DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Feldarbeit im Mathematikunterricht

Verfasserin

Evelyn Simperler

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2012

Studienkennzahl lt. Studienblatt:	A 190 406 299
Studienrichtung lt. Studienblatt:	Lehramtsstudium UF Mathematik UF Psychologie und Philosophie
Betreuer:	MMag. Dr. Andreas Ulovec

Danksagung

Mein größter Dank gilt meiner Familie, aber vor allem meiner Mutter, die mich in den fünf Jahren meines Studiums immer tatkräftig unterstützt hat. Ich danke für dein Vertrauen und vor allem für deine Geduld. Du bist immer an meiner Seite gewesen, hast mir den Rücken gestärkt und Mut zugesprochen. Außerdem danke ich meinem Freund Andreas, der mich immer unterstützt hat und mit Rat und Tat zur Seite stand.

Ein weiterer Dank gilt meiner sehr guten Freundin, Carina Kitir, die mich beim Fotografieren der Objekte unterstützt hat und mit Rat und Tat zur Seite stand. Außerdem möchte ich Katharina Hesz und Sabine Plaminger für das Korrekturlesen meiner Diplomarbeit recht herzlich danken.

Außerdem möchte ich Mag. Isabella Zins, Direktorin des BORG Mistelbach, danken, da ich die Möglichkeit hatte, das Bundesschulzentrum Mistelbach als Quelle für meinen empirischen Teil zu verwenden. Auch dem Schulwart, Herrn Robert Hofmeister, möchte ich für die Unterstützung und Bereitstellung des Turnsaals danken.

Zuletzt gilt ein großer Dank meinem Diplomarbeitsbetreuer MMag. Dr. Andreas Ulovec, der mich immer so gut wie möglich unterstützt hat und mit Rat und Tat zur Seite stand. Am meisten bedanke ich mich für die Hilfe bei der Literaturrecherche und für die unkomplizierte, freundliche und offene Zusammenarbeit. Vielen Dank!

Inhaltsverzeichnis

I. Theoretischer Teil

II. Empirischer Teil

I. Theoretischer Teil

1. Einleitung

Wie kann der Unterricht in der heutigen Zeit lebendig, motivierend und realitätsnah gestaltet werden?

Diese Frage und ein Seminar zur Unterrichtsplanung bei Dr. Andreas Ulovec haben mich inspiriert, eine Diplomarbeit zu dem Thema „Feldarbeit im Mathematikunterricht" zu schreiben.

Meine Diplomarbeit setzt sich aus zwei Teilen zusammen.
Der erste Teil beschäftigt sich mit den theoretischen Aspekten der Feldarbeit. In diesem Abschnitt setze ich mich hauptsächlich mit der Planung, Durchführung und Bewertung der Feldarbeit auseinander. Außerdem diskutiere ich sowohl die Vor- als auch die Nachteile der Feldarbeit.
Im zweiten Teil meiner Diplomarbeit beschäftige ich mit den praktischen Aspekten der Feldarbeit, indem ich eigene Beispiele finde, dokumentiere und löse. Um die Beispiele so realitätsnah wie möglich zu gestalten, ziehe ich das Oberstufenrealgymnasium in Mistelbach als Schule und einen Turnsaal heran, um in den Bauten und in der Umgebung zu recherchieren.

2. Warum Feldarbeit?

In diesem Kapitel wird dargestellt, warum Feldarbeit für den Unterricht und die SchülerInnen wichtig ist.

2.1. Lernbedürfnisse und Lernvoraussetzungen

> *„Erzähle mir und ich vergesse. Zeige mir und ich erinnere. Lass es mich tun und ich verstehe.“* (Konfuzius, 551 – 479 v.Chr. In: Sauerborn&Brühne, 2009)

Dieses Zitat sagt aus, welche Lernmethoden am erfolgreichsten sind. Durch das Hören behält man nur 20 % eines Lehrinhaltes, durch das Sehen merkt man sich 30 % davon, und 90 % merkt man sich, wenn man etwas durch eigene Tätigkeit erlernt.

In den letzten Jahren hat sich die Lehrerrolle wesentlich verändert, welche heute eine Beraterfunktion einnehmen und ein Helfer auf dem Weg des eigentätigen Lernens sein soll.

> *„Schlüsselaussagen, die zum erfolgreichen Lernen führen, sind, dass die Eigen- und Mitverantwortlichkeit entwickelt werden muss, dass mit Kopf, Hand und Herz gelernt werden muss sowie dass der Lernende mit allen Sinnen wahrnehmen und begreifen soll.“*
> (Sauerborn&Brühne, 2009)

Es gibt noch weitere Voraussetzungen, um das Lernen außerhalb des Klassenzimmers zu verbessern. Die anthropologisch-psychologischen Kriterien beinhalten, dass sowohl der Lehrer/die Lehrerin als auch die SchülerInnen selbst für das Gebiet und den neuen Lehrstil motiviert sein müssen.

Für die weitere Arbeit sind einige Fragen wichtig:

- Welches Vorwissen haben die SchülerInnen?
- Welche Methoden kennen und beherrschen die SchülerInnen?
- Welche Fähigkeiten in Bezug auf die Bildungsstandards sind besonders zu fördern?
- Wie gestaltet sich das Lerntempo jedes einzelnen Schülers/jeder einzelnen Schülerin?
- Welche Lernstile und Lernmotivation sind vorherrschend?
- Sind die SchülerInnen zivilisiert und anständig bzw. können sie selbstständig arbeiten?
- Können die SchülerInnen selbstständig arbeiten bzw. in Gruppen oder Teams?

Des Weiteren müssen auch sozio-ökonomische Voraussetzungen, welche die finanzielle und wirtschaftliche Seite in den Blick nehmen, beachtet werden. Erst dadurch wird das außerschulische Lernen ermöglicht. Weitere Faktoren wie Gruppengröße sind relevant, denn dadurch muss das Projekt individuell auf die Klasse angepasst werden bzw. muss man sich überlegen, ob diese Form von Unterricht für eine Klasse generell passend ist.

Zudem entstehen weitere Fragen:

- Ist eine weitere Begleitperson nötig? Wenn ja, gibt es die Möglichkeit für solch eine?
- Eine wichtige Frage betrifft die materiellen Möglichkeiten einer Schule: Wie hoch sind die Kosten für die Tätigkeiten außerhalb der Schule oder Klasse bzw. können diese von der Schule bzw. von den Eltern getragen werden?

Die sozio-ökologischen Voraussetzungen betreffen vor allem die Umgebung des außerschulischen Lernortes. Diese Faktoren dürfen hinter den sozio-ökonomischen Voraussetzungen nicht vergessen werden. Die Arbeit in der Stadt kann demnach nicht mit der Arbeit am Land verglichen werden. Berücksichtigt werden muss, welchen sozialen Hintergrund die einzelnen SchülerInnen mitnehmen. Die sozio-kulturellen Bedingungen beinhalten vor allem die Kommunikationsart der SchülerInnen, Tabus oder verschiedenste Sprachformen. Die ideologisch-normbildenden Kriterien umfassen die Einflüsse aus unterschiedlichen gesellschaftlichen Schichten.

> *„Als Fazit bleibt festzuhalten, dass das außerschulische Lernen im besonderen Maße von den Lernbedürfnissen und Lernvoraussetzungen der Lerngruppe abhängig ist.“*
> (Sauerborn&Brühne, 2009)

Kirchberg, stellte 1997 fest, dass Kinder und Jugendliche in den letzten zehn bis zwanzig Jahren einen starken sozialen Wandel durchlebt haben. Diese Veränderung hat auch Auswirkungen auf das Lernen. Die Kinder können sich oftmals schwer konzentrieren, sind introvertiert und dem Druck der Eltern nicht gewachsen, um nur einige Beispiele aufzuzeigen. Dadurch ändern sich auch Bedingungen und Verhaltensweisen für den Unterricht. Diese Kinder können Probleme bei der Integration haben, welche in veränderten Lebensumständen gründen. Scheidungskinder, Kinder alleinerziehender Eltern, Kinder einer Patchwork-Familie können Veränderungen zeigen. Wenn den Kindern die Freizeit genommen wird, kann sich deren Verhalten im Freien verändern. Die jungen SchülerInnen können sich nicht ausleben und selbst tätig werden, da sie viel Zeit vor dem Fernseher oder Internet verbringen, was für die Entwicklung nicht fördernd ist. Es kann auch zu Raumänderungen kommen, wenn man aus einer Stadt wegzieht oder wenn der Raum nicht genug erkundet wird. Je nach Veränderung und Entwicklung lernen die Kinder anders. Diese Verhaltensweisen können somit den Bildungserwerb sowohl positiv als auch negativ beeinflussen. Dennoch ist es die

Aufgabe eines Lehrers/einer Lehrerin den Kindern einen Weltbezug deutlich zu machen. Das Lernen außerhalb des Klassenzimmers ist wichtig und eine gute Möglichkeit, die Lern- und Erfahrungsmöglichkeiten der SchülerInnen zu reaktivieren und zu vergrößern. Etwaige Probleme sollten so früh wie möglich behoben werden, damit die SchülerInnen die Natur und die Umwelt mit anderen Augen wahrnehmen können. Lernen im außerschulischen Bereich versucht, diese Defizite zu reduzieren und sie für diese Zeit auszublenden.

SchülerInnen tauschen sowohl heute als auch früher den Spielplatz gegen das Klassenzimmer. Das außerschulische Lernen ist genau das Richtige für den Schulalltag, um den SchülerInnen die Freude am Lernen bzw. an der Schule schmackhaft zu machen. Man kann den SchülerInnen den Druck der Leistungsbewertung nehmen und sie können die Natur und sich selbst neu entdecken. Dies kann auch zu einem leichteren Lernen führen. Es ist wichtig, dass die LehrerInnen im Vorhinein genügend Motivations- und Begeisterungsarbeit leisten. Der wichtigste Punkt in diesem Zusammenhang ist das Eigeninteresse der SchülerInnen zu wecken. Es muss ihnen die Chance gegeben werden, das Lernen bzw. den Lernbereich selbst zu gestalten. Für diese Art von Lernen ist vor allem wichtig, dass man den SchülerInnen Material zur Verfügung stellt, das sie zum selbstständigen Arbeiten anleitet.
(vgl. Sauerborn&Brühne, 2009)

2.2. Schülermotivation und Anschauung

> *„Spätestens dann, wenn einem Schüler der Kopf vornüber sinkt, ist es an der Zeit, Maßnahmen der Lernaktivierung zu ergreifen.“* (Becker, 2007 In: Mühlhausen, 2008)

Von diesem Zeitpunkt an sollte man sich Gedanken über die Lehrmethoden machen und andere Wege einschlagen. Die Neugierde der SchülerInnen zu wecken stellt eine besondere Herausforderung dar. Aufgrund dieser Schwierigkeit sollte man die Sozialformen und Medien im Unterricht wechseln, damit Abwechslung und Lebendigkeit einfließt. Es wirkt sich positiv auf den Lernvorgang aus, wenn sich SchülerInnen körperlich aktivieren können oder etwas angreifen können.
Wenn selbstständig gearbeitet wird, können die SchülerInnen Lerntempo, Ziele und Methoden selbst wählen. Es kann außerdem motivierend sein, wenn die SchülerInnen die Möglichkeiten zum selbstständigen Kontrollieren haben. Auf der einen Seite können und dürfen die SchülerInnen die Arbeit alleine und in Eigentätigkeit erledigen, aber auf der anderen Seite kann bzw. muss der Lehrer/die Lehrerin mit Rat und Tat zur Seite stehen.

Stöcker (1960) führt ebenfalls an, dass selbstständiges Lernen sehr einflussreich für den Lernvorgang sein kann. Er meint, dass die SchülerInnen ihren Arbeitsvorgang selbst vorbereiten sollen. Damit die Autonomie des Schülers/der Schülerin möglichst groß bleibt, empfiehlt er folgende Stufen des Lernprozesses:

„Es ist nötig, dass der Schüler sich

1. *In freier Initiative zur Arbeit entschließt*
2. *Mit dem Verlangen nach Erkenntnis die Probleme ermittelt*
3. *In freier, lediglich sachgebundener Wahl die Themen aufstellt*
4. *Über den Arbeitsweg nachsinnt*
5. *Unter freitätiger Entfaltung über alle Hemmnisse hinweg dem Ziele zustrebt*
6. *Die gewonnenen Arbeitsergebnisse in systematische Zusammenhänge eingliedert und*
7. *Von dem neu gewonnenen Standpunkt aus neue Fragestellungen aufwirft."*

(Stöcker, 1960 In: Mühlhausen, 2008)

Stöcker bezieht sich in seinen Aussagen auf das Individuum. Dieser Lernprozess kann auch im außerschulischen Lernen umgesetzt werden, denn diese Tätigkeiten können sowohl in Einzel-, als auch in Gruppenarbeiten stattfinden.
(vgl. Mühlhausen, 2008)

Johann Amos Comenius hat festgelegt, dass die Anschauung das Mittel für die Erziehung ist. Er definiert folgende Regel:

„Daher die goldene Regel für alle Lehrenden: Alles soll wo immer möglich den Sinnen vorgeführt werden." (Comenius, 1657 In: Peterßen, 1994)

Laut Comenius sollten die Erklärungen für die SchülerInnen so realitätsnah wie möglich ausfallen. Erst dadurch entsteht Wissen, welches richtig und auch besser bzw. länger wiedergegeben werden kann.
Johann Amos Comenius zählt alle Sinne auf, die der Lehrer/die Lehrerin mit seiner Lehrmethode ansprechen sollte. Sehen, hören, riechen, schmecken und tasten sollen sowohl miteinander in Einklang gebracht werden, als auch einzeln angesprochen werden. Es hängt von der jeweiligen Lernsituation ab, welche Sinne mehr geeignet sind. Dementsprechend muss auch die Planung vorbereitet und passende Mittel für die Anschauung eingesetzt werden.

„Gedanken ohne Inhalte sind leer, Anschauungen ohne Begriff sind blind."

(Kant, 1794 In: Peterßen, 1994)

(vgl. Peterßen, 1994)

3. Außerschulische Lernorte

Es lassen sich einige Grundsätze formulieren, nach denen Lernorte ausgesucht werden können.

1. Die Lernorte sollten passend für die SchülerInnen sein.
2. SchülerInnen haben die Chance entdeckendes und kreatives Lernen, intelligente Freizeit und originale Begegnung kennenzulernen.
3. Die Umgebung fördert die Motivation und die Neugierde der SchülerInnen und ist mit allen Sinnen erfahrbar.

Jene Orte müssen hinsichtlich der Qualität gewisse Merkmale aufweisen:

1. Der Lernort weist eine Echtheit vor, das heißt er ist original erfahrbar.
2. Der Ort muss durch Überschaubarkeit und Prägnanz glänzen.
3. Die Umgebung ist in ihren Lernmöglichkeiten vielfältig, wobei die Situation trotzdem überschaubar bleiben muss. Der besondere Ort weist verschiedene markante Merkmale auf.
4. Der außerschulische Lernort besitzt eine gewisse Ordnung.
5. Schließlich findet man für Aufgaben eine große Anzahl an Lösungsmöglichkeiten. Die SchülerInnen sollten an bereits vorhandenes Wissen anknüpfen, ihre eigenen Erfahrungen mit einbringen und auch unterschiedliche Umgebungen kennenlernen können. Andererseits muss auch die Möglichkeit gegeben werden, sich neues Wissen anzueignen und neue Dinge zu entdecken.

(vgl. Birkenhauer, 1995)

Auf der einen Seite kennen SchülerInnen nur den Unterricht innerhalb der Klasse. Auf der anderen Seite kann man aber auch in Umgebungen außerhalb der Klasse lernen. Bezogen auf diese Situation kann Lernen entweder geregelt oder ungeplant stattfinden. Diese ungeplanten Lernprozesse außerhalb der Klasse kann man in den Unterricht einbauen. Es wäre von Vorteil, wenn auch SchülerInnen das Gelernte außerhalb der Schule anwenden.

> *„Wenn man Lernen allgemeiner versteht und nicht nur fachliches Lernen im Blick hat, dann vollziehen sich Schätzungen zufolge etwa 70% aller Lernprozesse außerhalb von Bildungsinstitutionen.“* (Burk u.a., 2008 In: Mathematik lehren, 2010)

Im Folgenden wird im Artikel von Scherer und Rasfeld zwischen primären und sekundären Lernorten unterschieden. Feldarbeit fällt in die Kategorie der sekundären Lernorte ohne direkten Bildungsauftrag. Dies sind Orte, die prinzipiell nicht zum Lernen dienen, sondern überall in der Umgebung der Schule auffindbar sind. Solche Lernorte findet man beispielsweise in der Natur. Viele Bereiche der Mathematik, wie Trigonometrie oder Nichtlineare analytische Geometrie, sind auffindbar. Trigonometrie findet ihre Verwendung im Berechnen der Höhe eines Baumes und Nichtlineare analytische Geometrie im Berechnen von Schatten.

Weitere Orte findet man im Bereich Arbeit und Wirtschaft, indem man SchülerInnen, passend zum Thema Extremwertrechnung, einen optimalen Weg zwischen zwei Punkten herausfinden lässt.

> *„Während Lernanlässe aus der Kategorie Natur und Umwelt in der Regel deskriptive Modellierungen anregen (Daten sammeln, Vorgänge durch Gleichungen beschreiben…) sind Modelle im Bereich Arbeit und Wirtschaft häufig normativ.“* (Scherer, Rasfeld, 2010)

Weitere Lernorte können im Bereich Sport und Kultur gefunden werden. Es geht um das Sammeln, Aufbereiten und Interpretieren von Daten. In der Kultur spielt die Geometrie eine große Rolle.

Je nach Schulstufe kann man Feldarbeit unterschiedlich einsetzen. In einer fünften bzw. sechsten Klasse erkundet man die Stadt zu dem Thema „geometrische Körper und ebene Figuren“ und berechnet an passenden Modellen Formen bzw. Körper. In der siebten bzw. achten Klasse untersucht man zu dem Thema „Statistik“ verschiedene Längen. In einer neunten bzw. zehnten Schulstufe gibt man eine Einführung zum Thema „Nichtlineare analytische Geometrie – die Ellipse“ anhand der Gärtnerkonstruktion. Mehr dazu findet man im empirischen Teil.

(vgl. Scherer, Rasfeld, 2010)

4. Was ist Feldarbeit?

In diesem Kapitel definiere ich den Begriff „Feldarbeit“. Außerdem beschreibe ich wichtige Schritte zur Vorbereitung, Durchführung und Bewertung von Feldarbeit.

4.1. Definition

> *„Feldarbeit bedeutet Arbeiten außerhalb des Klassenzimmers. Das kann Arbeit am Schulgelände, in der unmittelbaren Umgebung, oder auch weiter entfernt bedeuten.“* (Ulovec et al., 2007)

Feldarbeit in Mathematik kann eine Unterrichtsstunde, einen halben oder ganzen Tag oder auch länger dauern.

> *„Sie beinhaltet Datenerhebungen von externen Quellen durch Umfragen, Beobachtungen und Experimente.“* (Ulovec et al., 2007)

Durch diese Art von Unterrichtsmethode lernen die SchülerInnen den alltagsnahen Bezug der Mathematik und den Umgang mit wissenschaftlichem Arbeiten kennen.
(vgl. Ulovec et al., 2007)

Man definiert die Räume außerhalb des Klassenzimmers als

> *“…those spaces where students can experience familiar and unfamiliar phenomena beyond the normal confines of the classroom*.” (Dillon et al., 2005)

Das ist jedoch keine zufriedenstellende Definition, weshalb weitergesucht werden muss.
Wie groß ist das Wissen über das Lernen außerhalb der Klasse?
„Outdoor learning outcomes” werden definiert

> *“…as changes in thinking, feeling and/or behaviour resulting directly or indirectly from outdoor education*. “ (Dillon et al., 2005)

Diese Art des Lernens ist nicht leicht unterscheidbar von jenem in der Schule oder zuhause. Beide Formen verfolgen das Ziel, neues Wissen zu erwerben, verschiedene Fähigkeiten zu entwickeln, neue Werte kennenzulernen und noch vieles mehr. Es gibt jedoch einen gravierenden Unterschied, der das Lernen positiv beeinflusst. Im Lernen außerhalb des Klassenzimmers kann man die Natur erleben und ihre Qualitäten kennenlernen.

Scott und Gough (2003) entwickelten neun Kategorien, die verschiedene Lernergebnisse aufzeigen. Im nächsten Absatz werden die jeweiligen Kategorien mit den einhergehenden Lernergebnissen aufgezählt.

Die Natur zu erfahren führt zu einem Verstehen und Wissen von verschiedenen Vorgängen in ihr. Das Arbeiten in einer Gesellschaft sichert einem die Einstellung der anderen und den Umgang mit den anderen kennenzulernen. Den Zusammenhang zwischen Gesellschaft und Natur kennenzulernen führt zu dem Ergebnis gewisse Werte, wie den Wert der Natur und die eigene Stellung darin, zu erfahren. Wenn man etwas über sich selbst lernt, beispielsweise die eigenen Grenzen, dann entsteht eine persönliche Entwicklung in Bezug auf Selbstzufriedenheit, Wissen über Werte und ein Umdenken der eigenen Wirklichkeit. Das Arbeiten in Teams führt dazu, dass man lernt, Kritik anzunehmen, persönliches Engagement zu entwickeln, Tätigkeiten und Verhaltensweisen an den Tag zu legen, die für die Umwelt von Vorteil sind. Wenn etwas neu erlernt wird, wie die Feldarbeit, dann entwickeln sich neue Fähigkeiten, wie zum Beispiel Plan lesen. Das Lernen über den Erhalt der Natur führt dazu, dass man diese auch anders behandelt und von Gefahren säubert. Die SchülerInnen müssen dem Einfluss der Gesellschaft gewachsen sein und gegen Vorurteile arbeiten, damit soziale Fähigkeiten, wie das Arbeiten in heterogenen Gruppen oder das Kämpfen gegen Rassismus, entstehen. Die Forschung über die Feldarbeit kennenzulernen, gibt uns die Fähigkeit mit Kindern zu arbeiten.

Ersichtlich ist, dass sich Scott und Gough größtenteils auf kognitive Fähigkeiten beschränken. Das Lernen über einen selbst oder das Arbeiten mit anderen kann laut den Autoren ebenso zu einem Vorteil werden.

> „*Forget everything else, that is enough, the outdoors, that kind of freedom, running down the hill – that is the kind of quality experience which you can't do in the classroom.”*
> (Dillon et al., 2005)

Im Freien können sich die SchülerInnen ihre persönlichen und sozialen Entwicklungen bewusst machen und dabei Spaß haben. Junge SchülerInnen sollten sich mehr auf die Entwicklung von persönlichen Eigenschaften konzentrieren, wie die Steigerung von Selbstbewusstsein, die Weiterentwicklung von sozialen Fähigkeiten oder die Vertiefung des Glaubens an sich selbst.
(vgl. Dillon et al., 2005)

4.2. Planung und Vorbereitung: Tipps und Tricks für LehrerInnen

Im Folgenden erläutere ich die ersten Schritte, um das „out-door-learning“ vorzubereiten und durchzuführen.

- Am Anfang muss ein klar definiertes Ziel festgelegt werden. Das heißt, dass jeder einzelne Schüler/jede einzelne Schülerin den größten Lernerfolg erzielen sollte. Der Schlüssel zu Sicherheit und einem erfolgreichen Lernen im Freien ist gutes und frühes Planen mit klaren pädagogischen Lehr- und Lernzielen. Damit findet man heraus, was von den SchülerInnen erwartet wird, dass sie von den Erfahrungen mitnehmen.
- Um den Erfolg der Ergebnisse zu evaluieren, müssen, passend für die Kompetenzen und Notwendigkeiten der Gruppe, Prioritäten gesetzt werden, damit die Lehr- und Lernziele erreicht werden.
- Es ist wichtig im Hinterkopf zu behalten, dass die Menge an Planung und Vorbereitung proportional zu der Dauer und des Typs der geplanten Aktivität sein sollte. Die Planung ist nicht zeitintensiv. Man führt die Planung jedoch mit Hilfe innerhalb der Schule durch, wie beispielsweise ein „Local Education Authority (LEA)“.
- Um von Anfang an unterstützt zu werden, sollte man möglichst früh die Schulpolitik erkunden. Diese erklärt einem, wie man handelt und vorgeht. Damit kann das Beste aus den eigenen Bemühungen gewonnen werden. Diese Politik wird einen in gewissen Förmlichkeiten, wie Aufsichtspflicht, erforderlichen Qualifikationen von MitarbeiterInnen am Projekt, Risikoeinschätzung, Organisation von Sicherheitsmaßnahmen und die Verfahren zur Genehmigung des Besuchs anweisen.
- Des Weiteren ist ein Gespräch mit dem Bildungsberater für diesen Zuständigkeitsbereich notwendig, um den Vorschlag zu präsentieren. Ein „School’s Educational Visits Co-ordinator“ (EVC) steht einem mit Rat und Tat zur Seite.

  „Your EVC will also be able to make you aware of both the school’s policies on school visits, those of your LEA, and any national guidance.” (Sheerman, 2006)

  Wenn ein solcher EVC jedoch nicht in der Schule vorhanden ist, so fällt die Verantwortung automatisch dem Direktor/der Direktorin zu.
- Der nächste Schritt ist die detaillierte Planung in der Umgebung, verbunden mit Dauer, Kosten und Aufsicht der außerschulischen Aktivität. An dieser Stelle wird klar, ob man die Ressourcen besitzt, diesen außerschulischen Lehrgang zu organisieren. Ist Hilfe von Eltern, KollegInnen oder anderen Mitarbeitern der Schule möglich?
- Des Weiteren sollte der ausgewählte Ort mit den KollegInnen voruntersucht werden, um mehr über den Bereich und seine Möglichkeiten herauszufinden. Die Gruppengrößen, deren Alter, Fähigkeiten und die dafür vorgesehenen Aufsichtspersonen, um Gruppenmitgliedern zu helfen, welche spezielle Hilfe brauchen, werden aneinander angepasst.

- Es sollte sichergestellt sein, dass der Platz passend für die Bedürfnisse der Gruppen ist, sowohl in Bezug auf die Sicherheit, als auch auf die Lehr- und Lernziele.
- Nachdem muss ein niedergeschriebener Plan zur Risikoabschätzung und Sicherheitsmaßnahme vorbereitet werden. Das ist ein fester Bestandteil von allen Schulausgängen. Die Voruntersuchung bietet einen idealen Zeitpunkt, etwaige Probleme zu beheben. Der Plan wird möglichst einfach gehalten, damit das Dokument von jedem verstanden wird, der in den Besuch involviert ist.
- Bei der Vorbetrachtung gibt es die Möglichkeit eine spezifische Risikoabschätzung vorzunehmen. Dies umfasst insbesondere die Fragen der Gruppen und nimmt Rücksicht auf das Alter, Verhalten, medizinische und spezielle Bedürfnisse der SchülerInnen und Begleitpersonen.
- Diese Beurteilung kann jederzeit aktualisiert werden, um etwaige Veränderungen oder Wettervorhersagen einzuplanen. Außerdem bildet der Plan die Basis für die Instruktion anderer HelferInnen oder SchülerInnen.
- Der Vorbesuch gibt auch Zeit, einen Notfallplan und Notfallmaßnahmen zu bedenken. Gelegentlich verändert sich die Situation während einem Ausgang, wie zum Beispiel eine Wetteränderung, ein medizinischer Notfall oder die Erschöpfung der Gruppen.
- Die Kompetenz von den LehrerInnen ist wichtig, um den Besuch als Erfolg sicherzustellen. Der Direktor/Die Direktorin trägt die Verantwortung und muss sicher sein, dass seine/ihre Lehrkraft die Fähigkeit besitzt, diesen Ausflug durchzuführen. Es geht um eine professionelle Einschätzung, basierend auf Qualifikationen, Erfahrungen, persönlichen Fähigkeiten und Ausbildung.
- Das Lehrpersonal hat die Möglichkeit an anderen Aktivitäten dergleichen Art teilzunehmen und eine Ausbildung zu genießen. Die gesamte Lehrerschaft, die daran teilnimmt, muss sich seiner/ihrer Rolle und Verantwortung bewusst sein.
- Man sollte im Falle eines Problems sicherstellen, dass passende Lehrkörper, die in der Schule bleiben, Kontaktinformationen haben und über die Vorgehensweise Bescheid wissen. Man braucht alle genauen Details der Gruppe, Führer und Notfallkontaktnummern. Außerdem hinterlässt man eine Kopie des Reiseplans und Details, wo man sich aufhält. Falls es notwendig ist, wird über diesen Weg Kontakt mit den Eltern aufgenommen oder ein Rücktransport organisiert.
- Um einen erfolgreichen Ausgang zu erreichen, ist es von Vorteil für alle Teilnehmenden, dass die SchülerInnen in den Plan mit einbezogen werden. Dadurch kreiert man „emotional ownership“. Die außerschulische Aktivität wird dadurch zu einem eigenen Projekt und die

SchülerInnen sind sich dadurch nicht nur klar, was von ihnen erwartet wird, sondern zeigen auch größere Motivation und Leistungsbereitschaft.
“Involving pupils in producing the risk assessments and a Code of Conduct not only teach them life skills, but also encourages them to engage with the visit and behave well on it.” (Sheerman, 2006)

- Falls einem die Möglichkeit gegeben wird, eine Ausbildung in diesem Bereich zu machen bzw. zu vertiefen, dann sollte diese in Anspruch genommen werden.
- Es soll genügend Zeit eingeplant werden, um über den Ausgang mit den SchülerInnen und einem selbst zu reflektieren. Evaluation ist nicht nur ein wesentlicher Bestandteil der Risikobeurteilung, sondern auch unverzichtbar, um sicherzustellen, dass die außerschulischen Aktivitäten „quality learning experiences“ sind. Die Erkenntnisse sollten mit KollegInnen geteilt werden. Die Sicherheit und Qualität von den Projekten sind abhängig von der vorsichtigen Planung und Vorbereitung. Solche LehrerInnen, die Erziehung außerhalb des Klassenzimmers in ihren Unterricht einbauen, bekommen Anerkennung und große Unterstützung von Netzwerken von Menschen und Organisationen.

Wichtig ist, dass den SchülerInnen erlaubt wird, sich genügend Zeit und Raum zu nehmen, um die Umgebung zu erkunden und zu erfahren. Demnach plant man immer weniger ein, um deren Freiraum zu wahren.
(vgl. Sheerman, 2006)

4.3. Durchführung

Es sollte immer eine Liste der TeilnehmerInnen mitgeführt werden. Außerdem muss nachvollziehbar sein, wo sich die Gruppen jeweils aufhalten, wo welche SchülerInnen sind, wo sich das Aufsichtspersonal aufhält und wie die Überwachung an jedem Ort möglich ist. Auch die Kleidung muss für die Aktivität passend sein.
Aufgrund der Unmöglichkeit, alle Gruppen zu gleicher Zeit zu betreuen, hat der Verantwortliche folgende Aufgabe:

> *„The party leader must make a clear delegation of role and responsibility to the others [supervisors] involved in the venture… “*
> (Report of the Altwood School Inquiry Panel, 1989 In: Thomas, May, 1994)

Wenn man den Zweck des außerschulischen Lernens beachtet, könnte es passender sein, wenn man die Aktivität nicht mit der gesamten Klasse, sondern nur mit Kleingruppen durchführt. Der Nachteil dieser Idee ist, dass man dadurch den anderen Teil der Klasse ebenfalls beschäftigen muss und somit weitere KollegInnen mit einbezogen werden. Der Vorteil ist der nötige minimale Grad an Überwachung. Das Alter, die Lebenserfahrung der Gruppe, die Wetterbedingungen oder das Gelände können Vorteile in der Arbeit mit Kleingruppen darstellen.

In speziellen Situationen können 14-16 Jährige unbeaufsichtigt arbeiten, wobei trotzdem ab und zu Kontrollen stattfinden sollten, ob die Situation in Ordnung ist.
Unbeaufsichtigte Gruppen führen Aktivitäten nur durch, wenn die Orte sicher sind, die Lehrkraft die Gefahren der Natur abgeschätzt hat und diese den SchülerInnen mitgeteilt hat. Die Gruppen werden regelmäßig vom Aufsichtspersonal kontrolliert und je nach Dauer der Aktivität bekommt jede Gruppe einen Erste-Hilfe-Kasten und im Vorhinein Anweisungen, wie in einem Notfall vorzugehen ist. Es wird ein Führer in der Gruppe ausgewählt und die Gruppen können zu jeder Zeit Hilfe und Unterstützung in Anspruch nehmen.

Als Alternative lässt sich eine distanzierte Überwachung durchführen, indem man die einzelnen Gruppen in ihrem „Schatten“ überwacht. Dies kann durch einen Checkpoint oder periodische Besuche von Aufsichtspersonal stattfinden.
Jüngere Gruppen sollten auf jeden Fall überwacht werden bzw. in wenigen Minuten eine Ansprechperson erreichen können. Der Grad an Überwachung entspricht der Sicherheit, während man ihnen erlaubt, einen gewissen Grad an Unabhängigkeit zu erlangen.

Wenn Feldarbeit in baulicher Umgebung stattfindet („built environment“) muss man zusätzlich noch auf folgende Dinge aufpassen:

- Die Gruppenorganisation und die Aufteilung der Aufsicht werden im Vorhinein festgelegt. Mit dem Blick auf das SchülerInnen-Verhältnis werden die Gruppen eingeteilt.
- Es sollten möglichst wenige Behinderungen in der öffentlichen Umgebung vorliegen.
- Abhängig von Verkehr bzw. Geräusch-Level durchdenkt man die Möglichkeit, die Gruppen in eine andere Umgebung zu bringen, wenn diese sicherer ist.
- Wenn technische Geräte verwendet werden, muss sichergestellt sein, dass diese passend für die Feldarbeit sind und die SchülerInnen damit vorsichtig umgehen.

(vgl. Thomas, May, 1994)

4.4. Beurteilung

Administrativ betrachtet ist das gesamte Material, das verwendet worden ist, einzusammeln und zurückzubringen. Es sind Briefe an jene Personen zu verschicken, die mitgeholfen haben und die Aktivität möglich gemacht hat.

Nach dem außerschulischen Lernen ist auch die Nacharbeit in der Klasse notwendig. Man sollte ein lohnendes Programm vorbereiten, in dem die Arbeit und die Ergebnisse festgehalten, analysiert und interpretiert werden. Das ist jener Teil der Feldarbeit, der gerne vernachlässigt wird.

