöglicht dies eine effektivere Einordnung der neuen Informationen und die Bildung größerer *chunks*. Durch bestehendes Vorwissen sind mehr Ressourcen für weitere Verarbeitungsprozesse vorhanden und mehr neue Informationen können aufgenommen werden.
- *Verarbeitung der Information im Arbeitsgedächtnis*: Nach dem Prozess der *Enkodierung* müssen die Informationen verarbeitet werden. Da das Arbeitsgedächtnis über eine geringe Speicherkapazität verfügt ( $7 \pm 2$  chunks; vgl. Miller, 1956) ist es von Vorteil wenn bei der *Enkodierung* größere *chunks* aufgrund von Vorwissen gebildet werden konnten. Je größer die *chunks* sind, desto mehr Informationen enthalten sie, die in der Folge vom Arbeitsgedächtnis verarbeitet werden können.
- *Speicherung der Information im Langzeitspeicher*: Ähnlich wie bei den vorangegangenen Prozessen erlaubt Vorwissen bei der *Informationsspeicherung* die Nutzung bereits bestehender Schemata, in die neue Informationen effektiver integriert werden.
- *Nutzung der Information aus dem Langzeitspeicher*: Da das Langzeitgedächtnis über einen enormen Speicherplatz verfügt, wird auch der *Informationsabruf* durch Vorwissen erleichtert. Indem durch Vorwissen bereits einzelne Informationen miteinander verknüpft sind, können Wissensinhalte leichter und schneller aktiviert werden.

Auch Schoppek und Putz-Osterloh (2003) erkennen den gewichtigen Einfluss von Vorwissen beim Bearbeiten komplexer Problemstellungen. Die Autoren bezweifeln die Vorhersagbarkeit interindividueller Leistungserfolge bei der Bearbeitung von Problemstellungen durch festgelegte Kategorien wie Eigenschaften, Prozesse oder Inhalte und sehen Vorwissen als ausschlaggebender für die Leistung im Mathematikunterricht an als die Intelligenz einer Person.

Es stellt sich in diesem Zusammenhang allerdings die Frage, ob der Erwerb von Vorwissen von der Intelligenz getrennt gesehen werden kann. Renkl und Stern (1994) betrachten Vorwissen im Zusammenhang mit Intelligenz und sehen das Vorwissen als Produkt der Lerngeschichte, die wiederum auf der allgemeinen Intelligenz einer Person beruht. Die Leistungsvarianz durch Intelligenz und Vorwissen bei Schulleistungen wird von den Autoren durch drei Effekte erklärt: 1) der spezifische Effekt des Vorwissens. Die Leistung wird hier durch Übungseffekte, die intelligenzunabhängig sind, beeinflusst. 2) der spezifische Effekt der Intelligenz. Interindividuelle Unterschiede werden durch die Problemlösefähigkeit getragen. Eine gute Problemlösefähigkeit kann auch kompensatorisch für unzureichendes Vorwissen wirken. 3) der konfundierte Effekt von Intelligenz und Vorwissen. Dieser Effekt besagt, dass die Intelligenz die Lerngeschichte einer Person beeinflusst und steuert, die sich wiederum in der Leistung zeigt.

Auch Helmke und Weinert (1997) zeigen auf Basis der Daten aus der SCHOLASTIK-Studie die Bedeutung von Vorwissen und belegten, dass sich der Einfluss der Intelligenz im Grundschulalter entgegengesetzt dem Einfluss des Vorwissens verhält. Das heißt mit anderen Worten, je größer das mathematische Vorwissen in der Grundschule ist, desto weniger bedeutsam ist die Intelligenz für die mathematische Leistung. Sind die mathematischen Anforderungen allerdings zum Teil oder gänzlich unbekannt, ist der Einfluss der Intelligenz von großer Bedeutung (Helmke & Weinert, 1997). Auch Klauer und Leutner (2010) gehen davon aus, dass bei geringem Vorwissen zu einer Textaufgabe die Intelligenz für die richtige Bearbeitung ausschlaggebender ist.

Im Gegensatz zu Schoppek und Putz-Osterloh (2003), Renkl und Stern (1994) sowie Helmke und Weinert (1997), die die allgemeine Intelligenz für den Erwerb domänenspezifischen Wissens anerkennen, ihren Einfluss allerdings mit wachsender mathematischer Kompetenz abnehmen sehen, vertritt Rindermann die Theorie des g-Faktors. Der Autor sieht von bereichsspezifischen Kompetenzen und Wissen ab und vertritt die These, dass Schulleistungstests wie Intelligenztests die allgemeine Intelligenz (= g-Faktor) erfassen, und nur unwesentlich domänenspezifisches Wissen (Rindermann, 2007b).

Seinen Ansatz belegt Rindermann (2006) durch die Analyse von PISA-Aufgaben<sup>4</sup> und TIMMS-Aufgaben<sup>5</sup>.

Aufbauend auf den Erkenntnissen von Helmke und Weinert (1997) überprüften Baumert et al. (2007) Rindermanns These der allgemeinen Intelligenz. Auf Basis der Längsschnittstudien ELEMENT<sup>6</sup>, BIJU<sup>7</sup> und PISA konnten Baumert et al. (2007) ähnliche Ergebnisse wie Helmke und Weinert (1997) berichten (siehe Tabelle 1).

Tabelle 1: Vorhersage der Mathematikleistung durch Intelligenz und Vorwissen (Baumert et al., 2007)

Varianzkomponenten	Grundschule 4.–5. Jahrgang <sup>1</sup>	Sekundarstufe I 7.–10. Jahrgang <sup>2</sup>	Sekundarstufe I 9.–10. Jahrgang <sup>3</sup>	Gymnasiale Oberstufe 10.–12. Jahrgang <sup>2</sup>
Intelligenz spezifisch	6 %	6 %	8 %	3 %
Vorwissen spezifisch	44 %	55 %	46 %	64 %
Intelligenz und Vorwissen konfundiert	50 %	39 %	46 %	33 %
R <sup>2</sup>	61 %	44 %	52 %	30 %

Anmerkungen: <sup>1</sup> Längsschnittstudie ELEMENT, Berlin 2004 (Lehmann & Nikolova, 2004); wir danken R. Lehmann für die Berechnungen. <sup>2</sup> Längsschnittstudie BIJU, hier NRW und Berlin (1991-laufend) (Baumert et al., 1996). <sup>3</sup> PISA-Längsschnitt ohne Hauptschulen (2003–2004).

Die Ergebnisse in Tabelle 1 zeigen deutlich, dass die Intelligenz *spezifisch* (= schlussfolgerndes Denken) durch wachsendes Vorwissen, das heißt durch den Erwerb domänenspezifischen Wissens, an Bedeutung verliert. Dies wird auch durch den sinkenden Einfluss der konfundierten Varianzanteile Intelligenz und Vorwissen unterstrichen. Rindermanns These der allgemeinen Intelligenz bei Schulleistungstests ist nicht haltbar.

Tabelle 1 ist allerdings auch zu entnehmen, dass in der Sekundarstufe I, in etwa der Jahrgang mit dem sich auch die vorliegende Arbeit beschäftigt, 44 % der Leistungsvarianz erklärt

<sup>4</sup> PISA = Programme for International Student Assessment

<sup>5</sup> TIMMS-Aufgaben = Trends in International Mathematics and Science Study

<sup>6</sup> ELEMENT = Erhebung zum Lese- und Mathematikverständnis – Entwicklungen in den Jahrgangsstufen 4-6 in Berlin

<sup>7</sup> BIJU = Bildungsprozesse und psychosoziale Entwicklung im Jugend- und jungen Erwachsenenalter

werden können, 56 % hingegen unerklärt bleiben. Dies bedeutet, dass die Leistung durch Vorwissen zufriedenstellend, aber nicht gänzlich erklärt werden kann.

### 1.3.3 Intelligenz und Mathematik

Obgleich Studien besagen, dass der Einfluss von Intelligenz für die Bearbeitung unbekannter Textaufgaben mit wachsendem abnimmt (Helmke & Weinert, 1997; Renkl & Stern, 1994; Schoppek & Putz-Osterloh, 2003), bleibt Intelligenz auch bei höheren Schulstufen ein guter Prädiktor für Schulleistungen. Stern (2001) sieht den gewichtigen Einfluss von Intelligenz auf Schulleistungen und beschreibt Intelligenz als „das Potential eines Menschen, Lern- und Bildungsangebote zur Aneignung von Wissen zu nutzen“ (S. 163). Auch Baumert et al. (2007) betonen die Bedeutung von Intelligenz für den Erwerb domänenspezifischen Wissens. Den Autoren nach „stellen sich intelligentere Schüler schneller auf neue Aufgaben ein, verfügen über effektivere Problemlösestrategien, erkennen leichter lösungsrelevante Regeln und verfügen über eine größere Verarbeitungskapazität und elaboriertere Gedächtnisstrategien“ (Baumert et al., 2007, S. 124).

Vor allem sehr gute Mathematikkompetenzen gehen mit einer hohen allgemeinen Intelligenz einher (Rost & Buch, 2010). So berichten Klauer und Leutner (2010) einen aus der PISA-Längsschnitts-Studie (2003) erfassten Zusammenhang von  $r = .65$  zwischen der Leistung in Mathematik und der Intelligenz. Helmke und Schrader (2010) gehen von einer Korrelation zwischen Schulleistung und Intelligenz von bis zu  $r = .60$  aus. Auch in Bezug auf Lehr-Lernstudien können Unterschiede begründet in der Intelligenz der Schüler und Schülerinnen festgestellt werden. Hasebrook und Brünken (2010) berichten, dass Schüler abhängig von ihrer Intelligenz von unterschiedlichen Lehrmethoden mehr oder weniger profitieren, speziell bei leistungsschwächeren Kindern. Baumert et al. (2007) sehen bei Lern- und Leistungsunterschieden, unter der Einhaltung inhaltlich und zeitlich homogener Lernmöglichkeiten, die allgemeine Intelligenz verantwortlich.

Auch Stern (2011) geht davon aus, dass Kinder abhängig ihrer Intelligenz unterschiedlich von Lerngelegenheiten gewinnen können und beschreibt Intelligenz als „eine Ressource, die es einem ermöglicht, insbesondere auf akademische Herausforderungen zu reagieren“ (zitiert nach Buhrfeind, & Weitz, 2011, S. 30). Die Autorin vertritt die Meinung, dass Schüler bereits

bei Schuleintritt über ein individuelles Leistungspotential verfügen, dessen Unterschiede kaum mehr ausgleichbar sind (2004). Für ein besseres Verständnis zieht Stern (2004) das Matthäus-Prinzip heran („Wer hat, dem wird gegeben“, S. 9), das besagt, dass Kinder mit einem größeren Leistungspotential auch wissen, dieses zu nützen und weiter auszubauen. Die Unterschiede im geistigen Leistungspotential sieht Stern (2004) bei Menschen mit denselben Möglichkeiten ihr Potential zu entfalten, in der genetischen Ausstattung begründet. Welche Gene unsere Intelligenz verantworten, konnte bis heute noch nicht erforscht werden (Stern, 2011; zitiert nach Schritt, 2011, Auszug aus HR Today, 4).

Während Prenzel, Walter und Frey (2007) wie Stern (2004) Intelligenz als stabiles Merkmal beschreiben, das hauptsächlich genetisch bedingt ist, betont Rindermann (2007a) die Veränderlichkeit von Intelligenz. Rindermann (2007a) begründet die Variabilität von Intelligenz mit instabilen, sich verändernden Faktoren wie interindividuellen Unterschieden, individuellen Entwicklungen, Umwelteinflüssen und makrosozialen Entwicklungen und beschreibt Intelligenz viel mehr als „durchaus lehrbare Leistung“ (S. 139).

Zur Erklärung von Intelligenz gibt es bis heute keine allgemein gültige Definition. Es werden daher die Ansätze von Spearman, Thurstone und Cattell herangezogen. Spearman (1923) geht davon aus, dass die Intelligenz einer Person mit einem einzelnen Faktor, dem Generalfaktor ausgedrückt werden kann. Als Symbol wählt Spearman (1923) den Buchstaben „g“, der seitdem in Verwendung ist (zitiert nach Klauer & Leutner, 2010, S. 305). Thurstone (1938) nimmt von Spearmans Generalfaktor-Theorie Abstand und zieht mehrere unabhängige Faktoren zur Erklärung von Intelligenz heran. Unter „*primary mental abilities*“ fasst Thurstone (1938) die Kompetenzen numerisches und verbales Verständnis, Gedächtnis, räumliches sowie schlussfolgerndes Denken (*reasoning*), verbale Flüssigkeit und Wahrnehmungsgeschwindigkeit zur Identifikation von Intelligenz zusammen (zitiert nach Klauer & Leutner, 2010, S. 305). Cattell (1971) hingegen greift zu einem hierarchischen Modell, in welchem dem Faktor „g“ die kristalline Intelligenz ( $g_c$ ) und die fluide Intelligenz ( $g_f$ ) direkt untergeordnet sind, und der fluiden Intelligenz wiederum das räumliche Denken ( $g_s$ ) (zitiert nach Klauer & Leutner, 2010, S. 305).

#### 1.3.4 Fähigkeitsselbstkonzept und Mathematik

Moschner und Dickhäuser (2010) verstehen unter Selbstkonzept „*das mentale Modell einer Person über ihre Fähigkeiten und Eigenschaften*“ (S. 760). Am bedeutsamsten zur Bildung eines Selbstkonzepts in der Kindheit nennen die Autoren die Einflüsse und Rückmeldungen der eigenen Eltern. Bereits im frühen Jugendalter gewinnen gleichaltrige Freunde und Bezugspersonen einen gleichbedeutenden Einfluss wie die Eltern (Moschner & Dickhäuser, 2010). Als wichtigste Quelle der Selbstreflektion im Studienalter sehen Moschner und Dickhäuser (2010) Rückmeldungen durch Kommilitonen, im Erwachsenenalter durch Arbeitskollegen.

Selbstkonzepte, die sich ausschließlich auf die Beurteilung und Einschätzungen von Fähigkeiten beziehen, werden als „*akademisches Selbstkonzept*“, „*schulisches Leistungs-Selbstkonzept*“ oder als „*Fähigkeitsselbstkonzept*“ eingeordnet (Moschner & Dickhäuser, 2010). Zur Bildung eines Fähigkeitsselbstkonzepts nehmen zusätzlich zu den bereits oben genannten Faktoren, Rückmeldungen durch Lehrer sowie Leistungsbeurteilungen Einfluss. Zudem kommt hinzu, dass Schüler und Schülerinnen bezüglich ihrer Fähigkeiten fachspezifisch, das heißt nach Unterrichtsfach differenzieren (Dickhäuser & Galfe, 2004). Ein Erklärungsansatz dafür ist nach Dickhäuser und Galfe (2004), dass Noten für Kinder gewichtige Indikatoren für die Einschätzung ihrer Leistung darstellen, von dem ausgehend sie ihr Fähigkeitsselbstkonzept bilden. Es ist daher nicht weiter verwunderlich, dass sich Schulnoten im Vergleich zu Testscores von standardisierten Tests als bessere Prädiktoren von schulischen Fähigkeitsselbstkonzepten erweisen (Dickhäuser & Galfe, 2004). Zusätzlich zu Schulnoten suchen Kinder weitere Informationen und Maßstäbe um ihre eigene Leistung einstufen zu können. Dickhäuser und Galfe (2004) unterscheiden hier *soziale, dimensionale* und *temporale* Vergleichsprozesse:

- *Soziale Vergleiche*: Darunter versteht man den Vergleich der eigenen Leistung mit einer anderen Person oder einer Bezugsgruppe. Fällt im Vergleich die eigene Leistung besser als die der Bezugsgruppe aus, kommt es zu einer Aufwertung des eigenen Fähigkeitsselbstkonzepts. Es wurde ein sozialer Abwärtsvergleich vorgenommen. Fällt die eigene Leistung hingegen bei einem Vergleich mit der Bezugsgruppe schlechter aus (sozialer Aufwärtsvergleich), kommt es zu einer Abwertung des eigenen Fähigkeitsselbstkonzepts (vgl. Dickhäuser & Galfe, 2004).

- *Dimensionale Vergleiche:* Unter dimensionalen Vergleichen versteht man einen Leistungsvergleich in zwei Dimensionen innerhalb einer Person. Vergleicht ein Schüler seine Leistung in Mathematik mit seiner Leistung in Deutsch und kommt zu dem Schluss, dass er in Mathematik eine höhere Leistung erbringt, so wird sein Fähigkeitsselbstkonzept in Mathematik höher und jenes in Deutsch niedriger werden (vgl. Dickhäuser & Galfe, 2004).
- *Temporale Vergleiche:* Auch bei den temporalen Vergleichen wird ein intraindividueller Vergleich vorgenommen, bei denen vergangene Leistungen in einer Dimension aktuellen Leistungen in derselben Dimension gegenübergestellt werden. Zeigt der Vergleich einen Leistungszuwachs, führt dies bei der Person zu einem hohen Fähigkeitsselbstkonzept (vgl. Dickhäuser & Galfe, 2004).

Wann wird aber welcher Vergleichsprozess von Kindern durchgeführt? Dauenheimer und Frey (1996) vertreten die Meinung, dass Kinder in erster Linie ihre Leistung mit eigenen vergangenen Leistungen vergleichen und erst im zweiten Schritt soziale Vergleiche suchen. Bei der Begründung für soziale Vergleichsprozesse in der Schule berufen sich die Autoren auf Festinger (1954) und führen die Motive an, 1) die eigene Leistungsfähigkeit zu steigern und 2) den Selbstwert zu erhöhen oder zu schützen. Auch Filipp (2006) macht auf den großen Einfluss von sozialen Vergleichen bei der Bildung eines Fähigkeitsselbstkonzepts aufmerksam. Die Autorin geht davon aus, dass bereits die Wahl der Schulform und Schule eine der größten Quellen selbstbezogener Informationen darstellt (Filipp, 2006). Zudem zitiert Filipp (2006) Helmke (1998), der davon ausgeht, dass sich Fähigkeitsselbstkonzepte durch Selbsteinschätzungen in den verlangten Kompetenzbereichen über die Schuljahre entwickeln und schließlich stabilisieren.

Pohlmann, Möller und Streblov (2006, S. 19) übernehmen zur Erklärung der Entwicklung eines Fähigkeitsselbstkonzepts das *Internal/External Frame of Reference Model* (I/E- Modell) von Mars (1986). Demzufolge ziehen Schüler bei der Einstufung ihrer eigenen Leistung externe Bezugsrahmen und internale Bezugsrahmen heran. Während sie bei externalen Vergleichen auf soziale Vergleiche mit ihren Mitschülern zurückgreifen, kommen bei internalen Bezugsrahmen dimensionale Vergleiche, das heißt Vergleiche der eigenen Leistungen in unterschiedlichen Fächern, gleich (Pohlmann et al., 2006).

## 1.4 MATHEMATISCHE KOMPETENZ AUS SICHT DER HOCHBEGABUNGS-FORSCHUNG

Auch für die Hochbegabungsforschung ist die Untersuchung mathematischer Fertigkeiten zur Vorhersage mathematischer Leistungsfähigkeit von Interesse. Da die Hochbegabungsforschung zum Ziel hat all jene Faktoren zu finden, die hochbegabte Kinder in Mathematik auszeichnen, zeigen ihre Ergebnisse ein sehr vollständiges Bild der Anforderungen hoher mathematischer Leistungsfähigkeit und fassen die zum Lösen mathematischer Textaufgaben notwendigen Kompetenzen zusammen. Unter Berufung auf Krutetzki (1976) und Kießwetter (1985) stellt Käpnick (1998) drei aufeinander aufbauende Modelle spezifisch mathematischer Begabung vor.

Der sowjetische Mathematiker und Psychologe Krutetzki entwickelte ein Klassifikationsschema wesentlicher Kennzeichen mathematischer Hochbegabung bei Kindern. In einer 11 Jahre dauernden Studie zwischen den Jahren 1955 bis 1966 führte Krutetzki ein umfassendes Programm an Schulkindern durch, in der er Kinder dazu aufforderte, beim Lösen von mathematischen Aufgabenstellungen laut zu denken. Basierend auf den Erkenntnissen seiner Studie können folgende Fähigkeiten und Vorgänge für das erfolgreiche Lösen von mathematischen Aufgaben angenommen werden (zitiert nach Käpnick, 1998, S. 12-13):

### *1) Gewinnen mathematischer Information*

- Erfassung der formalen Struktur eines Problems mittels der Fähigkeit einer formalisierten Wahrnehmung mathematischen Materials.

### *2) Verarbeiten mathematischer Information*

- im Bereich quantitativer und räumlicher Beziehungen sowie der Zahl- und Zeichensymbolik durch die Fähigkeit zum logischen Denken,
- Denkfähigkeit in mathematischen Symbolen,
- rasche und breite Generalisierung von mathematischen Objekten, Relationen sowie Operationen,

- Verkürzung mathematischer Schlussfolgerungen sowie das Denken in verkürzten Strukturen,
- Beweglichkeit in Denkprozessen,
- Klarheit, Einfachheit, Ökonomie, und Rationalität der Lösungsmethoden sowie
- Umkehrbarkeit von geistigen Denkprozessen in mathematischen Schlussfolgerungen.

### 3) *Behalten mathematischer Information*

- Anwendbarkeit und Übertragung von mathematischen Beziehungen, speziellen Charakteristika, Beweisführungen, Lösungsmethoden und grundsätzlichen mathematischen Zugängen,

### 4) *Allgemeine synthetische Komponente*

- mathematische Gerichtetheit.

In Anlehnung an Krutetzki (1976) entwickelt Kießwetter (1985; zitiert nach Käpnick, 1998, S. 13-14) ebenfalls ein Modell für mathematisch komplexe Denkleistungen. Kießwetter (1985; zitiert nach Käpnick, 1998, S. 13-14) führt folgende Fähigkeiten für ein erfolgreiches mathematisches Problemlösen an:

- die Fähigkeit Material zu organisieren,
- die Fähigkeit Muster und Gesetze zu erkennen,
- die Fähigkeit Repräsentationsebenen zu wechseln sowie Muster und Regeln in dem neu konstruierten Bereich zu erkennen,
- die Fähigkeit Strukturen eines höheren Komplexitätsgrades zu erfassen darin zu arbeiten,
- die Fähigkeit Prozesse umzukehren, sowie
- die Fähigkeit Anschlussproblemen zu finden und zu konstruieren.

Auch Käpnick (1998) baut seine Erkenntnisse auf den Modellen von Krutetzki (1976) und Kießwetter (1985) auf. Käpnick (1998) nimmt allerdings erstmals für eine überdurchschnittliche Leistungsfähigkeit in Mathematik neben mathematikspezifischen Merkmalen auch Persönlichkeitseigenschaften begabungsstützend an. Der Autor sieht das

Begabungspotential eines jeden Kindes im Zusammenwirken mathematikspezifischer Begabungsmerkmale und Persönlichkeitseigenschaften begründet.

*Mathematikspezifische Merkmale:*

- Speicherung mathematischer Sachverhalte im Kurzzeitgedächtnis, indem mathematische Strukturen genutzt und erkannt werden
- Mathematische Sensibilität
- Mathematische Fantasie
- Strukturierung mathematischer Sachverhalte
- Transfer erkannter Strukturen
- Wechseln der Repräsentationsebenen und
- selbstständige Umkehrung von Gedankengängen während der Bearbeitung von mathematischen Aufgaben

*Begabungsstützende Persönlichkeitseigenschaften:*

- geistige Aktivität
- intellektuelle Neugier
- Ausdauer
- Bereitschaft zu Anstrengungen
- Vergnügen am Problemlösen
- Konzentrationsfähigkeit
- Selbstständigkeit sowie
- Kooperationsbereitschaft (vgl. Käpnick, 1998).

Unter Berücksichtigung neuester Erkenntnisse erweitert Käpnick (2008) in Zusammenarbeit mit Fischer sein Modell (Abbildung 3). Die Autoren erkannten, dass für die Entwicklung eines mathematischen Begabungspotentials erblich bedingte Voraussetzungen sowie intrapersonalen und interpersonalen Katalysatoren von großer Bedeutung sind. Käpnick und Fuchs verändern das Modell dahingehend, dass die

mathematische Begabungsentwicklung aus einem Wechselspiel genetischer und persönlicher Faktoren, Vorerfahrungen sowie Umweltfaktoren begründet ist (vgl. Käpnick, 2008). Ausgehend von Käpnick (1998) werden folgende Dimensionen dem Modell hinzugefügt (vgl. Käpnick, 2008):

- *Geburtlich bestimmte Potentiale*

Darunter fallen mit der Geburt gegebene Potentiale wie körperliche Konstitution, Gehirnstruktur, Charakterzüge oder sprachliche und allgemeine kognitive Kompetenzen.