Wie kann das Material, das von den SchülerInnengruppen präsentiert wird, in den zukünftigen Unterricht eingebaut werden?
Um diese Frage zu beantworten ist von den Gruppen eine passende Präsentation vorzubereiten, indem sie entweder ein Poster oder eine schriftliche Arbeit oder ein mündliches Referat für ihre KollegInnen und die Lehrkraft vorbereiten. Ein solcher Ansatz ist für den weiteren Unterrichtsverlauf nützlich und kann zusätzliches Interesse wecken. Zusätzlich sollten die SchülerInnen eine Deadline für die Beendigung der Präsentationen erhalten.

Wichtig ist, dass man ein Feedback von den SchülerInnen einholt. Dieses Feedback beinhaltet die Beurteilung und das Empfinden der Arbeit während und nach der Feldarbeit. Die SchülerInnen werden gefragt, was sie glauben, dass gut verlaufen ist und ob sie etwaige Verbesserungsvorschläge haben. Eine wichtige Frage ist jene, ob sie etwas gelernt haben.

Danach findet die Beurteilung der verantwortlichen Lehrkraft selbst statt. Hier geht es um einen Rückblick mit dem gesamten Lehrkörper, der daran teilgenommen hat. Rückblickend auf die ursprünglich gestellten Ziele wird überprüft, ob diese erreicht wurden. Verbesserungsvorschläge, welche für zukünftige Arbeiten hilfreich sein können, werden notiert.
Man stellt sich sowohl in pädagogischer und organisatorischer Hinsicht als auch in Hinsicht auf die Sicherheit selbst Fragen, wie erfolgreich die Feldarbeit war.

Folgende Fragen stellen sich *pädagogisch*:

- Wie gut wurden die Ziele erreicht?
- Waren die Ziele realistisch? Zu leicht? Zu schwer?
- Hat die Fragestellung allen SchülerInnen erlaubt teilzunehmen?
- Was haben die SchülerInnen von der Aktivität gelernt?
- Was könnte für das nächste Mal verbessert werden?

Folgende Fragen stellen sich *organisatorisch*:

- Was ging gut? Wieso?
- Was ging weniger gut? Wieso?
- Wie kann man die Organisation verbessern?

Folgende Fragen wurden in Hinsicht auf *Gesundheit und Sicherheit* gestellt:

- Waren irgendwelche Zusammenstöße? Warum? Waren diese vermeidbar?
- Welche Maßnahmen müssen für die Zukunft getroffen werden?
- Gab es Bereiche von allgemeinem Interesse für alle MitarbeiterInnen?
- Welche Empfehlungen sollten aufgrund dessen gemacht werden?

Die Zukunft muss ebenfalls im Blick behalten werden. Die Materialien werden gemeinsam mit Arbeitsblättern und passenden Verbesserungsvorschlägen von SchülerInnen und LehrerInnen aufbewahrt. Es kann auch hilfreich sein, wenn man die Feldarbeit mit vorherigen oder zukünftigen Arbeiten vergleicht. Dies stellt eine Möglichkeit dar, um zu diskutieren, wieso und wie manche Befunde sich unterscheiden. Es ermutigt über Messgenauigkeit, Unterschiede in den Umständen, kurz- und längerfristige Trends nachzudenken und eine Erklärung dafür zu finden. Zusätzlich sollte auch ein Bericht an den Direktor und andere interessierte Parteien, wie zum Beispiel Eltern, weitergegeben werden.
(vgl. Thomas, May, 1994)

Zusammenfassend stellt sich folgende Checkliste für Arbeitsaufträge dar:

- ✓ *„Was soll konkret bearbeitet werden?*
- ✓ *Wer arbeitet mit wem zusammen?*
- ✓ *Wie wird die Aufgabe bearbeitet?*
- ✓ *Womit wird die Aufgabe bearbeitet?*
- ✓ *Wie soll das Ergebnis präsentiert werden?*
- ✓ *Welches Arbeitsmaterial steht wo zur Verfügung?*
- ✓ *Wie viel Zeit steht für die Aufgabe zur Verfügung und wann soll präsentiert werden?*
- ✓ *Welche Differenzierungsangebote werden gemacht?*
- ✓ *Was wird in dieser Arbeitsphase wie bewertet?*
- ✓ *Werden Selbstkontrollmöglichkeiten für die Schüler gegeben?"* (Dühlmeier, 2008)

4.5. Sozialformen

Zuerst beschäftigen wir uns mit Vorteilen und Nachteilen der Einzelarbeit bei der Feldarbeit. Jeder Schüler/Jede Schülerin hat verschiedene Lernbedürfnisse und Lernvoraussetzungen. Demnach lernt jeder Schüler/jede Schülerin anders und in unterschiedlichem Tempo. Durch die Einzelarbeit kann man den SchülerInnen individuelle Aufgaben stellen und auf deren Lerntempo und Lernmethode eingehen. Somit wird der Einzelne/die Einzelne speziell gefördert. Darin spricht man auch mögliche Probleme im individuellen Lernprozess an. Die Lernergebnisse sind leichter nachvollziehbar, womit sich auch die Bewertung im Gegensatz zu einer Gruppen- oder Partnerarbeit erleichtert. Auf der anderen Seite wird jedoch die Teamfähigkeit und Klassengemeinschaft nicht gefördert.

4.5.1. Methoden der Einzelarbeit

Zum Einen gibt es die Möglichkeit, einen *Fragebogen* auszuwerten. Die Entwicklung dieses Bogens wird von den SchülerInnen oder von der Lehrkraft in der Vorbereitungsphase übernommen. Er könnte als Orientierungshilfe dienen. Dieser Fragebogen ist jedoch für SchülerInnen nicht unproblematisch. Hierfür sind die kognitiven Fähigkeiten stark gefordert, wodurch diese Methode nur in höheren Altersstufen angewandt werden sollte.

Zum Anderen kann man auch mit *Protokollen* arbeiten, indem die SchülerInnen ihre Erkenntnisse, die sie während der Arbeit aufnehmen, auf Papier festhalten. Dadurch ist die Ergebnissicherung gewahrt. Die Arbeit mit Protokollen darf nicht ohne Übung angewandt werden. Dafür ist ein geregelter Ablauf wichtig, wie zielgerichtetes, genaues und strukturiertes Arbeiten. Diese Variante könnte, je nach Fähigkeiten der SchülerInnen, in Form von Partnerarbeit besser funktionieren. Die Einzelarbeit, verknüpft mit Protokollarbeit, würde die Feldarbeit erschweren, da man sich gleichzeitig sowohl auf das Mitschreiben als auch auf die Umgebung konzentrieren muss. Durch das Schreiben wird die Erfahrung der Umgebung eingeschränkt und die Ergebnissicherung verzehrt. Das Protokollieren ist nicht immer passend. Bei Selbstständigkeit eignet sich ein individueller Bericht besser.

Außerdem kann man *Arbeitsblätter* einsetzen. Diese können entweder von der Lehrkraft selbst oder von den SchülerInnen gestaltet bzw. mitgestaltet werden. Diese Vorbereitung muss ihren Platz im Bereich der Planung haben. So kann die Durchführung sehr genau kontrolliert werden und die SchülerInnen wissen genau, was sie zu tun haben. Ein Mitgestalten am Arbeitsblatt fördert die Motivation und das Interesse. Die Präsentation der Ergebnisse hat durch diese Methode von Vornherein einen klaren roten Faden.
Die Aufgabe der Lehrkraft ist es, Hilfestellungen zu geben und mit Rat und Tat zur Seite zu stehen. Die Protokolle setzt man eher für höhere Altersstufen ein. Die drei Methoden der Einzelarbeit können durch das Wetter oder durch das Vergessen von Unterlagen negativ beeinflusst werden.

4.5.2. Gruppen- bzw. Partnerarbeit

Im Gegensatz zur Einzelarbeit kann man sich in diesem Bereich auf die Kommunikation bzw. Interaktion zwischen den SchülerInnen konzentrieren. Lernprozesse, wie das gemeinsame Erreichen eines Zieles, Lösen von Problemen oder der richtige Umgang in einer Gruppe miteinander, spielen eine große Rolle. Dadurch kommt es zu der Akzeptanz anderer Meinungen. Die Gruppenmitglieder lernen sowohl Kritik zu geben als auch anzunehmen. Die Kreativität und das selbstständige Lernen sollte trotzdem nicht vernachlässigt werden. Der Lehrer/Die Lehrerin oder die Gruppe selbst bestimmen schon im Vorhinein, wer für was zuständig ist. Falls man Protokolle schreibt, könnte man die Gruppe zum Beispiel in Schreiber, Zeitmanager, Führer,… einteilen. Jeder Schüler/Jede Schülerin hat eine spezifische Aufgabe und keiner fühlt sich benachteiligt. Somit wird niemand ausgeschlossen, jeder/jede kann seine Stärken zeigen und Schwächen können behoben werden. Wichtig ist, dass man vorher in der Klasse bespricht, wie sich die SchülerInnen zu verhalten haben. In diesem Bereich ist es die Aufgabe des Lehrers/der Lehrerin sich zurückzuziehen und die SchülerInnen bei ihrer Arbeit zu beobachten. Die LehrerInnen sind eher in der Vorbereitungsphase gefragt, da sie Organisations- und Planungsarbeit leisten. Doch gerade hier besteht die Hürde, dass man den SchülerInnen größtenteils die Organisation und

Durchführung selbst überlässt. Aufgrund der Verschiedenheit von Klassen muss der Lehrer/die Lehrerin im Vorhinein das passende Thema und die passende Sozialform finden.

Der Nachteil von Gruppen- bzw. Partnerarbeiten ist, dass die Bewertung nicht individuell stattfinden kann, wodurch nur eine Gruppennote möglich ist. Probleme treten auf, wenn SchülerInnen in der Gruppe sind, die viel zum Erfolg beitragen und einige, die nichts tun, aber trotzdem dieselbe Note bekommen. Die Beobachtung der Gruppen während der Durchführung versucht dem entgegenzuwirken, doch diese Beobachtungen halten bei einer Notengabe nicht stand.
(vgl. Sauerborn, 1997)

Es gibt sehr viele Gründe, warum Gruppenarbeit wichtig ist. Aus dieser Arbeit entstehen Lerneffekte, wie die Weiterentwicklung und Vertiefung von Selbstständigkeit. Das Zusammenarbeiten in Gruppen zeigt einem neue Wege auf und andere Möglichkeiten an Dinge heranzugehen. Es kommt zu einem intensiveren Arbeiten, in der die Gruppenmitglieder kreativer sein können. Außerdem kommt es zu einem Anwenden von Wissen und mehrere Ideen finden ihren Einsatz, um eine Aufgabe zu erledigen.
Es entstehen auch viele Motivationseffekte, wie angewandtes Lernen, wodurch der Spaß am gemeinsamen Lernen gefördert werden kann. Die Entstehung des Gefühls, dass mehr Erfolg erwartet wird und dass einem geholfen wird, wenn Fragen auftauchen, können sich positiv auswirken. Es herrscht allgemein eine größere Motivation vor und die Angst wird durch die Arbeit miteinander reduziert. Der positive Zuspruch, wenn etwas schief läuft, wirkt aufbauend.
Zuletzt entstehen auch Sozialisationseffekte, wie die Förderung der Integration von SchülerInnen. Außerdem entwickelt man einen Teamgeist, wodurch auch die Fähigkeit in Gruppen zu arbeiten trainiert wird. Es besteht außerdem die Möglichkeit zur Entwicklung von Toleranz, wenn man die Ideen und Kritik von den anderen SchülerInnen akzeptieren lernt. Die Kommunikation untereinander, Kritik abzugeben und anzunehmen und angemessen in der Gruppe zu arbeiten, wird eingeübt und verbessert. Der respektvolle Umgang miteinander kann dadurch erlernt werden.

4.5.3. Möglichkeiten der Gruppenbildung

Es gibt drei große Formen, um Gruppen zu bilden. Zum Einen gibt es die sogenannten „Neigungsgruppen“, in welchen die SchülerInnen ihre Gruppen selbst wählen. Die beliebteste Auswahl erfolgt aufgrund von Sympathie, wodurch die Gruppen sehr gut funktionieren können. Diese Einteilung kann sich auch ins Negative umkehren, wenn sich immer dieselben SchülerInnen zusammenfinden. So ist es möglich, dass leistungsstarke und leistungsschwache Gruppen entstehen. Dadurch könnten Außenseiterrollen noch verstärkt werden und das Klassenklima und die Klassenleistung verschlechtert werden. Dann gibt es die Möglichkeit, Gruppen einfach nachbarweise zu konstruieren. Eine weitere Option ist die Einteilung nach deren Interesse, Thema, Methoden, Medien, Fragen, Thesen oder Aufgaben. Die Gruppen könnten auch nach deren Hobbies eingeteilt werden. Demnach müssen die Neigungsgruppen mit Bedacht gewählt werden.

Die nächste Gruppe ist die sogenannte „Zufallsgruppe“. Möglichkeiten, wie Durchzählen und Auslosen sind gegeben. Des Weiteren können gekennzeichnete Arbeitsblätter oder verschiedene Kärtchen vorbereitet werden, die zufällig gezogen werden. Die Vorteile sind, dass sich SchülerInnen besser kennenlernen, die sonst nicht gerne etwas miteinander unternehmen. Natürlich kann das Ganze auch ins Gegenteil umschwenken, indem die Gruppen sehr schlecht miteinander zusammenarbeiten und das Ergebnis nicht zufriedenstellend ist. Dadurch müssen die SchülerInnen lernen jeder Situation gemäß zu handeln, ob sie einem gefällt oder nicht. Das Zufallsprinzip kann trotzdem auch Gruppen finden, die nicht Klassenklima fördernd wirken. Somit muss es eine andere Methode geben, die auch die Integration und Förderung einzelner SchülerInnen mit einbezieht. Die Außenseiterrolle kann größtenteils ausgeklammert werden. Der Sinn an Gerechtigkeit wird erlernt, weil keiner benachteiligt bzw. bevorzugt wird. Wenn die SchülerInnen daran gewöhnt sind, entwickeln sie eine neue Einstellung sich an jede Situation anzupassen und entsprechend zu reagieren.

Die letzte Gruppe, die vorgestellt wird, ist die Setzgruppe. Die Einteilung erfolgt nach bestimmten Kriterien. Die Zusammenführung von Gruppen aufgrund deren Leistung führt zur Zusammensetzung von leistungsstarken und leistungsschwachen SchülerInnen, damit die Leistungsschwachen gefördert und die Leistungsstarken gefordert werden. Die Einteilung der Gruppen erfolgt aufgrund deren Verhalten, Motivation, Vorwissen, Interesse, Talent, Geschlecht oder Alter. Der große Vorteil dieser Methode ist, dass Individualität, Integration und Förderung vorherrschend sind. Das Zufallsprinzip ist im Gegensatz zum Setzprinzip zeitsparender, aber leichter vorzubereiten.
Demnach darf der Unterricht in der Wahl der Methode vielfältig sein.

> *„So viel Zufallsprinzip wie möglich und so wenig Lehrerintervention und freie Gruppenwahl wie möglich.“* (Klippert, 2010)

(vgl. Klippert, 2010)

4.6. Feldarbeit von Beginn an

Vor allem in der Volksschule wird das Lernen außerhalb der Schule immer interessanter. Es wird gesagt, diese Methode sei motivationsfördernder als zum Beispiel das Lösen von Beispielen aus einem Buch heraus.

> *„Teaching mathematics in an outdoor setting usually refers to school children solving practical problems using whichever forms of mathematics they find appropriate.”* (Nilsson et al., 2006)

(vgl. Nilsson et al., 2006)

Auf dem Spielplatz, im Garten oder auf dem Feld findet man ein großes Angebot an herausfordernden Erfahrungen, speziell am Anfang der Mathematik. Mündliches Feedback den Eltern gegenüber, zusammen mit einer fotografischen Vorführung, zeigt, dass diese Erfahrungen geplant und wertgeschätzt werden, ebenso wie der Unterricht in der Klasse.

Passende Kleidung und große Geräte, wie Dreirad, Karren, Reifen und Trittleiter brauchen Platz in einem Schuppen, der ebenso große Bausteine, Sprungbrett und einen Bausatz enthält. Flummis, Teppichfliesen und große Würfel können hilfreich sein. Ein Fallschirm kann für mathematische Abenteuer sehr schön sein. Der Spaßfaktor ist so lohnend, wenn man den Kindern zusieht wie sie einen Zahlenstrahl entlang springen, wenn sie die Längen von Rohrleitungen abzählen oder Blöcke verschieben. Die Lehrkraft kann sehr gerne mitarbeiten, wobei jedoch eine Ersatzkleidung in greifbarer Nähe liegen sollte.
Das Überprüfen von Ressourcen ist sehr wichtig. Sand- und Wasserspielzeug benötigt passende Abdeckung. Versteckspielen, Zählen, Sortieren und vergleichbare Aktivitäten zeigen, dass die Ressourcen gut vorbereitet, aktualisiert und mit Etiketten aufgehoben werden müssen. Die Einbeziehung der Kinder in diesen Prozess zeigt, wer teilen, organisieren und aufräumen kann.

4.6.1. Im Freien mit einem Thema

Ein Thema im Freien könnte das Zählen beinhalten.

Beispiele für das Zählen: Kannst du Objekte mit Nummern und Namen zusammenfinden? Wenn nummerierte Flaggen mit 1…4…7 auf einer Linie aufliegen, welche fehlen? Kannst du auch die folgenden aufschreiben? Kannst du die Zahlen finden, einfügen bzw. schreiben?

Beispiel für Vergleiche: Der Vergleich von Schatztruhen kann spannend sein. Welche ist schwerer, größer,…? Untersucht ihre Größe, Länge und Muster. Ordne die verschiedenen Längen der Seile. Mache einen Kreis mit jedem Seil. Was bemerkst du? Kannst du eine Spirale machen? Wenn jeder in der Gruppe zwei Münzen haben möchte, wie viele braucht man, um fair zu teilen?

Wenn man laut und chaotisch sein möchte, hat man folgende Möglichkeiten: Sing- oder Tanzzahlenreime. Werfe einen großen Würfel und dann klopfe die Zahl, die gezeigt wird.

Ist man eine Leseratte, kann man folgende Dinge unternehmen: Finde ein schattiges, gemütliches Plätzchen. Die Lehrkraft kann mittlerweile ein paar Kissen und passende Bücher platzieren. Manche Bücher sind besonders geeignet, um mathematisch zu inspirieren. Zähle Gruppen von Objekten auf unterschiedliche Weise und erkenne, dass es immer dieselbe Anzahl bleibt. Besonders lustig ist dies mit Getreide, Gemüse oder Früchte.

4.6.2. Ein mathematischer Weg

Kleine Kinder lieben Rätsel, Geheimnisse und Abenteuer. Mit diesem Hintergrundwissen kann man den mathematischen Weg bei Kleinkindern beginnen.

> *„Begin with a ball of bright wool tied securely at the beginning of the trail."*
> (Kennard, 2007)

Im Vorhinein muss festgelegt werden, welche Sprache für die Kinder passend und verständlich ist.

Weitere Beispiele, um die Mathematik für Kleinkinder lebendig zu machen:

- Versteckspiel: Sechs oder zehn Spielzeug-Enten können versteckt und gefunden werden. Haben wir alle gefunden? Wie wissen wir das?
- Sammle verschiedenfarbige Plastikeier in unterschiedlichen Behältern. Sortiere passend nach Größe, Material oder Farbe. Dann zähle und markiere. Was passiert, wenn wir alle ein Ei wollen? Haben wir genug? Wie viele brauchen wir mehr? Wie viele bleiben über?
- Haben wir genug Tassen für jeden? Wie viele Flaschen haben wir in unserer Tasche? Sind diese voll, leer, halb voll? Wie viele Tassen kann jede Flasche füllen? Zu Beginn sollten die Erwachsenen diese Arbeit vorzeigen und die Kinder später übernehmen lassen.

Die Einteilung der Gruppen muss mit Bedacht gewählt werden. Wird die Tätigkeit für unterschiedliches Leistungsniveau wiederholt, angepasst oder erweitert? Benötigt man die Hilfe von Erwachsenen oder sollen die Kinder eigene Erfahrungen machen? Wann plant man einzugreifen, zu reagieren und das Verständnis der SchülerInnen zu erweitern? Den Kindern muss genügend Zeit gegeben werden, eine Aufgabe selbst zu untersuchen, bevor man eingreift.

Es lohnt sich jedoch die Tätigkeit der Kinder zu überwachen. Welche Arbeit funktioniert gut, welche nicht? Würde es im Schulgebäude besser funktionieren? Ist der Untergrund richtig? Benötigt man eine Assistentin/einen Assistenten? Flexibilität und das Anpassen der Tätigkeiten und Ressourcen an die SchülerInnen können den Lernerfolg verbessern. (vgl. Kennard, 2007)

4.6.3. Mathematische Entwicklung im Freien

Es ist wichtig, dass die mathematische Entwicklung von SchülerInnen im Freien geplant wird.

> *„The outdoors provides a crucial background for exploring mathematical concepts which can be more easily understood if explored on a larger scale and linked to physical movement.”* (Stevens, Scott, 2002)

Die Umgebung im Äußeren sollte eine Erweiterung und Ergänzung zum innerschulischen Lernen darstellen und nicht eine bloße Wiederspiegelung.

Es ist hilfreich, Aktivitäten auszuführen, die die Umwelt und natürliche Objekte mit einbeziehen, die in großem Umfang wirksamer sind, welche laut sind und nicht leicht im Innenbereich absolviert werden können.

Die Lernziele der Mathematik können in drei große Bereiche eingeteilt werden.

- Ziele für Zahlen, wie Zählen und Etikettieren
- Ziele für Berechnungen
- Ziele für Formen, Raum und Maße

Die Kinder haben im Freien mehr Platz zum Lernen. Sie haben die Möglichkeit, große Gefäße zu füllen und zu transportieren, wobei sie fahrendes Spielzeug, wie Schubkarren, Gepäckkarren oder Flaschenzug, verwenden. Eine Regentonne oder ein Außenventil kann verwendet werden, um Eimer und anschließend ein Planschbecken zu füllen. Die Kinder bauen mit Gegenständen, wie leeren Kartons oder Milchpackungen. Durch Ausprobieren können folgende Fragen beantwortet werden: „Bin ich zu groß, um in die Kiste zu passen?“ und „Wie viele Kinder passen in die Kiste?“

Wenn Kinder die Kletterausrüstung für Außen verwenden oder einen Hindernisparcour vorbereiten, dann können die Erwachsenen den Einsatz der mathematischen Sprache einführen und verstärken, wie bei den Worten „unter“, „über“ und „durch“.
Aufgrund des Raumes können in Form von Spielplatzspielen 2D Formen benannt werden. Kinder und Erwachsene zeichnen die Formen mit einer Kreide auf den Boden und benennen diese abwechselnd. Das Spielen lauter Musik und Rufen des Namens nach einem Stopp der Musik kann motivierend wirken.
Das Aufhängen von Kleidern auf einer Wäscheleine kann den Kindern helfen, gewisse Muster zu kreieren. Wenn Kinder mit Kreide auf Pflastersteine zeichnen oder bewegbare Dinosaurier-Fußspuren am Boden festmachen, können sie Spuren, Wegen oder Routen folgen. Die Lautstärke darf im Freien höher sein. Dies ergibt die Möglichkeit laute Instrumente, wie Fässer aus Stahl oder hängende Töpfe zu verwenden. Diese Aktivitäten werden entwickelt, damit die Kinder lernen einem Bewegungsmuster zu folgen.

Die Umwelt bietet viele Möglichkeiten für nicht-standardisierte Arten des Messens. Zum Beispiel: „Wie viele Tannenzapfen lang ist dieser Gegenstand?“, „Wie viele Handflächen groß bist du?“. Große Blöcke können dafür verwendet werden, um die Höhe eines Spielhauses zu berechnen.
Wenn man Kinder auf einen „Zahlenspaziergang“ mitnimmt und Fotos von Zahlen nimmt, die man in der Umgebung erkennt, wie auf Türen, Verkehrszeichen, Postkasten oder Autokennzeichen, zeigt man, wie Zahlen in unterschiedlicher Weise verwendet werden.
Ziffern sollten in die Outdoor-Lernumgebung integriert sein. Das beinhaltet das Weben von Ziffern in Zäune, Aufhängen von T-Shirts mit Ziffern auf eine Wäscheleine oder den Umfang von Zahlenreihen zu erweitern.
Die Beschriftung von Spielzeug kann durch Kreide beschriftete Kärtchen oder auf Kärtchen gedruckte Zahlen erfolgen. Dann markiert man Parkplätze mit verschiedenen Ziffern und die Kinder müssen das passende Spielzeug dem passenden Parkplatz zuordnen. Die Ziffern können beispielsweise mit Kreide auf den Boden gemalt werden.

> *„Large scale track games are an effective way of helping children to link physical movement to counting and using number names in order.”* (Stevens, Scott, 2002)

Die Spuren haben die Form einer Schlange, Raupe oder Schnecke.
Zahlenrhythmen, wie „Five little ducks“ und „Five speckled frogs“, dürfen in einem viel größeren und lauteren Ausmaß im Freien durchgeführt werden. Zusätzlich können Masken getragen und echte Aufnahmen vorgespielt werden, um die Tiere zum Leben zu erwecken.

Lieder über Ziffern und Zahlen helfen, diese vorwärts oder rückwärts zu ordnen, oder fehlende Zahlen bzw. Ziffern zu finden.

Es gibt zahlreiche Spiele im Freien, um früh genug die Rechenfähigkeiten der SchülerInnen zu unterstützen.

> *„Games involving throwing balls, beanbags or quoits into buckets, through hanging hoops or into chalked shapes are simple but exciting ways of introducing the language of addition."* (Stevens, Scott, 2002)

Die erwähnten Spiele erfüllen den Zweck, so früh wie möglich die Entwicklung der mathematischen Fähigkeiten auszuweiten. Kinder erzielen passend zu deren Level an Entwicklung in unterschiedlicher Weise Ergebnisse.
Folgende Spiele stehen am Beginn des Mathematik-Weges:

- Verwende natürliche Objekte, wie Steine oder Tannenzapfen oder
- eine lange Schnur mit zehn luftdurchlässigen Bällen aufgespannt auf einem Zaun.
- Zeichne leichte Symbole, um die Objekte, die in der Box liegen, zu repräsentieren.
- Zum Zählen kann man eine konventionelle Strichliste machen oder mit Kreide auf den Boden oder auf Staffeleien schreiben.

Wenn Kinder natürliche Objekte im Freien sammeln, sollten die Lehrkräfte von den mathematischen Möglichkeiten profitieren. Sammlungen von Steinen, Reisig oder Blätter werden in Größe, Form und Farbe eingeteilt. Anschließend werden Muster und Formen untersucht. Natürliche Objekte tragen eine extra Dimension zu dem Rollenspiel der Kinder im Freien bei.

> *„Overall, it is important that practitioners do plan to exploit the motivational potential of the outdoor environment and support children's spontaneous learning across all aspects of mathematics."* (Stevens, Scott, 2002)

(vgl. Stevens, Scott, 2002)

5. Vorteile und Nachteile von Feldarbeit

Die folgenden vier Gesichtspunkte werden verwendet, um die Vorteile von Feldarbeit zu schildern. Die Verteilung von Lernaktivitäten unterscheidet zwischen kognitivem Einfluss, wie Wissen, Verstehen oder anderen Lernergebnissen, affektivem Einfluss, wie Werte, Einstellungen, Glaube oder Selbsteinschätzung, sozialem Einfluss, wie Kommunikationsfähigkeiten, Gruppenarbeiten oder Führerpositionen und physischem Einfluss, wie körperliche Fitness, körperliche Fähigkeiten, soziale Verhaltensweisen oder soziale Aktionen.

5.1. Kognitiver Einfluss

Der Wert des Klassenzimmers im Freien hat weniger mit dem individuellen Lehrplan zu tun, sondern mehr mit der Fähigkeit die Umwelt und die eigene Stellung darin wertzuschätzen. Ein Grundschullehrer nennt als Vorteil des Lernens außerhalb der Klasse, dass die Kinder ein größeres Verständnis und Sichtweite von der Natur bekommen. Sie lernen zu verstehen, wieso etwas wie in der Natur passiert. Dies trägt zu ihrem allgemeinen Wissen und zu ihrem Weltverständnis bei. Nach dessen Meinung bildet dies den größten Vorteil. Der Zweck ist, dass die heutige Jugend auch die ländliche Ökonomie kennen und wertschätzen lernt. Diese sollen nach dem Schulabschluss wissen, wie offen und weitgefächert die Natur ist und wie die Dinge voneinander abhängen.

Sowohl SchülerInnen als auch LehrerInnen erklären, dass durch das Lernen außerhalb des Klassenzimmers, das Wissen und Verstehen rasant gestiegen ist. Laut Nachfrage geben SchülerInnen nach der Feldarbeit etwas besser wieder, als nach dem Frontalunterricht.
Die Entwicklung von Wissen und Verstehen scheinen vor einer großen Bandbreite an kognitiven Domänen zu entstehen.

> *"We learnt about the wildlife and where they live and lots of habitats and animals. Where they live and what kind of areas they are in. Some of the animals we saw lived in water, some were living in damp Woodland. "* (Dillon et al., 2005)

Einige der SchülerInnen stellen Beziehungen zwischen einzelnen Gebieten im Lehrplan her.
Weiterhin wird erwähnt, dass sich Erinnerungen auch durch Sichtweisen und Geräusche verbessern können. Konkrete Gegenstände führen zu einem besseren Verständnis.

5.2. Affektiver Einfluss

Der nächste Punkt setzt sich mit affektiven Lernergebnissen zusammen. Nundy bemerkt schon im Jahr 1999, dass die affektiven und kognitiven Domänen vor allem bei 10- bis 11-Jährigen stark zusammenhängen. Dies weist uns darauf hin, dass junge SchülerInnen eine Verbindung zwischen Erfahrung, Wissen und Wert herstellen. Ein Grundschüler erklärt, dass er die Natur wertschätzen lernt, weil die Natur ein Teil seines Lebens ist. Bei der Gestaltung der außerschulischen Lernorte ist es ein wichtiges Anliegen der LehrerInnen, dass die SchülerInnen staunen, diesen Ausgang als Bereicherung für ihr Leben ansehen und ihnen die Möglichkeit für diese Erfahrung gegeben wird. Wichtig ist, dass die SchülerInnen sich auch später noch daran erinnern können und somit untermauern, dass diese Methode erfolgreich ist.

Ein Schüler/Eine Schülerin erzählt über ihre Empfindungen bei der Feldarbeit:

> *"Fun because you can feel, you can see, you can touch and you can smell and you can take a packed lunch and stay there all day. And you can make things and look at things and play games. One of my favourite bits was when we were having lunch, because it's well, not because I was hungry, because it's just fun."* (Dillon et al., 2005)

Das Arbeiten im Freien und Erfahren der Natur kann für die SchülerInnen eine nachhaltige Wirkung haben. Diese unterschiedlichen Erfahrungen werden so gedacht, dass durch die verschiedenen Orte, an denen Feldarbeit stattfindet, die persönliche Entwicklung und auch die Einstellung zur Natur und Umwelt verbessert und erweitert wird.

5.3. Sozialer Einfluss

Der nächste Teil beschäftigt sich mit den sozialen und interpersonellen Lernergebnissen. Die Entwicklung von sozialen und interpersonellen Fähigkeiten zählt zu den größten Vorteilen. Die SchülerInnen haben jedoch wenige Erfahrungen mit außerschulischen Tätigkeiten. Diese neue Umgebung, welche Freiheit und Ermutigung anbietet, stellt für einige SchülerInnen eine Herausforderung dar. Dadurch soll das Selbstvertrauen, das Selbstwertgefühl, das Verständnis und deren Horizont erweitert werden. Wenn SchülerInnen glücklich und zufrieden sind, dann steigert sich auch die Motivation zum Lernen.

Im Folgenden werden einige Beispiele für die Entwicklung von sozialen Fähigkeiten von 10- bis 11-jährigen aufgezählt. Feldarbeit hat in einer Arbeitsgruppe von Nundy aus Hampshire einen positiven Einfluss auf Kooperationsfähigkeit, Führerqualität, Ausdauer, Zuverlässigkeit, Eigeninitiative, Teamfähigkeit und Motivation. Einige LehrerInnen stellen vor allem bei älteren SchülerInnen eine Verbesserung des Verhaltens fest.

5.4. Physischer Einfluss

Die Entwicklung von körperlichen und verhaltensmäßigen Ergebnissen wird im nächsten Abschnitt behandelt. In diesem Bereich lernen die SchülerInnen, wie man die Gesellschaft beeinflussen oder sich für die Umwelt einsetzen kann. Ein erhöhtes Bewusstsein für die Umwelt sichert uns die Nachhaltigkeit.

Abschließend kann man sagen, dass es bei der Feldarbeit um das Lernen über Natur-Gesellschaft-Interaktion, die Natur, sich selbst und andere geht. Die Vorteile können nicht nur SchülerInnen in Anspruch nehmen, sondern auch LehrerInnen und Institutionen. Man erkennt eine Verbesserung in der Beziehung zwischen SchülerInnen und LehrerInnen, welche eine persönliche Entwicklung in ihrem Lehren erfahren. Außerdem lernt man über die SchülerInnen, wie diese in gewissen Situationen reagieren und wie viel Wissen diese dazugewonnen haben. Im Freien ist die Beziehung und Interaktion zueinander lockerer.
(vgl. Dillon et al., 2005)

> *“Outdoor learning can benefit pupils of all ages and can be successful in a variety of settings… (it) enriches the curriculum and can improve educational attainment”*
> (Education and Skills Select Committee, 2005)

Das Lernen, das in der Natur oder in Gebäuden stattfindet, wirkt auf SchülerInnen inspirierend und begeisternd. Trotz moderner Technologie, fortgeschrittener Unterrichtsmethoden und anderer Lebensweisen, geht nichts über das Riechen, Hören und Berühren eines Kindes in der natürlichen Umgebung.
Ein geplantes Programm von „out-of-classroom-learning” stellt das Teilfundament eines erfüllten Lebens zur Verfügung, welches jedem Kind zugänglich sein sollte. Erziehung außerhalb des Klassenzimmers leistet einen wichtigen Beitrag, um das Wissen eines Kindes, welches durch Kreativität und Nachforschung entsteht, aufzubauen. Es wird basierend auf persönlicher Erfahrung ein größeres Verständnis für Inhalte entwickelt. Das Arbeiten im Freien bietet eine gute Möglichkeit die verschiedenen Interessen der SchülerInnen zu fördern und zu entdecken.
Untersuchungen zeigen, dass jene Kinder, die die Natur kennengelernt haben, diese achten und wertschätzen, in ihrem späteren Leben mehr dazu prädestiniert sind, ein „active citizens“ zu werden. Das sind jene Menschen, die die Gemeinschaft fördern, im Gegenzug auch Hilfe erwarten und am demokratischen Leben teilnehmen. Für viele LehrerInnen ist das instinktives Wissen, wohingegen andere Personen vielleicht praktische Hilfe benötigen, um dieses Potential für diese Art von Lernen zu realisieren. Die soziale Komponente erfährt eine

verbesserte Entwicklung. Es hat vor allem Vorteile für jene SchülerInnen, die in ökonomisch schlechteren Verhältnissen oder ländlichen Gebieten aufwachsen.
Eine Initiative von der Regierung hat gezeigt, dass Erfahrungen in der Natur für junge SchülerInnen mit Lernschwierigkeiten sehr wichtig sind. Ein jährlicher Bericht aus dem Jahr 2004/2005 zeigt, dass das „out-of-classroom-learning“ in vielen Fächern, wie Geografie, Geschichte, Mathematik,… Möglichkeiten bietet, das Lernen zu bereichern und einen positiven Lerneffekt zu erzielen.

Es wurde außerdem erkannt, dass diese Art von Lernen, eine gewisse Tiefe im Lehrplan zulässt und die persönliche und soziale Entwicklung der SchülerInnen fördert. Außerdem kann das Langzeitgedächtnis verbessert werden und es ermöglicht den SchülerInnen ein „higher-order learning“. Die Beziehung der SchülerInnen zueinander und zu sich selbst erfährt eine Weiterentwicklung, was zu einem verbesserten Lernen in der Klasse führt. Forschungen zeigen, dass eine Verbindung zwischen guter physischer Gesundheit und dem Verständnis, wie man die natürliche Umgebung erfährt, besteht. Die natürliche Landschaft ist die beste Möglichkeit, um körperlich aktiv zu sein. Feldarbeit stellt für junge SchülerInnen ein Vergnügen dar. Die Haltung zum Leben wird durch die Natur positiviert, mit dem positiven Nebeneffekt Stress und Krankheiten vorzubeugen.
Wenn man Kindern die Möglichkeit zu diesem besonderen Lernen gibt, stattet man sie zusätzlich mit Fähigkeiten und Bewusstsein aus, um einen gesunden Lebensstil zu führen. Die Lehrkraft spielt eine unersetzbare Rolle, um Möglichkeiten, wie die Natur spielerisch, aktiv und lernend zu erkunden, zur Verfügung zu stellen.

> *“Education is not something to keep in a box, even when the box is classroom-shaped. The habit of learning, an urge to find out more, is developed when we feel inspired. The world outside the school is richly inspiring, constantly re-energising what takes place within the classroom. It is the source of all our learning – about our history, about our culture, about our place in the natural world and our relationships with each other. This two-way flow can be embedded in every child’s education, entirely at ease within any school’s ethos.”* (Education and Skills Select Committee, 2005)

(vgl. Sheerman, 2006)

5.5. Weitere Vor- und Nachteile

Um die Vorbereitung und Planung zu erleichtern, sollten von Vornherein bestimmte Lehr- und Lernziele festgelegt werden. Außerdem werden dadurch der Unterricht und die Leistungsbewertung besser strukturiert.

In Bezug auf das außerschulische Lernen kann die Beurteilung zum Problem werden, da nicht alle Handlungen der SchülerInnen genau kontrolliert werden können. Durch die Erstellung eines Portfolios nach der Arbeit oder eines Lernbegleitbogens kann dem entgegengewirkt werden. Auf der anderen Seite kann dies auch positiv sein, da der Leistungsdruck wegfällt und so engagierter das Ziel verfolgt wird.

Durch die bereits am Anfang festgelegten Lehr- und Lernziele, soll der Schüler/die Schülerin am Ende der Arbeit bestimmte Fähigkeiten besitzen. Um dies zu kontrollieren hat man die Lernzielkontrolle zur Hilfe genommen, um eine mögliche Leistungsbewertung vorzunehmen.

> *„Demnach ist die Lernzielkontrolle ein bedeutendes Regulat der Unterrichtskontrolle – auch zum Beispiel für Außenstehende des Lehr- bzw. Lernprozesses wie die Eltern, Kollegen und die Schulleitung.“* (Sauerborn, 1997)

Damit jedoch jeder/jede die gleichen Chancen hat, muss genau auf die Qualität der Ergebnissicherung geachtet werden.

Um die Leistungen leichter zu bewerten, kann sich der Lehrer/die Lehrerin direkt vor Ort einen Überblick über die Handlungen der einzelnen SchülerInnen verschaffen. Als Lehrkraft ist es von Vorteil, sich konkrete Prinzipien für die Bewertung zu überlegen und sich danach zu orientieren. Diese Kriterien können gemeinsam mit den SchülerInnen aufgestellt werden. Eine Beurteilung nach den Lehrzielen ist ebenfalls möglich. Eine weitere Ansicht ist diese, dass die SchülerInnen ihre eigene Einschätzung kundgeben und selbst mit beurteilen.

Dies sind neue Ansätze des schulischen Leistungsverständnisses. Diese Veränderungen sind zwar gesetzlich noch nicht festgelegt, aber sehr wohl gab es in den letzten Jahren mehrere Ansätze dafür. Es wäre möglich, dass man die Beurteilung nach einzelnen Faktoren vornimmt, wie zum Beispiel die Vorbereitung, der Prozess vor Ort, die Präsentation und so weiter. Jedoch kann man nicht jeden einzelnen Schüler/jede einzelne Schülerin mit diesen Richtlinien bewerten. Solche Arten der Leistungsbewertung bespricht und übt man jedoch vorher an kleineren Arbeiten mit den SchülerInnen. Somit wird auf jeden Schüler/jede Schülerin individuell eingegangen.

Nun geht es an die größte Herausforderung, die während der Vorbereitung, Durchführung und Nachbereitung entsteht, nämlich die gesamte Organisation und Logistik. Auch hier können Probleme auftreten.

Falls es zu einem finanziellen Engpass kommt, müssen die Eltern dafür aufkommen.

Wenn man sich weiter von der Schule entfernt, sollte man sich Gedanken machen, wie man zu diesem Ort gelangt, wie man wieder zurückkommt und wie die Finanzierung abgewickelt wird. Zusätzlich muss natürlich auf die Sicherheit der SchülerInnen geachtet werden, falls öffentliche Verkehrsmittel benötigt werden. Wie passt dieser Ausflug in den zeitlichen Rahmen bzw. wie gestaltet sich der Ablauf an diesem Ort?

> *„Am wichtigsten für den Lehrer ist es, das Ziel zu bestimmen, womit der Untersuchungsraum gemeint ist. Das außerschulische Lernen soll in den Lernkontext passen und allgemeine Lehrziele unterstützen."* (Sauerborn, 1997)

Somit wäre es für die Feldarbeit besser, in der näheren Umgebung zu bleiben, was sowohl die Kosten, den Aufwand, die Planung und die Sicherheitsvorkehrungen gering hält.

Wichtig ist ein genaues Zeitmanagement, um mit anderen KollegenInnen nicht in eine Konfliktsituation zu geraten. Normalerweise dauert eine Stunde 50 Minuten, wodurch der Zeitplan prinzipiell sehr eingeschränkt ist. Aufklärungsarbeit und Absprache schafft Verständnis und eventuell Mithilfe. Gelingt eine gute Motivation der SchülerInnen sind diese eventuell bereit die Freistunde zu opfern.

Ein weiteres Kriterium ist die inhaltliche Komponente. Man muss einen Ort finden, der zum derzeitigen inhaltlichen Stoff passt und für SchülerInnen interessant ist. Um die Selbstständigkeit und das Interesse der SchülerInnen zu fördern, kann man SchülerInnen einer höheren Schulstufe mit der Organisation beauftragen.

Ein großer Nachteil ist, wenn die Freiräume von den SchülerInnen missbraucht werden. Aufgrund der Neuheit dieser Lernmöglichkeit, ist es möglich, dass diese Offenheit der Räume als Chance nicht genutzt werden. Die SchülerInnen müssen diese neue Unterrichtsmethode erst erlernen und langsam in sich aufnehmen. Es werden klare Regeln aufgestellt, um dieses Schema zu üben und etwaige Missverständnisse aus der Welt zu schaffen.

Eine Studie aus dem Jahre 1999 der Universität Regensburg des Lehrstuhls für Sozialpädagogik zeigt die größten Probleme beim außerschulischen Lernen. Befragt wurden 375 Lehrpersonen, wodurch die Repräsentanz dieser Studie nur als Orientierung gelten kann.

Rang	Erschwernis	Prozentwert (n = 375)
1	Kosten	53,3
2	Zeitdruck wegen Lehrplan	51,7
3	Entfernung	36,8

5.6. Zusammenfassung

Pro	Kontra
handlungsorientiertes Arbeiten	großer organisatorischer Aufwand
eigenständiges Arbeiten	Leistungsbewertung
naher Realitätsbezug	Risiken, wie Verletzungen, Regelverstöße,…
SchülerInnen können sich frei bewegen	Missbrauch des Ortes
Erfahrungen in Bezug auf die Umwelt und Komplexität	Einwände der Eltern und KollegInnen
SchülerInnen für sich selbst verantwortlich	Grenzen des Lehrplans
Wahrnehmung durch alle Sinne	Kosten
Erlernen von gesellschaftlichem und kulturellen Umgang	Verhalten der SchülerInnen und zu große Klassen
Neue Lernmethoden ermöglichen besseren Ruf der Schule	Negative Reaktion auf neue Lernmethode

(vgl. Sauerborn, 1997)

Diese Methode bietet die Möglichkeit eine neue Seite der Schule kennenzulernen.

> *„Lernen an außerschulischen Lernorten ist situationsgebunden und ermöglicht Primärerfahrungen. […] Es ist in der Regel handlungsorientiert und kann, wenn es in die Lebenswelt der Schüler führt, bei der Bewältigung von Alltagsproblemen helfen.“* (Scherer, Rasfeld, 2010)

Durch diese andere Art von Lernen soll das Fach Mathematik positiver besetzt werden. Die Motivation soll in den SchülerInnen geweckt werden, damit sie mehr Lust und Interesse an diesem Fach haben.
(vgl. Scherer, Rasfeld, 2010)

6. Lehrplan

6.1. Allgemeiner Lehrplan

Eine Schule hat dem Gesetz nach die Aufgabe, den SchülerInnen Wissen und Werte zu vermitteln, sie zu jungen Menschen heranzubilden und ihnen gewisse Kompetenzen zu vermitteln. Besonders wichtig ist, dass man junge Leute zum selbstständigen und kritischen Denken anregt.

Die SchülerInnen sollen lernen, Problemstellungen zu erstellen und zu lösen. Eine weitere Aufgabe ist die Entwicklung von Kompetenzen. Demnach müssen die SchülerInnen ihre Selbst- und Sozialkompetenz weiterentwickeln.

> *„Die Entwicklung der eigenen Begabungen und Möglichkeiten, aber auch das Wissen um die eigenen Stärken und Schwächen sowie die Bereitschaft, sich selbst in neuen Situationen immer wieder kennen zu lernen und zu erproben, ist ebenso Ziel und Aufgabe des Lernens in der Schule wie die Fähigkeit und Bereitschaft, Verantwortung zu übernehmen, mit anderen zu kooperieren, Initiative zu entwickeln und an der Gestaltung des sozialen Lebens innerhalb und außerhalb der Schule mitzuwirken („dynamische Fähigkeiten“).“* (bmukk)

6.1.1. Bildungsbereiche

Die Bildungsbereiche Mensch und Gesellschaft, Natur und Technik und Kreativität und Gesellschaft passen gut zum Thema Feldarbeit.

Der Bildungsbereich Mensch und Gesellschaft besagt, dass die SchülerInnen untereinander ein angenehmes Verhältnis ohne jegliche Vorurteile pflegen sollen. Die LehrerInnen müssen bewusst machen, dass jeder einzelne Schüler/jede einzelne Schülerin ein Teil einer Gemeinschaft ist und deshalb geachtet und wertgeschätzt werden muss. Die Aufgabe des Lehrers/der Lehrerin ist es, die SchülerInnen dazu zu bringen, Entscheidungen zu fällen, diese kritisch zu hinterfragen und Handlungen zu setzen. Verschiedene Werte, wie Gerechtigkeit, Gleichberechtigung, Frieden usw. sind im Unterricht zu vermitteln.

Der zweite Bildungsbereich, der für unsere Arbeit wichtig ist, ist jener der Natur und Technik.

> *„Verständnis für Phänomene, Fragen und Problemstellungen aus den Bereichen Mathematik, Naturwissenschaft und Technik bilden die Grundlage für die Orientierung in der modernen, von Technologien geprägten Gesellschaft.“* (bmukk)

Der Lehrer/Die Lehrerin ist somit für die Vermittlung von Wissen, die Fähigkeit Entscheidungen zu treffen und die Kompetenz Handlungen zu setzen verantwortlich.

Der dritte Bildungsbereich, Kreativität und Gestaltung, ist ebenfalls für das Verständnis wichtig. Die SchülerInnen haben die Chance, ihren eigenen Fähigkeiten und ihrer Kreativität freien Lauf zu lassen. Dadurch soll ihnen auch die Möglichkeit gegeben werden, die MitschülerInnen besser kennen zu lernen und deren Denken zu erweitern.

> *„Die kreativ-gestaltende Arbeit soll im Spannungsfeld von Selbstverwirklichung und sozialer Verantwortung als individuell bereichernd und gemeinschaftsstiftend erlebt werden.“* (bmukk)

6.1.2. Durchführung und Planung von Unterricht

Im Unterricht ist es wichtig, dass an das Vorwissen der SchülerInnen angeknüpft wird, indem bereits Gelerntes immer wieder aufgegriffen wird.

Der folgende Grundsatz besagt, dass jeder Schüler/jede Schülerin aufgrund ihrer unterschiedlichen Fähigkeiten und Kompetenzen individuell gefördert werden soll. Somit darf jeder/jede die Möglichkeit haben diese auszuleben und zur vollen Entfaltung zu bringen. Unterschiedliche Lerntypen, Lerntempo und Vorerfahrungen dürfen nicht aus dem Blick verloren werden und passende Lerntechniken dementsprechend entwickelt werden.

Ein Feedback von SchülerInnen bietet die Einsicht, ob wirklich alle die Individualität ausleben können. Die LehrerInnen müssen bzw. sollten Motivation und die Begeisterung zum Lernen hervorrufen können, wobei jedoch die Bedürfnisse nicht vernachlässigt werden dürfen. Es gibt die verschiedensten Unterrichtsformen, wie Einzelarbeit, Partnerarbeit, Gruppenarbeit, sowie Formen des offenen Lernens und vieles mehr. Wenn man die richtige Methode einsetzt, kann Individualität und Differenzierung gut verwirklicht werden.

Ein weiterer Grundsatz erläutert, dass man die SchülerInnen zum eigenständigen Arbeiten ermutigen soll. Sie sollen selbst Verantwortung übernehmen und in ihrer Selbstinitiative und im eigenständigen Denken gefördert werden.

Meiner Meinung nach würde unsere Methode der Feldarbeit in Wahlpflichtfächern sehr gut funktionieren, da Wahlpflichtgruppen in Mathematik meist klein ausfallen. Dadurch ist die Arbeit im Freien leichter zu beaufsichtigen und zu bewerten und die SchülerInnen können individuell gefördert werden. Die Entscheidung liegt bei den SchülerInnen selbst, was sie wollen und was sie interessiert. Dadurch steigen die Motivation und das Interesse für den Gegenstand. Es soll ihnen die Möglichkeit gegeben werden, verschiedene Methoden und Präsentationstechniken auszuprobieren und einzuüben.

Der Bezug zur Lebenswelt stellt einen wichtigen Angelpunkt dar. Die Wahl von Themen, die besonders lebens- und realitätsnah sind, kann für das außerschulische Lernen von Vorteil sein. Die SchülerInnen verwirklichen ihre eigenen Ideen, indem sie selbstständige Arbeiten mit Hilfe verschiedenster Informationstechnologien erstellen.

Im Bereich der Feldarbeit sollte man gemischte Teams zusammenstellen, damit sich die Burschen und Mädchen näher kennenlernen können. Dies kann auch zur Klassengemeinschaft beitragen. Die Lerninhalte müssen so gewählt werden, dass sich keiner benachteiligt fühlt und für jeden etwas dabei ist. Das Ansprechen von Vorurteilen stellt einen wichtigen Punkt dar und darf nicht vernachlässigt werden.

Ein ganz wichtiger Punkt ist die Leistungsbeurteilung und Ergebnissicherung. Demnach muss der Lehrer/die Lehrerin Wiederholungen und Übungen in den Unterricht einbauen. Die Transparenz der Leistungsbeurteilung muss ersichtlich sein, denn die SchülerInnen sollen jederzeit die Möglichkeit haben, ihren Leistungsstand nachzuvollziehen. Fähigkeiten, wie das Zusammenarbeiten im Team oder das Arbeiten mit verschiedenen Methoden muss beurteilt werden.

> *„Die Schülerinnen und Schüler sind in die Planung und Gestaltung, Kontrolle und Analyse ihrer Arbeitsprozesse und Arbeitsergebnisse in zunehmendem Maße aktiv einzubeziehen, damit sie schrittweise Verantwortung für die Entwicklung ihrer eigenen Kompetenzen übernehmen können.“* (bmukk)

(vgl. bmukk, 2004)

6.2. Mathematik-Lehrplan

Was ist die Aufgabe eines Mathematiklehrers/einer Mathematiklehrerin?

Das Vermitteln von analytisch-folgerichtigem Denken und mathematischen Kompetenzen zählt zum Aufgabengebiet. Diese Fähigkeiten können für viele Bereiche des Lebens hilfreich sein. Somit sollen sie erkennen, wie vielfältig die Mathematik überhaupt ist.

> *„Die mathematische Beschreibung von Strukturen und Prozessen der uns umgebenden Welt, die daraus resultierende vertiefte Einsicht in Zusammenhänge und das Lösen von Problemen durch mathematische Verfahren und Techniken sind zentrale Anliegen des Mathematikunterrichts.“* (bmukk)

Die SchülerInnen erwerben verschiedene Kompetenzen, wie den richtigen Umgang mit Zahlen, Algebra, Analysis, Geometrie und Stochastik. Sie sollen außerdem logische Zusammenhänge erkennen können und die Sprache der Mathematik für Beschreibungen und Zustände zu ihrem Vorteil nutzen. Sehr hilfreich ist die Mathematik in der Natur, was sich anhand der Feldarbeit aufzeigen lässt.

6.2.1. Aktivitäten im Mathematikunterricht

Im Folgenden werden vier Aktivitäten beschrieben, die im Mathematikunterricht vertieft werden sollten. Das darstellend-interpretierende Arbeiten, welches den Schüler/die Schülerin dazu anleitet, die Sprache der Mathematik im Alltag anzuwenden und auch umgekehrt. Im formal-operativen Arbeiten sind alle Formen des Rechnens involviert. Es geht um das Anwenden von Rechenverfahren und Algorithmen. Das experimentell-heuristische Verfahren beinhaltet alle möglichen Formen, in denen es um die Suche nach Gesetzmäßigkeiten geht, die durch Vermutungen aufgestellt werden. Die Verallgemeinerung von konkreten Fällen ist das Ziel. Zuletzt das kritisch-argumentative Arbeiten, das sich mit dem Argumentieren und Begründen von mathematischen Begebenheiten beschäftigt. Die Hauptaufgabe der Mathematik ist es, gewisse Vermutungen zu beweisen.

6.2.2. Aspekte des Mathematikunterrichts

Im Mathematikunterricht sollen verschiedene Aspekte eingebracht werden.

Der schöpferisch-kreative Aspekt äußert sich im Unterricht dadurch, dass das Denken gefördert wird, verschiedene Methoden vermittelt werden, die Phantasie und die Kreativität angeregt werden.

Der sprachliche Aspekt kommt so zum Tragen, dass im Unterricht darauf geachtet wird, dass man sich korrekt ausdrückt. Man fördert die Fähigkeiten zum Argumentieren, Kritisieren und Urteilen.

Der erkenntnistheoretische Aspekt zeigt sich in der Erfahrbarkeit unserer Umgebung bzw. Natur als ein mathematisches Ereignis.

Der pragmatisch-anwendungsorientierte Aspekt kommt erst später zum Tragen, wenn man merkt, wie wichtig und hilfreich die Mathematik in vielen Berufsspaten ist.

Als vorletzter Aspekt wird der autonome Aspekt genannt, der besagt, dass dieses Fach selbstbestimmt ist. Die Mathematik ist von sich aus ein eigenständiges Thema, das zum kritischen Denken anregt.

Der kulturell-historische Aspekt zeigt, dass die Mathematik in der heutigen Gesellschaft unverzichtbar und deshalb ein wichtiger Bestandteil der Allgemeinbildung ist.

6.2.3. Bildungsbereiche

Der Bildungsbereich Mensch und Gesellschaft zeigt, dass man der Mathematik im Alltag sehr oft begegnet.

Der Bildungsbereich Natur und Technik sagt, dass durch die Mathematik viele Naturphänomene erklärt werden können. Die Mathematik hilft einem Probleme zu lösen.

Der Bildungsbereich Kreativität und Gestaltung fordert zum eigenen Handeln auf, indem Neues ausprobiert und die Phantasie anreget wird.

6.2.4. Didaktische Grundsätze

In einem nächsten großen Punkt geht es um die didaktischen Grundsätze. Die Lehrkraft soll im Unterricht dazu beitragen, dass die SchülerInnen individuell, aktiv und konstruktiv an ihrem Lernprozess arbeiten können.

> *„Die Schülerinnen und Schüler sollen durch eigene Tätigkeiten Einsichten gewinnen und so mathematische Begriffe und Methoden in ihr Wissenssystem einbauen.“* (bmukk)

Damit auch eine Sicherung des Unterrichtsertrages zustande kommt, bieten sich hierfür Einzel-, Partner- und Gruppenarbeiten oder Projektarbeiten und Hausübungen an. Außerdem ist auch die Umsetzung der richtigen Methode von Wichtigkeit.

Der folgende didaktische Grundsatz ist von äußerster Wichtigkeit für unsere weitere Arbeit:

> *„Anwendungsorientierte Kontexte verdeutlichen die Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebensbereichen und motivieren so dazu, neues Wissen und neue Fähigkeiten zu erwerben.“* (bmukk)

Die Mathematik soll außerdem verschiedene Inhalte miteinander verknüpfen und auch versuchen mit anderen Fächern zu kooperieren.

Der nächste didaktische Schritt ist das Lernen in Phasen. In einem ersten Schritt wird auf das bereits Erlernte aufgebaut und Vorerfahrungen der SchülerInnen nutzbar eingesetzt. Ein weiterer Schritt ist die Vertiefung und Weiterentwicklung des Wissens.

Als Nächstes ist es wichtig, dass im Unterricht bzw. außerhalb des Unterrichts die richtige Sozialform, entweder Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit, gewählt wird. Diese muss auf die festgelegten Lernziele, den Inhalt und die Lerntypen abgestimmt sein. Situationsbezogen muss entschieden werden, welche Sozialform die passendste ist.

Der Lernprozess muss unter verschiedenen Perspektiven geschaut werden. Ein bestimmtes Thema und Problem wird genauestens untersucht und von verschiedenen Blickrichtungen aus betrachtet. Dadurch kann man das bereits Gelernte darauf anwenden und das Problem besser lösen.

Außerdem ist es wichtig, dass die LehrerInnen den SchülerInnen in jeder Hinsicht und jederzeit zur Seite stehen und ihnen jede Unterstützung bieten, die möglich ist.

(vgl. bmukk, 2004)

7. Rechtliche Grundlage

In diesem Kapitel beschäftige ich mich mit den gesetzlichen Rahmenbedingungen, die im Bereich Feldarbeit berücksichtigt werden müssen.

Das Gesetz hält für diesen konkreten Bereich keine genauen Daten bereit. Es wird lediglich zwischen Schulveranstaltungen, die weniger als einen Tag dauern und jene, die über einen Tag hinweg dauern, unterschieden.

In der Schulveranstaltungsverordnung § 1 Absatz 1 werden Schulveranstaltungen genauer erläutert. Demnach sind diese „schulautonom“ zu bearbeiten. Damit soll der Unterricht, auf Basis des Lehrplans, vertieft und erweitert werden. Dies erfolgt durch

> *„unmittelbaren und anschaulichen Kontakt zum wirt-schaftlichen, gesellschaftlichen und kulturellen Leben (zB Betriebserkundungen oder andere Begegnungen mit der Arbeitswelt, Wettbewerbe, Besuch von Mu-seen, Besuch von politischen Einrichtungen, Besuch von Ausstellungen, Besuch von Bühnenaufführungen, Veranstaltungen zur Vermittlung einer praxisnahen Berufsorientierung, Kontakte mit ausländischen Partnern)“* (SchVV § 1, Abs. 1)

7.1. Planung

Nachdem wir festgelegt haben, wie Schulveranstaltungen ablaufen, können wir einen Blick auf die Planung werfen. In der Schulveranstaltungsverordnung § 2 Absatz 1 wird festgehalten, dass die Planung im Sinne des § 1 Absatz 1 erfolgt. Außerdem soll die Sicherheit der SchülerInnen gewährleistet werden und man darf diese körperlich nicht überfordern. Im Vorhinein muss man immer einplanen, wie viele weitere Begleitpersonen man braucht bzw. ob diese überhaupt Zeit haben. Zuletzt darf man auch den Kostenpunkt nicht außer Acht lassen und vorher abschätzen, ob die SchülerInnen etwas beisteuern können.

Im § 2 Absatz 2 wird niedergeschrieben, aus welchen Gründen man Schulveranstaltungen nicht durchführen kann. Man darf diese nicht ausführen, wenn dadurch der Lehrplan nicht eingehalten wird, wenn sie nicht zur Vertiefung des Unterrichts dienen, wenn für jene SchülerInnen, die nicht mitmachen, keine Alternative angeboten wird, wenn die Kosten nicht gedeckt werden können bzw. diese den Rahmen übertreten, wenn die SchülerInnen in Gefahr sein könnten oder wenn zu wenig Geld vorhanden ist.

7.2. Kosten

In der Schulveranstaltungsverordnung § 3 Absatz 1 wird festgehalten, wofür Kosten eingefordert werden dürfen und zwar

> *„nur für Fahrt (einschließlich Aufstiegs-hilfen), Nächtigung, Verpflegung, Eintritte, Kurse, Vorträge, Arbeitsmaterialien, die leihweise Überlassung von Gegenständen, Kosten im Zusammenhang mit der Erkrankung eines Schülers sowie für Versicherungen."* (SchVV § 3, Abs. 1)

Im Absatz 2 wird dargelegt, dass man die Eltern rechtzeitig über Kosten informieren muss, damit etwaige Hilfen in Anspruch genommen werden können. Falls die Schulveranstaltung über mehrere Tage hinausgeht, muss vom Klassen- oder Schulforum bzw. vom Schulgemeinschaftsausschuss beschlossen werden, wer die Kosten trägt.

7.3. Begleitpersonen

Im Schulunterrichtsgesetz § 44a ist festgehalten, dass Schulveranstaltungen nicht nur durch LehrerInnen oder ErzieherInnen geleitet werden müssen, sondern auch andere Personen dafür geeignet sein können. Dieser Fall tritt ein, wenn die SchülerInnen in Gefahr sind und es keine andere Möglichkeit gibt oder wenn es, um die Aufgaben der Schule ordnungsgemäß zu vollziehen, von Nöten ist. Jene Personen können Eltern sein und werden für kurze Zeit Bundesorgane.

Einen wichtigen Punkt betrifft die Leitung und Begleitung von außerschulischen Aktivitäten. In der Schulveranstaltungsverordnung § 2 Absatz 3 steht:

> *„Der Schulleiter hat einen fachlich geeigneten Lehrer der betreffenden Schule mit der Leitung der Schul-veranstaltung zu beauftragen. Dem Leiter einer Schulveranstaltung obliegen insbesondere die Vorbereitung, Durchführung und Auswertung der Veranstaltung, ihre Koordination im Rahmen der Schule und die Kontakte mit außerschulischen Stellen."* (SchVV § 2, Abs. 3)

Im Absatz 4 wird darauf eingegangen, wie viele Begleitpersonen ab einer bestimmten SchülerInnenzahl nötig sind.

> *„1. Bei Schulveranstaltungen in der Dauer von bis zu einem Tag bis zur 4. Schulstufe eine Begleitperson bei mehr als 15 teilnehmenden Schülern und*
>
> *2. bei Schulveranstaltungen in der Dauer von bis zu einem Tag ab der 5. Schulstufe und bei mehrtägigen Schulveranstaltungen*

a) mit überwiegend leibeserziehlichen Inhalten je eine Begleitperson ab 12 bis 16 teilnehmenden Schülern und für je weitere 12 bis 16 teilnehmende Schüler,
b) mit überwiegend projektbezogenen Inhalten je eine Begleitperson ab 17 bis 22 teilnehmenden Schülern und für je weitere 17 bis 22 teilnehmende Schüler und
c) mit überwiegend sprachlichen Schwerpunkten je eine Begleitperson ab 23 bis 27 teilnehmenden Schü-lern und für je weitere 23 bis 27 teilnehmende Schüler."
(SchVV § 2, Abs. 4)

Im Absatz 5 werden Gründe genannt, wieso es wichtig ist, dass die richtige Anzahl an Betreuungspersonen eingehalten wird. Es muss auf die Sicherheit und den didaktischen Erfolg der SchülerInnen geachtet werden. Diese Einteilung hängt von Schulstufe und Schulart, der Zusammensetzung der Klasse und der Reife der SchülerInnen, sowie von der inhaltlichen Komponente der Aktivität ab.

„Weiters sind die Grundsätze der Sparsamkeit, der Wirtschaftlichkeit und der Zweckmäßigkeit zu beachten." (SchVV § 2, Abs. 5)

Im Absatz 6 wird festgehalten:

„Die Leistung Erste Hilfe muss gewährleistet sein." (SchVV § 2, Abs. 6)

7.4. Durchführung

Nach dem Schulunterrichtsgesetz § 13 Absatz 3 müssen die SchülerInnen an Schulveranstaltungen teilnehmen, außer es wurde ein Schüler/eine Schülerin von der Klassenkonferenz ausgeschlossen. Der Schüler/Die Schülerin darf auch nur dann ausgeschlossen werden, wenn dieser/diese eine Gefahr darstellt. Jene SchülerInnen, die nicht teilnehmen dürfen, müssen für den Zeitraum der Schulveranstaltung in eine andere Klasse versetzt werden. Das Nichtteilnehmen darf die Beurteilung nicht beeinflussen.

In der Schulveranstaltungsverordnung § 6 ist festgehalten, wer über die Durchführung einer Schulveranstaltung bestimmen kann. Bei Veranstaltungen, die weniger als einen Tag dauern, bestimmt entweder der Schulleiter über Ziel, Inhalt und Dauer oder ein von ihm ausgewählter Lehrer/eine von ihm ausgewählte Lehrerin. Es soll jedoch immer im Interesse der SchülerInnen, des Klassen- oder Schulforums bzw. des Schulgemeinschaftsausschusses gehandelt werden.

§ 7 Absatz 1 besagt:

„Die Schüler und die Erziehungsbe-rechtigten sind rechtzeitig vor Beginn der Veranstaltung über die näheren Umstände zu informieren (zB konkrete Dauer, allfälli-ger Treffpunkt außerhalb der Schule, Fahrpläne, Aus-rüstungsgegenstände, Bekleidung, finanzielles Erfor-dernis).“ (SchVV § 7, Abs. 1)

§ 7 Absatz 2 hält fest, dass die SchülerInnen keiner Gefahr ausgesetzt sein dürfen und dass stets die Sicherheit gewährleistet sein muss.

§ 7 Absatz 3 besagt, dass die SchülerInnen gewisse Rechtsvorlagen einhalten müssen, wie zum Beispiel, das *„Schulunterrichtsrecht, Jugendschutz, Straßen-verkehrsordnung, Bestimmungen des Arbeitnehmer-schutzes und arbeitshygienische Vorschriften.“*
(SchVV § 7, Abs. 3)

Der letzte Punkt, den ich noch herausgreifen möchte, ist jener der Aufsichtspflicht. So wird im Schulunterrichtsgesetz § 51 Absatz 3 festgehalten, dass der Lehrer/die Lehrerin die SchülerInnen, falls dieser/diese dazu eingeteilt ist, zu beaufsichtigen hat. Und zwar in den Pausen, 15 Minuten vor Schulbeginn und auch kurze Zeit nach Beendigung des Unterrichts, sowie bei Schulveranstaltungen. Natürlich kommt es auf das Alter und die Reife der SchülerInnen an, wieweit diese beaufsichtigt werden müssen. In diesen Situationen muss die Sicherheit der SchülerInnen gewährleistet sein und diese dürfen keiner Gefahr ausgesetzt sein.

(vgl. SchVV, 2007)

II. Empirischer Teil

Der zweite Teil meiner Diplomarbeit beschäftigt sich mit der praktischen Umsetzung von Feldarbeit im Mathematikunterricht. Ich werde eigene Beispiele konstruieren, dokumentieren und passende Arbeitsblätter mit Lösungen für die Schule zusammenstellen.
Um diesen praktischen Teil so realistisch wie möglich zu gestalten, werde ich das Bundesschulzentrum Mistelbach, in welchem sich vier verschiedene Schulen befinden, und deren Turnsaal nutzen, um Beispiele zu finden.

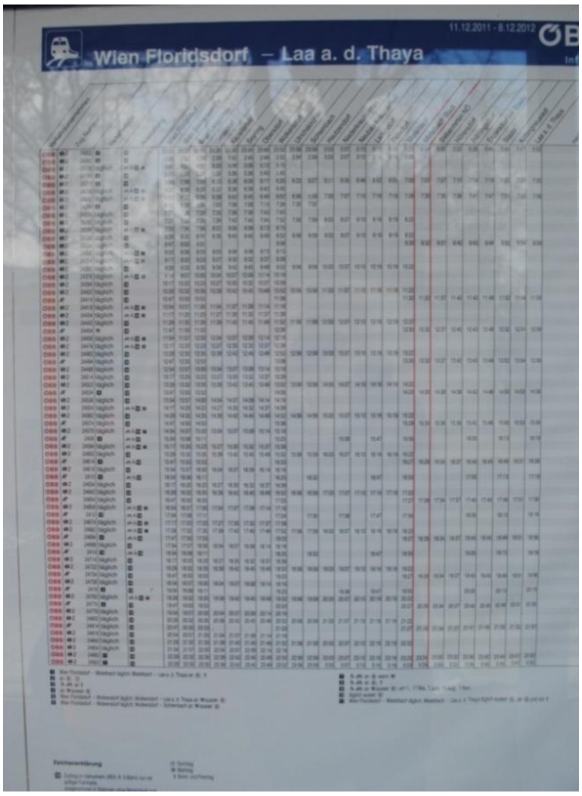
Die Beispiele decken einen großen Teil des Mathematik-Lehrplans ab. Folgende Themen werden bearbeitet: Funktionen, Trigonometrie, Folgen und Reihen, Extremwertaufgaben, Flächen- und Volumsberechnungen, Nichtlineare analytische Geometrie, Wahrscheinlichkeit und Statistik.
Die SchülerInnen erhalten zu Beginn eine Instruktion über den Ablauf und Regeln der Feldarbeit. Anschließend werden Gruppen gebildet, siehe erster Teil 4.6.3.
Der Arbeitsauftrag ist auf jedem Arbeitsblatt angegeben. Als Hilfsmittel erhält jede Gruppe ein Maßband, Taschenrechner und Schreibutensilien. Falls weitere Arbeitsmittel erforderlich sind, muss die Lehrkraft gefragt werden. Somit kann die Feldarbeit starten.