- *Kognitive Entwicklung geprägt durch die Vorschulzeit*

Käpnick und Fuchs (2008) nennen hier die Entstehung des Zahlenbegriffes sowie die Entwicklung von rechnerischen und geometrischen Fähigkeiten.

- *Intrapersonale Katalysatoren*

Unter dem Begriff intrapersonale Katalysatoren fassen die Autoren allgemeine psychische, physische, kognitive und die Persönlichkeit prägende Grundkompetenzen eines jeden Kindes zusammen. Käpnick und Fuchs (2008) unterscheiden hemmende, fördernde und typprägende intrapersonale Katalysatoren. Diese stehen in Wechselwirkung mit der kognitiven Entwicklung und dem Begabungspotential, das durch ein Zusammenspiel mathematikspezifischer Begabungsmerkmale und begabungsstützender Persönlichkeitseigenschaften geprägt ist.

- *Interpersonale Katalysatoren bzw. Umweltkatalysatoren*

Auch hier werden hemmende, fördernde und typprägende Katalysatoren unterschieden. Käpnick und Fuchs (2008) sehen hier erzieherische oder Umwelteinflüsse, Interventionen wie Kindergarten oder Schule, aber auch besondere Ereignisse oder Zufälle, die auf die Begabungsentwicklung eines Kindes Einfluss nehmen. Ebenso wie die intrapersonalen Katalysatoren stehen auch die interpersonalen Katalysatoren in Wechselwirkung mit der kognitiven Entwicklung der Vorschulzeit und dem Begabungspotential.

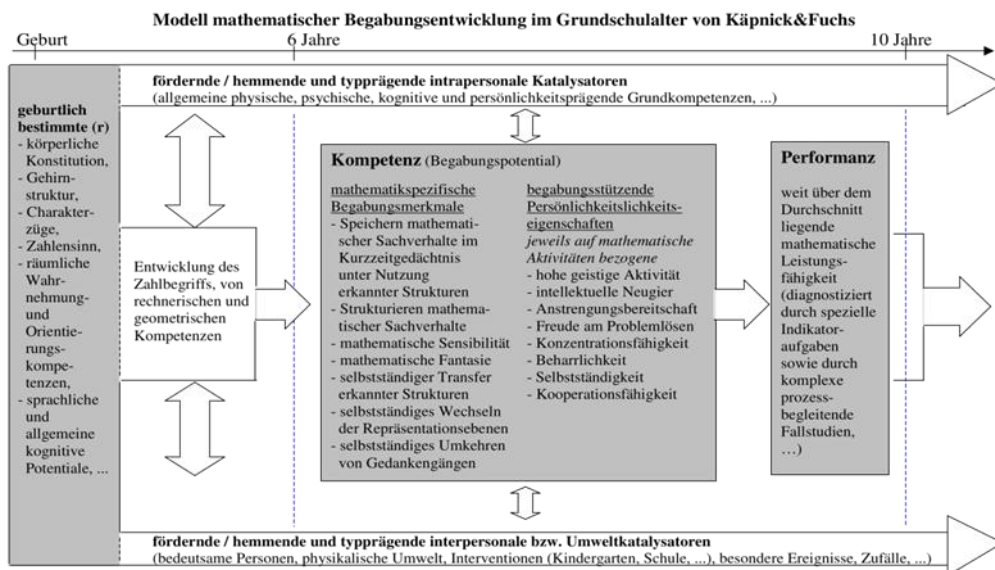


Abbildung 3: Modell mathematischer Begabungsentwicklung von Käpnick und Fuchs (2008, entnommen Käpnick, 2008)

Entsprechend dieser Merkmale fasst Käpnick (2008) mathematische Begabung im Grundschulalter als „ein sich dynamisch entwickelndes Potenzial von individuell geprägten, weit überdurchschnittlichen mathematikspezifischen Kompetenzen und sich hiermit in wechselseitigen Zusammenhängen entwickelnden begabungsstützenden bereichsspezifischen Persönlichkeitseigenschaften“ (S. 6) auf.

Alle Modelle (Krutetzki, 1976; Kießwetter, 1985; Käpnick, 1998; Käpnick & Fuchs, 2008) nennen für ein erfolgreiches Lösen von mathematischen Textbeispielen das Zusammenspiel konkreter kognitiver Operationen und mathematischer Kompetenzen. Käpnick (1998) betont zusätzlich die Wichtigkeit von Persönlichkeitseigenschaften, Käpnick und Fuchs den Einfluss und das Wechselspiel intrapersonaler Katalysatoren (= psychische, physische und kognitive Kompetenzen) und Umweltkatalysatoren (= erzieherische und Umwelteinflüsse, besondere Ereignisse) für die mathematische Leistungsfähigkeit (Käpnick, 2008).

## 1.5 ZUSAMMENFASSUNG UND PRÄZISIERUNG DER FRAGE- STELLUNGEN

Die Ausführungen der Theorie zeigen, dass für die Untersuchung mathematischer Textaufgaben zweifellos ein mehrdimensionaler Ansatz zu wählen ist und das Lösen mathematischer Textaufgaben von verschiedenen Seiten her betrachtet werden muss. Aus dem theoretischen Hintergrund lassen sich drei große Bereiche definieren:

- Das *mathematische Textbeispiel*

Die Schwierigkeit einer Textaufgabe kann unter Beibehaltung ihrer mathematischen Problemstruktur hinsichtlich ihrer mathematischen und/ oder semantischen Struktur stark variieren.

- Die *Mathematisierung der Textaufgabe*

Diese kann entweder nach dem logisch-mathematischen Ansatz nur aus mathematischen Aspekten erfolgen, oder nach dem linguistisch-handlungstheoretischen Ansatz neben mathematischen Kompetenzen auch ein Sprach- und Situationsverständnis erfordern.

- Der *Problemlöser*

Es werden die individuellen Schwierigkeiten betrachtet, die sich beim Lösen von mathematischen Textaufgaben aus Sicht des Problemlösers ergeben können. Neben kognitiven und metakognitiven Fähigkeiten müssen auch familiäre oder umweltbedingte Aspekte einbezogen werden.

Unter Einbeziehung dieser Aspekte ergeben sich folgende Fragestellungen für die interindividuellen Unterschiede beim Lösen mathematischer Textaufgaben:

- Können die Variablen arithmetische Kompetenz und Leseverständnis als Prädiktoren für die Leistung in den *Standard Textaufgaben* und den *Geteilten Textaufgaben* herangezogen werden?
- Zeigt sich ein signifikanter Zusammenhang zwischen Vorwissen und der mathematischen Leistungsfähigkeit sowie zwischen Intelligenz *spezifisch* (= schlussfolgerndes Denken) und der mathematischen Leistungsfähigkeit?

- Zeigt sich ein signifikanter Zusammenhang zwischen dem Fähigkeitsselbstkonzept und der Schulnote in Mathematik? Können geschlechtsspezifische Unterschiede nachgewiesen werden?
- Zeigt sich ein signifikanter Zusammenhang zwischen dem Fähigkeitsselbstkonzept und der mathematischen Leistungsfähigkeit? Können geschlechtsspezifische Unterschiede nachgewiesen werden?
- Gibt es Unterschiede in der mathematischen Leistungsfähigkeit abhängig von der Anzahl der Geschwister?

Zudem wird ein Modell angenommen, das die allgemeine mathematische Leistungsfähigkeit erklären soll. In das Modell werden kognitive, metakognitive sowie familiäre Komponenten aufgenommen (Abbildung 4).

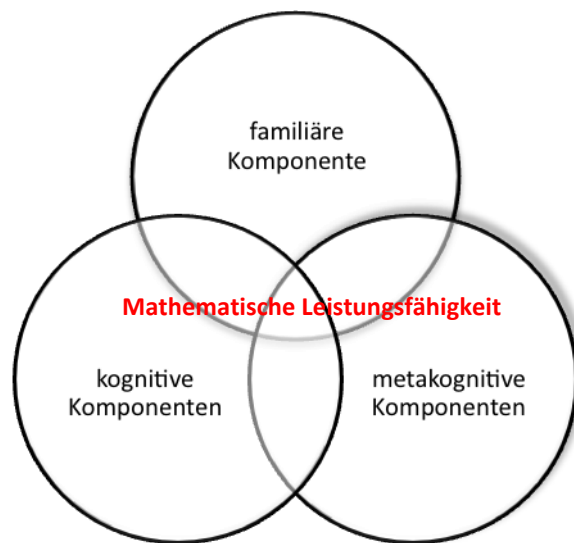


Abbildung 4: Modell zur Vorhersage mathematischer Leistungsfähigkeit

Während die kognitiven Faktoren Leseverständnis sowie Intelligenz umfassen, werden die metakognitiven Fertigkeiten durch das Fähigkeitsselbstkonzept und Vorwissen erhoben. Die familiäre Komponente wird in Anlehnung an Iacovou (2001, 2008) durch die Anzahl der Geschwister berücksichtigt. Iacovou (2001, 2008) berichtete, dass Kinder mit einem Geschwister gegenüber Einzelkindern oder Kindern mit mehr als einem Geschwister bessere Schulleistungen erbringen. Aus dem Modell ergibt sich folgende Fragestellung:

- Welche kognitiven, metakognitiven und familiären Komponenten können mathematische Leistungsfähigkeit vorhersagen?

Zusätzlich werden in Anlehnung an Lucangeli et al. (1998) folgende Fragestellungen überprüft:

- Zeigt sich ein signifikanter Zusammenhang im Lösungserfolg von *Standard Textaufgaben* und *Geteilten Textaufgaben*?
- Besteht ein Zusammenhang zwischen der Rechenleistung in den *Geteilten Textaufgaben* und den einzelnen kognitiven sowie metakognitiven Fähigkeiten?
- Welche kognitiven und metakognitiven Fähigkeiten können ein erfolgreiches Lösen eines Textbeispiels erklären?
- Kann das Modell von Lucangeli et al. (1998) mit den vorliegenden empirischen Daten bestätigt werden?
- Wie korreliert die tatsächliche Leistung der Mädchen und Buben in den *Standard Textaufgaben* mit ihrer eigenen Einschätzung bezüglich dieser Leistung?
- Wie schätzen Mädchen und Buben die mathematische Leistung ihres eigenen Geschlechts beziehungsweise des anderen Geschlechts ein?

## 2 METHODE

### 2.1 STICHPROBE

Die Daten zu dieser Studie wurden an zwei Wiener Gymnasien erhoben. Es konnten insgesamt 158 Schüler und Schülerinnen aus sieben Schulklassen getestet werden. Die Ausfallsquote zwischen dem ersten und dem zweiten Testzeitpunkt erreichte 3.2 % (5 Fälle) aufgrund von Krankenständen. Die Ablehnungsquote an der Studie teilzunehmen lag mit vier Fällen bei 2.5 %.

Der Anteil der Mädchen beträgt 59.5 % (91 Fälle) und jener der Buben 40.5 % (62 Fälle) (siehe Tabelle A1 im Anhang). Die Schüler und Schülerinnen besuchen das zweite Gymnasium und die Altersspanne liegt zwischen 11 und 13 ( $M_{age} = 11.78$ ,  $SD = 0.44$ ) Jahren.

Hinsichtlich der Geschwisteranzahl gaben 14.4 % (22 Fälle) an, als Einzelkind aufgewachsen zu sein und 85.6 % (131 Fälle) ein oder mehr Geschwister zu haben. Um mit dem erhobenen Geschwisterstatus weitere Berechnungen durchführen zu können, wurden die Schüler und Schülerinnen nach ihrer Geschwisteranzahl in vier Gruppen eingeteilt: 1) Einzelkind (kein Geschwister), 2) ein Geschwister, 3) zwei Geschwister und 4)  $\geq 3$  Geschwister. Anhand der Verteilung ist zu erkennen, dass 44.4 % mit einem Geschwister, 28.1 % mit zwei Geschwister und 13.1% mit drei oder mehr Geschwister aufwachsen. 14.4 % der befragten Stichprobe sind Einzelkinder (siehe Tabelle A2 im Anhang).

Die Verteilung der Schulnoten in Mathematik, Deutsch und Englisch im Vorjahreszeugnis zeigt sich relativ ähnlich, wobei in Englisch mit 32.7 % die meisten *sehr gut* zu beobachten sind. In Deutsch erreichten im Vorjahr 19.7 % der Schüler und Schülerinnen ein *sehr gut*, in Mathematik 17 % (siehe Tabellen A3, A4, A5 im Anhang).

Weiters ist von Interesse, ob Mädchen bessere Noten im Unterrichtsfach Deutsch erzielen als Buben. Analysen mittels U-Test nach Mann und Whitney zeigen, dass Mädchen mit  $z = -3.12$ ,  $p = .002$  signifikant bessere Noten im Schulfach Deutsch erreichen als Buben. In den Unterrichtsfächern Mathematik weisen die Prüfgrößen mit  $z = -1.14$ ,  $p = .256$  sowie in Englisch mit  $z = -1.85$ ,  $p = .065$  hingegen auf keine signifikanten Leistungsunterschiede anhand der Notengebung zwischen den Geschlechtern hin (siehe Tabelle 2).

Tabelle 2: Unterschiede in den Schulnoten in Abhängigkeit vom Geschlecht

	D	M	E
z	-3.116	-1.136	-1.849
Asymptot. Signifikanz (2-seitig)	.002	.256	.065

a. Gruppenvariable: Geschlecht

Für eine bessere Lesbarkeit der Ergebnisse werden in den folgenden Berechnungen für ein *sehr gut* 5 Punkte, für ein *gut* 4 Punkte, für ein *befriedigend* 3 Punkte, für ein *genügend* 2 Punkte und ein *nicht genügend* 1 Punkt verrechnet.

## 2.2 INSTRUMENTE

### 2.2.1 Demographische Variablen

Das Inventar beinhaltet Fragen nach Alter, Geschlecht, Anzahl der Geschwister sowie der Zeugnisnoten des letzten Schuljahres in Deutsch, Mathematik und Englisch. Die Erhebung der Mathematiknote ermöglicht das Vorwissen der Schüler und Schülerinnen festzustellen. Die zusätzliche Erhebung der Schulleistungen in Englisch und Deutsch soll das Leistungsbild des jeweiligen Schülers beziehungsweise der jeweiligen Schülerin abrunden. Die Abfrage der Geschwisteranzahl ermöglicht die Analyse von möglichen Leistungsunterschieden zwischen Einzelkindern und jenen mit einem oder mehreren Geschwistern.

### 2.2.2 Rechenquiz

Das Rechenquiz im Rahmen der Erhebung dient zur Überprüfung von Rechenleistungen unter Einhaltung von Rechenregeln. Die fünf vorgegebenen Rechenbeispiele wurden nach dem Können der Schüler und Schülerinnen entsprechend dem Lehrplan zusammengestellt (siehe Tabelle A6 im Anhang).

Alle fünf vorgegebenen Rechenbeispiele wurden von 62.1 % (95 Fälle) der befragten Stichprobe korrekt berechnet. Vier Beispiele konnten von 26.1 % (40 Fälle), drei Beispiele von 7.8 % (12 Fälle), zwei Beispiele von 3.3 % (5 Fälle) und ein Beispiel von 0.7 % (1 Fall) gelöst werden. Durchschnittlich erreichten die Schüler und Schülerinnen mit  $M = 4.46$  einen relativ hohen Lösungsscore (siehe Tabelle 3).

*Tabelle 3: Deskriptivstatistische Kennwerte zum Rechenquiz (n = 153)*

M	4.46
Md	5.00
SD	.83
Schiefe	-1.666
Minimum	1
Maximum	5

Die Variable arithmetische Kompetenz wird als Summe der erreichten Punkte im Rechenquiz angenommen.

### 2.2.3 Leseverständnistest

Es wurde ein Leseverständnistest in die Testbatterie aufgenommen um das für das Lösen von mathematischen Textaufgaben notwendige Leseverständnis zu erheben. Der Leseverständnistest umfasst insgesamt sechs Aufgaben, wobei sich Aufgabe 1 unter Verwendung eines Fragebogens auf die Erhebung des Leseinteresses und -verständnisses sowie der Lesegewohnheiten bezieht und die Aufgaben 2 bis 6 das Textverständnis durch Vorgabe von Kurzgeschichten und anschließende Beantwortung von zwei Hauptfragen mit je vier Unterfragen messen.

Zur Erhebung des selbsteingeschätzten Textverständnisses, sowie der Einstellung zum Lesen – Interesse und Gewohnheiten - sind drei Fragen mit je vier Items zu beantworten, bei denen die Schüler und Schülerinnen zwischen den Antworten 1) stimmt genau, 2) stimmt eher, 3) stimmt eher nicht und 4) stimmt gar nicht wählen können. Die übrigen drei Fragen beziehen sich auf die tägliche durchschnittliche Dauer am Computer, die durchschnittliche tägliche Lesezeit sowie die Erhebung des Lesegegenstandes (Bücher, Fachzeitschriften, andere Zeitschriften, Internet, andere Medien). Die Reliabilitäten der Subskalen Textverständnis, Leseinteresse und Lesegewohnheiten stellen sich wie folgt dar (siehe Tabelle 4):

*Tabelle 4: Reliabilitätskoeffizienten der Aufgabe 1 im Leseverständnistest*

Skala	Itemanzahl	Cronbach's $\alpha$	N
Textverständnis	4	.782	151
Leseinteresse	6	.688	144
Lesegewohnheiten	5	.888	149

Die Aufgaben 2 bis 5 beziehen sich auf die Erfassung des tatsächlichen Verständnisses beim Lesen von Texten. Hierfür werden vier Kurzgeschichten vorgegeben, welche die Schüler und Schülerinnen zunächst konzentriert durchlesen müssen. Im Anschluss haben die Schüler und Schülerinnen zu jeder der vier Geschichten zwei Fragen aus dem Gedächtnis zu beantworten. Jede Frage hat vier verschiedene Antwortitems nachgestellt, die mit *richtig*, *falsch* oder *ich weiß die Antwort nicht* beantwortet werden können (Abbildung 5).

**Frage 1:** Was kann man aus dem Weltall auf der Erde erkennen?

	richtig	falsch	Ich weiß die Antwort nicht
a) eine blaue Kugel			
b) Planeten			
c) ein winziges Staubkorn			
d) Weltraum			

Abbildung 5: Beispiel einer Frage aus dem Leseverständnistest

Die Verrechnung erfolgt dichotom, so dass korrekt erkannte Aussagen als gelöst mit einem Punkt bewertet werden. Auslassungen werden als nicht gelöst gewertet. Tabelle 5 gibt die entsprechenden Reliabilitätskoeffizienten nach Cronbach's Alpha der insgesamt acht Fragen wieder.

Tabelle 5: Reliabilitätskoeffizienten der Aufgaben 2 bis 5 im Leseverständnistest

Aufgabe	Itemanzahl	Cronbach's $\alpha$	N
2.1	4	.644	145
2.2	4	.151	146
3.1	4	.359	144
3.2	4	.426	142
4.1	4	.541	148
4.2	4	.237	147
5.1	4	.025	149
5.2	4	.146	150

Die Reliabilitäten der acht Aufgaben zum Leseverständnis sind in der untersuchten Stichprobe im Allgemeinen relativ gering, nur in den Aufgaben 2.1 und 4.1 kann für die innere Konsistenz eine Reliabilität  $> .50$  beobachtet werden.

Die Auswertung zum Leseverständnistest ergibt, dass innerhalb der Stichprobe 1.3 % (2 Fälle)  $\leq 8$  Punkte, 4.6 % (7 Fälle) zwischen 8 und 16 Punkte, 33.3 % (51 Fälle) 16 bis 24

Punkte und 60.8 % (93 Fälle) mehr als 24 Punkte erzielten. Der maximal zu erreichende Gesamtscore von 32 Punkten wurde von keinem Kind erlangt. Die Variable Leseverständnis wird als Summe der erreichten Punkte im Leseverständnistest der Aufgaben 2 bis 5 angenommen und erzielt mit einem Cronbach's Alpha = .792 eine gute Reliabilität (siehe Tabelle A7 im Anhang).

Der Leseverständnistest wurde in Anlehnung an den Wiener Lesetest von Julia Kartusch (2012) erstellt.

#### 2.2.4 Standard Textbeispiele

Zudem werden den Schülern und Schülerinnen vier mathematische Textbeispiele vorgegeben. Die Auswahl der Textbeispiele orientierte sich am Niveau laut Lehrplan mit Hilfe aktueller Mathematikbücher. Um einen Gesamteindruck über die Leistung zu erhalten, stellen die vier Textbeispiele unterschiedliche mathematische Anforderungen an die Schüler und Schülerinnen. Neben Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen und Divisionen wird mit einem Textbeispiel auch das geometrische Wissen getestet.

Für ein gelöstes Textbeispiel wird zunächst je ein Punkt verrechnet. Die untere Schranke der Reliabilität kann mit Cronbach's Alpha = .342 (N = 153) angegeben werden, womit ein Hinweis auf die Mehrdimensionalität der erforderlichen Fähigkeiten bei der Bearbeitung der einzelnen Aufgaben sichtbar wird (siehe Tabelle A8). In der Stichprobe werden im Durchschnitt  $M = 1.99$  ( $SD = 1.05$ ) Aufgaben gelöst. Alle vier *Standard Textaufgaben* wurden von 5.2 % (8 Fälle) der gesamten Stichprobe korrekt gelöst. Drei Textaufgaben konnten von 30.1 % (46 Fälle), zwei Textaufgaben von 32.7 % (50 Fälle) und eine Textaufgabe von 22.9 % (35 Fälle) der 153 Schüler und Schülerinnen richtig gerechnet werden. Von 14 Schülern und Schülerinnen (9.2 %) wurde keine der vier vorgegebenen mathematischen Textaufgaben gelöst (Abbildung 6).

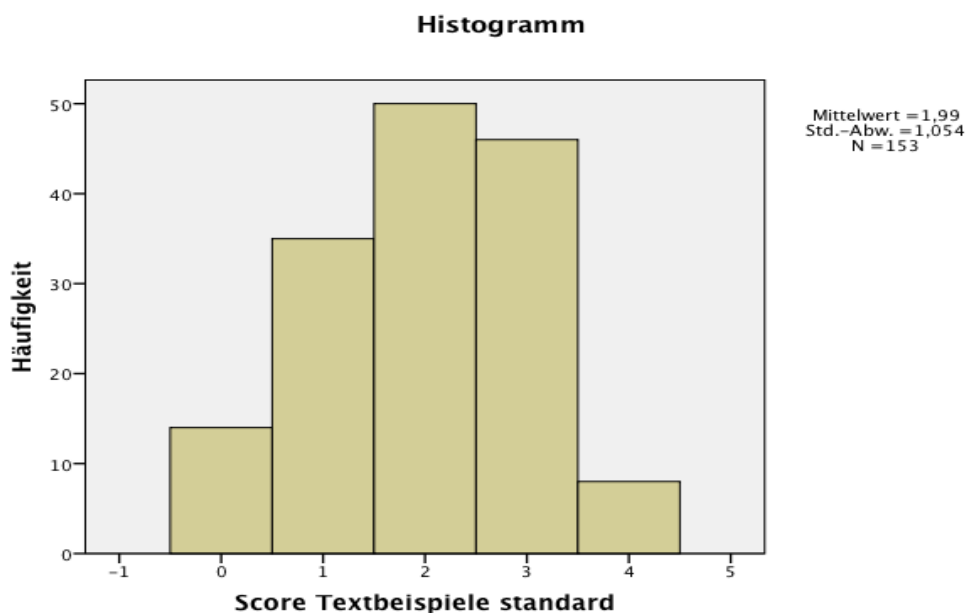


Abbildung 6: Verteilung der Lösungsrate

Die Verteilung der Lösungshäufigkeiten jedes einzelnen Textbeispiels zeigt, dass die Textaufgabe *eins* von 65.2 % (86 Fälle) der Schüler und Schülerinnen richtig gelöst werden konnte. Die Textaufgaben *zwei* und *drei* wurden von 64.7 % (99 Fälle) korrekt gerechnet, während bei der Textaufgabe *vier* nur 13.7 % (21 Fälle) als richtig gewertet werden konnten.

Im Anschluss an die mathematischen Textbeispiele werden die Schüler und Schülerinnen nach einer persönlichen Einschätzung ihrer Leistung gefragt. In diesem Zusammenhang werden sie auch aufgefordert anzugeben, wie ihrer Meinung nach Mädchen und Buben gemäß ihres Alters bei den Textbeispielen abgeschlossen hätten. Dies ist aus zwei Gründen von Bedeutung: zum einen, da von Interesse ist, wie sich Schüler und Schülerinnen im Vergleich zu ihren Mitschülern einschätzen, zum anderen, ob Rollenbilder bei der Einschätzung der Mathematikleistung relevant werden.