8. Lineare Gleichungssysteme

8.1. Arbeitsblatt: Textaufgaben

Lineares Gleichungssystem

in 2 Variablen



Begebt euch zur Bahnhaltestelle „Mistelbach Stadt“!

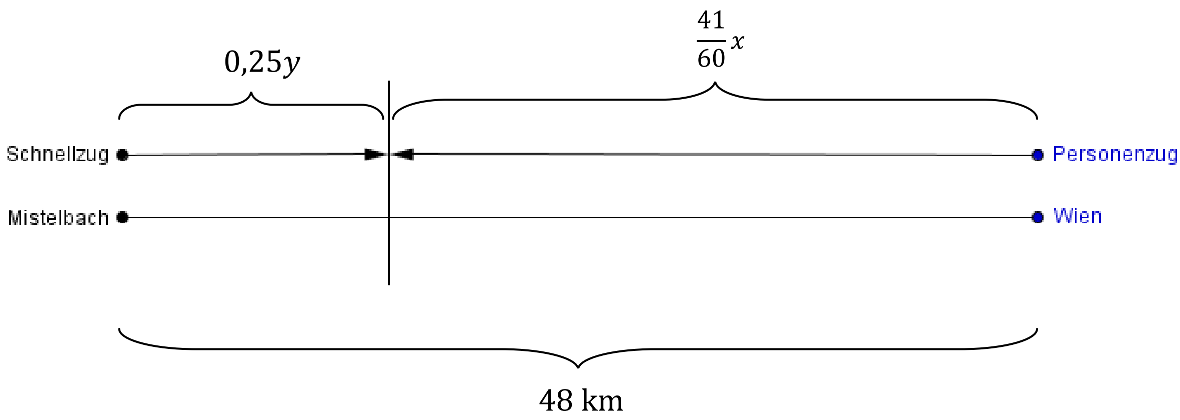
Die Orte „Wien Floridsdorf“ und „Mistelbach Stadt“ sind 48 km voneinander entfernt. Um 6:55 fährt ein Schnellzug von „Mistelbach Stadt“ nach „Wien Floridsdorf“ und 26 Minuten früher ein Personenzug von „Wien Floridsdorf“ nach „Mistelbach Stadt“. Sie begegnen einander nach 15 Minuten Fahrt des Schnellzuges. Würden der Personenzug und der Schnellzug zu gleicher Zeit starten und würde der Personenzug nicht in Richtung Mistelbach, sondern in Richtung Wien fahren, so würde der Schnellzug den Personenzug nach $1\frac{1}{2}$ Stunden einholen. Berechnet

a) die mittlere Geschwindigkeit des Personenzuges in km/h,
b) die mittlere Geschwindigkeit des Schnellzuges in km/h,
c) in welcher Entfernung von „Mistelbach Stadt“ sie einander begegnen,
d) in welcher Entfernung von „Wien Floridsdorf“ der Schnellzug den Personenzug einholt!
e) Illustriert beide Sachverhalte mittels eines Zeit-Weg-Diagramms!
f) Lest am Fahrplan ab, wann der Zug in „Mistelbach“ bzw. „Wien Floridsdorf“ ankommt!

Lösung

Sachverhalt 1:

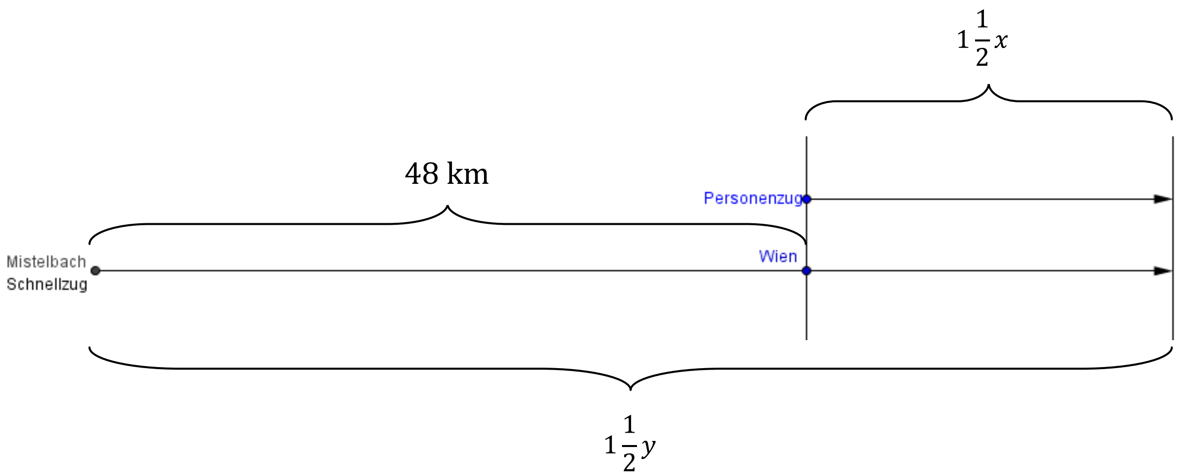
	Zeit in h	Geschwindigkeit in km/h	Weg in km
Personenzug	$\frac{41}{60}$	x	$\frac{41}{60}x$
Schnellzug	$\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$	y	$0{,}25y$



Aus dieser Skizze ergibt sich folgende Gleichung: **I**: $\boldsymbol{\frac{41}{60}x+0,25y=48}$

Sachverhalt 2:

	Zeit in h	Geschwindigkeit in km/h	Weg in km
Personenzug	$1\frac{1}{2}$	x	$1\frac{1}{2}$x
Schnellzug	$1\frac{1}{2}$	y	$1\frac{1}{2}$y



Aus dieser Skizze ergibt sich folgende Gleichung: **II**: $\boldsymbol{1,5y-48=1,5x}$

Somit ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

I: $\frac{41}{60}x + 0{,}25y = 48$

II: $\underline{1{,}5y - 48 = 1{,}5x}$

I: $\frac{41}{60}x + 0{,}25y = 48$ $\qquad /\cdot(-6)$

II: $\underline{-1{,}5x + 1{,}5y = 48}$

$\left.\begin{array}{l}(-6)\cdot \text{I}: \; -4{,}1x - 1{,}5y = -288 \\ \text{II}: \; \underline{-1{,}5x + 1{,}5y = 48}\end{array}\right\} +$

$-5{,}6x = -240$ $\qquad /:(-5{,}6)$

$\boldsymbol{x \approx 42{,}86}$

x einsetzen in II: $\quad 1{,}5y = 1{,}5 \cdot (42{,}86) + 48$

$1{,}5y = 112{,}29 \quad /:1{,}5$

$\boldsymbol{y \approx 74{,}86}$

a) Die mittlere Geschwindigkeit des Personenzuges beträgt 42,86 km/h.
b) Die mittlere Geschwindigkeit des Schnellzuges beträgt 74,86 km/h.
c) $s = v \cdot t$

   $s = 74{,}86 \cdot 0{,}25 = 18{,}72\ km$

   Die beiden Züge begegnen sich von „Mistelbach Stadt“ aus in einer Entfernung von 18,72 km.
d) $s = v \cdot t$

   $s = 42{,}86 \cdot 1{,}5 = 64{,}29\ km$

   Der Personenzug wird nach einer Fahrt von 64,29 km eingeholt.
e) Sachverhalt 1:

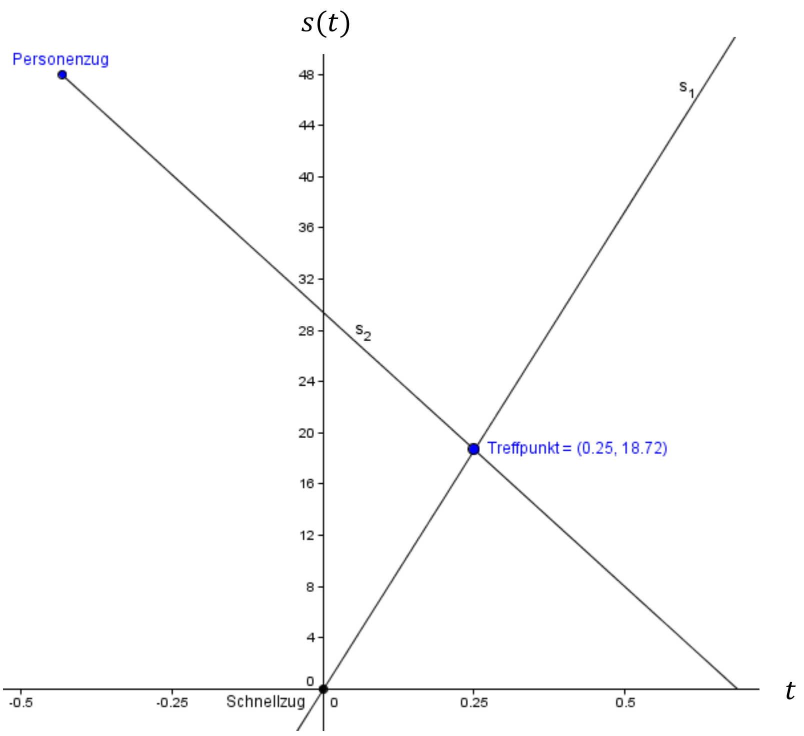
   Der Schnellzug besitzt die Steigung $k = 74{,}86$, da diese die zurückgelegten Kilometer pro Stunde angibt. Somit erhalten wir folgende Funktionsgleichung: $\boldsymbol{s_1(t) = 74{,}86 \cdot t}$

   Da der Personenzug in die entgegengesetzte Richtung fährt und 26 Minuten früher startet, hat dieser die Steigung $k = -42{,}86$ und durchläuft den Punkt $P\left(-\frac{26}{60}\middle|48\right)$. Somit können wir in die Funktionsgleichung $y = kx + d$ einsetzen:

   $48 = (-42{,}86) \cdot \left(-\frac{26}{60}\right) + d$

   $d \approx 29{,}43$

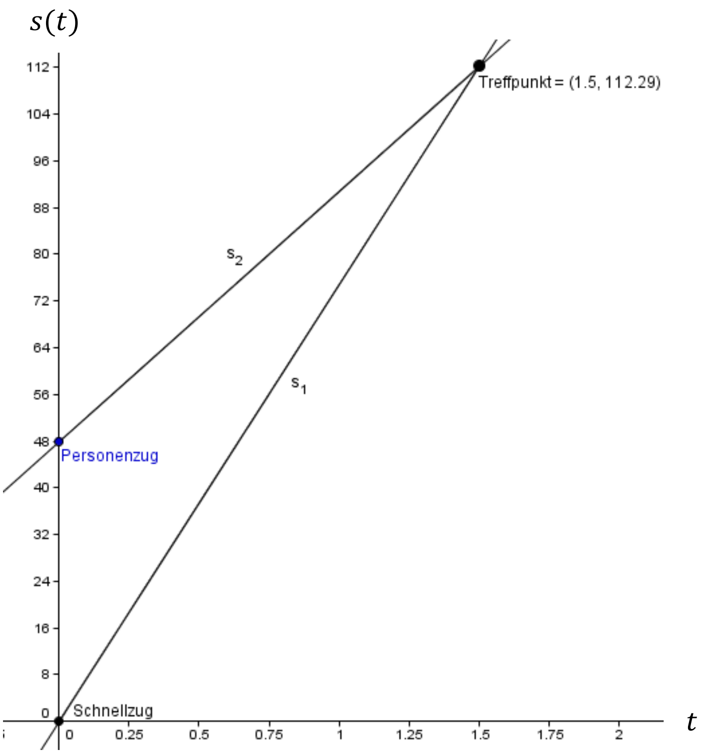
   Somit: $\boldsymbol{s_2(t) = -42{,}86 \cdot t + 29{,}43}$



Sachverhalt 2:

Die Funktionsgleichung des Schnellzuges bleibt gleich: $\boldsymbol{s_1(t) = 74,86 \cdot t}$

Da der Personenzug von „Wien Floridsdorf“ aus startet, erhalten wir folgende Funktionsgleichung: $\boldsymbol{s_2(t) = 42,86 \cdot t + 48}$



f) Der Personenzug ist um 7:23 Uhr in „Mistelbach“. Der Schnellzug ist um 7:42 Uhr in „Wien Floridsdorf“.

9. Folgen und Reihen

9.1. Arbeitsblatt 1

Folgen und Reihen

Ihr findet diese Stufen im Schulhof des Haupteingangs!

Begebt euch dort hin und bearbeitet folgende Aufgaben!

Messt die erste Stufe ab! Der Abstand der dritten Stufe zum Boden beträgt 18 cm.

a) Um welche Art von Folge handelt es sich? Begründet!

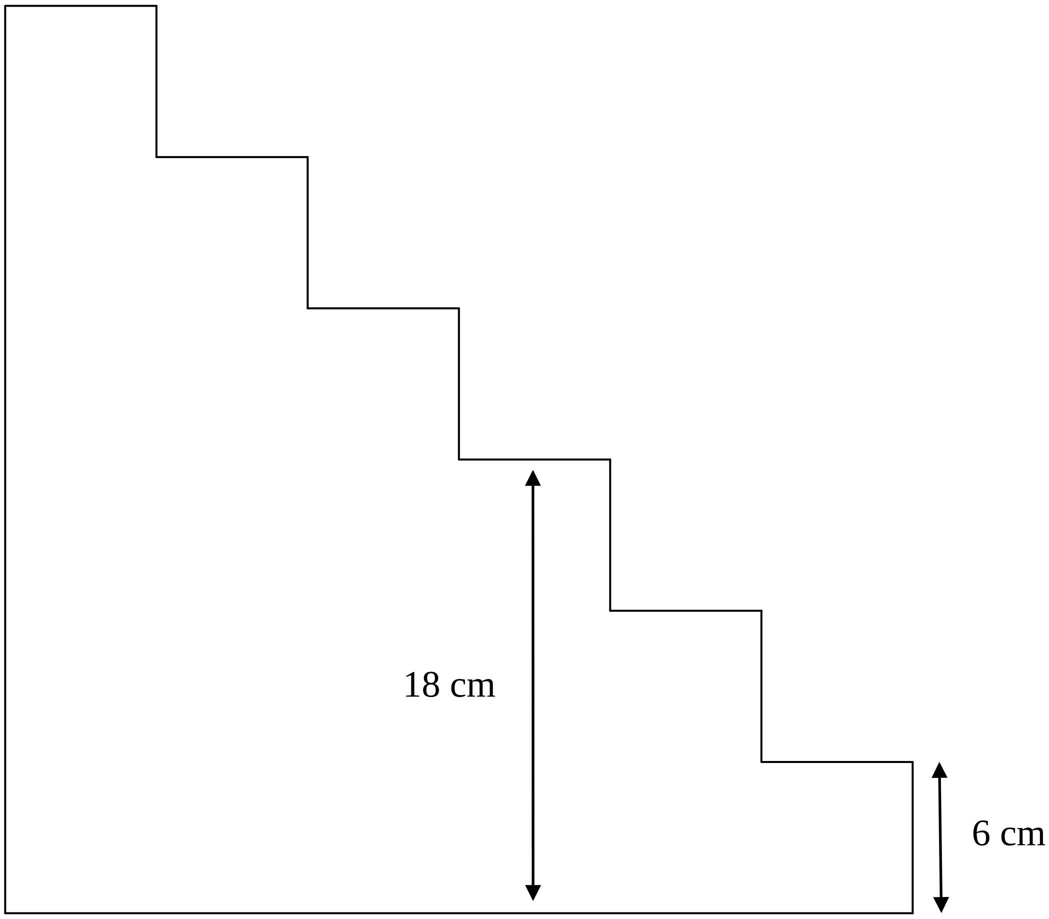
b) Berechnet den Abstand der fünften Stufe zum Boden!

c) Aus wie vielen Stufen besteht dieser Treppenaufgang insgesamt, wenn die Summe aller Stufen 126 cm beträgt? Überprüfe rechnerisch!

Lösung

Die erste Stufe ist 6 cm hoch.

Gegeben: $a_1 = 6\ cm, a_3 = 18\ cm$



a) Antwort: Es handelt sich um eine arithmetische Folge bzw. Reihe, da sich jede Stufe von der anderen um einen konstanten Faktor „d“ unterscheidet.

b) Da alle Stufen gleich hoch sind und die erste Stufe 6 cm hoch ist, kann automatisch gefolgert werden, dass $d = 6\ cm$ ist.

Formale Überprüfung:

$a_3 = a_1 + 2d$	$a_5 = a_1 + 4d$
$18 = 6 + 2d \quad /-6$	$a_5 = 6 + 4 \cdot 6$
$12 = 2d \quad /:2$	$a_5 = 6 + 24$
$\boldsymbol{6 = d}$	$\boldsymbol{a_5 = 30}$

Antwort: Die fünfte Stufe ist 30 cm hoch.

c) $S_n = 126$

$S_n = [2a_1 + (n-1) \cdot d] \cdot \frac{n}{2}$

$126 = [2 \cdot 6 + (n-1) \cdot 6] \cdot \frac{n}{2}$

$126 = [12 + 6n - 6] \cdot \frac{n}{2}$

$126 = (6 + 6n) \cdot \frac{n}{2}$ $\quad /\cdot 2$

$252 = (6 + 6n) \cdot n$

$252 = 6n + 6n^2$ $\quad /-6n \; /-6n^2$

$-6n^2 - 6n + 252 = 0$ $\quad /:(-6)$

$n^2 + n - 42 = 0$ $\quad p = 1, q = -42$

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$

$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 42}$

$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{168}{4}}$

$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{169}{4}}$

$x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{13}{2}$

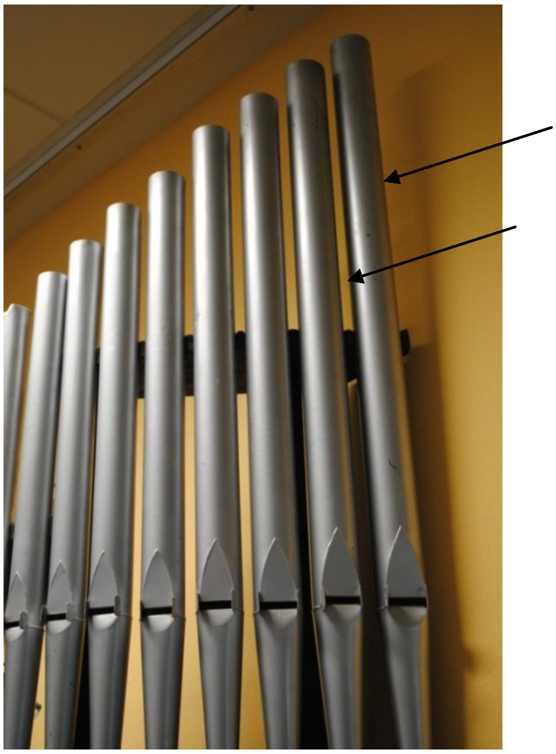
$\boldsymbol{x_1} = -\frac{1}{2} + \frac{13}{2} = \frac{12}{2} = \mathbf{6}$

$(x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{13}{2} = -\frac{14}{2} = -7)$

<u>Antwort:</u> Der Treppenaufgang besteht aus insgesamt sechs Stufen.

9.2. Arbeitsblatt 2

Folgen und Reihen



Sucht diese Orgel in der Aula!

Messt die Länge der ersten und zweiten Orgelpfeife!

Für unsere Berechnungen sind nur die ersten acht Orgelpfeifen von Interesse! Wieso?

a) Ermittelt das Bildungsgesetz und gebt dieses sowohl in
   (1) expliziter als auch in
   (2) rekursiver Darstellung an!
b) Ermittelt die ersten acht Glieder der Folge, die jeweils durch das angegebene Bildungsgesetz festgelegt wird!
c) Berechnet die Summe der Längen der ersten acht Orgelpfeifen!
d) Beweist, dass die in a) ermittelte Folge streng monoton fallend ist!
e) Überprüft, ob 110,5 eine obere Schranke ist!

Lösung

Das Interesse liegt bei den ersten acht Orgelpfeifen, da diese eine arithmetische Folge bilden.

Die erste Orgelpfeife ist 110,5 cm lang. Die zweite Orgelpfeife ist 105 cm lang.

Daraus ergibt sich: $a_1 = 110{,}5$, $a_2 = 105$

Somit lässt sich d berechnen: $a_2 = a_1 + d$

$$105 = 110{,}5 + d \quad /-110{,}5$$

$$\boldsymbol{-5{,}5 = d}$$

a) Bildungsgesetz:

(1) $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$a_n = 110{,}5 + (n-1) \cdot (-5{,}5)$

$a_n = 110{,}5 - 5{,}5n + 5{,}5$

$\boldsymbol{a_n = 116 - 5{,}5n}$

(2) $\boldsymbol{a_1 = 110{,}5;\ a_{n+1} = a_n - 5{,}5}$

b) Bestimmung der Glieder der Folge mit Hilfe des expliziten Bildungsgesetzes:

$n = 1: \langle a_1 \rangle = 116 - 5{,}5 \cdot 1 = 116 - 5{,}5 = 110{,}5$

$n = 2: \langle a_2 \rangle = 116 - 5{,}5 \cdot 2 = 116 - 11 = 105$

$n = 3: \langle a_3 \rangle = 116 - 5{,}5 \cdot 3 = 116 - 16{,}5 = 99{,}5$

$n = 4: \langle a_4 \rangle = 116 - 5{,}5 \cdot 4 = 116 - 22 = 94$

$n = 5: \langle a_5 \rangle = 116 - 5{,}5 \cdot 5 = 116 - 27{,}5 = 88{,}5$

$n = 6: \langle a_6 \rangle = 116 - 5{,}5 \cdot 6 = 116 - 33 = 83$

$n = 7: \langle a_7 \rangle = 116 - 5{,}5 \cdot 7 = 116 - 38{,}5 = 77{,}5$

$n = 8: \langle a_8 \rangle = 116 - 5{,}5 \cdot 8 = 116 - 44 = 72$

$\boldsymbol{\langle a_n \rangle = \langle 110{,}5; 105; 99{,}5; 94; 88{,}5; 83; 77{,}5; 72 \rangle}$

Die Folgenglieder können auch mit Hilfe des rekursiven Bildungsgesetzes bestimmt werden.

c) $S_n = [2a_1 + (n-1) \cdot d] \cdot \frac{n}{2}$

$S_8 = [2 \cdot 110{,}5 + (8-1) \cdot (-5{,}5)] \cdot \frac{8}{2}$

$S_8 = [221 + 7 \cdot (-5{,}5)] \cdot 4$

$S_8 = [221 - 38{,}5] \cdot 4$

$S_8 = 182{,}5 \cdot 4$

$\boldsymbol{S_8 = 730}$

Antwort: Die ersten acht Orgelpfeifen ergeben zusammen 730 cm.

d) $\langle a_n \rangle = 116 - 5{,}5n$

Vermutung: $\langle a_n \rangle$ ist streng monoton fallend

Behauptung: $a_n > a_{n+1}$

Beweis: $116 - 5{,}5n > 116 - 5{,}5 \cdot (n+1)$

$116 - 5{,}5n > 116 - 5{,}5n - 5{,}5 \quad /-116 \ \ /+5{,}5n$

$0 > -5{,}5 \quad w.A. \forall n \in \mathbb{N}^*$

→ **$\langle a_n \rangle$ ist streng monoton fallend**

e) $\langle a_n \rangle = 116 - 5{,}5n$

Vermutung: 110,5 ist obere Schranke

Behauptung: $a_n \leq 110{,}5$

Beweis: $116 - 5{,}5n \leq 110{,}5 \quad /-116$

$-5{,}5n \leq -5{,}5 \quad /:(-5{,}5)$

$n \geq 1 \quad w.A. \forall n \in \mathbb{N}^*$

→ **110,5 ist eine obere Schranke**

10.Trigonometrie

10.1. Arbeitsblatt 1: Auflösung des rechtwinkeligen Dreiecks

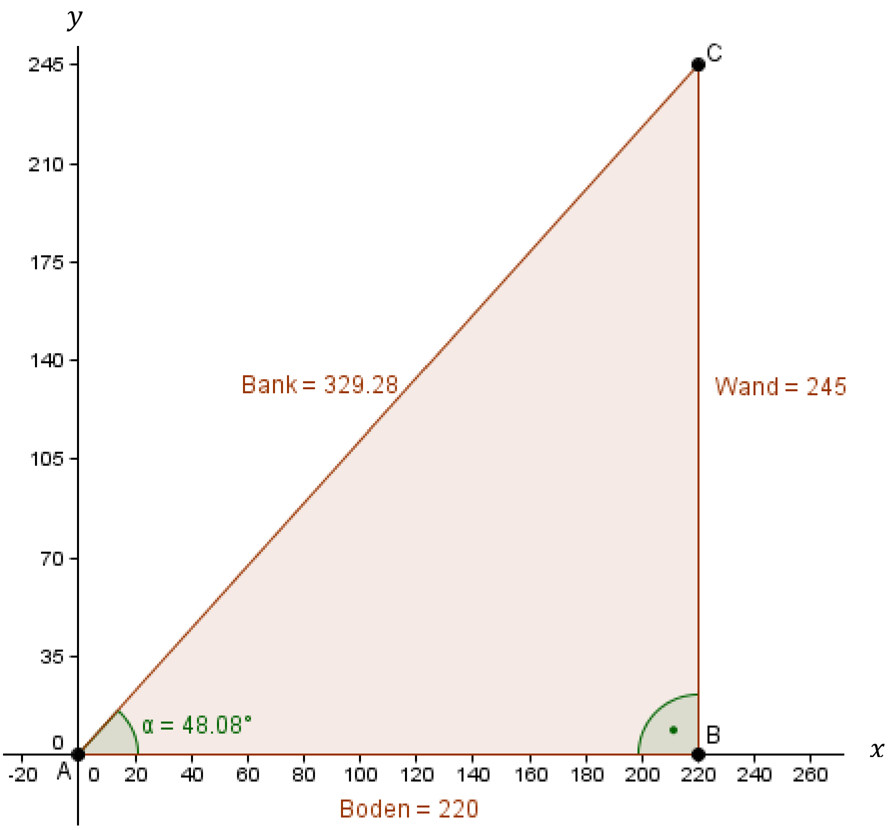
Trigonometrie

Stellt folgende Situation im Turnsaal nach!

Die Bank bildet gemeinsam mit der Wand und dem Boden ein Dreieck. Nehmt Maße von der Wand und vom Boden!

a) Berechnet den Winkel, den die Bank mit dem Boden einschließt!
b) Wie lang ist die Bank?

Lösung



a) Der Abstand der Bank zur Wand am Boden beträgt 220cm und der Abstand des Bodens zur Bank entlang der Wand beträgt 245 cm. Da es sich um ein rechtwinkeliges Dreieck handelt können wir folgendermaßen vorgehen:

$$\tan\alpha = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$$

$$\tan\alpha = \frac{245}{220} \qquad\qquad / \tan^{-1}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{245}{220}\right)$$

$$\boldsymbol{\alpha \approx 48{,}08°}$$

b) Um die Länge der Bank zu berechnen, verwenden wir den in Beispiel a) berechneten Winkel und folgende Formel: $\sin\alpha = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse}$

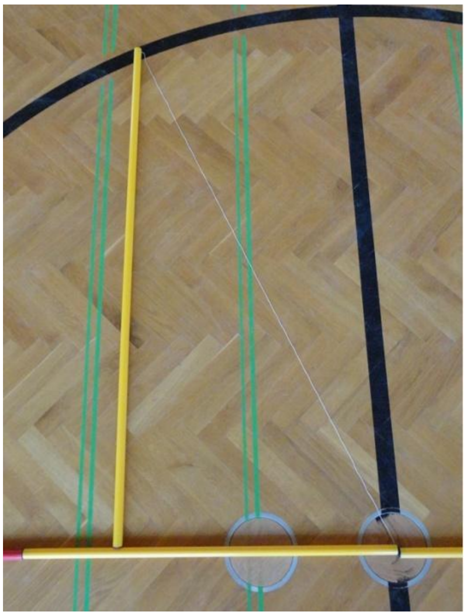
$$\sin 48{,}08° = \frac{245}{B} \qquad\qquad /\cdot B$$

$$\sin 48{,}08° \cdot B = 245 \qquad\qquad /: \sin 48{,}08°$$

$$B = \frac{245}{\sin 48{,}08°} \rightarrow \boldsymbol{B} \approx 329{,}28\,cm \approx \boldsymbol{3{,}29\,m}$$

10.2. Arbeitsblatt 2: Winkelfunktionen im Standardintervall

Winkelfunktionen im Standardintervall



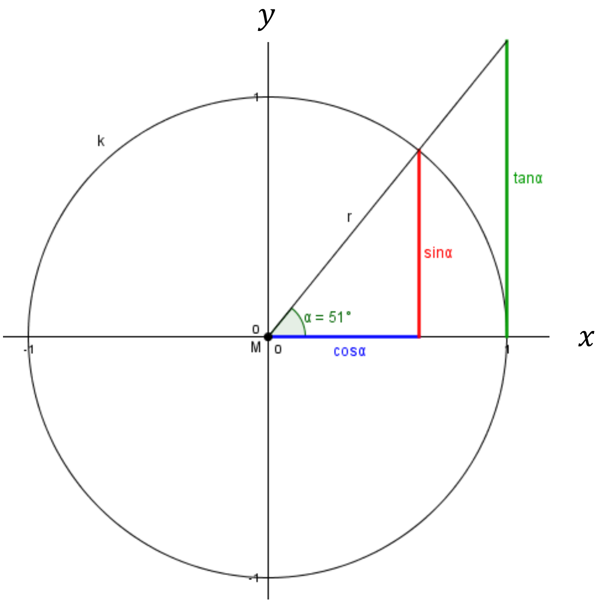
Angenommen der oben dargestellte Kreis, welchen ihr mitten im Turnsaal findet, hat einen Radius von 1, ein sogenannter Einheitskreis. Stellt die Situation im rechten Bild nach, wobei ihr Stangen und eine Schnur benötigt!

a) Findet ein Dreieck für jeden Quadranten und berechnet mit dem Winkel $\alpha = 51°$ die Winkelfunktionen! Gebt außerdem den Wert des Winkels und der Winkelfunktionen an!
b) Rechnet die kartesischen Koordinaten $(-0{,}63|-0{,}78)$ in Polarkoordinaten um! Der Winkel ist (1) in Dezimalgrad, (2) im Bogenmaß anzugeben!

Lösung

a)

1. Quadrant:

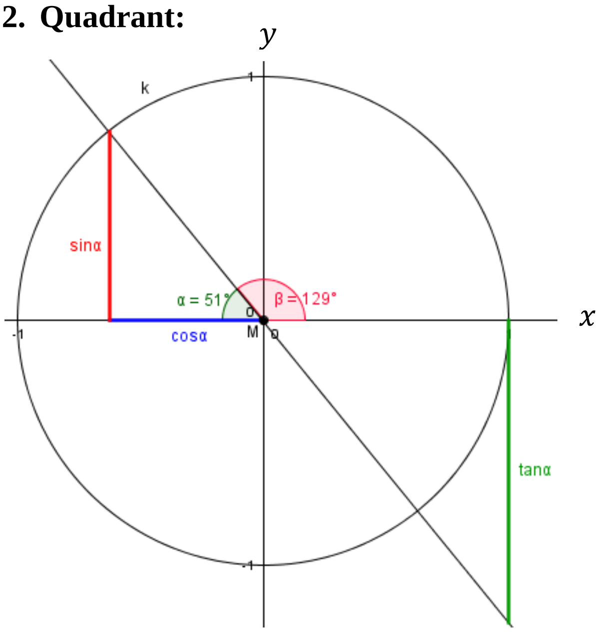


Falls $\alpha = 51°$, dann: $\sin 51° = \frac{GK}{H} = \frac{\sin\alpha}{1} = \sin\alpha \implies \boldsymbol{\sin\alpha \approx 0,78}$

$\cos 51° = \frac{AK}{H} = \frac{\cos\alpha}{1} = \cos\alpha \implies \boldsymbol{\cos\alpha \approx 0,63}$

$\tan 51° = \frac{GK}{AK} = \frac{\tan\alpha}{1} = \tan\alpha \implies \boldsymbol{\tan\alpha \approx 1,23}$

2. Quadrant:



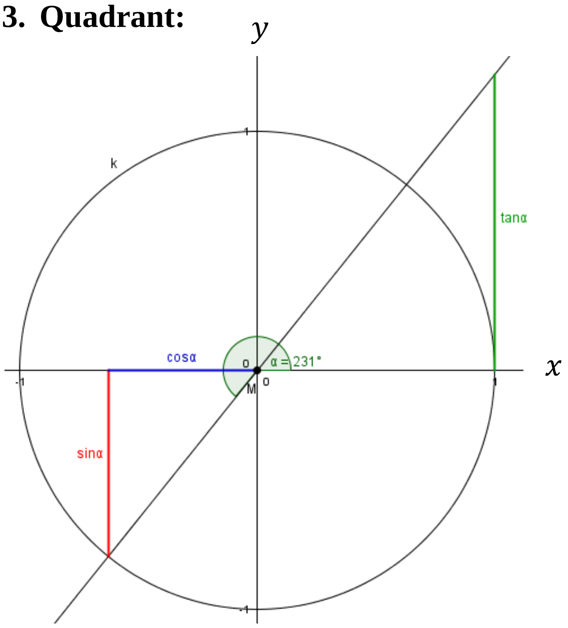
Da der Winkel im 2. Quadranten liegt, muss man $180° - \alpha$ rechnen, was $129°$ ergibt.

$\boldsymbol{\cos 129° \approx -0,63}$

$\boldsymbol{\sin 129° \approx 0,78}$

$\boldsymbol{\tan 129° \approx -1,23}$

3. Quadrant:



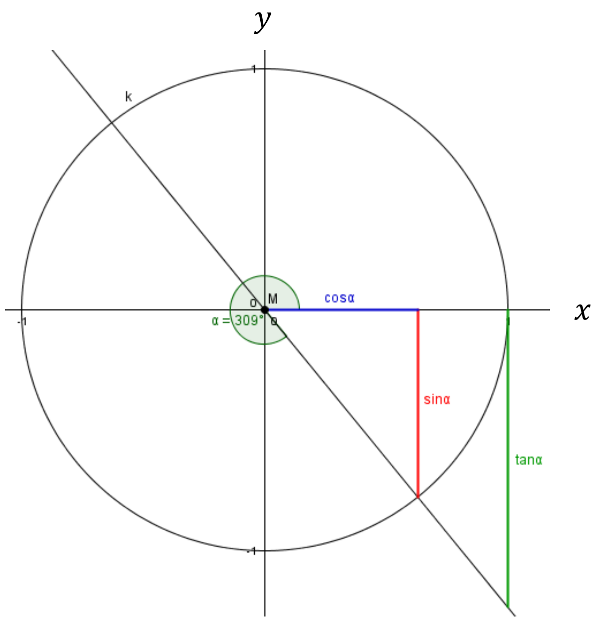
Da der Winkel im 3. Quadranten liegt, muss man 180° + α rechnen, was 231° ergibt.

$\mathbf{cos\,231° \approx -0,63}$

$\mathbf{sin\,231° \approx -0,78}$

$\mathbf{tan\,231° \approx 1,23}$

4. Quadrant:



Da der Winkel im 4. Quadranten liegt, muss man 360° − α rechnen, was 309° ergibt.

$\mathbf{cos\,309° \approx 0,63}$

$\mathbf{sin\,309° \approx -0,78}$

$\mathbf{tan\,309° \approx -1,23}$

Zusammenfassung:

Quadrant	1	2	3	4
$\sin\boldsymbol{\alpha}$	$+$	$+$	$-$	$-$
$\cos\boldsymbol{\alpha}$	$+$	$-$	$-$	$+$
$\tan\boldsymbol{\alpha}$	$+/+=+$	$+/-=-$	$-/-=+$	$-/+\ =-$

b) $P(-0{,}63|-0{,}78)$

$r^2 = x^2 + y^2 \qquad /\sqrt{}$

$r = \sqrt{(-0{,}63)^2 + (-0{,}78)^2}$

$r = \sqrt{1{,}0053}$

$\boldsymbol{r \approx 1{,}0026}$

$\tan\alpha' = \frac{y}{x} \qquad / \tan^{-1}$

$\alpha' = \tan^{-1}\left(\frac{-0{,}78}{-0{,}63}\right)$

$\boldsymbol{\alpha' \approx 51{,}07}°$

Da sich P im 3. Quadranten befindet, muss man mit der Reduktionsformel arbeiten:

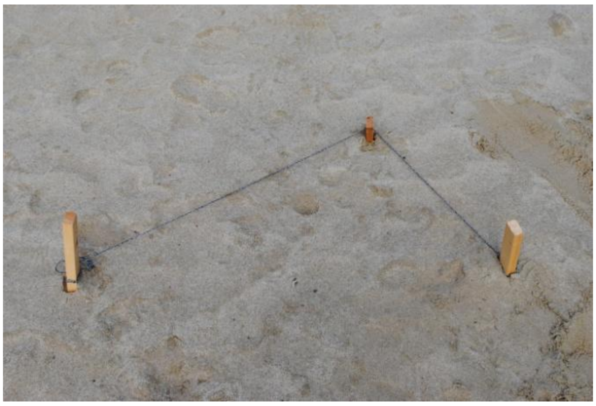
Also ist $\boldsymbol{\alpha} = 180° + \alpha' = \mathbf{231{,}07}°$

11.Nichtlineare analytische Geometrie

11.1. Arbeitsblatt 1: Die Ellipse

Nichtlineare analytische Geometrie
Die Ellipse

Um diese Aufgabe zu lösen benötigt ihr drei Holzpfeiler und eine feste Schnur! Stellt folgende Situation auf dem Volleyballplatz nach! Platziert zwei Holzpfeiler in einem Abstand von 1m im Sand. Platziert einen kleinen Holzpfeiler im Sand, wie auf dem Foto gezeigt. Spannt nun eine Schnur um die Holzpfeiler, nehmt den kleinen Pfeiler in die Hand und zieht entlang der gespannten Schnur eine Linie, damit die rechts angeführte Figur entsteht!



a) Um welche Figur handelt es sich? Welch Eigenschaft müssen alle Punkte dieser Figur erfüllen? Versucht eine passende Definition zu finden!
b) Ermittelt die Gleichung der Ellipse durch Abmessungen!
c) Berechnet die Koordinaten der Scheitel und der Brennpunkte!
d) Konstruiert die Ellipse in einem passenden Maßstab in euren Heften!

Lösung

a) Es handelt sich um eine Ellipse.

Definition: Eine Ellipse ist die Menge aller in einer Ebene ε liegenden Punkte X, für die die Summe der Abstände von zwei festen Punkten dieser Ebene, den Brennpunkten F_1 und F_2, eine Konstante c ist: $\text{ell} = \left\{X \in \varepsilon \mid \overline{XF_1} + \overline{XF_2} = c\right\}$

b) Der Abstand zwischen den Pfeilern ist der Abstand zwischen den Brennpunkten.

Somit ist $2e = 100\ cm \ \rightarrow e = 50\ cm;\ b = 50\ cm$

Mit Hilfe des Pythagoreischen Lehrsatzes kann man sich a berechnen: $e^2 = a^2 - b^2$

$a^2 = e^2 + b^2$

$a^2 = 50^2 + 50^2$

$a^2 = 5000$

$\boldsymbol{a = \pm\, 50 \cdot \sqrt{2}}$

Gleichung einer Ellipse in 1. Hauptlage: $ell\colon b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$

Somit erhält man folgende Gleichung:

$ell\colon 2500x^2 + 5000y^2 = 2500 \cdot 5000 \quad /\colon 2500$

$\boldsymbol{ell\colon x^2 + 2y^2 = 5000}$

c) Koordinaten der Hauptscheiten: $A = \left(-50 \cdot \sqrt{2}\middle|0\right)$

$B = \left(50 \cdot \sqrt{2}\middle|0\right)$

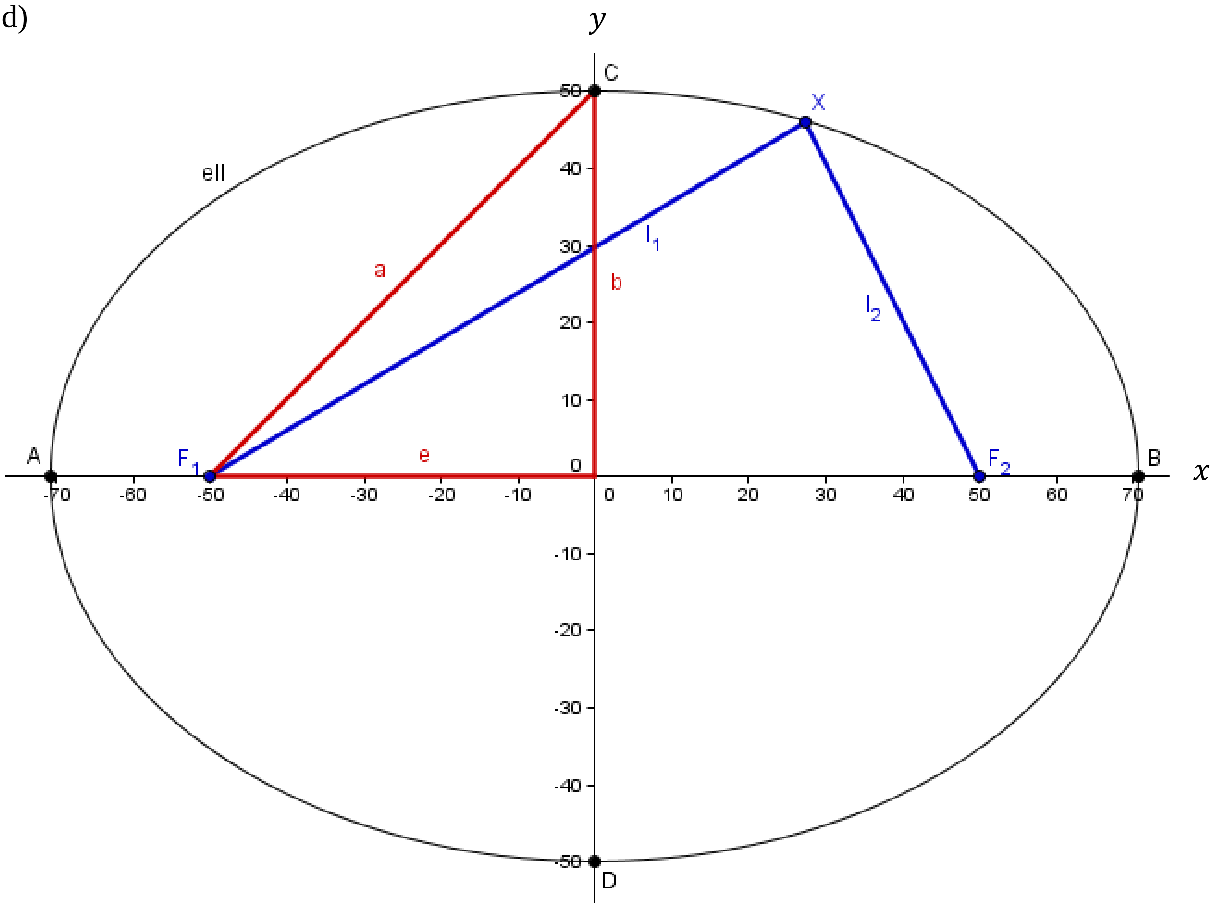
Koordinaten der Nebenscheitel: $C = (0|50)$

$D = (0|-50)$

Koordinaten der Brennpunkte: $F_1 = (-50|0)$

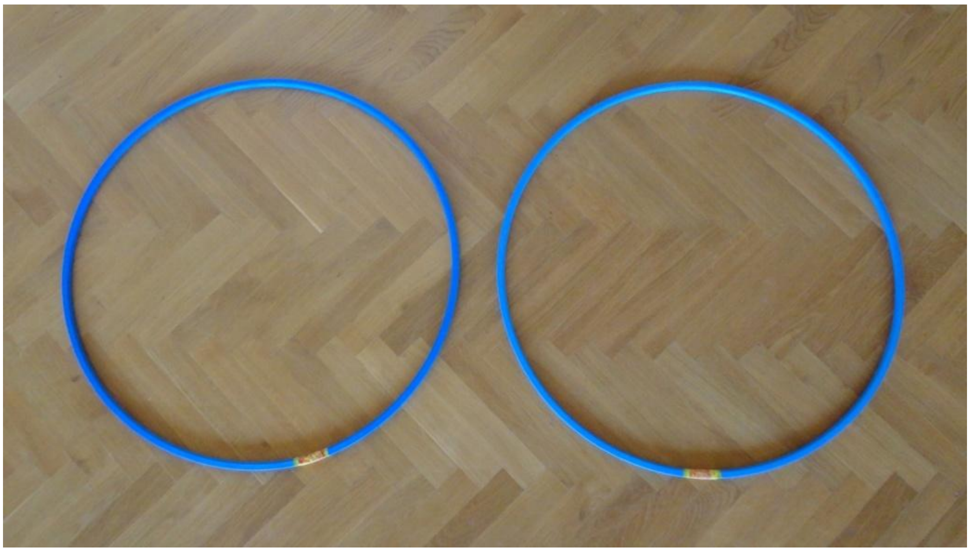
$F_2 = (50|0)$

d)


y
x
C
X
ell
a
b
e
l_1
l_2
A
B
D
F_1
F_2
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-70
-60
-50
-40
-30
-20
-10
0
10
20
30
40
50
60
70

11.2. Arbeitsblatt 2: Der Kreis

Nichtlineare analytische Geometrie
Der Kreis



Diese Aufgabe könnt ihr ausschließlich im Turnsaal lösen!

Nehmt euch zwei Reifen und

a) überlegt, welche Lagebeziehung zwei Kreise zueinander haben können und skizziert alle Möglichkeiten!

b) Ermittelt alle fünf Typen von Kreisgleichungen, deren Mittelpunkt $M(0|0)$ ist! Der Radius r ist abzumessen!

c) Untersucht die Lage zweier Kreise, wobei $k_1[M(0|0);r], k_2[M(60|0);r]$ ist!

   Berechnet gegebenenfalls die Koordinaten gemeinsamer Punkte!

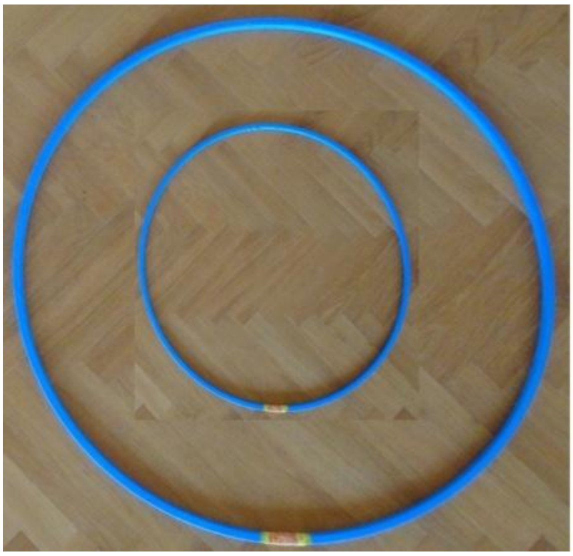
d) Berechnet den Schnittwinkel der beiden Kreise $k_1 und\ k_2$!

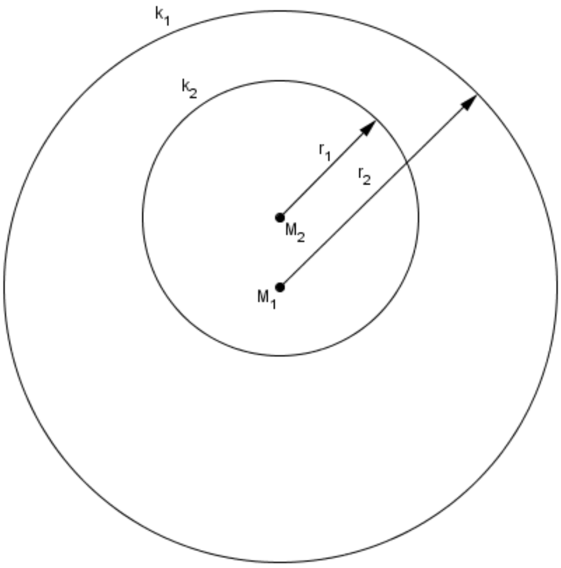
Lösung

Die Lage zweier Kreise zueinander hängt vom Abstand z der Mittelpunkte M_1 und M_2 der beiden Kreise und deren Radien r_1 und r_2 ab:

a)

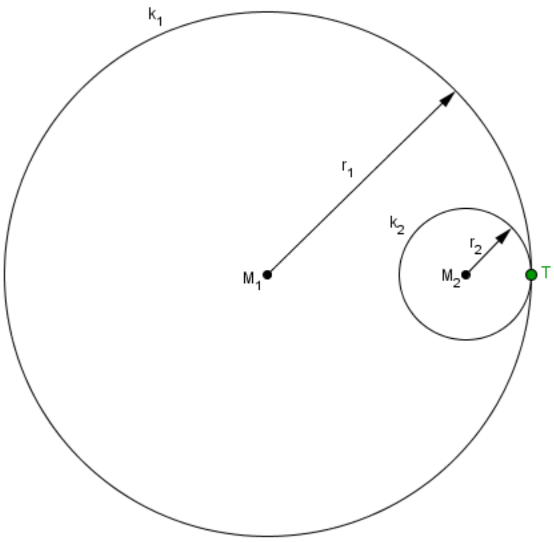
(1)Für $|\mathrm{r}_1 - \mathrm{r}_2| > z$ liegt der kleinere Kreis innerhalb des größeren: $\mathrm{k}_1 \cap \mathrm{k}_2 = \{\quad\}$



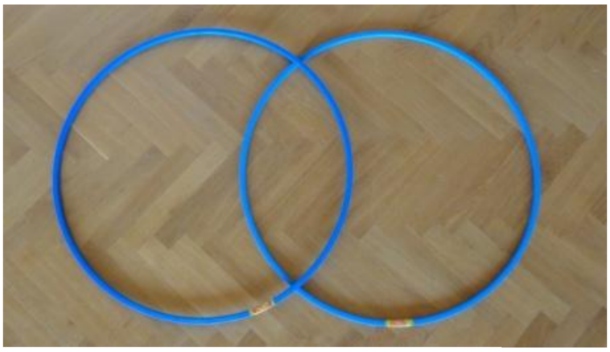


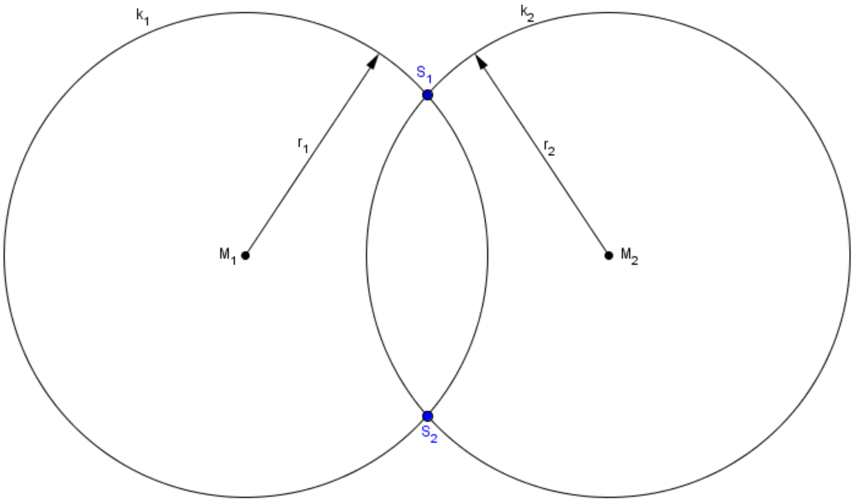
(2)Für $|r_1 - r_2| = z$ berühren die beiden Kreise einander von innen in einem Punkt:

$k_1 \cap k_2 = \{T\}$

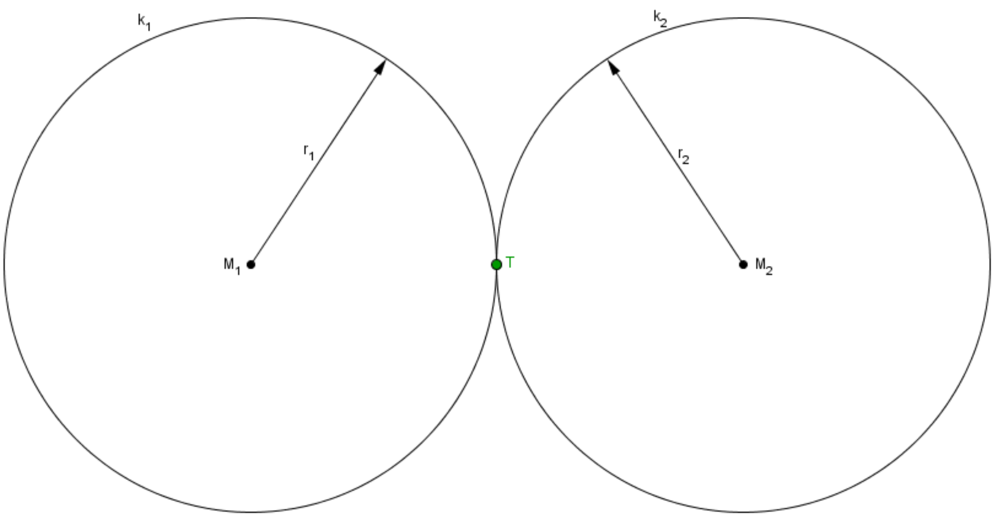


(3)Für $|r_1 - r_2| < z < r_1 + r_2$ schneiden die beiden Kreise einander in zwei Punkten: $k_1 \cap k_2 = \{S_1; S_2\}$

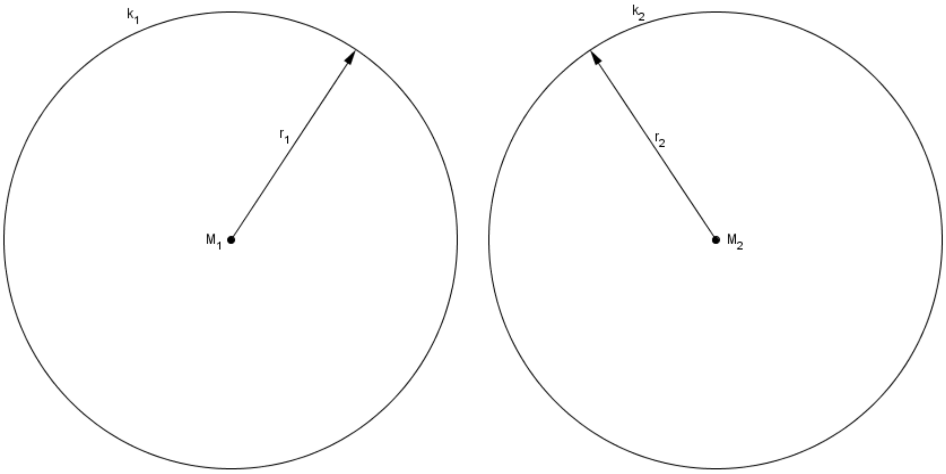




(4)Für $z = r_1 + r_2$ berühren die beiden Kreise einander von außen in einem Punkt: $k_1 \cap k_2 = \{T\}$



(5)Für $z > r_1 + r_2$ haben die beiden Kreise keinen Punkt gemeinsam: $k_1 \cap k_2 = \{ \quad \}$



b) Der folgende Kreis hat $M(0|0)$ und $r = 40$!

1. Spezielle Kreisgleichung in Vektorform: $X^2 = r^2$

$$\boldsymbol{X^2 = 1600}$$

2. Allgemeine Kreisgleichung in Vektorform: $A \cdot X^2 + D = 0$

   $A, D \in \mathbb{R}, A \neq 0$ $\boldsymbol{X^2 = 1600}$

3. Spezielle Kreisgleichung in Koordinatenform: $\boldsymbol{x^2 + y^2 = 1600}$

4. Allgemeine Kreisgleichung in Koordinatenform: $Ax^2 + Ay^2 + D = 0$

   $A, D \in \mathbb{R}, A \neq 0$ $\boldsymbol{x^2 + y^2 = 1600}$

5. Parameterdarstellung eines Kreises:

   $x = x_M + r \cdot \cos t$; $\boldsymbol{x = 40 \cdot \cos t}$ $t \in [0; 2\pi[$

   $y = y_M + r \cdot \sin t$; $\boldsymbol{y = 40 \cdot \sin t}$

c) $k_1[M(0|0); 40]$, $k_2[M(60|0); 40]$

$k_1: x^2 + y^2 = 1600 \ \rightarrow y^2 = 1600 - x^2$ in k_2 einsetzen

$k_2: (x-60)^2 + y^2 = 1600$

$$(x-60)^2 + 1600 - x^2 = 1600$$

$$x^2 - 120x + 3600 + 1600 - x^2 = 1600$$

$$-120x + 5200 = 1600 \qquad /-5200$$

$$-120x = -3600 \qquad /:(-120)$$

$$\boldsymbol{x = 30}$$

x in y^2 einsetzen: $\quad y^2 = 1600 - x^2$

$$y^2 = 1600 - 900$$

$$y^2 = 700$$

$$y = \pm 10 \cdot \sqrt{7}$$

Somit ergeben sich zwei Schnittpunkte: $\boldsymbol{S_1\left(30 \middle| 10 \cdot \sqrt{7}\right)}$; $\boldsymbol{S_2\left(30 \middle| -10 \cdot \sqrt{7}\right)}$

d) Berechnung des Schnittwinkels mittels Formel:

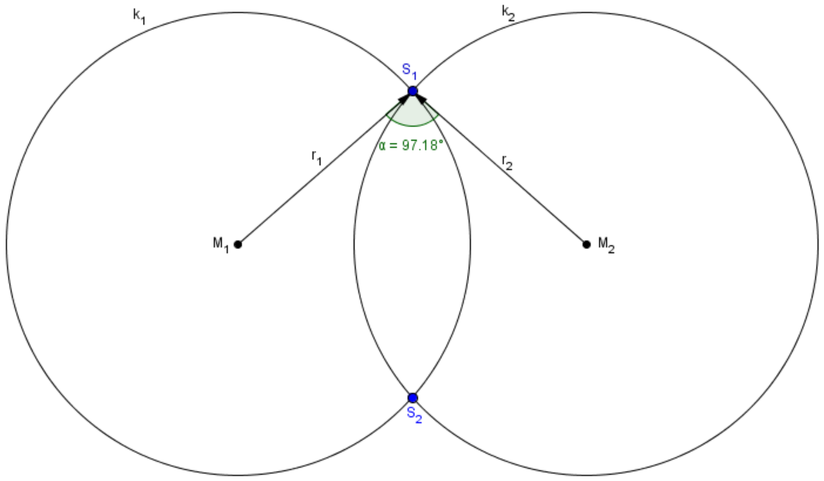
$$\overrightarrow{S_1M_1} = \overrightarrow{M_1} - \overrightarrow{S_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \cdot \sqrt{7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ \boldsymbol{-10 \cdot \sqrt{7}} \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{S_1M_2} = \overrightarrow{M_2} - \overrightarrow{S_1} = \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \cdot \sqrt{7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ \boldsymbol{-10 \cdot \sqrt{7}} \end{pmatrix}$$

$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{S_1M_1} \cdot \overrightarrow{S_1M_2}}{\left|\overrightarrow{S_1M_1}\right| \cdot \left|\overrightarrow{S_1M_2}\right|} = \frac{\begin{pmatrix} -30 \\ \boldsymbol{-10 \cdot \sqrt{7}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ \boldsymbol{-10 \cdot \sqrt{7}} \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} -30 \\ \boldsymbol{-10 \cdot \sqrt{7}} \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} 30 \\ \boldsymbol{-10 \cdot \sqrt{7}} \end{pmatrix}\right|} =$$

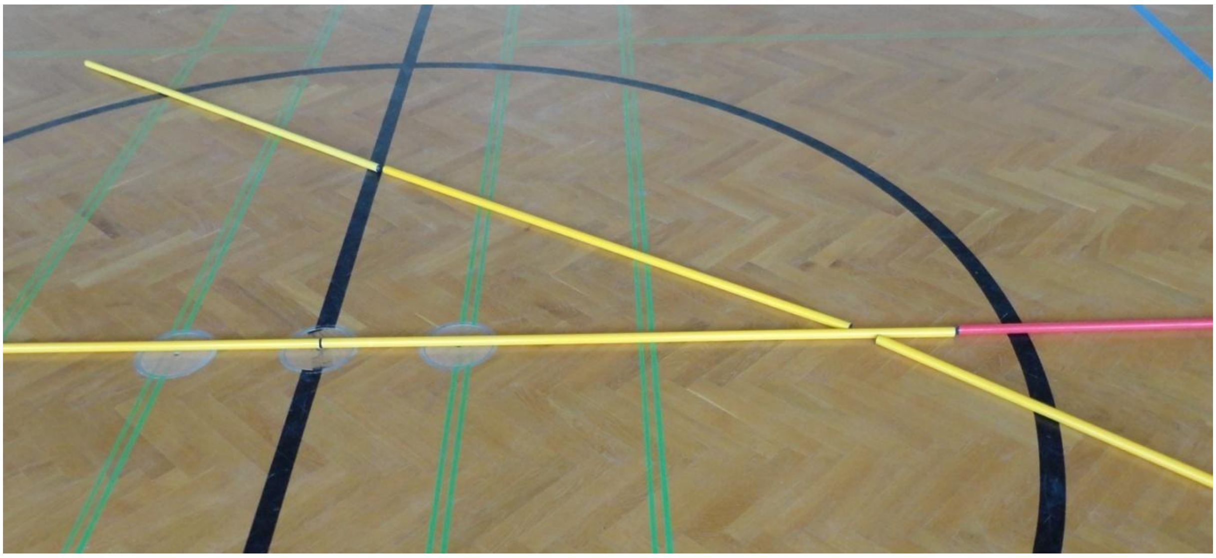
$$= \frac{-900 + 700}{\sqrt{(-30)^2 + \left(-10 \cdot \sqrt{7}\right)^2} \cdot \sqrt{30^2 + \left(-10 \cdot \sqrt{7}\right)^2}} = \frac{-200}{\sqrt{1600} \cdot \sqrt{1600}} = \frac{-200}{1600} = -\frac{1}{8}$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{8}\right) \approx \boldsymbol{97{,}18°}$$



11.3. Arbeitsblatt 3: Kreis-Gerade

Nichtlineare Analytische Geometrie
Schnitt: Kreis-Gerade



Stellt diese Situation im Turnsaal nach!

Erstellt eine passende lineare Funktion f, die diesen Kreis mit $M(0|0)$ schneidet!

a) Ermittelt eine Kreisgleichung und eine Funktionsgleichung! Zeichnet die beiden Graphen in ein Koordinatensystem!

b) Welche Lagebeziehung können Kreis und Gerade zueinander haben?

c) Untersucht die Lage der Geraden f bezüglich des Kreises $k[M(0|0), r]$

(1) mittels Abstand

(2) mittels Rechnung! Bestimmt gegebenenfalls die Koordinaten der Schnittpunkte!