Für jede der Einschätzungen zu den Textbeispielen sind 0 bis 2 Punkte möglich, sodass der Gesamtscore in einem Spektrum zwischen 0 und 8 Punkten liegen kann. Die entsprechenden Kennwerte dieser Skalen können Tabelle 6 entnommen werden.

Tabelle 6: Deskriptivstatistik der Selbst- und Fremdeinschätzungen bezüglich gelöster Standard Textbeispiele ( $n = 150$ )

	Selbst	Einschätzung zu Mädchen	Einschätzung zu Buben
<i>M</i>	5.60	6.05	6.01
<i>Md</i>	5.73	6.36	6.35
<i>SD</i>	1.67	1.75	1.72
Schiefe	-0.98	-1.73	-1.32

Es zeigt sich, dass die Schüler und Schülerinnen ihre eigene Leistung mit  $M = 5.60$  ( $SD = 1.667$ ) überdurchschnittlich gut einschätzen. Die Leistung der Mädchen ( $M = 6.05$ ,  $SD = 1.75$ ) und der Buben ( $M = 6.01$ ,  $SD = 1.72$ ) wird von den Schülern und Schülerinnen nahezu gleichsam und überdurchschnittlich vermutet. Die Prüfung, ob sich diese Mittelwerte signifikant unterscheiden, wird mittels einfaktorier Varianzanalyse mit Messwiederholung durchgeführt. Die Berechnung der Prüfgröße (Sphärizität kann angenommen werden,  $p = .104$ ) fällt mit  $F(2,298) = 4.42$ ,  $p = .013$  signifikant aus. Die Berechnung von paarweisen Vergleichen mit Bonferroni – Korrektur zeigt, dass die Selbsteinschätzung signifikant jeweils ( $p < .05$ ) niedriger ausfällt als die Einschätzung der Leistung der männlichen und weiblichen Mitschüler (siehe Tabelle A9 im Anhang).

Um die Skalierungen der Standard Textaufgaben und der anschließenden Einschätzungen bezüglich der Leistung auf ein einheitliches Niveau zu bringen, sind die Scores der *Standard Textaufgaben* mit „2“ zu multiplizieren.

### 2.2.5 SESSKO – Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzeptes

Da das Fähigkeitsselbstkonzept ein wichtiger Bestandteil beim Lösen von Textbeispielen ist, wurde die SESSKO von Schöne, Dickhäuser, Spinath und Pelster (2002) in das Inventar aufgenommen.

Die SESSKO kann als Einzel- und Gruppentestung zur Erfassung des Fähigkeitsselbstkonzeptes als Teil der Motivationsdiagnostik eingesetzt werden. Die Kenntnis um das Fähigkeitsselbstkonzept von Schülern und Schülerinnen ermöglicht, Ursachen von Minderleistung festzustellen. Die SESSKO erbringen in diesem Zusammenhang bedeutende

Informationen über Schüler und Schülerinnen der Klassenstufen 4 bis 10. Die SESSKO erfassen mit 22 Items über vier Dimensionen (Schulisches Selbstkonzept -kriterial, -individuell, -sozial, -absolut) das Bild, welches Schülerinnen und Schüler von ihren eigenen Fähigkeiten haben (Schöne et al., 2002). Die 22 Items sind in ihren Fragestellungen relativ ähnlich und betreffen die Bereiche Begabung, Intelligenz, Fähigkeit, Lernfähigkeit und die Bewältigung von Anforderungen.

Für die vorliegende Studie sind die Dimensionen *sozial* und *absolut* von Interesse. Bei den sechs Items zum Schulischen Selbstkonzept *sozial* haben die Schüler und Schülerinnen ihre Leistung in Mathematik im Vergleich zu ihren Mitschülern und Mitschülerinnen fünfstufigen Skala (1 = weniger bis 5 = besser) einzustufen. Die fünf Items zum Schulischen Selbstkonzept *absolut* beziehen sich auf eine realistische Einschätzung der mathematischen Leistung seitens der Schüler und Schülerinnen ohne Vorgabe einer weiteren Bezugsnorm.

Zusätzlich wurde die SESSKO um fünf weitere Items ergänzt. Mit Hilfe dieser Items sollte ein Einblick erlangt werden, wie die Schüler und Schülerinnen mathematische Textbeispiele im Vergleich zu anderen Aufgaben im Schulfach Mathematik bezüglich Schwierigkeit und Spaß einordnen (Abbildung 7).

12)	Mir gefällt das Schulfach Mathematik...
wenig	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> sehr gut
13)	Das Lösen von Textbeispielen gelingt mir...
wenig	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> leicht
14)	Das Lösen von Textbeispielen gelingt mir im Vergleich zu anderen Aufgaben in Mathematik...
schwer	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> leicht
15)	Das Lösen von Textbeispielen gefällt mir...
wenig	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> sehr gut
16)	Das Lösen von Textbeispielen gefällt mir im Vergleich zu anderen Aufgaben in Mathematik...
wenig	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> sehr gut

Abbildung 7: Fünf ergänzende Items zur SESSKO

Zu den drei SESSKO-Skalen können folgende Reliabilitätswerte zur Beurteilung der internen Konsistenz der entsprechenden Items angegeben werden (siehe Tabelle 7). Die ermittelten Koeffizienten weisen auf eine hohe Zuverlässigkeit und Genauigkeit der jeweiligen Skalen hin.

Tabelle 7: Reliabilitätskoeffizienten der Sessko-Skalen

Skala	Itemanzahl	Cronbach's $\alpha$	N
Sozial	6	.925	151
Absolut	5	.932	153
Textbeispiele	5	.861	153

Betrachtet man die Dimension *sozial*, so zeigt sich, dass die Buben und Mädchen ihre Mathematikleistung im Vergleich zu ihren Mitschülern und Mitschülerinnen mit  $M = 3.31$  ( $SD = 0.842$ ,  $n = 153$ ) durchschnittlich einstufen. Die Fragen nach dem Selbstkonzept in Mathematik ohne Bezugsnorm (*absolut*) ergaben mit  $M = 3.54$  ( $SD = 0.934$ ,  $n = 153$ ) ein vergleichbares Ergebnis. Im Vergleich von mathematischen Textaufgaben mit anderen Aufgabenstellungen in Mathematik wurden Textbeispiele mit  $M = 2.98$  ( $SD = 1.044$ ,  $n = 153$ ) im Bezug auf Schwierigkeit und Spaß ebenfalls durchschnittlich eingeordnet (siehe Tabelle 8).

Tabelle 8: Deskriptivstatistische Kennwerte zu den SESSKO-Skalen ( $n = 150$ )

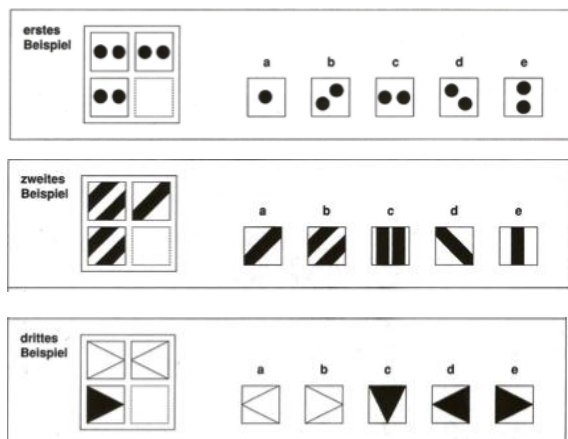
	sozial	absolut	Textaufgaben
<i>M</i>	3.31	3.54	2.98
<i>Md</i>	3.33	3.60	3.00
<i>SD</i>	.842	.934	1.044
Schiefe	-.096	-.415	.066
Minimum	1	1	1
Maximum	5	5	5

Zudem wurde ein SESSKO-Meanscore errechnet um das *Fähigkeitsselbstkonzept* aller Schüler und Schülerinnen ermitteln zu können. Die Variable *Fähigkeitsselbstkonzept* erreicht mit einem Cronbach's Alpha = .949 eine sehr gute Reliabilität (siehe Tabelle A10 im Anhang).

## 2.2.6 CFT 20-R

Zur Erhebung des schlussfolgernden Denkens kommt der Intelligenztest CFT 20-R von Weiß (2006) zum Einsatz.

Der CFT 20-R erfasst die allgemeine Intelligenz im Sinne der *General Fluid Ability* nach Cattell. Diese kann als Kompetenz beschrieben werden, figurale Beziehungen sowie formal-logische Denkprobleme mit unterschiedlichem Komplexitätsausmaß zu erkennen und innerhalb einer bestimmten Zeit zu verarbeiten. Da dies durch anschauliche und sprachfreie Testaufgaben geschieht, werden Personen mit schlechten Kenntnissen der deutschen Sprache und mangelhaften Kulturtechniken nicht benachteiligt. Der Test besteht aus zwei gleichartig aufgebauten Teilen mit je vier Subtests (Reihenfortsetzen, Klassifikationen, Matrizen und topologische Schlussfolgerungen) (Weiß, 2006). Zur Erfassung der Fähigkeit Regeln und Zusammenhänge bei figuralen Problemstellungen zu erkennen, wird der *Subtest 3 Matrizen* Teil 1 vorgegeben (Abbildung 8).



Fehler! Textmarke nicht definiert.

Abbildung 8: Beispielitems aus dem CFT 20-R, Subtest 3 Matrizen (Weiß, 2006)

Die Reliabilität dieses Subtests kann für die 15 Items in dieser Stichprobe mit einem Cronbach's Alpha = .706 (N = 104) angegeben werden. Der Mittelwert des *Subtest 3 Matrizen* des CFT 20-R erreicht  $M = 9.24$  ( $SD = 2.65$ ) bei N = 151 gültigen Fällen (siehe Tabelle A11 und A12 im Anhang)..

### 2.2.7 Geteilte Textbeispiele

Die Idee und die Vorlage zu den *geteilten Textbeispielen* stammt von Lucangeli et al. (1998), deren Arbeit über die kognitiven und metakognitiven Fähigkeiten zur Lösung von mathematischen Textbeispielen Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit war. Die Angaben zu den *geteilten Textbeispielen* sind wie bei gewöhnlichen Textaufgaben gestaltet, die Bearbeitung ist in sechs Aufgaben unterteilt. Diese sind dabei in der vorgegeben Reihenfolge nacheinander zu bearbeiten. Zusätzlich werden die Schüler und Schülerinnen in der Instruktion darauf hingewiesen, das Textbeispiel nicht wie gewohnt sofort auszurechnen, sondern erst sobald es in der Aufgabenstellung verlangt wird.

Jede der sechs Aufgaben bezieht sich auf eine für das Lösen von mathematischen Textbeispielen laut Lucangeli et al. (1998) notwendige Fähigkeit. Die vier zur Verfügung gestellten Antwortmöglichkeiten wurden nach vier Gesichtspunkten zusammengestellt. Bei jedem Beispiel werden unter den vier Auswahlmöglichkeiten eine 1) richtige, 2) teilrichtige, 3) falsche sowie eine 4) irrelevante Antwort dargeboten. Auf Grundlage dieser Erhebung lassen sich eventuell unterschiedliche Bearbeitungstypen ableiten. Für eine anschauliche Erläuterung der geteilten Textbeispiele wird im Folgenden eines davon dargestellt (Abbildung 9).

Die Wiener Staatsoper verfügt über 2276 Plätze (Sitz- und Stehplätze.) Die Aufführung der „Zauberflöte“ war ausverkauft. 1537 Besucherinnen und Besucher hatten Abonnements (im Voraus bezahlte Karten), 426 Personen erwarben ihre Karten im Vorverkauf, 72 Personen hatten Freikarten.  
Wie viele Karten wurden an der Abendkasse verkauft?

Abbildung 9: Einleitende Angabe zu Textbeispiel 1

Aufgabe 1 bezieht sich auf die kognitive Fähigkeit *Comprehension*. Die Frage nach dem für die Lösung wichtigsten Satz soll zeigen, ob von den Schülern und Schülerinnen der Kern der Aufgabenstellung erfasst wurde (Abbildung 10).

**1. Wähle den Satz mit der Information, der für die Lösung am wichtigsten ist, aus:**

- In der Staatsoper gibt es Sitz- u. Stehplätze.
- 1537 Personen hatten ein Abonnement und 426 Personen erwarben Karten im Vorverkauf.
- An der Abendkasse wurden mehr Karten verkauft als im Vorverkauf.
- Die Gesamtzahl aller Plätze minus den Abonnement-Karten, den Freikarten und den Vorverkaufskarten ergibt die Anzahl der verkauften Karten an der Abendkasse.

Abbildung 10: Itembeispiel 1 für das geteilte Textbeispiel 1

In der Aufgabenstellung 2 werden vier unterschiedliche bildliche Darstellungen von der Textaufgabe zur Auswahl angeboten. Eine der vier Darstellungen bildet den Inhalt der Textaufgabe richtig ab. Bei dieser Aufgabe geht es um die Erfassung der kognitiven Fähigkeit *Representation* (Abbildung 11).

**2. Wähle von den Bildern das aus, welches die Aufgabe richtig darstellt:**

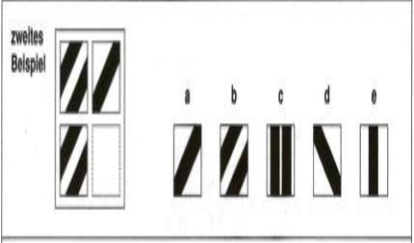

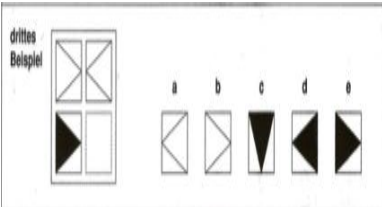

 <p><input type="checkbox"/> Richtige Antwort</p>	 <p><input type="checkbox"/> Richtige Antwort</p>
 <p><input type="checkbox"/> Richtige Antwort</p>	 <p><input type="checkbox"/> Richtige Antwort</p>

Abbildung 11: Itembeispiel 2 für das geteilte Textbeispiel 1

Aufgabe 3 soll die metakognitive Fähigkeit *Estimation of the result* erheben. Hiermit soll erfasst werden, ob der Schüler oder die Schülerin aufgrund vorhergehender Erfahrungen mit Zahlen und Textaufgabe ähnlicher Art das Ergebnis richtig einschätzen kann, ohne dieses zu berechnen (Abbildung 12).

**3. Vier Schüler deines Alters haben eine Schätzung abgegeben, welches Ergebnis der richtigen Lösung möglichst nahe kommt. Bitte schätze nun auch du OHNE ZU RECHNEN und kennzeichne deine Vermutung.**

- Ungefähr 2000 Besucher der Staatsoper brauchen keine Karten an der Abendkasse.
- Es wurden ungefähr 250 Karten an der Abendkasse verkauft.
- 2000 Besuchern waren die Karten an der Abendkasse zu teuer.
- An der Abendkasse wurden mehr als 500 Karten verkauft.

Abbildung 12: Itembeispiel 3 für das geteilte Textbeispiel 1

Bei Aufgabe 4 sind drei Sätze gegeben, die in eine richtige Abfolge gebracht werden sollen. Der *Solution Plan* soll aufzeigen, ob der Schüler oder die Schülerin das Wissen und die Erfahrungen einem Schema folgend, kontrolliert einsetzen kann (Abbildung 13).

**4. Kennzeichne, wie du die Aufgabe lösen würdest, indem du die Sätze ordnest und von 1 bis 3 nummerierst:**

Ich rechne die Freikarten dazu.

Ich finde die Differenz aus Gesamtplätzen und vor der Veranstaltung abgegebenen Karten heraus.

Ich finde heraus, wie viele Karten im Abo-Verkauf und Vorverkauf verkauft wurden.

*Abbildung 13: Itembeispiel 4 für das geteilte Textbeispiel 1*

Aufgabe 4b (= *self-evaluation of procedure*) soll erheben, wie der jeweilige Schüler beziehungsweise die jeweilige Schülerin ihre eigene Leistung einschätzt (Abbildung 14).

**4 b) Kennzeichne, wie sicher du bist, die Sätze richtig gereiht zu haben:**

Ich bin mir ganz sicher, dass ich es richtig gemacht habe.

Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es richtig gemacht habe.

Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es falsch gemacht habe.

Ich bin mir ganz sicher, dass ich es falsch gemacht habe.

*Abbildung 14: Itembeispiel 4b für das geteilte Textbeispiel 1*

Bei Aufgabe 5a werden die Testteilnehmer schließlich aufgefordert, das mathematische Textbeispiel auszurechnen. Diese Aufgabe soll nach den vorhergehenden Aufgabenstellungen erheben, ob die Schüler und Schülerinnen nicht nur das theoretische Wissen besitzen, sondern dieses auch richtig einsetzen und in der Bearbeitung dieses Textbeispiels umsetzen können.

Wie bei Aufgabe 5b (= *self-evaluation of calculation*) sollen die Schüler und Schülerinnen einschätzen, ob ihre erbrachte Leistung als richtig oder falsch einzuordnen ist (Abbildung 15).

**5 b) Kennzeichne, wie sicher du bist, das Beispiel richtig gerechnet zu haben:**

- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es richtig gerechnet habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es richtig gerechnet habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es falsch gerechnet habe.
- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es falsch gerechnet habe.

Abbildung 15: Itembeispiel 5 für das geteilte Textbeispiel 1

Aufgabe 6 bezieht sich auf die kognitive Fähigkeit *Classification*. Diese Problemstellung soll zeigen, ob der Schüler oder die Schülerin die Struktur der Problemstellung des vorliegenden Textbeispiels verstanden hat (Abbildung 16).

**6. Welche der folgenden Aufgaben könntest du auf dieselbe Weise lösen wie jene Aufgabe, an der du gerade gearbeitet hast?**

- Für ihre Party kauft Lisa zehn Flaschen Cola, acht Flaschen Mineral und drei Flaschen Apfelsaft. Für jede Flasche zahlt sie 1 €.

**Wie viel bezahlt Lisa insgesamt?**

- Um eine Kette zu machen braucht Sarah 100 Perlen. 25 hat sie noch zu Hause.

**Wie viele muss Sarah noch kaufen?**

- Lukas macht mit seinem Vater eine Mountainbike Tour. Die Strecke geht über eine Gesamtdistanz von 60 km, davon sind 40 km Schotterstraße, 5 km Waldwege und 5 km Schiebestrecke. Den Rest fahren Lukas und sein Vater auf Asphalt.

**Wie lange ist die Asphaltstrecke?**

- In einem Zoo gibt es 50 Säugetiere und 100 Fische.

**Wie viele Eintrittskarten wurden verkauft?**

Abbildung 16: Itembeispiel 6 für das geteilte Textbeispiel 1

Die Tabelle 9 fasst die Reliabilitätskoeffizienten nach Cronbach's Alpha der insgesamt sechs Skalen in der Stichprobe zusammen.

Tabelle 9: Reliabilitätskoeffizienten der einzelnen Fähigkeitsbereiche beim Lösen von Textbeispielen

Skala	Itemanzahl	Cronbach's $\alpha$	N
Comprehension	4	.226	153
Representation	4	.124	153
Estimation	4	.356	153
Solution Plan	4	.227	153
Calculation	4	.415	153
Categorization	4	.327	153

Für jede richtige Antwort wird ein Punkt verrechnet. Pro Textbeispiel können daher maximal sechs Punkte erreicht werden. Die Schüler und Schülerinnen erreichten mit  $M = 3.45$  ( $SD = 0.98$ ) eine mittlere Punkteanzahl pro Textaufgabe (siehe Tabelle 10).

Tabelle 10: Deskriptivstatistische Kennwerte zu den Geteilten Textbeispielen ( $n = 153$ )

<i>M</i>	3.45
<i>Md</i>	3.5
<i>SD</i>	0.98
Schiefte	.004
Minimum	1.00
Maximum	5.50

Die gesamte Punkteanzahl von sechs Punkten erreichten bei Textaufgabe *eins* 11.8 % (18 Fälle), bei Textaufgabe *zwei* 6.5 % (10 Fälle), bei Textaufgabe *drei* 5.9 % (9 Fälle) und bei Textaufgabe *vier* 5.2 % (8 Fälle) der insgesamt 153 Schüler und Schülerinnen. Ein korrektes numerisches Ergebnis wurde bei Textaufgabe *eins* von 64.1 % (98 Fälle), bei Textaufgabe *zwei* von 64.7 % (99 Fälle), bei Textaufgabe *drei* von 64.7 % (99 Fälle) und bei Textaufgabe *vier* von 11.8 % (18 Fälle) erzielt.

Da bei den folgenden Fragestellungen im Interesse steht, ob die Schüler und Schülerinnen die *Geteilten Textaufgaben* lösen - im Sinne von die richtige Rechenoperation korrekt anwenden – können, wird im Folgenden unter der Leistung in den *Geteilten Textaufgaben* das bei 5a erbrachte Ergebnis verstanden.

## 2.3 ERHEBUNG ZUSÄTZLICHER VARIABLEN

Aus den in dieser Studie angewandten Verfahren werden zusätzlich zu den oben beschriebenen Fertigkeiten noch zwei weitere Variablen gewonnen:

### 2.3.1 Mathematische Leistungsfähigkeit

In der für die vorliegende Arbeit durchgeführten Studie werden den teilnehmenden Schülern und Schülerinnen insgesamt drei Tests zur Erfassung ihrer mathematischen Kompetenz vorgegeben: *Standard Textbeispiele*, *Geteilte Textbeispiele* und ein Rechentest. Neben den einzelnen Leistungen in den Textaufgaben und dem Rechentest ist auch die Ermittlung einer allgemeinen mathematischen Leistungsfähigkeit von großem Interesse. Zur Bildung dieser Variable werden die drei erhobenen mathematischen Leistungen auf Grundlage einer Faktorenanalyse zu einem Gesamtscore mit den Variablen 1) Leistung in den *Standard Textbeispiele*, 2) Leistung in den *Geteilte Textbeispiele* und 3) arithmetische Kompetenz zusammengefasst. Die Voraussetzungen zur Anwendung dieses Verfahrens sind mit einem KMO-Wert  $> 0.5$  und einem signifikanten Bartlett-Test auf Sphärizität erfüllt (siehe Tabelle A13 im Anhang).

Das faktorenanalytisch erreichte Ergebnis zeigt, dass alle Variablen auf einem Faktor laden und somit ein Faktorscore angenommen werden kann. Es wird deutlich, dass die *Standard-Textaufgaben* am stärksten im Faktor laden, gefolgt von den *Geteilten Textaufgaben* und der arithmetischen Kompetenz (siehe Tabelle 11).

Tabelle 11: Ladungen der Variablen im Faktor mathematische Leistungsfähigkeit

	Anfänglich	Kommunalität $h^2$
Standard Textbeispiele	.825	.680
Geteilte Textbeispiele	.784	.614
arithmetische Kompetenz	.444	.197

Extraktionsmethode: Hauptkomponentenanalyse.

Insgesamt können die drei Variablen 49.72% der Varianz in der erbrachten Mathematikleistung erklären (siehe Tabelle A14 im Anhang).

### 2.3.2 Vorwissen

Zur Überprüfung der Fragestellungen wird mehrfach die Variable Vorwissen einbezogen. In Anlehnung an Baumert et al. (2007) wird zur Beurteilung des Vorwissen die Mathematiknote des vorherigen Schuljahres angenommen.

## 2.4 STATISTISCHE AUSWERTUNG

Zur Überprüfung der Fragestellungen kommen in der vorliegenden Arbeit folgende Verfahren zum Einsatz: Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson, multiple lineare Regression, Einfaktorielle ANOVA, ANOVA mit Messwiederholung sowie eine Pfadanalyse. Wenn nicht anders bei den Fragestellungen vermerkt, sind die Voraussetzungen zur Anwendung der jeweiligen Verfahren als erfüllt anzunehmen.

### 2.4.1 Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson

Die Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson ist ein hypothesenprüfendes Verfahren, das die Enge des Zusammenhangs zwischen zwei Variablen abbildet. Ihr Zusammenhangsmaß, der Korrelationskoeffizient, kann Werte zwischen -1 und +1 annehmen, wobei der Wert 0 ausdrückt, dass kein linearer Zusammenhang zwischen den Variablen vorliegt.

Die Anwendung einer Produkt-Moment-Korrelation erfordert die Prüfung auf Normalverteilung und Intervallskalierung der Variablen sowie auf einen linearen Zusammenhang zwischen den Variablen (vgl. Bortz, 2010; Field, 2009).