Lösung

Da die Stäbe variable gelegt werden könne, handelt es sich hier um eine Musterlösung.

a) Lineare Funktion ist von der Form: $f: y = kx + d$

Anhand von Abmessungen kann man k und d bestimmen: $d = 90;\ k = -\frac{90}{135} = -\frac{2}{3}$

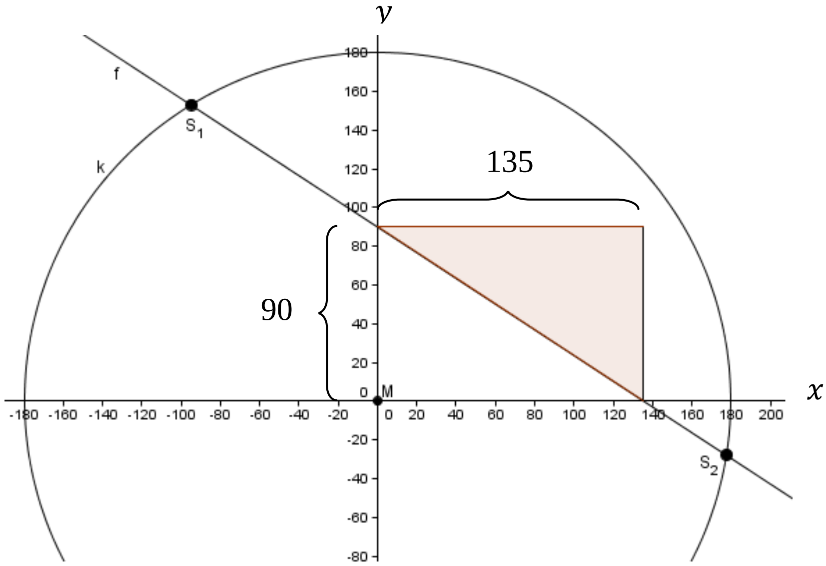
Somit ergibt sich: $\boldsymbol{f: y = -\frac{2}{3} \cdot x + 90}$

Die Kreisgleichung ist von der Form: $k: (x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r^2$

Wir nehmen als Mittelpunkt $M(0|0)$ und den Radius erhalten wir durch Abmessen:

$r = 180\ cm$

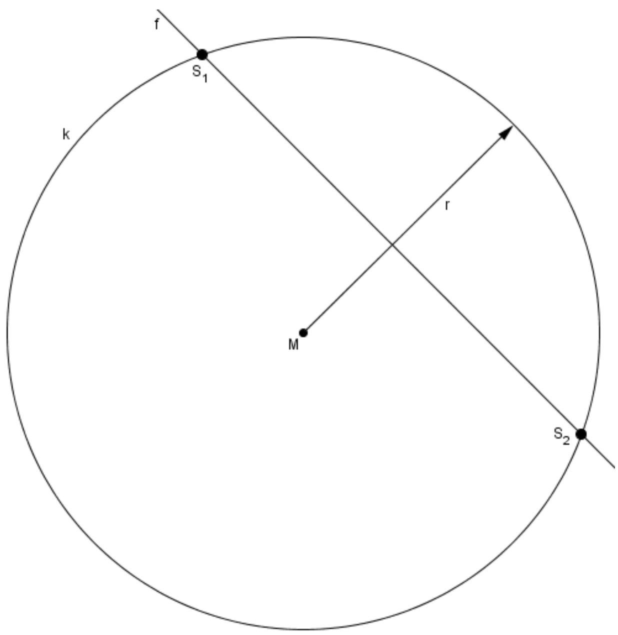
Somit ergibt sich: $\boldsymbol{k: x^2 + y^2 = 32400}$



b) Lagebeziehung Kreis – Gerade:

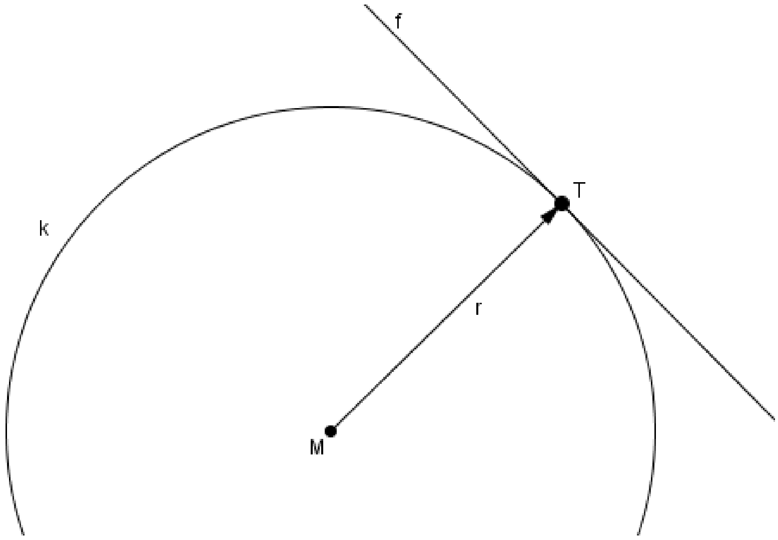
1. $k \cap f = \{S_1; S_2\}: f\ ist\ eine\ Sekante.$

   $d(M, f) < r$



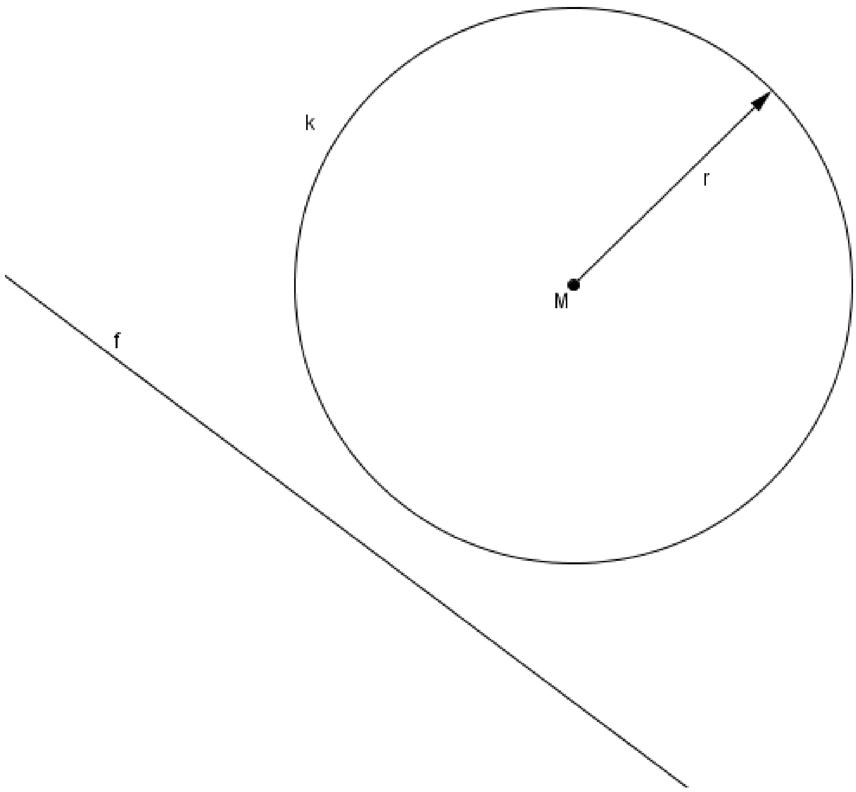
2. $k \cap f = \{T\}: f\ ist\ eine\ Tangente.$

   $d(M, f) = r$



3. $k \cap f = \{\quad\}: f\ ist\ eine\ Passante.$

   $d(M, f) > r$



c)

(1)Bestimmung der Lagebeziehung mittels Abstand:

$$HNF: \frac{ax + by - c}{\left|\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}\right|} = 0$$

$$HNF: \frac{\frac{2}{3}x + y - 90}{\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1^2}} = 0$$

$$HNF: \frac{\frac{2}{3}x + y - 90}{\sqrt{\frac{4}{9}+1}} = 0$$

$$d(M,f) = \left|\frac{\frac{2}{3}\cdot 0 + 0 - 90}{\sqrt{\frac{13}{9}}}\right| = \left|\frac{-90}{\frac{\sqrt{13}}{3}}\right| = \frac{90}{\frac{\sqrt{13}}{3}} = \frac{270}{\sqrt{13}} = \frac{270\cdot\sqrt{13}}{13}\ cm$$

$$\frac{270\cdot\sqrt{13}}{13} \approx 74{,}88 < r = 180 \quad \rightarrow f\ ist\ eine\ \boldsymbol{Sekante}$$

(2)Bestimmung der Lagebeziehung mittels Rechnung:

$f: y = -\frac{2}{3}\cdot x + 90$ $\qquad$ $k: x^2 + y^2 = 32400$

$$k \cap f: x^2 + \left(-\frac{2}{3}x + 90\right)^2 = 32400$$

$$x^2 + \frac{4}{9}x^2 - 120x + 8100 = 32400 \qquad /-32400$$

$$\frac{13}{9}x^2 - 120x - 24300 = 0 \qquad /\cdot 9$$

$$13x^2 - 1080x - 218700 = 0 \qquad a = 13; b = -1080; c = -218700$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{1080 \pm \sqrt{(-1080)^2 - 4\cdot 13\cdot(-218700)}}{2\cdot 13}$$

$$x_{1,2} = \frac{1080 \pm \sqrt{12538800}}{26}$$

$$x_1 = \frac{1080 + \sqrt{12538800}}{26} \approx 177{,}73$$

$$x_2 = \frac{1080 - \sqrt{12538800}}{26} \approx -94{,}65$$

x_1 in f einsetzen: $y_1 = -\frac{2}{3}\cdot 177{,}73 + 90 \approx -28{,}49$

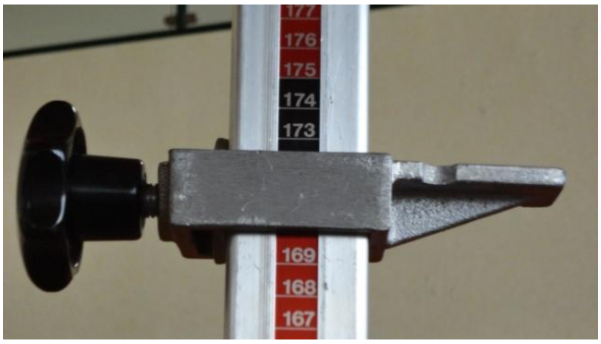
x_2 in f einsetzen: $y_2 = -\frac{2}{3}\cdot(-94{,}65) + 90 \approx 153{,}1$

Somit erhalten wir folgende Schnittpunkte: $\boldsymbol{S_1(177,73|-28,49)}$; $\boldsymbol{S_2(-94,65|153,1)}$

12.Statistik

12.1. Arbeitsblatt 1

Statistik



Ihr findet im Turnsaal einen Maßstab. Messt die Körpergröße jedes Schülers/jeder Schülerin und bearbeitet folgende Aufgaben:

a) Es sei X die Körpergröße der SchülerInnen. Mit welchen (1) absoluten, (2) relativen Häufigkeiten nimmt X seine Werte an? Stellt die Verteilung der absoluten Häufigkeiten in Form einer Tabelle und eines Histogramms dar!

b) Berechnet das arithmetische Mittel,

c) die Standardabweichung,

d) den Modalwert,

e) den Median und

f) die Spannweite.

g) Überprüft die Aufgaben b) – f) mit Excel!

Verwendet dazu den Computer in der Aula!

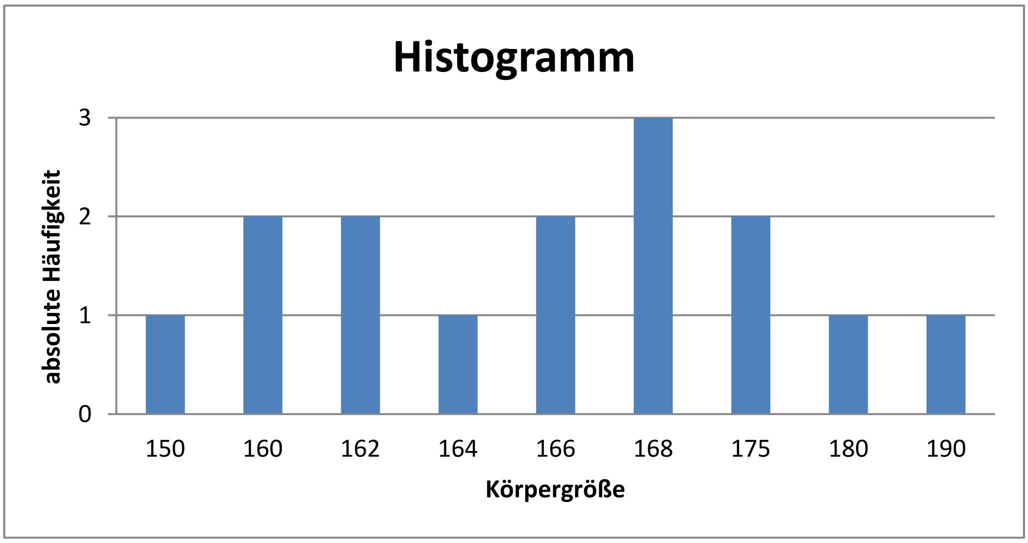
Musterlösung

164; 162; 168; 190; 166; 166; 162; 160; 150; 175; 180; 160; 168; 175; 168

a) Wenn wir eine Liste von insgesamt n Werten haben, dann treten die Werte $x_1, x_2, \dots, x_n$ mit den <u>absoluten Häufigkeiten</u> $h_1, h_2, \dots, h_n$ auf , wobei $h_1 + h_2 + \cdots + h_n = n$ bzw. mit den <u>relativen Häufigkeiten</u> $r_1, r_2, \dots, r_n$, wobei $r_1 + r_2 + \cdots + r_n = 1$.

$$n = 15;\ r_i = \frac{h_i}{15}$$

X:	150	160	162	164	166	168	175	180	190
h_i	1	2	2	1	2	3	2	1	1
r_i	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$



b) Das <u>arithmetische Mittel</u> ergibt sich aus:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 \cdot h_1 + x_2 \cdot h_2 + x_3 \cdot h_3 + \cdots + x_n \cdot h_n}{n}$$

$$\bar{x} = x_1 \cdot r_1 + x_2 \cdot r_2 + x_3 \cdot r_3 + \cdots + x_n \cdot r_n$$

$$\bar{x} = \frac{150 + 160 \cdot 2 + 162 \cdot 2 + 164 + 166 \cdot 2 + 168 \cdot 3 + 175 \cdot 2 + 180 + 190}{15}$$

$$\boldsymbol{\bar{x} = 167,6\ cm}$$

c) Die <u>Standardabweichung</u> lässt sich empirisch folgendermaßen berechnen:

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot r_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot r_2 + (x_3 - \bar{x})^2 \cdot r_3 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot r_n}$$

$$\sigma = \sqrt{(150 - 167{,}6)^2 \cdot \frac{1}{15} + (160 - 167{,}6)^2 \cdot \frac{2}{15} + (162 - 167{,}6)^2 \cdot \frac{2}{15} +}$$

$$\sqrt{+(164-167{,}6)^2\cdot\frac{1}{15}+(166-167{,}6)^2\cdot\frac{2}{15}+(168-167{,}6)^2\cdot\frac{3}{15}+}$$

$$\sqrt{+(175-167{,}6)^2\cdot\frac{2}{15}+(180-167{,}6)^2\cdot\frac{1}{15}+(190-167{,}6)^2\cdot\frac{1}{15}}\approx\mathbf{9,21}$$

d) <u>Modalwert:</u>

Der Modalwert ist jener Wert, der in einer Liste am häufigsten auftritt.

Modalwert: $\mathbf{168\ cm}$

e) <u>Median:</u>

Der Median ist jener Wert, der in einer geordneten Liste in der Mitte steht.

Da wir eine ungerade Anzahl von Stichproben haben, ist der Median: $\mathbf{166\ cm}$

f) <u>Spannweite:</u>

Die Spannweite ergibt sich aus der Differenz zwischen dem größten Wert (Maximum) x_{max} und dem kleinsten Wert (Minimum) x_{min} der Liste.

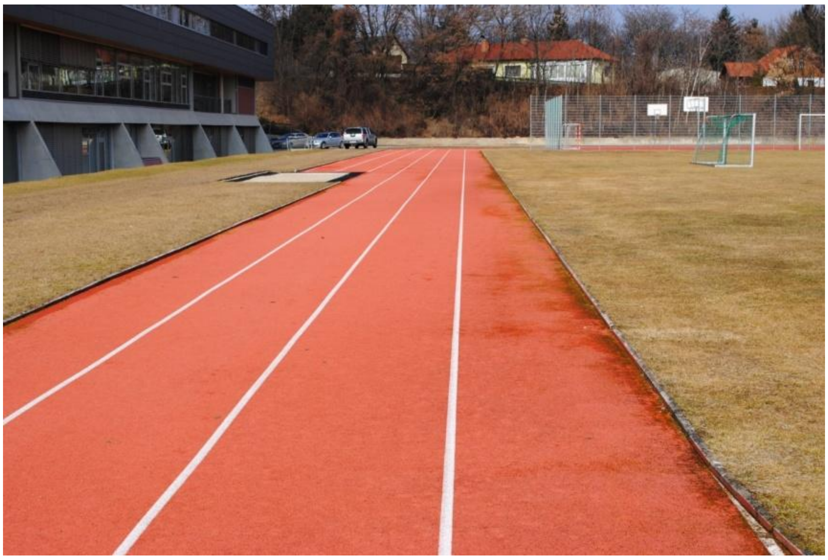
Spannweite $= x_{max} - x_{min} = 190 - 150 = \mathbf{40\ cm}$

g)

	A	
1	150	
2	160	
3	160	
4	162	
5	162	
6	164	
7	166	
8	166	
9	168	
10	168	
11	168	
12	175	
13	175	
14	180	
15	190	
16	167,6	← =MITTELWERT(A1:A15)
17	9,20724353	← =STABWN(A1:A15)
18	168	← =MODALWERT(A1:A15)
19	166	← =MEDIAN(A1:A15)
20	150	← =MIN(A1:A15)
21	190	← =MAX(A1:A15)
22	40	← =A21-A20

12.2. Arbeitsblatt 2

Statistik



Begebt euch zum Sportplatz!

Macht einen 60 Meter Lauf! Stoppt untereinander die Zeit!

a) Berechnet, wie lange eure Gruppe im Durchschnitt braucht?

b) Berechnet die Standardabweichung?

c) Angenommen einer von euch braucht 40 Sekunden! Wie wirkt sich das auf den Mittelwert und die Standardabweichung aus?

d) Gibt es einen Modalwert? Wenn ja, wieso? Wenn nein, wieso?

e) Berechnet den Median!

Musterlösung

<u>Laufzeiten:</u> 8,23 s; 8,43 s; 8,58 s; 9,10 s; 9,22 s; 9,35 s; 9,48 s; 9,56 s; 10,03 s; 10,11 s; 10,24 s; 10,36 s

a) <u>arithmetisches Mittel:</u>

$$\boldsymbol{\bar{x}} = \frac{8{,}23 + 8{,}43 + 8{,}58 + 9{,}10 + 9{,}22 + 9{,}35 + 9{,}48 + 9{,}56 + 10{,}03 + 10{,}11 + 10{,}24 + 10{,}36}{12} =$$

$$= 9{,}39083333 \approx \boldsymbol{9{,}39\ sec}.$$

b) <u>Standardabweichung:</u>

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot r_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot r_2 + (x_3 - \bar{x})^2 \cdot r_3 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot r_n}$$

$$\sigma = \sqrt{(8{,}23 - 9{,}39)^2 \cdot \frac{1}{12} + (8{,}43 - 9{,}39)^2 \cdot \frac{1}{12} + (8{,}58 - 9{,}39)^2 \cdot \frac{1}{12} + (9{,}10 - 9{,}39)^2 \cdot \frac{1}{12} +}$$

$$\sqrt{+(9{,}22 - 9{,}39)^2 \cdot \frac{1}{12} + (9{,}35 - 9{,}39)^2 \cdot \frac{1}{12} + (9{,}48 - 9{,}39)^2 \cdot \frac{1}{12} + (9{,}56 - 9{,}39)^2 \cdot \frac{1}{12} +}$$

$$\sqrt{+(10{,}03 - 9{,}39)^2 \cdot \frac{1}{12} + (10{,}11 - 9{,}39)^2 \cdot \frac{1}{12} + (10{,}24 - 9{,}39)^2 \cdot \frac{1}{12} + (10{,}36 - 9{,}39)^2 \cdot \frac{1}{12}} =$$

$$0{,}68716153 \approx \boldsymbol{0{,}69\ sec}.$$

c) <u>Laufzeiten:</u> 8,23 s; 8,43 s; 8,58 s; 9,10 s; 9,22 s; 9,35 s; 9,48 s; 9,56 s; 10,03 s; 10,11 s; 10,24 s; 10,36 s; 40 s

<u>arithmetisches Mittel:</u>

$$\boldsymbol{\bar{x}} = \frac{8{,}23 + 8{,}43 + 8{,}58 + 9{,}10 + 9{,}22 + 9{,}35 + 9{,}48 + 9{,}56 + 10{,}03 + 10{,}11 + 10{,}24 + 10{,}36 + 40}{13} =$$

$$= 11{,}7453846\ sec. \approx \boldsymbol{11{,}75\ sec}.$$

<u>Standardabweichung:</u>

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{(8{,}23 - 11{,}75)^2 \cdot \frac{1}{13} + (8{,}43 - 11{,}75)^2 \cdot \frac{1}{13} + (8{,}58 - 11{,}75)^2 \cdot \frac{1}{13} +}$$

$$\sqrt{+(9{,}10 - 11{,}75)^2 \cdot \frac{1}{13} + (9{,}22 - 11{,}75)^2 \cdot \frac{1}{13} + (9{,}35 - 11{,}75)^2 \cdot \frac{1}{13} + (9{,}48 - 11{,}75)^2 \cdot \frac{1}{13} +}$$

$$\sqrt{+(9{,}56 - 11{,}75)^2 \cdot \frac{1}{13} + (10{,}03 - 11{,}75)^2 \cdot \frac{1}{13} + (10{,}11 - 11{,}75)^2 \cdot \frac{1}{13} + (10{,}24 - 11{,}75)^2 \cdot \frac{1}{13} +}$$

$$\sqrt{+(10{,}36-11{,}75)^2\cdot\frac{1}{13}+(40-11{,}75)^2\cdot\frac{1}{13}}=8{,}18308068\approx\mathbf{8{,}18}\ \boldsymbol{sec}.$$

Anhand des Beispiels sieht man, dass bei der Berechnung des Mittelwertes und der Standardabweichung Ausreißer besonders ins Gewicht fallen

d) Es gibt in dieser Liste keinen Modalwert, da jede Laufzeit genau einmal vorkommt.

e)

8,23 s
8,43 s
8,58 s
9,10 s
9,22 s
9,35 s
9,48 s
9,56 s
10,03 s
10,11 s
10,24 s
10,36 s

Da die Liste 12 Werte besitzt, ist der Median der Mittelwert der zwei mittleren Werte:

$$\bar{\boldsymbol{x}}=\frac{9{,}35+9{,}48}{2}=\frac{18{,}83}{2}=\mathbf{9{,}415}\ \boldsymbol{sec}.$$

13. Wahrscheinlichkeit

13.1. Arbeitsblatt 1

Wahrscheinlichkeit

In dieser Box befinden sich 12 gelbe, 8 blaue, 5 grüne, 7 rote Bälle und 1 weißer Ball.

a) Es werden 5 Bälle ohne Zurücklegen gezogen. Berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass von den gezogenen Bällen
   (1) alle gelb,
   (2) alle rot,
   (3) 3 blau und 2 grün und
   (4) 4 gelb und 1 weiß sind!

b) Es werden 7 Bälle mit Zurücklegen gezogen. Berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass von den gezogenen Bällen
   (1) alle gelb,
   (2) alle rot,
   (3) 3 blau und 2 grün und
   (4) 4 gelb und 1 weiß sind!

c) Welcher Zusammenhang lässt sich zwischen a) und b) erkennen?

d) Es werden 4 Bälle gezogen. Berechnet mit Hilfe der hypergeometrischen Verteilung die Wahrscheinlichkeit, dass
   (1) mindestens,
   (2) höchstens,
   (3) mehr als,
   (4) weniger als 2 Bälle grün sind!

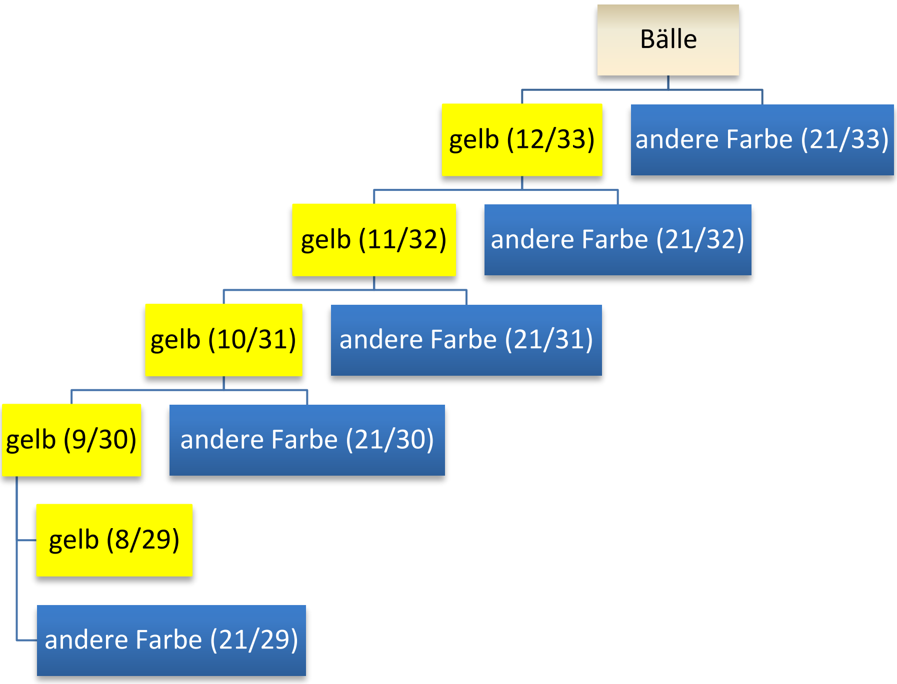
Lösung

a) Es sei X die Anzahl der Bälle.

(1)$P(\text{alle Bälle gelb}) = P(X = 5) = \frac{12}{33} * \frac{11}{32} * \frac{10}{31} * \frac{9}{30} * \frac{8}{29} = \frac{95040}{28480320} = \frac{3}{899} \approx \mathbf{0,0033}$

Oder $\frac{\binom{12}{5}*\binom{21}{0}}{\binom{33}{5}} = \frac{792}{237336} = \frac{3}{899} = 0{,}003337041 \approx \mathbf{0,0033}$

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit, dass alle gezogenen Bälle gelb sind beträgt 0,33 %.



(2)$P(\text{alle Bälle rot}) = P(X = 5) = \frac{7}{33} * \frac{6}{32} * \frac{5}{31} * \frac{4}{30} * \frac{3}{29} = \frac{2520}{28480320} = \frac{7}{79112} =$

$= 0{,}000088482 \approx \mathbf{0,000088}$

Oder $\frac{\binom{7}{5}*\binom{26}{0}}{\binom{33}{5}} = \frac{21}{237336} = \frac{7}{79112} = 0{,}000088482 \approx \mathbf{0,000088}$

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit, dass alle gezogenen Bälle rot sind beträgt 0,0088%.

(3)$P(\text{3 Bälle blau und 2 Bälle grün}) = \frac{8}{33} * \frac{7}{32} * \frac{6}{31} * \frac{5}{30} * \frac{4}{29} * \binom{5}{3} = \frac{6720}{28480320} * \frac{5!}{3!*2!} =$

$$= \frac{6720}{28480320} * \frac{120}{12} = \frac{560}{237336} = \frac{70}{29667} = 0{,}002359524 \approx \mathbf{0,0024}$$

Oder $\frac{\binom{8}{3}*\binom{5}{2}}{\binom{33}{5}} = \frac{56*10}{237336} = \frac{70}{29667} = 0{,}002359524 \approx \mathbf{0,0024}$

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit, dass 3 blaue und 2 grüne Bälle gezogen werden beträgt 0,24%.

(4)$P(4 \text{ Bälle gelb und } 1 \text{ Ball weiß}) = \frac{12}{33} * \frac{11}{32} * \frac{10}{31} * \frac{9}{30} * \frac{1}{29} * \binom{5}{1} = \frac{11880}{28480320} * 5 = \frac{15}{7192} =$

$0{,}002085651 \approx \mathbf{0{,}0021}$

Oder $\frac{\binom{12}{4} * \binom{1}{1}}{\binom{33}{5}} = \frac{495*1}{237336} = \frac{15}{7192} = 0{,}002085651 \approx \mathbf{0{,}0021}$

<u>Antwort:</u> Die Wahrscheinlichkeit, dass 4 gelbe Bälle und 1 weißer Ball gezogen werden beträgt 0,21%.

b) Da die Bälle nun immer zurückgelegt werden, kann man die hypergeometrische Verteilung nicht mehr verwenden.

(1)$P(\text{alle Bälle gelb}) = P(X = 5) = \frac{12}{33} * \frac{12}{33} * \frac{12}{33} * \frac{12}{33} * \frac{12}{33} = \left(\frac{12}{33}\right)^5 = \left(\frac{4}{11}\right)^5 =$

$= 0{,}006358234 \approx \mathbf{0{,}0064}$

<u>Antwort:</u> Die Wahrscheinlichkeit, dass alle gezogenen Bälle gelb sind ist 0,64%.

(2)$P(\text{alle Bälle rot}) = P(X = 5) = \frac{7}{33} * \frac{7}{33} * \frac{7}{33} * \frac{7}{33} * \frac{7}{33} = \left(\frac{7}{33}\right)^5 = 0{,}000429458 \approx$

$\approx \mathbf{0{,}00043}$

<u>Antwort:</u> Die Wahrscheinlichkeit, dass alle gezogenen Bälle rot sind ist 0,043%.

(3)$P(3 \text{ Bälle blau und } 2 \text{ Bälle grün}) = \frac{8}{33} * \frac{8}{33} * \frac{8}{33} * \frac{5}{33} * \frac{5}{33} * \binom{5}{3} =$

$= \left(\frac{8}{33}\right)^3 * \left(\frac{5}{33}\right)^2 * 10 = 0{,}0032707 \approx \mathbf{0{,}0033}$

<u>Antwort:</u> Die Wahrscheinlichkeit, dass genau drei Bälle blau und genau zwei grün sind, beträgt 0,33%.

(4)$P(4 \text{ Bälle gelb und } 1 \text{ Ball weiß}) = \frac{12}{33} * \frac{12}{33} * \frac{12}{33} * \frac{12}{33} * \frac{1}{33} * \binom{5}{1} = \left(\frac{4}{11}\right)^4 * \frac{1}{33} * 5 =$

$= 0{,}002649264 \approx \mathbf{0{,}0026}$

<u>Antwort:</u> Die Wahrscheinlichkeit, dass vier Bälle gelb und ein Ball weiß ist, beträgt 0,26%.

c) Die Wahrscheinlichkeiten mit Zurücklegen sind höher als jene ohne Zurücklegen.

d) X beschreibt die die Anzahl der grünen Bälle.

(1)$P(\text{mindestens 2 Bälle grün}) = P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) =$

$$\frac{\binom{5}{2}*\binom{28}{2}}{\binom{33}{4}} + \frac{\binom{5}{3}*\binom{28}{1}}{\binom{33}{4}} + \frac{\binom{5}{4}*\binom{28}{0}}{\binom{33}{4}} = \frac{10*378}{40920} + \frac{10*28}{40920} + \frac{5*1}{40920} = \frac{63}{682} + \frac{7}{1023} + \frac{1}{8184} =$$

$$= 0{,}099340176 \approx \mathbf{0{,}099}$$

Oder mit Hilfe der Gegenwahrscheinlichkeit: $P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) =$

$$= 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] = 1 - \left[\frac{\binom{5}{0} * \binom{28}{4}}{\binom{33}{4}} + \frac{\binom{5}{1} * \binom{28}{3}}{\binom{33}{4}}\right] = 1 - \left[\frac{1365 + 1092}{2728}\right] =$$

$$1 - \frac{2457}{2728} = \frac{271}{2728} \approx \mathbf{0{,}099}$$

<u>Antwort:</u> Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Bälle grün sind beträgt 9,9%.

(2)$P(\text{höchstens zwei Bälle grün}) = P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$

$$\frac{\binom{5}{0}*\binom{28}{4}}{\binom{33}{4}} + \frac{\binom{5}{1}*\binom{28}{3}}{\binom{33}{4}} + \frac{\binom{5}{2}*\binom{28}{2}}{\binom{33}{4}} = \frac{20475}{40920} + \frac{5*3276}{40920} + \frac{63}{682} = \frac{1365}{2728} + \frac{273}{682} + \frac{63}{682} = \frac{1365+1092+252}{2728} =$$

$$= 0{,}993035191 \approx \mathbf{0{,}99}$$

Oder mit Hilfe der Gegenwahrscheinlichkeit: $P(X \leq 2) = 1 - P(X > 2) =$

$$= 1 - [P(X = 3) + P(X = 4)] = 1 - \left[\frac{\binom{5}{3} * \binom{28}{1}}{\binom{33}{4}} + \frac{\binom{5}{4} * \binom{28}{0}}{\binom{33}{4}}\right] = 1 - \left[\frac{57}{8184}\right] = \frac{8127}{8184} =$$

$$= \frac{2709}{2728} \approx \mathbf{0{,}99}$$

<u>Antwort:</u> Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens zwei Bälle grün sind beträgt 99%.

(3)$P(\text{mehr als zwei grüne Bälle}) = P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4) =$

$$= \frac{\binom{5}{3} * \binom{28}{1}}{\binom{33}{4}} + \frac{\binom{5}{4} * \binom{28}{0}}{\binom{33}{4}} = \frac{7}{1023} + \frac{1}{8184} = \frac{57}{8184} = 0{,}006964809 \approx \mathbf{0{,}007}$$

<u>Antwort:</u> Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als zwei grüne Bälle gezogen werden ist 0,7%.

(4)$P(\text{weniger als zwei grüne Bälle}) = P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) =$

$$= \frac{\binom{5}{0} * \binom{28}{4}}{\binom{33}{4}} + \frac{\binom{5}{1} * \binom{28}{3}}{\binom{33}{4}} = \frac{1365}{2728} + \frac{273}{682} = 0{,}900659824 \approx \mathbf{0{,}9}$$

<u>Antwort:</u> Die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als zwei grüne Bälle gezogen werden beträgt 90%.

13.2. Arbeitsblatt 2

Wahrscheinlichkeit

In diesem Pyramidenstumpf befinden sich 28 Bänder. Davon sind 7 Stück beschädigt.

a) Unabhängig von der Farbe werden vier Stück entnommen. Berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass
   (1) drei beschädigt sind,
   (2) mehr als ein Band beschädigt ist,
   (3) höchstens zwei Bänder beschädigt sind!
b) Berechnet den Erwartungswert für die Anzahl der beschädigten Bänder!
c) Berechnet die Varianz und die Standardabweichung für die Anzahl der beschädigten Bänder!
d) Berechnet das Volumen des Pyramidenstumpfes! Dazu müsst ihr diese Figur abmessen!

Lösung

a) Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Band beschädigt ist: $\mathrm{p} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

Es handelt sich um eine Binomialverteilung, da es zwei mögliche Ausgänge gibt, nämlich fehlerhaft oder nicht fehlerhaft.

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

$$n = 4, \qquad p = 0{,}25, \qquad q = 0{,}75$$

(1) $\mathrm{P(X=3)} = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} \cdot \frac{1}{64} \cdot \frac{3}{4} = 4 \cdot \frac{1}{64} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{64} \approx \mathbf{0{,}0469}$

Die Wahrscheinlichkeit, dass genau drei Stück beschädigt sind, beträgt $\mathbf{4{,}7}$%.

(2) $\mathrm{P(X>1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)]} =$

$$= 1 - \left[\binom{4}{0} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^0 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 + \binom{4}{1} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^1 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3\right] = 1 - \left[1 \cdot \frac{81}{256} + 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{27}{64}\right] =$$

$$= 1 - \left[\frac{81}{256} + \frac{27}{64}\right] = 1 - \frac{189}{256} = \frac{67}{256} \approx \mathbf{0{,}2617}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als ein Band beschädigt ist, beträgt $\mathbf{26{,}2}$%.

(3) $\mathrm{P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)} = \frac{81}{256} + \frac{27}{64} + \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 =$

$$= \frac{81}{256} + \frac{27}{64} + \left(\frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{9}{16}\right) = \frac{81}{256} + \frac{27}{64} + 6 \cdot \frac{9}{256} = \frac{81 + 108 + 54}{256} = \frac{243}{256} \approx$$

$$\approx \mathbf{0{,}9492}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens zwei Bänder beschädigt sind, beträgt $\mathbf{94{,}9}$%.

b) $\mathrm{E(X) = n \cdot p}$

$$\mathbf{E(X)} = 28 \cdot \frac{1}{4} = \mathbf{7}$$

<u>Antwort:</u> Der Erwartungswert für die Anzahl der beschädigten Bänder beträgt 7.

c) $\sigma = \sqrt{\mathrm{n \cdot p \cdot q}}$

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{28 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{21}{4}} = \frac{\sqrt{21}}{2} \approx \mathbf{2{,}29}$$

<u>Antwort:</u> Die Standardabweichung für die Anzahl der beschädigten Bänder beträgt 2,29.

d) $V = \frac{h}{3} \cdot \left(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2}\right)$

Die Grundfläche und Deckfläche haben die Form eines Rechtecks.

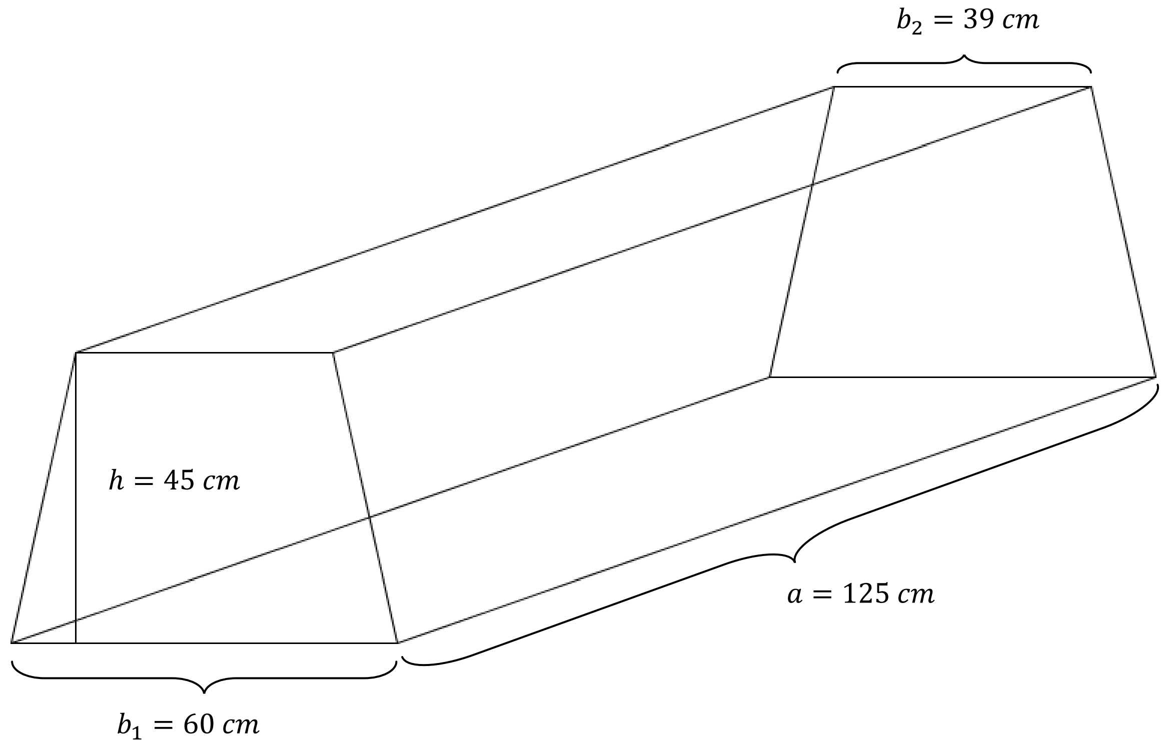
Grundfläche: $A_1 = a \cdot b_1 = 125 \cdot 60 = 7500\ cm^2$

Deckfläche: $A_2 = a \cdot b_2 = 125 \cdot 39 = 4875\ cm^2$

Höhe: $h = 45\ cm$

$$V = \frac{45}{3} \cdot \left(7500 + 4875 + \sqrt{7500 \cdot 4875}\right)$$

$$\boldsymbol{V} = 15 \cdot \left(12375 + \sqrt{36562500}\right) \approx \mathbf{276325{,}4\ cm^3}$$

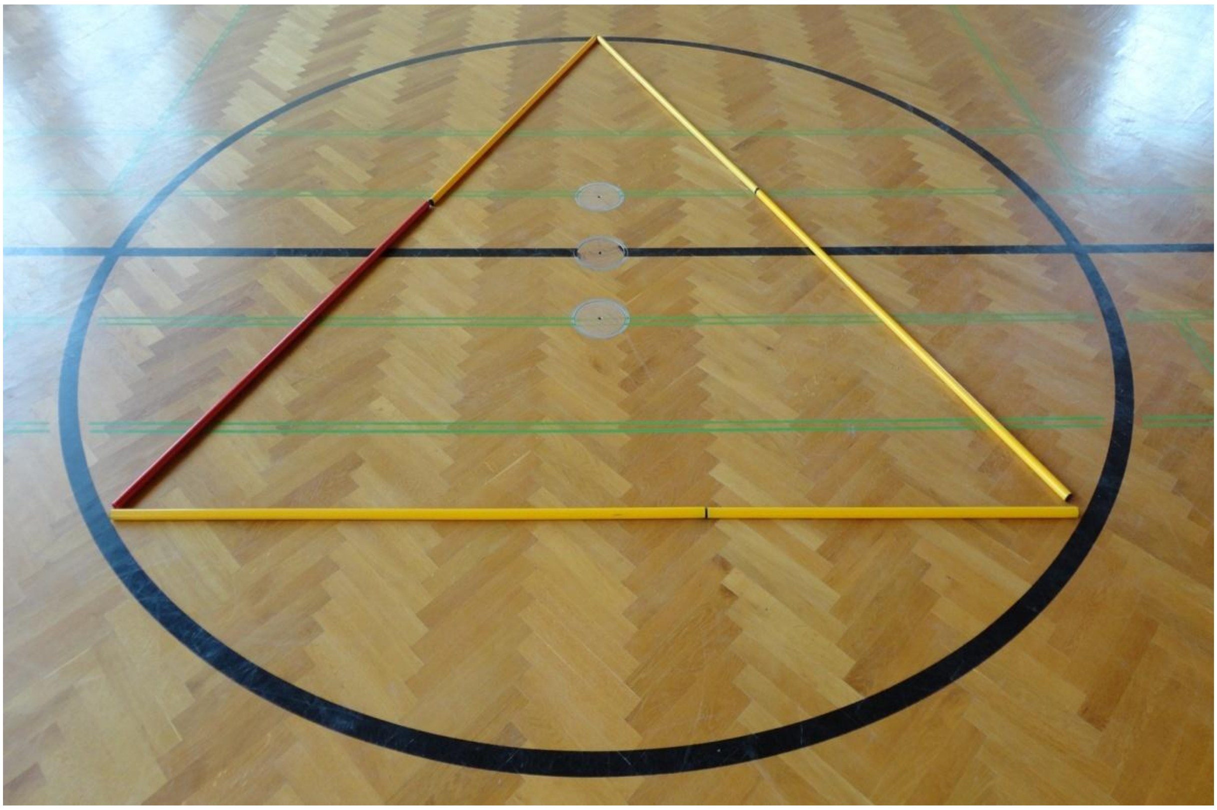


14.Extremwertaufgaben

14.1. Arbeitsblatt 1

Extremwertaufgaben

Stellt folgende Situation im Turnsaal nach!

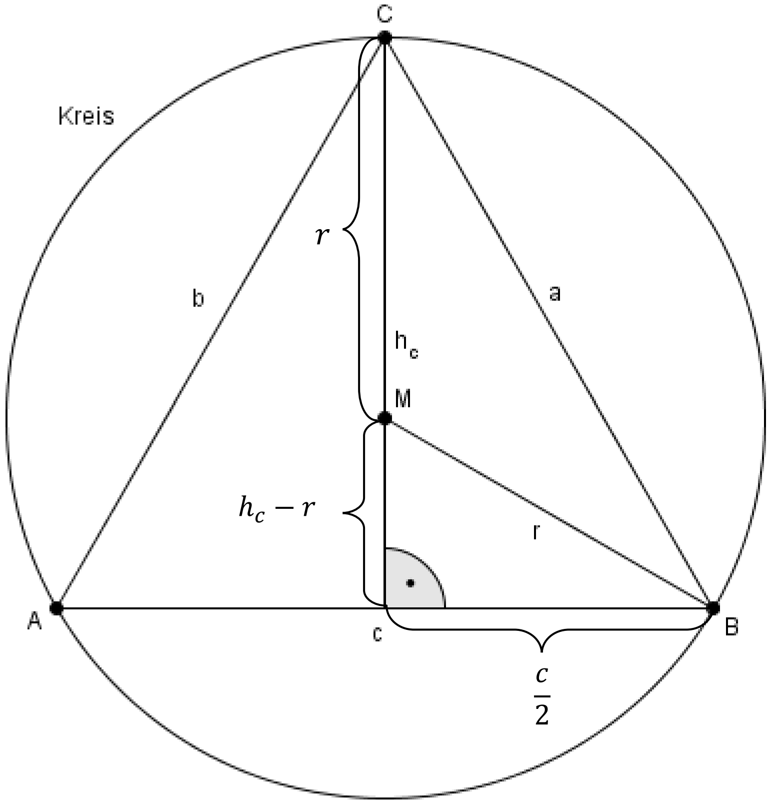


Einem Kreis vom Radius 1,80 m ist das gleichschenkelige Dreieck vom größten Flächeninhalt eingeschrieben. Berechnet diesen Flächeninhalt! Gebt außerdem die Länge der Höhe und Schenkel an!

Habt ihr ein gleichschenkeliges Dreieck mit größtem Flächeninhalt konstruiert?

Lösung

1. Skizze



2. Hauptbedingung: $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$

3. Nebenbedingung: $r^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + (h_c - r)^2$

$$1{,}8^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + (h_c - 1{,}8)^2$$

$$3{,}24 = \frac{c^2}{4} + {h_c}^2 - 3{,}6h_c + 3{,}24 \qquad /-3{,}24$$

$$0 = \frac{c^2}{4} + {h_c}^2 - 3{,}6h_c \qquad /\cdot 4$$

$$0 = 4{h_c}^2 - 14{,}4h_c + c^2 \qquad /-4{h_c}^2 \quad /+14{,}4h_c$$

$$14{,}4h_c - 4{h_c}^2 = c^2 \qquad /\sqrt{}$$

$$c = \sqrt{14{,}4h_c - 4{h_c}^2}$$

4. Nebenbedingung in Hauptbedingung einsetzen: Ansatzfunktion

$$A(h_c) = \frac{\sqrt{14{,}4h_c - 4{h_c}^2} \cdot h_c}{2}$$

$$A(h_c) = \frac{\sqrt{(14{,}4h_c - 4{h_c}^2) \cdot {h_c}^2}}{2}$$

$$A(h_c) = \frac{\sqrt{14{,}4{h_c}^3 - 4{h_c}^4}}{2} \qquad h_c \in [0{,}2r]$$

Bei der Suche von Extremwerten kann die Funktion quadriert werden, da $x \to x^2$ für $x > 0$ streng monoton wachsend ist und somit ändert sich die Extremstelle nicht. Ebenfalls können konstante Faktoren weggelassen werden: $\overline{A(h_c)} = 14{,}4{h_c}^3 - 4{h_c}^4$

5. Lokale Extremstellen: $\overline{A(h_c)}' = 3 \cdot 14{,}4 \cdot {h_c}^2 - 4 \cdot 4 \cdot {h_c}^3$

$\overline{A(h_c)}' = 43{,}2{h_c}^2 - 16{h_c}^3$

$\overline{A(h_c)}' = 0$

$43{,}2{h_c}^2 - 16{h_c}^3 = 0$

${h_c}^2 \cdot (43{,}2 - 16h_c) = 0 \quad \text{Produkt} - \text{Null} - \text{Satz}$

${h_c}^2 = 0 \quad /\sqrt{} \qquad \vee \qquad 43{,}2 - 16h_c = 0 \quad /+16h_c$

$h_c = 0 \qquad\qquad 43{,}2 = 16h_c \quad /:16$

$\boldsymbol{2{,}7 = h_c}$

6. Randwerte: $A(0) = A(2r) = 0$ und

$$A(2{,}7) = \frac{\sqrt{14{,}4 \cdot (2{,}7)^3 - 4 \cdot (2{,}7)^4}}{2}$$

$\boldsymbol{A(2{,}7) \approx 4{,}21\, m^2} > 0$ → lokales Maximum = globales Maximum

7. Antwort: $c = \sqrt{14{,}4h_c - 4{h_c}^2}$

$c = \sqrt{14{,}4 \cdot 2{,}7 - 4 \cdot (2{,}7)^2}$

$c = \sqrt{9{,}72}$

$\boldsymbol{c \approx 3{,}12\, m}$

Maximalen Flächeninhalt hat ein gleichschenkeliges Dreieck mit $c \approx 3{,}12\, m$, $h_c = 2{,}7\, m$ und $A \approx 4{,}21\, m^2$.

14.2. Arbeitsblatt 2

Extremwertaufgaben

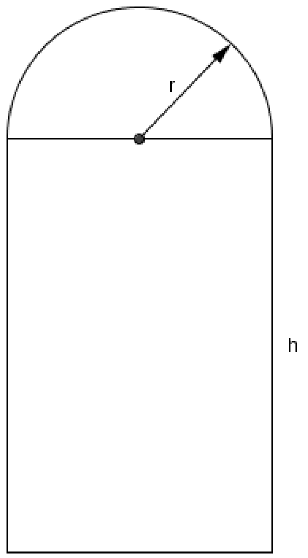
Dieser Mistkübel befindet sich im Gebäude der HAK im Untergeschoß!

Dieser Mistkübel hat die Form eines Zylinders mit aufgesetzter Halbkugel und besitzt ein Volumen von 67 763 cm².
Welche Maße muss der Mistkübel haben, damit möglichst wenig Material bei der Herstellung benötigt wird?

Überprüft durch Abmessen! Handelt es sich um einen mathematisch idealen Mistkübel?

Lösung

1. Skizze:



2. Hauptbedingung: $O = r^2\pi + 2r\pi h + \frac{4r^2\pi}{2}$

$O = r^2\pi + 2r\pi h + 2r^2\pi$

3. Nebenbedingung: $V = r^2\pi h + \frac{4r^3\pi}{6}$

$67763 = r^2\pi h + \frac{4r^3\pi}{6} \qquad /\cdot 6$

$406578 = 6r^2\pi h + 4r^3\pi \qquad /-4r^3\pi$

$406578 - 4r^3\pi = 6r^2\pi h \qquad /: 6r^2\pi$

$\frac{406578-4r^3\pi}{6r^2\pi} = h$

$\frac{406578}{6r^2\pi} - \frac{4r^3\pi}{6r^2\pi} = h$

$\frac{67763}{r^2\pi} - \frac{2r}{3} = h$

4. Nebenbedingung in die Hauptbedingung einsetzen: Ansatzfunktion

$$O(r) = r^2\pi + 2r\pi \cdot \left(\frac{67763}{r^2\pi} - \frac{2r}{3}\right) + 2r^2\pi$$

$$O(r) = r^2\pi + \frac{135526r\pi}{r^2\pi} - \frac{4r^2\pi}{3} + 2r^2\pi$$

$$O(r) = r^2\pi + \frac{135526}{r} - \frac{4r^2\pi}{3} + 2r^2\pi$$

$$O(r) = \frac{135526}{r} + \frac{5r^2\pi}{3}$$

$O(r) = 135526r^{-1} + \frac{5r^2\pi}{3} \qquad r \in]0; \infty[$

5. Lokale Extremstellen:

$$O'(r) = (-1) \cdot 135526r^{-2} + \frac{2 \cdot 5r\pi}{3}$$

$$O'(r) = -\frac{135526}{r^2} + \frac{10r\pi}{3}$$

$$O'(r) = 0$$

$$0 = -\frac{135526}{r^2} + \frac{10r\pi}{3} \qquad /\cdot 3r^2$$

$$0 = -406578 + 10r^3\pi \qquad /+406578$$

$$406578 = 10r^3\pi \qquad /:10\pi$$

$$\frac{406578}{10\pi} = r^3 \qquad /\sqrt[3]{}$$

$$\boldsymbol{r = 23{,}48\ cm}$$

6. Randwerte:

$$\lim_{r\to 0} O(r) = \lim_{r\to 0}\left(\underbrace{\frac{135526}{r}}_{\to\infty} + \underbrace{\frac{5r^2\pi}{3}}_{\to 0}\right) = \text{"}\infty + 0\text{"} = \infty$$

$$\lim_{r\to \infty} O(r) = \lim_{r\to \infty}\left(\underbrace{\frac{135526}{r}}_{\to 0} + \underbrace{\frac{5r^2\pi}{3}}_{\to\infty}\right) = \text{"}0 + \infty\text{"} = \infty$$

$$O(r) = \boldsymbol{O(23{,}48)} = \frac{135526}{23{,}48} + \frac{5 \cdot 23{,}48^2 \cdot \pi}{3} = \boldsymbol{8658{,}63\ cm^2} < \infty$$

→ lokales Minimum = globales Minimum

7. Antwort:

$$h = \frac{67763}{r^2\pi} - \frac{2r}{3}$$

$$h = \frac{67763}{23{,}48^2\pi} - \frac{2 \cdot 23{,}48}{3}$$

$$\boldsymbol{h = 23{,}47\ cm}$$

Der Mistkübel hat minimale Oberfläche, wenn $r = 23{,}48\ cm$ und $h = 23{,}47\ cm$.

Nein, es handelt sich nicht um einen mathematisch idealen Mistkübel.

14.3. Arbeitsblatt 3

Extremwertaufgaben

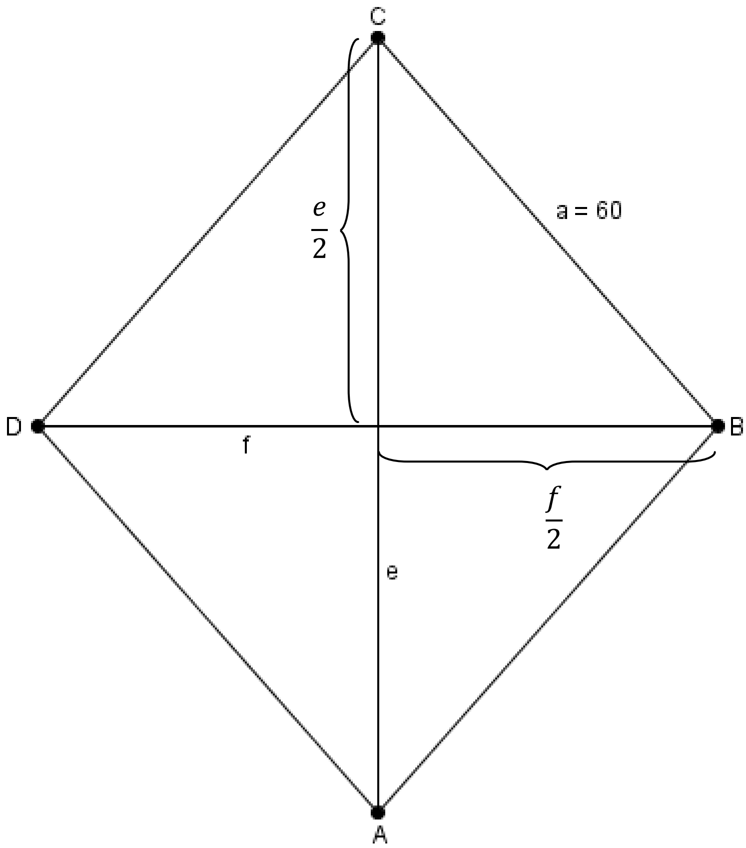
Diese Figur findet ihr in der Aula!

Ein Rhombus mit welchen Maßen hat bei gegebenem Umfang U den größtmöglichen Flächeninhalt?
Den Umfang könnt ihr durch Abmessen bestimmen!

Hat der oben dargestellte Rhombus maximalen Flächeninhalt?

Lösung

1. Skizze:



2. Hauptbedingung: $A = \frac{e \cdot f}{2}$

3. Nebenbedingung: $U = 4 \cdot a,\ U = 240\ cm$

$$a^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2$$

$$a = \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2}$$

Somit: $240 = 4 \cdot \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2} \qquad /: 4$

$$60 = \sqrt{\frac{e^2+f^2}{4}}$$

$$60 = \frac{\sqrt{e^2+f^2}}{2} \qquad /\cdot 2$$

$$120 = \sqrt{e^2 + f^2} \qquad /^2$$

$$14400 = e^2 + f^2 \qquad /-f^2$$

$$14400 - f^2 = e^2 \qquad /\sqrt{\ }$$

$$\sqrt{14400 - f^2} = e$$

4. Nebenbedingung in die Hauptbedingung einsetzen:

$$A(f) = \frac{\sqrt{14400 - f^2} \cdot f}{2}$$

$$A(f) = \frac{\sqrt{14400f^2 - f^4}}{2}$$

Bei der Suche von Extremwerten kann die Funktion quadriert werden, da $x \to x^2$ für $x > 0$ streng monoton wachsend ist und somit ändert sich die Extremstelle nicht. Ebenfalls können konstante Faktoren weggelassen werden:

$$\bar{A}(f) = 14400f^2 - f^4 \qquad f \in \left[0; \frac{U}{2} = 120\right]$$

5. Lokale Extremstellen:

$$\bar{A}'(f) = 28800f - 4f^3$$

$$\bar{A}'(f) = 0$$

$$28800f - 4f^3 = 0$$

$$4f \cdot (7200 - f^2) = 0 \quad \text{Produkt} - \text{Null} - \text{Satz}$$

$$4f = 0 \quad /:4 \qquad \vee \qquad 7200 - f^2 = 0 \quad /+f^2$$

$$f = 0 \qquad\qquad 7200 = f^2 \quad /\sqrt{}$$

$$\boldsymbol{f} = \sqrt{7200} \approx \mathbf{84{,}85\ cm}$$

6. Randwerte: $A(0) = 0$ und $A(120) = 0$

$$\boldsymbol{A(\sqrt{7200})} = \frac{\sqrt{14400 - \left(\sqrt{7200}\right)^2} \cdot \sqrt{7200}}{2} = \frac{\sqrt{14400 - 7200} \cdot \sqrt{7200}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{7200} \cdot \sqrt{7200}}{2} = \frac{7200}{2} = \mathbf{3600\ cm^2} > 0$$

$\rightarrow$ lokales Maximum = globales Maximum

7. Antwort:

$$\sqrt{14400 - f^2} = e$$

$$\sqrt{14400 - 7200} = e$$

$$\boldsymbol{e} = \sqrt{7200} \approx \mathbf{84{,}85\ cm}$$

Der Flächeninhalt ist maximal, wenn $e = f = \sqrt{7200}$. Der Rhombus ist ein Quadrat.

Nein, dieser Rhombus besitzt keinen maximalen Flächeninhalt, da $e = 96\ cm$ und $f = 70{,}5\ cm$ lang ist.

15. Integralrechnung

15.1. Arbeitsblatt 1: Flächenberechnung

Flächenberechnung

Sucht folgende geometrische Figur in der Aula und löst die unten angeführten Aufgaben!

a) Um welche geometrische Figur handelt es sich?

b) Berechnet den Flächeninhalt dieses Vierecks anhand von Abmessungen!

c) Berechnet den Flächeninhalt mit Hilfe der Integralrechnung und fertigt eine passende Zeichnung an!

Lösung

a) Es handelt sich um ein Trapez.

b) $A = \frac{(a+c)*h}{2}$ $\qquad a = 64\ cm,\ c = 37\ cm,\ h = 42\ cm$

$$A = \frac{(64+37)*42}{2}$$

$$A = \frac{101*42}{2}$$

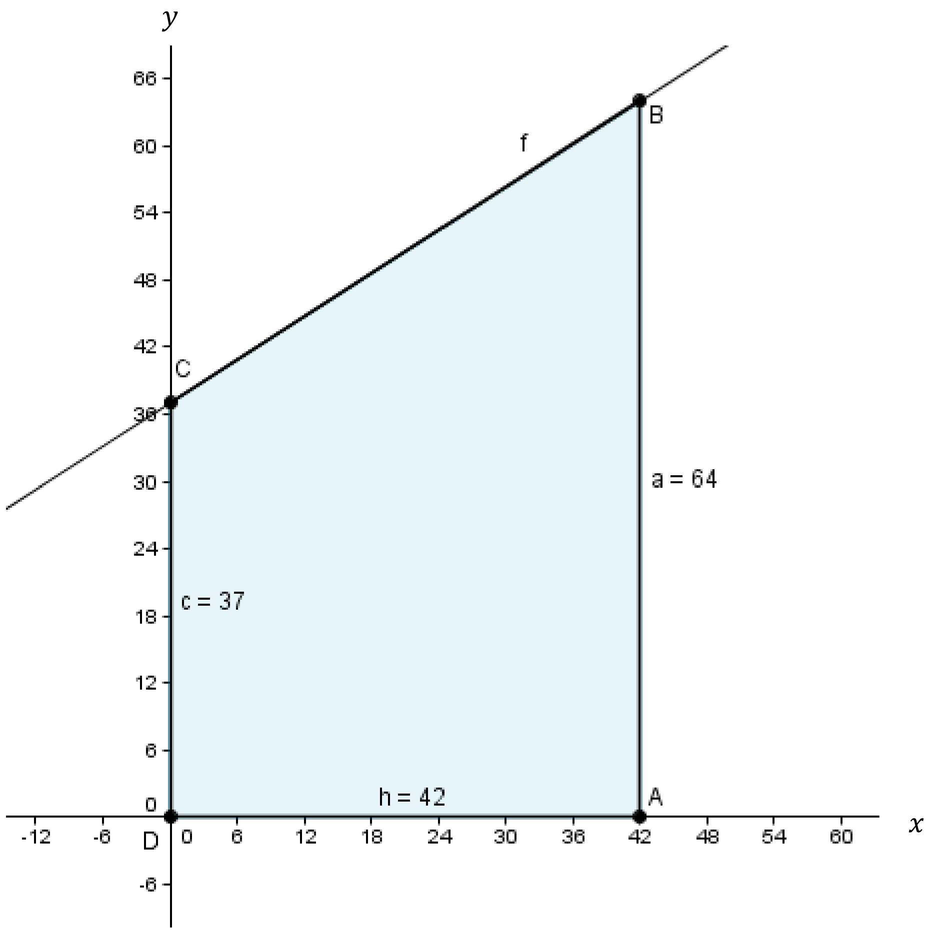
$$A = \frac{4242}{2}$$

$$\boldsymbol{A = 2121\ cm^2}$$

c) Zuerst fertigen wir eine Zeichnung des Trapezes an und suchen die passende lineare Funktion, um die Fläche zu berechnen.

Da die Funktion eine lineare Funktion ist, arbeiten wir mit der Form $y = kx + d$, wobei $k = \frac{27}{42} \approx 0{,}64$ und $d = 37$ ist.

Deshalb erhalten wir folgende Funktionsgleichung: $\boldsymbol{y = \frac{27}{42}x + 37}$



$$\boldsymbol{A_{Trapez}} = \int_0^{42} \left(\frac{27}{42}x + 37\right)\, dx = \left(\frac{27}{42} \cdot \frac{x^2}{2} + 37 \cdot x\right) \Big|\begin{matrix}42\\0\end{matrix} =$$

$$= \left(\frac{27}{42} \cdot \frac{42^2}{2} + 37 \cdot 42\right) - \left(\frac{27}{42} \cdot \frac{0^2}{2} + 37 \cdot 0\right) = \left(\frac{47628}{84} + 1554\right) - 0 =$$

$$= \left(\frac{47628 + 130536}{84}\right) - 0 = \frac{178164}{84} = \boldsymbol{2121\ cm^2}$$

15.2. Arbeitsblatt 2: Flächenberechnung – Kreis

Flächenberechnung

Der Kreis

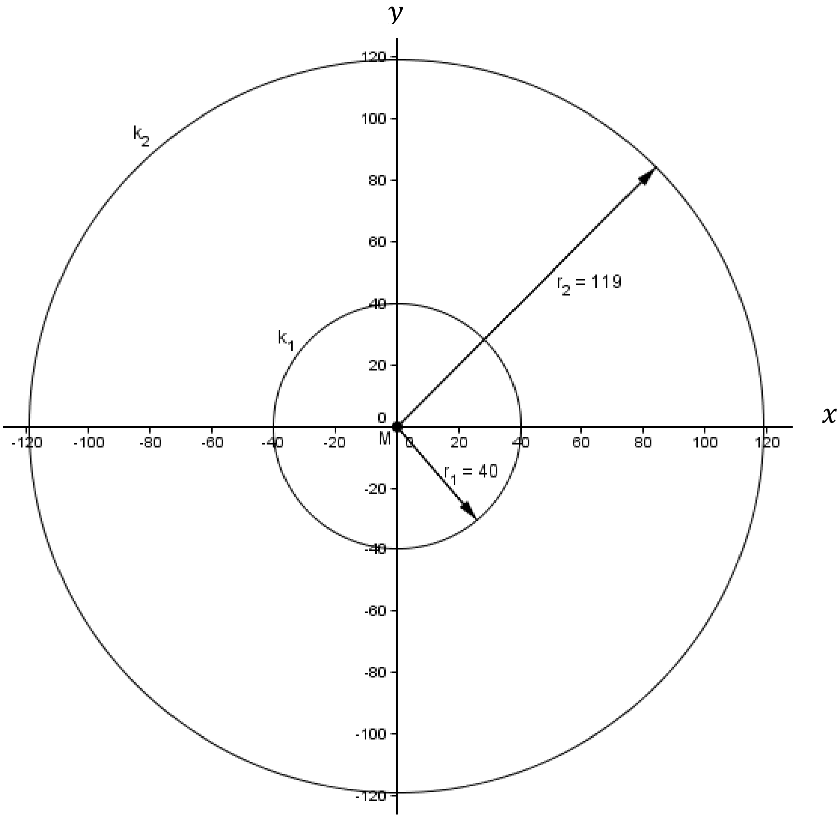
Dieser Tisch befindet sich in der Aula!

Messt sowohl den Durchmesser des inneren Kreises als auch des äußeren Kreises!

a) Wie nennt man diese geometrische Figur?
b) Berechnet den Flächeninhalt des schwarzen Tisches anhand der Formel!
c) Berechnet den Flächeninhalt der vollen Tischfläche mit Hilfe der Integralrechnung! Nehmt als Mittelpunkt $M(0|0)$!
   Hinweis: Berechnet die Fläche eines Viertelkreises!

Lösung

a) Es handelt sich bei dieser geometrischen Figur um einen Kreisring.



b) Somit hat der innere Kreis einen Radius von 40 cm und der größere Kreis hat einen Radius von 119 cm.

$A_{k_2} = r^2 \cdot \pi$

$A_{k_2} = 119^2 \cdot \pi$

$\boldsymbol{A_{k_2} = 14161 \cdot \pi\ cm^2}$

$A_{k_1} = r^2 \cdot \pi$

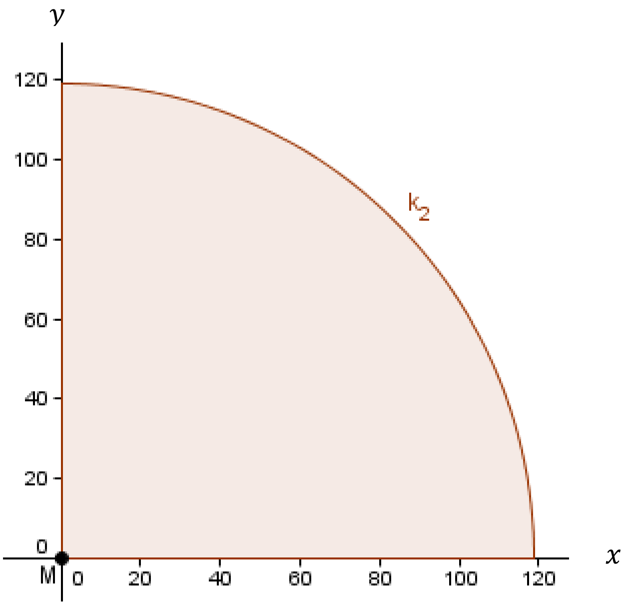
$A_{k_1} = 40^2 \cdot \pi$

$\boldsymbol{A_{k_1} = 1600 \cdot \pi\ cm^2}$

Somit beträgt der Flächeninhalt des Kreisrings:

$\boldsymbol{A_{Kreisring}} = A_{k_2} - A_{k_1} = 14161 \cdot \pi - 1600 \cdot \pi = \boldsymbol{12561 \cdot \pi\ cm^2}$

c) $k_2: x^2 + y^2 = 119^2$



$y^2 = 14161 - x^2$

$y = \sqrt{14161 - x^2}$

$$A_{Viertelkreis} = \int_0^{119} \sqrt{14161 - x^2}\ dx$$

Um dieses Integral zu lösen muss man folgende Substitution vornehmen:

$x = 119 \cdot \sin\varphi$, wobei $dx = 119 \cdot \cos\varphi\, d\varphi$

Außerdem müssen auch die Grenzen mit substituiert werden:

$119 = 119 \cdot \sin\varphi$	$/ : 119$	$0 = 119 \cdot \sin\varphi$	$/ : 119$
$1 = \sin\varphi$	$/ \sin^{-1}$	$0 = \sin\varphi$	$/ \sin^{-1}$
$\varphi = \frac{\pi}{2}$		$\varphi = 0$	

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{14161 - (119\sin\varphi)^2}\ \cdot 119\cos\varphi\, d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{14161 - 14161\sin^2\varphi}\ \cdot 119\cos\varphi\, d\varphi =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{14161 \cdot \underbrace{(1 - \sin^2\varphi)}_{\cos^2\varphi}} \cdot 119\cos\varphi\, d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{14161\cos^2\varphi}\ \cdot 119\cos\varphi\, d\varphi =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} 119 \cdot \cos\varphi \cdot 119 \cdot \cos\varphi\, d\varphi = 14161 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\varphi\, d\varphi = 14161 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \underbrace{\cos\varphi}_{f} \cdot \underbrace{\cos\varphi}_{(\sin\varphi)'}\, d\varphi =$$

$$NR: \int \underbrace{\cos\varphi}_{f} \cdot \underbrace{\cos\varphi}_{(\sin\varphi)'} \, d\varphi = \cos\varphi \cdot \sin\varphi + \underbrace{\int \sin\varphi \cdot \sin\varphi \; d\varphi}_{=\underbrace{\int \sin^2\varphi\, d\varphi}_{=\int 1-\cos^2\varphi\, d\varphi}} =$$

$$= \cos\varphi \cdot \sin\varphi + \int 1\, d\varphi - \int \cos^2\varphi\, d\varphi$$

Somit:

$$\int \cos\varphi \cdot \cos\varphi \;\; d\varphi = \cos\varphi \cdot \sin\varphi + \varphi - \int \cos^2 \varphi d\varphi \qquad /+ \int \cos^2 \varphi d\varphi$$

$$2 \cdot \int \cos^2\varphi\, d\varphi = \cos\varphi \cdot \sin\varphi + \varphi \qquad /:2$$

$$\boldsymbol{\int \cos^2 \varphi d\varphi = \frac{\cos\varphi \cdot \sin\varphi + \varphi}{2}}$$

$$= 14161 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\varphi\, d\varphi = 14161 \cdot \left(\frac{\cos\varphi \cdot \sin\varphi + \varphi}{2}\right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} =$$

$$= 14161 \cdot \left[\left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2}}{2}\right) - \left(\frac{\cos 0 \cdot \sin 0 + 0}{2}\right)\right] =$$

$$= 14161 \cdot \left[\left(\frac{0 \cdot 1 + \frac{\pi}{2}}{2}\right) - \left(\frac{1 \cdot 0 + 0}{2}\right)\right] = 14161 \cdot \left(\frac{\frac{\pi}{2}}{2}\right) = 14161 \cdot \frac{\pi}{4} = \boldsymbol{\frac{14161}{4} \cdot \pi\, cm^2}$$

Da es sich um die Fläche des Viertelkreises handelt, müssen wir noch mit 4 multiplizieren.

$$\boldsymbol{A_{Kreis}} = \frac{14161}{4} \cdot \pi \cdot 4 = \boldsymbol{14161 \cdot \pi\, cm^2}$$

15.3. Arbeitsblatt 3: Volumsberechnung – Kugel

Volumsberechnung
Die Kugel

Sucht diesen Ball im Turnsaal und messt den Umfang!

1. Berechnet das Volumen dieses Balles
   a) mit Hilfe der Formel
   b) mit Hilfe der Integralrechnung, wobei $M(0|0)$ ist!
2. Stellt eine Kugelgleichung auf!