### 2.4.2 Multiple lineare Regression

Die multiple lineare Regression ermöglicht die Vorhersage der Beziehung zwischen einer Kriteriumsvariable und mehreren Prädiktorvariablen unter Kontrolle des Einflusses von Drittvariablen auf das Kriterium. Zur Interpretation werden die Effektgrößen  $R^2$ , F-Statistik, Beta-Gewicht und der t-Wert herangezogen.

Anwendungsvoraussetzungen für eine multiple lineare Regression sind die Prüfung auf Homoskedastizität (Homogenität der Varianzen), (keine) Autokorrelation und (keine perfekte) Multikollinearität sowie die Normalverteilung der Residuen und die lineare Beziehung der Variablen (vgl. Bortz, 2010; Field, 2009).

### 2.4.3 Einfaktorielle ANOVA

Die Anwendung einer einfaktoriellen ANOVA ermöglicht die Überprüfung der Wirksamkeit einer gestuften, unabhängigen Variable auf eine abhängige Variable. Die Prüfgröße der einfaktoriellen Varianzanalyse ist  $F$  (mit  $k-1$  Freiheitsgraden im Zähler und  $n-k$  Freiheitsgraden im Nenner).

Voraussetzungen für die Anwendung dieses Verfahrens sind die Prüfung auf Normalverteilung der Variablen, Homoskedastizität und Unabhängigkeit der Faktorstufen (vgl. Bortz, 2010; Field, 2009).

### 2.4.4 ANOVA mit Messwiederholung und Zwischensubjektfaktor

Die ANOVA mit Messwiederholung und Zwischensubjektfaktor unterscheidet sich von der einfaktoriellen ANOVA dahingehend, dass die abhängige Variable unter Berücksichtigung des Zwischensubjektfaktors mehrmals an derselben Gruppe erhoben wird.

Anwendungsvoraussetzungen sind wie bei der einfaktoriellen ANOVA Prüfung auf Normalverteilung der Variablen, Homoskedastizität und Unabhängigkeit der Faktorstufen (vgl. Bortz, 2010; Field, 2009).

### 2.4.5 Pfadanalyse mittels AMOS

Die Pfadanalyse wird zur Analyse von Zusammenhängen von manifesten, beobachteten Variablen herangezogen. Der Vorteil einer Pfadanalyse ist, dass diese im Gegensatz zu Korrelationen Kausalaussagen zulässt. Zur Interpretation der Pfadanalyse werden die Indices *Goodness-of-Fit Index* (GFI), *Adjusted Goodness-of-Fit Index* (AGFI), *Normed Fit Index* (NFI), *Comparative Fit Index* (CFI) und *Root Mean Square Error of Approximation* (RMSEA) sowie das Maß für die Güte des Modells der Quotient herangezogen. Welche Werte diese Prüfgrößen aufweisen sollten, sind Tabelle 12 zu entnehmen.

Tabelle 12: Fit-Indici zur Prüfung der Modellanpassung (Backhaus et al., 2003, S. 376)

Anpassungsmaß	Wert
$\chi^2/df$	$\leq 2.5$
GFI	$\geq 0.9$
AGFI	$\geq 0.9$
NFI	$\geq 0.9$
CFI	$\geq 0.9$
RMSEA	$\leq 0.05$

Die Anwendung einer Pfadanalyse mittels AMOS erfordert eine Prüfung auf Normalverteilung sowie eine Stichprobengröße  $N \geq 100$  (vgl. Baltes-Götz, 2010).

## 2.5 DURCHFÜHRUNG

Den teilnehmenden Schülern und Schülerinnen wurden die sieben Tests des Inventars in derselben Reihenfolge unter den gleichen Untersuchungsbedingungen vorgegeben. Die Testverfahren wurden ausschließlich in Paper-Pencil-Form als Gruppentestung durchgeführt. Sechs der sieben Testverfahren waren ohne explizite Zeitangabe zu bearbeiten. Um die zeitlichen Unterschiede der Bearbeitungsdauer innerhalb einer Schulklasse möglichst gering zu halten, wurden die Testverfahren nacheinander ausgegeben. Die Reihenfolge der Testverfahren wurde nach zeitlichen und motivationalen Gründen festgelegt. Bei den Testungen waren zwei Testleiterinnen anwesend.

Um bei der Studie einen reibungslosen Ablauf gewährleisten zu können, wurden die Testverfahren vorab Kindern, die bezüglich Alter und Schulzweig mit der Stichprobe übereinstimmen, vorgegeben. Aufgrund dieser Vortestung wurden zur Bearbeitung für die komplette Vorgabe der Testverfahren drei Schulstunden ermittelt. Aus Gründen der Motivation und Konzentration wurden die drei benötigten Schulstunden auf zwei Testzeitpunkte aufgeteilt, wobei der erste Erhebungszeitpunkt zweistündig angesetzt wurde. Der zeitliche Abstand zwischen dem ersten und zweiten Erhebungszeitpunkt betrug sieben bis zehn Tage. Die Durchführung der gesamten Studie erstreckte sich auf die Monate Oktober bis Dezember 2011. Die Abfolge der Studie verlief in allen Schulklassen nach einem vorab detailliert festgelegten Ablaufplan. Die Schüler und Schülerinnen erhielten eine Darstellung über Hintergrund und Durchführung der Studie sowie einen Überblick über die folgenden zwei Teststunden. Weiters wurde erneut auf die Freiwilligkeit und die Anonymität der Studie

hingewiesen. Nach der standardisierten Instruktion wurden die Codeblätter an die Schüler und Schülerinnen ausgegeben. Der vierteilige Code, der von den Schülern und Schülerinnen individuell durch die Beantwortung von vier persönlichen Fragen auszufüllen war, ermöglichte es, die Protokolle des ersten und zweiten Testzeitpunktes auf anonymer Basis zusammenzufügen.

In der ersten Stunde zum ersten Testzeitpunkt wurde in genannter Reihenfolge ein Fragebogen zu den demographischen Daten, ein Rechenquiz und ein Lese-Verständnis-Test vorgegeben. Das Rechenquiz sollte die allgemeine arithmetische Kompetenz, die Beherrschung der Grundrechnungsarten unter bestimmten Rechenregeln überprüfen. Der Leseverständnistest diente der Abfrage der Lesegewohnheiten der Schüler und Schülerinnen sowie des Leseverständnisses mit Hilfe von vier Geschichten und anschließenden inhaltlichen Fragen.

In der zweiten Schulstunde wurden der Reihe nach die SESSKO, Mathematik-Textaufgaben und der CFT 20-R (Weiß, 2006) vorgegeben. Die SESSKO dient zur Erfassung des schulischen Selbstkonzeptes und findet ihren Einsatz in der Studie, um eine Selbsteinschätzung der Schüler und Schülerinnen zu erhalten. Eine Selbsteinschätzung ihrer erbrachten Leistung wurde auch bei den Textbeispielen und bei den geteilten Textbeispielen von den Schülern und Schülerinnen abgefragt. Aus dem Vergleich dieser Selbsteinschätzungen mit den tatsächlich erbrachten Leistungen sollen schließlich Rückschlüsse auf den Selbstwert sowie auf motivationale Aspekte erlangt werden. Mit den vier vorgegebenen Mathematik-Textaufgaben wird die Fähigkeit, Probleme erfolgreich zu lösen, überprüft. Vom CFT 20-R wurde der Matritzentest zur Erfassung der formal-logischen Denkleistung vorgegeben. Dieser wurde als einziger Test mit Zeitvorgabe am Schluss der Studie vorgegeben, um die Kinder nach der zweistündigen Testung noch einmal zu motivieren. Die SESSKO wurde *vor* den Textaufgaben vorgegeben, da durch die Abfrage des schulischen Selbstkonzeptes eine motivationale Auswirkung beim Lösen der Mathematik-Textaufgaben vermutet wurde.

Um Unruhe und Störungen während der Testung minimal zu halten, wurden die bearbeiteten Tests jedes Kindes am Ende der zweiten Schulstunde eingesammelt. Weiters wurden die Schüler und Schülerinnen ersucht, bei Fragen lautlos aufzuzeigen, nicht mit den Nachbarn zu sprechen und nach der Fertigstellung eines Tests ruhig am Platz sitzen zu bleiben.

Zum zweiten Testzeitpunkt wurden die geteilten Textaufgaben vorgegeben. Diese unterscheiden sich zu den inhaltlich ähnlichen Textbeispielen, die beim ersten Testzeitpunkt vorgelegt wurden, im Bearbeitungsmodus. Im Gegensatz zu den üblichen Mathematik-Textaufgaben sind die geteilten Textaufgaben in sechs Bereiche unterteilt. Jede Aufgabe dieser sechs Bereiche soll eine der sechs notwendigen Fähigkeiten (*text comprehension*, *problemrepresentation*, *problemcategorisation*, *resultestimation*, *planning* und *self-evaluation*) zum Lösen von mathematischen Textbeispielen abbilden. Da diese geteilte Aufbereitung der Mathematik-Textaufgaben Einfluss auf das Lösen der normalen Textaufgaben nehmen kann, wurden die geteilten Textaufgaben im Rahmen des zweiten Testzeitpunktes vorgegeben.

Zu Beginn wurde, wie bereits zum ersten Testzeitpunkt, ein Überblick über den Ablauf der Schulstunde gegeben. Um Unklarheiten und unnötigen Fehler beim Ausfüllen des individuellen Codes, der in der Kopfzeile der geteilten Textaufgaben einzutragen war, vorzubeugen, wurde auch beim zweiten Testzeitpunkt das Codeblatt ausgeteilt (Abbildung 17).

Die Arbeitsatmosphäre in den Klassen war durchwegs motiviert und konzentriert. Die Kinder vermittelten einen weitgehendinteressierten Eindruck, der sich auch am Arbeitsverhalten und durch die Qualität der während der Testung gestellten Fragen widerspiegelte. Der zweite Testzeitpunkt gestaltete sich ähnlich dem ersten Testzeitpunkt. Eine Abnahme der Motivation und Teilnahmebereitschaft im Gegensatz zum ersten Testzeitpunkt war nicht erkennbar. Die unterschiedlichen Aufgabentypen wurden von den Schülern und Schülerinnen mit keinen offensichtlichen Motivationseinbußen bearbeitet. Einige Schüler und Schülerinnen waren zunächst von den geteilten Textbeispielen des zweiten Testzeitpunktes offenbar eingeschüchtert, ein Einbruch der Konzentration war dadurch aber nicht spürbar. Zu erwähnen ist allerdings, dass die meisten Schüler und Schülerinnen vor den vorgegebenen geometrischen Textbeispielen an ihre Grenzen kamen. Am Ende des zweiten Testzeitpunktes wurde den Schülern und Schülerinnen mit der Vergabe von Süßigkeiten für die Teilnahme an der Studie gedankt.

**I. Ablauf des Testzeitpunkts 1, Teil 1:**

<i>1) Begrüßung/ Vorstellung, Code und allgemeine Instruktion</i>	<i>7 Minuten</i>
<i>2) Fragebogen (allgemeine Daten)</i>	<i>5 Minuten</i>
<i>3) Rechenquiz</i>	<i>18 Minuten</i>
<i>4) Leseverständnistest</i>	<i>20 Minuten</i>
<hr/>	
<i>Summe Testzeitpunkt 1, Teil 1</i>	<i>50 Minuten</i>

**II. Ablauf des Testzeitpunkts 1, Teil 2**

<i>1) Begrüßung, Code</i>	<i>2 Minuten</i>
<i>2) SESSKO</i>	<i>9 Minuten</i>
<i>3) Standard Textaufgaben</i>	<i>32 Minuten</i>
<i>4) CFT-20-R</i>	<i>7 Minuten</i>
<hr/>	
<i>Summe Testzeitpunkt 1, Teil 2</i>	<i>50 Minuten</i>

**III. Ablauf Testzeitpunkt 2:**

<i>1) Begrüßung, Code und allgemeine Instruktion</i>	<i>3 Minuten</i>
<i>2) Geteilte Textaufgaben</i>	<i>47 Minuten</i>
<hr/>	
<i>Summe Testzeitpunkt 2</i>	<i>50 Minuten</i>

*Abbildung 17: Untersuchungsablauf und Zeitplan*

### 3 ERGEBNISSE

#### 3.1 ÜBERPRÜFUNG DER FRAGESTELLUNGEN

##### FRAGESTELLUNG 1:

Können die Variablen arithmetische Kompetenz und Leseverständnis als Prädiktoren für die Leistung in den *Standard Textaufgaben* und den *Geteilten Textaufgaben* herangezogen werden?

**Verfahren:** Multiple lineare Regressionsanalyse

**Kriterium 1:** Leistung in den *Standard Textaufgaben*

**Kriterium 2:** Leistung in den *Geteilten Textaufgaben*

**Prädiktorvariablen:** *Arithmetische Kompetenz und Leseverständnis*

Es wird geprüft, ob sich die Variablen arithmetische Kompetenz und Leseverständnis als Prädiktoren für die Leistung in den *Standard Textaufgaben* und *Geteilten Textaufgaben* eignen. Die Modellprüfung (ANOVA) fällt bei den *Standard Textaufgaben* mit  $F(1,151) = 4.882$  ( $p = .029$ ) signifikant aus und identifiziert die arithmetische Kompetenz als Prädiktor (siehe Abbildung A15 im Anhang). Das Leseverständnis hingegen wird als Prädiktor für die Leistung in den *Standard Textaufgaben* nicht signifikant. Bei den *Geteilten Textaufgaben* allerdings weist das Leseverständnis mit  $F(1,151) = 15.346$  ( $p < .001$ ) einen hohen Erklärungswert für das Kriterium auf und die arithmetische Kompetenz fällt nicht signifikant aus (siehe Abbildung A16 im Anhang).

Zusammengefasst kann gesagt werden, dass 1) bei den *Standard Textaufgaben* die arithmetische Kompetenz, nicht aber das Leseverständnis einen hohen Erklärungswert für die mathematische Leistung besitzt, während 2) bei den *Geteilten Textaufgaben* das Leseverständnis, nicht aber die arithmetische Kompetenz, als Prädiktor heranzuziehen ist.

## FRAGESTELLUNG 2:

Zeigt sich ein signifikanter Zusammenhang zwischen Vorwissen und der mathematischen Leistungsfähigkeit sowie zwischen Intelligenz *spezifisch* und der mathematischen Leistungsfähigkeit?

**Verfahren:** Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson

**Variable 1:** *Vorwissen; Intelligenz spezifisch*

**Variable 2:** *mathematische Leistungsfähigkeit*

Die Überprüfung der Fragestellung mittels einer Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson weist mit  $r = .537$  ( $p < .001$ ) auf einen deutlichen positiven Zusammenhang zwischen der mathematischen Leistungsfähigkeit und dem Vorwissen hin (siehe Abbildung A17 im Anhang). Der Zusammenhang zwischen der Intelligenz *spezifisch* und der mathematischen Leistungsfähigkeit zeigt sich mit  $r = .285$  ( $p < .001$ ) gering (siehe Abbildung A18 im Anhang).

## FRAGESTELLUNG 3A:

Zeigt sich ein signifikanter Zusammenhang zwischen dem Fähigkeitsselbstkonzept und der Schulnote in Mathematik? Können geschlechtsspezifische Unterschiede nachgewiesen werden?

**Verfahren:** Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson

**Variable 1:** *Fähigkeitsselbstkonzept*

**Variable 2:** *Mathematiknote*

Das Ergebnis der Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson weist mit  $r = .598$  ( $p < .001$ ) auf einen mittleren, positiven Zusammenhang hin (siehe Abbildung A19 im Anhang). In der herangezogenen Stichprobe zeigt sich bei guten Noten ein hohes Selbstkonzept, und bei schlechten Noten ein niedriges Selbstkonzept. Eine Aufteilung der Daten nach dem

Geschlecht zeigt bei Mädchen mit  $r = .649$  ( $p < .001$ ) und bei Buben mit  $r = .595$  ( $p < .001$ ) einen ähnlich starken, positiven Zusammenhang.

#### FRAGESTELLUNG 3B:

Zeigt sich ein signifikanter Zusammenhang zwischen dem Fähigkeitsselbstkonzept und der mathematischen Leistungsfähigkeit? Können geschlechtsspezifische Unterschiede nachgewiesen werden?

**Verfahren:** Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson

**Variable 1:** *Fähigkeitsselbstkonzept*

**Variable 2:** *mathematische Leistungsfähigkeit*

Die Prüfung auf einen Zusammenhang zwischen dem Fähigkeitsselbstkonzept und der mathematischen Leistungsfähigkeit fällt mit  $r = .349$  ( $p < .001$ ) signifikant aus und weist auf einen geringen bis mittleren, positiven Zusammenhang hin (siehe Abbildung A20 im Anhang). Eine Trennung nach Geschlecht zeigt mit  $r = .355$  ( $p = .005$ ) bei den Mädchen und  $r = .377$  ( $p < .001$ ) bei den Buben sehr ähnliche Zusammenhänge.

#### FRAGESTELLUNG 4:

Gibt es Zusammenhänge zwischen der mathematischen Leistungsfähigkeit und der Geschwisteranzahl?

**Verfahren:** Rangkorrelation nach Spearman

**Variable 1:** *mathematische Leistungsfähigkeit*

**Variable 2:** *Anzahl der Geschwister*

Die Fragestellung, ob die Geschwisteranzahl mit der mathematischen Leistungsfähigkeit in Zusammenhang steht, wird mittels einer Spearman'schen Rangkorrelation überprüft.

Der Koeffizient zeigt mit  $r_s = -.157$ ,  $p$  (einseitig) = .027 ein signifikantes Ergebnis (siehe Abbildung A21 im Anhang). Es kann somit angenommen werden, dass die mathematische Leistung mit der Anzahl der Geschwister zunimmt.

#### FRAGESTELLUNG 5:

Welche kognitiven, metakognitiven und familiären Komponenten können mathematische Leistungsfähigkeit vorhersagen?

**Verfahren:** Multiple lineare Regressionsanalyse

**Kriterium:** Mathematische Leistungsfähigkeit

**Prädiktorvariablen:** BLOCK 1 (familiäre Komponente): - Anzahl der Geschwister

BLOCK 2 (kognitive Komponenten): - Leseverständnis

- Intelligenz *spezifisch*

BLOCK 3 (metakognitive Komponenten): - Vorwissen

- Fähigkeitsselbstkonzept

Es wird mittels einer multiplen linearen blockweisen Regression geprüft, ob die Prädiktoren Geschwisteranzahl, Leseverständnis, Intelligenz *spezifisch*, Vorwissen und Fähigkeitsselbstkonzept einen Erklärungswert für das Kriterium mathematische Leistungsfähigkeit aufweisen. Die Modellprüfung (ANOVA) fällt mit  $F(3,147) = 24.927$ ,  $p < .001$  signifikant aus. Es können drei Prädiktoren mit Erklärungswert identifiziert werden (siehe Tabelle 13).

Tabelle 13: Koeffizienten und Prüfgrößen des Regressionsmodells

Model	Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	t	Sig.	
	B	SE	$\beta$			
3	(Konstante)	.387	.455		.850	.397
	Anzahl der Geschwister	-.122	.055	-.150	-2.215	.028
	Vorwissen	.413	.061	.474	6.713	<.001
	Leseverständnis	.038	.015	.176	2.501	.013

An den standardisierten Beta-Gewichten ist zu erkennen, dass Vorwissen, gefolgt von Leseverständnis und der Anzahl der Geschwister die gewichtigsten Prädiktoren sind. Die signifikanten Prädiktoren können insgesamt  $R^2 = 33.7\%$  Varianzanteil am Kriterium mathematische Leistungsfähigkeit erklären. Das Fähigkeitsselbstkonzept ( $p = .620$ ) und die Intelligenz *spezifisch* ( $p = .244$ ) erreichen keinen signifikanten Erklärungswert und werden aus dem Modell ausgeschlossen.

*DIE FRAGEN 6 BIS 10 WERDEN VON DEN AUTOREN LUCANGELI ET AL. ÜBERNOMMEN.*

FRAGESTELLUNG 6:

Zeigt sich ein signifikanter Zusammenhang im Lösungserfolg von *Standard Textaufgaben* und *Geteilten Textaufgaben*?

**Verfahren:** Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson

**Variable 1:** Leistung in den *Geteilten Textbeispielen*

**Variable 2:** Leistung in den *Standard Textbeispielen*

Um den Zusammenhang zwischen den *Geteilten Textbeispielen* und den *Standard Textbeispielen* zu untersuchen, wird eine Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson berechnet. Der Korrelationskoeffizient weist mit  $r = .417$  ( $p < .001$ ) auf einen mittelhohen, positiven Zusammenhang hin (siehe Tabelle 14).

Tabelle 14: Korrelationskoeffizient für den Zusammenhang zwischen Geteilten und Standard Textaufgaben (N = 153)

		Textbeispiele geteilt
Textbeispiele standard	Korrelation nach Pearson	.417**
	Signifikanz (2-seitig)	<.001

Zur differenzierten Darstellung wird die Leistung in den *Standard Textaufgaben* mit der Rechenleistung in den *Geteilten Textaufgaben* (Subaufgabe 5a) jeweils gegenübergestellt. Tabelle 15 enthält die Aufgabenschwierigkeit sowohl der einzelnen vorgegebenen Textbeispiele als auch der Zusammenfassung.

Tabelle 15: Lösungswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit der Aufgaben (n = 153)

Textaufgabe	Standard	Geteilt
1	.562	.641
2	.647	.647
3	.647	.647
4	.137	.118
Gesamt	.498	.513

#### FRAGESTELLUNG 7:

Besteht ein Zusammenhang zwischen der Rechenleistung in den *Geteilten Textaufgaben* und den einzelnen kognitiven sowie metakognitiven Fähigkeiten?

**Verfahren:** Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson

**Variable 1:** *calculation*

**Variablen 2:** *self-evaluation of the calculation, self-evaluation of the procedure, result estimation, text comprehension, problem representation, solution plan, problem categorization.*

Die einzelnen Zusammenhänge zwischen den kognitiven und metakognitiven Fähigkeiten mit *calculation*, sowie die Zusammenhänge zwischen den Fähigkeiten werden in einer Interkorrelationsmatrix dargestellt (siehe Tabelle 16).

Tabelle 16: Interkorrelationsmatrix der Produkt-Moment-Korrelationen (N = 153)

	1	2	3	4	5	6	7
<b>1 Calculation</b>							
2 Self-evaluation of the calculation	.420**						
3 Self-evaluation of the procedure	.168*	.727**					
4 Solution Estimation	.351**	.154*	.117				
5 Text Comprehension	.292**	.191**	.250**	.193**			
6 Problem Representation	.018	-.013	.023	.036	-.002		
7 Solution Plan	.388**	.329**	.401**	.267**	.297**	.143*	
8 Problem Categorization	.341**	.209**	.110	.172*	.159*	.067	.292**

Der Zusammenhang zwischen der kognitiven Fähigkeit *problem representation* und *calculation* fällt mit  $r = .018$  ( $p = .413$ ) nicht signifikant aus. Die übrigen Korrelationskoeffizienten für *calculation* liegen zwischen  $r \geq .168$  ( $p = .019$ ) und  $r \leq .420$  ( $p < .001$ ) und weisen auf mittlere positive Zusammenhänge bei sechs von sieben kognitiven und metakognitiven Fähigkeiten mit *calculation* hin.

#### FRAGESTELLUNG 8:

Welche kognitiven und metakognitiven Fähigkeiten können ein erfolgreiches Lösen eines Textbeispiels erklären?

**Verfahren:** Multiple lineare Regressionsanalyse

**Kriterium:** *calculation*

**Prädiktorvariablen:** *text comprehension, problem representation, result estimation, solution plan, self-evaluation of the procedure, self-evaluation of the calculation, problem categorization.*

Es wird geprüft, ob sich die mathematische Leistung in Textbeispielen (*calculation*) durch kognitive und metakognitive Fähigkeiten erklären lässt. Um zeigen zu können, ob die Prädiktoren einen Erklärungswert für das Kriterium aufweisen, wird eine multiple lineare Regressionsanalyse berechnet. Dabei werden die Prädiktoren schrittweise in die

Modellprüfung aufgenommen. Die Modellprüfung (ANOVA) ergibt mit der Prüfgröße  $F(6,146) = 18.376$ ,  $p < .001$  ein signifikantes Ergebnis und es können sechs Prädiktoren mit Erklärungswert identifiziert werden (siehe Tabelle A23 im Anhang). Die Gewichtungen zeigen, dass die metakognitiven Fähigkeiten *Self-evaluation of the calculation* ( $\beta = .571$ ) und *Self-evaluation of the procedure* ( $\beta = -.406$ ) und *result estimation* ( $\beta = .237$ ) sowie die kognitive Fähigkeit *solution plan* ( $\beta = .237$ ) am stärksten an einem erfolgreichen Lösen eines Textbeispiels beteiligt sind (siehe Tabelle 17).

Tabelle 17: Koeffizienten und Prüfgrößen des Regressionsmodells

Modell	Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	t	Sig.
	B	SE	$\beta$		
6 (Konstante)	-.014	.372		-0.036	.971
Self-evaluation of the calculation	.934	.150	.571	6.217	<.001
Result Estimation	.243	.069	.237	3.522	.001
Self-evaluation of the procedure	-.725	.170	-.406	-4.277	<.001
Solution Plan	.214	.073	.216	2.946	.004
Problem Representation	.176	.080	.143	2.189	.030
Text Comprehension	.136	.069	.134	1.986	.049

Die kognitive Fähigkeit *problem categorization* weist mit  $p = .837$  keinen Erklärungswert für das Lösen von mathematischen Textbeispielen auf und wird aus der Modellprüfung ausgeschlossen.

#### Modellzusammenfassung

2 Blöcke: Block 1: metakognitive Faktoren

Block 2: kognitive Faktoren

Aus der Modellzusammenfassung wird deutlich, dass die Prädiktoren an der abhängigen Variable *calculation* zusammen 43 % Varianzanteil erklären können. Durch die schrittweise Eingabe der unabhängigen Variablen in zwei Blöcken, aufgeteilt nach metakognitiven und kognitiven Faktoren, zeigt sich, dass 33.4 % der Kriteriumsvarianz von den metakognitiven

Fähigkeiten *self-evaluation of the procedure*, *self-evaluation of the calculation* und *result estimation* erklärt werden (siehe Tabelle A24 im Anhang).

Es ist in diesem Zusammenhang kritisch zu erwähnen, dass Lucangeli et al. (1998) die Variable *self-evaluation of the calculation* - die Selbsteinschätzung der Richtigkeit der erbrachten Lösung für die Textaufgabe – als Prädiktor für das Lösen von Textaufgaben heranziehen. Im Folgenden wird die multiple lineare Regressionsanalyse erneut und unter Ausschluss der metakognitiven Komponente *self-evaluation of the calculation* gerechnet. Die Modellprüfung (ANOVA) ergibt mit der Prüfgröße  $F(3,146) = 20.117$ ,  $p < .001$  ebenso ein signifikantes Ergebnis, doch werden anstatt sechs Prädiktoren nur drei Prädiktoren mit Erklärungswert identifiziert (siehe Tabelle A25 im Anhang). Anhand der Gewichtungen ist zu erkennen, dass die Faktoren *result estimation*, *solution plan* und *problem categorization* am erfolgreichen Lösen von Textaufgaben beteiligt sind (siehe Tabelle 18).

Tabelle 18: Koeffizienten und Prüfgrößen des Regressionsmodells ohne der Variabel *self-evaluation of the calculation*

Modell	Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten		t	Sig.
	B	SE	β			
3	(Konstante)	.384	.233		1.646	.102
	Result Estimation	.307	.075	.300	4.120	.001
	Solution Plan	.234	.074	.236	3.158	.002
	Problem Categorization	.212	.072	.215	2.952	.004

Der Modellzusammenfassung ist zu entnehmen, dass die Komponenten *result estimation*, *solution plan* und *problem categorization* insgesamt 28.8 % Varianzanteil an der abhängigen Variable *calculation* erklären können (siehe Tabelle A26 im Anhang).

## FRAGESTELLUNG 9:

Kann das Modell von Lucangeli et al. (1998) mit den vorliegenden empirischen Daten bestätigt werden?

**Verfahren:** Pfadanalyse mittels AMOS

**Manifeste Variablen:** *text comprehension, problem representation, problem categorization, solution plan, self-evaluation of the procedure.*

Die in der Regressionsanalyse als nicht bedeutende Prädiktoren identifizierten Variable *result estimation* und *self-evaluation of the calculation* werden bei der Modellbildung von Lucangeli et al. (1998) nicht berücksichtigt. Die Modellprüfung mit einer Pfadanalyse, berechnet mittels Statistiksoftware AMOS 20.0, weist mit  $\chi^2(7) = 49.94$ ,  $p < .001$  und den dazugehörigen *Fit-Indici* (vgl. Backhaus, Erichson, Plinke & Weiber, 2003) keine befriedigende Modellanpassung auf (siehe Tabelle 19).

Tabelle 19: *Fit-Indici des Modells nach Lucangeli et al. (1998)*

Anpassungsmaß	Wert
$\chi^2/df$	7.13
GFI	.898
AGFI	.695
NFI	.587
CFI	.595
RMSEA	.201

Das Modell von Lucangeli et al. (1998) kann nicht bestätigt werden.

#### FRAGESTELLUNG 10A:

Wie korreliert die tatsächliche Leistung der Mädchen und Buben in den *Standard Textaufgaben* mit ihrer eigenen Einschätzung bezüglich dieser Leistung?

**Verfahren:** Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson

**Variable 1:** Selbsteinschätzung

**Variable 2:** Leistung in den *Standard Textbeispielen*

Die Berechnung weist mit  $r = .283$  ( $p < .001$ ,  $n = 150$ ) auf einen niedrigen bis mäßig positiven Zusammenhang zwischen Selbsteinschätzung und tatsächlich erbrachter Leistung hin. Bei einer Teilung nach Geschlecht zeigen Mädchen mit  $r = .373$  ( $p < .001$ ,  $n = 90$ ) einen signifikanten positiven mittleren Zusammenhang zwischen der tatsächlich erbrachten Leistung und der Selbsteinschätzung über diese, während Buben mit  $r = .127$  ( $p < .335$ ,  $n = 60$ ) einen nicht signifikanten Zusammenhang aufweisen (siehe Abbildung A27 im Anhang). Mädchen schätzen demnach ihre Leistung in mathematischen Textbeispielen zutreffender ein als Buben.

Die Prüfung der Fragestellung, ob Schüler und Schülerinnen ihre Leistung besser oder schlechter vermuten, wird mittels t-Test für verbundene Stichproben überprüft. Die Berechnung der entsprechenden Prüfgröße ergibt mit  $t(149) = 8.683$ ,  $p < .001$  ein signifikantes Ergebnis (siehe Tabelle A28 im Anhang). Dies bedeutet, dass die Buben und die Mädchen ihre Leistung in den mathematischen Textaufgaben besser annehmen, als sie tatsächlich ausfällt.

## FRAGESTELLUNG 10B:

Wie schätzen Mädchen und Buben die mathematische Leistung ihres eigenen Geschlechts und des anderen Geschlechts ein?

**Verfahren:** ANOVA mit Messwiederholungen mit Zwischensubjektfaktor

**Abhängige Variablen:** Selbsteinschätzung und die erbrachte Leistung in den Standard Textbeispielen

**Zwischensubjektfaktor:** Geschlecht

Es wird mittels einer abhängigen Varianzanalyse unter Berücksichtigung des Zwischensubjektfaktors Geschlecht geprüft, ob die Einschätzung über das eigene und das andere Geschlecht bezüglich Leistung in mathematischen Textaufgaben Unterschiede aufweist.

Die Einschätzung über die vermutete Leistung über das Geschlecht selbst weist mit  $F(1, 148) = 0.046$ ,  $p = .830$  ein nicht signifikantes Ergebnis auf (siehe Abbildung A29 im Anhang). Dies bedeutet, dass die Leistungen von Buben und Mädchen nicht unterschiedlich eingestuft werden. Die Überprüfung der Wechselwirkung aus Einschätzung und Geschlecht zeigt mit  $F(1,148) = 4.600$ ,  $p = .034$  ein signifikantes Ergebnis. Dieser Effekt weist darauf hin, dass die Leistung der Mädchen von Mädchen besser und von Buben schlechter vermutet wird, während die Leistung der Buben von beiden Geschlechtern gleichermaßen erfolgt (Abbildung 21).

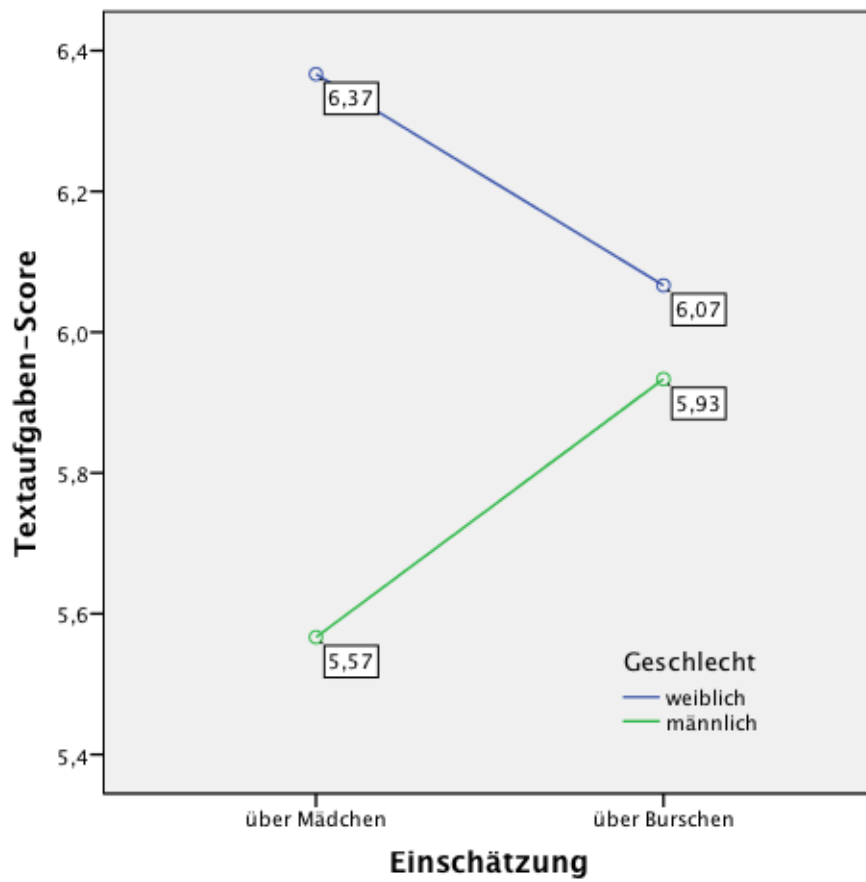


Abbildung 18: Interaktionsdiagramm zur Selbst- und Fremdeinschätzung der Leistungen in Abhängigkeit des Geschlechts



## 4 DISKUSSION

Ziel dieser Arbeit war aufzuzeigen, welche Faktoren beim Lösen von mathematischen Textaufgaben eine erklärende Rolle einnehmen und in Folge zur Analyse allgemeiner mathematischer Leistungsfähigkeit herangezogen werden können. Es wurden dabei kognitive Faktoren (*text comprehension, problem representation, solution plan, problem categorization*), metakognitive Faktoren (*self-evaluation of the calculation, self-evaluation of the procedure, solution estimation*), mathematisches Vorwissen, Intelligenz sowie das mathematische Fähigkeitsselbstkonzept berücksichtigt. Mittels Vorgabe von verschiedenen Verfahren wurden die Faktoren bei den an der Studie teilnehmenden Schülern und Schülerinnen erhoben und in weiterer Folge bezüglich ihrer Zusammenhänge und möglicher Effekte untersucht.

Im Kapitel 2.1 und 2.2 wurden bereits die zwei in der Literatur vorherrschenden Ansätze zum Lösen mathematischer Textaufgaben vorgestellt: Während der logisch-mathematische Ansatz in erster Linie mathematische Fertigkeiten (vgl. Riley et al., 1983; Stern, 1998) nennt, setzt der linguistisch-handlungstheoretische Ansatz auch ein Situations- und Textverständnis (vgl. Kintsch & Greeno, 1985) für ein erfolgreiches Lösen von mathematischen Beispielen voraus. Es war daher von großem Interesse, ob die arithmetische Kompetenz, das Leseverständnis oder eine komplementäre Wirkung der beiden Faktoren (Reusser, 1997) in der herangezogenen Stichprobe als Prädiktor für das erfolgreiche Bearbeiten von Textaufgaben identifiziert werden können. Die Untersuchung wurde einerseits an den vorgegebenen *Standard Textaufgaben* sowie an den nach dem Vorbild von Lucangeli et al. (1998) zusammengestellten *Geteilten Textaufgaben* durchgeführt.

Es konnte beobachtet werden, dass bei den *Standard Textaufgaben* gemäß dem logisch-mathematischen Ansatz die arithmetische Kompetenz als guter Prädiktor für die Leistung in mathematischen Textaufgaben herangezogen werden kann, das Leseverständnis allerdings keinen Einfluss auf die Leistung zu haben scheint. Das Ergebnis zeigt sich auch konsistent mit den Berichten von Stern (1998), die die Bedeutsamkeit numerischer Fertigkeiten für das Lösen von Textaufgaben belegt. Bei den *Geteilten Textaufgaben* hingegen wird der linguistisch-handlungstheoretische Ansatz evident. Während bei diesen das Leseverständnis als sehr guter Prädiktor für die Leistung identifiziert wird, weist die arithmetische Kompetenz hier keinen signifikanten Erklärungswert auf. Obwohl die *Standard-* und *Geteilten*

*Textaufgaben* das Lösen derselben mathematischen Gleichungen abverlangen und gleichermaßen schwierig sind, wie die Gegenüberstellung der Lösungswahrscheinlichkeiten zeigt, scheint durch die unterschiedliche Präsentation der Aufgaben je eine andere Kompetenz in erster Linie nötig zu sein. Es kann in diesem Zusammenhang auf Reusser (1997) verwiesen werden, der zeigen konnte, dass bereits kleinste Änderungen in der Formulierung von Textaufgaben unter Beibehaltung der mathematischen Struktur Erleichterungs- bzw. Erschwerungseffekte auslösen. Auch der nur mittlere Zusammenhang bezüglich der Lösungsrate zwischen den *Standard-* und *Geteilten Textaufgaben* deutet aus den bereits oben genannten Gründen der identen mathematischen Struktur sowie derselben Schwierigkeit der Textaufgaben, auf den starken Einfluss der unterschiedlichen Präsentation der Textaufgaben hin. Dass Schüler und Schülerinnen, die bereits die *Standard Textaufgaben* korrekt lösen konnten, nicht auch in hohem Ausmaß eine richtige Lösung bei den *Geteilten Textaufgaben* aufweisen, ist aus mathematischer Sicht nicht zu verstehen und kann in der vorliegenden Untersuchung auf fehlendes Leseverständnis und die ungewohnte Präsentation der *Geteilten Textaufgaben* zurückgeführt werden.

Betrachtet man die Ergebnisse im schulischen Kontext – Vorgabe von *Standard Textaufgaben* – so gilt der logisch-mathematische Ansatz der besagt, dass die korrekte Durchführung der Rechenoperationen relevanter für das Lösen einer Textaufgabe ist als das Textverständnis. Der von Reusser (1997) postulierte Ansatz, dass auf den Lösungserfolg mathematischer Textaufgaben Lese- und Rechenkompetenz gleichermaßen einwirken, kann nicht bestätigt werden.

Weiters stand im Interesse der Studie den Einfluss der kognitiven Faktoren *text comprehension*, *problem representation*, *solution plan*, *problem categorization* und der metakognitiven Faktoren *self-evaluation of the calculation*, *self-evaluation of the procedure*, *solution estimation* auf den Lösungserfolg (*calculation*) in den eigens dazu konzipierten *Geteilten Textaufgaben* zu erheben. Aufgrund der Untersuchung von Lucangeli et al. (1998) wurde im Vorfeld vermutet, dass vor allem der Faktor *text comprehension* gefolgt von den Fertigkeiten *problem representation*, *solution plan*, *problem categorization* und *self-evaluation of the procedure* für das Lösen der Textaufgaben notwendig ist. Tatsächlich identifizieren aber die Ergebnisse der vorliegenden Studie die Faktoren *self-evaluation of the calculation*, *self-evaluation of the procedure*, *solution plan*, *result estimation*, *text comprehension* und *problem representation* in genannter Reihenfolge als gute Prädiktoren für

eine richtige Bearbeitung der Textaufgaben. Die Fertigkeit *problem categorization* steht in keinem Zusammenhang mit dem korrekten Lösen der Textaufgaben und weist damit keinen Erklärungswert auf. Der vordergründigste Unterschied zu den Ergebnissen von Lucangeli et al. (1998) ist im hohen Erklärungswert der metakognitiven Fähigkeiten *self-evaluation of the calculation* und *self-evaluation of the procedure* für die mathematische Leistung zu beobachten. Da unter metakognitiven Fähigkeiten das Wissen über eigene Kompetenzen, sowie die Verfügbarkeit von Strategien beim Rechnen, Lesen und Verstehen von Texten verstanden wird (vgl. Mayer, 1998), scheint das Fähigkeitsselbstkonzept den Lösungserfolg in den Textaufgaben stark zu beeinflussen. Als wichtigste kognitive Fertigkeit erweist sich für das Lösen von Textaufgaben die Verfügbarkeit eines Lösungsplans (*solution plan*). Der Einfluss von *text comprehension* kann für das Lösen der Geteilten Textaufgaben bestätigt werden, ist allerdings in einem bedeutend geringerem Ausmaß als bei Lucangeli et al. (1998) zu beobachten.

Betrachtet man allerdings die Ergebnisse ohne Einbeziehung der Komponente *self-evaluation of the calculation* zeigt sich ein gänzlich anderes Bild. Als Prädiktoren für das Lösen mathematischer Textaufgaben können hier nur die drei Variablen *result estimation* gefolgt von *solution plan* und *problem categorization* identifiziert werden. Obgleich die Komponenten *result estimation* und *solution plan* auch nach dem Modell von Lucangeli et al. (1998) großen Einfluss nehmen, gewinnt die Fertigkeit *problem categorization* unter Ausschluss der Variabel *self-evaluation of the calculation* an Bedeutung.

Ferner wurden für einen genaueren Einblick die Zusammenhänge zwischen *calculation* (Lösungserfolg in den *Geteilten Textaufgaben*) und den kognitiven sowie metakognitiven Komponenten analysiert. Die Korrelationen belaufen sich, ausgenommen der bereits oben ausgeschlossenen Fertigkeit *problem representation*, auf geringe bis mittlere positive Zusammenhänge. Es kann festgehalten werden, dass die genannten Fertigkeiten einen Beitrag im Prozess des Problemlösens beisteuern und in weiterführende Überlegungen einzubeziehen wären. Für das von Lucangeli et al. (1998) vorgeschlagene Modell kann mit den aus dieser Stichprobe resultierenden Daten keine befriedigende Modellanpassung erreicht werden. Auch durch diverse Modellanpassungen werden keine zufriedenstellenden und nennenswerten Ergebnisse erzielt.

Neben Faktoren zur Vorhersage der Leistung in mathematischen Textaufgaben, war auch das Finden von Prädiktoren zur Vorhersage der allgemeinen mathematischen Leistungsfähigkeit von Interesse. Um bezüglich der mathematischen Kompetenz der Schüler und Schülerinnen mehr Aussagekraft zu gewinnen, wurde aus den drei erhobenen mathematischen Leistungen in den *Standard-* und *Geteilten Textaufgaben* sowie im Rechentest (arithmetische Kompetenz) ein Faktor für die mathematische Leistung gesamt berechnet, die mathematische Leistungsfähigkeit. Unter Einbeziehung dieses Faktors galt es nun zu prüfen, ob gemäß der in der Theorie zitierten Literatur zwischen der mathematischen Leistungsfähigkeit und den Faktoren Vorwissen (z.B. Renkl, 1996), sowie Intelligenz *spezifisch* (z.B. Baumert et al., 2007) signifikante Zusammenhänge festzustellen sind. Konform mit den Ergebnissen von Weinert (1989) zeigt sich ein signifikant mittlerer, positiver Zusammenhang zwischen dem Vorwissen der Schüler und Schülerinnen und der erhobenen mathematischen Leistungsfähigkeit. Der Zusammenhang zwischen dem schlussfolgernden Denken (Intelligenz *spezifisch*) und der mathematischen Leistungsfähigkeit zeigt sich allerdings nur sehr gering. Die von Helmke und Schrader (2010) oder Klauer und Leutner (2010) erfassten mittleren Zusammenhänge zwischen Mathematik und Intelligenz können nicht bestätigt werden. Viel eher deuten die Ergebnisse auf den Ansatz von Helmke und Weinert (1997) hin, der den Einfluss der Intelligenz durch wachsendes Vorwissen im Grundschulalter zurückgehen sieht. In diesem Zusammenhang würden weiterführende Testungen in der Stichprobe in den folgenden Jahren Aufschluss darüber geben, ob die Intelligenz mit wachsendem Vorwissen tatsächlich für die Leistungsfähigkeit im schulischen Kontext an Bedeutung verliert.

Dass intelligentere Kinder zur Verfügung gestelltes Lernmaterial besser annehmen (Stern, 2004), konnte nicht beobachtet werden. Es wurden hier die Zusammenhänge zwischen Intelligenz *spezifisch* und den *Standard Textaufgaben* sowie Intelligenz *spezifisch* und den *Geteilten Textaufgaben*, deren schrittweise Aufbereitung durch Subaufgaben eine Unterstützung beim Lösungsprozess vermuten lassen könnte, berechnet. Zudem hätte durch das Lösen der *Standard Textaufgaben* beim ersten Testzeitpunkt ein Lerneffekt auftreten können. Die Gegenüberstellung der Zusammenhänge zeigt allerdings keine nennenswerten Unterschiede.

Der von Dickhäuser und Galfe (2004) gezeigte Einfluss von Schulnoten zur Bildung eines Fähigkeitsselbstkonzepts kann auch in dieser Studie bestätigt werden. Wie im Vorfeld vermutet, konnte ein deutlich positiver, mittlerer Zusammenhang zwischen dem erhobenen

mathematischen Fähigkeitsselbstkonzept und der Mathematiknote des Vorjahres festgestellt werden. In Bezug auf die allgemeine mathematische Leistungsfähigkeit konnte nur ein gering bis mittlerer Zusammenhang beobachtet werden. Diesen Ergebnissen zufolge korreliert die Mathematiknote, die die mathematische Kompetenz des Vorjahres bezeugt, höher mit dem mathematischen Fähigkeitsselbstkonzept als die in der Studie erhobene mathematische Leistungsfähigkeit, welche die Abbildung der aktuellsten mathematischen Kompetenz der Schüler und Schülerinnen zeigt. Tatsächlich scheint es, dass Noten für Kinder die stärksten Indikatoren bei der Bildung ihres Fähigkeitsselbstkonzepts sind. Um diesen Effekt positiv zu nutzen, wäre es zu überlegen, ob die Einführung eines leistungsmotivierenden Feedbacksystems in der Schule zur Verbesserung der Mathematikleistung beitragen könnte.

Zusätzlich zur Erhebung des mathematischen Fähigkeitsselbstkonzepts durch die SESSKO wurde nach Bearbeitung der *Standard Textaufgaben* eine Selbsteinschätzung der Schüler und Schülerinnen bezüglich ihrer erbrachten Leistung erfasst. Ähnlich der Korrelation zwischen dem zuvor erwähnten Fähigkeitsselbstkonzept und der mathematischen Leistungsfähigkeit, kann ein niedrig bis mäßig ausgeprägter signifikanter Zusammenhang festgestellt werden. Eine Trennung nach Geschlecht zeigt in diesem Zusammenhang erstmals nennenswerte geschlechtsspezifische Ergebnisse. Demnach besteht bei den Mädchen ebenfalls ein signifikant geringer Zusammenhang zwischen der tatsächlich erbrachten Leistung und ihrer Selbsteinschätzung. Bei den Buben lässt sich hingegen kein signifikanter Zusammenhang beobachten. Daraus ist zu schließen, dass Mädchen im Vergleich zu den Buben ihre in den *Standard Textaufgaben* erbrachte Leistung mäßig gut einordnen können. Durch weitere Analysen ist zu erkennen, dass die Schüler und Schülerinnen der herangezogenen Stichprobe ihre Leistung in den mathematischen Textaufgaben besser vermuten, als diese tatsächlich ist.

Weiters kann gezeigt werden, dass die mathematische Leistung in den *Standard Textaufgaben* von Buben und Mädchen nicht unterschiedlich vermutet wird. Eine genauere Betrachtung unter der Berücksichtigung des Geschlechts weist allerdings darauf hin, dass die mathematische Leistung von Mädchen innerhalb des weiblichen Geschlechts signifikant besser, aber von den Buben signifikant schlechter eingeschätzt wird. Die Leistung der Buben in den *Standard Textaufgaben* wird hingegen von beiden Geschlechtern gleichermaßen gut vermutet. Die Resultate der Einschätzung bezüglich der Leistung der Mädchen könnten auf genderspezifische Vorurteile hinweisen. In weiterführenden Studien wäre daher durchaus die Erhebung von möglichen genderspezifischen Stereotypen von Interesse.