Lösung

1. Diese Kugel hat einen Umfang von $205\ cm$.

   $U = 2r\pi$

   $205 = 2r\pi \quad /: 2\pi$

   $\boldsymbol{\frac{205}{2\pi} = r}$

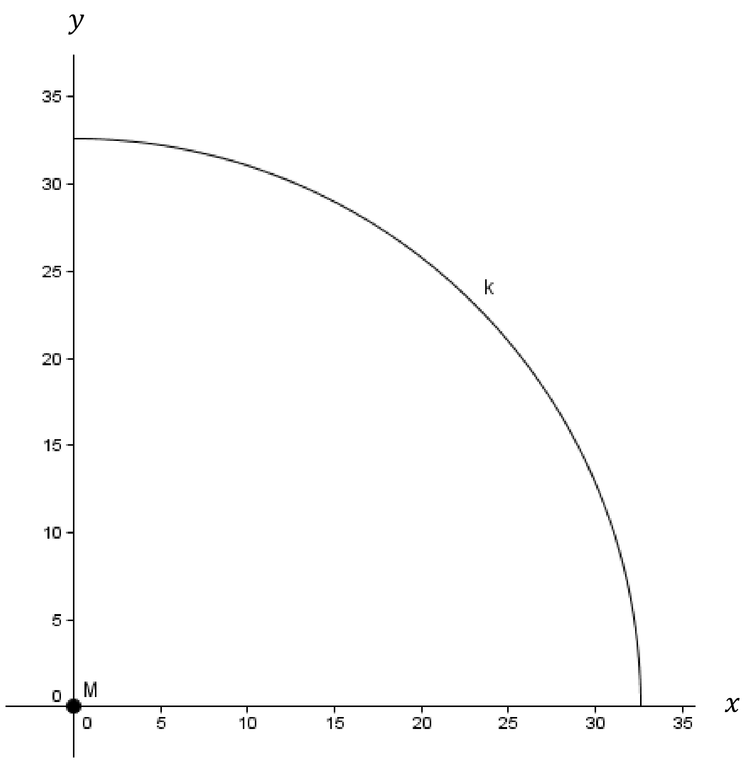
a) Volumen der Kugel:

   $V_{Kugel} = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3}$

   $\boldsymbol{V} = \frac{4 \cdot \left(\frac{205}{2\pi}\right)^3 \cdot \pi}{3} = \frac{4 \cdot \frac{8615125}{8\pi^3} \cdot \pi}{3} = \frac{\frac{8615125}{2\pi^2}}{3} = \frac{8615125}{6\pi^2} \approx 145482{,}44\ cm^3 \approx$

   $\approx \boldsymbol{145{,}5\ dm}^2$

b)



Das Volumen der Kugel kann zum Beispiel durch Rotation eines Kreisbogens um die x-Achse entstehen. Man kann den Kreisbogen auch um die y-Achse rotieren lassen, um das Volumen zu berechnen. $k: [M(0|0);\ r = \frac{205}{2\pi}]$

$k: x^2 + y^2 = \left(\frac{205}{2\pi}\right)^2$

$$y^2 = \frac{42025}{4\pi^2} - x^2$$

<u>Rotation um die x-Achse:</u>

Aufgrund Symmetrie:

$$\boldsymbol{V_{Kugel}} = 2\pi \cdot \left[\int_0^{\frac{205}{2\pi}} \left(\frac{42025}{4\pi^2} - x^2\right)\, dx\right] = 2\pi \cdot \left[\left(\frac{42025}{4\pi^2}x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|\begin{matrix}\frac{205}{2\pi} \\ 0\end{matrix}\right] =$$

$$= 2\pi \cdot \left[\left(\frac{42025}{4\pi^2} \cdot \frac{205}{2\pi} - \frac{\left(\frac{205}{2\pi}\right)^3}{3}\right) - 0\right] = 2\pi \cdot \left(\frac{8615125}{8\pi^3} - \frac{8615125}{24\pi^3}\right) =$$

$$= 2\pi \cdot \left(\frac{17230250}{24\pi^3}\right) = \frac{17230250}{12\pi^2} = \frac{8615125}{6\pi^2} \approx 145482{,}44\ cm^3 \approx \mathbf{145{,}5}\ \boldsymbol{dm}^3$$

c) Angenommen der Mittelpunkt hat folgende Koordinaten $M\begin{pmatrix}-2\\5\\1\end{pmatrix}$:

$$k: (x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 + (z - z_m)^2 = r^2$$

$$\boldsymbol{k}: (\boldsymbol{x} + \mathbf{2})^{\mathbf{2}} + (\boldsymbol{y} - \mathbf{5})^{\mathbf{2}} + (\boldsymbol{z} - \mathbf{1})^{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{42025}}{\mathbf{4}\boldsymbol{\pi}^2}$$

15.4. Arbeitsblatt 4: Volums- und Flächenberechnung

Volums- und Flächenberechnung

Diese Säule findet ihr in der Aula! Messt alles ab, was man für die Rechnung braucht!

1. Berechnet den Mantel dieser Säule
   a) mit Hilfe der Formel!
   b) mit Hilfe der Integralrechnung!

Diese Säule findet ihr beim Ausgang HAK!
Messt den Umfang der Säule!

2. Berechnet das Volumen dieser Säule
   a) mit Hilfe der Formel
   b) mit Hilfe der Integralrechnung

Lösung

1.

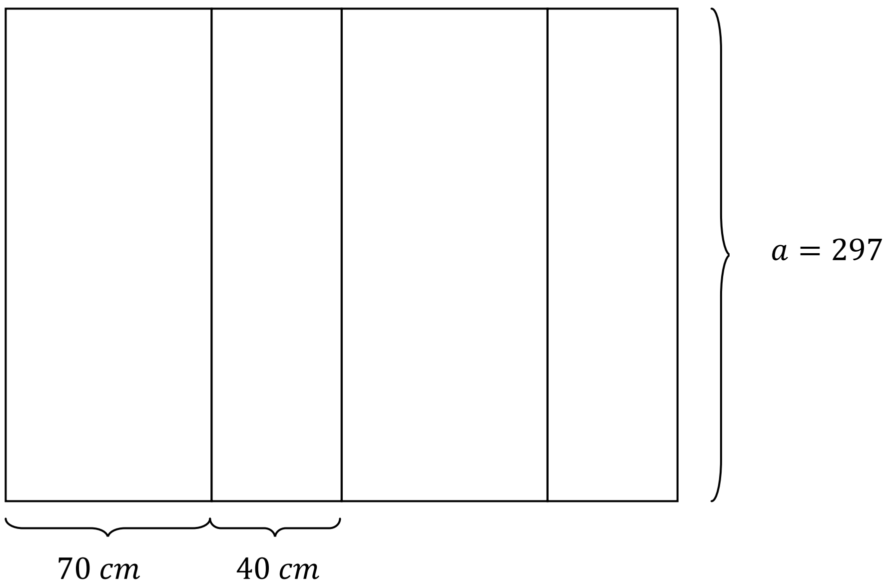
a) Der Mantel dieser Säule besteht aus vier Rechtecken, wobei je zwei gleich groß sind.

Der Flächeninhalt eines Rechtecks: $A = a \cdot b$

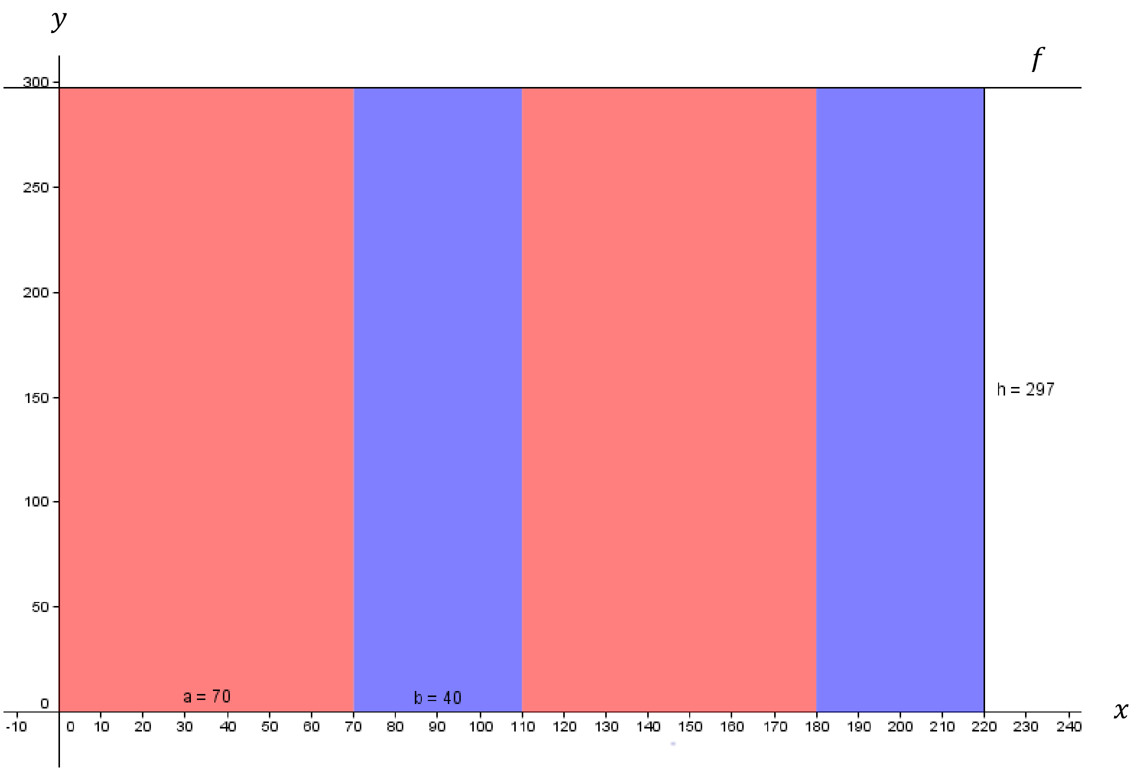
Das größere Rechteck hat eine Länge von 297 cm und eine Breite von 70 cm. Somit ergibt sich der Flächeninhalt: $\boldsymbol{A_1} = 297 \cdot 70 = 20790\ cm^2 \approx \mathbf{2{,}08}\ \boldsymbol{m}^2$

Das kleinere Rechteck hat eine Länge von 297 cm und eine Breite von 40 cm. Somit ergibt sich der Flächeninhalt: $\boldsymbol{A_2} = 297 \cdot 40 = 11880\ cm^2 \approx \mathbf{1{,}19}\ \boldsymbol{m}^2$

Der Mantel ergibt sich nun aus: $\boldsymbol{M} = 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 = 65340\ cm^2 \approx \mathbf{6{,}53}\ \boldsymbol{m}^2$



b)



Um den Mantel mit Hilfe der Integralrechnung zu berechnen, muss eine lineare Funktionsgleichung gefunden werden. Da die Säule 297 cm hoch ist ergibt sich: $\boldsymbol{f}\colon \boldsymbol{y = 297}$

$$\mathbf{M} = \int_0^{220} 297\,dx = (297x)\Big|_0^{220} = 297 \cdot 220 - 0 = 65340\ cm^2 \approx \mathbf{6{,}53\ m^2}$$

2.

a) Die Säule hat die Form eines Drehzylinders. U $= 126\ cm$ und h $= 283\ cm$

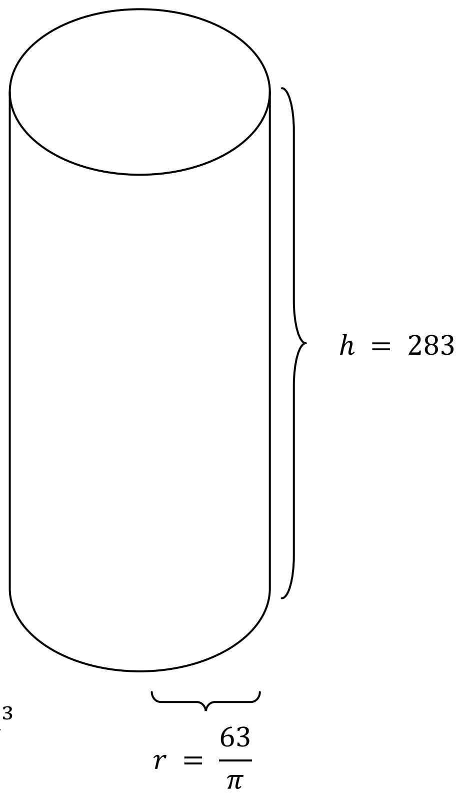
Daraus kann man den Radius ableiten:

$$U = 2r\pi$$

$$126 = 2r\pi \quad /:2$$

$$63 = r\pi \qquad /:\pi$$

$$\boldsymbol{\frac{63}{\pi} = r}$$



Somit ergibt sich folgendes Volumen:

$$V_{Zylinder} = r^2\pi h$$

$$V = \left(\frac{63}{\pi}\right)^2 \cdot \pi \cdot 283$$

$$V = \frac{3969}{\pi^2} \cdot \pi \cdot 283$$

$$\boldsymbol{V} = \frac{1123227}{\pi}\ cm^3 \approx 357534{,}3\ cm^3 \approx \mathbf{357{,}53\ dm^3}$$

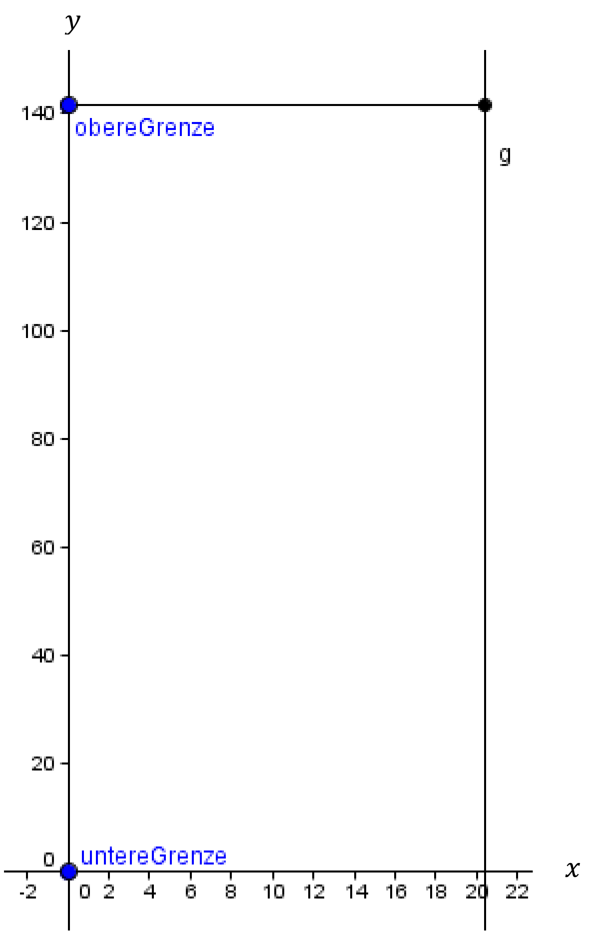
b) Um das Volumen mit Hilfe der Integralrechnung zu bestimmen benötigen wir eine lineare Funktion g. Diese ist von der Form $x = c$. In unserem Fall ergibt sich $\boldsymbol{x = \frac{63}{\pi}}$.

Wir lassen nun die Funktion um die y-Achse rotieren:

$$\mathbf{V_{Zylinder}} = 2 \cdot \pi \cdot \int_0^{141{,}5} x^2 dy = 2 \cdot \pi \cdot \int_0^{141{,}5} \frac{3969}{\pi^2} dy =$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot \left[\left(\frac{3969}{\pi^2} \cdot y\right) \Big| \begin{matrix} 141{,}5 \\ 0 \end{matrix}\right] = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{3969}{\pi^2} \cdot 141{,}5 - 0\right) \approx 357534{,}26\ cm^3$$

$$\approx \mathbf{357{,}53\ dm^3}$$



16.Kurvendiskussion und Integralrechnung

16.1. Arbeitsblatt

Kurvendiskussion und Integralrechnung


Sucht diesen Leuchtkörper im Schulhof des Haupteingangs!

a) Nehmt Maße von der Laterne!
   Stellt zwei quadratische Funktionen auf, deren Schnittkurve die Deckfläche der Lampe mathematisch beschreibt! Die Funktionen besitzen jeweils einen Extrempunkt und schneiden sich im Punkt $P(30|0)$.
b) Berechnet den Flächeninhalt der von beiden Funktionen eingeschlossenen Fläche!
c) Berechnet das Volumen, das entsteht, wenn das Flächenstück um die x-Achse rotiert!

Lösung

a) Zuerst arbeiten wir in Form einer umgekehrten Kurvendiskussion: Eine Funktion zweiten Grades geht durch $P(30|0)$ und hat den Hochpunkt $H(15|9)$.

Allgemeine Darstellung einer Funktionsgleichung eines Polynoms 2. Grades:

$f: y = ax^2 + bx + c$

$f': y' = 2ax + b$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{I: } H(15|9) \in f: & 9 = 225a + 15b + c \\ \text{II: } y'_{(15)} = 0: & 0 = 30a + b \\ \underline{\text{III: } P(30|0) \in f: \quad} & \underline{0 = 900a + 30b + c} \end{array}\right\} -$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{IV: } 9 = -675a - 15b & \\ \underline{\text{II: } 0 = 30a + b} & \underline{/\cdot 15} \end{array}\right\} +$$

$\text{IV} + 15 \cdot \text{II}: 9 = -225a \quad / : (-225)$

$\boldsymbol{a = -0{,}04}$

$\text{II}: 0 = 30 \cdot (-0{,}04) + b$

$\text{II}: 0 = -1{,}2 + b \qquad /+1{,}2$

$\boldsymbol{b = 1{,}2}$

$\text{I}: 9 = 225 \cdot (-0{,}04) + 15 \cdot 1{,}2 + c$

$9 = -9 + 18 + c$

$9 = 9 + c \qquad /-9$

$\boldsymbol{0 = c}$

Somit erhalten wir folgende Funktionsgleichung: $\boldsymbol{f: y = -0{,}04x^2 + 1{,}2x}$

Nun ändert sich der Hochpunkt zu einem Tiefpunkt $T(15|-9)$.

Allgemeine Darstellung einer Funktionsgleichung eines Polynoms 2. Grades:

$g: y = ax^2 + bx + c$

$g': y' = 2ax + b$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{I: } T(15|-9) \in g: & -9 = 225a + 15b + c \\ \text{II: } y'_{(15)} = 0: & 0 = 30a + b \\ \underline{\text{III: } P(30|0) \in g: \quad} & \underline{0 = 900a + 30b + c} \end{array}\right\} -$$

IV: $-9 = -675a - 15b$

II: $0 = 30a + b$ $\quad /\cdot 15$

IV + 15 · II: $-9 = -225a \quad / : (-225)$

$\boldsymbol{a = 0{,}04}$

II: $0 = 30 \cdot (0{,}04) + b$

II: $0 = 1{,}2 + b \quad /-1{,}2$

$\boldsymbol{b = -1{,}2}$

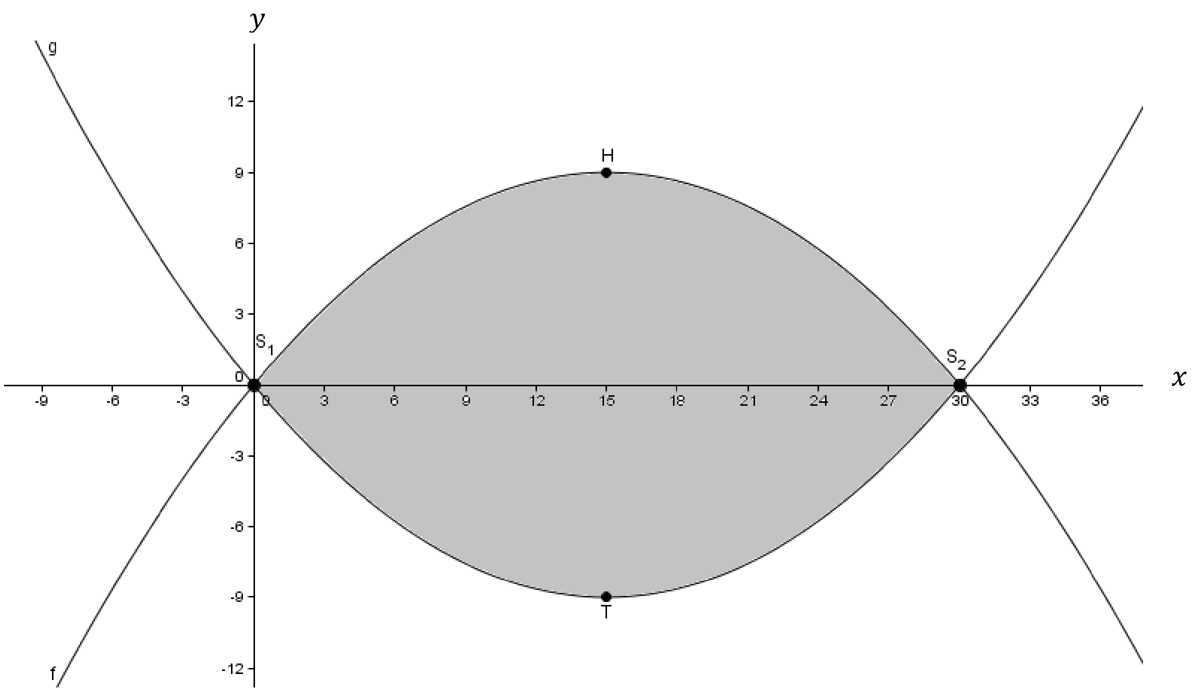
I: $-9 = 225 \cdot (0{,}04) + 15 \cdot (-1{,}2) + c$

$-9 = 9 - 18 + c$

$-9 = -9 + c \quad /+9$

$\boldsymbol{0 = c}$

Somit erhalten wir folgende Funktionsgleichung: $\boldsymbol{g: y = 0{,}04x^2 - 1{,}2x}$



b) Um die Fläche zu berechnen benötigen wir die Schnittpunkte der beiden Funktionen:

$f \cap g$: $-0{,}04x^2 + 1{,}2x = 0{,}04x^2 - 1{,}2x \quad /-0{,}04x^2 \; /+1{,}2x$

$-0{,}08x^2 + 2{,}4x = 0$

$-0{,}08x \cdot (x - 30) = 0$

$-0{,}08x = 0 \; /: (-0{,}08) \;\vee\; x - 30 = 0 \quad /+30$

$x = 0 \qquad\qquad x = 30$

x in f oder g einsetzen:

$g(0) = 0{,}04 \cdot 0^2 - 1{,}2 \cdot 0 = 0$

$g(30) = 0{,}04 \cdot 30^2 - 1{,}2 \cdot 30 = 36 - 36 = 0$

Also: $\boldsymbol{S_1(0|0)}$; $\boldsymbol{S_2(30|0)}$

$$\boldsymbol{A} = \int_0^{30} \big(f(x) - g(x)\big)dx = \int_0^{30} \big(-0{,}04x^2 + 1{,}2x - (0{,}04x^2 - 1{,}2x)\big)dx =$$

$$\int_0^{30} (-0{,}08x^2 + 2{,}4x)\,dx = \left[\frac{-0{,}08x^3}{3} + \frac{2{,}4x^2}{2}\right] \Big|_0^{30} = \frac{-0{,}08 \cdot 30^3}{3} + \frac{2{,}4 \cdot 30^2}{2} - 0 =$$

$$= -720 + 1080 = \boldsymbol{360\ cm^2}$$

c) <u>Rotation um die x-Achse:</u>

$$\boldsymbol{V_x} = \pi \cdot \int_0^{30} f(x)^2\,dx = \pi \cdot \int_0^{30} (-0{,}04x^2 + 1{,}2x)^2 dx =$$

$$= \pi \cdot \int_0^{30} (0{,}0016x^4 - 0{,}096x^3 + 1{,}44x)\,dx =$$

$$= \pi \cdot \left[\frac{0{,}0016x^5}{5} - \frac{0{,}096x^4}{4} + \frac{1{,}44x^3}{3}\right] \Big|_0^{30} =$$

$$= \pi \cdot \left[\frac{0{,}0016 \cdot 30^5}{5} - \frac{0{,}096 \cdot 30^4}{4} + \frac{1{,}44 \cdot 30^3}{3} - 0\right] = \pi \cdot (7776 - 19440 + 12960) =$$

$$= \boldsymbol{1296\pi\ cm^3}$$

17.Schlussbemerkung

Meine Forschungsfrage: „Wie kann der Unterricht in der heutigen Zeit lebendig, motivierend und realitätsnah gestaltet werden? “, die ich zu Beginn gestellt habe, kann nun eindeutig beantwortet werden.

Das Thema „Feldarbeit“ war für mich zu Beginn ein noch eher unbekanntes Thema. Jetzt ist es ein Thema, das ich unbedingt in meinen Unterricht einbauen möchte. Diese Unterrichtsmethode ist lebendig, motivierend und realitätsnah. Dadurch kann das Engagement und die Begeisterung im Fach Mathematik gefördert werden. Die SchülerInnen können selbst erfahren, wie oft und intensiv Mathematik in ihrer Umgebung, besonders in ihrer eigenen Schule und Natur auftritt. Damit wird klar, dass Mathematik in vielen Lebensbereichen vorkommt und hilfreich sein kann. So kann dieser Gegenstand zu einem beliebten und außergewöhnlichen Fach in der Schule werden.
Auf der anderen Seite kann die Klassengemeinschaft durch den Einsatz verschiedener Sozialformen gestärkt werden. Außerdem wird auch soziales Engagement, Kritikfähigkeit, Teamfähigkeit, Selbstständigkeit und noch vieles mehr eingeübt.

Meine Diplomarbeit setzt sich aus einem Theorieteil und einem empirischen Teil zusammen.
Der Theorieteil findet seinen Anfang in einer Motivation für die Feldarbeit, warum diese Unterrichtsmethode für den Unterricht wichtig ist. Dann werden außerschulische Lernorte beschrieben, wie diese am besten beschaffen sein sollten. Im theoretischen Hauptteil behandelte ich den Begriff „Feldarbeit“, die Vorbereitung, Durchführung und Beurteilung von Feldarbeit und Vor- und Nachteile. In einem weiteren Punkt wurde die Frage bearbeitet, ob man Feldarbeit in Einzel-, Gruppen- oder Partnerarbeit durchführen sollte. Meine Beispiele, die im empirischen Teil dargestellt wurden, sind für Gruppenarbeiten passend. In einem nächsten Teil habe ich mich sowohl mit dem allgemeinen als auch mit dem Mathematik-Lehrplan auseinandergesetzt, um zu sehen, wie dieses Thema im Lehrplan seinen Platz findet. Zum Schluss habe ich die rechtlichen Grundlagen, bezüglich Kosten, Aufsicht, Planung und Durchführung studiert.
Die Bearbeitung des Theorieteils benötigte einige Zeit, da ich mir zuerst klar werden musste, welche Punkte ich in meiner Diplomarbeit ansprechen möchte. Außerdem gestaltete sich die Literaturrecherche länger und schwieriger, da der Begriff „Feldarbeit“ in der deutschen

Literatur nicht anzutreffen ist. Durch die Hilfe von Andreas Ulovec konnte ich mit englischer Literatur den Stein ins Rollen bringen und mit dem Schreiben beginnen.

Der empirische Teil setzt sich aus verschiedenen, selbst gestalteten Beispielen zusammen, die einen großen Teil des Mathematik-Lehrplans abdecken. Jedes dieser Beispiele ist aus der Lebenswelt der SchülerInnen gegriffen, um diese so realitätsnah wie möglich zu gestalten. Zu jedem Thema wurde ein Arbeitsblatt erstellt, auf dem beschrieben steht, wo sich das Objekt befindet und was der Arbeitsauftrag ist. Anschließend wird die Lösung des Arbeitsauftrages ausführlich angeführt.
Der empirische Teil konnte aufgrund der Mitarbeit von Direktorin Isabella Zins, die mir die Schule zur Verfügung stellte, problemlos durchgeführt und protokolliert werden. Zwei weitere wichtige Personen, eine Freundin und mein Freund, halfen mir, Fotos zu schießen. Die Bearbeitung der Fotos, die Erstellung der Arbeitsblätter und Lösungen ging sehr zügig, da es mir sehr viel Spaß bereitete, eigene Beispiele zusammenzustellen. Es war mir sehr wichtig, Beispiele zu kreieren, die auch anderen StudentInnen bzw. LehrerInnen weiterhelfen können. Diese sollen inspirieren, um den Unterricht in Zukunft in diese Richtung vorzubereiten und durchzuführen.

Diese Diplomarbeit hat mir persönlich sehr weitergeholfen, da mir dadurch klar wurde, dass diese Unterrichtsmethode immer wichtiger wird, um die SchülerInnen am Ball zu halten und in den Unterricht mit einzubeziehen. Individualität und Differenzierung wird immer wichtiger, was durch die Feldarbeit gefördert werden kann.

18.Literaturverzeichnis

Becker, Gerold E.: *Durchführung von Unterricht. Handlungsorientierte Didaktik Band II*. Beltz Verlag. 2007. Weinheim.

Birkenhauer, Josef: *Außerschulische Lernorte*. HGD-Symposium Benediktbeuern 1993. Hochschulverband für Geographie und ihre Didaktik e.V.. 1995. Nürnberg.

Dillon et al.: *Engaging and Learning with the Outdoors*. The Final Report of the Outdoor Classroom in a Rural Context Action Research Project. April 2005.

Dühlmeier, Bernd: *Außerschulische Lernorte in der Grundschule*. Schneider Verlag Hohengehren. 2008. Baltmannsweiler.

Kennard, Jackie: *Outdoor Mathematics* In: Mathematics Teaching. Issue 201. March 2007. p. 16 – 18.

Klippert, Heinz: *Heterogenität im Klassenzimmer*. Wie Lehrkräfte effektiv und zeitsparend damit umgehen können. Beltz Verlag. 2010. Weinheim und Basel.

Mühlhausen, Ulf: *Schüleraktivierung im Schulalltag*. Band 1: Ungewöhnliche Unterrichtsmethoden in der Sekundarstufe. Schneider Verlag Hohengehren. 2008. Baltmannsweiler.

Nilsson, Per; Sollervall, Håkan; Milrad, Marcelo: *Collaborative Design of Mathematical Activities for learning in an outdoor setting*. 2006. Växjö University. Sweden.

Peterßen, Wilhelm H.: *Anschaulich unterrichten*. Ehrenwirth. 1994. München.

Sauerborn, Petra & Brühne, Thomas: *Didaktik des außerschulischen Lernens*. 2. Auflage. Schneider Verlag Hohengehren. 2009. Baltmannsweiler.

Scherer, Petra; Rasfeld, Peter: *Außerschulische Lernorte*. Chancen und Möglichkeiten für den Mathematikunterricht. In: Mathematiklehren. Issue 160. Juni 2010. p. 4 – 10

Stevens, Judith; Scott, Kym: *Developing Mathematics out-of-doors* in: Mathematics Teaching. Issue 180. September 2002. p. 20 – 22

Thomas, Tony; May Stuart: *Managing Out-of-classroom Activities*. Geographical Association. 1994. Sheffield.

Ulovec, Andreas et al.: *Motivating and Exciting Methods in Mathematics and Science*. Glossary of Terms. First Edition. 2007. Olomouc and Vienna.

Sheerman, Barry: *Out of Classroom learning*. Practical Information and guidance for schools and teachers. 2006.

Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur: Allgemeiner Teil des Lehrplans. 2004.
Online: http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11668/11668.pdf
(Zugriff am 29.12.2011)

Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur: Lehrplan Mathematik. 2004.
Online: http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf
(Zugriff am 30.12.2011)

Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur: Schulrecht – Teil 5: Schulveranstaltungen. 2007.
Online: http://www.bmukk.gv.at/medienpool/6039/schulrecht_info_5.pdf
(Zugriff am 2.1.2012)

19. Anhang

19.1. Abstract

Deutsch:

Meine Diplomarbeit behandelt eine besondere Unterrichtsmethode. Feldarbeit umfasst alle Tätigkeiten, die außerhalb des Klassenzimmers stattfinden. Diese noch relativ unbekannte Methode in unserem Schulsystem sollte in der heutigen Welt Zuspruch finden. Die SchülerInnen können dadurch ihre Teamfähigkeit, Kritikfähigkeit, Selbstständigkeit und noch vieles mehr üben und erweitern. Es geht um das Arbeiten in einer Gruppe und gemeinsam eine Lösung für eine gestellte Aufgabe zu finden. Die SchülerInnen erhalten ein Gefühl für die Natur und lernen kennen, dass es die Mathematik auch außerhalb des Klassenzimmers gibt. Dies soll Begeisterung und Motivation hervorrufen.

In der Arbeit werden viele Beispiele präsentiert, die eine großen Teil des Lehrplans umfassen und gut für den Unterricht einsetzbar sind, da sie sehr realitätsnah gestaltet wurden. Es sind Arbeitsblätter mit Lösungen zu verschiedenen Themen angefertigt worden.

English:

My diploma thesis deals with a particular teaching method. A wide range of outdoor activities can be classified as Fieldwork. Teaching outside the classroom is relatively rare in the Austrian School System. In today´s world strong support should be given to this method, because it gives a unique experience to students. Furthermore students can develop real world skills such as: criticism, team working skills, knowledge skills and self efficacy. There is a challenging task for groups – the members should discuss the problem and develop a cooperative solution.

Only in the field the complexity of nature and natural processes can be illustrated, it can be shown that natural sciences, such as Mathematics, happen outside the classroom. Fieldwork should benefit students in their learning process, should raise levels of motivation and should make Mathematics more enjoyable.

The thesis presents a wide range of examples, which cover a large part of the curriculum. The realistic elaboration makes it possible to use the examples under real-world-conditions. Worksheets on various topics, including solutions, were developed.

19.2. Lebenslauf

Angaben zur Person

Name:	Evelyn Simperler
Adresse:	Franz-Josef-Straße 29g/2, 2130 Mistelbach
Geburtsdatum:	12.07.1989
Staatsangehörigkeit:	Österreich
Familienstand:	ledig
E-Mail:	evelyn.simperler@gmx.at

Schulbildung

Universität Wien	Oktober 2007 – Juni 2012 Lehramtsstudium: UF Mathematik, UF Psychologie und Philosophie; Universitätslehrgang Ethik
BORG Mistelbach	September 2003 – Juni 2007
Hauptschule Mistelbach	September 1999 – Juni 2003
Volksschule Mistelbach	September 1995 – Juni 1999

Berufliche Tätigkeiten

Lehrkraft im Lernquadrat Mistelbach:	seit März 2009
Diverse Ferialjobs:	2005 - 2012

Besondere Fähigkeiten

EDV-Kenntnisse

Englisch in Wort und Schrift

Italienisch und Latein

Hilfsbereitschaft und Verlässlichkeit

Pünktlichkeit und Kreativität

Teamfähigkeit und Genauigkeit

hohe soziale Kompetenz

Mistelbach, 22.4.2012