Ferner wurde der Einfluss der Geschwisteranzahl auf die mathematische Leistungsfähigkeit ermittelt. Iacovou (2001, 2008) zeigte in diesem Kontext, dass Einzelkinder und Kinder mit zwei oder mehr Geschwistern gegenüber Kindern mit nur einem Geschwister schlechtere Schulleistungen erbringen. Die Ergebnisse der Studie zeigen einen gegenteiligen Effekt indem die mathematische Leistung mit der Anzahl der Geschwister zunimmt. Die Erkenntnisse der Autorin können in dieser Studie daher nicht bestätigt werden. Möglicherweise würde die Einbeziehung der Geschlechter innerhalb der Geschwisterkonstellationen interessante Aspekte aufbringen. So wäre es denkbar, dass bei Einzelkindern oder Geschwisterpaaren durch bewusste oder unbewusste genderspezifische Erziehung Effekte auftreten, die bei steigender Kinderanzahl abnehmen. Auch eine Lernunterstützung durch die älteren Geschwister wäre in diesem Zusammenhang denkbar. Zusätzlich müsste für weitere Untersuchungen das Bildungsniveau der Eltern erhoben werden.

Zusätzlich wurde, aufbauend auf aus der Literatur gewonnenen Erkenntnissen, ein Modell zur Vorhersage der mathematischen Leistungsfähigkeit angenommen, für welches sich folgende Einteilung ergab: kognitive Komponenten (Leseverständnis, Intelligenz *spezifisch*), metakognitive Komponenten (Vorwissen, Fähigkeitsselbstkonzept) und familiäre Komponente (Anzahl der Geschwister). Es wurde davon abgesehen spezifische kognitive Fertigkeiten einzubeziehen. Das Modell identifiziert drei Prädiktoren mit Erklärungswert für die in der Studie erhobene mathematische Leistungsfähigkeit. Demnach sind Vorwissen, Leseverständnis und Anzahl der Geschwister in genannter Reihenfolge für die mathematische Leistungsfähigkeit von Bedeutung und erklären 33.7 % Varianzanteil am Kriterium. Die Komponenten Fähigkeitsselbstkonzept und Intelligenz *spezifisch* scheinen keinen signifikanten Erklärungswert für die in dieser Studie erhobene mathematische Leistungsfähigkeit zu haben und werden aus dem Modell ausgeschlossen.

Zwei aus den Ergebnissen gewonnene Aspekte sollten besonders festgehalten werden: Es ist doch erstaunlich, dass die Intelligenz *spezifisch*, welche die Fertigkeit des schlussfolgernden Denkens abbildet, keinen Beitrag zur Vorhersage mathematischer Leistungsfähigkeit leistet. Zum anderen lässt der hohe Erklärungswert durch die Geschwisteranzahl erkennen, dass die Lernumwelt der Schüler und Schülerinnen einen signifikanten Beitrag zur Entwicklung der Fähigkeiten leistet. Die Erhebung der verantwortlichen Kriterien, dass die Geschwisteranzahl Einfluss auf die Entwicklung der Leistungsfähigkeit nimmt, wäre für weitere Untersuchungen von besonderem Interesse. Es sind hier Effekte durch

- die qualitative und quantitative Zeit und Aufmerksamkeit der Eltern für jedes Kind,
- mögliche Hilfestellungen durch ältere Geschwister,
- Lerneffekte durch das Lernen mit jüngeren Geschwister,
- räumliche Begebenheiten,

aber auch durch schon weiter oben angesprochene

- Gendereffekte
- sowie das Bildungsniveau der Eltern denkbar.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die arithmetische Kompetenz, das Leseverständnis sowie die Fertigkeiten *result estimation*, *solution plan* und *problem categorization* in einem signifikanten Zusammenhang mit der Lösewahrscheinlichkeit mathematischer Textaufgaben stehen. Zudem sind die Faktoren mathematisches Vorwissen, Intelligenz *spezifisch* und die Geschwisteranzahl der Schüler und Schülerinnen als gute Prädiktoren für die allgemeine mathematische Leistungsfähigkeit zu beobachten. Bezogen auf das Fähigkeitsselbstkonzept zeichnet sich der stärkste Effekt im Zusammenhang mit der Mathematiknote des Vorjahres ab. Es kann daher angenommen werden, dass Lernerfahrung, Lernbedingungen, die Verfügbarkeit mathematischer Grundfertigkeiten, schlussfolgerndes Denken sowie die metakognitive Kontrolle für das Lösen mathematischer Textaufgaben und die allgemeine mathematische Leistungsfähigkeit von Bedeutung sind.



## QUELLEN- UND LITERATURVERZEICHNIS

Backhaus, K., Erichson, B., Plinke, W. & Weiber, R. (2003). *Multivariate Analysemethoden. Eine anwendungsorientierte Einführung*. Berlin Heidelberg: Springer Verlag

Baltes-Götz, B. (2010). Analyse von Strukturgleichungsmodellen mit AMOS 18. Universität Trier. Stand: 13.06.2012.

<http://www.uni-trier.de/fileadmin/urt/doku/amos/v18/amos18.pdf>

Baumert, J., Brunner, M., Lüdtke, O. & Trautwein, U. (2007). Was messen internationale Schulleistungsstudien?- Resultate kumulativer Wissenserwerbprozesse. Eine Antwort auf Heiner Rindermann. *Psychologische Rundschau*, 58, 118-145.

Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Tillmann, K.-J. & Weiß, M. (1999). *Internationales und nationales Rahmenkonzept für die Erfassung von mathematischer Grundbildung in PISA*. Berlin

Bortz, J. & Schuster, C. (2010). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

Buhrfeind, A. & Weitz, B. (2011). Intelligenz ist schön und gut, aber bringt sie auch Erfolg? Die Lernforscherin und der Millionär über Fehler und Selbstvertrauen. Begegnung zwischen Walter Gunz und Elsbeth Stern. *Chrismon*, 04, 30-33.

Cummins-Dellarosa, D., Kintsch, W. & Reusser, K. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, 20, 405-438.

Dauenheimer, D. & Frey, D. (1996). Soziale Vergleichsprozesse in der Schule. In J. Möller & O. Köller (Hrsg.), *Emotionen, Kognitionen und Schulleistung* (S. 155-174). Weinheim: Beltz.

Dickhäuser, O. & Galfe, E. (2004). Besser als ..., schlechter als ... Leistungsbezogene Vergleichsprozesse in der Grundschule. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 36, 1-9.

Ennemoser, M., Krajewski, K. & Schmidt, S. (2011). Entwicklung und Bedeutung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen und eines basalen Konventions- und Regelwissens in den Klassen 5 bis 9. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 43, 228-242.

Field, A. (2009). *Discovering statistics using SPSS*. London: SAGE Publications Ltd

Filipp, S.-H. (2006). Entwicklung von Fähigkeitsselbstkonzepten. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 20, 65-72.

Fritzlar, T. (2008). Förderung mathematisch begabter Kinder im mittleren Schulalter. In C. Fischer, F. J. Mönks & U. Westphal (Hg.), *Individuelle Förderung: Begabungen entfalten – Persönlichkeit entwickeln* (S. 3-23). Berlin: LIT Verlag

Geary, D. C. (2000). From infancy to adulthood: The development of numerical abilities. *European Child and Adolescent Psychiatry*, 9, III11-III16.

Geary, D. C. (2006). Development of mathematical understanding. In D. Kuhl & R. S. Siegler (Vol. Eds.), *Cognition, perception, and language*, Vol 2 (pp. 777-810). W. Damon (Gen. Ed.), *Handbook of child psychology* (6th Ed.). New York: John Wiley & Sons.

Hasebrook, J. & Brünken, R. (2010). Aptitude-Treatment-Interaktion. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (4. Aufl., S. 23-29). Weinheim: Beltz.

Hasselhorn, M. (2010). Metakognition. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (4. Aufl., S. 541-547). Weinheim: Beltz.

Helmke, A. & Schrader, F.-W. (2010). Determinanten der Schulleistung. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (4. Aufl., S. 90-101). Weinheim: Beltz.

Helmke, A. & Weinert, F. E. (1997). Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie: Themenbereich D Praxisgebiete, Serie I Pädagogische Psychologie, Band 3* (S. 71 – 176). Göttingen: Hogrefe.

Iacovou, M. (2001). *Family composition and children's educational outcomes* (ISER Working Paper Series: 2001-12). Essex: University, Institut for Social & Economic Research.

Iacovou, M. (2008). Family size, birth order, and educational attainment. *Marriage & Family Review*, 42, 35-57.

Käpnick, F. (1998). Leistungsstarke Kinder / Hochbegabung im mathematischen Bereich. In: *Telekom Stiftung*. Stand: 10. März 2012.

<http://www.telekomstiftung.de/dtag/cms/contentblob/>

Telekom-Stiftung/de/1258544/blobBinary/Hochbegabung+.pdf

Käpnick, F. (2008). Diagnose und Förderung mathematisch begabter Kinder im Spannungsfeld zwischen interdisziplinärer Komplexität und Bereichsspezifität. In C. Fischer, F. J. Mönks & U. Westphal (Hg.), *Individuelle Förderung: Begabungen entfalten – Persönlichkeit entwickeln* (S. 3-23). Berlin: LIT Verlag

Kartusch, J. (2012). *Mathematik und Leseverständnis*. Unveröff. Dipl. Arbeit, Universität, Wien.

Kintsch, W. & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92, 109-129.

Klauer, K. J. & Leutner, D. (2010). Intelligenz und Begabung. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (4. Aufl., S. 304-311). Weinheim: Beltz.

Lucangeli, D., Tressoldi, P. E. & Cendron, M. (1998). Cognitive and metacognitive abilities involved in the solution of mathematical word problems: Validation of a comprehensive model. *Contemporary Educational Psychology*, 23, 257-275.

Mähler, C. & Stern, E. (2010). Transfer. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (4. Aufl., S. 859-869). Weinheim: Beltz.

Mayer, R. E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26, 49-63.

- Miller, G. A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, 63, 81-97.
- Moschner, B. & Dickhäuser, O. (2010). Selbstkonzept. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (4. Aufl., S. 760-766). Weinheim: Beltz.
- Pohlmann, B., Möller, J. & Streblow, L. (2006). Zur Bedeutung dimensionaler Aufwärts- und Abwärtsvergleiche. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 20, 19-25.
- Prenzel, M., Walter, O. & Frey, A. (2007). Pisa misst Kompetenzen. Eine Replik auf Rindermann (2006): Was messen internationale Schulleistungsstudien? *Psychologische Rundschau*, 58, 128–136.
- Renkl, A. (1996). Vorwissen und Schulleistung. In J. Möller & O. Köller (Hrsg.), *Emotionen, Kognitionen und Schulleistung* (S. 175-190). Weinheim: Beltz.
- Renkl, A. & Stern, E. (1994). Die Bedeutung von kognitiven Eingangsvoraussetzungen und Lernaufgaben für das Lösen von einfachen und komplexen Textaufgaben. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 8, 27–39.
- Reusser, K. (1985). *From situation to equation. On formulation, understanding and solving "situation problems"*. Institute of Cognitive Science, University of Colorado at Boulder. Technical Report No. 143.
- Reusser, K. (1992). Kognitive Modellierung von Text-, Situations- und mathematischem Verständnis beim Lösen von Textaufgaben. In K. Reiss, M. Reiss & H. Spandl (Hrsg.), *Maschinelles Lernen. Modellierung von Lernen mit Maschinen* (S. 225-249). Berlin: Springer Verlag.
- Reusser, K. (1995). From cognitive modeling to the design of pedagogical tools. In S. Vosniadou, E. De Corte, R. Glaser & H. Mandl (eds.), *International perspectives on the design of technology-supported learning environments* (pp. 81-103). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

- Reusser, K. (1997). Erwerb mathematischer Kompetenzen: Literaturüberblick. In F. E. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), *Entwicklung im Grundschulalter* (S. 141-155). Weinheim: Beltz/Psychologie Verlags Union.
- Ricken, G. & Fritz, A. (2010). Rechenschwächen. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (4. Aufl., S. 678-687). Weinheim: Beltz.
- Riley, M. S., Greeno, J. G. & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109–151). New York: Academic Press.
- Rindermann, H. (2006). Was messen internationale Schulleistungsstudien? Schulleistungen, Schülerfähigkeiten, kognitive Fähigkeiten, Wissen oder allgemeine Intelligenz? *Psychologische Rundschau*, 57, 69-86.
- Rindermann, H. (2007a). Intelligenz, kognitive Fähigkeiten, Humankapital und Rationalität auf verschiedenen Ebenen. *Psychologische Rundschau*, 58, 137-145.
- Rindermann, H. (2007b). The big g-factor of national cognitive ability. *European Journal of Personality*, 21, 767-787.
- Rost, D. H. & Buch, S. R. (2010). Leseverständnis. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (4. Aufl., S. 507-520). Weinheim: Beltz.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Schoppek, W. & Putz-Osterloh, W. (2003). Individuelle Unterschiede und die Bearbeitung komplexer Probleme. *Zeitschrift für Differentielle und Diagnostische Psychologie*, 24, 163-173.
- Schöne, C., Dickhäuser, O., Spinath, B. & Stiensmeier-Pelster, J. (2002). Skalen zur Erfassung des schulischen Selbstkonzepts (SESSKO). *Diagnostica*, 52, 45-47.

Schritt, S. (2011, April). Intelligenz ja, aber das i-Tüpfelchen sind Fleiss und Disziplin. Interview mit Elsbeth Stern. *HR Today, Das Schweizer Human Resource Management-Journal*.

Steinau, B. & Wilde, C. (2008). Begabtenförderung im Mathematikunterricht der Grundschule. In C. Fischer, F. J. Mönks & U. Westphal (Hg.), *Individuelle Förderung: Begabungen entfalten – Persönlichkeit entwickeln* (S. 3-23). Berlin: LIT Verlag

Stern, E. (1992). Warum werden Kapitänsaufgaben "gelöst"? Das Verstehen von Textaufgaben aus psychologischer Sicht. *Der Mathematikunterricht*, 4, 7 –29.

Stern, E. (1998). Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Lengerich: Pabst Publisher.

Stern, E. (2001). Intelligenz, Wissen, Transfer und der Umgang mit Zeichensystemen. In E. Stern & J. Guthke (Hrsg.), *Perspektiven der Intelligenzforschung* (S. 163-204). Lengerich: Pabst Publisher.

Stern, E. (2004). Schubladendenken, Intelligenz und Lerntypen. Zum Umgang mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen. In G. et al. (Hrsg.), *Heterogenität. Unterschiede nutzen - Gemeinsamkeiten stärken* (S. 36–39). Seelze: Friedrich Jahresheft XXII.

Stern, E. (2005). Kognitive Entwicklungspsychologie des mathematischen Denkens. In M. van Aster (Ed.), *Dyskalkulie* (S.137-149). Bern: Huber.

Weiß, R. H. (2006). Grundintelligenztest Skala 2 - Revision - (CFT 20-R). Göttingen: Hogrefe.

Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24, 220-251.

Zhang, J. (2005). *Estimating multidimensional item response models with mixed structure* (ETS Research Report PR-05-04). New Jersey: Princeton University.

## TABELLENVERZECHNIS

- Tabelle 1: Vorhersage der Mathematikleistung durch Intelligenz und Vorwissen (Baumert et al., 2007), S. 29*
- Tabelle 2: Unterschiede in den Schulnoten in Abhängigkeit vom Geschlecht, S. 43*
- Tabelle 3: Deskriptivstatistische Kennwerte zum Rechenquiz (n = 153), S. 44*
- Tabelle 4: Reliabilitätskoeffizienten der Aufgabe 1 im Leseverständnistest, S. 44*
- Tabelle 5: Reliabilitätskoeffizienten der Aufgaben 2 bis 5 im Leseverständnistest, S. 45*
- Tabelle 6: Deskriptivstatistik der Selbst- und Fremdeinschätzungen bezüglich gelöster Standard Textbeispiele(n = 150), S. 48*
- Tabelle 7: Reliabilitätskoeffizienten der Sessko-Skalen, S. 50*
- Tabelle 8: Deskriptivstatistische Kennwerte zu den SESSKO-Skalen (n = 150), S. 50*
- Tabelle 9: Reliabilitätskoeffizienten der einzelnen Fähigkeitsbereiche beim Lösen von Textbeispielen, S. 55*
- Tabelle 10: Deskriptivstatistische Kennwerte zu den Geteilten Textbeispielen (n = 153), S. 56*
- Tabelle 11: Ladungen der Variablen im Faktor mathematische Leistungsfähigkeit, S. 57*
- Tabelle 12: Fit-Indici zur Prüfung der Modellanpassung (Backhaus et al., 2003, S. 376), S. 60*
- Tabelle 13: Koeffizienten und Prüfgrößen des Regressionsmodells, S. 68*
- Tabelle 14: Korrelationskoeffizient für den Zusammenhang zwischen Geteilten und Standard Textaufgaben (N = 153), S. 69*
- Tabelle 15: Lösungswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit der Aufgaben (n = 153), S. 69*
- Tabelle 16: Interkorrelationsmatrix der Produkt-Moment-Korrelationen (N = 153), S. 70*
- Tabelle 17: Koeffizienten und Prüfgrößen des Regressionsmodells, S. 71*
- Tabelle 18: Koeffizienten und Prüfgrößen des Regressionsmodells ohne der Variabel self-evaluation of the calculation, S. 72*
- Tabelle 19: Fit-Indici des Modells nach Lucangeli et al. (1998), S. 73*

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

*Abbildung 1: Modell der 14 Grundtypen von Textaufgaben von Riley et al., 1983 (übersetzt von Reusser, 1997, S. 145), S. 11*

*Abbildung 2: Abbildung 2: Verlauf beim Lösen eines Textbeispiels nach Reusser (1985, 1992, 1995, 1997), S. 20*

*Abbildung 3: Modell mathematischer Begabungsentwicklung von Käpnick und Fuchs (2008, entnommen Käpnick, 2008), S. 38*

*Abbildung 4: Modell zur Vorhersage mathematischer Leistungsfähigkeit, S. 40*

*Abbildung 5: Beispiel einer Frage aus dem Leseverständnistest, S. 45*

*Abbildung 6: Verteilung der Lösungsrate, S. 47*

*Abbildung 7: Fünf ergänzende Items zur SESSKO, S. 49*

*Abbildung 8: Beispielitem aus dem CFT 20-R, Subtest 3 Matrizen (Weiß, 2006), S. 51*

*Abbildung 9: Einleitende Angabe zu Textbeispiel 1, S. 52*

*Abbildung 10: Itembeispiel 1 für das geteilte Textbeispiel 1, S. 52*

*Abbildung 11: Itembeispiel 2 für das geteilte Textbeispiel 1, S. 53*

*Abbildung 12: Itembeispiel 3 für das geteilte Textbeispiel 1, S. 53*

*Abbildung 13: Itembeispiel 4 für das geteilte Textbeispiel 1, S. 54*

*Abbildung 14: Itembeispiel 4b für das geteilte Textbeispiel 1, S. 54*

*Abbildung 15: Itembeispiel 5 für das geteilte Textbeispiel 1, S. 55*

*Abbildung 16: Itembeispiel 6 für das geteilte Textbeispiel 1, S. 55*

*Abbildung 17: Untersuchungsablauf und Zeitplan, S. 63*

*Abbildung 18: Interaktionsdiagramm zur Selbst- und Fremdeinschätzung der Leistungen in Abhängigkeit des Geschlechts, S. 76*

## ANHANG

### ZUSAMMENFASSUNG

Für die Erklärung erfolgreicher Bearbeitungen mathematischer Textaufgaben sowie die Vorhersage mathematischer Leistungsfähigkeit, werden in der Literatur verschiedene Fertigkeiten herangezogen. Bisher gibt es allerdings noch kein allgemein gültiges Modell, das alle Aspekte mathematischer Kompetenz abdeckt. Bezugnehmend auf die Erkenntnisse vorheriger Studien werden nun die kognitiven Fertigkeiten (*text comprehension, problem representation, solution plan, problem categorization*) und metakognitiven Fertigkeiten (*self-evaluation of the calculation, self-evaluation of the procedure, solution estimation*) sowie das mathematische Vorwissen, die Intelligenz *spezifisch* (schlussfolgerndes Denken), das Leseverständnis, die arithmetische Kompetenz und das mathematische Fähigkeitsselbstkonzept für das Lösen von Textaufgaben einbezogen. Zur Erfassung der notwendigen Kompetenzen wurden 153 Schülern und Schülerinnen im Alter von 11 bis 13 Jahren an zwei Wiener Gymnasien sieben Verfahren vorgegeben. Diese wurden ausschließlich in Paper-Pencil-Form in Klassen der zweiten Schulstufe durchgeführt. Zum ersten Testzeitpunkt wurde der Stichprobe ein demographischer Fragebogen, ein Rechenquiz, ein Leseverständnistest, die SESSKO zur Erfassung des Fähigkeitsselbstkonzepts, *Standard Textaufgaben* und der Subtest Matrizen aus dem CFT 20-R zur Erhebung des schlussfolgernden Denkens vorgelegt. Beim zweiten Testzeitpunkt hatten die Schüler und Schülerinnen eigens für die Studie konstruierte *Geteilte Textaufgaben* zur Erfassung der kognitiven und metakognitiven Fertigkeiten zu bearbeiten. Die Ergebnisse lassen signifikante Zusammenhänge zwischen der Leistungsfähigkeit in mathematischen Textaufgaben und der arithmetischen Kompetenz, dem Leseverständnis sowie den Fertigkeiten *result estimation, solution plan* und *problem categorization* erkennen. Zwischen der allgemeinen mathematischen Leistungsfähigkeit, ein aus den Leistungen in den *Standard* und *Geteilten Textaufgaben* und der arithmetischen Kompetenz errechneter Faktor, und dem mathematischen Vorwissen der Schüler und Schülerinnen sowie dem schlussfolgernden Denken zeigen sich geringe bis mittlere hoch signifikante Zusammenhänge. Das durch die SESSKO erhobene Fähigkeitsselbstkonzept und die Mathematiknote sowie die mathematische Leistungsfähigkeit lassen ebenfalls signifikante Zusammenhänge erkennen. Das in der vorliegenden Studie angenommene Modell unter Einbeziehung kognitiver, metakognitiver und familiärer Komponenten identifiziert in genannter Reihenfolge das mathematische Vorwissen, das Leseverständnis und die Geschwisteranzahl als stärkste

Prädiktoren für die mathematische Leistungsfähigkeit. Geschlechtsspezifische Unterschiede sind in der Selbsteinschätzung der Schüler und Schülerinnen bezüglich ihrer erbrachten Leistung in den *Standard* Textaufgaben zu beobachten: den Ergebnissen zufolge vermuten die Schüler und Schülerinnen die Leistung der Buben gleichermaßen gut. Die Leistung der Mädchen wird hingegen vom eigenen Geschlecht signifikant besser und von den Buben signifikant schlechter eingeordnet. Für weiterführende Untersuchungen sollte insbesondere der Einfluss und die verschiedenen Aspekte der Einflussnahme durch die Geschwisteranzahl auf die mathematische Leistungsfähigkeit Aufmerksamkeit erhalten. Zudem könnte der starke Zusammenhang zwischen dem Fähigkeitsselbstkonzept und der mathematischen Leistung für den Schulunterricht durch die Einführung eines motivierenden Feedbacksystems zur Erhöhung der Leistungsbereitschaft der Schüler und Schülerinnen genützt werden.

## TABELLEN

*Tabelle A1: Prüfung auf Gleichverteilung innerhalb der Stichprobe*

	Beobachtetes N	Erwartete Anzahl	Residuum
weiblich	91	76,5	14,5
männlich	62	76,5	-14,5
Gesamt	153		

### Statistik für Test

Geschlecht	
Chi-Quadrat	5,497 <sup>a</sup>
df	1
Asymptotische Signifikanz	,019

a. Bei 0 Zellen (0,0%) werden weniger als 5 Häufigkeiten erwartet. Die kleinste erwartete Zellenhäufigkeit ist 76,5.

*Tabelle A2: Verteilung der Geschwisteranzahl*

		Häufigkeit	Prozent	Gültige Prozente	Kumulierte Prozente
Gültig	0	22	14.4	14.4	14.4
	1	68	44.4	44.4	58.8
	2	43	28.1	28.1	86.9
	3	10	6.5	6.5	93.5
	4	6	3.9	3.9	97.4
	5	2	1.3	1.3	98.7
	7	1	.7	.7	99.3
	8	1	.7	.7	10.,0
	Gesamt	153	100.0	100.0	

*Tabelle A3: Notenverteilung in Deutsch*

		Noten			
		1	2	3	4
Deutsch	Anzahl	30	35	43	39
	Erwartete Anzahl	30.0	3.,0	43.0	3.0
	% innerhalb von Geschlecht	19.7%	23.0%	28.3%	25.7%

*Tabelle A4: Notenverteilung in Mathematik*

		Note			
		1	2	3	4
Mathematik	Anzahl	26	40	38	42
	Erwartete Anzahl	26.0	40.0	38.0	42.0
	% innerhalb von Geschlecht	17.0%	26.1%	24.8%	27.5%

*Tabelle A5: Notenverteilung in Englisch*

		Note			
		1	2	3	4
Englisch	Anzahl	50	44	39	17
	Erwartete Anzahl	50.0	44.0	39.0	17.0
	% innerhalb von Geschlecht	32.7%	28.8%	25.5%	11.1%

*Tabelle A6: Schwierigkeiten und Trennschärfe der Items im Rechenquiz*

	Itemschwierigkeit (p)	Korr. Itemtrennschärfe
Item 1	.88	.093
Item 2	.93	.201
Item 3	.81	.355
Item 4	.95	.199
Item 5	.89	.135

*Tabelle A7: Reliabilitätskoeffizient der Variable Leseverständnis*

Cronbach's $\alpha$	Itemanzahl
.792	32

*Tabelle A8: Schwierigkeiten und Trennschärfe der Items in den Standard Textaufgaben*

	Itemschwierigkeit (p)	Korr. Itemtrennschärfe
Textaufgabe 1	.56	.170
Textaufgabe 2	.65	.225
Textaufgabe 3	.65	.206
Textaufgabe 4	.14	.120

*Tabelle A9: Paarweise Vergleiche Selbsteinschätzungen nach Bonferroni*

(I)selbst	(J)selbst	Mittlere Differenz (I-J)	Standardfehler	Sig. <sup>b</sup>	95% Konfidenzintervall für die Differenz <sup>b</sup>	
					Untergrenze	Obergrenze
1	2	-.447 <sup>*</sup>	.179	.042	-.881	-.012
	3	-.413 <sup>*</sup>	.168	.045	-.819	-.007
2	1	.447 <sup>*</sup>	.179	.042	.012	.881
	3	.033	.154	1.000	-.340	.406
3	1	.413 <sup>*</sup>	.168	.045	.007	.819
	2	-.033	.154	1.000	-.406	.340

Basiert auf den geschätzten Randmitteln

\*. Die mittlere Differenz ist auf dem ,05-Niveau signifikant.

b. Anpassung für Mehrfachvergleiche: Bonferroni.

*Tabelle A10: Reliabilitätskoeffizient der Variable Fähigkeitsselbstkonzept*

Cronbach's $\alpha$	Anzahl der Items
.949	16

*Tabelle A11: Reliabilitätskoeffizient des Matrizentests*

Cronbach's $\alpha$	Anzahl der Items
.706	15

*Tabelle A12: Deskriptivstatistik zum Matrizentest*

Mittelwert	Varianz	Standardabweichung	Anzahl der Items
9.42	7.975	2.824	15

*Tabelle A13: Prüfung der Voraussetzungen zur Berechnung der Faktorenanalyse*

Maß der Stichprobeneignung nach Kaiser-Meyer-Olkin.		.528
	Ungefähres Chi-Quadrat	33.565
Bartlett-Test auf Sphärität	df	3
	Signifikanz nach Bartlett	.001

*Tabelle A14: Erklärter Varianzanteil der Variablen an der mathematischen Leistungsfähigkeit*

Komponente	Anfängliche Eigenwerte			Summen von quadrierten Faktorladungen für Extraktion		
	Gesamt	% der Varianz	Kumulierte %	Gesamt	% der Varianz	Kumulierte %
1	1.492	49.721	49.721	1.492	49.721	49.721
2	.935	31.165	80.886			
3	.573	19.114	100.000			

Extraktionsmethode: Hauptkomponentenanalyse.

*Tabelle A15: Modellprüfung (ANOVA) für die Standard Textaufgaben*

Modell	Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Regression	5.292	1	5.292	4.882	.029 <sup>b</sup>
1 Nicht standardisierte Residuen	163.701	151	1.084		
Gesamt	168.993	152			

a. Abhängige Variable: \*Score Geteilte Textbeispiele

b. Einflußvariablen : (Konstante), Leseverständnis

*Tabelle A16: Modellprüfung (ANOVA) für die Geteilten Textaufgaben*

Modell	Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Regression	13.534	1	13.534	15.346	<.001 <sup>b</sup>
1 Nicht standardisierte Residuen	133.173	151	.882		
Gesamt	146.707	152			

a. Abhängige Variable: \*Score Geteilte Textbeispiele

b. Einflußvariablen : (Konstante), Leseverständnis

*Tabelle A17: Korrelationskoeffizient für den Zusammenhang zwischen mathematischer Leistungsfähigkeit und Vorwissen (N = 153)*

		Vorwissen
Mathemat.	Korrelation nach Pearson	.537 <sup>**</sup>
Leistungsfähigkeit	Signifikanz (2-seitig)	<.001

Tabelle A18: Korrelationskoeffizient für den Zusammenhang zwischen mathematischer Leistungsfähigkeit und Intelligenz spezifisch (N = 153)

		Intelligenz spez.
Mathemat.	Korrelation nach Pearson	.285**
Leistungsfähigkeit	Signifikanz (2-seitig)	<.001

Tabelle A19: Korrelationskoeffizient für den Zusammenhang zwischen mathematischen Fähigkeitsselbstkonzept und Mathematiknote (N = 153)

		Mathematiknote
Fähigkeitsselbstkonzept	Korrelation nach Pearson	.598**
	Signifikanz (2-seitig)	<.001

Tabelle A20: Korrelationskoeffizient für den Zusammenhang zwischen mathematischer Leistungsfähigkeit und Fähigkeitsselbstkonzept (N = 153)

		Mathemat. Leistungsfähigkeit
Fähigkeitsselbstkonzept	Korrelation nach Pearson	.349**
	Signifikanz (2-seitig)	<.001

Tabelle A21: Korrelationskoeffizient für den Zusammenhang zwischen mathematischer Leistungsfähigkeit und Geschwisteranzahl (N = 153)

		Mathemat. Leistungsfähigkeit
Geschwisteranzahl	Korrelation nach Spearman	-.157
	Signifikanz (1-seitig)	.027

Tabelle A23: Modellprüfung (ANOVA) der Vorhersage der Leistung in den Textaufgaben inklusive der Variable self-evaluation of the calculation

Modell		Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
6	Regression	75.545	6	12.591	18.376	<.001
	Nicht standardisierte Residuen	100.036	146	.685		
	Gesamt	175.582	152			

f. Einflußvariablen : (Konstante), calc\_self\_eval\_msc, \*Estimation-Score, proc\_self\_eval\_msc, \*Solution Plan-Score, \*Representation-Score, \*Comprehension-Score

Tabelle A24: Modellzusammenfassung Vorhersage der Leistung in den Textaufgaben inklusive der Variable self-evaluation of the calculation

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers
Self-evaluation of the calculation	.420 <sup>a</sup>	.176	.171	.979
Result Estimation	.543 <sup>b</sup>	.294	.285	.909
Self-evaluation of the procedure	.578 <sup>c</sup>	.334	.321	.886
Solution Plan	.627 <sup>d</sup>	.393	.376	.849
Problem Representation	.644 <sup>e</sup>	.415	.395	.836
Text Comprehension	.656 <sup>f</sup>	.430	.407	.828

Tabelle A25: Modellprüfung (ANOVA) der Vorhersage der Leistung in den Textaufgaben exklusive der Variable self-evaluation of the calculation

Modell	Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Regression	50.617	3	16.872	20.117	<.001
3 Nicht standardisierte Residuen	124.965	149	.839		
Gesamt	175.582	152			

d. Einflußvariablen : (Konstante), \*Result Estimation-Score, \*Solution Plan-Score, \*Problem Categorization\_Score

Tabelle A26: Modellzusammenfassung Vorhersage der Leistung in den Textaufgaben exklusive der Variable self-evaluation of the calculation

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers
Result Estimation	.411 <sup>a</sup>	.169	.164	.983
Solution Plan	.497 <sup>b</sup>	.247	.237	.939
Problem Categorization	.537 <sup>c</sup>	.288	.274	.916

*Tabelle A27: Korrelationskoeffizient für den Zusammenhang zwischen Leistung in den Standard Textaufgaben und Selbsteinschätzung in Abhängigkeit von Geschlecht*

		*Selbsteinschätzung	
weiblich	*Score Standard Textaufgaben	Korrelation nach Pearson	.373**
		Signifikanz (2-seitig)	<.001
		N	90
männlich	*Score Standard Textaufgaben	Korrelation nach Pearson	.127
		Signifikanz (2-seitig)	.335
		N	60

*Tabelle A28: T-Test für verbundenen Stichproben Selbsteinschätzung und Leistung in den Standard Textaufgaben*

	MW	Stand.abweichung	T	df	Sig(2-seitig)
*Selbsteinschätzung - *Score Standard Textaufgaben x 2	1.613	2.276	8.683	149	<.001

*Tabelle A29: Einschätzungen über die vermuteten Leistungen in den Standard Textaufgaben*

	df	F	Sig.	Partielles Eta- Quadrat
Einschätzung	1	.046	.830	.000
Einschätzung * gender	1	4.600	.034	.030



## FRAGEBOGEN

Mein Code: 1.  2.  3.  4.

---

### FRAGEBOGEN

1. Mein Geburtstag: \_\_\_\_\_

2. Geschlecht:  weiblich  männlich

3. Anzahl Geschwister: \_\_\_\_\_

4. Deutschnote (des letzten Zeugnisses): Mathematiknote (des letzten Zeugnisses):

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

Englischnote (des letzten Zeugnisses):

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

## RECHENQUIZ

Mein Code: 1.  2.  3.  4.

---

*☞ Versuche bitte, die folgenden Rechnungen so gut wie möglich zu lösen!  
Du hast genug Zeit dafür. Deine Berechnungen mache bitte auf diesem Blatt, deine Lösung schreibe in das leere Kästchen.  
Viel Erfolg!*

①  $2511 - 2398 =$

②  $3021 + 215 + 448 =$

③  $510 : 34 =$

④  $(68 - 5) : 7 =$

⑤  $(46 + 25) \times 3 =$

# LESEVERSTÄNDNISTEST

Mein Code: 1.  2.  3.  4.

*☞ Versuche bitte, die folgenden Aufgaben sorgfältig und vollständig zu lösen. Nimm dir ausreichend Zeit die folgenden Texte genau durchzulesen und die Fragen zu beantworten. Versuche dennoch so zügig wie möglich zu arbeiten. Viel Erfolg!*

## Aufgabe 1

*Bitte lies dir jede Frage in Ruhe durch und kreuze die Antwort an, die auf dich am besten passt. Es gibt keine ‚richtigen‘ oder ‚falschen‘ Antworten.*

### 1.) Wie sehr stimmst du mit folgenden Aussagen zum Lesen überein?

*Bitte in jeder Zeile nur ein Kästchen ankreuzen.*

	Stimmt genau	Stimmt eher	Stimmt eher nicht	Stimmt gar nicht
Ich habe manchmal Schwierigkeiten einen Text wirklich gut zu verstehen.				
Ich kenne oft nicht alle Wörter, wenn ich einen Text lese.				
Ich kann Texte sehr gut und schnell verstehen.				
Ich muss Vieles erst mehrmals lesen, bevor ich es richtig verstanden habe.				

### 2.) Wie sehr stimmst du mit folgenden Aussagen zu deinem Interesse am Lesen überein?

*Bitte in jeder Zeile nur ein Kästchen ankreuzen.*

	Stimmt genau	Stimmt eher	Stimmt eher nicht	Stimmt gar nicht
Wenn der Lehrer/die Lehrerin im Unterricht etwas Interessantes bespricht, kann es gut sein, dass ich mehr darüber lese.				
Ich lese, um Neues über Themen zu erfahren, die mich interessieren.				
Ich lese gerne etwas über neue Dinge.				
Es ist mir sehr wichtig, gut lesen zu können.				
Ich bin überzeugt, dass ich beim Lesen eine Menge lernen kann.				
Lesen ist wichtig, um Dinge richtig zu verstehen.				

### 3.) Wie viele Stunden am Tag spielst du am Computer oder schaust du durchschnittlich Fernsehen (auch DVD, Playstation, X-Box,...)?

bis zu 1 Stunde	<input type="checkbox"/>
1 bis 2 Stunden	<input type="checkbox"/>
2 bis 3 Stunden	<input type="checkbox"/>
3 bis 4 Stunden	<input type="checkbox"/>

4 bis 5 Stunden	<input type="checkbox"/>
mehr als 5 Stunden	<input type="checkbox"/>

**4.) Wie sehr stimmst du mit folgenden Aussagen zum Lesen überein?**

*Bitte in jeder Zeile nur ein Kästchen ankreuzen.*

	Stimmt genau	Stimmt eher	Stimmt eher nicht	Stimmt gar nicht
Lesen gehört nicht gerade zu meinen Lieblingsbeschäftigungen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Wenn ich genügend Zeit hätte, würde ich noch mehr lesen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Es macht mir Spaß, Bücher zu lesen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich finde Lesen interessant.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ich lese gerne zu Hause.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**5.) Wie viel Zeit verbringst du normalerweise jeden Tag damit, zu lesen?**

Ich lese nicht	<input type="checkbox"/>
bis zu 30 Minuten täglich	<input type="checkbox"/>
zwischen einer halben und 1 Stunde täglich	<input type="checkbox"/>
1 bis 2 Stunden täglich	<input type="checkbox"/>
mehr als 2 Stunden täglich	<input type="checkbox"/>

**6.) Am meisten lese ich**

*(mehrfach Antworten möglich)*

in Büchern (auch e-Books)	<input type="checkbox"/>
in Fachzeitschriften	<input type="checkbox"/>
in anderen Zeitschriften	<input type="checkbox"/>
im Internet	<input type="checkbox"/>
Andere Medien:	<input type="checkbox"/>

**Bearbeite nun AUFGABEN 2-5: Kreuze die richtigen Antworten an!**

**BEACHTE:** Es geht um die richtigen Antworten, die aus dem Text hervorgehen, und nicht darum, ob eventuell noch etwas "wahr" sein könnte.

**Ein Beispiel:** Wenn der Satz im Beispiel „Im Meer leben Fische.“ lautet, heißt die als richtig anzukreuzende Antwort "Fische leben im Meer." - und nicht „Im Meer kann man ertrinken.“

Aufgabe 2

**Gestern war sehr schönes Wetter. Andreas hat seinen Freunden versprochen, mit ihnen Basketball zu spielen, er hat jedoch noch einige Hausaufgaben zu erledigen. Daher beginnt er sofort mit einem Teil der Hausaufgaben. Nach einer Stunde unterbricht er seine Arbeit, klappt seine Hefte und Bücher zu und geht zu seinen Freunden auf den Sportplatz. Als er dort angekommen ist, beginnt es stark zu regnen und die Freunde beenden das Spiel.**

**Frage 1:** Warum spielt Andreas nicht gleich mit seinen Freunden Basketball?

	richtig	falsch	Ich weiß die Antwort nicht
a) Weil er noch Hausübungen zu erledigen hat.			
b) Weil es zu regnen beginnt.			
c) Weil seine Freunde noch Hausübungen zu erledigen haben.			
d) Weil seine Freunde das Spiel beenden.			

**Frage 2:** Andreas unterbricht nach einer Stunde seine Arbeit,...

	richtig	falsch	Ich weiß die Antwort nicht
a) ...weil er glaubt, dass es bald regnen wird.			
b) ...weil er sein Versprechen halten möchte.			
c) ...weil er schon alle Hausübungen erledigt hat.			
d) ...weil er auf den Sportplatz gehen will.			

**Aufgabe 3**

Unser Planet Erde schaut aus dem Weltall aus wie eine blaue Kugel. Gemessen an den unvorstellbaren Weiten des Weltraums ist die Erde nur ein winziges Staubkorn. Die Erkundung unseres eigenen Sonnensystems mit unbemannten Raumsonden hat gezeigt: Nur auf unserer Erde ist Leben möglich. Das Sonnensystem umfasst die Sonne, die sie umkreisenden Planeten und deren natürliche Satelliten, die Zwergplaneten und andere Kleinkörper wie Kometen, Asteroiden und Meteoroiden. Dem Sonnensystem gehört auch die Erde an. Andere Sonnensysteme sind für uns nicht erreichbar. Mit unseren heutigen Raumschiffen bräuchte man viel länger als ein Menschenleben für die Hin- und Rückreise.

**Frage 1:** Was kann man aus dem Weltall auf der Erde erkennen?

	richtig	falsch	Ich weiß die Antwort nicht
a) eine blaue Kugel			
b) Planeten			
c) ein winziges Staubkorn			
d) Weltraum			

**Frage 2:** Was weiß man über die Sonnensysteme?

	richtig	falsch	Ich weiß die Antwort nicht
a) Unser eigenes Sonnensystem konnte noch nicht erforscht werden.			
b) Zum Sonnensystem gehören die Sonne und Planeten.			
c) Ein Flug zum nächsten Sonnensystem würde extrem lange dauern.			
d) Die Erde ist ein Sonnensystem.			

**Aufgabe 4**

Alexander hat für sein gutes Zeugnis einen Computer bekommen. Er spielt sehr gerne Computerspiele und hat sich deshalb schon lange einen Computer gewünscht. Bisher konnte er nur in Pausen in der Schule seinem Hobby nachgehen oder seinen besten Freund Herbert besuchen, der immer von seinem Vater die neuesten Spiele für seinen Computer bekommt. Allerdings hat Alexander seinen Eltern versprechen müssen, dass er nicht mehr als drei Stunden

**pro Tag vor seinem Computer sitzt. Alexander versteht diese Regel nicht, muss sie aber befolgen.**

**Frage 1:** Wo spielte Alexander bisher Computer?

	richtig	falsch	Ich weiß die Antwort nicht
a) zuhause auf seinem neuen Computer.			
b) bei seinem Freund Herbert.			
c) bei seinem Vater, der immer die neuesten Computerspiele kauft.			
d) in der Schule während des Unterrichts.			

**Frage 2:** Wieso hat sich Alexander zum Geburtstag einen Computer gewünscht?

	richtig	falsch	Ich weiß die Antwort nicht
a) weil er auch zuhause Computer spielen möchte.			
b) weil Herbert nicht mehr als 3 Stunden pro Tag Computer spielen darf.			
c) weil sein alter Computer kaputt ist.			
d) weil sein Hobby Computer spielen ist.			

**Aufgabe 5**

**Volleyball ist eine Ballsportart, bei der zwei Mannschaften, bestehend aus sechs Spielern, gegeneinander antreten. Wer mehr Punkte als der Gegner erzielt, der hat das Spiel gewonnen. Volleyball stammt aus den Vereinigten Staaten und wird nahezu weltweit ausgeübt. Zu Beginn des Jahres 1896 wurde das Spiel erstmalig bei einer Sportkonferenz vorgestellt und der Name Volleyball eingeführt. Volleyball ist seit 1964 eine Olympische Disziplin.**

**Frage 1:** Welcher Satz ist richtig?

	richtig	falsch	Ich weiß die Antwort nicht
a) Der Begriff Volleyball wurde 1896 eingeführt.			
b) Beim Volleyball treten 2 Spieler gegeneinander an.			
c) Die Mannschaft, die mehr Punkte erzielt, ist die siegreiche.			
d) Volleyball wird auf der ganzen Welt ausgeübt.			

**Frage 2:** Was sind die Kennzeichen von Volleyball?

	richtig	falsch	Ich weiß die Antwort nicht
a) Bei allen Ballsportarten treten 2 Mannschaften gegeneinander an.			
b) Um ein Spiel zu gewinnen, muss man mehr Punkte erzielen als die andere Mannschaft.			
c) Eine Volleyballmannschaft besteht immer aus 6 Spielern.			
d) Volleyball ist seit seiner Vorstellung eine Olympische Disziplin.			

CODE: 1.  2.  3.  4.

---

*Bitte lies dir die folgenden Aussagen genau durch und kreuze an, was am ehesten auf dich zutrifft. Es gibt dabei keine richtigen oder falschen Antworten. Kreuze bei jedem Satz nur ein Kästchen an!*

**1) Ich denke, ich bin für Mathematik...**

nicht begabter      begabter als meine  
als meine Mitschüler(/-innen) Mitschüler(/-innen)

**2) Etwas Neues in Mathematik zu lernen fällt mir...**

schwerer als      leichter als meinen  
meinen Mitschülern(/-innen) Mitschülern(/-innen)

**3) Mit den Aufgaben in Mathematik komme ich...**

schlechter zurecht      besser zurecht als meine  
als meine Mitschüler(/-innen) Mitschüler(/-innen)

**4) Ich bin in Mathematik...**

weniger intelligent      intelligenter als  
als meine Mitschüler(/-innen) Mitschüler(/-innen)

**5) Ich kann in Mathematik...**

weniger      mehr als meine  
als meine Mitschüler(/-innen) Mitschüler(/-innen)

**6) Die Aufgaben in Mathematik fallen mir...**

schwerer      leichter als meinen  
als meinen Mitschülern(/-innen) Mitschülern(/-innen)

**7) Ich bin für Mathematik...**

nicht begabt      sehr begabt

**8) Etwas Neues in Mathematik zu lernen fällt mir...**

schwer      leicht

**9) Ich bin in Mathematik...**

nicht intelligent      sehr intelligent

**10) Ich kann in Mathematik...**

wenig      viel

**11) In Mathematik fallen mir viele Aufgaben...**

schwer      leicht

**12) Mir gefällt das Schulfach Mathematik...**

wenig      sehr gut

**13) Das Lösen von Textbeispielen gelingt mir...**

wenig      leicht

CODE: 1.  2.  3.  4.

---

**14) Das Lösen von Textbeispielen gelingt mir im Vergleich zu anderen Aufgaben in Mathematik...**

schwer      leicht

**15) Das Lösen von Textbeispielen gefällt mir...**

wenig      sehr gut

**16) Das Lösen von Textbeispielen gefällt mir im Vergleich zu anderen Aufgaben in Mathematik...**

wenig      sehr gut

## STANDARD TEXTAUFGABEN

Mein Code: 1.  2.  3.  4.

---

*☞ Versuche bitte, die folgenden Beispiele sorgfältig und vollständig zu lösen. Du hast genügend Zeit, versuche aber bitte dennoch zügig zu arbeiten!  
Wenn du Fragen zur Angabe hast, zeige auf und wir kommen zu deinem Platz.  
Viel Erfolg!*

### Beispiel 1

Für ein Konzert gibt es insgesamt 2812 Tickets (Sitz- und Stehplätze), das Konzert ist ausverkauft. Dabei wurden im Vorverkauf bereits 549 Sitzplatzkarten und 1997 Stehplatzkarten verkauft. 75 Konzert-Besucher haben ihre Tickets bei einem Gewinnspiel im Radio gewonnen.

**Wie viele Karten wurden an der Abendkasse verkauft?**

**Antwort:** Es wurden \_\_\_\_\_ Karten an der Abendkasse verkauft.

### Beispiel 2

Eine Kindergartengruppe mit 18 Kindern macht einen Tages-Ausflug in den Tiergarten Schönbrunn. Die Fahrtkosten für den Zug betragen für alle Kinder zusammen 126 €, der Eintritt in den Zoo kostet pro Kind 5 €. Außerdem essen alle Kinder ein Eis, das jeweils 2,40 € kostet.

**Wie viel Euro bezahlt jedes Kind für den gesamten Ausflug?**

**Antwort:** Jedes Kind muss \_\_\_\_\_ € für den gesamten Ausflug bezahlen.

**Beispiel 3**

Tobias hat einen Teil seines Geburtstagsgeldes gespart, denn er möchte sich gerne einen neuen Rucksack kaufen. Wenn er doppelt so viel Geld hätte, müssten noch fünf Euro dazugegeben werden, damit er sich denselben Rucksack wie Leonie um 69 € leisten könnte.

**Sein Vater will wissen, wie viel Euro Tobias nun eigentlich von seinem Geburtstagsgeld gespart hat?**

**Antwort: Tobias hat \_\_\_\_\_ Euro von seinem Geburtstagsgeld gespart.**

**Beispiel 4**

Ein rechteckiges Grundstück ist 945 m<sup>2</sup> groß. Eine Seite ist 35 m lang. Um das Grundstück soll eine Mauer errichtet werden.

**Wie hoch ist der durchschnittliche Preis je Meter Mauer, wenn die vollständige Mauer rund um das Grundstück (inklusive Türe) 7564 € kostet?**

**Antwort: Der durchschnittliche Preis je Meter Mauer beträgt \_\_\_\_\_ Euro.**

☞ Für jedes einzelne der 4 Beispiele kann man maximal 2 Punkte erhalten, insgesamt für alle Beispiele also höchstens 8 Punkte.

1. Wie viele Punkte glaubst du, erreicht zu haben? (Zutreffendes Kästchen ankreuzen!)

0	1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---

2. Wie viele Punkte glaubst du, haben Mädchen deines Alters erreicht? (Zutreffendes Kästchen ankreuzen!)

0	1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---

3. Wie viele Punkte glaubst du, haben Buben deines Alters erreicht? (Zutreffendes Kästchen ankreuzen!)

0	1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Mein Code: 1.  2.  3.  4. 

☞ *Versuche bitte, die folgenden Beispiele so gut wie möglich zu lösen!  
Trage deine Lösungen bitte in das unten stehende Kästchen, wie gezeigt, ein.  
Viel Erfolg!*

TEST				
Bsp. 1	a	b	<del>d</del>	e
Bsp. 2	a	b	c	d e
Bsp. 3	a	b	c	d e
1)	a	b	c	d e
2)	a	b	c	d e
3)	a	b	c	d e
4)	a	b	c	d e
5)	a	b	c	d e
6)	a	b	c	d e
7)	a	b	c	d e
8)	a	b	c	d e
9)	a	b	c	d e
10)	a	b	c	d e
11)	a	b	c	d e
12)	a	b	c	d e
13)	a	b	c	d e
14)	a	b	c	d e
15)	a	b	c	d e

### Test 3 Beispiele

(Teil 1)

**erstes Beispiel**


a    b    c    d    e

Beim ersten Beispiel ist **c** die richtige Lösung. Diese ist auf dem Antwortbogen unter Test 3 schon angestrichen.

**zweites Beispiel**


a    b    c    d    e

**drittes Beispiel**


a    b    c    d    e

Bei jeder Aufgabe soll also rechts ein Kästchen mit der Zeichnung ausgewählt werden, die in das leere Kästchen links am besten hineinpasst, um den Kasten richtig zu vervollständigen.

Diesmal sind es wieder 15 Aufgaben, die auf den **drei** nächsten Seiten auf diese Weise gelöst werden sollen.

**Halt! Bitte nicht umblättern, bevor dazu aufgefordert wird!**

## GETEILTE TEXTAUFGABEN

Mein Code: 1.  2.  3.  4.

---

*☞ Versuche bitte, alle Beispiele sorgfältig und vollständig zu lösen. Beachte bitte, dass immer nur eine Antwortmöglichkeit stimmt!*

*Du hast genügend Zeit, versuche aber bitte dennoch zügig zu arbeiten!*

*Bitte bearbeite die Aufgaben der Reihenfolge nach und führe die eigentliche Berechnung erst dann durch, wenn es in der Angabe verlangt wird!*

*Wenn du Fragen zur Angabe hast, zeige auf und wir kommen zu deinem Platz.*

*Viel Erfolg!*

### Beispiel 1:

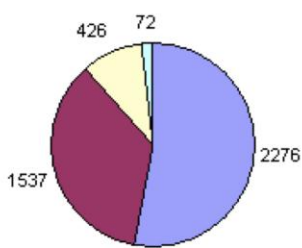

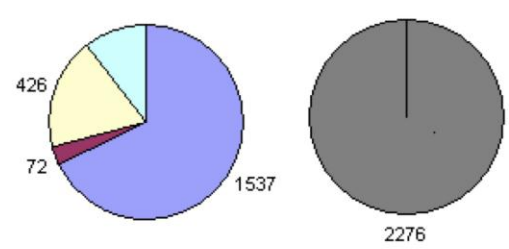

Die Wiener Staatsoper verfügt über 2276 Plätze (Sitz- und Stehplätze.) Die Aufführung der „Zauberflöte“ war ausverkauft. 1 537 Besucherinnen und Besucher hatten Abonnements (im Voraus bezahlte Karten), 426 Personen erwarben ihre Karten im Vorverkauf, 72 Personen hatten Freikarten.

Wie viele Karten wurden an der Abendkasse verkauft?

#### 1. Wähle den Satz mit der Information, der für die Lösung am wichtigsten ist, aus:

- In der Staatsoper gibt es Sitz- u. Stehplätze.
- 1537 Personen hatten ein Abonnement und 426 Personen erwarben Karten im Vorverkauf.
- An der Abendkasse wurden mehr Karten verkauft als im Vorverkauf.
- Die Gesamtzahl aller Plätze minus den Abonnement-Karten, den Freikarten und den Vorverkaufskarten ergibt die Anzahl der verkauften Karten an der Abendkasse.

**2. Wähle von den Bildern das aus, welches die Aufgabe richtig darstellt:**

 <p><input type="checkbox"/> Richtige Antwort</p>	 <p><input type="checkbox"/> Richtige Antwort</p>
 <p><input type="checkbox"/> Richtige Antwort</p>	 <p><input type="checkbox"/> Richtige Antwort</p>

**3. Vier Schüler deines Alters haben eine Schätzung abgegeben, welches Ergebnis der richtigen Lösung möglichst nahe kommt. Bitte schätze nun auch du OHNE ZU RECHNEN und kennzeichne deine Vermutung.**

- Ungefähr 2000 Besucher der Staatsoper brauchen keine Karten an der Abendkasse.
- Es wurden ungefähr 250 Karten an der Abendkasse verkauft.
- 2000 Besuchern waren die Karten an der Abendkasse zu teuer.
- An der Abendkasse wurden mehr als 500 Karten verkauft.

**4. Kennzeichne, wie du die Aufgabe lösen würdest, indem du die Sätze ordnest und von 1 bis 3 nummerierst:**

- Ich rechne die Freikarten dazu.
- Ich finde die Differenz aus Gesamtplätzen und vor der Veranstaltung abgegebenen Karten heraus.
- Ich finde heraus, wie viele Karten im Abo-Verkauf und Vorverkauf verkauft wurden.

**4 b) Kennzeichne, wie sicher du bist, die Sätze richtig gereiht zu haben:**

- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es richtig gemacht habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es richtig gemacht habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es falsch gemacht habe.
- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es falsch gemacht habe.

**5 a) Rechne hier bitte das Beispiel aus:**

**5 b) Kennzeichne, wie sicher du bist, das Beispiel richtig gerechnet zu haben:**

- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es richtig gerechnet habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es richtig gerechnet habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es falsch gerechnet habe.
- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es falsch gerechnet habe.

**6. Welche der folgenden Aufgaben könntest du auf dieselbe Weise lösen wie jene Aufgabe, an der du gerade gearbeitet hast?**

- Für ihre Party kauft Lisa zehn Flaschen Cola, acht Flaschen Mineral und drei Flaschen Apfelsaft. Für jede Flasche zahlt sie 1 €.

**Wie viel bezahlt Lisa insgesamt?**

- Um eine Kette zu machen braucht Sarah 100 Perlen. 25 hat sie noch zu Hause.

**Wie viele muss Sarah noch kaufen?**

- Lukas macht mit seinem Vater eine Mountainbike Tour. Die Strecke geht über eine Gesamtdistanz von 60 km, davon sind 40 km Schotterstraße, 5 km Waldwege und 5 km Schiebestrecke. Den Rest fahren Lukas und sein Vater auf Asphalt.

**Wie lange ist die Asphaltstrecke?**

- In einem Zoo gibt es 50 Säugetiere und 100 Fische.

**Wie viele Eintrittskarten wurden verkauft?**

**Beispiel 2:**

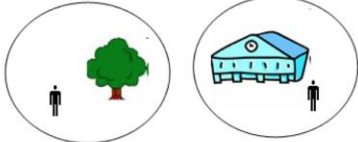

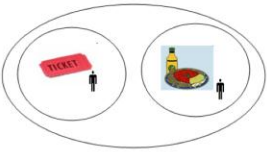

In der 1B-Klasse nehmen alle 25 Schülerinnen und Schüler am Wandertag teil. Die Fahrtkosten für den Bus betragen insgesamt 275 €, der Eintritt in ein Museum kostet pro Person 3,20 €. Das Kindermenü auf der Raststätte kostet 4 €.

Wie viel Euro bezahlt jedes Kind für den Wandertag?

**1. Wähle den Satz, mit der Information, der für die Lösung am wichtigsten ist, aus:**

- Das Museum hat einen Schüler-Rabatt gewährt.
- Die Fahrt ist doppelt so teuer wie der Eintritt.
- Die Busfahrt kostet 11 € pro Schüler.
- Die Kosten für den Wandertag setzen sich zusammen aus Museumseintritt, Essen und den anteiligen Buskosten.

**2. Wähle von den Bildern das aus, welches die Aufgabe richtig darstellt:**

	<input type="checkbox"/> Richtige Antwort
	<input type="checkbox"/> Richtige Antwort
	<input type="checkbox"/> Richtige Antwort
	<input type="checkbox"/> Richtige Antwort

**3. Vier Schüler deines Alters haben eine Schätzung abgegeben, welches Ergebnis der richtigen Lösung möglichst nahe kommt. Bitte schätze nun auch du OHNE ZU RECHNEN und kennzeichne deine Vermutung.**

- Der Wandertag kostet mehr als 50 € pro Schüler.
- Der Wandertag kostet insgesamt zwischen 15 und 25 € pro Schüler.
- Essen und Eintritt kosten 7,20 €.
- Die 1A muss bei ihrem nächsten Besuch genauso viel zahlen wie die 1B.

**4. Kennzeichne, wie du die Aufgabe lösen würdest, indem du die Sätze ordnest und von 1 bis 3 nummerierst:**

Ich errechne die Gesamtsumme aus Buskosten, Eintritt und Essen.

Ich addiere den Eintritt und das Essen.

Ich finde heraus, wie viel jeder Schüler für den Bus zahlt.

**4 b) Kennzeichne, wie sicher du bist, die Sätze richtig gereiht zu haben:**

- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es richtig gemacht habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es richtig gemacht habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es falsch gemacht habe.
- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es falsch gemacht habe.

**5 a) Rechne hier bitte das Beispiel aus:**

**5 b) Kennzeichne, wie sicher du bist, das Beispiel richtig gerechnet zu haben:**

- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es richtig gerechnet habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es richtig gerechnet habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es falsch gerechnet habe.
- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es falsch gerechnet habe.

**6. Welche der folgenden Aufgaben könntest du auf dieselbe Weise lösen wie jene Aufgabe, an der du gerade gearbeitet hast?**

- Vier Freunde bestellen sich eine Familienpizza. Die Pizza kostet 20€. Die Freunde teilen sich die Kosten für die Pizza gerecht auf.

**Wie viel bezahlt jeder der Freunde?**

- Ein LKW hat 5 Tonnen Sand geladen, jeder Sack wiegt 50 Kilogramm.

**Wie viel Benzin hat der LKW verbraucht?**

- Zwölf Kinder teilen sich eine Torte. Die Torte wiegt insgesamt 1000 Gramm. Zusätzlich kommen auf jedes Stück 100 Gramm Schlagobers und 50 Gramm Glasur.

**Wie viel wiegt eine Portion?**

- Eine Klasse möchte ihren Klassenraum neu ausmalen. Die Farbe kostet 100 €, Abdeckmaterial 20 € und Farbe und Pinsel 30 €.

**Wie viel muss jeder Elternteil bezahlen, wenn sich die Schüler die Kosten gerecht teilen?**

**Beispiel 3:**



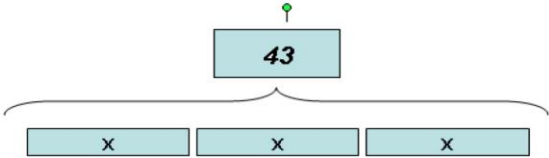
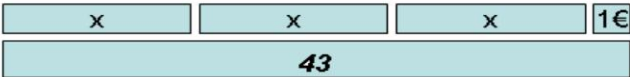
Lisa hat im letzten Monat einen Teil ihres Taschengeldes gespart, denn sie will sich ein Handy kaufen. Wenn sie dreimal so viel Geld hätte, müsste noch ein Euro dazugegeben werden, damit sie dasselbe Gerät wie Martin um 43 € kaufen könnte.

Ihre Mutter möchte wissen, wie viel Euro Lisa nun eigentlich von ihrem Taschengeld gespart hat?

**1. Wähle den Satz, mit der Information, der für die Lösung am wichtigsten ist, aus:**

- Martins Gerät kostet 43 €.
- Lisa und Martin haben unterschiedlich viel Geld gespart.
- Wenn Lisa dreimal so viel Geld hätte wie Martin, müsste sie noch einen Euro dazugeben, damit sie sich dasselbe Gerät wie Martin um 43 € kaufen könnte.
- Lisas Gerät ist um einen Euro billiger als Martins.

**2. Wähle von den Bildern das aus, welches die Aufgabe richtig darstellt:**


<input type="checkbox"/> Richtige Antwort

<input type="checkbox"/> Richtige Antwort

<input type="checkbox"/> Richtige Antwort

<input type="checkbox"/> Richtige Antwort

**3. Vier Schüler deines Alters haben eine Schätzung abgegeben, welches Ergebnis der richtigen Lösung möglichst nahe kommt. Bitte schätze nun auch du OHNE ZU RECHNEN und kennzeichne deine Vermutung.**

- Lisa hat circa ein Drittel des Handypreises von Martin gespart.
- Lisa hat ungefähr 15 € gespart.
- Lisa hat maximal 5 € gespart.
- Insgesamt werden zwei Handys gekauft.

**4. Kennzeichne, wie du die Aufgabe lösen würdest, indem du die Sätze ordnest und von 1 bis 3 nummerierst:**

Ich finde heraus, wie hoch die Restsumme ist.

Ich teile die Restsumme durch 3.

Ich ziehe vom Preis von Martins Handy einen Euro ab.

**4 b) Kennzeichne, wie sicher du bist, die Sätze richtig gereiht zu haben:**

- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es richtig gemacht habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es richtig gemacht habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es falsch gemacht habe.
- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es falsch gemacht habe.

**5 a) Rechne hier bitte das Beispiel aus:**

**5 b) Kennzeichne, wie sicher du bist, das Beispiel richtig gerechnet zu haben:**

- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es richtig gerechnet habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es richtig gerechnet habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es falsch gerechnet habe.
- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es falsch gerechnet habe.

**6. Welche der folgenden Aufgaben könntest du auf dieselbe Weise lösen wie jene Aufgabe, an der du gerade gearbeitet hast?**

- Philipp trainiert für den Wien-Marathon. Er trainiert dreimal die Woche in einer Mannschaft. Daniel trainiert 36 km, das sind 6 km mehr als Philipp.

**Wie viele km trainiert Philipp bei einer Trainingseinheit?**

- Sophie trainierte im letzten Jahr mit ihren alten Laufschuhen 400 km. Mit neuen Laufschuhen kann sie ihre Leistung um 5 Prozent steigern.

**Wie viele km kann er im neuen Jahr schaffen?**

- Julius Schule hat eine Laufmannschaft von 15 Kindern. Drei davon sind männlich, der Rest ist weiblich.

**Wie viele km trainiert die Gruppe in der Woche?**

- Jakob trainiert 60 km in drei gleich langen Trainingseinheiten pro Woche.

**Wie viele km trainiert er in einer Trainingseinheit?**

**Beispiel 4:**

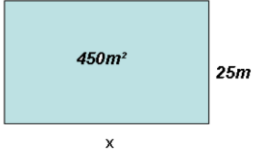
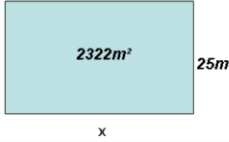
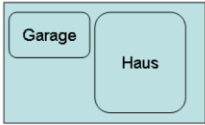

Ein rechteckiger Baugrund ist  $450 \text{ m}^2$  groß. Eine Seite ist  $25 \text{ m}$  lang. Der Baugrund wird umzäunt.

Wie hoch ist der durchschnittliche Preis je Meter Umzäunung, wenn die vollständige Umzäunung des Baugrunds inklusive Gartentür  $2322 \text{ €}$  kostet?

**1. Wähle den Satz, mit der Information, der für die Lösung am wichtigsten ist, aus:**

- Ein rechteckiger Baugrund ist  $450 \text{ m}^2$  groß und eine Seite ist  $25 \text{ m}$  lang.
- Die vollständige Umzäunung kostet  $2322 \text{ €}$ .
- Die Umzäunung besteht aus Maschendrahtzaun.
- $450 \text{ m}$  müssen umzäunt werden.

**2. Wähle von den Bildern das aus, welches die Aufgabe richtig darstellt (die Tür ist in der Graphik nicht dargestellt):**

 <p><input type="checkbox"/> Richtige Antwort</p>	 <p><input type="checkbox"/> Richtige Antwort</p>
 <p><input type="checkbox"/> Richtige Antwort</p>	 <p><input type="checkbox"/> Richtige Antwort</p>

**3. Vier Schüler deines Alters haben eine Schätzung abgegeben, welches Ergebnis der richtigen Lösung möglichst nahe kommt. Bitte schätze nun auch du OHNE ZU RECHNEN und kennzeichne deine Vermutung.**

- Der Umfang des Baugrunds beträgt weniger als  $100 \text{ m}$ .
- Jeder Meter Umzäunung kostet mindestens  $90 \text{ Euro}$ .
- Die Farbe für die Umzäunung kostet doppelt so viel.
- Jeder Meter Umzäunung kostet etwa  $30 \text{ Euro}$ .

**4. Kennzeichne, wie du die Aufgabe lösen würdest, indem du die Sätze ordnest und von 1 bis 3 nummerierst:**

Ich finde die Zaunkosten pro Meter heraus.

Ich finde die Länge der anderen Seite heraus.

Ich berechne den Umfang.

**4 b) Kennzeichne, wie sicher du bist, die Sätze richtig gereiht zu haben:**

- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es richtig gemacht habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es richtig gemacht habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es falsch gemacht habe.
- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es falsch gemacht habe.

**5 a) Rechne hier bitte das Beispiel aus:**

**5 b) Kennzeichne, wie sicher du bist, das Beispiel richtig gerechnet zu haben:**

- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es richtig gerechnet habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es richtig gerechnet habe.
- Ich bin mir ziemlich sicher, dass ich es falsch gerechnet habe.
- Ich bin mir ganz sicher, dass ich es falsch gerechnet habe.

**6. Welche der folgenden Aufgaben könntest du auf dieselbe Weise lösen wie jene Aufgabe, an der du gerade gearbeitet hast?**

Ein rechteckiger Acker hat eine Breite von 23,5 m und einen Flächeninhalt von 620m<sup>2</sup>.

**Wie lang ist die andere Seite?**

Ein Acker hat 500 m<sup>2</sup>. Die Länge beträgt 50 m. Es soll ein Windschutzzaun errichtet werden, der das gesamte Gelände umfasst. Die Gesamtkosten betragen 2100 €.

**Mit welchen Kosten pro Meter muss der Bauer rechnen?**

Ein Acker hat 1000 m<sup>2</sup>. Der durchschnittliche Dieserverbrauch beträgt 12 Liter pro 100 km.

**Mit welchen Kosten ist die neue Bereifung des Traktors zu rechnen?**

Um seinen Acker mit dem Traktor zu düngen, braucht Bauer Sepp 10 min pro Bahn.

**Wie viele Bahnen schafft er in drei Stunden?**

**GESCHAFFT!**



**Vielen Dank für Deine tolle Mitarbeit!**

# EINVERSTÄNDNISERKLÄRUNG DER ELTERN



universität  
wien

Fakultät für Psychologie

Institut für Entwicklungspsychologie und  
Psychologische Diagnostik

Ass.-Prof. Dr. Marco Jirasko

Julia Kartusch

Anna Kliment

Verena Binder-Kriegelstein

## **Einverständniserklärung**

zur Teilnahme Ihrer Tochter / Ihres Sohnes an  
einer wissenschaftlichen Untersuchung

### **Sehr geehrte Eltern und Erziehungsberechtigte!**

Nach Genehmigung durch den Stadtschulrat für Wien und Zustimmung der Direktion der Schule Ihrer Tochter / Ihres Sohnes führen wir eine wissenschaftliche Studie durch, für die wir Sie ersuchen, einer Teilnahme Ihrer Tochter / Ihres Sohnes daran zuzustimmen.

Ziel der Untersuchung ist es, die **Bearbeitung mathematischer Textaufgaben** besser verstehen zu können und so Erkenntnisse zu gewinnen, individuellen Problemen zu entsprechen.

Die Erhebung findet im Rahmen des Schulunterrichts statt, wobei die Aufgabe der Schüler und Schülerinnen im Wesentlichen darin besteht, Textaufgaben aus dem schulischen Lehrplan zu bearbeiten und Fragen dazu zu beantworten. Die Erhebung ist so gestaltet, dass es den Kindern durchaus Freude machen sollte und dass sie letztlich vielleicht sogar etwas daraus lernen können.

Die Untersuchung findet anonymisiert statt – es wird uns nicht möglich sein, die erhobenen Einzelergebnisse persönlich zuzuordnen. Aus diesem Grund ersuchen wir bereits vorab, von Anfragen zu den Leistungen Ihres Kindes abzusehen, wir können diese nicht beantworten.

Selbstverständlich beantworten wir gerne Fragen zur Studie und auch die Gesamtergebnisse können Sie in einigen Monaten (nach Abschluss der Auswertung) erhalten. Dazu haben wir eine eigene eMail-Adresse eingerichtet: **forschungsprojekt2011@gmx.at**

Sollten Sie mit der Teilnahme Ihrer Tochter / Ihres Sohnes einverstanden sein, unterschreiben Sie bitte den folgenden Abschnitt und geben Sie ihn Ihrem Kind mit – nur Schülerinnen / Schüler, die diese Einverständniserklärung rechtzeitig mitbringen, dürfen von uns befragt werden.

Mit freundlichen Grüßen

*Dr. Marco Jirasko, Julia Kartusch,  
Anna Kliment und Verena Binder-Kriegelstein*



Ich stimme der Teilnahme meiner Tochter / meines Sohnes an der Untersuchung „**Bearbeitung mathematischer Textaufgaben**“ zu:

(eigener) Name: \_\_\_\_\_

Name der Schülerin / des Schülers: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Unterschrift der / des Erziehungsberechtigten

## CURRICULUM VITAE

### 1. Persönliche Daten:

Geburtsdatum/ -ort:	13.12.1985, Wien
Familienstand:	Verheiratet, keine Kinder
Staatsangehörigkeit:	Österreichische Staatsbürgerin
Eltern:	Dr. Rudolf Weinmann Mag. Elisabeth Weinmann
Geschwister:	2 Schwestern

---

### 2. Ausbildung:

2004 - heute	Universität Wien, Fakultät für Psychologie <i>Spezialisierungen:</i> <ul style="list-style-type: none"><li>• Wirtschaftspsychologie</li><li>• Psychologische Diagnostik</li><li>• Entwicklungspsychologie</li></ul>
1996 - 2004	Kollegium Kalksburg
1992 - 1996	Volksschule Perchtoldsdorf

### 3. Bisherige Tätigkeiten / Praktika:

2011	<b>Therapie – und Gesundheitszentrum Knappenhof</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• 3-monatiges Praktikum</li></ul>
2010	<b>Universitätsklinik Wien für Neurologie</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• 6-wöchiges Praktikum im Rahmen des Psychologiestudiums</li></ul>
2008 - 2009	<b>Mayr-Melnhof Karton Ges.m.b.H.</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Praktikantin im Bereich Human Resources<ul style="list-style-type: none"><li>• Organisation und Mitgestaltung des österreichischen Lehrlingswettbewerbs</li><li>• Evaluierung und Auswertung von Aufgabenstellungen für Talentetage</li><li>• Mithilfe bei der Neugestaltung des Internetauftritts im Bereich Lehrlinge</li><li>• Gestaltung von Werbematerial für einen Messeauftritt</li></ul></li></ul>

2006 - 2007

**Release Public Relations**

- Betreuung von nationalen wie internationalen Künstlern bei Presseauftritten
- Organisation und Dokumentation von Presseveranstaltungen
- Erstellung von Presseprofilen entsprechend Imagevorgaben

2005

**Puls City TV GmbH**

- Erstellen und gestalten von Beiträgen im Bereich Kultur und Gesellschaft

2001

**Anton-Proksch-Institut**

- Berufspraktikum in Kooperation mit dem Kollegium Kalksburg

**4. Kenntnisse:**

Sprachkenntnisse

Englisch  
Italienisch (Grundkenntnisse)

Computerkenntnisse

Excel, Powerpoint, Word, SPSS